SUR LA RECTIFICATION DES ÉPHÉMÉRIDES DES PETITES PLANÈTES;

PAR M. V. MICHKOVITCH.

Lorsque la position d'un astéroïde indiquée par le calcul de l'éphéméride s'écarte de plusieurs minutes de temps de la position observée, on a l'habitude de refaire les calculs pour donner une éphéméride corrigée. Pour effectuer cette rectification, outre les méthodes précises, plusieurs méthodes approchées ont déjà été proposées. Ce n'est pas le but de ces lignes d'en faire une analyse. D'ailleurs, le seul criterium auquel on doit les soumettre est le suivant : à approximation égale, plus l'application d'une méthode est facile et expéditive, plus elle est avantageuse. C'est aussi le point de départ du présent travail dont voici l'idée.

Prenons les deux équations bien connues

$$(1)\qquad \begin{cases} X = \Delta\cos\alpha\cos\delta - x, \\ Y = \Delta\sin\alpha\cos\delta - y; \end{cases}$$

X, Y désignent les coordonnées géocentriques équatoriales du Soleil; α, δ et Δ désignent l'ascension droite, la déclinaison et la distance de la planète à la Terre. Quant aux quantités x et y, on a

$$x = r\sin a\sin(v + A),$$
$$y = r\sin b\sin(v + B);$$

a, b, A, B dépendent des deux éléments Ω et i qui fixent la situation du plan de l'orbite, et de ω qui fixe la position du périhélie. Nous supposerons que la planète reste dans le plan de l'orbite, ce qui revient à admettre que Ω et i sont connus exactement. L'élément ω peut être affecté d'une erreur assez forte, mais comme il entre seulement dans A et B, par simple addition, son accroissement produit dans les sommes $v + A$, $v + B$ le même effet qu'un accroissement égal de v. Nous pouvons ainsi regarder a, b, A, B comme des constantes.

Soient maintenant Æ et Ⓓ l'ascension droite et la déclinaison observées que nous allons utiliser pour corriger l'éphéméride. Avec ces deux quantités nous pouvons former deux équations, analogues aux équations (1)

$$(2)\qquad \begin{cases} \xi = \Delta' \cos \mathcal{R} \cos \mathcal{D} - x', \\ \eta = \Delta' \sin \mathcal{R} \cos \mathcal{D} - y'. \end{cases}$$

Dès maintenant l'idée de la méthode devient claire. Du moment où nous aurons réussi, à l'aide des quantités Δ', x' et y', à rendre ξ et η égales respectivement à X et Y, le problème sera résolu. Or si l'on pose

$$\Delta' = \Delta + d\Delta, \qquad x' = x + dx, \qquad y' = y + dy,$$

des deux systèmes (1) et (2), on déduit

$$(3)\qquad \begin{cases} \xi - X = \Delta(\cos \mathcal{R} \cos \mathcal{D} - \cos\alpha \cos\delta) + d\Delta \cos \mathcal{R} \cos \mathcal{D} - dx, \\ \eta - Y = \Delta(\sin \mathcal{R} \cos \mathcal{D} - \sin\alpha \cos\delta) + d\Delta \sin \mathcal{R} \cos \mathcal{D} - dy. \end{cases}$$

Et, d'après ce que nous venons de dire, la solution du problème proposé consiste à résoudre le système des deux équations suivantes :

$$\begin{aligned} &\Delta(\cos \mathcal{R} \cos \mathcal{D} - \cos\alpha \cos\delta) + d\Delta \cos \mathcal{R} \cos \mathcal{D} - dx = 0, \\ &\Delta(\sin \mathcal{R} \cos \mathcal{D} - \sin\alpha \cos\delta) + d\Delta \sin \mathcal{R} \cos \mathcal{D} - dy = 0. \end{aligned}$$

Si, en outre, on remarque que

$$\mathcal{R} = \alpha + d\alpha \qquad \text{et} \qquad \mathcal{D} = \delta + d\delta,$$

on aura

$$(4)\qquad \begin{cases} \Delta[\cos \mathcal{R} \cos \mathcal{D} - \cos(\mathcal{R} - d\alpha)\cos(\mathcal{D} - d\delta)] \\ \qquad\qquad + d\Delta \cos \mathcal{R} \cos \mathcal{D} - dx = 0, \\ \Delta[\sin \mathcal{R} \cos \mathcal{D} - \sin(\mathcal{R} - d\alpha)\cos(\mathcal{D} - d\delta)] \\ \qquad\qquad + d\Delta \sin \mathcal{R} \cos \mathcal{D} - dy = 0; \end{cases}$$

où

$$\begin{aligned} dx &= \sin a \sin(v + A)\, dr + r \sin a \cos(v + A)\, dv, \\ dy &= \sin b \sin(v + B)\, dr + r \sin b \cos(v + B)\, dv. \end{aligned}$$

Ainsi donc la rectification consiste à trouver les corrections $d\Delta$, dx et dy, c'est-à-dire $d\Delta$, dr et dv qu'il faudra appliquer aux quantités Δ, x, y dans le système (1) pour en déduire les coordonnées $\mathcal{R}$ et $\mathcal{D}$ à la place de α et δ. Pour cela nous ferons quelques hypothèses, d'ailleurs indispensables, puisqu'on ne dispose que d'une seule observation et encore approchée seulement.

Nous supposerons d'abord que la planète reste dans le plan de son orbite et qu'en outre elle se trouve aussi sur son orbite. Par conséquent, en corrigeant l'éphéméride, nous ne ferons que déplacer la position calculée de la planète, sur son orbite, de manière à retomber sur sa position observée. En d'autres termes, tout revient à trouver la quantité dv.

Or, si l'on néglige dr, ce qui est tout à fait admissible dans le cas actuel, les deux équations (4) deviennent

$$\begin{aligned} &\Delta[\cos \mathcal{R} \cos \mathcal{D} - \cos(\mathcal{R} - d\alpha)\cos(\mathcal{D} - d\delta)] \\ &\qquad + d\Delta \cos \mathcal{R} \cos \mathcal{D} - r \sin a \cos(v + A)\, dv = 0, \\ &\Delta[\sin \mathcal{R} \cos \mathcal{D} - \sin(\mathcal{R} - d\alpha)\cos(\mathcal{D} - d\delta)] \\ &\qquad + d\Delta \sin \mathcal{R} \cos \mathcal{D} - r \sin b \cos(v + B)\, dv = 0. \end{aligned}$$

Si l'on développe les produits $\cos(\mathcal{R} - d\alpha)\cos(\mathcal{D} - d\delta)$ et $\sin(\mathcal{R} - d\alpha)\cos(\mathcal{D} - d\delta)$ en substituant $d\alpha$ et $d\delta$ à leurs sinus, l'unité à leurs cosinus et négligeant les produits $d\alpha\, d\delta$, on aura

$$\begin{aligned} &\Delta(-\sin \mathcal{R} \cos \mathcal{D}\, d\alpha - \cos \mathcal{R} \sin \mathcal{D}\, d\delta) \\ &\qquad + d\Delta \cos \mathcal{R} \cos \mathcal{D} - r \sin a \cos(v + A)\, dv = 0, \\ &\Delta(\cos \mathcal{R} \cos \mathcal{D}\, d\alpha - \sin \mathcal{R} \sin \mathcal{D}\, d\delta) \\ &\qquad + d\Delta \sin \mathcal{R} \cos \mathcal{D} - r \sin b \cos(v + B)\, dv = 0. \end{aligned}$$

Enfin, si, après avoir multiplié la première de ces deux équations par $\sin \mathcal{R}$ et la seconde par $\cos \mathcal{R}$, on retranche la première de la seconde, on aura

$$\Delta \cos \mathcal{D}\, d\alpha + [r \sin a \cos(v + A) \sin \mathcal{R} - r \sin b \cos(v + B) \cos \mathcal{R}]\, dv = 0;$$

d'où

$$dv = \frac{\Delta \cos \mathcal{D}\, d\alpha}{r[\sin b \cos(v + B) \cos \mathcal{R} - \sin a \cos(v + A) \sin \mathcal{R}]}.$$

La quantité dv ainsi obtenue est la correction qu'il faut appliquer à l'anomalie vraie pour retomber sur la position observée de la planète.

Pour avoir une idée sur l'approximation que la méthode donne, voici les résultats de deux cas les plus caractéristiques où elle fut appliquée.

(137) Melibœa, le 26 août 1919 $O - C = +7°09'$ en $\mathcal{R}$ et $+1°31'$ en $\mathcal{D}$. La formule ci-dessus donne $dv = +4°42'$ et les positions corrigées sont :

	Le 26 août.		Le 19 novembre.	
O..........	$20^h 17^m 03^s$	$+0° 46',7$	$21^h 11^m 01^s$	$-6° 32',2$
C..........	$20^h 17^m 03^s$	$+0° 45',3$	$21^h 11^m 09^s$	$-6° 31',2$