СРПСКА КРАЉЕВСКА АКАДЕМИЈА

ГЛАС CLXV

ПРВИ РАЗРЕД

81

А. МАТЕМАТИЧКЕ НАУКЕ

В. В. МИШКОВИЋ

О употреби епохе опозиције у критеријуму за индентификовање непознатих планетоида

БЕОГРАД, 1935

О УПОТРЕБИ ЕПОХЕ ОПОЗИЦИЈЕ У КРИТЕРИЈУМУ ЗА ИДЕНТИФИКОВАЊЕ НЕПОЗНАТИХ ПЛАНЕТОИДА

Од

В. В. МИШКОВИЋА

О УПОТРЕБИ ЕПОХЕ ОПОЗИЦИЈЕ У КРИТЕРИЈУМУ ЗА ИДЕНТИФИКОВАЊЕ НЕПОЗНАТИХ ПЛАНЕТОИДА

Од

В. В. МИШКОВИЋА

(Примљено на скупу Академије природних наука од 8-IV-1935 год.)

УВОД

Док се проблем идентификације нових комета са познатима може сматрати као последица околности у којима се оне проналазе и општих услова под којима се њихово кретање одређује, код планетоида потиче тај проблем из посве других чињеница. Код комета претставља прву тешкоћу, готово редовно, недовољан број посматрања: каткад због њихова неповољна положаја према Земљи, чешће због слаба привидна сјаја ових тела. Осим тога, сама посматрања не претстављају довољно хомоген материјал за рачунску обраду, махом стога што при мерењима њихова положаја не одређују сви посматрачи координате исте тачке комете. Због тога израчунате путање комета постају већ после кратког времена несигурне и нетачне. Ако се узме у обзир још и облик кометских путања, тј. чињеница да оне пробављају знатно дуже ван домашаја посматрања, и дејство за то време великих планета на њихово кретање, постаје јасно да се са сваком новом појавом комете мора појавити и проблем њене евентуалне идентификације са неком од већ познатих.

Код планетоида не може бити говора, не бар у тој мери, ни о нехомогености података прикупљених из посматрања, нити о њихову дужем бављењу ван домашаја посматрања. Њихове синодичке револуције крећу се (сем неколико изузетака) између 420 и 600 дана. Значи да ни дејство великих планета на елементе путање не остаје дуго неприступачно рачунској евиденцији. Но и поред ових релативно повољних услова, проблем идентификације планетоида не само да постоји, но заузима данас и доста видно место како у опсервативној, тако и у рачунској области позиционе астрономије.

Узроци овом стању могу се свести углавном на три. Први је у наглом и великом успеху примене фотографије у посматрању и трагању за новим планетоидима. Други је узрок у несразмерној подели сарадника на посматрачком, с једне, и рачунском раду, с друге стране. Трећи узрок, не мање важни, треба тражити у томе што, док је посматрачка техника учинила један велики корак напред, дотле се у рачунском апарату, и онако већ замашном и тромом, није готово ни кренуло напред. И док је први планетоид, који је пронађен фотографским путем, затекао однос посматраних непознатих према познатима 12: 323, данас имамо на 1301 нумерисаних око 2700 посматраних непознатих објеката, и јаку тенденцију ка погоршавању овог стања.

За излаз из овог стања требало би две ствари спровести. Прво, посматрачи би требало да дају безусловно и редовно, бар за прва два посматрања пронађених објеката, поред положаја (α, δ), и привидну величину (m) и њихово приближно дневно кретање ($d\alpha$, $d\delta$), — што је за фотографску методу могуће без нарочитог губљења времена. Овим би се омогућило не само израчунавање првих кружних елемената, — што би знатно олакшало њихово идентификовање, — него и израчунавање приближне ефемериде, која би помогла да се објект још у првој опозицији што дуже посматра. Уз то би се овом изменом у досадашњем начину рада избегло у будуће повећање броја планетоида са једним јединим положајем, са којима се данашњим рачунским апаратом не може ништа предузети.

Друго, потребно би било да се једновремено са већ накупљеним подацима посматраних, неидентификованих, планетоида предузме систематски рад на њиховој идентификацији. Нешто слично томе предузето је од пре годину и нешто више у Јапану, на универзитетској опсерваторији Токио-

Азабу. Но ако се расмотри начин на који се то врши, примењује се по објављеним резултатима, да се јапански астрономи не служе при томе неким нарочитим рачунским апаратом, подешеним специјално за ту сврху. Њихова метода рада се своди на израчунавање кружних елемената за сваки идентификовани планетоид, *за који постоје бар два посматрања.* Затим, по сличности добивених елемената, а у првом реду елемената равни путање (Ω, i), одлучује се са којим ће се од познатих планетоида покушати идентификација.

Очигледно је међутим да, поред тога што овај пут не води увек сигурно решењу проблема [1]), и по завршетку оваквог рада — ако се уопште може он завршити — остаје још увек врло велики број (за сада преко 1200) планетоида, о којима постоји свега једно посматрање, — на које се тај поступак не може применити. А кад се узму у обзир годишњи прираштаји бројева неидентификованих и непознатих планетоида, види се јасно да ће се ускоро и посматрачки и рачунски рад на планетоидима наћи пред непребродивим тешкоћама.

---

[1]) F. Tisserand, Bull. astr. t. 12, p. 53.

О ПОЗНАТИМ КРИТЕРИУМИМА ИДЕНТИТЕТА

Проблем идентификовања специјално планетоида није новог датума. Давно пре његове актуелности био је он већ предмет и чисто теоријских расматрања, и мање или више успелих покушаја у вези са појединим конкретним случајевима. Но и поред тих решења, број неидентификованих планетоида је стално растао из године у годину. Објашњење треба тражити у томе, што се обично у самом постављању проблема није у довољној мери водило рачуна о стварним условима, под којима се проблем у опсервативној астрономији поставља: о подацима које посматрања стварно пружају.

Од поменутих решења несумњиво највећу пажњу заслужује критериум Lagrange—Cauchy—Picart-ов [2]), који би се могао овако формулисати:

Да положај (λ, β) посматраног планетоида, чији су и први изводи (λ', β') познати, припада неком познатом планетоиду, чији су елементи равни (Ω, i) и параметар p, — потребан је и довољан услов да буде:

$$[\cos\beta \sin(\Omega-\lambda)+\operatorname{ctg} i \sin\beta]\left[\sin i \cos\beta \sin(\Omega-\lambda)+\right.$$

$$\left.+\left(\cos i-\sqrt{\frac{P}{p}}\right)\sin\beta\right]$$

$$+\frac{R^2}{k\sqrt{p}}[\lambda' \sin\beta \cos\beta \cos(\lambda-L)-\beta' \sin(\lambda-L)] \sin(\Omega-L)=0,$$

где су R, P, L и k радије вектор, параметар и лонгитуда Земље, односно константа атракције.

---

[2]) Cauchy, Oeuvres I série, t. X, p. 424, 469, 474.

По подацима који се траже у њему, овај би критериум био најближи од свих ономе минимуму који би се од посматрања могао очекивати. Али је, прво, сам израз доста компликован. А, друго, није тешко видети да критериум губи вредност за $i=0$; даље, за планетоиде са малим нагибом, који за собом повлачи мале вредности β, односно $\sin\beta$ и β', може да се деси да критериум такође откаже; исто важи и за случајеве кад се L мало разликује од Ω; што се тиче параметра p, он код планетоида не би могао сметати важности критериума.

Са практичног гледишта, критериум не може користити зато што, како за посматраче, тако и за калкулаторе, проблем је баш у томе да се нађе *коме* би од познатих планетоида *могли* припадати посматрани подаци.

У раније објављеним радовима налазимо методу L. Fabry-а [3]) основану на вредностима и варијацијама екстраполованих еклиптичних даљина. Она претпоставља да постоји израчуната ефемерида, на основи које се врши избор могућих идентитета. Употребљивост ове методе, међутим, знатно је ограничена тиме, што се данас не дају више дуге опозиционе ефемериде, тако да избор могућих идентитета није увек лак и поуздан.

Општији карактер има критериум за идентификацију Asplind-Jekhowsky-ев [4]). Али осим тога што је он са гледишта нумеричких рачуна доста компликован, мора се у његовој примени водити још и о томе рачуна колико је планета далеко од опозиције.

ПРОБЛЕМ ИДЕНТИФИКАЦИЈЕ У ОБРНУТОМ ОБЛИКУ

Показаћемо у овом раду да се може доћи до једноставног решења, ако се начин постављања проблема идентификације узме у обрнутом облику. Наиме, место да се тражи начин за идентификовање са неким од познатих планетоида једног непознатог, тј. недовољно посматраног планетоида, — да се што је могуће непосреднијим путем реши обрнути проблем: са познатим елементима неког планетоида P одредити податке, на основи којих ће се дати из скупа непознатих планетоида, прво, издвојити могући индентитети, па, затим, из ових одредити и сам идентитет.

[3]) L. Fabry, C. R. t. CLXXII, p. 27.

[4]) Asplind, Identitäten. Wiederauffindung und Bahn des Planeten 658 Asteria.

Jekhowsky, Réflexions sur la correction des éphémérides de petites planètes et sur les problèmes qui s'y rattachent. — Journ. des Obs. t. XIV, p. 13.

Узмимо, дакле, планетоид P са довољно тачно познатим елементима и претпоставимо да познајемо: или за извесне, еквидистантне, датуме $t_0, t_1, \dots, t_n$ одговарајуће његове хелиоцентричне лонгитуде дуж целе путање, или, за унапред одређене еквидистантне хелиоцентричне лонгитуде $l_0, l_1, \dots, l_n$ дуж целе путање, одговарајуће датуме $t_0, t_1, \dots, t_n$. Наглашавамо да се и у једном и у другом случају ради само о довољно приближним подацима. Узећемо овај други начин, као подеснији за наш случај, да смо одредили епохе $t_0, t_1, \dots, t_n$ којима одговарају еквидистантне хелиоцентричне лонгитуде планетоида P, рецимо, $l_0=0^0$, $l_1=10^0$, $l_2=20^0, \dots, l_{36}=360^0$, — које морају бити сведене на средњи еквинокциј једне исте епохе, рецимо епохе за коју је дат и систем елемената.

Да се ово постигне, поћи ћемо од израза

$$(1) \qquad \operatorname{tg}(v+\omega) = \operatorname{tg}(l-\Omega)\sec i,$$

где је познато ω, Ω и i; дајући хелиоцентричним лонгитудама l еквидистантне вредности $0^0, 10^0, 20^0, \dots, 180^0$, моћи ћемо извести одговарајуће вредности правих аномалија v дуж целе путање планетоида. Да бисмо одавде добили на што једноставнији начин одговарајуће датуме, користићемо се чињеницом да се овде траже само приближни подаци. И, место уобичајеног поступка који би захтевао за сваки планетоид много времена и рачунског рада, показаћемо како се може, на релативно једноставан начин и непосредно, обавити прелаз од v на M — средњу аномалију, — тј. на време.

Познато је из теорије планетског кретања да права аномалија зависи од величинâ M и e, $v=f(M, e)$. Према томе су промене праве аномалије одређене релацијом

$$(2) \qquad dv = \frac{\partial f}{\partial e}\,de + \frac{\partial f}{\partial M}\,dM = Q\,de + S\,dM,$$

где су вредности парцијалних извода

$$Q = \sin v\left(\frac{a}{r} + \sec^2\varphi\right), \quad S = \left(\frac{a}{r}\right)^2 \cos\varphi. \tag{3}$$

Из горњег израза имамо да је

$$dM = \left(\frac{r}{a}\right)^2 \sec\varphi\, dv - \left(\frac{r}{a}\right)^2\left(\frac{a}{r} + \sec^2\varphi\right), \tag{4}$$

где десну страну можемо и друкчије написати, ако приметимо да је:

$$\left(\frac{r}{a}\right) = \frac{1-e^2}{1+e\cos v} = \frac{1-e^2}{e\left(\frac{1}{e} + \cos v\right)} \quad \text{и} \quad \sec\varphi = (1-e^2)^{-\frac{1}{2}},$$

наиме

$$dM = \frac{(1-e^2)^{\frac{3}{2}}}{e^2\left(\frac{1}{e} + \cos v\right)^2} dv - \frac{(1-e^2)^{\frac{3}{2}} \sin v}{e\left(\frac{1}{e} + \cos v\right)} \left(\frac{2}{e} + \cos v\right) de.$$

Или, ако уведемо две константе за сваки планетоид,

$$H = \frac{1}{e} \quad \text{и} \quad G = \frac{(1-e^2)^{\frac{3}{2}}}{e^2},$$

добићемо:

$$dM = \frac{G}{(H+\cos v)^2}\left[dv - \frac{\sin v}{H}(2H + \cos v)\, de\right]. \tag{5}$$

Претпоставимо сад да су нам дате вредности средње аномалије M за сваких 10^0 степени праве аномалије од 0^0 до 180^0, и за све вредноси ексцентричности, рецимо, од $e = 0{,}01$ до $e = 0{,}50$ [5]), — што би за сада било довољно да буду обухваћени (осим четири) сви познати планетоиди. Израз (5) нам омогућује у том случају, да са познатим вредностима dv и de одредимо одговарајућу вредност dM, тј. средњу аномалију M, на релативно брз и једноставан начин.

[5]) M. F. Boquet, Tables du mouvement Képlérien — 1920.

Можемо, дакле, сматрати да смо добили за сваких 10^0 хелиоцентричне лонгитуде дуж целе путање одговарајуће вредности средњих аномалија: $\overline{M}_0, \overline{M}_1, \ldots, \overline{M}_{36}$. На основи ових података постаје и везивање хелиоцентричних лонгитуда за одговарајуће епохе $t^{(n)}$ једноставна ствар. Означимо са T_0 и M_0 епоху и средњу аномалију полазног система елемената планетоида P. Епохе $t_0^{(n)}$ хелиоцентричних лонгитуда $l_0^{(n)} = 0^0$, којима одговарају вредности средње аномалије $\overline{M}_0$, односно $\overline{M}_0 \pm 2k\pi$, биће — као што знамо —

$$t_0^{(n)} = T_0 + \frac{(\overline{M}_0 - M_0) \pm 2k\pi}{\mu},$$

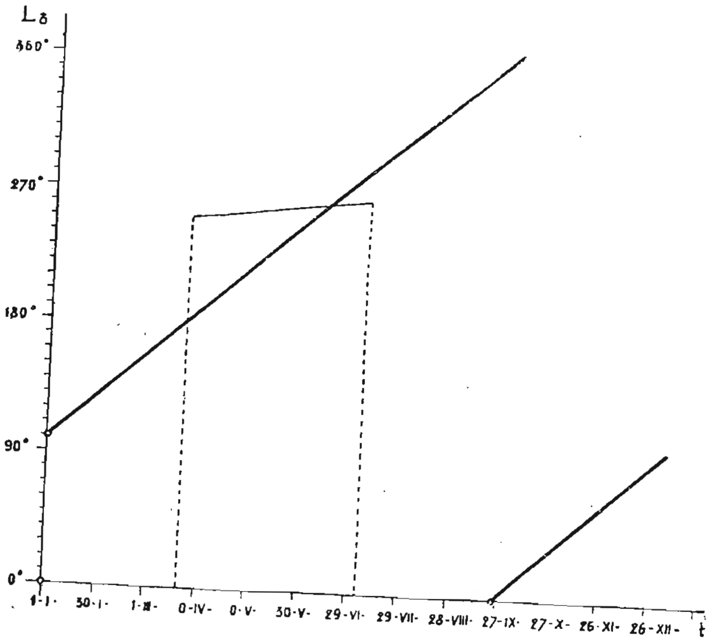
знак $\pm$ узеће се према томе, да ли се траже касније или раније епохе. У нашем случају ће се стално узимати знак $-$.

На сличан начин ће се добити и за све остале лонгитуде одговарајуће епохе $t_k^{(n)}$ — за једну целу сидеричну револуцију.

Са тим подацима се могу лако одредити епохе опозиција планетоида, тј. тренуци (или положаји) кад разлика геоцентричних лонгитудâ (сведених на исти еквинокциј) планетоида и Сунца бива једнака 180^0. Треба, наиме, израдити и за Сунце таблицу еквидистантних (такође по 10^0) вредности лонгитуда L (сведених на исти еквинокциј) и одговарајућих епоха у размаку $t_0 - t_{36}$. Одређивање тренутка опозиције своди се у том случају на интерполовање између двеју вредности епоха t_q и t_{q+1} планетоида, и епоха t_σ и $t_{\sigma+1}$ Сунца, за l_q и $l_q + 10^0$ односно L_σ и $L_\sigma + 10^0$, за које су разлике $(t_q - t_\sigma)$ и $(t_{q+1} - t_{\sigma+1})$ супротног знака.

Овај већ једноставни начин може се још више упростити и убрзати. Како су, наиме, у овом случају довољни и приближни подаци о опозицијама, на два до три дана тачности, а интервал крајњих епоха (1890—1936) које долазе у обзир не прелази 50 година, то смемо претпоставити да истом датуму у години одговара иста вредност Сунчеве лонгитуде. А да би отступање било што мање, можемо изабрати као основне вредности за $L_\odot$ Сунчеве лонгитуде за средњу (1915) епоху.

Претпоставимо да смо израдили и за Сунчеве лонгитуде (за 1915) таблицу са еквидистантним вредностима (од по 10°) лонгитуде L, као аргумента, и одговарајућим датумима у години, као функцијама. Са том таблицом можемо конструисати на милиметарској хартији график, на коме ће апсцисе одговарати времену (1mm = 1 дан), а ординате лонгитудама (1mm = 1°) Добићемо једну мало испупчену криву (в. сл. 1). Помоћу овог графика са подацима о хелиоцентричним



Сл. 1

лонгитудама планетоида и одговарајућим датумима, одређивање датума (и лонгитудâ) опозицијâ своди се на изналажење тачака пресека где се поклапају вредности датума и лонгитуда Сунца и планетоида. А поступак се састоји у томе, да се нађу оне две вредности лонгитуда планетоида, од којих већој лонгитуди одговара датум који пада с једне, а мањој датум који пада с друге стране Сунчеве криве. Спаја-

њем тих двеју тачака правом*) налази се тражена тачка пресека, тј. на апсциси датум опозиције, а на ординати вредност лонгитуде.

Ко би хтео већу тачност (ма да је она овде донекле илузорна) могао би то постићи упоређујући нађену лонгитуду и датум са тачним вредностима тих величина, које су дате у астрономским ефемеридама о Сунцу, а помоћу ових извршити поправку решења.

Овај се поступак има поновити онолико пута, тј. цртањем ће се дотле одређивати датум опозиција, док се не дође до краја једне периоде квази-идентичних опозиција [6]). За даље опозиције даје график непосредно, без икакве интерполације, поправку следећих датума опозиција.

Овим би био завршен први део рада: одређивање епоха у које је планетоид P могао бити посматран.

О ИЗБОРУ МОГУЋИХ ИДЕНТИТЕТА

Према подацима којима располажемо о непознатом планетоиду треба разликовати два случају:

1° ако је уз остале потребне податке (датум, час и место посматрања, положај, привидна величина) дато и дневно кретање ($d\alpha$, $d\delta$) планетоида;

2° ако је посматрање дало само положај планетоида, без његова дневног кретања.

У овом раду ћемо показати да се у првом случају на постављено питање може увек одговорити било позитивно, било негативно.

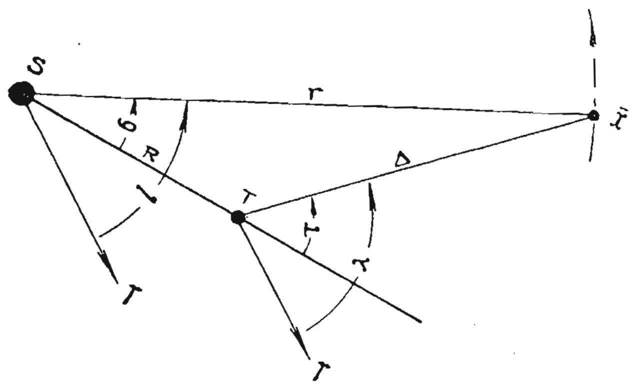
Узмимо да смо за планетоид P одредили датуме сукцесивних опозиција било интерполацијом из таблице, било графичким путем. Нека буде t_0 датум опозиције у лонгитуди једне одређене године. Прво је питање да се из низа посматраних непознатих планетоида (који је за извесне године веома дуг; на пр. 1906—07 г.: 109 објеката, 1916 г.: 70 објеката,

*) што је за ову сврху потпуно довољно.
[6]) В. В. Мишковић, Глас Српске Краљ. Акад. CLIV стр. 205.

1928 г.: 99, 1930 г.: 159 објеката) издвоје она посматрања која би уопште *могла* припадати планетоиду *P*. То ће се постићи на овај начин.

Нека буду (λ, β) еклиптичке координате посматраног непознатог планетоида *X*, сведене на исти еквинокциј за који је дат и систем елемената планетоида *P*. Пројицирајмо га на раван еклиптике, рецимо у тачку $\overline{X}$. И претпоставимо да се тачка $\overline{X}$ у току једног дана креће по кружној линији, тако да је $d\rho = 0$. Из равног троугла $ST\overline{X}$, где *S* и *T* претстављају положаје Сунца и Земље у тренутку посматрања, познајемо λ, *L*, $\tau = \lambda - L$ и *R*; а имамо везу:

$$\sin(\tau - \sigma) = \frac{R}{\rho} \sin\tau$$



Сл. 2

или, ако ставимо

$$\frac{R}{\rho} = r,$$

$$\sin(\tau - \sigma) = \frac{\sin\tau}{\overline{r}}, \quad \text{или} \quad (\tau - \sigma) = \text{arc}\sin\left(\frac{\sin\tau}{\overline{r}}\right),$$

тако да је

$$\sigma = \tau - \text{arc}\sin\left(\frac{\sin\tau}{\overline{r}}\right). \tag{6}$$

Ако приметимо да је τ геоцентрично угаоно растојање посматраног положаја од опозиције, а узмемо у обзир да се планетоиди посматрају искључиво у време опозиције, није се тешко уверити да ће τ ретко премашати вредност од $\pm 30^\circ$, или $\pm 40^\circ$. Према томе и у најнеповољнијим случајевима биће сасвим довољно тачно ако се узме

$$\sigma = \tau - \frac{\sin\tau}{\overline{r}}.$$

Наравно, уколико τ буде мање, тј. планетоид ближе опозицији, и $\overline{r}$ веће, у толико ће и ово σ, или холиоцентрично угаоно растојање посматраног планетоида од опозиције, бити тачније. Како смо претпоставили да је дато дневно кретање $d\lambda$ планетоида у лонгитуди, а из Сунчевих ефемерида можемо извадити одговарајуће dL, то можемо сматрати да је и $d\tau$ дато. А пошто се $\overline{X}$ креће у размаку од једног дана по кружној линији, из горњег обрасца (6) можемо одредити дневну промену $d\sigma$.

Како је, међутим, $\sigma = 0$ у тренутку опозиције, однос

$$\frac{\sigma}{d\sigma} = \frac{\tau - \text{arc}\sin\left(\frac{\sin\tau}{\overline{r}}\right)}{\left\{1 - \frac{\cos\tau}{\overline{r}}\left[1 - \left(\frac{\sin\tau}{\overline{r}}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}\right\} d\tau} \tag{7}$$

даје изражен у данима размак опозиције и посматрања. А што је за нас овде нарочито важно то је, да тај однос остаје врло приближно константан за разне вредности $\overline{r}$-а, у границама у којима се оно узима.

Доиста, ако однос $\frac{\sigma}{d\sigma}$ сматрамо као функцију од $\overline{r}$-а, и ставимо

$$\frac{\sigma}{d\sigma}\, d\tau = I(\overline{r}),$$

видимо, прво, да је

и израчунате привидне величине. При овоме треба још повести рачуна и о томе да, за положај далеко од опозиције, образац за израчунавање привидне величине

$$m = g - 5(\log r + \log \Delta),$$

где је

$$g = m_0 - 5[\log a + \log (a-1)],$$

даје за 0,4 до 0,5 привидне величине јачу вредност од стварне привиде величине.

Од преосталих *могућих* идентитета, треба наћи *да ли је* и *који* стварно идентичан са планетоидом *P*.

Из теорије о планетском кретању познато је како се из првих интеграла диференцијалних једначина релативног кретања два тела добива релација

$$C_1 x + C_2 y + C_3 z = 0, \tag{8}$$

где су C_1, C_2, C_3 интеграционе константе, а (x, y, z) правоугле хелиоцентричне координате тела чије се релативно кретање одређује; она претставља једначину равни путање планетоида.

Унесимо у њу вредности интеграционих константи и поделимо још са C_3; добивамо једначину

$$z - y \cos \Omega \operatorname{tg} i + x \sin \Omega \operatorname{tg} i = 0, \tag{9}$$

где су Ω и i познати елементи који одређују положај равни путање.

Да непознати планетоид *X* буде идентичан са *P*, потребно је да његов положај ξ, η, ζ:

$$\xi = r \cos b \cos l$$

$$\eta = r \cos b \sin l$$

$$\zeta = r \sin b,$$

где l и b означавају хелиоцентричну лонгитуду, односно лонгитуду планетоида *X*, — задовољавају једначину (9).

Хелиоцентричну лонгитуду ћемо израчунати помоћу лонгитуде Сунца L и хелиоцентричне угаоне даљине од опозиције σ (в. сл. 2), наиме,

$$l = L + \sigma.$$

А хелиоцентричну латитуду ћемо изразити помоћу посматране, геоцентричне, латитуде β и даљине Δ, на основи релације

$$r \sin b = \Delta \sin \beta.$$

Или, ако место r уведемо $\bar{r}$, тј. пројекцију на раван еклиптике хелиоцентричног радија вектора, имаћемо:

$$\xi = \bar{r} \cos l, \quad \eta = \bar{r} \sin l, \quad \zeta = \bar{\Delta} \operatorname{tg} \beta,$$

где за одређивање вредности $\bar{\Delta}$ имамо (в. сл. 2)

$$\bar{\Delta} = \bar{r} \cdot \frac{\sin \sigma}{\sin \tau}.$$

Унесемо ли ове вредности хелиоцентричних координата (изостављајући потезе) у једначину (9) равни путање, добивамо функцију

$$\Phi(r) = \Delta \operatorname{tg} \beta - r \sin l \cos \Omega \operatorname{tg} i + r \cos l \sin \Omega \operatorname{tg} i,$$

или

$$\Phi(r) = \Delta \operatorname{tg} \beta - r \operatorname{tg} i \sin (l - \Omega).$$

Ако је сад непознати планетоид *X* идентичан са *P*, постојаће једна, и само једна вредност за r, означимо је са r_x, за коју ће $\Phi(\bar{r}_x) = 0$. За свако друго $r \gtrless r_x$, $\Phi(r)$ ће имати одређену позитивну или негативну вредност. Ако се r_x поклапа се вредношћу, израчунатом из познатих елемената, хелиоцентричног радија планетоида *P* за датум посматрања, планетоид *X* је идентичан са *P*.

Обрнуто, ако су за две вредности r_1 и r_2, рецимо $r_1 = 1{,}5$ и $r_2 = 4{,}5$, вредности функције $\Phi(r)$ супротна знака, значи да у интервалу (r_1, r_2) постоји бар једна вредност r_x, за коју је $\Phi(r_x) = 0$. И ако се та вредност поклапа са вредношћу хелиоцентричног радија вектора r, добивена за датум посматрања из система елемената планетоида *P*, — планетоид *X* се може сматрати идентичан са *P*. Кажемо само може сматрати, јер не треба губити из вида да су све наше бројне вредности само приближне. Но и у границама те апроксима-