

Univerzitet u Beogradu

Matematički fakultet

*Nadežda Pejović*

**GLOBALNA ATMOSFERSKA CIRKULACIJA  
I ZEMLJINA ROTACIJA**

doktorska disertacija

Beograd, 1988

*Izražavam svoju iskrenu zahvalnost rukovodiocu, Dr J. Vondraku–naučnom savetniku Astronomskog instituta Čehoslovačke akademije nauka u Pragu, koji je sve vreme pratio i usmeravao ovaj rad velikim brojem sugestija, diskusija i saveta.*

*Veliku zahvalnost izražavam Dr S. Šeganu– docentu Matematičkog fakulteta u Beogradu, na pruženoj mi pomoći pri izradi programa i štampanju ovog rada u T<sub>E</sub>X-u.*

Autor

*Ovaj rad je posvećen  
dragim mi roditeljima  
Zlati i Raji  
Matorčević*

Njihova jedina kći

<b>UVOD</b>	<b>6</b>
<b>1. POLAZNA HIPOTEZA</b>	<b>10</b>
<b>2. DINAMIKA ZEMLJINE ROTACIJE</b>	<b>19</b>
2.1 ROTACIJA ZEMLJE	19
2.2 FLUIDNO JEZGRO	23
2.3 ROTACIONA DEFORMACIJA OMOTAČA	24
2.4 DINAMIČKI OKEAN	27
2.5 REŠENJE JEDNAČINE LIUVILA U SLUČAJU PROMENLJIVE ČEND- LEROVE FREKVENCE	29
2.6 REŠENJE JEDNAČINE LIUVILA U SLUČAJU CONSTANTNE ČEND- LEROVE FREKVENCE	33
<b>3. GLOBALNA ATMOSFERSKA CIRKULACIJA</b>	<b>34</b>
3.1 FUNKCIJE EFEKTIVNOG UGAONOG MOMENTA ATMOSFERE (EAMF)	34
3.2 VEZA EKSCITACIONIH FUNKCIJA U LIUVILOVIM JEDNAČINAMA SA EAMF	35
<b>4. MODELI ELASTIČNE ZEMLJE</b>	<b>38</b>
4.1 NOVI MODEL ZEMLJE SA PROMENLJIVOM ČENDLEROVOM FREKVENCOM	38
4.2 VONDRAKOV MODEL ZEMLJE SA KONSTANTNOM ČEND- LEROVOM FREKVENCOM	41
<b>5. KORIŠĆENI PODACI</b>	<b>44</b>
5.1 ATMOSFERSKE FUNKCIJE	44
5.2 PARAMETRI ZEMLJINE ROTACIJE	48
<b>6. UPOREDENJE TEORIJE I POSMATRANJA</b>	<b>50</b>
6.1 UPOREDENJE SPEKTRA POLARNOG KRETANJA SA SPEKTRIMA EAMF	50
6.2 UPOREDENJE NOVOG MODELA ZEMLJE SA POSMATRANIM PO- LARNIM KRETANJEM	67
6.3 UPOREDENJE NOVOG MODELA SA VONDRAKOVIM MODELOM ZEMLJE	76

<b>6.4 UPOREDENJE SPEKTRA UT1-UTC SA SPEKTROM <math>\chi_3</math></b>	<b>84</b>
<b>7. ZAKLJUČCI</b>	<b>97</b>
<b>LITERATURA</b>	<b>99</b>
<b>PRILOG</b>	<b>103</b>

## UVOD

Atmosferska ekscitacija Zemljine rotacije bila je predmet istraživanja već nekoliko decenija. Mnoštvo rezultata i teorijskih razmatranja problema dati su u dve glavne monografije posvećene rotaciji Zemlje i to Munk i MacDonald (1960) i Lambeck (1980). Novije, detaljnije informacije o atmosferi date su mnogim radovima, koji razmatraju pomenuti problem sa različitih gledišta. Neki autori razmatraju, uglavnom, uticaj atmosfere na promene u trajanju dana (na pr. Lambeck i Cazenave, 1973, 1974, 1975; Sidorenkov, 1973, 1979; Okazaki, 1977; Rosen i Salstein, 1983, 1985; Đurović, 1983, 1986, 1987; Feissel i Nitschelm, 1985), neki se koncentrišu samo na atmosferske efekte u polarnom kretanju (n.pr. Wilson i Haubrich, 1976a, 1976b; Jochman, 1976, 1981a, 1981b; Lambeck i Hopgood, 1981; Wahr, 1982, 1983; Eubanks i dr., 1987; Brzezinski, 1987) a neki razmatraju oba (napr. Sidorenkov, 1982; Barnes i dr., 1983; Hide, 1984; Dutton i Fallon, 1985; Eubanks i dr., 1985; Vondrak, 1987; Salstein, 1987). Jedan od značajnijih radova publikovali su Barnes, Hide, White i Wilson (1983) dajući solidnu osnovu za računanje takozvanih funkcija efektivnog ugaonog momenta (efektive angular momentum functions - EAMF) atmosfere (površinski pritisak i globalni vetar) baziranih na globalnim meteorološkim podacima sakupljenim u Evropskom centru Medium- Range Weather Forecast. Ista globalna analiza je primenjena i na U.S. National Meteorological Center (Salstein, 1985) i Japan Meteorological Agency (Naito, 1985).

Postalo je jasno da postoji saglasnost između kretanja atmosfere i promena parametara Zemljine rotacije (polarno kretanje i promene u trajanju dana). Međutim postoji još mnoštvo nerešenih pitanja. Da bi rešila ova pitanja, formirana je Specijalna radna grupa 5-98 (The Special Study Group 5-98) pod pokroviteljstvom Međunarodne geodetske unije (The International Association of Geodesy) u 1983 godini i njen rad je produžen u 1987 godinu. Nova Međunarodna služba Zemljine rotacije (The International Earth Rotation Service - IERS), koju su osnovali IAU i IUGG aktivno radi počev od jan-

uara 1988, svesna važnosti preciznog poznavanja globalne atmosferske cirkulacije za pitanja Zemljine rotacije, formirala je centar za atmosferske podatke, koji se nalazi u okviru Centralnog biroa IERS-a (The Central Bureau of the IERS).

Ukratko sumirajući ranije dobijene rezultate, možemo reći da kratko-periodične varijacije u trajanju dana su uzrokovane atmosferskim i plimskim efektima; upoređenja pokazuju odličnu korelaciju između osne komponente atmosferske EAMF i promena u brzini Zemljine rotacije, korigovane za efekte Mesečevih i Sunčevih plima. Osna komponenta EAMF je dominantna u efektima zonalnih vetrova. Najznačajnije promene su sezonske varijacije (sa godišnjim i polu-godišnjim periodama) i kratko-periodične varijacije (sa grupom perioda između 40 i 70 dana). Nalazi se siguran dokaz da postoji bliska korelacija između Sunčeve aktivnosti i globalne atmosferske cirkulacije (Đurović, 1987).

Situacija je mnogo manje očigledna kad se razmatra ekscitacija polarnog kretanja; prenosna funkcija između ekvatorskih komponenata atmosfere EAMF i polarnog kretanja je frekventno-zavisna sa rezonancom na Čendlerovoj frekvenci, stoga je teško rešiti koja bi kombinacija vetar i pritisak člana najbolje predstavljala atmosfersku ekscitaciju polarnog kretanja. Dominantan je član pritiska; efekti vetrova su iščezavajući (Munk i MacDonald, 1960), kasnije je pokazano da nisu nule (Barnes i dr., 1983) ali ponovo se ne preporučuju za korišćenje (Eubanks i dr., 1985, 1987) što je posledica nezadovoljavajućeg kvaliteta podataka i visine posmatračkog šuma. Problematičan je i član pritiska; njegov iznos računat sa i bez korekcije "invertnog barometra" dat je različito i, nalaze se mišljenja da primena njegove korekcije je pogodna samo na severnoj hemisferi (Eubanks i dr., 1987). Mada je godišnji period dominantan i u polarnom kretanju i u ekvatorskim komponentama EAMF, amplitude i faze su različite. Ako su promene u LOD (length-of-day) date, uglavnom, članom vetra, polarno kretanje je uslovljeno, obrnuto, uglavnom članom pritiska (Barnes i dr., 1983). Nameću se sledeća ak-

tuelna pitanja:

1. Koja je reakcija okeana na promene vazdušnog pritiska i da li je hipoteza invertnog barometra dovoljna da opiše ovu reakciju?

2. Šta je uloga vetar člana u polarnom kretanju i da li su prezentirani podaci vetar člana za korišćenje dovoljne gustine i preciznosti za račun polarnog kretanja?

3. Da li je model Zemlje korišćen od Barnes i dr. adekvatan za računanje reakcije Zemlje na atmosfersku ekscitaciju?

4. Da li je atmosferska cirkulacija sama dovoljna da ekscituje posmatrano polarno kretanje ili ćemo tražiti druge izvore ekscitacije?

U ovom radu potražićemo odgovore na neka od ovih pitanja. Pokušaji korišćenja računatih atmosferskih EAMF za numeričku integraciju polarnog kretanja, napravljeni napr. od Barnes i dr. (1983) ili Dutton i Fallon (1985) uspevaju da fituju posmatrano polarno kretanje samo za vrlo limitirane vremenske intervale (do jednog Čendlerovog perioda); posle kojeg obe krive divergiraju vrlo rapidno. Barnes i dr. (1983) koristili su osno-simetričan model elastične, bezokeanske Zemlje za izvođenje atmosferskih EAMF. Vondrak (1987) koristi realniji model Zemlje: tro-osno telo, fluidno jezgro, visko-elastični omotači statički okean za ocenu Zemljine reakcije na stmosfersku ekscitaciju. Mi ćemo u ovom radu koristiti novi model Zemlje: dvo-osno telo, fluidno jezgro, visko-elastični omotač, dinamički okean (za koji pretpostavljamo da uzrokuje frekventnu modulisanost Čendlerovog kretanja) s ciljem da poboljšamo fitovanje između posmatranog i integraljenog polarnog kretanja na dužim vremenskim intervalima. Na ovakav izbor modela navela nas je Karterova (Carter, 1981) sugestija da model Zemlje sa dinamičkim okeanom može znatno da se razlikuje od modela sa statičkim okeanima i njegov zaključak da dinamička reakcija okeana na polarno kretanje može prouzrokovati promene i u amplitudi i u frekvenci (pogledati tabl.2; Carter, 1981). Prilog ovome su rezultati do kojih je došao Vondrak (1985, 1988), analizirajući posmatrano po-

larno kretanje za dugi vremenski interval (1860-1985), i njegov zaključak da je Čendlerova frekvenca nelinearna funkcija amplitude polarnog kretanja. Iz naše ranije spektralne analize ILS (International Latitude Service) koordinata pola (Yumi i Yokoyama, 1980) našli smo da je Čendlerov pik dvostruk (Pejović, 1983) i da je amplituda Čendlerovog kretanja harmonijska funkcija vremena, a da faza Čendlerove nutacije ima dobru stabilnost, izuzimajući iznenadnu i neobjašnjenu njenu rapidnu promenu u periodu 1920-1940 (Pejović, 1985). Vondrakov (Vondrak, 1988) postupak smo ponovili na homogenoj seriji ILS i potvrdili njegove rezultate o nelinearnoj zavisnosti Čendlerove frekvence od totalne amplitude polarnog kretanja. Vondrakovi rezultati su potvrđeni i drugom metodom od Đurovića (Đurović, 1988) na ILS koordinatama pola. Na osnovu ovoga uvešćemo novu ekscitacionu funkciju dinamičkog okeana s ciljem da poboljšamo modelovanje Zemlje.

Ceo rad je podeljen na 7 glava. U uvodnom delu ukratko je izloženo stanje problema i cilj rada. U glavi 1 diskutovani su dosadašnji rezultati i potvrđena je polazna hipoteza o nelinearnoj zavisnosti Čendlerove frekvence od totalne amplitude polarnog kretanja. Glave 2 i 4 daju kratku osnovu (baziranu na Liuvilovim jednačinama) teorije Zemljine rotacije kao deformabilnog tela. Ekscitacije koje dolaze od različitih slojeva Zemlje (fluidno jezgro, visko-elastični omotač i okean) su procenjene i reakcija ovog realnijeg modela Zemlje na atmosfersku ekscitaciju je izvedena. Takođe je prikazano koliko nelinearna reakcija okeana na polarno kretanje može usloviti slobodno Čendlerovo kretanje pola čija frekvenca je amplitudno zavisna. Treća glava prikazuje tzv. "funkcije efektivnog ugaonog momenta" atmosfere računane iz globalnih meteoroloških podataka i njihove relacije sa ekscitacionom funkcijama prezentiranim u Liuvilovim jednačinama. Podaci koji su korišćeni u radu ukratko su opisani u glavi 5. Glava 6 je glavni deo ovog rada. U njoj su izloženi novi rezultati do kojih se došlo pri istraživanju. Sedma glava sumira sve zaključke ovog rada.

## 1. POLAZNA HIPOTEZA

Pre nego što predemo na uvođenje novih ekscitacionih funkcija u Vondrakov (1987) model Zemlje u cilju njegovog poboljšanja, preispitaćemo polaznu hipotezu o nelinearnoj zavisnosti Čendlerove frekvence od totalne amplitude polarnog kretanja.

Promenljivost Čendlerove periode kontraverzna je skoro čitav vek. Ne mali broj autora, uključujući i Čendlera samog, uvodili su hipoteze višestrukosti ili varijabilnosti perioda (Chandler, 1892; Melchior, 1957; Sekiguchi, 1972; Gaposchkin, 1972; Carter, 1981; Dickman, 1981; Pejović, 1983; Vondrak, 1985, 1988).

Okubo (1982) u svojoj opširnoj analizi posvećenoj problemu Čendlerove frekvence pokušava da razreši postojeću kontraverznost. Dajemo Tablicu 1.1, uzetu iz Okubovog rada (Okubo, 1982).

**Tablica 1.1**

---

Istorijske kontraverzije varijacije Čendlerovog perioda

---

<i>Promenljivost(višestrukost)</i>	<i>Nepromenljivost(jedinstvenost)</i>
Chandler (1892)	Newcomb (1892)
Kimura (1918)	
Hattori (1949)	
Melchior (1957)	Munk i MacDonald (1960)
Colombo i Šapiro (1968)	
Gaposchkin (1972)	Pedersen i Rochester (1972)
Sekiguchi (1972)	
Sekiguchi (1976)	Ooe (1978)
Carter (1981)	

---

Analizom amplitude i faze Čendlerovog kretanja (Pejović, 1985) dobijene iz homogene ILS serije koordinata pola za period 1900-1980 (Yumi i Yokoyama, 1980) potvrdili smo rezultate Ginoa (Guinot, 1972, 1982) i Dickmana (Dickman, 1981) da je amplituda Čendlerove nutacije harmonijska funkcija vremena, dok, uprkos tome, faza Čendlerovog kretanja ima dobru stabilnost osim u periodu 1920-1940. Rapidna promena faze u ovom intervalu je jedinstven i neobjašnjen slučaj u do sada raspoloživim serijama koordinata pola. Ovi rezultati do kojih je prvi došao Gino (Guinot, 1972, 1982), potvrđeni su od Vondraka (Vondrak, 1985, 1988) iz druge posmatrane serije polarnog kretanja. Naime, Vondrak (1988) je vršio analizu polarnog kretanja na znatno dužem (50% ) vremenskom intervalu (125 godina) od intervala ILS podataka (80 godina). Analizirao je interval (1860-1985) nehomogenih podataka koji se sastoji od (Vondrak, 1988):

a) Polarno kretanje u intervalu 1860-1890 koje je izvela Rykhlova (1970) iz posmatranja apsolutne deklinacije na Pulkovu, Vašingtonu i Griniču.

b) U intervalu 1890-1962 koordinate pola izveo je Fedorov i dr. (1972) iz svih raspoloživih posmatranja latituda .

c) U intervalu 1962-1972 koordinate pola određene u BIH-u (Bureau International de l'Heure) na osnovu optičke astrometrije.

d) U intervalu 1973-1985 koordinate pola određene sa BIH-ovim kombinovanim rešenjem optičke astrometrije i modernih tehnika.

Na ovako dugom vremenskom intervalu, Vondrak (1985, 1988) osim što potvrđuje Ginoove (Guinot, 1972, 1982) rezultate, nalazi, pored rapidne promene Čendlerove faze u intervalu 1920-1940, još jednu u intervalu 1870-1890, jer je analizirao i podatke pre 1900. Ove rapidne promene faze se podudaraju sa minimumima totalne amplitude polarnog kretanja (sl. 7, Vondrak, 1985). Na osnovu Karterove (Carter, 1981) sugestije o postojanju funkcijske zavisnosti Čendlerove frekvence od totalne amplitude polarnog kretanja, Vondrak (1985, 1988) računa koeficijent korelacije između Čendlerove faze i integrala amplitude totalnog polarnog kretanja i dobija za koefi-

cijent korelacije iznos 0.986. Zatim, računajući na uzastopnim nezavisnim šesto-godišnjim intervalima vrednost Čendlerove frekvence iz diferencijala Čendlerove faze, po jednačini (Vondrak, 1988):

$$\sigma = \sigma_o - \frac{\partial \varphi_c}{\partial t}$$

i predstavljajući je sa amplitudom polarnog kretanja na sl. 3 (Vondrak, 1988) nalazi da je Čendlerova frekvencija eksponencijalna funkcija totalne amplitude polarnog kretanja. Ova zavisnost je empirijski dobijena. Karter je našao da funkcijska zavisnost između Čendlerove frekvence i amplitude polarnog kretanja postoji, pretpostavljajući da je linearna, matematički je izražava jednačinom 1 (Carter, 1981).

Okubo (1982) u svom radu ne citira poznate radove Ginoa (Guinot, 1972, 1982) niti analizira amplitudu i fazu Čendlerovog kretanja. Koristi kao osnovni metod trenutnu frekventnu analizu (TFA) za traženje vremenski promenljivog spektra za nestacionarnu vremensku seriju (uzimajući takvom seriju polarnog kretanja). U osnovi metode TFA nalazi se metod maksimalne entropije (MME) koji primenjuje na kliznom intervalu od 6.45 godina duž celog intervala od 18 godina dobijajući na taj način trenutnu vrednost amplitude i frekvence Čendlerove nutacije za svakih 0.05 godina. Rezultati su predstavljeni kao trodimenzionalni spektri. Da bi ocenio nivo poverenja metode TFA primenjuje je na IPMS seriju polarnog kretanja (1962-1978, period bez rapidnih promena Čendlerove faze) i nalazi da su fluktuacije Čendlerove frekvence od 1-2% beznačajne za TFA. Zatim, nalazi da odstupanja trenutne od srednje vrednosti Čendlerove frekvence iznose 1.4% za IPMS i BIH podatke (opet interval posle 1962 godine) a ILS podatke (1900-1970, period sa rapidnom promenom Čendlerove faze između 1920-1940) ne podvrgava analizi TFA već ih odbacuje kao podatke sa visokim nivoom šuma.

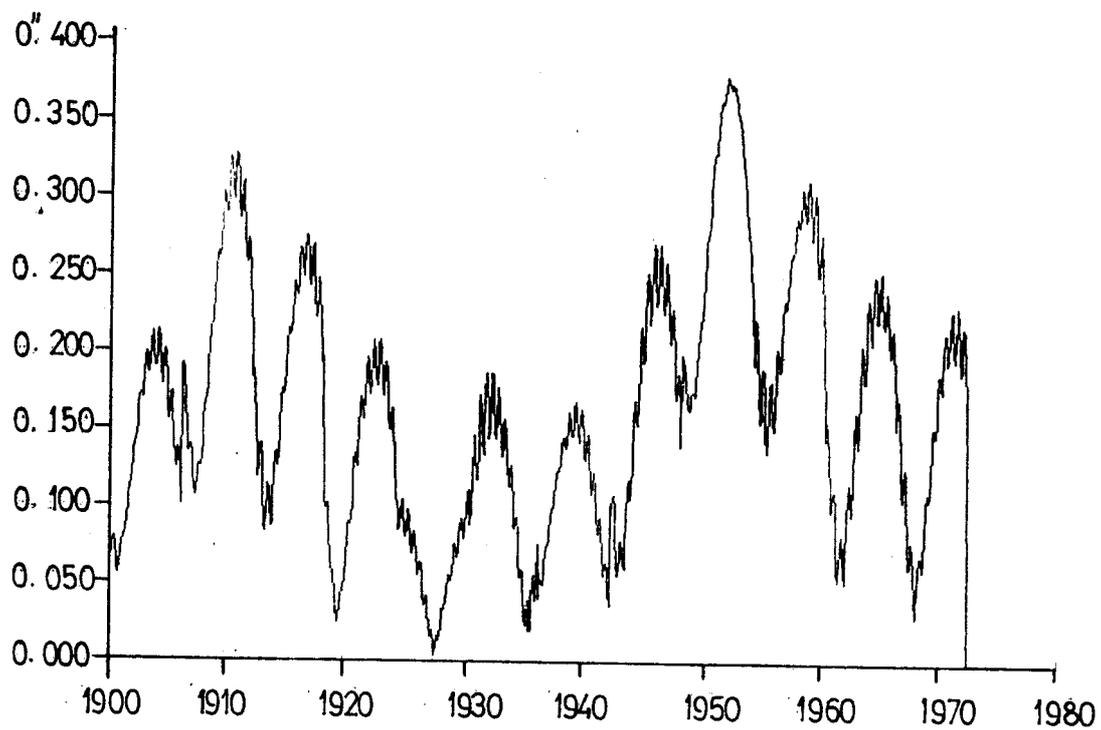
Pošto veći broj autora (Melchior, 1957; Colombo i Shapiro, 1968; Sekiguchi, 1972, 1976; Gaposchkin, 1972, Carter 1981) nalazi da je Čendlerov

period ili višestruk ili promenljiv u vremenu a Okubo (1982) odbacuje njihove rezultate upoređujući ih sa svojim rezultatima na sintetizovanim podacima; stoga pogledajmo kako Okubo simulira podatke. Naime, on podatke ne simulira direktno, već prvo simulira spektar sintetizovanih podataka iz kojeg inverznom Furijeovom transformacijom dobija simulirane podatke. I ako Okubo u simulirani spektar uvodi konstantnu Čendlerovu frekvencu, on uvodi i amplitudnu modulaciju Čendlerovog pika, što se vidi iz njegovih jednačina za simulirani spektar (pogledati prilog, Okubo 1982) kao i iz simuliranih podataka, samo Čendlerovog kretanja, predstavljenih na slici A1 (Okubo, 1982). Na slici A2 Okubo daje simulirane ILS podatke polarnog kretanja sa amplitudno moduliranim Čendlerovim kretanjem sa već pomenute slike A1. Jasno je da se ovi podaci razlikuju od simuliranih podataka ILS sa konstantnom Čendlerovom periodom (435 dana) i srednjom amplitudom Čendlera od  $0.15''$  predstavljenih na slikama P1 i P2 za  $x$  i  $y$  koordinatu redom (u prilogu ovog rada). U prilogu su dati i posmatrani ILS podaci na slikama P3 i P4. Sam Okubo zaključuje da je Čendlerovo kretanje nestacionarno i da je srednja vrednost fluktuirajuće Čendlerove periode 435 dana. Srednja vrednost Čendlerove amplitude je  $0.15''$  a u simulirani spektar je uvodi kao slučajno fluktuirajuću veličinu, odnosno modulisanu. Stoga se nameće zaključak da ono što je za Okuba slučajno fluktuirajuće Čendlerovo kretanje (simulirano kao amplitudno modulirano), za Kartera (Carter, 1981) i druge autore je frekventno modulirano, s tim što Karter traži uzroke ove modulisanosti u ekscitacionim funkcijama, sugerišući da bi uzrok frekventne modulisanosti Čendlerovog kretanja mogao biti dinamički okean. Problem postaje jasniji Vondrakovim rezultatima o funkcijskoj zavisnosti Čendlerove frekvence i amplitude fenomena. Naime, Vondrak (1985, 1988) je dao frekventnu moduliranost Čendlerovog kretanja našavši da je Čendlerova frekvencija eksponencijalna funkcija totalne amplitude polarnog kretanja, računajući trenutnu Čendlerovu frekvencu iz diferencijala Čendlerove faze (što pokazuje da su rapidne promene faze uzete u

obzir).

Mi smo ponovili Vondrakov (Vondrak, 1985, 1988) postupak na homogenoj, metodom Vondraka (Vondrak, 1969, 1977) izravnoj, ILS seriji koordinata pola i potvrdili njegove rezultate. Totalna amplituda polarnog kretanja predstavljena na slici 1.1 saglasna je Vondrakovim rezultatima na slici 4 (Vondrak, 1985). Trenutnu Čendlerovu frekvencu računatu iz diferencijala Čendlerove faze predstavili smo zajedno sa totalnom amplitudom polarnog kretanja za svaki nezavisni šesto godišnji interval na slici 1.2 i u tablici 1.2. Ova slika potvrđuje Vondrakove rezultate, date na sl. 3 (Vondrak, 1988), da je Čendlerova frekvencija nelinearna funkcija amplitude fenomena. Vondrakove rezultate potvrdio je Đurović(1988) analizirajući ILS koordinate pola drugom metodom. Iz tablice 1.2 i sa slike 1.2 se vidi da je najveća promena faze bila u periodu 1920-1940 što odgovara minimumu totalne amplitude polarnog kretanja.

Slika 1.1. Totalna amplituda polarnog kretanja



**Tablica 1.2**

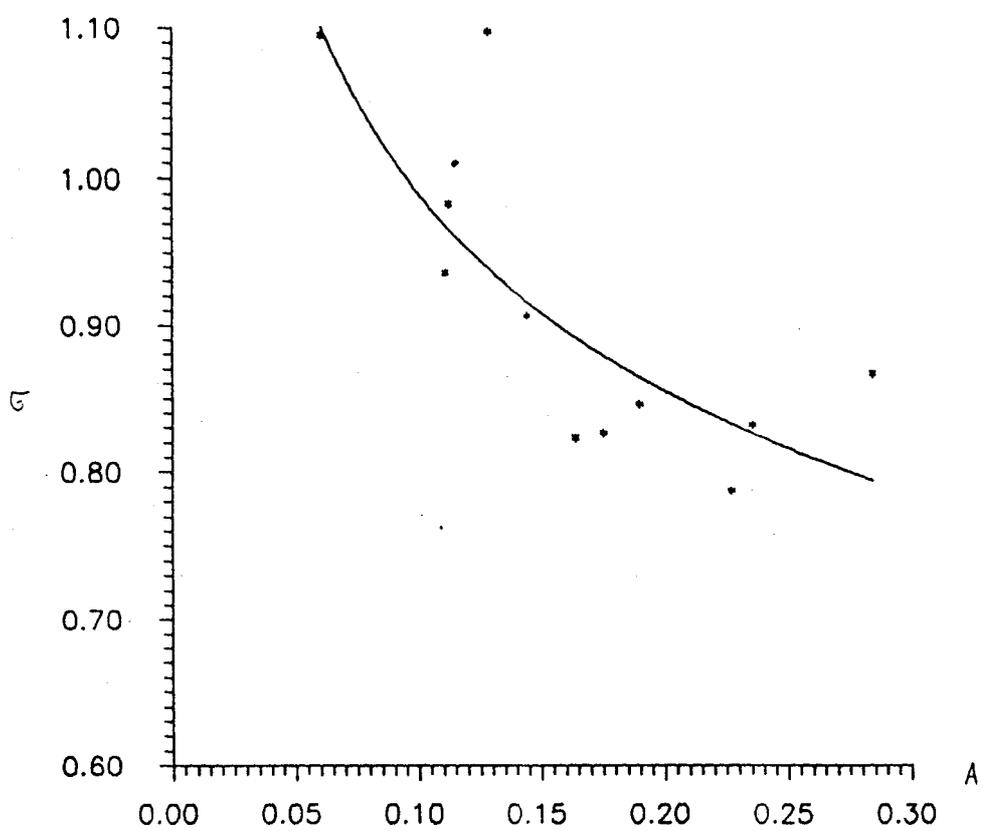
Na uzastopnim šestogodišnjim intervalima ILS podataka računata je amplituda  $A$  polarnog kretanja i data je u prvoj koloni a u drugoj koloni data je Čendlerova frekvencija  $\sigma$  računata iz diferencijala Čendlerove faze.

$A$ [ $\mu$ ]	$\sigma$ [ $rad\ god^{-1}$ ]
0.1441	0.9065
0.2266	0.7874
0.1898	0.8459
0.1282	1.0974
0.0603	1.0952
0.1120	0.9830
0.1108	0.9358
0.1752	0.8263
0.2839	0.8669
0.2352	0.8319
0.1639	0.8232

Na osnovu naših rezultata ovde izloženih, koji potvrđuju Vondrakove (Vondrak, 1985, 1988) zaključke, smatramo da smo proverili polaznu hipotezu o nelinearnoj zavisnosti Čendlerove frekvence od totalne amplitude polarnog kretanja.

Izvršili smo spektralnu analizu ILS podataka polarnog kretanja, metodom brze Furijeove transformacije (FFT), na dva podintervala i to: 1900-1920 i 1940-1980 izostavljajući interval 1920-1940 u kojem je došlo do rapidne promene Čendlerove faze. Rezultati su predstavljeni na slikama P5, P6 za  $x$ ,  $y$  koordinatu redom za prvi podinterval (1900-1920) i slikama P7, P8 za drugi podinterval (1940-1980) u prilogu. Na slikama P9 i P10 (u prilogu) za  $x$  i  $y$  koordinatu predstavljen je spektar dobijen metodom FFT na celokupnom intervalu ILS podataka (1900-1980) što predstavlja naše ranije dobijene rezultate u magistarskom radu (Pejović, 1984). Iz upoređenja ovih slika vidimo da se na oba podintervala dobija jedinstven Čendlerov pik a da se na celokupnom intervalu (sl. P9, P10) dobija rascepljen. Odavde sledi da je ras-

*Slika 1.2.* Nelinearna zavisnost izmađu amplitude polarnog kretanja i Čendlerove frekvence  $\sigma$



cepljenost posledica uzimanja u obzir, pri spektralnoj analizi, i intervala (1920-1940) sa rapidnom promenom faze, jer promena faze dovodi do promene frekvence. Otuda sledi zaključak da se ne radi o dve, već o jednoj frekventno modulisanjoj Čendlerovoj nutaciji.

## 2. DINAMIKA ZEMLJINE ROTACIJE

### 2.1 ROTACIJA ZEMLJE

Daćemo kratak pregled osnovnih dinamičkih jednačina koje se mogu naći na pr. kod Munk i MacDonald (1960), Lambeck (1980), Barnes i dr. (1983).

Posmatrajmo koordinatni sistem, za telo fiksiranih, osa  $x_i (i = 1, 2, 3)$ , koji rotira ugaonom brzinom  $\omega_i$  u odnosu na nepokretni sistem u prostoru  $X_i$  i u nekom trenutku se poklapa s njim. Ojlerove dinamičke jednačine koje opisuju ovo kretanje su:

$$\frac{dH_i}{dt} + \epsilon_{ijk}\omega_j H_k = L_i. \quad (1)$$

gde su  $L_i$  - komponente momenta spoljnih sila,

$H_i$  - komponente momenta količine kretanja,

$\frac{d}{dt}$  - vremenski izvod u okviru rotacije, a

$\epsilon_{ijk}$  - tenzor, određen na sledeći način:

$$\epsilon_{ijk} = \begin{cases} 0, & \text{ako su ma koja dva indeksa jednaka;} \\ +1, & \text{ako je } ijk \text{ parna permutacija indeksa } 1,2,3; \\ -1, & \text{ako je } ijk \text{ neparna permutacija indeksa } 1,2,3. \end{cases}$$

Koristi se sumaciona konvencija za ponovljene indekse.

Dobro je podeliti moment količine kretanja na dva dela:

$$H_i(t) = I_{ij}(t)\omega_j(t) + h_i(t), \quad (2)$$

gde je

$$I_{ij} = \int_v \rho(x_k x_k \delta_{ij} - x_i x_j) dv, \quad (3)$$

- promenljivi tenzor inercije definisan zapreminskim integralom,  $\rho$  - gustina a  $\delta_{ij}$  - Kronekerov simbol ( $\delta_{ij} = 1$  za  $i = j$  i  $\delta_{ij} = 0$  za  $i \neq j$ ). Drugi deo jednačine (2) označava relativni moment količine kretanja:

$$h_i = \int_v \rho \epsilon_{ijk} x_j u_k dv, \quad (4)$$

uslovljen kretanjem  $u_i$  u odnosu na sistem  $x_i$ . Za apsolutno tvrdo telo, koje rotira ugaonom brzinom  $\omega_i$ , brzina bilo koje čestice u prostoru je  $\frac{dX_i}{dt} = \epsilon_{ijk} \omega_j X_k$ . Za deformabilno telo možemo iz  $\omega_i$  izdvojiti veličinu  $\bar{\omega}_i$  za koju je minimalan izraz

$$\int_v \rho \left( \frac{dX_i}{dt} - \epsilon_{ijk} \omega_j X_k \right)^2 dv. \quad (5)$$

Za ose  $\bar{\omega}_i$  možemo pokazati, da za  $h_i = 0$ ,  $\bar{\omega}_i$  postaje ugaona brzina srednje ose. Ove ose su nazvane Tiseranovim (Tisserand) srednjim osama.

Stavljajući jednačinu (2) u jednačinu (1) dolazimo do jednačine (6):

$$\frac{d}{dt} (I_{ij} \omega_j + h_i) + \epsilon_{ijk} \omega_j (I_{kl} \omega_l + h_k) = L_i. \quad (6)$$

Ovu jednačinu je prvi izveo Liuvil (Liouville, 1858) i po njemu je nazvana jednačinom Liuvila. Sva sledeća razmatranja različitih neregularnosti Zemljine rotacije vezana su za rešavanje jednačine (6).

Ako mi dalje orijentišemo koordinatni sistem  $x_i$  u pravcu glavnih osa inercije Zemlje, možemo izraziti tenzor inercije sa:

$$I_{ij}(t) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix} + \Delta I_{ij}(t). \quad (7)$$

Na sličan način, pošto rotacija Zemlje odstupa samo malo od rotacije oko polarne ose figure, pišemo vektor ugaone brzine kao:

$$(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = (m_1, m_2, 1 + m_3) \Omega, \quad (8)$$

gde je

$\Omega$  rotaciona brzina Zemlje, a

$$m_1 = \frac{\omega_1}{\Omega},$$

$$m_2 = \frac{\omega_2}{\Omega},$$

$$m_3 = \frac{\omega_3}{\Omega} - 1$$

su male veličine. U jednačini (7)  $C$  i  $A$  su, redom, polarni i ekvatorski glavni momenti inercije nedeformisane Zemlje. Elementi  $\Delta I_{ij}(t)$  predstavljaju odstupanja elastične forme Zemlje od krutog modela, vrlo su mali u poređenju sa glavnim momentima inercije  $A$  i  $C$ . U  $\Delta I_{ij}$  su sadržane promene usled prisustva atmosfere, fluidnog jezgra, rotacione deformacije omotača, površinske teretne deformacije, prisustvo okeana. Za Zemlju i atmosferu je:

$$|\Delta I_{ij}| \ll C, |h_i| \ll \Omega C, |m_i| = o(10^{-7}), |\dot{m}_i| \ll \Omega$$

Smenjujući jednačinu (7) u jednačinu (6) i zanemarujući kvadrate i proizvode malih veličina dobijamo jednačine Liuvila u linearnoj formi:

$$A\dot{\omega}_1 + (C - A)\Omega\omega_2 + \Delta\dot{I}_{13}\Omega - \Delta I_{23}\Omega^2 + \dot{h}_1 - \Omega h_2 = L_1$$

$$A\dot{\omega}_2 + (A - C)\Omega\omega_1 + \Delta\dot{I}_{23}\Omega + \Delta I_{13}\Omega^2 + \dot{h}_2 + \Omega h_1 = L_2. \quad (9)$$

$$C\dot{\omega}_3 + \Delta\dot{I}_{23}\Omega + \dot{h}_3 = L_3$$

Ove jednačine mogu biti napisane u jednostavnoj formi koju koristi na pr. Munk i MacDonald (1960), Lambeck (1980), Barnes i dr. (1983):

$$m_1 - \frac{\dot{m}_2 A}{\Omega(C - A)} = \Psi_1$$

$$m_2 + \frac{\dot{m}_1 A}{\Omega(C - A)} = \Psi_2 \quad (10)$$

$$\dot{m}_3 = \dot{\Psi}_3$$

gde je  $\sigma_r = \frac{C-A}{A}\Omega$  Ojlerova frekvenca tj. frekvenca slobodne nutacije krutog tela. Za Zemlju je  $\frac{C-A}{A} \approx 300$ , a odgovarajuća perioda slobodne

nutacije je oko 10 meseci. Posmatrana Čendlerova frekvenca  $\sigma$  odgovara periodi od oko 14 meseci (videti na pr. Čandler, 1891a, 1891b). Razmi-moilaženje između teorije i posmatranja koje se ispoljilo u tim dvema peri-odama našlo je ubrzo svoje tumačenje od Njukomba (Newcomb, 1891). Ra-zlika teorijske i posmatrane periode slobodne nutacije je posledica odstu-panja elastičnog oblika Zemlje od čvrstog modela.

U jednačinama (10)  $\Psi_i$  su poznate kao ekscitacione funkcije i glase:

$$\begin{aligned}\Psi_1 &= \frac{\Omega^2 \Delta I_{13} + \Omega \Delta \dot{I}_{23} + \Omega h_1 + \dot{h}_2 - L_2}{\Omega^2 (C - A)} \\ \Psi_2 &= \frac{\Omega^2 \Delta I_{23} - \Omega \Delta \dot{I}_{13} + \Omega h_2 - \dot{h}_1 + L_1}{\Omega^2 (C - A)}, \\ \Psi_3 &= \frac{-\Omega^2 \Delta I_{33} - \Omega h_3 + \Omega \int_0^t L_3 d\tau}{\Omega^2 C}\end{aligned}\tag{11}$$

gde  $\frac{d}{dt}$  u jednačini (6) zamenjeno sa  $(\dot{\phantom{x}})$ .

Prve dve jednačine u sistemu jednačina (11) možemo da napišemo u kon-vencionalnoj kompleksnoj notaciji (sa  $i = \sqrt{-1}$ ) kao:

$$\Psi = \Psi_1 + i\Psi_2 = \frac{\Omega^2 \Delta \mathbf{I} - i\Omega \Delta \dot{\mathbf{I}} + \Omega \mathbf{h} - i\dot{\mathbf{h}} + i\mathbf{L}}{\Omega^2 (C - A)}$$

koristeći:

$$\Delta \mathbf{I} \equiv \Delta I_{13} + i\Delta I_{23},$$

$$\mathbf{h} = h_1 + ih_2$$

$$\mathbf{L} = L_1 + iL_2.$$

Stavljajući  $\mathbf{m} = m_1 + im_2$  i  $\dot{\mathbf{m}} = \dot{m}_1 + i\dot{m}_2$  prve dve jednačine u sis-temu jednačina (10) mogu biti napisane u kompleksnoj notaciji kao:

$$\mathbf{m} + i\dot{\mathbf{m}} \frac{A}{\Omega(C - A)} = \Psi.\tag{12}$$

Poznato je da sistem jednačina (10) može da se reši ako delove ekscitacionih funkcija, sa desnih strana ovih jednačina, koji zavise od  $m_1, m_2$  i  $m_3$  razdvojimo od drugih delova i stavimo u leve strane jednačina (10).

## 2.2 FLUIDNO JEZGRO

Efekti homogenog fluida jezgra na rotaciju čvrstog omotača dati su na pr. kod Poincare (1910), Melchior (1978), Moritz (1980), Vondrak (1987):

$$A\dot{\omega}_1 + (C - A)\Omega\omega_2 + A_c\dot{V}_1 - A_c\Omega V_2 = L_1$$

$$B\dot{\omega}_2 + (A - C)\Omega\omega_1 + A_c\dot{V}_2 + A_c\Omega V_1 = L_1$$

$$C\dot{\omega}_3 + C_c\dot{V}_3 = L_3 \tag{13}$$

$$A_c(\dot{\omega}_1 + \dot{V}_1) - C_c\Omega V_2 = 0$$

$$A_c(\dot{\omega}_2 + \dot{V}_2) + C_c\Omega V_1 = 0$$

$$C_c(\dot{\omega}_3 + \dot{V}_3) = 0,$$

gde su  $A_c, C_c$  glavni momenti inercije jezgra i  $V_i$  komponente vektora rotacije jezgra u odnosu na omotač. Upoređujući jednačine (9), (11) i (13) uzećemo one delove ekscitacionih funkcija koji izražavaju uticaj jezgra:

$$\Delta\Psi_1^c = \frac{A_c\dot{V}_2 + A_c\Omega V_1}{\Omega^2(C - A)} \approx \frac{-A_c}{\Omega(C - A)}\dot{m}_2$$

$$\Delta\Psi_2^c = \frac{A_c\dot{V}_1 - B_c\Omega V_2}{\Omega^2(C-A)} \approx \frac{A_c}{\Omega(C-A)}\dot{m}_1 \quad (14)$$

$$\Delta\Psi_3^c = \frac{-C_c\dot{V}_3}{\Omega C} \approx \frac{C_c}{C}\dot{m}_3$$

Prve dve jednačine ovog sistema mogu biti napisane u kompleksnoj notaciji kao:

$$\Delta\Psi^c = i\dot{m} \frac{A_c}{\Omega(C-A)} \quad (15)$$

### 2.3 ROTACIONA DEFORMACIJA OMOTAČA

Promene tenzora inercije koje odgovaraju elastičnim rotacionim deformacijama (Vondrak, 1984, 1987) su:

$$\begin{aligned} \Delta I_{12} &= 0, \\ \Delta I_{13} &= \frac{k\Omega^2 R^5}{3G} m_1 \\ \Delta I_{23} &= \frac{k\Omega^2 R^5}{3G} m_2 \\ -2\Delta I_{11} = -2\Delta I_{22} = \Delta I_{33} &= \frac{4k\Omega^2 R^5}{9G} m_3, \end{aligned}$$

gde je  $k$  Lovov broj,  $R$  srednji poluprečnik Zemlje i  $G$  gravitaciona konstanta. Odavde imamo ekscitacione funkcije koje odgovaraju rotacionoj deformaciji:

$$\begin{aligned} \Delta\Psi_1^{rd} &= \frac{\Delta I_{13}\Omega + \Delta\dot{I}_{23}}{\Omega(C-A)} = \frac{k\Omega^2 R^5}{3G(C-A)} \left( m_1 + \frac{\dot{m}_2}{\Omega} \right) \\ \Delta\Psi_2^{rd} &= \frac{\Delta I_{23}\Omega - \Delta\dot{I}_{13}}{\Omega(C-A)} = \frac{k\Omega^2 R^5}{3G(C-A)} \left( m_2 - \frac{\dot{m}_1}{\Omega} \right) \end{aligned}$$

$$\Delta \dot{\Psi}_3^{rd} = \frac{-\Delta \dot{I}_{33}}{C} = \frac{-4k\Omega^2 R^5}{9GC} \dot{m}_3$$

i, ako dalje uvedemo za viskoznost faktor ograničenja  $Q$ , kao kod Lambecka (1980, str. 206):

$$\begin{pmatrix} \tilde{m}_1 \\ \tilde{m}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varepsilon & \sin \varepsilon \\ -\sin \varepsilon & \cos \varepsilon \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \end{pmatrix}$$

gde za male uglove imamo  $\cos \varepsilon \approx 1$ ,  $\sin \varepsilon \approx Q^{-1}$ , dobijamo sledeće izraze:

$$\tilde{m}_1 = m_1 + Q^{-1} m_2$$

$$\tilde{m}_2 = m_2 - Q^{-1} m_1$$

Ako ovo uvrstimo u prethodni sistem jednačina ekscitacionih funkcija, one će glasiti:

$$\begin{aligned} \Delta \Psi_1^{rd} &= \frac{k\Omega^2 R^5}{3G(C-A)} \left[ m_1 + Q^{-1} m_2 + \frac{\dot{m}_2 - Q^{-1} \dot{m}_1}{\Omega} \right] \\ \Delta \Psi_2^{rd} &= \frac{k\Omega^2 R^5}{3G(C-A)} \left[ m_2 - Q^{-1} m_1 - \frac{\dot{m}_1 + Q^{-1} \dot{m}_2}{\Omega} \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

$$\Delta \dot{\Psi}_3^{rd} = \frac{-4k\Omega^2 R^5}{9GC} \dot{m}_3$$

Prve dve jednačine ovog sistema mogu biti napisane u kompleksnoj notaciji, koja glasi:

$$\Delta \Psi^{rd} = \Delta \Psi_1^{rd} + i \Delta \Psi_2^{rd} = \frac{k\Omega^2 R^5}{3G(C-A)} \left( m - i \frac{\dot{m}}{\Omega} \right) (1 - iQ^{-1})$$

ili, uvodeći sekularni Lovov broj (Lambeck, 1980)

$$k_s = \frac{3G(C-A)}{r^5 \Omega^2}$$

prethodna jednačina postaje:

$$\Delta\Psi^{rd} = \frac{k}{k_s} \left(m - i\frac{\dot{m}}{\Omega}\right) (1 - iQ^{-1}). \quad (17)$$

## 2.4 DINAMIČKI OKEAN

Na osnovu Vondrakovih (Vondrak, 1988) i naših (Glava 1) rezultata o nelinearnoj zavisnosti Čendlerove frekvence od totalne amplitude polarnog kretanja i sugestije Kartera (Carter, 1981) da bi uzrok ove zavisnosti mogao biti neravnotežni okean, uvešćemo ekscitacionu funkciju dinamičkog okeana, u kompleksnoj notaciji, u ovom obliku:

$$\Delta\Psi^o = m\xi, \quad (18)$$

gde je  $\xi$  faktor koji zavisi od amplitude polarnog kretanja. Jednačinom (18) uvodimo novu okeansku funkciju, jer za statički okean imamo ekscitacione funkcije date kod Lambeka (Lambeck, 1980; str. 215):

$$\begin{cases} \Delta\Psi_1 \\ \Delta\Psi_2 \end{cases} = \frac{3}{10} \frac{\rho_w}{\rho} \frac{1}{k_s} (1 + k - k') \begin{cases} m_1 A_1 + m_2 A_2 \\ m_1 B_1 + m_2 B_2 \end{cases}$$

gde su  $\rho_w$  i  $\rho$  gustina okeana i Zemlje redom,  $k_s, k$  i  $k'$  su Lovovi brojevi. A  $m_1, m_2$  su koordinate pola duž nultog meridijana i  $90^\circ E$ ; konstante  $A_1, A_2, B_1, B_2$  zavise od nesimetričnog rasporeda okeana na Zemlji. Koristeći Lambekove formule na str.143 i razvoj okeanske funkcije na str. 53 (Lambeck, 1980), imamo:

$$A_1 = 1.724,$$

$$A_2 = B_1 = -0.025,$$

$$B_2 = 1.406$$

Na osnovu ovoga nalazimo za ravnotežni okean simetrično raspoređen na Zemlji da je, približno, faktor  $\xi = 0.064$ .

Potrebno je za dinamički okean da nađemo zavisnost faktora  $\xi$  od amplitude  $A$  polarnog kretanja.

Koristeći rezultate Vondraka (1988), koji je iz analize posmatranog polarnog kretanja, za dugi vremenski interval (1860 - 1985), našao eksponencijalnu zavisnost između Čendlerove frekvence  $\sigma$  i amplitude polarnog kre-

tanja  $A$  ( grafički predstavljene na slici 3; Vondrak, 1988), dovoljno je za faktor  $\xi$  da stavimo:

$$\xi = 0.064(1 - e^{-20A}), \quad (19)^*$$

što dopušta da ekscitaciona funkcija (18), za dinamički okean postaje:

$$\Delta\Psi^o = 0.064m(1 - e^{-20A}). \quad (19)$$

Ova ekscitacija (19) je vrlo blizu ekscitacije za statički okean:

$$\Delta\dot{\Psi}_3^o = 0.064m, \quad (20)$$

i razlikuju se samo za vrlo male amplitude a jednake su za amplitude veće od 0."2.

Za treću komponentu okeanske ekscitacije  $\Delta\Psi_3^o$ , uzetu od Jodera (Yoder i dr., 1981) imamo:

$$\Delta\dot{\Psi}_3^o = \frac{-4\Omega^2 R^5}{9GC} 0.040m_3. \quad (21)$$

## 2.5 REŠENJE JEDNAČINE LIUVILA U SLUČAJU PROMENLJIVE ČENDLEROVE FREKVENCE

Ako sada zamenimo sve izvedene ekscitacije (15), (17) i (18) u levu stranu jednačine Liuvila (12) dobijamo:

$$\begin{aligned} m + i\dot{m} \frac{A}{\Omega(C-A)} - (\Delta\Psi^c + \Delta\Psi^{rd} + \Delta\Psi^o) &= \\ &= \Psi - (\Delta\Psi^c + \Delta\Psi^{rd} + \Delta\Psi^o) \end{aligned}$$

Označimo desnu stranu ove jednačine sa  $\Psi'$ , tj.

$$\Psi' = \Psi - (\Delta\Psi^c + \Delta\Psi^{rd} + \Delta\Psi^o), \quad (22)$$

i pretpostavimo, za trenutak, da je  $\Psi'$  (ekscitacija koja ne zavisi od  $m$  i  $\dot{m}$ ) jednaka nuli, imaćemo jednačinu:

$$m[1 - \xi - \frac{k}{k_s}(1 - iQ^{-1})] + i\dot{m}[\frac{A_m}{\Omega(C-A)} + \frac{k}{k_s\Omega}(1 - iQ^{-1})] = 0, \quad (23)$$

gde je  $A_m$  ekvatorski moment inercije omotača, tj.  $A_m = A - A_c$ .

Potražimo rešenje jednačine (23) u obliku:

$$m = m_0 e^{(\alpha + i\sigma)t}, \quad (24)$$

što predstavlja prigušeno kružno kretanje u pozitivnom smeru, jer je

$$\dot{m} = m_0(\alpha + i\sigma)e^{(\alpha + i\sigma)t}. \quad (25)$$

Smenom izraza (24) i (25) u jednačinu (23) imamo:

$$1 - \xi - \frac{k}{k_s}(1 - iQ^{-1}) + (i\alpha - \sigma)[\frac{A_m}{\Omega(C-A)} + \frac{k}{k_s\Omega}(1 - iQ^{-1})] = 0$$

Ova jednačina mora posedovati:

realni deo:

$$1 - \xi - \frac{k}{k_s} - \frac{\sigma}{\Omega} \left( \frac{A_m}{C-A} + \frac{k}{k_s} \right) + \frac{\alpha Q^{-1} k}{\Omega k_s} = 0$$

imaginarni deo:

$$\frac{k}{k_s} \Omega^{-1} + \frac{\alpha}{\Omega} \left( \frac{A_m}{C-A} + \frac{k}{k_s} \right) + \frac{\sigma k}{\Omega k_s} Q^{-1} = 0$$

Iz ovih dveju jednačina imamo rešenje za  $\sigma$  i  $\alpha$ :

$$\begin{aligned} \sigma &\approx \Omega \frac{1 - \xi - \frac{k}{k_s}}{\frac{A_m}{C-A} + \frac{k}{k_s}} \\ \alpha &\approx - \frac{k}{k_s} \frac{\Omega Q^{-1}}{\frac{A_m}{C-A} + \frac{k}{k_s}}, \end{aligned} \quad (26)$$

gde je  $\frac{k}{k_s} Q^{-1}$  vrlo malo u poređenju sa  $\frac{A_m}{C-A}$ .

Koristeći sledeće numeričke vrednosti (Vondrak, 1984):

$$\frac{k}{k_s} = 0.3173$$

$$\frac{A_m}{C-A} = 269.66$$

$$\Omega = 6.3004 \text{ rad dan}^{-1}$$

dobijamo

$$\sigma = 0.01593 - 0.0233\xi \text{ rad dan}^{-1}, \quad (27)$$

$$\alpha = -0.0074Q^{-1} \text{ dan}^{-1}$$

gde faktor  $\xi$  opisuje zavisnost  $\sigma$  od amplitude  $A$ . Ako u prvu jednačinu (27) uvrstimo izraz za  $\xi$  iz jednačine (19\*), dobijamo da je Čendlerova frekvenca jednaka:

$$\sigma = 0.01444 + 0.00149e^{-20A}, \quad (28)$$

što predstavlja odličnu aproksimaciju grafa na slici 3 (Vondrak, 1988).

Ako sada nulu na desnoj strani jednačine (23) zamenimo ekscitacijom  $\Psi'$  (koja ne zavisi od  $m$  i  $\dot{m}$ ) imamo :

$$m + i \frac{\dot{m}}{\sigma - i\alpha} = \frac{\Psi'}{1 - \xi - \frac{k}{k_*}(1 - iQ^{-1})}, \quad (29)$$

gde  $\sigma$  nije konstanta. Rešenje ove diferencijalne jednačine biće:

$$m = e^{\int_0^t (\alpha + i\sigma) d\tau} \left[ m_0 - \frac{(\alpha + i\sigma)}{1 - \xi - \frac{k}{k_*}(1 - iQ^{-1})} \int_0^t \Psi' e^{-\int_0^t (\alpha + i\sigma) d\tau} d\tau \right]$$

ili

$$m = e^{\int_0^t (\alpha + i\sigma) d\tau} \left[ m_0 - \frac{i\Omega}{\frac{A_m}{C-A} + \frac{k}{k_*}} \int_0^t \Psi' e^{-\int_0^t (\alpha + i\sigma) d\tau} d\tau \right]. \quad (30)$$

Ovo rešenje je formalno identično sa sličnim rešenjem u kojem je Čendlerova frekvencija  $\sigma$  konstanta, s tim što u eksponentu imamo integral vremenski promenljive Čendlerove frekvence.

Čendlerova frekvencija  $\sigma$ , jednačina (28), ima prvi deo ( $\sigma_0 = 0.01444$ ) što odgovara Čendlerovoj periodi od 435 dana (Okubo, 1982) i drugi deo ( $= 0.00149e^{-20A}$ ) zavistan od totalne amplitude polarnog kretanja  $A$ .

Za početni trenutak  $t = 0$  je  $m(0) = m_0$ .

Što se tiče treće jednačine Liuvila iz sistema jednačina (10), njeno rešenje nalazimo ako sve izvedene ekscitacije date jednačinama (14), (16) i (21) zamenimo u jednačinu (10), imamo:

$$\dot{m}_3 \left[ \frac{C_m}{C} + \frac{4\Omega^2 R^5}{9GC} (k + 0.040) \right] = \dot{\Psi}_3', \quad (31)$$

gde je  $C_m$  moment inercije omotača, tj.  $C_m = C - C_c$ , a

$\Psi_3'$  označava ekscitacionu funkciju bez delova koji zavise od  $m_3$ , tj.

$$\Psi_3' = \Psi_3 - (\Delta\Psi_3^c + \Delta\Psi_3^{rd} + \Delta\Psi_3^o)$$

Numeričke vrednosti baziraju na vrednostima korišćenim kod Vondraka (Vondrak, 1984) :

$$C_m = 7.0410^{37} \text{ kg m}^2, \quad C = 8.03610^{37} \text{ kg m}^2$$

$$G = 6.67210^{-11} \text{ kg}^{-1} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}, \quad R = 6378 \text{ km}$$

$$\Omega = 6.3004 \text{ rad dan}^{-1}$$

Odaberimo onu vrednost Lovovog broja  $k$  za koju će posmatrani Čendlerov period biti 435 dana (tj.  $k = 0.2977$ ) pa jednačina (31) postaje:

$$\dot{m}_3 = 1.126 \dot{\Psi}_3'. \quad (32)$$

Rešenje ove diferencijalne jednačine je :

$$-m_3 = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = -1.126 \Psi_3' + \text{const.}, \quad (33)$$

gde je

$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$  relativna promena trajanja dana u odnosu na srednju vrednost  $\lambda_0 = 86400s$ . Iz izloženog bi značilo da jednačine (30) i (33) su dobre za ekscitacije koje ne opterećuju Zemlju; ako one to čine, ekscitacione funkcije

$$\Psi' = \Psi_1' + i\Psi_2' + \Psi_3'$$

treba množiti sa faktorom  $1 + k' = 0.70$ , gde je  $k'$  teretni Lovov broj (Barnes i dr., 1983). U slučaju izostavljanja ekscitacije

$$(\Psi_3 = 0)$$

i izostavljanja prigušenja

$$(Q^{-1})$$

jednačina (30) izražava Čendlerovo slobodno kretanje, koje je u ovom slučaju kružno u pozitivnom smeru.

## 2.6 REŠENJE JEDNAČINE LIUVILA U SLUČAJU KONSTANTNE ČENDLEROVE FREKVENCE

Rešenje jednačine Liuvila (12) za visko-elastičnu Zemlju sa statičkim okeanom možemo dobiti, na sličan način na koji smo dobili rešenje (30) za visko-elastičnu Zemlju sa dinamičkim okeanom, unoseći odgovarajuće razlike. Okeanska funkcija za statički okean, data jednačinom (20) je:

$$\Delta \Psi_0 = 0.064m$$

jer je faktor  $\xi = 0.064 = \text{const.}$

Izraz (26) za  $\sigma$  je sada:

$$\sigma_0 = \Omega \frac{1 - 0.064 - \frac{k}{k_s}}{\frac{A_m}{C-A} + \frac{k}{k_s}}$$

i za brojnu vrednost dobijamo:

$$\sigma_0 = 0.01444 \text{ rad dan}^{-1}$$

Ako ovo uvrstimo u jednačinu (29) za njeno rešenje imamo:

$$m = e^{(\alpha+i\sigma_0)t} \left[ m_0 - \frac{i\Omega}{\frac{A_m}{C-A} + \frac{k}{k_s}} \int_0^t \Psi' e^{-(\alpha+i\sigma_0)\tau} d\tau \right]. \quad (34)$$

Ovim smo dobili rešenje jednačine Liuvila za model Zemlje sa statičkim okeanom.

### 3. GLOBALNA ATMOSFERSKA CIRKULACIJA

#### 3.1 FUNKCIJE UGAONOG MOMENTA ATNOSFERE (EAMF)

Umesto ekscitacionih funkcija Barnes i dr. (1983) unose efektivne funkcije ugaonog momenta atmosfere (effective angular momentum functions - EAMF), sada rutinski računane na nekoliko meteoroloških centara. EAMF ne zavise od vremenskih izvoda  $\Delta I_{ij}$  i  $h_i$  i na taj način mogu biti lako računane iz raspoloživih meteoroloških podataka pritiska i vetra. Da bi ovo bilo moguće koristiti u našoj prezentiranoj teoriji, potrebno je da izrazimo ekscitacione funkcije (jednačine 22)  $\Psi_i'$  Liuvilovih jednačina u članovima EAMF. Izrazi za EAMF označeni sa  $\chi_i$  (Barnes i dr., 1983) zamenjuju vrednosti  $\Delta I_{ij}$  i  $h_i$ ; njihove relacije su:

$$\begin{aligned}\chi_1 &= \frac{(1+k_2)\Omega\Delta\check{I}_{13} + \check{h}_1}{\Omega(C_m - A_m)(1 - \frac{k}{k_s})} \\ \chi_2 &= \frac{(1+k_2)\Omega\Delta\check{I}_{23} + \check{h}_2}{\Omega(C_m - A_m)(1 - \frac{k}{k_s})} \quad (*) \\ \chi_3 &= \frac{(1+k_2)\Omega\Delta\check{I}_3 + \check{h}_3}{\Omega C_m}\end{aligned}$$

gde su  $A_m, C_m$  glavni momenti inercije samo omotača,  $k \approx 0.30, k' \approx -0.30$  i  $k_s = 0.94$  su elastični, teretni i sekularni Lovovi brojevi, redom. Jednačine (\*) su bazirane na sledećim pretpostavkama:

- i) Zemlja je rotaciono simetrično i idealno elastično telo,
- ii) Fluid jezgra je potpuno odvojen od omotača, i na taj način ne može da prati promene u kretanju omotača,
- iii) Zemljina površ je opterećena sa  $\Delta I_{ij}$  (promenama u tenzoru inercije), dok  $h_i$  (relativni ugaoni moment) nema teretni efekat.

Funkcije EAMF (Barnes i dr., 1983) u kompleksnoj notaciji glase:

$$\chi = \chi_1 + i\chi_2 = \frac{1.00R^4}{g(C_m - A_m)} \int_s p_s e^{i\lambda} \sin \phi \cos^2 \phi d\lambda d\phi - \frac{1.43R^3}{g\Omega(C_m - A_m)} \int_v (u \sin \phi + iv) e^{i\lambda} \cos \phi d\lambda d\phi dp, \quad (35)$$

$$\chi_3 = \frac{0.70R^4}{gC_m} \int_s p_s \cos^3 \phi d\lambda d\phi + \frac{1.00R^3}{g\Omega C_m} \int_v u \cos^2 \phi d\lambda d\phi dp.$$

Integrali sa indeksom  $s$  su površinski integrali za površinu Zemlje, integrali sa indeksom  $v$  su zapreminski integrali atmosfere,  $\phi, \lambda$  i  $p_s$  označavaju geografsku latitudu, longitudu i vazdušni pritisak na Zemljinoj površi, redom;  $u$  i  $v$  su komponente vetra ( $u$  - istočna komponenta,  $v$  - severna komponenta). Prvi član jednačina (35) je , često, predstavljen kao član pritiska dok drugi kao član vetra; oni izražavaju uticaj preraspodele vazdušne mase i njen relativni ugaoni moment, redom. Neki meteorološki centri računaju član pritiska sa korekcijom invertnog barometra; tj. površina okeana je predstavljena lokalnom depresijom sa lokalnim porastom atmosferskog pritiska i obrnuto, a sledstveno tome, totalni atmosferski i okeanski efekat je predstavljen konstantnim preko čitave površi svakog okeana.

### 3.2 VEZA EKSCITACIONIH FUNKCIJA U LIUVILOVIM JEDNAČINAMA SA EAMF

Zbog razlika našeg novog modela Zemlje od Barnesovog (1983) modela, potrebno je da ekscitacione funkcije  $\Psi_i'$  date jednačinom (22) izrazimo preko Barnesovih funkcija ugaonog momenta atmosfere ( $\chi_1, \chi_2, \chi_3$ ).

Izraze (35) možemo napisati u obliku (Vondrak, 1987):

$$\chi = \chi_1 + i\chi_2 = (\chi_1^p + i\chi_2^p) + (\chi_1^w + i\chi_2^w) = E_p \mathbf{I}^p + E_w \mathbf{I}^w \quad \leftarrow$$

$$\chi_3 = \chi_3^p + \chi_3^w = A_p I_3^p + A_w I_3^w, \quad (36)$$

gde je

$$P = \int_s p_s e^{i\lambda} \sin \phi \cos^2 \phi d\lambda d\phi$$

$$P^w = \int_v (u \sin \phi + iv) e^{i\lambda} \cos \phi d\lambda d\phi dp$$

$$I_3^p = \int_s p_s \cos^3 \phi d\lambda d\phi$$

$$I_3^w = \int_v u \cos^2 \phi d\lambda d\phi dp$$

i

$$E_p = \frac{-1.00R^4}{g(C_m - A_m)} = -7.15910^{-10} \text{ ms}^2 \text{ kg}^{-1}$$

$$E_w = \frac{-1.43R^3}{g\Omega(C_m - A_m)} = -2.20510^{-12} \text{ s}^2 \text{ kg}^{-1}$$

$$A_p = \frac{0.70R^4}{gC_m} = 1.66910^{-12} \text{ ms}^2 \text{ kg}^{-1}$$

$$A_w = \frac{R^3}{g\Omega C_m} = 5.13410^{-15} \text{ s}^3 \text{ kg}^{-1}$$

Numeričke konstante  $E$  i  $A$  su računane kod Barnesa (Barnes i dr., 1983) sa  $R = 6370 \text{ km}$  srednji Zemljin radijus,  $C_m = 7.0410^{37} \text{ kgm}^2$  polarni moment inercije Zemljinog omotača,  $\frac{C_m - A_m}{C_m} = 0.00333$  i  $g = 9.81 \text{ ms}^{-2}$  je srednje gravitaciono ubrzanje na Zemljinoj površi i  $\Omega = 7.2910^{-5} \text{ s}^{-1}$  srednja ugaona brzina Zemlje.

S druge strane, ekscitacione funkcije  $\Psi_i'$  definisane jednačinama (11) bolje je računati sa vrednostima:

$R + h_m = 6378 \text{ km}$  - Zemljin srednji radijus plus visina atmosfere, pogledati Johmana (Jochman, 1985)

$C = 8.3610^{37} \text{ kgm}^2$  - Zemljin polarni moment inercije

$$\frac{C-A}{C} = 0.003285$$

$g = 9.79 \text{ms}^{-2}$  - gravitaciono ubrzanje na visini iznad Zemljine površine

$$\Omega = 7.29210^{-5} \text{s}^{-1}$$

Zbog različitih brojnih vrednosti za numeričke konstante  $A$  i  $E$  kod Barnes-a i nas, kao i zbog množenja naših ekscitacionih funkcija (11), samo pritisak člana, sa  $1 + k_2 = 0.70$  za teretnu deformaciju Zemlje imamo relacije:

$$\Psi' = 0.628\left(\chi - i\frac{\dot{\chi}_0}{\Omega}\right)$$

$$\Psi_3' = -0.882\chi_3, \quad (37)$$

Ovim smo dobili naše ekscitacione funkcije izražene u funkcijama ugaonih momenata atmosfere (EAMF).

#### 4. MODELI ELASTIČNE ZEMLJE

Pre nego što ptedemo na koordinate pola  $(x, y)$  daćemo relativne promene trajanja dana  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$  u funkciji osnog ugaonog momenta atmosfere  $\chi_3$ . To možemo dobiti smenom druge jednačine (37) u jednačinu (33), imamo:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = 0.933 \chi_3 + const \quad (38)$$

Ili

$$-\frac{\Delta LOD}{LOD} = 0.933 \chi_3 + const \quad (38^*)$$

gde je  $LOD$  skraćenica za dužinu dana (length of day), a

$$\Delta LOD = LOD - LOD_0, \quad LOD_0 = 86400 \text{ sec}.$$

#### 4.1 NOVI MODEL ZEMLJE SA PROMENLJIVOM ČENDLEROVOM FREKVENCOM

Uvođenjem nove ekscitacione funkcije jednačinom (20) za dinamički okean, koja zavisi od amplitude polarnog kretanja, izvešćemo jednačine novog modela elastične Zemlje sa promenljivom Čendlerovom frekvencom.

Koordinate ekscitacionog pola  $(x, y)$  u funkciji ekvatorskih EAMF atmosfere dobijamo smenom prve jednačine (37) u jednačinu (30):

$$\mathbf{m} = e^{\int_0^t (\alpha + i\sigma) d\tau} \left[ \mathbf{m}_0 - \frac{i\Omega}{\frac{A_m}{C-\lambda} + \frac{k}{k_s}} 0.628 \int_0^t (\chi - i\frac{\dot{\chi}}{\Omega}) e^{-\int_0^t (\alpha + i\sigma) d\tau} d\tau \right] \quad (39)$$

Pošto je  $\sigma$  promenljivo, dato jednačinom (28), za integral u eksponentu jednačine (39) imamo:

$$\int_0^t [\alpha + i\sigma] d\tau = \int_0^t [\alpha + i(\sigma_0 + 0.00149e^{-20A(\tau)})] d\tau$$

odnosno

$$\int_0^t [\alpha + i\sigma] d\tau = \alpha t + i(\sigma_0 t + J)$$

gde je

$$J = 0.00149 \int_0^t e^{-20A(\tau)} d\tau \quad (40)$$

i

$$\sigma = \sigma_0 + 0.00149e^{-20A(t)}$$

ako zbog jednostavnosti pisanja stavimo

$$l = 0.628$$

i

$$L = \frac{A_m}{C - A} + \frac{k}{k_s}$$

jednačina (39) postaje:

$$\begin{aligned} \mathbf{m} = e^{\alpha t + i(\sigma_0 t + J)} \left\{ \mathbf{m}_0 - \frac{i\Omega l}{L} \left[ \int_0^t \chi e^{-[\alpha\tau + i(\sigma_0\tau + J)]} d\tau - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{i}{\Omega} \int_0^t \dot{\chi} e^{-[\alpha\tau + i(\sigma_0\tau + J)]} d\tau \right] \right\}. \end{aligned} \quad (41)$$

Parcijalnom integracijom drugog integrala jednačine (41) nalazimo da je:

$$\begin{aligned} \int_0^t \dot{\chi} e^{-[\alpha\tau + i(\sigma_0\tau + J)]} d\tau = (\alpha + i\sigma) \int_0^t \chi e^{-[\alpha\tau + i(\sigma_0\tau + J)]} d\tau + \\ + \chi(t) e^{-[\alpha t + i(\sigma_0 t + J)]} - \chi(0) \end{aligned}$$

Smenom ovog izraza u jednačinu (41) dobijamo:

$$\begin{aligned} \mathbf{m} &= e^{-[\alpha t + i(\sigma_0 \tau + J)]} [\mathbf{m}_0 - \\ & - \frac{l}{L} [\alpha + i(\Omega + \sigma)] \int_0^t \chi e^{-[\alpha \tau + i(\sigma_0 \tau + J)]} d\tau] - \\ & - \frac{l}{L} [\chi(t) - \chi(0) e^{\alpha t + i(\sigma_0 \tau + J)}] \end{aligned}$$

Ovaj izraz u razvijenom obliku glasi:

$$\begin{aligned} m_1 + im_2 &= e^{\alpha t} [\cos(\sigma_0 t + J) + i \sin(\sigma_0 t + J)] * \\ * \{ [m_1(0) + im_2(0)] - \frac{l}{L} [\alpha + i(\Omega + \sigma)] \int_0^t (\chi_1 + i\chi_2) e^{-\alpha \tau} [\cos(\sigma_0 \tau + J) - i \sin(\sigma_0 \tau + J)] d\tau \} \\ & - \frac{l}{L} \{ \chi_1(t) + i\chi_2(t) - [\chi_1(0) + i\chi_2(0)] e^{\alpha t} [\cos(\sigma_0 t + J) + i \sin(\sigma_0 t + J)] \} \end{aligned}$$

Odavde za koordinate ekscitacionog pola u normalno orijentisanom koordinatnom sistemu, u kojem je  $x$  osa usmerena dužnultog meridijana a  $y$  osa  $90^\circ E$ , dobijamo:

$$\begin{aligned} x = m_1(t) &= e^{\alpha t} \{ x_0 \cos(\sigma_0 t + J) - y_0 \sin(\sigma_0 t + J) + \\ & + \frac{l}{L} \Omega (1 + \frac{\sigma}{\Omega}) [(J_1 + J_4) \sin(\sigma_0 t + J) + (J_2 - J_3) \cos(\sigma_0 t + J)] \} \\ y = m_2(t) &= e^{\alpha t} \{ x_0 \sin(\sigma_0 t + J) + y_0 \cos(\sigma_0 t + J) - \\ & - \frac{l}{L} \Omega (1 + \frac{\sigma}{\Omega}) [(J_1 + J_4) \cos(\sigma_0 t + J) - (J_2 - J_3) \sin(\sigma_0 t + J)] \} \quad (42) \end{aligned}$$

Gde smo sa  $J_1$ ,  $J_2$ ,  $J_3$  i  $J_4$  označili:

$$J_1 = \int_0^t \chi_1 e^{-\alpha \tau} \cos(\sigma_0 \tau + J) d\tau + \frac{1}{\Omega} [\chi_2(t) e^{-\alpha t} \cos(\sigma_0 t + J) - \chi_2(0)]$$

$$J_2 = \int_0^t \chi_2 e^{-\alpha \tau} \cos(\sigma_0 \tau + J) d\tau - \frac{1}{\Omega} [\chi_1(t) e^{-\alpha t} \cos(\sigma_0 \tau + J) - \chi_1(0)]$$

$$J_3 = \int_0^t \chi_1 e^{-\alpha\tau} \sin(\sigma_0\tau + J) d\tau + \frac{1}{\Omega} \chi_2(t) e^{-\alpha t} \sin(\sigma_0 t + J)$$

$$J_4 = \int_0^t \chi_2 e^{-\alpha\tau} \sin(\sigma_0\tau + J) d\tau - \frac{1}{\Omega} \chi_1(t) e^{-\alpha t} \sin(\sigma_0 t + J) \quad (43)$$

Jednačine (42) nam predstavljaju koordinate ekscitacionog pola  $x$ ,  $y$  dobijene kao rezultat novog modela Zemlje sa dinamičkim okeanom. Stavljajući u jednačine (42) brojnu vrednost  $l$  i izraz za  $L$  imamo:

$$x = e^{\alpha t} \{x_0 \cos(\sigma_0 t + J) - y_0 \sin(\sigma_0 t + J) +$$

$$+ \frac{0.628}{\frac{A_m}{C-A} + \frac{k}{k_s}} \Omega \left(1 + \frac{\sigma}{\Omega}\right) [(J_1 + J_4) \sin(\sigma_0 t + J) + (J_2 - J_3) \cos(\sigma_0 t + J)]\}$$

$$y = e^{\alpha t} \{x_0 \sin(\sigma_0 t + J) + y_0 \cos(\sigma_0 t + J) -$$

$$- \frac{0.628}{\frac{A_m}{C-A} + \frac{k}{k_s}} \Omega \left(1 + \frac{\sigma}{\Omega}\right) [(J_1 + J_4) \cos(\sigma_0 t + J) - (J_2 - J_3) \sin(\sigma_0 t + J)]\} \quad (44)$$

Ovim smo dobili jednačine novog modela a upoređenje sa posmatranjima će slediti .

#### 4.2 VONDRAKOV MODEL ZEMLJE SA KONSTANTNOM ČENDLEROVOM FREKVENCOM

Vondrak (1987) je analitički dao realniji (od Barnesovog, 1983) model Zemlje: tro-osno telo, fluidno jezgro, visko-elastični omotači statički okean (Čendlerova frekvenca  $\sigma_0 = const.$  ), čije jednačine u našoj notaciji glase:

$$x = e^{\alpha t} \{x_0 \cos(\sigma_0 t) - (1.006y_0 - 0.001x_0) \sin(\sigma_0 t) +$$

$$\sigma_0 \left(1 + \frac{\sigma_0}{\Omega}\right) [(1.014\tilde{J}_2 - 1.019\tilde{J}_3 - 0.002\tilde{J}_4) \cos(\sigma_0 t) +$$

$$\begin{aligned}
& +(1.019\tilde{J}_1 + 0.002\tilde{J}_2 + 1.014\tilde{J}_4) \sin(\sigma_0 t)\}} \\
y = e^{\alpha t} \{ & y_0 \cos(\sigma_0 t) + (0.994x_0 - 0.001y_0) \sin(\sigma_0 t) - \\
& -\sigma_0(1 - \frac{\sigma_0}{\Omega})[(1.013\tilde{J}_1 + 0.002\tilde{J}_3 + 1.008\tilde{J}_4) \cos(\sigma_0 t) - \\
& - (0.002\tilde{J}_1 + 1.008\tilde{J}_2 - 1.013\tilde{J}_3) \sin(\sigma_0 t)]\} \quad (45)
\end{aligned}$$

gde je

$$\begin{aligned}
\tilde{J}_1(t) &= \int_0^t \chi_1 e^{-\alpha\tau} \cos(\sigma_0\tau) d\tau + \frac{1}{\Omega} [\chi_2(t) e^{-\alpha t} \cos(\sigma_0 t) - \chi_2(0)] \\
\tilde{J}_2 &= \int_0^t \chi_2 e^{-\alpha\tau} \cos(\sigma_0\tau) d\tau - \frac{1}{\Omega} [\chi_1(t) e^{-\alpha t} \cos(\sigma_0 t) - \chi_1(0)] \\
\tilde{J}_1(t) &= \int_0^t \chi_1 e^{-\alpha\tau} \sin(\sigma_0\tau) d\tau + \frac{1}{\Omega} \chi_2(t) e^{-\alpha t} \sin(\sigma_0 t) \\
\tilde{J}_4(t) &= \int_0^t \chi_2 e^{-\alpha\tau} \sin(\sigma_0\tau) d\tau - \frac{1}{\Omega} \chi_1(t) e^{-\alpha t} \sin(\sigma_0 t) \quad (46)
\end{aligned}$$

Vidimo da razlike numeričkih konstanata u jednačinama (45) su različite od jedinice ili nule samo za vrlo male iznose; zato možemo pojednostaviti relacije zanemarivanjem ovih razlika i dobiti Vondrakov model za dvo-osnu Zemlju:

$$\begin{aligned}
x &= e^{\alpha t} \{x_0 \cos(\sigma_0 t) - y_0 \sin(\sigma_0 t) + \\
& + \sigma_0(1 + \frac{\sigma_0}{\Omega})[(\tilde{J}_2 - \tilde{J}_3) \cos(\sigma_0 t) + (\tilde{J}_1 + \tilde{J}_4) \sin(\sigma_0 t)]\} \\
y &= e^{\alpha t} \{y_0 \cos(\sigma_0 t) + x_0 \sin(\sigma_0 t) - \\
& - \sigma_0(1 - \frac{\sigma_0}{\Omega})[(\tilde{J}_1 + \tilde{J}_4) \cos(\sigma_0 t) - (\tilde{J}_2 - \tilde{J}_3) \sin(\sigma_0 t)]\} \quad (47)
\end{aligned}$$

Do jednačina (47) mogli smo doći smenom prve jednačine (37) u jednačinu (34), iz koje imamo:

$$\mathbf{m} = e^{(\alpha+i\sigma_0)t} \left[ \mathbf{m}_0 - \frac{i\Omega}{\frac{\Lambda_m}{C-A} + \frac{k}{k_s}} 0.628 \int_0^t (\chi - i\frac{\dot{\chi}}{\Omega}) e^{(\alpha+i\sigma_0)\tau} d\tau \right]$$

a iz nje dobijamo koordinate pola  $\tilde{x}$ ,  $\tilde{y}$  :

$$\begin{aligned} \tilde{x} &= e^{\alpha t} \{ x_0 \cos(\sigma_0 t) - y_0 \sin(\sigma_0 t) + \\ &+ \frac{l}{L} \Omega (1 + \frac{\sigma_0}{\Omega}) [(\tilde{J}_1 + \tilde{J}_4) \sin(\sigma_0 t) + (\tilde{J}_2 - \tilde{J}_3) \cos(\sigma_0 t)] \} \\ \tilde{y} &= e^{\alpha t} \{ x_0 \sin(\sigma_0 t) + y_0 \cos(\sigma_0 t) - \\ &- \frac{l}{L} \Omega (1 + \frac{\sigma_0}{\Omega}) [(\tilde{J}_1 + \tilde{J}_4) \cos(\sigma_0 t) - (\tilde{J}_2 - \tilde{J}_3) \sin(\sigma_0 t)] \} \quad (47^*) \end{aligned}$$

koje su identične sa Vondrakovim jednačinama (47), jer su razlike numeričkih vrednosti izraza  $\sigma_0(1 + \frac{\sigma_0}{\Omega})$  kod Vondraka i izraza  $\frac{l}{L} \Omega (1 + \frac{\sigma_0}{\Omega})$  kod nas zanemarljive.

Jednačine (47) dobijamo kao specijalan slučaj jednačina (44) našeg novog modela sa promenljivom Čendlerovom frekvencom.

Vondrakov model je dat, da bi smo pri upoređenju integraljenog polarnog kretanja po novom modelu sa posmatranim polarnim kretanjem vršili i upoređenje dva modela Zemlje; jednog sa promenljivom Čendlerovom frekvencom a drugog sa konstantnom. Na osnovu dobijenih rezultata slediće zaključci.

## 5. KORIŠĆENI PODACI

### 5.1 ATMOSFERSKE FUNKCIJE

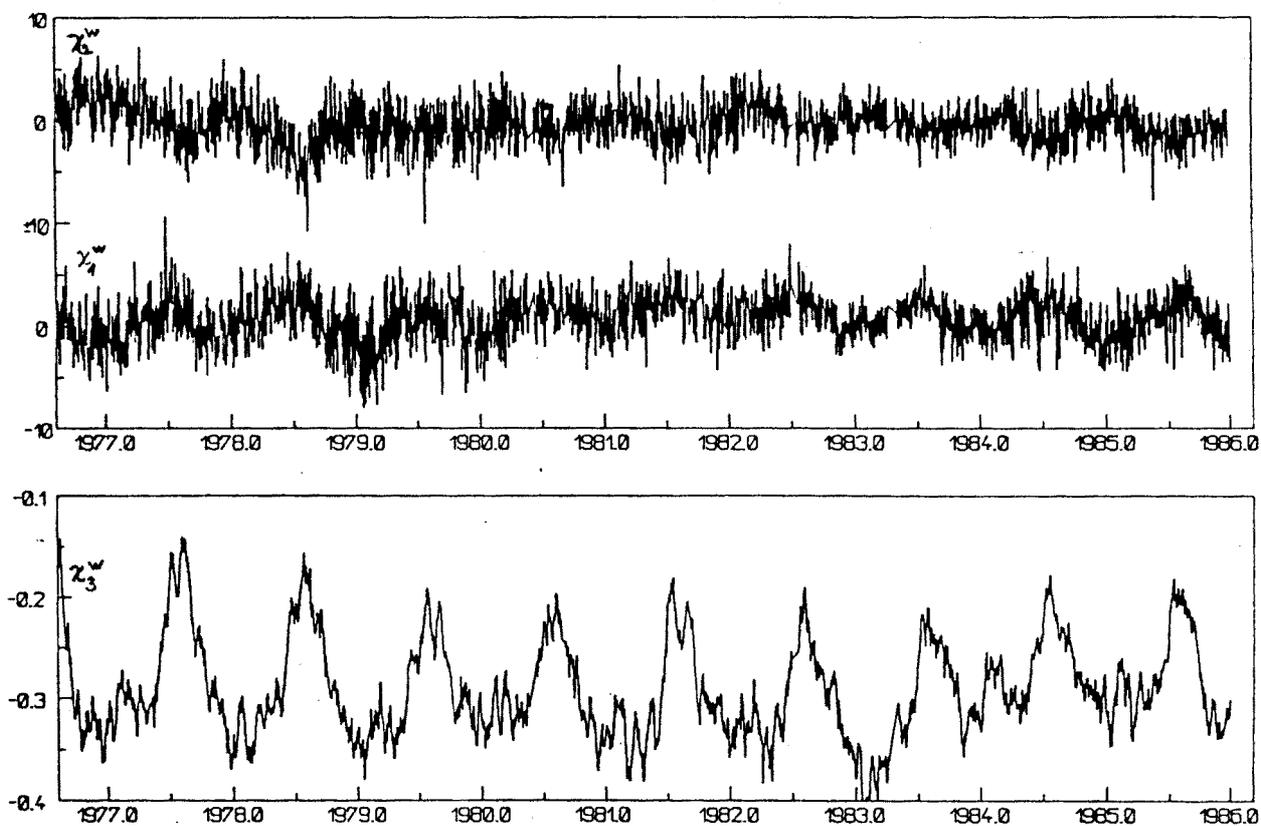
EAMF (effective angular momentum functions) su funkcije efektivnih ugaonih momenata atmosfere sada rutinski računane na nekoliko meteoroloških centara po algoritmu koji su dali Barnes, Hide, White i Wilson (1983), datim jednačinama (35) u našem radu. Koristili smo EAMF računane u Američkom nacionalnom meteorološkom centru (U.S. National Meteorological Center), privatno dobijenim od Dr J. Vondraka (Prag). Podatke EAMF za period 1976.5 - 1986.0 analizirali smo u pet sledećih kombinacija:

- a)  $\chi_i^p + \chi_i^w$
- b)  $\chi_i^{p'} + \chi_i^w$
- c)  $\chi_i^p$
- d)  $\chi_i^{p'}$
- e)  $\chi_i^w$

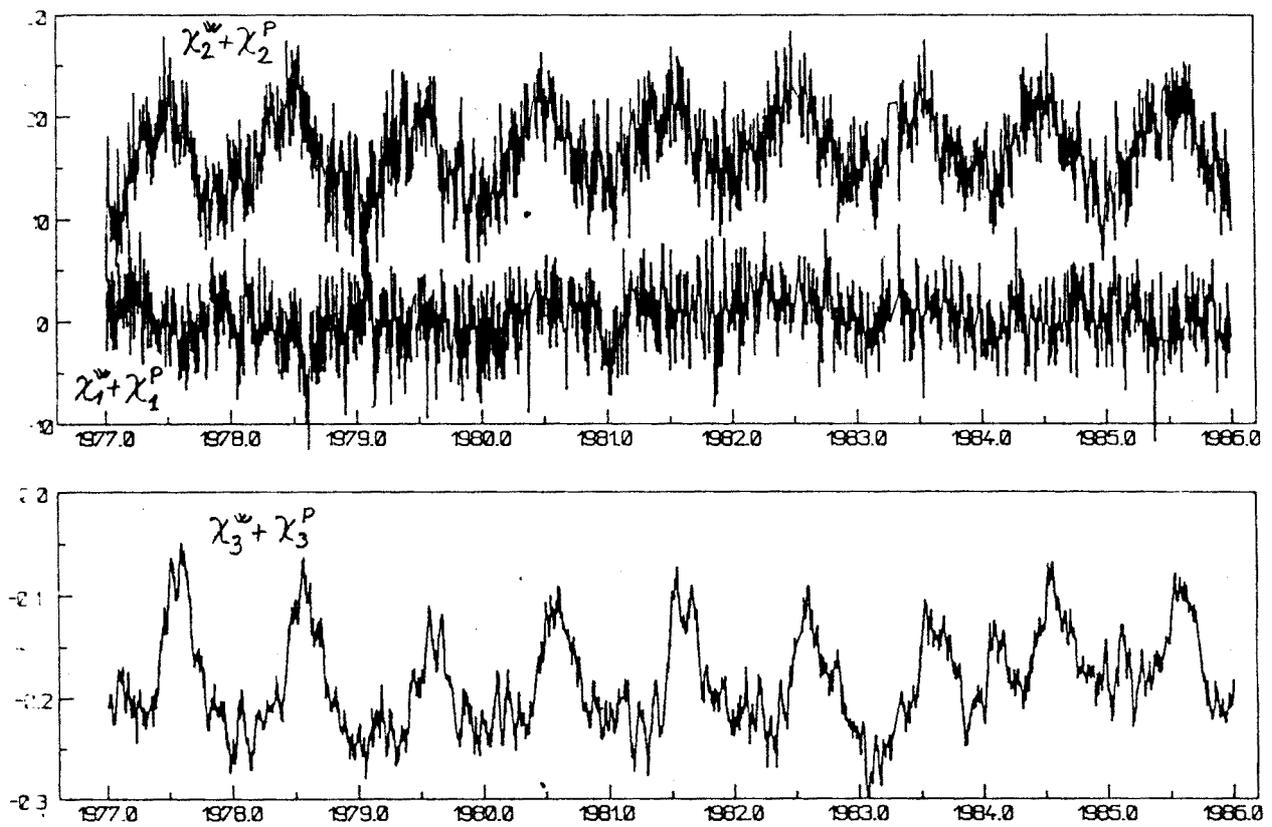
(48\*)

gde indeksi  $p$  i  $w$  označavaju članove pritiska i vetra, redom, a  $p'$  označava član pritiska računat sa hipotezom invertnog barometra. Podaci EAMF na intervalu 1976.5 - 1986.0 predstavljeni su na slikama 1 - 3; član vetra na slici 1 i njegov zbir sa članovima pritiska sa i bez korekcije invertnog barometra na slikama 3 i 2. Sa slika je jasno da su sva tri skupa podataka periodične funkcije vremena, sa izrazitim godišnjim članom. Obe ekvatorske komponente  $\chi_1$  i  $\chi_2$  su mnogo više šumne nego osna komponenta  $\chi_3$ . Član vetra dominira osnom komponentom dok članovi pritiska prevladaju u ekvatorskim komponentama. Član pritiska u  $\chi_2$  ima važan konstantni deo, koji očigledno odgovara nesimetričnoj raspodeli srednjeg pritiska između zapadne i istočne hemisfere. Korekcija invertnog barome-

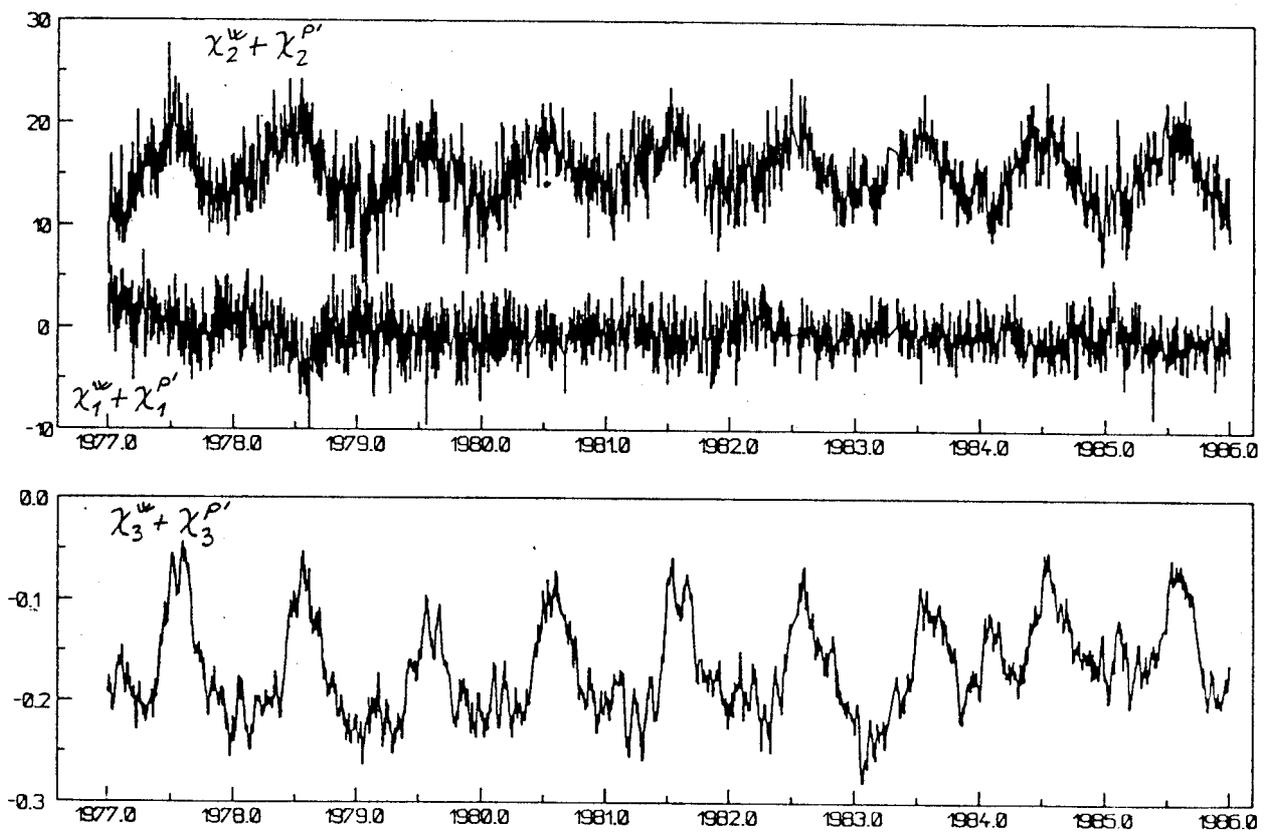
*Slika 1.* Članovi veta funkcija efektivnih ugaonih momenata atmosfere kako su računati u Nacionalnom meteorološkom centru (NMC). Predstavljene su samo ponoćni podaci.



Slika 2. Članovi vetra plus pritiska funkcija efektivnih ugaonih momenta atmosfere kako su računati u NMC.



Slika 3. Članovi vetra plus pritiska sa korekcijom invertnog barometra funkcija efektivnih ugaonih momenata atmosfere kako su računati u NMC.

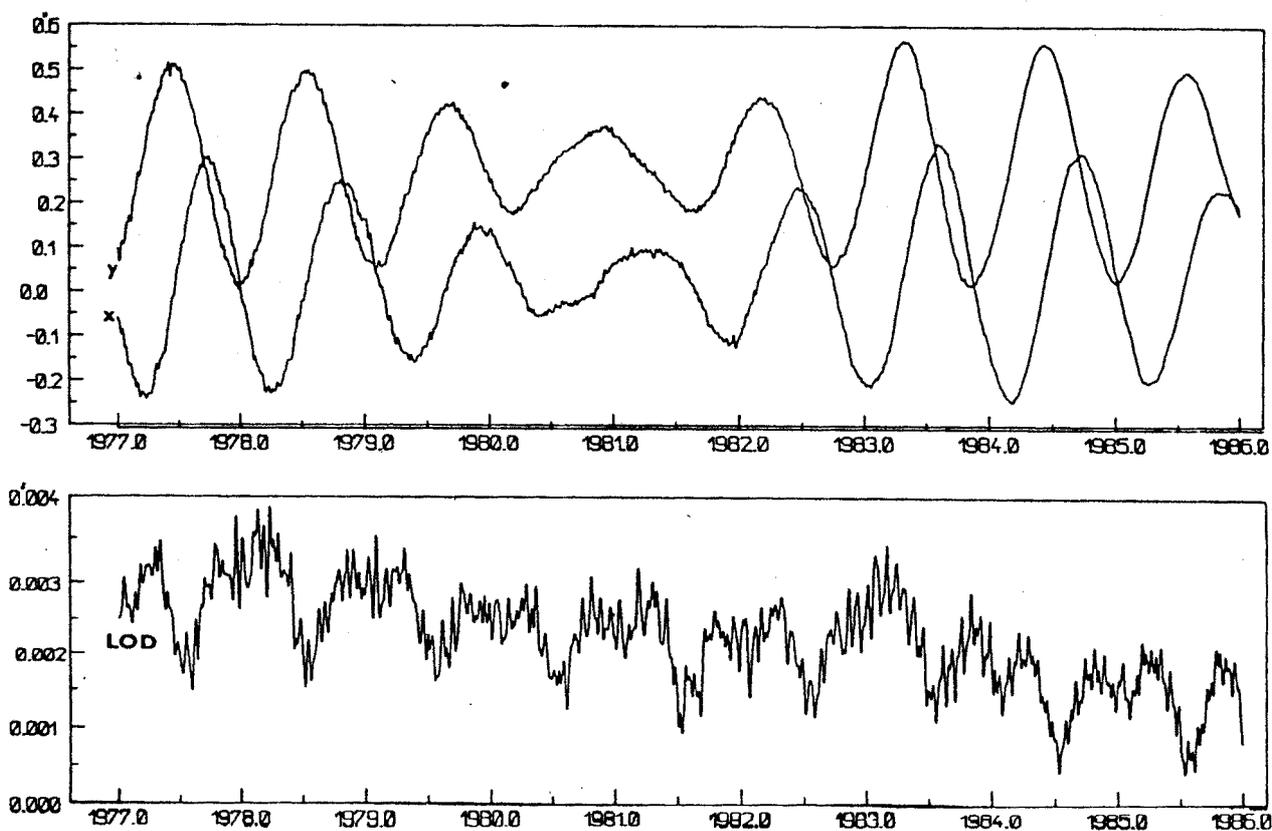


tra utiče na smanjenje fluktuacija u  $\chi_1$  i  $\chi_2$  dok je to doprinos samo malog konstantnog člana u  $\chi_3$ .

## 5.2 PARAMETRI ZEMLJINE ROTACIJE

Parametri Zemljine rotacije (PZR), tj. polarno kretanje i svetsko vreme su rutinski određeni iz različitih skupova posmatranja (optička astrometrija, Doplerska posmatranja, laserska posmatranja, dugo-bazična interferometrija). Međunarodni Biro za vreme (BIH) u Parizu sakuplja ove podatke, kombinuje ih i razašilje. U ovom radu korišćićemo BIH-ova kombinovana rešenja publikovana u BIH Annual Reports (od 1976 do 1986) što je isti vremenski interval kao i za EAMF podatke. Napomenimo da su kombinovana rešenja, u početku, većinom bazirala na optičkoj astrometriji a kasnije sve više i više na posmatranjima modernim tehnikama koje su preciznije naročito u kratko-periodičnom delu spektra (Vondrak, 1986). Podaci PZR su prikazani na slici 4; rastuća preciznost podataka u kratkim periodama je predstavljena sa očiglednom činjenicom da posmatrano polarno kretanje je sve izravnatije prema kraju posmatranog intervala. Promene trajanja dana (LOD) su računane iz BIH-ovih publikovanih vrednosti UT1-UTC; njihova složenija struktura je kombinovana od promena uzrokovanih plimama (Yoder et al. 1981) i atmosferskom ekscitacijom.

*Slika 4.* Polarno kretanje ( $x, y$ ) i odstupanja u trajanju dana od nominalnih 86 400 sekunada (LOD) određenih iz astronomskih posmatranja u BIH-u. Podaci LOD su bazirani na publikovanim vrednostima UT1-UTC.



## 6. UPOREDENJE TEORIJE I POSMATRANJA

### 6.1 UPOREDENJE SPEKTRA POLARNOG KRETANJA SA SPEKTRIMA EAMF

Razmotrimo jednačine (47\*) uvođenjem veličina za oba skupa podataka: polarno kretanje  $\mathbf{X} = x + iy$  i ekvatorske komponente EAMF  $\chi = \chi_1 + i\chi_2$ , imamo jednostavnije relacije u kompleksnoj notaciji:

$$\mathbf{X}(t) = e^{(\alpha+i\sigma_0)t} [\mathbf{X}(0) - i\sigma_0(1 + \frac{\sigma_0}{\Omega}) \int_0^t \chi(\tau) e^{-(\alpha+i\sigma_0)\tau} d\tau] - \frac{\sigma_0}{\Omega} [\chi(t) - \chi(0)e^{(\alpha+i\sigma_0)t}] \quad (48)$$

Naravno, ova jednačina može biti lako korišćena, zajedno sa numerički dobijenim vrednostima integrala na desnoj strani, za određivanje trenutne pozicije pola  $\mathbf{X}(t)$  za svaki vremenski trenutak  $t$ , s tim što je njegov početni položaj  $\mathbf{X}(0)$  poznat. Da bi smo našli najbolju kombinaciju EAMF podataka datih jednačinom (48\*) izvršićemo kompletnu analizu procesa u domenu frekvencija da bi smo uporedili i amplitude i faze dominantnih članova.

Pretpostavljajući da ekvatorske EAMF ( $\chi$ ) možemo predstaviti, kao zbir periodičnih članova, u obliku:

$$\chi(t) = \sum_j a_j e^{i(\omega_j t + \phi_j)} \quad (49)$$

gde su  $a_j$  realne amplitude i  $\omega_j$  ugaone brzine koje mogu biti pozitivne i negativne (podsetimo se da svako eliptično kretanje može biti izraženo kao zbir dva kružna kretanja sa različitim amplitudama i ugaonim brzinama koje se razlikuju samo u znaku).

Ako smenimo jednačinu (49) u jednačinu (48) i integralimo, dobićemo:

$$\mathbf{X}(t) = e^{(\alpha+i\sigma_0)t} [\mathbf{X}(0) - \sum_j a_j F_j e^{i(\phi_j + \Delta\phi_j)}] +$$

$$+\Sigma_j a_j F_j e^{i(\omega_j t + \phi_j + \Delta \phi_j)} \quad (50)$$

gde je

$$F_j^2 = \frac{\sigma_0^2 [\alpha^2 + (\Omega + \omega_j)^2]}{\Omega^2 [\alpha^2 + (\sigma_0 - \omega_j)^2]}$$

i

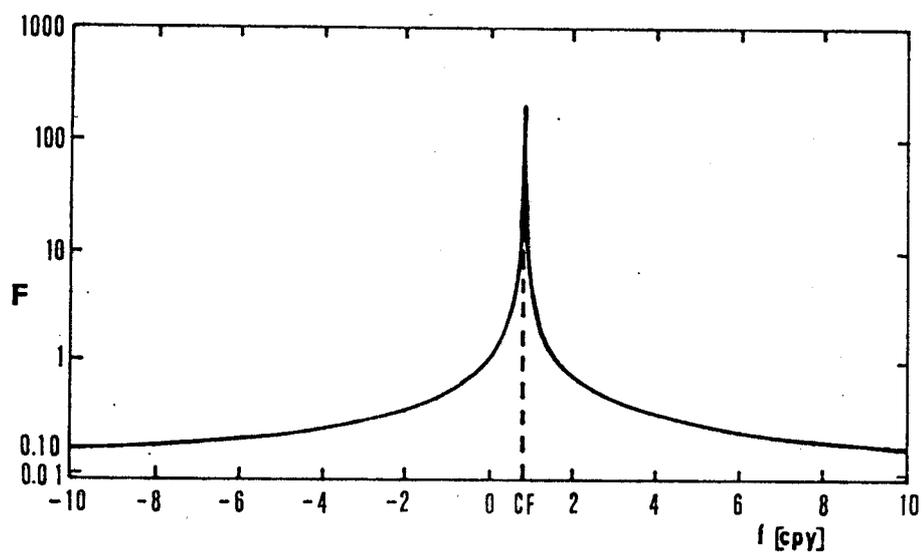
$$\tan \Delta \phi_j = \frac{\alpha(\Omega + \sigma_0)}{(\Omega + \omega_j)(\sigma_0 - \omega_j) - \alpha^2}$$

Prvi član jednačine (50) predstavlja prigušeno slobodno kretanje sa ugaonom brzinom  $\sigma_0$ , a drugi član predstavlja zbir prinudnih kretanja sa ugaonom brzinom  $\omega_j$ . Veličine  $F_j$  i  $\Delta \phi_j$ , obe realne funkcije ugaone brzine  $\omega_j$ , izražavaju odnos amplitude ekscitacionog pola i pola EAMF i promenu faze između ova dva, redom.

Prvo razmotrimo promenu faze  $\Delta \phi$ . Jasno je da su te promene velike blizu dve singularne tačke,  $\omega \approx -\Omega$  i  $\omega \approx \sigma_0$ , pošto je  $\alpha$  vrlo mali negativni faktor. Prva singularna tačka je malo značajna zato što, praktično, ima neatmosfersku ekscitaciju sa ugaonom brzinom blizu  $-\Omega$ ;  $\Delta \phi = 0$  za  $\omega$  u intervalu  $(-\Omega, \sigma)$  i  $\Delta \phi \approx \pi$  za  $\omega > \sigma$ . To znači da ekscitacioni pol je u fazi sa ekscitacijom čija je frekvencija niža od Čendlerove frekvence, a u suprotnoj fazi za više frekvence. Prenosna funkcija  $F$  (za  $Q = 100$ ) je nacrtana u logaritamskoj skali za  $f = \frac{\omega}{2\pi}$  na slici 5. Možemo videti sa slike da ekscitacije sa visokom frekvencom (i pozitivne i negativne) su znatno prigušene, dok ekscitacije blizu Čendlerove frekvence su povećane. Činjenica koja sledi iz posmatranja je ta da je polarno kretanje dobro izravnavano. Prenosna funkcija  $F$ , koja ide u beskonačnost za  $\omega = \sigma_0$  u slučaju apsolutno čvrste Zemlje ili je konačno određena, za elastičnu Zemlju, disipacijom u omotaču Zemlje ( $\alpha \approx 0$ ); za  $Q = 100$ ,  $F(\sigma_0) \approx 195$ .

Iz jednačine (50) sledi da amplitude spektra od  $\chi$  i  $\mathbf{X}$  su direktno neporedive; spektar od  $\chi$  morao bi se pomnožiti sa prenosnom funkcijom  $F$  i samo takav uporedivao sa spektrom u  $\mathbf{X}$ . Spektar  $S$  kompleksne funkcije  $\mathbf{X}$ , uziman na ekvidistantnim vremenskim intervalima  $\Delta t$ , dobijen je kao direktna Furijeova transformacija (FT):

*Slika 5.* Prenosna funkcija između funkcije efektivnog ugaonog momenta i polarnog kretanja za različite frekvence. CF je Čendlerova frekvenca, korišćen je kvalitativni faktor mantije  $Q = 100$ .



$$S(\omega) = \frac{1}{N} \sum_1^N \mathbf{X}(t_j) e^{-i\omega t_j}, \quad (51)$$

gde je  $t_j = (j - 1)\Delta t$ . Koristili smo algoritam Cooley-Tukey za brzu Furijeovu transformaciju (FFT) za spektar  $S(\omega)$  , jednačine (51). Korišćeni podaci su dopunjeni nulama do 2 na ceo broj . Nismo primenjivali spektralne proreze za sužavanje pikova . Pokušaj da primenimo Parzenov prorez na podatke polarnog kretanja dao je veliko smanjenje amplitude i Čendlerovog i godišnjeg člana u odnosu na podatke bez primene spektralnog proreza. Jasno je iz činjenice da primena proreza daje najveću težinu podacima u centru celokupnog intervala gde, specijalno u našem slučaju, amplituda polarnog kretanja je bila ekstremno mala.

Spektri  $S(\omega)$  su nacrtani na slikama 6 i 7, zajedno sa sa njihovim likom dobijenim pomoću prenosne funkcije  $F$ , već diskutovane. Spektri su dati u intervalu  $(-4, 4)$  ciklusa po godini , tj. predstavljen je interval sa najizrazitijim pikovima.

Slika 6 prikazuje spektar originalnog polarnog kretanja (na gornjem delu) sa dominantna dva pika, na Čendlerovoj i godišnjoj frekvenciji, i isti spek-

tar podeljen sa  $F$  (na donjem delu slike ).

Na slikama 7a-7e prikazani su spektri atmosferskih EAMF (na gornjem delu) i isti spektri kao da su pomnoženi sa  $F$  (na donjem delu) za pet kombinacija EAMF definisanih u glavi 5, jednačinama (48\*). Postoji sličnost svih pet spektara; uvek se nalaze dva dominantna pika na pozitivnoj i negativnoj frekvenci od 1 ciklusa po godini, približno iste amplitude . Pored toga amplitude se razlikuju za različite kombinacije EAMF. Preračunavani spektri na donjem delu slika 7a-7e su namenjeni za upoređenje sa slikom 6. Sličnost je ponovo očigledna ali mi vidimo da samo član vetra (sl. 7c) je dovoljan za ekscitaciju godišnje komponente posmatrane amplitude. S druge strane, samo član pritiska (sl. 7c) je suviše veliki a član pritiska sa korekcijom invertnog barometra (sl. 7d) je mali za ekscitaciju posmatranog polarnog kretanja na ovoj frekvenci. Kombinacije člana ve-

tra sa članom pritiskaa (sa i bez korekcije invertnog barometra) mogu eksčitovati član znatno veće amplitude nego što je posmatrana vrednost. Da bi uporedili i druge parametre godišnje komponente dajemo tablicu 1. Ona prikazuje parametre eliptičnog godišnjeg člana za posmatrano polarno kretanje (BIH) i za svih pet kombinacija od EAMF (a-e).

**Tablica 1.**

Ovde su dati parametri godišnjeg posmatranog polarnog kretanja (BIH) i eksčitovanog različitim kombinacijama EAMF (48\*) na  $0^A UT$ .  $A$  i  $\phi$  označavaju amplitudu i početnu fazu pozitivnog (+) i negativnog (-) kružnog kretanja,  $a$  i  $b$  su velika i mala poluosa eliptičnog kretanja,  $\varphi$  je pravac velike poluose i  $\psi$  je početna faza.

	$A^+$ [°]	$\phi^+$ [°]	$A^-$ [°]	$\phi^-$ [°]	$a$ [°]	$b$ [°]	$\varphi$ [°]	$\psi$
BIH	0.084	115	0.005	266	0.089	0.079	+10	116
w+p	0.222	94	0.017	264	0.239	0.205	-1	95
w+p'	0.181	98	0.011	281	0.192	0.170	+10	98
p	0.123	78	0.014	248	0.137	0.109	-17	79
p'	0.082	78	0.007	261	0.089	0.075	-10	78
w	0.107	113	0.005	310	0.112	0.102	+32	112

Eliptična godišnja komponenta može da se izrazi kao zbir dva kružna kretanja sa suprotnim ugaonim brzinama i različitim amplitudama:

$$X_a(t) = A^+ e^{i(2\pi t + \phi^+)} + A^- e^{i(-2\pi t + \phi^-)}, \quad (52)$$

gde je  $t$  računato u godinama,  $A^+$ ,  $A^-$ ,  $\phi^+$ ,  $\phi^-$  su amplitude i faze, određene spektralnom analizom  $S = Ae^{i\phi}$  na frekvencijama  $f = \pm 1 \text{ cik/god}$ . Iz ove četiri osnovne vrednosti možemo još izvesti veliku i malu poluosu ( $a$  i  $b$ ), pravac velike poluose  $\varphi$  i fazu  $\psi$  za trenutak  $t=0$ :

$$\begin{aligned} a &= A^+ + A^- \\ b &= |A^+ - A^-| \\ \varphi &= \frac{(\phi^+ + \phi^-)}{2} \end{aligned} \quad (53)$$

$$\psi = \frac{A^+ \sin \phi^+ + A^- \sin \phi^-}{A^+ \cos \phi^+ + A^- \cos \phi^-}$$

Određivanje  $A^+$  i  $\phi^+$  za godišnju komponentu polarnog kretanja (pogledati sl. 6) je pod uticajem prisustva susednog Čendlerovog člana (pogledati na pr. Jochman, 1986). Ako pretpostavimo da se nalaze samo dva člana sa ugaonim brzinama  $\omega_1$  i  $\omega_2$  i kompleksnim amplitudama  $a_1$  i  $a_2$  imamo:

$$\begin{aligned} S(\omega) &= \frac{1}{T} \int_0^T [a_1 e^{\omega_1 t} + a_2 e^{\omega_2 t}] e^{-i\omega t} dt = \\ &= a_1 K(\omega_1, \omega) + a_2 K(\omega_2, \omega), \end{aligned} \quad (54)$$

gde je

$$\begin{aligned} K(\omega_j, \omega) &= \frac{e^{i(\omega_j - \omega)T} - 1}{i(\omega_j - \omega)T} = \\ &= \frac{\sin[T(\omega_j - \omega)] + 2 \sin^2 \left[ \frac{T(\omega_j - \omega)}{2} \right]}{T(\omega_j - \omega)} \end{aligned}$$

Spektralni članovi  $S_1 = S(\omega_1)$ ,  $S_2 = S(\omega_2)$  koji su procenjeni iz Furijevih transformacija su:

$$\begin{aligned} S_1 &= a_1 + K(\omega_2, \omega_1) a_2 \\ S_2 &= K(\omega_1, \omega_2) a_1 + a_2 \end{aligned} \quad (55)$$

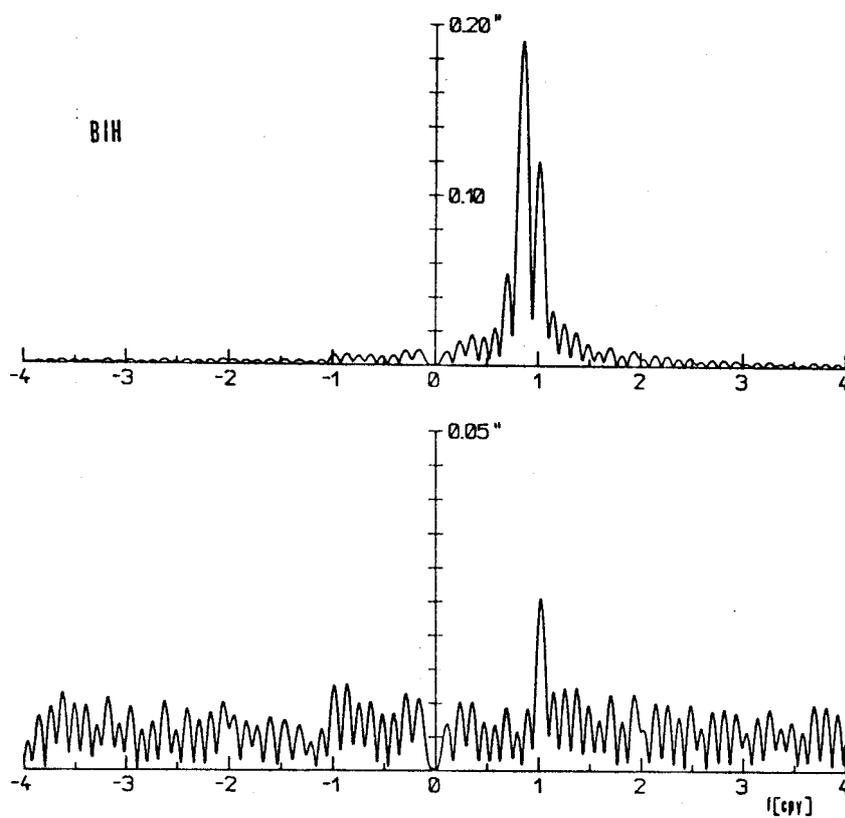
a odavde dobijamo, stavljajući  $K = K(\omega_2, \omega_1)$ ,  $K^* = K(\omega_1, \omega_2)$  ( $K, K^*$  su konjugovani kompleksni brojevi),

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{S_1 - K S_2}{1 - K K^*} \\ a_2 &= \frac{S_2 - K^* S_1}{1 - K K^*} \end{aligned} \quad (56)$$

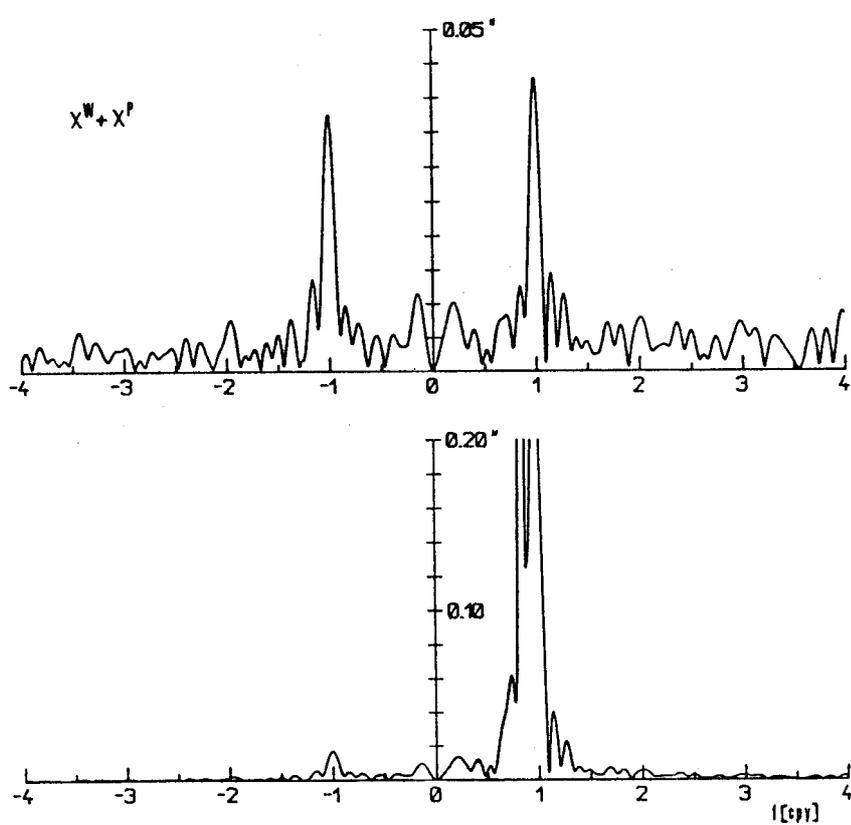
Koristeći vrednosti  $\omega_1 = 5.276 \text{ rad/god}$ ,  $S_1 = -0^\circ.179 + 0^\circ.045i$  (Čendlerov član),  $\omega_2 = 6.238 \text{ rad/god}$ ,  $S_2 = 0^\circ.030 + 0^\circ.112i$  (godišnji član,  $T=9$  godina, dolazimo na  $K = 0.040 + 0.213i$ ,  $K^* = 0.040 - 0.213i$  i za popravljene vrednosti amplituda dobijamo vrednosti  $a_1 = -0^\circ.188 + 0^\circ.049i$ ,  $a_2 = -0^\circ.036 + 0^\circ.076i$ . Ustvari ove vrednosti su izložene u tabl. 1 u vrsti označenom sa BIH.

Iz tablice 1 vidimo, relativno, dobro podudaranje parametara posmatrane godišnje komponente sa parametrima računatim iz EAMF u svih pet kombinacija. Amplitude i početne faze su predstavljene grafički na slici 8. Teorijski najbolja saglasnost bi se dobila za varijantu  $b$  (tj. član vetra plus član pritiska sa korekcijom invertnog barometra, na sl. 8 označen kao  $w+p'$ ). Tablica i slika prikazuju da samo pravac velike poluose ovog člana je zadovoljavajuće saglasan; razlika u amplitudi i početnoj fazi je velika. Amplituda člana pritiska sa korekcijom invertnog barometra ( $p'$ ) je skoro jednaka posmatranoj amplitudi, ali razlika u fazi  $\psi$  je mnogo veća nego za sve druge kombinacije. Najbolja saglasnost se postiže za varijantu  $e$  (tj. samo član vetra, označen na sl. 8 sa  $w$ ). Eubanks i dr. (1987) su dokazali da ekvatorska komponenta vetar člana je suprotne faze na godišnjoj frekvenciji, ako je računata iz podnevnih podataka, stoga oni ne preporučuju korišćenje ekvatorskog vetar člana. Naši računi potvrđuju njihove nalaze; amplitude  $A^+, A^-$  godišnjeg vetar člana su manje ako su računate samo iz podnevnih podataka ( $0^\circ.070$  i  $0^\circ.007$ ) ali faze  $\phi^+, \phi^-$  su skoro suprotne ( $288^\circ$  i  $75^\circ$ ). Ovo je suprotno vetar članu (varijanta  $e$ , jednačinene 48\*) ekscitovanom godišnjem kretanju, kao i njegov zbir sa pritisak članovima (varijante  $a$  i  $b$ , jednačine 48\*). Ako se nalaze efekti vetra na polarno kretanje oni su sigurno mnogo manji nego što smo ih prikazali. Na drugoj strani, sam pritisak član sa korekcijom invertnog barometra je dovoljan za posmatrano godišnje kretanje, ali se nalazi velika razlika u fazi. Član vetra bi bilo dobro uzimati usrednjen iz dva skupa podataka, podnevnih i ponoćnih. Rezultat se može videti u tablici 2 (druga vrsta) zajedno sa njegovim zbirom pritisak člana sa korekcijom invertnog barometra (ATM). Po našem mišljenju ovaj član daje najbolju atmosfersku ekscitaciju polarnog kretanja na godišnjoj frekvenci, i u boljoj je saglasnosti sa posmatranim godišnjim članom nego samo pritisak član. Amplituda ovog člana je mnogo veća od posmatrane, orijentacija elipse  $\varphi$  je praktično identična. Razlika u fazi  $\psi$  je još veća (31 stepen), ali manja od

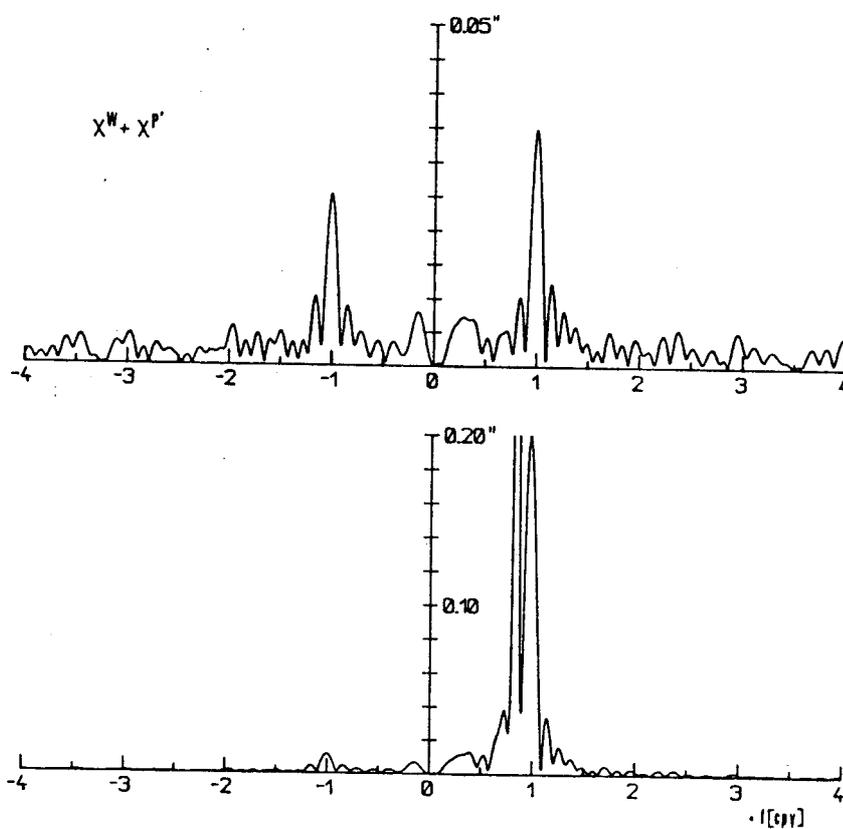
*Slika 6.* Spektar polarnog kretanja BIH-ovih podataka sa sl. 4 i njegova ponovo računata verzija posle deljenja prenosnom funkcijom F sa sl. 5.



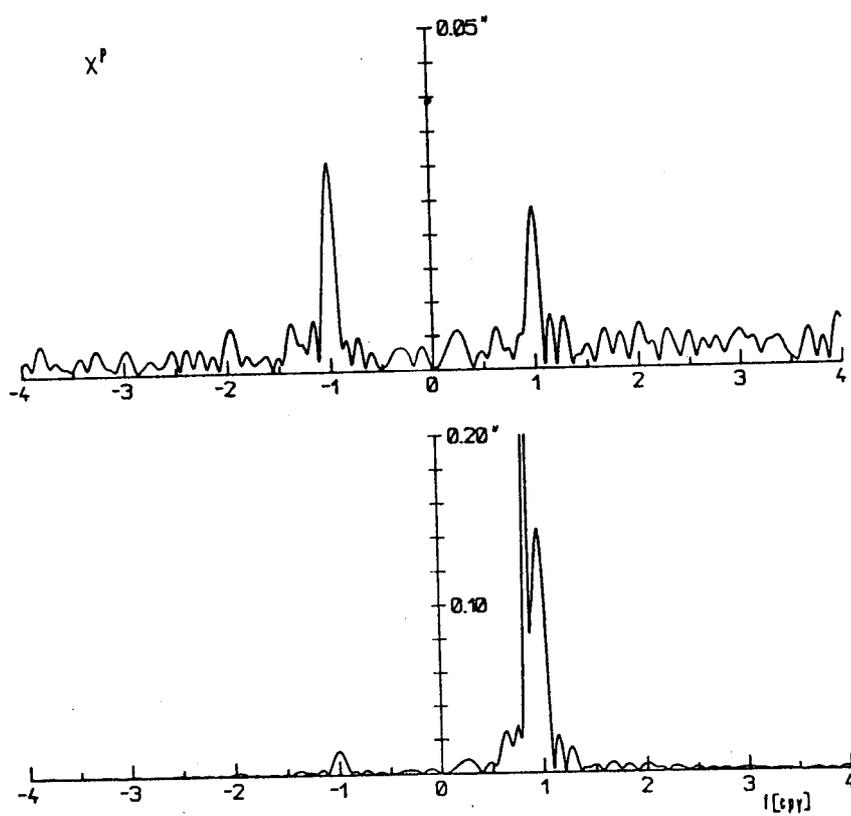
Slika 7a. Spektar ekvatorskih komponenta EAMF (članovi vetra + pritiska) i njegova ponovo računata verzija (tj. pomnožena prenosnom funkcijom F).



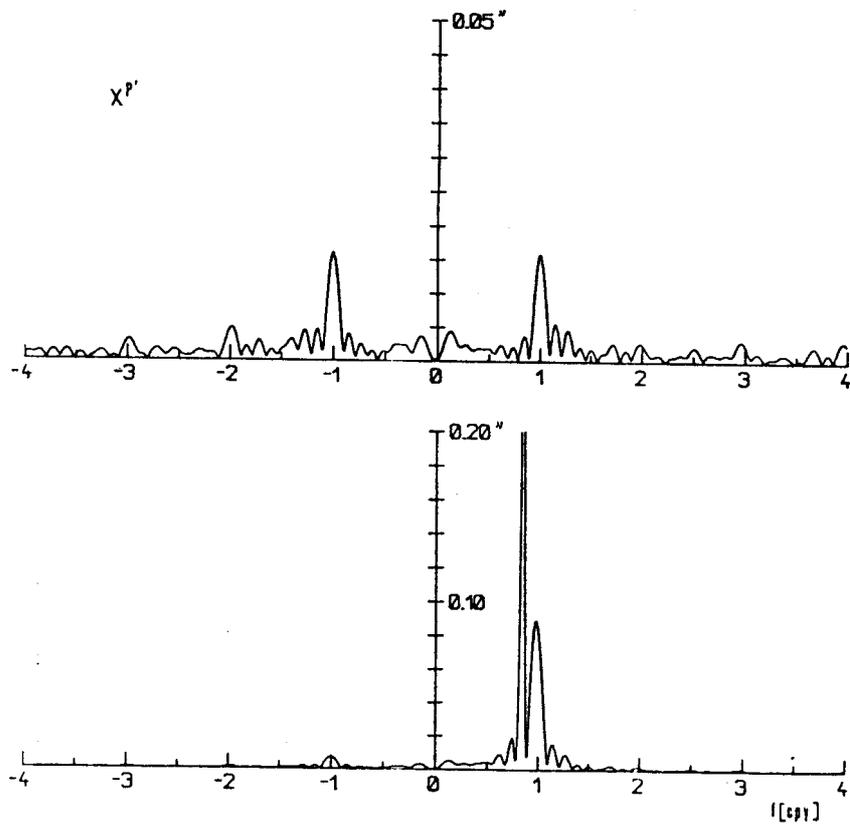
Slika 7b. Spektar ekvatorskih komponenta EAMF (članovi vetra + pritiska sa korekcijom invertnog barometra) i njegova ponovo računata verzija (tj. pomnožena prenosnom funkcijom F).



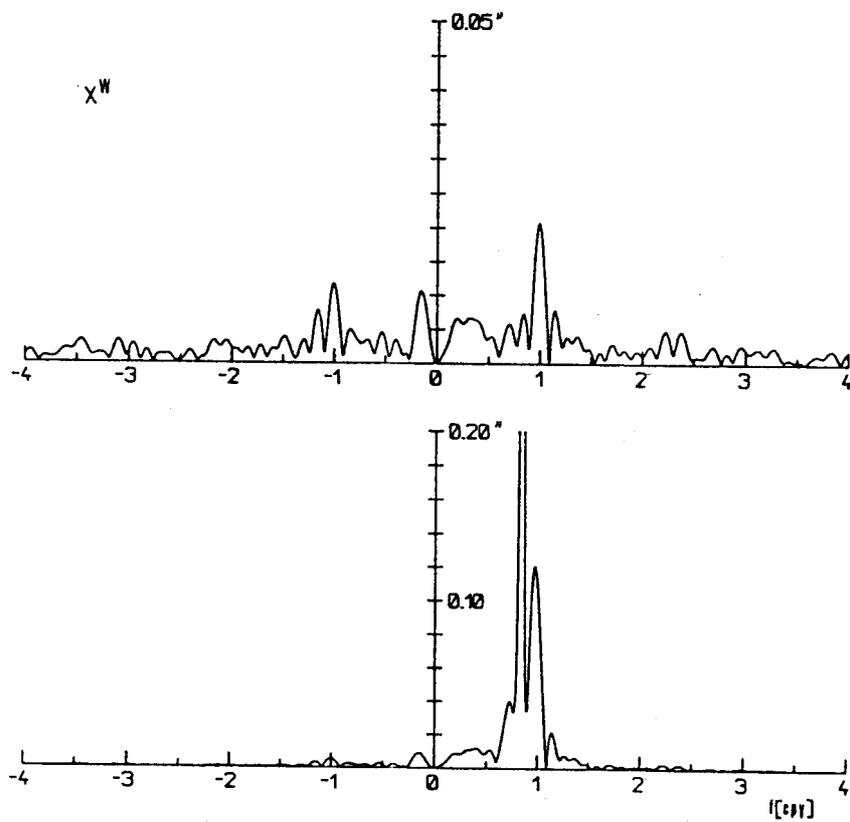
*Slika 7c.* Spektar ekvatorskih komponentata EAMF (članovi pritiska) i njegova ponovo računata verzija (tj. pomnožena prenosnom funkcijom F).



*Slika 7d.* Spektar ekvatorskih komponentata EAMF (članovi vetra sa korekcijom invertnog barometra) i njegova ponovo računata verzija (tj. pomnožena prenosnom funkcijom F).

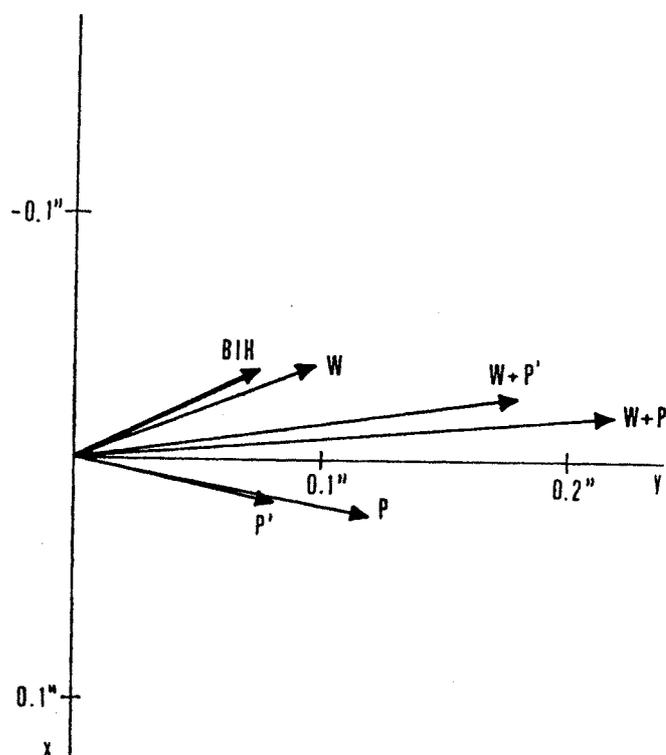


Slika 7e. Spektar ekvatorskih komponenta EAMF (članovi vetra) i njegova ponovo računata verzija (tj. pomnožena prenosnom funkcijom F).



razlike u fazi samo pritisak člana. Neki podaci iz tablice 2 su predstavljeni na sl. 9. Posmatrani godišnji član je označen sa BIH, vetar članovi u ponoć i podne sa  $W_0$  i  $W_{12}$  a njihove kombinacije sa pritisak članom sa ATM. Verovatno je da vetar član ima značajnu ulogu u ekscitaciji polarnog kretanja, ali iziskuje dalja istraživanja, zasnovana na pouzdanijim meteorološkim podacima, bar podnevnim i ponoćnim. Takođe su mogućí slični efekti, ne veliki, i u pritisak članu.

Slika 8. Godišnji član u posmatranom polarnom kretanju (BIH) i eksitovanom sa članom vetra, ponoćne vrednosti (W), članom pritiska (P), članom pritiska sa korekcijom invertnog barometra (P') i njihovim kombinacijama (W+P, W+P').



**Tablica 2.**

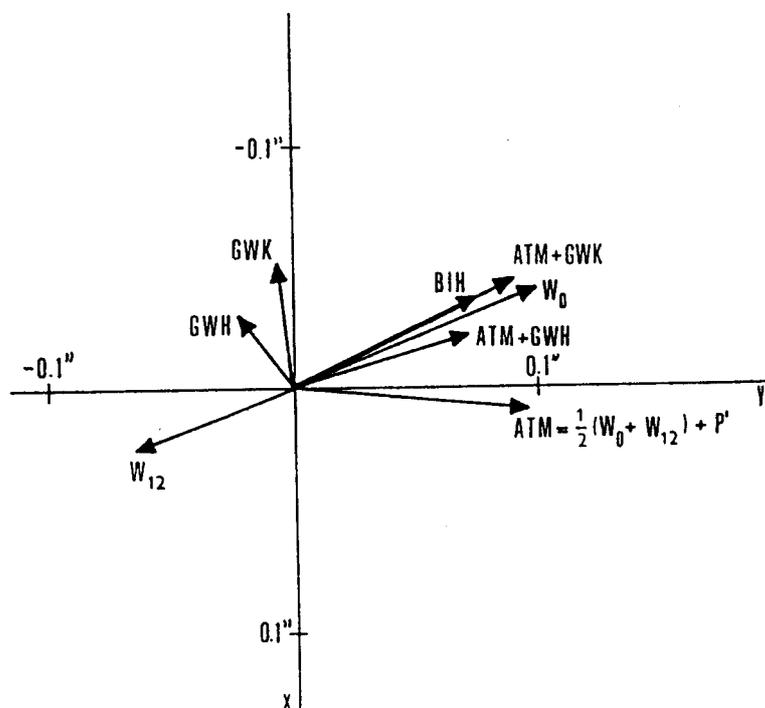
Ovde su dati parametri ekscitovanog godišnjeg kretanja sa članom vetra na 12<sup>h</sup> UT ( $W_{12}$ ), njegova kombinacija sa članom vetra na 0<sup>h</sup> UT ( $W$ ) i zbir ovih kombinacija i člana pritiska sa korekcijom invertnog barometra (ATM). Uticaj podzemnih voda koje daju Van Hylckama (GWH) i Kikuchi (GWK) i njihovi zbrovi sa atmosferskom ekscitacijom su ATM+GWH i ATM+GWK. Ostale oznake su iste kao u tablici 1.

	$A^+$ [°]	$\phi^+$ [°]	$A^-$ [°]	$\phi^-$ [°]	$a$ [°]	$b$ [°]	$\varphi$ [°]	$\Psi$ [°]
$W_{12}$	0.070	288	0.007	75	0.063	0.077	+2	291
$W$	0.019	122	0.003	30	0.016	0.022	+76	113
ATM	0.097	86	0.006	286	0.091	0.103	+6	85
GWH	0.036	224	0.004	146	0.032	0.040	+5	218
GWK	0.050	190	0.004	146	0.046	0.054	-12	187
ATM+GWH	0.074	105	0.004	256	0.070	0.078	0	107
ATM+GWK	0.101	115	0.004	256	0.097	0.105	+6	116

Pošto nijedna od kombinacija EAMF, koje smo razmatrali, ne može precizno da ekscituje posmatrano polarno kretanje na godišnjoj frekvenci potrebno je uvesti nove izvore ekscitacije različite od atmosfere. Male razlike (i u amplitudi i u fazi) između atmosferski ekscitovanog i posmatranog polarnog kretanja na godišnjoj frekvenci mogu biti uzrokovane globalnim promenama podzemne vode (pogledati na pr. Whar, 1983). Ekscitacionu funkciju koja dolazi od ovog izvora našli su Van Hylckama (Van Hylckama, 1956), Kikuči (Kikuchi, 1977); polarno kretanje ekscitovano sa ova dva, malo različita, godišnja člana prikazano je u tablici 2 i na sl.9 (GWH i GWK), kao i njihovi zbrovi sa atmosferskom ekscitacijom (ATM + GWH i ATM + GWK).

Sa slike 9 se vidi da oba ova rezultata ATM+GWH i ATM+GWK su vrlo blizu posmatranog polarnog kretanja. S toga se, možemo nadati da će u budućnosti biti organizovane službe za praćenje promena podzemne vode kao već postojeći opremljeni meteorološki centri za atmosferu. Dolazimo do zaključka da godišnje polarno kretanje može da se objasni kombinovanim efektima atmosfere i globalnih promena podzemne vode.

*Slika 9.* Godišnji član u posmatranom polarnom kretanju (BIH) i eksitovanom sa članom vetra, ponoćne i podnevne vrednosti ( $W_0; W_{12}$ ), njihovim kombinacijama sa članom pritiska sa korekcijom invertnog barometra (ATM), podzemnim vodama prema Van Hilckami i Kikučiju (GWH i GWK) i njihovim kombinacijama (ATM+GWH, ATM+GWK).



## 6.2 UPOREĐENJE NOVOG MODELA ZEMLJE SA POSMATRANIM POLARNIM KRETANJEM

Spektralna analiza u odeljku 6.1 je pokazala da je najbolja saglasnost između posmatrane i ekscitovane amplitude polarnog kretanja na godišnjoj frekvenci postignuta za član pritiska sa korekcijom invertnog barometra i dodatim samo malim iznosom vetar člana (određenog kao aritmetička sredina ponoćnih i podnevnih podataka). Saglasnost se poboljšava dodavanjem uticaja promena podzemne vode (pogledati predhodni odeljak). Ovde ćemo izvršiti numeričku integraciju polarnog kretanja, korišćenjem ekvatorskih komponenata atmosfere (EAMF) datim jednačinom (35). Pošto je, iz upoređenja podataka sa različitih meteoroloških centara i iz upoređenja ponoćnih i podnevnih podataka (Eubanks i dr., 1985), nađeno da je član vetra prilično šuman i kako ne raspolažemo ponoćnim i podnevnim vrednostima to ćemo ga u ovoj analizi zanemariti. Detaljne informacije o promeni podzemne vode nećemo koristiti, već ćemo njihov uticaj modelovati sa godišnjim članom izvedenim od Van Hylckama (Van Hylckama, 1956) i Kikučija (Kikuchi, 1977).

Reakcija novog modela Zemlje (fluidno jezgro, visko-elastični omotač i dinamički okean) na atmosfersku ekscitaciju izvedena je u odeljku 4.1 (jednačine 44). Za numeričko izračunavanje integrala, neophodnih za određivanje  $J_i$  (jednačine 43), ekvatorske komponente atmosfere EAMF mogu se direktno koristiti. Početni položaj integraljene putanje pola,  $x_0$ ,  $y_0$  može se izabrati potpuno proizvoljno, pošto obe veličine predstavljaju konstante integracije. Numerički ćemo izračunavati integral  $J$  (dat jednačinom 40), u kojem je  $A$  totalna amplituda polarnog kretanja određena izrazom:

$$A = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$$

gde su  $x_0, y_0$  koordinate srednjeg pola.

Rezultati numeričke integracije na intervalu 9.5 godina (1976.5-1986.0), sa vrednošću za faktor  $Q = 100$ , predstavljeni su na slikama od 10a do 12b. Tamnije linije (a) prikazuju posmatrano polarno kretanje a svetlije linije (b) predstavljaju putanu pola integraljenu sa početnim položajem  $(x_0, y_0)$ , datim u tablici 3, dobijenim iz uslova da je srednjekvadratsko odstupanje između dve krive minimalno. Na slikama 10a,10b predstavljena je integracija samo pritisak člana sa korekcijom invertnog barometra, dok su na slikama 11a,11b i 12a,12b izloženi kombinovani efekti pritisak člana (sa korekcijom invertnog barometra) sa ekscitacijom podzemne vode datom od Van Hilkame (Van Hylckama, 1956) i Kikučija (Kikuchi, 1977), redom. U oba ova slučaja korišćene su samo godišnje ekscitacije, uzrokovane promenom podzemne vode, date jednačinama:

$$\begin{aligned}\Delta\chi_1 &= (A^+ + A^-) \cos 2\pi t + (B^- - B^+) \sin 2\pi t \\ \Delta\chi_2 &= (B^+ + B^-) \cos 2\pi t + (A^+ - A^-) \sin 2\pi t\end{aligned}\tag{57}$$

sa sledećim numeričkim konstantama:

Tablica 3.

	$A^+$ [°]	$B^+$ [°]	$A^-$ [°]	$B^-$ [°]
Van Hylckama	0.0049	0.0048	-0.0060	0.0044
Kikuchi	0.0094	0.0018	-0.0063	0.0041

Vidimo da sve slike prikazuju relativno dobru saglasnost između posmatranih i integraljenih krivih. Doprinos poboljšanju fitovanja od promena podzemne vode najočigledniji je na centru intervala, između 1980 i 1981 godine, kada je amplituda polarnog kretanja bila vrlo mala, naročito za podzemne vode po Kikučiju, slike 12a,12b. Bolja ocena postignutog fitovanja može se dati srednjekvadratskim odstupanjem,  $\delta$ , između dve krive, koje računamo po formuli:

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum \nu_1^2(t) + \sum \nu_2^2(t)}{2n}} \quad (58)$$

gde su :

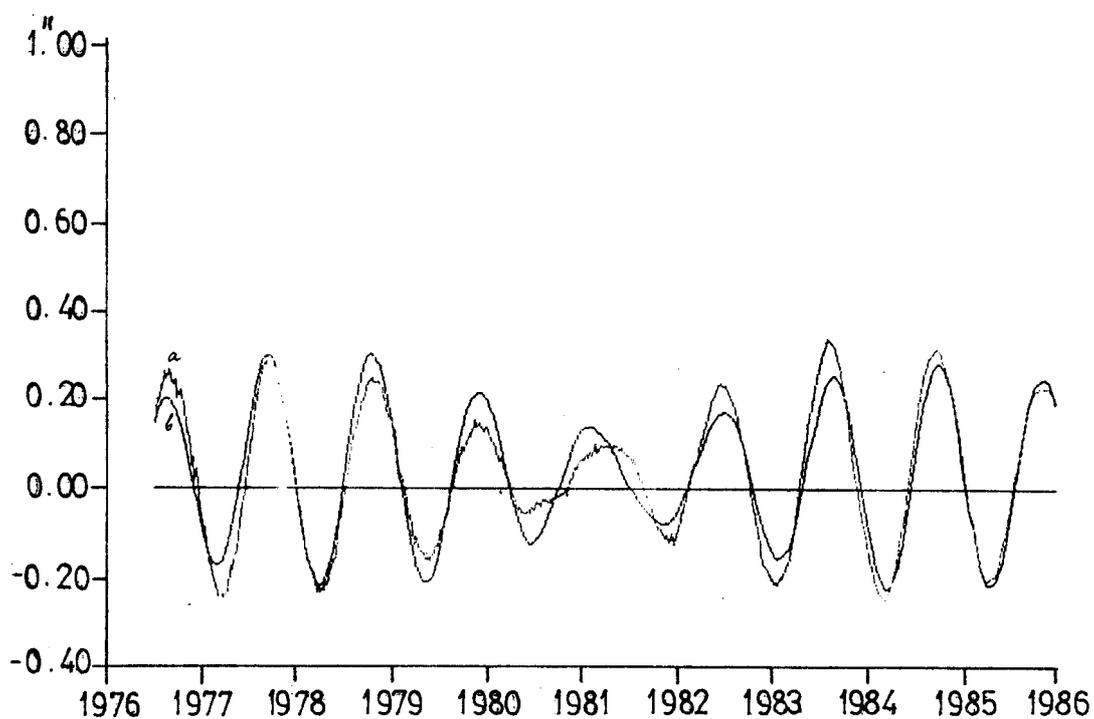
$$\nu_1(t) = x_{BIH}(t) - m_1[\chi(t)]$$

$$\nu_2(t) = y_{BIH}(t) - m_2[\chi(t)]$$

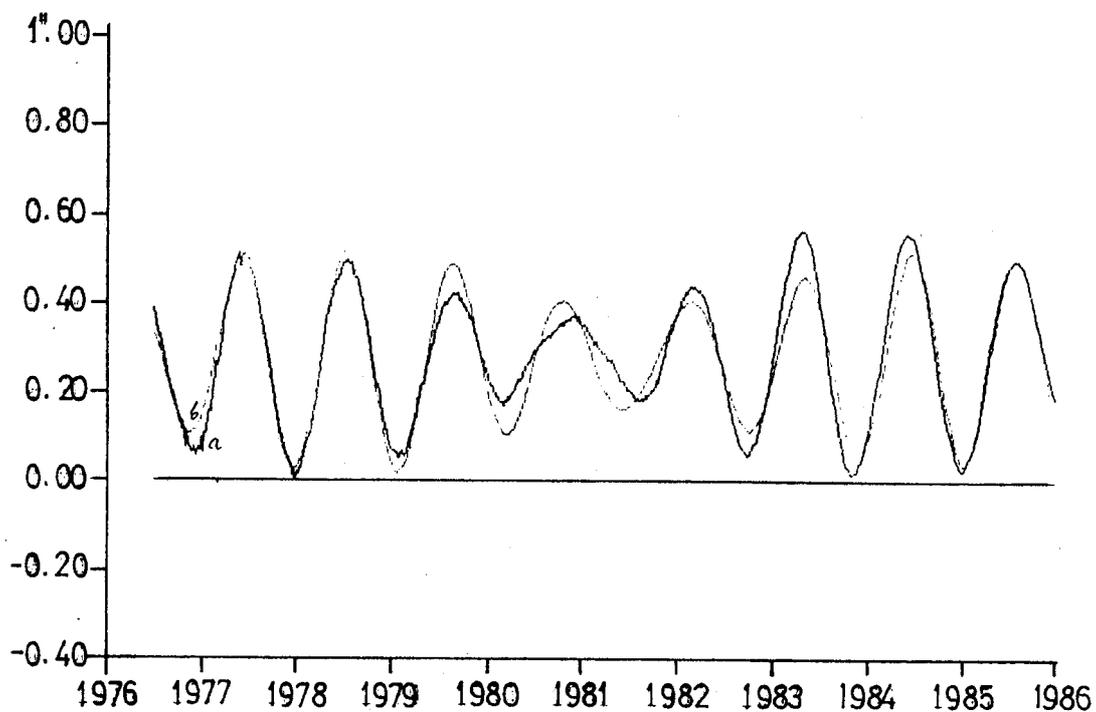
razlike posmatrane i integraljene krive u svakom trenutku vremena  $t$  na posmatranom intervalu.

U tablici 4 dato je srednjekvadratsko odstupanje  $\delta^{NM}$ , gde indeksi  $NM$  označavaju novi model, između posmatrane i integraljene krive:  $\delta^{NM} = \pm 0^{\circ}.047$  (samo pritisak član);  $\delta_{VH}^{NM} = \pm 0^{\circ}.040$  (član pritiska plus Van Hilkama) i  $\delta_K^{NM} = \pm 0^{\circ}.037$  (član pritiska plus Kikuči). Dobijeno poboljšanje koje je doprinos dodatne ekscitacije podzemne vode, naročito po Kikučiju (Kikuchi, 1977) vidi se iz ovih brojeva. Još jedna karakteristika ovih crteža je sekularni trend u razlici između amplituda posmatranog i integraljenog polarnog kre-

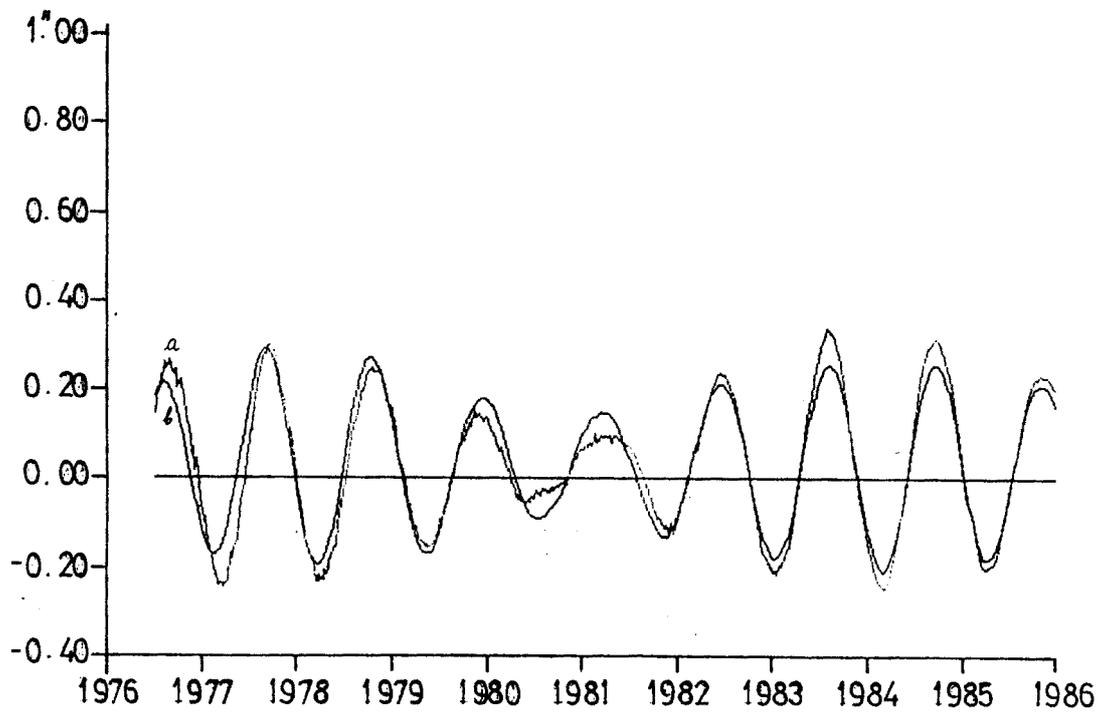
*Slika 10a.*  $x$  komponenta posmatranog (a) i ekscitovanog (b) polarnog kretanja. Za integraciju ekscitovane putanje pola korišćen je atmosferski član pritiska sa korekcijom invertnog barometra i novi model sa amplitudno zavisnom Čendlerovom frekvencom.



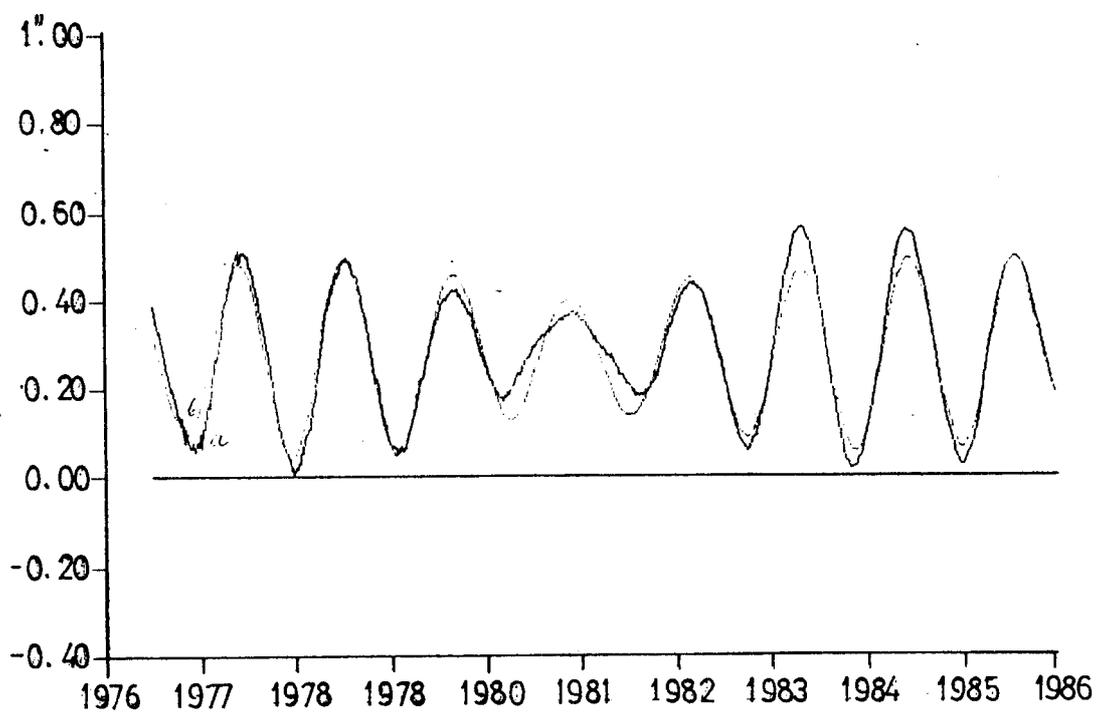
*Slika 10b.*  $y$  komponenta posmatranog (a) i ekscitovanog (b) polarnog kretanja. Za integraciju ekscitovane putanje pola korišćen je atmosferski član pritiska sa korekcijom invertnog barometra i novi model sa amplitudno zavisnom Čendlerovom frekvencom.



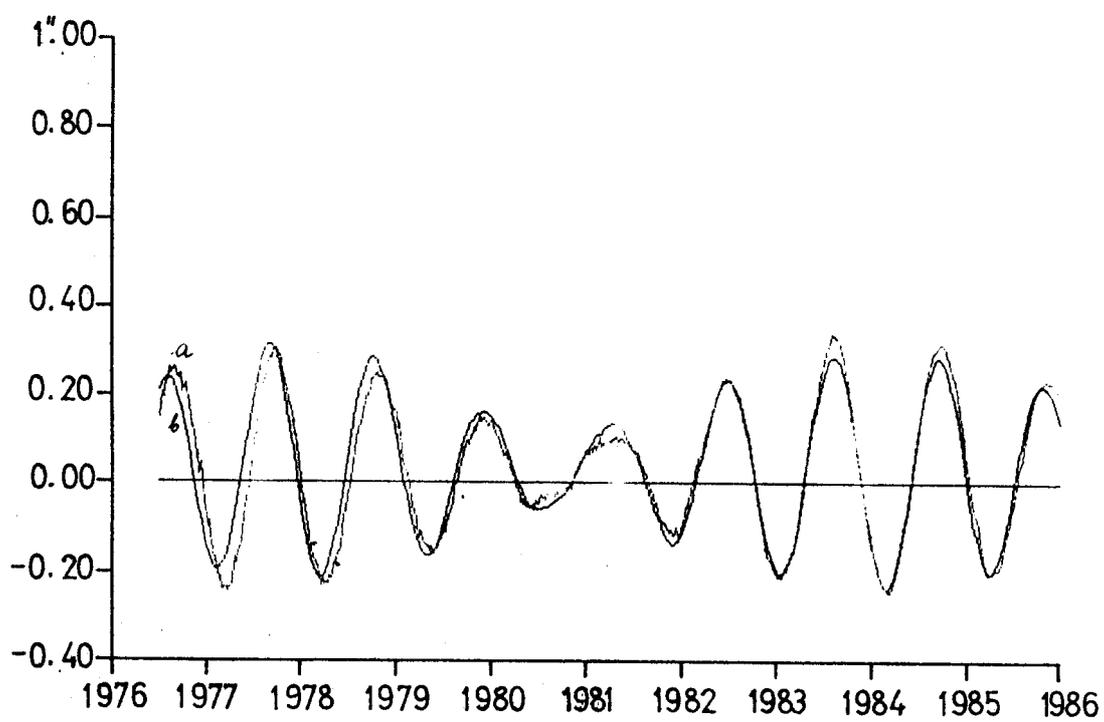
*Slika 11a.* Isto kao na sl. 10a, s tim što je atmosferskoj ekscitaciji do-  
data ekscitacija podzemne vode prema Van Hilkami.



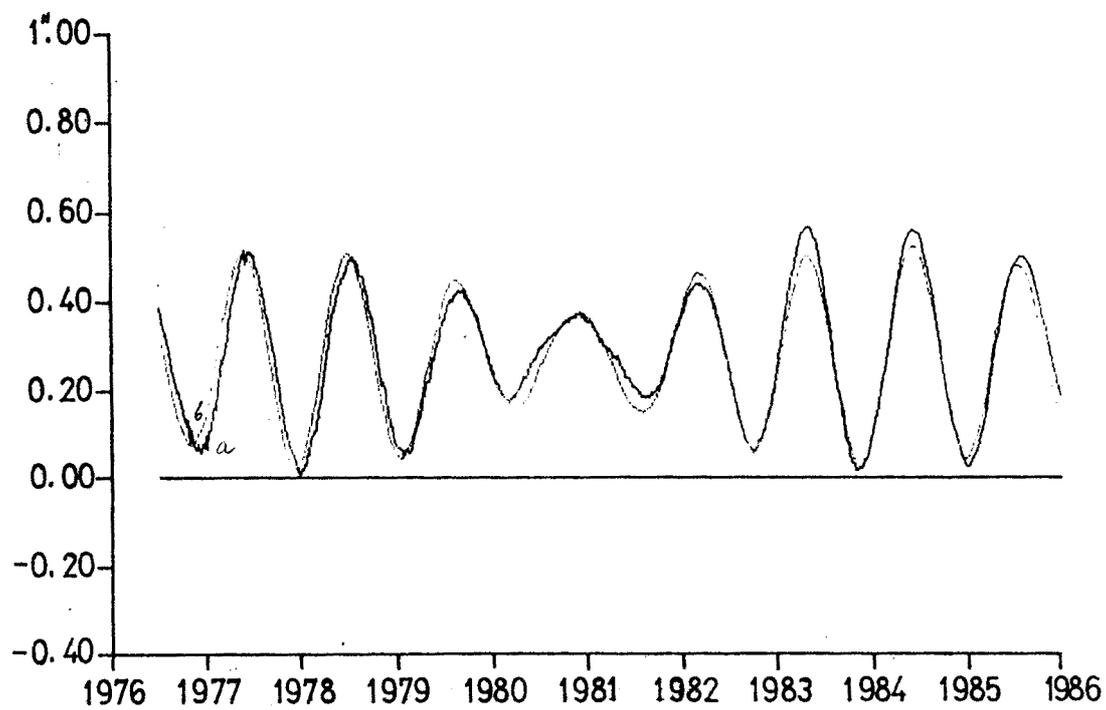
Slika 11b. Isto kao na sl. 10b, s tim što je atmosferskoj ekscitaciji do-  
data ekscitacija podzemne vode prema Van Hilkami.



*Slika 12a.* Isto kao na sl. 10a, s tim što je atmosferskoj ekscitaciji do-  
data ekscitacija podzemne vode prema Kikučiju.



*Slika 12b.* Isto kao na sl. 10b, s tim što je atmosferskoj ekscitaciji do-  
data ekscitacija podzemne vode prema Kikučiju.



tanja; posmatrana amplituda kao da raste sa vremenom u odnosu na amplitudu integraljne krive. Ta razlika se malo smanjuje uključivanjem podzemnih voda (vidi se iz upoređenja slika 10a,10b sa slikama 12a,12b) što predstavlja još jedan doprinos poboljšanju fitovanja. Ekscitacija blizu Čendlerove frekvence, koja nije sadržana u EAMF atmosfere, mogla bi objasniti ovaj porast u posmatranoj amplitudi. Kompletniji podaci o podzemnim vodama mogu da imaju takvu ekscitaciju (pogledati Wilson i Hinov, 1985), zato je neophodna služba za praćenje promena podzemne vode, sličnoj kao za atmosferske EAMF.

### 6.3 UPOREĐENJE NOVOG MODELA SA VONDRAKOVIM MODELOM ZEMLJE

Da bi ocenili opravdanost uvođenja novog modela sa promenljivom i amplitudno zavisnom Čendlerovom frekvencom upoređićemo ga sa Vondrakovim (Vondrak, 1987) modelom sa konstantnom Čendlerovom frekvencom.

Kao u prethodnom paragrafu, i ovde ćemo izvršiti numeričku integraciju polarnog kretanja po Vondrakovim jednačinama (47), korišćenjem izraza (46) za  $\tilde{J}_1, \tilde{J}_2, \tilde{J}_3, \tilde{J}_4$ . Dobijeni rezultati predstavljeni su na slikama od 13a do 15b. Tamnije linije (a) prikazuju BIH-ovo posmatrano polarno kretanje, a svetlije linije (b) predstavljaju putanju pola integraljenu sa početnom pozicijom  $x_0, y_0$  (tablica 4) dobijenom iz uslova da je srednjekvadratsko odstupanje  $\delta^{V^{on}}$  između dve krive minimalno. Na slikama 13a,13b predstavljena je integracija samo pritisak člana sa korekcijom invertnog barometra, dok su na slikama 14a,14b i 15a,15b predstavljeni kombinovani efekti pritisak člana (sa korekcijom invertnog barometra) i člana podzemne vode po Van Hilkami (Van Hylckama, 1956) i Kikučiju (Kikuchi, 1977). Ocenu fitovanja daćemo određivanjem srednjekvadratskog odstupanja  $\delta^{V^{on}}$  između posmatrane i integraljne krive polarnog kretanja. Ove vrednosti, kao i vrednosti za novi model, date su u tablici 4.

**Tablica 4**

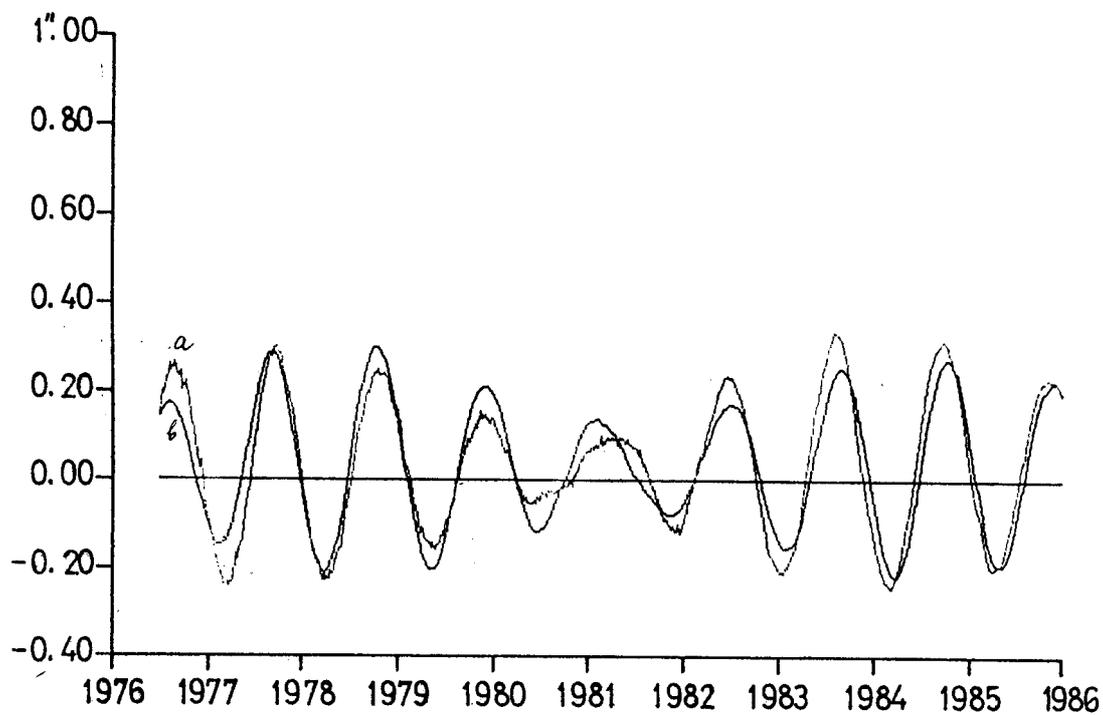
Srednjekvadratsko odstupanje  $\delta$ :  $\delta^{NM}$  (novi model),  $\delta^{Von}$  (Vondrakov model) i  $x_0, y_0$ -početne pozicije pola računane iz uslova  $\delta = \min$ .

	$\sigma_t = \sigma_0 + 0.00149e^{-20A}$			$\sigma_0 = \text{const}$		
	$\delta^{NM}$ [°]	$x_0$ [°]	$y_0$ [°]	$\delta^{Von}$ [°]	$x_0$ [°]	$y_0$ [°]
$\chi^{P'}$	$\pm 0.047$	0.112	0.250	$\pm 0.057$	0.107	0.292
$\chi^{P'} + \Delta\chi_{VH}$	$\pm 0.040$	0.145	0.265	$\pm 0.052$	0.142	0.300
$\chi^{P'} + \Delta\chi_K$	$\pm 0.037$	0.165	0.260	$\pm 0.046$	0.162	0.282

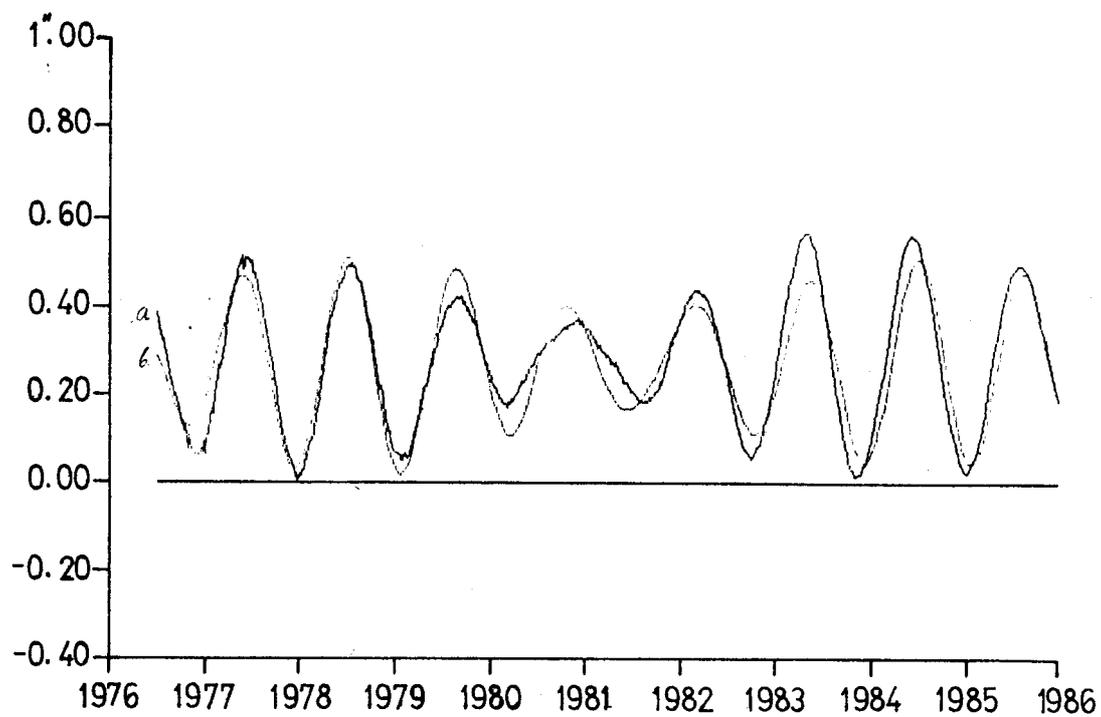
Iz tablice 4 vidimo da su za Vondrakov model razlike između dweju (integraljenog i posmatranog polarnog kretanja) krivih  $\pm 0^\circ.057$  a za novi model  $\pm 0^\circ.047$ ; što predstavlja poboljšanje fitovanja sa novim modelom. Odavde dolazimo do zaključka da je doprinos dinamičkog okeana odgovoran za posmatrano polarno kretanje, kao i nama nepoznate ekscitacije takvog oblika. Ovo opravdava naš pokušaj uvođenja novog modela sa promenljivom i amplitudno zavisnom Čendlerovom frekvencom. Doprinos poboljšanju fitovanja od ekscitacije uzrokovane promenama podzemne vode je, takođe, znatan. Novi model Zemlje sa slobodnom Čendlerovom frekvencom zavisnom od totalne amplitude polarnog kretanja sa podzemnom vodom od Kikučija donosi poboljšanje fitovanja karakterisano srednjekvadratskim odstupanjem između dweju krivih od samo  $\pm 0^\circ.037$ .

Odavde imamo konačan zaključak da doprinos atmosfere ekscitacije i ekscitacije podzemne vode je odgovoran za posmatrano polarno kretanje i da naš novi model Zemlje sa promenljivom i amplitudno zavisnom Čendlerovom frekvencom je potvrđen čak za kratak vremenski interval.

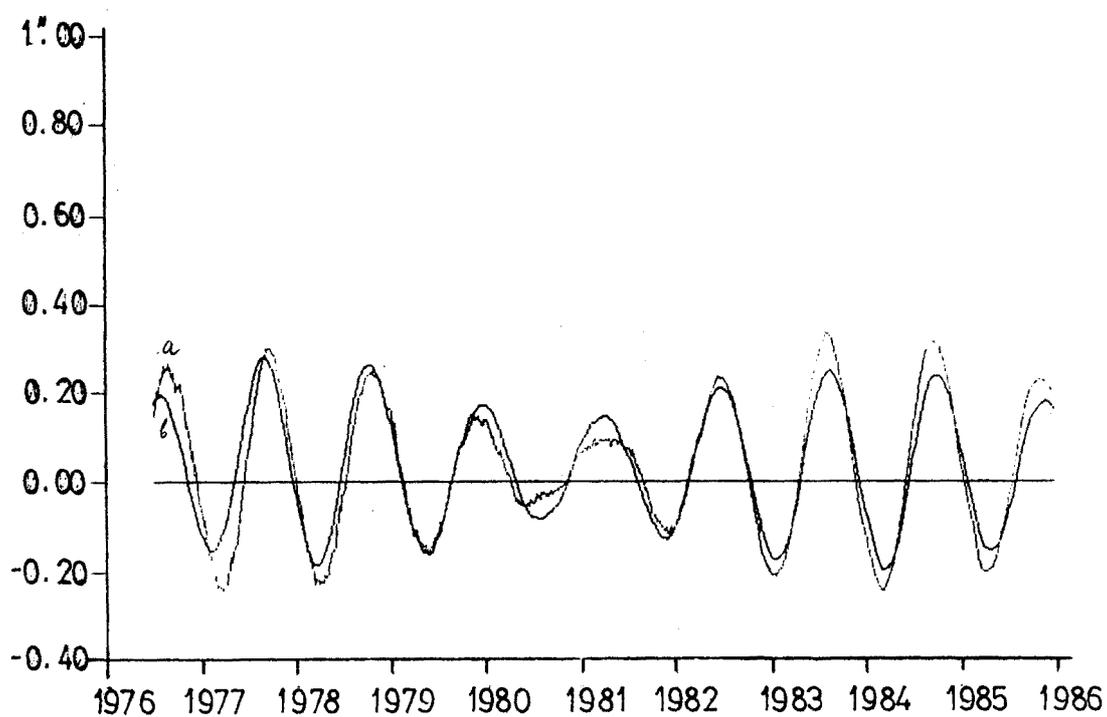
*Slika 19a.*  $x$  komponenta posmatranog (a) i ekscitovanog (b) polarnog kretanja. Za integraciju ekscitovane putanje pola korišćen je atmosferski član pritiska sa korekcijom invertnog barometra i Vondrakov model sa konstantnom Čendlerovom frekvencom.



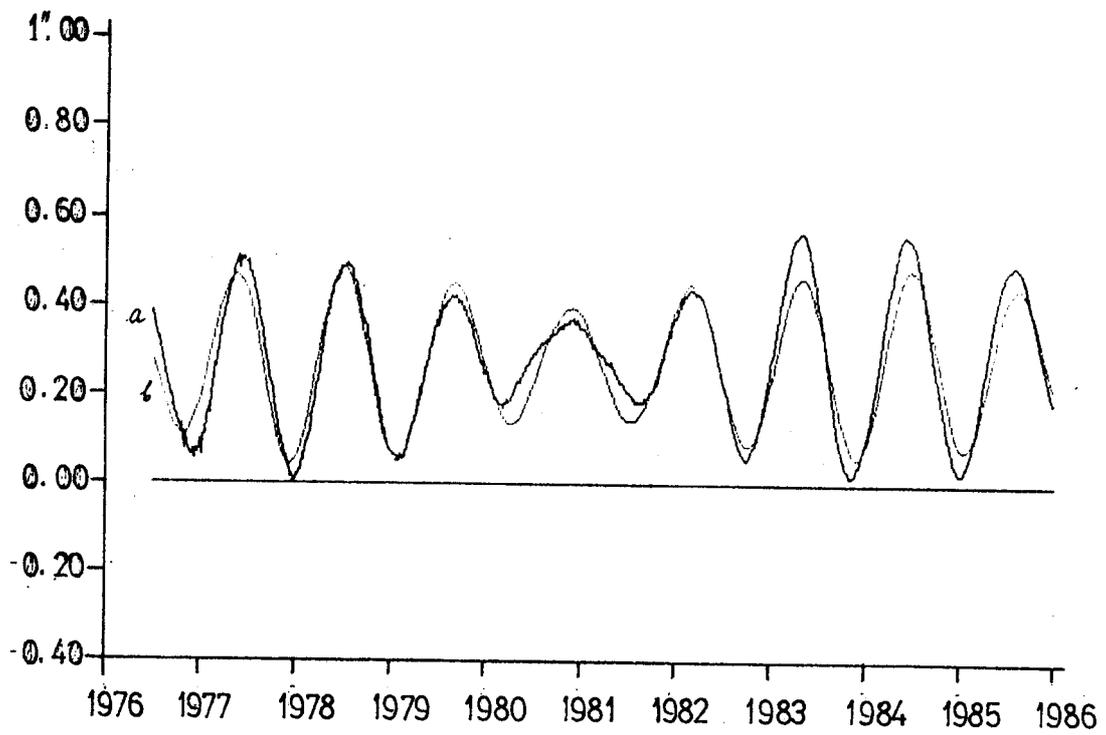
*Slika 19b.*  $y$  komponenta posmatranog (a) i ekscitovanog (b) polarnog kretanja. Za integraciju ekscitovane putanje pola korišćen je atmosferski član pritiska sa korekcijom invertnog barometra i Vondrakov model sa konstantnom Čendlerovom frekvencom.



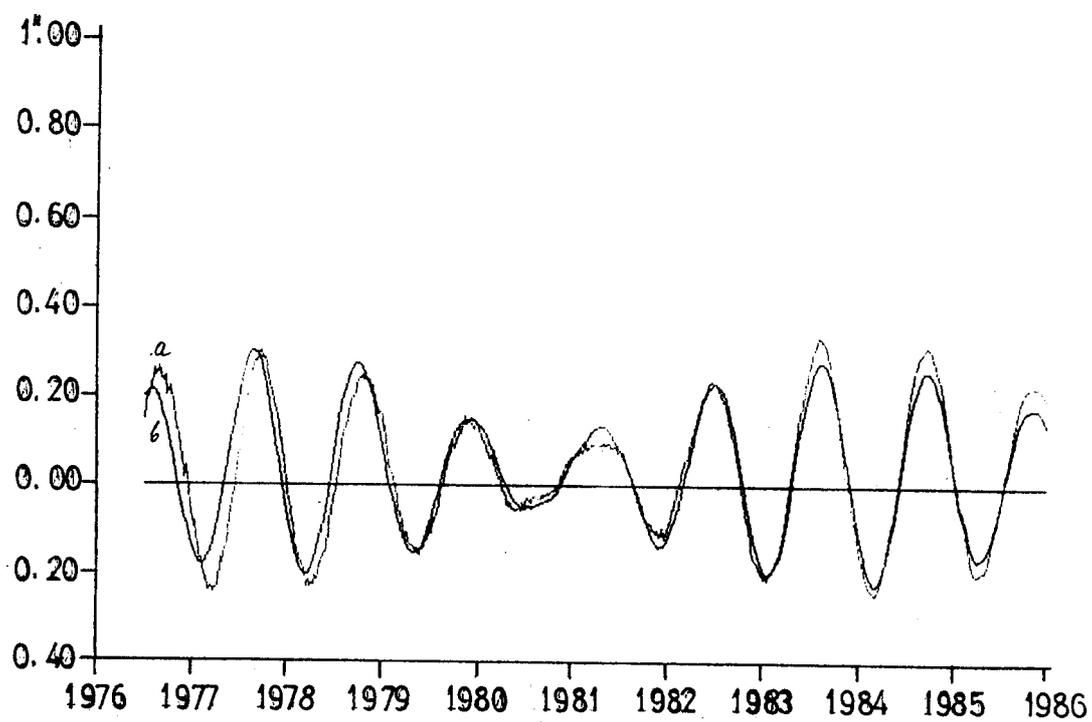
Slika 14a. Isto kao na sl. 13a, s tim što je atmosferskoj ekscitaciji do-  
data ekscitacija podzemne vode prema Van Hilkami.



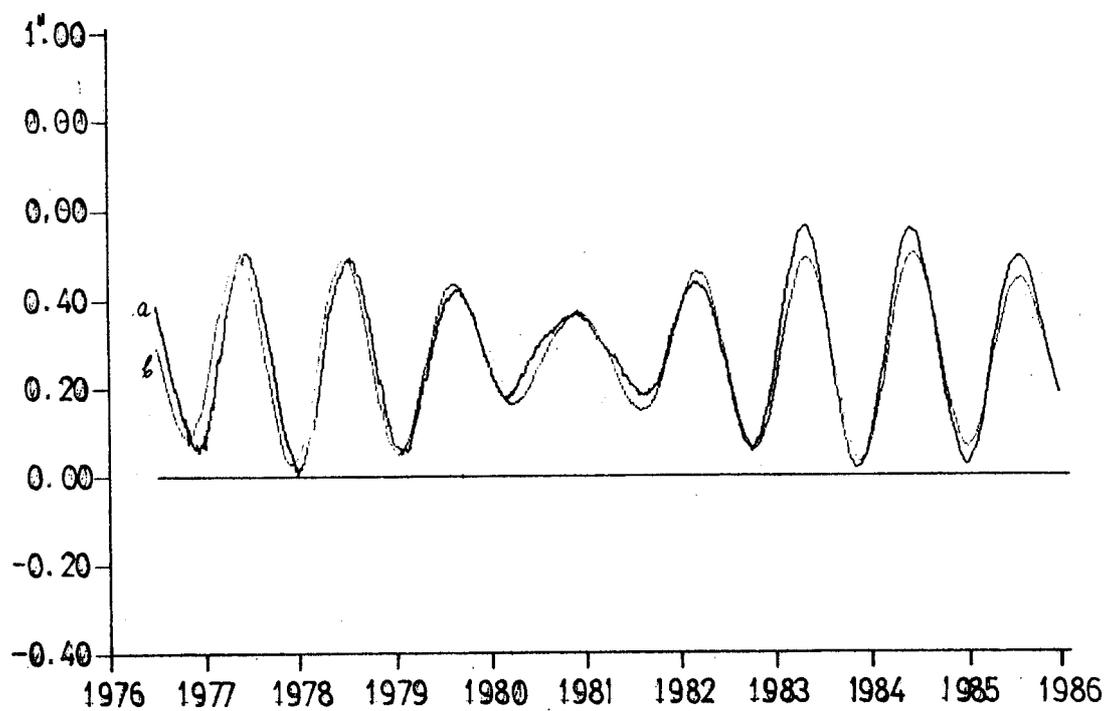
*Slika 14b.* Isto kao na sl. 13b, s tim što je atmosferskoj ekscitaciji do-  
data ekscitacija podzemne vode prema Van Hilkami.



*Slika 15a.* Isto kao na sl. 13a, s tim što je atmosferskoj ekscitaciji do-  
data ekscitacija podzemne vode prema Kikučiju.



Slika 15b. Isto kao na sl. 13b, s tim što je atmosferskoj ekscitaciji do-  
data ekscitacija podzemne vode prema Kikučiju.



#### 6.4 UPOREĐENJE SPEKTRA UT1-UTC SA SPEKTROM $\chi_3$

Funkcija osnovnog ugaonog momenta (axial angular momentum function) atmosfere  $\chi_3$  u kombinacijama a), b) i e) (datim varijantama 48\*) predstavljena je na donjim delovima slika 1, 2 i 3. Relativne promene trajanja dana (LOD) u odnosu na nominalnih 86400 sec računatih iz BIH-ovih publikovanih vrednosti UT1-UTC, predstavljene su na donjem delu slike 4. Relacija između LOD i  $\chi_3$  data je jednačinom (38\*):

$$0.993\chi_3 + const = -\frac{\Delta LOD}{LOD_0} = \frac{d}{dt}(UT1 - UTC) \quad (59)$$

Na osnovu jednačine (59) možemo napisati UT1-UTC aproksimaciju koja glasi:

$$UT1 - UTC = A + Bt + CT^2 + \int_0^t \chi_3 dt + (CT) \quad (60)$$

u kojoj su sa CT označena 62 plimska člana određena od Jodera (Yoder i dr., 1981), A, B, C su konstante određene metodom najmanjih kvadrata (MNK), njihove vrednosti su date u tablici 5.

**Tablica 5.**

$A, B, C$  su konstante aproksimacije UT1-UTC računane MNK metodom za sve tri varijante  $\chi_3$

	$A$	$B$	$C$
$\chi_3^{w+p}$	0.0135324	-0.0011113	0.00000015
$\chi_3^{w+p'}$	0.0192252	-0.0012234	0.00000013
$\chi_3^w$	0.0375353	-0.0003767	0.00000019

Ako diferenciramo po vremenu jednačinu (60) dobićemo LOD aproksimaciju koja glasi:

$$\frac{d}{dt}(UT1 - UTC) = -LOD = -(a + bt + \chi_3 + CD), \quad (61)$$

u kojoj su  $CD = \frac{d}{dt}(CT)$  plimski članovi (Yoder i dr., 1981),  $a, b$  su konstante određene metodom MNK. Dobijene vredosti date su u tablici 6.

**Tablica 6.**

$a, b$  koeficijenti određeni metodom MNK za LOD aproksimaciju i  $\delta$  je srednjekvadratno odstupanje.

	$a$	$b$	$\delta$
$\chi_3^{w+p}$	0.0011815	-0.0000003	$\pm 0'.00028$
$\chi_3^{w+p'}$	0.0012905	-0.0000003	$\pm 0'.00027$
$\chi_3^w$	0.0004083	-0.0000004	$\pm 0'.00029$

Iz tablica 5 i 6 se vidi da za koeficijente  $a, b, A, B, C$  dobijamo približne vrednosti koje slede iz diferenciranja izraza (60) da bi se dobio izraz (61), tj.  $-a \approx B$ ,  $-b \approx 2C$ .

Na slici 16 (član vetra plus član pritiska), slici 17 (član vetra plus član pritiska sa korekcijom invertnog barometra) i slici 18 (samo član vetra) predstavljene su sve tri kombinacije  $\chi_3$  u LOD aproksimaciji (61) i posmatrani LOD. Sa ovih slika vidimo da je saglasnost između dveju krivih izvanredna. Da bi bolje ocenili ovu saglasnost računali smo srednjekvadratno odstupanje  $\delta$  između dve krive (posmatranog LOD i atmosferske funkcije  $\chi_3$ ) po jednačini :

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum \nu^2(t)}{n-2}}$$

gde je  $\nu(t) = LOD - (a + bt + \chi_3 + CD)$ ,  $n$  je broj podataka.

Dobijene vrednosti za  $\delta$  za sve tri razmatrane varijante  $\chi_3$  date su u tablici 6. Na osnovu ove tablice vidimo da je postignuta dobra saglasnost u sva tri sličaja. Iz postignute dobre saglasnosti između krivih LOD i  $\chi_3$  zaključujemo da je osna okeanska funkcija  $\Delta\Psi_3^o$  data jednačinom (21), koju smo uzeli od Jodera (Yoder i dr., 1981) dobro određena, i da sa njom dobijena treća jednačina modela Zemlje (38) dobro fituje atmosfersku funkciju  $\chi_3$  sa posmatranim LOD.

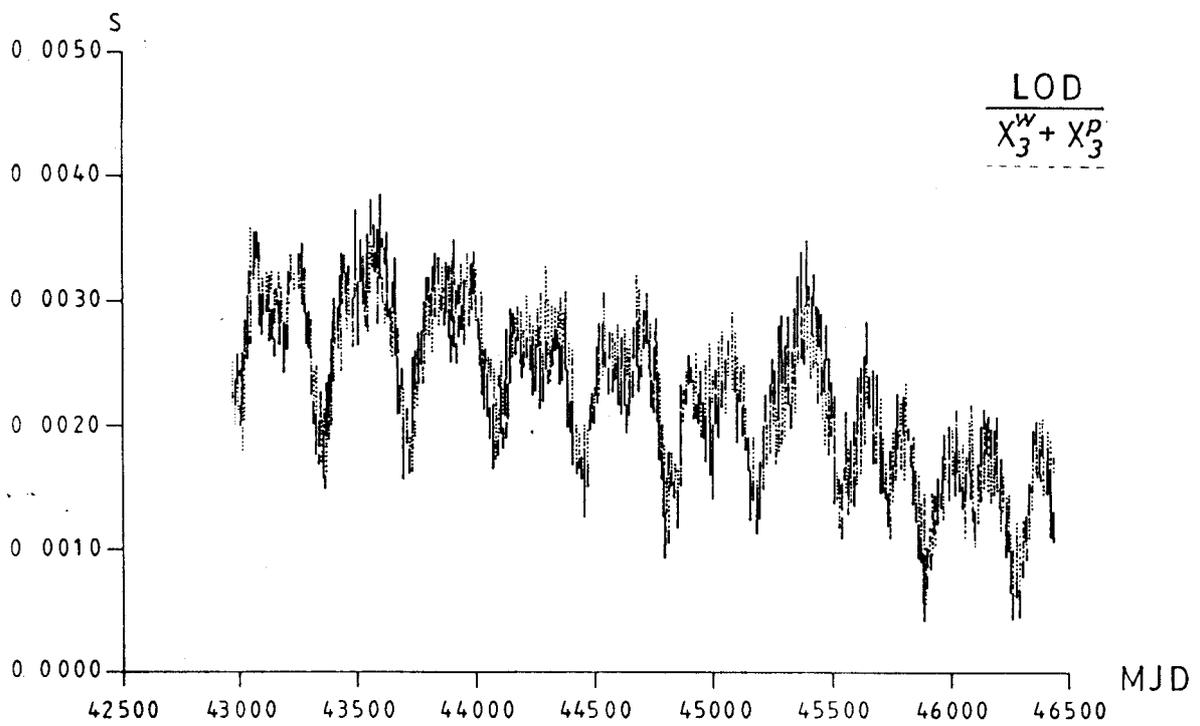
Upoređenje posmatranog LOD sa atmosferskim  $\chi_3$  daćemo i upoređenjem njihovih spektara.

Pošto je srednjekvadratno odstupanje između dveju krivih (LOD i  $\chi_3$  za sve tri varijante  $\chi_3$  (tabl. 6.) oko  $\pm 0^s.0003$  to ćemo spektralnu analizu raditi za sve tri varijante.

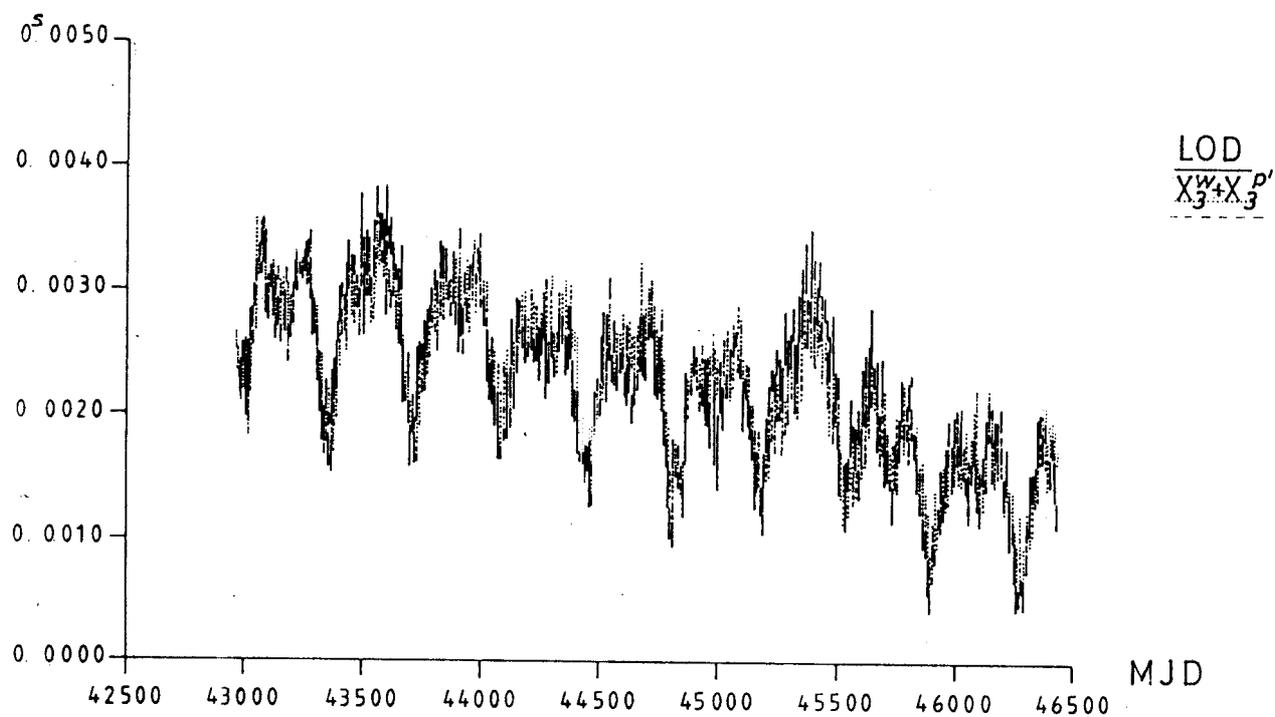
Spektralna analiza LOD i  $\chi_3$  dobijena je kao direktna Furijeova transformacija korišćenjem algoritma Cooley-Tukey za brzu Furijeovu transformaciju (FFT). Rezultati spektralne analize predstavljeni su na slikama od 9-23. Na apscisnoj osi je logaritamska skala periode u godinama a na ordinatnoj osi amplitude u vremenim sekundama. Vidimo da LOD i  $\chi_3$  u različitim kombinacijam prikazuju da nema mnogo uticaja član pritiska na trajanje dana; ako uporedimo spektar  $\chi^{w+p}$  (član vetra plus član pritiska) na slici 19 sa spektrom  $\chi_3^w$  (samo član vetra) na slici 21, vidimo izvanrednu

sličnost. Sve do polugodišnjeg pika oni su praktično identični, a za duže periode član pritiska, izgleda, nadoknađuje umerenost amplituda dominantnih članova vetra. Isto je i sa varijantama  $\chi_3^{w+p'}$  (član pritiska sa korekcijom invertnog barometra plus vetar član) na slici 20. To je jasno da za osnu komponentu  $\chi_3$ , član pritiska je tako mali da hipoteza invertnog barometra ne donosi nikakve suštinske promene totalnoj funkciji ugaonog momenta. Uopšteno govoreći kombinacija vetar člana sa svakom od ove dve mogućnosti člana pritiska daje za periode iznad jedne godine bolju saglasnost sa posmatranim LOD, od kojeg su oduzete plime (uporediti spektar LOD i LOD-plime, na sl. 23 i 22), nego sam vetar član. Sličnost spektra LOD (bez plima) i  $\chi_3^{w+p}$ ,  $\chi_3^{w+p'}$  je izvanredna; oni su praktično identični. Postoje neke male razlike u amplitudama oba dominantna člana: godišnjeg i polu- godišnjeg (tablica 7);  $\chi_3$  daje manju amplitudu polu-godišnjeg člana a veću amplitudu godišnjeg člana nego posmatrani LOD bez plima, ali razlike se nalaze unutar granice od 10%. Veće razlike su ispoljene za duže periode. Amplitude posmatranog LOD (bez plima), za periode duže od jedne godine, izgledaju bolje saglasne sa samim vetar članom nego sa kombinacijom vetar i pritisak člana. To može značiti da jedan ili drugi član pritiska u njegovom dugo-periodičnom delu nije pouzdan, ali (što je više verovatno), da se nalazi drugi izvor ekscitacije dugo-periodične promene (na pr. elektromagnetska sprega između jezgra i omotača) koja je odgovorna za ove promene rotacione brzine Zemlje.

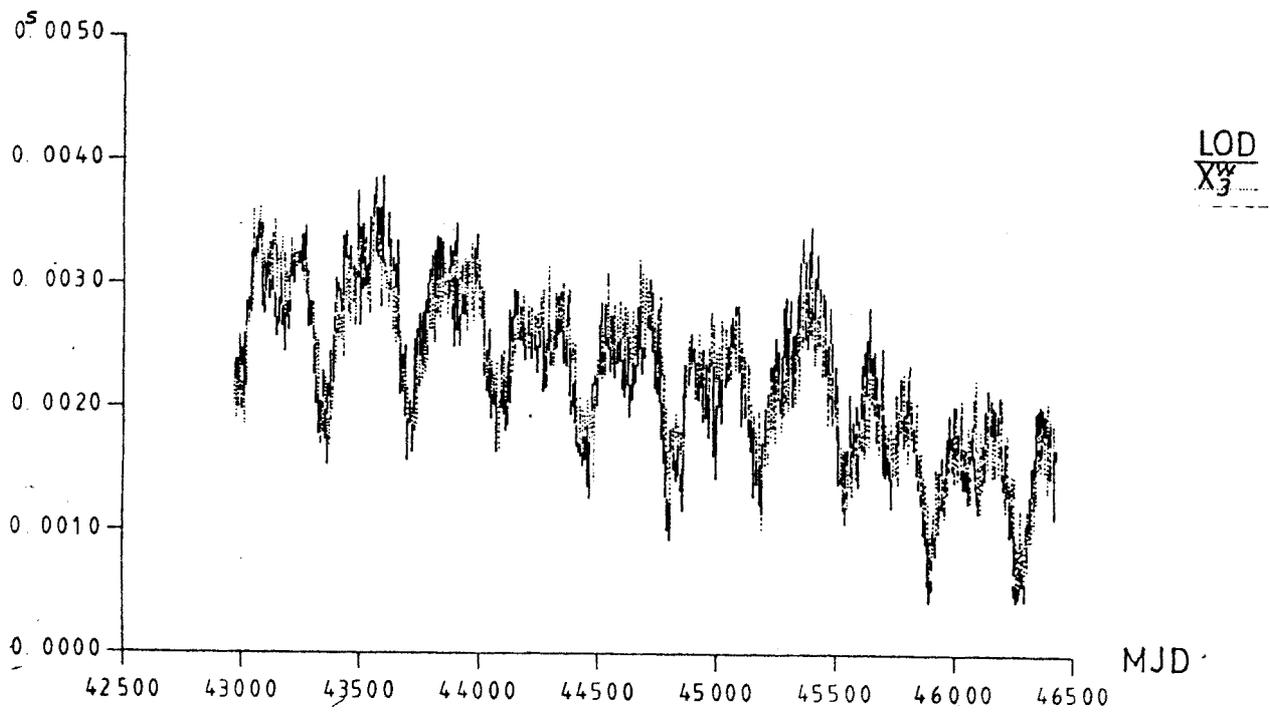
Slika 16. LOD (puna linija) i osna komponenta EAMF (član ve-  
tra + član pritiska) računata po jednačini 61 (isprekidana linija).



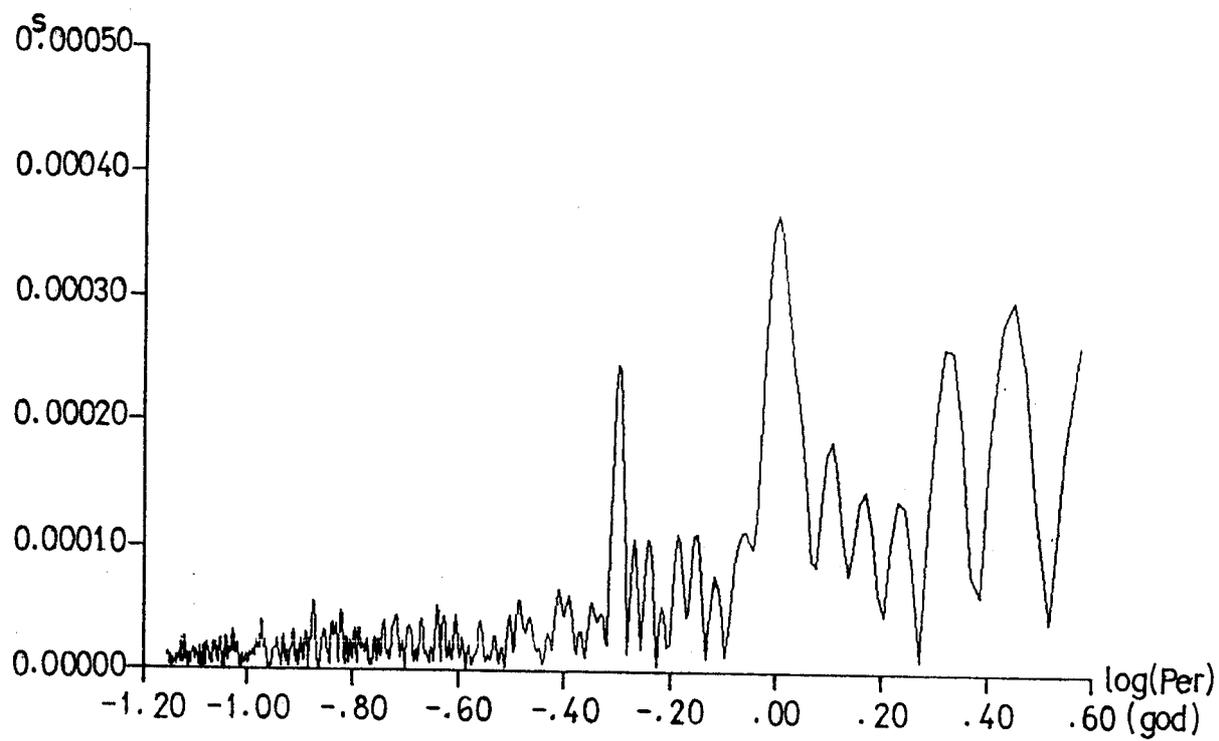
*Slika 17.* LOD (puna linija) i osna komponenta EAMF (član vetra + član pritiska sa korekcijom invertnog barometra) računata po jednačini 61 (isprekidana linija).



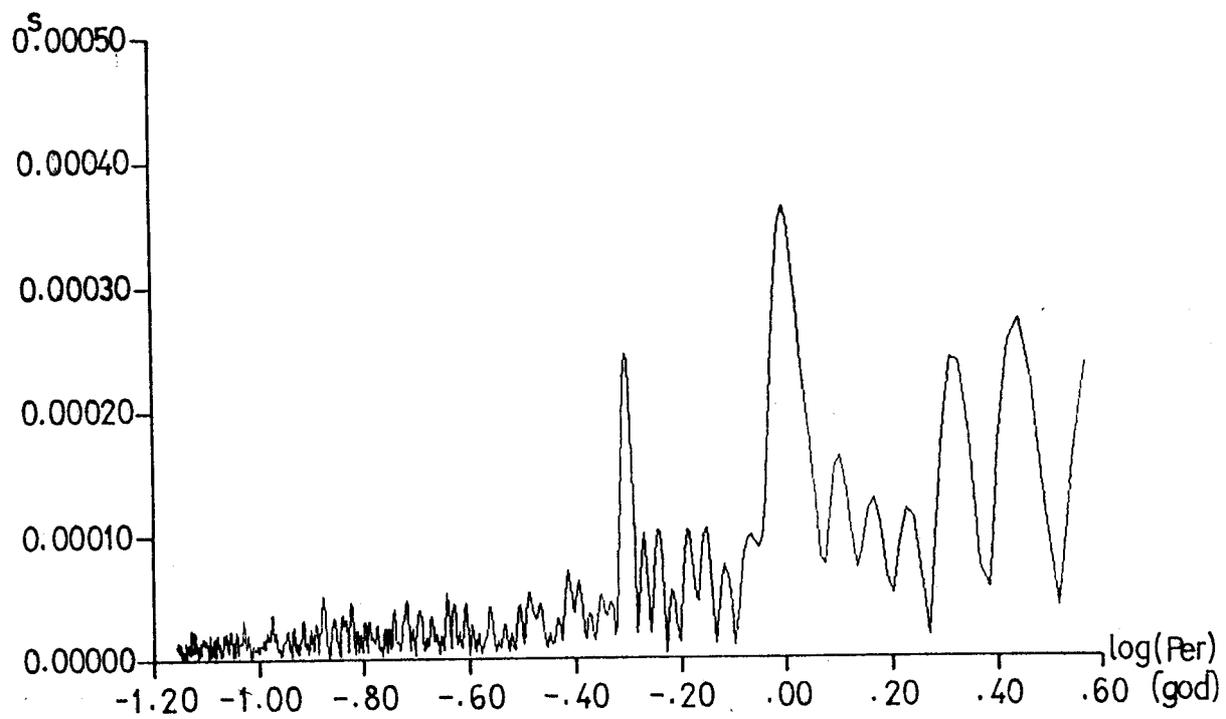
Slika 18. LOD (puna linija) i osna komponenta EAMF (član ve-  
tra) računata po jednačini 61 (isprekidana linija).



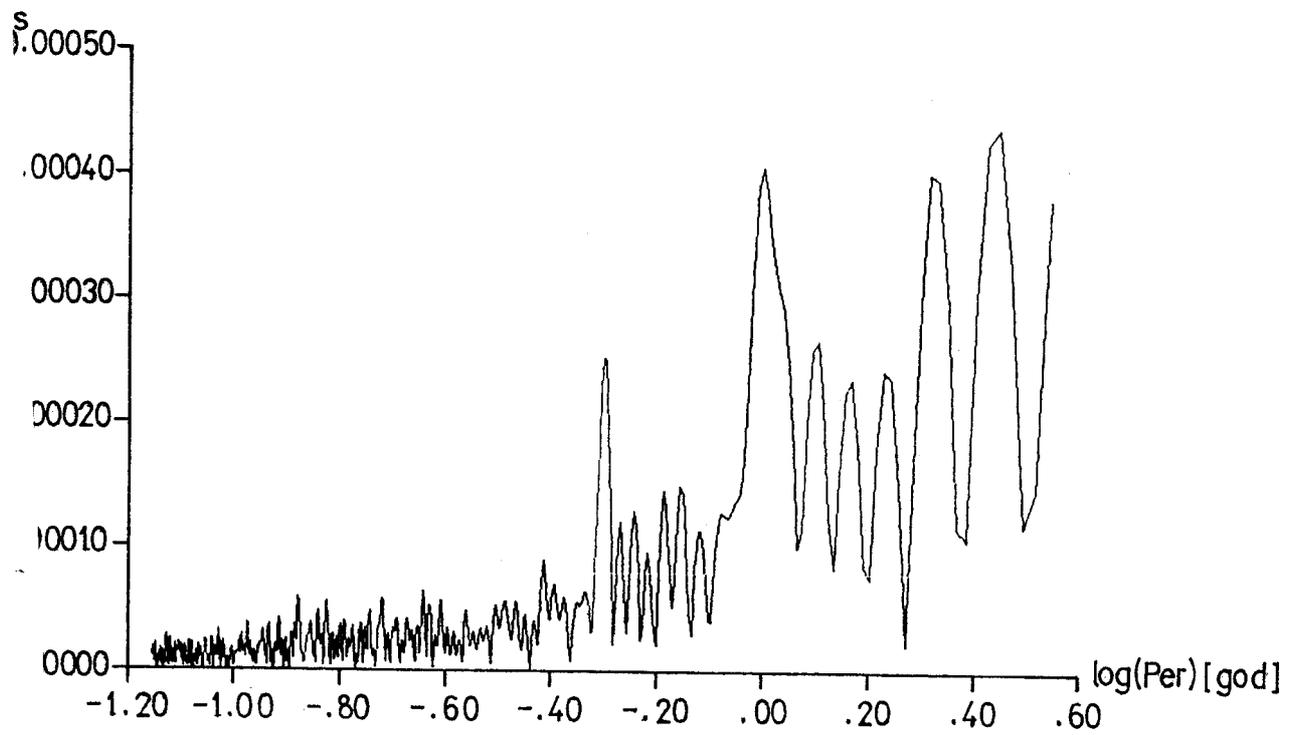
Slika 19. Spektar osne komponente EAMF (član vetra + član pritiska).



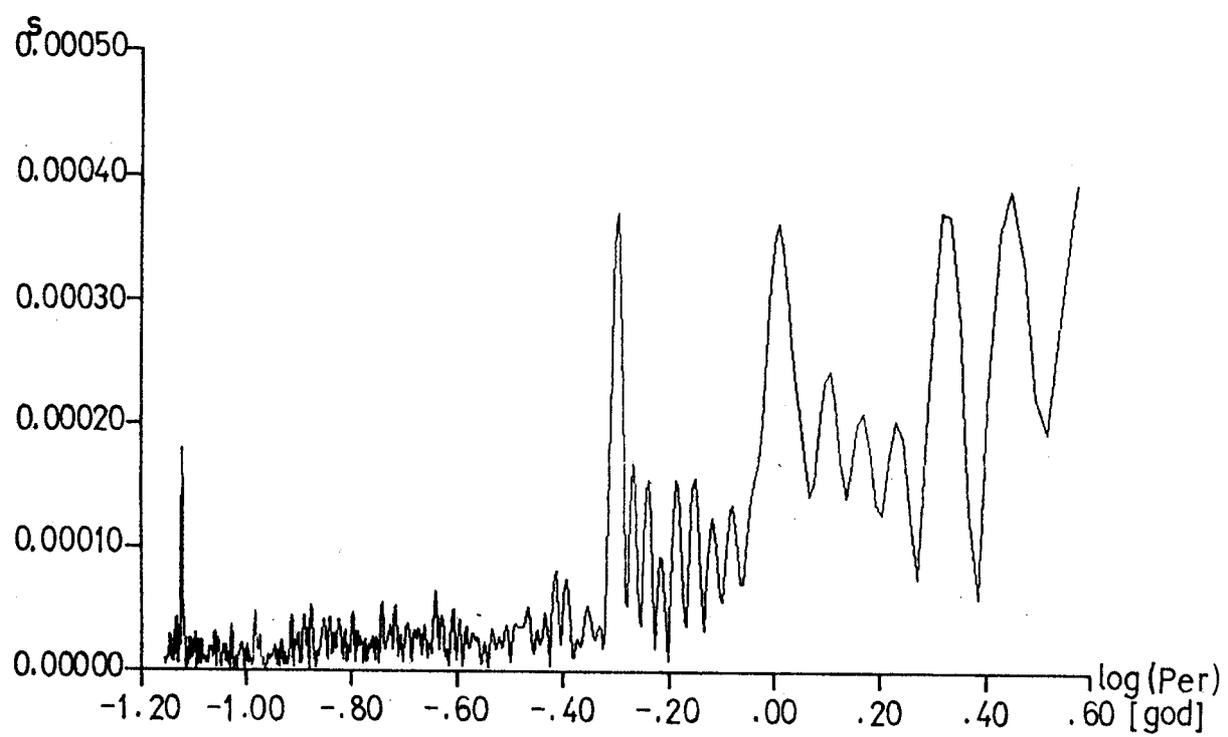
*Slika 20.* Spektar osne komponente EAMF (član vetra + član pritiska sa korekcijom invertnog barometra).



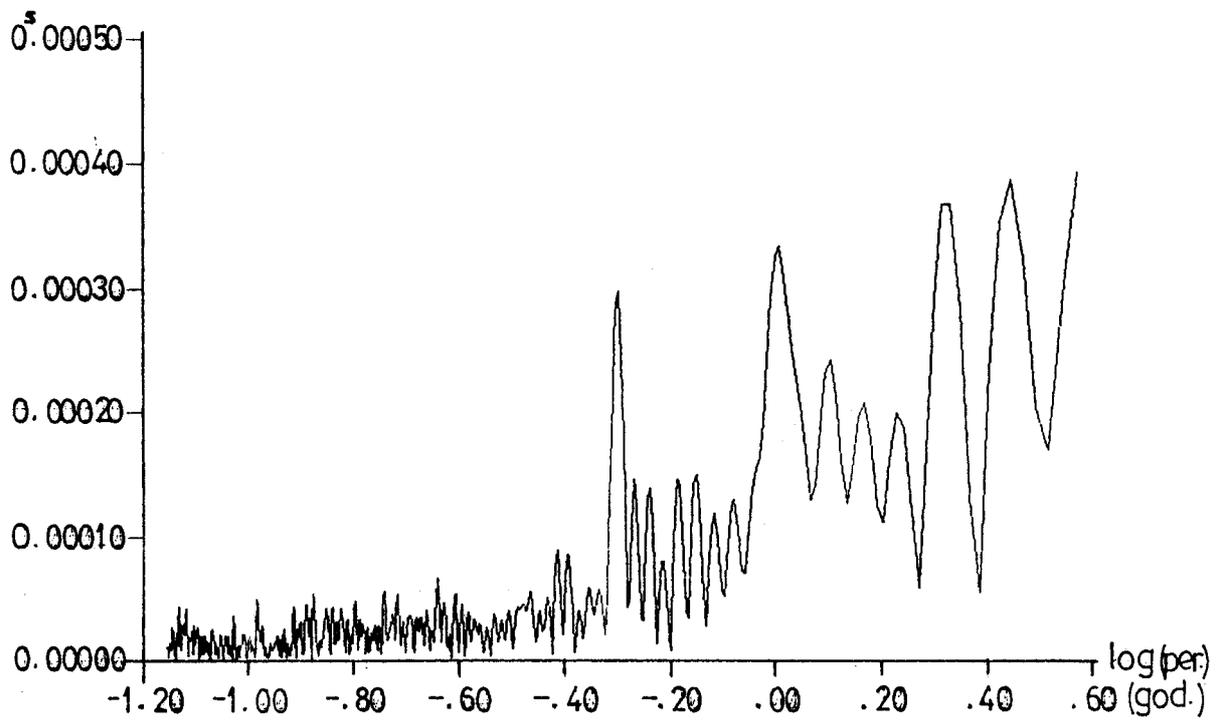
Slika 21. Spektar osne komponente EAMF (član vetra).



Slika 22. Spektar LOD.



Slika 23. Spektar LOD - plime.



**Tablica 7.**

Date su Periode, Amplitude i Faze dobijene metodom FFT za sve tri kombinacije  $\chi_3$ , LOD i LOD-plime. Faze se odnose na modificovani Julijanski datum (MJD)=42963.

	<i>Period</i>	<i>Amplituda</i>	<i>Faza</i>
	[god]	[s]	[°]
$\chi_3^{w+p}$	0.50	0.000246	164.23
	1.00	0.000368	331.74
$\chi_3^{w+p'}$	0.50	0.000246	167.28
	1.00	0.000363	331.84
$\chi_3^w$	0.50	0.000253	165.25
	1.00	0.000406	335.74
LOD	0.50	0.000361	159.29
	1.00	0.000354	301.25
LOD-plime	0.50	0.000293	160.92
	1.00	0.000328	327.79

Na drugoj strani, grupa malih pikova koja je praktično identična u oba spektra, za pikove manje od polugodišnjeg potvrđuje nalaze drugih autora (Feissel i Gambis, 1980; Đurović, 1986, 1987) koji su našli fluktuacije sa periodama između 50 i 70 dana u oba, i u LOD i u  $\chi_3$ . Nalazi se pouzdan dokaz da postoji korelacija između Sunčeve aktivnosti i atmosfere ekscitacije (Đurović, 1987).

Možemo zaključiti da su promene u brzini Zemljine rotacije uglavnom izazvane kombinovanim efektima Mesečevih i Sunčevih plima i atmosfere ekscitacije.

## 8. ZAKLJUČCI

Reakcija visko-elastične Zemlje na atmosfersku ekscitaciju je izvedena korišćenjem novog, dvo-osnog modela Zemlje sa fluidnim jezgrom i dinamičkim okeanom. Rezultati dobijeni u ovom radu pokazuju sledeće zaključke:

1. Potvrđena je polazna hipoteza o nelinearnoj zavisnosti Čendlerove frekvence od totalne amplitude polarnog kretanja analizom ILS koordinata pola.

2. Pokazano je da se ne radi o dve, već o jednoj frekventno moduliranoj Čendlerovoj nutaciji i da je naša ranije dobijena dvojnost Čendlerovog pika posledica rapidne promene Čendlerove faze u periodu 1920-1940.

3. Član vetra meren samo u ponoć, mnogo je precenjen, posebno što se tiče godišnje komponente. Na drugoj strani, pokazuje se da ga ne treba u buduće zanemarivati, kad podaci sa višom rezolucijom (najmanje dva puta dnevno) postanu rutinski raspoloživi.

4. Hipoteza invertnog barometra reakcije okeana na promene vazdušnog pritiska je podržana; članovi pritiska bez ove korekcije ekscitovali bi polarno kretanje sa amplitudom mnogo većom od posmatrane, dok korekcija invertnog barometra donosi ovu amplitudu vrlo blisku posmatranoj.

5. Razlike između faza atmosferski ekscitovanog i posmatranog godišnjeg kretanja je objašnjena dodatnom ekscitacijom uzrokovanom promenama podzemnih voda na godišnjoj frekvenci.

6. Pokušaj numeričke integracije polarnog kretanja na intervalu 9.5 godina bio je uspešan; razlike između dveju (integraljenog i posmatranog polarnog kretanja) krivih su, za Vondrakov model, reda  $\pm 0^{\circ}.06$ .

7. Koristeći dodatnu ekscitaciju uzrokovanu promenama podzemnih voda od Kikučija (Kikuchi, 1977) fitovanje je poboljšano.

8. Novi model Zemlje sa slobodnom Čendlerovom frekvencom zavisnom od totalne amplitude polarnog kretanja donosi novo poboljšanje. Fi-

tovanje za ovaj model sa podzemnom vodom od Kikučija karakterisano je sa srednjekvadratnim odstupanjem između dveju krivih od samo  $\pm 0^{\circ}.037$ . Ovako dobro poboljšanje može biti, pored pomenutih, i posledica nepoznatih ekscitacija sličnog oblika.

9. Ima još pitanja na koja treba odgovoriti daljim istraživanjima. Posmatrana amplituda pokazuje spor porast ako je uporedimo sa integraljenim polarnim kretanjem. Očigledno, ovo se može objasniti samo nekom, nepoznatom, ekscitacijom sa frekvencom koja je vrlo bliska Čendlerovoj frekvenci. Zna se da takva ekscitacija nije prisutna u atmosferi, ali je verovatno da bi se mogla naći u promenama podzemnih voda, koje nisu tako precizno poznate kao atmosferske promene. S toga je jasno da, služba slična regularnom izračunavanju funkcija ugaonih momenata atmosfere, trebalo bi da odgovori na ova otvorena pitanja.

10. Iz ovoga možemo izvući konačan zaključak da doprinos atmosferske ekscitacije i ekscitacije podzemne vode je odgovoran za posmatrano polarno kretanje, i da novi model Zemlje sa promenljivom i amplitudno zavisnom Čendlerovom frekvencom je potvrđen čak iz kratkog vremenskog intervala.

11. Što se tiče LOD možemo zaključiti: da promene u brzini Zemljine rotacije uglavnom su izazvane kombinovanim efektima Mesečevih i Sunčevih plima i atmosferskom ekscitacijom.

12. Grupa malih pikova koja je praktično identična u oba spektra (LOD i  $\chi_3$ ) za periode manje od polugodišnjeg potvrđuje nalaze drugih autora da postoje kratko-periodične varijacije sa periodima između 40 i 70 dana i u LOD i u  $\chi_3$ .

## LITERATURA

- Barnes, R.T.H.; Hide, R.; White, A.A.; Wilson, C.A.: 1983, *Proc. R. Soc. London A*, **387**, 31.
- BIH: 1977-1985, *Annual Reports* .
- Brzezinski, A.: 1987, *Manuskripta geod.*, **12**, 268 .
- Carter, W.E.: 1981, *J. Geophys. Res.*, **86**, 1653 .
- Chandler, S.C.: 1891a, *Astron. J.*, **248**, 59.
- Chandler, S.C.: 1891b, *Astron. J.*, **249**, 65.
- Chandler, S.C.: 1892, *Astron. J.*, **267**, 17.
- Colombo, G.; Shapiro, I.I.: 1968, *Nature*, **217**, 156.
- Dickey, J.O.; Eubanks, T.M.: 1987, in Holota, P.(Ed.): Proc. Internat. Symp. Figure and Dynamics of the Earth, Moon and Planets (*Astr. Inst. and Res. Inst. Geod. Praha*), 907 .
- Dickman, S.R.: 1981, *J. Geophys. Res.*, **86**, 4904.
- Dutton, C.E.; Fallon, F.W.: 1985, in Mueller, I.I.(Ed.): Proc. Internat. Conf. Earth Rotation and the Terrestrial Reference Frame (*Ohio State University*), 450 .
- Djurović, D.: 1983, *Astron. Astrophys.*, **118**, 26.
- Djurović, D.: 1986, *Proc. of NATO Workshop "Earth Rotation : solved and unsolved problems"*, Bonas, Toulouse.
- Djurović, D.: 1987, in Holota, P.(Ed.): Proc. Internat. Symp. Figure and Dynamics of the Earth, Moon and Planets (*Astr. Inst. and Res. Inst. Geod. Praha*), 991.
- Djurović, D.: 1988, privatna komunikacija.
- Eubanks, T.M.; Steppe, J.A.; Dickey, J.O.: 1985, in Mueller, I.I.(Ed.): Proc. Internat. Conf. Earth Rotation and Terrestrial Reference Frame , (*Ohio State University*), 469 .
- Eubanks, T.M.; Steppe, J.A.; Dickey, J.O.: 1987, in Wilkins, G.; Babak, A. (Eds): , *Proc. IAU Symp. 128 The Earth's Rotation and Reference Frames for Geodesy and Geodynamics (D.Reidel, Dordrecht)*, in press.
- Feissel, M.; Nitschelm, Ch.: 1985, *Annales Geophysicae*, **3**, 181.

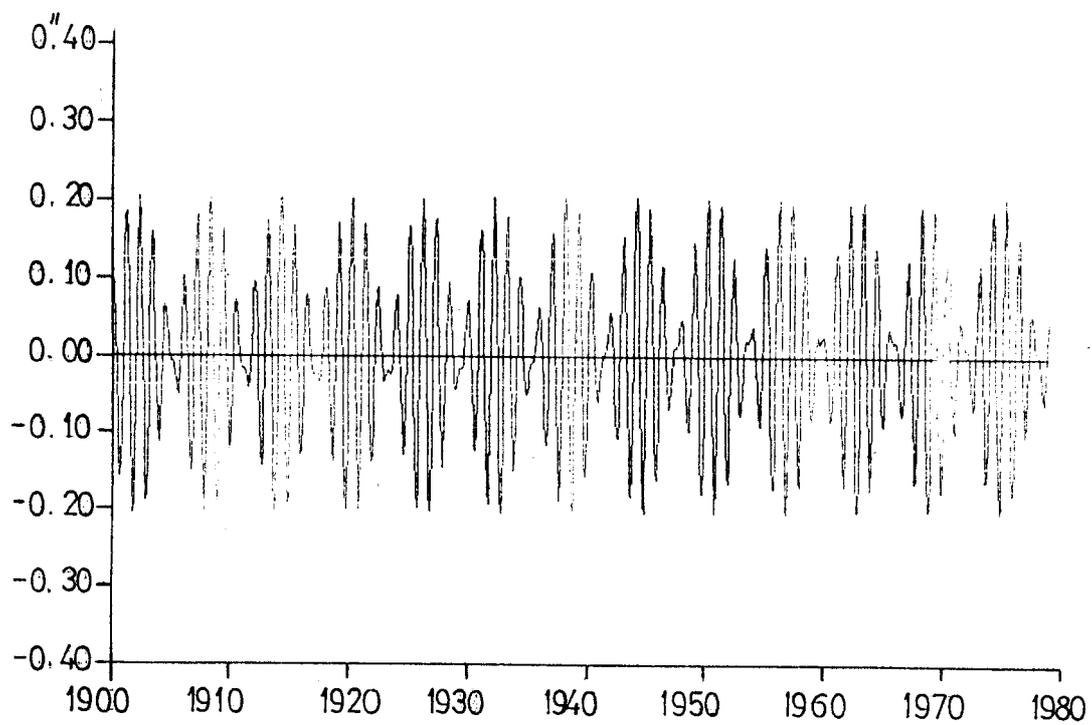
- Gaposchkin, E.M.: 1972, in *Rotation of the Earth*, Reidel, Dordrecht.
- Guinot, B.: 1972, *Astron. Astrophys.*, **19**, 207.
- Guinot, B.: 1982, *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **71**, 295.
- Hide, R.: 1984, *Phil. Trans. R. Soc. London A*, **313**, 107.
- Hylckama, T. Van: 1956, *Publ. Climat.* **9**, 57.
- Jochman, H.: 1976, *Ver"off. Zentralinst. Phys. Erde Potsdam*, **35**, 1.
- Jochman, H.: 1981a, *Gerlands Beitr. Geophys.*, **90**, 477.
- Jochman, H.: 1981b, *Ver"off. Zentralinst. Phys. Erde*, **67**, 1.
- Jochman, H.: 1986, *Vermessungstechnik*, **34**, H1, 18.
- Kikuchi, N.: 1977, *J. Geod. Soc. Japan*, **23**, 110 .
- Kimura, H.: 1918, *Mon. Not. R. astr. Soc.*, **78**, 163.
- Lambeck, K.; Cazenave, A.: 1973, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, **32**, 79.
- Lambeck, K.; Cazenave, A.: 1974, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, **38**, 49.
- Lambeck, K.; Cazenave, A.: 1977, *Phil. Trans. R. Soc. London*, **284**, A5.
- Lambeck, K.: 1980, *The Earth's Variable Rotation: Geophysical Causes and Sequences (Cambridge Univ. Press)*.
- Lambeck, K.; Hopgood, P.: 1981, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, **64**, 67.
- Melchior, P.J.: 1957, in *Physics and Chemistry of the Earth*, **2**, Pergamon Press, New York.
- Melchior, P.: 1978, *The Tides of the Planet Earth*, Pergamon Press, Oxford.
- Moritz, H.: 1980, *Ohio State University Rep.*, **309**, Columbus.
- Munk, W.H.; MacDonald, G.J.F.: 1960, *The Rotation of the Earth: A Geophysical Discussion (Cambridge Univ. Press)*.
- Naito, I.: 1985, *IAG Spec. Study Gr. 5-98, Bull.*, **2**.
- Newcomb, S.: 1891, *Astron. J.*, **251**, 81.
- Okazaki, S.: 1977, *Publ. Astr. Soc. Japan*, **29**, 619.
- Okubo, S.: 1982, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, **71**, 629.
- Ooe, M.: 1978, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, **53**, 445.

- Pedersen,G.P.H.; Rochester,M.G.: 1972, in *Rotation of the Earth*, Reidel, Dordrecht.
- Pejović,N.: 1983, *Publ. Dept. Astron. Beograd*, 12,41.
- Pejović,N.: 1984, *Prilog izučavanju kretanja Zemljinih polova - Magistarski rad*, Univerzitet u Beogradu.
- Pejović,N.: 1985, *Publ. Dept. Astron. Beograd*, 13,31.
- Poincare,H.: 1910, *Bull. Astron.*, 27,321.
- Rosen,R.D.; Salstein,D.A.: 1983, *J. Geophys. Res.*, 88, C9,5451.
- Rosen,R.D.; Salstein,D.A.: 1985, *J. Geophys. Res.*, 90, D5,8033.
- Salstein,D.A.: 1985, *IAG Spec. Study Gr. 5-98, Bull.*, 2.
- Salstein,D.A.: 1987, in *Holota,P.(Ed): Proc. Internat. Symp. Figure and Dynamics of the Earth, Moon and Planets (Astr. Inst. and Res. Inst. Geod. Praha)*,977.
- Sekiguchi,N.: 1972, *Publs. astr. Soc. Japan*, 24, 99.
- Sekiguchi,N.: 1976, *Publs. astr. Soc. Japan*, 28, 277.
- Sidorenkov,N.S.: 1973, *Izv. AN SSSR, Fizika atmosfery i okeana*, 9,339 .
- Sidorenkov,N.S.: 1979, *Astr. Zh.*, 56,187.
- Sidorenkov,N.S.: 1982, in *Izuchenyie Zemli kak planeti metodami astronomii, geodezii i geofiziki, Naukova dumka Kiev*,154.
- Vondrak,J.: 1969, *Bull. Astron. Inst. Czech.*, 20,349 .
- Vondrak,J.: 1977, *Bull. Astron. Inst. Czech*, 28,2 ,84.
- Vondrak,J.: 1984,*Bull.Astron. Inst. Czechosl.*,35,92.
- Vondrak,J.: 1985,*Annales Geophysicae*,3,3,351
- Vondrak,J.: 1986,*Bull. Astron. Inst. Czechosl.*37,324.
- Vondrak,J.: 1986, Magnetic tape with EAMF, priv. comm.
- Vondrak,J.: 1987,in *Holota,P.(Ed): Proc. Internat. Symp. Figure and Dynamics of the Earth, Moon and Planets (Astr. Ins. and Res. Inst. Geod. Praha)*, 039
- Vondrak,J.: 1988, in *Babcock,A.; Wilkins,G (Eds): Proc. IAU Symp. The Earth's Rotation and Reference Frames for Geodesy and Geodynamics*, 359.

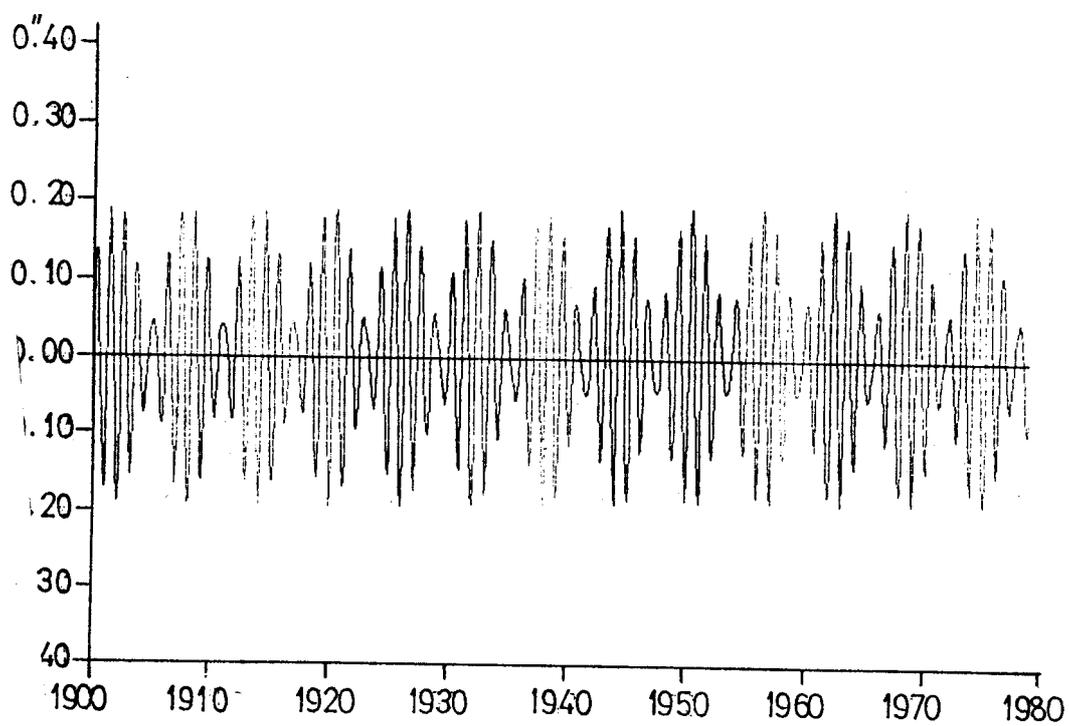
- Wahr, J.M.: 1982, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 70,349 .
- Wahr, J.M.: 1983, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 74,451 .
- Wilson, C.R.; Haubrich, R.A.: 1976a, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 46,707.
- Wilson, C.R.; Haubrich, R.A.: 1976b, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 46,745.
- Wilson, C.R.; Hinnov, L.: 1985, *Water effects on the Earth's rotation.-In Proc. Internat. Conf. Earth Rotation and the Terrestrial Reference Frame.* Ohio State University, 484.
- Yoder, C.W.; Williams, J.G.; Parke, M.E.: 1981, *J. Geophys. Res.* 86, B2,881. ■
- Yumi, S.; Yokoyama, K.: 1980, *Results of the ILS in a homogeneous system 1899.9-1979.0*, Mizusawa.

**PRILOG**

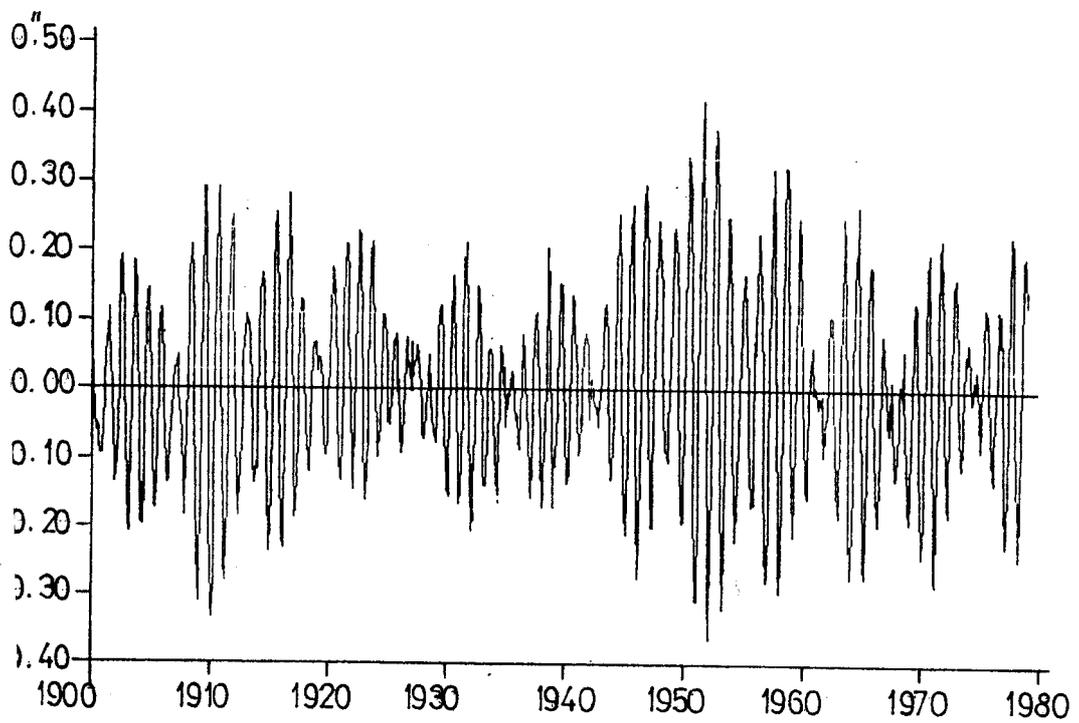
*Slika P1.* Sintetizovana  $x$  komponenta polarnog kretanja sa konstantnom Čendlerovom frekvencom i konstantnom Čendlerovom amplitudom (ILS podaci)



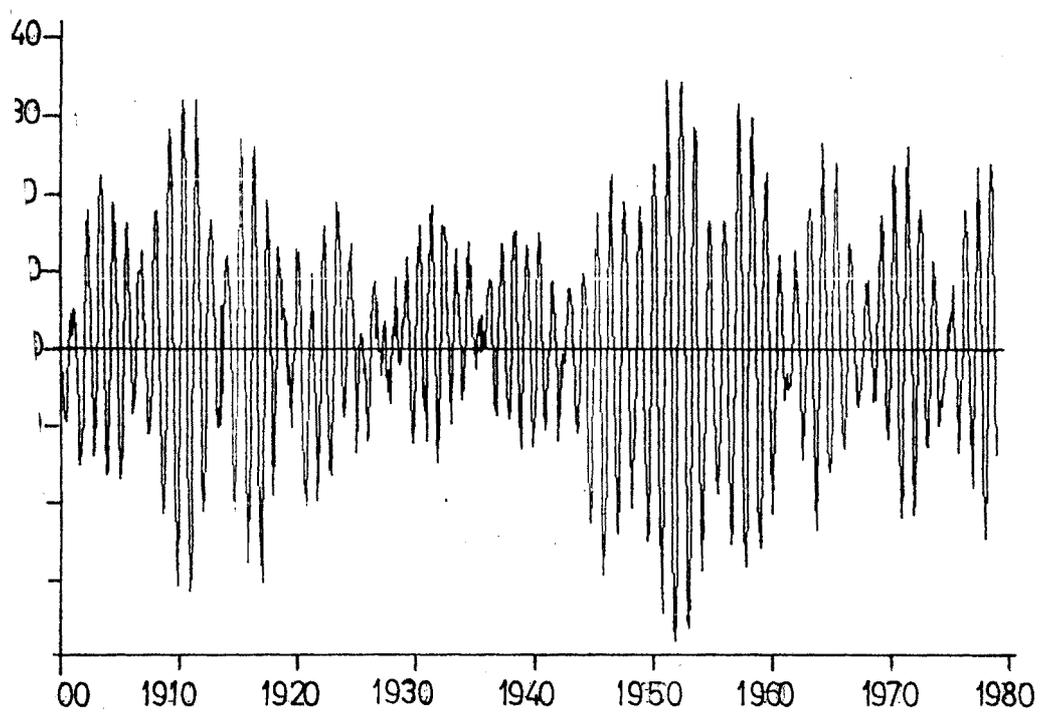
*Slika P2.* Sintetizovana  $y$  komponenta polarnog kretanja sa konstantnom Čendlerovom frekvencom i konstantnom Čendlerovom amplitudom (ILS podaci)



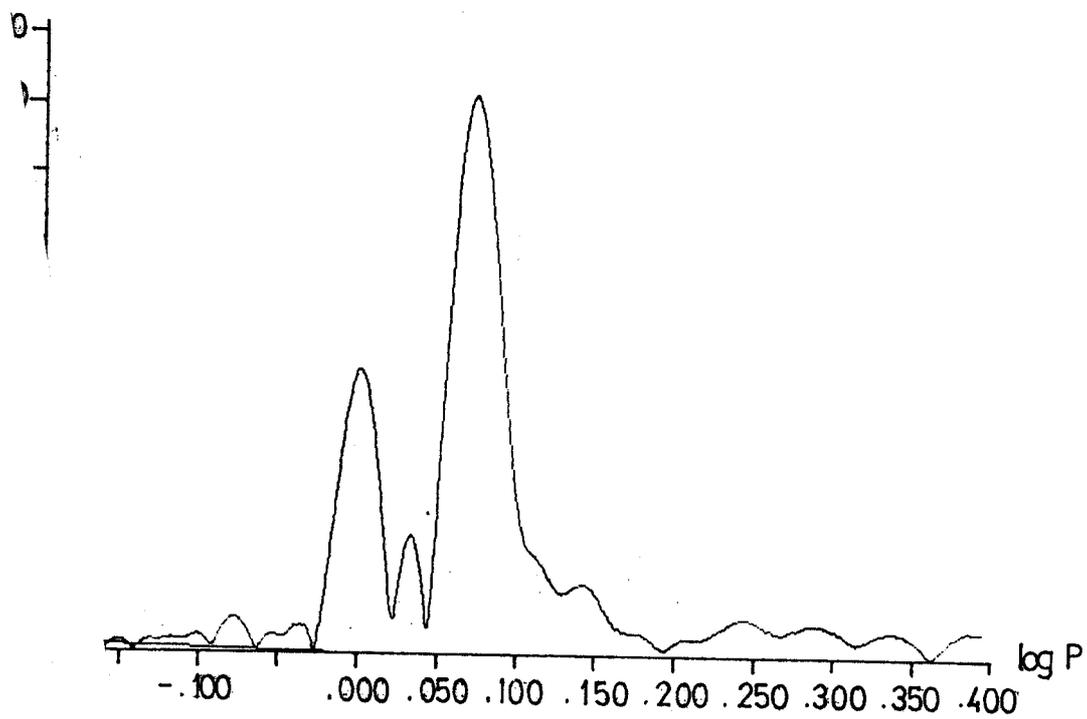
Slika P3. Posmatrani podaci ILS - x komponenta.



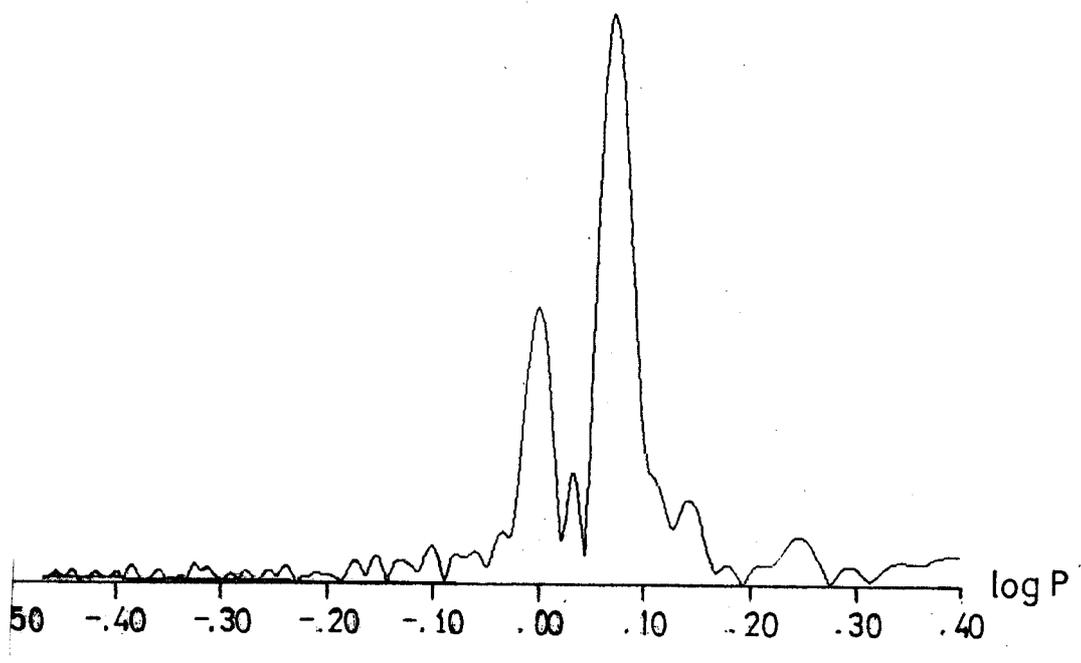
*Slika P4.* Posmatrani podaci ILS -  $y$  komponenta.



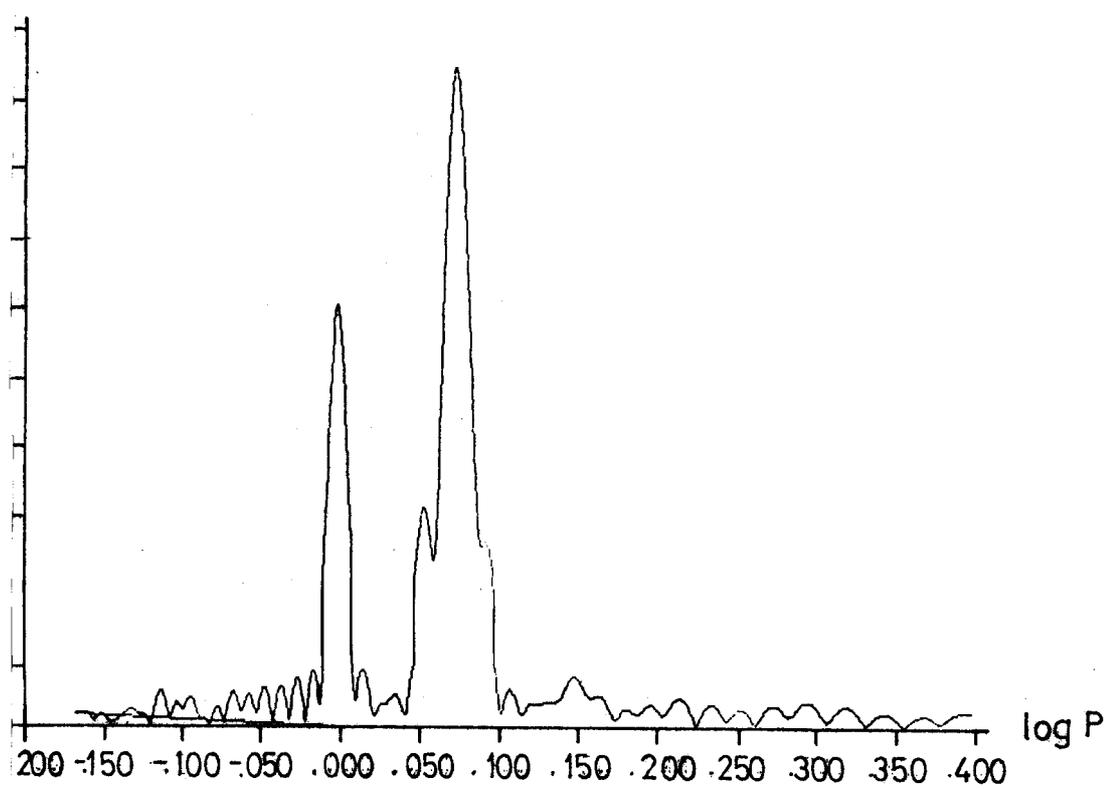
Slika P5. Spektar  $\alpha$  komponente ILS podataka za period 1900-1920.



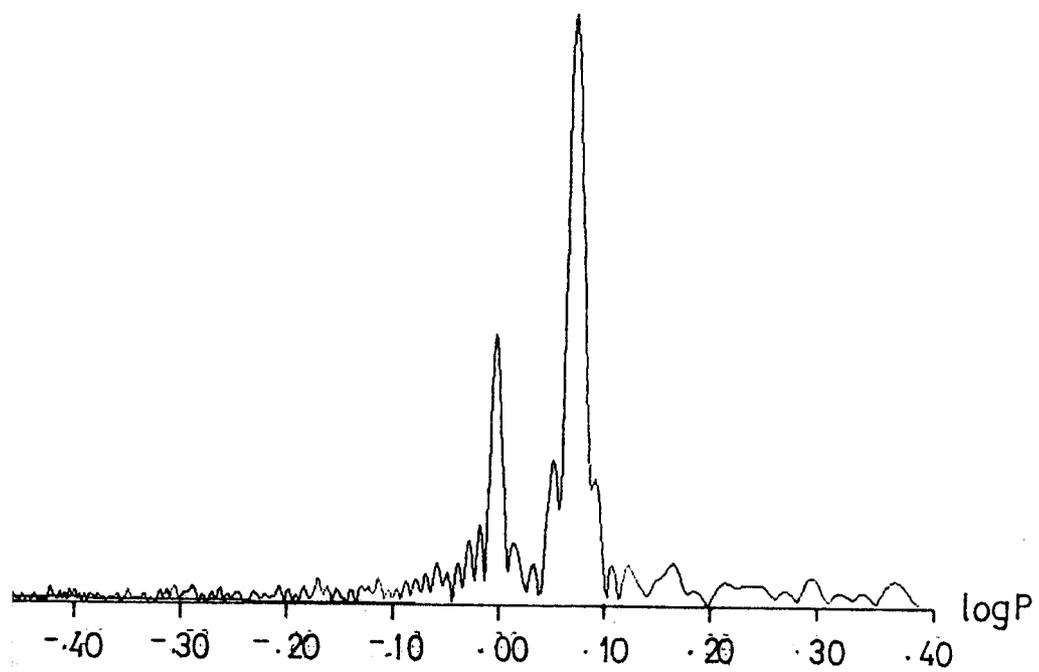
*Slika P6.* Spektar  $y$  komponente ILS podataka za period 1900-1920.



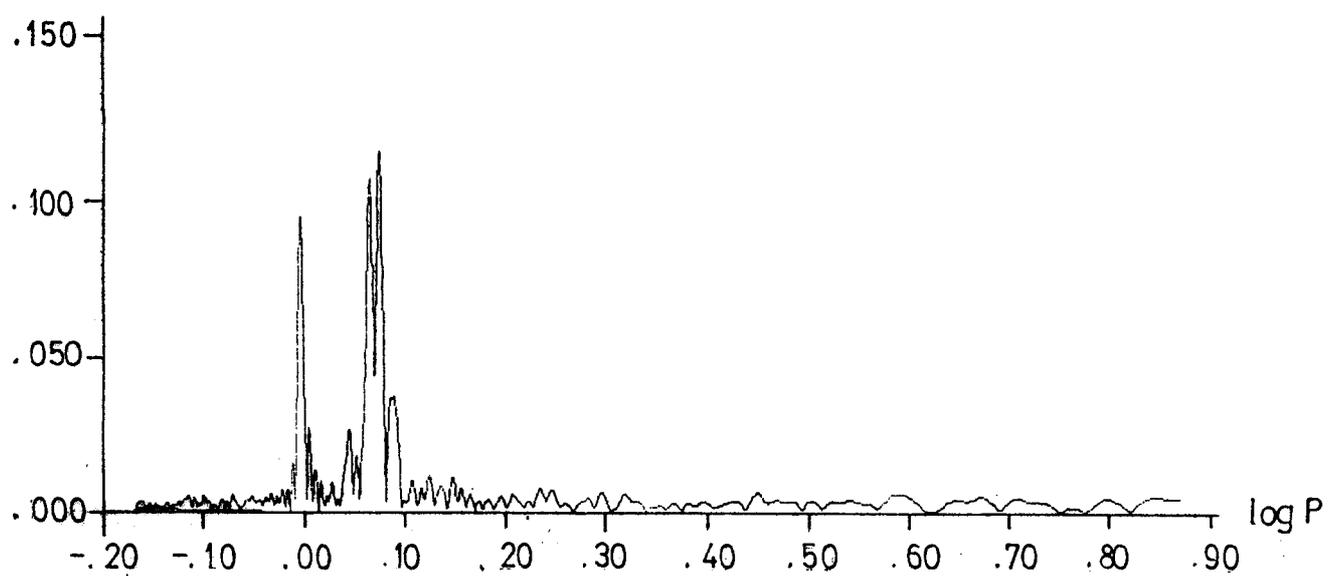
*Slika P7.* Spektar  $x$  komponente ILS podataka za period 1940-1980.



ta P8. Spektar y komponente ILS podataka za period 1940-1980.



*Slika P9.* Spektar  $x$  komponente ILS podataka za period 1900-1980.



Slika P10. Spektar  $y$  komponente ILS podataka za period 1900-1980.

