

Ljubica A. Nitšić

KOOSILACIJE FIZIKI ASTRONOMSKI KLUB

OSNOVNA ORGANIZACIJA UDRUŽENOG RADA
ZA MATEMATIKU, MEHANIČKU I ASTRONOMIJU

BIRO UTEKA

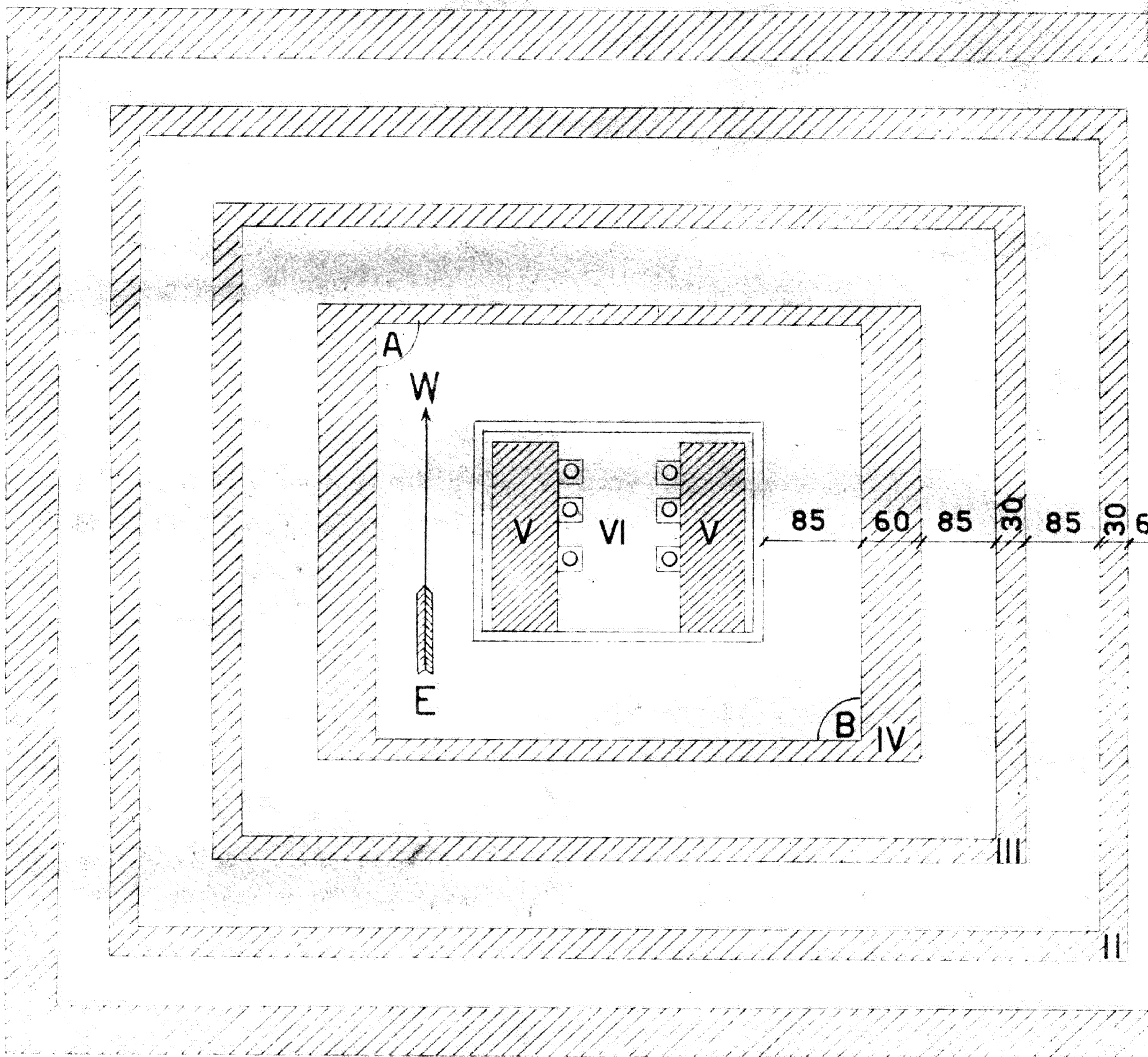
Број: Dokt. 9/1

Датум: 25. 06. 1986.

August 1986

S A D R Ź A J

	Strana
I. DEO: <u>Ispitivanja</u>	
Uvod	1
Eksperiment 1	4
" 2	7
" 3	10
" 4	15
" 5	19
" 6	20
Uporedna diskusija eksperimenta 4, 5 i 6	21
Eksperiment 7	28
" 8	30
" 9	34
" 10	38
" 11	41
" 12	46
" 13	49
" 14	52
Uporedna diskusija oscilacija zaustavljenog klatna pod dejstvom jednog, dva i tri aktivna klatna	55
Eksperiment 15	59
" 16	61
II. DEO: <u>Analiza rezultata eksperimenata</u>	
1. slučaj: N_1 zaustavljeno klatno deluje samo jedno aktivno klatno	62
2. slučaj: N_2 zaustavljeno klatno deluju dva ili više aktivnih klatna	
a/ Amplituda i faza zbira oscilacija	69
b/ Zavisnost amplitude i faze zbira oscilacija od donosa komponentnih amplituda	81
c/ Period faznog ugla zbira oscilacija	83
d/ Primeri	91
3. slučaj: Proces amortizovanja oscilacija	96
4. slučaj: Proces zatalasavanja /Proces nastajanja prinudnih oscilacija/	100
5. slučaj: Spregnute oscilacije	105
<u>Literature</u>	114



Сл. 1

KOOSCILACIJE BLISKIH ASTRONOMSKIH KLATNA

I. deo

UVOD

Služba tačnog vremena Astronomske opservatorije u Beogradu raspolaže sa četiri precizna zvezdana časovnika. Ti su časovnici bili smešteni u specijalno za njih gradjenu kabinu čiji se pod nalazi na 13 m ispod tla. Časovna kabina konstrukciono pripada glavnoj zgradi Opservatorije. Radi izolacije od vlage i naglih temperaturskih promena kabina je opasana sa četiri izolaciona zida. Plan prostorije u kojoj su se nalazili časovnici vidi se sa priložene slike 1.

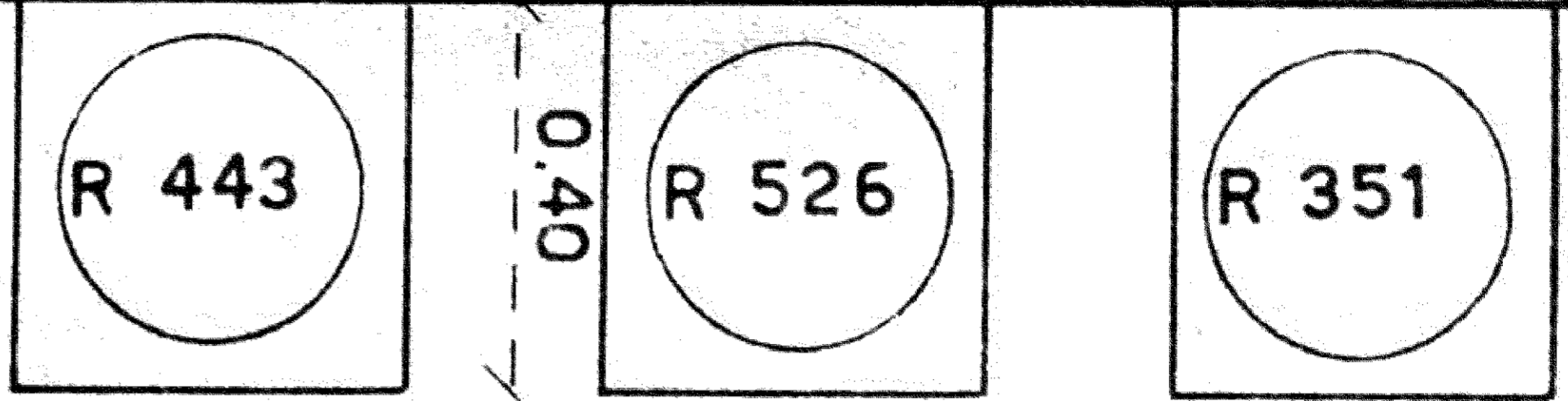
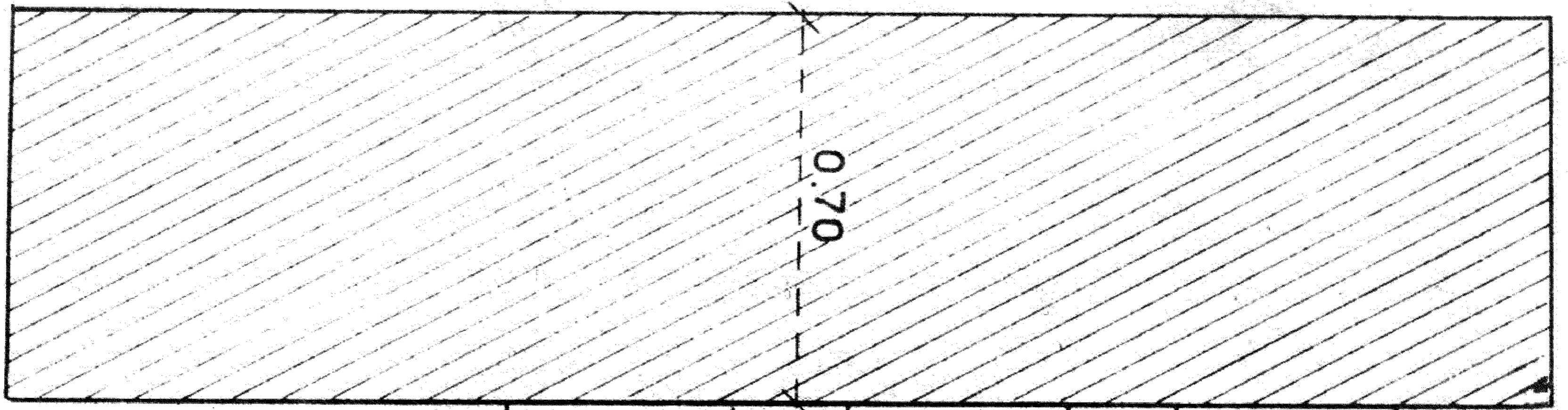
Za postavljanje časovnika podignut je u sredini ove kabine betonski blok. Svi precizni astronomski časovnici, njih četiri na broju, stavljeni su, po završetku opservatorije 1934 god., na ovaj betonski stub. Svi su časovnici sa klatnom i sa regulisanim, tj. stalnim barometarskim pritiskom /pod zvonom/. Tri su tipa Riefler /R 507, R 351, R 526/ dok je četvrti tipa Leroy /L 1637/.

Osim zvezdanih na isti stub su stavljena i dva srednja časovnika, takodje sa klatnom, oba tipa Riefler, koji rade na slobodnom pritisku ali imaju kompenzacioni uređjaj za pritisak.

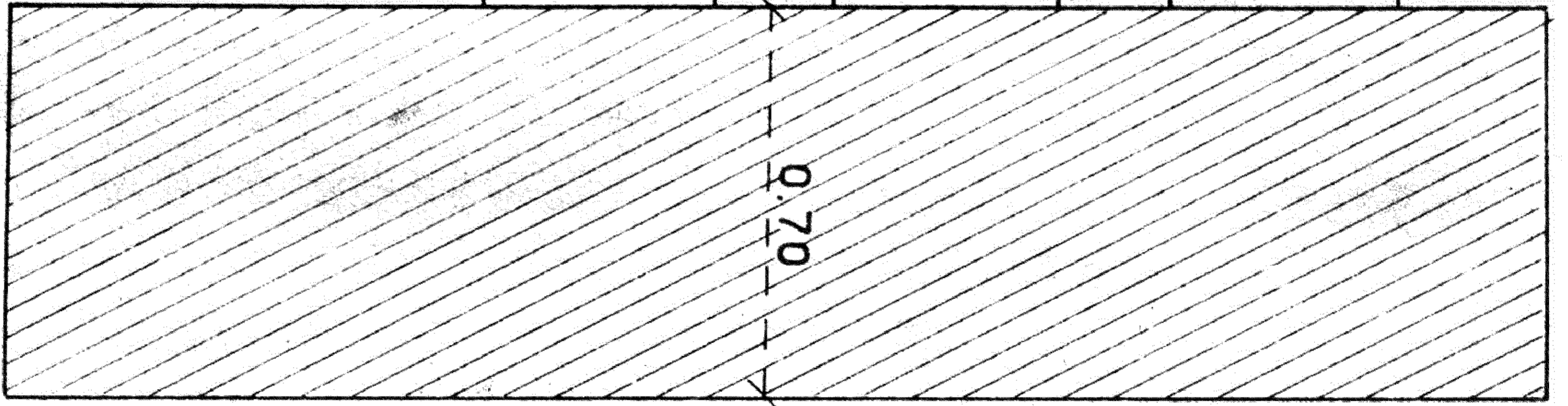
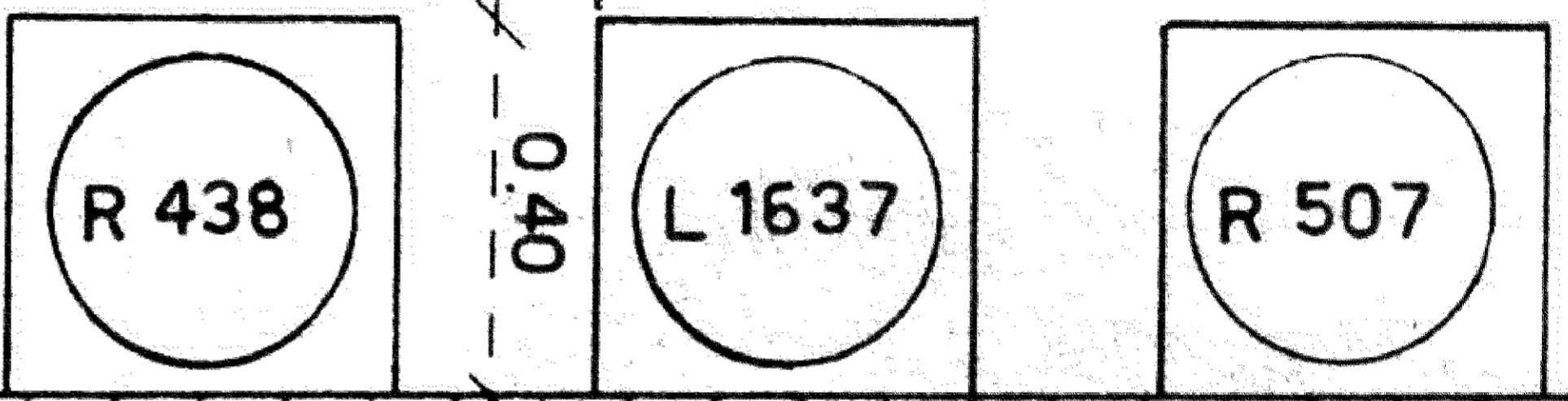
Plan stuba sa rasporedom časovnika pokazan je na slici 2 a profil na slici 3.

Iako je časovna kabina tako duboka u zemlji i opasana izolacionim zidovima, ipak konstantnost temperature nije bila potpuno postignuta. Raspon promene temperature kabine u toku godine iznosio je 4°C . Stoga je, u cilju uklanjanja tog izvora nepravilnosti u hodovima časovnika,

Fig. 2



100



UNIT REVISIONS TO THIS DRAWING ARE LISTED IN THE REVISIONS AND CHANGE RECORD SECTION OF THIS DRAWING. FOR THE RECORD, THIS DRAWING IS BEING REVISIONED TO REFLECT THE CHANGES LISTED IN THE REVISIONS AND CHANGE RECORD SECTION OF THIS DRAWING.

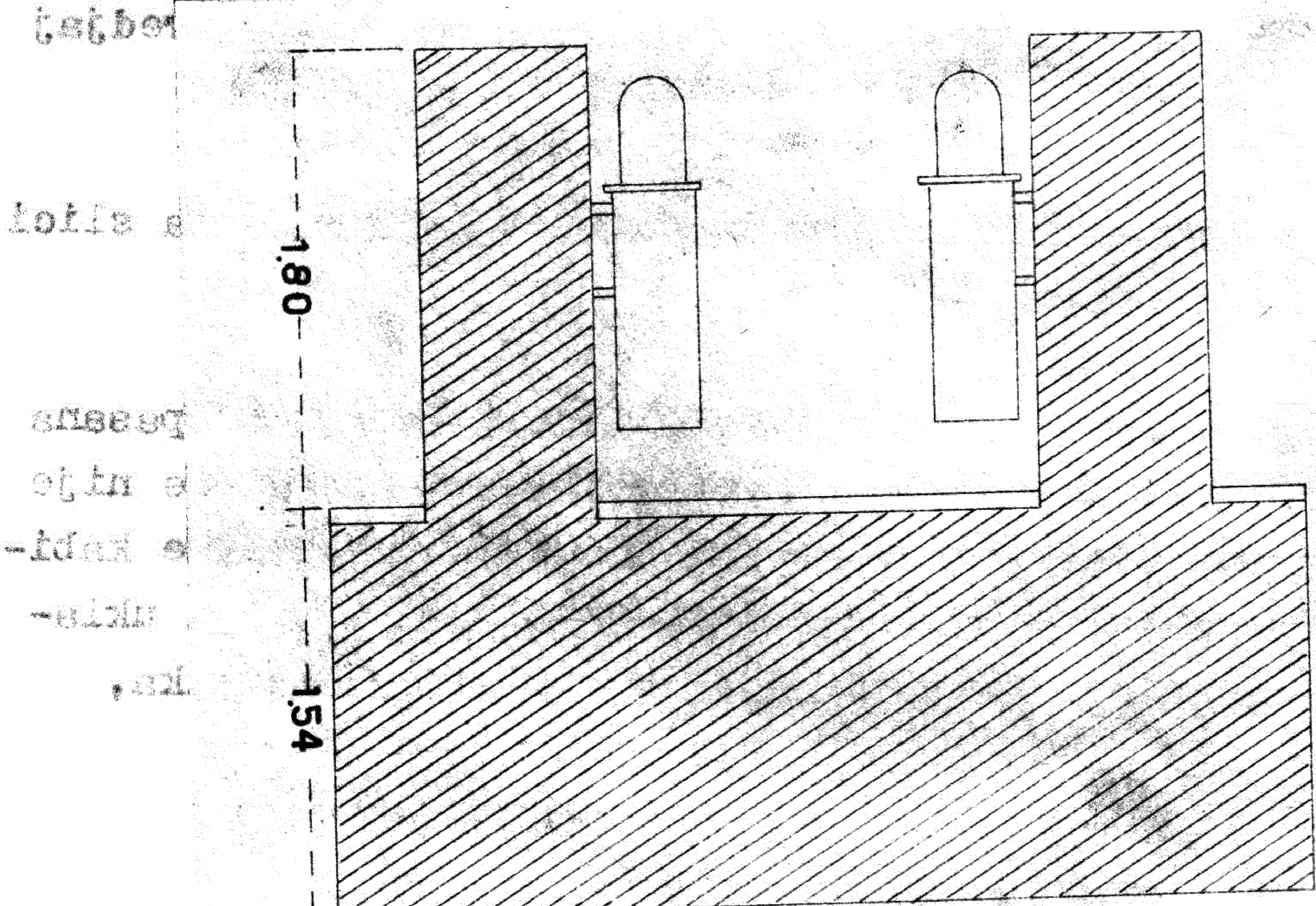


Fig 3

Iz podataka o radu zvezdanih časovnika, koji nas ovde jedini interesuju, za period 1934 - 1952 god. tj. iz podataka o hodovima časovnika i amplitudama klatna, nisu se u tom smislu mogli izvući neki zaključci jer su časovni signali primani samo jednom u toku 24 časa dok su amplitude očitavane tek svaki sedmi dan i to mikroskopima koje časovnici konstruktione već nose na sebi a koji su, kako ćemo dooije videti, za tu svrhu suviše grubi. Ali sigurno je da bi i pri postojanju takvih podataka u većem broju i veće tačnosti bilo teško izvući pouzdane zaključke u pogledu međusobnih uticaja časovnika iz razloga što je svaki pojedini časovnik istovremeno bio izložen kombinovanim uticajima tri ostala časovnika što analizu čini delikatnom.

ЧТОРАК	СРЕДА	ЧЕТВРТАК	ПЕТАК	СУБОТА	НЕДЕЉА	20°
						10°

а. 4

Ekperiment 1.

Na sugestiju prof. V. Miškovića, direktora Observatorije, zvezdani časovnici L 1637 i R 526, kao i srednji R 438 zaustavljeni su 19. aprila 1952 god. ostajući na istim mestima gde su i dotle bili. Zvezdani R 351 i srednji časovnik R 443 skinuti sa zajedničkog betonskog stuba i postavljeni u uglove A i B časovne kabine /vidi sliku 1/ i ponovo pušteni u rad. Na taj način na betonskom stubu ostao je u radu samo časovnik R 507.

Ovim je postupkom postignuto ono što smo već odavno želeli a to je da se dokaže postojanje uticaja klatna u radu na ostala klatna. Naime klatna časovnika L 1637 i R 526, iako zaustavljena, nisu mirovala nego su pod uticajem nezaustavljenog, tj. aktivnog klatna R 507 vraćala male, slobodnim okom ekom neprimetne, ali na mikroskopima koje časovnici već nose na sebi, jasno vidljive oscilacije, u taktu sa nezaustavljenim R 507. Moglo se konstatovati i bez naročitih merenja da je frekvencija tih mikroskopskih oscilacija jednaka frekvenciji aktivnog R 507. Amplitude oscilacije oboje klatna i njihove fazne razlike u odnosu na R 507 su primetno zadržavale praktično konstantnu vrednost, iako kod svakog zaustavljenog klatna drukčiju.

Sledeća stvar koju je trebalo izvesti bilo je bliže ispitivanje tih malih oscilacija, tj. trebalo je merenjima utvrditi kolika je njihova amplituda i fazna razlika u odnosu na aktivni R 507 da li te dve karakteristične veličine ostaju konstantne ili se menjaju i ako se menjaju da li su promene možda pravilne. Za tu svrhu nisu bili dovoljni mikroskopi koje časovnici po konstrukciji već imaju na sebi, poglavito stoga što nemaju uređaj za precizna poentiranje tj. nemaju mikrometar, a i njihova optička moć je nedovoljna. Zato su ti mikroskopi skinuti i zamenjeni drugim jačim, koji su imali miktometre a koje smo uzeli sa krugova

jednog univerzalnog instrumenta. Da bi skidanje starih i postavljanje i rukovanje novim mikroskopima bilo moguće, staklena zvona sa oba časovnika morala su biti skinuta. Tako su oba časovnika L 1637 i R 526 ostala na slobodnom atmosferskom pritisku. Novopostavljeni mikroskopi su zauzimali isti položaj kao i stari.

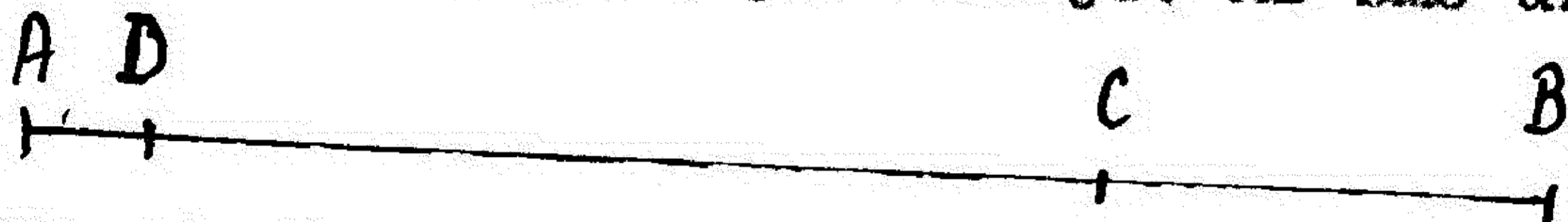
Što se tiče fазne razlike između ovih mikroskopskih oscilacija i oscilacija klatna koje ih izaziva, tj. aktivnog R 507, konstatovali smo još pre no što su precizna određivanja te veličine mogla biti vršena, da ona očigledno i nesumnjivo zadržava praktično konstantnu vrednost, ali da je ona, slično amplitudi, kod svakog klatna drukčija. To se moglo utvrditi slušanjem otkucaja R 507 i istovremenim posmatranjem oscilacija neke svetle tačke na zaustavljenom klatnu pomoću mikroskopa. Uvek je između trenutka otkucaja klatna R 507 i trenutka kad posmatrana tačka na zaustavljenom klatnu dodje u jedan od svojih ekstremnih položaja, označen pokretnim koncem mikroskopa, vremenski interval ostajao primetno isti.

Pregled 1

Datum odredji- vanja	Čas odredji- vanja	Zaustavljenog		Zaustavljenog		
		ampl. <u>L 1637</u>	faza	ampl. <u>R 526</u>	faza	
1954 febr.	25.	9 ^h	16.2	138°	9.6	34°
		21	15.8	134	9.9	24
		9	14.9	139	9.0	22
	26.	21	17.2	118	7.8	18
	27.	9	15.6	144	9.3	23
		21	13.7	137	8.3	22
		9	12.8	138	9.2	19
	28.	21	14.9	132	11.4	26
		9	13.2	128	9.1	29
april	1.	21	14.8	131	11.5	30
	2.	9	16.8	138	8.8	22
		21	14.8	137	8.9	27
	3.	9	13.9	142	9.3	21
21		14.8	130	9.7	20	
4.	9 ^h	16.5	139°	8.8	25	
Sred. vred.		15.1	135°	9.4	24.1°	

Fazna razlika uzimana je u smislu R 507 - L 1637 i R 507 - R 526 tako da znak + označava zakašnjenje.

Te su fazne razlike određivane na sledeći način. Neka na priloženoj šemi duž AB pretstavlja dvosekundu osnovnog časovnika R 507 na traci hronografa. Neka tačka C pretstavlja onaj trenutak kad je klatno R 507 u svom ekstremnom položaju desno. Tačka C je dobijena davanjem ručnog kontakta iz časovne kabine u trenutku kad klatno R 507 dostigne svoju maksimalnu elongaciju desno /ili levo/. Naravno da je radi tačnog određivanja položaja tačke C potrebno uzeti srednju vrednost iz većeg broja merenja. Mi smo uzeli 100 kontakta.



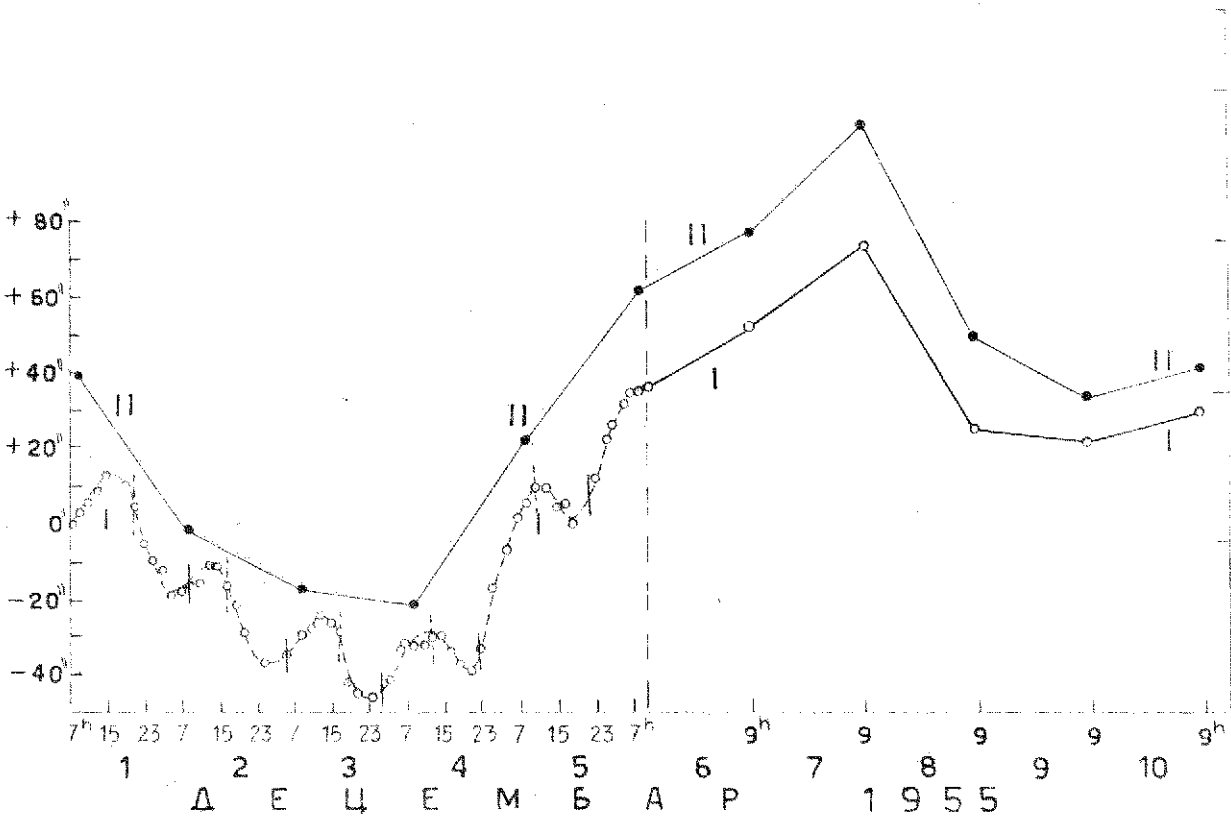
Neka tačka D odgovara onom trenutku u dvosekundi kad se jedno od zaustavljenih klatna nalazi takodje u svom ekstremnom položaju desno a što se može posmatrati na mikroskopu i registrovati na hronografu pomoću ručnog kontakta. Ako sa obeležimo faznu razliku između aktivnog R 507 i jednog od zaustavljenih klatna, biće:

$$\frac{\overline{CD}}{\overline{AB}} = \frac{\alpha}{360} = \frac{(CD)^3}{2^3 \cdot 000}$$

odakle je:

$$\alpha = 180^\circ \times (CD)^3$$

Iz Pregleda 1 vidimo da fazne razlike oba zaustavljena klatna, ostaju praktično konstantne. To znači da je frekvencija njihovih oscilacija bila jednaka frekvenciji aktivnog R 507. Isto tako je očigledno da i amplitude teže da zadrže konstantnu vrednost. Prema tome zaključak je da su oba klatna vršila pod uticajem R 507 proste prinudne oscilacije.



... ..

6, 5

$$\frac{t(\sigma)}{1000^{\circ}\text{C}} = \frac{\lambda}{\sigma} = \frac{\bar{t}(\sigma)}{\sigma}$$

$$t(\sigma) \times 1000 = \lambda$$

... ..

Eksperiment 2.

U eksperimentu 1 dokazano je postojanje uticaja klatna koje je u radu na ostala klatna, ili još bliže, pokazan je uticaj aktivnog klatna /R 507/ na klatna koja su zaustavljena /L 1637 i R 526/. Sledeće pitanje koje se prirodno nametalo je: ako sada jedno od zaustavljenih klatna pustimo u rad, kako će se u tom slučaju na njega odraziti uticaj klatna R 507.

Zato smo zadnjih dana meseca novembra 1954 god. pustili u rad R 526, koji je dotle bio zaustavljen, ali na slobodnom pritisku, jer je kao što je već istaknuto, novopostavljeni mikroskop onemogućavao vraćanje zvona na časovnik. Mikroskopskim merenjima je sad trebalo utvrditi da li amplituda klatna u punom radu podleži pravilnim periodičnim promenama, što bi odavalo uticaj R 507, koje je neprekidno bilo u radu. U tom cilju vršena su, od 1 do 6 dec. 1954 god. svake dva časa /uz neke izuzetke/ poentiranja pokretnim koncem mikroskopa jedne svetlije i črtije definisane tačke na skali klatna R 526, pri jednom od njegovih ekstremnih položaja, tj. kad je brzina kretanja klatna jednaka nuli. Mi smo poentiranja vršili pri ekstremnom položaju levo.

Prema tome određivanju je ne apsolutni iznos amplitude, no samo njene varijacije.

Dobijeni rezultat o varijaciji amplitude R 526 u periodu od 1 dec. /u 7^h/ do 6 dec. /u 11^h/ 1954 god. grafički su prikazani delom krive I na slici 5 do isprekidanne vertikalne prave. Pri tome je prvo čitanje amplitude na mikroskopu uzeto kao 0".

Na krivoj I jasno uočavamo periodične talase u direktnoj zavisnosti od fazne razlike između klatna R 507 i R 526.

Na krivoj su trenuci faze razlike 0° obeleženi poprečnim ertama a trenuci faze razlike 180° poprečnim ertama. Vidi-
mo da fazonj razlici 0° vrlo približno odgovara minimum a
fazonj razlici 180° maksimum talasa.

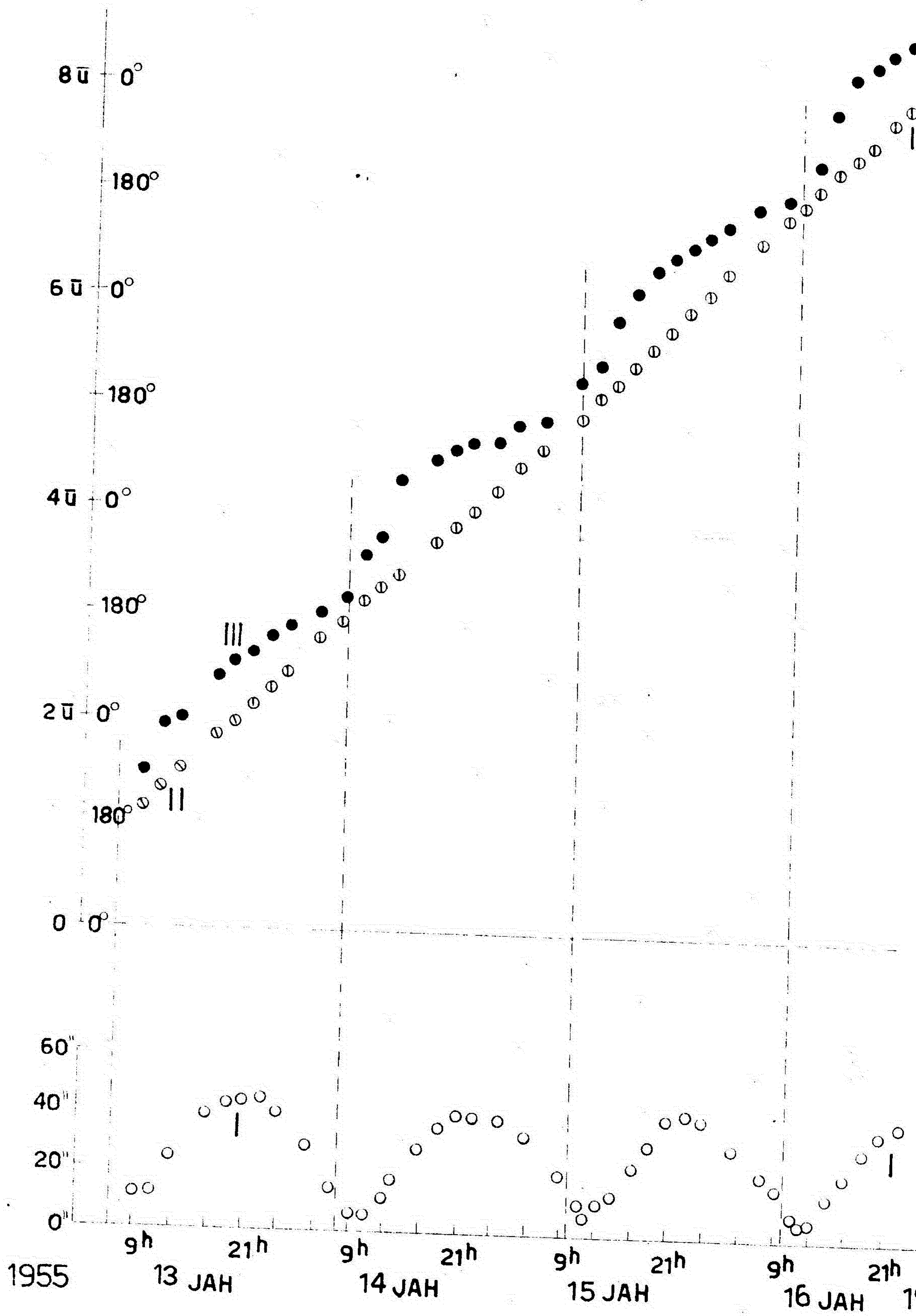
Iako na klatnu R 526 nisu vršene nikakve promene njegove
dužine posle skidanja zvona, zapažamo da vremenski razmak u
toku koga fazona razlika između njega i R 507 naraste na
 360° iznosi, okruglo uzev, jedan dan, tj. časovnik R 526
imao je u odnosu na R 507 hod od čitave dve sekunde, jer
je za 24 časa načinio čitavu jednu oscilaciju manje no R 507.
Medjutim to je u našem slučaju razumljivo jer je R 526 na
slobodnom atmosferskom pritisku dok je R 507 pod zvonom.

Osim periodičnih sinusnih talasa zapažamo da tok vari-
jacija amplitude podleži mnogo većim promenama nepravilnog
karaktera, nezavisno od faze razlike. S obzirom da je klat-
no R 526 na slobodnom pritisku, trebalo je samo uporediti
krivu promena barometarskog pritiska, uzetu sa barografa,
sa opštim tokom promena u amplitudi R 526 /apstrahujući
periodične talase/ pa konstatovati punu zavisnost krive
amplitude od promena atmosferskog pritiska.

U želji da se još određeni je uverimo u zavisnost prome-
na amplituda klatna na slobodnom pritisku sa promenama ba-
rometarskog pritiska, mi smo i posle 6. dec. nastavili sa
praćenjem opšteg toka promena amplituda R 526 sve do 11 dec.
1954 god., ali smo sada uzimali samo jedno merenje u toku
jednog dana /u 9^h/. Time su naravno bili izgubljeni sitni-
ji, periodični talasi vidljivi na krivoj I do vertikalne
isprekidane prave. Rezultati o varijaciji amplitude R 526
od 6 dec. do 11 dec. dobijeni na ovaj način nanešeni su u
produžetku merenja od 1 dec. do 6 dec. tj. oni su protstav-
ljeni izlomljenom delom krive I desno od vertikalne ispre-
kidane prave.

Tok barometarskog pritiska za ceo period od 1 dec. do 11 dec. 1954 god. predstavljen je izlomljenom krivom II na slici 5. Sa slike vidimo da je kriva /bez periodičnih talasa/ ustvari tako dobra reprodukcija krive II da bi se skoro ona sama mogla koristiti kao predstavnik varijacija barometarskog pritiska.

Velika je šteta da istovremeno sa praćenjem varijacija amplitude R 526 nije mogla biti praćena i amplituda klatna R 507 jer je naravno ono sa svoje strane moralo da trpi uticaj R 526. To je bilo nemoguće stoga što časovnik R 507, kao osnovni časovnik Opservatorije, nije mogao biti otvaran tj. sa njega se nije smelo skidati zvono. Mikroskopom koji R 507 već ima na sebi nije se moglo ni pokušavati očitavanje amplitude jer on nema uređaj za precizno poentiranje a njegova optička moć je suviše slaba za onako suptilne promene kao što su periodični talasi na krivoj I, pošto promena usled barometarskog pritiska ne bi ni bilo kod klatna koje je pod zvonom. Sigurno je da su promene amplitude klatna R 507 pod uticajem R 526 morale biti približno istog reda veličine kao i promene amplitude R 526 pod uticajem R 507, ali još ostaje pitanje fazne pomenosti tih promena. I u toku svih ostalih eksperimenata koji su docnije vršeni sa ciljem ispitivanja međusobnih uticaja klatna nije bilo moguće istovremeno ispitivanje varijacija amplitude R 507 sa varijacijama amplituda drugih klatna. Tek smo u poslednja dva eksperimenta /eksperiment 15 i eksperiment 16/ imali mogućnost da istovremeno pratimo promene amplitude dva klatna u radu, tako da je i to pitanje najzad razjašnjeno.



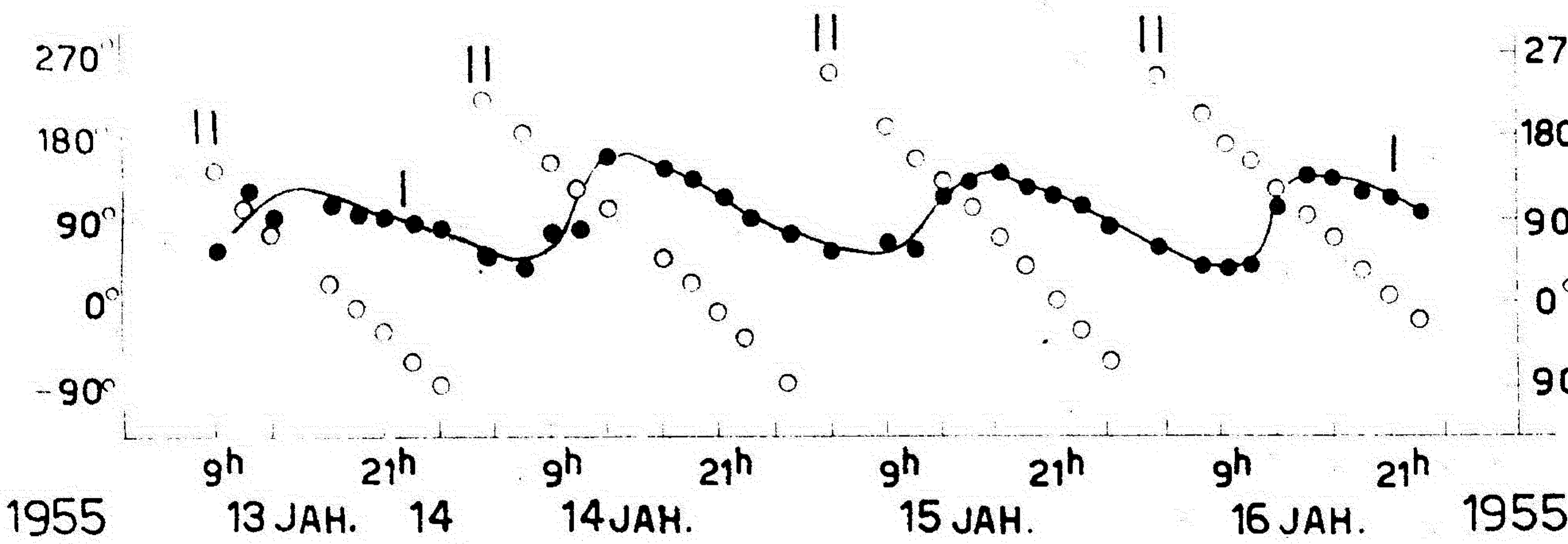
G. 6

Eksperiment 3

U eksperimentu 1 videli smo kako se rad samo jednog klatna odražava na druga, zaustavljena klatna. Klatno R 507 u radu izazivalo je na zaustavljenim klatnima L 1637 i R 526 proste prinudne oscilacije jer je frekvencija tih oscilacija bila jednaka frekvenciji R 507 a i njihova amplituda je, sa praktične tačke gledišta, ostajala konstantna. Ostalo je da vidimo kako izgledaju oscilacije jednog zaustavljenog klatna kad na njega istovremeno deluju dva klatna u radu. U ovom eksperimentu zaustavljeno klatno je L 1637 a klatna u radu su R 507 koji kao osnovni časovnik opservatorije nije ni prestajao sa radom, i R 526, koji je naročito za ovu svrhu pušten u rad. Klatno R 526 je na slobodnom pritisku, iz razloga koji smo već izlagali.

Ispitivanje je vršeno od 13 do 16 jan. 1955 god. Mikroskopom je svaka dva časa /uz neke izuzetke/ merena amplituda malih oscilacija zaustavljenog klatna L 1637, a odmah zatim su ručnim kontaktom preko hronografa beleženi trenuci maksimalnih elongacija klatna R 526 i L 1637. Preko tih trenutaka određivane su, po postupku koji je izložen u eksperimentu 1 /jedm.1/ fazne razlike tih klatna u odnosu na R 507.

Rezultati određivanja sve tri veličine, tj. amplitude i fazne razlike L 1637 kao i fazne razlike R 526 dati su grafički na slici 6. Sa grafika vidimo da amplituda L 1637 /kriva I/ pod kombinovanim dvostrukim dejstvom klatna R 507 i R 526, kao što smo i mogli očekivati, osciluje između jedne minimalne vrednosti, očevidno u zavisnosti od toga da li se ti uticaji sabiraju ili oduzimaju. Na slici 6 su trenuci fazne razlike 180° između aktivnih klatna obeleženi vertikalnim isprekidanim pravama. Pada u oči da minimum amplitude L 1637 ne koincidira sa faznom razlikom 180° između aktivnih klatna nego pada nešto donije. Isto tako i maksimum amplitude pada nešto posle fazne razlike 0° .



Ca. 7

Na grafika takođerje vidimo da se faza aktivnog klatna R 526 /prava II/ menjala pravilno, proporcionalno vremenu. Odstupanja pojedinih tačaka od prave linije su posledica uskolike nedevojne preciznoszi postupka određivanja faze /ručnim kontaktom/ a ne posledica krupnijih neravnomernosti u hođu R 526. U doznijim eksperimenzima mi smo fazu aktivnih klatna određivali još preciznijim postupkom direktnog uporedjenja sa R 507 preko hronografa. Kod zaustavljenih klatna koja se naravno nisu mogla direktno uporedjivati na hronografu sa R 507, povećali smo broj kontakta tako da smo još sigurnije dobijali krive faznih razlika.

Što se tiče velikog heda klatna R 526 u odnosu na R 507 važi ono što smo o tome rekli u eksperimentu 2.

Ovaj nam eksperiment daje takođerje odgovor na još jedno važno pitanje, name: šta biva sa fazom prinudnih oscilacija zaustavljenog klatna /a samim tim i sa njegovom frekvencijom/ pod istovremenim dejstvom dva aktiva klatna. Tok faze zaustavljenog klatna L 1637 /kriva III na slici 6/ nam pokazuje da ta faza nema nezavisam tok nego da prati fazu jednog od aktivnih klatna /ovde fazu R 526/. Ali osim progresivnog člana koji čini da opšti tok faze zaustavljenog L 1637 sledi tok faze R 526, jasno se uočava i jedan periodičan član koji očigledno stoji u određenoj funkcionalnoj zavisnosti od fazne razlike između R 507 i R 526. Tu zavisnost ističu i vertikalne isprekidane prave kojima su obeleženi trenuci fazne razlike 180° između aktivnih klatna.

Vesa između periodičnih talasa na krivoj III i fazne razlike između R 507 i R 526 postaće nam još jasnija ako klatno R 526 uzmemo kao osnovno pa u odnosu na njega računamo faze klatna R 507 i L 1637. Ako tako dobijene faze predstavimo grafički dobićemo sistem krivih na slici 7. Odatle vidimo da je periodičnost krive faze L 1637 /kriva I/ izazvana periodičnim ponavljanjem faze R 507 /delovi prave II/.

U maksimumu i minimumu pojedinih periodičnih talasa na krivoj I tangente su paralelne sa X-osom, koja ovde predstavlja fazu R 526 / $\gamma = 0^\circ$ /. Znači da u tim tačkama za jedan trenutak, nema faznog pomeranja oscilacija zaustavljenog L 1637 u odnosu na R 526, tj. njihova je frekvencija jednaka frekvenciji R 526. Posle maksimuma nastaje približavanje krive I osi X što ovde znači povećanje frekvencije L 1637 tj. ono što brže oscilira no R 526. Njegove su oscilacije najbrže u prevojnoj tački koja pada u sredinu između maksimuma i minimuma. U toj prevojnoj tački bi tangenta na krivu I, kako vidimo sa slike, bila grubo uzev paralelna sa delovima prave II, tj. frekvencija zaustavljenog klatna je u tim tačkama skoro jednaka frekvenciji drugog aktivnog klatna tj. R 507.

Posle te prevojne tačke nastaje postepeno usporavanje oscilacija L 1637, koje ipak, sve do minimuma, ostaju brže od oscilacija R 526. U minimumu frekvencija L 1637 za trenutak ponovo postaje jednaka frekvenciji R 526, ali njeno opadanje se nastavlja. Tako su oscilacije L 1637 u razmaku između maksimuma i minimuma brže od oscilacija R 526.

Posle minimuma kriva I se naglo udaljuje od X-ose što znači da je frekvencija L 1637 znatno umanjena u odnosu na frekvenciju R 526. Opadanje frekvencije L 1637 se nastavlja sve do druge prevojne tačke koja pada između minimuma i maksimuma. Oscilacije L 1637 su najsporije u toj prevojnoj tački. Tangenta na krivu I povučena u toj tački gradi najveći mogući ugao sa X-osom pa je prema tome u to vreme razlika u frekvenciji između L 1637 i R 526 najveća. Shodno tome je i promena faze razlike između ta dva klatna najveća.

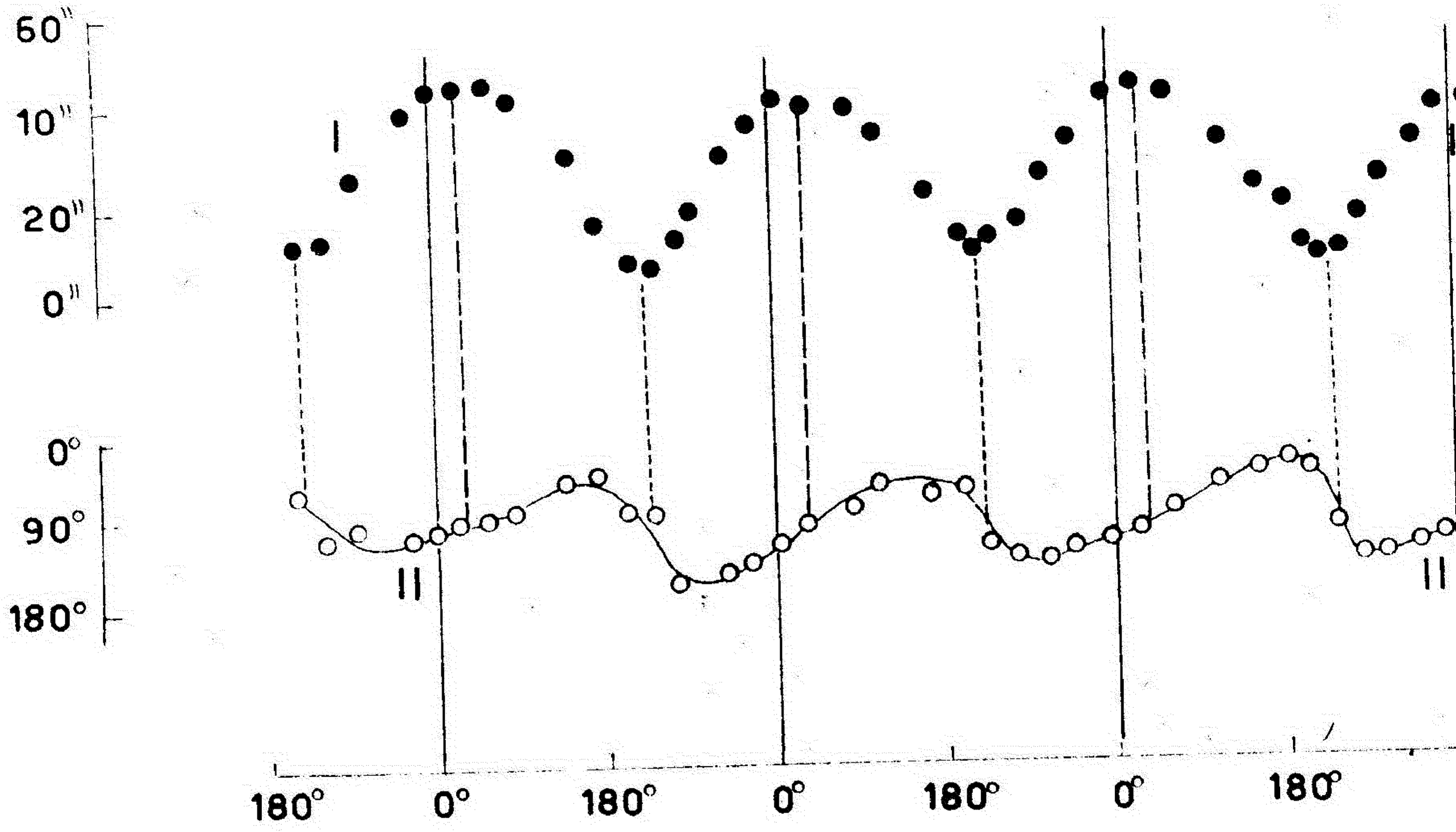
Posle ove druge prevojne tačke frekvencija L 1637 počinje naglo da raste, tj. njegove se oscilacije naglo ubrzavaju ali one ipak sve do maksimuma, ostaju sporije od oscilacija R 526. Ceo se ciklus posle ovoga na isti način ponavlja.

Na krive I vidimo da je vremenski interval između minimuma i maksimuma mnogo kraći no vremenski interval između maksimuma i minimuma.

Ovde je bilo reči o povećanju odn. opadanju frekvencije L 1637 tj. ubrzavanju i usporavanju njegovih oscilacija u odnosu na R 526. Treba imati na umu da se misli samo na diferencijalne promene frekvencije tj. na diferencijalna ubrzavanja i usporavanja oscilacija L 1637 u odnosu na oscilaciju R 526 jer se krive I se vidi da ona cela leži u pojasu između približno 40° i 140° , drugim rečima ona osciluje oko prave $\gamma = 90^\circ$ za $\pm 50^\circ$.

Prema pravoj II na slici 6 vidimo da klatno R 526 za približno jedan dan zaostane u odnosu na klatno R 507 za 360° , tj. načini za jedan dan jednu oscilaciju manje. Kako R 507 za jedan dan načini 43 318 oscilacija znači da je R 526 za to vreme načinio 43 317 oscilacija. Prema krivoj III na slici 6 i krivoj I na slici 7 isto toliko oscilacija za to vreme načini i zaustavljeni L 1637 jer nikada njegova fazna razlika u odnosu na R 526 nije veća od 140° . Broj njegovih oscilacija u međuvremenu odstupa od broja oscilacija R 526 maksimalno za $\frac{50^\circ}{360^\circ} = 0,14$ jedne cele oscilacije.

I u svim ostalim eksperimentima koje smo doznije izvodili u kojima zaustavljeno klatno prinudno osciluje pod istovremenim dejstvom dva aktivna klatna, uvek je jedno od aktivnih klatna imalo vodeću ulogu koja se ogledala u tome da je ono odredjivalo opšti tok faze zaustavljenog klatna tako da ta faza nikada nije mogla biti veća od 360° . To znači da je jedno od aktivnih klatna nametalo zaustavljenom klatnu svoju frekvenciju. Drugo aktivno klatno je vršilo samo periodično poremećajno dejstvo na fazu / a samim tim na frekvenciju/ zaustavljenog klatna. Zato ćemo za ono aktivno klatno koje odredjuje opšti tok faze zaustavljenog klatna odn. frekvenciju njegovih oscilacija uvesti izraz "glavni oscilator" i izraz "sporedni oscilator" za drugo aktivno klatno čije je dejstvo samo poremećajno.



Cr. 8

Klatno čije je dejstvo samo poremećajno.

Neodčekivano u ovom eksperimentu je to da je za zaustavljanje klatno L 1637 glavni oscilator, kako saznajemo sa slike 6, klatno R 526, koje je tri puta dalje od L 1637 no što je R 507 i nalazi se na drugom krilu stuba, dok se R 507 nalazi na istom krilu stuba kao i L 1637. /Vidi sliku 2/. Razlike u konstrukciji časovnika R 507 i R 526 ne postoje te prema tome taj eventualni razlog otpada.

Da bismo jasnije istakli vezu između toka amplitude i toka faze oscilacija zaustavljenog L 1637 pod istovremenim dejstvom aktivnih R 507 i R 526, kao i njihovu zajedničku zavisnost od fazne razlike između aktivnih klatna, uzmimo kao argument tih dveju karakterističnih veličina ne više vreme kao na slici 6 i slici 7 nego faznu razliku R 505-526. Tok amplitude L 1637 pretstavljen je krivom I a tok njegove fazne razlike u odnosu na R 526 krivom II na slici 8. Vidimo da zaista obe veličine stoje u sasvim određenoj zavisnosti od fazne razlike između aktivnih klatana, što znači i da su međusobno zavisne. Na slici 8 trenuci fazne razlike 0° obeleženi su zelenim vertikalnim crtama. Vidimo na primer da maksimumi amplitude /kriva I/ padaju uvek u blizini, ali nešto doonije, od fazne razlike 0° između aktivnih klatna.

Ovde ćemo istaći dve važne pojave sa kojima ćemo se sresti u svim ostalim sličnim eksperimentima:

1/ Kriva amplitude i fazne razlike zaustavljenog klatna, koje oscilira primudno pod istovremenim dejstvom dva aktivna klatna periodične su sa periodom jednakej periodi klatna fazne razlike između aktivnih klatna za 2 .

2/ Strmijem delu krive faze odgovara oblast oko minimuma amplitude a manje strmom delu krive faze odgovara oblast maksimuma krive amplitude. Samom minimumu amplitude od-

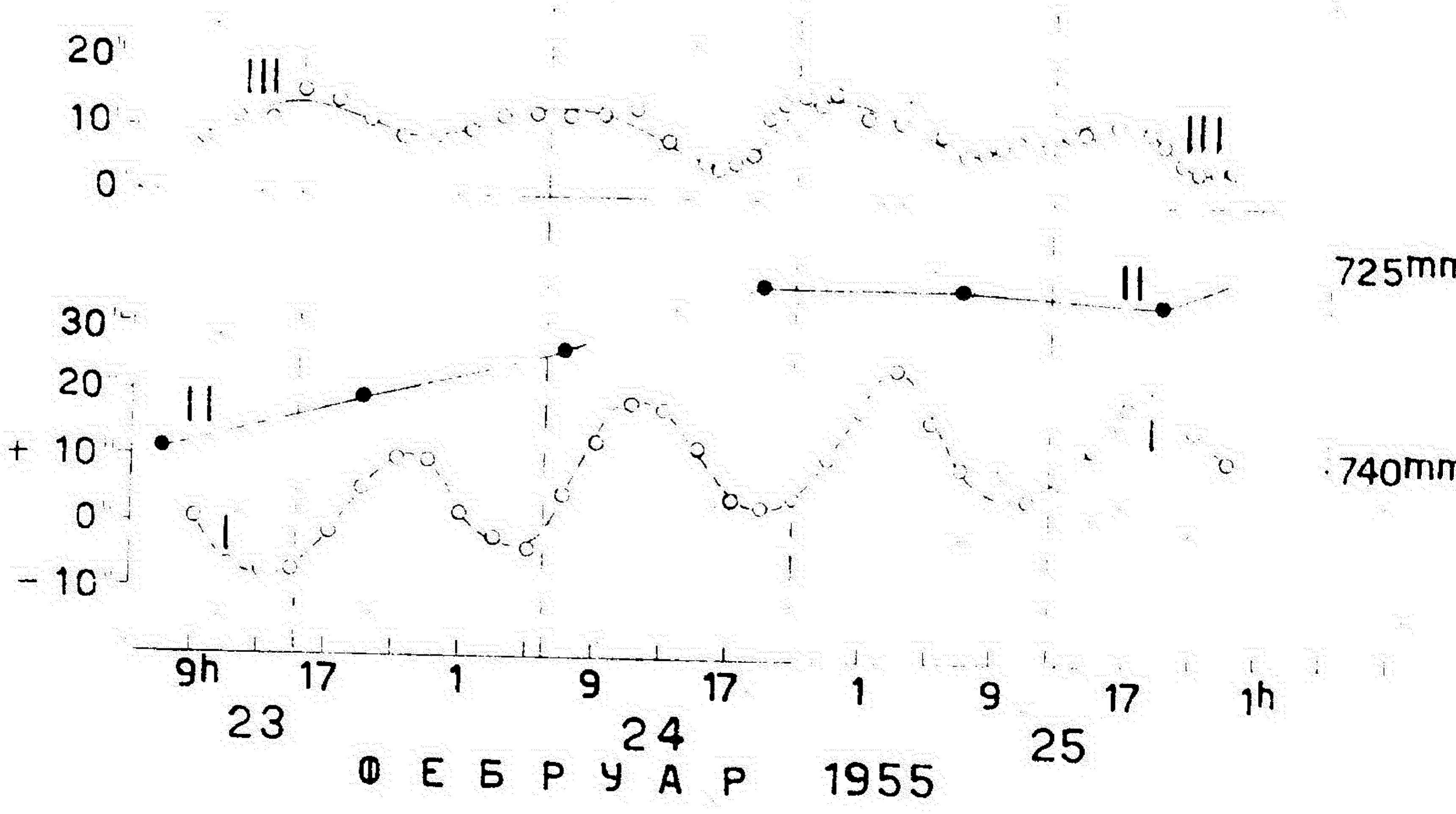
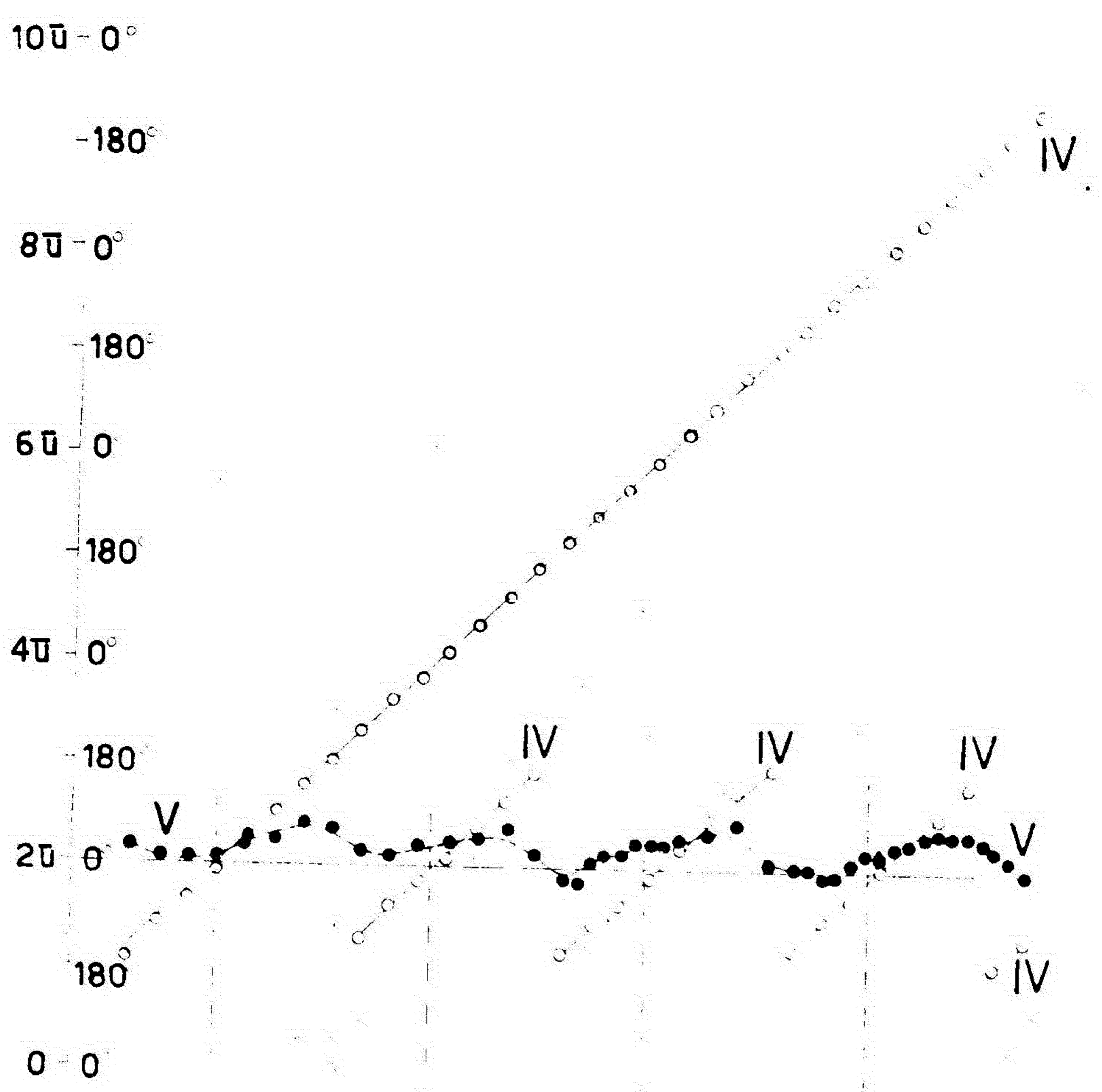
amplitude prevojna tačka manje strmog dela krive faze. Te prevojne tačke krive faze na slici 8 su spojene sa odgovarajućim ekstremnim tačkama krive amplitude crnim odn. crvenim tačkastim vertikalnim linijama.

Eksperiment 4.

Ovde su izneti rezultati ispitivanja vršenih u časovnoj kabini za jedan nov slučaj. Sada je časovnik L 1637 pušten u rad / na slobodnom pritisku / a zaustavljen je R 526. Osnovni časovnik opservatorije R 507 je, kao i dosad, u neprekidnom radu pod zvonom. Znači da su u poredjenju sa već opisanim Eksperimentom 3 časovnici L 1637 i R 526 međusobno izmenjali uloge.

Merenja su vršena svaka dva časa 23. 24 i 25. febr. 1955 god. Po postupcima koji su već ranije izlagani odredjivana je fazna razlika između klatna L 1637 i R 507 u smislu R 507 - L 1637 i fazna razlika zaustavljenog R 526 takođe u odnosu na R 507. U ovom eksperimentu za nas je od osobitog interesa bilo ispitivanje varijacija amplitude klatna L 1637, koje su imale da odadu uticaj susednog R 507. Trebalo je utvrditi da li su te varijacije analogne onima koje je pokazivala amplituda R 526 u eksperimentu 2 kao i da li istog reda veličine. U ovom eksperimentu znači istovremeno vršena kako ispitivanja varijacija amplitude klatna koje je i pored R 507 u radu još i ispitivanja prinudnih oscilacija trećeg, zaustavljenog, klatna koje ovo vrši pod istovremenim dejstvom oba aktivna klatna.

Ispitivanja vršena u eksperimentu 2 i eksperimentu 3 nisu mogla biti, iz čisto tehničkih razloga, vršena istovremeno ma da bi to bilo i najlogičnije i najekonomičnije, jer



С. 9

faktički čine celinu.

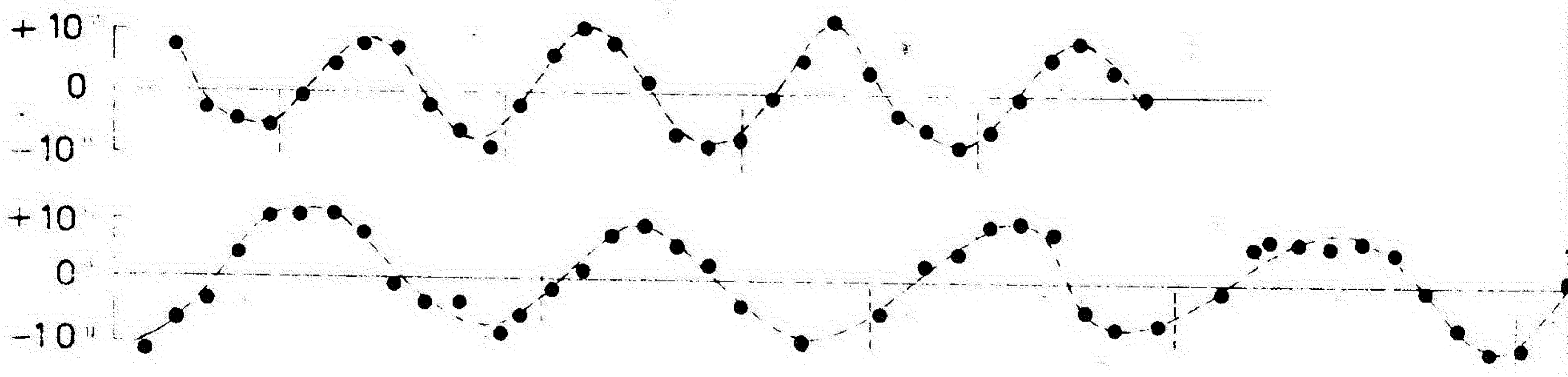
Poslulićemo se i ovde grafičkom metodom prikazivanja dobijenih rezultata. Na slici 9 krivom I prikazane su promene amplitude klatna L 1637 uzimajući prvo čitanje amplitude na mikrometru mikroskopa kao 0° . Kriva pokazuje, kako se čini, sinusni oblik, dakle sličan onome koji je imala i kriva promena amplitude klatna R 526 /eksperiment 2, slika 5, kriva I/. Pravilan periodičan tok te krive ukazuje na pravilan periodičan uticaj a taj može da potiče jedino od susjednog aktivnog klatna R 507. O tome pruža dokaz poklapanje perioda talasa na krivoj I sa periodom fazne razlike R 507-L 1637. Na slici 9 su vertikalnim isprekidanim pravama obeleženi trenuci fazne razlike 0° između aktivnih klatna. Analogno promenama amplitude R 526 iz eksperimenata 2 i ovde se jasno zapaža određena funkcionalna povezanost između periodičnih varijacija amplitude L 1637 i fazne razlike između R 507 i L 1637. Odmah pada u oči da je položaj tačaka na krivoj I koje odgovaraju faznim razlikama 0° i 180° identičan sa onim koji smo imali na odgovarajućoj krivoj promena amplitude R 526 iz eksperimenta 2. Naime minimum amplitude nastupa nešto pre faze 0° a maksimum nešto pre faze 180° . Ovo je utoliko interesantnije što su položaji časovnika R 526 i L 1637 u odnosu na R 507 dosta različiti /vidi sliku 2/.

Već smo isticali da se ~~promene~~ promene barometarskog pritiska živo odražavaju na promenama amplitude klatna koje radi na slobodnom atmosferskom pritisku. I kod krive I zapažamo, slično onom što smo imali na slici 5 sa krivom I /eksperiment 2/ da ona verno prati krivu barometarskog pritiska koji je na slici 9 pretsavljen izlomljenom krivom II.

Od interesa je još videti da li ima razlike u redu veličine uticaja klatna R 507 na klatno koje je u eksperimentu 2 bilo u radu /R 526/ i na klatno L 1637 koje je u ovom

... ..
... ..
... ..
... ..
... ..

23 ФЕВР. 9^h 17 1 24 ФЕВР. 17 1 25 ФЕВР. 9 17 1955 17 1^h



9h 17 1 9 17 1 9 17 1 9 17 1 9 17 1
1 2 3 4
Д Е Ц Е М Б А Р 1 9 5 5

... ..
... ..
... ..
... ..
... ..

... ..
... ..
... ..
... ..

eksperimentu aktivno. Ako zato sa krive varijacija amplituda klatna R 526 u eksperimentu 2 /kriva I na slici 5/ kao i sa krive varijacija amplitude L 1637 iz ovog eksperimenta /kriva I na slici 9/ izdvojimo samo periodečne sinusne talase pa ih uporedimo /kriva I i kriva II na slici 10/ uverićemo se da su amplitude tih talasa primetno jednake. To znači da klatno R 507 vrši podjednak uticaj na klatna L 1637 i R 526 kad su ova u radu. Ovde se tim povodom treba setiti eksperimenta 1 u kome su oba ta klatna zaustavljena, vrše proste prinudne oscilacije pod uticajem istog R 507, ali je amplituda oscilacija L 1637 bila skoro dvostruko veća od amplitude R 526. Srednja vrednost svih amplituda L 1637 prema Pregledu 1 iznosi 1541 dok srednja vrednost amplituda R 526 iznosi 944.

Što se tiče amplitude prinudnih oscilacija zaustavljenog R 526 pod istovremenim dejstvom dva druga klatna u radu /R 507 i L 1637/ vidimo, na osnovu krive III na slici 9 da ona nema ni blizu onaj pravilan i jednoobrazan tok što ga je imala amplituda klatna L 1637 u eksperimentu 3 /vidi krivu I na slici 6/, kada se ono nalazilo u analognoj situaciji u kojoj se u ovom eksperimentu nalazi R 526. Ali se i pored nepravilnosti krive III jasno zapaža periodičnost u njenom porastu i opadanju u zavisnosti od fazne razlike aktivnih R 507 i L 1637. Možemo da zapazimo, slično onome što je pokazivala kriva I na slici 8 iz prošlog eksperimenta, da maksimum krive III pada nešto posle fazne razlike 0° između aktivnih klatna a minimum nešto posle fazne razlike 180° .

Pada u oči da je maksimum amplitude prinudnih oscilacija R 526 oko tri puta manji od maksimuma amplitude klatna L 1637 iz eksperimenta 3 iako su klatna iste matematičke dužine i iste težine. Verovatno da tu ima udela oblik stuba u kombinaciji sa različitim rasporedom aktivnih klatana u ovom eksperimentu u odnosu na zaustavljena klatna.

Tok faze klatna L 1637 u odnosu na R 507 predstavljen je pravom linijom IV. Ta je linija dobijena direktnim uporedjenjem na hronografu časovnika R 507 i L 1637. Kako vidimo ona je pravilnija od njoj odgovarajuće prave II sa sl. 6 iz eksperimenta 3, koja je dobijena manje preciznom metodom davanja ručnih kontakata.

Napomenimo da je i ovde, kao što je i u eksperimentima 2 i 3 slučaj sa klatnom R 526, dnevni hod aktivnog klatna L 1637, koje radi na slobodnom pritisku, ogroman i iznosi oko tri sekunde tj. oko 1,5 oscilacije, u smeru zakašnjenja. Tu smo pojavu već objasnili.

Ako smo u prošlom slučaju /eksperiment 3/ imali to iznenađenje da je za tada zaustavljeno klatno L 1637 glavni oscilator bio ne bliži R 507 nego dalji i na suprotnoj strani stuba postavljeni R 526, sada je iznenađenje u tome da nema recipročnosti, jer je za sada zaustavljeni R 526 glavni oscilator R 507, o čemu nam govori paralelnost opšteg toka krive faze R 526 /kriva V na slici 9/ sa tokom faze R 507 /osa X/ jer je faza R 507 uzeta kao osnovna.

Sistem krivih, koji čini kriva V i delovi prave IV, smatrane ne više neprekidnom nego periodično prekidnom u pojasu između 180° i 180° , nam pokazuje punu zavisnost toka krive V od faze razlike između klatna R 507 i L 1637, slično onome što smo imali kod sistema krivih I i II na slici 7 iz eksperimenta 3. Sam oblik krive V posedu veoma na oblik krive faze L 1637 iz eksperimenta 3. Kriva ni ovde kao ni tamo nije sinusnog oblika iako je periodična, pri čemu njeni periodični talasi imaju jednu manje strmu stranu i drugu mnogo strmiju stranu. Razlika je samo u tome što je u eksperimentu 3 sporedni oscilator R 507 brži od glavnog oscilatora R 526 a ovde je sporedni oscilator L 1637 sporiji od glavnog oscilatora R 507. To se na grafiku manifestuje time što na slici 7 faza sporednog oscilatora /delovi prave II/ ide koso naniže a u sadašnjem eksperimentu,

faza sporednog oscilatora /delovi prave IV/ idu koso naviše. Ali je važna zajednička osobina oba sistema ta da konveksnost bregova na tokovima faza zaustavljenih klatna u oba sistema krivih imaju smer u kome fazna razlika sporednog oscilatora raste što je dokaz više da su mehanizmi nastajanja periodičnih talasa na krivama faze zaustavljenog klatna u oba slučaja isti.

Eksperiment 5.

Eksperimenti 2, 3 i 4 imaju zajedničko to da su hodovi oba klatna na slobodnom pritisku, tj. klatna R 526 u eksperimentima 2 i 3 i klatna L 1637 u eksperimentu 4 vrlo veliki u odnosu na R 507 i iznose u sva tri slučaja preko 2 sec. za jedan dan u smislu zakašnjanja što znači da su njihove oscilacije bile mnogo sporije no što je inače normalno kod astronomskih časovnika. Izraženo u uglovnoj meri klatna, koja su radila u slobodnom pritisku, zaostajala su po fazi za klatnom R 507, koje je pod zvonom, za preko 360° za jedan dan .

Nas je interesovalo da li će periodične varijacije amplitude klatna koje je, osim R 507, u radu, u ovom slučaju L 1637 biti veće no što su na slici 9 ako učinimo da hod tog klatna bude osetno manji, drugim rečima ako učinimo da fazna razlika između R 507 i ispitivanog klatna mnogo sporije raste no što je slučaj u prošlim eksperimentima. Hteli smo da se u tom pogledu što više približimo onom stanju koje postoji kod astronomskih časovnika u normalnom radu, kod kojih je potrebno deset, dvadeset, trideset i više dana dok fazna razlika između klatna naraste za 360° . S druge strane mi nismo mogli uzeti takav hod pri kome bi fazna razlika narasla za pun ugao na pr. tek za deset dana jer bi onda eksperiment trajao mesec dana /tj. bar tri periode/ jer smo se

u prethodnim eksperimentima 2 i 4 uverili kakve velike i nepravilne promene na amplitudi klatna koje radi na slobodnom pritisku izaziva čudljivi barometarski pritisak. U tom pogledu je naročito poučan sistem krivih I i II na slici 5. Mi smo morali da izbegnemo mogućnost da promene usled dejstva susednog klatna ne budu progutane od strane većih i nepravilnih promena izazvanih barometarskim pritiskom. Zato smo uzeli takav hod da on bude i osetno manji no u eksperimentu 4 ali ipak dovoljno veliki da period u kome se odigra jedna varijacija ne bude opasno dug. Dok je u eksperimentu 4 faza klatna L 1637 zaostajala u odnosu na fazu R 507 za jedan čas prosečno 24° tj. 360° za 15^h u ovom eksperimentu ono je zaostajalo prosečno svega 10° tj. 2.3 puta sporije pa je prema tome i period zaostajanja za pun ugao bio 2.3 puta duži. $/36^h/$.

= Potrebno smanjenje hoda tj. ubrzanje oscilacije klatna L 1637, postignuto je skraćanjem klatna delovanjem na njegov regulacioni teg. Tim je načinom frekvencija oscilacije L 1637 približena frekvenciji klatna R 507.

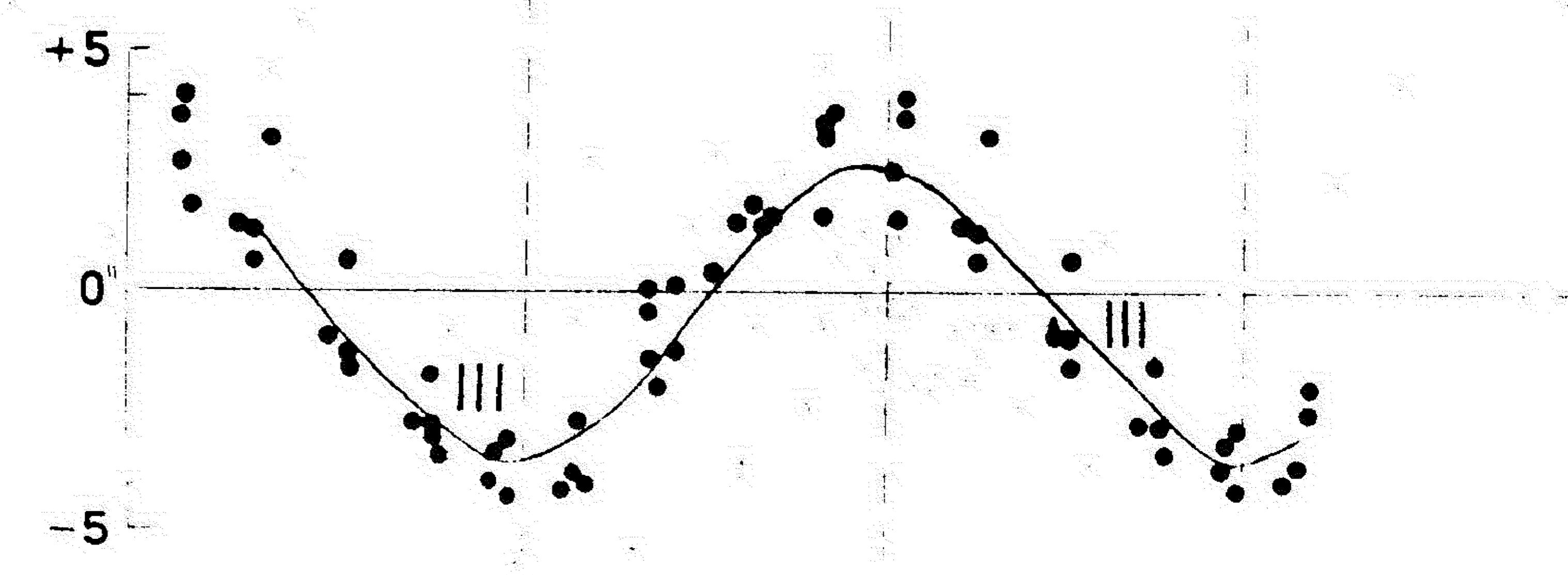
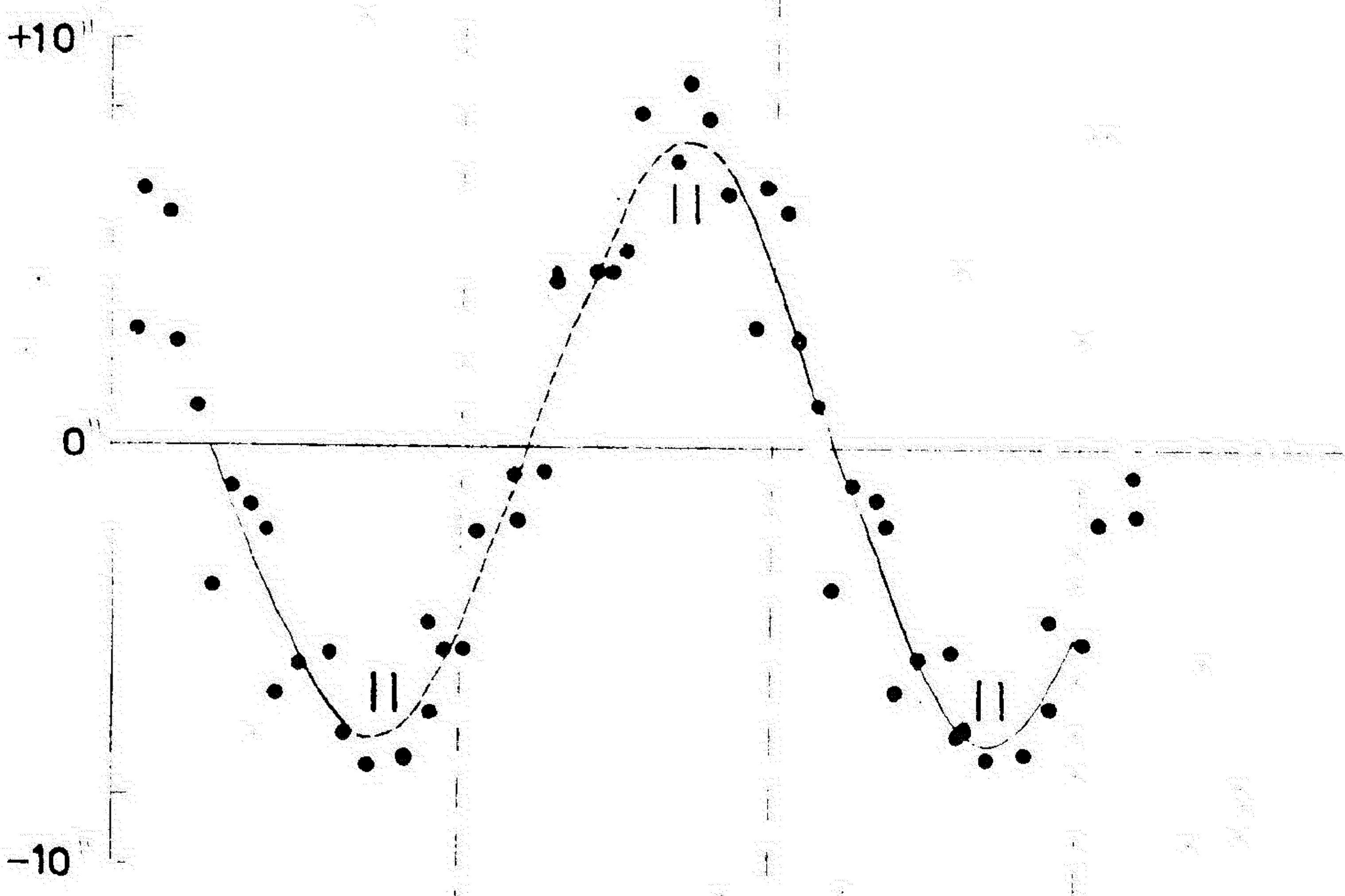
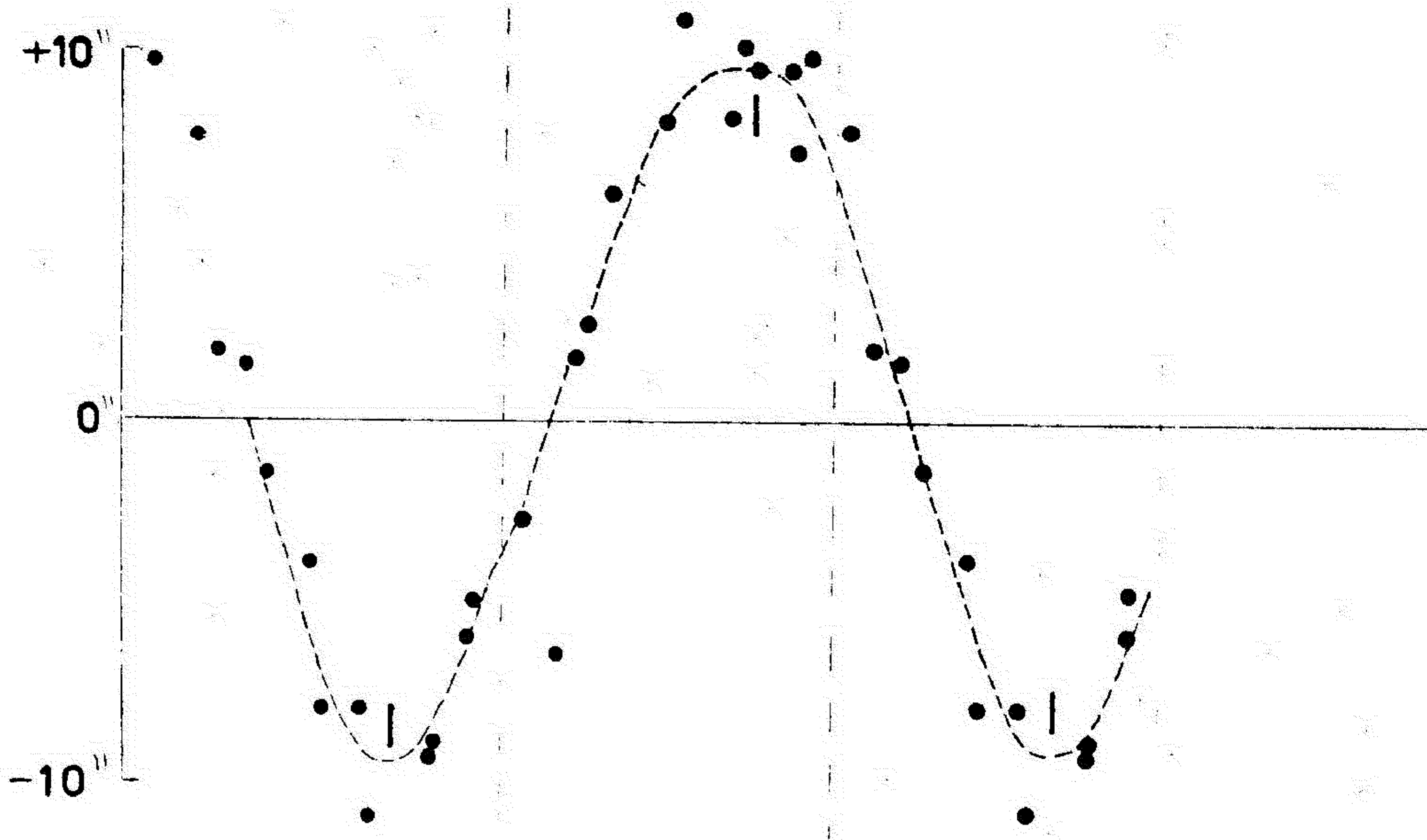
Istovremeno sa praćenjem varijacija amplitude L 1637 tokom ovog eksperimenta praćene su i oscilacije zaustavljenog R 526 da bi se videlo kako će se na njih odraziti izmenjene okolnosti.

O dobijenim rezultatima biće reči na kraju eksperimenta 6.

Eksperiment 6.

Isto tako bilo je od interesa videti kakve će biti odgovarajuće promene u amplitudi klatna L 1637 ako se ide u suprotnom smeru no u eksperimentu 5, tj. ako se to klatno

0° 120° 240° 0° 120° 240° 0°



Ca. 11

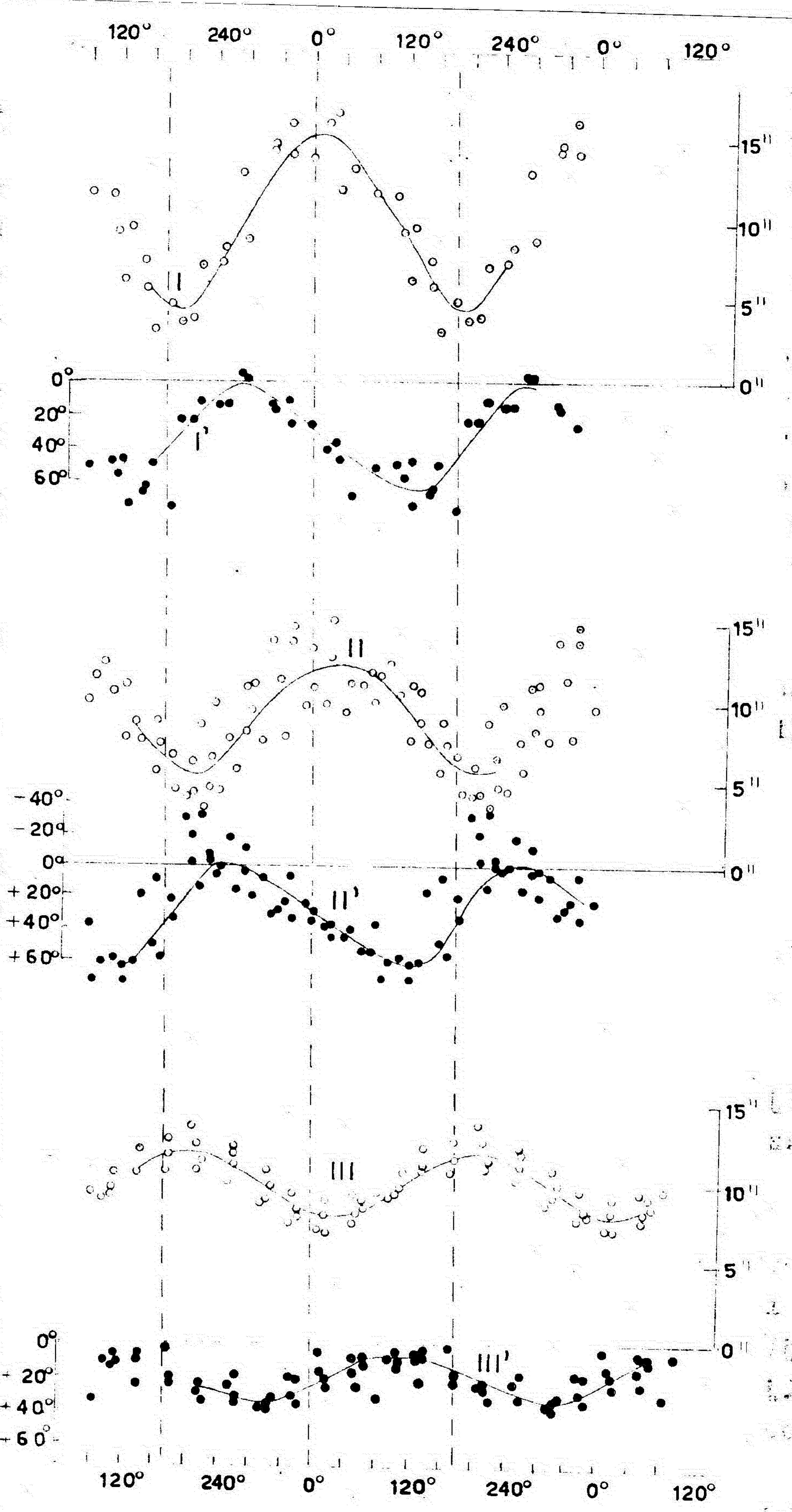
još više uspori no što je u eksperimentu 4 tako da mu fazna razlika u odnosu na R 507 raste još brže no tamo. Dok smo u prethodnom eksperimentu 5 bili ograničeni u pogledu promene frekvencije da eksperiment ne bi suviše dugo trajao, što bi bilo opasno usled jakog dejstva barometarskog pritiska, dotle smo u ovom eksperimentu, gde smo imali da ubrzano zaostajanje L 1637 mogli biti mnogo slobodniji. U eksperimentu 5 smo brzinu zaostajanja faze L 1637 u odnosu na R 507 smanjili, u poredjenju sa brzinom njenog zaostajanja u eksperimentu 4 za 2.3 puta, dok smo je u ovom eksperimentu povećali za 3.2 puta te je sada klatno L 1637 zaostajalo prosečno 77° za jedan čas /tj. 360° za $4^h 40''$ /.

I u ovom smo eksperimentu istovremeno pratili prinudne oscilacije zaustavljenog R 526, da bismo imali mogućnost njihovog uporedjenja sa oscilacijama u eksperimentima 5 i 6.

Pošto eksperimenti 5 i 6 ustvari pretstavljaju varijante eksperimenta 4 i njega dopunjuju, to ćemo rezultate sva tri eksperimenta prikazati uporedno.

Imamo da proanaliziramo tri veličine: periodične varijacije amplitude klatna u radu - L 1637 - kao i amplitudu i fazu prinudnih oscilacija zaustavljenog klatna R 526.

Ako za sva tri eksperimenta grafički prikažemo srednje krive varijacija, uzimajući faznu razliku između R 507 i L 1637 kao argument, dobićemo krive I, II i III na slici 11. Njihovo međusobno uporedjenje nam pokazuje da talas varijacije amplitude L 1637 u eksperimentu 5 /kriva I/ u kome je period u toku koga fazna razlika između aktivnog klatna naraste za pun ugao povećan 2.3 puta u odnosu na period u eksperimentu 4 pokazuje izvesnu blagu tendenciju pomeranja po fazi u levo u odnosu na talas varijacije koji odgovara



(A. 12)

eksperimentu 4 /kriva II/. Isto tako amplituda tog talasa je nešto veća /912/ u odnosu na amplitudu krive II /818/. Na nas je neznatnost povećanja amplitude varijacije pri 2.3 puta većem vremenskom periodu od velikog značaja, jer to znači da ta varijacija blago reaguje na dalje povećanje periode odn. pri daljem približavanju frekvencije oscilacija aktivnih klatna. Još odredjenije rečeno, to znači da ta varijacija nije bila znatno veća ni onda kad su klatna bila u svom normalnom radu za službu vremena.

Medjutim kriva III iz eksperimenta 6 koja odgovara smanjenju perioda u iznosu 3.2 puta u odnosu na period iz eksperimenta 4 pokazuje veliko odstupanje od krive II. Pre svega amplituda same varijacije /314/ je preko dva puta manja od amplitude varijacije koja odgovara eksperimentu 4. Zaključak je da varijacija amplitude mnogo brže opada sa smanjenjem perioda no što raste sa povećanjem perioda.

Pada takodje u oči znatna pomenost po fazi krive III u odnosu na krivu II. Dok maksimum krive I i II pada oko faze 120° a minimum oko faze 300° , s tim što je kriva I za nekoliko stepeni pomerena u levo od krive II, dotle maksimum krive III pada oko faze 180° a minimum oko faze 0° .

Istina u eksperimentu 6 smanjenje periode iznosi više /3.2 puta/ no što iznosi njegovo povećanje /2.3 puta/ u eksperimentu 5 ali su promene u amplitudi i fazi kod krive III u svakom slučaju mnogo veće od odgovarajućih promena na krivoj I no što je odnos $3.2 : 2.3 / = 1.4/$.

Pogledajmo sada na koji se način reagovala prinudne oscilacije zaustavljenog klatna R 526 na promene hoda /ili perioda/ aktivnog klatna L 1637. Ako opet kao argument uzemo faznu razliku izmedju aktivnih R 507 i L 1637 pa sa ove tri eksperimenta grafički uporedo prikazemo amplitude zaustavljenog R 526 i tok njegove fazne razlike u

odnosu na glavni oscilator R 507 dobićemo sisteme krivih 1, 2 i 3 na slici 12. Sistem krivih 1 koji odgovara eksperimentu 5 čine krive I i I', sistem 2 koji odgovara eksperimentu 4 čine krive II i II' a sistem 3 koji odgovara eksperimentu 6 čine krive III i III', pri čemu krive I, II i III predstavljaju amplitude, a krive I', II' i III' faze razlike. Opet ćemo krive koje odgovaraju eksperimentu 4 tj. krive II i II' uzeti kao polazne.

Kako vidimo amplituda prinudnih oscilacija R 526 je u eksperimentu 5 /maksimum 1574, minimum 476, raspon između maksimuma i minimuma 1098/ više varirala a u eksperimentu 6 /maksimum 1270, minimum 870, raspon 400/ manje no u eksperimentu 4 /maksimum 1274, minimum 576, raspon 698/ što znači da je uticaj klatna L 1637, koje je u sva tri eksperimenta soredni oscilator, u eksperimentu 5 bio jači a u eksperimentu 6 slabiji no u polaznom eksperimentu 4.

Zapaža se da je kriva I samo neznatno pomerenjena u fazi u odnosu na krivu II. Maksimumi obeju krivih padaju u blizini faza 20° a minimumi u blizini faze 200° , što znači da maksimum amplitude nešto posle trenutka kad su oba aktivna klatna u istoj fazi a minimum nešto posle trenutka njihovih suprotnih faza. Uostalom istu pojavu smo zapažili i na krivoj I na slici 8 / eksperiment 3/ a manifestuje se u većini ostalih eksperimenata u kojima na saustavljeno klatno istovremeno deluju dva aktivna klatna.

Medjutim kriva III je u odnosu na krive I i II pomerenjena skoro tačno 180° i njen minimum pada tamo gde je maksimum prvih dveju krivih a maksimum tamo gde je njihov minimum.

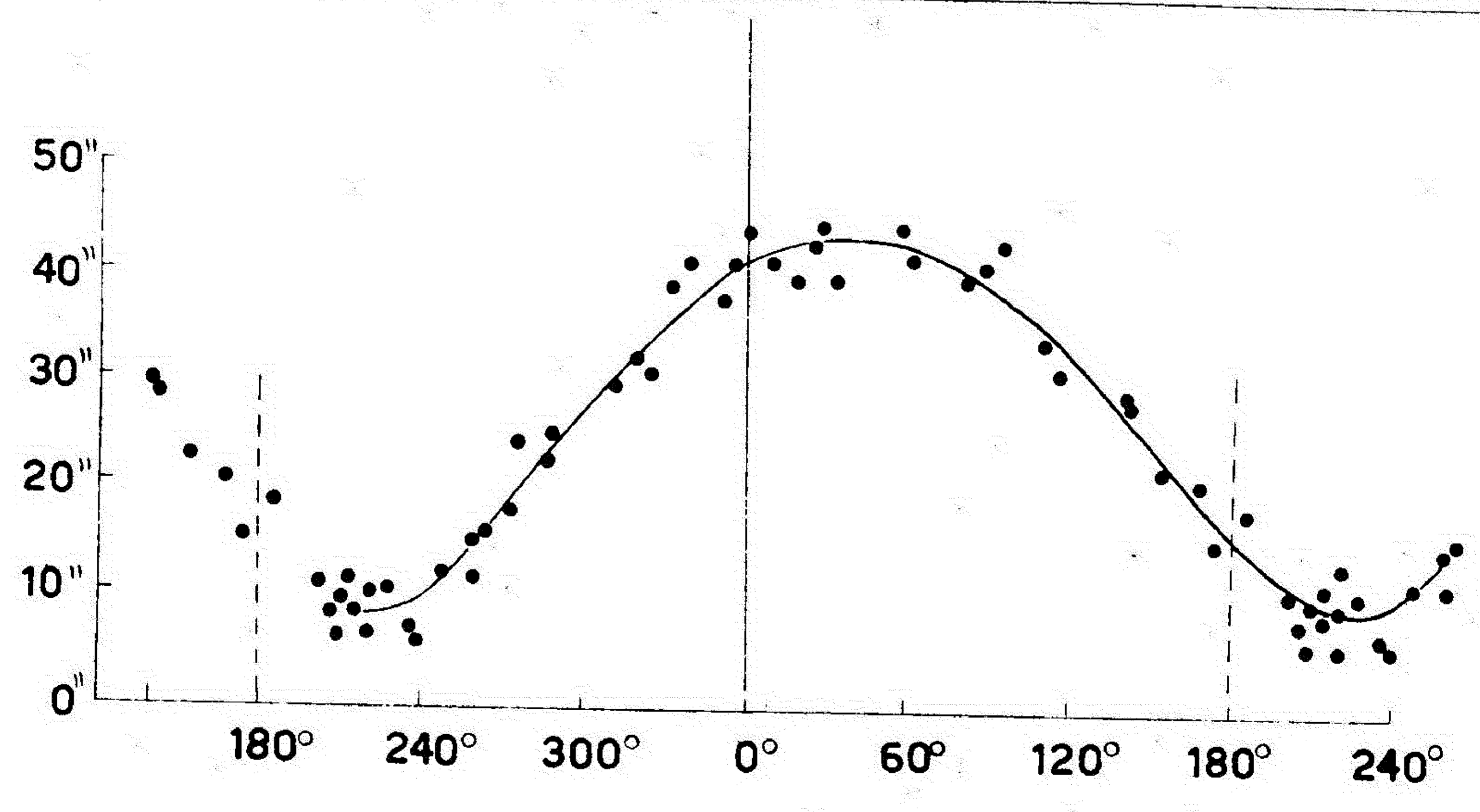
Isto tako kriva III koja predstavlja faze R 526 u eksperimentu 6 pokazuje upadljivu razliku u odnosu na I' i II'. Ona u odnosu na krive I' i II' ima mnogo mirniji tok jer razlika između maksimuma i minimuma kod nje iznosi svega 25°

dok kod druge dve krive ta razlika dostiže 60° . kao što je kriva amplitude III pomena po fazi u odnosu na krive I i II za oko 180° tako je i kriva III' pomena po fazi u odnosu na krive I' i II' takodje za oko 180° . Ovde se postavlja pitanje zašto su krive III i III' kao jedinstven sistem pomena za 180° u odnosu na sisteme 1 i 2, ali se ne može postavljati pitanje zašto je pomena obeju krivih III i III' podjednaka jer i ovi eksperimenti, i oni o kojima će tek biti reči pokazuju da postoji stroga zakonitost kako u pogledu oblika krivih amplitude i krivih faze prinudnih oscilacija zaustavljenog klatna pod istovremenim dejstvom dva aktivna klatna, tako i u pogledu uzajamne fazne korespondencije tih krivih. Fazna pomena jedne krive sistema /na primer krive amplitude/ automatski za sobom povlači faznu pomena druge krive sistema /krive faze/ i to za isti iznos.

Sva tri sistema imaju jednu važnu zajedničku osobinu koja se sastoji u tome da je srednja vrednost sve tri krive amplitude /tj. aritmetička sredina između maksimuma i minimuma/ praktično jednaka jer kod krive II ta vrednost iznosi 980 a kod ostale dve krive 1080. Isto tako su i srednje vrednosti krivih I', II' i III' praktično jednake jer kod krive I' ta vrednost iznosi $+34^\circ$, kod krive II' iznosi $+30^\circ$ a kod krive III' iznosi $+26^\circ$. Ovde treba imati na umu da su sve krive dobijene izravnanjem i da se već iz tog razloga ne može očekivati potpuno podudaranje rezultata.

Setimo se sada da je srednja amplituda klatna R 526 u eksperimentu 1, kad je na njega delovalo samo klatno R 507 iznosila 984 /vidi Pregled 2/ a da je njegova fazna razlika u odnosu na R 507 iznosila $+24^\circ$ /vidi Pregled 3/. Obe su vrednosti dakle vrlo bliske odgovarajućim vrednostima kod krivih sistema 1, 2 i 3, s tim što se kod amplitude već može govoriti o punom poklapanju vrednosti /1080, 980, 1080, 984/ a kod faza treba imati na umu da je njihove određivanje nešto nesigurnije. Zato ipak možemo reći da brojevi $+34^\circ$, $+30^\circ$, $+26^\circ$, $+24^\circ$ ustvari predstavljaju istu vrednost.

The following table shows the results of the measurements made at the station during the year 1913. The observations were made at intervals of 15 minutes, and the results are given in the table in seconds of arc. The observations were made at the station during the year 1913. The observations were made at intervals of 15 minutes, and the results are given in the table in seconds of arc.



G. 13

The following table shows the results of the measurements made at the station during the year 1913. The observations were made at intervals of 15 minutes, and the results are given in the table in seconds of arc. The observations were made at the station during the year 1913. The observations were made at intervals of 15 minutes, and the results are given in the table in seconds of arc.

Ranije je već formulisano /eksperiment 1/ da zaustavljeno klatno, koje vrši prinudne oscilacije pod uticajem samo jednog aktivnog klatna zadržava konstantnu amplitudu i konstantnu faznu razliku u odnosu na aktivno klatno, drugim rečima zaustavljeno klatno vrši tzv. proste prinudne oscilacije. Nazovimo tu konstantnu amplitudu i konstantnu faznu razliku karakteristikama prostih prinudnih oscilacija.

Prema podacima koje smo malo pre naveli aritmetička sredina između maksimuma i minimuma faze prinudnih oscilacija R 526, pod istovremenim dejstvom dva aktivna klatna /R 507 i L 1637/ u eksperimentima 4, 5 i 6 poklapaju se sa karakteristikama prostih prinudnih oscilacija istog klatna samo pod uticajem R 507 u eksperimentu 1. Kako je u sva tri eksperimenta sa dva aktivna klatna /eksper. 4, 5 i 6/ R 507 glavni oscilator sa zaustavljeno klatno R 526, zaključujemo:

Srednje vrednosti amplituda i faza složenih prinudnih oscilacija zaustavljenog klatna pod istovremenim uticajem dva aktivna klatna poklapaju se sa karakteristikama prostih prinudnih oscilacija pod uticajem samo glavnog oscilatora. To znači da sporedni oscilator unosi samo periodična kolebanja odn. poremećaje, naizmenično u oba smera, u amplitudu i fazu oscilacija zaustavljenog klatna koje određuje glavni oscilator, ali ne i suštinske promene.

Ispitaćemo bliže iznos poremećaja koje u amplitudu zaustavljenog klatna, određenu glavnim oscilatorom, unosi sporedni oscilator.

U eksperimentu 3 smo imali /vidi krivu III na slici 6/ da je za tada zaustavljeno klatno L 1637 glavni oscilator bio R 526, a sporedni oscilator R 507. Ako grafički prikazemo izravnati tok amplitude L 1637 iz tog eksperimenta, uzimajući faznu razliku između aktivnih klatna R 526 i R 507 kao argument, dobijamo krivu na slici 13. Sa te krive vidimo da je maksimum amplitude iznosio 4380 a minimum 880. prema

Prema navedenom stavu o jednakosti srednje vrednosti amplitude i faze složenih prinudnih oscilacija zaustavljenog klatna pod uticajem dva aktivna klatna, sa osnovnim karakteristikama prostih prinudnih oscilacija pod uticajem samo glavnog oscilatora, zaključujemo da bi amplituda prostih prinudnih oscilacija zaustavljenog L 1637 samo pod dejstvom klatna R 526, kao glavnog oscilatora, imala vrednost $\frac{4380 + 880}{2} = 2580$.

U odnosu na tu srednju vrednost amplituda zaustavljenog L 1637 je varirala, usled poremećajnog dejstva sporednog oscilatora R 507, prema maksimumu odn. minimumu za ± 1785 .

Prema Pregledu 1 amplituda zaustavljenog L 1637 u eksperimentu 1, kada je u radu bio samo R 507, je iznosila 1581 a ta je vrednost vrlo bliska 1785. Prema tome varijacija amplitude zaustavljenog L 1637 u eksperimentu 3, usled poremećajnog dejstva sporednog oscilatora R 507 jednaka je ustvari amplitudi prostih prinudnih oscilacija istog klatna kad je ono bilo pod dejstvom samo sporednog oscilatora.

To znači da i glavni i sporedni oscilator zadržavaju svoje dejstvo na amplitudu zaustavljenog klatna, koje su imali kad je svaki od njih ponaosob bio u radu.

Iz prednjih konstatacija proizilazi da aritmetička sredina izmedju maksimuma i minimuma amplitude složenih oscilacija zaustavljenog klatna pod istovremenim dejstvom dva aktivna klatna daje amplitudu prostih prinudnih oscilacija istog zaustavljenog klatna samo pod dejstvom glavnog oscilatora, dok polovina razlike izmedju maksimuma i minimuma daje amplitudu prostih prinudnih oscilacija samo pod dejstvom sporednog oscilatora.

Prema tome možemo sada, na osnovu krivih I, II i III sa slike 12 da odredimo komponente koje u amplitudu zaustavljenog R 526 unosi svako od aktivnih klatna tj. glavni oscilator R 507 i sporedni oscilator L 1637. kako na glavnom

oscilatoru nisu u međuvremenu vršene nikakve promene, to je njegov udeo u amplitudi tj. njegova komponenta ostala u svim tri eksperimenta ista /9.7, aritmetička sredina od 10.80, 9.80 i 10.00/, dok se menjala samo komponenta koju je unosio L 1637, čija je matematička dužina, a samim tim vremenski period zaostajanja za 360° za klatnom R 507, menjan. Taj je period u eksperimentu 4 iznosio 15.0 časova, u eksperimentu 5 iznosio je 36.0 časova dok je u eksperimentu 6 iznosio svega 4,6 časova. Uzimajući period od 15.0 časova, koji odgovara eksperimentu 4, kao jedinicu, imamo sledeći Pregled 2, u kome su u koloni I navedeni redni brojevi eksperimenta, u koloni II

Pregled 2

I	II	III	IV
Eksper. 5	2.3	9.7	5.4
" 4	1.0	9.7	3.4
" 6	0.3	9.7	2.0

period zaostajanja aktivnog L 1637 za 360° za klatnom R 507, u koloni III iznos komponenta u amplitudi složenih prinudnih oscilacija zaustavljenog R 526, koja potiče od klatna R 507

koje je glavni oscilator, a u koloni IV su navedeni iznosi komponenta u amplitudi složenih prinudnih oscilacija R 526, koja potiče od klatna L 1637 koje je sporedni oscilator. Kako vidimo /kolona II i IV/ uticaj klatna L 1637 na amplitudu R 526 je opadao sa opadanjem perioda zaostajanja za R 507.

Već je rečeno da srednju vrednost faze zaustavljenog klatna pod dejstvom dva aktivna klatna određuje glavni oscilator. Sporedni oscilator unosi samo periodična kolebanja, odn. varijacije u oba smera oko te srednje vrednosti, slično onome što smo imali kod amplitude. Međutim vrednost te varijacije nije više jednaka, kao što je to bio slučaj sa varijacijama amplitude, fazi koju je zaustavljeno klatno imalo kad je bilo pod dejstvom samo sporednog oscilatora jer u eksperimentu 3, gde je zaustavljen L 1637 a sporedni oscilator je R 507, imamo da ta varijacija iznosi $\pm 50^\circ$, dok je faza zaustavljenog L 1637 u eksperimentu 1, pod dejstvom samo R 507 iznosila, prema Pregledu 1, $+135.0^\circ$.

Ali ako sredimo podatke, kao što je to učinjeno u Pregledu 3, konstatovaćemo da ta varijacija u stvari zavisi od odnosa između komponenata koje u amplitudu oscilacija zaustavljenog klatna unose sporedni i glavni oscilator.

Pregled 3

I	II	III	IV	V
Eksp. 3	R 507 i R 526	L 1637	0.7	$\pm 50^\circ$
" 5	R 507 i L 1637	R 526	0.5	33°
" 4	R 507 i L 1637	"	0.4	30°
" 6	R 507 i L 1637	"	0.2	14°

U ovom Pregledu u koloni I navedeni su redni brojevi odgovarajućih eksperimenata, u koloni II aktivna klatna, u koloni III zaustavljeno klatno, u koloni IV odnos između komponenata sporednog i glavnog oscilatora a u koloni V iznos varijacije u fazi zaustavljenog klatna, koju izaziva sporedni oscilator u odnosu na srednju vrednost faze koju određuje glavni oscilator. Kao što vidimo ta varijacija opada sa opadanjem odnosa između komponente koju u amplitudu zaustavljenog klatna unosi sporedni i komponente koju unosi glavni oscilator, odn. raste ukoliko se odnos tih komponenata bliži jedinici.

Eksperiment 7

Po obavljanju prethodnog eksperimenta 6 klatno L 1637 je zaustavljeno. Ono je, potsetimo na to, radi brzog zaostajanja u fazi za klatnom R 507 bilo produženo te je njegovo zaostajanje u eksperimentu 6 iznosilo 77° za jedan čas, za razliku od eksperimenta 4 kad je njegova dužina bila normalna kad mu je zaostajanje iznosilo 24° za jedan čas. Cilj je

bio utvrditi kakve će sada biti njegove prinudne oscilacije pod uticajem R 507, koji je naravno stalno u radu, i da ustanovimo da li će i kakvih razlika biti u odnosu na prinudne oscilacije koje je klatno L 1637, takodje samo pod uticajem R 507, imalo u eksperimentu 1, kad mu je dužina bila normalna. Ovde dajemo pregled dobijenih rezultata:

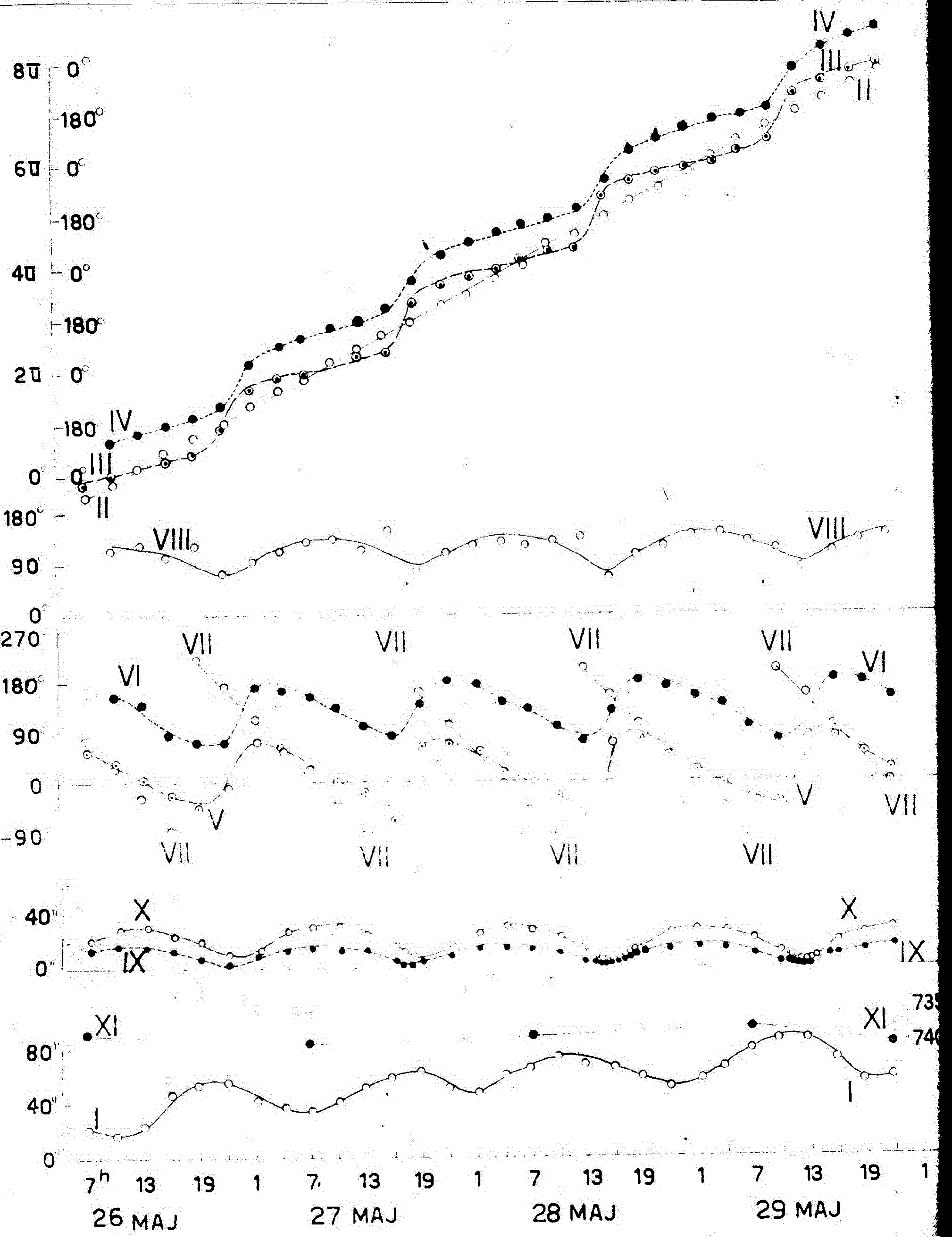
Pregled 4

I	II	III	IV
1955 apr. 3	9 ^h	882	+ 178 ⁰
	21	6.2	157
	9	4.5	168
4	21	6.9	177
	9	4.6	159
5	21	4.3	168
	9	5.1	171
6	21	4.8	162
	9	5.2	173
7	21	7.2	169
	9	6.9	160
8	21	4.9	167
	9	5.6	163
9	21	7.9	171
10	9	6.1	182
Srednja vrednost 507			168.3

Ako ove podatke uporedimo sa odgovarajućim rezultatima iz eksperimenta 1 gde, prema Pregledu 1 srednja amplituda klatna L 1637 iznosi 1581, a faza iznosi +135⁰, konstatujemo veliko smanjenje amplitude /oko tri puta/ i pomeranja po fazi od 33.3 u smeru većeg zakašnjanja. Objašnjenje svakako leži u tome da je delovanjem na dužinu klatna njegova

frekvencija udaljena od frekvencije aktivnog R 507 pa je samim tim umanjen i efekt rezonance.

Nezavisno od toga ovaj eksperiment daje još jedan dokaz da oscilacije naustavljenog klatna pod dejstvom samo jednog aktivnog klatna doista vrši proste prinudne oscilacije, jer kako amplituda tih oscilacija tako i faza razlika ispoljavaju jasnu tendenciju da zadrže konstantnu vrednost.



G. 14

Eksperiment 8

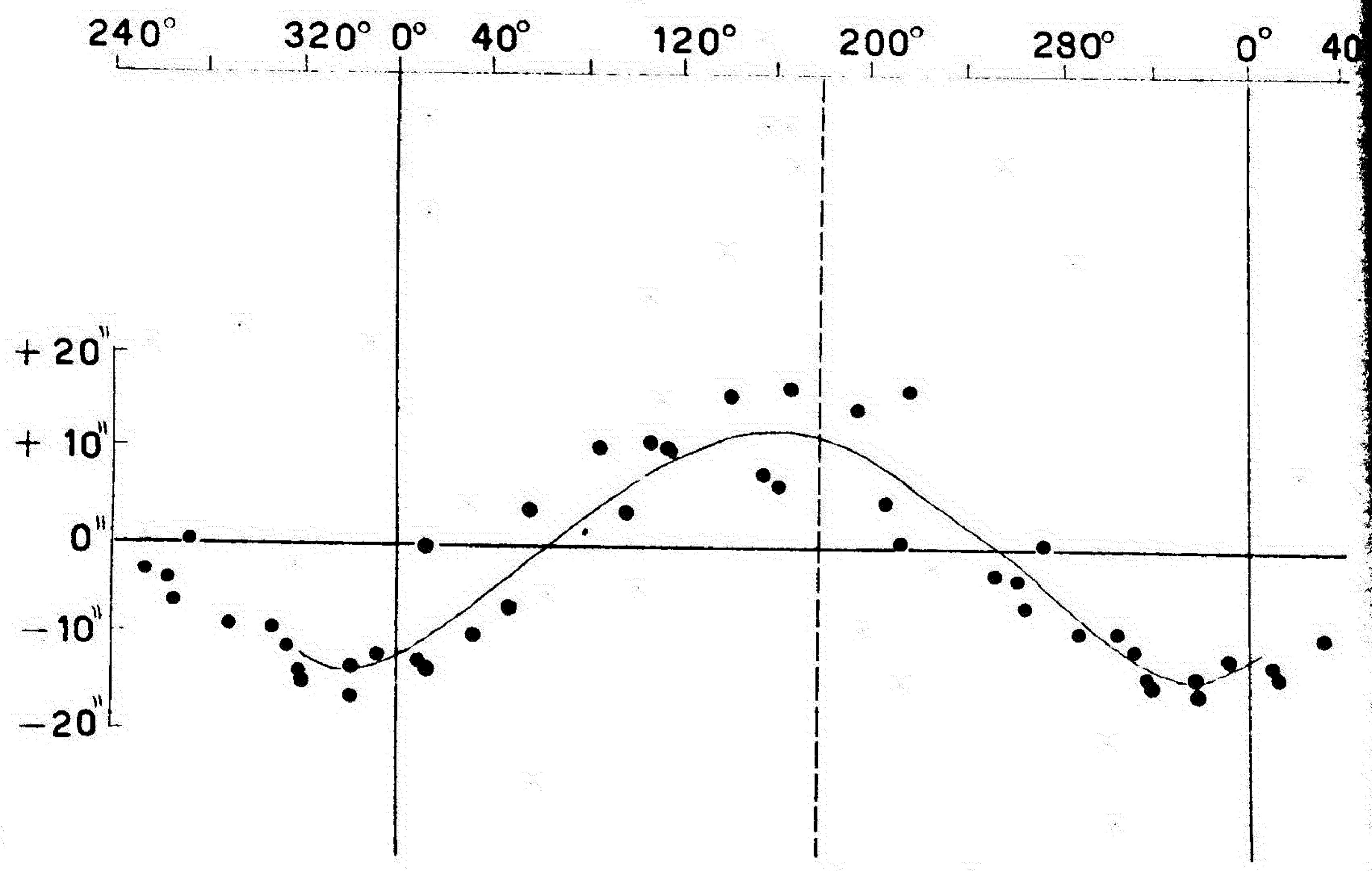
Na sugestiju prof. D. Raškovića, časovnik R 351, koji je privremeno bio postavljen u ugao A časovne kabine / vidi prvi pasus u eksperimentu 1/ vraćen je ponovo na svoje staro mesto /vidi sliku 2/ da bismo i sa njim izvršili ona ispitivanja koja smo već bili izvršili sa klatnima L 1637 i R 526. Cilj je bio ustanoviti da li će činjenica da je položaj R 351 u odnosu na R 507 drukčiji no što su položaji klatna L 1637 i R 526, imati za posledicu da će klatno R 507 na njega vršiti drukčiji uticaj no što je vršilo na L 1637 i R 526. Na sličan način kao što smo ranije postupili sa L 1637 i R 526, sada smo postupili sa R 351, tj. skinuli smo sa njega zvono i postavili mikroskop sa mikrometrom.

Prvenstveno je bilo od interesa videti kako će se ispoljiti uticaj R 507 na amplitudu klatna R 351 kad je ovo u radu. Razume se da smo usput pratili i prinudne oscilacije zaustavljenih L 1637 i R 526, izazvane istovremenim radom R 507 i R 351. Merenja su vršena 26, 27, 28 i 29 maja 1955. po analognom postupku kao i u ranijim sličnim eksperimentima. Mikrometrom mikroskopa poentirana je jedna jasno definisana svetla tačka na klatnu R 351, u trenutku njegovog sastojanja /maksimalna elongacija/. Odmah zatim je merena amplituda zaustavljenih klatna L 1637 i R 526 a ručnim kontaktom preko hronografa, po već izloženom postupku, beleženi trenuci njihovih maksimalnih elongacija, potrebni radi izvođenja njihovih faznih razlika u odnosu na osnovni časovnik R 507. Isto tako preko hronografa su upoređivani časovnici R 507 i R 351, radi izvođenja njihove faze razlike, koja je ustvari argument svih periodičnih varijacija u merenim količinama. Grafički prikaz rezultata dat je na slici 14.

Na toj slici krivom I prikazane su varijacije amplitude klatna R 351. Odmah zapažamo sličnost između te krive i odgovarajućih krivih varijacija amplitude koje smo u ranijim

TABLE II
CONTINUED

TABLE II
CONTINUED



CA 15

eksperimentima imali kod klatna L 1637 i R 526. Maksimum varijacija amplitude pada vrlo približno oko fазне разлике 180° a minimum oko fазне разлике 0° između klatna R 507 i R 351, dakle isto ono što smo ranije kod druga dva klatna već konstatovali. Trenuci fазне разлике 0° su na krivoj I obilježeni poprečnim crticama.

I red veličine varijacije na ovoj krivoj je očigledno blizak onome koji smo imali kod varijacija amplitude klatna L 1637 i R 526. U to se možemo još sigurnije uveriti izdvajanjem sinusoidnih talasa sa krive I uzimajući kao argument fазну разлику R 507 - R 351, tako dobijamo krivu na slici 15. Amplituda te krive iznosi $13''$, dakle nešto je veća od amplitude krive II na slici 11, koja iznosi $9''$. Krivu dva na slici 11 uzimamo zato što ona odgovara normalnoj dužini klatna L 1637.

Zapažamo i to da je kriva na slici 15 nešto pomerená po fazi udesno, tako da je njen minimum unekoliko bliži fazi 0° no što je slučaj kod krive II na slici 11. Međutim sve su to razlike u detaljima ali ne i u suštini tako da ipak možemo reći da drukčiji položaj klatna R 351 u odnosu na R 507, no što su položaji L 1637 i R 526 nije imao za posledicu neku naročito drukčiju formu uticaja R 507 no što je to već ustanovljeno kod L 1637 i R 526.

Pravom II na slici 14 prikazan je tok faze klatna R 351 u odnosu na R 507. I ona pokazuje punu analogiju sa odgovarajućim grafikama koje smo imali kod klatna L 1637 i R 526. I ovde klatno zaostaje i to prosečno za 18° za jedan čas, što je vrlo blisko onome što smo imali kod klatna R 526 u eksperimentu 3, koje je prosečno za jedan čas zaostajalo 17° . Bliskost ta dva broja je karakteristična i treba je pripisati činjenici da su oba klatna istog tipa -Riefler-, jer klatno L 1637 u eksperimentu 4 zaostaje nešto više, 24° za jedan čas, iako u svim ovim eksperimentima o kojima je ovde reč,

dužina klatna ostala je ista kakva je bila dok su klatna radila normalno pod svonima.

Činjenica da i ovde tačke kojima su pretstavljene pojedine vrednosti fazne razlike između aktivnih klatna leže na skoro idealnoj pravoj svedoči o ravnomernosti njihovog hoda.

Prava II, kako vidimo, praćena je periodičnim krivama III i IV. Kriva III pretstavlja fazu zaustavljenog R 526 a kriva IV fazu zaustavljenog L 1637, u oba slučaja u odnosu na R 507. Da faze zaustavljenih klatana prate tok faze jednog od aktivnih klatna ne pretstavlja novinu jer smo u dosadašnjim eksperimentima tu pojavu već utvrdili. Za ono aktivno klatno čiju fazu prati zaustavljeno klatno uveli smo naziv glavni oscilator. Prema tome ovde je za oba zaustavljena klatna glavni oscilator R 351, što za slučaj L 1637 iznenadjuje jer je tom klatnu bliži R 507. Ali takvih iznenadjenja smo već i do sada imali i to nas još jednom uverava da nije daljina zaustavljenog klatna ta koja ima primarni značaj pri odlučivanju koje će od aktivnih klatna biti njegov glavni oscilator. Već smo i ranije imali prilike da kažemo da verovatno, osim rasporeda aktivnih klatna i razlika njihovih hodova, dolazi do izražaja i oblik stuba.

Koliko je tok faze zaustavljenih klatna R 526 i L 1637 u strogoj zavisnosti od fazne razlike između aktivnih klatna najbolje ćemo ilustrovati ako sad sve fazne razlike u odnosu na R 351 tj. u odnosu na glavni oscilator sračunamo. Dobićemo sistem krivih V i VI, ispresecan periodičnim pravama delova prave VII. Možemo da smatramo da je taj sistem postao rotacijom sistema koji obrazuje prava II i krive III i IV tako da prava II dodje u položaj X ose. Periodični delovi prave VII pretstavljaju fazu R 507 u odnosu na R 351.

Sistem krivih V i VI i delovi prave VII na slici 14 čine onu istu konfiguraciju koju čini kriva I i delovi prave II na slici 7, kao i kriva V i delovi prave IV na slici 9. Svuda vidimo da su periodični talasi na krivama faze zaustavljenih klatna izazvani periodičnim ponavljanjem faze sporednog oscilatora.

Sličnost između krivih V i VI /što znači i između krivih III i IV/ kao i njihova zavisnost od fазne razlike između aktivnih klatna /delovi prave VII/ je upadljiva. Skoro bi se reklo da je jedna kriva postala translatornim pomeranjem druge krive. Obe su krive pravilno periodične ali nisu sinusnog oblika, jer očigledno imaju jedan mnogo strmiji deo i jedan manji strmi deo. Prema tome njihov je oblik sličan obliku krivih faze zaustavljenih klatna, pod dejstvom dva aktivna klatna, koji smo već utvrdili u eksperimentu 3, 4, 5 i 6.

Da između krivih V i VI ipak ne postoji puna paralelnost uveravamo se oduzimanjem ordinata tačaka jedne krive od njima odgovarajućih tačaka druge krive. Tako dobijamo krivu VIII na slici 14. Vidimo da je ta kriva periodična sa maksimumom u blizini faze 0° između aktivnih klatna a minimumom u blizini faze 180° . Trenuci fазne razlike 0° između aktivnih klatana su na krivoj obeleženi crvenim vertikalnim crticama. To znači da su zaustavljena klatna po fazi bila najbliža /oko 70° / onda kad su aktivna klatna po fazi bila najdalja /faza 180° / a najdalja po fazi /oko 130° /onda kad su aktivna klatna bila u istoj fazi. Povezujući krivu VIII sa krivama IX i X /krive amplitude zaustavljenih klatna/ konstatujemo da su zaustavljena klatna po fazi bila najbliža onda kad im je amplituda bila najmanja a najdalja onda kad im je amplituda bila najveća.

Posmatrajmo sada krive V i VI u vezi sa krivama IX i X. Kriva IX predstavlja tok amplitude zaustavljenog R 526 a kriva X tok amplitude zaustavljenog L 1637. I oblik krivih IX

I, koje su približno sinusoidne, sličan je obliku krivih amplitude zaustavljenih klatna u ranijim eksperimentima. Zapažamo da su ordinate krive I preko dva puta veće od odgovarajućih ordinata krive II, kao i da je cela kriva I po fazi nešto pomerená udesno, što se lepo može videti po položajima gde padaju njihova dva poslednja minimuma. U vreme ta dva minimuma merenja amplitude su vršena češće no inače upravo sa ciljem da se tačnije utvrde položaji minimuma. Maksimumi obeju krivih padaju nešto posle fazne razlike 0° izmedju aktivnih klatna, /trenuci fazne razlike 0° obeleženi su vertikalnim crticama/ a minimumi samim tim nešto posle fazne razlike 180° .

Lako ustanovljavamo da izmedju krivih amplituda prinudnih oscilacija zaustavljenih klatna i faza tih oscilacija u odnosu na glavni oscilator postoji ista veza koju smo u ranijim eksperimentima već ustanovili. Oblastima minimuma odnosno maksimuma krive amplitude odgovaraju strmiji odnosno manje strmi delovi njima odgovarajućih kriva faza. Samim minimumima odn. maksimumima odgovaraju prevojne tačke strmijih odn. manje strmih delova krivih faza.

Izlomljena kriva XI predstavlja tok barometarskog pritiska o čijem je značaju već bilo govora.

Eksperiment 9

U svim dosadašnjim eksperimentima u kojima smo ispitivani varijacije amplituda klatna koje je, osim R 507, aktivno, takvih eksperimenata već imamo pet /eksperiment 2, 4, 5, 6 i 8/ uporno i sistematski dolazila je do izražaja pojava da minimum te varijacije pada u blizini fazne razlike 0° a maksimum u blizini fazne razlike 180° izmedju aktivnih klatna. To svakako više nije mogla biti slučajnost, to je značilo da su u svim tim eksperimentima ispitivana klatna ispunjavala neki zajednički uslov.

Taj zajednički uslov je njihov sporiji hod u odnosu na R 507, jer su zaista u svim ovim eksperimentima ispitivana aktivna klatna zaostajala za klatnom R 507. Da smo mogli, u eksperimentima koje smo dosad izveli da istovremeno sa drugim aktivnim klatnom pratimo i varijacije u amplitudi klatna R 507, koje je uvek žurilo u odnosu na druga aktivna klatna, ovaj se problem ne bi ni postavljao, ali to je, iz ranije navedenih razloga bilo nemoguće.

Trebalo je zato izvesti jedan eksperiment u kome bi tendencija zaostajanja ispitivanog klatna u radu za klatnom R 507 bila prekinuta, tj. trebalo je ispitivanom klatnu skratiti i time učiniti da mu oscilacije budu brže no oscilacije R 507. Radi paralele sa prethodnim eksperimentom tu smo operaciju skraćivanja, zavrtaњem regulacionog tega, izveli na klatnu R 351 i ponovo ga pustili u rad. Skraćivanje je izvedeno tako da klatno R 351 približno isto toliko žuri u odnosu na R 507 koliko je u prethodnom eksperimentu zaostajalo. Dok je u eksperimentu 8 klatno R 351 zaostajalo prosečno 18° za jedan čas u ovom eksperimentu ono žuri prosečno 20° za jedan čas.

Eksperiment je trajao od 3 do 7 juna 1955 god. a merenja su vršena po postupku koji je već bio uobičajan. Praćena je amplituda klatna R 351, tok njegove faze u odnosu na R 507 uporedjenjem na hronografu, a uporedo su ispitivane oscilacije ostala dva zaustavljena klatna L 1637 i R 526. Rezultate opet prikazujemo grafički.

Ovaj je eksperiment najzad pokazao koji to mehanizam uslovljava fazni raspored varijacija amplitude klatna koje je, pored R 507, u radu, odnosno šta je dovelo do toga da smo uvek do sada imali pojavu da minimum varijacija pada u blizini fazne razlike 0° a maksimum varijacije u blizini fazne razlike 180° izmedju aktivnih klatna. Pretpostavka da je ova sistematska pojava uslovljena isto tako sistematskom pojavom da su u svim eksperimentima dosad ispitivana aktivna

klatna zaostajala za klatnom R 507, je ovim eksperimentom potvrđena. Kriva I na slici 16 pokazuje da sada fazi 0° odgovara maksimum a fazi 180° minimum, tj. time što klatno R 351 sada žuri u odnosu na R 507 njegove varijacije amplitude su po fazi pomerene za 180° u odnosu na varijacije iz eksperimenta 8.

Barometarski pritisak pretstavljen je izlomljenom krivom II. Pravom III pretstavljen je tok faze R 351 u odnosu na R 507. Kako 351 žuri u odnosu na R 507, to prava III ide naniže, za razliku od svih dosadašnjih eksperimenata gde su te prave išle na više. Za tu pravu inače važi sve ono što smo u dosadašnjim eksperimentima rekli za noj odgovarajuće prave.

Kako vidimo faze zaustavljenih klatna, za razliku od prošlog eksperimenta, sada idu različitim putevima, jer dok za klatna R 526 /kriva IV/ prati fazu R 351 dotle faza L 1637 /kriva V/ prati X-odu odn. fazu R 507. Prema terminologiji koju smo usvojili za klatno R 526 glavni oscilator je R 351 a za klatno L 1637 glavni oscilator je R 507. Prema tome je ovde interesantno to što se svako od aktivnih klatna javlja istovremeno i kao glavni oscilator za jedno od zaustavljenih klatna i kao sporedni oscilator za drugo zaustavljeno klatno. Iz ovog eksperimenta vidimo da je R 351, u odnosu na prošli eksperiment 8 zadržale svoj jači uticaj na R 526, dok je svoj jači uticaj na L 1637 izgubilo. U tom ^{je} smislu karakteristično da je u prošlom eksperimentu kriva faze R 526 /kriva V na slici 14/, mnogo tešnje položena uz X-osu, od koje se nalazi na srednjoj udaljenosti od približno 8° /X.osa pretstavlja fazu R 351/ no kriva faze L 1637 /kriva VI na slici 14/ koja se nalazi na srednjoj daljini od približno 120° te se prema tome R 526 kao glavnog oscilatora u eksperimentu 8, odvojilo u ovom eksperimentu ono klatno koje je po fazi već i tamo bilo udaljeno.

Krivom VI pretstavljen je tok faze zaustavljenog R 526 u odnosu na klatno R 351. Upoređujući krive V i VI iz ovog

eksperimenta sa njima odgovarajućim krivama V i VI iz prošlog eksperimenta nalazimo da krive iz ovog eksperimenta imaju mnogo mirniji tok jer raspon između njihovih maksimuma i minimuma iznosi oko 40° dok kod krivih iz prošlog eksperimenta taj raspon iznosi preko 100° .

Periodični delovi prave III koji presecaju krivu V i periodični delovi prave VII koji presecaju krivu VI predstavljaju tokove faza sporednih oscilatora, u prvom slučaju tok faze R 351 u odnosu na R 507 a u drugom slučaju tok faze R 507 u odnosu na R 351.

Krive VIII i IX predstavljaju tok promena amplituda zaustavljenih R 526 i L 1637. I kod njih kao i kod odgovarajućih krivih IX i X iz prošlog eksperimenta, maksimum približno odgovara fazi 0° a minimum fazi 180° između aktivnih klatna /tremući faze 0° obeleženi crvenim poprečnim crtama/. Medjutim međusobni raspored krivih je drukčiji no u prošlom eksperimentu. Dok je tamo kriva amplitude L 1637 bila iznad krive amplitude R 526 ovde je obrnut slučaj: kriva amplitude R 526 je iznad krive amplitude L 1637. Maksimumi amplitude R 526 su ovde skoro dvostruke viši od maksimuma u prošlom eksperimentu, dok su maksimumi krive L 1637 skoro dvostruke niži no tamo. Dakle isti uzrok /ubrzanje oscilacija aktivnog klatna R 351 u odnosu na oscilacije R 507/ izazvao je kod dva različita zaustavljena klatna dva suprotna efekta: maksimalna amplituda jednog od njih je porasla skoro dva puta a drugog se smanjila skoro dva puta.

Ipak, kriva amplitude R 526 je u oba eksperimenta sadržala glavnom isti raspon između maksimuma i minimuma, jer taj raspon, /dobijen izravnavanjem krivih/ u eksperimentu 8 iznosi 978 a u eksperimentu 9 iznosi 1382. Medjutim kod krive amplitude L 1637 taj raspon od 2484 u eksperimentu 8 pada na 978 u eksperimentu.

Eksperiment 10

Posle prethodnog eksperimenta zaustavljeno je klatno R 351. U radu je nađi ostao samo R 507. Tako smo istovremeno imali tri zaustavljena klatna, sva tri pod uticajem aktivnog R 507. Pod uticajem samo jednog aktivnog klatna, kako smo to već ranije utvrdili /eksperiment 1 i 7/ zaustavljena klatna vrše proste prinudne oscilacije čija je frekvencija jednaka frekvenciji aktivnog klatna, a to još jednom potvrđuje ovaj eksperiment. U Pregledu 4 donosimo dobijene rezultate merenja amplituda i faza oscilacija sva tri zaustavljena klatna.

Pregled 5

Datum merenja	Čas merenja	R 351		R 526		L 1637	
		amplit.	faza	amplit.	faza	ampl.	faza
1955							
jun 12	7 ^h	6.2	357°	5.5	6°	10.6	148°
	13	4.3	357	7.0	15	13.2	152
	19	3.3	339	7.8	16	14.0	154
13	1	3.1	338	6.4	23	10.8	160
	7	3.2	354	6.9	3	10.3	148
	13	3.1	352	6.9	5	10.3	149
	19	4.0	352	6.7	8	12.0	150
14	1	3.6	354	6.3	19	9.8	149
	7	4.2	339	7.2	7	11.3	153
	13	3.3	352	7.4	12	13.1	151
	19	3.2	345	5.6	14	12.7	154
15	1	4.1	343	6.9	5	10.9	148
	7	3.5	355	7.2	21	11.8	149
	13	3.4	348	6.9	10	9.1	158
	19	4.0	357°	7.0	6°	11.0	154°
Srednja vrednost		3.7	349.5	6.8	11.3	11.5	151.8

U mogućnosti smo sada da još jednom potvrdimo naš stav da uticaj aktivnog klatna ostaje isti/uz uslov da u međjuvremenu nisu vršene nikakve promene na matematičkim dužinama klatna ni bilo kakve druge promene/ bilo da se aktivno klatno nalazi samo u radu bilo u kombinaciji sa još jednim aktivnim

klatnom. U ovom drugom slučaju stav ostaje u važnosti bez obzira da li je dato aktivno klatno glavni ili sporedni oscilator za zaustavljeno klatno.

Ako za oba eksperimenta 8 i 9 grafički prikažemo tokove amplituda zaustavljenih klatna R 526 i L 1637, uzimajući kao argument faznu razliku između aktivnih R 507 i R 351, dobijamo izravnanje krive amplitude, analogne krivoj amplitude L 1637 iz eksperimenta 3 pretstavljenoj na slici 13. To nam daje mogućnost da odredimo srednje vrednosti /aritmetičku sredinu između maksimuma i minimuma/ i varijacije tih amplituda/polovina razlike između maksimuma i minimuma/. Već smo rekli da ovako definisanu srednju vrednost amplitude određuje glavni oscilator i da je ova ustvari jednako amplitudi koju zaustavljeno klatno ima kad je glavni oscilator sam u radu, dok varijaciju amplitude određuje sporedni oscilator i ona je jednaka amplitudi koju zaustavljeno klatno ima kad je sporedni oscilator sam u radu. Prema tome komponenta koju u amplitudu zaustavljenog klatna unosi glavni oscilator data je srednjom vrednošću amplitude dok je komponenta koju unosi sporedni oscilator jednaka varijaciji amplitude.

U eksperimentu 8 varijacija amplitude zaustavljenog R 526 pod uticajem sporednog oscilatora R 507 iznosi 614. U eksperimentu 9 ta varijacija, opet pod uticajem istog sporednog oscilatora R 507 iznosi 616. Prema Pregledu 5 amplituda zaustavljenog R 526, pod uticajem samo R 507 /eksperiment 10/ iznosi 618. Kao što vidimo komponenta koja potiče od R 507 ostala je u sva tri slučaja skoro potpuno jednaka.

Upoređenjem komponenta koje je R 507 unosio u amplitudu drugog zaustavljenog klatna L 1637 daje istu sliku jednakosti. U eksperimentu 8 ta komponenta iznosi 1212. U eksperimentu 9 komponenta iznosi 1119, dok prema Pregledu 5 u eksperimentu 10 njena je vrednost 1115. Ovo upoređenje komponenta koje u amplitudu zaustavljenog L 1637 unosi R 507 je utoliko interesantnije što je R 507 za L 1637 u eksperi-

mentu 8 sporedni oscilator, u eksperimentu 9 glavni oscilator a u eksperimentu 10 jedini aktivni oscilator.

Potvrđuje se da glavni oscilator određuje i srednju vrednost faze zastavljenog klatna i da je ta srednja vrednost jednaka fazi, koju oscilacije zastavljenog klatna imaju pod dejstvom samo sporednog oscilatora. U eksperimentu 9 za zastavljeno klatno L 1637 glavni oscilator je R 507. Izravnavanjem faze razlike L 1637 u odnosu na R 507 iz eksperimenta 9 uzimajući faznu razliku između aktivnih klatna R 507 i R 351 kao argument, dobićemo krivu na osnovu koje nalazimo da je srednja vrednost faze između zastavljenog L 1637 i njegovog glavnog oscilatora R 507 iznosila 153° koja se vrednost skoro potpuno poklapa sa vrednošću 152° koju nalazimo u Pregledu 5 /eksperiment 10/ kad je u radu bio samo R 507.

Prema tome potvrđuje se u potpunosti i stav o jednakosti srednje vrednosti amplitude i srednje vrednosti faze složenih prinudnih oscilacija zastavljenog klatna pod istovremenim uticajem dva aktivna klatna sa karakteristikama prostih prinudnih oscilacija pod uticajem samo glavnog oscilatora.

U isto vreme vidimo da se komponente koje je u amplitudu zastavljenog R 526 unosio aktivni R 351 menjala, jer je i matematička dužina klatna R 351 menjana. Postavimo na to da je R 351 u eksperimentu 8 zaistajao za R 507a da je u eksperimentu 9, zahvaljujući skraćanju, žurio u odnosu na R 507. U eksperimentu 8 komponenta koju je u amplitudu zastavljenog R 526 unosio R 351 iznosila je 784 da bi u eksperimentu 9 skočila na 1584. Pri tome je R 351 u oba sličaja glavni oscilator. Kod zastavljenog L 1637 komponenta koja potiče od R 351 u eksperimentu 8 iznosi 1586, da bi u eksperimentu 9 pala na 489, pri čemu se za te zastavljene klatno aktivni R 551 javlja u prvom slučaju kao glavni oscilator a u drugom kao sporedni.

Potvrđuje se i to da je varijacija koju u fazi zaustavljenog klatna unosi sporedni oscilator proporcionalna odnosu između komponente koju u amplitudu zaustavljenog klatna unosi sporedni oscilator i komponente koju u amplitudu zaustavljenog klatna unosi glavni oscilator. U to se uveravamo iz sledećeg Pregleda 6.

Pregled 6

I	II	III	IV
Eksper. 8	R 526	0.86	66°8
	L 1637	0.78	52.4
Eksper. 9	R 526	0.43	26.0
	L 1637	0.41	17°4

U koloni I navedeni su redni brojevi eksperimenata, u koloni II zaustavljena klatna, u koloni III odnos između komponente u amplitudi zaustavljenog klatna koja potiče od sporednog oscilatora i komponenta koja potiče od glavnog oscilatora. U koloni IV navedene su varijacije u fazi zaustavljenog klatna.

Eksperiment 11

U svim dosadašnjim eksperimentima sa dva aktivna klatna, od kojih je jedno uvek bilo R 507, koji kao osnovni časovnik opservatorije nije mogao biti zaustavljen, ono drugo aktivno klatno, koje je radilo na slobodnom pritisku, puštano je u rad uvek na jedan ili više dana pre početka efektivnih merenja tokom pojedinih eksperimenata da bi se u međuvremenu stanje koje odgovara uslovima datog eksperimenta stabilizovale tj. da bi se odgovarajući uticaji između klatna izdiferencirali i dobili svoja puna forma.

U više mahova smo već pokazali /eksperimenta 1, 7 i 10/ da zaustavljeno klatno pod dejstvom samo jednog aktivnog

klatna /to jedno aktivno klatno je uvek bilo R 507/ vrše proste prinudne oscilacije koje karakterišu praktično konstantne amplitude i konstantne fazne razlike u odnosu na aktivni oscilator R 507. To znači da se frekvencija oscilacija zaustavljenog klatna izjednačava sa frekvencijom aktivnog klatna tj. aktivno klatno nameće zaustavljenom svoju frekvenciju.

U nekim eksperimentima sa dva aktivna klatna /jedno od njih uvek R 507/ imali smo slučaj da faza složenih prinudnih oscilacija zaustavljenog klatna prati, po principu da je uvek jedno od dva aktivna klatna glavni oscilator, ne fazu R 507, koju je pratilo dok je u radu bio samo R 507, nego fazu novopuštenog klatna. Drugim rečima novopušteno klatno bilo je glavni oscilator. Tako smo imali da je u eksperimentu 3 zaustavljeni L 1637 glavni oscilator bio R 526, u eksperimentu 8 zaustavljene R 526 i L 1637 glavni oscilator je bio R 351 i u eksperimentu 9 zaustavljeni R 526 glavni oscilator je R 351.

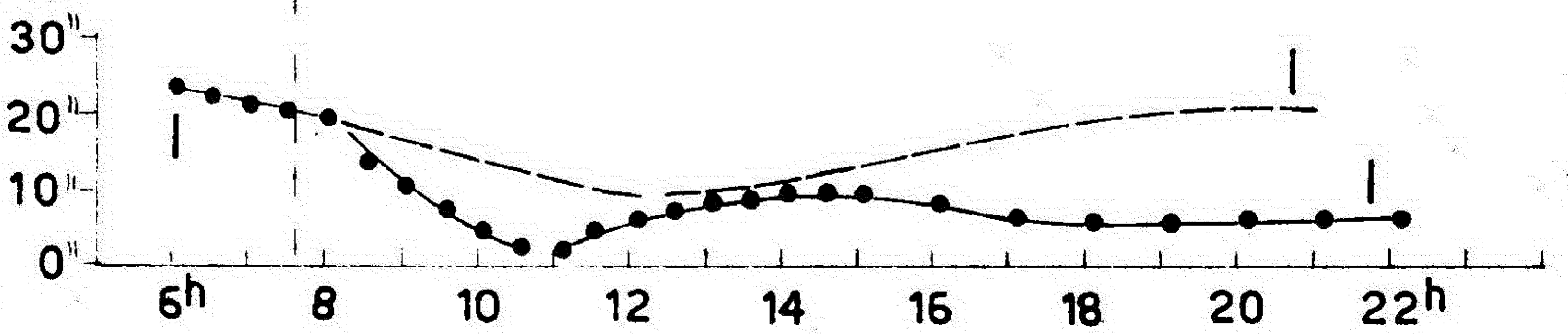
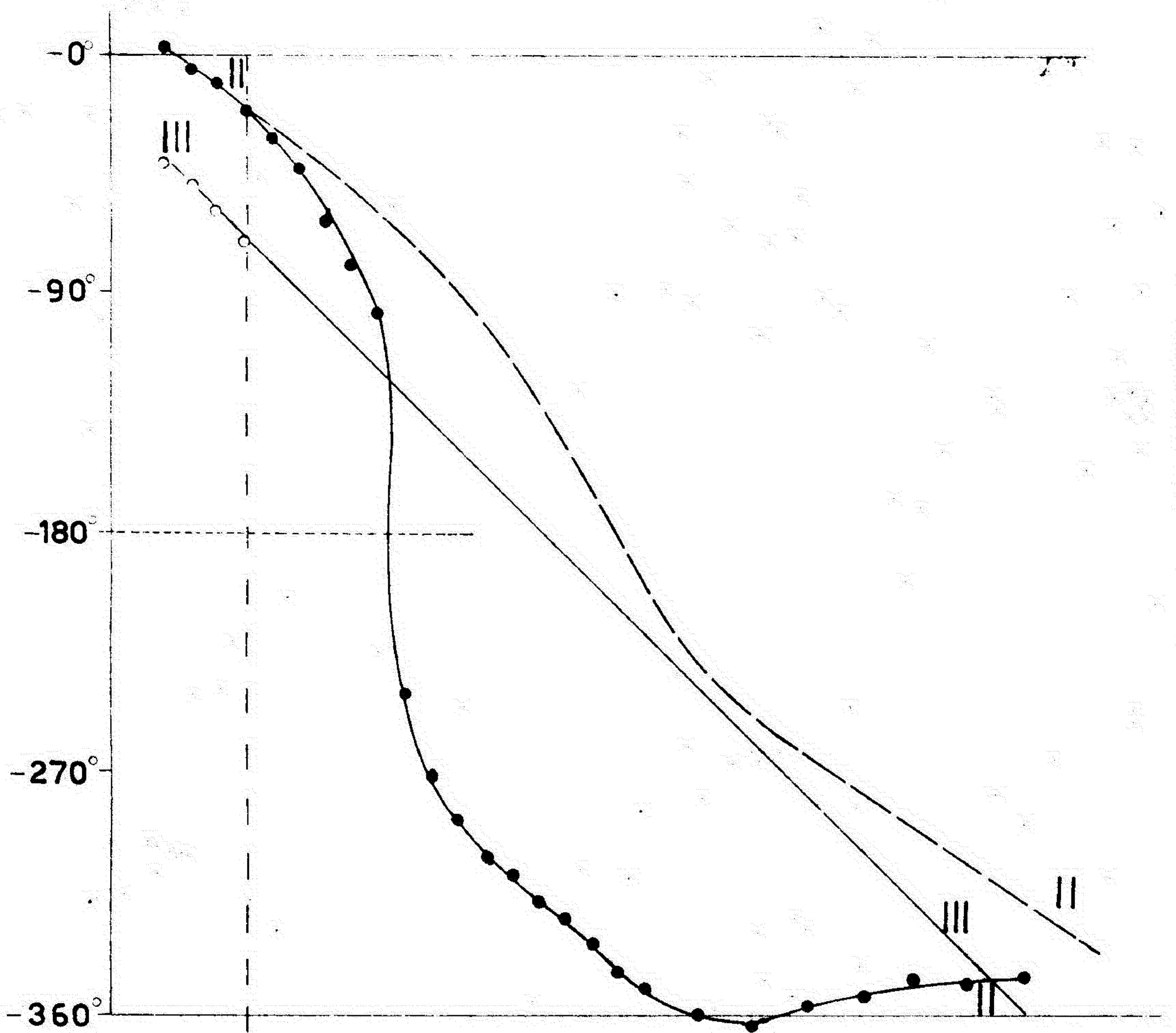
Prema tome postoji neki odredjen proces u toku kojeg se faza zaustavljenog klatna preorijentiše sa praćenja faze R 507, kad je ovaj sam u radu, za praćenje faze drugog novopuštenog klatna kad je ono glavni oscilator. Isto tako po zaustavljanju takvog aktivnog klatna koje je bilo glavni oscilator za neke zaustavljene klatne, mora postojati suprotan proces u toku kojeg zaustavljeno klatno sa praćenja svog dotadašnjeg glavnog oscilatora prelazi na praćenje jedinog još aktivnog R 507.

Odgovarajući procesi prilagođavanja morali su se naravno istovremeno odigravati i na amplitudi zaustavljenog klatna i to u prvom slučaju u smislu prelaska sa konstantnosti na periodičnost a u drugom slučaju sa periodičnosti na konstantnost. Ovaj i dva sledeća eksperimenta izvedena su s ciljem da se i taj problem rasvetli.

U ovom se eksperimentu ispituje tok preorientacije oscilacija zaustavljenog klatna R 526, kakve je ono izvodilo pod uticajem dva klatna /R 507 i R 351/ iz eksperimenta 9 u oscilacije kakve izvodi, po zaustavljanju za njega glavnog oscilatora R 351, pod uticajem samo jednog aktivnog klatna R 507, u eksperimentu 10. Kakve su bile njegove oscilacije u prvom slučaju obaveštavamo se sa slike 16 gde nam kriva IV pokazuje tok faze a kriva VIII tok amplitude tih oscilacija. Kakve su bile njegove oscilacije u eksperimentu 10 vidimo iz Pregleda 5. U ovom drugom slučaju oscilacije su, kako vidimo, bile proste prinudne jer im je amplituda i faza zadržavala, svaka za sebe, praktično konstantne vrednosti. Uzećemo da su te konstantne vrednosti date srednjim vrednostima stvarno merenih amplituda i faza, i ona za amplitudu iznosi $6^{\circ}8$ a za fazu 11° . U prvom slučaju faza zaustavljenog R 526 išla je, prateći fazu glavnog oscilatora R 351, kako vidimo sa slike 16, koso naniže, dok je amplituda varirala, u zavisnosti od faze razlike između aktivnih klatna, između svoje maksimalne / $22^{\circ}0$ / i minimalne / $8^{\circ}8$ / vrednosti. Znači da je ovaj eksperiment imao da da obaveštenje o načinu prelaska krive IV iz njenog toka koso naniže u horizontalnu pravu $Y=11^{\circ}$ i o tome kako je periodična kriva amplitude VIII prešla u pravu $Y = 6^{\circ}8$.

U tom cilju na dva dana pre izvršenja eksperimenta ponovo je pušten u rad R 351, koji je posle eksperimenta 9 bio zaustavljen. Na R 351 u međuvremenu nisu vršene nikakve promene te je prema tome on opet žurio u odnosu na R 507 i to za isti iznos kao i u eksperimentu 9. To znači da su i složene prinudne oscilacije R 526 pod uticajem istih dvaju aktivnih klatna kao i istog odnosa njihovih hodova kao u eksperimentu 9 morale i same biti jednake onima iz eksperimenta 9.

Sam eksperiment izveden je 27 juna 1955 god. Rezultate opet prikazujemo grafički na slici 17.



1955-VI-27

Ca. 17

Prva četiri merenja /do vertikalne isprekidane erte/ imala su da dadu isečak iz stanja oscilacija zaustavljenog R 526 /amplituda kriva I i faza kriva II/ kakvo je ono bilo dok su oba aktivna klatna u radu. Kako vidimo ta su merenja pala nešto posle fazne razlike 0° između klatna /pravom III pretstavljen je tok fazne razlike R 507-R351/. Toj faznoj razlici odgovara, kako se sa slike 16 možemo da uverimo, zaostajanje u fazi za oko 50° oscilacija zaustavljenog R 526 sa njegovim glavnim oscilatorom R 351. Isto tako toj faznoj razlici između aktivnih R 507 i R 351 odgovara približno maksimum amplitude R 526 /vidi krivu VIII na slici 16/.

Na slici 17 vidimo da prva četiri merenja, kako faze tako i amplitude R 526 reprodukuju to isto stanje. Faza R 526 zaostaje i ovde oko 50° za fazom R 351 i njegova amplituda i ovde pokazuje maksimum od vrlo približno $22''$ kao i na krivoj VIII na slici 16. Uveravamo se dakle da je stanje oscilacija R 526 identično sa stanjem iz eksperimenta 9. Otuda mi i bez merenja znamo da bi dalji tok, kako faze R 351, tako i faze zaustavljenog R 526 kao i njegove amplitude bio identičan sa tokom iz eksperimenta 9. Na osnovu podataka iz eksperimenta 9, i bez daljih merenja reprodukovani je nastavak toka sve tri veličine, i to isprekidanom delom prave III fazu R 351, isprekidanim delom krive I dalji tok amplitude R 526.

Odmah posle izvršenog četvrtog merenja u $7^h 30^m$ klatno R 351, koje je glavni oscilator, je zaustavljeno i prema tome je narušen uslov da dalji tok faze R 526 ide isprekidanim delom krive II a dalji tok amplitude isprekidanim delom krive I.

Ostalo je znači samo jedno klatno u radu - R 507. Kako je tekao proces prilagodjavanja faze i amplitude R 526 novim uslovima prikazuju nam delovi krivih II i I, trasiranih kroz tačke kojima su pretstavljene stvarne merene vrednosti tih veličina.

Vidimo da je faza R 526 nastavila svoj smer udaljavanja od faze sada jedinog aktivnog R 507 /koja je useta kao 0° / ali ubrzanim tempom no što bi činila da je R 351 još u radu. /Uporediti obe grane krive II/. Kako kretanje koso naniže, prema usvojenom koordinatnom sistemu, znači brže osciliranje od klatna R 507, zaključujemo da klatno R 526 još brže počelo da oscilira no što bi činilo da je R 351 još u radu. Kako prvih pet merenja faze R 526 posle zaustavljanja R 351 leže na krivoj čija je konkavnost uperena naniže, zaključujemo da je brzina osciliranja sve više rasla. Približivši se vrednosti 180° , brzina osciliranja dobija svoju najveću vrednost tako da je faza R 526 za pola časa, između 10^h i $10^h 30^m$ tu napravila ogroman skok od 142° dok se za pola časa pre toga promenila samo za 17° a za polačasa posle toga za svega 31° . Posle ovog ogromnog skoka počinje stišavanje, kriva faze menja svoju konkavnost naviše što znači da je brzina osciliranja počela da opada, ali je još uvek veća no kod R 507 jer kriva još izvesno vreme ide naniže. Znači da je kriva faze imala svoju prevojnu tačku u oblasti oko 180° . Kako udaljavanje na jediničnom krugu preko 180° u jednom smeru znači ujedno približavanje tački 0° ali iz suprotnog smera, to vidimo da se faza R 526 postepeno približava fazi R 507, dostiže je /merenje u 16^h / i prestiže /merenje u 17^h / a zatim počinje da zaostaje i da definitivno uzme onu konstantnu vrednost za koju nam je eksperiment 10 pokazao da je klatno R 526 mora uzeti pod dejstvo samo R 507, a to je zaostajanje od 11° /pregled 7/ za fazom R 507. To je znači put kojim je kriva IV sa slike 16 prešla u pravu $Y = 11^{\circ}$.

Prema tome je klatno R 526, da bi došlo u fazu $+11^{\circ}$ u odnosu na R 507 moralo da prodje skoro čitavu kružnu periferiju od 360° odn. da načini jednu oscilaciju više no što je R 507 u međuvremenu načinio. Ako uzmemo da je R 507 fazu od 11° dostigao u 20^h , to je od $7^h 30^m$ kad je klatno R 351 zaustavljeno, prošlo četrnajst časova i tri-

deset minuta. Za to vreme je klatno R 507 načinilo približno 27 000 oscilacija a zaustavljeno R 526 jednu oscilaciju više tj. 27 001.

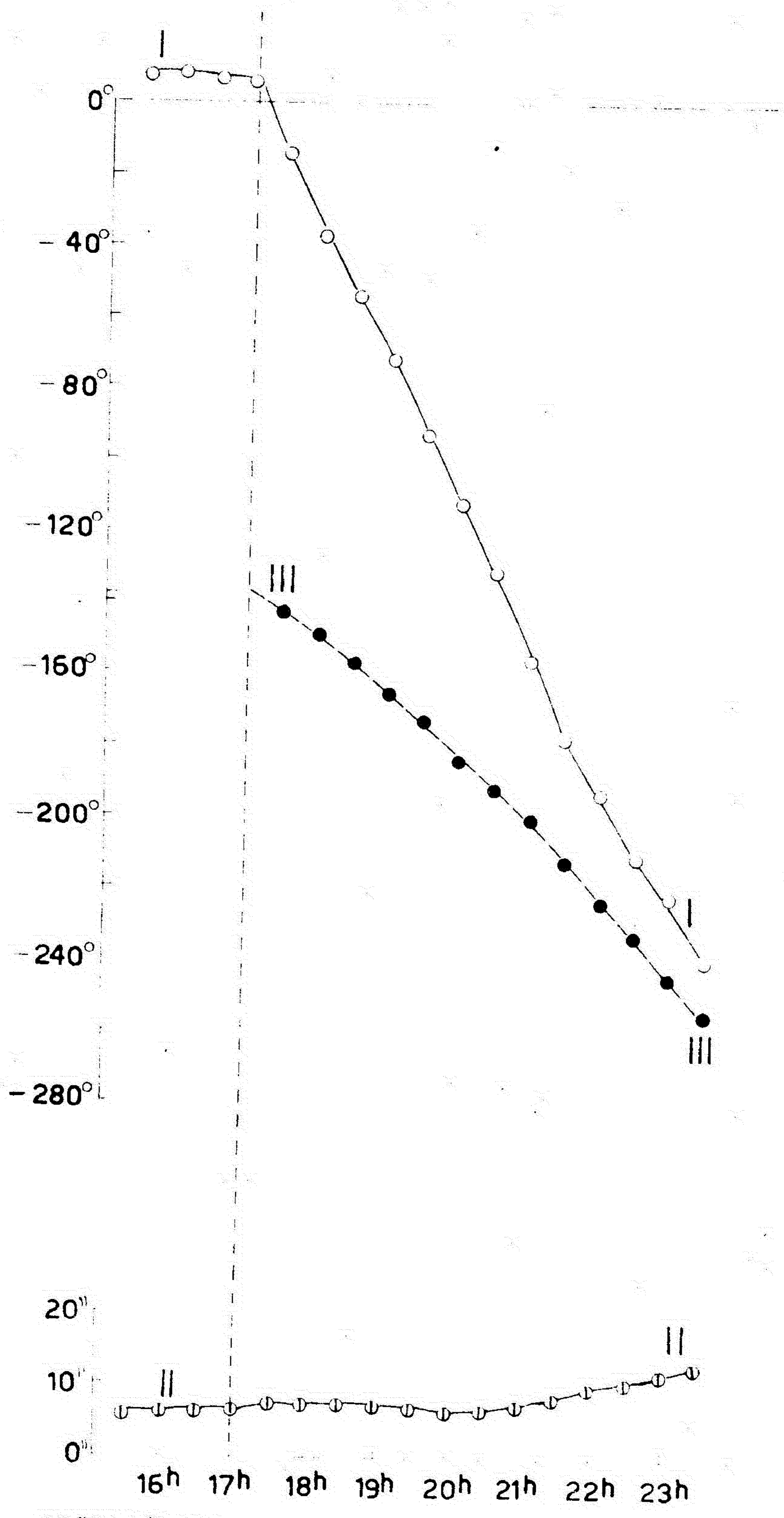
Što se tiče amplitude zaustavljenog R 526 /kriva I/ ova je ubrzo posle zaustavljanja R 351 počela naglo da opada i njen minimum pada vrlo približno u vreme velikog skoka faze između 10^h i $10^h 30''$ /tj. pada u vreme faze razlike 180° /. Vrednost toga minimuma 1,5 je mnogo manja od vrednosti minimuma na krivoj VIII na slici 16 koji tamo iznosi 8,8. Posle toga ona ponovo raste da bi se najzad stabilizovala na vrednosti 6,2 /aritmetička sredina tri poslednje vrednosti/ a to je vrlo blisko srednjoj vrednosti amplitude iz eksperimenta 10 /Pregled 5/.

Na krive toka amplitude vidimo da onom delu gde amplituda opada /dakle pre faze 180° / odgovara, sudeći na osnovu konkavnosti krive faze, ubrzavanje oscilacija a onom delu gde amplituda raste /posle faze 180° / njihovo usporavanje. Stabilizaciji amplitude /njenim prelaskom u horizontalnu pravu/ odgovara stabilizacija faze /i faza prelazi u horizontalnu pravu/.

Primetimo da i ovde, kako smo dosad u svim eksperimentima, u kojima zaustavljeno klatno vrši složene prinudne oscilacije, dolazi do izražaja pojava da se faza najbrže menja u vreme minimuma amplitude.

Eksperiment 12

U prethodnom eksperimentu 11 prikazan je tok preorijentacije složenih prinudnih oscilacija pod dejstvom dva aktivna klatna na proste prinudne oscilacije, dakle na oscilacije pod



1955.VI.29

Ca. 18

dejstvom smo jednog aktivnog klatna, i to za slučaj kad je saustavi glavni oscilator. Hteli smo sada da ispitamo kakvim će se procesom proste prinudne oscilacije /dakle pod dejstvom samo jednog aktivnog klatna, za koje znamo da je spredni oscilator/ preorijentisati na složene prinudne oscilacije/ dakle pod dejstvom dva aktivna klatna/ ako je novopušteno klatno glavni oscilator. Prema tome trebalo je izvesti eksperiment koji bi bio invrezan prethodnom.

Takav je eksperiment izveden 29 juna 1955 god. Dobijeni rezultati prikazani su grafički na slici 18. Kriva I predstavlja tok faze R 526 a kriva II tok njegove amplitude. Prva četiri merenja krivih odgovaraju stanju pre puštanja u rad klatna R 351, tj. prostim prinudnim oscilacijama samo pod uticajem R 507. Horizontalnost delova krivih I i II koji je obuhvaćen merenjima faza i amplituda R 526 pre puštanja u rad R 351, sasvim je u skladu sa onim što smo već rekli o prostim prinudnim oscilacijama. Napomenimo da srednja vrednost iz četiri merenja amplitude pre puštanja u rad R 351 iznosi $6\frac{1}{4}$ dakle vrlo blizu $6\frac{1}{8}$ /Pregled 7/. Srednja vrednost iz četiri merenja faza pre puštanja u rad R 351 iznosi $8\frac{1}{2}$ dakle blisko 11° .

Odmah posle obavljenog četvrtog merenja u 17^h pušteno je u rad klatno R 351, na kome još uvek nisu vršene nikakve promene posle eksperimenta 9, i to namerno sa velikom faznom razlikom u odnosu na R 507. Velika fazna razlika između R 351 i R 507 /oko 140° / odmah na početku bila je potrebna zato da bi fazna razlika R 351 - R 526 bila velika čak da faza R 526 koja, prema eksperimentu 9 mora da bude bliska fazi ovog glavnog oscilatora R 351 i da je prati /srednja vrednost fazne razlike između R 351 i R 526 u eksperimentu 9 iznosi 34° / bude prinudjena da predje što veći put da bi se priključila fazi R 351.

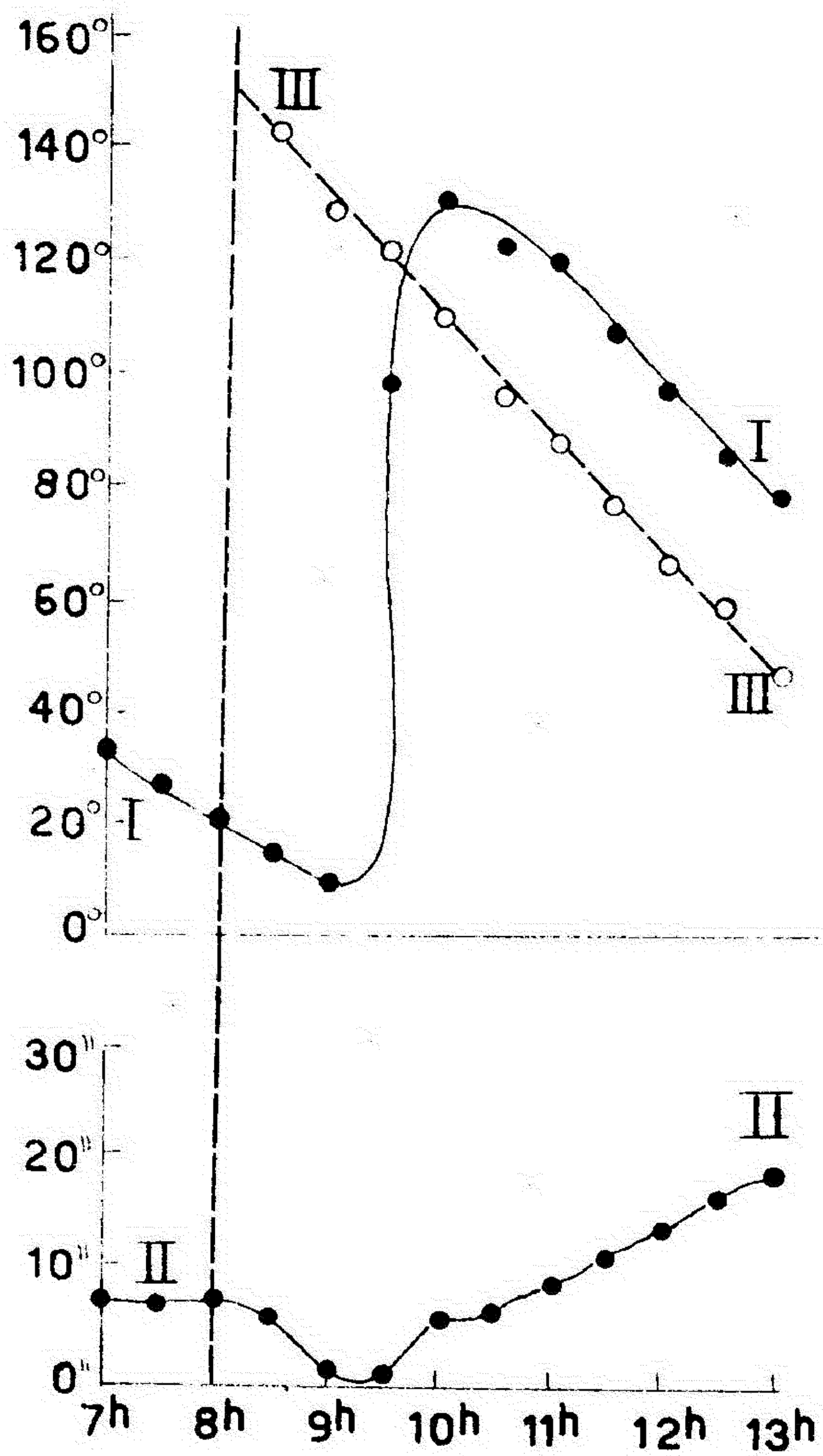
Krivom III predstavljen je tok faze R 351 u odnosu na R 507. Njen početak pada naravno posle vertikalne isprekidane prave

prave koja označava 17^h jer je R 351 pušten u rad u 17^h . Poda nam u oči da ta kriva pravi blagi luk sa konkavnošću naniže i da nije onako prava kako smo mi kroz toliko eksperimenata već navikli kod grafičkih pretstavnika faza aktivnih klatna. To je stoga što se tu radi o samom početku rada R 351, kad su amplitude njegovih oscilacija bile još u procesu stabilizovanja posle puštanja u rad. Zapažamo na osnovu krive III da su oscilacije R 351 bile u početku sporije a docnije brže. Vrlo je verovatno da je klatno, pušteno u rad rukom, imalo u početku veću amplitudu od normalne koju je postepeno smanjivalo pa samim tim i svoje oscilacije ubrzavalo.

Kriva I nam pokazuje da je faza zaustavljenog klatna R 526 napustila fazu R 507, koje se dotle držalo, i skoro u pravoj liniji, pošto ka fazi svog glavnog oscilatora R 351, da bi se ojoj pridružila i pratila je na način koji smo već u eksperimentu 9 ustanovili.

Horizontalni deo krive I /deo pre puštanja u rad R 351/ pokazuje da je frekvencija primudnih oscilacija R 526 bila istaka frekvenciji R 507. Medjutim posle puštanja u rad R 351 frekvencija zaustavljenog R 526 postala je ne samo veća od frekvencije R 507, o čemu sudimo na osnovu toga što je kriva I prešla koso naniže, nego veća i od frekvencije R 351, jer deo krive I posle puštanja u rad R 351, strmiji od krive I koja predstavlja fazu R 351.

Kriva II koja predstavlja amplitudu zaustavljenog R 526 pokazuje nikakve prelome niti skokove posle puštanja u rad R 351. Onako oštar saokret koji vidimo kod krive I posle puštanja u rad glavnog oscilatora ostao je bez vidljivog odraza na tok amplitude. Ovaj porast amplitude u saglasnosti je sa rastom amplitude predstavljene krivom VIII na slici 16, koji tamo nastaje tek pošto fazna razlika između aktivnih klatna predje 180° i počenje da se bliži 0° .



1955-VI-30

U. 19

Ovo bi u datom slučaju bio način na koji proste prinudne oscilacije zaustavljenog klatna pod dejstvom samo jednog i to sporednog oscilatora, prelaze u složene prinudne oscilacije pod dejstvom dva aktivna klatna, pri čemu je novopušteno klatno glavni oscilator.

Klatno R 351 je odmah po obavljanju poslednjeg merenja u 23^h 30^m zaustavljeno da bismo sutradan izveli još jedan eksperiment na istu temu, samo sa drugim početnim uslovima.

Esperiment 13

I kod ovog se eksperimenta polazi od prostih prinudnih oscilacija zaustavljenog R 526, održavanih radom samo jednog aktivnog klatna R 507, pa se ispituje proces njihovog preorientisanja u složene prinudne oscilacije po puštanju u rad još i klatna R 351, koje je, prema eksperimentu 9, glavni oscilator. Ali dok je u prošlom eksperimentu početna fazna razlika R 351 u odnosu na R 507 po puštanju bila vrlo bliska ali manja od 180° sada je po puštanju u rad R 351, iako opet bliska, bila nešto veća od 180° . To čini da je poredak faza R 351 i R 526 u odnosu na X-osu suprotan onom iz prošlog eksperimenta. Onako kako smo usvojili koordinatni sistem, u eksperimentu 12 početak krive faze u rad novopuštenog klatna R 351, pada na oko 140° ispod X ose, koja pretstavlja fazu 0° faza R 507/, u čijoj se blizini prema eksperimentu 10 /Preled 7/ nalazi faza R 526. U ovom eksperimentu, kako ćemo videti, početak krive faze u rad novopuštenog klatna pada kodje na oko 140° ali ispod X ose.

Eksperiment je izveden 30 juna 1955 god., a rezultate ist prikazujemo grafički na slici 19. Prva tri merenja na nivou I, koja pretstavlja fazu zaustavljenog R 526 odgovara-

ju prostim prinudnim oscilacijama tog klatna pod uticajem samo R 507. Te tri tačke nisu na pravoj horizontalnoj liniji, kako bi to odgovaralo prostim prinudnim oscilacijama. To je svakako zbog toga što se klatno R 526 nije bilo sasvim stabilizovalo u određenoj fazi, možda usled nekog potresa tla. Ali nasuprot nestabilizovanoj fazi imamo stabilizovanu amplitudu /kriva II do vertikalne erte/, kod koje prve tri tačke, koje odgovaraju prostim prinudnim oscilacijama, leže na horizontalnoj pravoj.

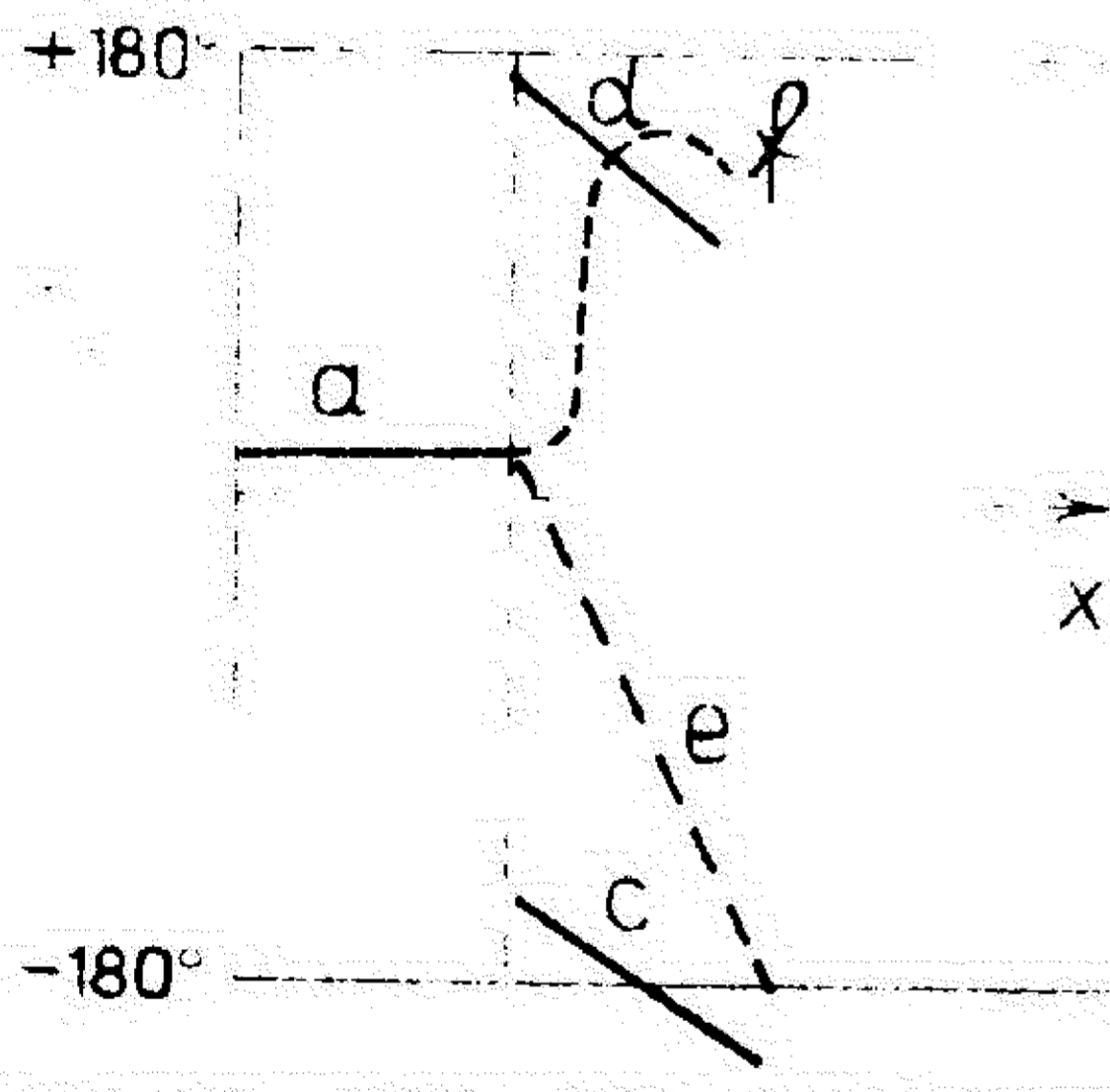
Odmah posle obavljenog trećeg merenja pušten je u rad R 351 i to opet namerno sa velikom faznom razlikom u odnosu na R 507, ali tako da njen početak padne sa suprotne strane X-ose no što je bio slučaj u prošlom eksperimentu.

Prava III predstavlja nam tok faze R 351, posle njegovog puštanja u rad u 8^h. I ona pokazuje da je hod R 351 ostao isti, jer na klatnu nije ništa menjano, kao i u eksperimentu 9, 11 i 12.

Kako vidimo početak prave III pada sa suprotne strane X-ose no u prethodnom eksperimentu. Prva dva merenja faze R 526 posle puštanja u rad R 351, pokazuju da je faza R 526 produžila još izvesno vreme svoj pravac toka koji je imala i pre puštanja R 351. Treća tačka pokazuje da je nastalo naglo usporenje u frekvenciji R 526, što je imalo za posledicu da je tu za pola časa faza ovog klatna zaostala za R 507 za 88°. Usporevanje se nastavilo do četvrtog merenja, ali u mnogo blažoj formi, jer za pola časa iznosi svega 33°. Time se tok faze R 526 ujedno priključio fazi R 351 i, kako dalja merenja pokazuju, zauzeo onaj poredak koji su, kako to znamo na osnovu eksperimenta 9, i odgovarala. Ostala merenja faza R 526 pokazuju da se njegova frekvencija sada ubrzala i izjednačila se sa frekvencijom R 351 jer između krive I i prave II nastaje paralelnost.

Amplituda R 526 /kriva II/ je posle puštanja u rad R 351 naglo počela sa opadanjem, dostižući minimum, jedva nešto veći od 0" između 9^h i $9^h 30^m$, dakle tačno u vreme kad pada najveći skok od 88° , o kome je malopre bilo reči. Time je još jednom potvrđeno pravilo da minimumu amplitude odgovara skok u fazi zaustavljenog klatna. Posle ovoga nastaje brz uspon u amplitudi što znači da je i ona sa svoje strane ušla u onaj kolosek koji joj, prema eksperimentu 9 odgovara, jer tamo imamo porast amplitude sa približavanjem faznoj razlici 0° između aktivnih R 507 i R 351, da bi nešto posle fazna razlika 0° dostigle svoj maksimum.

Kako oba eksperimenta 12 i 13 predstavljaju ustvari dva vida istog problema, šematski ćemo ih spojiti da bismo još očiglednije istakli razliku između njih. Neka je na priloženoj šemi X-osom označena faza 0° . Neka duž a predstav-



lja fazu prinudnih oscilacija R 526 samo pod uticajem R 507, koja prema eksperimentu 10 /Pregled 5/ iznosi 11° . Neka vertikalna isprekidana crta označava trenutak puštanja u rad R 351. Neka ko-

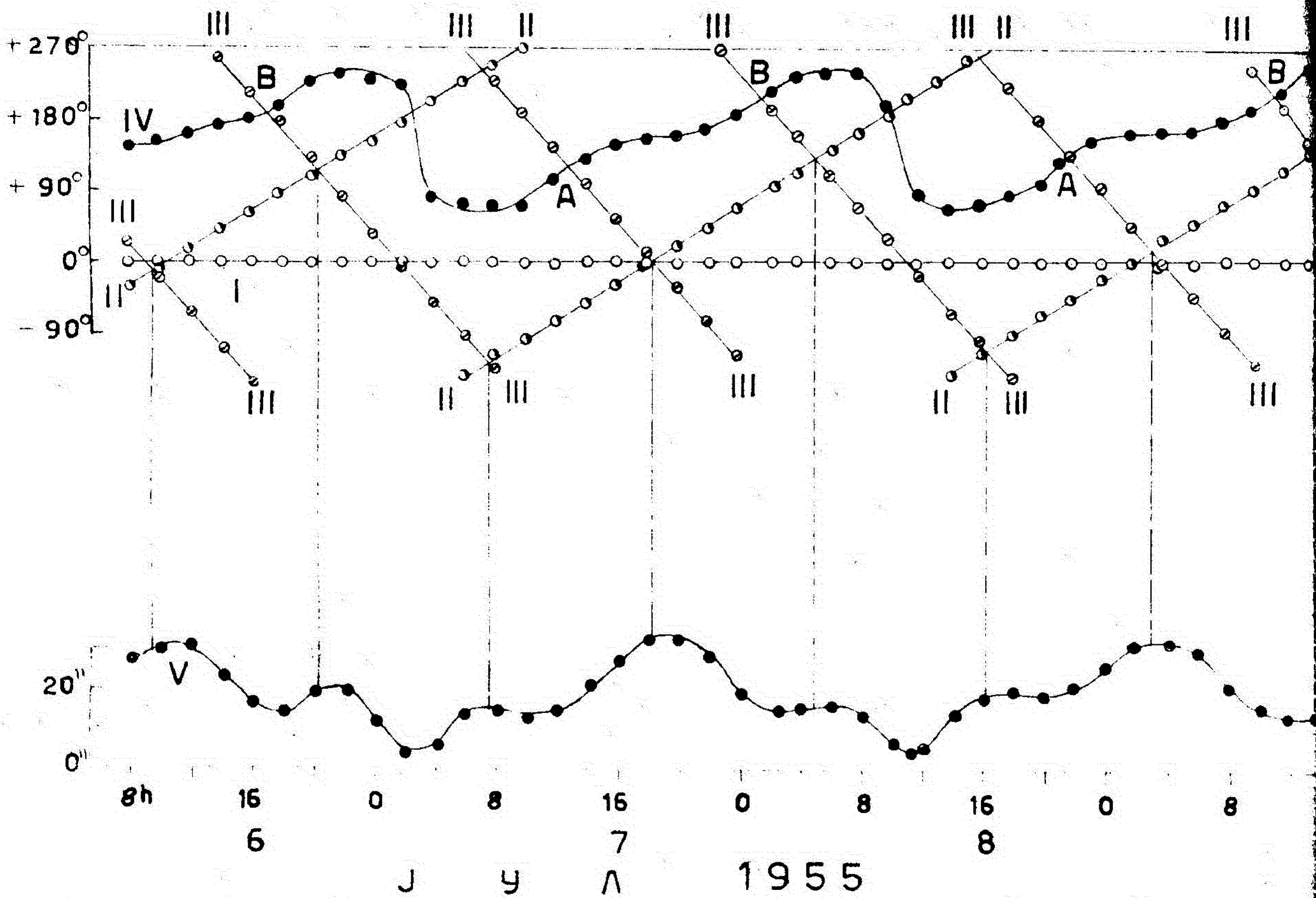
se duži e i d predstavljaju tok faze R 351 po njegovom puštanju u rad i to duž e neka odgovara fazi R 351 iz eksperimenta 12 a duž d fazi R 351 iz eksperimenta 13. Tada će tok faze R 526 sa horizontalne prave a, za slučaj kad se faza R 351 pojavljuje sa njene donje strane /eksperiment 12/ skrenuti po skoro pravoj liniji e naniže i priključiti se fazi R 351 /slika 18/. Za slučaj kad se faza R 351 pojavljuje sa gornje strane /eksperiment 13/ tok faze R 526 sa prave a skreće naviše i po krivoj opet se priključiti fazi R 351, koji je uvek glavni oscilator za R 526. /Sl. 19/.

Eksperiment 14.

Do sada smo u raznim varijantama imali slučajeve da na jedno zaustavljeno klatno deluje ili samo jedno aktivno klatno ili istovremeno dva aktivna klatna. Videli smo kakve su bile oscilacije zaustavljenog klatna u jednom i u drugom slučaju. Postavili smo sada pitanje kakve bi bile oscilacije zaustavljenog klatna pod istovremenim dejstvom tri aktivna klatna.

Eksperiment koji je imao da da odgovor na ovo pitanje izveden je tokom 6, 7, 8 i 9 juna 1955 god. Izabrali smo da zaustavljeno klatno bude L 1637 jer smo se u toku raznih eksperimenata uverili da njegove prinudne oscilacije imaju najpravilniji tok a i zato da bi sva tri aktivna klatna bila jednorodna /sva tri tipa Riefler/. Hodovi aktivnih klatna su pre eksperimenta podešeni time što je delovanjem na dužinu klatna R 526 učinjeno da ono zaostaje za R 507 prosečno za 11° za jedan čas. Kako je R 351, čija je dužina ostala nepromenjena još od eksperimenta 9, žurio u odnosu na R 507 prosečno 22° za jedan čas, to je samim tim R 351 žurio u odnosu na R 526 prosečno 33° za jedan čas. Prema tome su periodi narastanja fasnih raslika R 507 - R 526, R 351 - R 507 i R 351 - R 526 sa 360° imali odnos $1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{3}$, dakle samerljiv. Znači da su se međusobni odnosi faza ponavljali u periodu od vrlo približno 33 časa, usled samerljivosti datih hodova. Ta samerljivost hodova je bila potrebna zato da vi se isti uticaji tri aktivna klatna, u istoj kombinaciji ponavljali pa na isti način i što nesumnjivije manifestovali na oscilacijama zaustavljenog L 1637. Obezbedivši ponavljanje podešili smo još i to da u izvesnom trenutku sva tri aktivna klatna budu u istoj fazi. Usled samerljivog odnosa hodova sva tri klatna su posle 33 časa ponovo delatila u istu fazu, s tim što bi R 507 u toku tog vremenskog razmaka jedanput došao u istu fazu sa R 526 a dva puta sa R 351. Klatna R 526 i R 351 bi za to vreme tri puta dolazila u istu fazu.

Figure 1



Cl. 20

Dobijeni rezultati prikazani su grafički na slici 20. Horizontalna prava I označava fazu R 507, koja je, s obzirom da je klatno R 507 uzeto kao referenca, uvek 0° . Periodični delovi prave II koji idu koso naviše, označavaju tok faze klatna R 526, koje zaostaje za klatnom R 507. Periodični delovi prave III koji idu koso naniže označavaju tok faze klatna R 351, koje žuri u odnosu na R 507. Po tačkama međusobnih preseka pravih I, II i III možemo zaključiti da je sa-merljivi odnos perioda aktivnih klatna bio skoro potpuno ostva-ren.

Periodična kriva IV pretstavlja tok faze zaustavljenog L 1637. Bilo nam je naročito stalo da tok faze L 1637 što sigurnije tj. što tačnije odredimo. Zato smo u ovom eksperimentu povećali broj kontakta pri određivanju svake pojedine vrednosti te faze od dvadeset, koliko smo uzimali u prešlim eksperimentima, na trideset. Da smo u tom nastojanju sa što boljim postizanjem tačnosti u određivanju faze L 1637 uspe-li uveravamo se po pravilnosti sa kojom se pojedini perio-dični talasi i njihovi delovi ponavljaju u vezi sa mnogobroj-nim presecima krive IV sa delovima pravih II i III.

Kako vidimo glavni oscilator je bio R 507 jer epšti tok faze L 1637 prati fazu R 507, na srednjem rastojanju od 150° , kolebajući se oko te vrednosti u oba smeru za $\pm 85^\circ$. Srednja vrednost od 150° pokazuje da je zaustavljeno klatno L 1637 u proseku bilo skoro u suprotnoj fazi u odnosu na svoj glavni oscilator.

Periodične talase na krivoj IV izaziva aktivno klatno R 526, jer očigledno postoji zavisnost između delova prave II koji pretstavljaju tok faze R 526 i talasa na krivoj IV. Pri tome je veza između krive IV i periodičnih prolaza de-lova prave II veoma slična onoj koju smo u ranijim eksperi-mentima sa dva aktivna klatna već imali tj periodični tala-si krive faze zaustavljenog klatna imaju jedna mnogo strmiju

i jednu manje strmu stranu ali tako da je uvek konveksnost bregova te krive usmerena u pravcu u kome tok faze sporednog oscilatora raste. Veliki iznos varijacije krive IV od 85° u odnosu na njenu srednju vrednost od 150° , svedoži o jačini uticaja R 526 na zaustavljeni L 1637 i to je najveća varijacijakoj su u našim eksperimentima imali.

Rad trećeg aktivnog klatna R 351 se mnogo slabije odražava na tok faze L 1637. Ipak se uočava da u blizini preseka delova pravih III & faze R 351/ sa krivom IV, koji leže bliže X osi /preseci obeleženi na slici 20 sa A/ kriva IV ima blago ispupčenje a u blizini preseka daljih od X-ose /preseci B/ blago udubljenje.

Dakle od dva sporedna oscilatora, R 526 ima mnogo jače dejstvo na L 1637 no R 351. Zato ćemo klatno R 526 zvati primarni sporedni oscilator a klatno R 351 sekundarni sporedni oscilator.

Kriva V predstavlja tok amplitude zaustavljenog L 1637. Njen oblik predstavlja nešto sasvim novo u odnosu na oblike krivih amplitude zaustavljenih klatna koje smo do sada imali. Dok smo u eksperimentima sa dva aktivna klatna imali sinusno-periodični oblik krive amplitude ovde oblik krive potseća na list deteline koji se periodično ponavlja.

Razmostrimo detaljnije tok krive amplitude L 1637 povezujući ga kako sa tokom faze /kriva IV/, tako i sa fazama sve tri aktivna klatna. Vidimo da amplituda ima svoj maksimum u vreme kad su sva tri aktivna klatna u istoj fazi, što na grafiku odgovara tačkama preseka sve tri prave koje predstavlja-ju fazne razlike aktivnih klatna. Takođe vidimo da minimum krive amplitude pada u vreme kad razlika u fazi između oscilatora koji imaju najveći uticaj na L 1637 a to je R 507 kao glavni oscilator i R 526 kao primarni sporedni oscilator, dostigne 180° , tj. kad su dejstva ta dva klatna suprotna.

Idući od minimuma ka maksimumu kriva amplitude ne raste ravnomerno nego u početku brže da bi zatim izvesno vreme išla horizontalno, a potom opet brže. Horizontalni delovi krive V odgovaraju tačkama preseka tokova faza sporednih oscilatora /preseci delova prave II i III/.

I ovde, kao i toliko puta dosad, imamo pojavu da maksimumu amplitude odgovara manje strmi deo periodičnih talasa krive faze IV a minimumu strmiji deo. To znači da maksimumu amplitude odgovara postepeno usporavanje oscilacija L 1637, tj. njegovo zaostajanje u fazi za R 507, dok minimumu amplitude odgovara naglo ubrzavanje njegovih oscilacija.

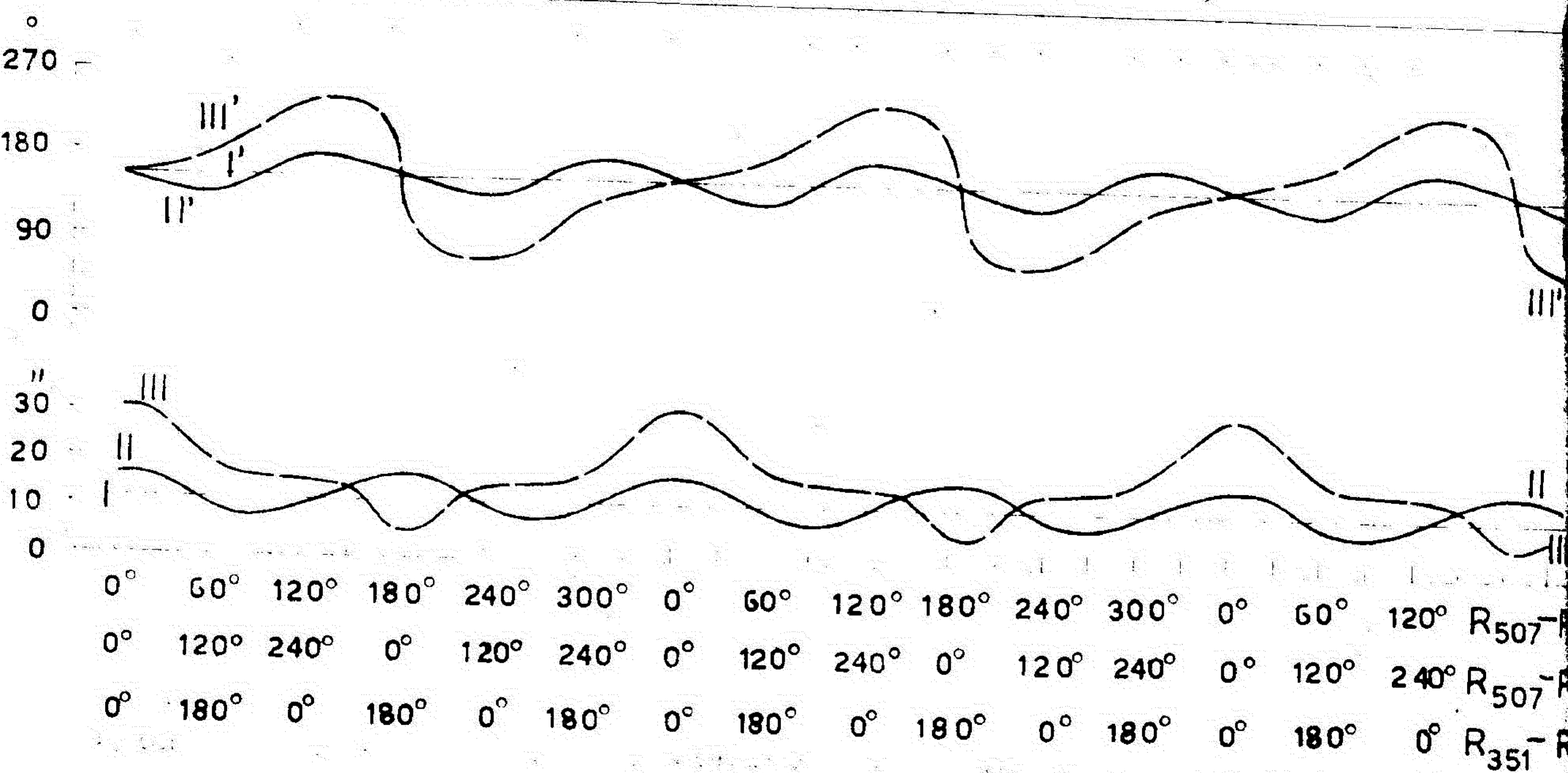
Na kraju pomenimo da je ovaj eksperiment prekinut, silom okolnosti, nekoliko časova pre no što smo nameravali, pošto smo hteli da njime obuhvatimo još jedan minimum amplitude. Između 17^h i 18^h devetog juna 1955 god., desio se zemljotres usled kojeg je zaustavljeno klatno L 1637 bilo potpuno izbačeno iz stanja koje odgovara eksperimentu. Dejstvo zemljotresa bilo je brutalno, jer je amplituda L 1637 u 18^h toga dana, kad je trebalo da obavimo redovno merenje u eksperimentu, iznosila preko 7'. Dalje merenje u vezi sa tekućim eksperimentom bilo je naravno bespredmetno.

Posle ovog eksperimenta u mogućnosti smo da uporedo prikažemo prinudne oscilacije jednog istog zaustavljenog klatna, koje ono vrši:

a/ Samo pod dejstvom jednog aktivnog klatna;

b/ Pod istovremenim dejstvom dva aktivna klatna, od kojih je jedno ono isto koje je bilo aktivno pod a/

c/ pod istovremenim dejstvom tri aktivna klatna, od kojih su dva ona ista koja su bila aktivna pod b/. Taktu



Сл. 21

nam mogućnost pruža zaustavljeno klatno L 1637, koje je u eksperimentu 10 vršilo oscilacije samo pod dejstvom R 507, u eksperimentu 9 ono je vršilo složene prinudne oscilacije pod istovremenim dejstvom R 507 i R 351 dok je u poslednjem eksperimentu 14 bilo izloženo istovremenom dejstvu R 507, R 351 i R 526. Ni na jednom od ovih klatna nisu u međjuvremenu vršene nikakve promene dužine niti kakve druge izmene te su prema tome njihova dejstva odnosno kombinacije dejstava u raznim eksperimentima ostajala ista. Isto tako nikakve izmene nisu vršene ni na zaustavljenom L 1637. Sve su to nužni preduslovi da bi se rezultati sva tri eksperimenta mogli i smeli međjusobno porediti.

Na slici 21 mi smo izvršili grafičko upoređenje amplitude i faza zaustavljenog L 1637 za sva tri slučaja. Idi ćemo od najprostijeg slučaja a/ preko složenijeg b/ do najsloženijeg c/. Ustvari mi ćemo na taj način pratiti postupnu genezu krivih amplitude i faze zaustavljenog L 1637 kroz ta tri razna slučaja.

Slučaju pod a/ odgovara eksperiment 10 u kome L 1637 stoji pod uticajem samo jednog aktivnog klatna R 507. U takvim slučajevima zaustavljeno klatno vrši proste prinudne oscilacije, jer je frekvencija tih oscilacija jednaka frekvenciji aktivnog klatna što zaključujemo po tome da faza razlika između oba klatna ostaje praktično konstantna. Isto tako praktično konstantna ostaje i amplituda oscilacija zaustavljenog klatna. Prema tome će amplituda i faza takvih oscilacija biti predstavljene pravama paralelnim sa X-osom. Uzećemo da je prava koja predstavlja amplitudu oscilacija L 1637 sa naš slučaj /eksperiment 10/ data jednačinom $Y = 1185$ i ta je prava na slici 21 označena sa I. Pri tome je 1185 srednja vrednost iz stvarno merenih amplitude L 1637 (vidi Pregled 7/). Njegova faza razlika u odnosu na R 507 data je, uzimajući opet srednju vrednost stvarno merenih faza / Pregled 7/ pravom $Y = +152^{\circ}$, koja je na slici označena sa I'.

Ako sada osim već aktivnog R 507 pustimo još i R 351 kao u eksperimentu 9, imaćemo složene oscilacije L 1637, pri čemu je R 507 bio glavni oscilator. To odgovara slučaju pod b/. Izravnavanjem amplitude i faze koje odgovaraju ovom slučaju uzimajući faznu razliku između aktivnih R 507 i R 351 kao argument, dobijamo krive II i II', od kojih kriva II predstavlja amplitudu a kriva II' fazu zaustavljenog L 1637. Prema tome puštanjem u rad osim R 507, još i R 351, prave I i I' pretvaraju se u periodične krive II odn. II'.

O međjusobnom odnosu između krivih II i II' i pravih I i I' bilo je reči u zaključcima po le eksperimenta 10. Mi ćemo ovde ukratko ponoviti ono što je sada za nas od interesa. Aritmetička sredina vrednosti maksimuma i minimuma krive II iznosi 1189 dakle praktično isto onoliko koliko je i ordinata prave I/ $\frac{1}{2}$ = 1185/. Isto tako nalazimo da aritmetička sredina između maksimuma i minimuma krive II' iznosi + 153°, dakle praktično se poklapa sa vrednošću ordinate prave I' / $\frac{1}{2}$ = 152°. Ova podudaranja srednjih vrednosti krivih II i II' sa karakteristikama prostih prinudnih oscilacija, pod dejstvom samo glavnog oscilatora u saglasnosti je sa već formulisanim stavom o vezi između složenih prinudnih oscilacija pod dejstvom dva aktivna klatna sa prostim prinudnim oscilacijama pod dejstvom samo glavnog oscilatora. Prema tome su krive II i II' simetrične u odnosu na svoje preseke sa pravama I odn. I'.

Za krive II i II' važi naravno samo srednja horizontalna skala na slici 22/tj. fazna razlika R 507 - R 351/

Pustimo da sada pored ~~već~~ dva aktivna klatna R 507 i R 351 radi još i treći R 526, kako je to učinjeno u eksperimentu 14. Imamo dakle slučaj pod c/. Time krive II i II' prelaze u krive III odn. III', od kojih kriva III predstavlja amplitudu a kriva III' fazu L 1637. Krive III i III' su dobijene na osnovu merenih amplitude odn. faze L 1637 tokom eksperimenta 14, uzimajući faznu razliku između glavnog oscilatora R 507 i primarnog sporednog oscilatora R 526 kao

argument, što s obzirom na dati samerljivi odnos perioda faznih razlika sva tri aktivna klatna, znači, ispo fakte, da je argument fazna razlika R 351 - R 507 i R 351 - R 526. Otuda sa krive III i III' istovremeno imamo tri horizontalne skale : faznu razliku R 507 - R 526, R 507 - R 351 i R 351 - R 526.

Vidimo da daleko veći deo krive III leži iznad ne ispod prave $I / Y = 1185/$, sa razliku od krive III' koja je simetrična u odnosu na svoje preseke sa pravom $I' / Y = 152^{\circ}/$ pa je prema tome isto onoliko iznad te prave koliko i ispod nje. Isto tako konstatujemo da se preseki krive III' sa pravom I' poklapaju sa svakim drugim presekom krive II' sa pravom I'. Zapažamo isto tako da kriva III' u toku jednog perioda šest puta menja konkavnost tj. jedan njen periodični talas ima šest prevojnih tačaka.

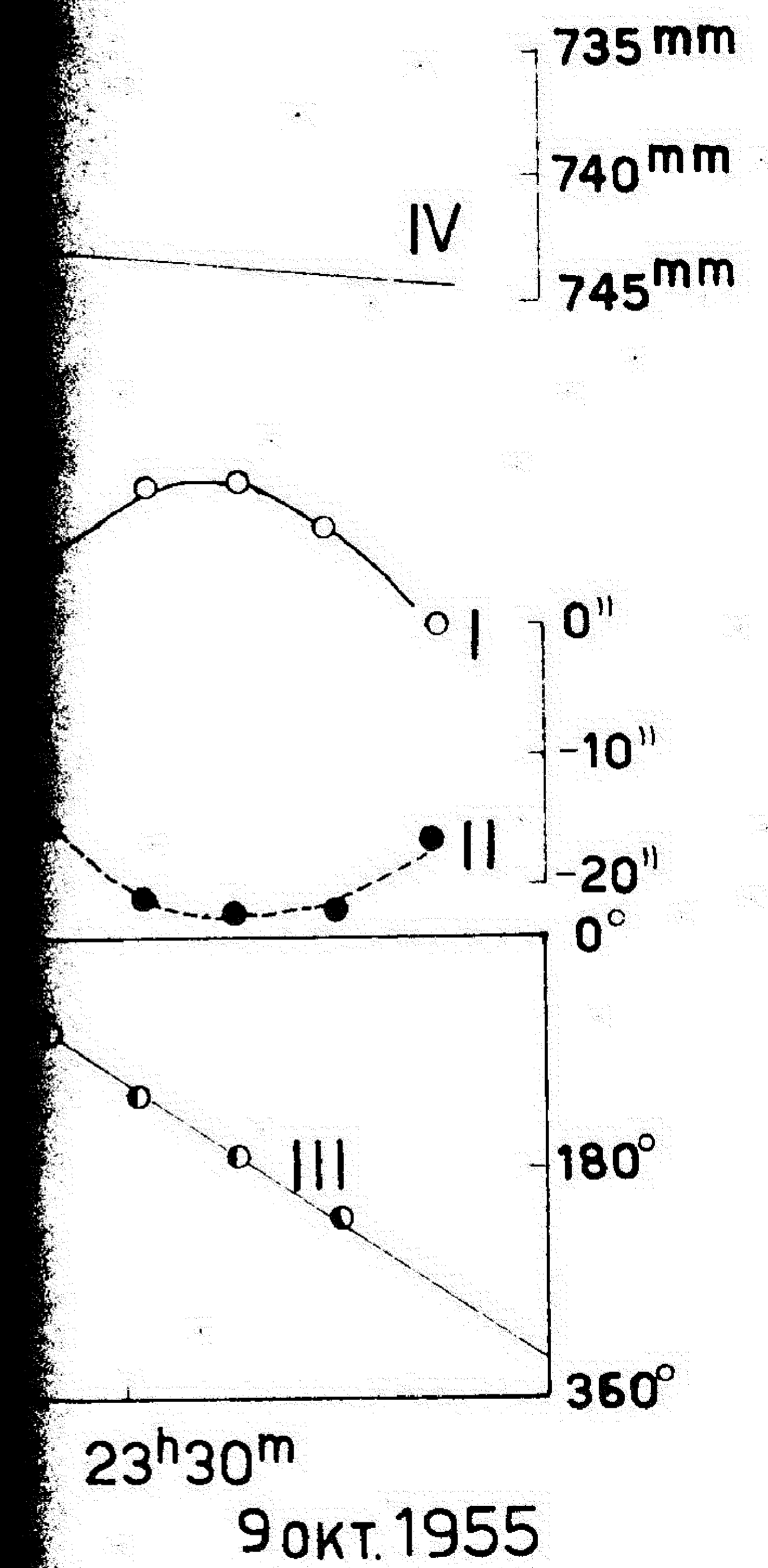
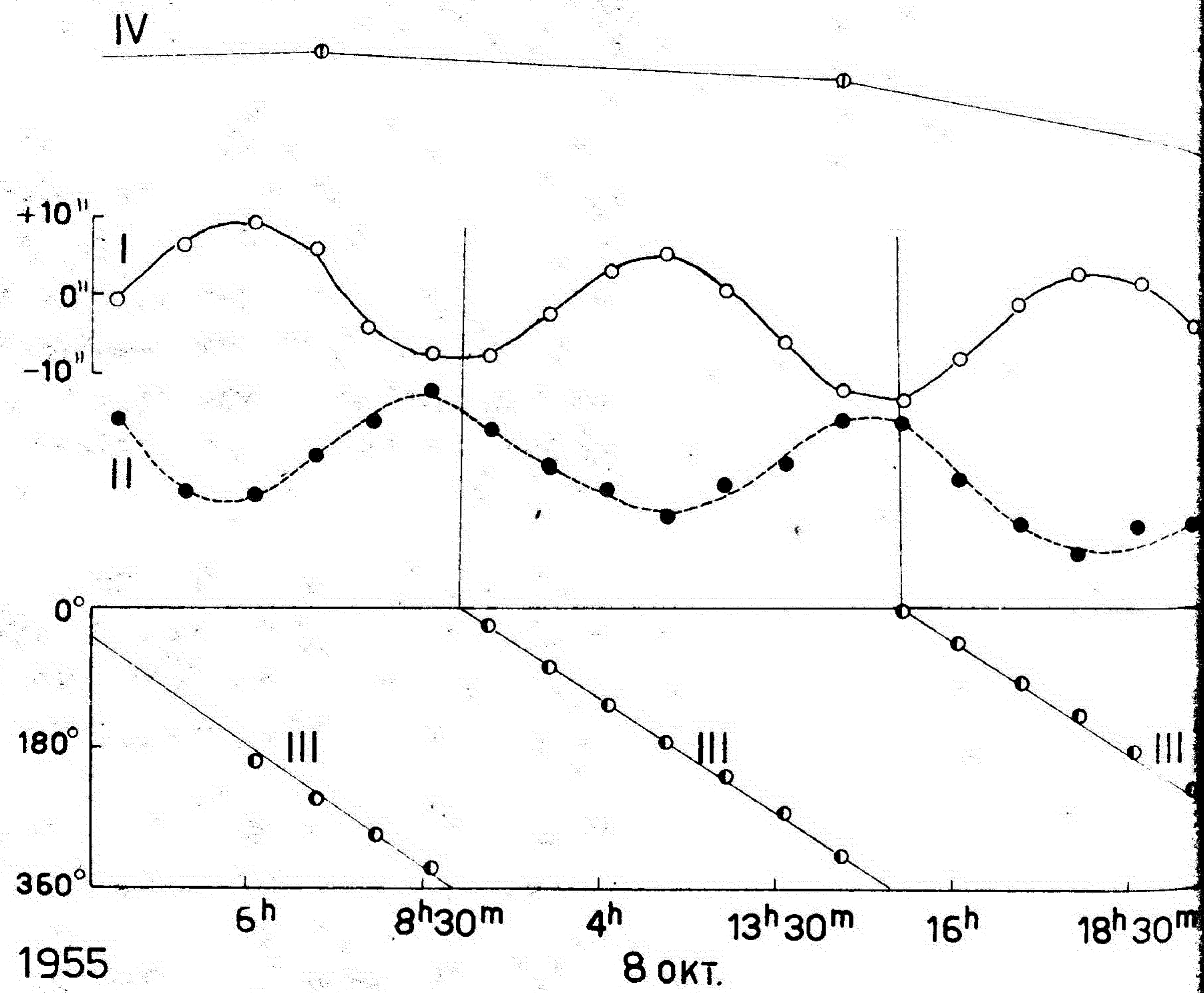
Razlika izmedju maksimalne ordinate krive III i njoj odgovarajuće ordinate na krivoj II iznosi 1420 . Razlika izmedju minimalne ordinate krive III i njoj odgovarajuće ordinate na krivoj II iznosi 1285 . Možemo dakle reći da kriva III varira sa podjednake iznose u oba smeru u odnosu na krivu II. Kako maksimum i minimum krive III odgovaraju približno fazama 0° odn. 180° izmedju klatna R 526 s jedne strane i klatna R 507 i R 351 s druge strane, tj. kad komponenta koju u amplitudu L 1637 unosi R 526 dolazi do punog izražaja, prvi put u smislu sabiranja sa komponentama koje potiču od druga dva aktivna klatna a drugi put u smislu oduzimanja od njih, izvodimo zaključak da ta komponenta iznosi vrlo približno $1383 / = \frac{1420 - 1285}{2} /$. Doenije smo već utvrdili da komponenta koju samo klatno R 507 izaziva u amplitudi L 1637 iznosi $1185 /$ Pregled 7/. Isto tako je svojevremeno /zaključci posle eksperimenta 10/ nađeno da komponenta koju u amplitudu L 1637 unosi R 351 iznosi 489. Dolazimo dakle do neobičnog zaključka da glavni oscilator R 507 ima manje dejstvo na amplitudu L 1637 no primarni sporedni oscilator R 526. Pitanje je sada zašto R 526, koji ima najveći deo u amplitudi nije glavni oscilator. Doenije će biti poka-

zato da to dolazi otuda što u vreme kad su dejstva klatna R 526 i R 507 suprotna /fazna razlika između njih 180° / i kad bi uticaj R 526 prevagnuo, klatnu R 507 pritiče u pomoć R 351 koji se u to vreme nalazi u istoj fazi sa R 507 / vidi horizontalnu skalu na slici 21/, te im se dejstva sabiraju, što vidimo i sa krive II koja ima maksimum / jer su R 507 i R 351 u fazi 0° / u vreme kad kriva III ima minimum. Prema tome u to vreme se dejstva R 507 i R 351 sabiraju te je zbir njihovih komponentata u amplitudi L 1637 koji iznosi 1688 veći od suprotne komponente 1383 koja potiče od R 526 i ovome poslednjem je na taj način oduzeta mogućnost da postane glavni oscilator.

Eksperiment 15

U vezi sa nameravnom prepravkom časovne kabine časovnik R 507 je iznešen iz nje 5 avgusta 1955 god. i postavljen u podzemnu prostoriju meridianskog paviljona, gde je, uz obezbeđenu termoregulaciju, posle perioda stabilizacije, nastavio sa svojom funkcijom osnovnog časovnika 7. oktobra 1955 god. U časovnoj kabini, na istim mestima kao i ranije, su ostali svi drugi časovnici /R 526, R 351 i L 1637/.

U dosadašnjim eksperimentima sa dva aktivna klatna nije postojala mogućnost za istovremenim praćenjem varijacija amplituda oba aktivna klatna već samo onog koje je bilo bez zvona, s obzirom da je silom okolnosti jedno od aktivnih klatna bilo uvek R 507, sa koga zvono nije smelo biti skidano. Tako ni varijacije njegove amplitude nisu mogle biti praćene pa prema tome i mer nja u dosadašnjim eksperimentima sa dva aktivna klatna imaju tu jednu prazninu. Istina mi smo mogli već misliti da su i varijacije u amplitudi R 507 u tim eksperimentima morale biti približno jednake varijacijama koje je on sam izazivao na amplitudama drugih aktivnih klatna. Isto tako, posle eksperimenta 9, mi smo mogli zaključiti da su varijacije u amplitudi dva



poriji m
ktivnih
30° obrn
ni zakl
toga mar
ljusobno
dobije
tivna kl
časovne
ciljem

R 351

vremeno
upored
odjene r

tički pr
litude
z dalje
lacijs
na odgo

Maksimum brzeg /R 526/ dok je pr
h ekstremuma obrnut. Delovi-prave
R 526 - R 351. Vertikalnim ortas
deložani su trenuci faze razlike

(A. 22

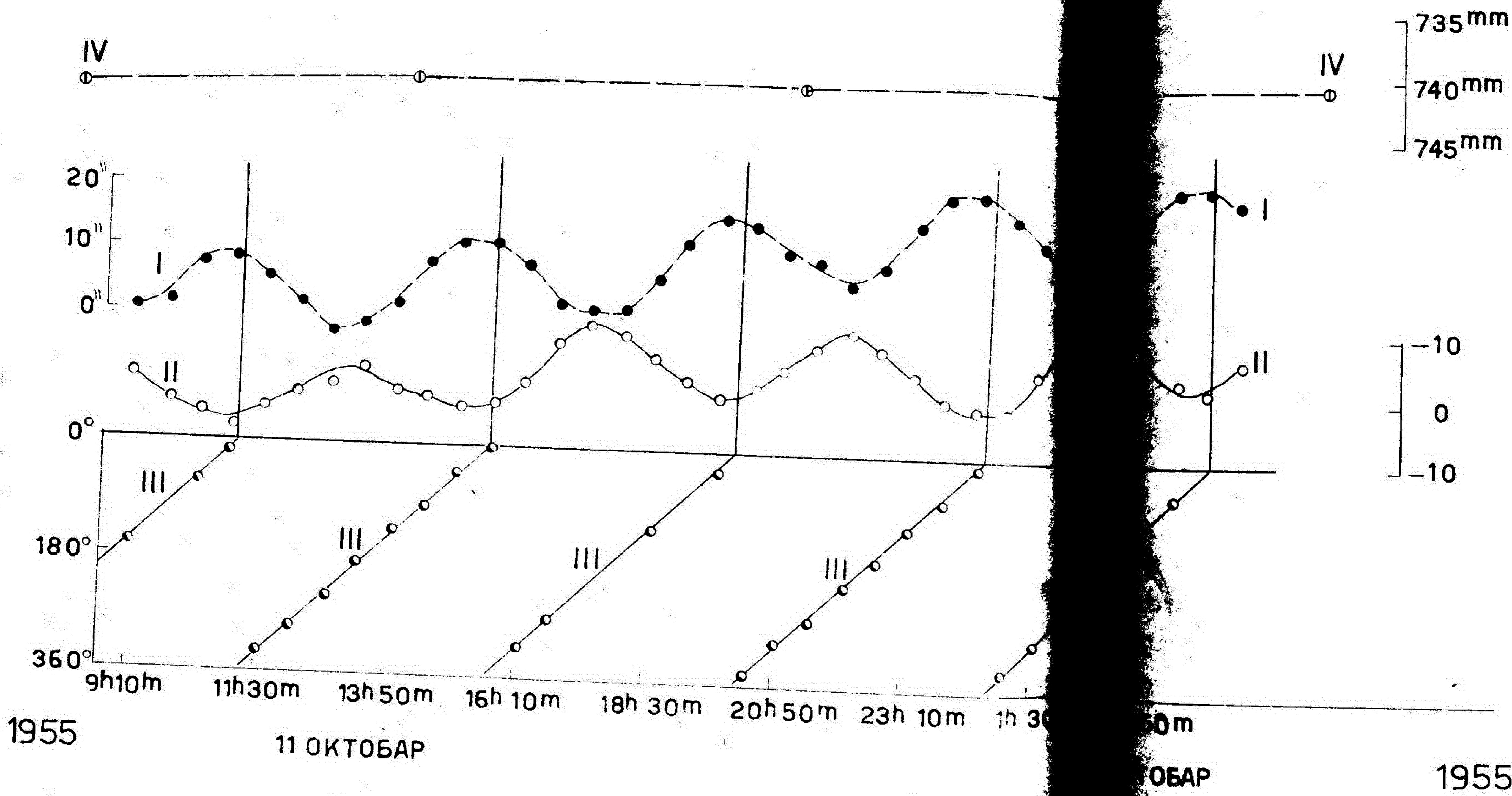
Istovremeno aktivna klatna uzajamno pomereni po fazi za 180° tj. da minimumu varijacije jednog aktivnog klatna odgovara maksimum varijacije drugog aktivnog klatna i obrnuto, što znači da se tu radi o spregnutim oscilacijama. Uz to nam je posle eksperimenta 9, poznata još jedna važna pojedinost a to je da brži oscilator ima maksimum a sporiji minimum varijacije u blizini fazne razlike 0° između aktivnih klatna a da je poredak varijacija pri faznoj razlici 180° obrnut.

Međutim sve su posredni zaključci, iako naravno time njihova ispravnost nije usled toga manja. Direktnu sliku i direktan odgovor na pitanje o međusobnom uticaju dva istovremeno aktivna klatna mogao je da se dobije samo istovremenim praćenjem varijacija amplituda oba aktivna klatna. Takvu smo mogućnost došli otstranjenjem R 507 iz časovne kabine i ovde je reč o eksperimentu koji je sa takvim ciljem izveden 8. i 9. oktobra 1955 god.

U rad su puštena klatna R 351 i R 526. Na uobičajen, ranije već opisani način, istovremeno su određivane varijacije njihovih amplituda, dok su, uporedjenjem sa osnovnim časovnikom 507 preko hronografa, izvodjene njihove fazne razlike.

Dobijene rezultate grafički prikazujemo na slici 22. Kriva I predstavlja varijacije amplitude sporijeg R 351 a kriva II varijacije amplitude R 526. Bez daljega je jasno da te dve krive predstavljaju spregnute oscilacije. Potvrđuje se da faznoj razlici 0° između aktivnih klatna odgovara minimum sporijeg /R 351/ maksimum bržeg /R 526/ dok je pri faznoj razlici 180° poredak njihovih ekstremuma obrnut. Delovi prave III označavaju faznu razliku R 526 - R 351. Vertikalnim ortama koje presecaju krive I i II obeleženi su trenuci fazne razlike 0° .

Krivom IV obeležen je tok barometarskog pritiska. Kako vidimo on je bio u porastu tokom eksperimenta, što se odražava na krivama I i II, jer su obe u padu. To znači da je apsolutni iznos amplituda oba klatna tokom eksperimenta opadao što je i logično kad barometarski pritisak raste.



...ve spo
 . To je
 pa sam
 enom du
 še R 35
 finitiv
 tj. da
 dva ak
 a u bli
 od vari
 sperime
 ički pr

retstav
 jaciju
 raciju
 imumu
 e tom
 za 180°
 je uprav
 menjena

Л. 23

...arijacija amplitude od međusobnik
 ...latna. Brži oscilator /R 351/ i ov
 ...asne razlike 0° a minimum u blizik
 ...ed sporijeg R 526 slučaj obrnut.

Beleži prave III pokazuju tok

Eksperiment 16

Ovaj eksperiment je inverzan eksperimentu 15 u tom smislu što su klatna izmjenjala uloge pa je ono koje je u prošlom eksperimentu bilo brže /R 526/ ovde sporije dok je R 351 u prošlom bilo sporije a ovde je brže. To je postignuto na taj način što je klatno R 526 produženo, pa samim tim učinjeno sporijim dok je R 351 ostao sa nepromenjenom dužinom. Hteli smo da promenom uloga klatna odn. time što će R 351 sada biti brži a R 526 sporiji na jedan neopoziv i definitivian način pokažemo da suština pojave ostaje nepromenjena tj. da raspored ekstremnih tačaka krivih varijacija amplituda dva aktivna klatna, u kome maksimum varijacije bržeg klatna pada u blizini fazne razlike 0° a minimum u blizini 180° dok je kod varijacije sporijeg klatna poređak obrnut, ostaje isti. Eksperiment je izveden 11 i 12 oktobra 1955 god. Rezultati su grafički prikazani na slici 23.

Kriva I na toj slici pretstavlja varijaciju amplitude bržeg R 351 a kriva II varijaciju amplitude sporijeg R 526. Obe krive čine istu konfiguraciju kao i krive I i II iz eksperimenta 15, tj. i ovde maksimumu jedne krive odgovara minimum druge krive i obrnuto, samo s tom razlikom da je cela konfiguracija krivih ovde pomereni za 180° . Ali ta pomerenost cele konfiguracije po fazi za 180° je upravo ono što dokazuje da je suština pojave ostala nepromenjena jer kao što vidimo potvrđuje se jednoznačna zavisnost rasporeda ekstremnih tačaka krive varijacija amplitude od međusobnih odnosa hodova aktivnih klatna. Brži oscilator /R 351/ i ovde ima maksimum u blizini fazne razlike 0° a minimum u blizini fazne razlike 180° dok je kod sporijeg R 526 slučaj obrnut.

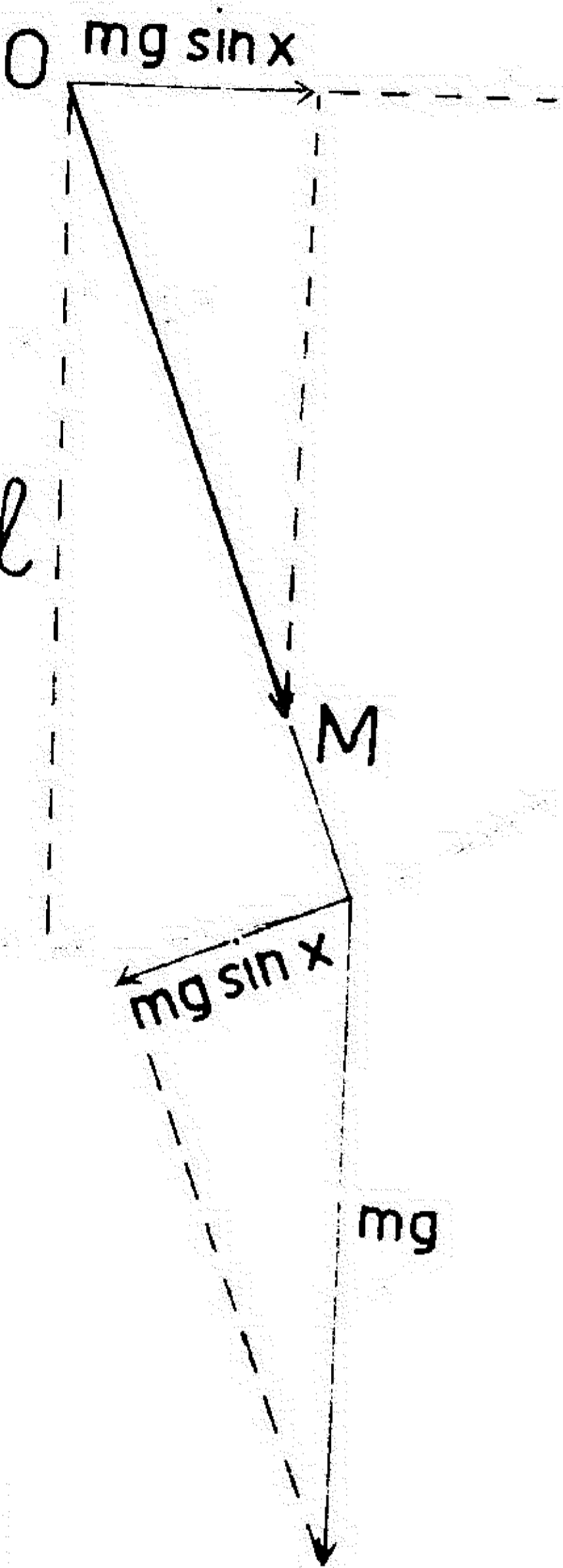
Delovi prave III pokazuju tok fazne razlike R 351 - R 526. Vertikalnim crtama koje presecaju krive I i II označeni su trenuci fazne razlike 0° .

Izlomljena kriva IV daje barometarski pritisak. On je, kako vidimo tokom eksperimenta opadao, te su krive I i II u porastu.

II. deo

1. slučaj.

Na zaustavljeno klatno deluje samo jedno aktivno klatno.



Astronomska klatna su fizička klatna ali se problem njihovog kretanja može uvek svesti na problem kretanja matematičkog klatna. Diferencijalna jednačina kretanja matematičkog klatna dužine l_1 ima oblik:

$$m_1 a_t = m_1 \frac{d^2 s_1}{dt^2} = - m_1 g \sin x_1 \quad /1/$$

gde je: m_1 masa matematičkog klatna

$$a_t = \frac{d^2 s_1}{dt^2} \quad \text{tangencijalno ubrzanje}$$

$$g \quad \text{ubrzanje zemljine teže}$$

$$x_1 \quad \text{elongacija klatna.}$$

Sl. 24

Pošto je:

$$\frac{d^2 s_1}{dt^2} = l_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2}$$

to (1) postaje:

$$\frac{d^2 x_1}{dt^2} = - \frac{g}{l_1} \sin x_1 \quad /2/$$

Za male vrednosti x_1 , što je kod astronomskih klatna uvek slučaj, jer obično je $x_1 \leq 1^\circ$, može se staviti:

$$\frac{d^2 x_1}{dt^2} = - \frac{g}{l_1} x_1 \quad /3/$$

Integral jednačine /3/ biće :

$$x_1 = A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1)$$

/4/

gde je:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{g}{l_1}}$$

dok su A_1 i φ_1 integracione konstante. Ako vreme računamo od onog trenutka kad se klatno nalazi u najvećoj elongaciji, dakle kada je $x_1 = A_1$ a $x_1' = 0$, biće $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$, pa /4/ postaje:

$$x_1 = A_1 \cos \omega_1 t$$

/5/

Uzmimo sada da je klatno izvedeno iz ravnotežnog položaja za ugao x_1 i da se oko oslone tačke kreće uglovnom brzinom $\frac{dx_1}{dt}$. Sila kojom klatno deluje na svoju oslonu tačku sastoji se iz težine klatna i centrifugalne sile, koja je posledica njegovog kretanja po kružnom luku poluprečnika l_1 . Komponenta p težine koja deluje u pravcu klatna, dakle u pravcu OM /sl.24/ iznosi:

$$p = m_1 g \cos x_1$$

/6/

Centrifugalna sila q , koja takodje deluje u pravcu klatna iznosiće:

$$q = m_1 l_1 \left(\frac{dx_1}{dt} \right)^2$$

/7/

Prema tome, ukupna sila τ kojom klatno deluje na svoju oslonu tačku biće data zbirom:

$$\tau = p + q = m_1 g \cos x_1 + m_1 l_1 \left(\frac{dx_1}{dt} \right)^2$$

/8/

Na osnovu jednačine /5/ biće:

$$\frac{dx_1}{dt} = -A_1 \omega_1 \sin \omega_1 t = -A_1 \sqrt{\frac{g}{l_1}} \sin \omega_1 t$$

pa /8/ postaje:

$$\tau = m_1 g \cos(A_1 \cos \omega_1 t) + m_1 l_1 A_1^2 \frac{g}{l_1} \sin^2 \omega_1 t$$

tj.:

$$\tau = m_1 g \left[\cos(A_1 \cos \omega_1 t) + A_1^2 \sin^2 \omega_1 t \right] \quad /9/$$

Kod astronomskih klatana A_1 je uvek mala veličina /oko 1° /. Zato se može uzeti da vrednost prvog člana u zagradi iznosi jedinicu / $\cos 1^\circ = 0.9998$ /. Drugi član u toj zagradi možemo smatrati zanemarljivim / $A_1^2 = 0.0003$ /. Zbog toga /9/ postaje:

$$\tau = m_1 g \quad /10/$$

što znači da klatno na svoju oslonu tačku deluje samo svojom težinom. Ta je sila uperena stalno u pravcu klatna. Ako je razložimo na horizontalnu komponentu τ_h i vertikalnu komponentu τ_v , imaćemo:

$$\begin{aligned} \tau_h &= m_1 g \sin \chi_1 \\ \tau_v &= m_1 g \cos \chi_1 \end{aligned} \quad /11/$$

Prva sila izazivaće horizontalno pomeranje oslone tačke a druga vertikalno. Za nas je od interesa samo prva komponenta. Zamenjujući opet $\sin \chi_1$ sa χ_1 i stavljajući mesto χ_1 njegov izraz iz /5/ biće:

$$\tau_h = m_1 g A_1 \cos \omega_1 t \quad /12/$$

Težina astronomskih klatana iznosi 7 kg. i uzimajući $A_1 = 1^\circ$, nalazimo da maksimalna vrednost horizontalne komponente iznosi oko 120 gr.

Sila /12/ izazivaće, usled elastičnosti materijala od koga je sagradjeno postolje, horizontalno harmonisko ubrzanje oslone tačke klatna po zakonu:

$$\xi_1 = \xi_2 \cos \omega_1 t \quad /13/$$

gde je sa ξ_1 obeleženo horizontalno ubrzanje a sa ξ_2 amplituda tog ubrzanja. Amplituda ξ_2 proporcionalna je amplitudi sile /12/ tj. biće :

$$\xi_2 = \epsilon_1 m_1 g A_1 \quad /14/$$

gde je ϵ_1 faktor proporcionalnosti.

Neka se u blizini ovog aktivnog klatna, na istom postolju i na istoj visini, nalazi oslona tačka nekog drugog klatna. Usled elastičnosti postolja i ona će imati ubrzanje pod uticajem sile /12/. Amplituda tog ubrzanja će svakako biti manja od one u /13/. Frekvencija tog ubrzanja biće jednaka frekvenciji sile /12/ ali ćemo uzeti da ono po fazi kasni za njom za ugao β . Zakon horizontalnog ubrzanja ove druge oslone tačke bio bi dakle:

$$\xi_2 = \xi_2 \cos(\omega_1 t - \beta) \quad /15/$$

gde je:

$$\xi_2 = \epsilon_2 m_1 g A_1 \quad /16/$$

dok za ϵ_2 važi:

$$\epsilon_2 \leq \epsilon_1 \quad /17/$$

/18/

Uzimamo slučaj kad to drugo klatno nije u redu. Zato njegova diferencijalna jednačina mora sadržati i član sa silu otpora oslone površine jer u tom slučaju ne deluje kompenzacioni uređjaj, koji inače, kod klatana koja se nalaze u normalnom radu, nadoknađuje energiju izgubljenju usled tog otpora. Za silu otpora pretpostavljamo da je proporcionalna prvom stepenu linearne brzine klatna te dakle njoj odgovara ubrzanje $2\delta l_2 \frac{dx_2}{dt}$, gde je δ koeficijent

proporcionalnosti, l_2 matematička dužina klatna a x_2 njegova elongacija.

Diferencijalna jednačina kretanja ovog drugog klatna će, prema jednačini /3/ i vodeći računa o učinjenim napomenama biti:

$$l_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} = -g x_2 - 2\delta l_2 \frac{dx_2}{dt} - \xi \cos(\omega_1 t - \beta) \quad (18)$$

Poslednji član u /18/ je pomnožen, pošto se mora projektovati na tangentu na kružnu putanju drugog klatna, sa $\cos x_2$. Kako je međjutim $x_2 \leq 1^\circ$ to je $\cos x_2$ vrlo blizak jedinici.

Stavljajući:

$$\frac{g}{l_2} = \omega_2^2$$
$$- \frac{\xi}{l_2} = h$$

jednačina /18/ postaje :

$$\frac{d^2 x_2}{dt^2} + 2\delta \frac{dx_2}{dt} + \omega_2^2 x_2 = h \cos(\omega_1 t - \beta) \quad /19/$$

Integral jednačine /19/ je zbir opšteg integrala leve strane i partikularnog integrala sa desnom stranom. Opšti integral leve strane je:

$$x_{21} = A_{21} e^{-\delta t} \sin(\omega_2 t + \alpha_{21}) \quad /20/$$

gde je:

$$\omega_2 = \omega_2^2 - \delta^2 \quad /21/$$

dok su A_{21} i α_{21} integracione konstante koje se određuju iz početnih uslova.

Partikularni integral jedn. /19/ ima oblik:

$$x_{22} = A_{22} \cos(\omega_1 t - \alpha_{22})$$

gde je:

$$A_{22} = \frac{h}{\sqrt{(\omega_2^2 - \omega_1^2)^2 + 4\delta^2 \omega_1^2}}$$

/22/

$$\alpha_{22} = \beta + \alpha_2$$

$$\tan \alpha_2 = \frac{2\delta\omega_1}{\omega_2^2 - \omega_1^2}$$

Prema tome opšti integral jednačine /19/ biće:

$$x_2 = A_{21} e^{-\delta t} \sin(\omega_2 t + \alpha_{21}) + A_{22} \cos(\omega_1 t - \alpha_{22})$$

/23/

Prvi član s desne strane iščezava sa vremenom pa ostaje samo:

$$x_2 = A_{22} \cos(\omega_1 t - \alpha_{22})$$

/24/

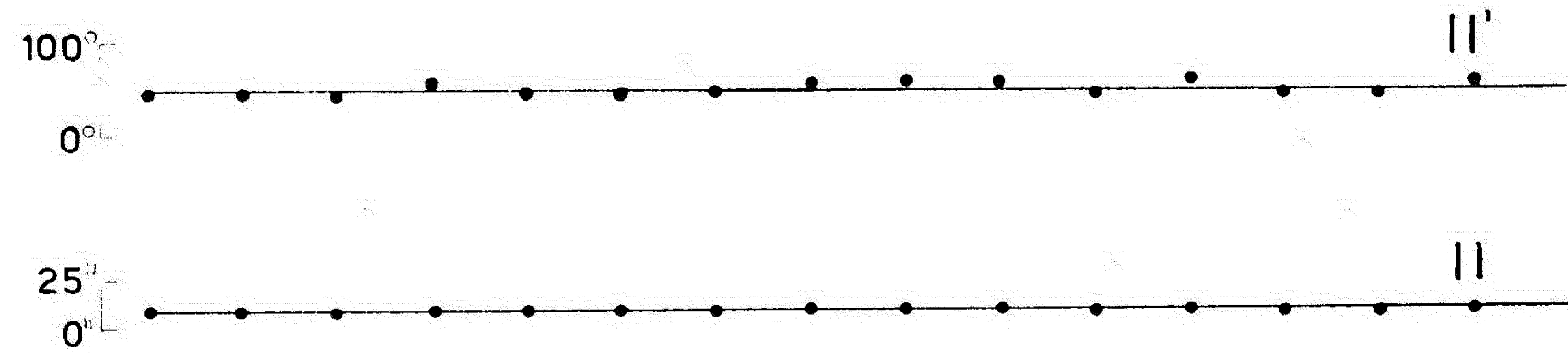
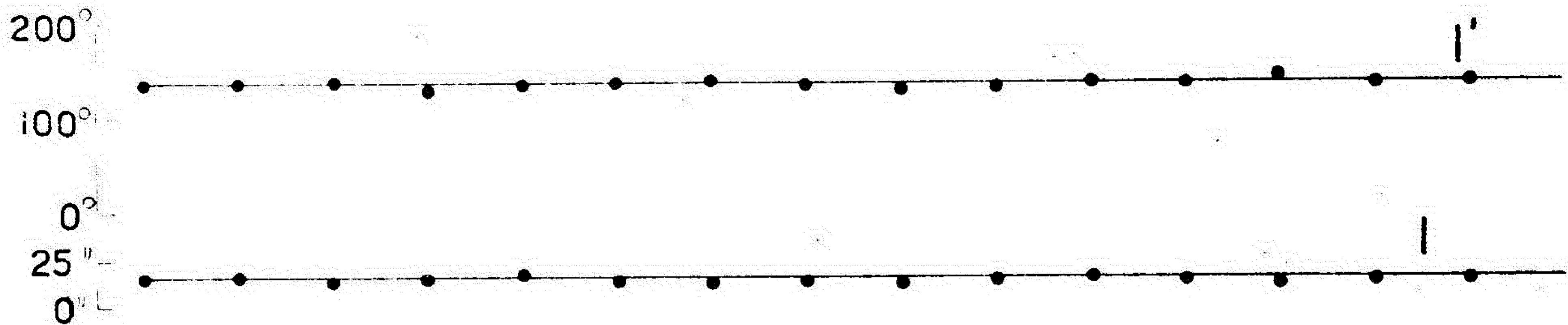
Na osnovu jednačine /24/ zaključujemo da će zaustavljeno klatno pod dejstvom susednog aktivnog klatna oscilovati sa istom kružnom frekvencijom kao i aktivno klatno i da je amplituda tih oscilacija A_{22} konstantna /vidi jedn. 22/. Fazna razlika $\omega_1 t - (\omega_2 t - \alpha_{22}) = \alpha_{22}$ oscilacija oba klatna ostaje takodje konstantna. U teoriji se takve oscilacije zovu proste prinudne oscilacije sa otpornom silom srazmernom prvom stepenu brzine.

U eksperimentima 1, 7 i 10 imamo takav slučaj da na zaustavljeno klatno deluje samo jedno aktivno klatno. To jedno aktivno klatno uvek je bilo R 507, koji je, kao osnovni časovnik opservatorije bio u neprekidnom radu a zaustavljena klatna bila su: L 1637 i R 526 u eksperimentu 1, L 1637 u eksperimentu 7, dok u eksperimentu 10 imamo istovremeno tri zaustavljena klatna - L 1637, R 351 i R 526.

1954 ФЕБР.

МАРТ 1954

25 26 27 28 1 2 3 4
9h 21h 9h 21h 9h 21h 9h 21h 9h 21h 9h 21h 9h



9h 21h 9h 21h 9h 21h 9h 21h 9h 21h 9h 21h 9h
25 26 27 28 1 2 3 4

1954 ФЕБР.

МАРТ 1954

Сл. 25.

Kao primer ćemo ovde navesti rezultate ispitivanja oscilacija zaustavljenih klatna L 1637 i R 526 u eksperimentu 1. Ti su rezultati pretstavljani na slici 25. Metodom trenda nalazimo da su i amplituda i fazna razlika oba zaustavljena klatna, pod uticajem aktivnog R 507, predstavljene pravim linijama, paralelnim x -osi, dakle da su sve te veličine praktično bile konstantne u toku vremena. Oscilacije zaustavljenih klatna L 1637 i R 526 se prema tome mogu predstaviti jednačinom /24/.

Prava I predstavlja amplitudu zaustavljenog L 1637, a prava I' njegovu faznu razliku u odnosu na aktivan R 507. Prave II i II' predstavljaju analogne veličine zaustavljenog R 526.

Za zaustavljeni L 1637 jedn. /24/ bi imala ovaj posebni oblik:

$$x_{L1637} = 15.1 \cos\left(\omega_{R507} t - 135^\circ\right)$$

a za R 526:

$$x_{R526} = 8.6 \cos\left(\omega_{R507} t - 24^\circ\right)$$

gde je ω_{R507} kružna frekvencija aktivnog R 507. Vrednosti amplituda i faznih razlika oscilacija zaustavljenih klatana L 1637 i R 526 se međusobno dosta razlikuju što svakako potiče od različitih položaja oba klatna u odnosu na aktivni R 507.

2. slučaj.

Na zaustavljeno klatno deluju dva ili više aktivnih klatna.

a/ Amplituda i faza zbira oscilacija.

Ako je oslonna tačka zaustavljenog klatna izložena dejstvu više aktivnih klatana, sa kružnim frekvencijama $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_i$, od kojih svake izaziva njeno ubrzanje analogno onome u /15/, tada će diferencijalna jednačina kretanja tog klatna, na osnovu /19/ biti, stavljajući x umesto x_2 i ω umesto ω_2 :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{dt} + \omega^2 x = \sum_{i=1}^n h_i \cos(\omega_i t - \beta_i) \quad /25/$$

Opšti integral jedn. /25/ biće, po analogiji sa /23/:

$$x = ae^{-\delta t} \sin(\omega t + \alpha) + \sum_{i=1}^n A_i \cos(\omega_i t - \alpha_i) \quad /26/$$

gde je: a amplituda amortizovanih oscilacija zaustavljenog klatna

A_i amplituda prinudnih oscilacija.

Prvi član sa desne strane u /26/ iščezava sa vremenom pa ostaju samo prinudne oscilacije, tako da će konačna jednačina kretanja imati oblik:

$$x = \sum_{i=1}^n A_i \cos(\omega_i t - \alpha_i) \quad /27/$$

Za $n=2$ biće:

$$x = A_1 \cos(\omega_1 t - \alpha_1) + A_2 \cos(\omega_2 t - \alpha_2) \quad /28/$$

Uzećemo da je uvek:

$$A_1 \geq A_2$$

stavimo:

$$\omega_2 = \omega_1 - \Omega$$

/29/

ko ćemo imati:

$$x = A_1 \cos(\omega_1 t - \alpha_1) + A_2 \cos[\omega_1 t - (\Omega t + \alpha_2)]$$

/30/

zvijmo sada /30/

$$x = A_1 \cos \omega_1 t \cos \alpha_1 + A_1 \sin \omega_1 t \sin \alpha_1 + \\ + A_2 \cos \omega_1 t \cos (\Omega t + \alpha_2) + A_2 \sin \omega_1 t \sin (\Omega t + \alpha_2)$$

berimo ovaj izraz

$$= \cos \omega_1 t [A_1 \cos \alpha_1 + A_2 \cos (\Omega t + \alpha_2)] + \sin \omega_1 t [A_1 \sin \alpha_1 + A_2 \sin (\Omega t + \alpha_2)]$$

stavimo sada:

$$A_1 \cos \alpha_1 + A_2 \cos (\Omega t + \alpha_2) = R \cos \gamma$$

$$A_1 \sin \alpha_1 + A_2 \sin (\Omega t + \alpha_2) = R \sin \gamma$$

ćemo dobiti:

$$x = R \cos(\omega_1 t - \gamma)$$

/31/

ako je:

$$R = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos[\Omega t - (\alpha_1 - \alpha_2)]}$$

/32/

$$\text{tg} \gamma = \frac{A_1 \sin \alpha_1 + A_2 \sin (\Omega t + \alpha_2)}{A_1 \cos \alpha_1 + A_2 \cos (\Omega t + \alpha_2)}$$

/33/

o je amplituda R i faza razlika γ oscilacija /31/ promjenljiva sa vremenom. Ako u /32/ stavimo

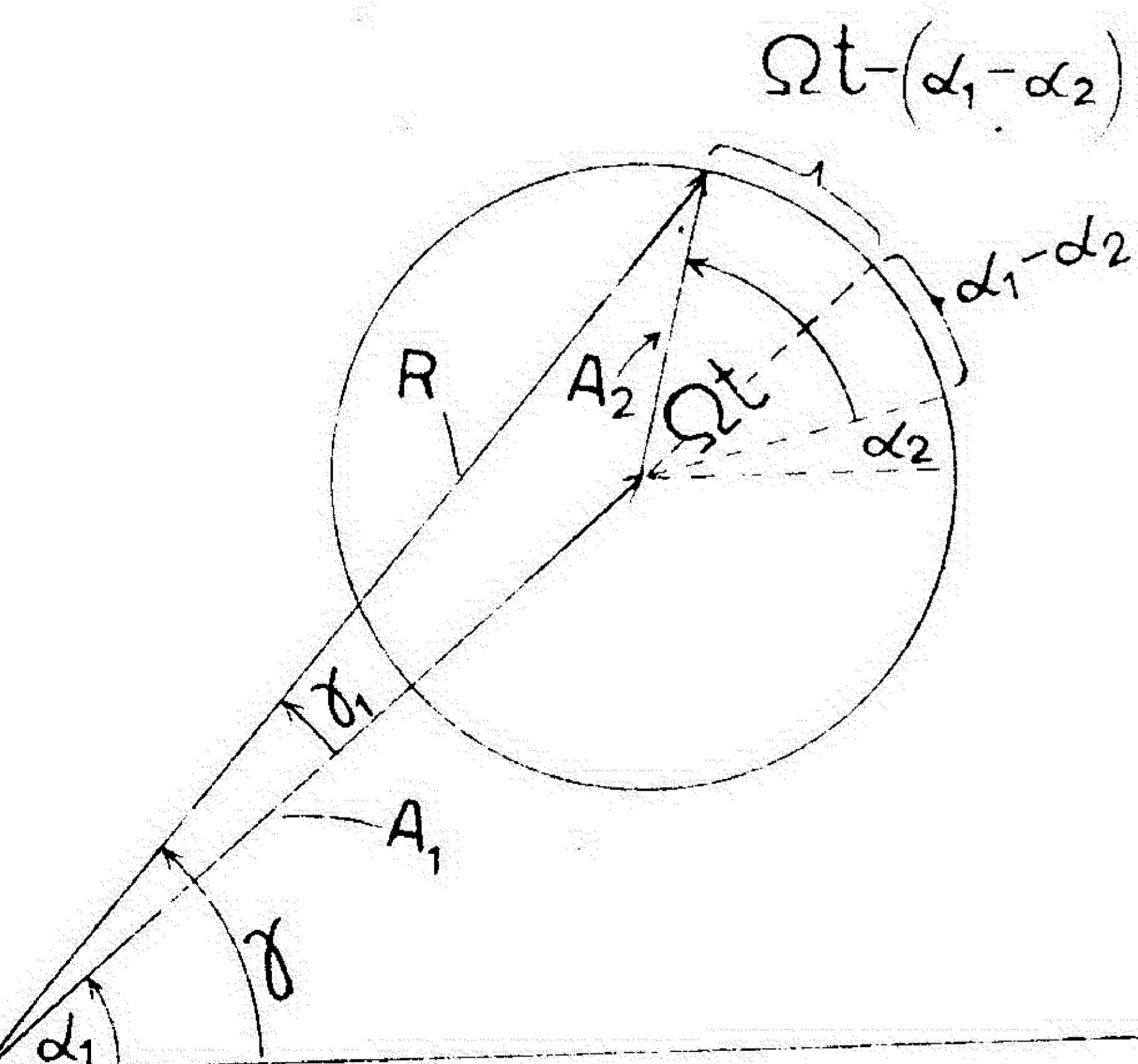
$$\cos[\Omega t - (\alpha_1 - \alpha_2)] = -\cos[180^\circ - \Omega t + (\alpha_1 - \alpha_2)]$$

maćemo :

$$R = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos[180^\circ - \Omega t + (\alpha_1 - \alpha_2)]} \quad /34/$$

Iz /34/ vidimo da je R ustvari treća strana u raznostranom trouglu čije su druge dve strane amplituda A_1 i A_2 a ugao između njih $180^\circ - \Omega t + (\alpha_2 - \alpha_1)$ ili drugim rečima amplituda R je ustvari vektor - rezultanta, čije su komponente A_1 i A_2 pri čemu je ugao između pozitivnih smerova vektora A_1 i A_2 znosi $\Omega t - (\alpha_1 - \alpha_2)$. Vidimo isto tako da ugao između ta dva vektora raste proporcionalno vremenu.

Iz obrasca /33/ vidimo da je γ' oštar ugao u pravouglom trouglu čija je jedna kateta $A_1 \sin \alpha_1 + A_2 \sin(\Omega t + \alpha_2)$ /a druga kateta $A_1 \cos \alpha_1 + A_2 \cos(\Omega t + \alpha_2)$. Projekcije amplitude A_1 na strane tog pravouglog trougla, dakle $A_1 \sin \alpha_1$ i $A_1 \cos \alpha_1$ su konstantne, što znači da vektor A_1 ne menja ni pravac ni intenzitete. Menjaju se samo $A_2 \sin(\Omega t + \alpha_2)$ i $A_2 \cos(\Omega t + \alpha_2)$, dakle projekcije vektora A_2 . Vektor A_2 dakle rotira oko vrha vektora A_1 stalnom ulovnom brzinom Ω . Zato ugao γ' možemo izraziti, osim pomoću obrasca /28/ još i na sledeći način:



Prema obrascima /32/ i /33/ kao i konstrukciji na sl.26 ugao Ωt se računa od pravca onog vektora koji sa osom x zaklapa ugao α_2 . Za ugao γ' koji sa osom gradi vektor - rezultanta R imamo:

$$\gamma' = \alpha_1 + \gamma_1 \quad /35/$$

a za ugao γ_1 koji vektor R zaklapa sa stalnim vektorom

$$\text{tg } \gamma_1 = \frac{A_2 \sin[\Omega t - (\alpha_1 - \alpha_2)]}{A_1 + A_2 \cos[\Omega t - (\alpha_1 - \alpha_2)]} \quad /36/$$

Prema obrascu /32/ i prema konstrukciji na sl.26 vidimo da vektor R dostiže maksimum odnosno minimum u trenutku kada su vektori A_1 i A_2 kolinearni, tj. kada je:

$$\varphi_1 = 0$$

Postavimo:

$$\Delta t - (\alpha_1 - \alpha_2) = \varphi_0 \quad /37/$$

Maksimalnu vrednost amplituda R dostiže za:

$$\varphi_0 = 0 \quad /38/$$

Minimalnu za:

$$\varphi_0 = \pi \quad /39/$$

U prvom slučaju je:

$$R_{\max} = A_1 + A_2$$

U drugom:

$$R_{\min} = A_1 - A_2$$

Za te iste vrednosti φ_0 imamo u oba slučaja prema /35/ i /36/:

$$\varphi = \alpha_1$$

Prema /35/ i /36/ vidimo da se ugao φ sastoji iz jednog konstantnog dela α_1 i jednog periodično promenljivog φ_1 , te su sve varijacije ugla φ identične sa varijacijama ugla φ_1 . Ispitaćemo stoga bliže ugao φ_1 .

Prema konstrukciji na slici 26, ugao φ_1 postiže svoj maksimum odn. minimum u trenutku kad vektor R postane tangenta na krug koji oko vrha vektora A_1 opisuje svojim vrhom vektor A_2 . Tada će biti:

$$R = \sqrt{A_1^2 - A_2^2} \quad /40/$$

$$\operatorname{tg} \varphi_{1\max} = \frac{A_2}{\sqrt{A_1^2 - A_2^2}} \quad /41/$$

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = -\operatorname{ctg} \varphi_1 = -\frac{\sqrt{A_1^2 - A_2^2}}{A_2} \quad \times /42/$$

Pošte i amplituda R i njena fazna razlika γ imaju svoje maksimalne i minimalne vrednosti a periodične su, to moraju imati i svoje prevojne tačke.

Diferenciranjem izraza /32/ u koji treba staviti

$$\Delta t - (\alpha_1 - \alpha_2) = \gamma_0$$

dobijamo:

$$\frac{dR}{dt} = - \frac{A_1 A_2 \sin \gamma_0}{\sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos \gamma_0}}$$

Amplituda R dostiže svoj maksimum odn. minimum kad je:

$$\frac{dR}{dt} = 0$$

a to će biti za:

$$\gamma_0 = 0$$

$$\gamma_0 = \pi$$

a do istih smo rezultata došli i malo pre, na osnovu konstrukcije na sl. 26. Za prevojene tačke mora biti:

$$\frac{d^2 R}{dt^2} = 0$$

dakle mora biti:

$$-\cos \gamma_0 (A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos \gamma_0) + A_1 A_2 \sin^2 \gamma_0 = 0$$

Odatle nalazimo dva rešenja:

$$\cos \gamma_{01} = - \frac{A_2}{A_1}$$

$$\cos \gamma_{02} = - \frac{A_1}{A_2}$$

Za nas dolazi u obzir samo prvo rešenje, jer smo još u početku pretpostavili da je:

$$A_1 \geq A_2$$

Kako su A_1 i A_2 po konvenciji uvek pozitivne veličine, to mora biti s obzirom na /43/:

$$\frac{3\varphi}{2} \geq \varphi_0, \geq \frac{\varphi}{2}$$

Što je takodje očigledno sa sl. 26.

Na osnovu /43/ nalazimo:

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = - \frac{\sqrt{A_1^2 - A_2^2}}{A_2}$$

Kako je pak, prema /42/:

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = - \operatorname{ctg} \varphi_1$$

to će za trenutak $\frac{d^2 R}{dt^2} = 0$ biti:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{A_2}{\sqrt{A_1^2 - A_2^2}}$$

Medjutim, prema /41/ to je ekstremna vrednost ugla φ_1 . Prema tome zaključujemo da prevojnim tačkama krive amplitude R odgovaraju ekstremne vrednosti njene fazne razlike φ .

Potražimo sada prevojne tačke fazne razlike φ_1 . Te prevojne tačke će odgovarati trenucima:

$$\frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} = 0$$

Na osnovu /36/ imamo:

$$\varphi_1 = \operatorname{arctg} \frac{A_2 \sin \varphi_0}{A_1 + A_2 \cos \varphi_0}$$

gde je:

$$\gamma_0 = \varrho t - (\alpha_1 - \alpha_2)$$

Dakle imamo:

$$\gamma_1' = \frac{A_2 \varrho (A_1 \cos \gamma_0 + A_2)}{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos \gamma_0} \quad /44/$$

Stavljajući sada:

$$\gamma_1' = 0$$

dobijamo:

$$\cos \gamma_0 = -\frac{A_2}{A_1}$$

dakle istu onu vrednost za koju smo, samo na osnovu konstrukcije na sl. 26 našli da odgovara ekstremima ugla γ_1 , /vidi jedn. /43/. Izraz:

$$\frac{d^2 \gamma_1}{dt^2} = \frac{A_1 A_2 \varrho (A_1^2 - A_2^2) \sin \gamma_0}{(A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos \gamma_0)^2} \quad /45/$$

postaje jednak nuli za:

$$\gamma_0 = 0$$

$$\gamma_0 = \pi$$

/46/

/47/

a za te vrednosti γ_0 već smo utvrdili da odgovaraju maksimumima odn. minimumima amplitude R. Prema tome prevojnima tačkama funkcije γ_1 odgovaraju ekstremne vrednosti amplitude R. Malo pre smo utvrdili obrnut stav, tj. da prevojnima tačkama amplitude R odgovaraju ekstremne vrednosti fazne razlike γ_1 . Pošto na osnovu /35/, ekstremne vrednosti i prevojne tačke ugla γ_1 istovremeno predstavljaju ekstremne vrednosti i prevojne tačke ugla γ , to je zaključak:

Ekstremnim vrednostima amplitude zbira dve oscilacije, odgovaraju prevojne tačke krive fazne razlike tog zbira i obrnuto, ekstremnim vrednostima krive fazne razlike zbira dve oscilacije odgovaraju prevojne tačke amplitude tog zbira.

Pošto je kosinus parna funkcija te na osnovu /32/ zaključujemo da je kriva amplitude R simetrična u odnosu na vertikalne prave:

$$\beta_0 = 0$$

$$\beta_0 = \pi$$

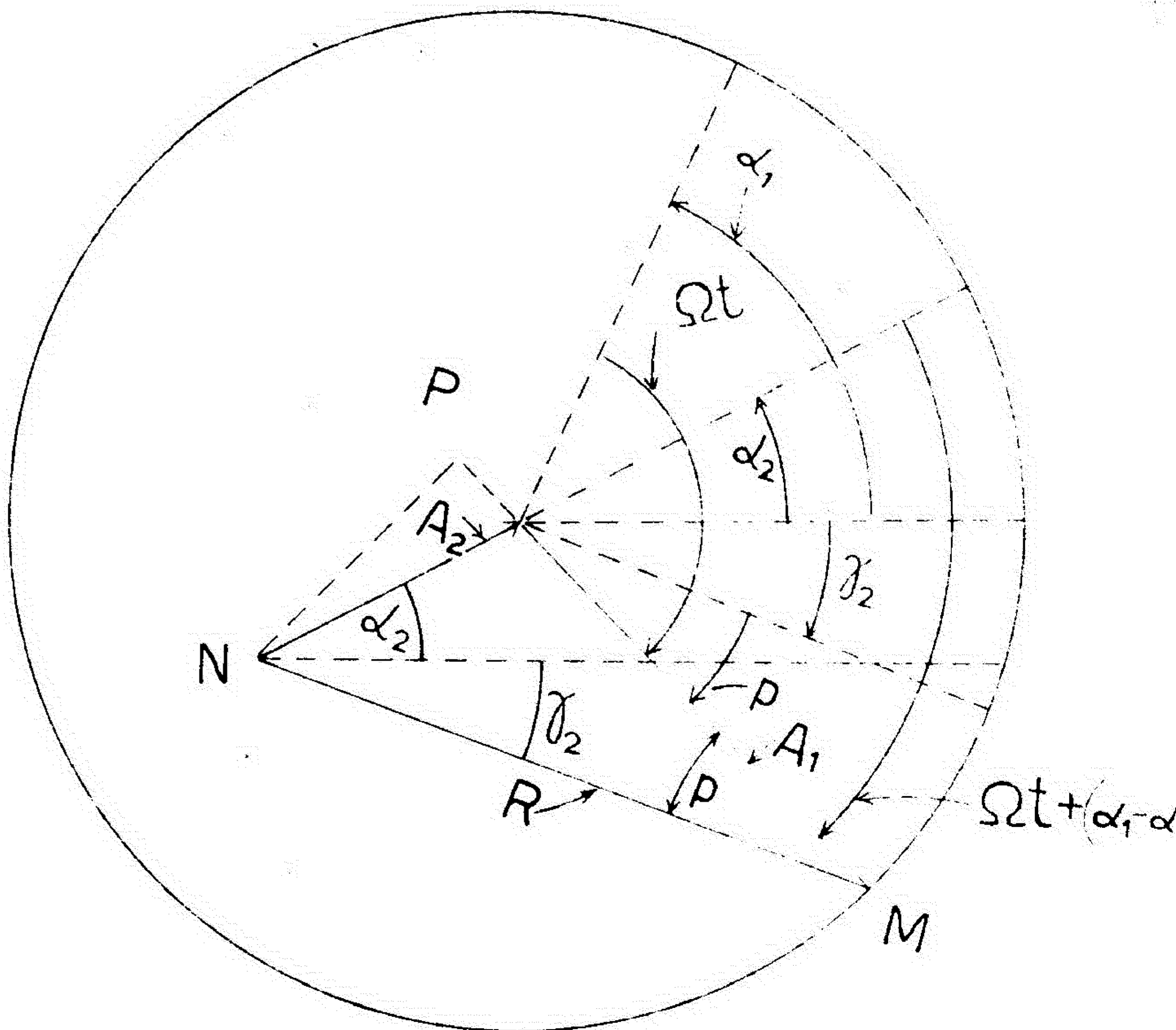
Isto tako, pošto je prema /33/:

$$\frac{A_2 \sin[\Omega t - (\alpha_1 - \alpha_2)]}{A_1 + A_2 \cos[\Omega t - (\alpha_1 - \alpha_2)]} = - \frac{A_2 \sin\{-[\Omega t - (\alpha_1 - \alpha_2)]\}}{A_1 + A_2 \cos\{-[\Omega t - (\alpha_1 - \alpha_2)]\}}$$

vidimo da je, na osnovu /35/, kriva fazne razlike β simetrična u odnosu na tačke $(0, \alpha_1)$ i (π, α_1) , dakle u odnosu na svoje prevojne tačke.

U dosadašnjim razmatranjima smo vektor A_1 smatrali nepokretnim a vektor A_2 pokretnim.

Ostaje još da vidimo kako se menja amplituda rezultanta R i njena fazna razlika β_2 ako bismo sada vektor A_2 smatrali nepokretnim a da se vektor A_1 obrće oko njegovog vrha uglovnom brzinom $-\Omega$, pri čemu i dalje smatramo da je $A_1 \geq A_2$



Prema konstrukciji na sl.27 izvodimo:

$$R = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos [180^\circ + \varrho t - (\alpha_1 - \alpha_2)]}$$

ili:

$$R = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos (180^\circ + \gamma_0)}$$

stavljajući, kao i ranije:

$$\varrho t - (\alpha_1 - \alpha_2) = \gamma_0$$

ako da se dobija:

$$R = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \gamma_0}$$

taj je obrazac identičan obrascu /32/. To je i logično jer se zbir dva vektora ne menja kad sabirci promene mesta.

Iz trougla čije su strane A_1 , A_2 i R , prema sl.27

imamo:

$$\gamma_2 = \alpha_2 - 180^\circ + \varrho t - (\alpha_1 - \alpha_2) + \rho = -180^\circ \quad /48/$$

Odatle je:

$$\gamma_2 = \alpha_2 - \varrho t + (\alpha_1 - \alpha_2) - \rho \quad /49/$$

ili:

$$\gamma_2 = \alpha_1 - \varrho t - \rho$$

Za ρ nalazimo iz pravouglog trougla MNP :

$$\operatorname{tg} \rho = - \frac{A_2 \sin \gamma_0}{A_1 + A_2 \cos \gamma_0}$$

to je, s obzirom na /33/, negativna vrednost ugla γ_1 , dakle imamo:

$$-\rho = \gamma_1$$

Tako dobijamo:

$$\gamma_2 = \alpha_1 - \Omega t + \gamma_1$$

/50/

Da je obrazac /50/ tačan, uveravamo se i drugom konstrukcijom na sl. 27 sa koje vidimo da je ugao γ_2 jednak uglu čije je teme u vrhu vektora A_2 a kraci paralelni sa x -osom i vektorom R , odakle imamo:

$$\gamma_2 = -\Omega t + \alpha_1 - \gamma$$

ili:

$$\gamma_2 = \alpha_1 - \Omega t + \arctg \frac{A_2 \sin \gamma_0}{A_1 + A_2 \cos \gamma_0}$$

/51/

ili, s obzirom na /30/ i /31/:

$$\gamma_2 = \gamma - \Omega t$$

Upoređujući /50/ sa /35/ vidimo da fazni ugao γ_2 vektora rezultante R , u odnosu na nepokretni A_2 , ima pored konstantnog člana α_1 i periodičnog γ_1 , koje je imao i ugao γ , /jedn. 30/ još i progresivni član $-\Omega t$ koji čini da ugao γ_2 može da raste neograničeno. On dakle nije ograničen na određeni pojas kao što je to bio slučaj sa uglom γ . U trenutku kad ugao γ ima ekstremnu vrednost, biće prema konstrukciji na sl.²⁶ trougao čije su strane A_1 , A_2 i R pravougli, sa pravim uglom između A_2 i R . Hipotenuzu tog trougla čini vektor A_1 . Zbog toga za ugao γ_1 koji se nalazi naspram katete A_2 , koja je naravno manja od A_1 , uvek važi:

$$-\frac{\pi}{2} \leq \gamma_1 \leq \frac{\pi}{2}$$

/52/

Zbog toga će za ugao γ uvek biti u važnosti, s obzirom na /35/:

$$\alpha_1 + \frac{\pi}{2} \geq \gamma \geq \alpha_1 - \frac{\pi}{2}$$

U svakom konkretnom slučaju biće:

$$\alpha_1 + \mathcal{P}_{1, \min} \leq \mathcal{P} \leq \alpha_1 + \mathcal{P}_{1, \max}$$

/53/

Na osnovu /12/ i /29/ vidimo da fazna razlika \mathcal{P} zbira oscilacija prati, na srednjem rastojanju α_1 , fazu oscilacija aktivnog klatna koje izaziva veću komponentu A_1 .

Ona se oko te srednje vrednosti α_1 koleba u pojasu širine $2\mathcal{P}_{1, \max}$. Na osnovu /52/ imamo:

$$2\mathcal{P}_{1, \max} \leq \mathcal{P}$$

Kako smo malopre pokazali, jednačinom /50/, faza zbira dve oscilacije u odnosu na fazu komponentne oscilacije sa manjom amplitudom A_2 može, zbog progresivnog člana, da raste neograničeno.

Ono aktivno klatno, koje izaziva veću amplitudu A_1 i koje samim tim, kako je pokazano, vodi fazu prinudnih oscilacija zaustavljenog klatna, nazvano je glavni oscilator.
Ono klatno koje izaziva manju amplitudu i u odnosu na čiju fazu se faza zbira prinudnih oscilacija može udaljiti neograničeno, nazvano je sporedni oscilator.

Pokazaćemo sada da kriva /50/ odn. /51/ nema ni minimuma ni maksimuma, već samo prevojne tačke, koje nastupaju za iste vrednosti ugla \mathcal{P}_0 kao i kod ugla \mathcal{P} .

Prema /51/ imaćemo:

$$\mathcal{P}_2' = -\mathcal{Q} + \frac{\mathcal{Q}A_1A_2 \cos \mathcal{P}_0 + \mathcal{Q}A_2^2}{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \mathcal{P}_0}$$

/54/

Da bi kriva /50/ odn. /51/ imala maksimum odn. minimum, moralo bi biti:

$$\mathcal{P}_2' = 0$$

tj. moralo bi biti:

$$\frac{\mathcal{Q}A_1A_2 \cos \mathcal{P}_0 + \mathcal{Q}A_2^2}{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \mathcal{P}_0}$$

/55/

tj. prema /44/ mora biti:

$$\gamma_1' = \Omega$$

Pokazaćemo da je to nemoguće. Ekstremne, dakle maksimalne i minimalne vrednosti, izraz:

$$\gamma_1' = \frac{\Omega A_1 A_2 \cos \gamma_0 + \Omega A_2^2}{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos \gamma_0} = \Omega \quad /56/$$

imaće za trenutak kad je:

$$y' = 0 = \frac{d^2 \gamma_1}{dt^2}$$

Već smo imali, prema /45/ da taj trenutak nastupa za:

$$\gamma_0 = 0$$

$$\gamma_0 = \pi$$

Stavljajući u /55/ prvo $\gamma_0 = 0$, dobijamo:

$$\gamma_1' = \frac{A_2}{A_1 + A_2} \Omega$$

Kako je:

$$\frac{A_2}{A_1 + A_2} < 1$$

to je:

$$\frac{A_2}{A_1 + A_2} \Omega < \Omega$$

te je dakle izraz /55/ nemoguć.

Stavljajući u /55/ $\gamma_0 = \pi$ nalazimo:

$$\gamma_2' = - \frac{A_2}{A_1 - A_2} \Omega$$

Pošto je izraz $\frac{A_2}{A_1 + A_2}$ uvek pozitivan a imamo da je $A_1 > A_2$ to je u ovom slučaju izraz /56/ istog znaka kao i Ω . Zaključak je da izvod /56/ zadržava isti znak te da prema tome kriva /50/ nema maksimuma ni minimuma.

b/ Zavisnost amplitude i faze zbira oscilacija od odnosa komponentnih amplituda.

Ako izraze za R /jedn. 32/ i za $\text{tg } \varphi_1$, /jedn. 36/ napišemo, stavljajući u njima $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$, jer te dve konstante ne utiču na oblik krivih, u obliku :

$$R = A_1 \sqrt{1 + \frac{A_2^2}{A_1^2} + 2 \frac{A_2}{A_1} \cos \Delta t} \quad /57/$$

$$\text{tg } \varphi_1 = \frac{\frac{A_2}{A_1} \sin \Delta t}{1 + \frac{A_2}{A_1} \cos \Delta t} \quad /58/$$

konstatovaćemo da obe funkcije zavise od odnosa $\frac{A_2}{A_1}$, s tim što funkcija R zavisi ~~od~~ od apsolutne vrednosti amplitude A_1 , drugim rečima od izbora jedinica. Medjutim funkcija $\text{tg } \varphi_1$ zavisi samo od tog odnosa, a ne i od izbora jedinica, što je i logično jer je tg neimenovan broj.

U izvedenim eksperimentima nailazimo na razne vrednosti odnosa $\frac{A_2}{A_1}$ pa je potrebno da ispitamo kako se menjaju funkcije R i $\text{tg } \varphi_1$ u zavisnosti od tog odnosa. Pri tom ćemo amplitudu A_1 smatrati konstantnom i uzeti je za jedinicu a variraćemo samo amplitudu A_2 od $A_2 = 0$ do $A_2 = A_1$.

Slučaj I. Uzmimo da je $A_2 \rightarrow 0$. Iz / 57/ dobijamo $R \rightarrow A_1$ dakle funkcija R teži pravoj liniji, paralelnoj sa osom Δt /Prava I na sl. 28/. Znači da se amplituda zbira dve oscilacije svodi na amplitudu komponentne oscilacije. Za $\text{tg } \varphi_1$ iz /58/ dobijamo:

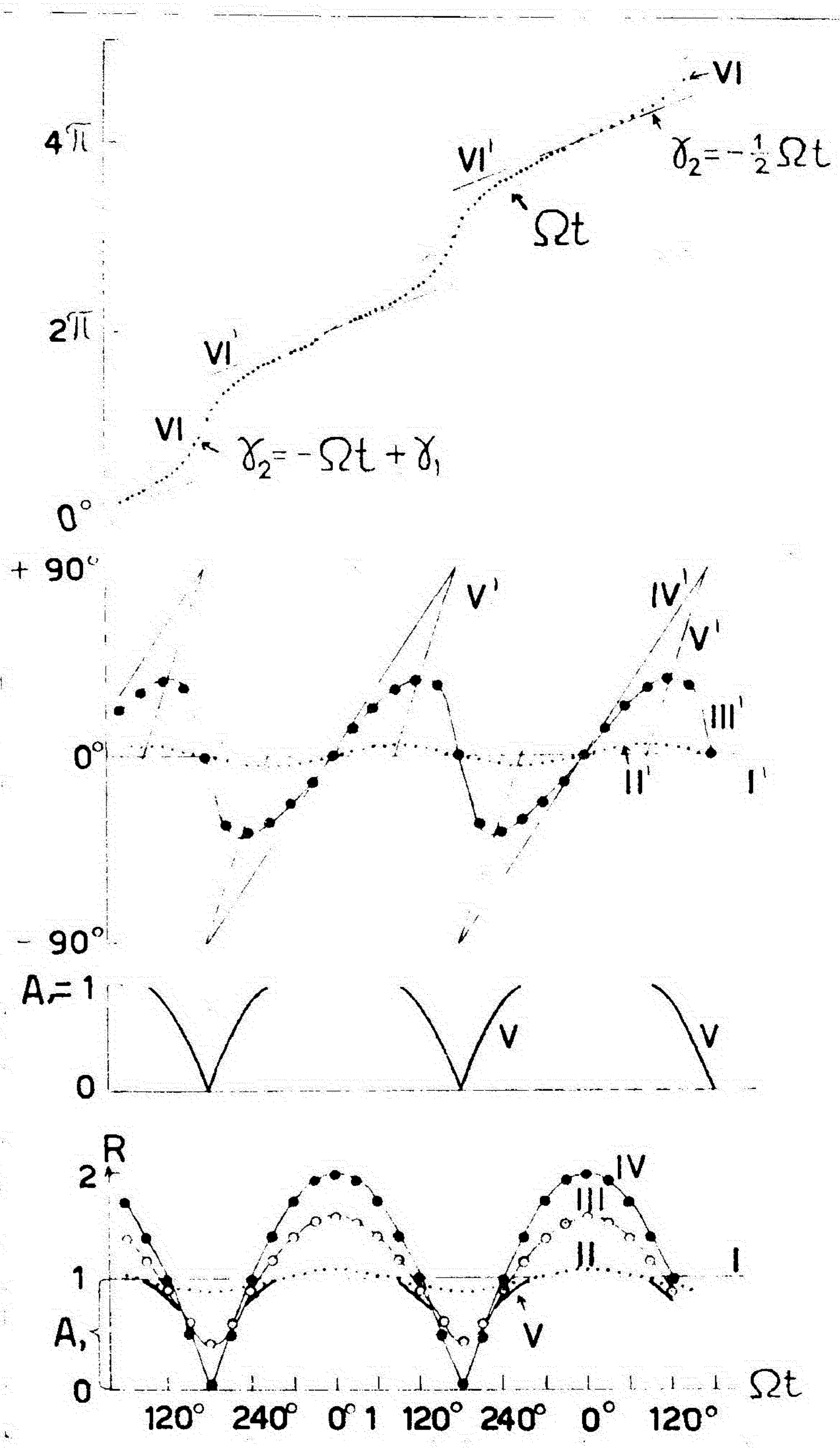
dakle i:

$$\text{tg } \varphi_1 \rightarrow 0$$

/Prava I' na sl. 28 /

Slučaj II. Ako sada uzmemo da je A_2 veće od nule ali vrlo malo u odnosu na A_1 , tako da možemo njegov kvadrat u /57/ zanemariti, dobijamo:

$$R = \sqrt{A_1^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta t}$$



CA. 28

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) = \frac{\beta \dot{\beta}}{1 - \beta^2}$$

Ako izraz na desnoj strani razvijemo u red po binomnom
obrascu i opet zanemarimo stepene od A_2 , imamo:

$$R = A_1 + A_2 \cos \Omega t$$

/59/

Dakle u ovom slučaju funkcija R ima sinusni oblik.
/Krivu II na sl. 28/

Razvijanjem izraza u imenitelju u /58/ i opet zanemarujući stepene od A_2 imamo:

$$\operatorname{tg} \gamma_1 = \frac{A_2}{A_1} \sin \Omega t$$

Pošto je po pretpostavci A_2 malo u poredjenju sa A_1
možemo staviti $\operatorname{tg} \gamma_1 = \gamma_1$, dakle:

$$\gamma_1 = \frac{A_2}{A_1} \sin \Omega t$$

/60/

Krivu II' na sl. 28/

To znači da se i fazni ugao zbira dve oscilacije, kad
 A_2 malo u poredjenju sa A_1 , menja po zakonu sinusa kao
amplituda R, samo što te dve krive pomerene po fazi za $\frac{\mathcal{D}}{2}$.
se i moglo očekivati s obzirom na već ranije utvrdjenu
vezu između ekstremnih i prevojnih tačaka krivih amplituda
faza zbira dve oscilacije. /Odgovarajući stav na str.14/.

Slučaj III. Ovaj ćemo slučaj smatrati normalnim. Ovde
 A_2 istog reda veličine kao i A_1 ali ipak ostaje $A_2 < A_1$.
osnovu /43/ vidimo da prevojne tačke krive R nastupaju

$$\cos \gamma_0 = \cos \Omega t_p = - \frac{A_2}{A_1}$$

/61/

čemu indeks p označuje trenutak kad R prolazi kroz pre-
vojnu tačku. U slučaju II taj je trenutak nastupao za:
 $\pm \frac{\mathcal{D}}{2}$. Ovde međjutim on nastupa za:

$$\frac{3\mathcal{D}}{2} > \Omega t_p > \frac{\mathcal{D}}{2}$$

/62/

Zaključujemo da su se apscise prevojnih tačaka u ovom slučaju pomerile u odnosu na one u prethodnom slučaju, približavajući se apscisama minimuma krive $R / \Omega t = \pm \pi / 2$ / te su se, naravno za toliko isto udaljile od apscisa njenih maksimuma, / $\Omega t = 0$ /.

Tok amplituda R za ovaj slučaj pretstavljen je na sl. 28 krivom III.

Za isti iznos i u istom smeru pomeřene su s obzirom na stav o uzajamnoj korespondenciji ekstremnih i prevojnih tačaka krive amplitude i i faze φ i apscise ekstremnih vrednosti krive faze φ_1 /Kriva III' na sl. 28/. Što A_2 više raste, približavajući se vrednosti A_1 , to će ovo pomeranje više dolaziti do izražaja. Granični slučaj je sledeći:

Slučaj IV.

Uzmimo sada da je

$$A_2 = A_1$$

Iz /57/ dobijamo:

$$R_e = 2A_1 \left| \cos \frac{\Omega t}{2} \right|$$

/63/

Pošto R_e mora uvek, po konvenciji, biti pozitivno, to od $\cos \frac{\Omega t}{2}$ uzimamo samo apsolutne vrednosti. Za $\Omega t = \pm \pi$ imamo: $R_e = 0$, i to je ujedno minimalna vrednost te funkcije. Prevojne tačke te krive nalazimo iz: $\frac{d^2 R_e}{dt^2} = 0$, te dakle mora biti:

$$A_1 \frac{\Omega^2}{2} \cos \frac{\Omega t}{2} = 0$$

to je:

$$\Omega t = \pm \pi$$

To znači da se tačke minimuma i prevojne tačke poklapaju. Kako je kriva R_e simetrična u odnosu na prave $\Omega t = \pm \pi$, to će ona za $R_e = 0$ imati dve tangente čiji će koeficijenti pravca biti jednaki po apsolutnoj vred-

nosti / A_2 / ali suprotna znaka. Tu dakle kriva ima povratnu tačku. Kriva IV na sl.28/

Iz /58/ za ovaj slučaj dobijamo:

$$\operatorname{tg} \gamma_{ie} = \frac{n^2 \Omega t}{1 + \cos \Omega t} = \operatorname{tg} \frac{\Omega t}{2}$$

ili:

$$\gamma_{ie} = \frac{\Omega t}{2}$$

/64/

Po prirodi stvari, ugao γ_{ie} ne može biti veći od $+\frac{\pi}{2}$ ni manji od $-\frac{\pi}{2}$. Za $\Omega t = \pm \pi$ nastaje prekid funkcije γ_{ie} , kad ona od vrednosti $+\frac{\pi}{2}$ skače na vrednost $-\frac{\pi}{2}$. Iz /64/ vidimo da se tu radi o pravoj. Dakle u ovom slučaju tok raznog ugla zbira dve oscilacije ne pretstavlja više neprekidnu periodičnu krivu nego degeneriše u pravu, sa već opisanim karakteristikama. /Delovi prave W' na sl.28/

Ispitaćemo još kakvo je geometrijsko mesto prevojnih tačaka krivih \mathcal{R} i γ_1 , kad A_2 varira od 0 do A_1 .

Već smo navodili da prema jedn. /43/ funkcija \mathcal{R} ima prevojne tačke za:

$$\cos \gamma_1 = -\frac{A_2}{A_1} = \cos \Omega t_p$$

Stavljajući tu vrednost za Ωt u /51/ imamo:

$$\mathcal{R}_p^2 = A_1^2 - A_2^2$$

Pošto je oude nezavisno promenljive samo A_2 , to ovaj izraz pretstavlja krug poluprečnika A_1 . Vrednosti \mathcal{R}_p date su ordinatama tog kruga, čije su apscise A_2 . U ravni Ωt geometrijsko mesto prevojnih tačaka krive date je parametarskom obliku:

$$\mathcal{R}_p = A_1^2 - A_2^2$$

$$\Omega t_p = \arccos \left(-\frac{A_2}{A_1} \right)$$

Eliminacijom A_2 dobija se:

$$Q_p = A_1 \sin \Omega t_p$$

Prema tome, dok A_2 varira od 0 do A_1 , prevojne tačke krivih R opisuju krivu sinusnog oblika. I ta je kriva simetrična u odnosu na prave $\Omega t = \pm \frac{\pi}{2}$ jer prema /62/ argument Ωt_p može uzimati vrednosti samo u granicama od $\frac{\pi}{2}$ do $\frac{3\pi}{2}$, a od $\sin \Omega t_p$ u gornjem izrazu uzimaju se samo apsolutne vrednosti. Kriva ima maksimum za $\Omega t_p = \pm \frac{\pi}{2}$, koji istovremeno predstavlja i tačku prekida. Kao i kriva Q_e i kriva Q_p ima za $\Omega t_p = \pm \frac{\pi}{2}$ tačku minimuma i prevojnu tačku sa dve tangente, jedna-kih koeficijenata pravca / $A_1 Q$ / ali suprotna znaka, te ona ima dvojni tačku koja se poklapa sa dvojnou tačkom krive Q_e . Pošto su koeficijenti pravca krivih Q_e i Q_p u zajedničkoj dvojnou tački jednaki, tangente im se poklapaju. / Kriva V na sl. 28/.

Ostaje nam još da vidimo kakvo je geometriško mesto ekstremnih tačaka krivih faza γ_{max} u ravni $\gamma_1, \Omega t$ kad A_2 varira od 0 do A_1 .

U trenutku γ_{max} amplituda R, A_1 i A_2 , smatrane kao vektori, obrazuju pravougli trougao sa pravim uglom između A_1 i A_2 . Teme tog pravog ugla, pri variranju A_2 od 0 do A_1 , opisuje krug poluprečnika $\frac{A_1}{2}$.
 Uvek će biti:

$$\frac{\pi}{2} - \gamma_{max} = \pi - \Omega t$$

ili :

$$\gamma_{max} = \Omega t - \frac{\pi}{2}$$

Prema tome funkcija γ_{max} menja se linearno sa Ωt .
 Zbog toga je geometriško mesto ekstremnih tačaka faznog ugla γ_1 , pri variranju A_2 od 0 do A_1 , predstavljano pravom linijom. Ta prava postoji samo za $\frac{\pi}{2} \leq \Omega t \leq \frac{3\pi}{2}$ i ima prekide za $\Omega t = \pm \frac{\pi}{2}$ i $\Omega t = \pm \frac{3\pi}{2}$. Ni ona nema tačaka van pojasa $\pm \frac{\pi}{2}$. /Delovi pravce V' na sl.28/.

U sva četiri slučaja do sada promene krive faze φ_1 i φ_2 za dve oscilacije tretirane su na osnovu jednačine /36/. Uprkos činjenici da faza tih oscilacija može se pratiti i na osnovu jednačine /50/, gde je ^{kao} referencna uzeta faza sporednog oscilatora.

Iz te jednačine vidimo, stavljajući opet $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$, da se faza φ_2 sastoji iz zbira:

$$\varphi_2 = -\Omega t + \varphi_1 \quad /65/$$

Apsolutne prevojnih tačaka krive /65/ poklapaju se sa apsolutnim prevojnim tačaka krive /36/, jer je:

$$\frac{d^2\varphi_2}{dt^2} = \frac{d^2\varphi_1}{dt^2} \quad /66/$$

Pažnja na desnoj strani u /66/ postaje jednak nuli za:

$$\begin{aligned} \Omega t &= 0 \\ \Omega t &= \pm \pi \end{aligned}$$

Kako istovremeno, za ove iste vrednosti Ωt ugao φ_1 postaje jednak nuli, to se sve prevojne tačke krive /65/ nalaze na pravoj $-\Omega t$. Ujedno za ove vrednosti Ωt koeficijenti pravca krive /65/ dostižu svoje ekstremne vrednosti. Minimalnu vrednost koeficijenta pravca /po apsolutnoj vrednosti/, imamo u prevojnoj tački koja odgovara maksimumu amplitude R , dakle za $\Omega t = 0$. Tada je:

$$\varphi_2'_{R_{max}} = \Omega \frac{A_1}{A_1 + A_2} \leq \Omega$$

Minimalnu vrednost koeficijent pravca dostiže za $\Omega t = \pi$, u trenutku koji odgovara minimumu amplitude R , i tada je:

$$\varphi_2'_{(R_{min})} = \Omega \frac{A_1}{A_1 - A_2} \geq \Omega$$

Ako $A_2 = A_1$ imamo:

$$\gamma_2'(\varrho_{max}) = \frac{\varrho t}{2}$$

/67/

$$\gamma_2'(\varrho_{min}) = \infty$$

/68/

u taj slučaj imamo, prema jedn./65/ i /62/:

$$\gamma_2 = \frac{\varrho t}{2} - \varrho t = -\frac{\varrho t}{2}$$

/69/

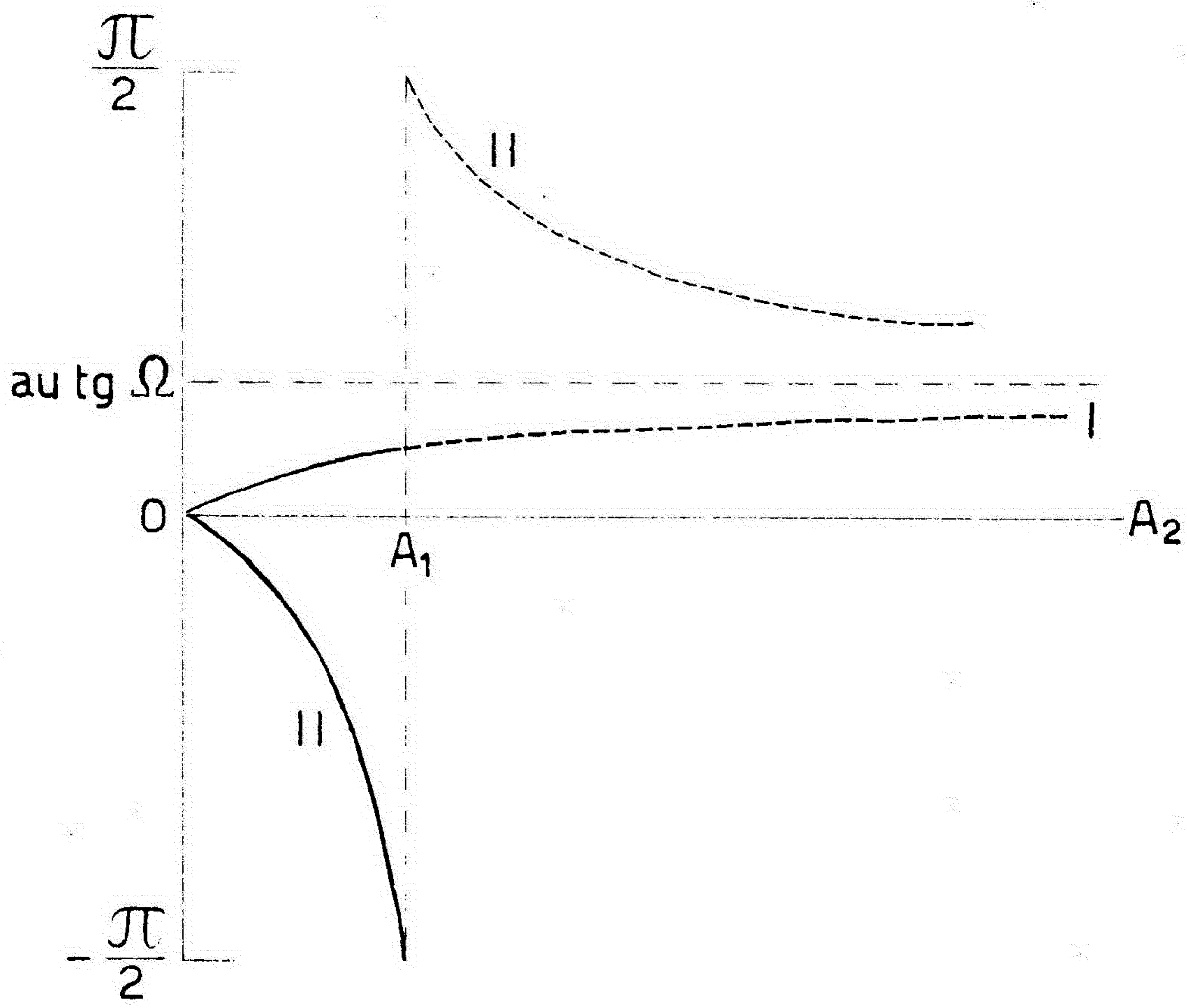
Na osnovu jednačine /68/ i /67/ vidimo da se prava /69/ prekidala u tačkama $\varrho t = (1+2\kappa)\frac{\varrho}{2}$ gde je κ ceo broj i tačke vrednosti $(1+2\kappa)\frac{\varrho}{2}$ na vrednost $[1+2(\kappa+1)]\frac{\varrho}{2}$, lično kao što se i prava /64/ prekidala u tačkama $\pm\frac{\varrho}{2}$ skakala sa vrednosti $+\frac{\varrho}{2}$ na vrednost $-\frac{\varrho}{2}$. Kao i tamo ovde funkcija faznog ugla degeneriše u delove paralelnih pravih, samo što ovde svi oni leže svojom sredinom na pravoj $-\varrho t$ u stepenastom poretku, gradeći sa tom pravom kao $\text{autg } \frac{\varrho}{2}$. /Delovi pravih/VI'/na sl.28/ Tamo su jedn.64/ delovi pravih ležali svojim srednjim tačkama na pravoj $\gamma_1 = 0$ sekući je takodje pod uglom $\text{autg } \frac{\varrho}{2}$.

Ovde ćemo još ispitati kako se menjaju uglovi koje zapadaju tangente na krivu faze zbira dve oscilacije u njenoj prevojnim tačkama sa pravcem ^{apsirne} ose, u zavisnosti od omosa $\frac{A_1}{A_2}$, smatrajući u njemu A_1 konstantnim a varirajući A_2 od nule do ∞ . Vrednost koeficijenta pravca tog dela daje nam jednačina /44/ u koju treba za γ_0 staviti te vrednosti koje odgovaraju ekstremnim vrednostima amplitude R. Prema jednačinama /38/ i /39/ odn. jednačinama /45/ i /47/ maksimum amplitude R i prva prevojna tačka krive faze γ_1 nastupaju za:

$$\gamma_0 = 0$$

minimum amplitude i druga prevojna tačka krive faze nastupaju za:

$$\gamma_0 = \frac{\varrho}{2}$$



Гл. 29

Prema jedn./44/ u prvom slučaju dobijamo:

$$\gamma'_1(R_{max}) = \Omega \frac{A_2}{A_1 + A_2} \quad /70/$$

u drugom:

$$\gamma'_1(R_{min}) = -\Omega \frac{A_2}{A_1 - A_2} \quad /71/$$

z /70/ i /71/ vidimo da se oba ugla koji zaklapaju tangente a krivu γ_1 sa x osom, zbog suprotnih znakova tangenta pravca, uvek nalaze u susednim kvadrantima a nikada u istom ili uprotnim kvadrantima. Izmedju oba koeficijenta pravca postoji odnos:

$$\frac{\gamma'_1(R_{max})}{\gamma'_1(R_{min})} = \frac{A_2 - A_1}{A_2 + A_1}$$

su dakle ta dva ugla u medjusobnoj zavisnosti. Na slici 29 prikazane su promene oba ugla u zavisnosti od odnosa $\frac{A_1}{A_2}$.

c/ Period faznog ugla zbira oscilacija.

Razmotrićemo još kako se menja fazni ugao zbira dve oscilacije. Ako izvod izraza pod kosinusom u /31/ obeležimo sa ω , maćemo:

$$\omega = \omega_1 - \gamma'_1 \quad /72/$$

ovim ustvari je izražena uglovna brzina kojom se okreće vektor R.

što je prema /35/:

$$\gamma'_1 = \gamma''_1$$

o će biti :

$$\omega = \omega_1 - \gamma''_1$$

li prema /44/:

$$\omega = \omega_1 - \Omega \frac{A_2 (A_1 \cos \gamma_0 + A_2)}{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos \gamma_0} \quad /73/$$

što je prema /37/

$$\gamma_0 = \Omega t - (\alpha_1 - \alpha_2)$$

o je i uglovna brzina ω vektora R periodično promenljiva
a vremenom. Stavljajući:

$$-\Omega \frac{A_2 (A_1 \cos \gamma_0 + A_2)}{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos \gamma_0}$$

obijamo:

$$\omega = \omega_1 + \Delta \omega_1$$

Uzmimo da je:

$$\Omega > 0$$

Uglovna brzina ω će imati svoj maksimum za:

$$\frac{A_1 \cos \gamma_0}{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos \gamma_0} = \text{max}$$

to će biti za:

$$\gamma_0 = \pi$$

tada iznosi:

$$\omega_{\max} = \omega_1 + \Omega \frac{A_2}{A_1 - A_2} \quad /74/$$

Svoju minimalnu vrednost uglovna brzina ω imaće za:

$$\gamma_0 = 0$$

tada joj je vrednost:

$$\omega_{\min} = \omega_1 - \Omega \frac{A_2}{A_1 + A_2} \quad /75/$$

To znači da uglovna brzina ω dostiže svoje ekstremne
vrednosti kad, prema /38/ i /39/ i vektor R dostiže svoje
ekstremne vrednosti, ili kada, prema /46/ i /47/ sam fazni
gao γ_0 ima prevojne tačke.

Ako je:

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1}$$

period oscilacije glavnog oscilatora čija je kružna frekven-
cija ω_1 tada će period oscilacije za slučaj /74/ imati svo-
u minimalnu vrednost:

$$T_{\min} = \frac{2\pi}{\omega_{\max}} = \frac{2\pi}{\omega_1} \frac{1}{1 + \frac{\Omega}{\omega_1} \frac{A_2}{A_1 - A_2}}$$

ili:

$$T_{min} = T_1 \frac{1}{1 + \frac{\varrho}{\omega_1} \frac{A_2}{A_1 - A_2}} \quad /76/$$

Analogno tome biće:

$$T_{max} = T_1 \frac{1}{1 - \frac{\varrho}{\omega_1} \frac{A_2}{A_1 + A_2}} \quad /77/$$

Za $A_2 \rightarrow 0$ biće:

$$T_{min} \rightarrow T_1$$

$$T_{max} \rightarrow T_1$$

Međutim za $A_2 \rightarrow A_1$ biće:

$$T_{min} \rightarrow 0$$

$$T_{max} \rightarrow \frac{T_1}{\frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)}$$

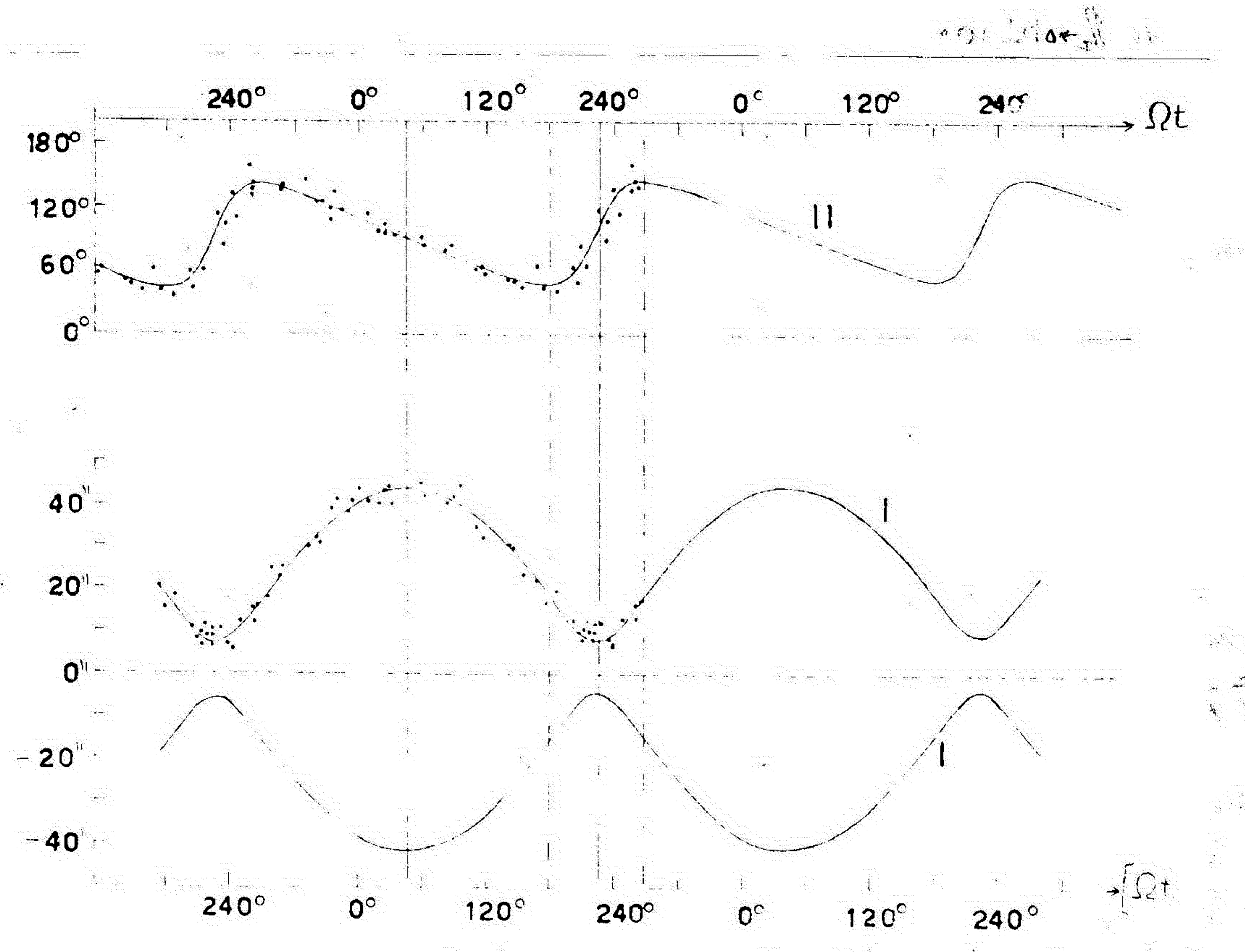
Pošto je u našim eksperimentima ϱ uvek mala količina (reda 1×10^{-4}) a ω_1 je uvek vrlo blisko π , uzimajući sekundu zvezdanog vremena za jedinicu, to se izrazi u imenici u /76/ i /77/ mogu razviti u redove po stepenima od $\frac{\varrho}{\omega_1} \frac{A_2}{A_1 - A_2}$ odn. od $\frac{\varrho}{\omega_1} \frac{A_2}{A_1 + A_2}$. Praktično se veći stepeni od jedinice mogu uvek zanemariti, jer pri variranju A_2 od nule do A_1 , najveća vrednost izraza $\frac{A_2}{A_1 + A_2}$ iznosi 0,5, a i sam izraz $\frac{A_2}{A_1 - A_2}$, koji, za $A_2 \rightarrow A_1$, teorijski može da ima vrlo velike vrednosti, u konkretnim primerima je uvek daleko ispod njih. Zbog toga se, sa dovoljnom tačnošću, možemo služiti ovim izrazima za T_{min} i T_{max} :

$$T_{min} = T_1 \left(1 - \frac{\varrho}{\omega_1} \frac{A_2}{A_1 - A_2} \right) \quad /78/$$

$$T_{max} = T_1 \left(1 + \frac{\varrho}{\omega_1} \frac{A_2}{A_1 + A_2} \right) \quad /79/$$

$$\left(\frac{1}{\cos \frac{\pi}{6}} - 1 \right) \varphi = \text{const}$$

$$\left(\frac{1}{\cos \frac{\pi}{6}} - 1 \right) \varphi = \text{const}$$



Gr. 30

$$\left(\frac{1}{\cos \frac{\pi}{6}} - 1 \right) \varphi = \text{const}$$

$$\left(\frac{1}{\cos \frac{\pi}{6}} - 1 \right) \varphi = \text{const}$$

d/ Primeri

Medju izvedenim i opisanim eksperimentima, eksperimenti 3, 4, 5, 6, 8 i 9 predstavljaju primer zbira dve prinudne oscilacije zaustavljenog klatna pod istovremenim uticajem dva aktivna klatna. Ovde ćemo proanalizirati prvi od njih, dakle eksperiment 3.

U ovom eksperimentu zaustavljeno klatno L 1637 a aktivna klatna su R 507 i R 526. Glavni oscilator je R 526, prema definicijama na str. 16 i 17, jer kako se to vidi sa slike , to klatno vodi fazu prinudnih oscilacija zaustavljenog L 1637. Ovde možemo reći da se tek na osnovu toka faze zbira dve oscilacije može zaključiti koje aktivno klatno, ili aktivni oscilator upšte, ima jače dejstvo. Na osnovu toka amplitude zbira dve oscilacije mogu se samo odrediti vrednosti komponenta koje ulaze u zbir, ali ne od koga aktivnog oscilatora potiču.

Na slici 30 prikazani su obradjeni rezultati određivanja amplitude i fазne razlike u odnosu na glavni oscilator.

Metodom najmanjih kvadrata nalazimo za komponentne amplitude:

$$A_1 = 24''7$$

$$A_2 = 18''0$$

/80/

dok za konstantne fазne razlike nalazimo:

$$\alpha_1 = 91^\circ$$

$$\alpha_2 = 136^\circ$$

Tako možemo, prema obrascu /32/ rekonstruisati funkciju R /Krivu I/ a prema obrascu /35/ i /50/ funkciju φ /Krivu II/. Tačkice na obema krivama predstavljaju rezultate efektivnih merenja. Zelenim vertikalnim pravama na sl. 30 spojene su ekstremne i prevojne tačke krivih amplitude i faze, koje, kako je to formulisano na str. 14, imaju zajedničke apscise.

Iskoristićemo još obrasce /78/ i /79/ da bismo uporedili periode oscilacija zaustavljenog L 1637 u vreme maksimuma i u

vreme minimuma. Prema merenjima nalazimo:

$$\Omega = 0.00014$$

na vrednostima /80/ nalazimo:

$$\frac{A_2}{A_1 - A_2} = 2.7 \qquad \frac{A_2}{A_1 + A_2} = 0.4$$

Uzimajući za jedinicu vremena zvezdanu sekundu, biće:

$$\omega_1 = \mathcal{P}$$

odredjujemo:

$$\mathcal{P}_{max} = 1.00012$$

$$\mathcal{P}_{min} = 0.99998$$

njihovog odnosa nalazimo da se vektor R u doba svog minimuma okretao uglovnom brzinom samo za 0.01% većom no u vreme svog maksimuma, iako mu je intenzitet preko šest puta veći u vreme minimuma $R_{min} = A_1 - A_2 = 6''.7$ u odnosu na vrednost u vreme maksimuma $R_{max} = A_1 + A_2 = 42''.7$ /.

Proverićemo izloženu teoriju slaganja oscilacija i efektno vršenih merenja na još jednom primeru. Radi se o eksperimentu 14. Ovaj je eksperiment utoliko interesantniji od prethodnih što u njemu imamo sabiranje tri prinudne oscilacije, koje je vršilo zaustavljeno klatno L 1637 pod istovremenim dejstvom aktivnih klatna R 507, R 526 i R 351, pri čemu je, kao što je to istaknuto u delu koji sadrži opis eksperimenata, kružne frekvencije aktivnih klatna stoje u takvom odnosu da je:

$$\left(\frac{\omega}{R_{507}} - \frac{\omega}{R_{526}} \right) \times 1^k = 11^\circ$$

$$\left(\frac{\omega}{R_{351}} - \frac{\omega}{R_{507}} \right) \times 1^k = 22^\circ$$

$$\left(\frac{\omega}{R_{526}} - \frac{\omega}{R_{351}} \right) \times 1^k = 33^\circ$$

Prema izvršenim merenjima nalazimo za amplitude $A_{R_{507}} = A_1$
komponentnih oscilacija:

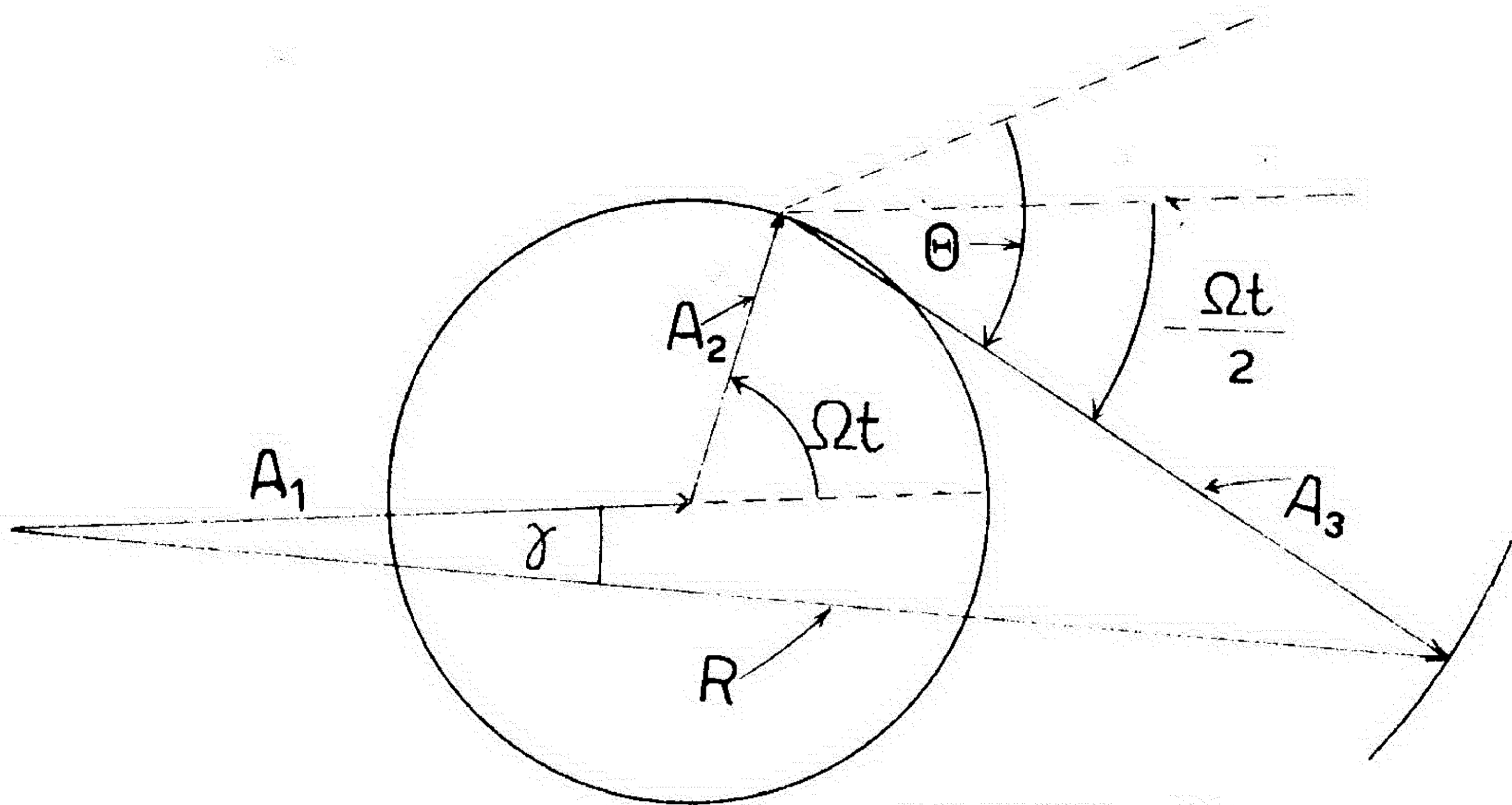
$$A_2, A = A_3$$

$$A_1 = 11.9$$

$$A_2 = 5.5$$

$$A_3 = 13.6$$

Vektorsku šemu sabiranja te tri oscilacije dajemo na sl. 31



Sl. 31

Intenzitet vektora rezultante R, tj. amplituda zbira te tri oscilacije iznosi:

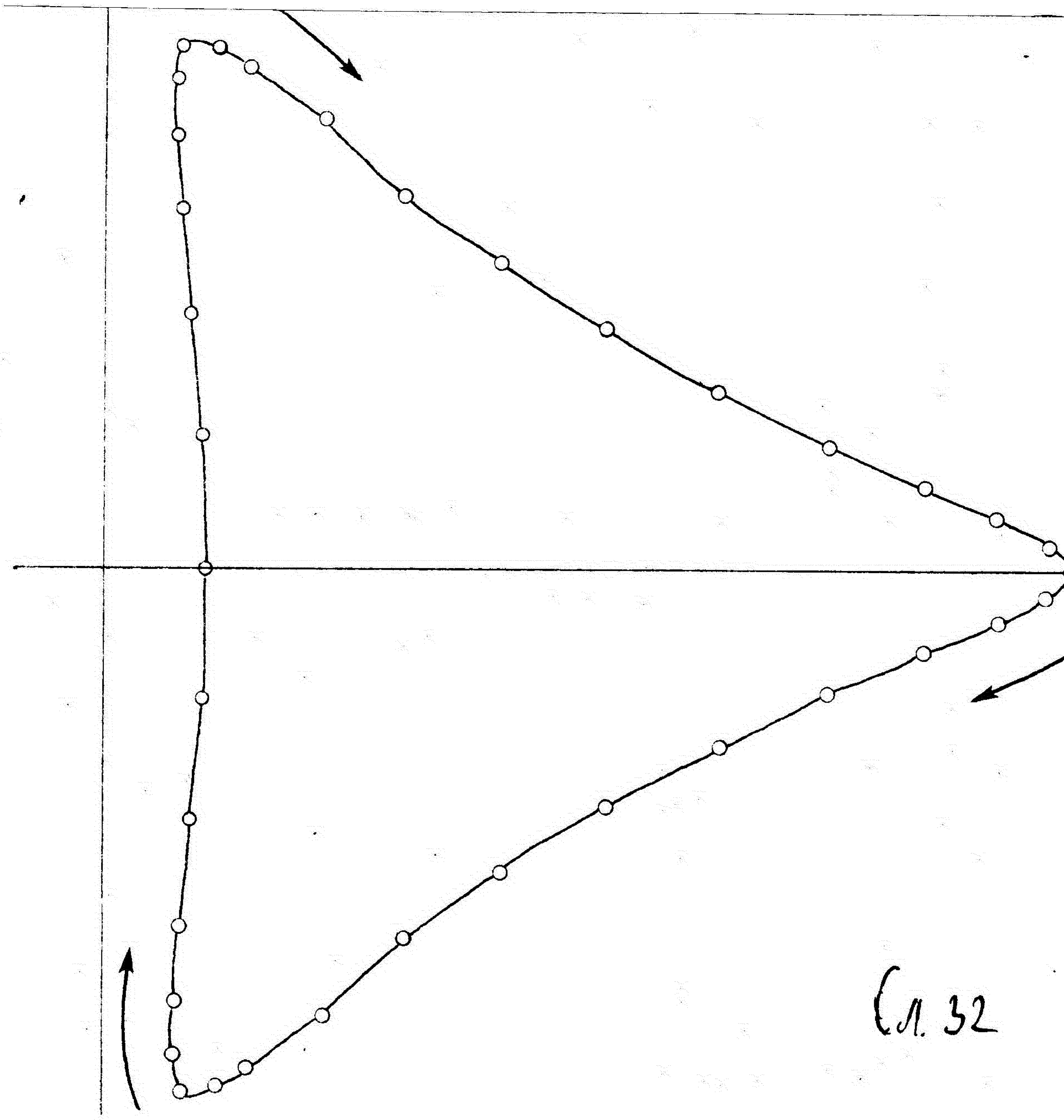
$$R = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2 + 2A_1A_2 \cos \Omega t + 2A_3 \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Omega t} \cos \theta} \quad /81/$$

gde je:

$$\theta = \arctg \frac{A_2 \sin \Omega t}{A_1 + A_2 \cos \Omega t} + \frac{\Omega t}{2}$$

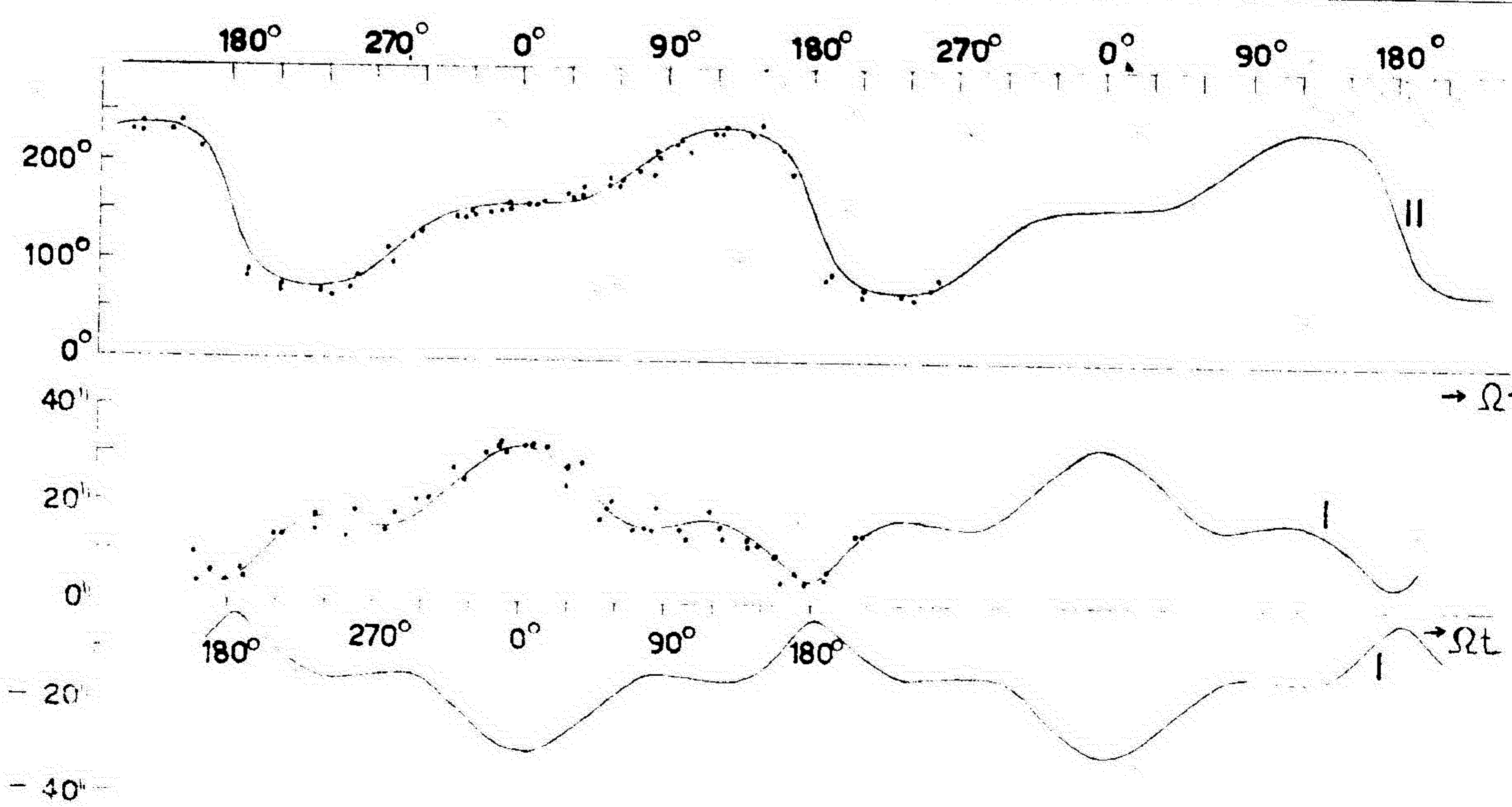
Medjutim amplituda-rezultanta R može se izraziti, prema konstrukciji na sl. 31 još i ovim izrazom:

$$R = \left(A_1 + A_2 \cos \Omega t + A_3 \cos \frac{\Omega t}{2} \right) \cos \gamma \quad /82/$$



(л. 32

Handwritten text, possibly a title or description, mostly illegible due to fading.



(л. 33

gde je sa γ označen ugao između vektora A_1 i R .

Za ugao γ prema slici 31 imamo

$$\gamma = a \operatorname{arctg} \frac{A_2 \sin \Omega t}{A_1 + A_2 \cos \Omega t} + a \operatorname{arctg} \frac{A_3 \sin \theta}{R_1 + A_3 \cos \theta} \quad /83/$$

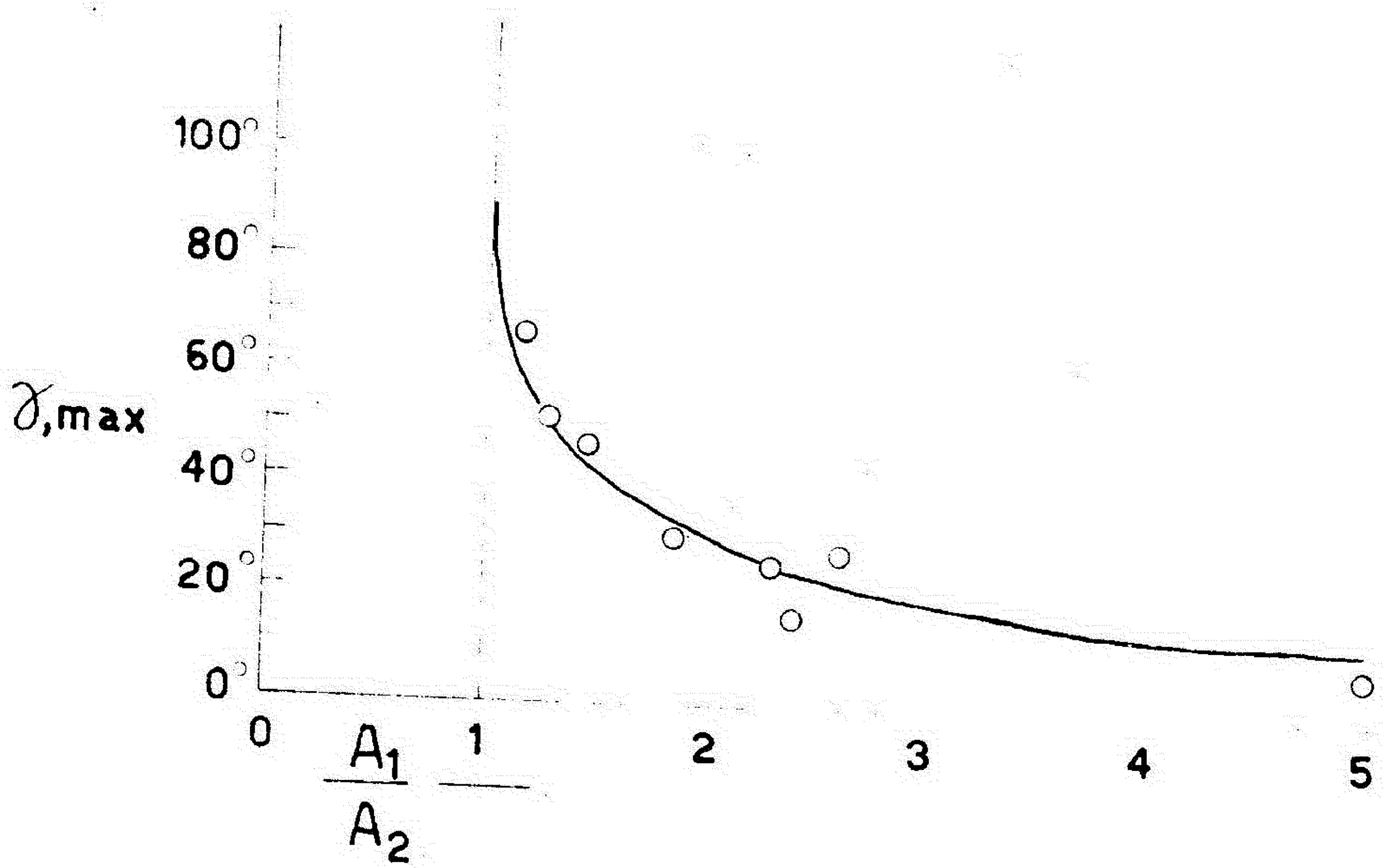
gde R_1 označava:

$$R_1 = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Omega t}$$

Vrh vektora R /jedn. /81/ i /82/ koji se dobija sabiranjem prema konstrukciji na sl. 31 opisuje kriva, prikazanu na slici 32, u smeru koji je označen strelicama. Može se geometrijski dokazati da ta kriva ima mnogo analogije sa ravnostranim trouglom. Ulogu temena ravnostranog trougla ovde igraju tačke najvećih krivina a "strane" su delovi krive između tačaka najvećih krivina, koji imaju identične oblike. Kriva je simetrična u odnosu svoje "visine", koje se, kao i kod ravnostranog trougla, poklapaju sa "simetralama" "ugla". Kriva dakle ima "težište" u kome se poklapaju preseči "visina" i "simetrala". Prema tome oko krive se može "opisati" i u nju "upisati" krug, pri čemu se oba centra poklapaju sa težištem.

Na slici 33 izvršeno je uporedjenje rezultata efektivnih merenja obavljenih tokom ovog eksperimenta i računatih krivih koje im odgovaraju.

Rezultat svih drugih eksperimenata u kojima se ispituju prinudne oscilacije pod uticajem dva aktivna klatna su takođe u punoj saglasnosti sa onim što teorija predviđa pa ih zbog toga nećemo sve posebno izlagati. Ali zato možemo da izvršimo još jedno uporedjenje teorije koja se odnosi na zbir dve oscilacije i rezultata izvršenih eksperimenata. Ovog puta reč je o sledećem.



Ca. 34

Prema jednačini /41/, za trenutak maksimuma faznog
gla γ_1 , imamo:

$$\operatorname{tg} \gamma_{1, \max} = \frac{A_2}{\sqrt{A_1^2 - A_2^2}}$$

se može napisati u obliku:

$$\gamma_1 = \arctg \frac{1}{\sqrt{\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1}}$$

/72/

I dalje zadržavamo uslov da je:

$$A_2 \leq A_1$$

Za:

$$A_2 = A_1$$

imamo:

$$\gamma_1 = \frac{\pi}{2}$$

za

$$A_2 \rightarrow 0$$

$$\gamma_1 \rightarrow 0$$

Pošto prvi izvod:

$$\gamma_{1, \max}' = - \frac{1}{\sqrt{\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1}}$$

opada stalno od: ∞ za $\frac{A_1}{A_2}$ do 0 za $\frac{A_1}{A_2} = \infty$ zaključujemo
da γ_1 /84/ opada od $\frac{\pi}{2}$ do 0. Na slici 34 prikazana je

teorijska kriva $\gamma_{1, \max}$ i rezultati dobijeni merenjem za sve
slučajeve u kojima zaustavljeno klatno prinudno osciluje pod
uticajem dva aktivna klatna.

3. slučaj

Proces amortizovanja oscilacija.

Ako zaustavljeno klatno vrši proste prinudne oscilacije konačnom jednačinom kretanja oblika /24/, pa se zaustavi i klatno koje ih je izazivalo, onda one neće trenutno prestati nego će trajati još neko određeno vreme. Dalje kretanje zaustavljenog klatna koje je prinudno oscilovalo, može se po zakonu koji je izražen jednačinom /20/, gde treba izvršiti odgovarajuće izmene u obeležavanju, tj. umesto A_{21} staviti A_{22} i umesto α_{21} staviti α_{22} . Medjutim kružna frekvencija ω_{21} zadržava svoju oznaku. Dakle imaćemo:

$$x = A_{22} e^{-\delta t} \sin(\omega_{21} t - \alpha_{22}) \quad /85/$$

gde (73) napisano u obliku:

$$x = A_1 e^{-\delta t} \sin(\omega' t - \alpha_1) \quad /86/$$

su takozvane amortizovane oscilacije.

Amplituda oscilacija /86/ opada po zakonu:

$$A = A_1 e^{-\delta t} \quad /87/$$

U odredjenim trenutke $t = 0, p, 2p, \dots, np$ biće:

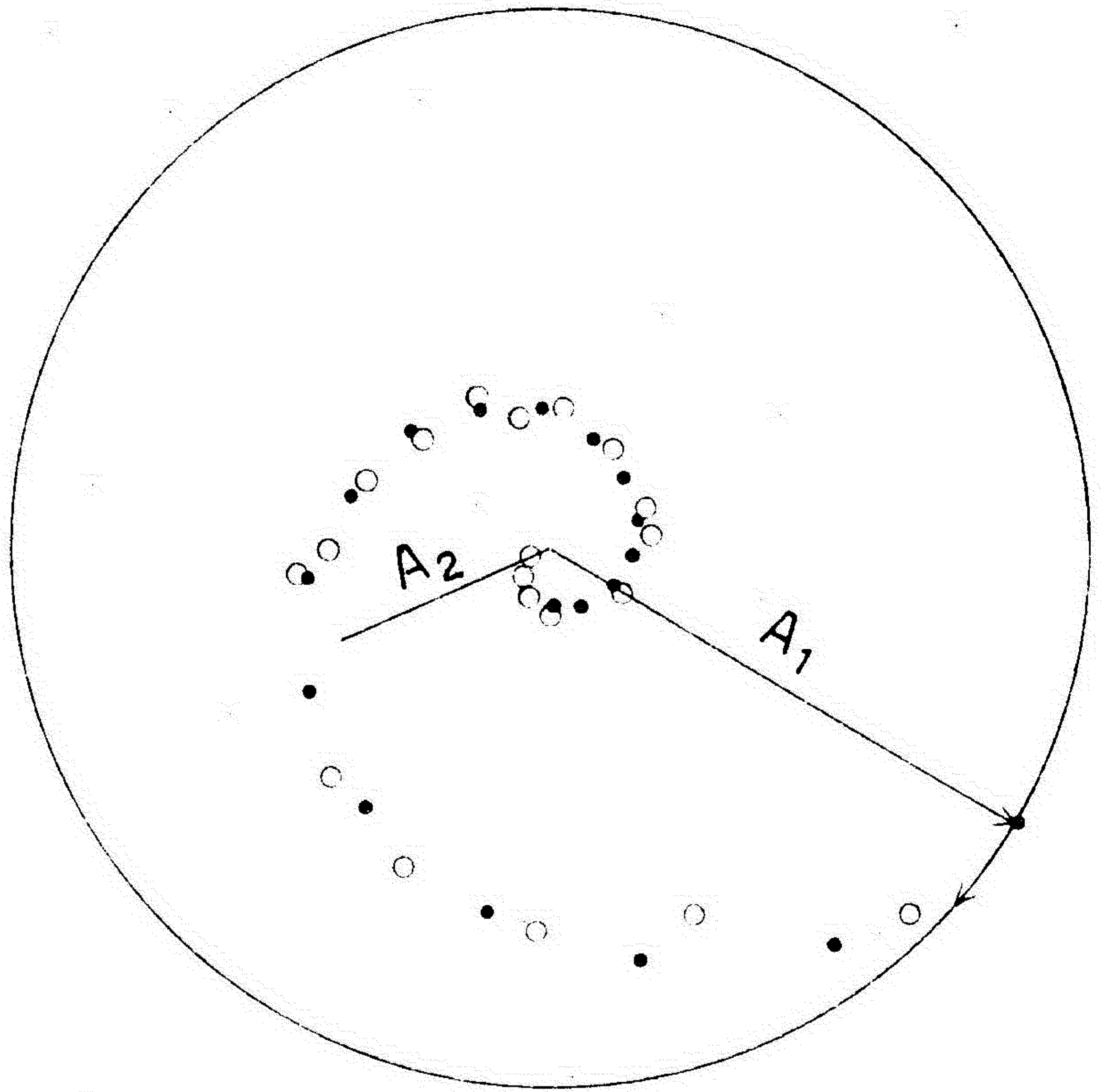
$$\frac{A_{np}}{A_{(n+1)p}} = e^{-\delta p} \quad /88/$$

U A_n i A_{n+1} vrednosti amplituda A iz /87/ za trenutke $(n+1)p$ gde je $n_1 = 0, 1, 2, \dots$. Iz /88/ dobijamo:

$$\delta = \frac{\log A_{np} - \log A_{(n+1)p}}{p \log e} \quad /89/$$

Velicina δ se u literaturi zove logaritamski dekrement koeficijent trenja. Kako je već pokazano /jedn. 21/ za ω'

$$\omega'^2 = \omega_1^2 - \delta^2 \quad /90/$$



En. 35

ri čemu je kružna frekvencija slobodnih oscilacija. Nađi da je kružna frekvencija amortisovanih oscilacija konstantna pa je i fazno pomeranje tih oscilacija proporcionalno vremenu.

Pošto proste prinudne oscilacije u potpunosti zadržavaju svoju individualnost po ulasku u zbir oscilacija, to će se po zaustavljanju aktivnog klatna koje je izazivalo određene proste prinudne oscilacije u zbiru oscilacija, amortizovati samo one koje je to aktivno klatno izazivalo, dok sve ostale ostaju nepromenjene.

Za ovo imamo i eksperimentalnu potvrdu. Obradjujući rezultate iz eksperimenta 9, koji se odnose na zbir prinudnih oscilacija koje je izvodio zaustavljeno klatno R 526, nalazimo da je amplituda prostih prinudnih oscilacija, koje je izazivao aktivni R 507 iznosila $6''{,}6$ a onih koje je izazivao aktivni R 351 $15''{,}7$. Fazna razlika prvih u odnosu na R 507 iznosila je 17° a drugih u odnosu na R 351 iznosila je 34° . Kako konačna jednačina kretanja zaustavljenog R 526 na osnovu /28/ ima oblik:

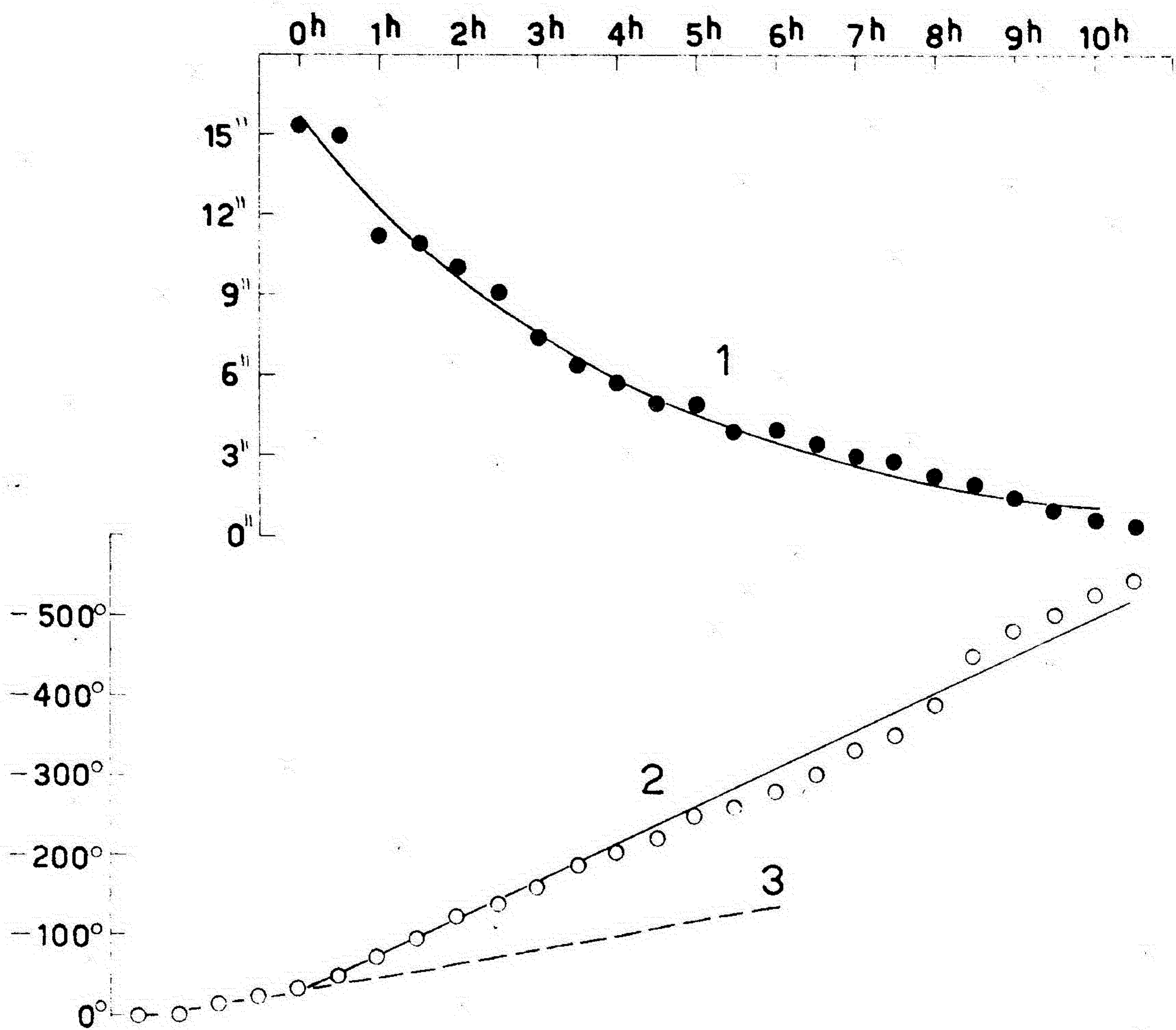
$$\chi = 6''{,}6 \cos(\omega_2 t - 17^\circ) + 15''{,}7 \cos(\omega_1 t - 34^\circ)$$

/91/

gde je ω_2 kružna frekvencija aktivnog R 507 a ω_1 kružna frekvencija aktivnog R 351.

Ako manju amplitudu $A_2 = 6''{,}6$ uzmemo za nepokretni vektor onda bi veća amplituda $A_1 = 15''{,}7$ uzeta kao pokretni vektor, opisivala krug sa centrom u vrhu nepokretnog vektora A_2 , kako je to prikazano na slici 35, uglavnom brzinom $\omega_2 - \omega_1 = -22^\circ$ u jedan čas.

Medjutim ovo se stanje u eksperimentu 11 prekida time što je zaustavljen glavni oscilator R 351. Vektor A_1 je trenutku zaustavljanja zauzimao položaj kao na sl. 35. Kako se vrh vektora A_1 dalje kretao pokazuje kriva obeležena crvenim tačkama, koje su dobijene na osnovu izvršenih merenja amplitude i faze oscilacija zaustavljenog R 526 posle



Ca. 36

avljavanja aktivnog R 351, a koja su prikazana na slici 18. radi potpunije pretstave o amortizovanju oscilacija astro- klatna navešćemo podatak da je prošlo još čitavih 12 a od trenutka zaustavljanja aktivnog R 351 pa do trenutka u amortizovane oscilacije, čija je početna amplituda iz- svega 15V7, postale nemerljivo male, dakle manje od 0V2. ači da je zaustavljeni R 526 načinio još preko 20 000 osci- a čija se amplituda još mogla meriti. Iz toga se vidi koli- mali koeficijent trenja, dakle visoki kvalitet astronom- klatna.

ko intenzitete vektora A_1 sa sl. 35 pretstavimo u pravo- koordinatama, kako je to učinjeno na slici 36 /kriva 1/, krive koja se tako dobije uzmemo odgovarajuće vrednosti ki čas /kolona A_i u Pregledu/ uveravamo se da one zadovo- u uslov geometrijske progresije /kolona $\frac{A_i}{A_{i+1}}$ u Pregledu/

Pregled

A_i	$\frac{A_i}{A_{i+1}}$	δ
16.5	1.3	0.000 08
12.3	1.3	07
9.6	1.3	07
7.6	1.3	07
5.9	1.3	07
4.6	1.3	08
3.5	1.3	08
2.6	1.4	08
1.9	1.4	08
1.4	1.3	n. v. 0.000 086

koloni δ date su odgovarajuće vrednosti koeficijenta tren- a srednja vrednost iznosi;

$$\delta_u = 0.000 076$$

/92/

nicu vremena uzimana je zvezdana sekunda, pa je u našem $P = 3609.75$.

sada pomoću ove srednje vrednosti δ_u nadjemo, prema /87/ računane vrednosti za intenzitet opadajućeg vek- dobijamo spiralu, obeleženu crnim tačkama na slici 35.

ednačine te spirale bile bi:

$$\rho = A_1 e^{-\delta(\theta - 36^\circ) \frac{\pi}{180}}$$

le je

$$\theta = 0.013 \text{ } 02 t$$

er prosečna faza razlika prinudnih oscilacija A_2 i amortizovanih A_1 za pola časa iznosi 47° , prema krivoj 2 na sl. 36, pa je

$$\frac{47}{3609.75} = 0.013 \text{ } 02$$

$k = 36^\circ$ predstavlja početnu fazu.

Ovde možemo da primetimo da je tangens pravca 2 na sl. 36 koja predstavlja tok faze amortizovanih oscilacija A_1 , posle zaustavljanja R 351, osetno veći od tangensa pravca prave 3, koja predstavlja tok neamortizovanih oscilacija R 526 dakle dok je $R 351$ bio u radu. To ovde znači da su amortizovane oscilacije bile brže, tj. imale su veću kružnu frekvenciju.

Na osnovu pravce 2 na sl. 36 nalazimo da su amortizovane oscilacije R 526 isprednjačile u odnosu na R 507 za 470° ili 1.327 oscilacije. Kako je za to vreme R 507 načinio 048.75 oscilacija, znači da je zaustavljeni R 526 načinio 050.08 amortizovanih oscilacija. Uzimajući svezdanu sekundu kao jedinicu vremena biće kružna frekvencija aktivnog R 507:

$$\omega_2 = \omega = 3.141 \text{ } 593$$

je kružna frekvencija amortizovanih oscilacija:

$$\omega' = 3.141 \text{ } 824$$

o bismo sada na osnovu obrasca /90/ hteli da nađemo vrednost kružne frekvencije slobodnih oscilacija zaustavljenog R 526, utvrdili bismo da koeficijent trenja praktično ne utiče da su obe frekvencije, tj. slobodna i amortizovana međusobno praktično jednaka. Na osnovu krive 1 na sl. 36 nalazimo da se amplituda amortizovanih oscilacija smanjivala prosečno za 0.004 toku jedne poluoscilacije.

4. slučaj

Proces zatalešavanja.

/Proces nastajanja prinudnih oscilacija/

Napišemo jednačinu /23/ u obliku

$$x = A_1 e^{-\delta t} \cos(\omega' t - \alpha_1) + N \cos(\omega_1 t - \alpha_2) \quad /93/$$

Njen prvi izvod će biti:

$$x' = -\delta A_1 e^{-\delta t} \cos(\omega' t - \alpha_1) - \omega' A_1 e^{-\delta t} \sin(\omega' t - \alpha_1) - \omega_1 N \sin(\omega_1 t - \alpha_2)$$

ako su početni uslovi za $t = 0$

$$x = 0$$

$$x' = 0$$

U početku se oscilator nalazi u miru, imaćemo:

$$A_1 \cos \alpha_1 + N \cos \alpha_2 = 0$$

$$-\delta A_1 \cos \alpha_1 + \omega' A_1 \sin \alpha_1 + \omega_1 N \sin \alpha_2 = 0$$

Iz prve jednačine dobijamo:

$$A_1 = -N \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1} \quad /94/$$

iz druge

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{\omega_1}{\omega'} \operatorname{tg} \alpha_2 + \frac{\delta}{\omega'}$$

Pošto prinudne oscilacije praktično mogu da postoje samo

za:

$$\omega_1 \approx \omega'$$

što, prema /90/ znači i:

$$\delta \approx 0$$

što se može staviti:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 \approx \operatorname{tg} \alpha_2$$

ili:

$$\alpha_2 \approx \alpha_1$$

/95/

Tako se iz /94/ dobija

$$A_1 \approx -N$$

se jedn./93/ može napisati:

$$x = -Ne^{-\delta t} \cos(\omega_1 t - \alpha_1) + N \cos(\omega_1 t - \alpha_1) \quad /96/$$

li:

$$x = N \left[\cos(\omega_1 t - \alpha_1) - e^{-\delta t} \cos(\omega_1 t - \alpha_1) \right] \quad /97/$$

ko stavimo:

$$\omega' = \omega_1 + \Omega$$

raz u sagradi u /97/ postaje:

$$f(t) = \cos(\omega_1 t - \alpha_1) - e^{-\delta t} \cos(\omega_1 t + \Omega t - \alpha_1)$$

aljim sredjivanjem dobijamo:

$$f(t) = \cos \omega_1 t \left[\cos \alpha_1 - e^{-\delta t} \cos(\Omega t - \alpha_1) \right] + \sin \omega_1 t \left[\sin \alpha_1 + e^{-\delta t} \sin(\Omega t - \alpha_1) \right]$$

stavimo sada:

$$\begin{aligned} \cos \alpha_1 - e^{-\delta t} \cos(\Omega t - \alpha_1) &= P \cos \Gamma \\ \sin \alpha_1 + e^{-\delta t} \sin(\Omega t - \alpha_1) &= P \sin \Gamma \end{aligned}$$

Odatle:

$$P = \sqrt{1 + e^{-2\delta t} - 2e^{-\delta t} \cos \Omega t} \quad /98/$$

$$\tan \Gamma = \frac{\sin \alpha_1 + e^{-\delta t} \sin(\Omega t - \alpha_1)}{\cos \alpha_1 - e^{-\delta t} \cos(\Omega t - \alpha_1)} \quad /99/$$

Tako jedn. /97/ postaje:

$$x = NP \cos(\omega_1 t - \Gamma)$$

plituda ovih oscilacija menja se po zakonu:

$$A_1 = NP = N \sqrt{1 + e^{-2\delta t} - 2e^{-\delta t} \cos \Omega t} \quad /100/$$

Za $t=0$ biće $\rho=0$ pa je dakle i $\chi=0$ a za $t=\infty$ biće i $\rho=1$ pa tako najzad imamo:

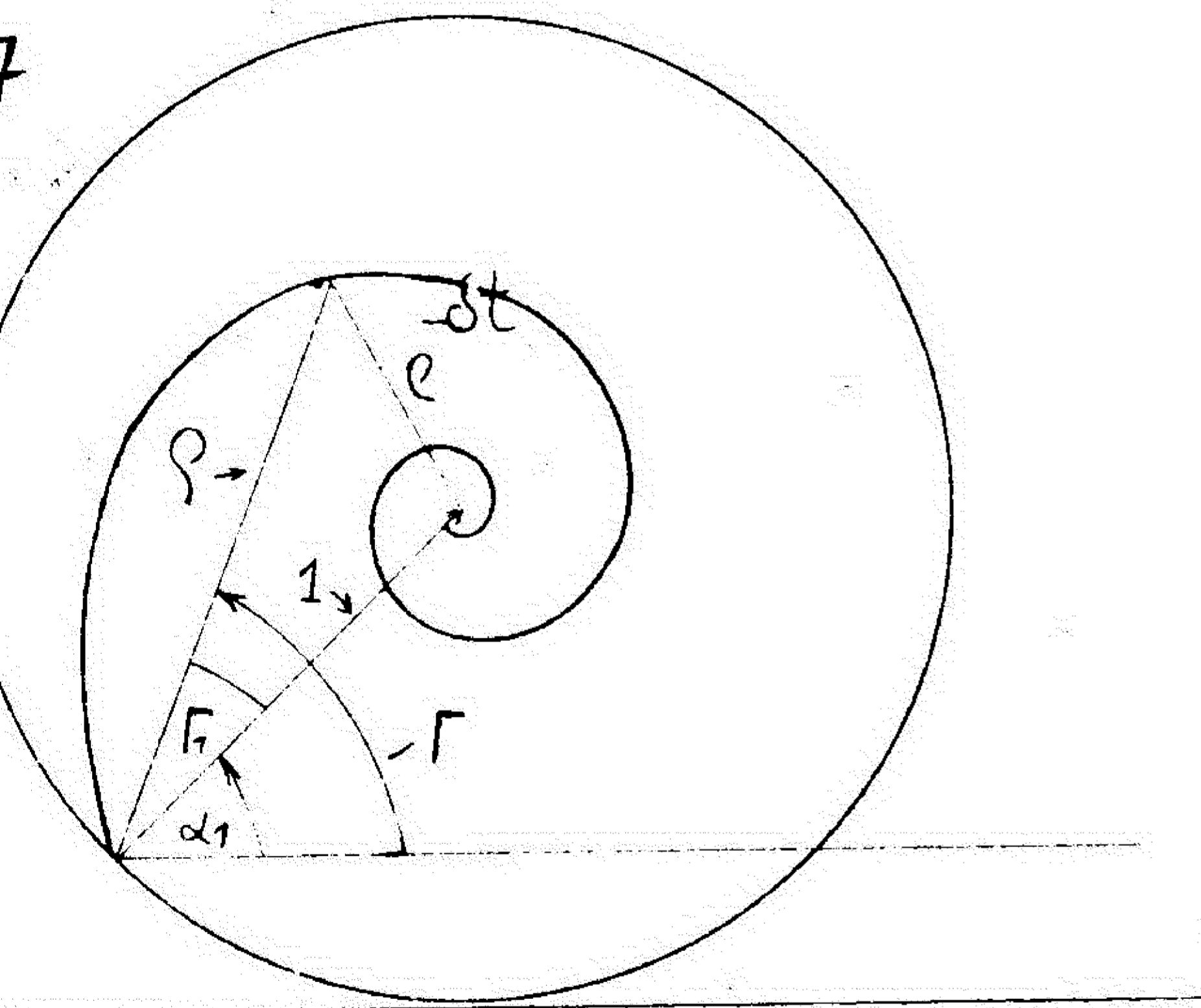
$$\chi = \rho \cos(\omega_1 t - \tau) \quad /101/$$

Ispitaćemo bliže funkcije ρ i τ .

Upoređenjem izrasa /98/ i /99/ sa jednačinama /32/ i /33/ konstatovaćemo da postoji puna analogija između veličina ρ i \mathcal{L} kao i između τ i τ . U /98/ ulogu amplituda A_1 i A_2 iz /32/ igraju veličine 1 i $e^{-\delta t}$. Pošto fazni ugao u /98/ ne sadrži $\alpha_1 - \alpha_2$, to moraju biti $\alpha_1 = \alpha_2$, a to je već i pokazano jednačinom /95/. Ti isti zaključci sleduju i iz uporedjenja /99/ sa /33/.

Razlika je u tome što su u /32/ i /33/ veličine A_1 i A_2 konstantne i imaju dimenzije amplitude. Ovde je konstantna samo jedna veličina /1/ dok druga stalno opada sa vremenom i što su obe veličine bez dimenzija.

Velikine ρ i τ se, prema jednačinama /98/ i /99/, mogu predstaviti sledećom geometrijskom šemom /sl.37/:



Sl.37

slici /37/ nalazimo:

$$\operatorname{tg} \tau_1 = \frac{e^{-\delta t} \sin \omega_1 t}{1 - e^{-\delta t} \cos \omega_1 t} \quad /103/$$

Za $t=0$ biće:

$$\operatorname{tg} \tau_1 = \frac{0}{1} = 0$$

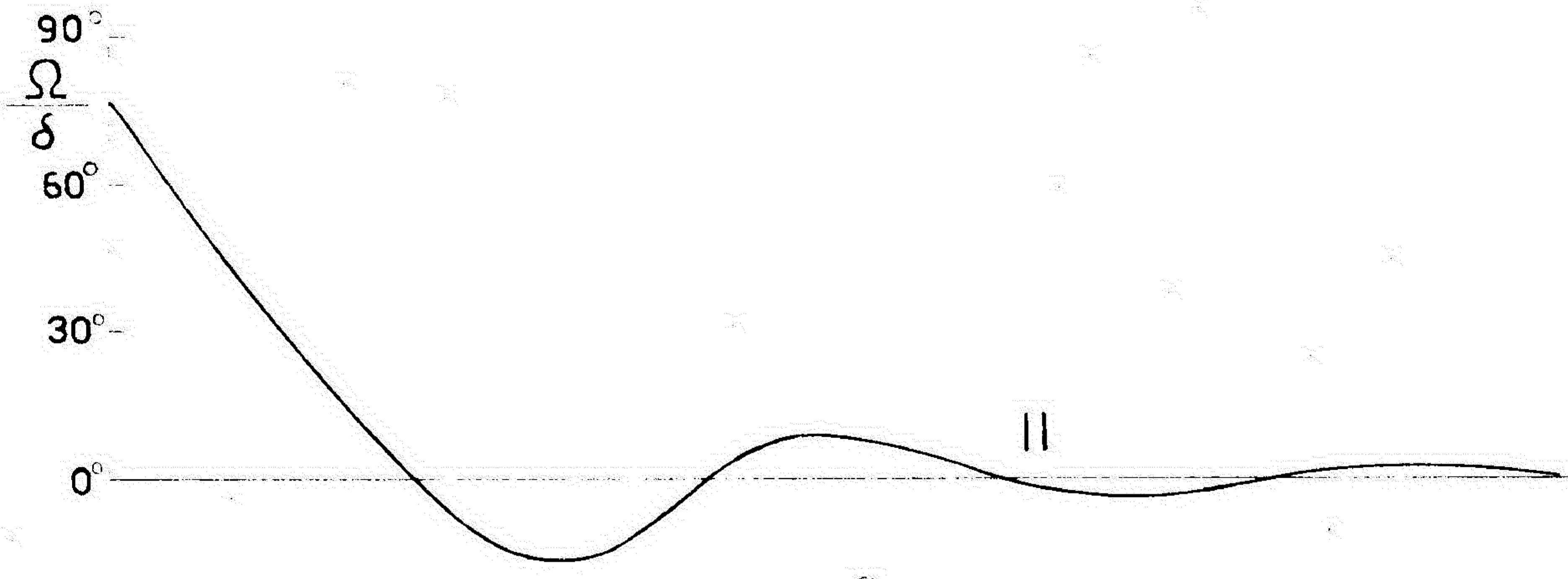
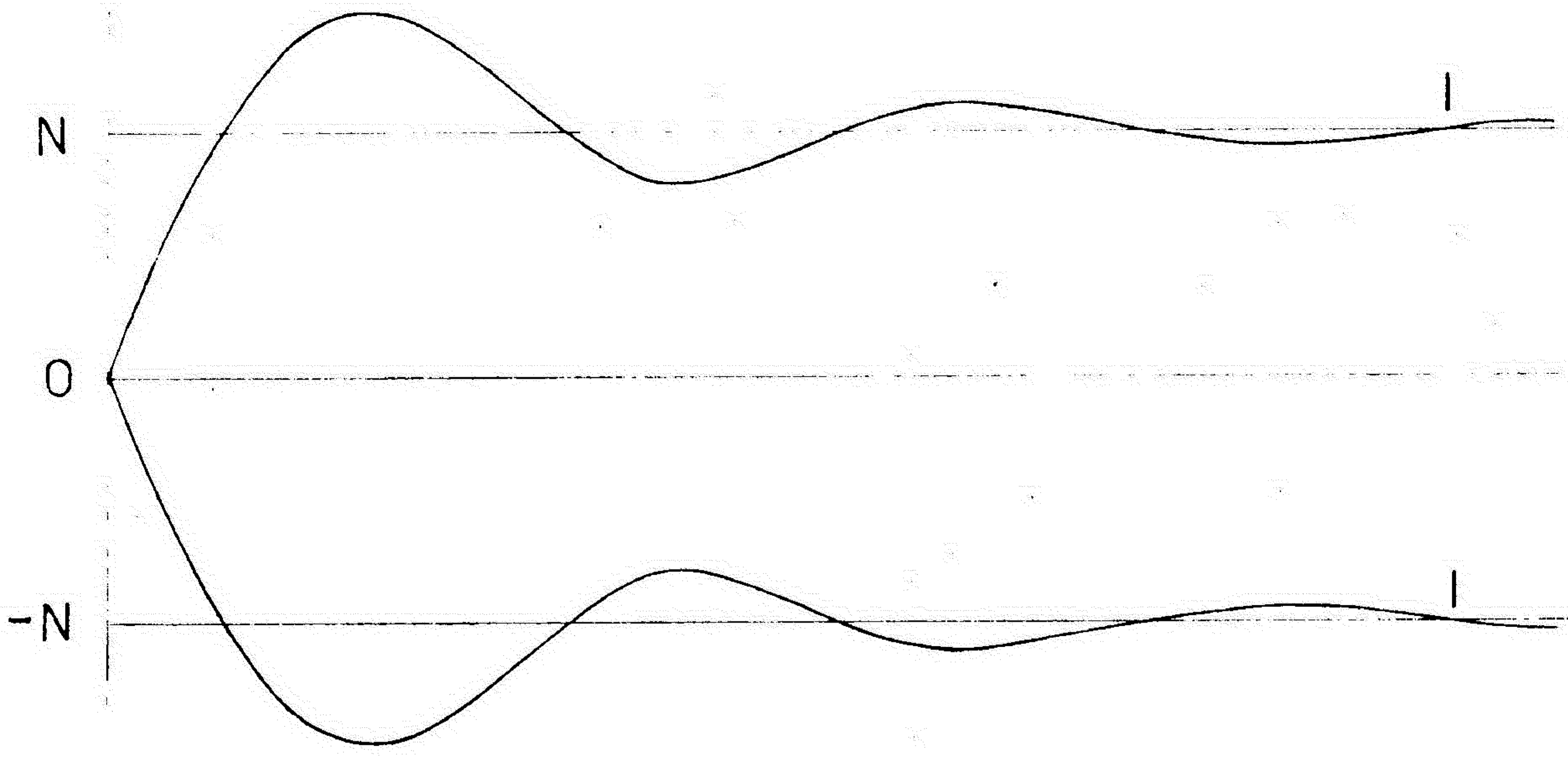
dok će za $t=\infty$ biti:

$$\operatorname{tg} \tau_1 = 0$$

Prema ovoj šemi, ugao τ može se izraziti u obliku:

$$\tau = \alpha + \tau_1 \quad /102/$$

Što je takođe analogno obrascu /35/. Iz jedn. /102/ vidimo da je od funkcije τ /jedn.99/ dovoljno ispitati samo promenljivi deo τ_1 . Za taj promenljivi deo, prema



(11.38)

Handwritten notes in a foreign script, possibly Russian, located below the graphs.

15021

$$\frac{\partial \Omega \delta}{\partial t} = \dots$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} = \dots$$

$$\Omega = \dots$$

Additional handwritten notes and calculations in a foreign script, including the word 'пол' (part) and 'в' (in).

Na slici /38/ prikazane su funkcije \mathcal{N}_P iz /86/ pomoću 84/ i $\sqrt{1}$ iz jedn./103/uzimajući $\delta = 0.134$ i $\alpha = \frac{9}{6}$. Karakteristično je da amplituda prinudnih oscilacija u početku procesa nastajanja može biti i veća od one koju one imaju na kraju tog procesa kada dobijaju definitivnu, konstantnu vrednost \mathcal{N} /jedn.101/ ili što je isto A_{22} /jedn.22/.

U eksperimentu 12 izvršeno je ispitivanje procesa nastajanja oscilacija. Tu se polazi od prostih prinudnih oscilacija pod uticajem samo jednog aktivnog klatna i to R 507, pa se ispituje postanak još i drugih prinudnih oscilacija, koje nastaju kad se pusti još jedno klatno u rad, u našem slučaju R 351, a koje se unapred zna da je glavni oscilator. Dakle polazi se od zakona kretanja:

$$x = 6''6 \cos(\omega_2 t - 17^\circ)$$

koje zaustavljeni R 526 izvodi pod uticajem samo R 507, pa se ispituje proces koji, posle dovoljno dugog vremena, dovodi do kretanja izraženog u obliku:

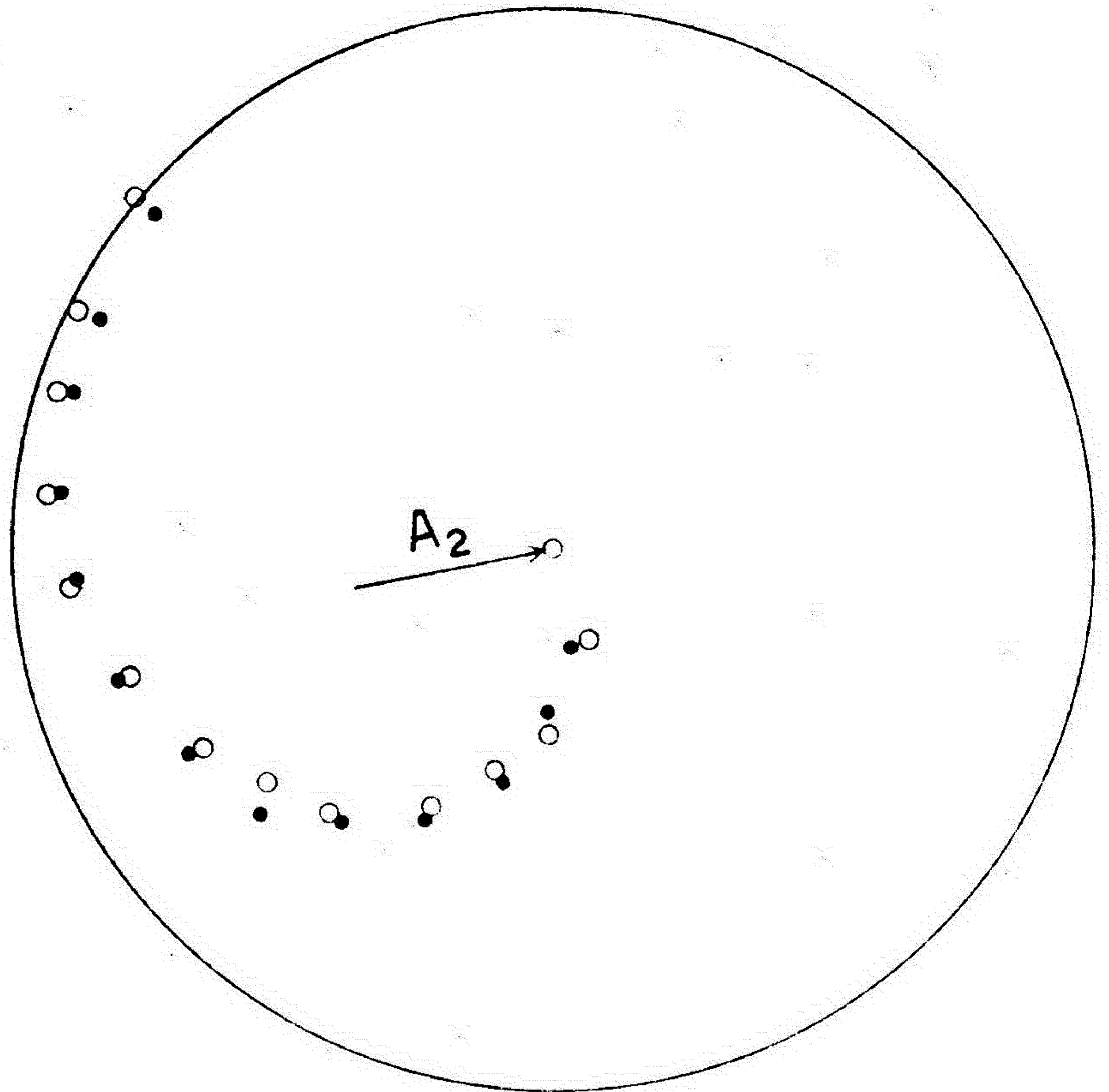
$$x = 6''6 \cos(\omega_2 t - 17^\circ) + 15''7 \cos(\omega_1 t - 34^\circ)$$

ispituje se način postanka druge komponente u /91/.

Dok je u prethodnom eksperimentu vektor A_1 tj. amplituda prinudnih oscilacija R 526 pod uticajem aktivnog R 351, sa opisivanja kruga poluprečnika 1577 prešao po zaustavljanju R 351, na opisivanje spirale, da bi njoj najzad iščezao, sada prati duž kakve će krive on ponovo narasti do svoje pune vrednosti 1577 kad se R 351 ponovo aktivira.

Ako prema podacima iz eksperimenta 12, prikazanim na sl.28 konstruišemo tačke kroz koje se kretao vrh vektora A_1 , koji je u stalnom porastu, dobijamo krivu koja je na sl. 39 obeležena crvenim tačkama. I ta je kriva spiralnog oblika, kako

Diagram illustrating the arrangement of points within a circle.

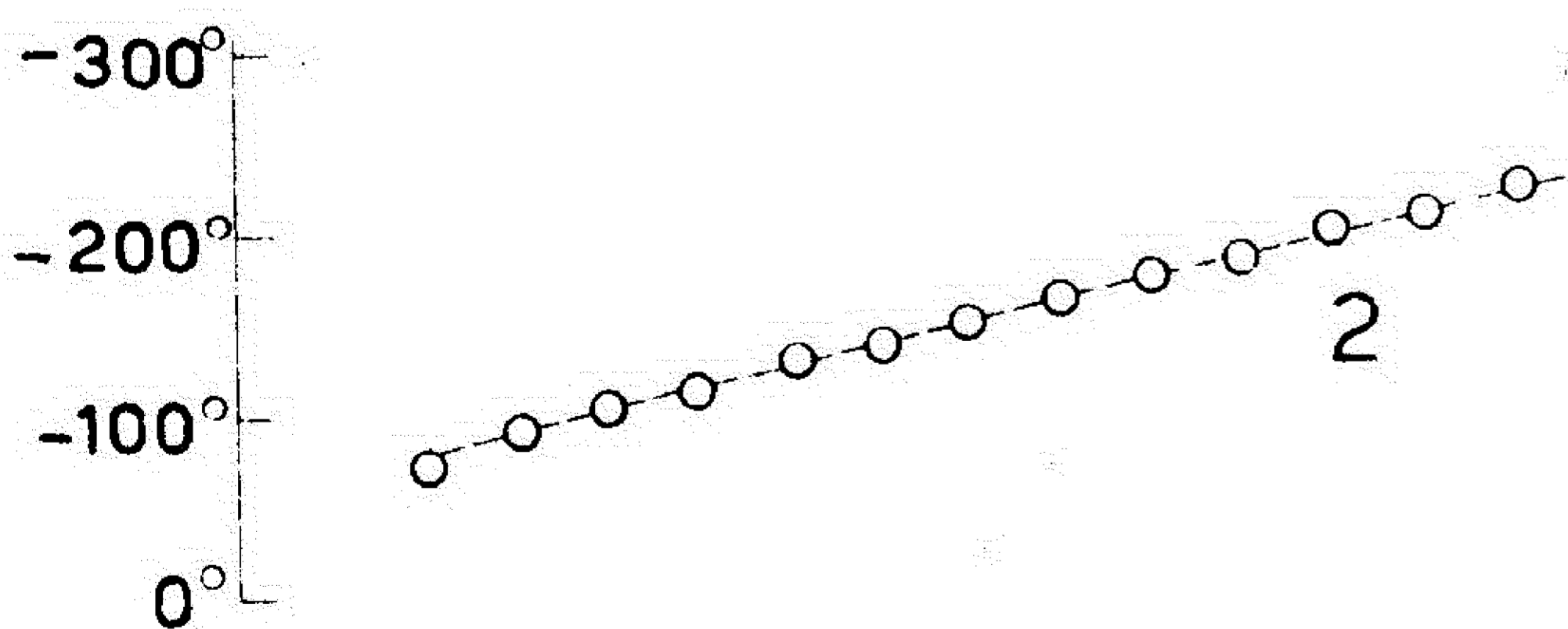
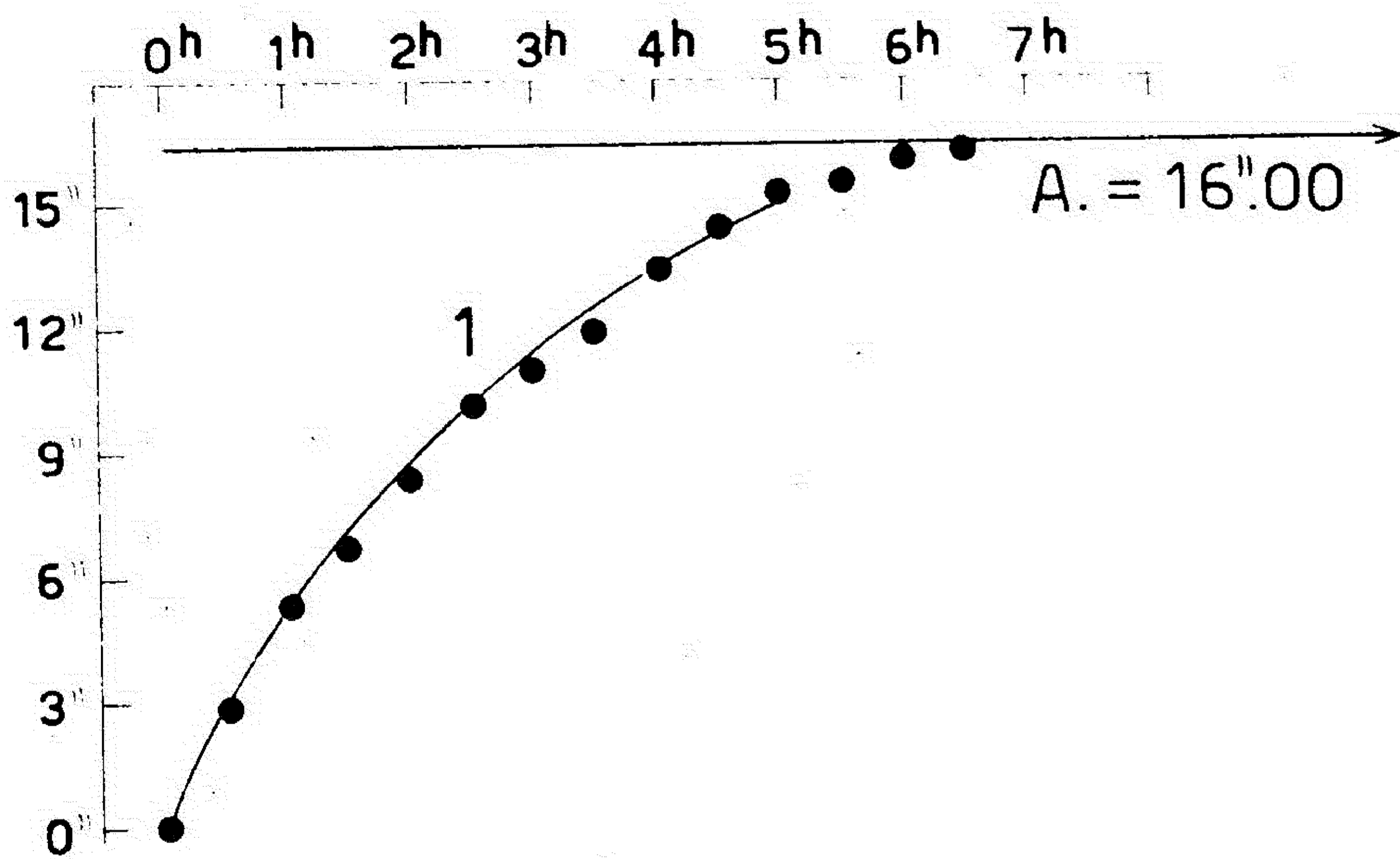


(Fig. 39)

sa slike vidi, samo za razliku od eksperimenta 9, gde je
irala u zavijanju u odnosu na centar kruga ovde je ona u
vijanju.

Ako sada na osnovu /100/ i /103/ konstruišemo krivu ηp
~~100/103/~~, uzimajući za jedinicu svezdanu sekundu a za δ
egovu vrednost /92/, dobija se kriva takodje spiralnog obli-
koja je na slici 39 obeležena crnim tačkama.

Na slici 40 prikazani su u pravouglim koordinatama tokovi
plitude /kriva 1/ i faze /prava 2/ oscilacija R 526 u naste-
nju, prema istim podacima koji su služili za konstruisanje
like 39.



G. 40

5. slučaj

Spr gnute oscilacije

Neka se na istom postolju nalaze dva klatna, klatno 1 i klatno 2, na međusobnom rastojanju d . Pod pretpostavkom da je oslonna tačka oba klatna potpuno nepokretna te da nema nikakvog poremećajnog dejstva i još uz uslov, koji astronom-ska klatna ispunjavaju, da su im amplitude male, njihove di-ferencijalne jednačine bi, prema /2/ bile:

$$l_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} = -g x_1$$

$$l_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} = -g x_2$$

/104/

Međutim apsolutno nepokretnih postolja nema, pa će na pr. klatno 1, silom izraženom jedn. /12/, izazivati ubrzanje svoje oslone tačke po zakonu /13/. Ako bismo pretpostavili da se usled elastičnosti postolja, ubrzanje /13/ prenosi trenutno na oslonu tačku klatna 2, ali oslabljeno, u zavisnosti od daljine l_2 i od elastičnih osobina samog materijala od koga je postolje, onda bi se to poremećajno ubrzanje oslone tačke klatna 2, usled dejstva klatna 1, moglo izraziti jednačinom /15/, u koju treba staviti $\beta=0$, dakle u obliku:

$$\xi_2 = \xi_{II} \cos \omega_1 t$$

/105/

pri čemu relacije /16/ i /17/ ostaju u važnosti.

Međutim i klatno 2 sa svoje strane vrši analogan uticaj na oslonu tačku klatna 1, pa ćemo imati:

$$\xi_1 = \xi_{II} \cos \omega_2 t$$

/106/

Ako u /105/ umesto ξ_{II} stavimo njegovu vrednost /16/ piće:

$$\xi_2 = \epsilon_2 m_1 g A_1 \cos \omega_1 t$$

/107/

ili zbog /5/:

$$\xi_2 = \varepsilon_2 m_1 g x_1 \quad /108/$$

Analogno tome bilo bi:

$$\xi_1 = \varepsilon_1 m_2 g x_2 \quad /109/$$

Ubrzanje /108/ i /109/ moraju se dodati ubrzanjima /104/ i /105/ vodeći računa da su to prenosna ubrzanja, pa će biti:

$$l_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} + g x_1 + \varepsilon_1 m_2 g x_2 = 0 \quad /110/$$

$$l_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} + g x_2 + \varepsilon_2 m_1 g x_1 = 0$$

Stavimo još $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ jer moramo pretpostaviti da su oba koeficijenta slabljenja jednaka, a pošto još imamo $m_1 = m_2$ jer oba klatna imaju istu težinu, pa ćemo dobiti:

$$\varepsilon_1 m_2 = \varepsilon_2 m_1 = \varepsilon \quad /111/$$

stavljajući:

$$\frac{g}{l_1} = \omega_1^2$$

$$\frac{g}{l_2} = \omega_2^2$$

Jednačine /110/ postaju:

$$\frac{d^2 x_1}{dt^2} + \omega_1^2 x_1 + \varepsilon \omega_1^2 x_2 = 0$$

$$\frac{d^2 x_2}{dt^2} + \omega_2^2 x_2 + \varepsilon \omega_2^2 x_1 = 0$$

/112/

Rešavanjem prve od ovih jednačina po x_2 dobijamo:

$$x_2 = -\frac{1}{\varepsilon \omega_1^2} \frac{d^2 x_1}{dt^2} - \frac{x_1}{\varepsilon}$$

/113/

Odatle je:

$$\frac{d^2 x_2}{dt^2} = -\frac{1}{\varepsilon \omega_1^2} \frac{d^4 x_1}{dt^4} - \frac{1}{\varepsilon} \frac{d^2 x_1}{dt^2} \quad /114/$$

Unošenjem /114/ u drugu od jednačina /112/ dobijamo:

$$\frac{d^4 x_1}{dt^4} + (\omega_1^2 + \omega_2^2) \frac{d^2 x_1}{dt^2} + \omega_1^2 \omega_2^2 (1 - \varepsilon) x_1 = 0 \quad /115/$$

Analognim postupkom dobijamo još:

$$\frac{d^4 x_2}{dt^4} + (\omega_1^2 + \omega_2^2) \frac{d^2 x_2}{dt^2} + \omega_1^2 \omega_2^2 (1 - \varepsilon) x_2 = 0 \quad /116/$$

Rešenja diferencijalnih jednačina /115/ i /116/ su:

$$\begin{aligned} x_1 &= A_1 \cos(\omega' t + \varphi) + B_1 \cos(\omega'' t + \psi) \\ x_2 &= A_2 \cos(\omega'' t + \psi) + B_2 \cos(\omega' t + \varphi) \end{aligned} \quad /117/$$

gde je:

$$\omega' = + \sqrt{\frac{\omega_1^2 + \omega_2^2 + \sqrt{(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + 4\omega_1^2 \omega_2^2 \varepsilon^2}}{2}}$$

$$\omega'' = + \sqrt{\frac{\omega_1^2 + \omega_2^2 - \sqrt{(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + 4\omega_1^2 \omega_2^2 \varepsilon^2}}{2}} \quad /118/$$

Kako je ε uvek vrlo blisko nuli, to ćemo prema /118/ imati:

$$\omega' \approx \omega_1$$

$$\omega'' \approx \omega_2$$

/119/

Zaključak je da za slučaj kad se dva klatna nalaze na istom stubu i utiču jedno na drugo time što, prema /108/ i /109/ uzajamno pomeraju svoje oslone tačke, oba klatna izvode više svoje slobodne oscilacije, nego imamo zbir oscilacija od dve komponente. Prva komponenta, amplitude A ima skoro istu kružnu frekvenciju kao i slobodne oscilacije klatna. Druga komponenta B ima kružnu frekvenciju oscilacije A onog drugog

klatna. Komponenta A je ustvari unekoliko izmenjena slobodna oscilacija klatna a komponenta B je prinudna oscilacija izazvana uticajem drugog klatna.

Zamenom prve od jednačina /117/ u jednačini /113/ imaćemo:

$$\frac{A_1 \omega_1^2}{\epsilon \omega_1^2} \cos(\omega_1 t + \varphi) + \frac{B_1 \omega_1^2}{\epsilon \omega_1^2} \cos(\omega_1 t + \varphi) - \frac{A_1}{\epsilon} \cos(\omega_1 t + \varphi) - \frac{B_1}{\epsilon} \cos(\omega_1 t + \varphi) = \\ = A_2 \cos(\omega_2 t + \psi) + B_2 \cos(\omega_2 t + \psi)$$

Odatde je:

$$\frac{A_1 \omega_1^2}{\epsilon \omega_1^2} - \frac{A_1}{\epsilon} - B_2 = 0 \\ \frac{B_1 \omega_1^2}{\epsilon \omega_1^2} - \frac{B_1}{\epsilon} - A_2 = 0 \quad /120/$$

Iz /120/ nalazimo za B_1 .

$$B_1 = A_2 \frac{\epsilon \omega_1^2}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \quad /121/$$

Analognim postupkom bismo našli:

$$B_2 = A_1 \frac{\epsilon \omega_2^2}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \quad /122/$$

Rečeno je već da je ϵ vrlo blisko nuli. Ako potkorene veličine iz /118/ razvijemo u red i zanemarimo veće stepene od drugog za ϵ imali bismo:

$$\omega'^2 = \omega_1 \left[1 + \frac{\omega_2^2 \epsilon^2}{2(\omega_1^2 - \omega_2^2)} \right] \quad /123/$$

$$\omega''^2 = \omega_2 \left[1 - \frac{\omega_1^2 \epsilon^2}{2(\omega_1^2 - \omega_2^2)} \right] \quad /124/$$

Ako je $\omega_1 > \omega_2$ biće, prema /121/ i /122/

$$B_1 < 0$$

$$B_2 > 0$$

Ako je pak $\omega_2 < \omega_1$ biće:
 $B_1 > 0$
 $B_2 < 0$

Uzmimo da je: $B_1 > 0$ a $B_2 < 0$. U trenutku kad obe oscilacije A budu u istoj fazi razlika u fazi oscilacija B iznosi 180° . Tada će oscilacije x_1 , kao zbir od dve oscilacije u istoj fazi, imati maksimum, dok će oscilacije x_2 imati minimum, jer su njene komponente u suprotnim fazama. I obrnuto, kad oscilacije x_1 imaju minimum, oscilacije x_2 imaju maksimum. To su sve karakteristike spregnutih oscilacija.

Sve napred rečeno važi za slučaj da se ubrzanja /108/ i /109/ prenose trenutno. Međutim u eksperimentima koji su ovde opisani efekti spregnutosti javljaju se sa velikim zakašnjenjem u fazi.

Ako sa krivih I i II na slici 22 i krivih I i II na slici 23 izdvojimo njihove periodične varijacije i pretstavimo ih jednom srednjom varijacijom u funkciji faze razlike ispitivanih klatna, dobićemo sistem/a/ i sistem b krivih x_1 i x_2 na slici 41. Očigledno se radi o spregnutim oscilacijama, jer maksimumu amplitude jednog klatna odgovara minimum i obrnuto kako to pr. dviđaju jedn./167/.

Međutim sa slike 41 vidimo da maksimumi i minimumi ne odgovaraju fazonoj razlici 0° ili 180° nego su pomereni i to kod sistema /a/ za približno 165° a kod sistema b za približno 150° .

Sistemu /a/ na slici 41 odgovarao bi ovaj sistem jednačina:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega' t + \varphi) + B_1 \cos(\omega'' t + \varphi + 165^\circ)$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega'' t + \varphi) + B_2 \cos(\omega' t + \varphi - 165^\circ) \quad /115/$$

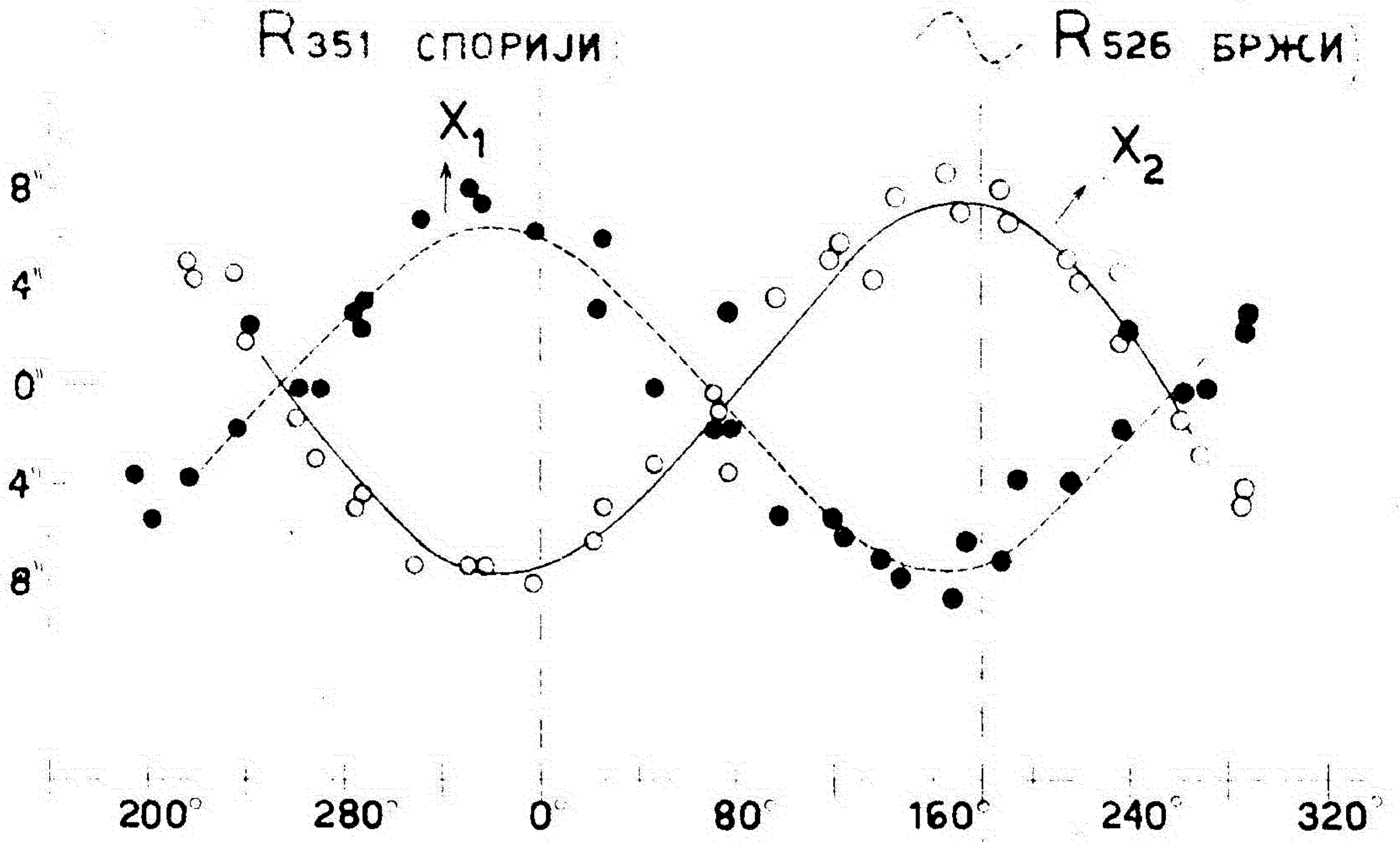
dakle oscilacije B pomereni su po fazi za 165° .

Kao da oscilacije klatna R 526 nisu spregnute direktno sa oscilacijama klatna R 351 nego sa oscilacijama jednog fiktivnog klatna čije oscilacije zakašnjavaju po fazi sa

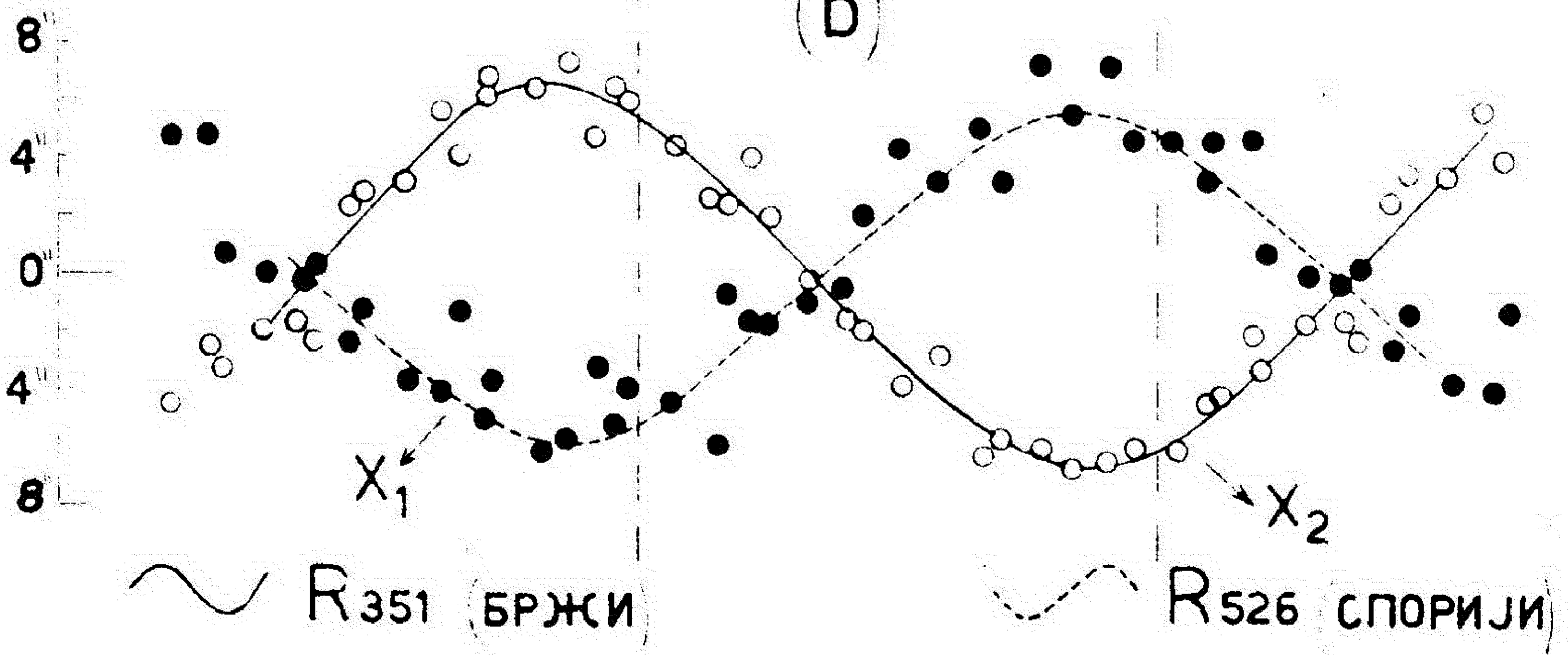
$\omega > \omega_0$
 $\omega < \omega_0$

$\omega > \omega_0$

(a)



(b)



$$(\omega_0 - \psi + \frac{1}{2}\omega) \cos \psi + (\psi + \frac{1}{2}\omega) \cos \psi = \omega$$

Ст. 41

oscilacijama R 351, ali se ubrzanje koje to fiktivno klatno izaziva, prema /108/, prenosi trenutno na oslonu tačku R 526.

Obrnuto, oscilacije koje izvodi R 351, kao da nisu direktno spregnute sa oscilacijama klatna R 526, nego sa oscilacijama nekog fiktivnog klatna koje ima sve osobine klatna R 526, samo prednjači po fazi za 165° ali se zato njegovo ubrzanje prenosi trenutno na oslonu tačku klatna R 351.

Sve se odigrava kao da dif. jedn. /112/ za prvo klatno ima oblik:

$$\frac{d^2 x_1}{dt^2} + \omega_1^2 x_1 + \epsilon \omega_1^2 \bar{x}_2 = 0$$

$$\frac{d^2 \bar{x}_2}{dt^2} + \omega_2^2 \bar{x}_2 + \epsilon \omega_1^2 x_1 = 0$$

/126/

gde \bar{x}_2 označava kretanje fiktivnog klatna, koje u odnosu na stvarno klatno R 351 prednjači po fazi za 165° . Integrali jednačine /126/ imaju oblik:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi) + B_1 \cos(\omega_1 t + \varphi + 165^\circ)$$

$$\bar{x}_2 = A_2 \cos(\omega_2 t + \psi + 165^\circ) + B_2 \cos(\omega_2 t + \psi)$$

/127/

po analogiji sa jedn. /112/ i /117/.

Isto tako bi diferencijalna jedn. kretanje drugog klatna R 351 imala oblik:

$$\frac{d^2 x_2}{dt^2} + \omega_2^2 x_2 + \epsilon \omega_2^2 \bar{x}_1 = 0$$

$$\frac{d^2 \bar{x}_1}{dt^2} + \omega_1^2 \bar{x}_1 + \epsilon \omega_2^2 x_2 = 0$$

/128/

gde \bar{x}_1 označava kretanje fiktivnog klatna, koje za stvarnim klatnom R 526 kasni po fazi za 165° . Integrali jednačina /128/ bili bi:

$$x_2 = A_2 \cos(\omega_2 t + \psi) + B_2 \cos(\omega_2 t + \psi - 165^\circ)$$

$$\bar{x}_1 = A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi - 165^\circ) + B_1 \cos(\omega_1 t + \varphi)$$

/129/

Ako iz /127/ i /129/ uzmemo samo jednačine kretanja stvarnih klatna R 526 i R 351, dobićemo sistem /125/.

Ako u /129/ smatramo da je:

$$\varphi = \psi = 0$$

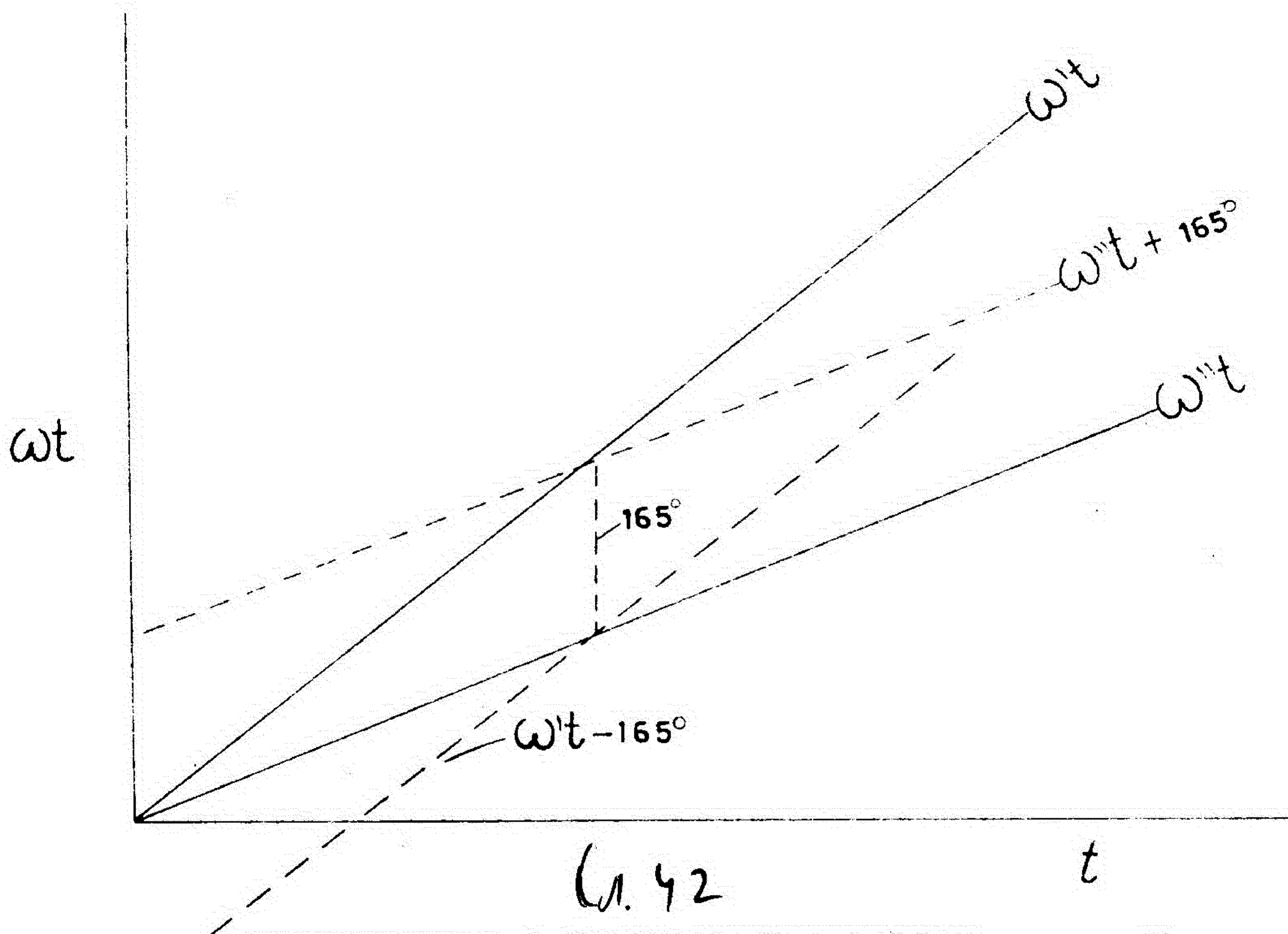
tj. vreme računamo od trenutka kad su obe oscilacije u istoj fazi i oba klatna u najvećoj elongaciji, imaćemo iz /129/:

$$x_1 = A_1 \cos \omega' t + B_1 \cos(\omega'' t + 165^\circ)$$

$$x_2 = A_2 \cos \omega'' t + B_2 \cos(\omega' t - 165^\circ)$$

/130/

Radi ilustracije odnosa između faza kod oscilacija /130/ možemo se poslužiti sledećom slikom. 42



Rečeno je da ćemo vreme računati od trenutka kad su oba klatna u istoj fazi. Za $t=0$ biće dakle:

$$\omega' t = \omega'' t = 0$$

a po isteku vremena t_t :

$$\omega' t_t - \omega'' t_t = 165^\circ$$

kako vidimo sa slike /41/, sistem /a/ oscilacija x_2 dostiže sa t_t maksimum. jer se tada faza $\omega' t_t$ oscilacija A_1 i faza oscilacija B_1 poklapaju. U istom trenutku oscilacija x_2 je u minimumu, jer je B_2 suprotna znaka od B_1 .

U /130/ imamo zbir dve oscilacije. Treba dakle primeniti jedn. /32/ za amplitudu zbira a jedn. /36/ i /36/ za fazu rezultujuće oscilacije.

Za amplitudu zbira bismo dakle imali:

$$Q_1 = \sqrt{A_1^2 + B_1^2 + 2A_1B_1 \cos(\varrho t - 165^\circ)} \quad /131/$$

gde je:

$$\varrho = \omega' - \omega''$$

Kako je amplituda A_1 reda jednog stepena / = 3600"/ a amplituda B_1 prema sl. /41/ reda 7" to obrazac /131/ možemo napisati u obliku:

$$Q_1 = \sqrt{A_1^2 + 2A_1B_1 \cos(\varrho t - 165^\circ)} \quad /132/$$

Razvijanjem podkorene veličine u red i zanemarujući stepene od B_1 imamo:

$$Q_1 = A_1 + B_1 \cos(\varrho t - 165^\circ)$$

Na isti način za amplitudu drugog klatna, čije je kretanje pretstavljeno drugom od jednačina /130/ imamo:

$$Q_2 = A_2 + B_2 \cos(\varrho t - 165^\circ)$$

pri čemu treba imati na umu da su B_1 i B_2 uvek suprotna zraka. Dakle amplitude x_1 i x_2 menjaju se po zakonu sinusa u šta se uveravamo i sa slike /41/.

Na osnovu jedn. /41/ u koju treba staviti $B_1^2 = A_2^2 = 0$ nalazimo:

$$\operatorname{tg} \varphi_{\max} = \frac{B_1}{A_1}$$

Uzimajući da je:

$$B_1 = 7''$$

$$A_1 = 3600''$$

/133/

nalazimo:

$$\gamma_{1, \max} = 0^{\circ}.1$$

što znači da oscilacije B_1 praktično ne menjaju fazu oscilacija A_1 .

Ako u eksperimentu 15 uglovnu brzinu sporijeg klatna R 351 obeležimo sa ω_2 a bržeg R 526 sa ω_1 , pa prvu uglovnu brzinu uzmemo za jedinicu, tj.:

$$\omega_2 = 1$$

tada na osnovu merenja nalazimo:

$$\omega_1 = 1.000\ 031$$

Ako sada u obrascu /121/ smatramo da je $\omega'' = \omega_2$, s obzirom na /124/ i koristeći vrednosti date u /133/ nalazimo:

$$\xi = 0.000\ 000\ 12 = 10^{-7} \times 1.2 \quad /134/$$

Zamenjujući /134/ i /108/ i stavljjujući mesto x_1 prvi član na desnoj strani /130/, uzimajući da je:

$$A_1 = 0.017 \quad (= 10)$$

$$\omega' = \varphi$$

dobijamo za pomeranje y oslone tačke:

$$y = 2 \times 10^{-7} \text{ mm}$$

Ljubiša A. Mitić

Ljubiša A. Mitić
asistent Astronom, opservatorije

LITERATURA

Navedena je samo ona literatura koja je efektivno korišćena.

Bilinović A.

Racionalna mehanika
Mehanika tačke,
Beograd 1950

Kalahne A.

Grundzüge der mathematisch-
physikalischen Akustik,
Leipzig-Berlin, 1910

Mihailov A.

Kurs garvimetrii
Moskva 1939

Pašković D.

Teorija oscilacija
Beograd, 1957