

К. А. ЦВЕТКОВ и И. Ф. ПОЛАН

СФЕРНА И ОПШТА АСТРОНОМИЈА

Научна Књига

ИЗДАВАЧКО ПРЕДУЗЕЋЕ НАРОДНЕ РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ
БЕОГРАД, 1952

К. А. ЦВЕТКОВ и И. Ф. ПОЛАК

СФЕРНА И ОПШТА АСТРОНОМИЈА

Научна Књига

ИЗДАВАЧКО ПРЕДУЗЕЋЕ НАРОДНЕ РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ

БЕОГРАД, 1952

НАСЛОВ ОРИГИНАЛА
 Проф. К. А. ЦВЕТКОВ и Проф. И. Ф. ПОЛАК
 КУРС СФЕРИЧЕСКОЙ И ОБЩЕЙ АСТРОНОМИИ
 Геодезиздат
 МОСКВА, 1945

Превео
 БРАНИСЛАВ М. ШЕВАРЛИЋ,
 предавач Техничке велике школе

Штампано у 1500 примерака у Графичком предузећу «Вук Караџић»,
 погон «Просвета», Београд, Буле Бачковића 21

САДРЖАЈ

	Стр.
Предговор — — — — —	9
Обрасци сферне тригонометрије — — — — —	11

ГЛАВА ПРВА

УВОД

1. Предмет астрономије — — — — —	17
2. Методе астрономских истраживања — — — — —	19
3. Подела астрономије — — — — —	20
4. Значај астрономије — — — — —	21
5. Однос астрономије према другим наукама — — — — —	22
6. Астрономија и историја човечанства — — — — —	22

ГЛАВА ДРУГА

АСТРОНОМСКИ ПОЈМОВИ И КООРДИНАТЕ

7. Небеска сфера — — — — —	24
8. Основне тачке и кругови на небеској сфери — — — — —	26
9. Четири система небеских координата — — — — —	29
10. Координате тачака на Земљиној површини — — — — —	32
11. Претварање координата другог система у координате првог — — — — —	34
12. Претварање координата првог система у координате другог — — — — —	37

ГЛАВА ТРЕЋА

ПРИВИДНО ДНЕВНО КРЕТАЊЕ И ПОЈАВЕ С ЊИМ У ВЕЗИ

13. О привидном кретању небеских тела — — — — —	43
4. Звездано време — — — — —	45
5. Време излаза небеског тела и положај тачака излаза и залаза — — — — —	49
16. Време пролаза небеског тела кроз меридијан и његов положај у том тренутку — — — — —	51
17. Пролаз небеског тела кроз први вертикал — — — — —	54
18. Елонгација звезде — — — — —	57
19. Израчунавање паралактичког угла — — — — —	60
20. Пролаз небеског тела кроз дати алмукантар — — — — —	63
21. Пролаз звезде кроз вертикал Северњаче — — — — —	65
22. Пролаз кроз заједнички алмукантар двеју звезда, од којих се једна налази на источној а друга на западној страни неба — — — — —	70
23. Пролаз кроз заједнички алмукантар двеју звезда које се налазе на истој страни неба — — — — —	70

24. Диференцијалне промене зенитног отстојања у току времена	7
25. Диференцијалне промене азимута по времену	7
26. Дневне ефемериде звезда	7
27. Приближне ефемериде близу првог вертикала и меридијана	8
28. Ефемериде Северњаче	8

ГЛАВА ЧЕТВРТА

ПРИВИДНО ГОДИШЊЕ КРЕТАЊЕ СУНЦА И МЕРЕЊЕ ВРЕМЕНА ПО СУНЦУ

29. Привидно годишње кретање Сунца	8
30. Мерење времена по Сунцу	9
31. Временско изједначење	9
32. Време на разним меридијанима. Светско, зонско, указно време. Датумска граница	10
33. Календар	10
34. Веза између дужине звезданог и средњег (грађанског) дана	11
35. Звездано време у средње подне и поноћ	11
36. Астрономски годишњаци	11

ГЛАВА ПЕТА

ТАБЛИЦЕ СУНЦА. ПРЕТВАРАЊЕ ВРЕМЕНА

37. Таблице Сунца у астрономском годишњаку	11
38. Интерполовање с часовним променама	11
39. Временско изједначење у праву гринвичку поноћ	12
40. Звездано време у месну средњу поноћ и светско време у 0 ^h месног звезданог времена	12
41. Претварање времена	12

ГЛАВА ШЕСТА

РЕФРАКЦИЈА

42. Теорија астрономске рефракције	13
43. Извођење приближног обрасца за рефракцију	13
44. Извођење диференцијалне једначине рефракције и њено интеграљење	13
45. Таблице за рефракцију	14
46. Излаз и залаз Сунца с обрачунавањем рефракције	14
47. Сумраци	14

ГЛАВА СЕДМА

ПАРАЛАКСА СУНЦА И ЗВЕЗДА

48. О дневној паралакси небеских тела	15
49. Утицај паралаксе на азимут и зенитно отстојање Сунца	15
50. Утицај паралаксе на часовни угао и деклинацију Сунца	15
51. Утицај паралаксе на привидни полупречник Сунца	15
52. Одређивање паралаксе небеских тела Сунчева система	15
53. Годишња паралакса звезда	15
54. Утицај годишње паралаксе на латитуду и лонгитуду звезде	15
55. Утицај годишње паралаксе на деклинацију и ректасцензију звезде	16
56. Одређивање звезданих паралакса. Даљине звезда	16

Стр

ГЛАВА ОСМА

АБЕРАЦИЈА

57. Појава аберације. Константа аберације	165
58. Утицај годишње аберације на латитуду и лонгитуду звезде	170
59. Утицај годишње аберације на деклинацију и ректасцензију звезде	171
60. Утицај дневне аберације на деклинацију и ректасцензију звезде	173

ГЛАВА ДЕВЕТА

ИСТОРИЈА ОТКРИЋА ПРАВИХ КРЕТАЊА ПЛАНЕТА И ЊИХОВО ОБЈАШЊЕЊЕ ЗАКОНОМ ГРАВИТАЦИЈЕ

61. Привидно кретање планета	175
62. Птоlemeјев геоцентрички систем	177
63. Коперникова реформа	178
64. Објашњење привидних кретања планета Коперниковом теоријом	180
65. Борба за научни поглед на свет	182
66. Кеплерови закони	183
67. Елементи планетских путања	185
68. Кеплерова једначина	186
69. Одређивање поларних координата планете	188
70. Одређивање геоцентричних координата планете	189
71. Развој основних принципа механике	190
72. Извођење закона гравитације из Кеплерових закона	190
73. Сила теже и сила тежине	191
74. Проблем двају тела	193
75. Једначина живе силе и њена примена	195
76. Поремећаји	196

ГЛАВА ДЕСЕТА

ПРЕЦЕСИЈА И НУТАЦИЈА. СОПСТВЕНА КРЕТАЊА ЗВЕЗДА

77. Кретање небеског пола	201
78. Лунисоларна прецесија	201
79. Померање равни екватора и еклиптике	204
80. Нутација	205
81. Кретање Земљиних полова	208
82. Утицај прецесије на ректасцензије и деклинације звезда	209
83. Утицај нутације на ректасцензије и деклинације звезда	213
84. Привидне, праве и средње координате звезда	216
85. Сопствена кретања звезда	217

ГЛАВА ЈЕДНАЕСТА

ОДРЕЂИВАЊЕ КООРДИНАТА ЗВЕЗДА. ЗВЕЗДАНИ КАТАЛОЗИ

86. Одређивање координата звезда астрономским посматрањима	219
87. Пулковска опсерваторија и њена улога у одређивању координата звезда	222
88. Звездани каталози	223
89. Израчунавање средњих координата звезда за почетак године	229
90. Систематска отступања каталога	237
91. Израчунавање привидног положаја звезде за тренутак T	239
92. Звездани каталог „Астрономског ежегодника“	243

ГЛАВА ДВАНАЕСТА
СУНЦЕ И МЕСЕЦ

	Стр.
93. Величина и густина Сунца	259
94. Општи изглед Сунца	260
95. Сунчеве пеге	261
96. Сунчев спектар и Сунчева атмосфера	265
97. Астрономске појаве за време потпуних Сунчевих помрачења	267
98. Сунчева топлота	269
99. Теорија унутрашњег састава Сунца и звезда	271
100. Извори Сунчеве топлоте	272
101. Проблем Земља — Сунце	274
102. Привидно кретање Месеца	276
103. Месечеве мене	277
104. Месечева путања	278
105. Окултације небеских тела Месецем	278
106. Сунчева помрачења	280
107. Месечева помрачења	281
108. Услови наступања помрачења	282
109. Плима и осека	284
110. Месечеве размере; његово обртање око осовине	285
111. Месечева либрација	286
112. Физички услови на Месечевој површини	288
113. Изглед Месечеве површине	288

ГЛАВА ТРИНАЕСТА
ПЛАНЕТЕ, КОМЕТЕ И МЕТЕОРИ

114. Преглед Планетског Система	291
115. Меркур	292
116. Венера	293
117. Земља и Месец	294
118. Марс	294
119. Мале планете	294
120. Заједничке карактеристике четири далеке планете	294
121. Јупитер	300
122. Сатурн	300
123. Уран и Нептун	300
124. Плутон	300
125. Општи изглед и кретање комета	300
126. Природа комета	300
127. Неке значајне комете	300
128. Метеори	300

ГЛАВА ЧЕТРНАЕСТА
ЗВЕЗДЕ

129. Привидни и апсолутни сјај звезда и њихова привидна величина	---
130. Означавање звезда. Њихов број	---
131. Боје звезда	---

132. Спектри звезда и њихова подела	---	317
133. Температуре звезда	---	318
134. Звезде-цинови и звезде-патуљци	---	318
135. Физичке карактеристике звезда	---	320
136. Двојне звезде	---	322
137. Одређивање маса двојних звезда	---	323
138. Спектралне двојне звезде	---	324
139. Променљиве звезде	---	325
140. Нове звезде	---	328

ГЛАВА ПЕТНАЕСТА
САСТАВ И РАЗВОЈ ВАСИОНЕ

141. Две компоненте просторне брзине звезда	---	331
142. Кретање Сунчевог система	---	332
143. Законитости у сопственим кретањима звезда	---	333
144. Млечни Пут	---	335
145. Звездана јата	---	336
146. Збијена јата	---	337
147. Маглине	---	338
148. Систем вангалактичких маглина	---	343
149. Састав звезданог система Млечног Пута	---	344
150. Оргова теорија галактичког обртања	---	345
151. Хершелово схватање развоја маглина	---	347
152. Лапласова хипотеза	---	347
153. Џинсова хипотеза	---	349
154. Хипотеза о постанку спиралних маглина	---	350
155. Физички развој звезда	---	352

ПРИЛОЗИ

Таблица I. Елементи великих планета	---	355
Таблица II. Елементи планетских сателита	---	356
Таблица III. Најсјајније звезде	---	357
Таблица IV. Најближе звезде	---	358
Таблица V. Називи и ознаке сазвежђа	---	359
Поговор	---	361

ПРЕДГОВОР

Овај течај сферне астрономије састављен је за слушаоце геодеских факултета и високих школа у складу са савременим програмом општег течаја практичне астрономије.

Сферна астрономија служи за основу изучавања питања практичне астрономије у којој се излажу разне методе за одређивање времена, ширине и дужине места посматрања и азимута предмета на земљишту, методе које су данас усвојене за астрономска одређивања положаја тачака I — IV реда. Како се данас никаква посматрања Месеца у ту сврху не врше, то читалац неће наћи у овој књизи подробно изложена питања као што су: потпуна теорија дневне паралаксе, теорија Месечева кретања, помрачења, окултације звезда Месецем и т. сл..

Главе I — VIII, X и XI садрже питања сферне астрономије и обухватају прерађен и допуњен материјал књиге „Течај сферне астрономије“ К. А. Цветкова, издате 1933 г..

Главе IX и XII — XV састављене су по књизи И. Ф. Полака „Течај опште астрономије“, чије је пето издање изишло 1939 г..

Сматрам за пријатан дуг да захвалим доценту Кујбишевљевој Војноинжењерске академије В. И. Звонину, који је прерадио параграфе 88 — 90 о звезданим каталозима.

У књизи се местимично позива на приручнике, издате 1939 г., и то на: „Задатке из сферне астрономије“ проф. К. А. Цветкова и доц. М. Н. Смирнова и „Таблице за астрономске рачуне“ изишле у „Радовима Централног научно-истраживачког института за геодезију, аерофотограметрију и картографију. Свеска 30“.

У овој књизи ти су приручници кратко названи, први — Задаци, други — 30 свеска ЦНИИГАК.

Треба приметити да су сви примери у овој књизи састављени са подацима из Астрономическог ежегодника за 1938 г.. Доцније, кад је књига спремана за штампу, у Астрономескиј ежегодник су унете битне измене, наиме од 1941 г. овај годишњак је почео давати временско изједначење с обрнутим знаком него дотле. Зато је требало прерадити све обрасце и задатке који садрже временско изједначење. У вези са тим требало је унети измене и на друга места у књизи, где су питања везана за временско изједначење и прерадити низ примера, који су сад израђени за 1941 г.. Аналого томе и Сунчеве таблице су узете из Астр. ежегодника за 1941 г..

Децембра 1942 г.

Проф. К. ЦВЕТКОВ
Проф. И. ПОЛАК

ОБРАСЦИ СФЕРНЕ ТРИГОНОМЕТРИЈЕ

У сферној астрономији се изучавају сферни троугли чије су стране и углови мањи од 180° . Стране троугла обележаваћемо малим словима латинске азбуке, а углове великим тако да према странама леже истоимени углови.

Основни обрасци. — 1. Косинус стране једнак је производу косинуса других двеју страна плус производ синуса тих страна помножен косинусом угла који лежи према првој страни.

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A.$$

2. Косинус угла једнак је минус производ косинуса друга два угла плус производ синуса тих углова са косинусом стране која лежи према првом углу:

$$\cos A = -\cos B \cos C + \sin B \sin C \cos a.$$

3. Синус стране помножен синусом налеглог угла једнак је производу синуса супротних елемената:

$$\sin a \sin B = \sin b \sin A.$$

Овај се образац може написати и овако: синуси страна сразмерни су синусима супротних углова

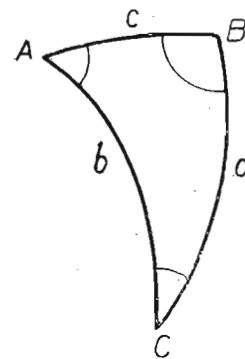
$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}.$$

4. Синус стране помножен косинусом налеглог угла једнак је производу синуса стране која претставља други крак тога угла и косинуса треће стране минус производ косинуса стране која претставља други крак тога угла и синуса треће стране са косинусом угла који лежи према првој страни:

$$\sin a \cos B = \sin c \cos b - \cos c \sin b \cos A.$$

5. Синус угла помножен косинусом налегле стране једнак је производу синуса другог угла који лежи на тој страни са косинусом трећег угла плус производ косинуса другог угла који лежи на тој страни и синуса трећег угла са косинусом стране која лежи према првом углу.

$$\sin A \cos b = \sin C \cos B + \cos C \sin B \cos a.$$



Сл. I.

6. Четири суседна елемента сферног троугла везана су овим обрасцем: *Котангенс крајње стране помножен синусом средње једнак је производу котангенса крајњег угла са синусом средњег плус производ косинуса средњих елемената:*

$$\operatorname{ctg} a \sin b = \operatorname{ctg} A \sin C + \cos b \cos C$$

Обрасци за решење правоуглог сферног троугла. — Прави угао сферног троугла обележаваћемо словом A ; у том случају a ће бити хипотенуза, а b и c катете. Ниже написани обрасци за правоугли сферни троугао садрже само три елемента међу којима се не среће угао A и зато се он изузима из броја елемената; не узимајући њега у обзир имаћемо два случаја: 1) када три елемента који улазе у образац леже један поред другог, на пример, C, b, c ; B, a, C или 2) када два елемента леже један поред другог, а трећи одвојено, на пример b, c, a ; c, B, C ; B, a, b .

Ако поведемо рачуна о распореду елемената, усвојимо још један услов да *место катета узимамо њихове допуне до 90° и сматрамо обе катете за суседне елемете*, онда све обрасце за правоугли сферни троугао можемо написати држећи се ова два практична Неперова правила:

1) *Ако сва три елемента леже један поред другог, онда је косинус средњег елемента једнак производу котангенса крајњих елемената:*

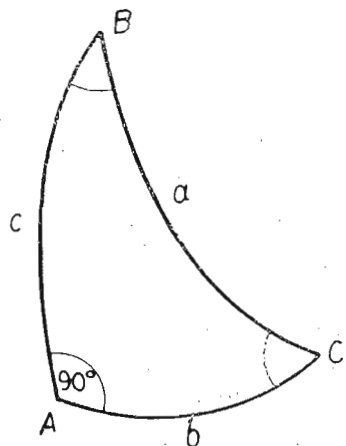
$$\cos(90^\circ - b) = \operatorname{ctg} C \operatorname{ctg}(90^\circ - c)$$

или

$$\sin b = \operatorname{ctg} C \operatorname{ctg} c,$$

$$\cos a = \operatorname{ctg} B \operatorname{ctg} C,$$

$$\cos B = \operatorname{ctg}(90^\circ - c) \operatorname{ctg} a = \operatorname{tg} c \operatorname{ctg} a$$



Сл. 11.

2. *Ако два елемента леже један до другог, а трећи је одвојен, онда је косинус одвојеног елемента једнак производу синуса елемената који леже један до другог:*

$$\cos a = \sin(90^\circ - b) \sin(90^\circ - c) = \cos b \cos c,$$

$$\cos C = \sin(90^\circ - c) \sin B = \cos c \sin B,$$

$$\cos(90^\circ - b) = \sin a \sin B \text{ или } \sin b = \sin a \sin B.$$

Као што се види, кад се користимо Неперовим правилом не морамо писати допуне катета, већ одмах можемо замењивати котангенсе тангенсима и синусе косинусима или обрнуто.

Очевидно да за решење правоуглог троугла треба да су нам позната која било два елемента: ако по једном од Неперових правила напишемо везу између та два елемента и траженог, добијамо образац помоћу кога можемо наћи овај последњи.

Обрасци за решавање косоуглог сферног троугла. — За решење ових троуглова треба да су позната три елемента; тада се може наћи ма који четврти.

1. *Обрасци за тангенсе полууглова.* — Ови се обрасци примењују кад су дате три стране; најпре образујемо обим

$$a + b + c = 2p,$$

а затим разлике

$$p - a, \quad p - b, \quad p - c,$$

а за тангенсе полууглова имамо обрасце

$$\operatorname{tg} \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{\sin(p-b) \sin(p-c)}{\sin p \sin(p-a)}},$$

$$\operatorname{tg} \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{\sin(p-a) \sin(p-c)}{\sin p \sin(p-b)}},$$

$$\operatorname{tg} \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{\sin(p-a) \sin(p-b)}{\sin p \sin(p-c)}}.$$

Место тих образаца могу се написати други ако се уведе помоћна величина m која се налази из израза

$$m^2 = \frac{\sin(p-a) \sin(p-b) \sin(p-c)}{\sin p}.$$

тада је

$$\operatorname{tg} \frac{A}{2} = \frac{m}{\sin(p-a)}, \quad \operatorname{tg} \frac{B}{2} = \frac{m}{\sin(p-b)}, \quad \operatorname{tg} \frac{C}{2} = \frac{m}{\sin(p-c)}.$$

За проверавање решења служи веза:

$$\operatorname{tg} \frac{A}{2} \operatorname{tg} \frac{B}{2} \operatorname{tg} \frac{C}{2} = \frac{m}{\sin p}.$$

2. *Обрасци за тангенсе полустрана.* — Ови се обрасци примењују кад су дата три угла; ако образујемо тз. сферни ексцес

$$A + B + C - 180^\circ = \epsilon,$$

можемо овако написати обрасце за тангенсе полустрана:

$$\operatorname{tg} \frac{a}{2} = \sqrt{\frac{\sin \frac{\epsilon}{2} \sin(A - \frac{\epsilon}{2})}{\sin(B - \frac{\epsilon}{2}) \sin(C - \frac{\epsilon}{2})}},$$

$$\operatorname{tg} \frac{b}{2} = \sqrt{\frac{\sin \frac{\epsilon}{2} \sin(B - \frac{\epsilon}{2})}{\sin(A - \frac{\epsilon}{2}) \sin(C - \frac{\epsilon}{2})}}.$$

$$\operatorname{tg} \frac{c}{2} = \sqrt{\frac{\sin \frac{\epsilon}{2} \sin \left(C - \frac{\epsilon}{2}\right)}{\sin \left(A - \frac{\epsilon}{2}\right) \sin \left(B - \frac{\epsilon}{2}\right)}}.$$

Ако помоћну величину n израчунамо из израза:

$$n^2 = \frac{\sin \left(A - \frac{\epsilon}{2}\right) \sin \left(B - \frac{\epsilon}{2}\right) \sin \left(C - \frac{\epsilon}{2}\right)}{\sin \frac{\epsilon}{2}},$$

добићемо обрасце у облику подеснијем за рачунање:

$$\operatorname{tg} \frac{a}{2} = \frac{\sin \left(A - \frac{\epsilon}{2}\right)}{n}, \quad \operatorname{tg} \frac{b}{2} = \frac{\sin \left(B - \frac{\epsilon}{2}\right)}{n}, \quad \operatorname{tg} \frac{c}{2} = \frac{\sin \left(C - \frac{\epsilon}{2}\right)}{n}.$$

За проверавање решења служи израз

$$\operatorname{tg} \frac{a}{2} \operatorname{tg} \frac{b}{2} \operatorname{tg} \frac{c}{2} = \frac{\sin \frac{\epsilon}{2}}{n}$$

3. *Неперове аналогије.* — Ова четири обрасца везују ма којих пет елемената сферног троугла и примењују се у случајевима када су дати страна и два налегла угла или две стране и захваћени угао.

$$\operatorname{tg} \frac{A+B}{2} = \frac{\cos \frac{a-b}{2}}{\cos \frac{a+b}{2}} \operatorname{ctg} \frac{C}{2},$$

$$\operatorname{tg} \frac{A-B}{2} = \frac{\sin \frac{a-b}{2}}{\sin \frac{a+b}{2}} \operatorname{ctg} \frac{C}{2},$$

$$\operatorname{tg} \frac{a+b}{2} = \frac{\cos \frac{A-B}{2}}{\cos \frac{A+B}{2}} \operatorname{tg} \frac{c}{2},$$

$$\operatorname{tg} \frac{a-b}{2} = \frac{\sin \frac{A-B}{2}}{\sin \frac{A+B}{2}} \operatorname{tg} \frac{c}{2}.$$

4. *Деламброви или Гаусови обрасци.* — Ове четири једначине претстављају везе између шест елемената сферног троугла и примењују се у истим случајевима као и Неперове аналогије.

$$\sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{c}{2} = \cos \frac{a-b}{2} \cos \frac{C}{2},$$

$$\sin \frac{A-B}{2} \sin \frac{c}{2} = \sin \frac{a-b}{2} \cos \frac{C}{2},$$

$$\cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{c}{2} = \cos \frac{a+b}{2} \sin \frac{C}{2},$$

$$\cos \frac{A-B}{2} \sin \frac{c}{2} = \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{C}{2}.$$

ГЛАВА ПРВА

У В О Д

1. **Предмет астрономије.** — Астрономија је наука о *небеским телима*. Она је поникла у дубокој старини, али се до XVI в. ограничавала само на изучавање кретања небеских тела. Али сада она са успехом изучава поред кретања небеских тела њихове даљине, величине и масе, њихову физичку природу и хемиски састав, па чак и њихов постанак и развитак.

Небеска тела деле се на ове две класе:

а) *Звезде*. — Најмногобројнију класу небеских тела сачињавају *звезде*. Ведре ноћи без месечине оне се виде на хиљаде. Са појавом Месеца слабије ишчезавају, а кад Сунце сија ишчезавају све. Али у самој ствари звезде и дању остају на небу, сјајније можемо видети кроз дурбин ма у које доба дана.

Звезде изгледају растурене по небу без икаква реда у најразноврснијим, потпуно неправилним, али *непроменљивим* групама. Ако уочи мо коју било од звезданих група, познаћемо је после много година. Она се може наћи на другој страни неба, али се ни њен облик, ни број, ни сјај њених звезда неће приметно променити. Ове се групе, на које делимо звезде да бисмо се међу њима боље оријентисали, називају *сазвежђа*. Откриће непроменљивости сазвежђа било је вероватно прво астрономско откриће које је учинио преисториски човек. У далекој старини сазвежђима су били дати називи који су се задржали и до данас и који нам сад изгледају већином чудновати.

Сазвежђа остају приближно непроменљива кроз хиљаде година, али се њихов распоред над хоризонтом стално мења, јер звезде, као и Сунце, излазе и залазе. Добија се утисак као да су све звезде непомично утврђене за небески свод, а да се сам свод непрестано обрће као површина чврсте лопте коју посматрамо изнутра. Сад је свакоме јасно да је ово обртање привидно, а да се то уствари обрће наша Земља (у супротном смеру).

Како звезде скоро не мењају своје међусобне положаје, то се често називају *звезде некретнице*. Њихов број је огроман. Ненаоружаном оку приступачно је само неколико хиљада звезда, али их астрономски дурбини (телескопи) откривају на милионе. Широка светла трака, такозвани *Млечни Пут*, није ништа друго до циновски скуп таквих *телескопских* звезда чија се светлост за слободно око слива у слаб непрекидан сјај.

Све звезде које се виде голим оком и многе телескопске давно су већ пребројане, пописане и унете на карте.

При томе се показало да се у самој ствари и звезде крећу, тако да је назив некретнице, строго узевши, неправилан. Услед кретања звезда облици сазвезђа на астрономским картама требало би да се мењају. Али се те промене догађају скоро исто тако споро као и промене положаја континената на Земљиним картама.

Између звезда се на разним местима могу видети *маглине* које личе на мајушне облачке слаба сјаја. И оне су непокретне као и звезде; многе су од њих, слично Млечноме Путу, уствари скупови телескопских звезда.

б) *Небеска тела која се крећу у односу на звезде.* — Најупадљивија и најсјајнија небеска тела не припадају звездама и стално се крећу у односу на њих, прелазећи из једног сазвезђа у друго. Њих је далеко мање него звезда. Најглавнија од њих су *Сунце* и *Месец*, затим ту спадају *планете*, *комете* и *звезде падалице*. Планете се по изгледу скоро не разликују од звезда, али ако их пратимо из дана у дан лако ћемо приметити да ће се после неколико месеца, а понекад и дана, видети већ између других звезда, у другом сазвезђу. Голим оком се види само 5 планета. Две су од њих, Венера и Јупитер, увек знатно сјајније од сваке звезде.

Месец и планете могу се видети стално. Знатно ређе се појављују *комете*, небеска тела врло чудновата изгледа, која имају магличасти светао омотач праћен несталним светлим репом. *Звезде падалице* или *метеори* су напротив врло обични и свима познати.

Астрономија се бави свестраним изучавањем свих побројаних тела. У току времена она је доказала да су сва небеска тела друге класе (која се крећу) сразмерно близу Земљи и да улазе у састав *Сунчевог система*. Главно тело у овом систему је Сунце — огромна усијана светла лопта, чији је пречник преко сто пута већи од Земљиног. Око Сунца на разним даљинама обилазе *планете* — у поређењу са Сунцем мала тела, тамна, која светле искључиво одбијеном Сунчевом светлошћу. Једна од тих планета је и наша Земља. Око многих планета обилазе још мања тамна тела — то су *пратиоци* планета. Земља има једног таквог пратиоца — Месец, нама најближе небеско тело. Он је знатно мањи од Земље и игра у Сунчевом систему скромну улогу.

Осим планета и њихових пратилаца Сунчевом систему припадају још и *комете*, које такође обилазе око Сунца, али већи део свог пута преваљују далеко од Сунца и од Земље и зато се ретко посматрају. Напоследку се *космичка прашина*, сићушни *метеори*, крећу у безваздушном међупланетском простору у свима правцима и могу се посматрати у виду такзованих звезда падалица само кад улете у Земљину атмосферу.

Звезде не припадају Сунчевом систему и налазе се далеко ван његових граница. Свака звезда је самостално далеко сунце, тј. огромно усијано тело које светли сопственом светлошћу. Многе су звезде чак знатно веће и сјајније од нашег Сунца. Може се рећи и друкчије: Сунце је, просто, нама најближа звезда.

Део васионе приступачан нашим посматрањима претставља *циновски скуп* милијарда звезда који се назива *Систем Млечног Пута*. Једна од звезда тога система, која се ничим не разликује од низа других, јесте и

наше Сунце. Врло је вероватно да и око других сунаца-звезда обилазе тамне планете, на којима је могућ живот као и на Земљи, — да постоје на тај начин и други сунчани системи, слични нашем.

Величина Система Млечног Пута огромна је у саврењу са Сунчевим системом, али није бесконачна. Ако замислимо да смо полетели по правој линији кроз тај звездани систем, раније или касније изишли бисмо из његових граница, он би цео остао иза нас. Али бисмо испред себе, на даљинама огромним чак и у саврењу с пречником Млечног Пута, открили милионе других млечних путева, исто тако *циновских* као и наш звездани систем. Ови су звездани системи давно већ били познати астрономима под називом *маглина*, али је њихова права природа објашњена тек последњих година.

Замислимо да смо се пренели на најдаљи од данас познатих звезданих система, чија је даљина хиљадама пута већа од пречника нашег звезданог света. Цео Млечни Пут са милијардама сунаца из којих се састоји изгубили бисмо из вида међу милионима осталих сићушних маглина. Али се тиме не бисмо нимало приближили граници васионе. Она не постоји — васиона је бесконачна како у времену тако и у простору.

2. *Методе астрономских истраживања.* — Астрономски истраживачки рад састоји се из два саставна дела: астрономске *праксе* (*посматрања*) и астрономске *теорије*.

Астрономска посматрања не састоје се само у обичном разгледању небеских тела кроз дурбин, као што се често мисли, она се свODE скоро увек на *мерење* неких величина, на пример углова који одређују положај небеског тела. Да би посматрање дало резултат од вредности за науку, мора бити извршено с највишом тачношћу која се може са датим стањем технике постићи, с астрономском тачношћу која је ушла у пословицу. Таква је тачност постиже не само савршенством инструмената, већ углавном брижљивим обрачунавањем свих узрока који могу утицати на резултат мерења. Обрачунавање ових утицаја назива се *свођење* или *обрада посматрања*. Обрада астрономског посматрања обично одузима знатно више времена него само посматрање. Крајњи резултат посматрања добија се у виду *бројева*, који дају на пример положај посматраног небеског тела у датом тренутку.

Резултати посматрања дају материјал за астрономску *теорију*. Полазећи од појединачних, конкретних података, добивених из посматрања, теорија уз помоћ математике и других наука изводи научна уопштења или *законе*. Сваки научни закон мора обухватити целу област чињеница уључујући у њу, као појединачан случај, и оне посматране чињенице из којих је он изведен.

Дакле, астрономска се теорија у целости заснива на посматрањима. Али постоји и обрнут узајамни однос: теорија планира рад астронома-практичара, указујући им на питања која астрономија тога тренутка тражи да се осветле непосредним посматрањима.

Тако се баш и развијао онај одељак астрономије који је изучен боље од свих других, одељак о саставу Сунчевог система. Хиљадама година се скупљао посматрачки материјал, изучавана су *привидна кретања*

небеских тела. Постепено је постало јасно да ова кретања знатним делом нису стварна, већ долазе од Земљиних кретања (Коперник, XVI в.). Ово је откриће омогућило да се изучавају *права* кретања небеских тела у простору. Пошто је брижљиво изучио ова кретања, Кеплер је почетком XVII в. нашао да се она потчињавају врло простим *математичким* правилима и изразио је та правила у виду својих знаменитих закона кретања планета око Сунца. Затим се поставило питање о физичком узроку кретања по Кеплеровим законима. Њега је решио крајем истога века Њутн, који је показао да је *сила* која управља кретањем планета, *сила гравитације*, тј. *теже*. Закон *опште гравитације*, који је Њутн извео из Кеплерових закона, показао се необично широким научним уопштавањем. Из њега се као прости последице изводе не само Кеплерови закони кретања планета, него закони кретања комета, метеора и уопште свих небеских тела. Показало се да се кретања, изведена овим математичким путем, у потпуности слажу са њиховим правим кретањима. На тај начин астрономија је добила могућност да претскажује небеске појаве. Али се посматрања морају наставити да би дала материјал да се теорија усаврши и развије.

Изложена метода је јединствена научна метода упознавања природе. Она је најпре била примењена у астрономији, нарочито широко и очигледно и дала је најсавршеније резултате. Зато се у историји природних наука астрономија показала као образац за све друге науке.

3. Подела астрономије. — Астрономија се дели на неколико одељака; набројмо главне од њих:

а) *Сферна астрономија* даје математичка правила по којима се одређују *привидни* положаји небеских тела на небеском своду (*небеске координате*) и показује како се мењају ови положаји под утицајем различитих узрока. Она је припремни ступањ за наредни одељак.

б) *Практична астрономија* 1) даје правила за одређивање привидних координата небеских тела из посматрања и 2) показује како се из тих координата одређују координате *места посматрања*.

Одељци а) и б) заједно понекад се називају *положајна астрономија* или *астрометрија*, тј. наука о мерењима неба.

в) *Небеска механика* бави се теориским испитивањем кретања небеских тела. Њена је основа закон опште гравитације, и сва се небеска кретања изводе математички као последице тога закона. Одређивање маса небеских тела, математичко изучавање њихових облика и кретања њихових омотача и атмосфера такође спадају у овај одељак. Све своје задатке небеска механика тежи да решава у *општем* облику с пуном математичком строгаошћу.

Нешто упрошћено излагање неких питања небеске механике даје се у *теориској астрономији*.

г) *Теориска астрономија* излаже методе помоћу којих се из привидних кретања небеских тела могу одредити њихова права кретања и обрнуто. Први задатак назива се одређивање *путања (орбита)*; обрнути задатак, одређивање привидних положаја небеских тела (на пример за будуће време), назива се израчунавање *ефемерид*.

Сви побројани одељци баве се само геометријом и механиком васионе. Њих понекад називају астрономијом у ужем смислу речи, за разлику од наредног великог одељка *астрофизике*, која је посвећена физици васионе.

д) *Астрофизика*, тј. физика небеских тела изучава физички састав небеских тела, њихов сјај, температуру, хемиски састав, стање површина и др.. Овај одељак астрономије поникао је тек почетком XIX в; у данашње време он се развија јаче од свих других одељака астрономије и привлачи на себе највећу пажњу.

ђ) *Космогонија* разрађује теорије постанка и развоја небеских тела, међу њима и Земље.

е) Такозвана *општа астрономија* није самостална научна дисциплина. Она просто претставља систематско излагање резултата свих одељака астрономије.

Сви ови одељци нису оштро разграничени, већ се налазе међу собом у тесној вези. Тако нека питања сферне астрономије спадају у исто време у област и теориске и практичне астрономије; многа питања астрофизике, у којима имамо посла с кретањима, треба, строго узевши, да пређу у небеску механику.

4. Значај астрономије. — а) *Практични значај астрономије.*

1. Посматрањем кретања небеских тела једино је могуће *мерити време*. Само нам је астрономија омогућила да тако лако одговарамо на питања: Колико је часова? Који је данас датум? Зато проверавање часовника и састављање календара спадају међу најважније практичне примене астрономије.

2. Астрономска посматрања претстављају такође јединствено средство за одређивање *ширине* и *дужине* тачака на Земљиној површини. Зато су посматрања небеских тела савршено неопходна при различитим *геодеским* радовима, на пример при састављању географских карата. Како на огромној територији СССР остаје још много неизучених области у геодеском и картографском погледу, то практична астрономија има у Совјетском Савезу велики значај за производњу.

3. Астрономска су посматрања такође потребна при далеким *путовањима*. Добрим делом се поморци на отвореном мору и ваздухопловци при далеким летовима оријентишу по положају небеских тела, која им служе као природне куле светиље. Правила како се користи овим кулама светиљама и даје астрономија.

б) *Значај астрономије за опште образовање и њен филозофски значај*

У основи већине астрономских радова лежи исти циљ који даје правац и радовима других наука, то је упознавање закона васионе. Састав и кретање звезданог система, еволуција сунаца, развој и судбина наше Земље — ето неколиких задатака чијим се решавањем бави савремена астрономија. Упознавање с тим најважнијим питањима обавезно је за свакога ко жели да прошири свој умни видокруг и да му постане јасан положај човека у васиони. Простота и тачност закона кретања небеских тела, грандиозност звезданих система који се откривају телеско-

пом, saznaње moћи човекова ума, који мери тежине планета и врши хемиску анализу звезда, — све то пружа ономе који изучава астрономију задовољство више врсте.

Огроман значај има астрономија у борби с предрасудама и у ширењу научног материјалистичког погледа на свет. Баш се у области астрономије човек први пут упознао с појавама које наступају с неумољивом неизбежношћу, у строго одређеним роковима, и био је принуђен признати природни закони и да су немогућа чуда. А научна космологија постоје природни закони и да су немогућа чуда. А научна космологија је показала да је чак и питање о постанку небеских тела исто тако научно питање као и друга и да може бити решено по истим природним законима не узимајући у обзир никакве натприродне силе.

5. **Однос астрономије према другим наукама.** — Веома многи одељци анализе, или више математике, у астрономији имају најширу примену. У сферној астрономији се осим тога стално примењује сферна тригонометрија, а у практичној астрономији (и у другим одељцима) често су потребна нека поглавља из *теорије вероватноће*, на пример теорија најпотребнијих делова анализе. Нарочито је тесно везана с математиком небеска механика, која је у суштини чисто математичка наука. Она се и разликала углавном радовима великих математичара, као што су Њутн у XVII в., Ојлер, Лагранж и Лаплас у XVIII в.. Њено изучавање захтева знање најсложенијих делова анализе. У већој или мањој мери математика се примењује у свим одељцима астрономије и астрофизике. Астрофизика је тесно везана с *физиком* уопште (као што сам назив показује) и *хемијом*, а исто тако с *физиком* Земље или *геофизиком*, јер је сама Земља небеско тело. Стога могу многа научна питања с подједнаким правом да се сврстају, како у физику, хемију или геофизику, тако и у астрофизику.

Исто тако је практична астрономија тесно везана с *вишом геодезијом*. Одређивање величине и облика Земље немогуће је без астрономских посматрања, и обрнуто, познавање облика и величине Земље неопходно је за повећање тачности многих астрономских одређивања. Зато су се обе науке развијале у тесној узајамној сарадњи, а многи велики астрономи, као на пример Бесел и Струве (XIX в.), били су истовремено и славни геодети.

Астрономија се не користи само готовим резултатима других наука и њиховим методама, у многим случајевима она обрнуто утиче на развој тих наука. Најбољи пример за то је горепоменути узајамни утицај у развоју астрономије и геодезије. Други пример је историја небеске механике: методе помоћу којих је био решен задатак о кретању планета постале су основ савремене математичке анализе и *аналитичне механике*.

Физика и хемија такође су у многоме везане за астрономију, јер се на небеским телима материја посматра под условима који се не могу остварити на Земљи. Стога су при изучавању особина материје астрономска посматрања драгоцену допуну нашим лабораторија на Земљи. Напослетку, велики захтеви које у погледу тачности астрономија поставља својим инструментима за мерење утичу на развој технике инструмената и *оптике*.

6. **Астрономија и историја човечанства.** — Астрономија је као и друге науке поникла из практичних потреба човечанства које се разви-

јало. Скитачким племенима преисториске епохе било је потребно да се оријентишу при својим путовањима и они су научили да пронађу пут по Сунцу и по звездама, распознавали су стране света и сазвежђа. Првобитном земљораднику, за његове пољске радове, било је потребно да одреди када ће наступити топло или хладно време и он је посматрајући кретање Сунца приметио законитост у враћању годишњих доба. То још није била наука, већ само припремање за њу, лаганим скупљањем слушајних запажања која су се преносила с поколења на поколење.

А када је почео историски живот човечанства, појавила се потреба за *рачунањем година* и *календаром*, а развој трговинских односа захтевао је стварање метода да се нађе пут чак и на отвореном мору. Све је то могла дати само астрономија. Стога код свих народа на првим ступњима њихова историског живота налазимо више или мање развијену астрономију. Код Вавилоњана, Египћана, Кинеза, већ на 2—3 хиљаде година пре наше ере постојали су астрономи-стручњаци обавезни да редовно посматрају и чак претскажују небеске појаве. То је било потребно још и стога што се небеским телима приписивала божанска природа и утицај на живот Земље и човека. Тако се развила напоредо с астрономијом лажна наука астрологија, која се трудила да претскажује будућност по распореду планета. Дуго времена су астрономска посматрања вршена у у знатној мери за циљеве астрологије и астролози су све до XVII в. чак и у Европи вршили несумњив утицај на политички живот.

Развој астрономије и доцније је зависио од економског развоја друштва. На пример у Европи од XIV — XVI века сменила је средњовековни феудализам нова класа трговачке буржоазије; настала је епоха трговачког капитала. У трагању за новим земљама и новим богатствима европски поморци су почели предузимати далека путовања по океанима за која су тачна астрономска посматрања постајала све неопходнија. То је изазвало нечувен процват астрономије. У ову епоху пада највећи преврат у овој науци, везан за имена Коперника и Кеплера. Даљи развој прекоморске трговине, колонизација и освајање нових земаља, још су више истакли сву важност астрономије у одређивању координата тачака на мору и копну. У свима земљама почели су ницати астрономски институти — *опсерваторије*, а сарадња у морепловству и геодезији постала је један од основних задатака у њиховим радовима. Али су опсерваторије и астрономи давали и дају, разуме се, знатно више — они све дубље прогледу у законе састава и развоја васионе. Да бисмо научили управљати природом треба најпре да се добро научимо познавати је.

ГЛАВА ДРУГА

АСТРОНОМСКИ ПОЈМОВИ И КООРДИНАТЕ

7. **Небеска сфера.** — Да бисмо могли изучити кретања небеских тела, треба да уметмо одређивати њихове положаје у васионском простору. То би се могло постићи помоћу праволиних или поларних координата. Али је и за једне и за друге потребно познавати отстојање небеског тела од координатног почетка. За већину небеских тела ова су отстојања непозната, стога смо у сферној астрономији принуђени за одређивање положаја небеских тела и изучавање њихових привидних кретања прибећи таквој методи која би могла да користи сам небески свод на коме нам изгледају распоређена сва небеска тела. Ма на ком месту Земљине површине се налазили, ми увек видимо над собом небо у облику огромног свода за чију унутрашњу површину изгледају причвршћени Сунце, Месец и звезде. Тај нам свод изгледа као половина *сфере*, тј. лопте и ма где се преместили, увек нам изгледа да остајемо у његовом средишту. Може се помислити да се над Земљом уствари уздиже нека циновска плава купола на чијој се унутрашњој површини налазе сва небеска тела. Тако су и мислили сви стари народи.

Али то није тачно. Утисак лоптасте површине ствара се отуд што не можемо да оценимо која су нам небеска тела ближе, а која даље; стога ми несвесно постављамо сва небеска тела на једнака отстојања од нас и замишљамо да су сва она распоређена на површини неке лопте у чијем се средишту увек налази посматрач. Исто то расуђивање важи и за тачке плавог дневног неба. Већ је одавно познато да се небеска тела налазе на најразличитијим даљинама и да у стварности не постоји никаква чврста сфера; али је и поред тога наука сачувала *замишљену* лопту као помоћно седство за описивање привидних небеских кретања.

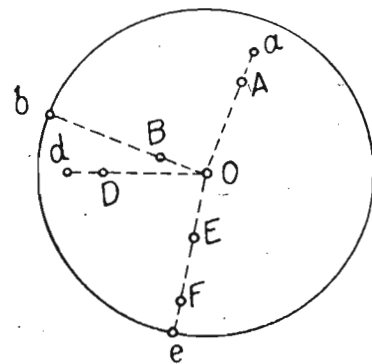
Ова се замишљена лопта у астрономији назива *небеска сфера*. На њој се у мислима повлаче тачке и линије и у односу на њих се одређује привидни положај небеских тела.

Обратимо пажњу на ову чињеницу. Такозвано небо строго узевши не постоји: постоје само појединачна небеска тела разбацана по неограниченом простору. Онај плави свод, који се види дању је Земљина атмосфера. Она омогава Земљину лопту у сасвим танком слоју; његова дебљина (висина атмосфере) износи свега неколико стотина километара; а даље почиње безваздушни васионски простор.

Атмосфера није потпуно провидна: молекули ваздуха, а такође и честице прашине и ситне капљице водене паре растурају Сунчеву светлост која на њих пада, тј. растурају је у свима правцима (појава такозване дифузије). Притом се зраци разних боја не растурају подједнако. Енглески физичар Релеј доказао је да ту играју битну улогу димензије делића и и да се при димензијама које имају молекули ваздуха морају од свих зракова Сунчеве светлости растурати највише плави. Осветљење атмосфере које тако настаје толико је силно да нам засењује светлост звезда и смета нам да их дању видимо. Кад атмосфере не би било, дневно небо би изгледало потпуно црно и звезде би се виделе у свако доба. На тај начин плаво небо није позадина на којој се одигравају небеске појаве, већ предња полупровидна завеса.

Зауставимо се на неким особинама небеске сфере. Њене кругове и тачке треба, да би нам било јасније, уочавати и налазити не само на цртежу, већ и на звезданом небу. Стога је најподесније овакво претстављање небеске сфере.

Замислимо око нас лопту, чији је полупречник произвољан, али знатно већи од отстојања најдаље звезде коју можемо видети. Због тако великих димензија свако померање посматрачево биће неприметно спрам полупречника ове лопте и посматрач ће увек остајати у њеном средишту. На површину ове лопте ми пројектујемо небеска тела продужујући до пресека с лоптом праве повучене из посматрачевог ока ка небеским телима. Пројекција небеског тела на лопту даће нам *привидни положај* небеског тела. На сл. 1 небеско тело *A* пројектује се на небеску сферу у тачку *a*; небеска тела *B* и *D*, у стварности далеко једно од другог, пројектуваће се на лопту у две блиске тачке *b* и *d*, а небеска тела *E* и *F* у једну тачку *e*.



Сл. 1.

Из услова да је свако приступачно нам отстојање занемарљиво мало спрам димензија лопте, излази још једна особина небеске сфере: систем паралелних линија, продужених у истом смеру, сече се са лоптом у *једној тачки*.

Овде изложена дефиниција небеске сфере поникла је историски из претстава о звезданом небу као чврстом своду за који су утврђене звезде. Ако се ослободимо ове везе, долазимо до другог схватања назива — *небеска сфера*. Из произвољне тачке простора, као средишта, опише се лопта произвољног полупречника. Затим се из средишта те лопте повуку праве паралелне правцу ка небеском телу или уопште оним правцима о којима је реч у датом задатку. Пресек сваког од тих праваца с површином лопте даје потпуно одређену тачку. Такву сферу је боље не називати небеском, већ просто *помоћном* сфером.

Убудуће ћемо се користити обема методама конструисања небеске или помоћне сфере. Приметимо да се средиште небеске сфере може ста-

вити у произвољну тачку простора. Ако се њено средиште налази у тачки која се налази на Земљиној површини, сфера се понекад назива *топоцентрична*, ако се налази у Земљином средишту — *геоцентрична*, напослетку ако се налази у средишту Сунца — *хелиоцентрична*.

Небеска сфера има све особине лопте, познате из геометрије. Поброемо оне особине које ће нам бити потребне.

1. Раван повучена кроз средиште лопте дели је на две полулопте и сече површину лопте по такозваном *великом кругу*.

2. Кроз две тачке на површини лопте, које нису дијаметрално супротне једна другој, може се повући само један велики круг.

3. Два велика круга увек се секу и то у два дијаметрално супротним тачкама; паралелних великих кругова не може бити.

Касније ћемо увидети колико је подесна примена небеске сфере у астрономији, овде скренимо пажњу само на то да се помоћу ње просто решава питање међусобног распореда небеских тела. Ако желимо на пример да изразимо бројевима релативан положај *две* звезде чије су даљине као и међусобно растојање непознати, једино што можемо измерити то је *угао* између праваца ка тим звездама. Но кад смо пројектовали ове звезде на небеску сферу, простије ће бити место угла између праваца уочити лук великог круга између њихових пројекција на сфери. Ако су дата *три* праваца, онда је место проучавања триедра знатно лакше уочити дуж тих праваца три пројекције на небеској сфери и посматрати *сферни триугао* који образују лукови великих кругова повучени између ове три тачке.

8. **Основне тачке и кругови на небеској сфери.** — *Први основни правац* пружа нам *вертикала* или линија *виска* дуж које је уперена сила теже у датом месту. Тачка у којој вертикала продужена навише сече небеску сферу назива се *зенит*. Тачка супротна зениту, која лежи испод ногу посматрача, назива се *надир*.

Раван повучена кроз око посматрачево управно на вертикалу назива се раван *правог хоризонта*. Продужимо ту раван на све стране до пресека с небеском сфером; према особини лопте раван ће је сећи по великом кругу. Овај се велики круг назива математички или *прави хоризонт*, а често просто *хоризонт*; то је *први основни круг* небеске сфере.

Са правим хоризонтом не треба мешати привидни хоризонт, тј. линију дуж које се, како се каже, небо састаје са Земљом. Привидни хоризонт на копну претставља неправилну линију чије тачке могу лежати и изнад и испод правог хоризонта. На отвореном мору привидни хоризонт је увек круг, али који лежи испод правог хоризонта и њему је паралелан, то већ није велики, него мали круг небеске сфере.

Свака раван која пролази кроз вертикалу сече небеску сферу по великом кругу који се назива *вертикал* или *висински круг*. Сви су вертикали управни на равни хоризонта. Мали круг небеске сфере паралелан хоризонту назива се *алмукантарат*.

Читава небеска сфера изгледа нам да се обрће у току 24 часа око једне осовине. Ова осовина, која се поклапа са Земљиним обртном осовином, назива се *светска осовина*; она претставља *други основни правац*. Тачке пресека небеске сфере са светском осовином називају се светски полови; онај пол који се у Европи и у СССР налази изнад хоризонта назива се *северни пол*; други пол, дијаметрално супротан, назива се

јужни. Велики круг, чија је раван управна на светској осовини, назива се *екватор*. Екватор је *други основни круг* небеске сфере.

Вертикал чија раван пролази кроз светску осовину назива се *меридијан* датог места. Другим речима, меридијан једног места је велики круг на коме се налази зенит тога места и пол.

На сл. 2 претстављена је небеска сфера у чијем се средишту O налази посматрач; тачке, праве и кругови на том цртежу обележени су са Z и Z' — зенит и надир места посматрања; ZOZ' — вертикала, $SWNE$ — хоризонт; P и P' — северни и јужни пол, POP' светска осовина, $QWQ'E$ — екватор. Круг $Z\sigma CZ'$ је вертикал небеског тела σ . Тада ће вертикал $PZSP'Z'N$ бити меридијан места посматрања.

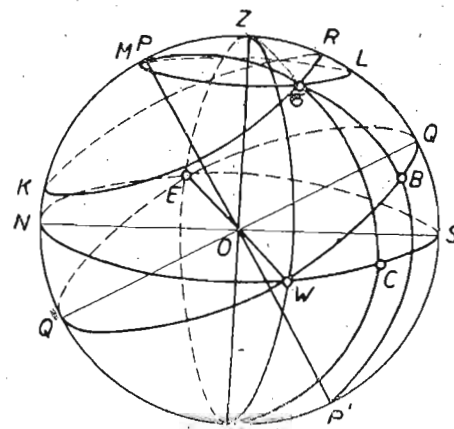
Са хоризонтом се меридијан сече у два тачкама — N и S ; прва лежи испод северног небеског пола и назива се *северна*, друга је *јужна тачка*. Права NS дуж које раван меридијана сече раван хоризонта назива се *подневачка* или *меридијанска линија*. Вертикал WZE управан на меридијану назива се *први вертикал*. Он сече хоризонт у *западној тачки* W и *источној тачки* E ; прва се налази на отстојању 90° од јужне тачке, рачунајући у смеру кретања казаљке на часовнику, друга на отстојању од 270° .

Као што је горе поменуто, екватор је на сл. 2 претстављен кругом $QWQ'E$ повученим на једнаком отстојању од оба пола. Приметимо да се с хоризонтом екватор сече у истим тачкама западној W и источној E као и први вертикал, а раван екватора сече се са равни хоризонта дуж праве исток — запад EW , управне на подневачкој линији.

Равни које пролазе кроз светску осовину секу небеску сферу по великим круговима који се називају *часовни кругови* или *деклинациски кругови*. Тако је на сл. 2 часовни круг небеског тела σ $R\sigma BP'$. Сви су часовни кругови управни на екватору.

Мали кругови паралелни екватору називају се *дневни паралели*. Свако небеско тело услед обртања небеске сфере опише такав паралел за 24 часа и за то време двапут прође кроз меридијан. Ови пролази кроз меридијан називају се *кулминације* небеског тела; она кулминација која је ближа зениту зове се *горња кулминација*. На сл. 2 $R\sigma KR$ је дневни паралел небеског тела σ , R — његова горња кулминација, K — доња. Дневни паралел небеског тела које се налази на екватору поклапа се с екватором; у том случају се тачно половина дневног паралела (EQW) налази над хоризонтом и тачно половина ($WQ'E$) под хоризонтом.

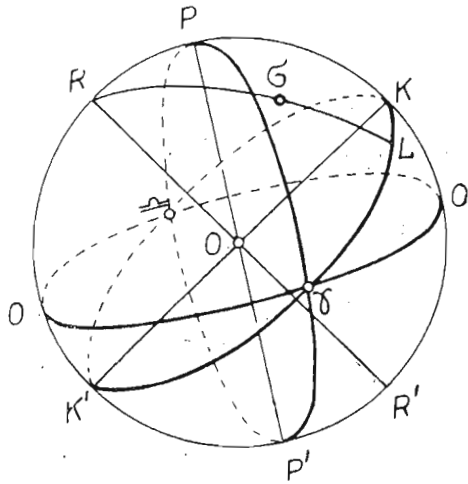
Хоризонт дели небеску сферу на полусфере, горњу — *видљиву*, на којој се налази зенит Z и доњу — *невидљиву* с надиром Z' . Екватор



Сл. 2.

дели сферу на полусфере: северну — са северним полом P и јужну с јужним полом P' . Меридијан дели сферу на западну и источну страну с односним тачкама хоризонта W и E . Вертикала дели меридијан на северни и јужни део, који садрже такође односне тачке хоризонта N и S .

Трећи основни круг, *еклиптика*, одређен је кретањем Сунца. Као што ћемо описати у параграфу 29, Сунце има поред привидног дневног кретања још и друго привидно кретање, које се назива *годишње*, услед кога изгледа као да се оно помера међу звездама. У току године Сунчево средиште описује по небеској сфери велики круг чија се раван не поклапа с равни екватора, већ са њом заклапа угао од $23^\circ 27'$. Тај се велики круг и назива *еклиптика*. С екватором се еклиптика сече у две дијаметрално супротне тачке. Једна се од тих тачака пресека назива *тачка пролећне равнодневице*, друга — *тачка јесење равнодневице*. Када се Сунце нађе у овим тачкама (21 марта и 23 септембра), видљиви део његовог дневног пута над хоризонтом постаје једнак невидљивом делу и тада је дан једнак ноћи. Отуд су и дошли називи за ове тачке. Тачка пролећне равнодневице била је обележена још у старо време знаком Υ ; како овај знак помало личи на грчко слово γ , то се понекад тачка пролећне равнодневице обележава тим словом и назива *гама тачка*.



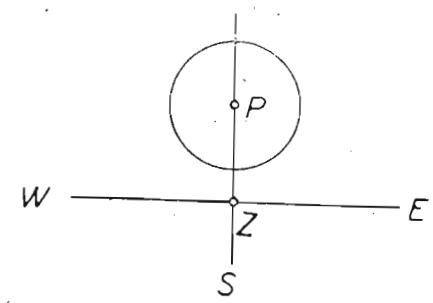
Сл. 3.

Положај еклиптике према екватору види се на сл. 3 (на којој хоризонт није нацртан). На њој је круг QYQ' екватор, P и P' — небески полови, тј. тачке у којима просеца небеску сферу права управна на равни екватора. Еклиптика је претстављена кругом KYK' , који сече екватор у тачкама пролећне и јесење равнодневице, Y и Y' . Тачке R и R' у којима просеца небеску сферу права управна на равни еклиптике зову се *полови еклиптике*. Очеvidно се угао између равни екватора и еклиптике, од $23^\circ 27'$, мери или углом QYK , између великих кругова YQ и YK , или углом POR између нормала на равни екватора и еклиптике. Велики кругови који пролазе кроз половине еклиптике називају се *кругови латитуда*; сви су они управни на еклиптици. На сл. 3 круг $R\sigma L$ је круг латитуде небеског тела σ . Деклинациски круг равнодневичких тачака назива се *колур равнодневица* (круг PYQ' на сл. 3).

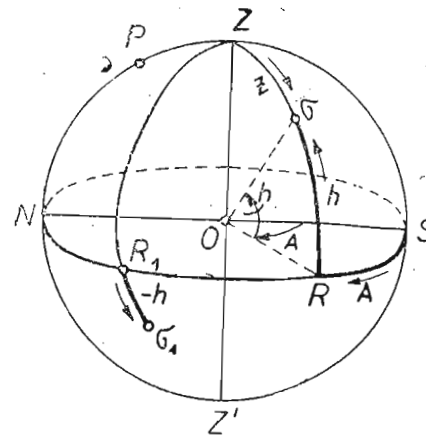
Северни део небеске сфере са зенитом и полом може се на цртежу претставити, ако се пројектује из средишта сфере на раван која стоји управо на вертикали на бесконачној даљини од средишта. Тада се меридијан претставља (сл. 4) правом NS с тачкама P и Z — полом и зенитом. Сви се вертикали претстављају такође правим линијама које пролазе кроз тачку Z , између њих ће линија првог вертикала WE бити

управна на линији меридијана. Можемо се договорити да паралеле блиске полу претстављамо круговима са заједничким средиштем у тачки P . Овакав ће нам цртеж користити доцније, при проучавању неких питања.

9. **Четири система небеских координата.** — Да видимо како се одређује положај небеског тела на небеској сфери; другим речима да се упознамо са *координатним системима*. Таквих система има неколико и они се разликују само избором основних равни или основних великих кругова на сфери. У сваком координатном систему увек се изаберу два основна круга, који међу собом стоје управно; по првом основном кругу координатни систем добија свој назив. Кад се изаберу први основни круг уочи се његов пол, тј. тачка у којој просеца сферу пречник управан на равни основног круга; од свих тачака тога круга пол се налази на угловном отстојању једнаком 90° . Даље се конструкција врши на овај начин: кроз пол првог основног круга и небеско тело повуче се лук великог круга тако да се добије његов пресек с тим основним кругом. Једна од координата биће број који претставља дужину лука повученог великог круга, рачунату од првог основног круга до небеског тела; понекад се место овог лука узима лук од пола основног круга до небеског тела. Друга координата биће број који претставља дужину лука првог основног круга, рачунату од другог основног круга, до места пресека првог основног круга кроз небеско тело. Како се луци великих кругова мере односним централним угловима или угловима диједрима или угловима код полова кругова, то се ма која од ових геометриских величина може узети за сферну координату.



Сл. 4.



Сл. 5.

Z и небеско тело висински круг (вертикал) $Z\sigma R$. Положај небеског тела σ биће потпуно одређен величинама угла диједра $SZOR$ и угла $RO\sigma$. Угао диједар између равни меридијана и висинског круга назива се *азимут небеског тела*. Како се овај угао диједар мери сферним углом код

У сферној астрономији употребљавају се четири система координата: хоризонтни, месни екваторски, небески екваторски и еклиптички.

1. **Систем (хоризонтни).** Узмимо равни хоризонта и меридијана за основне и у одгосу на њих одредимо положај небеског тела σ (сл. 5); повуцимо кроз пол хоризонта тј. тачку

зенита, или луком SR хоризонта, или напоследку углом SOR , то се свака од ових величина подједнако назива азимутом небеског тела.

Угао $RO\sigma$ између равни хоризонта и правца ка датом телу назива висина небеског тела; на исти начин висином небеског тела назива се лук великог круга $R\sigma$ између хоризонта и небеског тела. Често се место висином положај небеског тела одређује луком $Z\sigma$ једнаким допуни висине до 90° ; овај се лук назива *зенитно отстојање*.

Азимути небеских тела рачунају се од јужне тачке ка западу и даље од 0° до 360° ; понекад се они броје у обе стране од јужне тачке, ка западној страни неба од 0° до 180° и ка источној до 0° до -180° . Висине се мере од хоризонта до $\pm 90^\circ$; зенитна се отстојања мере од зенита, од 0° до 180° . Азимут, висину и зенитно отстојање обележаваћемо словима A, h, z . Очевидно је $z = 90^\circ - h$.

За небеско тело σ_1 имаћемо: $SR_1 = A$, $R_1\sigma_1 = -h$, $ZR_1\sigma_1 = z$. Са сл. 5 непосредно се види да се при негативној висини или зенитном отстојању већем од 90° небеско тело налази под хоризонтом, па се према томе не види.

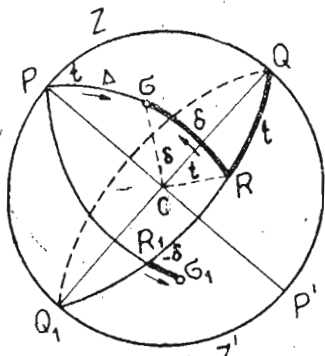
Све тачке на једном алмукантарату имају једно исто зенитно отстојање.

Када се небеско тело налази на западној страни неба, његов је азимут мањи од 180° ; када је оно на источној страни, азимут му је већи од 180° .

Када се небеско тело налази у меридијану, оно може имати ове азимуте: јужно од зенита, тј. између тачака Z и S , $A = 0^\circ$; северно од зенита, тј. између тачака Z и N , $A = 180^\circ$.

Услед дневног кретања небеске сфере (које ће подробно бити описано у параграфу 13), обе се хоризонтне координате непрестано мењају.

2. Координатни систем (месни екваторски). — У другом координатном систему за основне равни узимају се равни екватора и меридијана; повуцимо кроз пол екватора P и небеско тело деklinациски круг. Положај небеског тела σ потпуно је одређен углом диједром $QPOR$ и углом $RO\sigma$ (сл. 6). Први се назива часовни угао небеског тела, други његова деklinација.



Сл. 6.

Према томе часовни угао је угао диједар између равни меридијана и деklinациског круга датог небеског тела. Како се овај угао мери сферним углом QPR или луком екватора QR , или углом QOR , то се свака од ових величина подједнако назива часовним углом.

Угао $RO\sigma$ између равни екватора и правца ка датом небеском телу назива се деklinација небеског тела; она је једнака луку деklinациског круга $R\sigma$ између екватора и небеског тела.

Понекад се место деklinације узима лук $P\sigma$, тј. допуна деklinације до 90° ; овај се лук назива *поларно отстојање*. Часовни се углови мере од јужног дела меридијана према западу од 0° до 360° ; понекад се они рачунају у обе стране меридијана од 0°

до 180° ; у том случају се они обележавају са t_w за западну страну неба и са t_E за источну; први се сматрају за позитивне, други за негативне.

Деklinације се мере с обе стране екватора од 0° до $\pm 90^\circ$; северне деklinације, тј. у смеру од екватора ка северном полу, позитивне су, јужне, у смеру ка јужном полу, негативне су.

Часовни угао обележава се словом t , деklinација са δ , поларно отстојање са Δ ; очевидно је $\Delta = 90^\circ - \delta$.

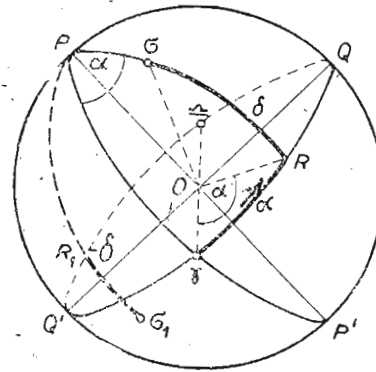
За небеско тело σ_1 имаћемо $QR_1 = t$, $R_1\sigma_1 = -\delta$, $PR_1\sigma_1 = \Delta$.

Све тачке на дневном паралели имају једну исту деklinацију.

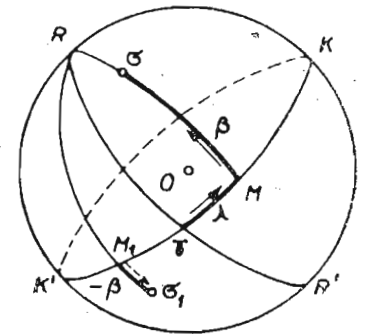
Када се небеско тело налази на западној страни неба његов је часовни угао мањи од 180° ; када се оно налази на источној страни часовни му је угао већи од 180° .

Када се небеско тело налази у горњој кулминацији, увек је $t = 0^\circ$, у доњој кулминацији $t = 180^\circ$.

Очевидно између првог и другог координатног систем постоји зависност, јер ако је азимут небеског тела мањи од 180° , и часовни угао је мањи од 180° , и обрнуто.



Сл. 7.



Сл. 8.

Услед привидног дневног обртања у овоме се координатном систему мења само једна координата t и то по врло простом закону: она расте равномерно, мењајући се у току 24^h од 0° до 360° . Друга координата δ остаје стална. Како часовни угао расте сразмерно времену, то се већином не изражава у степенима, него у часовима (h), минутама (m) и секундама (s) времена. Притом сваки час износи $\frac{1}{24}$ део круга тј. 1^h одговарају 15° , 1^m одговарају $15'$, 1^s одговарају $15''$. На пример $265^\circ = 17^h 40^m$; $11^h 34^m = 173^\circ 30'$.

3. Координатни систем (небески екваторски). — У трећем систему за основне равни сматрају се равни екватора и деklinациског круга равномерно-дневичких тачака; повуцимо, као и у другом систему, деklinациски круг кроз тачку P и кроз небеско тело.

Положај небеског тела σ потпуно је одређен углом диедром ΥPOR и углом $RO\sigma$ (сл. 7). Први се назива *ректасцензија*, а други *деклинација* као и у другом систему.

Дакле ректасцензија је угао диедар између равни деклинациских кругова равнодневичких тачака и датог небеског тела. Како се овај угао мери сферним углом ΥPR , или луком ΥR екуатора, или углом ΥOR то је свака од ових величина такође ректасцензија.

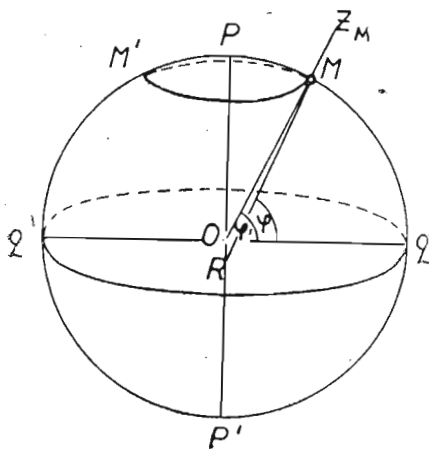
Ректасцензије се рачунају од тачке пролећне равнодневице у смеру супротном смеру правилног дневног обртања од 0° до 360° или од 0^h до 24^h . Ректасцензија се обележава словом α .

За небеско тело σ_1 имаћемо $\Upsilon RQR_1 = \alpha$, $R_1\sigma_1 = \delta$.

Ниједна се координата овог система не мења услед привидног дневног кретања.

4. *Координатни систем (еклиптички)*. — Називаћемо круговима латитуда велике кругове који пролазе кроз пол R и стоје управно на еклиптици (сл. 8). За основне равни узећемо равни еклиптике и круга латитуде равнодневичких тачака; повуцимо круг латитуде кроз пол еклиптике, тј. тачку R и небеско тело. Координате небеског тела σ у четвртном координатном систему биће: *лонгитуда* $\lambda = \Upsilon M$ и *латитуда* $\beta = \sigma M$. Лонгитудом небеског тела назива се, према томе, лук еклиптике од тачке пролећне равнодневице до круга латитуде који полази кроз небеско тело. Латитудом небеског тела назива се лук круга латитуде од еклиптике до небеског тела. Лонгитуде се рачунају у истом смеру као и ректасцензије, тј. у сусрет смеру привидног дневног кретања, од 0° до 360° , а латитуде од еклиптике у обе стране, при чему се јужна латитуда изражава негативним бројем (као и деклинација јужно од екуатора). На пример за небеско тело σ_1 имаћемо: $\Upsilon KK'M_1 = \lambda$, $M_1\sigma_1 = -\beta$.

За латитуду и лонгитуду Сунца усвојене су ознаке B и L .



Сл. 9.

10. *Координате тачака на Земљиној површини*. — По савременим схватањима под Земљиним обликом сматра се мирна површина океана везаних с морима, продужена у мислима испод континената и острва. Тада је Земљин облик врло близак облику сфероида или обртног елипсоида, чија је обртна осовина мања осовина сфероида.

Узмимо на Земљиној површини тачку M (сл. 9) и повуцимо раван кроз ту тачку и осовину pp' ; у пресеку ћемо добити елипсу $PMqP'q'$ која је меридијан тачке M . Ако повучемо даље кроз ту тачку раван управну на осовину, добићемо круг MM' који се назива паралел тачке M .

Паралел тачака q и q' , чија раван пролази кроз Земљино средиште, назива се *Земљин екуатор*.

Положај меридијана тачке M потпуно је одређен углом диедром који образује његова раван с равни меридијана ма које тачке који је усвојен за почетни и назван *први*. Овај се угао диедар назива *дужина*; дужине се броје од првог меридијана у обе стране, од 0° до 180° или од 0^h до 12^h и обележавају знацима: минус ($-$) источна (E) и плус ($+$) западна (W). У Француској придржавају се ознака E, W .

За први меридан усвојен је у данашње време у свим земљама *гринвички меридијан*.

Положај тачке M на њеном меридијану одређује се ширином, φ , тј. углом који заклапа вертикала MR у тачки M са равни екуатора. Ширина се сматра за северну и јужну према томе на којој полулопти лежи тачка; понекад се северне ширине обележавају знаком $+$, а јужне знаком $-$.

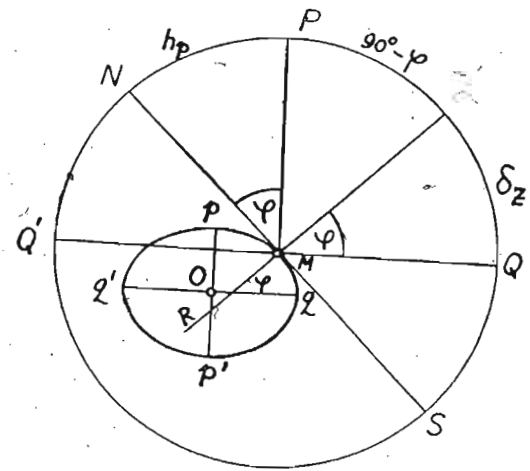
Кад би Земља била лопта, вертикала би се тачке M секла са Земљиним обртном осовином у Земљином средишту; како се њен облик разликује од лопте, овај пресек пада у тачку R која лежи с друге стране екуатора. Угао φ' , који заклапа Земљин полупречник тачке M са равни екуатора, назива се *геоцентрична ширина*, и њу је потребно знати у неким астрономским проблемима.

Ширина места се одређује непосредно из астрономских посматрања, а геоцентрична се добија израчунавањем по методама које се уче у вишој геодезији.

Нацртајмо из тачке M помоћну сферу (сл. 10); додирна раван NS претстављаће хоризонт, раван QQ' паралелна Земљиним екуатору qq' биће небески екуатор, права PM паралелна Земљиној осовини pp' претстављаће светску осовину, напоследку ће продужена вертикала RM обележити на сфери зенит тачке M . Са цртежа се лако види да је ширина места једнака луку QZ , тј. *деклинацији зенита* δ_z или луку NP — *висини пола* h_p . Растојање између зенита и пола — лук PZ једнак је $90^\circ - \varphi$.

Лако је увидети да се с померањем посматрача ка севернијим ширинама светски пол издиже над хоризонтом и на северном Земљиним полу он стоји над главом, у зениту; обрнуто, с померањем ка екуатору светски пол се спушта и за посматрача који се налази на екуатору он лежи у хоризонту.

Димензије Земљиног елипсоида, којима се данас користе астрономи, нашао је Хајфорд 1909 г. и оне су дате овим вредностима:



Сл. 10

велика полуосовина $a = 6\,378\,388$ м,
мала „ „ $b = 6\,356\,912$ м,

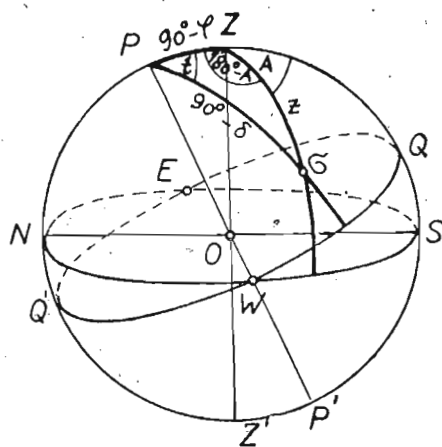
$$\text{спљоштеност } \frac{a-b}{a} = \alpha = \frac{1}{297,0}$$

11. Претварање координата другог система у координате првог. — Нека је дато φ , t и δ , а тражи се A и z . Да бисмо решили задатак учимо сферни троугао $PZ\sigma$ (сл. 11), који се зове *паралактички*; стране тога троугла су

$$P\sigma = 90^\circ - \delta, \quad Z\sigma = z, \quad PZ = 90^\circ - \varphi,$$

а углови

$$PZ\sigma = 180^\circ - A, \quad ZP\sigma = t.$$



Сл. 11.

Напишимо за тај паралактички троугао три основна обрасца сферне тригонометрије:

$$\begin{aligned} \cos z &= \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t, \\ -\sin z \cos A &= \cos \varphi \sin \delta - \sin \varphi \cos \delta \cos t, \\ \sin z \sin A &= \cos \delta \sin t. \end{aligned}$$

Ови обрасци сами по себи решавају задатак претварања. Ради лакше примене доводимо их на облик подесан за логаритмисање.

Ако поделимо трећи образац другим, имаћемо:

$$\operatorname{tg} A = \frac{\cos \delta \sin t}{\cos \varphi \sin \delta - \sin \varphi \cos \delta \cos t}$$

Ако и бројитељ и именитељ десне стране поделимо са $\cos \delta \cos t$, добићемо:

$$\operatorname{tg} A = \frac{\operatorname{tg} t}{\sin \varphi - \cos \varphi \frac{\operatorname{tg} \delta}{\cos t}};$$

ако уведемо помоћни угао N изразом

$$\operatorname{tg} N = \frac{\operatorname{tg} \delta}{\cos t},$$

наћи ћемо:

$$\operatorname{tg} A = \frac{\operatorname{tg} t}{\sin \varphi - \cos \varphi \operatorname{tg} N},$$

или

$$\operatorname{tg} A = \frac{\operatorname{tg} t \cos N}{\sin \varphi \cos N - \cos \varphi \sin N} = \frac{\operatorname{tg} t}{\sin(\varphi - N)}.$$

Ако поделимо други образац првим, добићемо:

$$\operatorname{tg} z \cos A = \frac{\sin \delta \cos \varphi - \cos \varphi \cos \delta \cos t}{\sin \varphi \cos N - \cos \varphi \sin N},$$

или

$$\operatorname{tg} z \cos A = \frac{\sin \varphi - \cos \varphi \frac{\operatorname{tg} \delta}{\cos t}}{\cos \varphi + \sin \varphi \frac{\operatorname{tg} \delta}{\cos t}}.$$

Користећи се једначином којом је одређен помоћни угао, добићемо

$$\operatorname{tg} z \cos A = \frac{\sin \varphi - \cos \varphi \operatorname{tg} N}{\cos \varphi + \sin \varphi \operatorname{tg} N} = \frac{\sin \varphi \cos N - \cos \varphi \sin N}{\cos \varphi \cos N + \sin \varphi \sin N},$$

$$\operatorname{tg} z \cos A = \frac{\sin(\varphi - N)}{\cos(\varphi - N)}; \quad \operatorname{tg} z = \frac{\operatorname{tg}(\varphi - N)}{\cos A};$$

према томе, три обрасца који решавају задатак биће:

$$\operatorname{tg} N = \frac{\operatorname{tg} \delta}{\cos t}, \quad (1)$$

$$\operatorname{tg} A = \frac{\operatorname{tg} t \cos N}{\sin(\varphi - N)}, \quad (2)$$

$$\operatorname{tg} z = \frac{\operatorname{tg}(\varphi - N)}{\cos A}. \quad (3)$$

При израчунавању помоћног угла N он се узима у границама првог квадранта са знаком плус или минус.

Вредност азимута A треба узимати између 0° и 180° , ако је $0^\circ < t < 180^\circ$, а између 180° и 360° , ако је $180^\circ < t < 360^\circ$.

Зенитно отстојање z треба узимати или у границама првог квадранта, ако је $tg z$ позитивно, или у границама другог квадранта, ако је $tg z$ негативно. У последњем случају се на датом часовном углу небеско тело налази испод хоризонта.

У случају када је $t = \pm 6^h$ за рачун се не користе изведени обрасци, и у том случају се обрасци могу извести из правоуглог паралактичког троугла (сл. 12). Имаћемо

$$\cos \varphi = -ctg A ctg \delta,$$

одакле је

$$tg A = \frac{ctg \delta}{\cos \varphi} = -ctg \delta sec \varphi. \quad (4)$$

Даље је

$$-\cos A = ctg z ctg \varphi$$

и

$$tg z = -\frac{ctg \varphi}{\cos A} = -ctg \varphi sec A. \quad (5)$$

У овом случају се A и z израчунавају из тангенса.

Исто се тако лако могу применити у овом случају и прва два основна обрасца за паралактички сферни троугао, дата у почетку параграфа, ако у њих ставимо $\cos t = 0$. Тада добијемо

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta, \quad (6)$$

$$\cos A = -\frac{\cos \varphi \sin \delta}{\sin z}. \quad (7)$$

Напоменимо да се у астрономији тренуци појава дају често у звезданом времену, које ће бити подробно објашњено у параграфу 14.

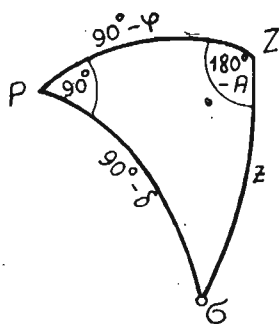
Кад су дати звездано време s и ректасцензија небеског тела α , његов ће се часовни угао t добити по обрасцу

$$t = s - \alpha$$

Ако је $s < \alpha$, α треба одузети од $s + 24^h$.

Примери. 1. Израчунати азимуте и зенитна отстојања звезде α Bootis у Москви ($\varphi = 55^\circ 45',6$) у тренуцима звезданог времена:

$$s_1 = 5^h 15^m,0; \quad s_2 = 10^h 15^m,0; \quad s_3 = 16^h 0^m,0; \quad s_4 = 21^h 55^m,0.$$



Сл. 12

Из Астрономическог ежегодника за 1938 г. имамо:

$$\alpha \text{ Bootis} \dots \alpha = 14^h 12^m,8; \quad \delta = +19^\circ 30',3.$$

1	s	$5^h 15^m,0$	$10^h 15^m,0$	$16^h 0^m,0$	$21^h 45^m,0$
2	α	$14 12,8$	$14 12,8$	$14 12,8$	$14 12,8$
3	t	$15 2,2$	$20 2,2$	$1 47,2$	$7 32,2$
4	$lg tg \delta$	$9,54927$	$9,54927$	$9,54927$	$9,54927$
5	$ctg \cos t$	$0,15472_n$	$0,29389$	$9,04935$	$0,40723$
7	$lg tg N$	$0,70399_n$	$0,84316$	$0,59862$	$9,95650$
8	N	$-26^\circ 49',8$	$+34^\circ 52',3$	$+21^\circ 38',7$	$-42^\circ 8',1$
10	φ	$55 45,6$	$55 45,6$	$55 45,6$	$55 45,6$
11	$\varphi - N$	$82 35,4$	$20 53,3$	$34 6,9$	$97 53,7$
6	$lg tg t$	$0,00834$	$0,22890_n$	$9,70341$	$0,38110_n$
9	$lg \cos N$	$9,95053$	$5,91404$	$9,96824$	$9,87015$
12	$ctg \sin (\varphi - N)$	$0,00364$	$0,44788$	$0,25115$	$0,00413$
14	$lg tg A$	$9,96251$	$0,59091_n$	$9,92280$	$0,24538_n$
15	A	$222^\circ 31',8$	$284^\circ 23',2$	$39^\circ 56',0$	$119^\circ 36',7$
13	$lg tg (\varphi - N)$	$0,88588$	$9,58164$	$9,83086$	$0,85801$
16	$ctg \cos A$	$0,13258_n$	$0,60473$	$0,11532$	$0,30617$
17	$lg tg z$	$0,01846_n$	$0,18637$	$0,94618$	$1,16418$
18	z	$95^\circ 28',5$	$56^\circ 56',0$	$41^\circ 27',5$	$-86^\circ 4',8$

Звезда је под хоризонтом

2. За звезду дату у првом примеру и за $\varphi = 55^\circ 45',6$ израчунати z и A при $t = 6^h$.

Израчунавање по обр. (4) и (5)			Израчунавање по обр. (6) и (7)		
1	$lg ctg \delta$	$0,45073$	1	$lg \sin \varphi$	$9,91734$
2	$lg sec \varphi$	$0,24975$	3	$lg \sin \delta$	$9,52360$
4	$lg lg A$	$0,70048_n$	5	$lg \cos z$	$9,44094$
5	A	$101^\circ 16',3$	6	z	$73^\circ 58',6$
3	$lg ctg \varphi$	$9,83291$	2	$lg \cos \varphi$	$9,75024$
6	$lg sec A$	$0,70894_n$	4	$lg \sin \delta$	$9,52360$
7	$lg tg z$	$0,54185$	7	$ctg \sin z$	$0,01721$
8	z	$73^\circ 58',6$	8	$lg \cos A$	$9,29 105_n$
			9	A	$101^\circ 16',3$

12. Претварање координата првог система у координате другог. — Дато је φ , A и z , а тражи се t и δ . За решење задатака вратимо се на паралактички троугао $PZ\sigma$ (сл. 11), за који се може написати:

$$\sin \delta = \sin \varphi \cos z - \cos \varphi \sin z \cos A, \quad (I)$$

$$\cos \delta \cos t = \cos \varphi \cos z + \sin \varphi \sin z \cos A, \quad (II)$$

$$\cos \delta \sin t = \sin z \sin A. \quad (III)$$

Трансформишимо ове обрасце; ако образац (III) поделимо образцем (II), наћи ћемо

$$\operatorname{tg} t = \frac{\sin z \sin A}{\cos \varphi \cos z + \sin \varphi \sin z \cos A};$$

поделимо и бројитељ и именитељ са $\sin z \cos A$, па ћемо добити

$$\operatorname{tg} t = \frac{\operatorname{tg} A}{\frac{\cos \varphi}{\operatorname{tg} z \cos A} + \sin \varphi}.$$

Уведимо помоћни угао N одређен једначином

$$\operatorname{tg}(\varphi - N) = \operatorname{tg} z \cos A;$$

тада ће бити

$$\operatorname{tg} t = \frac{\operatorname{tg} A \sin(\varphi - N)}{\cos \varphi \cos(\varphi - N) + \sin \varphi \sin(\varphi - N)} = \frac{\operatorname{tg} A \sin(\varphi - N)}{\cos N}.$$

Ако образац (I) поделимо образцем (II), добићемо:

$$\frac{\operatorname{tg} \delta}{\cos t} = \frac{\sin \varphi - \cos \varphi \operatorname{tg} z \cos A}{\cos \varphi + \sin \varphi \operatorname{tg} z \cos A},$$

а затим

$$\frac{\operatorname{tg} \delta}{\cos t} = \frac{\sin \varphi - \cos \varphi \operatorname{tg} z \cos A}{\cos \varphi + \sin \varphi \operatorname{tg} z \cos A} = \frac{\sin \varphi - \cos \varphi \operatorname{tg}(\varphi - N)}{\cos \varphi + \sin \varphi \operatorname{tg}(\varphi - N)} = \operatorname{tg} N;$$

одакле је

$$\operatorname{tg} \delta = \cos t \operatorname{tg} N.$$

На тај начин три обрасца који решавају задатак биће:

$$\operatorname{tg}(\varphi - N) = \operatorname{tg} z \cos A, \quad (2)$$

$$\operatorname{tg} t = \frac{\operatorname{tg} A \sin(\varphi - N)}{\cos N}, \quad (2)$$

$$\operatorname{tg} \delta = \cos t \operatorname{tg} N. \quad (3)$$

При израчунавању помоћног угла N треба га узимати у границама првог квадранта са знаком плус или минус. Од две вредности часовног угла $t_1 < 180^\circ$ и $t_2 > 180^\circ$ треба узети прву, ако је $A < 180^\circ$, а другу ако је $A > 180^\circ$.

Деклинацију δ треба узимати у границама првог квадранта, са знаком плус ако је $\operatorname{tg} \delta$ позитиван, а са знаком минус ако је он негативан.

Пример. Одредити t и δ неке звезде, ако је она у Москви ($\varphi = 55^\circ 45',6$), посматрана на азимуту $A = 104^\circ 16',0$ и на зенитном отстојању $z = 51^\circ 21',0$

1	$\operatorname{lg} \operatorname{tg} z$	0,09 706	3	$\operatorname{lg} \operatorname{tg} A$	0,59 469	13	$\operatorname{lg} \cos t$	0,39 133
2	$\operatorname{lg} \cos A$	9,39 170 _n	6	$\operatorname{lg} \sin(\varphi - N)$	9,46 907	10	$\operatorname{lg} \operatorname{tg} N$	0,51 160
4	$\operatorname{lg} \operatorname{tg}(\varphi - N)$	9,48 876 _n	9	$\operatorname{ctg} \cos N$	0,53 126	14	$\operatorname{lg} \operatorname{tg} \delta$	9.90 293
5	$\varphi - N$	$-17^\circ 7',6$	11	$\operatorname{lg} \operatorname{tg} t$	0,59 502	15	δ	$+ 38^\circ 39',0$
7	φ	55 45,6						
8	N	72 53,2	12	t	5 ^h 2 ^m 59 ^s			

ГЛАВА ТРЕЋА

ПРИВИДНО ДНЕВНО КРЕТАЊЕ И ПОЈАВЕ С ЊИМ У ВЕЗИ

13. О привидном дневном кретању небеских тела. — Ако посматрамо у току неколико часова ноћно небо, приметимо да се његов изглед полако мења; западна се сазвезђа мало помало спуштају све ниже и ниже и нека од њих сасвим залазе; обрнуто, сазвезђа која се налазе на истоку постепено се пењу и на њихово се место појављују нова, која се раније нису видела.

Притом се звезде појединачно не раздвајају једна од друге, не мењају међусобни размак и слике сазвезђа нимало се не мењају. Кретање се врши тако као да су звезде непомично утврђене за одређена места небеског свода, а сам свод се непрекидно обрће као целина, као чврста лопта. Описана појава назива се *дневно кретање небеских тела*.

У старо време дневно кретање су објашњавали баш на тај начин, што су сматрали да Земља стоји непомично у средишту васионе, а да се небеска сфера, на чијој су унутрашњој површини утврђене звезде, обрће око своје осовине. Међутим и тада је већ било људи који су ову појаву објашњавали дневним обртањем Земље око њене осовине; то су били следбеници Питагоре и међу њима Филолаос, на кога се касније позивао Коперник, а такође и Аристарх са Самоса, који је живео у III веку пре наше ере. Али њихова су учења била преурањена и заборављена су утолико пре, што се при тадашњем стању науке нису могла доказати и објаснити. Убеђење да је Земља непомична и да стоји у средишту васионе продужило је да царује после Аристарха још пуних осамнаест векова. Коначно га је оповргао Коперник, који је утврдио да је дневно кретање небеских тела *привидна* појава, која долази услед дневног обртања Земље око њене осовине са запада преко јужног дела меридијана на исток и преко северног дела меридијана опет на запад.

Није без интереса указати на то да је дневно обртање целога неба око Земље немогуће због механичких последица до којих би оно довело. Познато је, да се при обртном кретању развија центрифугална сила, која је утолико већа уколико је већи полупречник описаног круга и уколико је краће време обртања; при огромним даљинама звезда морала би се развијати огромна центрифугална сила и звезде би се морале бескрајно удаљити, а неке може бити и ишчезнути. Стари ово нису могли предвидети, јер нису знали механику.

Звезде својим привидним дневним кретањем описују кругове разне величине; уколико је звезда ближа светском полу, утолико је мањи њен

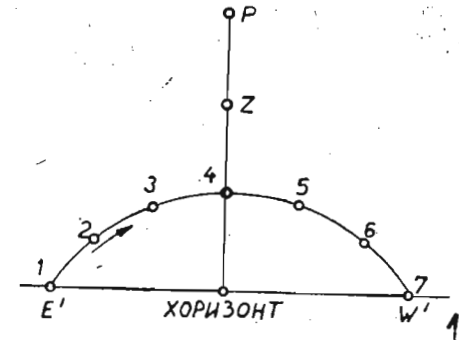
дневно круг. Дневни кругови свих небеских тела паралелни су међу собом, а сви су они паралелни екватору; зато се називају обично *дневно паралели*.

Ако се на нашим ширинама окренемо лицем југу и почнемо пратити привидно дневно кретање звезде, која излази негде на источном делу хоризонта, приметимо да се она не пење вертикално, већ косо, приближује се меридијану, пролази кроза њ и спушта се косо ка месту свога залаза на западном делу хоризонта; за ово кретање се може рећи да се обавља од истока, преко југа, на запад, или слева надесно, или у смеру кретања казаљке на часовнику.

Такво је кретање претстављено на сл. 13, на којој је низ узастопних положаја звезде обележен цифрама 1, 2, 3 итд.

Уколико је звезда ближа светском полу, утолико ће описивати мањи дневни паралел.

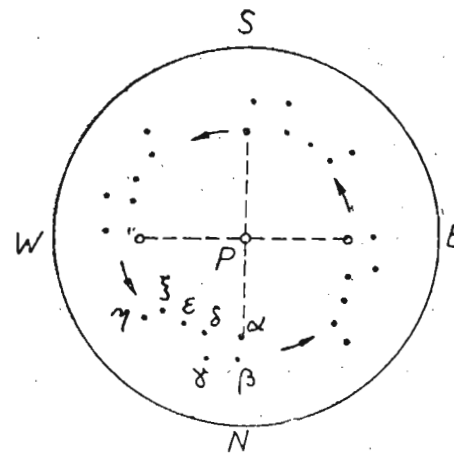
Од звезда које се виде голим оком најмањи дневни паралел описује доста сјајна звезда у сазвезђу Малог Медведа, удаљена од северног пола само $1^{\circ} 1'$ (за 1941 г.).



Сл. 13.

Кад се посматра слободним оком она изгледа да стоји увек на једном месту. Како ова звезда показује приближно положај северног небеског пола, назива се *Поларна Звезда* или *Северњача*.

Кругови звезда блиских полу цели се налазе над хоризонтом и те звезде зато никада не залазе. Свакоме познати пример сазвезђа које не залази на нашим ширинама претставља Велики Медвед (сл. 14). Ма кога дана и часа, увече, ноћу и ујутру, може се наћи на небу ова карактеристична слика „кола“ од седам звезда. Она се налази понекад ниско над северним хоризонтом, понекад обрнуто у самом зениту; руда кола (реп В. Медведа) окренута је некад наниже, некад



Сл. 14.

навише. Али Северњача остаје, као што је речено, скоро непомична: увек ћемо је наћи ако повучемо праву линију кроз две задње звезде у колима, обележене словима α и β , и ако од α према полу пет пута пренесемо растојање $\alpha\beta$.

Посматрајући кретање овог сазвезђа (на сл. 14 приказан је његов положај сваких 6^h), за шта се треба окренути лицем полу, приметимо да је смер овог кретања супротан смеру кретања казаљке на часовнику, звезде испод пола крећу се са запада на исток, а звезде изнад пола с десна улево. На тај начин сви описи карактеристике смера кретања, као што су: с лева у десно, у смеру кретања казаљке на часовнику, са истока на запад, у многим случајевима постају нетачни. Најтачнија карактеристика смера дневног кретања била би: небеска тела крећу се са источне стране неба кроз горњи део меридијана ка западној страни и даље кроз доњи део меридијана ка источној итд.

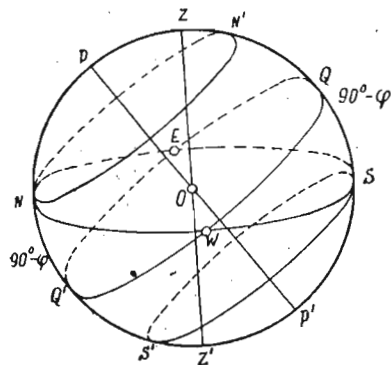
Из онога што смо у параграфу 10 рекли о узајамном положају пола и зенита или екватора и хоризонта излази да ће за сваку тачку на Земљи, чија ширина није 0° или 90°, постојати звезде које излазе и залазе, а такође и звезде чији се дневни паралели не секу с хоризонтом, чији цели дневни паралели леже изнад или испод хоризонта. То су тз. *циркумполарне и антициркумполарне звезде*. Небеско тело чији цео дневни паралел лежи изнад хоризонта *никад не залази*; небеско тело чији цео дневни паралел лежи испод хоризонта *никад не излази*.

Да видимо услове потребне да небеско тело излази и залази, као и услове потребне да оно буде циркумполарно и антициркумполарно (сл. 15).

Циркумполарно ће бити оно небеско тело чије се доње кулминације догађају између пола и хоризонта. Овај ће услов задовољавати сва небеска тела чији дневни паралели леже изнад малог круга NN'. Како је лук Q'N једнак 90° - φ, то ће услов да небеско тело буде циркумполарно бити: δ > 90° - φ.

Излазиће и залазити небеска тела која се налазе у појасу ограниченом северним дневним паралелом NN' и јужним SS'; очевидно да таква небеска тела, како северна тако и јужна, треба да имају деклинацију по апсолутној вредности мању од 90° - φ. Напослетку она небеска тела, чије су деклинације по апсолутној вредности веће од 90° - φ, биће антициркумполарна и никад неће излазити.

С померањем посматрача по Земљиној површини мењају се положаји зенита и хоризонта на небеској сфери, па се мењају и величине појасева звезда које не залазе, које не излазе и оних које и излазе и залазе. Кад се посматрач креће северу, зенит се приближује полу, а угао између хоризонта и екватора поступно опада. Појасеви циркумполарних и антициркумполарних звезда повећавају се на рачун зоне звезда које излазе и залазе. На самом се полу (φ = 90°) зенит поклапа са северним полом (а надир с јужним полом) и хоризонт с екватором. Дневни паралели звезда на полу су паралелни хоризонту. Цело се небо дели на две једнаке зоне: звезда које не залазе и звезда које не излазе.



Сл. 15.

Са кретањем ка Земљиним екватору, обрнуто, расте појас звезда које излазе и залазе. На самом екватору (φ = 0°) оба пола леже на хоризонту небески је екватор управан на хоризонту и поклапа се с првим вертикалом; све звезде излазе и залазе и њихови су дневни паралели управни на хоризонту.

Док се на једном од Земљиних полова може видети само једна половина звезданог неба, на Земљиним се екватору у току 24^h може сагледати цело звездано небо.

Пример. Дате су звезде ε Cassiopeiae, γ Bootis, α Tauri, θ Centauri, α Centauri. Одредити које ће од њих бити циркумполарне, које антициркумполарне, а које ће и излазити и залазити за Москву (φ = 55° 46') и Њујорк (φ = 40° 34').

Из руског Астрономическог ежегодника за 1938 г. узимамо деклинације првих трију звезда заокружене на 1':

ε Cassiopeiae	δ = + 63° 22'
γ Bootis	δ = + 38 35
α Tauri	δ = + 16 33

Из француског годишњака „Connaissance des temps“ узимамо, из списка „Positions moyennes des étoiles“, деклинације осталих двеју звезда:

θ Centauri	δ = - 36° 4'
α Centauri	δ = - 60 35

	ε Cassiopeiae δ = + 63° 22'	γ Bootis δ = + 38° 35'	α Tauri δ = + 16° 23'	θ Centauri δ = - 36° 4'	α Centauri δ = - 60° 35'
Москва 90° - φ = 34° 14'	не залази	не залази	излази и залази	не излази	не излази
Њујорк 90° - φ = 49° 26'	не залази	излази и залази	излази и залази	излази и залази	не излази

14. Звездано време. — Координате небеског тела: азимут, зенитно отстојање и часовни угао у току дана се мењају. Зато ако желимо одредити положај небеског тела у првом или другом координатном систему морамо поред самих координата дати још и тренутак времена у коме је небеско тело имало те координате.

За мерење времена треба пре свега изабрати извесну временску јединицу и са том јединицом упоређивати сваки други временски размак.

У природи постоји потпуно непроменљиви временски размак који је подесно узети за временску јединицу, наиме: трајање обртања Земље око њене осовине или, што је исто, временски размак између два уза стопна пролаза ма које звезде кроз извешан часовни круг, на пример кроз меридијан. Овај временски размак назива се *звездани дан*. За по-

четак звезданог дана узима се *горња кулминација тачке пролећне равнодневице*. Тога тренутка је њен часовни угао једнак нули. Дневни кретање тачка пролећне равнодневице, као и свака друга тачка небеске сфере, обавља равномерно, тј. у једнаким временским размацима прелази једнаке луке свог дневног паралела — екватора; у току 24^h она опише цео екватор и њен часовни угао пређе све вредности од 0° до 360° ; за један час, тј. за један двадесет четврти део дана, њен се часовни угао промени за 15° . На тај се начин по величини часовног угла тачке пролећне равнодневице може судити о величини протеклог дела дана. Ако рачунамо да је $C^h 0^m 0^s$ звезданог времена у тренутку горње кулминације ове тачке, онда ће кад њен часовни угао достигне 15° бити $1^h 0^m 0^s$ звезданог времена; кад њен часовни угао буде 30° биће $2^h 0^m 0^s$ итд. до $24^h 0^m 0^s$.

Часовни угао тачке пролећне равнодневице нећемо изражавати у степенима, него у часовима, минутима и секундама, за шта ће нам послужити ови односи:

$$15^\circ = 1^h; \quad 15' = 1^m; \quad 15'' = 1^s, \\ 1^\circ = 4^m; \quad 1' = 4^s.$$

За претварање часова, минута и секунда времена у степене, минуте и секунде лука и обратно у 30-ој свесци ЦНИИГАК дате су таблице под № 10 и 11.

На тај начин се могу усвојити ове дефиниције:

Звезданим даном назива се временски размак између две узастопне горње кулминације тачке пролећне равнодневице; звезданим временом назива се часовни угао тачке пролећне равнодневице. Звездано време ћемо обележавати словом s .

У механици се изводи образац за трајање клаћења клатна τ :

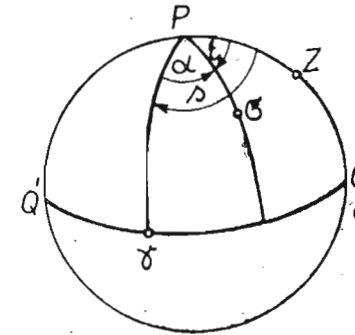
$$\tau = \pi \sqrt{\frac{l}{g} \left(1 + \frac{\sin^2 \alpha}{16} \right)}$$

где је l дужина клатна, g — убрзање Земљине теже и α — половина угловне величине амплитуде.

Трајање клаћења зависи од дужине клатна; према томе да би часовник ишао тачно треба изабрати клатно одређене дужине.

Изаберимо сад дужину клатна тако да оно у току једног звезданог дана обави 86 400 клаћења; тада ће једно клаћење клатна трајати једну звездану секунду а изразити неки временски размак бројем клаћења клатна биће исто што и изразити га бројем звезданих секунда. Ако начинимо клатно чија клаћења неће закашњавати услед трења у тачки вешања и отпора ваздуха и укопчамо га у један бројач клаћења, тј. цифарник са казаљкама, имаћемо часовник регулисан према звезданом времену, или како се каже *звездани часовник*. Дотерајмо овај часовник тако да казаљке показују $0^h 0^m 0^s$ у тренутку горње кулминације тачке пролећне равнодневице. Тада ће нам сваког тренутка часовник показивати број звезданих часова, минута и секунда протеклих од тренутка њене кулминације; овај број једнак је часовном углу те тачке, тј. часовник ће показивати звездано време. Да бисмо дотерали часовник наћи

ћемо из посматрања у коме било тренутку величину часовног угла тачке пролећне равнодневице, тј. наћи ћемо s и уочити у том тренутку показивање T звезданог часовника; разлика $s - T$ назива се *поправка* или *стање часовника*; на тај начин стање часовника је број звезданих минута и секунда (а понекад и часова) које треба додати на показивање часовника да бисмо добили звездано време. Одатле је јасно да израз *одредити месно звездано време* значи исто што и одредити стање часовника.



Сл. 16.

Ако датог тренутка звезданог времена s небеско тело σ има часовни угао t , а ректасцензија му је α , са сл. 16 се непосредно изводи ова зависност између тих величина:

$$s = \alpha + t. \quad (1)$$

Са вредношћу часовног угла t мањом од 12^h могу се израчунати две вредности за звездано време:

1) небеско тело је на западној страни (сл. 17)

$$s_W = \alpha + t,$$

2) небеско тело је на источној страни (сл. 18)

$$s_E = \alpha - t.$$

Ако се небеско тело налази у горњој кулминацији, његов је часовни угао једнак нули, и тада је

$$s = \alpha, \quad (2)$$

за доњу кулминацију добијамо:

$$s = \alpha \pm 12^h. \quad (3)$$

На тај начин свако небеско тело налази се у горњој кулминацији у оно звездано време које је једнако његовој ректасцензији, а у доњој пре и после 12 часова.

Напоменимо да се гринвичко звездано време обележава обично словом S .

15. Време излаза и залаза небеског тела и положај тачака излаза и залаза.

— Дневни паралели небеских тела, која излазе и залазе у датом месту, секу хоризонт у тачкама E_1 и W_1 или E_2 и W_2 (сл. 19). Тачка E_1 (или E_2) назива се *тачка излаза небеског тела*, тачка W_1 (или W_2) — *тачка залаза небеског тела*.

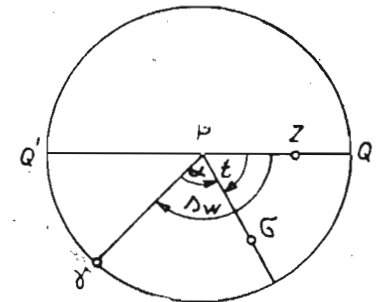
Да бисмо нашли време излаза и залаза небеских тела послужимо се паралактичким троуглом $P\sigma Z$. Како је у тренутку излаза или залаза $z = 90^\circ$, за овај ће троугао важити једначина:

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t = 0,$$

одакле је

$$\cos t = -\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta.$$

(1)



Сл. 17.

одакле је

$$2 \sin^2 \frac{A}{2} = \frac{2 \sin \left(45^\circ - \frac{\varphi - \delta}{2}\right) \cos \left(45^\circ - \frac{\varphi + \delta}{2}\right)}{\cos \varphi}$$

$$2 \cos^2 \frac{A}{2} = \frac{2 \cos \left(45^\circ - \frac{\varphi - \delta}{2}\right) \sin \left(45^\circ - \frac{\varphi + \delta}{2}\right)}{\cos \varphi}$$

Делећи први образац другим и извлачећи из количника квадратни корен налазимо:

$$\operatorname{tg} \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\varphi - \delta}{2}\right)}{\operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\varphi + \delta}{2}\right)}} \quad (5)$$

На крају добијамо $A_E = 360^\circ - A$ и $A_W = A$.

Обрасци (4) и (5) примењују се првенствено у случајевима када су t и A мали и када је њихово израчунавање из косинуса мање тачно него из тангенса.

Пример. Дате су звезде α Pegasi и α Virginis. Израчунати за њих времена и положаје тачака излаза и залаза у Москви ($\varphi = 55^\circ 46'$). Из Астрономическог ежегодника за 1938 г. имамо:

$$\alpha \text{ Pegasi} \quad \alpha = 23^h 1^m,7; \delta = +14^\circ 52'$$

$$\alpha \text{ Virginis} \quad \alpha = 13 \ 21,7; \delta = -10 \ 50.$$

Израчунавање по обрасцима 1, 2, 3.

		α Pegasi	α Virginis		α Pegasi	α Virginis	
1	$\operatorname{lg} \operatorname{tg} \varphi$	0,1672	0,1672	3	$\operatorname{lg} \sin \delta$	0,4092	9,2740 _n
4	$\operatorname{lg} \operatorname{tg} \delta$	9,4240	9,2819 _n	2	$\operatorname{ctg} \cos \varphi$	0,2498	0,2498
5	$\operatorname{lg} \cos t$	9,5912 _n	9,4491	6	$\operatorname{lg} \cos A$	9,6590 _n	9,5238
7	t	7 ^h 31 ^m ,7	4 ^h 54 ^m ,7	11	A_E	242° 52'	288° 31'
8	α	23 1,7	13 21,9	12	A_W	117 8	70 29
9	s_E	15 ^h 29 ^m ,9	8 27,2				
10	s_W	6 33,5	18 16,6				

Израчунавање по обрасцима 4, 2, 5.

		α Pegasi	α Virginis
7	$45^\circ - \frac{\varphi - \delta}{2}$	24° 33'	11° 42'
5	$\frac{\varphi - \delta}{2}$	20 27	33 18
3	$\varphi - \delta$	40 54	66 36
1	δ	+14 52	-10 50
2	φ	55 46	55 46
4	$\varphi + \delta$	70 38	44 56
6	$\frac{\varphi + \delta}{2}$	35 19	22 28
8	$45^\circ - \frac{\varphi + \delta}{2}$	9 41	22 32

		α Pegasi	α Virginis		α Pegasi	α Virginis	
9	$\operatorname{lg} \cos (\varphi - \delta)$	9,8784	9,5990	11	$\operatorname{lg} \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\varphi - \delta}{2}\right)$	9,6597	9,3162
10	$\operatorname{ctg} \cos (\varphi + \delta)$	0,4794	0,1500	12	$\operatorname{ctg} \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\varphi + \delta}{2}\right)$	0,7679	0,3821
13	$\operatorname{lg} \operatorname{tg}^2 \frac{t}{2}$	0,3578	9,7490	15	$\operatorname{lg} \operatorname{tg}^2 \frac{A}{2}$	0,4276	9,6983
14	$\operatorname{lg} \operatorname{tg} \frac{t}{2}$	0,1789	9,8745	16	$\operatorname{lg} \operatorname{tg} \frac{A}{2}$	0,2138	9,8492
17	$\frac{t}{2}$	3 ^h 45 ^m 56 ^s	2 ^h 27 ^m 20 ^s	18	$\frac{A}{2}$	58° 34'	35° 14'
19	t	7 31,9	4 54,7	23	A	117 08	70 29
20	α	23 01,7	13 21,9	24	A_E	242° 52'	289° 31'
21	s_E	15 ^h 29 ^m ,8	8 ^h 27 ^m ,2	25	A_W	117 08	70 29
22	s_W	6 33,6	18 16,6				

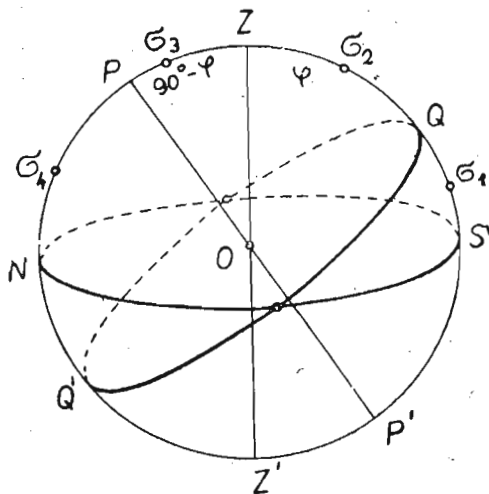
16. Време пролаза небеског тела кроз меридијан и његов положај у том тренутку. — У параграфу 14 смо видели да је у тренутку горње кулминације сваког небеског тела звездано време једнако његовој ректасцензији; Доња кулминација догађа се после 12 часова, зато имамо

$$s_G = \alpha; \quad s_D = \alpha \pm 12^h.$$

За небеска тела која се у горњој кулминацији налазе између зенита и пола такође ћемо имати $s_G = \alpha$ и за доњу кулминацију $s_D = \alpha \pm 12^h$. Положај небеског тела одређује се азимутом и зенитним отстојањем. Зенитно отстојање у тренутку кулминације обележаваћемо словом z_m . Посматраћемо ове случајеве пролаза небеских тела кроз меридијан (сл. 20).

1. Небеско тело σ_1 има негативну деклинацију, његова горња кулминација догађа се јужно од зенита; азимут у тренутку кулминације једнак је 0° ; зенитно отстојање

$$z_{m,G} = Z\sigma_1 = ZQ + Q\sigma_1 = \varphi - \delta. \quad (1)$$



Сл. 20.

2. Небеско тело σ_2 има позитивну деклинацију, његова горња кулминација догађа се јужно од зенита, азимут $A_G = 0^\circ$; зенитно отстојање

$$z_{m,G} = Z\sigma_2 = ZQ - Q\sigma_2 = \varphi - \delta. \quad (1)$$

3. Небеско тело σ_3 има позитивну деклинацију, његова горња кулминација догађа се северно од зенита, азимут $A_G = 180^\circ$; зенитно отстојање

$$z_{m,G} = Z\sigma_3 = \sigma_3Q - ZQ = \delta - \varphi. \quad (2)$$

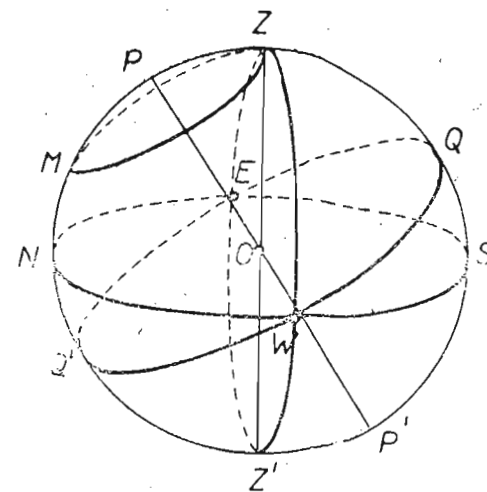
4. Небеско тело σ_4 има позитивну деклинацију, циркумполарно је и налази се у доњој кулминацији; азимут $A_D = 180^\circ$; а зенитно отстојање $z_{m,D} = Z\sigma_4 = ZP + PQ' - Q'\sigma_4 = 90^\circ - \varphi + 90^\circ - \delta = 180^\circ - (\varphi + \delta)$. (3)

Пример. Дате су звезде α Cephei, β Eridani, η Urs. mai., α Orionis. Одредити њихове тренутке кулминација у Москви ($\varphi = 55^\circ 46'$) и положаје њихове у тим тренуцима за хоризонт Москве.

α Cephei $\alpha = 21^h 17^m,1$; $\delta = + 62^\circ 19'$;
 β Eridani $\alpha = 5 04,8$; $\delta = - 5 10$;
 η Urs. mai. $\alpha = 13 45,1$; $\delta = + 49 37$;
 α Orionis $\alpha = 5 51,8$; $\delta = + 7 24$.

		α Cephei	β Eridani	η Urs. mai	α Orionis
1	s_G	$21^h 17^m,1$	$5^h 04^m,8$	$13^h 45^m,1$	$5^h 51^m,8$
3	A_G	$180^\circ 00'$	$0^\circ 00'$	$0^\circ 00'$	$0 00'$
7	$z_{m,G}$	6 33	60 56	6 09	48 22
5	φ	55 46	55 46	55 46	55 46
6	δ	+ 62 19	- 5 10	+ 49 37	+ 7 24
8	$\varphi + \delta$	118 05		105 23	
9	$z_{m,D}$	61 55		74 37	
4	A_D	$180^\circ 00'$		$180^\circ 00'$	
2	s_D	$9^h 17^m,1$		$1^h 45^m,1$	

17. Пролаз небеског тела кроз први вертикал. — Наћи ћемо услове под којима небеска тела пролазе кроз први вертикал. Очеvidно ће прола-



Сл. 21

зити само она небеска тела чији дневни паралели леже испод круга MZ (сл. 21); одатле се добија услов:

$$\delta < \varphi.$$

Часовни угао наћи ћемо из паралактичког троугла који ће у датом случају бити правоугли с правим углом код Z (сл. 22); имаћемо:

$$\cos t = \operatorname{tg} \delta \operatorname{ctg} \varphi,$$

или

$$\cos t = \frac{\operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} \varphi}. \quad (1)$$

Времена пролаза небеских тела наћи ћемо из једнакости:

$$s_E = \alpha - t; \quad s_W = \alpha + t. \quad (2)$$

Даље из тог истог троугла имамо:

$$\sin \delta = \cos z \sin \varphi,$$

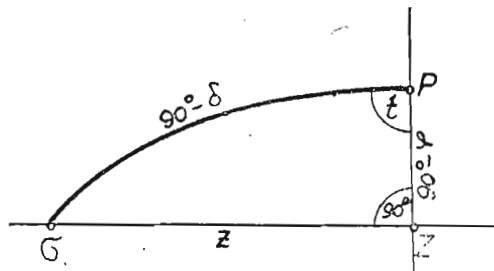
одакле је

$$\cos z = \frac{\sin \delta}{\sin \varphi}. \quad (3)$$

Азимути небеског тела биће:

$$A_E = 270^\circ; \quad A_W = 90^\circ.$$

Небеска тела с негативном деклинацијом секу први вертикал под хоризонтом, према томе она у овом погледу немају за нас никаква значаја.



Сл. 22

Кад се померамо по Земљи према северу број небеских тела која пролазе кроз први вертикал постепено расте; обрнуто, с померањем ка екватору број небеских тела која пролазе кроз први вертикал постепено опада и на самом екватору ниједно небеско тело не пролази кроз први вертикал.

Из обрасца за $\cos t$ и $\cos z$ излази да ће те величине бити мање од јединице ако је $\operatorname{tg} \delta < \operatorname{tg} \varphi$, а такође и ако је $\sin \delta < \sin \varphi$; одатле се добија изведени услов $\delta < \varphi$.

Дајмо обрасцима облик подесан за практично израчунавање. Из обрасца (1) излази

$$1 - \cos t = 2 \sin^2 \frac{t}{2} = \frac{\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} \varphi} = \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\sin \varphi \cos \delta},$$

$$1 + \cos t = 2 \cos^2 \frac{t}{2} = \frac{\operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} \varphi} = \frac{\sin(\varphi + \delta)}{\sin \varphi \cos \delta}.$$

Ако поделимо први образац другим и извучемо квадратни корен, добијамо коначно

$$\operatorname{tg} \frac{t}{2} = \sqrt{\frac{\sin(\varphi - \delta)}{\sin(\varphi + \delta)}}. \quad (4)$$

С нађеним углом t добићемо из обрасца (2) тренутке s_E и s_W . Из обрасца (3) следи:

$$1 - \cos z = 2 \sin^2 \frac{z}{2} = \frac{\sin \varphi - \sin \delta}{\sin \varphi} = \frac{2 \sin \frac{\varphi - \delta}{2} \cos \frac{\varphi + \delta}{2}}{\sin \varphi},$$

$$1 + \cos z = 2 \cos^2 \frac{z}{2} = \frac{\sin \varphi + \sin \delta}{\sin \varphi} = \frac{2 \cos \frac{\varphi - \delta}{2} \sin \frac{\varphi + \delta}{2}}{\sin \varphi}.$$

Ако први образац поделимо другим и извучемо квадратни корен, добићемо коначно

$$\operatorname{tg} \frac{z}{2} = \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \frac{\varphi - \delta}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\varphi + \delta}{2}}}. \quad (5)$$

Сетимо се да се z може кретати само у границама од 0° до 180° . Обрасце (4) и (5) згодније је примењивати у случајевима када су t и z мали и када њихово израчунавање из косинуса није довољно тачно.

Пример. Израчунати за звезде θ Aurigae и α Pegasi времена њихових пролаза кроз први вертикал и њихове положаје у тренуцима тих пролаза за Москву ($\varphi = 55^\circ 46'$).

Из Астрономическог ежегодника за 1938 г. имамо:

$$\begin{aligned} \theta \text{ Aurigae} & \dots \dots \alpha = 5^h 55^m,5; \quad \delta = + 37^\circ 13'; \\ \alpha \text{ Pegasi} & \dots \dots \alpha = 23 \quad 01,7; \quad \delta = + 14 \quad 52. \end{aligned}$$

Израчунавање по обрасцима 1, 2, 3.

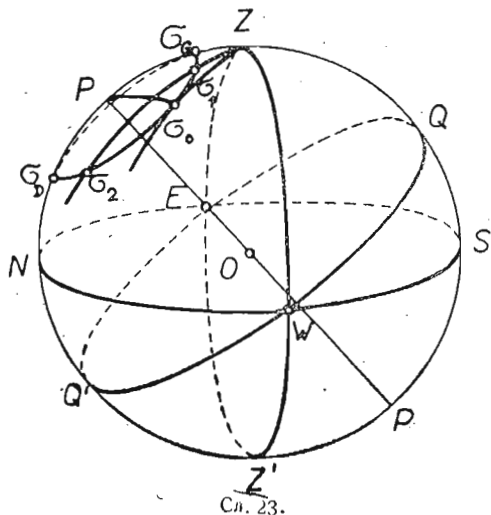
		θ Aurigae	α Pegasi		θ Aurigae	α Pegasi
1	$\operatorname{lg} \operatorname{tg} \delta$	9,8805	9,4240	2	$\operatorname{lg} \sin \delta$	9,7816
3	$\operatorname{ctg} \operatorname{tg} \varphi$	9,8328	9,8328	4	$\operatorname{ctg} \sin \varphi$	0,0826
5	$\operatorname{lg} \cos t$	9,7133	9,2568	6	$\operatorname{lg} \cos z$	9,8642
7	t	$3^h 55^m,5$	$5^h 18^m,4$	8	z	$42^\circ 59'$
9	α	$5 \quad 55,5$	$23 \quad 01,7$			$71^\circ 55'$
10	s_E	$2^h 00^m,0$	$17^h 43^m,3$			
11	s_W	$9 \quad 51,0$	$4 \quad 20,1$			

Израчунавање по обрасцима 4, 2, 5.

		θ Aurigae	α Pegasi
5	$\frac{\varphi - \delta}{2}$	$9^\circ 16'$	$20^\circ 27'$
3	$\varphi - \delta$	18 33	40 54
1	δ	+ 37 13	+ 14 52
2	φ	55 46	55 46
4	$\varphi + \delta$	92 59	70 38
6	$\frac{\varphi + \delta}{2}$	$46 29_6$	35 19

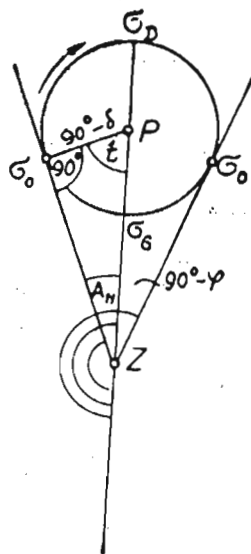
		θ Aurigae	α Pegasi		θ Aurigae	α Pegasi
7	$lg \sin(\varphi - \delta)$	9,5026	9,8161	9	$lg \lg \frac{\varphi - \delta}{2}$	9,2130
8	$clg \sin(\varphi + \delta)$	0,0006	0,0253			9,5716
11	$lg \lg^2 \frac{t}{2}$	9,5032	9,8414	10	$clg \lg \frac{\varphi + \delta}{2}$	9,9774
12	$lg \lg \frac{t}{2}$	9,7516	9,9207	13	$lg \lg^2 \frac{z}{2}$	9,1904
15	$\frac{t}{2}$	$1^h 57^m 45^s$	$2^h 33^m 12^s$	14	$lg \lg \frac{z}{2}$	9,5952
16	t	3 55,5	5 18,4			
17	α	5 55,5	23 01,7	20	$\frac{z}{2}$	$21^\circ 29_6$
18	s_E	$2^h 00^m,0$	$17^h 43^m,3$	21	z	$42^\circ 59$
19	s_W	9 51,0	4 20,1			71 55

18. Елонгација звезде. — Небеска тела која имају горњу кулминацију између пола и зенита, тј. чија је деклинација $\delta > \varphi$, не пролазе



Сл. 23.

кроз први вертикал. То се види са сл. 23. Такво небеско тело у горњој кулминацији σ_0 има азимут једнак 180° ; после тога, чим небеско тело пређе на западну страну, азимут почне да опада и у положају σ_0 донацији σ_D поново достигне 180° ; приметимо да ће притом увек бити два положаја, на пример σ_1 и σ_2 , који леже на једном вертикалу и који према томе имају једнак азимут. После пролаза кроз доњу кулминацију поново да опада до 180° у горњој највећу вредност, после чега ће почети разматрања излази да азимут небеских тела с деклинацијом већом од достиже у оном положају у коме вертикал $Z\sigma_0$ додирује дневни паралел, тј. када је часовни круг $P\sigma_0$ управан на вертикалу. Тај положај када је азимут најмањи или највећи назива се елонгација или дисперсија; једна је елонгација источна, друга западна.



Сл. 24.

На сл. 24 претстављено је потпуно дневно кретање небеског тела по његовом дневном паралелу $\sigma_G, \sigma_0, \sigma_D, \sigma_0$ и са ње видимо да је у обема кулминацијама азимут једнак 180° , да је у западној елонгацији он најмањи и у источној највећи. Из правоуглог паралактичког троугла $PZ\sigma_0$ (сл. 24) налазимо:

$$\cos t = clg \delta \lg \varphi \text{ или } \cos t = \frac{tg \varphi}{tg \delta}, \quad (1)$$

$$\sin \varphi = \cos z \sin \delta, \text{ одакле је } \cos z = \frac{\sin \varphi}{\sin \delta}, \quad (2)$$

$$\cos \delta = \cos \varphi \sin A_N, \text{ одакле је } \sin A_N = \frac{\cos \delta}{\cos \varphi}. \quad (3)$$

Тренуци положаја звезде у источној и западној елонгацији биће:

$$s_E = \alpha - t; \quad s_W = \alpha + t \quad (4)$$

Из обрасца (2) израчунавамо зенитно отстојање. Из обрасца (3) добија се вредност угла A_N — допуне азимута до 180° , а сами азимути добиће се из образаца:

$$A_E = 180^\circ + A_N; \quad A_W = 180^\circ - A_N. \quad (5)$$

Из образаца (1) — (3) може се такође извести услов под којим ће небеско тело имати елонгацију; како $\cos t, \cos z$ и $\sin A_N$ морају бити мањи од јединице, то повлачи за собом услов $\delta > \varphi$.

Треба приметити да свако небеско тело које има елонгацију не мора бити циркумполарно, а исто тако и обрнуто, свако циркумполарно тело не мора имати елонгацију. Тако на екватору сва небеска тела имају елонгацију, при чему се код јужних азимути мењају у једну и другу страну од 0° , али у исто време она сва излазе и залазе, а на Земљиним

полу сва су небеска тела циркумполарна, али ниједно од њих нема елонгацију.

Изведимо обрасце у другом облику. Из обрасца (1) излази:

$$1 - \cos t = 2 \sin^2 \frac{t}{2} = \frac{\operatorname{tg} \delta - \operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \delta} = \frac{\sin(\delta - \varphi)}{\sin \delta \cos \varphi},$$

$$1 + \cos t = 2 \cos^2 \frac{t}{2} = \frac{\operatorname{tg} \delta + \operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \delta} = \frac{\sin(\delta + \varphi)}{\sin \delta \cos \varphi}.$$

Одатле налазимо

$$\operatorname{tg} \frac{t}{2} = \sqrt{\frac{\sin(\delta - \varphi)}{\sin(\delta + \varphi)}}. \quad (6)$$

Тренуци s добијају се по обрасцу (4). Даље је

$$1 - \cos z = 2 \sin^2 \frac{z}{2} = \frac{\sin \delta - \sin \varphi}{\sin \delta} = \frac{2 \sin \frac{\delta - \varphi}{2} \cos \frac{\delta + \varphi}{2}}{\sin \delta},$$

$$1 + \cos z = 2 \cos^2 \frac{z}{2} = \frac{\sin \delta + \sin \varphi}{\sin \delta} = \frac{2 \cos \frac{\delta - \varphi}{2} \sin \frac{\delta + \varphi}{2}}{\sin \delta},$$

$$\operatorname{tg} \frac{z}{2} = \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \frac{\delta - \varphi}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\delta + \varphi}{2}}}. \quad (7)$$

Напоследку напишимо образац (3) у облику

$$\cos(90^\circ - A_N) = \frac{\cos \delta}{\cos \varphi}.$$

Даље налазимо:

$$1 - \cos(90^\circ - A_N) = 2 \sin^2 \left(45^\circ - \frac{A_N}{2}\right) = \frac{\cos \varphi - \cos \delta}{\cos \varphi} = \frac{2 \sin \frac{\delta + \varphi}{2} \sin \frac{\delta - \varphi}{2}}{\cos \varphi},$$

$$1 + \cos(90^\circ - A_N) = 2 \cos^2 \left(45^\circ - \frac{A_N}{2}\right) = \frac{\cos \varphi + \cos \delta}{\cos \varphi} = \frac{2 \cos \frac{\delta + \varphi}{2} \cos \frac{\delta - \varphi}{2}}{\cos \varphi},$$

$$\operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{A_N}{2}\right) = \sqrt{\operatorname{tg} \frac{\delta - \varphi}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\delta + \varphi}{2}}. \quad (8)$$

Азимути за источну и западну елонгацију добиће се по обрасцима (5).

Обрасце (6)–(8) треба примењивати када су t и z мали и A_N близу 90°

Пример. Израчунати за звезду χ Драконис времена и положаје у елонгацијама за Москву ($\varphi = 55^\circ 46'$).

Из Астрономическог ежегодника за 1938 г. имамо:

χ Драконис . . . $\alpha = 12^h 30^m,8$; $\delta = +70^\circ 08'$.

Израчунавање по обрасцима 1, 2, 3, 4, 5.

1	$\operatorname{lg} \operatorname{tg} \varphi$	0,16720	2	$\operatorname{lg} \sin \varphi$	9,91738	6	$\operatorname{lg} \cos \delta$	9,53126
4	$\operatorname{clg} \operatorname{tg} \delta$	9,55791	5	$\operatorname{clg} \sin \delta$	0,02665	3	$\operatorname{clg} \cos \varphi$	0,24983
7	$\operatorname{lg} \cos t$	9,72511	8	$\operatorname{lg} \cos z$	9,94403	9	$\operatorname{lg} \sin A_N$	9,78109
10	t	$3^h 51^m,7$				15	A_N	$37^\circ 10'$
11	α	$12 30,8$	14	z	$28^\circ 28'$	16	A_E	$217^\circ 10'$
12	s_E	$8^h 39^m,1$				17	A_W	$142 50$
13	s_W	$16 22,5$						

Израчунавање по обрасцима 6, 4, 7, 8, 5.

5	$\frac{\delta - \varphi}{2}$	$7^\circ 11'$	24	z	$28^\circ 28'$
3	$\delta - \varphi$	$14 22$	22	$\frac{z}{2}$	$14 14$
2	φ	$55 46$			
1	δ	$70 08$	14	$\operatorname{lg} \operatorname{tg} \frac{z}{2}$	$9,4043$
4	$\delta + \varphi$	$125 54$			
6	$\frac{\delta + \varphi}{2}$	$62 57$	13	$\operatorname{lg} \operatorname{tg}^2 \frac{z}{2}$	$8,8086$
7	$\operatorname{lg} \sin(\delta - \varphi)$	$9,3947$	9	$\operatorname{lg} \operatorname{tg} \frac{\delta + \varphi}{2}$	$0,2919$
8	$\operatorname{clg} \sin(\delta + \varphi)$	$0,0915$			
11	$\operatorname{lg} \operatorname{tg}^2 \frac{t}{2}$	$9,4862$	10	$\operatorname{lg} \operatorname{tg} \frac{\delta - \varphi}{2}$	$9,1005$
12	$\operatorname{lg} \operatorname{tg} \frac{t}{2}$	$9,7431$	15	$\operatorname{lg} \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{A_N}{2}\right)$	$9,3924$
17	$\frac{t}{2}$	$1^h 55^m 51^s$	16	$\operatorname{lg} \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{A_N}{2}\right)$	$9,6962$
18	t	$3 51,7$	23	$45^\circ - \frac{A_N}{2}$	$26^\circ 25'$
19	α	$12 30,8$			
20	s_E	$8^h 39^m,1$	25	$\frac{A_N}{2}$	$18 35$
21	s_W	$16 22,5$	26	A_N	$37 10$
			27	A_E	$217^\circ 10'$
			28	A_W	$142 50$

19. Израчунавање паралактичког угла. — Паралактичким углом назива се угао код небеског тела између часовног круга и вертикала који пролази кроз небеско тело; он се обележава словом q . Овај угао може имати вредности између 0° и 180° . На крају параграфа изнете су вредности q за неке положаје небеских тела.

Под паралактичким углом обично се подразумева унутрашњи угао троугла $PZ\sigma$, али се понекад за њега узима спољашњи угао, као што је

приказано на сл. 25, где је односни угао q обележен тачкастом линијом. Такви се случајеви већином унапред нагласе.

Даћемо неколико образаца за израчунавање паралактичког угла.

1. Ако је дато φ , z и A , из троугла $PZ\sigma$ (сл. 25) написаћемо

$$\begin{aligned} \cos \delta \sin q &= \pm \cos \varphi \sin A, \\ \cos \delta \cos q &= \sin z \sin \varphi + \cos z \cos \varphi \cos A. \end{aligned}$$

Ако поделимо први образац другим, добићемо

$$\operatorname{tg} q = \pm \frac{\cos \varphi \sin A}{\underbrace{\sin z \sin \varphi}_I + \underbrace{\cos z \cos \varphi \cos A}_{II}} \quad (1)$$

Израчунавање по овом обрасцу треба вршити помоћу таблица за логаритме збирова и разлика. Горњи знак односи се на положај звезде на западној страни неба, доњи — на источној.

Образац (1) може се довести на облик за логаритмисање; ако му и бројитељ и именитељ поделимо са $\cos \varphi \cos A$, добићемо

$$\operatorname{tg} q = \pm \frac{\operatorname{tg} A}{\sin z \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\cos A} + \cos z}$$

Ако ставимо

$$\frac{\operatorname{tg} \varphi}{\cos A} = \operatorname{tg} R, \quad (2)$$

добићемо

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} q &= \pm \frac{\operatorname{tg} A}{\sin z \operatorname{tg} R + \cos z} = \\ &= \pm \frac{\operatorname{tg} A \cos R}{\cos z \cos R + \sin z \sin R} \end{aligned}$$

На крају добијамо

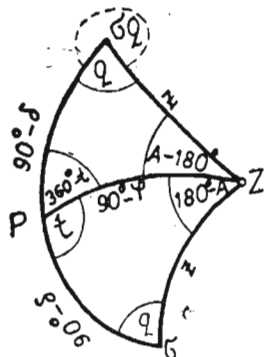
$$\operatorname{tg} q = \pm \frac{\operatorname{tg} A \cos R}{\cos(z - R)} = \pm \operatorname{tg} A \cos R \sec(z - R). \quad (3)$$

2. Ако је дато φ , δ и t , из троугла $PZ\sigma$ (сл. 25) написаћемо:

$$\begin{aligned} \sin z \sin q &= \pm \cos \varphi \sin t, \\ \sin z \cos q &= \cos \delta \sin \varphi - \sin \delta \cos \varphi \cos t \end{aligned}$$

и после деобе добићемо

$$\operatorname{tg} q = \pm \frac{\cos \varphi \sin t}{\underbrace{\cos \delta \sin \varphi}_I - \underbrace{\sin \delta \cos \varphi \cos t}_{II}} \quad (4)$$



Сл. 25

У облику за логаритмисање овај ће се образац добити ако и бројитељ и именитељ поделимо са $\cos \varphi \cos t$:

$$\operatorname{tg} q = \pm \frac{\operatorname{tg} t}{\cos \delta \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\cos t} - \sin \delta}$$

Ако ставимо

$$\frac{\operatorname{tg} \varphi}{\cos t} = \operatorname{ctg} S, \quad (5)$$

добићемо

$$\operatorname{tg} q = \pm \frac{\operatorname{tg} t}{\cos \delta \operatorname{ctg} S - \sin \delta} = \pm \frac{\operatorname{tg} t \sin S}{\cos \delta \cos S - \sin \delta \sin S}$$

На крају ћемо имати

$$\operatorname{tg} q = \pm \frac{\operatorname{tg} t \sin S}{\cos(\delta + S)} = \pm \operatorname{tg} t \sin S \sec(\delta + S). \quad (6)$$

Знаци \pm бирају се према напред реченом.

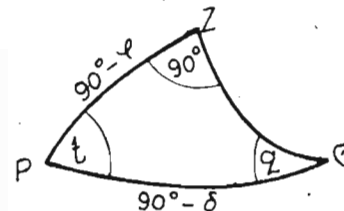
3. Наћи ћемо још паралактички угао у случају кад небеско тело пролази кроз први вертикал. Из правоуглог троугла $PZ\sigma$ (сл. 26) написаћемо

$$\cos \varphi = \cos \delta \sin q;$$

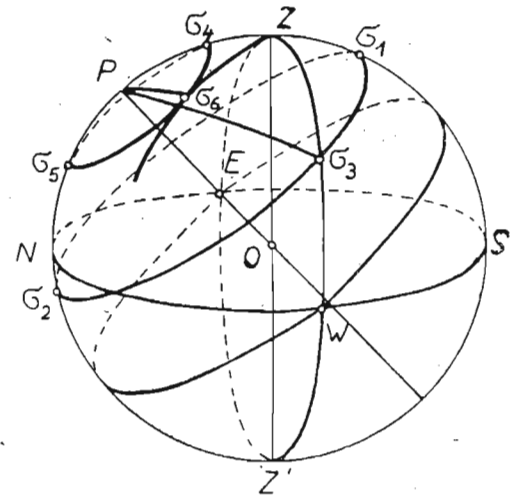
одатле ћемо наћи

$$\sin q = \frac{\cos \varphi}{\cos \delta}. \quad (7)$$

Из геометриских расуђивања јасно је да је за небеска тела која пролазе кроз први вертикал паралактички угао јед-



Сл. 26



Сл. 27

нак нули, како у горњој кулминацији σ_1 (сл. 27), тако и у доњој σ_2 , а да највећу вредност достиже у првом вертикалу, тј. у положају σ_3 (други односни положај биће на источној страни неба). За звезде које не пролазе кроз први вертикал, $q = 180^\circ$ у горњој кулминацији σ_1 и $q = 0^\circ$ у доњој кулминацији σ_5 ; у елонгацијама, на пример у положају σ_6 , паралактички је угао, као што смо видели раније, једнак 90° .

Примери: 1. Израчунати паралактички угао звезде α Bootis у тренутку када су њено зенитно отстојање и азимут у Москви

$$z = 56^\circ 56',0 \text{ и } A = 284^\circ 23',2,$$

1	$lg \cos z$	9,73689	2	$lg \sin z$	9,92326	4	$lg \cos \varphi$	9,75025
3	$lg \cos \varphi$	9,75025	5	$lg \sin \varphi$	9,91734	7	$lg \sin A$	9,98616 _n
6	$lg \cos A$	9,39527	9	$lg I$	9,84060	10	$lg \text{brojit.}$	9,73641 _n
8	$lg II$	8,88241	11	$lg II$	8,88241	15	$clg \text{ imen.}$	0,11404
13	Δ	1,00355	12	$Arg.$	0,95819	16	$lg \text{tg } q$	9,85045
14	$lg \text{ imen.}$	9,88596				17	q	$35^\circ 19',5$

2. Израчунати паралактички угао звезде β Ursae mai. за $13^h 17^m 28^s$ звезданог времена у Москви.

Из Астрономическог ежегодника за 1938 г. имамо:

$$\beta \text{ Ursae mai.} \dots \dots \dots \alpha = 10^h 58^m 07^s; \delta = + 56^\circ 42',9.$$

1	s	$13^h 17^m 28^s$	5	$lg \cos \delta$	9,73942
2	α	10 58 07	8	$lg \sin \varphi$	9,91734
3	t	2 19 21	11	$lg I$	9,65676
4	$lg \sin \delta$	9,92218	13	$lg II$	9,58665
6	$lg \cos \varphi$	9,75025	14	$Arg.$	0,07011
9	$lg \cos t$	9,91422	7	$lg \cos \varphi$	9,75025
12	$lg II$	-9,58665	10	$lg \sin t$	9,75683
15	Δ	9,24353	17	$lg \text{brojit.}$	9,50708
16	$lg \text{ imen.}$	8,83018	18	$clg \text{ imen.}$	1,16982
			19	$lg \text{tg } q$	0,67690
			20	q	$78^\circ 07',0$

3. Израчунати паралактички угао звезде α Pegasi у тренутку пролаза кроз први вертикал у Москви.

Из Астрономическог ежегодника за 1938 г. имамо:

$$\alpha \text{ Pegasi} \dots \dots \delta = + 14^\circ 52',3.$$

1	$lg \cos \varphi$	9,75025
2	$clg \cos \delta$	0,01480
3	$lg \sin q$	9,76505
4	q	$35^\circ 36',2$

20. Пролаз небеског тела кроз дати алмукантарат. — Као што је познато алмукантаратом се назива мали круг паралелан хоризонту; алмукантарат је дат ако је дато његово зенитно отстојање. Кроз алмукантарат дат величином z пролазиће само она небеска тела за која зенитна отстојања у тренуцима кулминација задовољавају неједнакости

$$z_{m,G} < z < z_{m,D}.$$

Ако треба одредити тренутке пролаза небеског тела кроз дати алмукантарат, најпре треба из паралактичког троугла $PZ\sigma$ (сл. 28) наћи угао t . Имамо

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t,$$

одакле је

$$\cos t = \frac{\cos z - \sin \varphi \sin \delta}{\cos \varphi \cos \delta}.$$

Трансформишимо овај образац:

$$1 - \cos t = 2 \sin^2 \frac{t}{2} = \frac{\cos \varphi \cos \delta + \sin \varphi \sin \delta - \cos z}{\cos \varphi \cos \delta} = \frac{\cos(\varphi - \delta) - \cos z}{\cos \varphi \cos \delta}.$$

Према параграфу 16 је

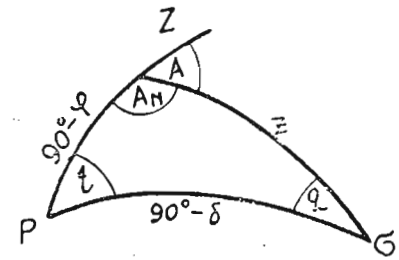
$$\varphi - \delta = z_m; \quad (1)$$

стога је

$$2 \sin^2 \frac{t}{2} = \frac{\cos z_m - \cos z}{\cos \varphi \cos \delta}, \quad (a)$$

одакле коначно добијамо

$$\sin^2 \frac{t}{2} = \frac{\cos z_m}{2 \cos \varphi \cos \delta} \left(1 - \frac{\cos z}{\cos z_m}\right). \quad (2)$$



Сл. 28

За израчунавање по овом образцу треба примењивати таблице за логаритме збинова и разлика.

Дајмо образац за израчунавање t логаритамским путем. Из обрасца (a) налазимо

$$2 \sin^2 \frac{t}{2} = \frac{2 \sin \frac{z + z_m}{2} \sin \frac{z - z_m}{2}}{\cos \varphi \cos \delta}$$

и напоследку

$$\sin^2 \frac{t}{2} = \frac{\sin \frac{z + z_m}{2} \sin \frac{z - z_m}{2}}{\cos \varphi \cos \delta}. \quad (3)$$

Кад се t израчунава по обрасцима (2) и (3) примењује се таблица № 27 из 30-те свеске ЦНИИГАК; ова таблица даје $lg \sin^2 \frac{t}{2}$ за аргуменат часови угао t изражен у временским јединицама.

Кад смо нашли t , добијамо тренутке пролаза

$$s_E = \alpha - t \text{ и } s_w = \alpha + t. \quad (4)$$

Ако треба наћи тренутке пролаза, азимуте и паралактички угао, треба решити паралактички троугао из три дате стране.

Ако уведемо ознаке

$$90^\circ - \delta = \Delta, \quad 90^\circ - \varphi = \Phi, \quad (5)$$

наћи ћемо обим

$$2p = z + \Delta + \Phi. \quad (6)$$

Даље из познатих образаца сферне тригонометрије имамо

$$m^2 = \frac{\sin(p-z) \sin(p-\Delta) \sin(p-\Phi)}{\sin p}; \quad (7)$$

$$\operatorname{tg} \frac{t}{2} = \frac{m}{\sin(p-z)}; \quad \operatorname{tg} \frac{A_N}{2} = \frac{m}{\sin(p-\Delta)}; \quad \operatorname{tg} \frac{q}{2} = \frac{m}{\sin(p-\Phi)}. \quad (8)$$

За проверу рачуна обављеног по обрасцима (7) и (8) имамо једнакост

$$\operatorname{tg} \frac{t}{2} \operatorname{tg} \frac{A_N}{2} \operatorname{tg} \frac{q}{2} = \frac{m}{\sin p}. \quad (9)$$

Тренутке пролаза наћи ћемо по обрасцу (4).

За азимуте добићемо

$$A_E = 180^\circ + A_N; \quad A_W = 180^\circ - A_N. \quad (10)$$

Примери: 1. Израчунати звездана времена пролаза звезде ζ Ursae mai. у Москви кроз алмукантарат $z = 30^\circ 00,0$.

Из Астрономическог ежегодника за 1938 г. имамо:

$$\zeta \text{ Ursae mai} \dots \alpha = 15^h 46^m 14^s; \quad \delta = +77^\circ 59',2.$$

Израчунавање по обрасцу 2

Израчунавање по обрасцу 3

1	δ	+77°59',2	1	δ	+77°59',2
2	φ	55 45,6	2	φ	55 45,6
3	z_m	22 13,6	3	z_m	22 13,6
4	z	30 00,0	4	z	30 00,0
5	$\lg \cos z$	9,93753	5	$z + z_m$	52 13,6
6	$\lg \cos z_m$	9,96647	6	$\frac{z + z_m}{2}$	26 06,8
10	$\lg \frac{\cos z}{\cos z_m}$	9,97106	7	$\frac{z - z_m}{2}$	3 53,2
11	Δ	8,83829	8	$\lg \sin \frac{z + z_m}{2}$	9,64360
12	$\lg \left(1 - \frac{\cos z}{\cos z_m}\right)$	8,80935	9	$\lg \sin \frac{z - z_m}{2}$	8,83112
6	$\lg \cos z_m$	9,96647	10	$\operatorname{clg} \cos \varphi$	0,24975
7	$\operatorname{clg} 2$	9,69897	11	$\operatorname{clg} \cos \delta$	0,68165
8	$\operatorname{clg} \cos \varphi$	0,24975	12	$\lg \sin^2 \frac{t}{2}$	9,40612
9	$\operatorname{clg} \cos \delta$	0,68165	13	t	4h 02m 31s
13	$\lg \sin^2 \frac{t}{2}$	9,40619	14	α	15 46 14
14	t	4h 02m 32s	15	s_E	11 43 43
15	α	15 46 14	16	s_W	19 48 45
16	s_E	11 43 42			
17	s_W	19 48 46			

2. Израчунати за Москву ($\varphi = 55^\circ 45',6$) времена пролаза звезде α Cygni кроз алмукантарат $z = 47^\circ 34',5$ и одредити њен положај на том алмукантарату и паралактички угао.

Из Астрономическог ежегодника за 1938 г. имамо:

$$\alpha \text{ Cygni} \dots \alpha = 20^h 39^m 3; \quad \delta = +45^\circ 03',5.$$

1	z	47° 34',5	9	$\lg \sin(p-z)$	9,43511	19	$\frac{t}{2}$	2h 33m 59s
2	Δ	44 56,5	10	$\lg \sin(p-\Delta)$	9,50004	20	t	5 08,0
3	Φ	34 14,4	11	$\lg \sin(p-\Phi)$	9,68746	21	α	20 39,3
4	$2p$	126 45,4	12	$\operatorname{clg} \sin p$	0,04867	22	s_E	15h 31m,3
5	p	63 22,7	13	$\lg m^2$	8,67128	23	s_W	1 47,3
6	$p-z$	15 48,2	14	$\lg m$	9,33564	24	$\frac{A_N}{2}$	34° 24' 20''
7	$p-\Delta$	18 26,2	15	$\lg \operatorname{tg} \frac{t}{2}$	9,90053	25	A_N	68 48,7
8	$p-\Phi$	29 08,3	16	$\lg \operatorname{tg} \frac{A_N}{2}$	9,83560	26	A_E	248 48,7
			17	$\lg \operatorname{tg} \frac{q}{2}$	9,64818	27	A_W	111 11,3
			18	$\lg \frac{m}{\sin p}$	9,38431	28	$\frac{q}{2}$	23° 58' 49''
						29	q	47° 57',6

21. Пролаз звезде кроз вертикал Северњаче. — Нека се у једном тренутку Северњача σ_1 и друга дата звезда σ_2 налазе у једном вертикалу. Треба одредити звездано време пролаза звезде кроз тај вертикал, њихов заједнички азимут и зенитно отстојање звезде σ_2 .

Нацртајмо сл. 29; на њој је NPZ — лук меридијана, σ_1 — Северњача с координатама α_1 и δ_1 , σ_2 — дата звезда с координатама α_2 и δ_2 ; обе звезде се налазе на заједничком вертикалу чији је азимут A . Северњача има часовни угао t_1 и $P\sigma_1 = 90^\circ - \delta_1$, друга звезда има часовни угао t_2 и $P\sigma_2 = 90^\circ - \delta_2$.

Спустимо из P лук великог круга $PR = k$ управно на вертикал, обележимо угао RPZ са $90^\circ - N$ и угао $RP\sigma_2$ са $90^\circ - M$.

Нека је тражено звездано време s ; можемо написати

$$s = \alpha_1 + t_1 = \alpha_2 + t_2,$$

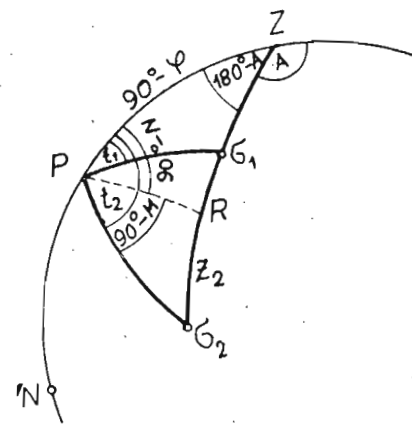
одакле је

$$t_2 - t_1 = \alpha_1 - \alpha_2.$$

Ставимо

$$\alpha_1 - \alpha_2 = \beta.$$

(1)



Сл. 29.

Из правоуглог троугла $RP\sigma_1$, у коме је угао

$$RP\sigma_1 = t_2 - t_1 - 90^\circ + M = (M + \beta) - 90^\circ,$$

имамо

$$\cos [(M + \beta) - 90^\circ] = \cos [90^\circ - (M + \beta)] = \operatorname{tg} k \operatorname{tg} \delta_1,$$

одакле је

$$\operatorname{tg} k = \operatorname{ctg} \delta_1 \sin (M + \beta). \quad (a)$$

Даље из правоуглог троугла $RP\sigma_2$ имамо

$$\sin M = \operatorname{tg} k \operatorname{tg} \delta_2,$$

одакле је

$$\operatorname{tg} k = \operatorname{ctg} \delta_2 \sin M. \quad (2)$$

На основи (a) и (2) добијамо

$$\operatorname{ctg} \delta_2 \sin M = \operatorname{ctg} \delta_1 \sin (M + \beta).$$

Одатле добијамо

$$\begin{aligned} \operatorname{ctg} \delta_2 \sin M &= \operatorname{ctg} \delta_1 \sin M \cos \beta + \operatorname{ctg} \delta_1 \cos M \sin \beta, \\ \operatorname{tg} M (\operatorname{ctg} \delta_2 - \operatorname{ctg} \delta_1 \cos \beta) &= \operatorname{ctg} \delta_1 \sin \beta \end{aligned}$$

и за израчунавање угла M добијамо израз

$$\operatorname{tg} M = \frac{\operatorname{tg} \delta_2 \operatorname{ctg} \delta_1 \sin \beta}{1 - \operatorname{tg} \delta_2 \operatorname{ctg} \delta_1 \cos \beta}. \quad (3)$$

Из правоуглог троугла RPZ имамо

$$\sin N = \operatorname{tg} k \operatorname{tg} \varphi.$$

Непосредно са сл. 29 излази

$$t_2 = 180^\circ - (M + N).$$

Звездано време ћемо добити по образцу

$$s = \alpha_2 + t_2.$$

Из истог правоуглог троугла RPZ можемо написати

$$\sin k = \cos \varphi \sin A,$$

одакле добијамо образац за израчунавање заједничког азимута

$$\sin A = \frac{\sin k}{\cos \varphi}. \quad (7)$$

Зенитно отстојање звезде наћи ћемо из паралактичког троугла $PZ\sigma_2$ по образцу

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta_2 + \cos \varphi \cos \delta_2 \cos t_2 = I + II. \quad (8)$$

Израчунавање по овом образцу врши се помоћу таблица за логаритме збирова и разлика.

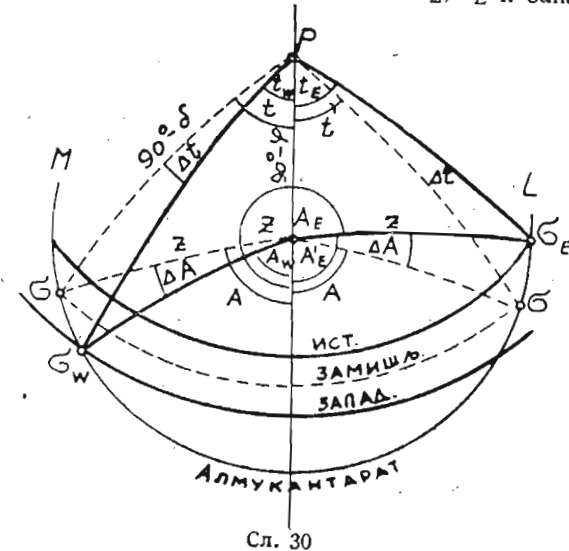
Пример. Израчунати за Москву звездано време пролаза звезде α Aurigae кроз вертикал Северњаче, њихов заједнички азимут и зенитно отстојање звезде α Aurigae.

Из Астрономическог ежегодника за 1938 г. имамо:

Северњача, α Ursae min . $\alpha_1 = 1^h 41^m 23^s$; $\delta_1 = + 88^\circ 58' 8''$.
 α Aurigae $\alpha_2 = 5 12 6$; $\beta_2 = + 45 56 2$.

1	α_1	1h 41m 23s	6	$\lg \operatorname{ctg} \delta_2$	9,98580	10	$\lg \sin \varphi$	9,94734
2	α_2	5 12 06	22	$\lg \sin M$	8,17481 _n	7	$\lg \sin \delta_2$	9,85647
3	β	-3 30 43	23	$\lg \operatorname{tg} k$	8,16061 _n	35	$\lg I$	9,77381
18	$\lg \operatorname{imen.}$	9,99508	9	$\lg \operatorname{tg} \varphi$	0,16709	37	$\lg II$	9,59222 _n
17	Δ	1,94298	26	$\lg \sin N$	8,32770 _n	38	Arg.	0,18159
15	$\lg \operatorname{tg} \delta_1 \operatorname{ctg} \delta_1 \cos \beta$	8,05210	27	N	-1° 13' 07''	11	$\lg \cos \varphi$	2,75025
13	$\lg \cos \beta$	9,78267	28	M + N	-2° 4' 32''	8	$\lg \cos \delta_2$	8,84226
4	$\lg \operatorname{ctg} \delta_1$	8,25523	29	t_2	182 4 32	30	$\lg \cos t_2$	9,99971 _n
5	$\lg \operatorname{tg} \delta_2$	0,01420	31	t_2	12h 8m 18s	36	$\lg II$	9,59222 _n
14	$\lg \sin \beta$	9,90051 _n	32	α_2	5 12 06	39	Δ	9,71526
16	$\lg \operatorname{brojit.}$	8,16994 _n	33	s	17h 20m 24s	40	$\lg \cos z_2$	9,30748
19	$\operatorname{ctg} \operatorname{imen.}$	0,00492	24	k	-0° 49' 45''	42	z_2	78° 17',3
20	$\lg \operatorname{tg} M$	8,17486 _n	25	$\lg \sin k$	8,16050 _n			
21	M	-0° 51' 25''	12	$\operatorname{ctg} \cos \varphi$	0,24975			
			34	$\lg \sin A$	8,41025 _n			
			41	A	181° 28',4			

22. Пролаз кроз заједнички алмуќантарат двеју звезда од којих се једна налази на источној, а друга на западној страни неба. — Нека су дате две звезде: источна σ_E , с координатама α_E , δ_E и западна σ_W , с ко-



ординатама α_W , δ_W . Треба одредити када ће на датој ширини оне проћи једновремено кроз заједнички алмуќантарат и израчунати за тај тренутак зенитно отстојање и азимуте звезде. Посматраћемо случај када се деклинације звезде мало разликују међу собом (за 2—3°).

Нека источна и западна звезда у тренутку пролаза s кроз заједнички алмукантарат LM имају часовне углове t_E и t_W и азимуте A_E и A_W (сл. 30).

Замислимо две звезде α с једнаком деклинацијом

$$\delta = \frac{1}{2}(\delta_E + \delta_W). \quad (1)$$

Такве ће две звезде при пролазу кроз тај исти алмукантарат имати једнаке часовне углове $t = \frac{1}{2}(t_E + t_W)$. Време пролаза s' тих звезда кроз алмукантарат LM наћи ћемо из једначина

$$s' = s_E - t = \alpha_W + t,$$

одакле је

$$s' = \frac{1}{2}(\alpha_E + \alpha_W) \quad \text{и} \quad t = \frac{1}{2}(\alpha_E - \alpha_W).$$

Овај се задатак тачно решава овако: прво се нађе тренутак s близак тренутку s' и затим се за њега израчунају часовни углови t_E и t_W ; напослетку се по обрасцима из параграфа 11 израчунају z , A_E и A_W . Одређивање тренутка s спада у задатак практичне астрономије. Приближно израчунавање s дато је ниже.

Израчунавање s , z , A_E и A_W потребно је код припреме посматрања за одређивање времена по Цингеровој методи. За ту сврху издао је 1932 г. ЦНИИГАК „Радне ефемериде“, израчунате по обрасцима које ћемо сада извести. При израчунавању тих ефемерида требало је дати тренутак s до на $0,1$, а z и A до на $1'$. Обрасце је извео проф. Ф. Витрам и објавио у раду: „Tables auxiliaires pour la détermination de l'heure par des hauteurs correspondentes de différentes étoiles“.

Нађимо време s ; имамо

$$\begin{aligned} s &= \alpha_E - t_E, \\ s &= \alpha_W + t_W, \end{aligned}$$

одакле је

$$s = \frac{1}{2}(\alpha_E + \alpha_W) - \frac{1}{2}(t_E - t_W), \quad (a)$$

$$t = \frac{1}{2}(\alpha_E - \alpha_W). \quad (2)$$

Величина $\frac{1}{2}(t_E - t_W) = \Delta t$ је полуразлика часовних углова, која зависи од полуразлике деклинација

$$\Delta \delta = \epsilon = \frac{1}{2}(\delta_E - \delta_W). \quad (3)$$

Са слике 30 имамо:

$$A'_E = A + \Delta A \quad \text{и} \quad A_W = A - \Delta A. \quad (b)$$

Овде је $A = \frac{1}{2}(A_E + A_W)$, а ΔA је полуразлика азимута, која зависи од исте величине ϵ .

Нађимо изразе за Δt и ΔA .

Узмимо обрасце за паралактички троугао $PZ\sigma$:

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t, \quad (c)$$

$$\sin z \sin A = \cos \delta \sin t. \quad (d)$$

Из обрасца (c) видимо да је за дату ширину φ и за константно зенитно отстојање z часовни угао t функција од δ , тј.

$$t = f(\delta).$$

Приближни израз за мали прираштај Δt у функцији малог прираштаја $\Delta \delta$ биће

$$\Delta t = \frac{df}{d\delta} \Delta \delta = \frac{dt}{\Delta \delta} \Delta \delta. \quad (e)$$

Из обрасца (d) видимо да је при константном z

$$A = f(\delta, t),$$

па је

$$\Delta A = \left(\frac{dA}{d\delta} + \frac{dA}{dt} \cdot \frac{dt}{d\delta} \right) \cdot \Delta \delta. \quad (f)$$

Нађимо изразе за $\frac{dt}{d\delta}$, $\frac{dA}{d\delta}$ и $\frac{dA}{dt}$. Диференцијалимо образац (c) по δ и t :

$$(\sin \varphi \cos \delta - \cos \varphi \sin \delta \cos t) d\delta - \cos \varphi \cos \delta \sin t dt = 0,$$

одакле је

$$\frac{dt}{d\delta} = \frac{\sin \varphi \cos \delta - \cos \varphi \sin \delta \cos t}{\cos \varphi \cos \delta \sin t} = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\sin t} - \frac{\operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} t}. \quad (g)$$

Диференцијалимо образац (d) најпре по A и δ , затим по A и t :

$$\sin z \cos A dA = -\sin \delta \sin t d\delta,$$

одакле је

$$\frac{dA}{d\delta} = -\frac{\sin \delta \sin t}{\sin z \cos A}.$$

Даље је

$$\sin z \cos A dA = \cos \delta \cos t dt$$

и

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\cos \delta \cos t}{\sin z \sin A}.$$

На тај начин је

$$\begin{aligned} \frac{dA}{d\delta} + \frac{dA}{dt} \cdot \frac{dt}{d\delta} &= -\frac{\sin \delta \sin t}{\sin z \cos A} + \frac{\cos \delta \cos t}{\sin z \cos A} \left(\frac{tg \varphi}{\sin t} - \frac{tg \delta}{tg t} \right) = \\ &= \frac{1}{\sin z \cos A} \left(\frac{\cos \delta \sin t}{tg t} - \frac{\sin \delta \cos^2 t}{\sin t} - \frac{\sin \delta \sin^2 t}{\sin t} \right) = \\ &= \frac{1}{\sin z \cos A} \left(\frac{\cos \delta \sin t}{tg t} - \frac{\sin \delta}{\sin t} [\sin^2 t + \cos^2 t] \right) = \\ &= \frac{\sec \varphi}{\sin z \cos A \sin t} (\sin \varphi \cos \delta \cos t - \cos \varphi \sin \delta). \end{aligned}$$

Али из паралактичког троугла $PZ\sigma$ имамо:

$$\sin z \cos A = -\cos \varphi \sin \delta + \sin \varphi \cos \delta \cos t,$$

па је стога

$$\frac{dA}{d\delta} + \frac{dA}{dt} \cdot \frac{dt}{d\delta} = \frac{\sec \varphi}{\sin t} \quad (h)$$

Унесимо нађене изразе (d) и (h) у обрасце (e) и (f) и место $\Delta \delta$ ставимо, према (3), величину ϵ , која за поправку Δt мора да се изрази у временским минутама. Добићемо

$$\Delta t = \epsilon^m \left(\frac{tg \varphi}{\sin t} - \frac{tg \delta}{tg t} \right) = \frac{\epsilon}{15 \sin t} (tg \varphi - tg \delta \cos t).$$

Ако ставимо

$$k = \frac{\epsilon}{15 \sin t}, \quad (4)$$

добићемо коначно место (a)

$$t = \frac{1}{2} (\alpha_E + \alpha_W) - k (tg \varphi - tg \delta \cos t). \quad (5)$$

Даље је

$$\Delta A = \frac{\sec \varphi}{\sin t} \epsilon.$$

Ако овде унесемо вредност k из обрасца (4), добијамо на крају

$$\Delta A = 15 k \sec \varphi.$$

Нађимо сад z и A за звезду која има

$$\delta = \frac{1}{2} (\delta_E + \delta_W) \quad \text{и} \quad t = \frac{1}{2} (\alpha_E - \alpha_W).$$

Спустимо из σ лук великог круга управан на меридијан PZ до пресека у тачки R (сл. 31); обележимо страну PR са $90^\circ - \Psi$ и страну σR са $90^\circ - H$.

Из троугла $P\sigma R$ имамо

$$\cos t = tg \delta \operatorname{ctg} \Psi,$$

одакле је

$$\operatorname{ctg} \Psi = \operatorname{ctg} \delta \cos t; \quad (7)$$

даље је

$$\cos H = \cos \delta \sin t. \quad (8)$$

Кад смо нашли из образаца (7) и (8) помоћне величине Ψ и H , добићемо из троугла $Z\sigma R$ обрасце за израчунавање z и A :

$$\cos z = \sin H \cos (\varphi - \Psi), \quad (9)$$

$$\sin (\varphi - \Psi) = \operatorname{ctg} H \operatorname{ctg} A,$$

одакле је

$$\operatorname{ctg} A = tg H \sin (\varphi - \Psi). \quad (10)$$

Азимуте A_E и A_W добићемо на крају, према сл. 30, из израза

$$A_E = 360^\circ - (A + \Delta A);$$

$$A_W = A - \Delta A, \quad (11)$$

за које се ΔA израчунава по обрасцу (6).

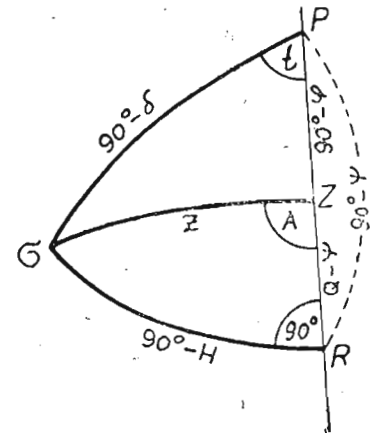
Пример. Одредити када ће источна звезда η Ursae mai. и западна δ Persei достићи у Москви ($\varphi = 55^\circ 45',6$) једнаку висину и израчунати за тај тренутак зенитно отстојање и азимуте звезда.

Из Астрономическог ежегодника за 1938 г. имамо:

$$\eta \text{ Ursae mai. } \dots \dots \dots \alpha = 13^h 45^m,1; \quad \delta = +49^\circ 37',3.$$

$$\delta \text{ Persei } \dots \dots \dots \alpha = 3 \ 38,5; \quad \delta = +47 \ 35,5.$$

1	α_E	$13^h 45^m,1$	5	$\frac{\alpha_E + \alpha_W}{2}$	$8^h 41^m,8$
3	α_W	$3 \ 38,5$	6	t	$5 \ 03,3$
2	δ_E	$+49^\circ 37',3$	7	δ	$+48^\circ 36',4$
4	δ_W	$+47 \ 35,5$	8	ϵ	$+1 \ 0,9 = +60',9$



Сл. 31

и на основи (6) добијамо коначно

$$\sin(t_N + t_S) = 2 \frac{\cos \varphi \cos z}{\cos \delta_N} \sin t_S, \text{ ако је } t_N > 6^h. \quad (7)$$

Даље налазимо

$$\begin{aligned} \sin(t_N - t_S) &= \sin t_N \cos t_S - \cos t_N \sin t_S = \\ &= \sin z \sin A \left(\frac{\cos t_S}{\cos \delta_N} - \frac{\cos t_N}{\cos \delta_S} \right) = \\ &= \sin z \sin A \frac{\cos \delta_S \cos t_S - \delta_N \cos t_N}{\cos \delta_N \cos \delta_S}. \end{aligned} \quad (c)$$

Но из паралактичких троуглова имамо

$$\begin{aligned} \cos \delta_S \cos t_S - \cos \delta_N \cos t_N &= \\ = \cos \varphi \cos z + \sin \varphi \sin z \cos A - \cos \varphi \cos z + \sin \varphi \sin z \cos A &= \\ = 2 \sin \varphi \sin z \cos A. \end{aligned}$$

Образац (c) претвара се у

$$\sin(t_N - t_S) = 2 \frac{\sin z \sin A}{\cos \delta_N \cos \delta_S} \sin \varphi \sin z \cos A$$

и коначно у

$$\sin(t_N - t_S) = 2 \frac{\sin \varphi \sin z \cos A}{\cos \delta_N} \sin t_S, \text{ ако је } t_N < 6^h. \quad (8)$$

Могло би се t_N наћи и по образцу изведеном у параграфу 12; овим смо међутим извели онај метод за израчунавање t_N који је употребио астроном-геодет И. Селиверстов при састављању ефемерид звезда за одређивање ширине по Пјевцовљевој методи. (О Пјевцовљевој методи види у „Практичној астрономији“).

За тренутке звезданог времена имаћемо:

$$\text{за западну страну неба } s_S = \alpha_S + t_S; s_N = \alpha_N + t_N; \quad (9)$$

$$\text{за источну страну неба } s_S = \alpha_S - t_S; s_N = \alpha_N - t_N. \quad (10)$$

Пример. Израчунати тренутке, зенитна отстојања и азимуте за ове парове звезда:

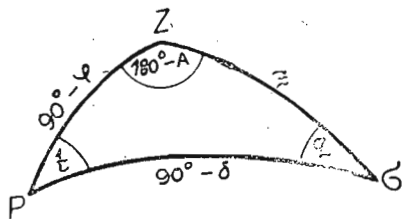
$$\begin{array}{l} 1 \text{ пар } \left\{ \begin{array}{l} \alpha \text{ Cassiop.} \\ 11 \text{ Orionis} \end{array} \right. \quad 3 \text{ пар } \left\{ \begin{array}{l} \gamma \text{ Serpentis} \\ 11 \text{ Cephei} \end{array} \right. \\ 2 \text{ пар } \left\{ \begin{array}{l} 24 \text{ H. Camelop.} \\ 54 \text{ Leonis} \end{array} \right. \quad 4 \text{ пар } \left\{ \begin{array}{l} \theta \text{ Herculis} \\ \nu \text{ Draconis} \end{array} \right. \end{array}$$

када звезде сваког пара достижу у Москви ($\varphi = 55^\circ 45',6$) једнаке висине и налазе се с једне стране меридијана на једнаким удаљењима од њега. 1. и 2. пар изабрани су за западну страну неба; 3. и 4. за источну.

		W	E	W	E		
		α Cassiop. N 11 Orionis S	11 Cephei N γ Serpentis S	24N Camel. N 54 Leonis S	γ Draconis N θ Herculis S		
		$t_N > 6^h$		$t_N < 6^h$			
1	α_N	0 ^h 29 ^m ,5	21 ^h 41 ^m ,0	6 ^h 51 ^m ,1	18 ^h 55 ^m ,2	α_N	1
2	α_S	5 01 ,0	5 53, 6	10 52 ,3	17 54 ,1	α_S	4
3	δ_N	+ 63°35',4	+ 71° 01',5	+ 77°03',6	+ 71°12',9	δ_N	3
6	δ_S	+ 15 19, 2	+ 15 51, 8	+ 25 04, 9	+ 37 15, 5	δ_S	6
7	δ	38 57, 3	43 26, 6	51 04, 2	54 14, 2	δ	7
8	ϵ	23 38, 1	27 34, 8	25 59, 4	16 58, 7	ϵ	8
9	$lg \sin \delta$	9,79845	9,83736	9,89093	9,90926	$lg \sin \delta$	9
11	$lg \cos \epsilon$	9,96195	9,94761	9,95370	9,98064	$lg \cos \epsilon$	11
13	$clg \sin \varphi$	9,08266	0,08266	0,08266	0,08266	$clg \sin \varphi$	14
19	$lg \cos z$	9,84306	9,86763	9,92729	9,97256	$lg \cos z$	19
20	z	45°50',2	42° 30',0	32°14',2	20°09',2	z	20
10	$lg \cos \delta$	9,89078	9,86097	9,79822	9,76674	$lg \cos \delta$	10
12	$lg \sin \epsilon$	9,60305	9,66557	9,64168	9,46540	$lg \sin \epsilon$	12
22	$clg \sin z$	0,14427	0,17032	0,27293	0,46277	$clg \sin z$	23
15	$clg \cos \varphi$	0,24975	0,24975	0,24975	0,24975	$clg \cos \varphi$	15
24	$lg \cos A$	9,88785	9,94661	9,96258	9,94466	$lg \cos A$	24
25	A	39° 25', 7	27° 49',9	23°26',7	28°18',9	A	25
31	A_S	39 25, 7	332 10, 1	23 26, 7	331 41, 1	A_S	32
32	A_N	140 34, 3	207 49, 9	156 33, 3	208 18, 9	A_N	33
21	$lg \sin z$	9,85573	9,82968	9,72707	9,53723	$lg \sin z$	21
26	$lg \sin A$	9,80285	9,66920	9,59974	9,67607	$lg \sin A$	26
16	$clg \cos \delta_S$	0,01572	0,01686	0,04301	0,09913	$clg \cos \delta_S$	16
27	$lg \sin t_S$	9,67430	9,51574	9,36982	6,31243	$lg \sin t_S$	18
14	$lg \cos \varphi$	9,75025	9,75025	9,91734	9,91734	$lg \cos \varphi$	13
23	$lg \cos z$	9,84306	9,86763	9,72707	9,53723	$lg \cos z$	22
17	$clg \cos \delta_N$	0,33691	9,48791	9,96258	9,94466	$lg \cos A$	27
18	$lg 2$	0,30103	0,30103	0,64989	0,49212	$clg \cos \delta_N$	17
28	$lg \sin(t_N + t_S)$	9,90555	9,92256	0,30103	0,30103	$lg 2$	18
33	s_S	6 ^h 53 ^m ,8	14 ^h 37 ^m ,0	9,92773	9,50481	$lg \sin(t_N - t_S)$	29
5	α_s	5 01 ,6	15 53 ,6	11 ^h 46 ^m ,5	17 ^h 06 ^m ,5	s_S	34
29	t_S	1 52 ,8	1 16 ,6	10 52 ,3	17 54 ,1	α_s	5
30	$t_N + t_S$	8 25 ,7	8 12 ,8	0 54 ,3	0 47 ,4	t_S	30
34	t_N	6 32 ,9	6 56 ,2	3 51 ,4	1 14 ,6	$t_N - t_S$	31
2	α_N	0 29 ,5	21 41 ,0	4 45 ,6	2 02 ,0	t_N	35
35	s_N	7 ^h 02 ^m ,4	14 ^h 44 ^m ,8	6 51 ,1	18 55 ,2	α_N	2
				11 ^h 36 ^m ,7	16 ^h 53 ^m ,2	s_N	36

24. Диференцијалне промене зенитног отстојања у току времена. Свако небеско тело, чији дневни паралел сече хоризонт, има у тренутку излаза зенитно отстојање једнако 90° . У току времена зенитно отстојање опада, достиже најмању вредност у горњој кулминацији, а затим при прелазу на западну страну небеске сфере поступно расте и на залазу достиже поново 90° .

Код циркумполарних звезда зенитно је отстојање највеће у доњој кулминацији, поступно опада са кретањем небеског тела по источној страни небеске сфере достижући најмању вредност у горњој кулминацији. На западној страни неба зенитно отстојање тела расте и достиже поново максимум у доњој кулминацији. Дневне путање свих небеских тела (изузев Сунца, Месеца и планета) потпуно су симетричне према меридијану и зато једнаким зенитним отстојањима на западној и источној страни неба одговарају и једнаки по величини, а супротнога знака, часовни углови и азимути, тј.



Сл. 33.

$$t_E = 24^h - t_W \quad \text{и} \quad A_E = 360^\circ - A_W.$$

Да бисмо потпуније испитали промену зенитног отстојања небеског тела у току дана, изведимо образац који изражава зависност између промена зенитног отстојања и времена.

Из паралактичког троугла $PZ\sigma$ (сл. 3.) напишимо први основни образац за страну:

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t.$$

За дато место посматрања у овом се изразу мењају z и t , а φ и δ остају стални.

Ако z сматрамо за функцију од t ,

$$z = f(t),$$

и пустимо да t прирасте за Δt , тада ће z добити прираштај Δz :

$$z + \Delta z = f(t + \Delta t).$$

Развимо овај израз у ред, и задржимо се на прва два члана, што је практично сасвим довољно:

$$z + \Delta z = f(t) + f'(t) \Delta t,$$

или

$$\Delta z = f'(t) \Delta t = \frac{dz}{dt} \Delta t.$$

Вредност $f'(t)$ наћи ћемо ако израз за $\cos z$ диференцијалимо по t :

$$\sin z \frac{dz}{dt} = \cos \varphi \cos \delta \sin t; \quad (a)$$

из истог троугла је

$$\cos \delta \sin t = \sin z \sin A,$$

према томе је

$$\frac{dz}{dt} = \cos \varphi \sin A \quad \text{и} \quad \Delta z = \cos \varphi \sin A \Delta t.$$

Ако Δt изразимо у временским јединицама, а Δz у угловној мери, добијамо:

$$\Delta z = 15 \cos \varphi \sin A \Delta t. \quad (1)$$

Ако је $\Delta t = 1^m$, онда је

$$\Delta z = 15' \cos \varphi \sin A.$$

Највећу апсолутну вредност Δz ће достићи у првом вертикалу, када је $\sin A = \pm 1$; у том случају образац (1) добија облик:

$$\Delta z = 15 \cos \varphi \Delta t. \quad (2)$$

Из обрасца (1) и (2) излази да се у датом месту зенитна отстојања небеских тела при њихову пролазу кроз дати вертикал мењају у једнаким временским размацима за једнаке величине.

Најмању вредност Δz достиже у меридијану, $\Delta z = 0$, када је $\sin A = 0$; према томе у тренуцима кулминација зенитна отстојања звезда се не мењају, ако поставимо у меридијан дурбин с хоризонтним концем, видећемо да се при пролазу кроз видно поље звезда креће паралелно томе концу.

За израчунавање промена зенитног отстојања могу се саставити таблице из којих се са аргументима φ и A налази величина Δz у 1^m .

Такве су таблице дате у књизи „Задачи из сферне астрономије“.

Из обрасца (a) излази да у меридијану $\frac{dz}{dt}$ постаје једнако нули, и

доиста, како $\sin z$ не може тежити бесконачности, то може бити $\frac{dz}{dt} = 0$

само кад је $\sin t = 0$, тј. када је $t = 0^\circ$ или 180° . На тај начин у меридијану зенитна отстојања достижу најмање и највеће вредности. Са сл. 2 се види да је у горњој кулминацији (σ_1 или σ_4) зенитно отстојање најмање, а у доњој кулминацији (σ_2 или σ_3) — највеће.

Речено се односи само на небеска тела која не мењају деклинацију у току дана. Што се тиче Сунца, Месеца, планета и комета, тј. небеских тела чије се деклинације у току дана осетно мењају, она не достижу најмање зенитно отстојање у меридијану, већ близу њега. Да бисмо одредили тренутак најмањег зенитног отстојања за таква небеска тела, треба при диференцијалењу обрасца

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos (l - t).$$

да сматрамо z , t и δ за променљиве; у њему је t изражено у временским секундама.

После диференцирања добићемо:

$$-\sin z \frac{dz}{dt} = -15 \cos \varphi \cos \delta \sin(15t) + \\ + [\sin \varphi \cos \delta - \cos \varphi \sin \delta \cos(15t)] \frac{d\delta}{dt}.$$

Кад је z у минимуму, онда је $\frac{dz}{dt} = 0$ и тада је

$$15 \cos \varphi \cos \delta \sin(15t) = [\sin \varphi \cos \delta - \cos \varphi \sin \delta \cos(15t)] \frac{d\delta}{dt}.$$

или

$$\sin(15t) = \frac{1}{15} [\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \delta \cos(15t)] \frac{d\delta}{dt}.$$

Овде је t мало, јер је увек и $\frac{d\delta}{dt}$ мало (највеће је за Сунце, око $\frac{1''}{60}$ у 1^s), стога се може ставити $\sin(15t) = 15^s \sin 1''$ и $\cos(15t) = 1$ и тада се за t^s добија:

$$t^s = \frac{1}{225 \sin 1''} (\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \delta) \frac{d\delta}{dt} = [2,9622] \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos \varphi \cos \delta} \cdot \frac{d\delta}{dt}. \quad (3)$$

У последњем обрасцу је $\frac{d\delta}{dt}$ промена деклинације небеског тела у 1^s , а $[2,9622] = \operatorname{tg} \frac{1}{225 \sin 1''}$. Ако образац (3) применимо на Сунце, и ако место $\frac{d\delta}{dt}$ уведемо часовну промену Сунчеве деклинације у подне ϑ_0 , добићемо образац

$$t^s = \frac{1}{3600 \cdot 225 \sin 1''} \frac{\sin \varphi - \delta_0}{\cos \varphi \cos \delta_0} \vartheta_0 = [9,4059] \frac{\sin(\varphi - \delta_0)}{\cos(\varphi \cos \delta_0)} \vartheta_0. \quad (4)$$

У нашим ширинама је за Сунце, Месец и планете δ увек мање од φ , стога знак уз t зависи од знака уз $\frac{d\delta}{dt}$. За Сунце је на пример у временском размаку од 22 јуна до 22 децембра $\frac{d\delta}{dt}$ негативно, часовни угао t биће такође негативан, а то значи да најмање зенитно отстојање Сунце достиже пре меридијана; у временском размаку од 22 децембра до 22 јуна $\frac{d\delta}{dt}$ је позитивно, t је такође позитивно, Сунце достиже најмање зенитно отстојање после меридијана.

25. Диференцијалне промене азимута у току времена. — Величина азимута тачке излаза небеског тела зависи од величине његове деклинације и може имати све вредности од 180° до 360° ; наиме, небеско тело чије је $\delta = 90^\circ$ — φ излази у северној тачки; небеска тела с позитивним деклинацијама излазе на азимутима од 180° до 270° ; небеско тело чије је $\delta = 0$ излази у источној тачки; напоследку, небеска тела с негативним деклинацијама излазе на азимутима од 270° до 360° . Азимути тачака залаза једнаки су допунама до 360° азимута тачака излаза. Циркумполарна небеска тела у средњим ширинама или имају азимут који се мења од 0° до 360° , или имају елонгације, тј, азимут који се мења у извесним границама око 180° .

Нађимо зависност између промене азимута небеског тела и промене времена.

Применимо четврти основни образац сферне тригонометрије на страну z и угао 180° — A паралактичког троугла (сл. 33):!

$$-\sin z \cos A = \cos \varphi \sin \delta - \sin \varphi \cos \delta \cos t.$$

Пребацимо све чланове на једну страну:

$$\sin z \cos A + \cos \varphi \sin \delta - \sin \varphi \cos \delta \cos t = 0;$$

у овом ћемо обрасцу сматрати φ и δ за константе, а z , A и t за променљиве. A се може сматрати као имплицитна функција две променљиве z и t , од којих је z опет функција од t .

У општем облику наш образац можемо написати овако:

$$f(A, z, t) = 0.$$

Пустимо да t прирасте за Δt , тада ће z и A добити прираштаје Δz и ΔA :

$$f(A + \Delta A, z + \Delta z, t + \Delta t) = 0.$$

Развимо ову функцију у ред задржавајући се на првим изводима, што је практично сасвим довољно:

$$f(A, z, t) + f'_A \Delta A + f'_z \Delta z + f'_t \Delta t = 0$$

или

$$f'_A \Delta A + f'_z \Delta z + f'_t \Delta t = 0,$$

одакле је

$$\Delta A = -\frac{f'_z}{f'_A} \Delta z - \frac{f'_t}{f'_A} \Delta t.$$

Израчунајмо ове парцијалне изводе, а место Δz уврстимо његов израз из параграфа 24:

$$\Delta z = \cos \varphi \sin A \Delta t, \\ f'_z = \cos z \cos A, \quad f'_A = -\sin z \sin A, \quad f'_t = \sin \varphi \cos \delta \sin t.$$

Тада је

$$\Delta A = \left(\frac{\cos z \cos A \cos \varphi \sin A}{\sin z \sin A} + \frac{\sin \varphi \cos \delta \sin t}{\sin z \sin A} \right) \Delta t;$$

али је

$$\cos \delta \sin t = \sin z \sin A$$

и зато је

$$\Delta A = \left(\sin \varphi + \frac{\cos \varphi \cos A}{\operatorname{tg} z} \right) \Delta t. \quad (1)$$

То је зависност између промена азимута ΔA и времена Δt . Ако је Δt изражено у временским јединицама, а ΔA у угловној мери, онда добијамо:

$$\Delta A = 15 \left(\sin \varphi + \frac{\cos \varphi \cos A}{\operatorname{tg} z} \right) \Delta t^s. \quad (2)$$

Да видимо како се мења величина ΔA за небеска тела која пролазе кроз први вертикал; за њих је, као што је познато, у тренутку горње кулминације $A = 0^\circ$, $\cos A = +1$ и z достиже најмању вредност, једнаку $z_{m, G}$; тада ΔA добија највећу вредност, наиме:

$$\Delta A = 15 \left(\sin \varphi + \frac{\cos \varphi}{\operatorname{tg} z_{m, G}} \right) \Delta t.$$

У тренутку доње кулминације је $A = 180^\circ$, $\cos A = -1$ и z има највећу вредност $z_{m, D}$; тада је ΔA најмање, наиме:

$$\Delta A = 15 \left(\sin \varphi - \frac{\cos \varphi}{\operatorname{tg} z_{m, D}} \right) \Delta t.$$

У тренутку пролаза кроз први вертикал је $A = \pm 90^\circ$ и образац добија облик:

$$\Delta A = 15 \sin \varphi \Delta t.$$

Према томе уочена небеска тела имају највеће кретање по азимуту у горњој кулминацији, а најмање у доњој.

У првом вертикалу азимут се свих небеских тела мењају у једнаким временским размацима за једну исту величину.

Пређимо сад на небеска тела која имају елонгације; за њих је у горњој кулминацији $A = 180^\circ$, $\cos A = -1$ и z има најмању вредност. У доњој кулминацији је $A = 0^\circ$, $\cos A = +1$ и z добија највећу вредност; очевидно ће у том случају кретање небеских тела по азимуту бити брже у горњој него у доњој кулминацији.

Да бисмо нашли најмању вредност за ΔA , трансформисаћемо образац (1); имамо

$$\Delta A = \left(\sin \varphi + \frac{\cos \varphi \cos A}{\operatorname{tg} z} \right) \Delta t = \frac{\sin \varphi \sin z + \cos \varphi \cos z \cos A}{\sin z} \Delta t.$$

Из паралактичког троугла $PZ\sigma$ имамо:

$$\cos \delta \cos q = \sin z \sin \varphi + \cos z \cos \varphi \cos A;$$

према томе је

$$\Delta A = \frac{\cos \delta \cos q}{\sin z} \Delta t. \quad (4)$$

Очевидно ће ΔA достићи најмању вредност $\Delta A = 0$, у елонгацији, када је $q = 90^\circ$.

За израчунавање промена азимута могу се израдити таблице које дају величину ΔA у 1^m ; из таблица се најпре узима величина

$$k = \frac{\cos A}{\operatorname{tg} z},$$

а затим се с аргументима k и φ налази величина

$$\Delta A = 15' (\sin \varphi + k \cos \varphi).$$

И ове се таблице налазе у књизи „Задаци из сферне астрономије“.

26. Дневне ефемериде звезда. — При астрономским посматрањима често је потребно знати у датом тренутку вредности зенитног отстојања и азимута звезде. Ако израдимо таблицу која у одређеним временским размацима даје зенитна отстојања и азимуте за дату ширину, из такве се таблице простим интерполовањем могу наћи довољно тачне вредности тих координата за сваки тренутак у размаку. Таква се таблица назива дневна ефемерида звезде.

Ефемериде се могу израчунати по обрасцима за прелаз са екваторског на хоризонтни координатни систем (параграф 11).

Нека су s_1, s_2, s_3, \dots тренуци звезданог времена који падају после сваких $10^m, 20^m$, или 30^m , израчунаћемо $t = s - \alpha$ и даље наћи за сваку вредност t зенитно отстојање и азимут по обрасцима:

$$\operatorname{tg} N = \frac{\operatorname{tg} \delta}{\cos t}; \quad \operatorname{tg} A = \frac{\operatorname{tg} t \cos N}{\sin(\varphi - N)}; \quad \operatorname{tg} z = \frac{\operatorname{tg}(\varphi - N)}{\cos A};$$

кад је $t = 6^h$, треба примењивати обрасце:

$$\operatorname{tg} A = -\operatorname{ctg} \delta \sec \varphi; \quad \operatorname{tg} z = -\operatorname{ctg} \varphi \sec A.$$

У књизи „Задаци из сферне астрономије“ налази се такав задатак под бр. 37.

27. Приближне ефемериде близу првог вертикала и меридијана. — При посматрању звезда близу првог вертикала или меридијана сасвим је довољно користити се приближним ефемеридама. Ако се ограничимо на један час, на пола часа пре и пола часа после пролаза звезде кроз равни ових кругова, израчунавање ефемерида врши се веома просто.

Израчунавање ефемерида близу првог вертикала

Положај небеског тела у првом вертикалу одређује се величинама:

$$\cos t = \frac{\operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} \varphi}; \quad s_{E, W} = \alpha \mp t; \quad \cos z_0 = \frac{\sin \delta}{\sin \varphi}.$$

Промена координата z и A у првом вертикалу у једној временској минути изражава се обрасцима:

$$\Delta z = 15' \cos \varphi; \quad \Delta A = 15' \sin \varphi.$$

У малом размаку времена може се претпоставити да се зенитна отстојања и азимути звезда у близини првог вертикала мењају сразмерно времену, а затим се може претпоставити да је у тренутку s , који се од $s_{E, W}$ разликује у једну и другу страну за 10^m , 20^m или 30^m , за западну страну неба:

$$z = z_0 + 15' (s - s_W) \cos \varphi; \quad A = 90^\circ + 15' (s - s_W) \sin \varphi, \quad (1)$$

а за источну страну неба:

$$z = z_0 - 15' (s - s_E) \cos \varphi; \quad A = 270^\circ + 15' (s - s_E) \sin \varphi. \quad (2)$$

У ове обрасце треба узастопно ставити:

$$s - s_{E, W} = \mp 10, \mp 20, \mp 30.$$

Израчунавање зенитног отстојања близу меридијана.

Нека је тражено зенитно отстојање z ; нађимо разлику између њега и зенитног отстојања у меридијану. Из паралактичког троугла имамо

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t. \quad (a)$$

Даље налазимо

$$\begin{aligned} \cos z &= \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \left(1 - 2 \sin^2 \frac{t}{2}\right) = \\ &= \cos(\varphi - \delta) - 2 \cos \varphi \cos \delta \sin^2 \frac{t}{2}. \end{aligned}$$

У горњој кулминацији су зенитна отстојања

$$z_m = \varphi - \delta \quad \text{или} \quad z_m = \delta - \varphi,$$

га је

$$2 \sin^2 \frac{t}{2} = \frac{\cos z_m - \cos z}{\cos \varphi \cos \delta} = \frac{2 \sin \frac{z + z_m}{2} \sin \frac{z - z_m}{2}}{\cos \varphi \cos \delta}.$$

Одатле добијамо

$$\sin \frac{z - z_m}{2} = \frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin \frac{z + z_m}{2}} \sin^2 \frac{t}{2} \quad (b)$$

Како t није веће од пола часа, синуси малих углова могу се заменити првим члановима њихових редова и узети $\frac{z + z_m}{2} = z_m$; тада се образац (b) претвара у

$$z - z_m = \frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin z_m} \cdot \frac{t^2}{2} \cdot 15^2 \sin 1'.$$

Ако t изразимо у десетицама минута, тј. ако ставимо $t = 10 T$, добићемо за разлику $z - z_m$ образац

$$z - z_m = \frac{150^2 \sin 1'}{2} \frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin z_m} T^2.$$

Ако уведемо ознаку

$$m = \frac{150^2 \sin 1'}{2} \frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin z_m} = N \frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin z_m} = [0,5149] \frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin z_m}, \quad (4)$$

добићемо

$$z = z_m + m T^2, \quad (5)$$

где је T узастопно једнако 1, 2, 3; $[0,5149]$ је $\operatorname{tg} \frac{150^2 \sin 1'}{2}$.

Образац (5) показује да се зенитна отстојања близу меридијана мењају сразмерно квадрату времена.

Близу доње кулминације часовни угао t близак је 180° . Ставимо $t = 180^\circ \pm t_1$ у образац (a), па ћемо добити

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta - \cos \varphi \cos \delta \cos t_1; \quad (c)$$

ставимо даље

$$\delta = 180^\circ - \delta_1;$$

образац (c) добиће облик

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta_1 + \cos \varphi \cos \delta_1 \cos t_1.$$

После претварања добијамо

$$2 \sin^2 \frac{t_1}{2} = \frac{\cos(\delta_1 - \varphi) - \cos z}{\cos \varphi \cos \delta_1}.$$

У доњој кулминацији је

$$z_m = 180^\circ - \varphi - \delta = \delta_1 - \varphi,$$

па је

$$2 \sin^2 \frac{t_1}{2} = \frac{\cos z_m - \cos z}{\cos \varphi \cos \delta_1} = - \frac{\cos z_m - \cos z}{\cos \varphi \cos \delta} = \frac{\cos z - \cos z_m}{\cos \varphi \cos \delta}$$

Ако трансформишемо овај израз истим редом као и онај горе, добићемо

$$z_m - z = \frac{150^2 \sin^2 1'}{2} \cdot \frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin z_m} T^2 = N \frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin z_m} T^2;$$

одакле је

$$m = N \frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin z_m}; \quad z = z_m - m T^2. \quad (6)$$

Израчунавање азимута близу меридијана.

У параграфу 25 био је изведен образац (1):

$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = \sin \varphi + \frac{\cos \varphi \cos A}{\operatorname{tg} z}. \quad (d)$$

Близу горње кулминације, кад је азимут близак нули, која се према томе догађа јужно од зенита, може се сматрати да је $\cos A = 1$ и $z = z_m = \varphi - \delta$; тада је

$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = \sin \varphi + \frac{\cos \varphi}{\operatorname{tg} z_m} = \frac{\cos(\varphi - z_m)}{\sin z_m} = \frac{\cos \delta}{\sin z_m}$$

Кад часовни угао није велики, за звезде које нису близу зенита, може се сматрати да се азимут мења сразмерно времену; стога имамо

$$A = \frac{\Delta A}{\Delta t} \cdot t = \frac{\cos \delta}{\sin z_m} t.$$

Ако t изразимо у десетицама минута, тј. ставимо $t = 10 T$, добићемо азимут у лучним минутима по обрасцу

$$n = \frac{150' \cos \delta}{\sin z_m}, \quad A = \pm n T = 360^\circ \pm n T. \quad (7)$$

У близини горње кулминације, али између зенита и пола ставићемо $\cos A = -1$, $z = z_m = \delta - \varphi$; образац (d) претвара се у

$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = \sin \varphi - \frac{\cos \varphi}{\operatorname{tg} z_m} = - \frac{\cos(\varphi + z_m)}{\sin z_m} = - \frac{\cos \delta}{\sin z_m}$$

Ако t изразимо у десетицама минута и сматрамо да n претставља апсолутну величину промене азимута у размаку од десет минута, добићемо образац за израчунавање

$$n = \frac{150' \cos \delta}{\sin z_m}; \quad A = 180^\circ \pm n T. \quad (8)$$

Близу доње кулминације стављамо: $\cos A = -1$, $z = z_m = 180^\circ - \varphi - \delta$. За образац (d) добијамо

$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = \sin \varphi - \frac{\cos \varphi}{\operatorname{tg} z_m} = - \frac{\cos(\varphi + z_m)}{\sin z_m} = \frac{\cos \delta}{\sin z_m}$$

Коначно налазимо

$$n = \frac{150' \cos \delta}{\sin z_m}; \quad A = 180^\circ \pm n T. \quad (9)$$

У књизи „Задачи из сферне астрономије“ дати су задаци за израчунавање објашњених приближних ефемерида под бројевима 38—41.

28. **Ефемерида Северњаче.** — У близини северног небеског пола налази се сјајна звезда α Ursae minoris (Polaris), која припада сазвежђу Малог Медведа. Деклинација те звезде је у данашње време (1945 г.) једнака $89^\circ 0'$, према томе она је удаљена од пола за мали лук $\Delta = 60'$. Водећи о томе рачуна можемо извести просте обрасце за израчунавање дневне ефемериде Северњаче.

Нека је $PZ\sigma$ паралактички троугао (сл. 34), где је σ Северњача; повуцимо лук σR управно на меридијан и обележимо σR са y и PR са f .

Уочимо троугао $PR\sigma$; како су му све три стране мале, може се сматрати да је раван и величине f и y могу се добити из обрасца

$$f = \Delta \cos t, \quad y = \Delta \sin t.$$

Пређимо на сферни троугао $RZ\sigma$; у њему је страна $RZ = 90^\circ - (\varphi + f)$. Ако применимо обрасце за правоугли сферни троугао, имаћемо:

$$\cos(\varphi + f) = \operatorname{tg} y \operatorname{ctg} A_N, \\ \cos A_N = \operatorname{ctg} z \operatorname{ctg}(\varphi + f).$$

Одатле добијамо

$$\operatorname{tg} A_N = \operatorname{tg} y \sec(\varphi + f), \\ \operatorname{tg} z = \sec A_N \operatorname{tg}[90^\circ - (\varphi + f)];$$

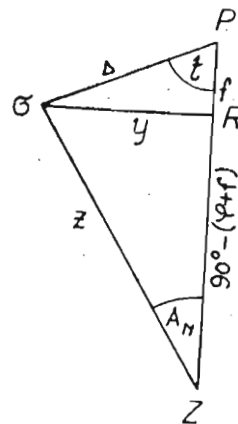
ка ширинама мањим од 65° угао A_N не достиже 3° , а на ширини од 80° достиже 6° , па се зато може ставити $\operatorname{tg} A_N = A_N \sin 1'$, $\operatorname{tg} y = y \sin 1'$, $\sec A_N = 1$ и обрасци ће постати:

$$\left. \begin{aligned} A_N &= y \sec(\varphi + f), \\ z &= 90^\circ - (\varphi + f). \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Очевидно је

$$A = 180^\circ - A_N. \quad (2)$$

У руском Астрономском годишњаку објављују се таблице помоћу којих се лако израчунава ефемерида Северњаче. Ове таблице носе назив „Таблице висина и азимута Северњаче“. За 1938 г. таблица је дата на стр. 84.



Сл. 34

У таблицама су за аргуменат s — месно звездано време — дате на првом месту величине f које су за зенитно отстојање Северњаче везане на овај начин:

$$f = h - \varphi,$$

$$h = 90^\circ - z,$$

где је h висина Северњаче; стога је

$$f = 90^\circ - z - \varphi,$$

одакле је

$$z = (90^\circ - \varphi) - f.$$

Затим су за аргументе s и ширину места дате величине азимута A_N рачунатих од северне тачке. Притом се A_N рачуна позитивно ако се s узима из левог ступца и негативно ако се s узима из десног ступца. Тада се азимут A израчунава по обрасцу

$$A = 180^\circ - A_N.$$

Обрасци за добијање z и A из тих таблица потпуно су идентични горе изведеним обрасцима.

Кад се тражи f треба извршити просто интерполовање за дати тренутак s . Кад се тражи A_N треба извршити двоструко интерполовање, прво за дату ширину φ , а затим за дати тренутак s или обрнуто.

Од 1940 г. у Астрономическом ежегоднику дају се таблице висина и азимута Северњаче све до ширине од 88° .

Таблица висина и азимута Северњаче.

s_M	φ	f	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°	80°	φ	s_M
1h 40m	+1°02'	0°00'	0°00'	0°00'	0°00'	0°00'	0°00'	0°00'	0°00'	0°00'	0°00'	0°00'	1h 40m	
2 00	+1.02	0.07	0.07	0.08	0.09	0.10	0.11	0.13	0.16	0.22	0.34	1 20		
2 20	+1.01	0.13	0.14	0.15	0.17	0.19	0.22	0.26	0.33	0.44	1.09	1 00		
2 40	+1.00	0.20	0.21	0.23	0.25	0.28	0.33	0.39	0.49	1.06	1.42	0 40		
3 00	+0.59	0.26	0.28	0.30	0.33	0.37	0.43	0.52	1.05	1.27	2.14	0 20		
3 20	+0.57	0.32	0.34	0.37	0.41	0.46	0.54	1.04	1.20	1.47	2.45	0 00		
3 40	+0.54	0.38	0.40	0.44	0.49	0.56	1.04	1.16	1.35	2.07	3.15	23 40		
4 00	+0.51	0.43	0.46	0.51	0.57	1.04	1.13	1.27	1.48	2.25	3.42	23 20		
4 20	+0.47	0.49	0.53	0.57	1.03	1.11	1.22	1.37	2.01	2.41	4.07	23 00		
4 40	+0.43	0.54	0.58	1.03	1.09	1.18	1.30	1.46	2.12	2.58	4.31	22 40		
5 00	+0.39	0.59	1.03	1.08	1.15	1.24	1.37	1.55	2.23	3.11	4.51	22 20		
5 20	+0.35	1.03	1.07	1.13	1.20	1.30	1.43	2.02	2.32	3.23	5.09	22 00		
5 40	+0.31	1.06	1.11	1.17	1.24	1.35	1.49	2.09	2.41	3.34	5.24	21 40		
6 00	+0.26	1.09	1.14	1.20	1.28	1.39	1.54	2.15	2.48	3.42	5.36	21 20		
6 20	+0.21	1.12	1.17	1.23	1.31	1.42	1.57	2.19	2.53	3.49	5.45	21 00		
6 40	+0.16	1.14	1.19	1.25	1.33	1.45	2.00	2.22	2.57	3.54	5.52	20 40		
7 00	+0.11	1.15	1.20	1.27	1.35	1.47	2.02	2.25	3.00	3.57	5.56	20 20		
7 20	+0.05	1.16	1.21	1.27	1.36	1.48	2.03	2.26	3.01	3.59	5.57	20 00		
7 40	+0.00	1.16	1.21	1.28	1.36	1.48	2.04	2.26	3.01	3.58	5.56	19 40		

s_M	φ	f	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°	80°	φ	s_M
8h 00m	-0°05'	1°15'	1°21'	1°27'	1°36'	1°47'	2°03'	2°25'	3°00'	3°56'	5°50'	19h 20m		
8 20	-0 11	1 15	1 20	1 26	1 35	1 46	2 01	2 23	2 57	3 52	5 43	19 00		
8 40	-0 16	1 13	1 18	1 24	1 33	1 44	1 58	2 20	2 53	3 46	5 34	18 40		
9 00	-0 21	1 11	1 16	1 22	1 30	1 41	1 55	2 15	2 46	3 39	5 23	18 20		
9 20	-0 26	1 08	1 13	1 19	1 27	1 37	1 51	2 10	2 40	3 30	5 09	18 00		
9 40	-0 31	1 05	1 10	1 15	1 23	1 32	1 46	2 04	2 32	3 20	4 53	17 40		
10 00	-0 35	1 02	1 06	1 11	1 18	1 27	1 40	1 57	2 24	3 09	4 36	17 20		
10 20	-0 39	0 58	1 02	1 07	1 13	1 22	1 33	1 49	2 14	2 56	4 15	17 00		
10 40	-0 43	0 53	0 57	1 02	1 07	1 15	1 26	1 41	2 03	2 41	3 54	16 40		
11 00	-0 47	0 48	0 52	0 56	1 01	1 08	1 18	1 31	1 52	2 26	3 32	16 20		
11 20	-0 51	0 42	0 45	0 49	0 55	1 01	1 10	1 22	1 40	2 10	3 09	16 00		
11 40	-0 54	0 37	0 40	0 43	0 47	0 53	1 01	1 11	1 27	1 53	2 44	15 40		
12 00	-0 57	0 31	0 33	0 36	0 40	0 44	0 51	1 00	1 13	1 35	2 17	15 20		
12 20	-0 59	0 25	0 27	0 29	0 32	0 36	0 41	0 48	1 00	1 17	1 51	15 00		
12 40	-1 00	0 19	0 20	0 22	0 24	0 27	0 31	0 36	0 44	0 59	1 24	14 40		
13 00	-1 01	0 13	0 14	0 15	0 16	0 18	0 21	0 24	0 30	0 39	0 57	14 20		
13 20	-1 02	0 06	0 07	0 07	0 08	0 09	0 10	0 12	0 15	0 19	0 28	14 00		
13 40	-1 02	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	13 40		

Висина Северњаче: $h = \varphi + f$; f се узима из првог ступца с аргуменом s_M . Азимут се узима из осталих стубаца с аргументима s_M и φ : он се рачуна од северне тачке и западни је за аргументе s_M с леве стране, а источни је за аргументе s_M с десне стране.

Пример. Саставити помоћу таблица Астрономическог ежегодника за 1938 г. ефемериду Северњаче за Москву ($\varphi = 55^\circ 45',6$) за сваких 10^m у размаку од 3^h , почевши од 23^h .

Полаци из таблица			Ефемерида Северњаче		
s	f	A_N	s	z	A
23h 00m	+0° 47'	-1° 12',6	23h 00m	33° 27'	181° 13'
23 10	0 49	-1 09,0	23 10	33 25	181 09
23 20	0 51	-1 05,4	23 20	33 23	181 05
23 30	0 52,5	-1 01,3	23 30	33 22	181 01
23 40	0 54	-0 57,2	23 40	33 20	180 57
23 50	0 55,5	-0 52,2	23 50	33 19	180 52
0 00	0 57	-0 47,2	0 00	33 17	180 47
0 10	0 58	-0 42,6	0 10	33 16	180 43
0 20	0 59	-0 37,9	0 20	33 15	180 38
0 30	0 59,5	-0 33,4	0 30	33 15	180 33
0 40	1 00	-0 28,8	0 40	33 14	180 29
0 50	1 00,5	-0 24,1	0 50	33 14	180 24
1 00	1 01	-0 19,4	1 00	33 13	180 19
1 10	1 01,5	-0 14,8	1 10	33 13	180 15
1 20	1 02	-0 10,2	1 20	33 12	180 10
1 30	1 02	-0 05,1	1 30	33 12	180 05
1 40	1 02	0 00,0	1 40	33 12	180 00
1 50	1 02	+0 05,1	1 50	33 12	179 55
2 00	1 02	+0 10,2	2 00	33 12	179 50

ГЛАВА ЧЕТВРТА

ПРИВИДНО ГОДИШЊЕ КРЕТАЊЕ СУНЦА И
МЕРЕЊЕ ВРЕМЕНА ПО СУНЦУ

29. **Привидно годишње кретање Сунца.** — Поред привидног дневног кретања, у коме Сунце учествује заједно са осталим небеским телима, оно врши још једно привидно, *годишње* кретање. У то се можемо уверити ако посматрамо ове просте појаве.

а) *Промена изгледа звезданог неба.* Ако уочимо распоред сазвежђа извесне вечери, рецимо 2 часа после Сунчевог залаза, чим наступи потпуна тама и ово посматрање поновимо 1—2 месеца касније, приметимо да се слика неба мења: сазвежђа која су стајала високо, на јужној страни неба (близу меридијана), при другом посматрању видеће се на западу, а звезде које су се прве вечери виделе на западном хоризонту, сада уопште нећемо видети: оне су зашле заједно са Сунцем. Према томе Сунце се за то време померило у сусрет тим сазвежђима, тј. са *запада на исток*.

Оваква се промена изгледа звезданог неба догађа непрекидно; свако годишње доба има своју слику: вечерњих сазвежђа и све се те слике сваке године понављају. Према томе, после годину дана Сунце се враћа на првобитно место у односу на звезде.

Напоменимо да се поменуто кретање са запада на исток назива у астрономији *директно* кретање, а кретање у обрнутој смеру *ретроградно* кретање.

б) *Промена подневне висине Сунца.* При свом кретању са запада на исток Сунце се у једно доба године помера ка северу, а у друго доба ка југу. То се види по томе што његова подневна висина (у меридијану) од децембра до јуна расте, а у другој половини године опада. Међутим, кад би се Сунце кретало по небеском екватору или по паралелу, његова би висина у подне остајала непромењена.

Да бисмо одредили Сунчеву путању према звездама, треба свакодневно у подне, у тренутку горње кулминације Сунца, мерити зенитно отстојање његова средишта и бележити са часовника који показује звездано време тренутак саме кулминације. Према истом часовнику треба одређивати и тренутак кулминације неке звезде.

Из зенитног отстојања одређује се Сунчева деклинација, из обрасца (1) параграфа 16 излази да је $\delta = \varphi - z_m$. Разлика између тренутка његове кулминације и тренутка кулминације звезде даје разлику њихових ректасцензија. Са тим подацима може се положај Сунчевог средишта нанети на

звездану карту. Ако спојимо непрекидном линијом низ таквих положаја у току године, добићемо *годишњу путању* Сунчевог средишта према звездама, која се зове *еклиптика*. За еклиптику се добија велики круг чија равна заклапа са равни екватора угао од $23^\circ 27'$. Овај се угао назива *нагиб еклиптике* и обележава се словом ϵ . По познатој особини великих кругова еклиптику се сече с екватором у два тачкама које су удаљене једна од друге тачно за 180° . Тачнија дефиниција еклиптике биће изложена ниже.

Тачке пресека еклиптике с екватором називају се *тачка пролећне и јесење равнодневице* (в. параграф 8). Тачке које на еклиптици леже на средини између равнодневичких тачака називају се *тачка летњег и зимског солстиција* (тачке K и K' на сл. 35). Са тог се цртежа види да су отстојања тачака солстиција од екватора, изражена у угловној мери, једнака нагибу еклиптике ϵ . Пун обилазак по еклиптици Сунце обави приближно за $365 \frac{1}{4}$ дана. Према томе Сунце се помери дневно просечно за близу 1° ка истоку.

Главни су тренуци у Сунчевом годишњем кретању ови:
21 марта: *пролећна равнодневица*. Сунце тога дана сече екватор у Υ тачки, прелазећи са јужне небеске полусфере на северну. На северној Земљиној полулопти почиње астрономско пролеће.

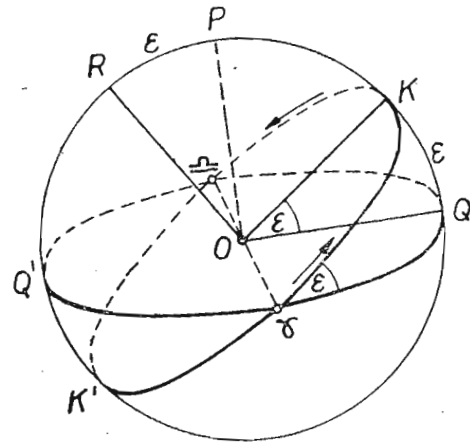
22 јуна: *летњи солстициј* или почетак лета (на северној полулопти). Тога дана Сунце достиже највећу северну деклинацију $\delta = +\epsilon$ и неколико дана његова висина у подне остаје скоро једнака. На северној полулопти је најдужи, а на јужној најкраћи дан.

23 септембар: *јесења равнодневица*. Сунце по други пут сече екватор и прелази на јужну полусферу; за северну полулопту је почетак јесени. 22 децембра: *зимски солстициј* или почетак зиме. Сунце достиже највећу јужну деклинацију, $\delta = -\epsilon$; на северној полулопти је најкраћи дан.

Корисно је запамтити приближне Сунчеве координате у ова четири тренутка:

	α	δ
21 марта	0^h или 0°	0°
22 јуна	6^h "	$90^\circ + 23 \frac{1}{2}^\circ$
23 септембра	12^h "	180°
22 децембра	18^h "	$270^\circ - 23 \frac{1}{2}^\circ$

У астрономским годишњацима дају се за сваку годину тачни подаци за почетке годишњих доба.



Годишње кретање Сунца, заједно с дневним, са разних ширина види се на разне начине. (Сетимо се да је ширина места једнака висини северног небеског пола):

а) *На полу.* Како се на полу небески екватор поклапа с хоризонтом, то се тамо Сунце налази над хоризонтом за све време за које се налази над екватором. На пример, на северном полу Сунце излази око 21 марта, достиже највећу висину ($23\frac{1}{2}^\circ$) 22 јуна и око 23 септембра залази. За све то време оно још описује услед привидног дневног кретања и кругове, скоро паралелне хоризонту, тако да се његова привидна путања по небу у току пола године може претставити завојницом. На тај начин на полу дан, тј. временски размак када се Сунце налази над хоризонтом, траје пола године, друго пола године је ноћ.

б) *На Земљиним екватору.* На екватору се сва небеска тела налазе 12 часова над хоризонтом и 12 часова под хоризонтом; то исто се односи и на Сунце, ма где се оно налазило. Према томе на екватору је дан увек једнак ноћи. Двапут годишње, 21 марта и 23 септембра, Сунце је у подне у зениту. Најмања подневна висина Сунца је $90^\circ - 23\frac{1}{2}^\circ = 66\frac{1}{2}^\circ$; њу Сунце достиже 22 јуна (северно од зенита) и 22 децембра (јужно).

в) *Између пола и екватора.* Кад се Сунце налази на северној небеској полусфери, тј. од 21 марта до 23 септембра, за целу северну Земљину полулопту дан је дужи од ноћи; Сунце излази и залази северно од источне и западне тачке. Што је већа северна деклинација Сунца, то је већи део његовог дневног лука над хоризонтом, то је дан дужи. На целој северној полулопти најдужи је дан 22 јуна. Између 23 септембра и 21 марта, када је Сунчева деклинација јужна, за становнике северне полулопте дан је краћи од ноћи; у то време Сунце излази и залази јужно од тачака E и W . Најкраћи је дан 22 децембра.

За становнике јужне полулопте, као што је лако замислити, услови ће бити обрнути: тако је за њих 22 децембра најдужи дан, а 22 јуна најкраћи.

Поларни круг повлачи се на картама на ширини $66\frac{1}{2}^\circ$. Из излагања у параграфу 13 можемо се уверити да ће за ову ширину бити циркумполарне звезде са деклинацијом $\delta = 90^\circ - \varphi = 90^\circ - 66\frac{1}{2}^\circ = +23\frac{1}{2}^\circ$, а антициркумполарне оне звезде које имају јужну деклинацију $-23\frac{1}{2}^\circ$. Али малочас смо видели да је то највећа и најмања Сунчева деклинација. Према томе, на северном поларном кругу, на дан летњег солстиција Сунце не залази; у поноћ око само додирне хоризонтат у тачки N . А на дан зимског солстиција оно уопште не излази, само се појави у подне на хоризонту код тачке S .

У местима која леже у поларном кругу летње Сунце остаје циркумполарно небеско тело утолико дуже, што је место ближе полу. Али се зато са приближавањем полу повећава и поларна ноћ, у току које Сунце уопште не излази. У јужној поларној области појаве се догађају на сличан начин.

Ширина повратника једнака је $23\frac{1}{2}^\circ$ северно или јужно од екватора. Према томе у местима која леже на северном повратнику Сунце на дан летњег солстиција пролази кроз зенит. На дан зимског солстиција оно се налази у зениту места која леже на јужном повратнику.

У местима која се налазе између повратника Сунце пролази кроз зенит двапут годишње, у оне дане када је његова деклинација једнака ширини места.

Одатле произлазе ове астрономске одлике топлотних појасева: у леденим појасима има дана када Сунце не залази и дана када Сунце уопште не излази; у жарком појасу Сунце с времена на време пролази кроз зенит; у умереним појасима Сунце сваки дан излази и залази и никад не долази у зенит.

Подробно изучавање Сунчево годишњег кретања врши се на основи посматрања Сунца. Да видимо нека од њих.

а) *Одређивање положаја тачке пролећне равнодневице.*

Положај Υ тачке наћи ћемо ако одредимо ректасцензију α_* макоје звезде, јер је Υ тачка почетна тачка од које се рачунају ректасцензије.

У том циљу измере се подневне деклинације Сунца неколико дана пре и после равнодневице као и разлике ректасцензија Сунца и изабране звезде која кулминира пре или после Сунца. Мерења се врше меридијанским кругом (види параграф 86) уз помоћ астрономског часовника и одређује се за звезду тренутак пролаза T_* кроз вертикални конач инструмент, постављен у меридијану; за Сунце се одређују тренуци пролаза његове десне и леве ивице T_1 и T_2 , из којих се добија тренутак пролаза Сунчева средишта кроз меридијан,

$$T_0 = \frac{1}{2} (T_1 + T_2).$$

Сад се може написати

$$\tau = T_* - T_0 = \alpha_* - \alpha_0, \quad (1)$$

одакле излази

$$\alpha_* = \alpha_0 + \tau. \quad (2)$$

Величина α_0 , која улази у образац, налази се из правоуглог троугла ΥSR (сл. 36), у коме је KK' лук еклиптике, QQ' — лук екватора, S — положај Сунца у тренутку посматрања. Како имамо δ_0 из мерења, то ако узмемо да је ϵ позната величина, добијемо

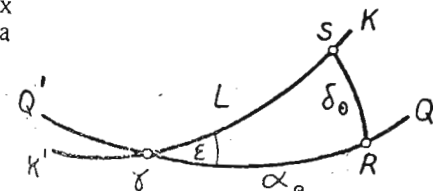
$$\sin \alpha_0 = \operatorname{ctg} \epsilon \operatorname{tg} \delta_0. \quad (3)$$

б) *Одређивање нагиба еклиптике према екватору.*

Ако су из посматрања нађени у подне ма кога дана α_0 и δ_0 , из правоуглог троугла ΥSR (сл. 36) имамо горенаписани образац, одакле се добија

$$\operatorname{tg} \epsilon = \frac{\operatorname{tg} \delta_0}{\sin \alpha_0}. \quad (4)$$

Из сличних одређивања добија се за ϵ величина приближно једнака $23^\circ 27'$ која опада у данашње време приближно за $0'',5$ годишње. Најлакше се одређује угао нагиба из посматрања извршених око солстиција.



Сл. 36

Кад би посматрања била извршена тачно у те дане, угао нагиба добили бисмо из измерених зенитних отстојања у меридијану на овај начин: на дан летњег солстиција је

$$z_{m,1} = \varphi - \epsilon,$$

на дан зимског солстиција

$$z_{m,2} = \varphi + \epsilon.$$

Одатле добијамо

$$\epsilon = \frac{1}{2}(z_{m,2} - z_{m,1}). \quad (a)$$

Баш на овај начин је угао нагиба еклиптике и био одређен већ у стара времена.

в) *Одређивање привидног полупречника Сунца.*

Привидним полупречником Сунца назива се угао под којим посматрач види линиски полупречник Сунца. Да бисмо га одредили треба измерити у меридијану зенитно отстојање горње и доње Сунчеве ивице; ако су та зенитна отстојања z_m' и z_m'' , биће

$$R_{\odot} = \frac{1}{2}(z_m' - z_m''). \quad (5)$$

Извођење лонгитуде Сунца. Кад смо одредили α_{\odot} , δ_{\odot} и ϵ , можемо наћи лонгитуду Сунца из једног од образаца добивених из правоуглог троугла ΥSR (сл. 36):

$$\cos L = \cos \alpha_{\odot} \cos \delta_{\odot} \quad (6)$$

$$\cos \epsilon = \operatorname{ctg} L \operatorname{tg} \alpha_{\odot}, \text{ одакле је } \operatorname{tg} L = \frac{\operatorname{tg} \alpha_{\odot}}{\cos \epsilon}, \quad (7)$$

$$\sin \delta_{\odot} = \sin L \sin \epsilon, \text{ одакле је } \sin L = \frac{\sin \delta_{\odot}}{\sin \epsilon}. \quad (8)$$

Кад имамо лонгитуде Сунца у временским размацима од једног дана, па образујемо њихове узастопне разлике, добијамо *дневне промене лонгитуда* или *брзину дневног кретања Сунца* међу звездама.

Ако разматрамо резултате изложених одређивања, откривамо ово:

а) *Брзина кретања Сунца међу звездама не остаје стална* у току године; *најбрже* се Сунце креће, брзином од $61'$, око 3 јануара, *најспорије* брзином од $57'$, око 4 јула. Ови су датуми разних година различити; први се креће од 1—5 јануара, други од 2—6 јула.

Просечно се може рачунати, као што је горе речено, да се Сунце помера међу звездама за по 1° дневно.

б) *Привидни полупречник Сунца такође не остаје сталан*; око 3-ег јануара он је *највећи* и износи $16' 18''$, око 4 јула — *најмањи* — $15' 46''$. Средња величина Сунчева полупречника узима се да износи $16' 2''$. Може се према томе сматрати да се Сунце помера међу звездама свакодневно приближно за два своја пречника.

в) *Тренутак пролаза Сунца кроз Υ тачку* не наступа сваке године у исти дан и час, већ из године у годину касни приближно за $5^h 48^m 46^s$, што износи 0,24 22 дана.

Временски размак T између два узастопна пролаза Сунчева средишта кроз Υ тачку назива се *троска година*. Њена дужина одређена је са довољном тачношћу из веома великог броја посматрања; она износи $T = 366,24 220$ звезданих дана или $365,24 220$ средњих Сунчаних дана (појам о тим данима биће уведен ниже).

г) *Ректасцензије једне исте звезде*, одређене у годишњим размацима, *повећавају се*; за звезде које се налазе близу екватора повећање износи око 3^s . Ово треба да значи да положај тачке пролећне равнодневице није сталан међу звездама, и доиста се ова тачка креће по еклиптици у смеру супротном од смера у коме се рачунају ректасцензије приближно за $50'',2$ годишње. Ова се појава назива *прецесија* и касније ће бити подробно проучена.

У Сунчевом годишњем кретању прецесија изазива *предњачење равнодневица*, тј. Сунце се враћа у Υ тачку пре него што се враћа истој звезди.

Временски размак S , у коме Сунце изврши свој потпуни обилазак око Земље (у односу на звезде некретнице), назива се *сидерична* или *звездана година*. Њена се дужина може добити рачунски:

$$\frac{S}{T} = \frac{360^{\circ}}{360^{\circ} - 50'',2} = \frac{360^{\circ} - 50'',2}{360^{\circ} - 50'',2} + \frac{50'',2}{360^{\circ} - 50'',2} = 1 + \frac{1}{25 800},$$

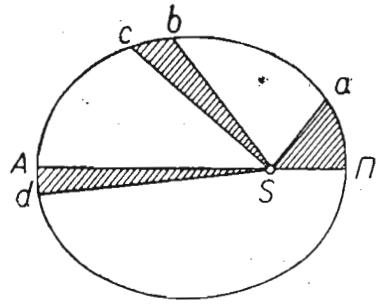
одакле је

$$S = T \left(1 + \frac{1}{25 800} \right) \text{ сред. сунч. дана} = \\ = 365,2422 + 0,0142 = 365,2564 \text{ сред. сунч. дана.}$$

Чиме се објашњава привидно годишње кретање Сунца, неравномерност овог његовог кретања и промена величине R Сунца? Познато је да је Земља једна од планета које се крећу око Сунца. По Кеплеровим законима, које ћемо изучити касније, ово се кретање врши по елипису у чијој се једној жижи налази Сунце: Земљина путања, тј. елиписа коју она описује назива се *Земљин орбит*. Кретање по орбити врши се по закону који је формулисао Кеплер овако: *радијус-вектор описује у једнаким временима једнаке површине*.

Како је Земљина путања елиписа и Сунце се налази у њеној жижи, то на Земљиној путањи постоје две дијаметралне супротне тачке у којима се Земља налази најближе Сунцу и најдаље од њега; ове се тачке називају респективно *перихел* и *афел*, а линија која их спаја и пролази кроз Сунце назива се *апсидна линија*. Када Земља пролази кроз перихел, Сунчев полупречник изгледа највећи, а када пролази кроз афел, изгледа најмањи. Према другом Кеплеровом закону Земља се креће по својој путањи различитом угловном брзином. То се види са сл. 37; површине S_{PA} , S_{bc} , S_{Ad} , описане у једнаким временским размацима биће једнаке, али ће луци Pa , bc , Ad бити различити. Према томе у *перихелу* P Земља се креће *најбрже*, а у *афелу* A *најспорије*.

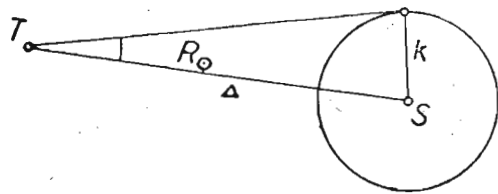
Како посматрач не опажа сопствено кретање у простору, то му изгледа да он стоји непомично а да се Сунце креће око њега, и на тај начин се рађа претстава о Сунчевом кретању по његовој путањи. Могу се дати размере ове путање или у јединицама средњег отстојања Земље од Сунца или у мери за дужину, јер знамо да *средње отстојање*, тз. *астрономска јединица*, износи 149 500 000 км. Нађимо отстојање Сунца од Земље у произвољном његовом положају на путањи изражено у астрономској јединици; ако је тога тренутка R_{\odot} привидни Сунчев полупречник, Δ тражено отстојање и k линиски полупречник Сунца, са сл. 38 имамо



сл. 37-

$$\sin R_{\odot} = \frac{k}{\Delta} \quad (b)$$

Нека је највећи полупречник R'_{\odot} , отстојање које му одговара Δ' , најмањи полупречник R''_{\odot} , отстојање Δ'' . Усвојмо за јединицу отстојање $\frac{1}{2}(\Delta' + \Delta'')$; полупречник који му одговара нека буде R . Нађимо његову вредност; имамо



сл. 38.

$$\sin R'_{\odot} = \frac{k}{\Delta'}; \quad \sin R''_{\odot} = \frac{k}{\Delta''}; \quad \sin R = \frac{k}{\frac{1}{2}(\Delta' + \Delta'')} = k \quad (c)$$

Према томе

$$\sin R'_{\odot} = \frac{\sin R}{\Delta}, \text{ одакле је } \Delta = \frac{\sin R}{\sin R'_{\odot}} = \frac{R}{R'_{\odot}},$$

$$\sin R''_{\odot} = \frac{\sin R}{\Delta''}, \text{ одакле је } \Delta'' = \frac{\sin R}{\sin R''_{\odot}} = \frac{R}{R''_{\odot}}.$$

Даље добијамо;

$$\frac{1}{2}(\Delta' + \Delta'') = \frac{1}{2}\left(\frac{R}{R'_{\odot}} + \frac{R}{R''_{\odot}}\right) = \frac{R}{2}\left(\frac{1}{R'_{\odot}} + \frac{1}{R''_{\odot}}\right) = 1.$$

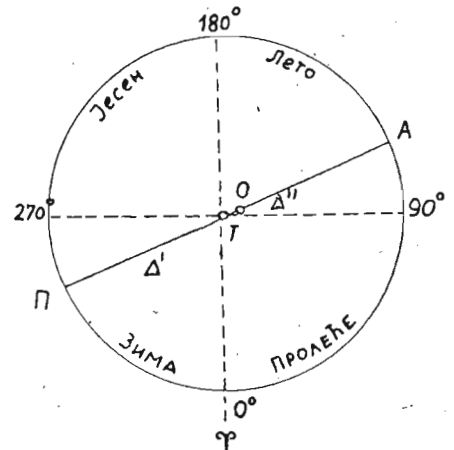
$$R = \frac{2R'_{\odot} R''_{\odot}}{R'_{\odot} + R''_{\odot}} \quad (9)$$

Кад смо нашли R можемо за свако посматрано R_{\odot} добити односно Δ . Доводећи у везу обрасце (b) и (c), налазимо

$$\Delta = \frac{\sin R}{\sin R_{\odot}} = \frac{R}{R_{\odot}} \quad (10)$$

Са величинама R и Δ може се нацртати Сунчева путања. Повуцимо праву $T\Upsilon$, нанесимо код T углове једнаке лонгитудама и на њиховим крацима одмеримо отстојања Δ ; ако тачке спојимо непрекидном кривом добивамо Сунчеву путању (сл. 39).

За њу се добија *елипса*, у чијој се једној жижи налази Земља; ексцентричност елипсе је $e = \frac{OT}{a} = \frac{1}{60}$. Спљоштеност $c = \frac{e^2}{2} = \frac{1}{7200}$ је мала и зато се путања



сл. 39.

мало разликује од круга. На путањи ће се налазити две тачке, које одговарају највећем отстојању Δ'' и најмањем Δ' . Прва тачка A назива се *апогеум*, друга B — *перигеум*, права PA је *апсидна линија*. Лонгитуда перигеума приближно је једнака $281^{\circ}45'$. Перигеум има велики значај у теоријској астрономији, по чијим се правилима може унапред израчунати лонгитуда Сунца, а из ње и нагиба еклиптике ваћи α_{\odot} и δ_{\odot} , које се објављују у астрономским годишњацима.

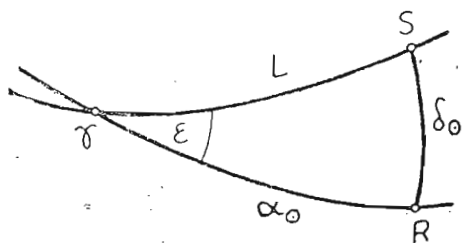
Разумљиво је да ће правац са Земље, за који је лонгитуда $L_{\odot} = 0^{\circ}$, бити правац ка тачки пролећне равнодневице, $L = 90^{\circ}$ — ка тачки летњег солстиција, $L = 180^{\circ}$ — ка тачки јесење равнодневице и $L = 270^{\circ}$ — ка тачки зимског солстиција. Према томе с правом можемо сматрати да је годишње кретање Сунца само одраз годишњег кретања Земље око Сунца и да Сунчева путања није стварна. Када се Земља налази у перихелу, нама изгледа да је Сунце у перигеуму, када она дође у афел, Сунце изгледа у апогеуму.

Тропска година дели се на четири периода за које је усвојен назив *годишња доба*; то су: пролеће, лето, јесен и зима. Када почиње свако од њих на нашој северној полулопти поменуто је напред. У сваком од ових периода Сунчева се лонгитуда промени за по 90° , али је време које оно употреби да пређе сваки од односних лукова различито. То долази разуме се отуд, што се на једном делу своје путање Сунце креће спорије, на другом брже. Најдуже мора бити лето, у чијем почетку Сунце

протеклом делу дана суди се по величини Сунчева часовна угла, па се *правим временом назива часовни угао Сунчева средишта.*

Ова метода мерења времена нема поменути незгоду, али има други, не мање битни недостатак: *наиме у разне датуме у години дужина правог дана је различита.*

То је лако схватити на основи овог расуђивања. Нека на сл. 41 круг $ASS'B$ претставља онај дневни паралел по коме се одређеног дана помера Сунце у свом дневном кретању, PZ меридијан извесног места на Земљиној површини; у тренутку правог подна овај ће меридијан пролазити кроз средиште Сунца S . У наредним тренуцима, услед Земљина обртања око сопствене осовине у директном смеру, меридијан ће уза- стопно заузимају положаје PZ_1, PZ_2, PZ_3 итд. (и изгледаће да се Сунце удаљује десно од меридијана). Кад меридијан опише 360° и врати се опет у положај PZ , протекне временски размак тачно једнак звезданом дану, али овог пута меридијан неће пролазити кроз Сунчево средиште, јер ће се оно услед свог сопственог годишњег кретања померити за то време у директном смеру за лук SS' и да би се навршио прави дан, меридијан



Сл. 42

ће морати да се окрене још за угао $d\alpha_0$ једнак прираштају ректасцензије и да заузме положај PZ' (сетимо се да се α_0 мери у равни екватора или код небеског пола). Из овог расуђивања излази да је *прави дан дужи од звезданог* за време које употреби за пролаз кроз меридијан лук од око $1'$, тј. приближно за 4 минуте.

Нађимо сад тачан израз за $d\alpha_0$. Из правоуглог троугла

$$\text{tg } \alpha_0 = \text{tg } L \cos \epsilon.$$

ΥSR (сл. 42), у коме је S Сунце, SR његова деклинација уоченог датума, $\Upsilon S = L$, $\Upsilon R = \alpha_0$ и угао $S \Upsilon R$ нагиб еклиптике према екватору ϵ , имамо:

$$\frac{d\alpha_0}{\cos^2 \alpha_0} = \frac{\cos \epsilon}{\cos^2 L} dL.$$

Из троугла имамо:

$$\cos L = \cos \delta_0 \cos \alpha_0,$$

па према томе

$$\frac{d\alpha_0}{\cos^2 \alpha_0} = \frac{\cos \epsilon}{\cos^2 \delta_0 \cos^2 \alpha_0} dL,$$

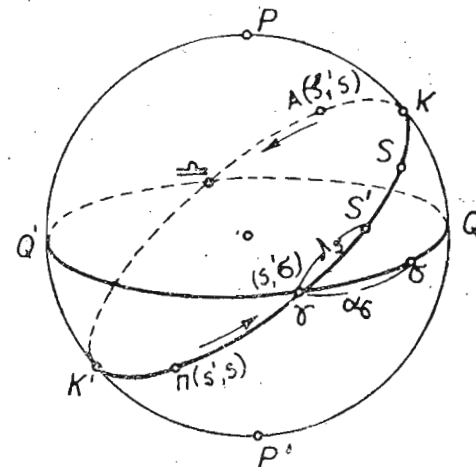
одакле је

$$d\alpha_0 = \cos \epsilon \sec^2 \delta_0 dL.$$

Из обрасца се види да се у разне дане у години $d\alpha_0$ мења из два узрока: прво, зато што дневна брзина Сунчева кретања међу звездама dL није стална, друго, зато што се Сунчева деклинација непрекидно мења због тога што се оно креће у равни која заклапа извештан угао са екватором. Једном речи, прави дан, који зависи од прираштаја $d\alpha_0$, не може остати сталан и према томе не може да послужи као јединица за мерење времена по Сунцу.

Да би се ове тешкоће отклониле и тако омогућило мерење времена по кретању Сунца, усвојено је да се време рачуна по кретању једне замишљене тачке која се равномерно креће по екватору и назива *средње екваторско сунце*; она се увек налази близу деклинациског круга Сунчева средишта. Вега између ове тачке и Сунчева средишта успоставља се преко такозваног *средњег еклиптичког сунца*.

То је замишљена тачка која се равномерно креће по еклиптици; она пролази кроз тачке перигеума и апогеума једновремено са средиштем Сунца. Разумљиво је да ће се ова тачка S' (сл. 43) на делу еклиптике $A \cup K' \cup P$ кретати међу звездама испред Сунчева средишта, а на делу $P \cup K \cup A$ — иза њега. Лонгитуда средњег еклиптичког сунца или, како се друкчије назива, *средња лонгитуда* Сунца λ_s свакодневно ће прирашћивати за сталну величину. Са средњим екваторским сунцем σ тачка S' је везана условом да оне једновремено пролазе кроз тачку пролећне равнодневице и, према томе, *средња лонгитуда* Сунца увек је *једнака ректасцензији* α_0 *средњег екваторског сунца*, а прираштаји ове ректасцензије увек остају једнаки у једнаким размацима времена. Изложено илуструје сл. 43, на којој је означено да се Сунчево средиште S и еклиптичко сунце S' налазе једновремено у тачкама P и A , да исто тако једновремено пролазе кроз тачку пролећне равно-



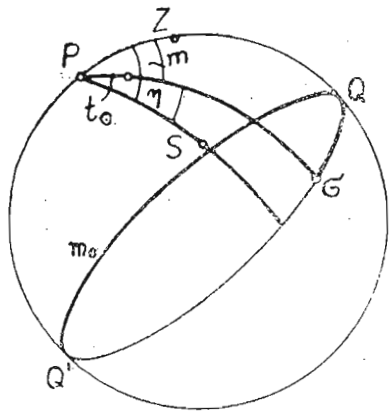
Сл. 43.

дневице еклиптичко сунце S' и екваторско σ и да је, напослетку, $\lambda_s = \alpha_0$. За јединицу мерења времена по Сунцу узима се *временски размак између две уза стопне горње кулминације средњег екваторског сунца, који се назива средњи дан*. Тренутак горње кулминације ове тачке назива се *средње подне* и у том тренутку рачуна се 0^h средњег времена. *Часовни угао средњег екваторског сунца је средње време*, које се рачуна од 0^h до 24^h са ситнијом поделом на часове, минуте и секунде.

Скренимо пажњу на то да средњи дан почиње од средњег подна и према томе смена дана и датума пада у подне; за астрономске радове ова је околност повољна, јер и посматрања извршена пре поноћи и она после поноћи падају у исти датум. Али за свакодневни живот почетак дана и промена датума у подне нису подесни, јер би се морало увек

напомињати да је тај и тај део једног посла урађен тог и тог датума, а други део наредног, зато је у свакодневном животу давно већ било усвојено да се рачуна нов датум од поноћи која претходи ономе подну од кога астроном рачуна тај датум. Тако се појавило *грађанско време*; јединица за његово мерење је такође средњи дан, само почетак рачунања грађанског времена пада у поноћ; у току једног дана и ово се време рачуна од 0^h до 24^h. Према томе, између рачунања усвојеног у астрономији и у свакодневном животу постоји у првој половини дана неслагање и у датуму и у часу, а у другој само у часу.

Ако смо дошли на посао у 7^h ујутру и на зидном календару стајао 14 јул, ми то бележимо као 14 јул у 7^h, а ако је астроном извршио у то време неко посматрање, он треба да га датира са 13 јул у 19^h. После подне датуми се поклапају, али на пример 5^h 20^m средњег времена одговарају 17^h 20^m грађанског времена. Ова два начина рачунања времена, усвојена у астрономији и свакодневном животу, постојала су до 1925 г., када су астрономи, по међународном споразуму, одлучили да и за своје радове усвоје грађанско време; имајући то у виду, астрономи-посматрачи,



Сл. 44.

кад врше ноћна посматрања, треба у својим посматрачким бележницама ноћи да обележавају са два датума, на пример 25/26 мај. Сваки коме падне у део да обрађује такву бележницу разумеће да је то посматрање почето увече 25 маја, а завршено ујутру 26.

Даље ћемо обележавати право време са t_0 , средње са m и грађанско са m_0 . На сл. 44 приказан је смисао свих тих времена, при чему грађанско време није обележено односним углом, већ задебљаним луком на екватору. Са S је обележено Сунчево средиште и са σ средње екваторско сунце. Са тог се цртежа види да се средње време разликује од правог за величину угла η , а грађанско од правог за $12 + \eta$. Овај угао η , једнак разлици $t_0 - m$, назива се *временско изједначење* и показује за колико минута и секунда треба поправити право време, па да добијемо средње, или обрнуто. Напоменимо да часовници и хронометри могу ићи само по средњем или грађанском времену, а право се време може добити мерењем часовног угла Сунца или, тачније, оних величина у паралактичком троуглу PZS из којих се може израчунати угао t_0 ; ако га поправимо за временско изједначење, добићемо средње време, а ако знамо колико је показивао наш часовник у тренутку мерења, рецимо T , добићемо његову поправку $u = m - T$.

31. Временско изједначење. — Да видимо чему је једнако временско изједначење и како се оно мења. Ако је у датом тренутку право време

t_0 , а средње m , временско ће се изједначење према његовој дефиницији добити из једнакости:

$$\eta = t_0 - m;$$

према томе временско је изједначење једнако разлици часовних углова правог Сунца и средњег екваторског сунца. Нека је тог истог тренутка звездано време s ; с обзиром на везу између звезданог времена, часовног угла и ректасцензије, може се написати:

$$s = \alpha_0 + t_0 = \sigma_0 + m = \lambda_s + m,$$

где је α_0 ректасцензија правог Сунца и λ_s средња лонгитуда Сунца, једнака ректасцензији σ_0 средњег екваторског сунца. Из последње једнакости имамо:

$$\eta = t_0 - m = \lambda_s - \alpha_0.$$

Ако последњој једнакости додамо и одузмемо L , добићемо

$$\eta = -(L - \lambda_s) + (L - \alpha_0);$$

овај образац показује да се временско изједначење може претставити као збир две величине: прва је разлика лонгитуда правог Сунца и средњег еклиптичког сунца и назива се *изједначење средишта*; друга величина је разлика лонгитуде и ректасцензије правог Сунца и назива се *свођење на екватор*. У небеској механици изводи се подробен образац за временско изједначење, по коме се оно израчунава за астрономске годишњаке. За приближне рачуне довољно је користити се образцем

$$\eta = -7^m,7 \sin(\lambda_s + 79^\circ) + 9^m,9 \sin 2\lambda_s.$$

Први је члан изједначење средишта и графички се претставља синусом с годишњом периодом; други члан — свођење на екватор, претставља синусоиду с полугодишњом периодом. Ако нацртамо график на коме су апсцисе датуми, а ординате

$$y_1 = -7^m,7 \sin(\lambda_s + 79^\circ) \quad \text{и} \quad y_2 = +9^m,9 \sin 2\lambda_s,$$

временско ће се изједначење добити као алгебарски збир ордината, тј.

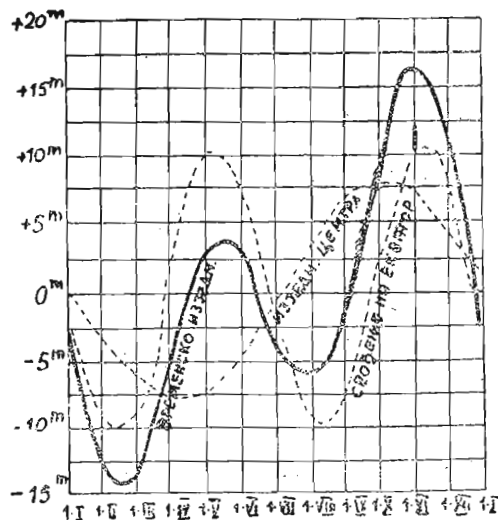
$$\eta = y_1 + y_2.$$

Такав график за 1941 г. претстављен је на сл. 45; из њега се види да се временско изједначење мења из дана у дан и да је 4 пута годишње једнако нули; око 15 априла, 14 јуна, 1 септембра и 25 децембра; даље је

око 12 фебруара	$\eta = -14^m,4$,
„ 15 маја	$\eta = +3^m,8$,
„ 27 јула	$\eta = -6^m,4$,
„ 4 новембра	$\eta = +16^m,4$.

За све остале дане временско изједначење се креће у наведеним границама; обратимо пажњу на то да је оно по апсолутној вредности увек мање од $16^m,5$ и да у години има два максимума и два минимума.

Из године у годину ће за исте датуме временско изједначење бити нешто друкчије, јер ће бити различите и величине L , α_{\odot} и λ_S ; приметимо да су тачни обрасци сложенији него што је горе претстављено.



Сл. 45.

32. Време на разним меридијанима. Светско, зонско, указно. Датумска граница. — У параграфу 10 било је речено да је разлика дужина двају места угао диједар који образују меридијанске равни тих места. Покажимо сад да је разлика дужина у исто време и разлика *правих, средњих или звезданих времена у истом тренутку на меридијанима тих места.*

Нека је pAp' (сл. 46) Земљина лопта и нека су pAp' и pBp' меридијани двају места A и B ; разлика њених дужина λ биће једнака углу ApB . Продужимо вертикале до пресека с небеском сфером у тачкама Z_a и Z_b . Разлика дужина онда ће се изражавати сферним углом Z_aPZ_b . Нека је ΥQ екватор на небеској сфери, Υ — тачка пролећне равнодневице и $P\Upsilon$ њен деклинациски круг. Угао ΥPZ_a је часовни угао Υ тачке у односу на меридијан места A , тј. месно звездано време s_a у тачки A ; на исти је начин угао ΥPZ_b месно звездано време s_b у тачки B . Разлика ова два угла једнака је очевидно разлици дужина тачака A и B . Претпоставимо даље да се у истом тренутку средње екваторско сунце налази у тачки σ , тада на сличан начин добијамо да је угао σPZ_a месно средње време m_a и угао σPZ_b — месно средње време m_b ; и њихова је разлика једнака разлици дужина λ . На сличан начин могли бисмо доказати да је и разлика *правих времена* у два разна места у једном истом физичком тренутку једнака разлици њихових дужина.

Очевидно је да све тачке A_1, A_2, \dots, A_n које леже на меридијану тачке A , имају у односу на тачке B_1, B_2, \dots, B_n , које леже на меридијану тачке B , исту разлику дужина као и саме тачке A и B .

Стога можемо написати:

$$s_a - s_b = \lambda,$$

одакле излази:

$$s_a = s_b + \lambda,$$

$$s_b = s_a - \lambda.$$

На сл. 46, на којој посматрач треба себе да замисли у средишту сфере O , излази да место A лежи *лево*, тј. *источно* од места B , а из последњих образаца следи да је у сваком тренутку у *источној тачки* *више месног времена* него у *западној* за износ разлике дужина, и обрнуто — у *западној тачки* *мање* него у *источној*.

У параграфу 10 било је говора о томе да је у СССР усвојен (од 1941 г.) за *источне дужине* знак $-$, а за *западне* $+$. Лако је увидети да ће за прелаз са *месног на гринвичко* време за све тачке на Земљи служити обрасци:

$$S = s + \lambda; \quad T_0 = t_c + \lambda;$$

$$M = m + \lambda; \quad T_0 = t_0 + \lambda,$$

а за обрнут прелаз, тј. *са гринвичког на месно* време — обрасци:

$$s = S - \lambda; \quad t_c = T_0 - \lambda;$$

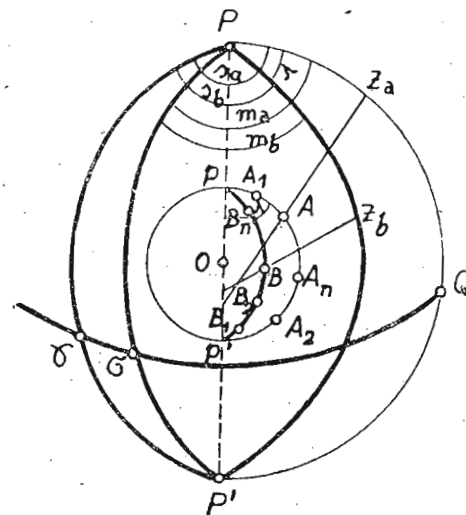
$$m = M - \lambda; \quad t_0 = T_0 - \lambda.$$

Малим словима обележено је *месно, звездано, средње, грађанско* и *право време, великим* — односно *гринвичко* време.

Напоменимо да је за *гринвичко грађанско време* усвојен назив *светско време* (Universal Time, Welt-Zeit, Temps Universel); за њ је усвојена ознака T_0 .

Зонско време. У раније време свака је насељена тачка живела по свом месном грађанском времену; док су економски односи били слабо развијени ово није претстављало никакве сметње, али с развојем железничког саобраћаја, телеграфске службе, живљих односа покрајина с административним средиштима, тешкоће од различитог рачунања времена постајале су све осетније. Зато су на многим местима са система различитих времена почели прелазити на систем једног времена.

Поједине су државе давно већ усвојиле да састављају ред вожње за железнички саобраћај по месном времену престонице, тако су на пример



Сл. 46.

у Немачкој ови редови вожње састављани према берлинском времену, у Русији — по петроградском. Иако је излаз за делимичну употребу био нађен, читаво питање у свој својој општости остало је нерешено; било је предлога да се уведе на целој Земљиној лопти јединствено, такозвано универзално време, али би оно изазвало своје тешкоће. Становницима Сибира било би на пример тешко навићи се да им часовник показује рецимо 6 часова када Сунце пролази кроз меридијан, или 12 часова када залази. Стога је план јединственог времена био одбачен и место њега је, у циљу уједначења у рачунању времена на читавој Земљиној површини, било уведено скоро у свима цивилизованим земљама *зонско време*. Прва га је крајем прошлога века увела Америка, у СССР оно је уведено 1919 године.

Зонско време пружа могућност да се лако установи време у разним местима, иако се не знају њихове тачне дужине, само ако се зна у којој се зони место налази.

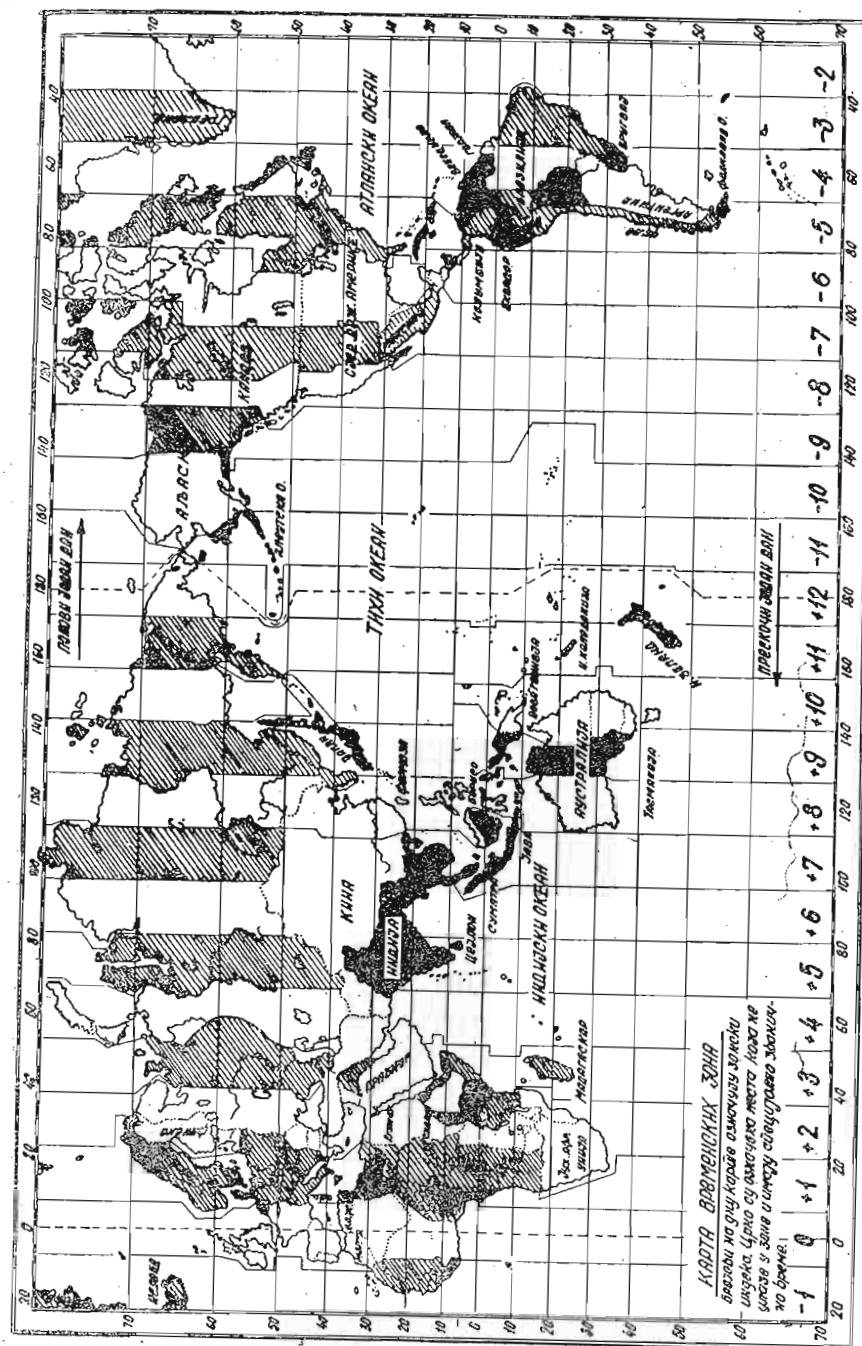
Претпоставља се да је цела Земљина лопта подељена меридијанима на 24 зоне: средњи меридијани тих зона распоређени један од другог на по $15^\circ = 1^h$ по дужини, почевши од гринвичког меридијана, усвојени су за основке географске меридијане. Свака зона добила је свој редни број, зона с основним гринвичким меридијаном има № 0, прва источно до ње — № 1, друга — № 2 итд. до 23. Москва и Лењинград леже у другој зони. На целој територији једне зоне у једном тренутку рачуна се *једно исто време, једнако месном грађанском времену на основном меридијану те зоне*. При прелазу из једне зоне у другу зонско се време мења тачно за један час; минуте и секунде остају исте.

Становници сваке зоне, при употреби зонског времена наместо свог месног, ову разлику не осећају, јер она у крајњем случају, тј. на границама зона, може достићи само око пола часа. Границе тих часовних зона теориски би требало да иду дуж меридијана удаљених источно и западно од основних за по $7\frac{1}{2}^\circ$ дужине, а практично су оне повучене дуж меридијана само на отвореним морима до граница територијалних вода и у слабо настањеним областима. На територијама држава оне пролазе дуж њима најближих политичких граница или других линија обележених на терену, како би се, с једне стране, уједначило рачунање времена у областима које природно гравитирају једна другој, а с друге стране, како би се дала могућност свакоме да на земљишту види линију с чијим прелазом мора да помери казаљку свог часовника за 1 час. Због тога разлика између зонског и месног времена на границама зона може да изнесе више или мање од пола часа.

Треба приметити да се и зонско време рачуна у току дана непрекидно од 0^h до 24^h, али се за почетак дана не узима месна поноћ, већ поноћ основног меридијана те зоне.

Користи од рачунања времена по систему часовних зона састоје се у овоме.

Ниједно средство за везу, као телеграфи, радиостанице, телефони, при регистровању времена немају потребе да познају дужину сваког места, њу у потпуности замењује редни број зоне. Уједно минуте и секунде у свима плановима средстава за везу и редозима вожње изгледају као да су састављене по једном часовнику.



При прелазу с једног места на друго дотеривање часовника по зонском времену своди се на померање часовне казаљке напред или назад за један час, што зависи од редног броја зоне у коју путник улази. Осим тога овакво дотеривање часовника он ће морати да изврши на ширини Лењинграда тек пошто је прешао приближно 800 км, на јужнијим ширинама, тек пошто пређе око 1000 км, а на екватору тек после 1500 км.

Обрада и коришћење разноврсних метеоролошких, сеизмолошких и разних геофизичких посматрања знатно се упростије, а добивени су резултати у неким случајевима при истом броју посматрања тачнији.

На сл. 47 дата је карта часовних зона.

Указно време. Понекад руковођена потребама народне економије, влада издаје наредбу да се часовна казаљка помери за један, два и у ретким случајевима за три часа. У том случају, разуме се, часовник показује време које се не поклапа ни са месним ни са зонским временом. Ово ћемо време називати указно. Од 1930 г. часовне казаљке у СССР су померене за један час; ово је очигледно исто као да је редни број зоне повећан за јединицу (друга је постала трећа, трећа четврта итд.).

Зонско време ћемо обележавати са T_1, T_2, \dots , и уопште са T_i ; указно са T_{i+1}, T_{i+2} итд., ако је часовна казаљка респективно померена за један, два часа и т. д.

Датумска граница. Замислимо путника око света који је пошао из Гринвича 1 јануара и прелази сваки дан по 15° , крећући се на исток, тако да цео пут заврши за 24 дана. Сваки дан би он морао да помера казаљку на свом часовнику за по 1 час унапред да би се овај слагао са зонским временом. У тренутку његова повратка ово ће изнети 24^h разлике, тј. цео дан. Путник ће сматрати да се вратио 26 јануара, међутим у Гринвичу ће тада бити 25 јануар. Ако би се упутио на запад изгубио би један дан; изгледало би му да се вратио 24-ог. Тај се случај и десио првој експедицији око света коју је водио Магелан (1520 г.) и изазвао недоумицу њених учесника.

Узрок се грешке састоји у томе, што је путник обишавши Земљу са запада на исток, тј. у истом смеру у коме се она обрће, начинио око Земљине осовине један обрт више. За њега ће Сунце изићи не 24 пута, већ 25 пута. При кретању на запад, тј. у сусрет Земљином обртању, он ће начинити, напротив, један обрт мање.

Да се такве грешке не би догађале уведена је *датумска граница* обележена испрекиданом линијом на сл. 47. Она сече Тихи Океан мало источније од Новог Зеланда, поклапајући се с меридијаном дужине 180° , обилази са запада Алеутска Острва и кроз Берингов Мореуз улази у Северни Ледени Океан не дотичући се нигде копна. Брод који прелази ову линију са запада на исток броји двапут један исти датум и седмици дан; на пример ако прелази ову линију 18 јула, и наредни ће дан бити 18 јул; обрнуто, при прелазу њеном у супротном смеру један дан изостава и наредни ће дан бити 20 јул.

Сваки датум најпре почиње на датумској граници, тако ће на пример 7 новембар први имати становници Рта Дежњева (у Беринговом Мореузу), у Москви ће овај датум почети 10 часова касније, а на Аљасци и на Сандвичким Острвима тек после 23 часа.

На крају дајмо преглед ознака које се у астрономији употребљавају за разне врсте времена у датом месту и Гринвичу.

	Месно	Гринвичко
Звездано време	s	S
Средње	m	M
Грађанско	m_c	T_0
Право	t_\odot	T_\odot
Зонско	$T_i (T_1, T_2, \dots)$	
Указно	$T_{i+1} (T_{1+1}, T_{2+1}, \dots)$	ако је казаљка на часовнику померена унапред.

Примери. 1. Наћи гринвичко звездано време кад је у Москви $17^h 18^m 32^s,0$ месног звезданог времена

$$\begin{aligned} s &= 17^h 18^m 32^s,0 \\ \lambda &= -2 \ 30 \ 39,6 \\ \hline S &= 14^h 47^m 52^s,4 \end{aligned}$$

2. Наћи гринвичко право време у $8^h 55^m 43^s,7$ лисабонског правог времена. Дужина Лисабона од Гринвича је $+0^h 36^m 44^s,7$.

$$\begin{aligned} t_\odot &= 8^h 55^m 43^s,7 \\ \lambda &= +0 \ 36 \ 44,7 \\ \hline T_\odot &= 9^h 32^m 28^s,4 \end{aligned}$$

3. Наћи вашингтонско грађанско време у тренутку кад је у Ташкенту 18 јул $5^h 33^m 48^s,6$ грађанског времена. Дужина Ташкента од Гринвича је $-4^h 37^m 10^s,8$, дужина Вашингтона од Гринвича $+5^h 8^m 15^s,8$.

$$\begin{aligned} 18 \text{ јула } m_c &= 5^h 33^m 48^s,6 \text{ у Ташкенту.} \\ \Delta \lambda &= -9 \ 45 \ 26,6 \text{ (разлика дужина Ташкент-Вашингтон).} \end{aligned}$$

$$17 \text{ јула } m_c = 19^h 48^m 22^s,0 \text{ у Вашингтону.}$$

4. Наћи светско време у тренутку кад је у Тифлису $12^h 10^m 30^s,5$ зонског времена.

$$\begin{aligned} T_3 &= 12^h 10^m 30^s,5 \\ i &= -3 \\ \hline T_0 &= 9^h 10^m 30^s,5 \end{aligned}$$

5. 1 маја у $18^h 46^m 22^s,7$ светског времена колико ће бити зонско време у Омску и указно у Јакутску (указом је часовна казаљка померена за 1 час унапред)?

$$1 \text{ маја } T_0 = 18^h 46^m 22^s,7 \\ i = +5$$

$$\begin{aligned} 1 \text{ маја } T_5 &= 23^h 46^m 22^s,7 \text{ у Омску} \\ 1 \text{ маја } T_0 &= 18^h 46^m 22^s,7 \\ i + 1^h &= +10 \end{aligned}$$

$$2 \text{ маја } T_{i+1} = 4^h 46^m 22^s,7 \text{ у Јакутску.}$$

6. Средњи хронометар, дотеран тачно по месном звезданом времену у Алма-Ати, пренет је у Пулково; колику ће он имати поправку према пулковском средњем времену?

$$\begin{array}{r} \text{Дужина Алма-Ате од Гринвича} \quad - 5^h 07^m 46^s \\ \text{„ Пулкова „ „ „} \quad - 2 01 19 \\ \hline \Delta\lambda = 3^h 06^m 27^s \end{array}$$

Хронометар треба у Пулкову вратити назад за величину $\Delta\lambda$, да би показивао тачно пулковско време, према томе је

$$u = -3^h 06^m 27^s.$$

33. **Календар.** — Под називом *календара* у астрономији се разумеју начини рачунања дужим временским размацима, тј. правила за бројање дана и година. У старо време састављање таквих правила био је један од најважнијих задатака астрономије.

Мерење времена разликује се од мерења других величина, на пример дужине и тежине, тиме што основне јединице за време нису произвољне као метар или килограм, већ су нам непосредно дате периодичном сменом небеских појава. За ту сврху имамо на расположењу неколико готових јединица разне дужине; међу њима има и краћих, подесних за мерење малих временских размака, и дугих, подесних за мерење великих периода.

Основна мера за време — *средњи сунчани дан* — сувише је кратка да се њоме изрази на пример старост човека. Стога се прибегло другим двома јединицама — *тропској години* и *месецу*, тј. времену обидажења Месеца. Дужина ових јединица је:

$$\text{Тропска година} \quad 365^d 05^h 48^m 46^s,045 = 365,24220 \text{ дана.}$$

$$\text{Месец (синодички)} \quad 29^d 12^h 44^m 02^s,9 = 29,53059 \text{ дана.}$$

Сва сложеност календарског питања и сва збрка која је раније стално пратила бројање година објашњава се несамерљивошћу основних јединица за мерење времена; година и месец не садрже цео број дана, а ни месец се не садржи цео број пута у тропској години.

Лунарни и луни-соларни календари. У старим верама Месец је играо значајну улогу и за тренутке пуног и младог месеца било је везано мноштво различитих обичаја и обреда. Стога је календар, који се у тим временима налазио у рукама жреца, био *лунарни*. Пример таквог лунарног календара је мухамедовски који се употребљава и данас. У његовој је основи лунарна година, која се састоји из 12 лунарних месеца наизменце једнаких 29 и 30 дана, просечно 29½ дана. Како је у стварности лунарни месец 44 минуте дужи, то да би се календар ускладио са Месечевим менама, додају му се по одређеним правилима допунски дани. Зато лунарна година садржи или 354 или 355 дана.

Како је лунарна година краћа од соларне, то датум муслиманске Нове године пада по нашем календару сваки пут 11 дана раније него у претходној години и у току 33 наше године он обиђе сва годишња доба. Зато муслиманско рачунање година стално предњачи и сваке наше 33 године рачунају се у 34.

Осим тога, у чисто лунарном календару годишња се доба брзо померају кроз све редом месеце у календару. Да би се отклонила ова незгода, били су начињени такозвани *луни-соларни* календари који су тежили да ускладе рачунање времена по Месецу и по Сунцу.

Пример за луни-соларни календар претставља јеврејски календар. Месеци и године у њему су такође лунарни, али да би се бројање година довело у склад са Сунцем неким се годинама додаје прекобројни 13-ти месец. Такав календар је веома сложен, и дванаестомесечне и тринаестомесечне (преступне) године различите су дужине; дужина прости године креће се од 353 до 355 дана, дужина преступне од 383 до 385 дана. По цену ове сложености постигнуто је то, што се 1-ви датум у сваком месецу скоро тачно поклапа с младим месецем, а Нова година увек пада у јесен, у септембар, или почетак октобра.

Соларни календари. Соларна година није самерљива са лунарним месецем и сви су покушаји да се на било који начин ове две величине прилагоде једна другој унапред осуђени на неуспех. Зато су већ у старо време били уведени календари код којих се Месец не узима у обзир, него се време рачуна искључиво по кретању Сунца.

Најстарији соларни календар је староегипатски. Иако су се Египћани доста рано уверили да година садржи 365½ дана, ипак су се за рачунање времена користили годином која садржи тачно 365 дана. То је изазвало ову последицу: како је права година скоро 6 часова дужа, то је Сунце у сваки одређени свој положај, на пример у тачку пролећне равнодневице (почетак пролећа), стизало сваке наредне године за по 6 часова касније, после 4 године оно је стизало касније за цео дан, тј. тек наредног датума, а после 120 година заглашњавало је месец дана. После 1460 година приближно, равнодневица се, прошавши редом све датуме и месеце у години, враћала у првобитни датум.

Јулијански календар (стари стил). Праотац савременог европског календара био је римски календар. Римљани су се служили најпре лунарном годином, која траје само 354 дана. Како је она била 11 дана краћа од тропске године, то је након сваке две године додаван по један прекобројни месец, да би се календарски датуми ускладили са годишњим добима. Овај месец садржао је 22 или 23 дана. Ова догуна није исправљала календар, већ је у њ уносила још већу збрку, јер је вршена без икакве правилности — по нахођењу врховног жреца. На крају крајева догодило се да је празник жетве пао у зиму.

Неред је прекратио реформом Јулије Цезар. Ову је реформу извршио он уз учешће египатског астронома Сосигена. Цезар се потпуно одрекао тежње да усклади рачунање времена са кретањем Месеца и засновао је свој календар искључиво на кретању Сунца. Указом из 46 г. пре наше ере дужина године утврђена је на 365 дана, али се свакој четвртој години додавао један прекобројни дан. Такозвани шести дан пред мартовским календама*), (тј. пред 1 март, по нашем рачунању 24 фебруар) те године рачунао се двазуг: уочи шестог датума (шести на латинском sextus) метан је дан који је назван „други пут шести“ (bissexus). Отуда је и постао назив bissextilis за ову годину, од кога су дошли и

*) Од овог латинског назива за први датум у месецу (calendae) и постала је реч календар.

називу за преступну годину у неким европским језицима. Он се у руском језику претворио у назив „високос“. Тако је фебруар у преступној години добио 29 дана. Очеvidно три просте године заједно с преступном износе толико дана колико четири међу собом једнаке године од по 365½ дана свака. Зато је *јулијанска година* једнака 365 дана и 6 часова.

Овај је календар употребљаван у Русији све до 1918 године. За преступне су у њему рачунате све године чији је број дељив са 4, на пример 1912, 1916 итд..

Грегоријански календар (нови стил). Јулијанска година дужа је од тропске за 11 минута и 14 секунда. Ова се разлика постепено скупља и за 400 година изнесе већ преко 3 дана ($11^m 14^s \cdot 400 = 4493^m = 3^d 02^h 53^m$). Зато равнодневице и солстицији постепено падају у све раније датуме, сваких 400 година испредњаче за по 3 дана (померају се у супротну страну него у египатском календару). Тако је 325 године, године Никејског сабора, пролеће почело 21 марта, а половином XVI века равнодневица се померила већ на 11 март. Стога је римски папа Грегориј XIII одлучио да изврши нову реформу календара и булом од 1 марта 1582 г. спровео је у живот нацрт који је предложио 1576 г. италијански лекар Лилио. Репформа се састојала у овоме:

1) Било је наређено да се после 4 октобра 1582 г. не рачуна 5 октобар, већ одмах 15 октобар. Тиме је било исправљено отступање које се накупило за 1200 година и почетак пролећа у наредној години опет се вратио на 21 март.

2) Да би се убудуће избегло сакупљање ових отступања, било је одлучено да се сваких 400 година избаци из рачуна она 3 дана за колико се за то време јулијански календар развије од Сунца. Због тога се морало унеколико изменити правило за рачунање преступних година и оно је добило овакав облик: за преступне године сматрају се године чији су бројеви дељиви са 4, *узузев година целих столећа* (1700, 1800 итд.). Ове ће се последње године сматрати за преступне само у случају ако је број векова дељив са 4, или ако је број година дељив са 400. Према овоме 1600-та и 2000-та година остају преступне, а године 1700, 1800 и 1900 постају просте. Разлика између старог и новог стила износила је у XVI веку 10 дана, 1600 године она се није променила, јер је та година била преступна у оба календара. Али је 1700 године разлика достигла 11 дана, јер је у фебруару те године по старом рачунању било 29 дана, а по новом 28. Из тог истог разлога је 1800 године разлика порасла на 12 дана, а 1900 г. изнела 13 дана.

Грегоријански календар брзо су усвојиле све католичке државе; у протестантским земљама ова је реформа спроведена много касније (у Енглеској у 1752 г.). У Русији пре револуције питање о увођењу новог стила покретано је неколико пута, али се свагда разбијало о упорство цркве. После Октобарске социјалистичке револуције он је био уведен скоро одмах, од 1 фебруара 1918 године.

И јулијански и грегоријански календар имају своја предности и своје недостатке. Како су година и дан несамерљиви, то је апсолутно тачан календар немогућ. Није тачан ни грегоријански календар. При његовом увођењу узето је да отступање старог стила за 400 година

износи тачно 3 дана, међутим оно стварно износи 2 часа и 53 минуте више. Овај део отступања остао је неисправљен и поступно се може накупити након 3000 година на један цео дан (у јулијанском календару оволико се отступање накупи већ за 128 година). Према томе померање равнодневица и солстиција је у грегоријанском календару скоро не приметно, и у току многих векова почеци годишњих доба падаће у исте датуме. У томе је неоспорно предимство новог стила. Али је зато стари стил простији. Стога се у рачунима с великим временским размацима у астрономији и данас употребљавају јулијанске године које претстављају веома подесну јединицу за време. Међутим датуме одавно већ астрономи целог света броје по новом стилу.

У погледу савременог стања календарског питања скренемо пажњу на ово. Календарска реформа Грегорија XIII није била изазвана научним, већ искључиво црквеним разлозима: било је потребно да пролећна равнодневица стално пада 21 марта, како се не би пореметила црквена правила о дану празновања Ускрса. Да је реформа била одложена до нашег времена, она би по свој прилици била извршена на други начин јер се могу наћи тачнији системи од грегоријанског. Чак је врло могуће да би се научници изјаснили да се задржи јулијански календар: он је простији ма од ког другог који се може замислити, а померање годишњих доба на друге календарске датуме скоро је не приметно чак и за 3—4 поколења, што је потпуно довољно за потребе грађанског живота. Према томе, када је у Совјетском Савезу била 1918 године спроведена реформа календара, она се није састојала у томе да се место нетачног бројања дана уведе тачно. Совјетски је Савез просто пришао оном бројању које су биле већ усвојиле све културне земље.

Било је смишљено још неколико система календара, тачнијих од грегоријанског, али су сви они од чисто теориског интереса, јер је тачност грегоријанског календара више него довољна за потребе свакодневног живота. Могућна је и потребна само још реформа ситнијих делова године, реформа месеца и недеља. Наши месеци, као што и сам назив показује, претстављају последње трагове старог лунарног календара, али се с обиласком Месечевим они данас не слажу и врло су неподесни због своје различите дужине — од 28 до 31 дан. Још је неподеснија седмица која има астролошко порекло: у старо време знало се за седам планета и свакој од њих био је посвећен по један дан који је стајао под њеним утицајем. Седмица се не садржи цео број пута ни у години ни у месецу (узузев фебруара у простој години) и одржава се само силом црквених традиција.

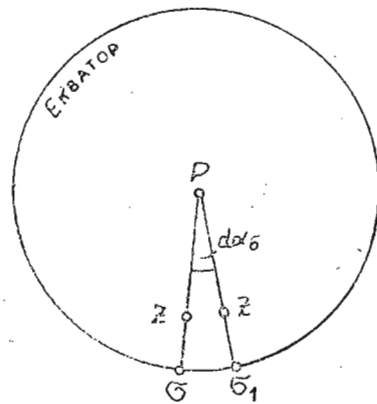
Давно је већ било много предлога и код нас и у иностранству да се ускладе седмице са месецима, тако да исти датуми падају увек у исте седмичне дане. Најрационалнији од њих замењују седмицу краћим размаком од пет или шест дана, јер се и један и други садржи цео број пута у месецу од тридесет дана; такав је месец био уведен у календар Велике француске револуције. Остало би још питање шта да се ради са данима који би претекли преко 12 тридесетодневних месеца. Ово би питање могло да се реши међународним споразумом, данас, кад је све тешња веза међу државама.

На крају дајмо ознаке за седмичне дане усвојене у астрономији:

Недеља	☉	знак Сунца,
Понедељак	☾	„ Месеца,
Уторак	♂	„ Марса,
Среда	♀	„ Меркура,
Четвртак	♃	„ Јупитера,
Петак	♀	„ Венере,
Субота	♄	„ Сатурна.

34. Веза између дужине звезданог и средњег (грађанског) дана. — Дужину тропске године извели су из великог броја посматрања Ханзен и Леверије и нашли да она износи 365,24 220 средњих дана.

Израчунајмо дужину тропске године у звезданим данима. У том циљу најбоље пајре дужину средњег дана у звезданим часовима мину-тама и секундама, тј. у јединицама звезданог времена.



Сл. 48.

Познато је (параграф 29) да у току тропске године средње екваторско сунце промени своју ректасцензију за 360° или 24^h : према томе за један дан ова тачка повећа своју ректасцензију за лук

$$\frac{360^\circ}{365,24\ 220} = \frac{24^h}{365,24\ 220} = 59' 8,33'' = 3^m 56^s,5554 \dots \approx 3^m 56^s,56.$$

У току звезданог дана Земља се обрне око своје осовине са запада на исток за 360° , тј. меридијан места опише у истом смеру пун круг. Услед сопственог кретања средње екваторско сунце σ (сл. 48) у току средњег дана помери се у истом смеру за лук

$$d\sigma = \sigma\sigma_1 = 3^m 56^s,56.$$

Обележимо са x дужину средњег дана у јединицама звезданог времена.

Ако се меридијан за 24 звездана часа обрне за $360^\circ = 24^h$, очевидно ће се он у размаку x звезданог времена окренути за $24^h 03^m 56^s,56$; а толико и износи дужина средњег дана.

Одатле се види да је један средњи дан дужи од звезданог за $3^m 56^s,56$ звезданог времена.

Кад знамо овај однос, можемо извести дужину тропске године у звезданим данима. Имамо:

$T = 365,2422$ средњих дана = $365,24220 \cdot 24^h 03^m 56^s,5554 \dots$ звезд. дана. Одатле добијамо:

$$T = 365,2422 \text{ средњих дана} = 366,2422 \text{ звезданих дана.}$$

Добивени однос био је већ унапред употребљен у параграфу 29; овде није сувишно приметити да је дужина тропске године у средњим данима била добивена обрадом посматрања, а у звезданим данима се до-бива показаним рачуном.

Из последњега се односа може написати:

365,24 22	средња дана =	366,24 22	звездана дана
365,24 22.24	средња часа =	366,24 22.24	звездана часа (1)
365,24 22.24.60	средњих мин. =	366,24 22.24.60	звезданих мин.
365,24 22.24.60.60	средњих сек. =	366,24 22.24.60.60	звезданих сек.

Ако поделимо једнакости њиховим левим странама, добијамо:

$$1 \text{ сред. дан} = \left(1 + \frac{1}{365,2422}\right) \text{ звезд. дана} = 24^h 3^m 56^s,555 \text{ звезд. времена}$$

$$1 \text{ сред. час} = \left(1 + \frac{1}{365,2422}\right) \text{ звезд. часова} = 1\ 00\ 09,856 \text{ звезд. времена}$$

$$1 \text{ сред. мин.} = \left(1 + \frac{1}{365,2422}\right) \text{ звезд. мин.} = 1\ 0,164 \text{ звезд. времена}$$

$$1 \text{ сред. сек.} = \left(1 + \frac{1}{365,2422}\right) \text{ звезд. сек.} = 1,003 \text{ звезд. времена}$$

Разломак $\frac{1}{365,2422}$ обележаваћемо са μ .

Ако имамо изванвременски размак i_m , изражен бројем m средњих (или грађанских) часова, минута и секунда, па хоћемо да га изразимо јединицама звезданог времена, на основи добивених односа можемо написати:

$$i_s = i_m (1 + \mu) = i_m + i_m \mu \quad (2)$$

Из израза (1) излази да је

$$\left(1 - \frac{1}{366,2422}\right) \text{ сред. дана} = 1 \text{ звездани дан.}$$

Према томе звездани дан је краћи од средњег за $\frac{1}{366,2422}$ дужине средњег дана, или за $3^m 55^s,909$ средњег времена.

Разломак $\frac{1}{366,2422}$ обележаваћемо са ν .

Очевидно је

- 1 звезд. дан = $(1 - \nu)$ сред. (грађ.) дана = $23^h 56^m 04^s,091$ сред. (грађ.) времена.
- 1 звезд. час = $(1 - \nu)$ сред. (грађ.) час. = $0 59 50,107$ сред. (грађ.) времена.
- 1 звезд. мин. = $(1 - \nu)$ сред. (грађ.) мин. = $0 59,836$ сред. (грађ.) времена.
- 1 звезд. сек. = $(1 - \nu)$ сред. (грађ.) сек. = $0,997$ сред. (грађ.) времена.

А такође и

$$i_m = i_s(1 - \nu) = i_s - i_s \nu. \quad (3)$$

За претварање временских размака изражених једном врстом јединица за време у другу врсту временских јединица постоје таблице одакле се могу узимати непосредно поправке $i_m \mu$ и $i_s \nu$. Такве се таблице објављују у астрономским годишњацима, тамо се оне дају у двојаком облику.

1. Најпре се са најближим мањим бројем часова, минута и секунда датој разлици као с аргументом нађе поправка (или свођење) из првог дела таблица, затим се из другог дела таблица узме свођење за преостали број минута и секунда, оба се свођења саберу и добије се тражена поправка. Тачност рачуна је $0^s,01$.

2. Из првих двеју колона таблица узме се свођење за број часова, из наредне четири — за број минута и из последњих — за секунде; кад се свођења саберу, добија се поправка. Тачност рачуна је $0^s,001$.

Примери: Изразити размак од $10^h 12^m 05^s,32$ средњег времена у звезданом времену.

Из таблица првог облика:

Аргумент	Свођење		
2. $10^h 08^m 44^s$	$1^m 40^s$	1.	$i_m = 10^h 12^m 05^s,32$
3. $3 20,3$	$0,55$	5.	$i_m \mu = + 1 40,55$
4.	$i_m \mu = 1^m 40^s,55$	6.	$i_s = 10^h 13^m 45^s,87$

Из таблица другог облика:

2. 10^h	$1^m 38^s,565$	1.	$i_m = 10^h 12^m 05^s,32$
3. 11^m	$1,971$	6.	$i_m \mu = + 1 40,551$
4. $5^s,32$	$0,015$	7.	$i_s = 10 13^m 45^s,871$
5.	$i_m \mu = 1^m 40^s,551$		

2. Изразити размак од $21^h 22^m 43^s,756$ грађанског времена у звезданом времену.

Из таблица 1-ог облика:

2. $21^h 24^m 26^s$	$3^m 31^s$	1.	$i_m = 21^h 22^m 43^s,756$
3. $1 42,2$	$0,28$	5.	$i_m \mu = + 3 30,72$
4.	$i_m \mu = 3^m 30^s,72$	6.	$i_s = 21^h 26^m 14^s,476$

Из таблица 2-ог облика:

2. 21^h	$3^m 26^s,986$	1.	$i_m = 21^h 22^m 43^s,756$
3. 22^m	$3,614$	6.	$i_m \mu = + 3 30,720$
4. $43^s,76$	$0,120$	7.	$i_s = 21^h 26^m 14^s,476$
5.	$i_m \mu = 3^m 30^s,720$		

3. Изразити размак од $15^h 11^m 50^s,80$ звезданог времена у грађанском времену.

Из таблица 1-ог облика:

2. $15^h 09^m 30^s$	$2^m 29^s$	1.	$i_s = 15^h 11^m 50^s,80$
3. $2 20,8$	$0,38$	5.	$i_s \nu = - 2 29,38$
4.	$i_s \nu = 2^m 29^s,38$	6.	$i_m = 15^h 09^m 21^s,42$

Из таблица 2-ог облика:

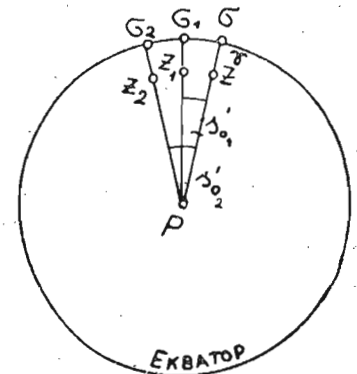
2. 15^h	$2^m 27^s,443$	1.	$i_s = 15^h 11^m 50^s,80$
3. 11^m	$1,802$	6.	$i_s \nu = - 2 29,384$
4. $50^s,80$	$0,139$	7.	$i_m = 15^h 09^m 21^s,416$
5.	$i_s \nu = 2^m 29^s,384$		

Кад се употребљавају таблице 1-ог облика, срачунавање поправке може се вршити напамет.

Сличне таблице дате су и у 30-ој свесци ЦНИИГАК под бр. 5, 6, 7 и 9.

Изложено питање не треба мешати с питањем о такзваном претварању времена, када треба израчунати колико ће бити времена једне врсте у датом временском тренутку израженом другом врстом временских јединица; тај ће задатак бити разматран ниже. Овде је било само показано како се временски размак дат у јединицама средњег или грађанског времена може изразити у јединицама звезданог времена, или обрнуто.

35. Звездано време у средње подне и поноћ. — Погледајмо на цртеж 49. Претпоставимо да се у меридијану PZ датог места једновремено налазе средње екваторско сунце σ и тачка пролећне равнодневице Υ . То се догађа једанпут годишње, око 23 марта; према томе, тога дана у средње подне једновремено кулминирају средње сунце и тачка Υ ; почетак звезданог дана пада



Сл. 49.

у средње подне. У тренутку средње поноћи, која је претходила томе подну, звездано ће време бити мање за $12^h + 12^m$ или за $12^h 01^m 58^s,28$, а у поноћ после тога подна, звездано ће време бити за толико веће, тј. претходне поноћи звездано ће време бити $11^h 58^m 01^s,72$, а наредне $12^h 01^m 58^s,28$. Наредног дана, у средње подне, меридијан ће заузимати положај $PZ_1 \sigma_1$, а тачка Υ ће се налазити десно, западно од њега, тј. њен часовни угао или звездано време у средње подне биће $3^m 56^s,56$; у претходну поноћ звездано време ће бити $12^h 01^m 58^s,28$, а у наредну $12^h 05^m 54^s,84$. После још једног дана, опет у тренутку средњег подна, часовни угао Υ тачке биће $\sigma_2 P \Upsilon$ или $3^m 56^s,56.2 = 7^m 53^s,12$ итд., а наредне поноћи звездано време ће бити $12^h 09^m 51^s,40$ итд..

Према томе, свакога дана у подне часовни угао тачке пролећне равнодневице биће већи за $3^m 56^s,56$ него у претходно подне. Овај часовни угао тачке пролећне равнодневице назива се *звездано време у средње подне*; он је једнак ректасцензији средњег екваторског сунца у средње подне и показује колики је број часова, минута и секунда прошао од почетка звезданог дана до почетка средњег дана. На сл. 49 звездано време у подне обележено је са s_0 .

Звездано време у подне смањено за $12^h 01^m 58^s,28$ је звездано време у претходну поноћ и показује број часова, минута и секунда протеклих од почетка звезданог дана до почетка грађанског дана.

Са савременом применом грађанског времена у астрономији практичан значај има само звездано време у поноћ. Убудуће ћемо обележавати звездано време у месну поноћ са s_0 и у гринвичку поноћ са S_0 .

За приближне рачуне, који се понекад морају вршити напамет, треба запамтити да се за један дан звездано време у средњу поноћ повећа за $4^m - 4^s$, за месец дана за 2^h и да у наведене датуме износи приближно:

	s_0
23 марта	12^h ,
23 јуна	18^h ,
22 септембра	0^h ,
22 децембра	6^h .

Примери. 1. Израчунати приближно звездано време у поноћ 1 маја. Од 23 марта до 23 априла прошао је месец дана и преко тога још 8 дана, стога је

$$s_0 = 12^h + 2^h + 8.4^m - 8.4^s = 14^h 31^m,5$$

(тачна величина $14^h 31^m 50^s$).

2. Израчунати приближно звездано време у поноћ 19 јула.

Од 23 јуна до 23 јула прошао је месец дана, а од 23 јула до 19-ог има 4 дана мање, зато је

$$s_0 = 18^h + 2^h - 4.4^m + 4.4^s = 19^h 44^m,3$$

(тачна је величина $19^h 45^m,2$).

36. **Астрономски годишњаци.** — За потребе астронома и морепловаца у СССР и другим земљама издају се астрономски годишњаци, обично на годину дана унапред. Најглавнији од њих су:

у СССР — Астрономический ежегодник,

„ „ — Морской астрономический ежегодник,

у Немачкој — Berliner Astronomisches Jahrbuch,

у Француској — Connaissance des Temps ou des Mouvements Célestes,

у Енглеској — The Nautical Almanac and Astronomical Ephemeris,

у Америци — The American Ephemeris and Nautical Almanac.

У тим су годишњацима, у једним мање подробно, у другим подробније, дате координате и разни други подаци за Сунце, Месец, планете, Јупитерове сателите, звезде и неке помоћне таблице. У даљем излагању ћемо подробно говорити о подацима које даје Астрономический ежегодник за Сунце и звезде. Са саставом страних годишњака нећемо се упознавати, напоменимо само да се са њима може упознати помоћу објашњења која се уз годишњаке дају.

Астрономски се годишњаци израђују у нарочитим установама или у рачунским институтима. У СССР овим се радом бави Астрономски институт у Лењинграду. Напред је у параграфима 29 и 30 било говора о томе како се могу добити Сунчеве координате и временско изједначење; на сличан се начин врши израчунавање координата и других небеских тела Сунчева система по обрасцима разрађеним у теориској астрономији и небеској механици с бројним коефицијентима које су из посматрања извели чувени астрономи и математичари или су утврђени на међународним астрономским конгресима. Што се тиче координата звезда, ниже ћемо описати како се добијају оне њихове вредности које се објављују у астрономским годишњацима. Приметимо да је данас утврђено за које се тренутке гринвичког времена даје који податак у годишњацима. Код сваког појединог податка ми ћемо указивати за који се тренутак он даје.

СОЛНЦЕ 1941

ГЛАВА ПЕТА

ТАБЛИЦЕ СУНЦА. ПРЕТВАРАЊЕ ВРЕМЕНА

37. Таблице Сунца у Астрономском годишњаку. — У Астрономском годишњаку прве стране заузимају таблице Сунца. За ближе упознавање дата је копија 12 стране из годишњака за 1941 годину (види страну 117).

Треба приметити:

1. Све величине сврстане у таблице дају се за *средњу гринвичку поноћ или 0^h светског времена*, другим речима за почетак дана чији је месец и датум дат у првој колони.

2. Временско изједначење је разлика: *право време минус средње време*.

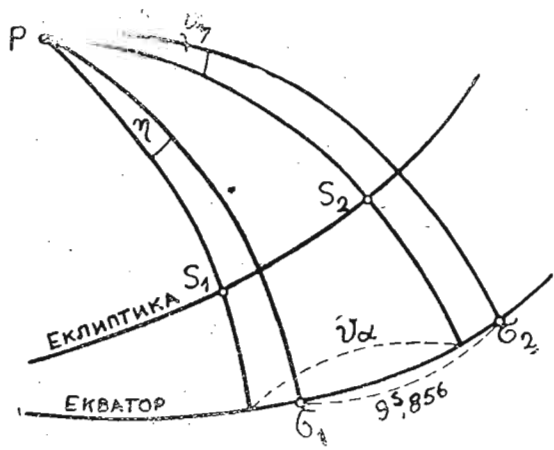
3. Напореда с временским изједначењем даје се и његова часовна промена, тј. величина за коју се временско изједначење промени за један час који се завршава у поноћ. Из таблице се види да је ова часовна промена у поноћ разних дана различита, па ће, према томе, она бити различита и за разне часове у току дана.

4. Дају се такозвана привидна ректасцензија и привидна деклинација, објашњење овог појма даћемо у поглављу о аберацији.

5. Напореда с деклинацијом даје се и њена часовна промена; за њу важи оно што је речено и за часовну промену временског изједначења.

6. Часовна промена ректасцензије не даје се у ефемеридама, али њу није тешко наћи ако одуземо часовну промену временског изједначења од константе 9^s,856. То се објашњава на овај начин.

Нека су S_1 и S_2 (сл. 50) — два положаја Сунчева средишта које оно заузима у размаку од једног часа. Часовна промена ректасцензије биће једнака луку ν_α . Нека су даље σ_1 и σ_2 два положаја средњег еква-



Сл. 50.

Дата	День недели	Средняя гринвичская полночь (0 ^h всемирного времени)						
		Уравнение времени, истинное — среднее время	Часовое изменение	Видимое прямое восхождение	Видимое склонение	Часовое изменение	Полидиаметр	Звездное время
Июнь		<i>m s</i>	<i>s</i>	<i>h m s</i>	<i>° ' "</i>	<i>"</i>	<i>' "</i>	<i>h m s</i>
13	Пт.	+0 17.64	0.512	5 23 21.47	+23 10 37.4	9.07	15 46.39	17 23 39.124
14	Сб.	+0 5.25	0.520	5 27 30.41	23 14 2.8	8.05	15 46.30	17 27 35.681
15	Вс.	-0 7.30	0.526	5 31 39.53	23 17 3.7	7.02	15 46.21	17 31 32.235
16	Пн.	0 20.01	0.532	5 35 48.79	23 19 40.0	6.00	15 46.12	17 35 28.788
17	Вт.	0 32.85	0.537	5 39 58.18	23 21 51.5	4.97	15 46.03	17 39 25.340
18	Ср.	0 45.79	0.541	5 44 7.68	23 23 38.4	3.94	15 45.95	17 43 21.893
19	Чт.	-0 58.80	0.543	5 48 17.26	+23 25 0.5	2.90	15 45.88	17 47 18.445
20	Пт.	1 11.87	0.545	5 52 26.88	23 25 57.8	1.87	15 45.81	17 51 15.000
21	Сб.	1 24.97	0.546	5 56 36.54	23 26 30.4	0.84	15 45.74	17 55 11.555
22	Вс.	1 38.08	0.546	6 0 46.20	23 26 38.1	0.19	15 45.68	17 59 8.112
23	Пн.	1 51.16	0.544	6 4 55.84	23 26 21.1	1.23	15 45.63	18 3 4.671
24	Вт.	2 4.19	0.541	6 9 5.42	23 25 39.2	2.26	15 45.58	18 7 1.229
25	Ср.	-2 17.13	0.537	6 13 14.93	+23 24 32.6	3.29	15 45.53	18 10 57.791
26	Чт.	2 29.98	0.533	6 17 24.33	23 23 1.4	4.32	15 45.49	18 14 54.351
27	Пт.	2 42.70	0.526	6 21 33.60	23 21 5.4	5.34	15 45.46	18 18 50.911
28	Сб.	2 55.25	0.519	6 25 42.71	23 18 44.9	6.37	15 45.43	18 22 47.469
29	Вс.	3 7.61	0.511	6 29 51.63	23 15 59.8	7.39	15 45.41	18 26 44.025
30	Пн.	3 19.76	0.501	6 34 0.34	23 12 50.2	8.41	15 45.40	18 30 40.579
Июль								
1	Вт.	-3 31.68	0.491	6 38 8.82	+23 9 16.2	9.42	15 45.39	18 34 37.132
2	Ср.	3 43.34	0.480	6 42 17.03	23 5 18.0	10.43	15 45.38	18 38 33.683
3	Чт.	3 54.70	0.467	6 46 24.95	23 0 55.5	11.44	15 45.38	18 42 30.236
4	Пт.	4 5.77	0.454	6 50 32.57	22 56 9.0	12.44	15 45.38	18 46 26.790
5	Сб.	4 16.51	0.440	6 54 39.87	22 50 58.5	13.43	15 45.38	18 50 23.348
6	Вс.	4 26.91	0.426	6 58 46.82	22 45 24.1	14.43	15 45.39	18 54 19.906
7	Пн.	-4 36.95	0.410	7 2 53.42	+22 39 26.1	15.41	15 45.41	18 58 16.468
8	Вт.	4 46.61	0.395	7 6 59.64	22 33 4.4	16.39	15 45.42	19 2 13.021
9	Ср.	4 55.89	0.378	7 11 5.48	22 26 19.4	17.36	15 45.44	19 6 9.592
10	Чт.	5 4.77	0.361	7 15 10.91	22 19 11.1	18.33	15 45.47	19 10 6.153
11	Пт.	5 13.24	0.344	7 19 15.94	22 11 39.6	19.29	15 45.49	19 14 2.711
12	Сб.	5 21.28	0.326	7 23 20.53	22 3 45.3	20.24	15 45.52	19 17 59.266
13	Вс.	-5 28.90	0.308	7 27 24.71	+21 55 28.1	21.18	15 45.55	19 21 55.819
14	Пн.	5 36.06	0.289	7 31 28.43	21 46 48.5	22.12	15 45.59	19 25 52.370
15	Вт.	5 42.77	0.270	7 35 31.69	21 37 46.4	23.05	15 45.63	19 29 48.922
16	Ср.	5 49.00	0.249	7 39 34.47	21 28 22.2	23.97	15 45.67	19 33 45.473
17	Чт.	5 54.73	0.229	7 43 36.76	21 18 36.0	24.88	15 45.72	19 37 42.026
18	Пт.	5 59.97	0.208	7 47 38.56	21 8 28.1	25.78	15 45.77	19 41 38.581
19	Сб.	-6 4.71	0.186	7 51 39.85	+20 57 58.7	26.67	15 45.83	19 45 35.136
20	Вс.	6 -8.91	0.164	7 55 40.61	20 47 8.1	27.55	15 45.89	19 49 31.693
21	Пн.	6 12.58	0.141	7 59 40.84	20 35 56.3	28.42	15 45.96	19 53 28.251
22	Вт.	6 15.70	0.118	8 3 40.51	20 24 23.8	29.28	15 46.03	19 57 24.811
23	Ср.	6 18.26	0.095	8 7 39.63	20 12 30.7	30.13	15 46.11	20 1 21.370
24	Чт.	-6 20.25	0.071	8 11 38.17	+20 0 17.3	30.97	15 46.19	20 5 17.930

горског сунца у истим тренуцима; часовна промена ректасцензије тога сунца је величина

$$3^m 56^s,5554 : 24 = 9^s,856.$$

Угао $S_1 P \sigma_1$ је временско изједначење η у првом тренутку, угао $S_2 P \sigma_2$ — временско изједначење у другом тренутку, које ће се променити за један час и постати $\eta + v_\eta$.

Сад се може написати:

$$v_\alpha = 9^s,856 + \eta - \eta - v_\eta = 9^s,856 - v_\eta.$$

7. Привидни полупречник Сунца.

8. У последњој колони дато је звездано време у средњу гринвичку поноћ.

Од 1943 г. у таблице Сунца које даје Астрономски годишњак унете су ове измене и допуне:

1. Подаци за сваки дан сврстани су на обе стране — лево и десно.
2. Место временског изједначења даје се величина $12^h + \eta$ која је названа „часовни угао Сунца на гринвичком меридијану“. Означаваћемо га са T_0 .
3. Дају се еклиптичке координате Сунца — лонгитуда и латитуда и поред тога радијус-вектор.
4. Даје се светско време у 0^h гринвичког звезданог времена. Обележаваћемо га са M_0 .
5. Привидни полупречник даје се на десним странама.
6. Даје се нутација у ректасцензији и лонгитуди и такозвано право звездано време. Објашњење његово биће дато у параграфу 80.

38. **Интерполовање с часовним променама.** — Помоћу таблица Сунца може се наћи временско изједначење, као и ректасцензија и деклинација Сунца за произвољан тренутак светског времена. Проучимо најпре овај задатак у општем облику. Величине које се дају у астрономским годишњацима претстављају доста сложене функције времена, или тачније аргумената који зависе од времена. У пракси се јавља потреба да се одређују вредности тих функција за тренутке који леже између оних тренутака за које су дате вредности тих функција у астрономским годишњацима. Одређивање вредности неке функције из неколико појединачних њених вредности растављених једнаким временским размацима, а за један одређени тренутак који лежи у овим размацима назива се *интерполовање*. У таблицама Сунца тренуци за које су дате величине одељени су размацима од по 24 часа; даље, све се величине дају за гринвичку поноћ, тј. за почетак дана. Временски размак од 24 часа изабран је за таблице стога што се интерползавање под тим условом врши простим обрасцима, који обезбеђују потребну тачност за праксу.

Нека у једну поноћ аргументат има вредност x_0 , за њ израчуната и утабличена вредност функције је $f(x_0)$, за другу поноћ дата је друга вредност функције $f(x_1)$; нека је даље, ма ког тренутка између ове две поноћи аргументат $x_0 + k$, а функција коју треба израчунати $f(x_0 + k)$; k је прираштај аргумента сразмеран времену. Имајући на уму да су функције времена којима се у астрономији служимо, као и њихови изводи

различитог реда коначни и непрекидни, можемо функцију $f(x_0 + k)$ развити у Тејлоров ред по степенима од k ; стога имамо:

$$f(x_0 + k) = f(x_0) + k f'(x_0) + \frac{k^2}{2} f''(x_0) + \dots$$

Да ли ћемо се служити већим или мањим бројем чланова овога реда зависи од тога с коликом су подробношћу израђене таблице; посматране таблице састављене су тако да је увек довољно ограничити се на чланове који садрже други извод. У том случају добијамо:

$$f(x_0 + k) = f(x_0) + k f'(x_0) + \frac{k^2}{2} f''(x_0).$$

Лако се види да је збир два последња члана једнак

$$k f' \left(x_0 + \frac{k}{2} \right),$$

јер ако овај последњи израз развијемо у ред, исто онако приближно као и раније, имаћемо

$$k f' \left(x_0 + \frac{k}{2} \right) = k \left[f'(x_0) + \frac{k}{2} f''(x_0) \right] = k f'(x_0) + \frac{k^2}{2} f''(x_0);$$

дакле:

$$f(x_0 + k) = f(x_0) + k f' \left(x_0 + \frac{k}{2} \right).$$

Како је прираштај аргумента k сразмеран времену, то се може написати $k = nh$, где је n коефицијент сразмерности, h — број часова и његових десетих, стотих итд. делова, протеклих од поноћи; тада је

$$f(x_0 + k) = f(x_0) + h n f' \left(x_0 + \frac{h}{2} n \right).$$

Обележимо величину $n f' \left(x_0 + \frac{h}{2} n \right)$ са v ; коначно добијамо образац

$$f(x_0 + k) = f(x_0) + hv.$$

Величина v , једнака првом изводу помноженом са n , јесте часовна промена функције; према томе, да бисмо добили тражену вредност функције, треба њеној вредности датој у таблицама додати поправку једнаку производу броја часова и часовне промене; ову часовну промену треба израчунати за тренутак $\frac{h}{2}$, јер је њен аргументат величина $x_0 + \frac{h}{2} n$, тј. треба је израчунати за *средњи тренутак између поноћи и датог тренутка*.

У таблицама су дате часовне промене израчунате за поноћи; према томе се може написати:

$$v_0 = n f'(x_0),$$

$$v_1 = n f'(x_1) = n f'(x_0 + 24n).$$

Ако и овде претпоставимо, у границама тражене тачности, да су промене v сразмерне времену, можемо применити просто правило тројно, тј. написати:

$$\begin{aligned} \text{разлици } v_1 - v_0 \text{ одговара промена времена од } 24^h, \\ \text{„ } v - v_0 \text{ „ „ „ „ „ } \left(\frac{h}{2}\right), \end{aligned}$$

одатле је

$$\frac{v - v_0}{v_1 - v_0} = \frac{h}{2} : 24,$$

и за v добијамо образац:

$$v = v_0 + \frac{h}{48}(v_1 - v_0);$$

ако обележимо $v_1 - v_0 = D_1$, можемо написати коначно:

$$f(x_0 + k) = f(x_0) + hv; \quad v = v_0 + \frac{h}{48}D_1; \quad D_1 = v_1 - v_0.$$

Обратимо пажњу на то да је часовна промена прва изводна функција помножена са n . Како између знака овог извода и промене функције постоји позната зависност, да је наиме први извод позитиван кад функција расте, а негативан ако функција опада, то се питање с каквим знаком треба узимати часовне промене из таблица решава просто.

При извођењу обрасца за интерполовање претпоставили смо да полазимо од податка за поноћ која претходи датом тренутку; тако се интерполовање назива *интерполовање унапред* и претежно се употребљава кад је дати тренутак удаљен од претходне поноћи мање од 12^h , тј. кад је $h < 12^h$; ако је h веће од 12 часова, подесније је и рачун је краћи кад се пође од податка за поноћ која следи датом тренутку, тј. кад се примени *интерполовање уназад*. У том случају треба се придржавати ових напомена да би се избегле грешке у рачуну: 1) за h се израчуна величина која одговара временском размаку од датог тренутка до наредне поноћи и узме се са знаком минус, 2) величину функције за наредну поноћ обележаваћемо као и раније са $f(x_0)$ и 3) из годишњака вадимо величине часовних промена за наредну поноћ v_0 и претходну поноћ v_1 и образујемо разлику $D_{-1} = v_0 - v_1$, са којом израчунавамо величину v ; приметимо да уопште при образовању разлика D треба увек од наредне табличне вредности за часовну промену одузимати претходну.

Обрасци за интерполовање уназад онда се могу написати:

$$f(x_0 + k) = f(x_0) + hv; \quad v = v_0 + \frac{h}{48}D_{-1}; \quad D_{-1} = v_0 - v_1.$$

Досад смо претпостављали да је тренутак за који се израчунава функција дат у светском времену; у пракси долази увек да се овакво израчунавање врши за тренутак дат у месном грађанском времену. Али ово не уноси тешкоће, јер се пре свега израчуна светско време које одговара томе тренутку алгебарским додавањем вредности дужине места на дато време, па се после примени изведени образац.

Напишимо у општем облику обрасце за израчунавање временског изједначења, ректасцензије и деклинације Сунца:

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \eta_0 + hv, \\ \alpha_{\odot} &= \alpha_0 + hv, \\ \delta_{\odot} &= \delta_0 + hv, \end{aligned} \right\} v = v_0 + \frac{h}{48}D_{\pm 1} \left\{ \begin{aligned} D_1 &= v_1 - v_0, \\ D_{-1} &= v_0 - v_{-1}. \end{aligned} \right. \quad (1)$$

Примери. 1. Наћи временско изједначење у тренутку $m_c = 7^h 20^m 58^s,7$ грађанског времена у Москви 2 јула 1941 г..

$$\lambda = -2^h 30^m 39^s,6.$$

1.	m_c	$7^h 20^m 58^s,7$	5.	η_0	$-3^m 43^s,34$	6.	v_0	$-0^s,480$
2.	λ	$-2 30 39,6$	11.	hv	$-2,32$	7.	v_1	$-0,467$
3.	T_0	$4^h 50^m 19^s,1$	12.	η	$-3^m 45^s,66$	8.	D_1	$+0^s,013$
4.	h	$4,839$				9.	$\frac{h}{48}D_1$	$+0,001$
						10.	v	$-0,479$

2. Наћи ректасцензију Сунца у тренутку $m_c = 20^h 24^m 28^s,5$ грађанског времена у Вашингтону 12 јула 1941 г..

$$\lambda = +5^h 08^m 15^s,8. \text{ Полазимо од поноћи 13 јула.}$$

1.	m_c	$20^h 24^m 28^s,5$	5.	α_0	$7^h 27^m 24^s,71$	6.	v_0	$+10^s,164$
2.	λ	$+5 08 15,8$	11.	hv	$+15,71$	7.	v_1	$+10,145$
3.	T_0	$1^h 32^m 44^s,3$	12.	α_{\odot}	$7^h 27^m 40^s,42$	8.	D_1	$-0^s,019$
4.	h	$1,546$				9.	$\frac{h}{48}D_1$	$-0,001$
						10.	v	$+10,163$

3. Наћи деклинацију Сунца у тренутку $m_c = 19^h 43^m 10^s,0$ грађанског времена у Москви 19 јула 1941 г..

Полазимо од поноћи 20 јула.

1.	m_c	$19^h 43^m 10^s,0$	6.	δ_0	$+20^{\circ} 57' 58'',7$	7.	v_{-1}	$-26'',67$
2.	λ	$-2 30 39,6$	12.	hv	$+3 06,2$	8.	v_0	$-27,55$
3.	T_0	$17^h 12^m 30^s,4$	13.	δ_{\odot}	$+21^{\circ} 01' 04'',9$	9.	D_{-1}	$-0'',88$
4.	$T_0 - 24^h$	$-6 47 29,6$				10.	$\frac{h}{48}D_{-1}$	$+0,12$
5.	h	$-6,79$				11.	v	$-27,43$

4. Наћи деклинацију Сунца у тренутку $m_c = 8^h 55^m 33^s,7$ грађанског времена у Ташкенту 1 новембра 1948 г..

$$\lambda = -4^h 37^m 10^s,8.$$

1.	m_c	$8^h 55^m 33^s,7$	5.	δ_0	$-14^{\circ} 14' 09'',2$	6.	v_0	$-48'',42$
2.	λ	$-4 37 10,8$	11.	hv	$-3 28,5$	7.	v_1	$-47'',84$
3.	T_0	$4^h 18^m 22^s,9$	12.	δ_{\odot}	$-14^{\circ} 17' 37'',7$	8.	D_1	$+0'',58$
4.	h	$4,31$				9.	$\frac{h}{48}D_1$	$+0'',05$
						10.	v	$-48'',37$

39. **Временско изједначење у праву гринвичку поноћ.** — У Астрономском годишњаку од 1943 године давано је временско изједначење у средњу гринвичку поноћ; понекад је према природи посла потребно знати временско изједначење у *праву* гринвичку поноћ.

Оно се може добити применом општег обрасца за интерполовање. Обележимо ово временско изједначење са η'_0 . По смислу временског изједначења та је величина $\eta = T_\odot - M$. У средњу гринвичку поноћ $M = 12^h$, па је $\eta_0 = T_\odot - 12^h$; у праву поноћ ћемо имати: $\eta'_0 = 12^h - M_0$. Како је уопште $M = T_0 + 12^h$, то је $\eta'_0 = 12^h - T_0 - 12^h$ или $T_0 = -\eta'_0$. У првој апроксимацији сматраћемо $T_0 = -\eta_0$; да бисмо нашли временско изједначење у праву поноћ, значи да га треба израчунати за тренутак грађанског времена једнак временском изједначењу узетом са супротним знаком. Како временско изједначење достиже само неколико минута, то ћемо у обрасцу за интерполовање h изразити у минутама; даље ћемо место часовне промене узети промену у једној минути, стављајући да је она $\frac{v_0}{60}$; за η'_0 добићемо тада образац

$$\eta'_0 = \eta_0 + \frac{v_0}{60} (-\eta_0)^m. \quad (1)$$

Пример. Наћи временско изједначење у праву гринвичку поноћ 13 јула 1941 год..

1. η_0	-5 ^m 28 ^s ,90	2. v_0	-0 ^s ,308
5. $\frac{v_0}{60} (-\eta_0)^m$	- 0,03	3. $\frac{v_0}{60}$	-0,0051
6. η'_0	-5 ^m 28 ^s ,93	4. $(-\eta_0)^m$	+ 5 ^m ,48

40. **Звездано време у месну средњу поноћ и светско време у 0^h месног звезданог времена.** — У Астрономском годишњаку даје се за сваки датум звездано време у гринвичу у средњу поноћ (0^h светског времена). За један дан оно се промени за 3^m56^s,56.

Нека је у једну произвољну гринвичку поноћ звездано време S_0 ; после једног часа ова ће величина бити једнака:

$$S_0 + 1^h + \frac{3^m 56^s,56}{24} = S_0 + 1^h + \frac{24^h}{365,2422 \cdot 24} = S_0 + 1^h + 1^h \cdot \mu.$$

Али кроз један час *наступиће поноћ* у оном месту које лежи на 1^h западно од Гринвича по дужини, према томе ће звездано време у поноћ у томе месту бити тога дана

$$s_0 = S_0 + 1^h \cdot \mu.$$

Два часа после гринвич е поноћи наступиће поноћ у месту које по дужини лежи 2^h западно од Гринвича и у њему ће звездано време тога тренута бити:

$$s_0 = S_0 + 2^h \cdot \mu.$$

Уопште, ако је дужина места западно од Гринвича λ , звездано време у месну средњу поноћ добијамо по обрасцу:

$$s_0 = S_0 + \lambda \mu.$$

И обрнуто, ако будемо интерполовали уназад за 1^h, 2^h итд., добијамо величине које ће претстављати звездано време у *поноћ* оних места која по дужини леже *источно* од Гринвича и где поноћ наступа пре него у Гринвичу за 1^h, 2^h итд., тј.

$$\begin{aligned} s_0 &= S_0 - 1^h \cdot \mu && \text{ако је дужина } 1^h \text{ источно од Гринвича,} \\ s_0 &= S_0 - 2^h \cdot \mu && \text{'' '' '' } 2^h \text{ '' '' ''} \\ s_0 &= S_0 - \lambda \cdot \mu && \text{'' '' '' } \lambda \text{ '' '' ''} \end{aligned}$$

На тај начин се добија образац за звездано време у месну средњу поноћ:

$$s_0 = S_0 \pm \lambda \mu; \quad (1)$$

знак *плус* узима се ако место лежи *западно* од Гринвича, знак *минус* ако оно лежи *источно* од Гринвича.

Код нас се западне дужине обележавају знаком +, а источне знаком — (в. параграф 10); стога место обрасца (1) добијамо јединствен образац

$$s_0 = S_0 + \lambda \mu \quad (2)$$

Од 1943 г. Астрономски годишњак даје светско време у 0^h гринвичког звезданог времена M_0 . Оно се за један дан промени за 3^m55^s,91 (92) = 24^h.v опадајући из дана у дан за ову величину.

Сличним расуђивањем као и горе лако се да закључити да се са познатом дужином места λ и датим светским временом M_0 светско време m_0 у 0^h месног звезданог времена израчунава по обрасцу

$$m_0 = M_0 - \lambda v. \quad (3)$$

Очевидно ће за источна места m_0 бити веће од M_0 , а за западна обрнуто.

Примери. 1. Наћи звездано време у поноћ у Казању 19 јуна 1941 г.. $\lambda = -3^h 16^m 29^s,03$ источно од Гринвича.

3 ^h	29 ^s ,569	$S_0 = 17^h 47^m 18^s,445$	
16 ^m	2,628	$\lambda \mu = -32,276$	
29 ^s ,03	0,079	$s_0 = 17^h 46^m 46^s,169$	
	<u> </u>		
	$\lambda \mu = 32^s,276$		

2. Наћи звездано време у поноћ у Вашингтону 23 јула 1941 г.. $\lambda = +5^h 08^m 15^s,78 W$.

5 ^h	49 ^s ,282	$S_0 = 20^h 01^m 21^s,370$	
8 ^m	1,314	$\lambda \mu = +50^s,649$	
15 ^s ,78	0,043	$s_0 = 20^h 02^m 12^s,019$	
	<u> </u>		
	$\lambda \mu = 50^s,649$		

3. Наћи светско време у 0^h московског звезданог времена 17 јула 1943 г.. $\lambda = -2^h 30^m 39^s,60$.

Из Астрономског годишњака за 1943 г. налазимо:

16 јула $M_0 = 4^h 27^m 25^s,83$
17 " 4 23 29,91
18 " 4 19 33,99

$$\begin{array}{r}
 2^h 26^m 30^s \quad \dots \quad 24^s \\
 4 \quad 09,6 \quad \dots \quad 0,68 \\
 \hline
 \lambda v = 24^s,68
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 M_0 = 4^h 23^m 29^s,91 \\
 \lambda v = \quad +24,68 \\
 \hline
 m_0 = 4^h 23^m 54^s,59
 \end{array}$$

41. Претварање времена. — Ако је у датом месту познато, рецимо, ма у ком тренутку звездано време па треба наћи за тај исти тренутак грађанско време, онда се налазимо пред задатком претварања звезданог времена у грађанско. Према томе под претварањем времена подразумевамо задатак, када је за једно место дато време једне врсте да се израчуна за то исто место и у том истом тренутку време друге врсте.

Пређимо случајеве који се срећу у пракси.

Први задатак. За дато место познато је грађанско време m_c ; треба наћи средње време m . Како се грађанско време рачуна од средње поноћи, а средње време од подна, због чега је у првој половини грађанског дана средњег времена за 12^h више од грађанског, то се може написати

$$m = m_c + 12^h. \quad (1)$$

У другој половини дана грађанског времена биће за 12^h више од средњег, због чега је

$$m = m_c - 12^h.$$

Десној страни последње једначине можемо додати 24^h и тада добијемо општи образац (1) који важи за оба случаја. Ако је збир $m_c + 12^h$ већи од 24^h , од резултата се одузме 24^h .

Други задатак. За дато место познато је средње време m ; треба наћи грађанско време m_c .

Из сличних расуђивања као у првом задатку и обрасца (1) добијемо образац

$$m_c = m - 12^h. \quad (2)$$

Ако је $m < 12^h$, на m се дода 24^h и затим се примени образац (2).

Лако је увидети да практично при решавању првог задатка, кад је $m_c < 12^h$ треба примењивати образац $m = m_c + 12^h$, а кад је $m_c > 12^h$ — образац $m = m_c - 12^h$.

Исто тако и при решавању другог задатка, ако је $m < 12^h$, онда је $m_c = m + 12^h$, а ако је $m > 12^h$, $m_c = m - 12^h$.

Трећи задатак. За дато место познато је зонско време T_i или указно T_{i+1} , треба наћи месно грађанско време m_c које му одговара. У том случају за претварање времена треба знати дужину места λ . Задатак се решава овако: ако од датог времена одузмемо број часова који одговара редном броју зоне, добићемо светско време T_0 ; ако затим од светског времена одузмемо лонгитуду λ , водећи рачуна о њеном знаку, добићемо месно време m_c , веће за источна места а мање за западна (в. параграф 32). Добијају се ови обрасци:

$$m_c = T_i - i^h - \lambda, \quad (3)$$

$$m_c = T_{i+1} - (i+1)^h - \lambda. \quad (4)$$

Обрасци се (3) и (4) могу написати у другом облику:

$$m_c = T_i - (i^h + \lambda), \quad (5)$$

$$m_c = T_{i+1} - (i^h + 1^h + \lambda). \quad (6)$$

Дужина Москве једнака је — $2^h 30^m,7$; према томе овде за прелаз са зонског на грађанско време треба првоме додати $30^m,7$, а за прелаз са указаног на грађанско одузмати од првог $29^m,3$.

Четврти задатак. За дато место познато је грађанско време m_c ; треба наћи зонско или указно време које му одговара. На основи изложеног у трећем задатку и образаца (5) и (6) за решење четвртог задатка добијају се обрасци:

$$T_i = m_c + (i^h + \lambda), \quad (7)$$

$$T_{i+1} = m_c + (i^h + 1^h + \lambda). \quad (8)$$

Да се за Москву израчуна зонско време из грађанског треба од последњег одузети $30^m,7$, а да би се израчунало указно време, треба на грађанско додати $29^m,3$.

Пети задатак. Нека је за дато место, чија је дужина од Гринвича λ , познато грађанско време m_c , треба наћи звездано време s које му одговара.

Сетимо се да се грађанско време рачуна од средње поноћи, а звездано од тренутка горње кулминације тачке пролећне равнодневице. За сваки датум ми можемо наћи, користећи се Астрономским годишњаком, звездано време у месну средњу поноћ s_0 , и на тај начин знати временски размак између тренутка кулминације Υ тачке и средње поноћи, другим речима можемо знати колико већ има звезданог времена у поноћ тога датума. Остаје да се тој величини s_0 дода временски размак од поноћи до датог тренутка, тј. величина m_c изражена у јединицама звезданог времена и претварање ће бити извршено.

Према параграфу 40 имамо:

$$s_0 = S_0 + \lambda \mu,$$

даље, по обрасцу (2) параграфа 34 је

$$i_s = i_m + i_m \mu.$$

Како је у датом случају i_m баш размак m_c , то можемо написати

$$(m_c)^s = m_c + m_c \mu.$$

Ако томе додамо s_0 добићемо крајњи образац за претварање грађанског времена у звездано:

$$s = s_0 + m_c + m_c \mu. \quad (9)$$

Задатак се може решити и на други начин; имајући у годишњаку (почев од 1943 г.) грађанско време у 0^h звезданог времена, одузећемо ту величину од датог тренутка m_c и добивену разлику $m_c - m_0$ изразити у јединицама звезданог времена. То ће бити тражено звездано време. За претварање овим начином обрасци изгледају:

$$m_0 = M_0 - \lambda v,$$

$$s = (m_c - m_0) + (m_c - m_0) \mu. \quad (10)$$

Ако је за уочено место дато средње, зонско или указно време, па треба наћи звездано, пре свега се нађе месно грађанско време, а затим се из њега добије звездано време.

Шести задатак. Нека је за место, чија је дужина од Гринвича λ , дато звездано време s , треба наћи грађанско време m_c које му одговара. Као и у претходном задатку, пре свега се израчуна звездано време у месну средњу поноћ s_0 .

Ако га одузмемо од датог времена s , добијамо временски размак $s - s_0$, рачунат од поноћи али изражен у јединицама звезданог времена. Остаје да се овај размак изрази у јединицама средњег времена применом обрасца (3) параграфа 34. Из њега излази

$$(s - s_0)_m = s - s_0 - v(s - s_0).$$

$(s - s_0)_m$ је баш тражено m_c , па се према томе задатак решава помоћу два обрасца:

$$\begin{aligned} s_0 &= S_0 + \lambda \mu, \\ m_c &= s - s_0 - v(s - s_0). \end{aligned} \quad (11)$$

На други се начин задатак може решити овако: израчунамо величину m_0 и додамо јој дато звездано време, изражено у јединицама средњег времена; резултат ће бити тражено грађанско време. Обрасци за прелаз су

$$\begin{aligned} m_0 &= M_0 - \lambda v, \\ m_c &= m_0 + s - sv. \end{aligned} \quad (12)$$

Ако је збир на десној страни обрасца (11) близу 24^h , од њега се одузме $23^h 56^m 04^s,09$.

Ако треба да се пређе са звезданог времена на средње, зонско или указно, најпре се израчуна грађанско време, па се из њега нађе тражено време.

Седми задатак. За дато место, чија је дужина од Гринвича λ , познато је грађанско време m_c , треба наћи право време t_0 . Како је

$$t_0 - m = \eta,$$

где је η временско изједначење, израчунато из датог m_c , а с друге стране

$$m = m_c + 12^h,$$

то имамо

$$t_0 - m_c - 12^h = \eta,$$

одакле добијамо крајњи образац:

$$t_0 = m_c + 12^h + \eta. \quad (13)$$

Временско изједначење наћи ћемо по обрасцу (1) параграфа 38, наиме:

$$\begin{aligned} T_0 &= m_c + \lambda; \\ \text{ако је } T_0 < 12^h, \text{ онда је } h &= (T_0)^h, \\ \text{ако је } T_0 > 12^h \text{ онда је } h &= (T_0 - 24^h)^h, \\ \eta &= \eta_0 + hv, \quad v = v_0 + \frac{h}{48} D_{\pm 1} \quad \text{и} \quad \begin{cases} D_1 = v_1 - v_0, \\ D_{-1} = v_0 - v_{-1}. \end{cases} \end{aligned}$$

Из годишњака после 1943 г. непосредно се добија величина $12^h + \eta$ по обрасцу

$$12^h + \eta = T_0 + hv,$$

где се h и v израчунавају као што је горе показано. Образац (13) добија облик

$$t_0 = m_c + T_0 + hv. \quad (14)$$

Ако треба са датог средњег, зонског или указног времена прећи на право, прво се нађе грађанско време, а затим се израчуна право време.

Осми задатак. За дато место, чија је дужина од Гринвича λ , познато је право време t_0 , треба наћи грађанско време m_c . Имамо

$$t_0 - m = \eta',$$

где је η' временско изједначење, израчунато из датог t_0 ; с друге стране је

$$m = m_c + 12^h,$$

према томе је

$$t_0 - m_c - 12^h = \eta'.$$

Крајњи образац биће:

$$m_c = t_0 - 12^h - \eta'. \quad (15)$$

Да се израчуна η' треба прво наћи временско изједначење у праву поноћ по обрасцу (1) параграфа 39, а затим израчунати η' . Ако је из једначине

$$T_0 = t_0 + \lambda$$

добијено $T_0 < 12^h$, онда се η'_0 израчунава за поноћ која следи за датим тренутком:

$$\eta'_0 = \eta_0 + \frac{v_0}{60} (-\eta_0)^m;$$

даље се нађе

$$h = T_0 - 12^h; \quad v = v_0 + \frac{h}{48} D_{-1},$$

где је $D_{-1} = v_0 - v_{-1}$; часовне промене за праву поноћ узимају се исте као за средњу; напослетку се добија

$$\eta' = \eta'_0 + hv.$$

Ако је $T_0 > 12^h$, онда се η'_0 израчунава за поноћ која претходи датом тренутку и даље налази

$$h = T_0 - 12^h, \quad v = v_0 + \frac{h}{48} D_1, \quad D_1 = v_1 - v_0,$$

$$\eta' = \eta'_0 + hv.$$

Израчунавање временског изједначења за дати тренутак правог времена може се извршити и без његова израчунавања у праву поноћ;

у том циљу нађе се прво h као размак од средње поноћи. С грешком која нема практична значаја добијамо

$$h = (t_{\odot} + \lambda - \eta_0 - 12^h)^h, \quad (a)$$

где је η , временско изједначење у средњу поноћ. Даље налазимо интерполовањем унапред или уназад,

$$\eta = \eta_0 + h\nu$$

и за претварање времена добијамо образац

$$m_c = t_{\odot} - 12^h - \eta. \quad (16)$$

Ако се користимо годишњацима, почев од 1943 г., израчунаваћемо грађанско време по образцу (16) из кога се добија

$$m_c = t_{\odot} - (12^h + \eta) = t_{\odot} - T^{\circ}_{\odot} - h\nu. \quad (17)$$

Величину h треба израчунавати по образцу (a), који се претвара у

$$h = t_{\odot} + \lambda - T^{\circ}_{\odot}.$$

Ако треба са датог правог времена прећи на средње, зонско или указно, прво се израчуна грађанско време, а затим се изврши тражени прелаз.

Ниже је дато неколико примера решених с годишњацима за 1941 и 1943 годину. Подаци за 1941 г. дати су на стр. 117, а подаци за 1943 г. дати су ниже у изводу.

Датум	Часовни угао Сунца за меридијан Гринвича	Часовна промена	Право звездано време	Светско време у 0 ^h гринвичког звезданог времена
Јул 16	11 ^h 54 ^m 12 ^s ,55	0 ^s ,256	19 ^h 31 ^m 50 ^s ,239	4 ^h 27 ^m 25 ^s ,83
17	11 54 06,66	0,235	19 35 46,802	4 23 29,91
18	11 54 01,28	0,213	19 39 43,364	4 19 33,99

Примери. Наћи звездано време у 20^h30^m46^s,80 грађанског московског времена 17 јула 1943 г.. $\lambda = -2^h30^m39^s,60$.

Израчунавање по образцу (9).

2. 2 ^h 26 ^m 06 ^s . . . 0 ^m 24 ^s	1. $S_0 = 19^h35^m46^s,80$
3. 4 33,60 . . . 0,75	5. $\lambda_{\mu} = -24,75$
4. $\lambda_{\mu} = 0^m24^s,75$	6. $s_0 = 19^h35^m22^s,05$
8. 20 ^h 29 ^m 39 ^s . . . 3 ^m 22 ^s	7. $m_c = 20 30 46,80$
9. 1 07,8 . . . 0,19	11. $m_{c\mu} = +3 22,19$
10. $m_{c\mu} = 3^m21^s,19$	12. $s = 16^h09^m31^s,04$ 17 јула.

Израчунавање по образцу (10).

$$\begin{aligned} m_c &= 20^h30^m46^s,80 \\ m_0 &= 4 23 54,59 \quad (\text{в. параграф 40, пример 3}) \\ m_c - m_0 &= 16 06 52,21 \\ (m_c - m_0)\mu &+ 2 38,83 \end{aligned}$$

$$s = 16^h09^m31^s,04 \quad 17 \text{ јула.}$$

2. Наћи звездано време у Ташкенту 18 јуна 1941 г. у 7^h40^m33^s,5 зонског времена. Ташкент лежи у петој зони.

1. i^h	5 ^h	7. 4 ^h 33 ^m 56 ^s . . . 0 ^m 45 ^s
2. λ	- 4 37 ^m 10 ^s ,8	8. 3 14,8 . . . 0,53
3. $i^h + \lambda$	0 ^h 22 ^m 49 ^s ,2	9. $\lambda_{\mu} = 0^m45^s,53$
4. T_i	7 40 33,5	13. 7 ^h 18 ^m 17 ^s . . . 1 ^m 12 ^s
5. m_c	7 ^h 17 ^m 44 ^s ,3	14. 32,7 . . . 0,09
		15. $m_{c\mu} = 1^m11^s,91$

$$6. S_0 \quad 17^h43^m21^s,89$$

$$10. \lambda_{\mu} \quad - 45,53$$

$$11. s_0 \quad 17^h42^m36^s,36$$

$$12. m_c \quad 7 17 44,3$$

$$16. m_{c\mu} \quad + 1 11,91$$

$$17. s \quad 1^h01^m32^s, 6 \text{ 18 јуна.}$$

3. Наћи које ће звезде кулминovati (горња кулминација) у Казању 30 јуна 1941 г. око 10 часова увече (указног времена, израчунати приближно). Казањ се налази у трећој зони. $\lambda = -3^h16^m,5$.

Како се у горњој кулминацији налазе звезде у тренутку звезданог времена који је једнак њиховој ректасцензији, то ако нађемо звездано време у тренутку $T_{i+1} = 22^h$, изабраћемо из годишњака звезде с толиком ректасцензијом и питање ће бити решено.

$$\begin{aligned} (i+1)^h &= 4^h & s_0 &= 18^h28^m & \text{Кулминую} \\ \lambda &= -3 16^m,5 & m_c &= 21 16,5 & \mu \text{ Serpentis, } \alpha = 15^h46^m,5; \\ (i+1)^h + \lambda &= 043,5 & m_{c\mu} &= 3,5 & \epsilon \text{ Serpentis, } \alpha = 15^h47^m,9. \\ T_{i+1} &= 22 & s &= 15^h48^m \end{aligned}$$

$$m_c = 21^h16^m,5$$

4. Наћи грађанско време у 16^h09^m31^s,04 московског звезданог времена 17 јула 1943 г..

Израчунавање по образцу (11):

2. 2 ^h 26 ^m 06 ^s . . . 24 ^s	1. S_0	19 ^h 35 ^m 46 ^s ,80
3. 4 33,60 . . . 0,75	5. λ_{μ}	- 24,75
4. $\lambda_{\mu} = 24^s,75$	6. s_0	19 ^h 35 ^m 22 ^s ,05
9. 20 ^h 33 ^m 01 ^s . . . 3 ^m 22 ^s	7. s	16 09 31,04
10. 1 07,99 . . . 1,18	8. $s - s_0$	20 ^h 34 ^m 08 ^s ,99
11. $v(s - s_0) = 3^m22^s,18$	11. $v(s - s_0)$	- 3 22,18
	12. m_c	20 ^h 30 ^m 46 ^s ,81 17 јула.

Израчунавање по обрасцу (12):

m_0	$4^h 23^m 54^s, 59$
s	$16\ 09\ 31, 04$
sv	$-2\ 38, 83$
m_c	$20^h 30^m 46^s, 80$ 17 јула (в. зад. 1).

5. Наћи зонско време у $4^h 22^m 14^s, 66$ вашингтонског звезданог времена 5 децембра 1941 г..

$$\lambda = + 5^h 08^m 15^s, 78.$$

Вашингтон се налази у 19 зони.

1. $5^h 10^m 27^s$	$0^m 51^s$	4. S_0	$4^h 53^m 36^s, 09$
2. $2\ 11, 22$	$0, 36$	5. $\lambda\mu$	$+ 0\ 50, 64$
3. $\lambda\mu = 0^m 50^s, 64$		6. s_0	$4^h 54^m 26^s, 73$
9. $23^h 30^m 02^h$	$3^m 51^s$	7. s	$4\ 22\ 14, 66$
10. $2\ 14, 07$	$0, 37$	8. $s - s_0$	$23^h 27^m 47^s, 93$
11. $v(s - s_0) = 3^m 50^s, 63$		12. $v(s - s_0)$	$3\ 50, 63$
		13. m_c	$23^h 23^m 57^s, 30$

14. i^h	19^h
15. λ	$5^h 08^m 15^s, 78$
16. $i^h + \lambda$	$0^h 08^m 15^s, 78$
17. m_c	$23\ 23\ 57, 30$
18. T_{19}	$23^h 32^m 13^s, 08$ 5 децембра.

6. Наћи у указном времену тренутак када се 25 јуна 1941 г. Северњача налазила у источној елонгацији у Лењинграду. Израчунати приближно.

$$\lambda = - 2^h 01^m, 3; \quad (i + 1)^h = 3^h, \quad \varphi = 59^\circ 56'.$$

Из таблица висина и азимута Северњаче налазимо да на ширини од 60° источна елонгација наступа између $19^h 36^m$ и $19^h 56^m$ звезданог времена; рачунаћемо да се она догађа у $s = 19^h 46^m$.

s	$19^h 46^m$	$(i + 1)^h$	3^h	m_c	$1^h 38^m$
s_0	$18\ 08$	λ	$2^h 01^m, 3$	$(i + 1)^h + \lambda$	59
$m_c = s - s_0$	$1^h 38^m$	$(i + 1)^h + \lambda$	$0^h 58^m, 7$	T_{i+1}	$2^h 37^m$ 25 јуна.

7. Дата су два тренутка у звезданом времену:

$$s_1 = 6^h 28^m 15^s \quad \text{и} \quad s_2 = 19^h 36^m 41^s.$$

Одредити који је од тих тренутака у току 11 јула 1941 г. наступио раније и за колико.

Како је звездано време у средњу поноћ 11 јула једнако $19^h 14^m$, то ће се звездани тренуци у току тога дана низати овим редом:

$19^h 14^m$,	$19^h 36^m 41^s$,	$20^h, 21^h, 22^h, 23^h, 0^h, 1^h, \dots 5^h, 6^h,$	$6^h 28^m 15^s,$
у почетку 11 јула	s_2		s_1

$7^h, \dots 17^h, 18^h, 19^h, 19^h 18^m.$

крајем
11 јула
или по-
четком
12 јула

Одатле се види да је тренутак s_2 наступио пре тренутка s_1 за $30^h 28^m 15^s - 19^h 36^m 41^s = 10^h 51^m 34^s$.

8. Наћи право време у $13^h 15^m 28^s, 5$ московског грађанског времена 13 јуна 1941 г..

1. m_c	$13^h 15^m 28^s, 5$	5. η_0	$+ 0^m 17^s, 64$	6. v_0	$- 0^s, 512$
2. λ	$- 2\ 30\ 39, 6$	11. hv	$- 5, 52$	7. v_1	$- 0, 520$
3. T_0	$10^h 44^m 48^s, 9$	12. η	$+ 0^m 12^s, 12$	8. D_1	$- 0, 008$
4. h	$10, 747$	13. $m_c + 12^h$	$1^h 15\ 28, 5$	9. $\frac{h}{48} D_1$	$- 0, 002$
		14. t_\odot	$1^h 15^m 40^s, 6$	10. v	$- 0, 514$

9. Наћи право време у $9^h 33^m 27^s, 55$ московског грађанског времена 17 јула 1943 г..

1. m_c	$9^h 33^m 27^s, 55$	2. m_c	$9^h 33^m 27^s, 55$	7. v_0	$- 0^s, 235$
3. λ	$- 2\ 30\ 39, 60$	6. T_0^\odot	$11\ 54\ 06, 66$	8. v_1	$- 0, 213$
4. T_0	$7^h 02^m 47^s, 95$	12. hv	$- 1, 63$	9. D_1	$+ 0, 022$
5. h	$7^h, 047$	13. t_\odot	$21^h 27^m 32^s, 58$	10. $\frac{h}{48} D_1$	$+ 0, 003$
				11. v	$- 0^s, 232$

10. Наћи грађанско време у $6^h 43^m 38^s, 7$ московског правог времена 16 јула 1941 г..

1. t_\odot	$6^h 43^m 38^s, 7$
2. λ	$- 2\ 30\ 39, 6$
3. $t_\odot + \lambda$	$4^h 12^m 59^s, 1$
7. $-\eta_0$	$+ 5\ 54, 7$
8. $t_\odot + \lambda - \eta_0 - 12^h$	$- 7^h 41^m 06^s, 2$
9. h	$- 7, 686$

4. η_0	$- 5^m 54^s, 73$ (17. VII)	6. v_{-1}	$- 0^s, 249$
13. hv	$+ 1, 78$	5. v_0	$- 0, 229$
14. η	$- 5^m 52^s, 95$	10. D_{-1}	$+ 0^s, 020$
15. $t_\odot + 12^h$	$18^h 43\ 38, 7$	11. $\frac{h}{48} D_{-1}$	$- 0, 003$
16. m_c	$18^h 49^m 31^s, 6$	12. v	$- 0, 232$

11. Наћи грађанско време у $21^h 27^m 32^s,58$ московског правог времена 17 јула 1943 г..

1. t_{\odot}	$21^h 27^m 32^s,58$	2. t_{\odot}	$21^h 27^m 32^s,58$	6. v_0	$-0^s,235$
3. λ	$-2\ 30\ 39,60$	5. $-T^{\circ}_{\odot}$	$-11\ 54\ 06,66$	7. v_1	$-0,213$
4. T°_{\odot}	$11\ 54\ 06,66$	13. $-hv$	$+1,63$	10. D_1	$+0,022$
8. h	$7^h 02^m 46^s,32$	14. m_c	$9^h 33^m 27^s,55$	11. $\frac{h}{48} D_1$	$+0,003$
9. h	$7,046$		(в. зад. 9).	12. v	$-0^s,232$

12. За одређивање ширине из посматрања Сунца посматрање треба почињати 15^m пре правог подна. У које указно време треба отпочети то посматрање у Уралску 8 октобра 1941 г..

$$\lambda = -3^h 25^m, \quad (i+1)^h = 4^h.$$

Израчунати са тачношћу до минуте.

$$n_0 = t_{\odot} - m = +12^m; \text{ при } t_{\odot} = 0, \quad m = -12^m \text{ или } 23^h 48^m.$$

$(i+1)^h$	4^h	m_c	$11^h 48^m$
λ	$-3\ 25^m$	$(i+1)^h + \lambda$	35
$(i+1)^h + \lambda$	$0^h 35^m$	T_{i+1}	$12^h 23^m$

ГЛАВА ШЕСТА

РЕФРАКЦИЈА

42. **Теорија астрономске рефракције.** — Кад Земља не би била окружена атмосфером, већ кад би сав простор између Земље и небеских тела био испуњен хомогеном средином, светлосни би се зрак кретао од небеског тела по правој линији и небеска бисмо тела видели у правцу таквих зракова. Али је Земља окружена слојем атмосфере, која се завршава на висини од неколико стотина километара изнад Земљине површине. Зато се зрак који долази од небеског тела, кад из безваздушног међузвезданог простора ступи у нашу атмосферу, ломи и долази до посматрачевог ока из правца који се разликује од првобитног. Небеско тело се види на другом месту небеске сфере. Угао између правог правца зрака и онога дуж кога се небеско тело види назива се *права астрономска рефракција*.

Како у неким случајевима тај угао, као што ћемо даље видети, прелази $30'$, тј. величину угловног пречника Сунца или Месеца, то је појава астрономске рефракције била позната већ грчким астрономима у I веку наше ере. У XVI в., тј. још пре проналаска телескопа, дански је астроном Тихо Брахе саставио искључиво на основи посматрања, без икакве теорије, таблицу рефракције, којом се је било могуће користити при посматрањима. Притом је он нетачно сматрао да рефракција зависи од даљине небеског тела и да је на зенитним отстојањима мањим од 45° она једнака нули. Обе ове грешке исправио је Кеплер почетком XVII века и дао је не само знатно савршеније таблице за рефракцију, но и прву њену теорију. Али Кеплер још није познавао тачан облик закона преламања светлости.

Тек после открића овог закона и проналаска инфинитезималног рачуна постале су могуће строго научне теорије рефракције. Прву такву теорију дао је Њутн крајем XVII в., за чију је основу узео претпоставку да је густина атмосфере на читавом путу зрака стална. Иако је ова претпоставка веома далеко од истине, ипак је дала тачније бројне резултате него претходне таблице. О каснијим теоријама рефракције биће говора даље.

И најтачније теорије рефракције занемарују Земљину спљоштеност и узимају да је она лопта. За атмосферу на почетку претпостављају да се састоји из *коначног* броја лоптиних слојева, концентричних са Земљом. У свакоме слоју сматра се да је густина ваздуха једнака; а да је у разним слојевима различита. На тај начин се узима да се густина ваздуха, која се уствари мења непрекидно, мења само при пролазу зрака из слоја у слој и претпоставља се да од Земљине површине до горње

границе атмосфере густина *пада* по некоме закону. На Земљиној површини густина се ваздуха може одредити мерењима, а на граници атмосфере она је једнака нули. Кроз сваки слој зрак иде по правој линији и мења правац само на граници између два слоја. За путању зрака кроз атмосферу добија се на тај начин *изломљена* линија. Кад се на тај начин добије полазни образац за рефракцију, прелази се на границу, тј. претпостави се да је атмосфера састављена из *бесконечног* броја бескрајно танких слојева. Под том претпоставком промена густине атмосфере дуж путање зрака постаје непрекидна, а сама путања прелази у *криву* линију.

Закони преламања на којима се заснива теорија рефракције јесу:

1. Кад светлосни зрак прелази из оптички ређе у гушћу средину ломн се ка нормали повученој у упадној тачки зрака на површину која раздваја две средине.

2. Упадни и преломљени зрак леже увек у једној равни с нормалом у упадној тачки.

3. Однос синуса упадног и преломног угла стална је величина за сваке две средине.

4. Кад светлост прелази из празног простора у средину која има извесну гуштину, однос синуса упадног и преломног угла назива се *апсолутни индекс преламања* дате средине. При прелазу светлосног зрака из средине једне густине у средину

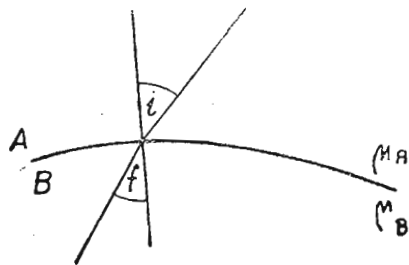
друге густине однос синуса упадног и преломног угла назива се *релативни индекс преламања* за те две средине.

5. Ако светлосни зрак прелази из средине *A* у средину *B* (сл. 51), чији су апсолутни индекси преламања μ_A и μ_B , релативни индекс преламања за те две средине биће:

$$\frac{\sin i}{\sin f} = \frac{\mu_B}{\mu_A}$$

Замислимо сад (сл. 52) да се Земљина атмосфера састоји из коначног броја слојева разне густине, на пример из три слоја. Светлосни зрак који долази од небеског тела σ и креће се кроз празан простор по правој линији, улази у атмосферу у тачки *N* под углом i_3 према нормали, а после преламања образује с нормалом угао f_3 . Словом *i* са индексима обележаваћемо узастопне упадне углове, а словом *f* са индексима узастопне преломне углове. Последњи упадни угао биће *привидно* или *инструментско* зенитно отстојање z' .

Путања светлосног зрака биће изломљена линија, а правац $M\sigma'$ у коме се види небеско тело на његовом привидном положају σ' поклапа се с последњим елементом те изломљене линије, који се налази у слоју што налаже непосредно на Земљину површину. Праву астрономску рефракцију добићемо ако почетни правац зрака σN продужимо до пресека у тачки *K* са правом $M\sigma'$.



Сл. 51.

Она ће бити једнака углу $\sigma'K\sigma$. Тај се исти угао може добити у тачки *M*, ако из ње повучемо праву паралелну са $N\sigma$ такође до небеског тела σ , које се може сматрати бесконачно удаљеним. Очеvidно је право зенитно отстојање

$$z = ZM\sigma = ZM\sigma' + \sigma M\sigma'$$

или

$$z = z' + \rho. \quad (1)$$

Повуцимо кроз тачку *K* праве паралелне правцима зрака у трећем и другом слоју. Тада ће се угао $\sigma'K\sigma$ поделити на три дела од којих ће сваки претстављати *делимичну рефракцију* само у једном слоју. Те ћемо делимичне рефракције обележити са $\Delta\rho$ са индексима; права астрономска рефракција биће:

$$\rho = \Delta\rho_1 + \Delta\rho_2 + \Delta\rho_3.$$

Да нисмо разделили атмосферу на три, него на *m* слојева, на исти начин бисмо дошли до закључка да је

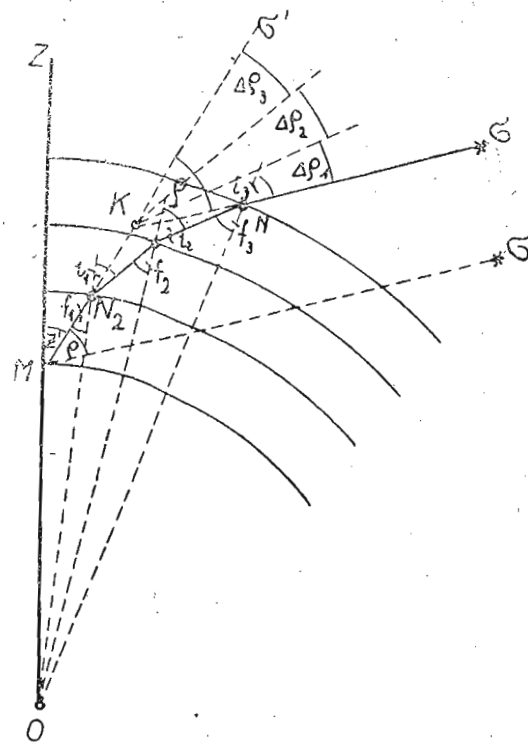
$$\rho = \Delta\rho_1 + \Delta\rho_2 + \dots + \Delta\rho_m.$$

Ако пустимо да $m \rightarrow \infty$ и пређемо на границу, тј. претпоставимо да је број слојева бесконачно велики, очевидно ће сваки слој бити бескрајно танак, делимична рефракција у сваком слоју биће бесконачно мала, и права астрономска рефракција биће збир бескрајно малих елементарних рефракција, тј. изражаваће се неким одређеним интегралом; у том случају путања светлосног зрака биће *равна крива линија* окренута испупченом страном вертикали. Небеско тело ће се видети *дуж тангенте* на последњи елемент ове криве. Извођење обрасца за рефракцију ићи ће овим редом: изразићемо бесконачно малу рефракцију једног слоја у функцији његовог индекса преламања, тј. добити:

$$d\rho = f(\mu) d\mu,$$

и тада ће бити

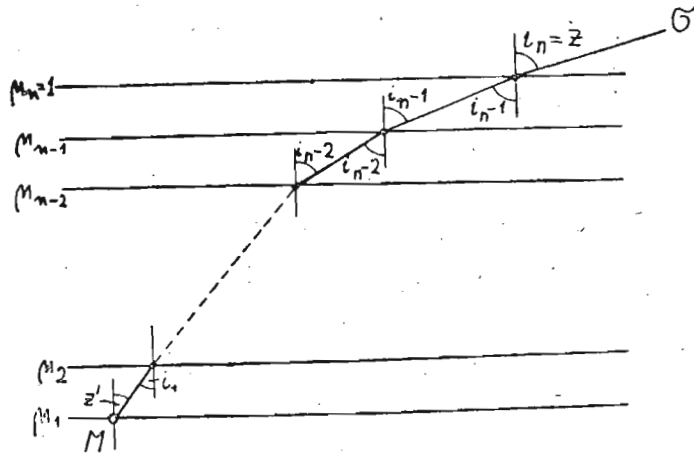
$$\rho = \int_i^{\mu_1} f(\mu) d\mu.$$



Сл. 52.

Границе интеграла биће μ_1 — индекс преламања слоја који непосредно лежи на Земљи и јединица — индекс преламања слоја који се налази на граници Земљине атмосфере.

43. **Извођење приближног обрасца за рефракцију.** — У неким случајевима можемо се задовољити приближним обрасцем за рефракцију, који се изводи врло лако, под претпоставком да је Земљина површина равна. Тада ће се атмосфера састојати из низа планпаралелних слојева с индексима преламања (почев оздо): $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n$, при чему је



Сл. 53.

$\mu_n = 1$, што одговара празном простору (сл 53). Очевидно је право зенитно отстојање тада

$$z = i_n,$$

а привидно зенитно отстојање

$$z' = i_1,$$

при чему је по обрасцу (1) параграфа 42

$$i_n = z' + \rho.$$

Напишимо основну пропорцију за све слојеве:

$$\frac{\sin i_n}{\sin i_{n-1}} = \frac{\mu_{n-1}}{1}$$

$$\frac{\sin i_{n-1}}{\sin i_{n-2}} = \frac{\mu_{n-2}}{\mu_{n-1}}$$

$$\dots$$

$$\frac{\sin i_2}{\sin i_1} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

Ако све ове једначине измножимо међу собом, добићемо после скраћивања:

$$\frac{\sin i_n}{\sin i_1} = \mu_1$$

или, према претходном,

$$\frac{\sin(z' + \rho)}{\sin z'} = \mu_1.$$

Овде је z' привидно зенитно отстојање небеског тела, а μ_1 индекс преламања атмосферског слоја који лежи непосредно на Земљиној површини, а који се може одредити из посматрања. Сви остали индекси преламања опадају и није потребно чинити никакве претпоставке о саставу атмосфере.

Како је ρ мали угао, последњи се образац може написати у простијем облику:

$$\frac{\sin z' \cos \rho + \cos z' \sin \rho}{\sin z'} = \mu_1.$$

Ставимо: $\cos \rho = 1$, $\sin \rho = \rho \sin 1''$, па ћемо добити:

$$1 + \rho \sin 1'' \operatorname{ctg} z' = \mu_1. \quad (a)$$

Индекс преламања, као што је из физике познато, изражава се обрасцем

$$\mu = \sqrt{1 + 2k\delta},$$

где је $k = 0,0002825$, а густина ваздуха узима се да је једнака јединици при нормалној температури од $+10^\circ \text{C}$ и нормалном притиску од 760 mm .

Ако усвојимо $\delta = 1$, добијамо нормални индекс преламања

$$\mu_1 = \sqrt{1 + 2k}.$$

Ако га развијемо по Њутновом биномном обрасцу и задовољимо се, зато што је k мало, са два члана, добићемо:

$$\mu_1 = 1 + k = 1 + 0,0002825.$$

Уврстимо ли μ_1 у (a), добићемо:

$$\rho \sin 1'' \operatorname{ctg} z' = k,$$

$$\rho = \frac{k}{\sin 1''} \operatorname{tg} z' = 0,0002825 \cdot 206265 \cdot \operatorname{tg} z'.$$

Ако извршимо назначено множење, за рефракцију у лучним секундама добијамо:

$$\rho = 58'',3 \operatorname{tg} z'. \quad (1)$$

Овај образац даје такозвану *средњу рефракцију*, тј. рефракцију за извесне вредности температуре и притиска ваздуха, које су усвојене за нормалне; те су вредности, као што је горе поменуто, једнаке:

$$\cdot t_0 = +10^\circ \text{C}, \quad b_0 = 760 \text{ mm}.$$

У данашње време за нормалне вредности чешће се узимају:

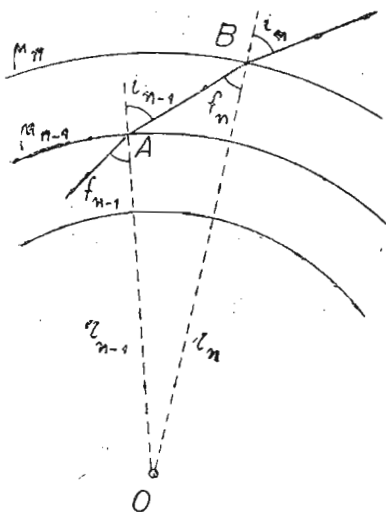
$$t_0 = 0^\circ \text{ C}, \quad b_0 = 760 \text{ mm};$$

у том случају последњи образац има облик:

$$\rho = 60'', 3 \text{ tg } z'. \quad (2)$$

Како је тангенс малог угла приближно сразмеран луку, а број секунада у коефицијенту рефракције близак броју степена у радијанту, то излази да у близини зенита, приближно до $z = 15^\circ$, рефракција износи исто онолико секунада колико зенитно отстојање степена. Почев од зенитног отстојања од око 50° овај образац даје отступање веће од $1''$, а са даљим спуштањем ка хоризонту постаје сасвим неподесан и за $z' = 90^\circ$ даје $\rho = \infty$, док на хоризонту рефракција уствари износи око $35''$.

44. **Извођење диференцијалне једначине за рефракцију и њено интеграљење.** — Докажимо најпре овај став потребан за извођење диференцијалне једначине за рефракцију: производ синуса упадног угла ма у коме слоју са његовим индексом преламања и висином r изнад Земљина средишта је стална величина, тј.



Сл. 54.

$$\sin i \cdot \mu \cdot r = \text{const.} \quad (1)$$

Претпоставимо да имамо два слоја (сл. 54) са индексима преламања μ_n и μ_{n-1} . По законима преламања можемо написати:

$$\frac{\sin i_n}{\sin f_n} = \frac{\mu_{n-1}}{\mu_n}$$

Осим тога из троугла ABO имамо:

$$\frac{\sin f_n}{\sin i_{n-1}} = \frac{r_{n-1}}{r_n}$$

Ако помножимо написане сразмере, добићемо:

$$\frac{\sin i_n}{\sin i_{n-1}} = \frac{\mu_{n-1} \cdot r_{n-1}}{\mu_n \cdot r_n}$$

одакле је

$$\sin i_n \cdot \mu_n \cdot r_n = \sin i_{n-1} \cdot \mu_{n-1} \cdot r_{n-1}$$

Како је производ поменуте три величине ма за која два суседна слоја сталан, он је према томе сталан и за све тачке атмосфере.

Важна једнакост (1) назива се *инваријантни однос* теорије рефракције.

Пређимо на извођење диференцијалне једначине за рефракцију. Делимична рефракција n -тог слоја је угао између праваца светлосних зракова у том и наредном слоју (сл. 54):

$$d\rho = i_n - f_n = di,$$

за ову величину di смањује се упадни угао при прелазу у наредни слој

у коме је индекс преламања већи за $d\mu$. По закону преламања добијамо (индекс n може се изоставити)

$$\frac{\sin i}{\sin(i-di)} = \frac{\mu + d\mu}{\mu}$$

Ако развијемо синус разлике узимајући да је $\sin di = di$, $\cos di = 1$, зато што је угао di мали, добићемо:

$$\sin i = (\sin i - \cos i \cdot di) \frac{\mu + d\mu}{\mu}$$

Отворимо заграду одбацујући бесконачно мале величине другог реда:

$$\sin i = \sin i - \cos i \cdot di + \sin i \frac{d\mu}{\mu}$$

Коначно је

$$di = d\rho = \frac{d\mu}{\mu} \text{tg } i. \quad (2)$$

То је и диференцијална једначина рефракције у најопштијем облику. Коначна вредност рефракције изражава се одређеним интегралом:

$$\rho = \int_{\mu=1}^{\mu_1} \frac{d\mu}{\mu} \text{tg } i,$$

где су $\mu = 1$ и μ_1 вредности индекса преламања на горњој граници атмосфере и на Земљиној површини. Индекс преламања μ је функција отстојања r_i од Земљина средишта. Упадни угао i лако се елиминише помоћу инваријантне везе (1). И доиста, једнакост

$$\sin i \cdot \mu \cdot r = \text{const.}$$

важи и за слој који непосредно лежи на Земљи.

Како овај слој рачунамо као први, његов ћемо полупречник обележити са r_1 ; он је очевидно једнак полупречнику у Земље. Индекс преламања тога слоја обележићемо са μ_1 . Угао i у том слоју биће једнак z' , тј. привидном зенитном отстојању небеског тела; отстојање слоја у коме посматрамо дејство рефракције од Земљиног средишта обележимо са r , па ћемо имати:

$$\sin i \cdot \mu \cdot r = \sin z' \cdot \mu_1 \cdot r_1,$$

одакле је

$$\sin i = \sin z' \frac{\mu_1 r_1}{\mu r};$$

како је

$$\text{tg } i = \frac{\sin i}{\sqrt{1 - \sin^2 i}}$$

то је

$$\operatorname{tgi} = \frac{\frac{\mu_1 r_1 \sin z'}{\mu r}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\mu_1 r_1 \sin z'}{\mu r}\right)^2}}$$

Диференцијална једначина рефракције биће:

$$d\rho = \frac{\frac{\mu_1 r_1 \sin z'}{\mu r}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\mu_1 r_1 \sin z'}{\mu r}\right)^2}} \frac{d\mu}{\mu}$$

и, према томе, израз за рефракцију биће:

$$\rho = \int_1^{\mu_1} \frac{\frac{\mu_1 r_1 \sin z'}{\mu r}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\mu_1 r_1 \sin z'}{\mu r}\right)^2}} \frac{d\mu}{\mu}$$

Под знаком интеграла налазе се две променљиве: отстојање слоја од Земљина средишта r и односни индекс преламања μ , очевидно у зависности једна од друге. μ је нека функција од r , па се према томе може и обрнуто r изразити као функција од μ (зенитно отстојање z' је параметар).

Тек кад нађемо зависност између r и μ можемо интегралити диференцијалну једначину рефракције.

Да би се дошло до те зависности у подробним теоријама рефракције расуђује се на овај начин.

Према горенаведеном физичком обрасцу индекс преламања μ зависи од густине слоја δ на овај начин:

$$\mu = \sqrt{1 + 2k\delta},$$

где је $k = \text{const.} = 0,0002825$. У том случају за интеграљење треба познавати везу између густине слоја и његове висине. Кад би температура ваздуха била свуда једнака, густина ваздушног слоја била би проста функција притиска; али је температура атмосфере различита у разним слојевима њеним и опада са повећањем висине над Земљином површином по закону који нам је непознат. У немогућности да одредимо аналитички закон промене температуре у атмосфери, па према томе и зависност између густине слоја и његове висине, принуђени смо да чинимо више или мање вероватне претпоставке, које се заснивају на подацима посматрања и свака од тих претпоставки доводи до односног обрасца за рефракцију. Бирајући у добивеном обрасцу бројне коефицијенте и упоређујући из њег израчуната преламања с посматрањима, ми проверавамо образац; ако се он не слаже с посматрањима, значи да није тачна претпоставка о вези између густине ваздуха и висине, која лежи у основи обрасца. По-

стоји читав низ образаца за рефракцију које су изводили разни научници у вези са испитивањима састава Земљине атмосфере; то су обрасци Касинија, Брадлеја, Лапласа, Њутна, Бесела, Ковалског, Гилдена и др..

Један од најпростијих образаца за рефракцију са аналитичког гледишта је Брадлејев образац заснован на овој претпоставци: $\frac{r_1}{r} = \left(\frac{\mu}{\mu_1}\right)^{m+1}$, где је m изврстан сталан коефицијент, који треба одредити из посматрања. Под том претпоставком је

$$\frac{\mu_1 r_1}{\mu r} = \frac{\mu_1}{\mu} \left(\frac{\mu}{\mu_1}\right)^{m+1} = \left(\frac{\mu}{\mu_1}\right)^m$$

и, према томе,

$$\rho = \int_1^{\mu_1} \frac{\left(\frac{\mu}{\mu_1}\right)^m \sin z'}{\sqrt{1 - \left[\left(\frac{\mu}{\mu_1}\right)^m \sin z'\right]^2}} \frac{d\mu}{\mu}$$

Уведимо нову променљиву сменом

$$\left(\frac{\mu}{\mu_1}\right)^m \sin z' = y;$$

границе интеграљења по променљивој y добићемо ако у овај израз ставимо место μ прво горњу границу μ_1 , а затим доњу границу једнаку јединици; горња и доња граница интеграљења по y биће:

$$\sin z' \quad \text{и} \quad \frac{\sin z'}{\mu_1^m};$$

осим тога логаритмовањем једнакости

$$y = \left(\frac{\mu}{\mu_1}\right)^m \sin z'$$

добијамо:

$$m \lg \mu - m \lg \mu_1 + \lg \sin z' = \lg y,$$

одакле је

$$m \frac{d\mu}{\mu} = \frac{dy}{y}$$

и према томе

$$\frac{d\mu}{\mu} = \frac{1}{m} \frac{dy}{y}.$$

Према томе је

$$\rho = \int \frac{\frac{\sin z'}{\mu_1^m} y}{\sqrt{1 - y^2}} \cdot \frac{1}{m} \frac{dy}{y} = \frac{1}{m} \int \frac{dy}{\sqrt{1 - y^2}} = \frac{\sin z'}{\mu_1^m}$$

$$= \frac{1}{m} \left[\text{arc sin } y \right] \frac{\sin z'}{\mu_1^m} = \frac{1}{m} \left[z' - \text{arc sin } \frac{\sin z'}{\mu_1^m} \right].$$

Одатле је:

$$m\rho = z' - \text{arc sin } \frac{\sin z'}{\mu_1^m}$$

или

$$\sin(z' - m\rho) = \frac{\sin z'}{\mu_1^m}.$$

Даље имамо:

$$\frac{\sin z'}{\sin(z' - m\rho)} = \frac{\mu_1^m}{1}.$$

Образујмо сразмеру:

$$\frac{\sin z' - \sin(z' - m\rho)}{\sin z' + \sin(z' - m\rho)} = \frac{\mu_1^m - 1}{\mu_1^m + 1},$$

коју можемо довести на облик

$$\frac{2 \sin \frac{m}{2} \rho \cos \left(z' - \frac{m}{2} \rho \right)}{2 \cos \frac{m}{2} \rho \sin \left(z' - \frac{m}{2} \rho \right)} = \frac{\mu_1^m - 1}{\mu_1^m + 1},$$

или

$$\frac{\text{tg } \frac{m}{2} \rho}{\text{tg} \left(z' - \frac{m}{2} \rho \right)} = \frac{\mu_1^m - 1}{\mu_1^m + 1},$$

одакле је

$$\text{tg } \frac{m}{2} \rho = \frac{\mu_1^m - 1}{\mu_1^m + 1} \text{tg} \left(z' - \frac{m}{2} \rho \right).$$

Имајући у виду да је ρ увек веома мали угао и да је $\frac{m}{2}$ приближно једнако 3, заменимо $\text{tg } \frac{m}{2} \rho$ првим чланом његова реда, па ћемо добити

$$\frac{m}{2} \rho \sin 1'' = \frac{\mu_1^m - 1}{\mu_1^m + 1} \text{tg} \left(z' - \frac{m}{2} \rho \right),$$

одакле је

$$\rho = \frac{2}{m \sin 1''} \frac{\mu_1^m - 1}{\mu_1^m + 1} \text{tg} \left(z' - \frac{m}{2} \rho \right).$$

Ако уведемо ознаке

$$\frac{2}{m \sin 1''} \frac{\mu_1^m - 1}{\mu_1^m + 1} = g$$

и

$$\frac{m}{2} = f,$$

добићемо Брадлејев образац за рефракцију у облику

$$\rho = g \text{tg} (z' - f\rho).$$

При средњим атмосферским условима које карактерише барометарски притисак од 760 mm и температура од + 10°C овај образац најбоље ће слаже с посматрањима при $g = 58'',4$ и $f = 2,93$, тј.

$$\rho = 58'',4 \text{tg} (z' - 2,93\rho). \quad (3)$$

Тада се образац слаже с посматрањима за зенитна отстојања од 0° до 80°; даље се појављује неслагање и на хоризонту разлика између рефракције израчунате по обрасцу и њене праве вредности достиже 3'. Ово показује да није тачна претпоставка о саставу атмосфере, која је усвојена при извођењу обрасца.

У једначини (3) тражена величина ρ улази и у десну страну под знак тангенса. Стога бисмо, у циљу њена израчунавања, морали применити или *развијање у бескрајан ред* (в. ниже) или *методу поступног приближавања*: како је други члан у загради увек мали у сравњењу са z' , то га у почетку можемо одбацити, тј. израчунати ρ_1 по простом обрасцу: $\rho_1 = 58'',4 \text{tg } z'$. Нађену вредност ρ_1 стављамо у Брадлејев образац (3) и добијамо величину рефракције ρ .

Ако примењујемо *развијање у ред*, може се показати да се добија овакав ред уређен по растућим непарним степенима од $\text{tg } z'$:

$$\rho = g (A \text{tg } z' + B \text{tg}^3 z' + C \text{tg}^5 z' + \dots),$$

где су g, A, B, C, \dots коефицијенти који зависе од густине слоја, његове висине и осталих величина узетих у обзир при постављању претпоставке.

На основи Брадлејева обрасца можемо дати приближан образац за израчунавање рефракције на мањим зенитним отстојањима:

$$\rho = 58'',4 \text{tg } z'. \quad (4)$$

Овај се образац практично поклапа с обрасцем (1) параграфа 43. Њиме се можемо користити за зенитна отстојања мања од 45°.

Данас се у астрономској пракси рефракција израчунава увек помоћу таблица састављених по знатно сложенијим теоријама од Брадлејеве. Већина тих теорија претпоставља да се зависност између густине ваздуха и висине изражава комбинацијом алгебарских и експоненцијалних функција. Најпростија од тих теорија, Беселова, претставља ту зависност у облику

$$\delta = \delta_0 e^{-\beta h},$$

где је h висина слоја над Земљиним површином, а β константа која се може одредити из посматрања. Све те теорије доводе до образаца који

имају облик реда уређеног по непарним степенима од $tg z'$. Тако на пример по Лапласовој теорији за температуру ваздуха од $+10^{\circ}\text{C}$ и притисак од 760 mm , овај ред има облик (за зенитна отстојања од 0° до 79°):

$$\rho = 58'', 12 tg z' - 0'', 067 tg^3 z' + 0'', 0002 tg^5 z' - 0'', 000001 tg^7 z'.$$

Лаплас је доказао да прва два члана у редовима свих теорија морају бити једнаки, јер они не зависе од претпоставке о саставу атомосфере. Према томе разне теорије рефракције разликују се тек оним члановима састава атмосфере, не може дати тачан израз за рефракцију у сваком тренутку и на сваком зенитном отстојању, јер се састав атмосфере у датом месту и тренутку увек разликује од оног њеног идеалног састава који је претпостављен при извођењу обрасца и при одређивању његових константних коефицијената из посматрања. Према томе можемо унапред рећи да вредности рефракције израчунате по овом или оном обрасцу садрже мања или већа отступања. То се нарочито почиње да појављује код зенитних отстојања већих од 80° ; уколико су она ближа 90° , уколико је већа разлика између израчунате рефракције и рефракције добивене из непосредних посматрања. Данас се сматра да је највероватнија вредност рефракције на хоризонту једнака $35'06''$; горе смо видели да Брадлејев образац даје отступање до $3'$; по Лапласовом обрасцу рефракција је на хоризонту једнака $33'48''$, тј. мања је од стварне вредности за $1'18''$. Водећи рачуна о свему томе; састављач најсавршенијих таблица, Харцер, при извођењу образаца за рефракцију није учинио никакву претпоставку о саставу атмосфере, већ се ослањао искључиво на резултате метеоролошких осматрања на Земљиној површини и на разним висинама над њом.

Из свега изложеног могу се извести ови практични закључци: 1) кад се желе да врше тачна астрономска мерења не треба посматрати небеска тела на зенитним отстојањима већим од 80° ; 2) при свакој методи посматрања треба брижљиво оценити какав утицај на резултат могу имати отступања израчунате рефракције, и посматрања распоређивати тако да се ова отступања по могућству искључе из крајњег резултата.

45. Таблице за рефракцију. — Горе смо видели да се обрасци за рефракцију могу претставити редом

$$\rho = g (A tg z' + B tg^3 z' + C tg^5 z' + \dots).$$

Да бисмо упростили даље излагање напишимо овај образац у облику

$$\rho = gN.$$

Нека при нормалном стању ваздуха, тј при некој одређеној вредности температуре t_0 и притиска b_0 коефицијент g има вредност g_0 ; нека притом рефракција буде ρ_0 , тако да имамо

$$\rho_0 = g_0 N.$$

Рефракција која се може израчунати по овом обрасцу назива се *средња рефракција*. Помоћу њега можемо са привидним зенитним отстојањем као аргументом саставити таблицу. Ако је у датом тренутку температура ваздуха t а притисак b , *права рефракција* је

$$\rho = g N.$$

Очевидно можемо написати:

$$\rho = \frac{g}{g_0} \rho_0.$$

Према томе, да бисмо израчунали праву рефракцију треба средњу рефракцију да помножимо коефицијентом $\frac{g}{g_0}$; а да бисмо њега израчунали треба да знамо како се мења константа g_0 са променом притиска и температуре.

Данас се најчешће за нормалну температуру и притисак узимају вредности:

$$t_0 = 0^{\circ}\text{C}; \quad b_0 = 760\text{ mm}.$$

Да бисмо одредили коефицијент сразмерности уз ρ_0 можемо приближно усвојити да се рефракција мења сразмерно густини ваздуха. А густина ваздуха везана је с температуром t и притиском b Бојл-Маријотовим и Геј-Лисаковим законом. По тим законима, ако је густина на $t_0 = 0^{\circ}\text{C}$ и при $b_0 = 760\text{ mm}$ једнака δ_0 , а на температури t и притиску b једнака δ , онда је

$$\frac{\delta}{\delta_0} = \frac{1}{1 + \beta t} \cdot \frac{b}{760},$$

где је β коефицијент ширења гасова

$$\beta = \frac{1}{273}.$$

Однос рефракција ρ и ρ_0 имаће онда приближно вредност

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{1}{1 + \frac{1}{273} t} \cdot \frac{b}{760}.$$

Обележимо разлику стварног и нормалног притиска са Δb :

$$b = 760 + \Delta b.$$

Ако је уврстимо у претходни образац, добићемо праву рефракцију ρ :

$$\rho = \rho_0 \frac{1}{1 + \frac{t}{273}} \cdot \frac{760 + \Delta b}{760},$$

или

$$\rho = \rho_0 \frac{1}{1 + \frac{t}{273}} \cdot \left(1 + \frac{\Delta b}{760}\right).$$

Развимо разломак по Њутновом биномном обрасцу с изложиоцем — 1. Добићемо:

$$\rho = \rho_0 (1 - \beta t + \beta^2 t^2 - \dots) \left(1 + \frac{\Delta b}{760} \right).$$

Обележимо

$$A = -\beta t + \beta^2 t^2 - \dots, \quad B = \frac{\Delta \beta}{760}.$$

За величине A и B могу се израдити таблице с притиском и температуром као аргументима.

Са овим ознакама образац за праву рефракцију добија облик:

$$\rho = \rho_0 (1 + A) (1 + B)$$

или

$$\rho = \rho_0 + \rho_0 A + \rho_0 B + \rho_0 AB$$

или напослетку

$$\rho = \rho_0 + \rho_0 A + \rho'_0 B,$$

где је

$$\rho'_0 = \rho_0 + \rho_0 A. \quad (1)$$

Ако се занемари члан $\rho_0 AB$, који је увек мали, добија се за праксу довољан образац:

$$\rho = \rho_0 + \rho_0 (A + B). \quad (2)$$

Таблице за рефракцију

А) Таблице Радаа (Radau). Могу се наћи у 30-ој свесци ЦНИИГАК под бр. 26.

Да се помоћу њих израчуна рефракција за зенитна отстојања до 60° , примењује се горе изведени образац (1); за зенитна отстојања од 60° до 80° рефракција се израчунава по обрасцима

$$\rho = \rho'_0 + \beta B \rho'_0,$$

где је

$$\rho'_0 = \rho_0 + \alpha A \rho_0. \quad (3)$$

У I табlici дата је средња рефракција ρ_0 за аргуменат z' од 10° до 80° ; у II табlici — температурски коефицијент A за аргуменат t (у Целзијевим степенима); у III табlici — барометарски коефицијент B за аргуменат (барометарско читање) b (у mm); у IV табlici — коефицијент α за аргуменат z' и у V табlici — коефицијент β за аргуменат ρ'_0 .

Примери. — 1. Дато је $z' = 53^\circ 48' 33'',5$; $t = +18^\circ,4C$; $b = 746,7$ mm.

за $53^\circ 40'$	$1'21'',55$	$8'33'',5 = 0,86$ у децималама
промена за $8'33'',5$	$+ 0,43$	минуте

$\rho_0 = 1'21'',98$	$0,86 \cdot 0,43 = 0,37$
$\rho_0 A = -5,19$	$A = -0,0633$
$\rho'_0 A = -1,34$	$B = -0,0175$
$\rho = 1'15'',45$	$\rho'_0 = 76'',79$

Ако израчунавање вршимо по обрасцу (2), добијамо:

$$A + B = -0,0808$$

$$\rho_0 = 1'21'',98$$

$$\rho_0 (A + B) = -6,62$$

$$\rho = 1'15'',4$$

2. Дато је $z' = 70^\circ 35'20'',4$; $t = -40^\circ,3C$; $b = 651,4$ mm.

за $70^\circ 30'$	$2'48'',27$	$5'20'',4 = 0,53$ у децималама
промена за $5'20'',4$	$+ 0,82$	минуте

$A \rho_0 = -21'',78$	$\rho_0 = 2'49'',09 = 169'',09$	$0,53 \cdot 1'',54 = 0'',82$
	$\alpha A \rho_0 = -22,00$	
	$\rho'_0 = 2'27'',09 = 147'',09$	$A = -0,1288$
	$\beta B \rho'_0 = -21,04$	$\alpha = 1,010$
$B \rho'_0 = -21'',02$	$\rho = 2'6'',05$	$B = -0,1429$
		$\beta = 1,001.$

Б) Таблице Пулковске опсерваторије, знатно подробније, израчунате су по веома сложеној Гилденовој теорији. Оне су намењене најтачнијим посматрачким радовима и зато садрже низ чланова који нису потребни астроному-геодети (поправке због влажности C , због промене силе теже D , због ветра E , због боје звезде n , као и периодичне дневне и годишње чланове Δ). Приметимо да посматрач, који намерава да израчуна рефракцију помоћу ових таблица, мора у току посматрања да чита барометар и два термометра: један, који показује спољну температуру t , и термометар на барометру, који показује температуру τ живе у барометру.

Гилденов образац за рефракцију има овај облик, ако одбацимо горе побројане мале чланове:

$$\lg \rho = (\mu + \lg \lg z') + \lambda \gamma + A(B + T). \quad (4)$$

Прва заграда са десне стране даје средњу рефракцију и њена се вредност узима непосредно из таблице II са аргументом z' .

Члан $\lambda \gamma$ даје поправку због спољне температуре, при чему се λ узима из таблица с аргументом z' , а γ с аргументом t .

Последњи члан даје барометарску поправку. Величина A , која се знатно разликује од јединице само на великим зенитним отстојањима, узима се за аргуменат z' , B — за висину барометра b , T — за температуру самог барометра τ .

Пример. Дати су исти подаци као у претходном I-ом примеру; осим тога дато је још $\tau = +19^\circ,0$.

Рачун ћемо водити са 4 децимале, стога ћемо код поправака које се дају на 5 децимала последњу децималу одбацивати.

Из таблица налазимо:

$\lambda = 1,0027;$	$B = -278;$
$\gamma = -1386;$	$T = -131; A = 1;$

$\mu + \lg \operatorname{tg} z'$	1,8951
$\lambda \gamma$	— 139
$A(B + T)$	— 41
$\lg \rho$	1,8771
ρ	1'15",35

Разлика према претходном резултату износи 0",09, што се у потпуности може допустити кад се узме у обзир разлика у теоријама и константама са којима су рађене једне и друге таблице.

46. **Излаз и залаз Сунца с обрачунавањем рефракције.** — За тренутак излаза или залаза Сунца обично се сматра онај тренутак када његова горња ивица додирне хоризонт места. Како се у годишњацима дају геоцентричне деклинације Сунчева средишта, то очевидно, ако хоћемо да израчунамо тренутак излаза и залаза Сунца, треба да израчунамо тренутак који одговара зенитном отстојању средишта правог Сунца (чије се координате α и δ дају у годишњацима):

$$z = 90^\circ + \rho + R_\odot - p_\odot.$$

Овде је ρ рефракција на хоризонту, која се креће од 32' до 36' (пачак и у ширим границама), R_\odot — угловни полупречник Сунца, који се у току године креће од 15',8 до 16',3; p_\odot — хоризонтска паралакса Сунца, једнака 0',1 (в. параграф 48). Како се промена главнога члана рефракције не може израчунати, то се са потпуно довољном тачношћу за праксу приближно узима за све дане у години:

$$z = 90^\circ + 34' + 16' = 90^\circ 50',$$

$$\cos z = -0,0145.$$

Часовни угао Сунца у том тренутку налази се из једначине

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta_\odot + \cos \varphi \cos \delta_\odot \cos t_\odot,$$

одакле је

$$\cos t_\odot = -\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta_\odot + \cos z \operatorname{sec} \varphi \operatorname{sec} \delta_\odot,$$

а како је вредност $\cos z$ дата горе, то добијамо коначно:

$$\cos t_\odot = -(0,0145 \operatorname{sec} \varphi \operatorname{sec} \delta_\odot + \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta_\odot).$$

Деклинација Сунчева средишта δ_\odot узима се из астрономског годишњака за тренутак излаза (или залаза), који се у пракси увек унапред зна са тачношћу од 1—2 часа.

Да бисмо добили тренутак Сунчева залаза у месном грађанском времену, треба на t_\odot додати 12 часова и одузети временско изједначење; за тренутак излаза треба одузети t_\odot од 12 часова и одузети временско изједначење.

У књизи „Задаци из сферне астрономије“ дат је за примену изложеног рачуна задатак 111.

47. **Сумраци.** — Услед лоптастог облика Земље привидни хоризонт лежи увек испод правог хоризонта. Ово је спуштање хоризонта тим веће што се посматрач налази више над Земљином површином. Зато Сунце и даље осветљава врх брда пошто је већ зашло за посматрача који се на-

лази у подножју. Још дуже оно осветљава горње слојеве Земљине атмосфере. Ово осветљење неба, које видимо после Сунчева залаза или пред његов излаз и које долази од одбијања Сунчевих зракова од горњих слојева атмосфере, назива се *сумрацима*.

Сумрак почиње са Сунчевим залазом. Када се Сунце спусти 6° испод хоризонта завршава се *грађански сумрак*: у кућама смо приморани и кад је најведрије време да користимо вештачко осветљење. Када се Сунце спусти 18° испод хоризонта завршава се *астрономски сумрак*: настаје права ноћ и на читавом небу појављују се и најслабије звезде.

Трајање сумрака τ одређује се из једначине:

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta_\odot + \cos \varphi \cos \delta_\odot \cos (t_\odot + \tau).$$

Овде се t_\odot израчунава по обрасцима (1) или (4) параграфа 15, угао z за астрономски сумрак износи 108°, а за грађански 96°.

$$\cos (t_\odot + \tau) = \frac{\cos z - \sin \varphi \sin \delta_\odot}{\cos \varphi \cos \delta_\odot}.$$

Ако је северна деклинација Сунца

$$\delta_\odot > 90^\circ - 18^\circ - \varphi > 72^\circ - \varphi,$$

вечерњи астрономски сумрак слива се с јутарњим. А ако је

$$\delta_\odot > 90^\circ - 6^\circ - \varphi > 84^\circ - \varphi,$$

грађански сумрак траје целу ноћ. То се догађа око летњег солстиција на ширинама $> 60^\circ$.

У књизи „Задаци из сферне астрономије“ дат је за примену изложеног рачуна задатак 112.

ГЛАВА СЕДМА

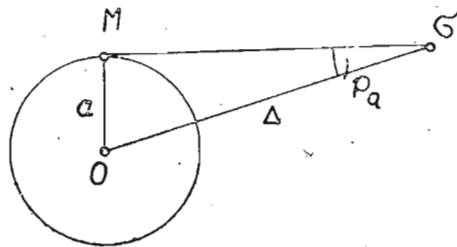
ПАРАЛАКСА СУНЦА И ЗВЕЗДА

48. О дневној паралакси небеских тела. — При изучавању разних питања сферне астрономије, која се односе на одређивање привидних положаја небеских тела, досад нис о узимали у обзир Земљине димензије и претпостављали смо да се са свих места Земљине површине небеска тела пројектују на небеску сферу у једном истом правцу, другим речима претпостављали смо да су даљине небеских тела бесконачно велике у поређењу са Земљиним димензијама.

Ово је тачно само кад су у питању звезде; али се ни за једно тело нашег Сунчаног система ово не може претпоставити. Посматрањима је утврђено да се координате α и δ звезде не мењају с променом места посматрања на Земљиној површини; према томе може се сматрати да је угао под којим се види Земљин полупречник ма са које звезде једнак нули.

Ако даљина небеских тела није бесконачно велика према Земљиним димензијама, онда ће се са разних њених тачака ово небеско тело видети у различитим тачкама небеске сфере. Ово

наиме важи за Сунце, Месец, планете и комете: α и δ ових небеских тела, одређени једног истог тренутка са разних тачака Земљине површине имаће различите вредности. У астрономским годишњацима могу се унапред дати координате небеских тела, али само за једно, произвољно место на Земљи. За такву се тачку договорно узима Земљино средиште, јер се при израчунавању Земљиног кретања у простору Земља по законима механике сматра за материјалну тачку, тј. да је сва њена маса усредсређена у средишту. Зато се при израчунавању привидних положаја небеских тела Сунчева система обавезно узима у обзир разлика између координата којима је одређен положај небеског тела према Земљином средишту и координата у односу на тачку Земљине површине. Координате које се односе на Земљино средиште зову се *геоцентричне*, а оне које се односе на тачку на њеној површини *топоцентричне*.



Сл. 55.

У астрономским годишњацима дају се за Сунце, планете и Месец геоцентричне координате, па је стога потребно умети претварати геоцентричне координате у топоцентричне и обрнуто.

Нека се из тачке М (сл. 55) на Земљиној површини небеско тело види у правцу $M\sigma$, а из Земљина средишта у правцу $O\sigma$. Угао p између ова два правца, топоцентричног и геоцентричног, назива се *дневна паралакса* небеског тела. Са слике се види да је *дневна паралакса* p угао под којим се из средишта небеског тела види полупречник Земље који одговара месту посматрања.

Дневна се паралакса непрекидно мења у току дана са променом положаја небеског тела према хоризонту (отуд њен назив). Она има највећу вредност када се небеско тело налази на хоризонту. Тада се она назива *хоризонтска паралакса* (сл. 56).

Према томе, хоризонтском паралаксом p_0 небеског тела назива се угао под којим се из средишта небеског тела, које се налази на хоризонту датог места, види Земљин полупречник.

Како Земља има облик сфероида, то ће величина хоризонтске паралаксе за разна места на Земљиној површини бити различита; она ће бити најмања за полове, а највећа за тачке на екватору.

Нека ја a дужина Земљина полупречника у тачки M која се налази на екватору, Δ — даљина небеског тела од Земљина средишта и p_0 — хоризонтска екваторска паралакса за тачку M .

Са сл. 57 имамо:

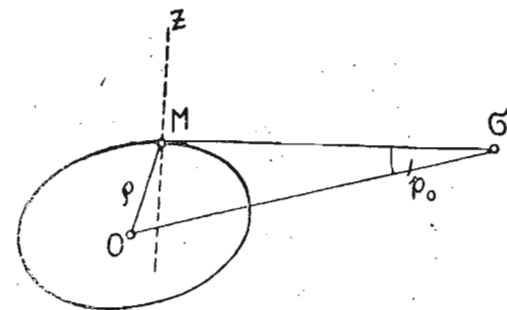
$$\sin p_a = \frac{a}{\Delta};$$

како су паралаксе небеских тела Сунчева система мале, то за p_a можемо написати:

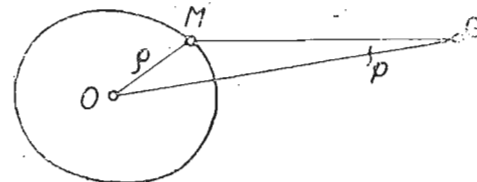
$$p_a = \frac{a}{\Delta \sin 1''}. \quad (1)$$

На исти начин за поларну хоризонтску паралаксу можемо добити израз:

$$p_b = \frac{b}{\Delta \sin 1''}.$$



Сл. 56.



Сл. 57.

Разлика између ових граничних вредности паралакса биће:

$$p_a - p_b = \frac{a-b}{\Delta \sin 1''} = \frac{a-b}{a} \cdot \frac{a}{\Delta \sin 1''} = \alpha \cdot p_a,$$

где је α Земљина спљоштеност, једнака као што смо видели $\frac{1}{297,0}$.

Величина екваторске хоризонтске паралаксе мења се само са променом даљине небеског тела од Земље и, према томе, одређивање даљина Сунца, Месеца, планета и комета своди се на одређивање њихових екваторских хоризонтских паралакса. Ако смо одредили паралаксу p_a из посматрања и знамо полупречник a Земљиног екватора, можемо израчунати даљину небеског тела Δ из обрасца (1).

Екваторска хоризонтска паралакса Сунца, коју ћемо обележити са p_{\odot} , једнака је просечно $8'',80$; за Месец p_{C} се креће у границама од $53',9$ до $61',5$.

При прелазу са геоцентричних координата на топоцентричне и обрнуто, приморани смо да уводимо у рачун геоцентричну ширину, јер у основни троугао (сл. 55 и 56) улази MO , тј. отстојање места посматрања од Земљиног средишта. Зато је извођење обрасца доста сложено. Али у посебном случају, кад је у питању Сунце, разлика између географске и геоцентричне ширине може се занемарити из тог разлога, што на малу вредност Сунчеве паралаксе утицај Земљине спљоштености има малу вредност; наиме

$$p_{\odot} - p_b = +0'',03.$$

Због тога се при извођењу утицаја паралаксе на Сунчеве координате може Земља сматрати за лопту и сматрати да је геоцентрична ширина једнака географској. У том случају хоризонтска паралакса за сваку тачку на Земљи биће једнака:

$$p_{\odot} = \frac{r}{\Delta \sin 1''},$$

где је са r обележен средњи полупречник Земљин.

Напоменимо да се у астрономском годишњаку даје екваторска хоризонтска паралакса Сунца за средњу поноћ сваког десетог дана.

49. Утицај паралаксе на азимут и зенитно отстојање Сунца. — Геоцентричне координате α и δ Сунца разликују се од топоцентричних. Према томе, ако се израчунају за дато место азимут и зенитно отстојање Сунца из (геоцентричних) вредности α и δ узетих из годишњака, добиће се геоцентрични азимут и зенитно отстојање A и z .

Обележимо са A' и z' топоцентричне координате за дато место, тада ће разлике $A - A'$ и $z - z'$ претстављати утицај дневне паралаксе на азимут и зенитно отстојање Сунца. Ако ове разлике нађемо, можемо из датих топоцентричних координата наћи геоцентричне или обрнуто.

Азимут небеског тела је угао диедар између равни меридијана и његовог вертикала, а ивица тог угла диедра је вертикала места.

Ако будемо сматрали Земљу за лопту, вертикала ће се поклапати са Земљиним полупречником, а раван Сунчевог вертикала пролазиће као и раван меридијана, кроз њено средиште. Тада ће геоцентрични азимут A бити једнак топоцентричном A' и паралакса ће мењати положај небеског тела само у равни његовог вертикала. То се види са сл. 58.

Нека је O Земљино средиште, M — место на њеној површини и r — њен полупречник, S — Сунце, Δ — његово отстојање од Земљиног средишта. Геоцентрично зенитно отстојање Сунца биће угао $ZOS = z$, топоцентрично $ZMS = z'$ и p — паралакса. Очеvidно оба правца ка Сунцу, и MS и OS , леже у равни која пролази кроз вертикалу MZ и Сунце, тј. у равни Сунчевог вертикала. Према томе, ако посматрача пренесемо из M у Земљино средиште O , за њ ће се Сунце померити остајући у истом вертикалу и његов се азимут неће променити. Према томе, $A' - A = 0$. Даље са истог цртежа излази:

$$z' - z = p. \quad (1)$$

Према томе топоцентрично зенитно отстојање увек је веће од геоцентричног за величину паралаксе.

Из троугла MSO можемо написати:

$$\frac{\sin p}{\sin z'} = \frac{r}{\Delta},$$

одакле је

$$\sin p = \frac{r}{\Delta} \sin z'.$$

Ако $\sin p$ згменимо првим чланом његова реда, добићемо:

$$p = \frac{r}{\Delta \sin 1''} \sin z'$$

и с обзиром на образац (2) параграфа 48

$$p = p_{\odot} \sin z'.$$

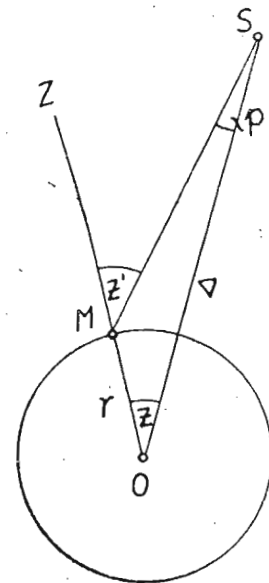
Дакле за свођење топоцентричног или измереног зенитног отстојања Сунца на геоцентрично имамо једначину

$$z = z' - p_{\odot} \sin z'. \quad (2)$$

50. Утицај паралаксе на часовни угао и деklinацију Сунца. — Узмимо паралактички троугао PZS' (сл. 59), где је S' топоцентрични положај Сунца; његов ће се геоцентрични положај S добити ако од тачке S' пренесемо дуж вертикала према зениту лук

$$S'S = p_{\odot} \sin z';$$

t' и t биће топоцентрични и геоцентрични часовни угао, рачунати од меридијана ка западу или ка истоку; $90^\circ - \delta'$ и $90^\circ - \delta$ — односна поларна отстојања; q — паралактички угао.



Сл. 58.

Повуцимо лук великог круга ка S управан на луку PS' ; сматраћемо да се он поклапа с дневним паралелом и да је троугао KSS' раван; његове ће стране бити:

$$KS' = \delta - \delta'; \quad KS = (t' - t) \cos \delta; \quad SS' = p_{\odot} \sin z'.$$

Из тог троугла добијамо:

$$\begin{aligned} \delta - \delta' &= p_{\odot} \sin z' \cos q, \\ (t' - t) \cos \delta &= p_{\odot} \sin z' \sin q. \end{aligned}$$

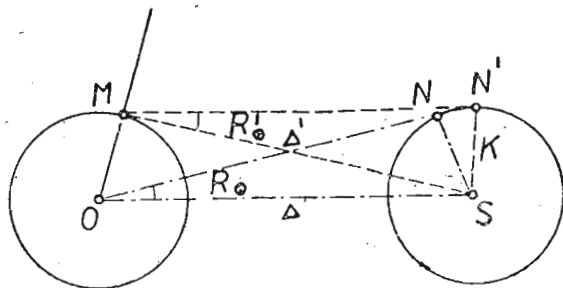
Одатле добијамо коначне обрасце за утицај дневне паралаксе Сунца на координате меског екваторског система

$$\left. \begin{aligned} \delta' - \delta &= -p_{\odot} \sin z' \cos q, \\ t' - t &= p_{\odot} \sin z' \sec \delta \sin q. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Као што се види, геоцентрична деklinија може бити и већа и мања од топоцентричне, што зависи од знака уз $\cos q$; топоцентрични часовни угао увек је већи од геоцентричног, тј. паралакса удаљује небеско тело од меридијана.

51. Утицај паралаксе на привидни полупречник Сунца. — Топоцентричним привидним полупречником Сунца R_{\odot} (сл. 60) назива се угао под којим се са места посматрања види његов полупречник; он се мења, слично дневној паралакси, са променом положаја небеског тела према хоризонту.

Геоцентрични привидни полупречник R_{\odot} биће, очевидно, односно угао, само с теменом у Земљиним средишту. Он се мења само с променом



Сл. 60.

даљине Сунца од Земље и може се унапред израчунати и утабличити. Астрономски годишња к даје привидни полупречник R_{\odot} (у таблица под

заглављем „полупречник“) за сваку гринвичку поноћ. Ако линиски полупречник Сунца $SN = SN'$ обележимо са k , онда је

$$\sin R_{\odot} = \frac{k}{\Delta}. \quad (1)$$

Растојање Δ' од места посматрања M до Сунчевог средишта биће увек мање од Δ , само ако се оно налази изнад хоризонта места, и уколико мање уколико је већа његова висина; у тренутку горње кулминације Сунца ово ће растојање бити најмање. Отуда закључујемо да је топоцентрични привидни полупречник Сунца једнак геоцентричном у тренутку његова излаза, да поступно расте са Сунчевим приближавањем меридијану, достиже највећу вредност у тренутку кулминације и затим поново опада ка западу. Из троугла MSN' имамо:

$$\sin R'_{\odot} = \frac{k}{\Delta'};$$

ако ову једначину поделимо претходном, добијамо:

$$\frac{\sin R'_{\odot}}{\sin R_{\odot}} = \frac{\Delta}{\Delta'},$$

а с обзиром да су величине R'_{\odot} и R_{\odot} мале, добијамо:

$$\frac{R'_{\odot}}{R_{\odot}} = \frac{\Delta}{\Delta'}.$$

Како је у троуглу MOS угао OMS једнак $180^\circ - z'$, то из тог троугла имамо

$$\frac{\Delta}{\Delta'} = \frac{\sin OMS}{\sin MOS} = \frac{\sin z'}{\sin z}.$$

Али је према обрасцу (1) параграфа 49

$$\sin z' = \sin(z + p) = \sin z \cos p + \cos z \sin p;$$

како је

$$p = p_{\odot} \sin z',$$

то имамо:

$$\frac{R'_{\odot}}{R_{\odot}} = \frac{\sin z \cos(p_{\odot} \sin z') + \cos z \sin(p_{\odot} \sin z')}{\sin z};$$

како је угао p мали, можемо ставити

$$\cos(p_{\odot} \sin z') = 1 \quad \text{и} \quad \sin(p_{\odot} \sin z') = p_{\odot} \sin 1'' \sin z,$$

па налазимо:

$$\frac{R'_{\odot}}{R_{\odot}} = 1 + p_{\odot} \cos z \sin 1'',$$

одакле је

$$R'_{\odot} - R_{\odot} = R_{\odot} p_{\odot} \sin 1'' \cos z.$$

Највећа могућа разлика $R'_{\odot} - R_{\odot}$ биће мања од $0''.05$; зато се утицај паралаксе на Сунчев полупречник може занемарити.

52. Одређивање паралакса небеских тела Сунчевог система. — Паралаксе Месеца и планета одређују се из непосредних посматрања. У

том циљу се небеско тело посматра у тренутку кулминације са два произвољна места, која леже на једном меридијану, али су веома удаљена једно од другог по ширини. Претпоставимо да су у два тачкама A и B , с ширинама φ_1 и φ_2 , одређене топоцентричне деклинације δ'_1 и δ'_2 , у тренутку кулминације; нека је геоцентрична деклинација δ и хоризонтска паралакса p_0 . Како су посматрања извршена у меридијану, то је $q = 0$ и $z' = \varphi - \delta$. На основи обрасца (1) параграфа 50 можемо написати

$$\begin{aligned}\delta'_1 - \delta &= -p_0 \sin(\varphi_1 - \delta'_1); \\ \delta'_2 - \delta &= -p_0 \sin(\varphi_2 - \delta'_2).\end{aligned}$$

Одатле за одређивање паралаксе добијамо образац

$$p_0 = \frac{\delta'_1 - \delta'_2}{\sin(\varphi_2 - \delta'_2) - \sin(\varphi_1 - \delta'_1)}.$$

Овај образац није тачан зато што није узета у обзир Земљина спљоштеност; али сама идеја методе остаје тачна.

По овој је методи много пута одређивана паралакса Месеца и блиских планета — Марса и неколиких малих планета, а преко паралаксе извођене су и даљине небеских тела, јер из обрасца (1) параграфа 48 излази да је

$$\Delta = \frac{a}{p_0 \sin 1''}. \quad (1)$$

Сунчева паралакса. — Све се даљине међу небеским телима (осим даљине Земља-Месец) изражавају у деловима средње Земљине даљине од Сунца, која се назива *астрономска јединица*. Зато одређивање ове даљине претставља један од најважнијих задатака практичне астрономије.

Али је у исто време овај задатак и један од најтежих. И доиста, ова се даљина израчунава из измерене паралаксе, веома малог угла, који за Сунце износи мање од $9''$. Њено мерење истом методом као за Месец, тј. одређивањем паралактичког померања са две удаљене тачке на Земљиној површини, није могуће, јер Сунчева топлота мења константе инструмента и одређивање Сунчевих координата не може се извршити са тачношћу која је за ову сврху потребна. Због тога се за мерење Сунчеве паралаксе употребљавају разне посредне методе. Данас је познато десетак таквих метода. Ми ћемо изложити једну методу за одређивање Сунчеве паралаксе — из посматрања планета. Планета Марс, која је даља од Сунца него Земља прилази сваке две године Земљи око двапут, а понекад скоро и трипут ближе но Сунце. Ово се догађа у времену такозваних Марсових *опозиција* са Сунцем, када се Сунце, Земља и Марс налазе приближно на једној правој линији, или тачније — када је разлика лонгитуде Марса и Сунца једнака 180° . У то време се Марсова паралакса може измерити са знатном тачношћу. Посматрање се састоји у томе, да астрономи који се налазе на разним тачкама на Земљи, измере микрометром положај планете у односу на оближње звезде. Упооређење једновремених мерења разних посматрача показује да, на пример, јужном посматрачу планета изгледа нешто померена ка северу. Кад се одреди величина овог паралактичког померања, може се израчунати

Марсова хоризонтска паралакса по методи која је горе објашњена. Са Марсове паралаксе на паралаксу Сунца може се прећи по методи која ће сад бити изложена.

Приметимо претходно да се планете крећу око Сунца по Кеплеровим законима (в. параграф 66) и помоћу њих се могу наћи релативне даљине планета од Сунца, тј. даљине изражене у астрономској јединици, а затим израчунати за сваки тренутак времена у истој јединици и даљине планета од Земље, па дакле и Марса.

Нека $\Delta = 1$ и p_\odot означавају средњу даљину Земље од Сунца и Сунчеву паралаксу; Δ и p_σ — средњу даљину Марса од Земље и Марсову паралаксу. По обрасцу (1) овог параграфа имамо:

$$a = \Delta p_\odot \sin 1'' = \Delta' p_\sigma \sin 1''.$$

Одатле налазимо:

$$\frac{p_\odot}{p_\sigma} = \frac{\Delta'}{\Delta} = \Delta'.$$

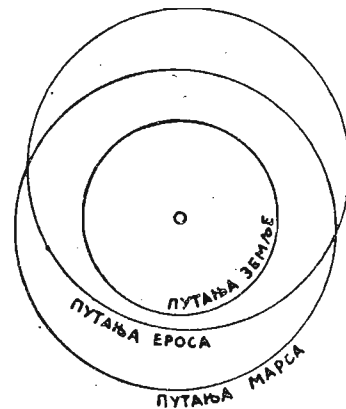
За Сунчеву паралаксу добијамо

$$p_\odot = p_\sigma \cdot \Delta'.$$

Недостатак ове методе састоји се у томе, што треба одређивати положај планете која у дурбину има облик котура, у односу на звезде које видимо као тачке: не може се навести микрометарски конач на ивицу котура (по тангенти) са истом тачношћу као на звезду. Зато је било предложено да се место Марса посматра једна од малих планета које круже око Сунца између Марса и Јупитера. Све се оне виде као тачке, исто као и звезде, а углавно растојање између две тачке може се много тачније измерити него углавно растојање између тачке и малог котура.

Истина, већина се тих планета налази знатно даље од Марса, па су њихове паралаксе мање и од Сунчеве. Али је 1898 г. била откривена мала планета, названа Ерос, која понекад прилази Земљи 2,5 пута ближе него Марс. На сл. 61. приказан је међусобни распоред путања Земље, Марса и Ероса: Посматрање ове планете пружа најбољу методу за одређивање Сунчеве паралаксе која је до данас позната.

Најближа опозиција после Еросова открића била је 1900—1901 г., када се он приближио Земљи на 0,315 астрономске јединице. У то време њега су посматрали веома брижљиво са многих светских опсерваторија и амерички астроном Хинкс објавио је 1910 г. резултате обрађених посматрања, који су му дали за Сунчеву паралаксу вредност $8'',807$.



Сл. 61.

Најподесније су за одређивање паралаксе такозване *велике опозиције*, када се Земља и Ерос најтешње приближују; оне се понављају сваких 37 година. Прва таква опозиција после открића планете догодила се у фебруару 1931 г., када се Ерос приближио Земљи само на 0,18 Сунчеве даљине. Његова је паралакса у то време била већа од 50'' и отступање њеног мерења морало је да изазове на изведеној Сунчевој паралакси шест пута мање отступање. Када сва посматрања планете извршена у то време буду срачуната, добићемо вредност Сунчеве паралаксе с високом тачношћу.¹⁾

Упоређење вредности Сунчеве паралаксе, добијене различитим методама, показује да је паралакса блиска броју $p_{\odot} = 8'',80$.

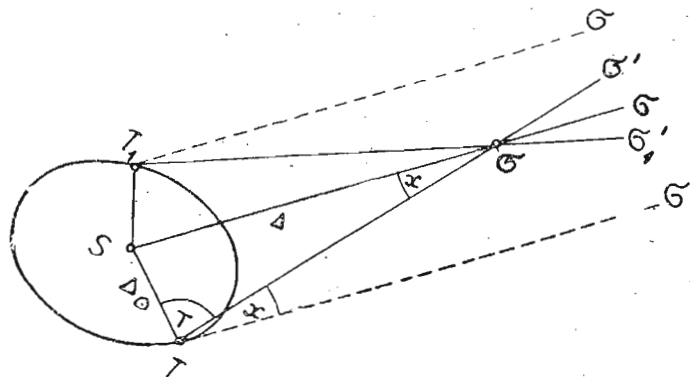
Зато се за астрономску јединицу (средња даљина Земље од Сунца) с Хајфордовим димензијама Земље добија број 149 500 000 km.

Нетачност у величини паралаксе може достићи 0,003. Према томе, горе изведена даљина Сунчева може бити погрешна за 50 000 km у једну или другу страну.

Величина Сунчеве паралаксе 3',80 усвојена је на астрономском конгресу у Паризу 1896 г. и отада се примењује у свима астрономским годишњацима.

Као што је познато, даљина Земље од Сунца мења се у току године. Она је најмања у перигеуму, а највећа у апогеуму; у вези са тим мора се мењати и Сунчева паралакса у току године. Ако даљину Земље од Сунца израчунавамо по обрасцу (10) параграфа 29, помоћу њега није тешко добити вредности паралаксе за сваки датум; показало се да се Сунчева паралакса мења од 8'',95 у перигеуму до 8'',65 у апогеуму.

53. **Годишња паралакса звезда.** — Горе је већ било говора (параграф 48) о томе да звезде немају дневну паралаксу зато што су на огромним даљинама од нас. Али како у таквом случају можемо да ство-



Сл. 62.

римо себи слику о тим даљинама? Очевидно треба изабрати основицу толике дужине да се праве које спајају њене крајеве са звездом секу

¹⁾ Нова вредност Сунчеве паралаксе изведена из ових посматрања износи 8'',79. Прим. прев.

под извесним углом; кад одредимо тај угао можемо наћи даљину звезде. Таква основица постоји у природи, то је полупречник Земљине путање, која се у проблему звезданих паралакса узима за круг.

Нека буде круг TT_1 (сл. 62) Земљина путања (у перспективи), у чијем се средишту налази Сунце S. Звезда ће се σ видети са Сунца у правцу $S\sigma$, који се назива *хелиоцентрични* правац; са Земље, из њеног положаја T, звезда ће се пројектовати на небеску сферу дуж *привидног* правца $T\sigma'$. Кад би растојање Земља—Сунце Δ_{\odot} било занемарљиво мало у односу на растојање Δ звезда—Сунце (или Сунчев систем, што је свеједно), звезда би се и са Земље видела у хелиоцентричном правцу $T\sigma$

(на слици испрекидан); ако однос растојања $\frac{\Delta_{\odot}}{\Delta}$ није близак нули, на-

стаје паралактичко померање привидног положаја σ' у односу на хелиоцентрични σ . Према томе паралактичка померања звезде постојаће само у случају када астрономска јединица није занемарљиво мала према даљинама звезда од нас. У стварности огроман број звезда налази се на тако колосалним даљинама да се њихово паралактичко померање не може открити.

Ако бацимо поглед на сл. 62 видећемо да ће се и за други положај Земље T_1 на њеној путањи добити други привидан правац $T_1\sigma'_1$ и уопште при годишњем кретању Земље око Сунца привидни положај звезде описаће извесну путању око хелиоцентричног положаја. Привидни ће положај отступати од хелиоцентричног за величину угла x , и то на ону страну где се налази Сунце. Ако у троуглу $ST\sigma$ за угао код Земље задржимо ознаку T, из тог ћемо троугла добити:

$$\frac{\sin x}{\sin T} = \frac{\Delta_{\odot}}{\Delta}$$

Ако Δ_{\odot} усвојимо за јединицу, Δ изразимо у астрономској јединици и сматрамо да ће угао x бити увек мали, добићемо:

$$x = \frac{1}{\Delta \sin 1''} \sin T = \pi \sin T. \quad (1)$$

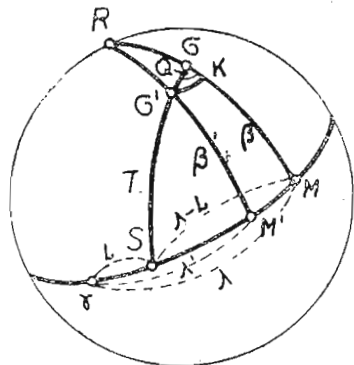
Величина

$$\pi = \frac{1}{\Delta \sin 1''}$$

назива се константа годишње паралаксе звезде или просто *годишња паралакса* звезде. T је угао између привидног правца ка звезди и правца ка Сунцу; он је једнак луку великог круга између Сунца и привидног положаја звезде. Како се угао $T + x$ веома мало разликује од угла T, то ћемо даље претпостављати да углу T одговара лук великог круга небеске сфере између Сунца и хелиоцентричног положаја звезде. На томе кругу леже Сунце и оба положаја звезде (јер све три тачке σ , σ' и S леже у једној равни), при чему се привидан положај налази у правцу од хелиоцентричног ка Сунцу и на отстојању једнаком $\pi \sin T$.

54. **Утицај годишње паралаксе на латитуду и лонгитуду звезде.** — Нека је $\gamma SM'M$ (сл. 63) лук еклиптике, R — њен пол, σ — хелиоцен-

трични положај звезде с координатама $\beta = \sigma M$ и $\lambda = \gamma M$; S — Сунце са лонгитудом $\gamma S = L$. Привидни положај звезде σ' добићемо ако повучемо лук великог круга $\sigma S = T$ и пренесемо на њ растојање $\sigma\sigma' = \pi \sin T$; координате привидног положаја биће $\beta' = \sigma' M$ и $\lambda' = \gamma M'$. Повуцимо лук великог круга $\sigma'K$ управан на кругу латитуде RM ; добићемо мали правоугли троугао $\sigma\sigma'K$ у коме је $\sigma K = \beta - \beta'$, $\sigma'K = (\lambda - \lambda') \cos \beta' = (\lambda - \lambda') \cos \beta$, јер је β' врло блиско β . Ако обележимо угао код σ са Q , за тај троугао можемо написати:



Сл. 63.

$$\begin{aligned} \sigma K &= \sigma\sigma' \cos Q = \pi \sin T \cos Q, \\ \sigma'K &= \sigma\sigma' \sin Q = \pi \sin T \sin Q. \end{aligned}$$

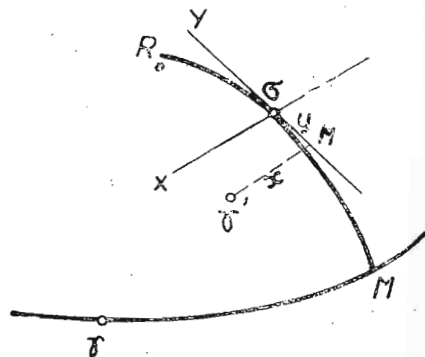
Из правоуглог троугла σSM , у коме је $SM = \lambda - L$, налазимо:

$$\begin{aligned} \sin T \cos Q &= \sin \beta \cos (\lambda - L), \\ \sin T \sin Q &= \sin (\lambda - L). \end{aligned}$$

За разлике привидних и геоцентричних координата добијамо на крају:

$$\begin{aligned} \beta' - \beta &= -\pi \sin \beta \cos (\lambda - L), \\ \lambda' - \lambda &= -\pi \sec \beta \sin (\lambda - L). \end{aligned}$$

Из ових образаца се види да је у тренуцима *коњункција* и *опозиција* звезда са Сунцем, тј при $\lambda = L$ и $\lambda = L + 180^\circ$, утицај годишње паралаксе на лонгитуду једнак нули, а утицај на латитуду достиже највећу позитивну или негативну вредност једнаку $\pi \sin \beta$; у тренуцима *квадрантура*, тј. при положајима звезда када је $\lambda = L + 90^\circ$ или $\lambda = L + 270^\circ$, утицај паралаксе на латитуду једнак је нули, а на лонгитуду постаје највећи и једнак $\pm \pi \sec \beta$. Уопште се разлике $\lambda' - \lambda$ и $\beta' - \beta$ периодички мењају. Период промена је година дана, у коме лонгитуда Сунца пролази кроз све вредности од 0° до 360° .



Сл. 64.

Испитајмо путању привидног положаја звезде у току године; нека γM претставља лук еклиптике и RM круг латитуде хелиоцентричног положаја σ (сл. 64). Замислимо у тачки σ тангентну раван на небеској сфери и у тој равни правоугле координатне осовине; нека осовина Y пада у раван круга латитуде. За привидни положај σ' добијамо координате $x = \sigma'N$ и $y = \sigma N$. Како је област у којој се догађа паралактичко померање звезде мала, може се

сматрати да се део тангентне равни око σ слива са сфером и да се дужи $\sigma'N$ и σN поклапају с кружним луцима; тада је

$$x = \sigma'N = (\lambda' - \lambda) \cos \beta \quad \text{и} \quad y = \sigma N = \beta - \beta'.$$

С обзиром на образац (1) је

$$x = \pi \sin (\lambda - L), \quad y = \pi \sin \beta \cos (\lambda - L).$$

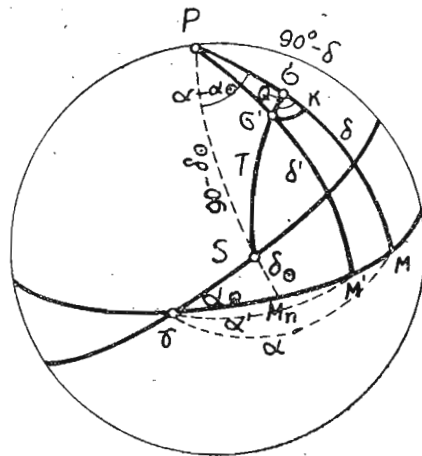
Отуд имамо

$$\begin{aligned} \sin (\lambda - L) &= \frac{x}{\pi}, & \cos (\lambda - L) &= \frac{y}{\pi \sin \beta} \end{aligned}$$

Ако дигнемо на квадрат обе једначине и саберемо, добићемо

$$\frac{x^2}{\pi^2} + \frac{y^2}{(\pi \sin \beta)^2} = 1.$$

Одатле се види да су правоугле координате привидног положаја звезде међу собом везане једначином елипсе, чија је велика полуосовина π , а мала $\pi \sin \beta$. Према томе, под утицајем годишње паралаксе свака звезда описује у току године елипсу око свог хелиоцентричног положаја; велике полуосовине тих елиписа управне су на круговима латитуде и једнаке π , мале се поклапају с круговима латитуде и зависе од латитуде звезде; ако је $\beta = 0$, тј. ако се звезда налази у равни еклиптике, мала је осовина једнака нули и звезда ће се померати у једну и другу страну око свог хелиоцентричног положаја за укупну вредност лука 2π ; с повећавањем латитуде звезда мала осовина елиipse ће расти; за звезде које се налазе у полу еклиптике елипса ће се претворити у круг, јер ће мала осовина достићи вредност π .



Сл. 65.

55. Утицај годишње паралаксе на деклинацију и ректасцензију звезде. — Нека буде $\gamma M''M'M$ (сл. 65) лук екватора, γS — лук еклиптике; σ — хелиоцентрични положај звезде с координатама $\delta = \sigma M$ и $\alpha = \gamma M$; S — Сунце с координатама $SM'' = \delta_0$ и $\gamma M'' = \alpha_0$. Привидни положај звезде σ' добићемо ако повучемо лук великог круга $\sigma S = T$ и пренесемо на њ $\sigma\sigma' = \pi \sin T$; координате привидног положаја биће $\delta' = \sigma' M$ и $\alpha' = \gamma M'$. Повуцимо лук великог круга $\sigma'K$ управно на часовни круг PM ; добићемо мали правоугли троугао $\sigma\sigma'K$ у коме је $\sigma K = \delta - \delta'$, $\sigma'K = (\alpha - \alpha') \cos \delta' = (\alpha - \alpha') \cos \delta$, јер је δ' врло блиско δ . Ако угао код σ обележимо са Q , из тога троугла имамо

$$\begin{aligned} \sigma K &= \sigma\sigma' \cos Q = \pi \sin T \cos Q, \\ \sigma'K &= \sigma\sigma' \sin Q = \pi \sin T \sin Q. \end{aligned}$$

Из троугла $P\sigma S$ добијамо

$$\begin{aligned} -\sin T \cos Q &= \cos \delta \sin \delta_{\odot} - \sin \delta \cos \delta_{\odot} \cos (\alpha - \alpha_{\odot}), \\ \sin T \sin Q &= \cos \delta_{\odot} \sin (\alpha - \alpha_{\odot}). \end{aligned}$$

За разлике привидних и хелиоцентричних координата добијамо на крају

$$\left. \begin{aligned} \delta' - \delta &= \pi [\cos \delta \sin \delta_{\odot} - \sin \delta \cos \delta_{\odot} \cos (\alpha - \alpha_{\odot})] \\ \alpha' - \alpha &= -\pi \sec \delta \cos \delta_{\odot} \sin (\alpha - \alpha_{\odot}) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

За оне звезде које имају одређену паралаксу астрономски годишњак даје привидне координате α' и δ' .

56. Одређивање звезданих паралакса. Даљине звезда. — Узмимо обрасце (1) претходног параграфа и обележимо коефицијент уз π у првој једначини са m , а у другој са n ; добићемо изразе

$$\delta' - \delta = \pi m, \quad \alpha' - \alpha = \pi n.$$

Нека су на опсерваторији из посматрања одређене координате звезде и добивене за њих вредности δ'_1 и α'_1 ; тада имамо

$$\delta'_1 - \delta = \pi n_1, \quad \alpha'_1 - \alpha = \pi n_1.$$

Нека су после неколико месеца, када се Земља знатно померила на својој путањи, посматрања била поновљена и добивене друге вредности координата δ'_2 и α'_2 ; за њих ћемо имати

$$\delta'_2 - \delta = \pi n_2, \quad \alpha'_2 - \alpha = \pi n_2.$$

Одатле излази

$$\delta'_1 - \delta'_2 = \pi (m_1 - m_2), \quad \alpha'_1 - \alpha'_2 = \pi (n_1 - n_2).$$

За одређивање паралаксе добијају се прости обрасци

$$\pi = \frac{\delta'_1 - \delta'_2}{m_1 - m_2}, \quad \pi = \frac{\alpha'_1 - \alpha'_2}{n_1 - n_2}.$$

То је идеја једне од метода за одређивање звезданих паралакса, чији је смисао у томе што даје паралаксе из паралактичких померања звезда. Да би се извеле поуздане вредности паралаксе треба вршити дуге низове посматрања и обрадити их по методи најмањих квадрата.

Паралактичка се померања могу наћи, не само из апсолутних одређивања координата, већ и такозваном диференцијалном или релативном методом; тада се упоређује положај звезде чија се паралакса одређује с положајем неке од суседних слабих звезда, за коју се може претпоставити да се налази на тако огромној даљини да нема паралаксе. Мерење разлике истоимених координата звезда чија се паралакса одређује и слабе звезде може се извршити помоћу астрономских инструмената визуално или на фотографским плочама. У глави XIV, параграфу 134, биће дата друга метода за одређивање звезданих паралакса.

Када се Коперник 1543 г. појавио са својом теоријом кретања Земље око Сунца, дуго се времена са њим нису могли сложити многи истакнути астрономи, међу њима и велики дански астроном Тихо Брахе. Њихови су се приговори заснивали на томе да звезде не показују никакво паралактичко померање. Више од два столећа после Тихо Брахеа

најистакнутији су се посматрачи непрестано трудили да открију паралаксе звезда, али су се сви ти покушаји или завршили неуспесима, или су доводили до открића нових, потпуно неочекиваних појава.

Тек је 1838 г. Бесел извео прво поуздано мерење звездане паралаксе. За звезду познату под ознаком 61 Cygni он је добио паралаксу $0'',35$, за њу је из каснијих одређивања добивена вредност $0'',30$. Скоро једновремено с Беселом почео је посматрати у Пулкову В. Струве звезду α Lyræ (Вегу) и извео је за њу паралаксу $0'',26$; сада је њена поуздана величина $0'',12$. Напоследку на Рту Добре Наде 1832 г. измерио је Хендерсон паралаксу звезде α Centauri; он је нашао за њу вредност већу од $1''$; у данашње време узима се за паралаксу ове звезде вредност $0'',76$. Мерења паралакса веома су тешка и захтевају огроман труд и искуство, јер треба мерити углове који су увек мањи од лучне секунде. Сада се ова мерења врше већином са фотографских снимака. Ма да су у току одређивања паралакса измерени положаји много хиљада звезда, пошло је за руком да се до данас открију и измере паралаксе за само око 4000 најближих звезда. Ове паралаксе износе по неколико десетих, а још чешће по неколико стотих делова лучне секунде. Веома мале паралаксе познате су, разуме се, врло нетачно, јер могуће отстапање у мерењу паралаксе износи данас око $0'',01$ чак и при најтачнијим фотографским методама.

Даљине звезда толико су огромне да добијамо најмање четрнаестодигрених бројеве, кад их изразимо у километрима. Чак је и астрономска јединица сувише мала мера за мерење звезданих даљина. Оне се обично изражавају у светлосним годинама. Тако се назива дужина пута који светлост пређе за једну годину. Она износи приближно $9,5 \cdot 10^{12}$ km. Сетимо се да светлост прелази скоро 300 000 km у секунди и да јој за прелазак растојања од Сунца до Земље треба само 8 мин. и 18 сек.. Најближа звезда има паралаксу $0'',76$ и удаљена је 4,3 светлосне године, тј. светлост са ње приспева до нас тек за 4,3 године. Од даљих звезда светлост путује до нас знатно дуже, тако да многе звезде ми не видимо у њиховом данашњем стању, већ онакве какве су биле пре много хиљада година. Од звезда које се код нас виде голим оком ближа од осталих је Сиријус, најсјајнија звезда на целом небу; његова је паралакса $0,37$ која одговара даљини од 8,7 светлосних година.

У последње се време чешће од светлосне године употребљава у науци друга јединица, такозвани парсек (скраћеница од речи паралакса — секунда). То је даљина звезда чија је паралакса $1''$, она износи 206 265 астрономских јединица или приближно $3,1 \cdot 10^{13}$ km (31 трилион километара).

Из обрасца (2) излази

$$\Delta_1 = \frac{1}{\pi \sin 1''} = \frac{206\,265}{\pi} \text{ астрономских јединица.}$$

Ако десну страну поделимо са 206 265 добијамо даљину изражену у парсецима. Према томе, да бисмо даљину звезде изразили у парсецима, треба просто поделити јединицу паралаксом израженом у секундама. Образац се у том случају може написати још простије

$$\Delta = \frac{1}{\pi''} \text{ парсека.}$$

Како светлост прелази 1 парсек за 3,26 године, то се даљина звезде у светлосним годинама изражава обрасцем

$$\Delta = \frac{3,26}{\pi''} \text{ светлосних година.}$$

Према томе α Centauri удељена је од нас 1,3 парсека, Сиријус — 2,7, звезда с паралаксом $0'',01$ — 100 парсека итд..

Од звезда сврстаних у Астрономски годишњак приметно паралактичко померање имају само звезде:

	Годишња паралакса	Даљина у светл. год.	парсецима
№ 41 τ Ceti	$0'',31$	10	3,2
№ 89 ϵ Eridani	$0,32$	10	3,1
№ 190 α Canis Mai.	$0,37$	8,6	2,7
№ 213 α Canis Min.	$0,31$	10	3,2
№ 482 α Aquilae.	$0,20$	14	5,0

ГЛАВА ОСМА

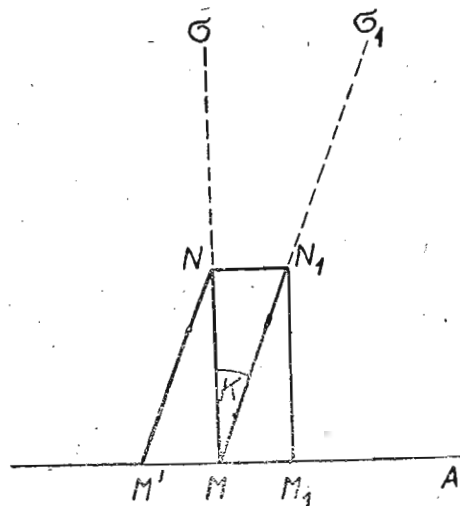
АБЕРАЦИЈА

57. Појава абериције. Константа абериције. — Појава абериције долази од посматрачева кретања у простору и услед тога што се светлост не простира тренутно. Како се брзина кретања Земље у простору не може сматрати бесконачно малом према брзини простирања светлости, то се сва небеска тела виде на небу у правцима који се разликују од оних у којима бисмо их видели кад би се светлост простирала тренутно. Кретање посматрача у простору сложено је из два кретања: транслаторног кретања Земљиног по њеној путањи и обртања Земље око њене осовине, па се разликују померања небеских тела на небеској сфери која долазе услед сваког од та два кретања. Померање које долази услед кретања Земљиног око Сунца назива се годишња абериција, а оно које долази од Земљина обртања — дневна абериција.

Да видимо у чему је суштина абериције. Нека од звезде σ (сл. 66) полази зрак светлости у правцу ка посматрачу који се налази у тачки M ; за посматрање звезде у тој тачки постављен је дурбин MN .

Кад би тачка M била непомична или кад би се померала у правцу MN , било би свеједно колика је брзина којом светлост са звезде долази до посматрача, звезда би се у дурбину видела у правцу $MN\sigma$; исто би се тако звезда видела у тачки σ и кад би се тачка M кретала у произвољном правцу, само кад би њена брзина била занемарљиво мала према брзини светлости.

Претпоставимо сад да се правац кретања тачке M поклапа с правцем MA управним на зраку $M\sigma$; како брзина светлости није бесконачно велика, то нека зрак који долази од звезде стиже у средиште објектива N



Сл. 66.

у тренутку t , а у тачку M где се налази крст конача у тренутку t_1 ; временски размак $t_1 - t$ очевидно је веома мали. За то време ће светлосни зрак пролазити кроз дурбин не поклапајући се с његовом осовином, и лик се звезде неће добити у пресеку конача, већ ће бити померен у страну, супротно од тачке A . Да до овог померања не би дошло, морамо нагнути дурбин под извесним углом према правој MA и довести га у правац $M'N$, паралелан дијагонали MN_1 ; тада ће у тренутку t_1 у тачку M једновремено стићи светлосни зрак и крст конача. Посматрач ће видети звезду у тачки σ_1 , у правцу MN_1 .

Положај који звезда заузима стварно на небеској сфери назива се *прави положај*, а њене координате — *праве координате*; и правац $M\sigma$ називајемо *прави правац*. Као што видимо, звезда се услед аберације посматра на другом положају σ_1 , помереном у правцу тачке A , према којој се креће посматрач из M . Правац $M\sigma_1$, у коме се види звезда, назива се *привидни правац*, положај σ_1 — *привидни положај*, координате које га одређују — *привидне координате*.

Угао k између правог и привидног правца назива се *аберациски угао*. Очевидно правац MN_1 лежи у равни која пролази кроз положај небеског тела и ону тачку небеске сфере према којој се креће посматрач. Та се тачка назива *апекс*. Услед аберације небеска тела изгледају примакнута апексу.

Величину аберациског угла добићемо из израза (сл. 66)

$$\operatorname{tg} k = \frac{NN_1}{MN}$$

Ако обележимо са v брзину кретања посматрача, а са W брзину светлости, биће

$$NN_1 = v(t_1 - t), \quad MN = W(t_1 - t);$$

према томе,

$$\operatorname{tg} k = \frac{v}{W}.$$

Брзина v увек је мала према брзини W , стога се за величину k , изражену у лучним секундама, може написати:

$$k \sin 1'' = \frac{v}{W},$$

одакле на крају добивамо

$$k = \frac{v}{W \sin 1''} \quad (1)$$

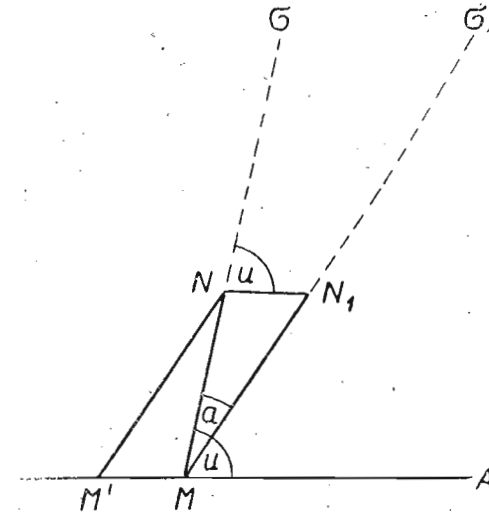
Претпоставимо сад да се посматрач не креће под правим, него под произвољним углом u према светлосном зраку (сл. 67). У том тренутку t светлосни зрак стићи ће опет у тачку N објектива; и у том тренутку треба дурбин померити у правац $M'N$ да би у тренутку t_1 пресек конача заузео положај M ; правац дурбина MN_1 показиваће тада на тачку σ_1 , привидни положај звезде.

Угао $NN_1M = a$ биће аберациски угао. Правац $M\sigma_1$ очевидно лежи у равни σMA и аберација помера небеско тело ка апексу. Да бисмо нашли величину аберациског угла, написаћемо из троугла MNN_1

$$\frac{NN_1}{NM} = \frac{\sin a}{\sin NN_1M},$$

али је

$$NN_1 = v(t_1 - t), \quad NM = W(t_1 - t), \quad \sphericalangle NN_1M = u - a.$$



Сл. 67.

Према томе је

$$\sin a = \frac{v}{W} \sin(u - a).$$

Ако развијемо $\sin a$ у ред, добићемо

$$\sin(u - a) = \sin u - a \sin 1'' \cos u;$$

последњи члан у томе реду због мале вредности a може се занемарити и тада је

$$\sin a = \frac{v}{W} \sin u,$$

одакле је

$$a = \frac{v}{W \sin 1''} \sin u = k \sin u. \quad (2)$$

Број k назива се *константа аберације*. Угао u у месту посматрања заклапају правци ка правом положају небеског тела и апексу; њему одговара лук великог круга небеске сфере између правог положаја небеског тела и апекса. Привидни положај лежи на том великом кругу, на страни апекса, на растојању $k \sin u$ од правог положаја.

Нађимо вредност константе за годишњу аберацију. Као што је горе показано,

$$k = \frac{v}{W} \sin 1'',$$

где је v брзина кретања Земље по кружној путањи, једнака

$$v = \frac{2\pi\Delta}{S}$$

Из обрасца (1) параграфа 52, у који треба ставити $p_0 = p_{\odot}$, излази

$$\Delta = \frac{a}{p_{\odot} \sin 1''};$$

Сл. 68.

S је дужина звездане године једнака 365,2564 срењих дана (в. параграф 29). После смена за k добијамо израз

$$k = \frac{2\pi}{S} \cdot \frac{a}{W p_{\odot} \sin^2 1''}$$

По Хајфорду $a = 6378,4$ km; брзина светлости по одређивањима америчког физичара Мајкелсна је 299 794 km у средњој секунди. Стављајући ове бројне вредности, добијамо

$$k = \frac{2\pi \cdot 6378,4 \cdot 299\,794}{365,2564 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \cdot W p_{\odot} \sin^2 1''} = 20'',5.$$

На астрономском конгресу 1896 г. у Паризу за константу годишње аберације усвојена је величина

$$k = 20'',47. \quad (3)$$

Одређивање положаја апекса Земљиног годишњег кретања врши се на овај начин. Правац Земљина кретања у простору поклапа се сваког тренутка с тангентом на путањи. Сматраћемо Земљину путању за круг.

Нека се Земља налази у тачки T (сл. 68); правац њена кретања биће TA ; како овај правац лежи у равни Земљине путање, то се на небеској сфери апекс увек налази на еклиптици. Нека $T\Upsilon$ буде правац ка тачки пролећне равнодневице; лонгитуда Сунца биће једнака углу L ; оче-

видно да је лонгитуда апекса A једнака $L - 90^\circ$. Према томе апекс лежи на еклиптици 90° западно од Сунца.

Нађимо сад константу дневне аберације и апекс дневног кретања тачке на Земљи. Како је брзина обртања разних тачака на Земљиној површини различита, то ће и константа дневне аберације бити различита за разне ширине; највећа ће константа бити за тачке на екватору, где је линиска брзина такође највећа. Ако је ту брзина

$$v = \frac{2\pi a}{T},$$

она ће на ширини φ бити $v_\varphi = \frac{2\pi r}{T}$; али је $r = a \cos \varphi$, што се види са сл. 69; према томе је

$$v_\varphi = v \cos \varphi. \quad (4)$$

Нађимо константу дневне аберације на екватору. Она ће бити

$$k' = \frac{2\pi a}{T W \sin 1''}$$

T је дужина звезданог дана,

изражена у средњим јединицама и једнака $23^h 56^m 4^s$ (в. параграф 34). Ако уврстимо бројне вредности, добићемо

$$k' = \frac{2\pi \cdot 6378,4 \cdot 299\,794}{23^h 56^m 4^s \cdot 299\,794}$$

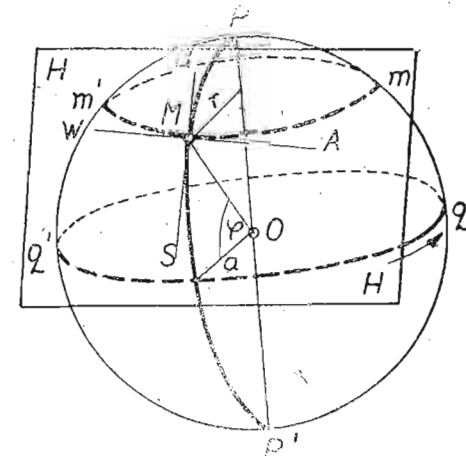
или

$$k' = 0'',320. \quad (5)$$

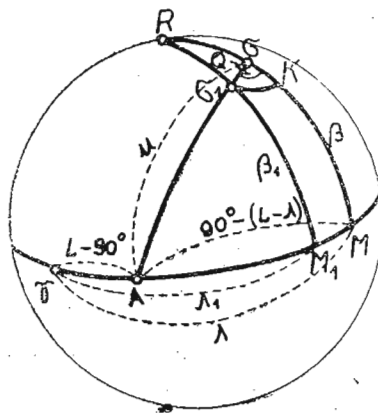
У тачки на ширини φ константа дневне аберације према изразу (4) биће

$$k_\varphi = 0'',320 \cos \varphi. \quad (6)$$

Услед Земљина обртања правац кретања тачке M поклапаће се сваког тренутка с тангентом MA на кругу mm' . Замислимо у тачки M тангентну равн HN (сл. 69), која је очевидно хоризонт тачке M ; према томе тангента лежи у хоризонту. Лук pMp' је меридијан тачке M ; пресеком његове равни с тангентном равни добија се подневачка линија NS ; управно на њој стоји права која спаја тачке E и W на небеској сфери. По особинама лопте тангента MA управна је на луку pMp' , а такође и на тангенти NS ; према томе она се поклапа



Сл. 69.



Сл. 70.

видно да је лонгитуда апекса A једнака $L - 90^\circ$. Према томе апекс лежи на еклиптици 90° западно од Сунца.

с правом WE . Услед тога што се Земља обрће са запада на исток тангента је уперена ка тачки E . Према томе апекс дневног кретања је источна тачка; под утицајем дневне абериације привидан положај звезде помера се ка истоку у односу на прави положај за лук

$$\sigma\sigma_1 = 0'',320 \cos \varphi \sin u. \quad (7)$$

58. Утицај годишње абериације на латитуду и лонгитуду звезде. — Нека је ΥAM_1M (сл. 70) лук еклиптике, R — њен пол; σ — прави положај звезде с координата $\beta = \sigma M$ и $\lambda = \Upsilon M$; A — апекс, $\Upsilon A = L - 90^\circ$ његова лонгитуда. Привидни положај звезде σ_1 добићемо ако повучемо лук великог круга $\sigma A = u$ и на њ пренесемо растојање $\sigma\sigma_1 = k \sin u$; координате привидног положаја биће $\beta_1 = \sigma_1 M_1$ и $\lambda_1 = \Upsilon M_1$. Повуцимо лук великог круга $\sigma_1 K$ управног на кругу латитуде RM ; добићемо мали правоугли троугао $\sigma_1 \sigma K$, у коме је $\sigma K = \beta - \beta_1$, $\sigma_1 K = (\lambda - \lambda_1) \cos \beta_1 = (\lambda - \lambda_1) \cos \beta$, јер је β_1 врло блиско β . Ако угао код σ обележимо са Q , за тај троугао можемо написати

$$\begin{aligned} \sigma K &= \sigma\sigma_1 \cos Q = k \sin u \cos Q; \\ \sigma_1 K &= \sigma\sigma_1 \sin Q = k \sin u \sin Q. \end{aligned}$$

Из правоуглог троугла σAM , у коме је $AM = \lambda - (L - 90^\circ) = 90^\circ - (L - \lambda)$, добијамо

$$\begin{aligned} \sin u \cos Q &= \sin \beta \sin (L - \lambda), \\ \sin u \sin Q &= \cos (L - \lambda). \end{aligned}$$

За разлику између привидних и правих координата добијамо најзад

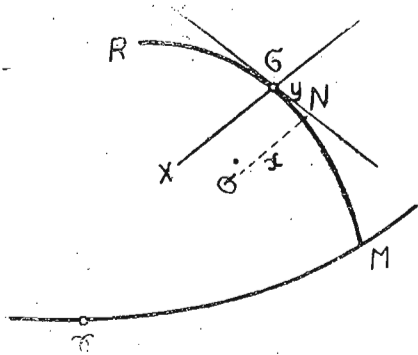
$$\left. \begin{aligned} \beta_1 - \beta &= -k \sin \beta \sin (L - \lambda), \\ \lambda_1 - \lambda &= -k \sec \beta \cos (L - \lambda). \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Из ових се образаца види да је за $L = \lambda$ или $L + 180^\circ = \lambda$, тј. у тренуцима конјункција или опозиција

звезде са Сунцем утицај годишње абериације на латитуду једнак нули, а на лонгитуду највећи и једнак $\pm k \sec \beta$; у тренуцима квадратура, када је $\lambda = L + 90^\circ$ или $\lambda = L + 270^\circ$, утицај на лонгитуду једнак је нули, а на латитуду највећи и једнак $\pm k \sin \beta$. А уопште разлике $\beta_1 - \beta$ и $\lambda_1 - \lambda$ периодично се мењају у тој години.

Испитајмо годишњу путању привидног положаја звезде. Нека ΥM претставља лук еклиптике и RM круг латитуде правог положаја звезде σ . Замислимо у тачки σ (сл. 71) тангентну равну на небеској сфери и у тој равни осовине правоуглих координата; нека се осовина Y поклапа с равни круга

латитуде. За привидни положај σ_1 добијамо координате x и y . Како је област у којој се догађа аберациско померање звезде мала, може се сма-



Сл. 71.

трати да се део тангентне равни око σ стапа са сфером, а праве које претстављају координате да се поклапају с кружним луцима; тада је

$$x = (\lambda - \lambda_1) \cos \beta \quad \text{и} \quad y = \beta - \beta_1.$$

На основи образаца (1) је

$$x = k \cos (L - \lambda) \quad \text{и} \quad y = k \sin \beta \sin (L - \lambda).$$

Одатле добијамо

$$\cos (L - \lambda) = \frac{x}{k}, \quad \sin (L - \lambda) = \frac{y}{k \sin \beta}.$$

Ако обе једначине дигнемо на квадрат и саберемо, добијамо

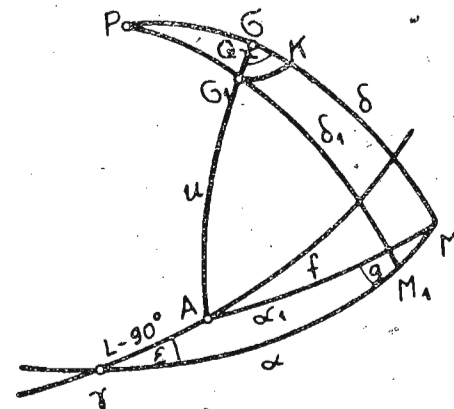
$$\frac{x^2}{k^2} + \frac{y^2}{(k \sin \beta)^2} = 1.$$

То је једначина елипсе с великом полуосовином k , и малом $k \sin \beta$. Према томе, под дејством годишње абериације привидни положај звезде описује око правог елипсу с великом полуосовином $k = 20'',47$ и малом $20'',47 \sin \beta$; при чему се последња поклапа с кругом латитуде.

На еклиптици, где је $\beta = 0$, елипса се претвара у лук еклиптике и читаво померање привидног положаја износи скоро $41''$. У полу еклиптике, где је $\beta = 90^\circ$, привидни положај описује круг с полупречником $20'',47$.

Абериацију је открио енглески астроном Брадлеј 1725 г.. На приватној опсерваторији на брду Кју код Лондона био је постављен нарочити инструмент — зенитни сектор — за меридијанска посматрања деклинација звезде које кулминују близу зенита. Брадлеј је почео да посматра тим инструментом звезду γ Draconis у циљу одређивања њене паралаксе и ускоро је открио промене у деклинацији звезде, које су достигале до $\pm 20''$, али је начин на који су се оне догађале показивао да то нису парарактичка померања. Као што је у параграфу 53 речено, ова се померања врше ка Сунцу, док су Брадлејева посматрања откривала померања ка оној тачки на еклиптици чија је лонгитуда била увек мања од L за 90° . Брадлеј је морао признати да није открио годишњу паралаксу звезде γ Draconis, већ нарочиту појаву коју је назвао абериацијом. Резултате својих истраживања Брадлеј је објавио 1728 г..

59. Утицај годишње абериације на деклинацију и ректасцензију звезде. — Нека су права ректасцензија и деклинација звезде α и δ , а привидне α_1 и δ_1 .



Сл. 72.

Потражимо разлике $\alpha_1 - \alpha$ и $\delta_1 - \delta$.

Нека је (сл. 72) $\gamma M_1 M$ лук екуатора; γA — лук еклиптике; PM — деклинациски круг звезде; A — апекс; тада је $\gamma A = L - 90^\circ$. Пренесимо у смеру $\sigma A = u$ лук $\sigma \sigma_1 = k \sin u$; σ_1 биће привидни положај звезде. Повуцимо кроз тачку σ_1 лук великог круга $\sigma_1 K$ управан на деклинациском кругу PM ; правоугли троугао $\sigma \sigma_1 K$ сматраћемо за раван; из њега ћемо добити:

$$\sigma K = \sigma \sigma_1 \cos Q \quad \text{и} \quad \sigma_1 K = \sigma \sigma_1 \sin Q,$$

али је

$$\sigma K = \delta - \delta_1, \quad \sigma_1 K = (\alpha - \alpha_1) \cos \delta_1 = (\alpha - \alpha_1) \cos \delta,$$

јер је δ_1 приближно једнако δ . Из тих једнакости излази:

$$\begin{aligned} (\alpha_1 - \alpha) \cos \delta &= -k \sin u \sin Q, \\ \delta_1 - \delta &= -k \sin u \cos Q. \end{aligned}$$

Пређимо сад на троугао σAM ; ако ставимо $AM = F$ и угао $AM\gamma = g$, имаћемо:

$$\begin{aligned} \sin u \sin Q &= \sin F \cos g, \\ \sin u \cos Q &= \sin \delta \cos F - \cos \delta \sin F \sin g; \end{aligned}$$

даље из троугла γAM имамо:

$$\begin{aligned} \sin F \cos g &= \sin \alpha \sin L + \cos \alpha \cos L \cos \epsilon, \\ \cos F &= \cos \alpha \sin L - \sin \alpha \cos L \cos \epsilon, \\ \sin F \sin g &= -\cos L \sin \epsilon. \end{aligned}$$

Ако нађене величине уврстимо у обрасце за $\alpha_1 - \alpha$ и $\delta_1 - \delta$, добићемо:

$$\begin{aligned} (\alpha_1 - \alpha) \cos \delta &= -k \sin \alpha \sin L - k \cos \alpha \cos L \cos \epsilon, \\ \delta_1 - \delta &= -k \sin \delta \cos \alpha \sin L + k \sin \delta \sin \alpha \cos L \cos \epsilon - k \cos \delta \cos L \sin \epsilon = \\ &= -k \sin \delta \cos \alpha \sin L - k \cos L \cos \epsilon (tg \epsilon \cos \delta - \sin \delta \sin \alpha). \end{aligned}$$

Према томе је

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 - \alpha &= -k \sin L \sin \alpha \sec \delta - k \cos L \cos \epsilon \cos \alpha \sec \delta, \\ \delta_1 - \delta &= -k \sin L \cos \alpha \sin \delta - k \cos L \cos \epsilon (tg \epsilon \cos \delta - \sin \delta \sin \alpha). \end{aligned} \right\} (1)$$

Раздвојмо сад у коефицијентима ових образаца чинитеље који зависе од лонгитуде Сунца и који су, према томе, једнаки за све звезде, од чинитеља који зависе од координата звезде; осим тога, у коефицијенте разлике $\alpha_1 - \alpha$ унесимо чинитељ $\frac{1}{15}$, да бисмо их претворили у временске јединице. Другим речима ставимо

$$C = -k \cos L \cos \epsilon; \quad c = \frac{1}{15} \cos \alpha \sec \delta; \quad c' = tg \epsilon \cos \delta - \sin \delta \sin \alpha;$$

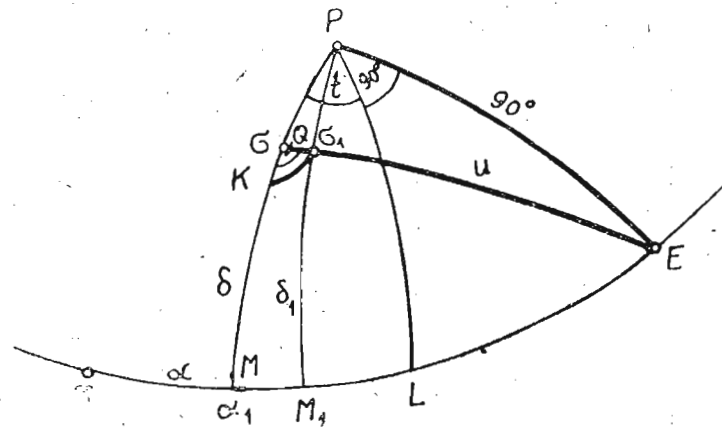
$$D = -k \sin L; \quad d = \frac{1}{15} \sin \alpha \sec \delta; \quad d' = \cos \alpha \sin \delta.$$

С уведеним ознакама добијају се ове крајње вредности за тражене разлике:

$$\begin{aligned} \alpha_1 - \alpha &= Cc + Dd, \\ \delta_1 - \delta &= Cc' + Dd. \end{aligned} \quad (2)$$

Бројеви C и D су функције времена; њих је први увео Бесел и зато се називају Беселови бројеви. У Астрономском годишњаку дају се вредности Беселових бројева за сваки дан у години.

Кад смо у параграфу 37 описивали таблице Сунца у Астрономском годишњаку поменули смо да се тамо дају привидне ректасцензије и де-



Сл. 73.

клинације Сунца, тј. у те координате унет је утицај годишње аберације, па се према томе оне могу непосредно упоређивати с посматрањима. Уопште треба имати у виду да су и координате Месеца, и планета, и осталих небеских тела поправљене за утицај годишње аберације, да су и за њих дате привидне координате.

60. Утицај дневне аберације на деклинацију и ректасцензију звезде. — Нека је (сл. 73) γE — екуатор, PL — меридијан и $P\sigma$ — деклинациски круг звезде σ ; њене ће координате бити $\sigma M = \delta$, $\gamma M = \alpha$, E је источна тачка; ако повучемо лук великог круга $\sigma E = u$ и нанесемо растојање $\sigma \sigma_1 = k' \cos \varphi \sin u$, добићемо привидни положај звезде σ_1 ; привидне координате биће $\sigma_1 M_1 = \delta_1$, $\gamma M_1 = \alpha_1$. Како је PL — меридијан места посматрања, то ће часовни угао положаја σ бити t .

Нађимо разлике $\alpha_1 - \alpha$ и $\delta_1 - \delta$. Повуцимо кроз σ_1 лук великог круга управан на деклинациском кругу PM ; добићемо мали троугао $\sigma \sigma_1 K$ с углом Q код σ . Из тог троугла је

$$\begin{aligned} \sigma_1 K &= (\alpha_1 - \alpha) \cos \delta_1 = (\alpha_1 - \alpha) \cos \delta = k' \cos \varphi \sin u \sin Q \\ \sigma K &= \delta_1 - \delta = k' \cos \varphi \sin u \cos Q. \end{aligned}$$

Даље из троугла σPE имамо

$$\begin{aligned} \sin u \sin Q &= \sin 90^\circ \sin (90^\circ + t) = \cos t, \\ -\sin u \cos Q &= \cos \delta \cos 90^\circ - \sin \delta \sin 90^\circ \cos (90^\circ + t) = \sin \delta \sin t. \end{aligned}$$

За разлике $\alpha_1 - \alpha$ и $\delta_1 - \delta$ добићемо на крају

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 - \alpha &= 0'',320 \cos \varphi \sec \delta \cos t = 0'',021 \cos \varphi \sec \delta \cos t, \\ \delta_1 - \delta &= 0'',320 \cos \varphi \sin \delta \sin t. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Из обрасца се види да ће аберација у ректасцензији бити највећа за $t = 0^h$, док ће аберација у деклинацији бити једнака нули; напротив, за $t = 6^h$ највећа ће бити аберација у деклинацији, а аберација у ректасцензији ће постати једнака нули.

ГЛАВА ДЕВЕТА

ИСТОРИЈАТ ОТКРИЋА ПРАВИХ КРЕТАЊА ПЛАНЕТА И ЊИХОВО ОБЈАШЊЕЊЕ ЗАКОНОМ ГРАВИТАЦИЈЕ

61. **Привидно кретање планета.** — Још је у далекој старини било примећено да пет сјајних звезда не остају непомичне, већ се непрестано померају према осталим звездама, тзв. некретницама, прелазећи из једног сазвежђа у друго. Те су звезде назване *планете* (што на грчком значи звезде које путују). Од ових пет небеских тела три су — *Венера*, *Јупитер* и *Марс* — најсјајније звезде на небу; *Сатурн* је нешто слабији, пета планета — *Меркур* — такође је врло сјајна, али се ретко види из наших ширина.

Сопствено кретање планета одликује се овим особинама:

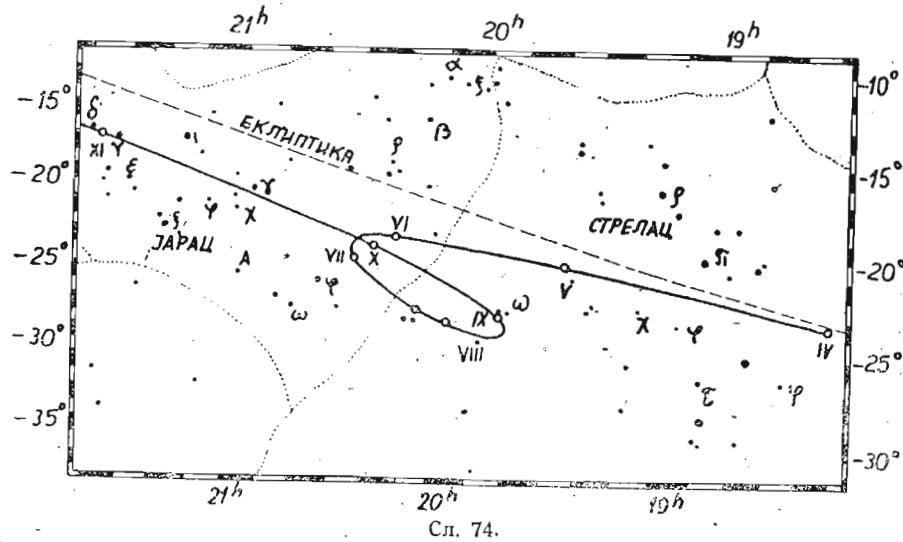
1. Планете се не удаљују далеко од еклиптике и увек остају у области Зодијака.
2. Привидно кретање планета има уопште смер *са запада на исток*; цео обилазак дуж еклиптике за разне планете траје од године дана до много година.

3. Кретање планета је *неједнако*, слично кретању Сунца, али у знатно већем степену: с времена на време брзина привидног кретања планете спадне до нуле (*застој* или *стација* планете), а затим чак мења знак, тј. планета почиње да се креће ретроградно, ка западу. Овакво *ретроградно кретање* траје неколико недеља или месеца, затим наступа нов застој и планета наставља свој пут ка истоку.

Кретање ка истоку, за разлику од ретроградног, назива се *директним*. Ако нанесемо привидну путању планете на карту, добиће се сложена крива линија са петљама и превојима. На сл. 74 приказано је привидно кретање планете Марса 1939 г. од априла до октобра. Римским цифрама обележени су почети месеца.

Пажљивије посматрање планета показало је да се по кретању све планете могу поделити у две групе. Претставник прве групе је Венера, најсјајнија од свих планета. Она се виђа само као вечерња или јутарња звезда: или у сутон на западу или пред зору на истоку. Кад се после периода невидљивости појави на западу у зрацима *вечерњег* сутона, она се из дана у дан све више удаљује ка истоку. У то време планета се креће ка истоку брже од Сунца, али њена брзина поступно опада. Када се њена брзина изједначи са Сунчевом, углавно отстојање планете од Сунца достигне максимум (45—48°, такована *источна елонгација*).

Са даљим смањивањем брзине, планета почне опет да се приближује Сунцу, промени смер свога кретања у ретроградни (ка западу) и скрива се у Сунчевим зрацима. Тренугак када лонгитуда планете постане једнака лонгитуди Сунца назива се *доња конјункција* планете са Сунцем. У то време може се понекад посматрати како планета пролази испред Сунчева котура у виду црног котурића. Затим се Венера удаљује на запад од Сунца и, према томе, постаје југарња звезда. После највеће западне елонгације планета почиње опет да се приближује Сунцу, али сад са запада и завршава поновним ишчезавањем у његовим зрацима, такозваном *горњом конјункцијом*, после које се планета опет појављује као вечерња звезда. Исто се тако креће и Меркур. Само његова највећа елонгација не прелази 28° , тако да се планета скоро непрестано крије у



зрацима сутона или зоре. Обе ове планете, које у свом кретању изгледа да осцилују око Сунца, назване су *доњим* (тј. блиским) планетама, јер су у старо време мислили да се оне налазе увек близу Сунца.

Остале планете називају се *горње*, тј. далеке. Њихови положаји на небу нису тако очигледно везани с положајима Сунца, као положаји доњих планета, и оне се могу удаљавати од Сунца на произвољно углавно отстојање.

У њиховом кретању има такође периода када се оне скривају у Сунчевим зрацима, то су *конјункције* са Сунцем. После периода невидљивости планета се појављује увек *западно* од Сунца, у јутарњим зрацима. У то време она се креће директним смером ка истоку, у истом смеру као и Сунце, али спорије од њега, тако да се отстојање планете од Сунца повећава и она излази све раније и раније. Њено кретање ка истоку све је спорије, напоследку после *застоја* прелази у *ретроградно* кретање ка западу. У то време, када се планета креће ретроградно,

њено углавно отстојање од Сунца расте нарочито брзо и наступа тренутак када угао између Сунца и планете достигне 180° ; тај положај планете назива се њена *опозиција* према Сунцу. Ретроградно кретање наставља се неко време и после опозиције, углавно растојање између Сунца и планете постаје мање од 180° и планета почиње да се приближује Сунцу са *истока*. Ово се приближавање наставља и кад се ретроградно кретање смени директним кретањем ка истоку, но споријим од Сунчева кретања.

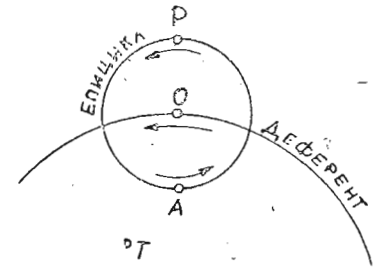
Приметимо 1) да се опозиција догађа увек *на средини* лука ретроградног кретања и 2) да за време опозиције планета достиже највећи сјај. Очеvidно она се у то време највише приближује Земљи.

За време опозиције планета излази приближно у тренутку Сунчевог залаза и види се целу ноћ. После опозиције Сунчев залаз затиче планету већ над хоризонтом и сваког дана све ближе Сунцу, док не ишчезне у његовим зрацима као вечерња звезда. То значи да је наступила конјункција са Сунцем.

62. **Птолемејев геоцентрични систем.** — Застоји и ретроградна кретања планета дуго времена су били загонетни и тек после неколико столећа брижљивих посматрања грчки су астрономи нашли за њих објашњење познато под називом *Птолемејев систем* (александриски астроном из II века наше ере). Тај систем претставља оштроумну геометријску конструкцију. Она није само објашњавала све посматране појаве, већ је чак и омогућавала да се израчунају положаји планета у будућности са тачношћу која је била потпуно довољна за несавршене посматрачке инструменте старог века. Иако је у својој основи овај систем био нетачан, баш због овога није изазивао скоро никакве сумње све до XVI века.

Птолемеј је претпостављао да је Земља непомицна и да се налази у средишту васионе. Око ње се крећу по *круговима* и *равномерно* седам небеских тела: Месец, Меркур, Венера, Сунце, Марс, Јупитер и Сатурн. И то ниједна планета не обилази непосредно око Земље, већ описује сразмерно мали круг (у истом смеру) око неке замишљене тачке *O*, а тек се ова тачка креће око Земље *T* по кругу великог полупречника (сл. 75). Мали круг назива се *епицикл*, велики — *деферент*. Кад се кретање по епициклу сложи с кретањем самог епицикла, излази да ће планета, посматрана са Земље, око тачке *P* имати најбрже директно кретање, а у близини тачке *A* напротив — ретроградно. Између ове две тачке постојаће један положај (који није обележен на слици), у коме је брзина планете, сложена с брзином епицикла, уперена право ка Земљи и, према томе, у њему ће планета изгледати неко време непомицна. То је једна од тачака застоја: Друга ће иста таква тачка бити тамо где се планета креће право од Земље.

Ако се још претпостави да је раван епицикла мало нагнута према равни деферента, планета се за посматрача са Земље неће просто кре-



Сл. 75.

тати напред, назад и опет напред по једној линији, већ ће описати извесну петљу, што доиста и посматрања потврђују.

Горње се планете разликују од доњих по времену обилажења по епициклу. Горње планете изврше један пун обилазак по епициклу за 1 годину, а време обиласка средишта епицикловог по деференту (такозвани *сидерични обилазак планете*) за разне горње планете различито је: за Марс је мање од 2 године, за Јупитер 12 година, за Сатурн скоро 30 година. За две доње планете, напротив, време обилажења по епициклу различито је, а обилажење по деференту једнако је и опет једнако 1 години.

У току времена показало се да се посматрана кретања планета не слажу потпуно с Птолемејевим системом. Зато га је ваљало начинити сложенијим. Тако су још стари астрономи приметили да су кретања планета ка истоку неравномерна. Да би објаснили ову неравномерност претпоставили су да се стварно седиште епицикла сваке планете креће по кругу и то равномерно, само да се Земља не налази у средишту тога круга (*ексцентрични кругови*). Стога кад планета пролази кроз тачку своје путање најближу Земљи (*перигеум*), са Земље њено кретање изгледа брже од средњег; напротив, у *апогеуму* кретање изгледа најспорије.

Каснија посматрања, углавном арабљанских астронома у средњем веку, открила су у кретању планета низ других неправилности, које се нису могле објаснити кретањем по Птолемејевим епициклима. Зато се морало претпоставити да око средишта првог епицикла не обилази сама планета, већ друга математичка тачка — средишта другог епицикла, око ње средиште трећег епицикла итд. и, напослетку, по обиму последњег епицикла — сама планета, тако да је добивен необично сложен систем међусобно нагнутих кругова. Зато су све чешће ницале сумње у тачност Птолемејева система.

63. Коперникова реформа. — Мисао о кретању Земље по елиптици је још у старом веку, како код филозофа (Питагора у VI в., Платон у V в. пре н. е.), тако и код астронома. Грчки астроном Аристарх у III в. пре н. е. имао је већ довољно тачну претставу о Земљиним кретањима. Његова схватања била су позната старим научницима, али нису нашла одјека, јер су одлучно противречила законима физике и механике, како их је наука замисљала у оно време. Осим тога, у то време се још није показала неодрживост Птолемејеве теорије. Зато се у току низа столећа схватање о Земљиним кретањима сматрало за неосновано маштање, као и низ других изума старих филозофа. Оно није узимано озбиљно, — нити је подржавано, нити прогањано.

Средином XVI в. положај се нагло изменио. 1543 г. појавило се велико дело *О кретањима небеских тела*, у коме је схватање о Земљиним кретањима било математички разрађено. Његов писац био је астроном Никола Коперник, који је живео у Источној Прусској.

Та књига била је његово животно дело. Претпоставке старих мислилаца о Земљиним кретањима њему су биле познате, али то не умањује његове заслуге. Све докле је претпоставка о кретању само исказивана без довољно основа, често у нејасном облику. Коперник ју је не само тачно изразио, већ је израдио и цео астрономски систем, који по потпу-

ности и строгости није уступао Птолемејевом систему, а цео је био заснован на кретању Земље око Сунца. Тако је учење о Земљи као планети постало складна научна теорија, поткрепљена многобројним чињеницама.

Учење о Земљиним кретањима изазвало је праву револуцију у човекову погледу на свет. Дотле је Земља сматрана за јединствено непокретно тело у васиони и за најважнији део свемира; све су се вере слагале у томе да су небеска тела створена само за загревање и осветљавање Земље; судбина човечанства сматрана је за разлог постојања васионе. А сад је Земља сведена на обичну планету, која се креће заједно с осталим, сличним планетама у безграничном васионском простору и пред човеком се појавио један нови стварни свет, неизмерно величанствен.

У исто време откриће Земљина кретања извакредно је подигло углед науци у њеној борби с верским схоластичким традицијама. Коперниково име постало је знамење свих бораца за научни поглед на свет.

Основи Коперникова система састоје се у овоме:

1. Планете обилазе по *круговима* око Сунца, а не око Земље.
2. Земља је једна од планета и обилази у току године око Сунца по кругу; раван тога круга је раван еклиптике.

3. Земља се обрће у току дана око осовине нагнуте према еклиптици. Према томе по Коперниковој теорији се планете крећу око Сунца стално у истом смеру, без икаквих застоја и ретроградних кретања. Петље које оне описују долазе отуд, што ми посматрамо планете са Земље која се креће. Услед тога положаји планета имају *паралактичка* померања; планета се помера у смеру супротном Земљиним кретањима.

Главни доказ тачности своје теорије Коперник је засновао на томе да је кретање планета везано с годишњим кретањем Сунца и зато у обилажењу свих планета постоји годишња периода (параграф 62). Стари астрономи на ову околност нису обратили пажњу или су то сматрали као случајно поклапање. Коперник је, напротив, показао да су и годишње кретање Сунца и годишње периоде у кретању планета просто одраз једног истог годишњег кретања, Земљиног кретања око Сунца. Тиме је он једним потезом пресекао замршени чвор епицикала.

Затим је Коперник пошао даље. Први пут у историји науке он је *измерио* планетски систем. И доиста, петља коју описује планета, по Копернику је паралактичка појава. Према томе, кад би планета била непомична, петља би имала облик тачне елипсе и њен угловни полу-пречник био би једнак годишњој паралакси планете π . Кад знамо π , можемо израчунати даљину планете од Сунца у астрономским јединицама по обрасцу (2) параграфа 53:

$$\Delta = \frac{1}{\pi \sin 1''}$$

Пре но што се примени овај образац треба поправити посматрану петљу за кретање планете око Сунца. Коперник је знао да одреди приближно ову поправку и кад је извршио рачун добио је за даљине планета величине које се добро слажу са савременим одређивањима.

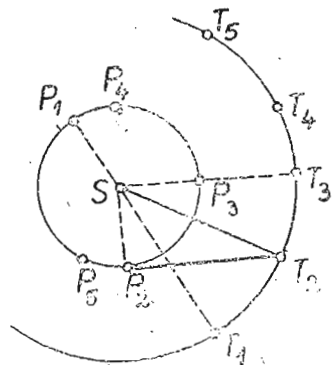
Потпуно строги докази Земљина кретања били су међутим нађени много касније. Коперник је могао само показати да његов систем знатно

простије и природније објашњава небеска кретања него Птолемејев систем и да је, према томе, знатно вероватнији.

64. Објашњење привидних кретања планета Коперниковом теоријом. — По Копернику се разлика између кретања доњих и горњих планета (параграф 61) објашњава тиме, што су доње планете ближе Сунцу него Земља, а њихове се путање налазе у унутрашњости Земљине путање, док су горње планете, напротив, даље од Сунца него Земља и њихове су путање изван Земљине. Зато се сад доње планете обично називају *унутрашње*, а горње — *спољашње*.

а) *Кретање доњих планета.* На сл. 76 P_1, P_2, \dots претстављају положаје унутрашње планете, а T_1, T_2, \dots односне положаје Земљине. Обе се планете крећу у једном смеру; планета се креће брже од Земље.

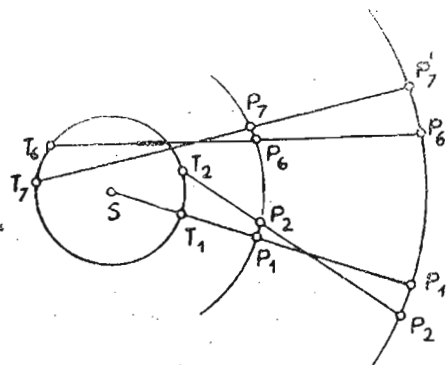
Планета се у положају P_1 не види са Земље T_1 , јер се налази иза Сунца; то је *горња конјункција* планете са Сунцем. После конјункције планета се појављује иза Сунца са леве стране (за посматрача са северне



Сл. 76.

полулопте) и све се више удаљава ка истоку. У то време она се види с вечери. У положају P_2 она достиже највећу *источну елонгацију* (угао ST_2P_2); у том тренутку је угао SP_2T_2 прав. Затим планета почиње да се приближава Сунцу, пролази између Сунца и Земље (P_3 , *доња конјункција*) и појављује се с друге стране Сунца, западно од њега, као јутарња звезда. После највеће *западне елонгације* (P_4) она се опет приближава Сунцу и, напоследку, ишчезава иза њега (P_5); наступа нова горња конјункција после које се појаве понављају истим редом.

б) *Кретање горњих планета.* Нека су T_1, T_2, \dots, T_7 на сл. 77 положаји Земље на њеној путањи приближно у размацима од по месец дана, а P_1, P_2, \dots — положаји планета у истим тренуцима. Земља и планета крећу се у истом смеру, ка истоку; Земља се креће брже од планете. У првом тренутку, када се Земља налази у T_1 , планета ће се видети на бескрајно далекој небеској сфери у тачки P'_1 ; из положаја T_2 планету ћемо видети већ у правцу $T_2P_2P'_2$. Према томе, за протекло



Сл. 77.

време планета ће се померити међу звездама *ретроградним кретањем*, тј. ка западу. Када Земља буде прешла (после пола године) с друге стране Сунца, њено ће кретање из T_6 у T_7 бити супротно кретању планете из P_6 у P_7 и планета ће се по небеској сфери померати из P'_6 ка P'_7 , тј. привидно кретање биће *директно*, усмерено ка истоку. Између та два кретања, ретроградног и директног, постојаће тачка у којој ће планета изгледати непомична; то је *застој* или *стација* планете.

Тачка P_1 одговара опозицији планете према Сунцу (параграф 61). Тога тренутка лонгитуда планете разликује се од лонгитуде Сунца за 180° , а планета се тада приближује Земљи на најмање могуће отстојање.

Уопште за *спољну* или *горњу* планету кретање средишта епицикла по великом кругу са запада на исток није ништа друго до право кретање планете око Сунца, а кретање по епициклу у виду петље, које има годишњу периоду, само привидно паралактичко померање, које долази од Земљина годишња кретања.

Напротив, за доње или унутрашње планете, Меркура и Венеру, чије су путање обухваћене Земљиним, кретање ка истоку заједно са Сунцем, у чијој се близини оне увек налазе, није ништа друго до паралактичко померање изазвано Земљиним кретањем. Кретање ових планета по петљама час у једну, час у другу страну од Сунца одговара њиховом правом кретању око Сунца.

в) *Сидеричко и синодичко обилажење планета.* Коперниково откриће објаснило је неке периоде у кретању планета које су откривене посматрачки и омогућило је да се оне лако међусобно повежу. Тако је *сидерички обилазак* T планете (в. параграф 62) периода обиласка планете око Сунца. По истеку ове периоде планета се за посматрача, који би се налазио на Сунцу, враћа у исти положај према звездама. *Синодички обилазак* S планете је периода по чијем се истеку планета враћа у исти положај према Сунцу за посматрача са Земље. На пример, временски размак између две узастопне истоимене конјункције или две опозиције планетине једнак је синодичком обиласку.

Нека је S *звездана* или *сидеричка година*, тј. периода обиласка Земље око Сунца. Претпоставимо да се *горња* планета налази у опозицији са Сунцем, тј. на најближем отстојању од Земље. Наредно тако приближавање наступиће очевидно после S дана. Дневне угловне брзине Земље и планете износе (у деловима обима)

$$\frac{1}{S} \text{ и } \frac{1}{T}.$$

Разлика ових брзина биће једнака дневној брзини планетиној према Земљи, тј. $\frac{1}{C}$:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{S} - \frac{1}{T}. \quad (1)$$

Овај образац назива се *једначина синодичког кретања*. Она омогућује да се израчуна C из T или обрнуто.

За доњу планету, која се креће брже од Земље, једначина ће бити

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{T} - \frac{1}{S} \quad (2)$$

65. **Борба за научни поглед на свет.** — Све док је учење о Земљином кретању било претпоставка малог броја полузаборављених мислилаца, оно није изазивало бојазан у круговима црквене управе. Али када се, после појаве Коперникове књиге, ово учење почело ширити све више и више, црква га је почела прогањати, као учење које се не слаже са Светим писмом. Инквизиција је проклела Коперникову књигу и унела је у списак (индекс) књига које су забрањене док се не исправе, а они који су ширили Коперниково учење прогањани су као јеретици. Нарочито је силно било ово прогањање у земљи папства, Италији, где се оно оборило на два највећа италијанска мислиоца XVI и XVII века — Ђордана Бруна и Галилеја.

Ђордано Бруно био је филозоф чије учење садржи и мистичке и материјалистичке црте: он је учио да су природа и Бог једно исто и да је материја права суштина ствари. У својим радовима он није само проповедао Коперникову теорију, већ је отишао још много даље: он је први исказао мисао да је број светова, сличних нашем Сунчевом систему, бесконачан, да су звезде далека сунца око којих обилазе планете, насељене бићима може бити савршенијим од нас. Бруно је пао у руке Инквизиције и после дугогодишњег тамновања био је спаљен 1600 г. као јеретик.

Галилеј, велики оснивач механике, једва је избегао такву судбину. Овај најсвестранији и најдубљи научник свога доба први је применио дурбин на изучавање небеских тела. Он је у току неколико месеца 1609 — 1610 године начином помоћу свог веома несавршеног инструмента читав низ значајних открића и необично је брзо протумачио њихово значење. Свако од ових открића наносило је тежак удар верском погледу на свет и сјајно је потврђивало тачност Коперникове теорије. Тако је на Месецу Галилеј открио брда и чак довољно тачно измерио њихове висине. На тај начин се показало да Месец нема никакву нарочиту небеску природу, која се приписивала небеским телима, већ да је потпуно сличан Земљи. У његовом дурбину се видело да Венера показује мене као Месец, и то баш онако како је предвидео Коперник: од уског срца до потпуног котура. То је доказивало да Венера обилази око Сунца, јер би се при обилажењу око Земље мене ређале на други начин. Напослетку је Галилеј открио четири Јупитерова пратиоца, који обилазе око планете као Месец око Земље, и није само одредио периоде њихових обилажења, већ је скренуо пажњу на практичну вредност овог открића за одређивање дужина тачака на Земљи. Како Јупитерови пратиоци обилазе око планете која се и сама несумњиво креће, то је и ово откриће било тежак удар за Аристотелове присталице: оно је оповргавало њихово учење да средиште кретања може бити само непомично тело.

Ослањајући се на своја открића Галилеј је са огромним успехом ширио Коперниково учење и с катедре и преко читавог низа популарних списа енергично је изобличавао незнање научника-сколастика свога времена. За један такав спис он је, већ као седамдесетогодишњи

старац, изведен пред суд Инквизиције. Да би спасао живот, Галилеј је био принуђен да се јавно одрекне својих заблуда, тј учења о Земљином кретању (1633 г.).

Али никакви прогони нису могли зауставити ширење Коперникова учења. Оно је коначно победило кад је Кеплер открио математичке законе кретања планета.

66. **Кеплерови закони.** — Пуних двадесет година крајем XVI века дански астроном Тихо Брахе посматрао је небеска тела на нарочито подигнутој и богато опремљеној опсерваторији Ураниенборг (небески замак) у Данској. Положаји планета које је он одредио одликовали су се дотле нечувеном тачношћу, без обзира на то што су сва посматрања вршена голим оком — дурбин тада још није био пронађен.

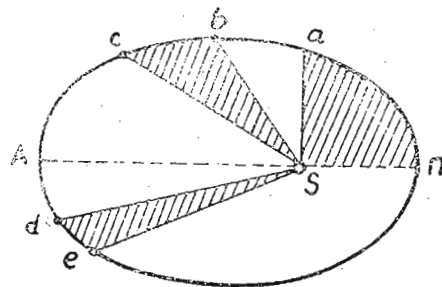
Научни институт који је он створио (у коме се бавило не само астрономијом већ и другим наукама) био је за то време појава којој није било примера и постао чувен у Европи. Али ово ништа није сметало да Брахе на крају крајева навуче на себе низ оптужаба, између осталог да је у вези са нечистом силом и да буде принуђен да напусти Данску. Део својих инструмената он је пренео у Праг и почео тамо организовати нову опсерваторију, али је ускоро умро (1601 г.). Многобројна посматрања планета која Тихо Брахе није успео да обради стајала су на расположењу његовом младом помоћнику, немачком математичару Јохану Кеплеру.

Противно Тихо Брахеу, који није признавао Земљино кретање, Кеплер је био ватрени присталица Коперникове теорије. Желећи да усаврши ову теорију он је одлучио да је упореди и са Тихо Браховим посматрањима. За ту сврху он је изабрао планету Марс и посветио неколико година брижљивом изучавању њена кретања. Кеплеров рад текао је под изузетно тешким условима. Ратне прилике, материјална необезбеђеност, прогони од стране цркве, вечно сељакање — то су били услови под којима су стварани чувени Кеплерови закони (1609—1618 г.).

На почетку свог рада Кеплер је делио опште мишљење да се небеска тела могу кретати само по круговима и равномерно. Зато је утрошио много времена на то да би Марсову путању претставио кругом са Сунцем које би се налазило негде изван средишта. Када му никако није пошло за руком да пронађе такав круг који би задовољавао све посматране положаје, он је решио да одбаци вековну предрасуду кружних кретања и да прихвати да Марсова путања није круг, већ нека друга крива. Ускоро је он одредио ту криву. Тако је нашао свој први закон.

Први закон: Путања планете је елипса у чијој се једној жици налази Сунце.

Изучавајући даље промену брзине Марсова кретања по путањи Кеплер је оповргао принцип равномерности небеских кретања.



Сл. 78,

Место њега он је открио закон који се назива закон површина.

Други закон: Радиус-вектор планете описује у једнаким временима једнаке површине.

Када се планета налази у перихелу π , најближе Сунцу, претпоставимо да радиус-вектор за извесно одређено време, на пример за месец дана, опише површину $\pi a S$ (сл. 78). Планета ће за то време прећи лук πa . А када се планета удаљи од Сунца (на афелу A), њен ће радиус-вектор за месец дана описати површину $de S$ једнаку $\pi a S$. Према томе лук de , који ће планета прећи за то време биће мањи од лука πa .

Други закон одређује брзину кретања планете. Она је утолико већа уколико је планета ближа Сунцу. Како се површина елипсе лако одређује математички, то овај закон омогућује да се израчуна положај планете на елипси у произвољном тренутку.

Са ова два закона проблем о кретању сваке планете посебно био је решен (1909 г.). Али је Кеплер продужио своје истраживање, јер је био убеђен да постоји закон који везује у једну целину читав планетски систем. Овај чувени закон он је нашао тек 1618 г..

Трећи закон: Квадрати времена обилажења планета стоје у истом односу као кубови њихових средњих отстојања од Сунца.

Ако времена сидеричких обилажења двеју планета обележимо са T и T_1 , а њихова средња отстојања од Сунца (велике полусе елипса) са a и a_1 , трећи закон биће претстављен обрасцем

$$\frac{T^2}{T_1^2} = \frac{a^3}{a_1^3} \tag{1}$$

Тачност овог закона види се из доње таблице, у којој су дата средња отстојања свих планета познатих у Кеплерово време (a) и времена њихових сидеричких обилазака (T), при чему је за јединицу узето средње отстојање Земље од Сунца и њено време обиласка, тј. сидеричка година. Из таблице се види да је за сваку планету куб првог броја једнак квадрату другог.

Планете	a	T	a^3	T^2
Меркур	0,387	0,241	0,058	0,058
Венера	0,723	0,615	0,378	0,378
Земља	1	1	1	1
Марс	1,524	1,881	3,540	3,538
Јупитер	5,203	11,86	140,8	140,7
Сатурн	9,539	29,46	868,0	867,9

Из тога закона излази између осталог да је за одређивање отстојања планета од Сунца довољно знати отстојање једне од њих, на пример Земље. Отстојања свих осталих одређују се из њихових времена обиласка простим обрасцем (1).

Ако измењамо места њених чланова, сразмеру (1) можемо написати на овај начин:

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{a_1^3}{T_1^2} = C = const. \tag{2}$$

Овај образац показује да је количник куба велике полуосовине и квадрата времена обиласка планете *стална величина*, једнака за све планете нашег система; зато је њу довољно израчунати за једну ма коју планету. Бројна вредност ове константе зависи од тога у каквим јединицама изражавамо отстојање и времена обилажења планета. Ако за јединице узмемо сидеричку годину и астрономску јединицу, онда је $C = 1$ и, према томе,

$$T = a^{\frac{3}{2}}. \tag{3}$$

Трећи закон (као и остала два) важи не само за планете него и за њихове пратиоце. За све пратиоце једне планете однос $\frac{a^3}{T^2}$ је исти,

али за сваку планету он има другу вредност, која се разликује од вредности за сам планетски систем. Вредност овог израза има огромну важност: он омогућује да се одреди *маса* планете, као што ћемо даље видети.

Кеплерови закони имају огроман научни значај. Њена примена у астрономској пракси потпуно је преобразила астрономију. Епицикли су ишчезли и били замењени простијим и тачнијим рачуном елиптичког кретања. Сва потребна правила за то дао је Кеплер у свом главном делу *Нова астрономија* 1609 год.. Да би олакшао ове рачуне он је пред крај свога живота (1627 год.) издао таблице планетских кретања давши им облик који се сачувао скоро без промена до данашњих дана. Кеплерови закони доказују да је свет планета уређен (по Кеплеровим речима, хармоничан) систем, којим управља нека *јединствена сила*, чији се извор налази у *Сунцу*. То се види отуд што се Сунце налази у жижи путање сваке планете и што брзина планете и њено време обилажења зависе само од њена отстојања од Сунца. Да је та сила једна иста за све планете излази из трећег закона. У Коперниковом систему Сунце није играло ни близу такву улогу, јер се није налазило у средишту планетских путања него у некој тачки близу средишта.

67. Елементи планетских путања. — Да би кретање планете било потпуно познато није довољно знати само облик и величину елипсе коју она описује. Потребно је одредити *шест* величина, које се називају *елементи* путање. Ево тих величина:

1. Замислимо да посматрамо са Сунца привидно кретање планете по звезданом небу. Велики круг небеске сфере MM' (сл. 79), који она описује у току једног обиласка око Сунца, не поклапа се са еклиптиком KK' , већ заклапа с њом известан угао. Тај угао назива се *нагиб* равни путање према равни еклиптике или просто *нагиб путање* и обележава се словом i .

2. Две тачке у којима се путања сече с еклиптиком (на сличан начин као што се еклиптика сече с екватором у тачкама равводневица), називају се *чворови* путање. Други елементат је лонгитуда узлазног чвора,

тј. оног чвора N у коме планета прелази са јужне на северну небеску полусферу, она се обележава знаком Ω . Први и други елемент одређују положај равни путање.

3. Положај који заузима елипса планетина у тој равни одређује се лонгитудом перихела π (преломљен лук $\Upsilon N \pi$ на сл. 79); она одређује правац велике осовине елиписине. Често се место π узима растојање перихела од чвора, које се обележава са ω ; очевидно је

$$\pi = \Omega + \omega.$$

4. Облик елиписе одређен је њеном ексцентричношћу e .

5. Велика полуосовина a одређује величину елиписе и време обилажења по трећем Кеплеровом закону [образац (3) параграфа 66].

6. Напоследку, да би се могао одредити положај планете P у неком одређеном тренутку, треба знати такозвану лонгитуду у епохи t_0 , или знати време пролаза планете кроз перихел t_0 .

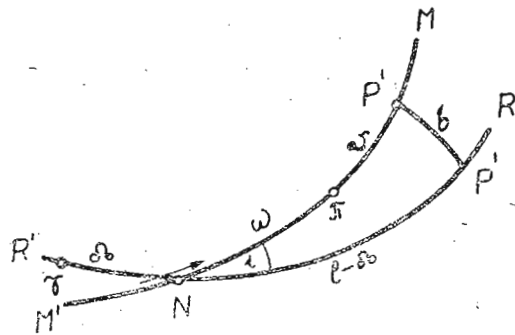
По обрасцима које је дао Кеплер из ових шест елемената ($i, \Omega, \pi, e, a, t_0$) може се израчунати положај планетин у сваком тренутку. Тај се рачун назива израчунавање ефемерида, тј. таблица у којима се дају положаји планете за сваки датум на много година унапред.

Много је тежи обрнути проблем, такозвано одређивање орбита, тј. израчунавање свих шест

елемената путање из привидног кретања планете. Кеплер је решио овај проблем, али само за оне планете које се посматрају већ одавно, и за које према томе располажемо великим бројем посматрања. За случај открића нове, раније непознате планете, решење је нашао велики математичар Гаус тек 1801 године.

Кретање комета које описују параболчке путање одређује се на сличан али простији начин. Како је ексцентричност сваке параболе једнака јединици, то за путању комете треба знати само пет елемената, при чему се величина путање не одређује великом полуосовином a , која је код параболе бесконачна, него отстојањем перихела q , (тј. најмањим отстојањем комете од Сунца). На тај начин кометина путања одређује се овим елементима: i, Ω, π, q, t_0 . Најбољу математичку методу одређивања кометских путања дао је Олберс крајем XVIII в.

68. Кеплерова једначина. — Ако је познато шест елемената путање могу се за сваки тренутак најпре израчунати координате планете у равни путање, а затим њене координате у односу на Сунце и Земљу. За решење првог, главног дела проблема употребљава се ова геометричка метода, коју је предложио Кеплер.



Сл. 79.

Ако периода обилажења планете износи T средњих сунчаних дана, величина

$$n = \frac{2\pi}{T} \tag{1}$$

биће средње кретање планете. Лук који би описала планета од тренутка пролаза кроз перихел t_0 до тренутка t , крећући се равномерно брзином свог средњег кретања, назива се средња аномалија M :

$$M = n(t - t_0) = \frac{2\pi}{T}(t - t_0); \tag{2}$$

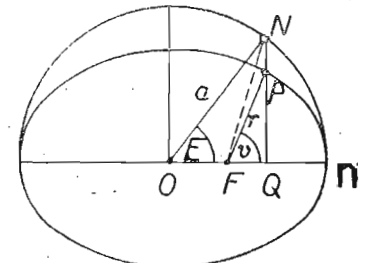
$$\frac{t - t_0}{T} = \frac{M}{2\pi} \tag{3}$$

Нека се права планета у датом тренутку t налази на елипси у тачки P , описавши за време $t - t_0$ протекло од пролаза кроз перихел лук πP (сл. 80). Како је по другом закону површина πFP расла сразмерно времену, то је

$$\frac{\text{пов. } \pi FP}{\pi ab} = \frac{M}{2\pi},$$

где је πab површина целе елиписе коју планета опише за време T , одакле је

$$\text{пов. } \pi FP = \frac{1}{2} Mab. \tag{a}$$



Сл. 80.

Нађимо други израз за површину елиптичког сектора πFP . Опишимо око средишта елиписе круг полупречника a и продужимо нормалу PQ на великој осовини до пресека са кругом у тачки M . Угао $NO\pi = E$ назива се ексцентрична аномалија планетина. Елипсу с полуосовинама a и b можемо сматрати као пројекцију круга на раван нагнуту према равни круга под углом φ , при чему је $\cos \varphi = \frac{b}{a}$:

$$\text{пов. } \pi FP = \text{пов. } \pi NF \cdot \cos \varphi = \text{пов. } \pi NF \cdot \frac{b}{a}.$$

Површина дела кружне површине πNF једнака је разлици површине кружног исечка πNO и троугла FON , чије су стране ON и OF једнаке a и ae , где је e ексцентричност елиписе:

$$\text{пов. } \pi FP = \frac{b}{a} \left[\frac{a^2 E}{2} - \frac{a^2 e}{2} \sin E \right]. \tag{b}$$

Ако изједначимо изразе (a) и (b) за површину πFP , после скраћења добијамо

$$E - e \sin E = M. \tag{4}$$

То је чувена *Кеплерова једначина*, која служи за одређивање ексцентричне аномалије E из M и e . Ова једначина је трансцендентна и не може се решити у коначном облику. Предложено је много метода за њено решење; најпростија, али не и најбржа је метода поступног приближавања. Како је чинио e за планете мала величина, то се у другом члану може место $\sin E$ ставити $\sin M$, па добијемо

$$E_1 = M + e \sin M \text{ — добијемо } E_1 \text{ у првој апроксимацији;}$$

$$E_2 = M + e \sin E_1 \text{ — добијемо } E_2 \text{ у другој апроксимацији}$$

итд., док не добијемо $E_n = E_{n-1}$.

69. **Одређивање поларних координата планете.** — Са сл. 80 за радиус-вектор r добијемо

$$r^2 = PQ^2 + QF^2 = \left(NQ \cdot \frac{b}{a}\right)^2 + (OQ - OF)^2,$$

како је

$$b^2 = a^2(1 - e^2), \quad NQ = a \sin E, \quad OQ = a \cos E \quad \text{и} \quad OF = ae,$$

то је

$$r^2 = a^2(1 - e^2) \sin^2 E + a^2 \cos^2 E - 2a^2e \cos E + a^2e^2,$$

$$r^2 = a^2 \sin^2 E - a^2e^2 \sin^2 E + a^2 \cos^2 E - 2a^2e \cos E + a^2e^2,$$

$$r^2 = a^2(\sin^2 E + \cos^2 E) - 2a^2e \cos E + a^2e^2(1 - \sin^2 E),$$

$$r^2 = a^2(1 - 2e \cos E + e^2 \cos^2 E),$$

одакле добијемо на крају

$$r = a(1 - e \cos E). \quad (1)$$

Овај образац даје непосредно r из E . Друга координата је угао πFP , такозвана *права аномалија* v . Да бисмо њу одредили узмемо једначину елипсе у поларним координатама у односу на жижу:

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos v}. \quad (a)$$

Изједначимо ли деске стране једначине (1) и (a), добијемо

$$1 - e \cos E = \frac{1 - e^2}{1 + e \cos v},$$

одакле је

$$\cos v = \frac{\cos E - e}{1 - e \cos E}. \quad (2)$$

Образац (2) може служити за израчунавање v , али се обично он доводи на подеснији облик обичним тригонометриским претварањем:

$$\operatorname{tg} \frac{v}{2} = \sqrt{\frac{1 + e}{1 - e}} \operatorname{tg} \frac{E}{2}. \quad (3)$$

Путање планета имају сразмерно мање ексцентричности, зато разлика између праве аномалије планете v и њене средње аномалије M не прелази неколико степена. Та разлика $v - M$ назива се *изједначење средњишта*. Да бисмо њега израчунали можемо из једначина које су дате горе извести образац у облику бескрајног реда, уређеног по степенима мале величине e . Први чланови реда су:

$$v - M = 2e \sin M + \frac{5}{4} e^2 \sin 2M + \dots \quad (4)$$

Овај образац даје непосредно v из датог M , без израчунавања постојне величине E . Он је приближан, али зато што је e мало — често довољан. Највећа вредност изједначења средишта за кретање Земље (или за привидно годишње кретање Сунца које је одраз Земљина кретања), износи $1^\circ 56'$. За ту величину право Сунце може предњачити испред или заостајати иза замишљеног средњег сунца које се креће по еклиптици равномерно брзином једнаком средњој угловној брзини Сунца (или Земље).

70. **Одређивање геоцентричних координата планете.** — Када смо нашли радиус-вектор планете [образац (1) параграфа 69], можемо одредити лонгитуду и латитуду планете у односу на Сунце. Ове *хелиоцентричне* координате дају положај планете у простору. Нека на сл. 79 велики кругови небеске сфере KK' и MM' претстављају еклиптику и путању планете, како се види са Сунца, N — узлазни чвор, π — перихел, P — положај планете, $\sphericalangle N$ — лонгитуду чвора Ω , $N\pi = \omega$ (растојање перихела од чвора, једнако $\pi - \Omega$), $PF\pi = v$ (праву аномалију). Латитуда b и лонгитуда l планете претстављене су луцима PP' и $\sphericalangle P'$. Из сферног правоуглог троугла NPP' добијемо:

$$\cos i = \operatorname{ctg}(v + \omega) \operatorname{tg}(l - \Omega),$$

$$\sin b = \sin(v + \omega) \sin i,$$

одакле је

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg}(l - \Omega) &= \operatorname{tg}(v + \omega) \cos i, \\ \sin b &= \sin(v + \omega) \sin i. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Одатле налазимо l и b . Из поларних координата (r, l, b) налазимо *правоугле хелиоцентричне* координате планете (x, y, z) по обрасцима аналитичне геометрије

$$x = r \cos b \cos l, \quad y = r \cos b \sin l, \quad z = r \sin b. \quad (2)$$

Ако сада, не мењајући правце осовина, пренесемо координатни почетак у Земљино средиште, добијемо правоугле *геоцентричне* координате ξ, η, ζ :

$$\xi = x + X, \quad \eta = y + Y, \quad \zeta = z. \quad (3)$$

Овде су X, Y геоцентричне еклиптичке координате Сунца. Израчунати подаци за њих дају се у астрономским годишњацима ($Z = 0$, јер се Сунце налази у еклиптици). Напослетку налазимо геоцентричну латитуду β и лонгитуду λ планете и њено отстојање од Земље Δ из једначина:

$$\Delta \cos \beta \cos \lambda = \xi, \quad \Delta \cos \beta \sin \lambda = \eta, \quad \Delta \sin \beta = \zeta. \quad (4)$$

71. **Развој основних принципа механике.** — Кеплер је већ био врло близу тачном схватању о сили која управља кретањима небеских тела. Он је упоређивао Сунце с магнетом и тврдио да се сва тела узајамно привлаче, а да сила привлачења опада са отстојањем. Али он није могао открити прави закон дејства ове силе, јер у његово време још нису били уопште познати основни закони механике. Тада се мислило да кретање траје све док дејствује сила која га изазива; стога су тражили силу која стално гони планете. Кеплер је претпостављао да планетско кретање настаје услед *обртања* Сунца око осовине, које се обавља у истом смеру у коме се крећу и планете; из Сунца, у равни његова екватора, истичу нематеријална струјања која захватају планету и приморавају ју је да учествује у кружном кретању. Кеплер је сматрао де је дејство ових струјања *обрнуто сразмерно отстојању*. Напореда са овом претпоставком Кеплер исказује потпуно тачне погледе на *силу тежге*. Он долази до закључка да се два одвојена тела привлаче као два магнета и да би Земља и Месец пали једно на друго кад се не би у простору одржавали каквом другом силом, а да би сва вода из Земљиних океана полетела ка Месецу кад би Земља престала да је привлачи. У Кеплерово време ове дубоке мисли нису се могле даље развити; то је учинио тек после пола века Њутн.

За то време била су помоћу огледа и посматрања изучена најпростија кретања земаљских тела и објашњени основни закони механике. То је углавном учинио Галилеј, оснивач динамике, науке о кретању тела под дејством сила. Он је открио *закон инерције*, по коме се једном покретно тело креће праволинијски и равномерно све док му се не успротиви каква сила. Код кретања планета сад није више требало тражити силу која изазива кретања, већ силу која мења њихову праволијску путању на криволијску, дугим речима силу која *одржава* планету на њеној путањи. Затим је Хајгенс испитао кружно кретање и увео појам о центрипеталној сили. После тога код неколиких научника јавила се мисао да су Кеплерови закони последице дејства силе која привлачи обрнуто сразмерно *квадрату* отстојања. Али је објашњење планетских кретања дејством једне централне силе претстављало задатак исувише тежак скоро за све математичаре тога времена.

Њега је решио Исак Њутн у својој књизи *Математички принципи природне филозофије* (1687). Ово дело тако широко обухвата скоро сву егзактну науку свога доба, садржи тако много дубоких мисли и значајних открића у области математике, механике, астрономије и физике, да претставља једну од највећих творевина научке мисли, а њен писац се сматра за највећег научника свих времена.

72. **Извођење закона опште гравитације из Кеплерових закона.** — За основу својих истраживања Њутн је узео Кеплерове *астрономске законе* и Галилејеве *аксиоме механике*. Последње аксиоме Њутн је формулисао у виду ова три закона:

1. **Закон инерције:** *Ако на тело не дејствују силе, оно задржава своје стање кретања.* На пример ако се тело није кретало, оно ће остати у миру све док на њега не дејствује сила, а ако је било покретно, кретаће се вечно праволијски и равномерно (по инерцији).

2. **Закон дејства силе:** *Ако на непокретно или покретно тело дејствује сила, оно добија убрзање наперено у правцу силе; величина убрзања сразмерна је сили, а обрнуто сразмерна маси тела.*

Ако са F , m и g обележимо силу, масу тела и његово добивено убрзање, онда овај закон можемо написати у облику:

$$g = \frac{F}{m}$$

или

$$F = mg. \quad (1)$$

Према томе сила је једнака маси тела помножена убрзањем.

3. **Закон једнакости акције и реакције:** *Ако једно тело дејствује на друго извесном силом, онда и друго тело дејствује на прво силом исте јачине а супротног смера.*

Полазећи од тих аксиома, с једне стране, и Кеплерових закона, с друге, Њутн је стога логичким путем извео особине силе која управља кретањем небеских тела. Ово извођење у савременом облику захтева знање *диференцијалног* рачуна.

Њутн је показао да сваки од три Кеплерова закона одређује по једну особину силе која управља кретањем планете. Тако *други* закон доказује да је та сила у сваком положају планете наперена дуж радиус-вектора на Сунцу, тј. да Сунце стално привлачи планету. *Први* закон доказује да је сила која дејствује на *дану* планету у свима тачкама планетине путање обрнуто сразмерна *квадрату* отстојања планете од Сунца. То исто се очевидно односи и на убрзање планете које се изражава обрасцем

$$g = \frac{\mu}{r^2}, \quad (2)$$

где је μ константа. Напоследку *трећи* закон показује да је сила која дејствује на *разне* планете такође обрнуто сразмерна *квадратима* отстојања планета од Сунца. За коефицијент μ у обрасцу (2) добијена је иста величина за све планете.

73. **Сила тежге и сила тежине.** — Пошто је Њутн, полазећи од Кеплерових закона, нашао *закон дејства силе* која управља кретањем планета, остало је да се објасни природа ове силе.

Како се кретања, слична кретањима планета, не виђају на Земљи, то се могло очекивати да и сила која производи ова кретања не дејствује око нас на Земљи, већ да дејствује само у међупланетском простору између небеских тела. Баш се највећа заслуга Њутнова и састоји у доказу да је сила која управља кретањем планета иста она *сила тежине* под чијим дејством јабука пада са дрвета. Њутн је поставио себи питање: *Докле се простире дејство силе тежине? Да се оно не простире до Месеца? Може бити да та иста сила под чијим дејством сва тела теже ка Земљином средишту, одржава и Месец на његовој путањи.*

Да бисмо проверили ову претпоставку извршимо ова израчунавања:

а) Одредимо колико ће ослабити сила тежине на Месечевом отстојању. Из огледа слободног падања знамо да убрзање силе тежине на Земљиној површини износи $g = 9,81 \text{ m/sec}^2$; претпоставимо да се ова сила мења обрнуто сразмерно *квадрату* отстојања од *Земљина средишта*.

Обележимо полупречник Земље са r , Месечево отстојање са R , и величину убрзања на Месечевом отстојању са g_1 . Закон промене убрзања са отстојањем изразиће се сразмером

$$\frac{g_1}{g} = \frac{r^2}{R^2}$$

Ако Земљин полупречник r узмемо за јединицу, Месечево отстојање биће приближно једнако 60. Ако уврстимо бројне вредности, добијамо:

$$\frac{g_1}{981} = \frac{1^2}{60^2}; \quad g_1 = \frac{981}{3600} = 0,273 \text{ cm/sec}^2$$

Толико је убрзање силе Земљине теже на Месечевом отстојању.

б) Нађимо сада величину убрзања које се стварно посматра у Месечевом кретању. Претпоставимо, упрошћења ради, да се Месец креће равномерно по кругу и одредимо величину центрипеталног убрзања по обрасцу познатом из физике: $g_1 = \frac{v^2}{R}$, где је v брзина равномерног кружног кретања:

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

одакле добијамо

$$v^2 = \frac{4\pi R^2}{T^2} \quad \text{и} \quad g_1 = \frac{4\pi R}{T^2}$$

У образац треба уврстити бројеве $R = 385\,000 \text{ km}$, $T = 27,3$ дана.

Кад претворимо R у сантиметре, а T у секунде и извршимо назначене рачунске радње, добијамо $g_1 = 0,273 \text{ cm/sec}^2$, тј. исти онај број који смо већ раније нашли.

Овај рачун је Њутн и извршио. Слагање величина убрзања које је добио уверило га је у тачност претпоставке да је сила која управља кретањем Месеца, сила тежине или *теже* само слабија него на Земљиној површини; са удаљењем она слаби, опадајући обрнуто сразмерно *квадрату отстојања* од Земљина средишта.

Сад је Њутн могао исказати своје откриће у виду *закона опште гравитације*, који је проширио на сва тела: *Сваки делић материје привлачи сваки други делић силом сразмерном масама оба делића, а обрнуто сразмерном квадрату њихова растојања.*

У облику обрасца овај се закон може написати:

$$F = k^2 \frac{Mm}{r^2}$$

Овде M и m претстављају масе двају делића, а r њихово растојање; k^2 је константни коефицијент; он очевидно претставља силу привлачења двеју јединичних маса, које су једна од друге удаљене за јединицу растојања.

Према томе сила теже или гравитације дејствује међу свима телима, а не само међу небеским телима. Сви предмети који нас окружују узајамно се привлаче, привлаче и нас, а и ми њих привлачимо. Ове силе узајамног привлачења сасвим су ништавне спрам силе којом Земља привлачи све предмете и под обичним условима су потпуно неприметне. Али је зато пошло за руком да се помоћу веома осетљивих огледа оне открију и чак измере.

Последице закона гравитације: а) Ако тела која се привлаче имају неправилан облик, њихово узајамно дејство врло је сложено. Најпростије је привлачење баш међу телима оног облика који имају небеска тела, тј. међу доптама. Њутн је доказао да се *две хомогене лопте* привлаче као да су им *масе усредсређене у средиштима*. Другим речима, сила привлачења двеју лопти је обрнуто сразмерна квадрату растојања њихових средишта. Ово јако олакшава израчунавање кретања небеских тела.

Наредне две особине проистичу из аксиома кретања и обрасца (1) параграфа 72.

б) Две лопте с масама m_1 и m_2 привлаче једна другу једнаким силама F , али при томе добијају убрзања обрнуто сразмерна њиховим масама:

$$g_1 : g_2 = m_2 : m_1$$

На пример, убрзање које Земља добија од Месечева привлачења мање је од Месечева убрзања онолико пута колико је пута Месечева маса мања од Земљине масе.

в) Две лопте с масама m_1 и m_2 , које се налазе на подједнаком отстојању од трећег тела масе M , привлачи ово последње тело различитим силама, али она добијају једнака убрзања (по интензитету).

На пример, тешка планета и њој близак лакши сателит добијају од Сунчевог привлачења скоро једнака убрзања, чија разлика у потпуности долази од различитог положаја планете и сателита, а не од њених различитих маса.

Закон опште гравитације је најважнији закон у астрономији. Из његовог скоро очевидног обрасца изводи се бескрајан број разноврсних последица; или другим речима, бескрајан број веома сложених појава (скоро сва кретања небеских тела) објашњава се потпуно овим необично простим законом. Закон гравитације до данас је најсавршенији пример *научног уопштења*, које одједном обухвата бесконачну област чињеница једним простим математичким обрасцем.

74. **Проблем двају тела.** — Њутн није само извео своје законе из Кеплерових закона, већ је решио и обрнути проблем: из закона гравитације извео је математички законе кретања планета. Ту је требало применити методу која се сад назива *интеграње*. Као резултат његових рачуна добијен је закон површина који се у потпуности поклапао са другим Кеплеровим законом. Ми ћемо га написати у облику

$$r^2 \frac{d\varphi}{dt} = c, \quad (1)$$

где је φ поларни угао.

Овде је лева страна двострука површина коју описује радиус-вектор у јединици времена. Према једначини ова је површина једнака сталној величини c , која се назива *константа површина*.

Изводећи путању планете, Њутн је добио први Кеплеров закон у општијем облику него што га је Кеплер извео из посматрања: небеско тело под дејством силе гравитације може описивати не само *елипсу*, него и *параболу* и *хиперболу*, тако да се Сунце налази у жижки криве. Посматрања су показала да се неке комете доиста крећу по параболичким и хиперболичким путањама.

Напоследњу, при извођењу трећег закона показало се да коефицијент сразмерности μ у обрасцу (2) параграфа 72 није стална величина, већ се представља обрасцем

$$\mu = k^2 (M + m), \quad (2)$$

где је M маса Сунца, а m маса планете. Зато је трећи закон добио сложенији образац од обрасца (2) параграфа 66, и то:

$$\frac{a^3}{T^2(M+m)} = \frac{k^2}{4\pi^2} = C. \quad (3)$$

За другу планету са масом m_1 , великом полуосовином a_1 и временом обиласка T_1 , добијамо исту такву једначину; ако је поделимо једначином (3), добијамо

$$\frac{T^2(M+m)}{T_1^2(M+m_1)} = \frac{a^3}{a_1^3}. \quad (4)$$

То је тачан израз трећег закона, он се слаже са посматрањима. Ако занемаримо масе планета у сравњењу са Сунцем, тј. усвојимо $m = m_1 = 0$, добијамо приближан образац који је Кеплер извео из посматрања: $T^2 : T_1^2 = a^3 : a_1^3$. Како су масе планета незнатне према маси Сунца, то се приближни Кеплеров образац довољно добро слаже са стварношћу.

Образац (4) има велику важност: он служи за *одређивање маса небеских тела*.

Да видимо како се примењује овај образац на *одређивање Сунчеве масе*. Да бисмо одредили однос маса Сунца и Земље, упоредимо дејство Сунца на Земљу с дејством Земље на Месец.

Нека је A велика полуосовина Земљине путање, a — велика полуосовина Месечеве путање, M , m и m' — маса Сунца, Земље и Месеца. По једначини (4) добијамо

$$\frac{M+m}{m+m'} = \frac{A^3}{a^3} \cdot \frac{t^2}{S^2}. \quad (5)$$

Овај образац даје, строго узевши, однос збирова маса (Сунце + Земља) и (Земља + Месец) али су други чланови у сваком збиру незнатни у упоређењу с првим.

Ако ставимо бројне вредности за сидеричку годину S , сидерички месец t и велике полуосовине A и a Земљине и Месечеве путање, добијамо

$$\frac{S}{t} = 13,4; \quad \frac{A}{a} = 390.$$

Одатле је

$$\frac{M+m}{m+m'} = 333\,000.$$

Одређивање маса планета у поређењу са масом Сунца врши се по истом обрасцу, ако планета има сателита.

У том случају A је велика полуосовина планетске путање, T — сидерички обилазак планете, m — њена маса, a — велика полуосовина путање једног сателита, t — време његова обиласка око планете, m' — његова маса.

Обрасцу (5) подесно је тада дати облик

$$\frac{M+m}{m+m'} = \left(\frac{A^3}{T^2}\right) : \left(\frac{a^3}{t^2}\right).$$

Овде је величина у првој загради константа за цео Планетски систем добивена из трећег Кеплеровог закона [образац (2) параграфа 66]; величина у другој загради је односна константа за систем планетиних сателита. Према томе ове константе имају дубоки механички смисао: оне одређују однос маса ових тела.

Ако планета нема сателита, њену масу је теже одредити. Она се тада одређује из поремећаја које ова планета врши у кретању других планета.

75. Једначина живе силе и њена примена. — При извођењу једначине планетске путање добија се образац који даје квадрат брзине и који се назива једначина живе силе:

$$v^2 = \mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right), \quad (1)$$

или, према (2) параграфа 74,

$$v^2 = k^2 (M+m) \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right). \quad (2)$$

Ова врло важна једначина има многобројне примене.

а) *Врста путање зависи од брзине*. Други, стални члан на десној страни једначине (1) у разним случајевима може имати различиту вредност. Ако је он једнак нули, брзина тела одређује се из обрасца

$$v_0^2 = \frac{2\mu}{r}. \quad (3)$$

У том случају велика полуосовина $a = \infty$; према томе је путања небеског тела *парабола*, отворена бесконачна крива; тело које се креће по таквој путањи више се не враћа Сунцу. Брзина одређена из једначине (3) назива се *параболична брзина*.

Ако је $v^2 < 2\frac{\mu}{r}$, путања је *елипса*; тело ће обилазити око Сунца по затвореној путањи.

Напоследњу, ако је $v^2 > 2\frac{\mu}{r}$, путања је *хипербола*; тело се као ни у првом случају неће више никада вратити Сунцу.

Треба приметити да у свима тим случајевима врста путање не зависи од правца брзине.

б) Велика полуосовина елиптичне путање и време обиласка (периода) такође зависе само од величине брзине v на датом отстојању r , а не и од њеног правца.

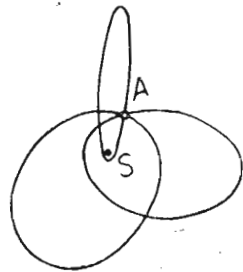
Доиста, ако једначину (1) решимо по a , добијамо:

$$a = \frac{\mu}{2\mu - v^2 r}$$

Одатле се одређује a из познатог v и r . Кад знамо a можемо одредити време обилажења T по обрасцу (3) параграфа 74 за трећи Кеплеров закон:

$$T = \frac{2\pi a^{\frac{3}{2}}}{k\sqrt{M+m}}$$

Одатле произлази овај интересантан пример: кад би се из неке произвољне тачке A (сл. 81) у свима могућим правцима разлетеле честице брзинама једнаким по интензитету а мањим од параболичне брзине, онда би све елипсе, које би оне описивале, имале једнаке велике осовине и време обилажења; другим речима по истеку времена T оне би се опет скупиле у исту тачку.



Сл. 81.

в) Круговна брзина. Ако у једначини (1) ставимо $r = a$, добијамо

$$v_1^2 = \frac{\mu}{a} \quad (4)$$

или

$$v_1 = \frac{\sqrt{\mu}}{\sqrt{a}}$$

Према томе брзине планета које се крећу по круговима обрнуто су сразмерне квадратном корену из отстојања од средишног тела.

Ако упоредимо једначине (3) и (4), добијамо

$$v_0 = v_1 \sqrt{2}. \quad (5)$$

Такав је однос између параболичне и круговне брзине у једној истој тачки. На пример за Земљу, сматрајући да је њена путања круг, добивамо $v_1 = 29,8 \text{ km/sec}$, а за параболичну брзину на том истом отстојању од Сунца $v_0 = 42,0 \text{ km/sec}$. Ове бројеве корисно је запамтити.

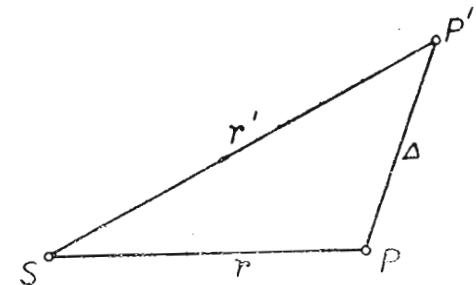
76. Поремећаји. — Већ половином XVII века било је примећено да су Кеплерови закони само приближно тачни. У кретању планета откривена су отстапања од тачног кретања по елипсама. Она се сада називају поремећајима или неједнакостима. Њутн их је објаснио међусобним привлачењем планета.

Кад би планету привлачило само Сунце, она би се кретала тачно по Кеплеровим законима (проблем двају тела). Али у стварности њу не привлачи само Сунце већ и друге планете. Под њиховим утицајем кретање планете се ремети и појављују се отстапања од тачног елиптичног кретања.

Одређивање кретања планете под дејством Сунца и само једне планете која врши поремећаје, претставља необично тежак математички проблем. То је такозвани проблем трију тела који до данас није решен у облику подесном за практичне рачуне. А ако на кретање планете не дејствује само једно тело које ово кретање ремети, већ два или више, тешкоће проблема још више се повећавају.

Срећом наш Планетски систем има низ одлика које олакшавају приближно решење проблема: 1) путање планета мало се разликују од кругова; 2) кретања планета врше се скоро у једној равни; 3) масе планета незнатне су према Сунчевој маси;

4) растојања међу планетама веома су велика у поређењу са њиховим димензијама. Из ових разлога међусобна дејства планета износе само незнатан део силе Сунчева привлачења. Зато се обично сматра да се планета креће по елипси и њено се кретање израчунава по Кеплеровим законима, а узима се да елементи њене елиптичне путање (параграф 67) не остају стални, већ да се постепено мењају. Ове промене елемената називају се поремећаји елемената.



Сл. 82.

Наука која излаже методе за израчунавање поремећаја назива се небеска механика. Она је добила свој назив по наслову великог Лајпасовог дела (*Mécanique céleste* 1825 г.), у коме је дато потпуно математичко извођење свих у оно време познатих неједнакости Планетског система. Притом се показало да се сви теориски одређени поремећаји тачно поклапају са стварно посматраним отстапањима у кретању планета. Ово је претстављало најбољу потврду тачности закона опште гравитације.

Да видимо како дејствују на планету P , која има масу m , привлачења Сунца S и планете P' . Нека су масе Сунца и планете која врши поремећаје M и m' , њихова отстојања од дате планете r и Δ , а отстојање SP' једнако r' (сл. 82). Сва три тела дејствују узајамно једно на друго и изазивају убрзања обрнуто сразмерна квадрату отстојања и управно сразмерна маси тела које привлаче.

Напосе Сунце добија убрзања:

$$g_1 = k^2 \frac{m}{r^2} \text{ у смеру } SP,$$

$$g_2 = k^2 \frac{m'}{r'^2} \text{ у смеру } SP'.$$

Најподесније је Сунце сматрати непомичним и испитивати релативно кретање планете P . У том циљу припишимо свима тачкама уоченог система убрзања, по величини једнака а по смеру супротна убрзањима g_1 и g_2 . Тада ће на планету P дејствовати ова убрзања (или силе, после множења са m):

$$1) k^2 \frac{M + m}{r^2} \text{ у смеру } PS,$$

$$2) k^2 \frac{m'}{\Delta^2} \text{ у смеру } PP',$$

$$3) k^2 \frac{m'}{r^2} \text{ у смеру паралелном } P'S.$$

Први члан претставља убрзање релативног кретања изазваног Сунчевим привлачењем; он даје кретање око Сунца по Кеплеровим законима или проблем двају тела. Други и трећи члан сачињавају силу поремећаја. Она се према томе састоји из две силе: дејства планете P' , која врши поремећај, на планету P и дејства планете P' на Сунце. Како се последња сила узима у смеру супротном од њена права смера, то се може рећи да је сила поремећаја *геометриска разлика* дејства тела које врши поремећај на планету и на Сунце.

Одатле излази да је сила поремећаја ретко кад уперена непосредно ка поремећеном телу P' . То бива само у случају када се планете налазе на једној правој са Сунцем и то обе с једне стране од њега (поредне овако: SPP' или $SP'P$). Но ако се планете налазе са разних страна Сунца (на правој PSP'), сила поремећаја је уперена непосредно од тела које врши поремећај и претставља одбојну силу.

Величине и правац силе поремећаја стално се мењају. Одређивање ове силе и њеног утицаја на кретање (тј. самих поремећаја) задаје огромне тешкоће. Али за већину тела нашег Сунчевог система силе поремећаја незнатне су према сили Сунчева привлачења, па ово јако олакшава израчунавање поремећаја.

Поремећаји се деле на *периодичне* и *секуларне* (вековне).

Периодични поремећаји зависе од узајамног положаја планета на њиховим путањама. Али како се исти релативни положај планете (на пр. опозиције) понављају у одређеним временским размацима, то по истеку овог размака (периоде) величина поремећаја опет добива првобитну вредност. Математички се ови поремећаји претстављају члановима на пример оваквог облика: $A \sin(Bt + C)$, где време t улази под знак периодичне функције.

Периодични поремећаји су сразмерно мали, на пример поремећаји Земљине (Сунчеве) лонгитуде не прелазе $1'$. Највећи периодични поремећај у нашем систему је такозвана велика неједнакост Јупитера и Сатурна. Узајамно привлачење ових огромних планета доводи до тога да Сатурн може постепено да испредњачи $50'$ по лонгитуди, а за неколико стотина година исто толико да изостане, док тежи Јупитер отступа услед Сатурнова привлачења у једну и другу страну само за $20'$. Периода поремећаја већа је од 900 година.

Секуларни поремећаји зависе од релативних положаја планетских путања, а не од положаја планета на њиховим путањама. Математички се они изражавају члановима облика Mt или Nt^2 и према томе за велике вредности времена t могу неограничено расти. Како знатне измене планетских путања прете на крају крајева да разоре Планетски систем, то су секуларни поремећаји привукли на себе нарочиту пажњу астронома теоретичара. Већ су крајем XVIII века Лаплас и Лагранж, пошто су испитали тек главне чланове у врло сложеним изразима за поремећаје, дошли до овог закључка. Без обзира на то што под дејством поремећаја путање планета полако мењају свој облик и положај, ове неједнакости већином нису секуларне, него периодичне, само са веома дугим периодима; зато оне не могу достићи знатне размере. Ако на пример елипса неке планете постаје у току времена све издуженија и издуженија, кроз неколико десетина хиљада година ово повећавање ексцентричности прећи ће у смањивање и путања ће опет добити ранији облик.

На пример ексцентриčnost Земљине путање никада неће прећи $0,05$; исто тако нагиб равни Земљине путање (еклиптике), који сада износи $23^\circ 27'$, смањиће се кроз 30 000 година за 2° , а затим ће опет почети да се враћа садашњој вредности.

Од свих елемената планетских путања само лонгитуда чвора (Ω) и лонгитуда перихела (π) трпе секуларне поремећаје. Чворови свих планета крећу се по еклиптици стално са истока на запад, а перихели код већине планета имају директно кретање. Ова су кретања веома спора: један потпуни обилазак обави се за десетине, па чак и за стотине хиљада година.

Нарочито велики значај има теорема коју је такође доказао Лаплас: *Велике полуосовине планетских путања не трпе ни секуларне ни дуго-периодичне поремећаје*. Према томе времена обилажења планета, која су с полуосовинама везана трећим Кеплеровим законом, остају непроменљива, па смањивање планетских путања (које би се могло завршити падом планете на Сунце), као и њихово повећавање (које би довело до удаљавања планете у међузвездани простор), а исто тако и приближавање путања (опасност од судара планета) немогући су.

Треба уосталом имати у виду да је све изложено засновано на израчунавању само главних чланова бескрајних редова. Стога би може бити тачнија израчунавања довела до нешто друкчијих закључака. Осим тога, при овим извођењима није уопште узето у обзир присуство космичке прашине у међупланетском простору, падање метеора на површине планета, плимски утицаји итд.. Према томе иако је стабилност Сунчева система обезбеђена за веома дуг рок, ипак не знамо да ли тај рок износи милијарде година или само милионе, или можда још мање.

Најсјајнија победа небеске механике била је откриће планете рачунским путем. Ово необично откриће одиграло се на овај начин. До 1781 год. било је познато само шест планета, рачунајући међу њима и Земљу. Али те године енглески астроном Вилијам Хершел случајно је открио седму планету, која се налази двапут даље од Сунца него Сатурн и зато се не види голим оком. Ова планета названа је Уран. Нову планету почели су пратити и ускоро су у њеном кретању била примећена отступања, која се нису могла објаснити привлачењем свих до тада по-

знатих планета. Стога је никла помисао да отступање изазива дејство неке непознате планете, која је још даља и пред астрономе се поставио проблем: из неправилности Уранова кретања одредити положај непознате планете која врши поремећаје и указати на коме је месту на небу треба тражити.

Овај изванредно тежак математички проблем решили су скоро једно-времено и независно један од другог Француз Леверије и Енглец Адамс. Како се планета није могла видети голим оком, Леверије се обратио Берлинској опсерваторији, на којој су имали подробне карте телескопских звезда, с молбом да потраже ново небеско тело. Астроном Гале још прве вечери после пријема Леверијеова писма, 23 септембра 1846 г., нашао је планету само један степен удаљену од оне тачке на небу коју је Леверије нашао својим рачунима. Ова је планета названа Нептун.

Ово откриће, извршено на тако необичан начин, изазвало је огроман утисак и сјајно показало широким масама моћ метода егзактне науке.

ГЛАВА ДЕСЕТА

ПРЕЦЕСИЈА И НУТАЦИЈА. СОПСТВЕНА КРЕТАЊА ЗВЕЗДА

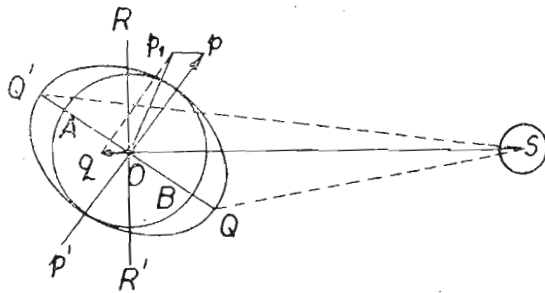
77. Кретање небеског пола. — У параграфу 29 било је поменуто да се тачка пролећне равнодневице помера по еклиптици и да се то померање назива прецесија; њу је открио још Хипарх 125 г. пре наше ере. Али ако се померају тачке равнодневица, онда мора мењати свој положај и раван екуатора, а заједно с њом и светска осовина, па се, према томе, морају и северни и јужни пол померати међу звездама; одатле следи да се и координате звезда морају мењати у току времена. Из скоро тристагодишњег одређивања звезданих координата на опсерваторијама створена је јасна слика о кретању небеских полова; показало се да је ово кретање веома сложено и да се састоји из низа кретања с различитим периодима. Главно кретање има тако велику периоду да се у кратким временским размацима од неколико деценија може сматрати за прогресивно. За такво кретање усвојен је назив *секуларно*.

Из тих истих одређивања показало се да се и пол еклиптике помера, одакле излази да раван еклиптике мења свој положај у простору.

Секуларно кретање светског пола назива се *луни-соларна прецесија*; кретање пола еклиптике *планетна прецесија*; њихово заједничко дејство назива се *општа прецесија*. Периодично кретање небеског пола назива се *нутација*. Пређимо на изучавање сваке од ових појава.

78. Луни-соларна прецесија. — Суштина прецесије састоји се у томе што при Земљином кретању око Сунца њена обртна осовина не остаје паралелна извесном своме почетном положају, већ отступа од њега; као последица тога, њени продори кроз небеску сферу — светски полови — мењају свој положај међу звездама. Очеvidно онда и екуатор, који је увек удаљен од небеских полова за 90° , мења свој положај на небеској сфери. Ово колебање светске осовине долази од привлачног дејства Сунца и Месеца на Земљин елипсоид. Кад би Земља била хомогена лопта, прецесије не би ни било. Али Земља има облик обртног елипсоида, њу можемо сматрати за лопту AB (сл. 83) којој је додата око екуатора једна допунска маса која претставља разлику између лопте и елипсоида QQ' . Како се Сунце S не налази у равни екуатора, то јаче привлачи онај део допунске масе Q који му је ближи, него даљи део Q' . Кад се Земља не би обртала, Сунчева би привлачна сила на крају крајева довела раван Земљиног екуатора у раван еклиптике, *исправила* би Земљину осовину обрнувши је око осовине Oq , управне на равни цртежа.

Али Земља има и дневно обртање око поларне осовине, па се поставља задатак слагања два обртна кретања око двеју узајамно управних осовина: 1) дневног обртања око осовине Op са запада на исток (супротно казљки на часовнику за северног посматрача) и 2) обртања око осовине Oq , управне на равни цртежа, такође супротног казљки на часовнику (за читаоца). Ако с првим обртним кретањем, које се обавља знатно већом угловном брзином, сложимо на геометриски начин друго обртно кретање, добићемо за резултујуће кретање обртање око



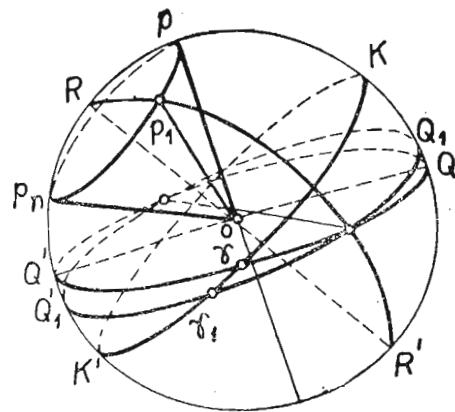
Сл. 83.

неке нове осовине Op' , врло блиске осовини Op и која лежи у равни обеју осовина Op и Oq . Њен ће положај добити ако на обе осовине нагесемо односне угловне брзине и сложимо их по правилу о паралелограму. Тада ће осовина Op' својим северним крајем изићи изнад равни цртежа, према читаоцу, а угао $p'OR$ остаће једнак углу pOR , тј. нагиб Земљине осовине неће се променити. Такав ће положај заузимати тренутна осовина Земљина обртања у сваком тренутку. На потпуно исти начин дејствоваће и Месечева привлачна сила на Земљин елипсоид.

Од удруженог дејства оба тела, Сунца и Месеца, узаоступни положаји Земљине осовине, а заједно с њом и светске осовине, описиваће конус за посматрача са северне полулопте, у смеру казљке на часовнику. Теме конуса лежи у Земљином средишту O (сл. 84) и осовина OR управна је на равни еклиптике; према томе производиља конуса pO, p_1O, \dots, p_nO нагнута је према његовој осовини под углом од $23\frac{1}{2}^\circ$. Овај конус сече небеску сферу по малом кругу $pp_1p_n p$, паралелном еклиптици, који је удаљен од њеног пола $23\frac{1}{2}^\circ$. Светски пол се помера по том малом кругу око пола еклиптике супротно смеру у коме се рачунају лонгитуде, сваке године за лук

$$\psi' = 50'',37.$$

Лук ψ' назива се луни-соларна прецесија.



Сл. 84.

Услед Месечеве близине Земљи његова је улога у прецесији знатно већа од улоге Сунца. Од укупног померања пролећне равнодневице тачке од $50''$ годишње, $16''$ долази од Сунчева, а $34''$ од Месечеве дејства.

Прецесију је објаснио Њутн на основи закона опште гравитације који је он открио.

Нека је RpR' положај деклинациског круга солстиција за извесну епоху и p положај небеског пола. Нека после t година небески пол заузме на малом кругу положај p_1 , тада ће очевидно деклинациски круг солстиција заузети положај Rp_1R' . Како је тачка пролећне равнодневице Υ пол за деклинациски круг солстиција, то ће се она за t година померити по еклиптици за лук $\Upsilon\Upsilon_1$, једнак $50'',4 \cdot t$, а екватор QQ' заузме његов положај $Q_1Q'_1$ не променивши нагиб према еклиптици.

Нека је σ (сл. 85) положај звезде на небеској сфери. Ако учртамо координате за уочену епоху и за тренутак после t година, добићемо за епоху:

$$\alpha = \Upsilon N, \delta = N\sigma, \lambda = \Upsilon L, \beta = \sigma L,$$

а за тренутак t година после епохе:

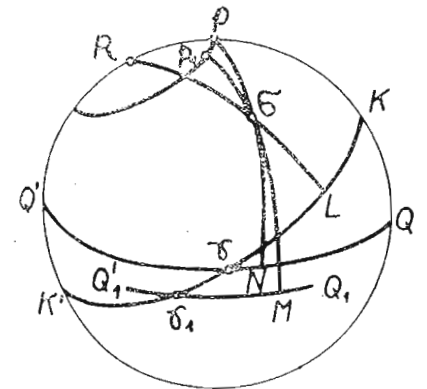
$$\alpha_1 = \Upsilon_1 M, \delta_1 = M\sigma, \lambda_1 = \Upsilon_1 L, \beta = \sigma L.$$

Тако постаје јасно да се под дејством прецесије мењају ректасцензије, деклинације и лонгитуде звезда, а да латитуде остају без промена; притом се лонгитуде звезда повећавају за једну исту величину, једнаку померању тачке пролећне равнодневице по еклиптици.

Назив прецесија или предњачење равнодневица ова је појава добила зато што Сунце, на свом привидном годишњем кретању по еклиптици, стиже у тачку пролећне равнодневице пре но што заврши свој потпуни сидерични обилазак за време потребно да Сунце пређе лук еклиптике од $50'',4$. Тиме се објашњава што тропска година садржи $365,2422$, а звездана — $365,2564$ средњих дана.

Појава прецесије је периодична, с огромном периодом од око $25\ 700$ година; њу је лако добити ако се 360° подели са $50'',4$. Због огромности периоде померање пола које долази од прецесије назива се *секуларним*.

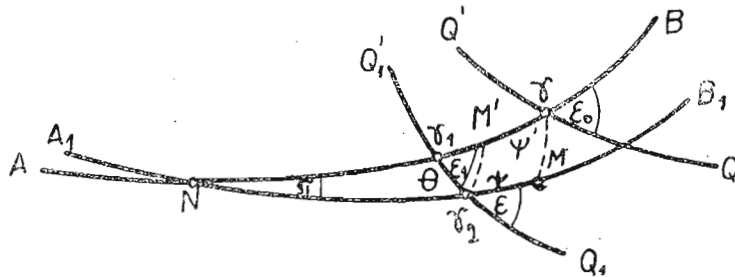
Појавом прецесије објашњава се и околност да у разна времена разне звезде играју улогу Северњаче. Садања Северњача, α Ursae min., раније није то била, а у току времена она ће опет престати да игра ту улогу. У данашње време поларно отстојање ове звезде опада; 2120 г. ово ће отстојање спасти на $\frac{1}{2}^\circ$, а затим ће почети да расте, око $14\ 000$ г. ће близу пола блистати сјајна звезда прве величине α Lyrae.



Сл. 85.

Напоследку, прецесија је узрок појаве ишчезавања појединих звезда, па чак и читавих сазвежђа са хоризонта датог места и појаве нових звезда и сазвежђа на њиховим местима.

79. Померање равни екватора и еклиптике. — Описујући појаву прецесије претпоставили смо да се нагиб еклиптике према екватору не мења; али посматрања показују да се и та величина мења: 1755 г. нагиб је био једнак $23^{\circ} 28' 15'',2$; 1938 г. он је већ износио $23^{\circ} 26' 50'',5$. Ова периодична колебања нагиба долазе углавном од два утицаја. На првом месту на Земљино кретање утичу и привлачне силе планета; под њиховим дејством раван Земљине путање, тј. *раван еклиптике* мења свој положај у простору, а заједно са њом и пол еклиптике. Наступа појава коју смо горе назвали *планетна прецесија*. На другоме месту поремећаји Земљина обртања, који долазе од Сунца и Месеца, не теку онако просто као што је описано у претходном параграфу, већ изазивају у



Сл. 86.

току времена врло мале промене у нагибу *равни екватора*. Као резултат ова два утицаја у данашње време нагиб еклиптике према екватору опада по $\frac{1''}{2}$ годишње. Описана је појава такође периодична с веома дугом периодом, од око 60 000 година, у току које се нагиб мења у једну или у другу страну највише за 4° (в. параграф 76). Очеvidно да ова колебања нагиба еклиптике изазивају у току времена промене у латитудама звезда.

Сумирајући све изложено, добићемо ове промене у положајима основних равни и тачке пролећне равнодневице, а такође и у нагибу еклиптике према екватору. Нека је *AB* (сл. 86) положај еклиптике у једној одређеној епохи; изаберимо за ту епоху почетак 1850 г., за који је Њукем брижљиво одредио вредности констаната прецесије. Ту ћемо еклиптику називати *почетна еклиптика*.

Нека је даље *QQ'* *почетни екватор* за исту епоху, Υ — положај тачке пролећне равнодневице и ϵ_0 — нагиб еклиптике. После t година, т. ј. у епохи $1850 + t$, Υ тачка ће се услед прецесије померити по еклиптици и заузети положај Υ_1 ; лук $\Upsilon\Upsilon_1 = \Psi'$ је *луни-соларна прецесија*. После тих истих t година и екватор ће услед луни-соларне прецесије заузети положај $Q_1Q'_1$, променивши врло мало свој нагиб према почетној еклиптици, а еклиптика ће се под привлачним дејством планета

померити у положај A_1B_1 . Ове ћемо кругове називати *средња еклиптика* и *средњи екватор*, а пол који одговара средњем екватору — *средњи пол*. Нагиб екватора $Q_1Q'_1$ према почетној еклиптици обележићемо са ϵ_1 . Очеvidно ће тачка пролећне равнодневице у епохи $1850 + t$ бити у положају Υ_2 (*средња тачка пролећне равнодневице*), а нагиб ће бити једнак углу ϵ ; њега ћемо називати *средњи нагиб*. Лук $\Upsilon_1\Upsilon_2 = \theta$ назива се *планетна прецесија*. Положај тренутне еклиптике у односу на почетну еклиптику одређује се положајем тачке N , у којој се секу ови кругови и углом између њих. Тачка N назива се *улазни чвор средње еклиптике на почетној еклиптици*; положај тога чвора одређује се луком ΥN , који се назива *лонгитуда улазног чвора*; обележаваћемо је словом Π ; нагиб BNB_1 обележаваћемо са π . Ненесимо од чвора N по средњој еклиптици лук $NM = N\Upsilon = \Pi$; лук $M\Upsilon_2 = \Psi$, који притом добијамо, назива се *општа прецесија*.

За лук $\Psi = M\Upsilon_2$ се и помера ка западу (на цртежу с десна улево) тачка пролећне равнодневице за време t по средњој еклиптици.

Прецесионе промене за 1 годину имале су 1850. г. ове вредности:

Луни-соларна прецесија	$\Psi' = 50'',37.$
Планетна прецесија	$\theta = 0'',13.$
Промена нагиба еклиптике	$\pi = 0'',47.$

Одатле се лако добија општа годишња прецесија Ψ . Но како је уствари угао π (сл. 86) веома мали (мањи од $0'',5$), то можемо узети да је $\Psi = M\Upsilon_2 = \Upsilon M' = \Upsilon\Upsilon_1 - \Upsilon_1 M' = \Psi' - \theta \cos \epsilon_1 = 50'',37 - 0'',12.$

Општа годишња прецесија је $\Psi = 50'',25$. Тачније вредности по Њукему за епоху 1850 су:

$$\begin{aligned} \epsilon_0 &= 23^{\circ} 27' 31'',68, \\ \epsilon_1 &= \epsilon_0 + 0'',000 006 5 t^2, \quad \epsilon = \epsilon_0 - 0'',468 4 t - 0'',000 000 8 t^2; \\ \Psi' &= 50'',368 4 t - 0'',000 107 5 t^2; \quad \theta = 0'',134 2 t = 0'',000 238 0 t^2; \\ \Psi &= 50'',245 3 t + 0'',000 110 9 t^2; \\ \Pi &= 173^{\circ} 29',68 - 0',144 8 t; \quad \pi = 0'',471 4 t - 0'',000 003 4 t^2. \end{aligned}$$

У овим обрасцима t је изражено у јулијанским годинама; за њу се узима вредност $365 \frac{1}{4}$ дана. Годишње промене ових величина:

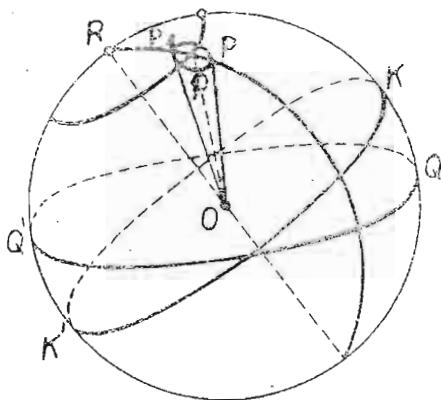
$$\frac{d\epsilon_1}{dt}, \quad \frac{d\epsilon}{dt}, \quad \frac{d\Psi}{dt}$$

итд. налазе се диференцијалњем образаца.

80. Нутација. — Поред описаног секуларног померања пола на небеској сфери постоји још неколико његових малих периодичних кретања, која су обухваћена заједничким називом *нутације*.

Главна нутационо кретање обавља се на овај начин. Земљина осовина описује у простору у периоди од $18 \frac{2}{3}$ година површину праве купе с елиптичном основом; производиће ове купе повучене до крајева велике осовине елипсине заклапају угао од $18'',4$, а повучене до крајева мале

осовине — угао од $13''{,}7$. Купа просеца небеску сферу по елипису с помекнутим угловним вредностима осовина; њен је положај такав да велика осовина лежи у равни круга латитуде који пролази кроз средњи пол p



Сл. 87.

(сл. 87). Стварни пол, или како се назива, *прави светски пол*, помера се на небеској сфери по тој малој елипису у истој периоди од $18\frac{2}{3}$ година. Очевидно

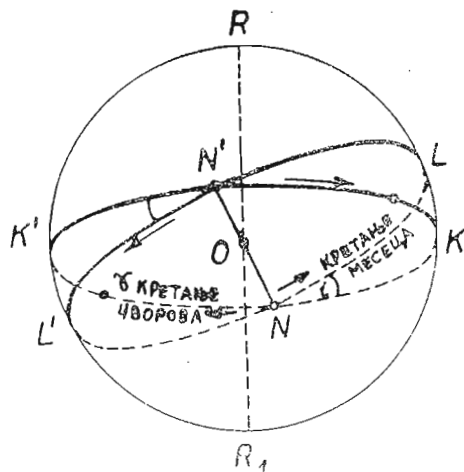
за то време деклинациски круг солстиција, а према томе и тачка пролећне равнодневице, периодично мењају своје положаје; исто се тако периодично мења и растојање између полова еклиптике и екватора или угао нагиба између тих равни, напоследку мења се и дужина тропске године. Од звезданих координата мењају се лонгитуде, ректасцензије и деклинације, а латитуде остају сталне.

Механички узрок нутације састоји се у томе што привлачне силе Месеца и Сунца не остају сталне, већ се периодично појачавају и слабе у зависности од положаја тих небеских тела. Зато периоде разних члана

нутације зависе од периода обилажења Сунца и Месеца. На пример периода главног члана горе описане појаве поклапа се с периодом у којој линија чворова Месечеве путање обиђе еклиптику. Ако је KK' (сл. 88) еклиптика, а LL' велики круг небеске сфере дуж кога је пресеца раван Месечеве путање, а који ћемо такође називати *Месечева путања*, са слике се види да се ови кругови секу у два тачкама N и N' које претстављају *чворове* (в. параграф 67). Права NN' која их спаја биће *линија чворова*; N — *улазни чвор*. Чворови Месечеве путање немају сталан положај на еклиптици, већ се из године у годину померају ретроградно

и обиђу целу еклиптику за $18\frac{2}{3}$ година; према томе, сваке године ли-

нија чворова Месечеве путање помера се за лук $360^\circ : 18\frac{2}{3} = 19^\circ 20' 5''$.



Сл. 88.

Приметимо да се у тој истој периоди нагиб Месечеве путање према еклиптици мења у границама од $5^\circ 0'$ до $5^\circ 16'$; средња је вредност нагиба $i = 5^\circ 8' 7''$. Лук $\gamma N = \Omega$ је лонгитуда узлазног чвора.

Поред главног члана Месечеве нутације с периодом од $18\frac{2}{3}$ година,

постоје и други чланови истога реда; сви се они заједно називају *дугопериодични чланови* нутације; али постоје још и знатно мањи чланови, на пример Сунчева нутација с полугодишњом периодом, Месечева нутација с полумесечном периодом и др.. И ови *краткопериодични чланови* утичу, слично главном члану, на положај тачке пролећне равнодневице, по коме се одређује звездано време. Одатле проистиче поред осталих и ова последица нутације: иако је време обртања Земљиног око њене осовине стално, дужина звезданог дана у току године се нешто мења.

У вези с тим у астрономији је уведено неколико врста звезданог времена, и то: *право звездано време*, у које улазе и дугопериодични и краткопериодични чланови нутације ректасцензије тачке пролећне равнодневице. Ако се из правог звезданог времена уклоне краткопериодични чланови нутације, добија се *квази-право звездано време*; напоследку време у које нутација уопште не улази, назива се *средње звездано време*; оно се мења равномерно, $3^m 56^s 555$ за један средњи дан.

Као што је изложено у параграфу 40, за прелаз с грађанског на звездано време употребљава се образац

$$S = S_0 + m_c + m_c p.$$

Према томе које се звездано време тражи, узима се и за звездано време у поноћ или право, или квази-право, или средње звездано време. Од 1941 г. Астрономски годишњак даје у ефемеридима Сунца право звездано време у 0^h светског времена. Приметимо да се при савременом одређивању дужина места преко радиотелеграфа користи баш ово звездано време.

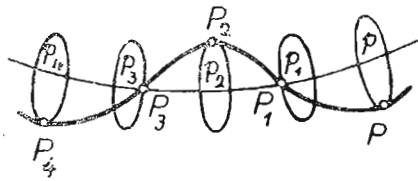
У астрономији се *прави положај* небеског тела, или једне равни, односно тачке, назива положај који они стварно заузимају датог тренутка. Ако прави положај ослободимо периодичних промена, добијамо *средњи положај* небеског тела, равни, тачке. У вези с тим они положаји које стварно заузимају на небеској сфери пол, тачка пролећне равнодневице, еклиптика и екватор, називају се *прави положаји*, исто тако стварна величина угла нагиба еклиптике назива се *прави нагиб*. Ако не водимо рачуна о нутацији, добијамо: средњи пол, средњу тачку пролећне равнодневице итд.. По аналогији се и координате, које се односе на средње положаје ових тачака и кругова, називају *средње координате*, а оне које се односе на праве положаје — *праве координате*.

Лако је објаснити како се стварно помера светски пол под укупним дејством прецесије и нутације.

Нека је p, p_1, p_2, p_3, p_4 (сл. 89) лук малога круга по коме се креће средњи небески пол под дејством прецесије и нека је p његов положај у извесној епохи. Нацртаћемо нутациону елипису са осовинама $18''{,}4$ и $13''{,}7$; њена велика осовина управна је на маломе кругу. На тој елипису се прави пол налази у тачки P . По истеку периоде од $\frac{18\frac{2}{3}}{4} = 4,5$ го-

дине елипса ће заузети нов положај, средњи пол ће услед прецесије прећи у P_1 , а прави ће заузети на елипси положај P_1 ; по истеку наредне 4,5 године средњи пол ће доћи у тачку P_2 , а прави у P_2 итд., као што је приказано на сл. 89. Повуцимо непрекидну криву кроз тачке P, P_1, P_2, P_3, P_4 ; то ће бити крива коју стварно описује на небеској сфери прави светски пол. Подробно развијање механичких основа прецесије и нутације претставља један одељак небеске механике. Сферна астрономија користи обрасце који се тамо изводе.

Промене координата звезда које долазе од нутације открио је Брадлеј из својих посматрања на Гринвичкој опсерваторији, за чијег је директора постављен 1742 г.; резултате ових истраживања објавио је он 1748 г.. Према томе Брадлеју припада откриће аберације и нутације.



Сл. 89.

81. Кретање Земљиних полова. — Прецесија и нутација мењају положај Земљине осовине у простору, али не и у унутрашњости саме Земљине лопте, зато оне не утичу на координате тачака на Земљиној површини. Међутим пулковски астрономи Нирн, Петерс и Гилден открили су из веома прецизних одређивања географске ширине у Пулкову да се она мења у току времена. Нирн је обрадио дуге назове посматрања од 1842 до 1873 године и дошао до закључака који карактеришу ову појаву. 1888 г. Кистнер је такође открио промену ширине Берлинске опсерваторије, а касније је таква промена била доказана и за све опсерваторије. Тада се истакло да промени ширине сваке тачке тачно одговарају промене и на осталим тачкама; када се, на пример, ширина једне тачке повећава, ширина тачке удаљене 180° по дужини од прве за толико исто се смањује. Ово су потврдила непосредна одређивања ширине у Хонолулу. Све се ово може објаснити само кретањем полова по Земљиној површини, пол се приближава једној тачки и исто толико удаљује од друге. Другим речима Земљина осовина помало мења свој положај у унутрашњости Земљине лопте.

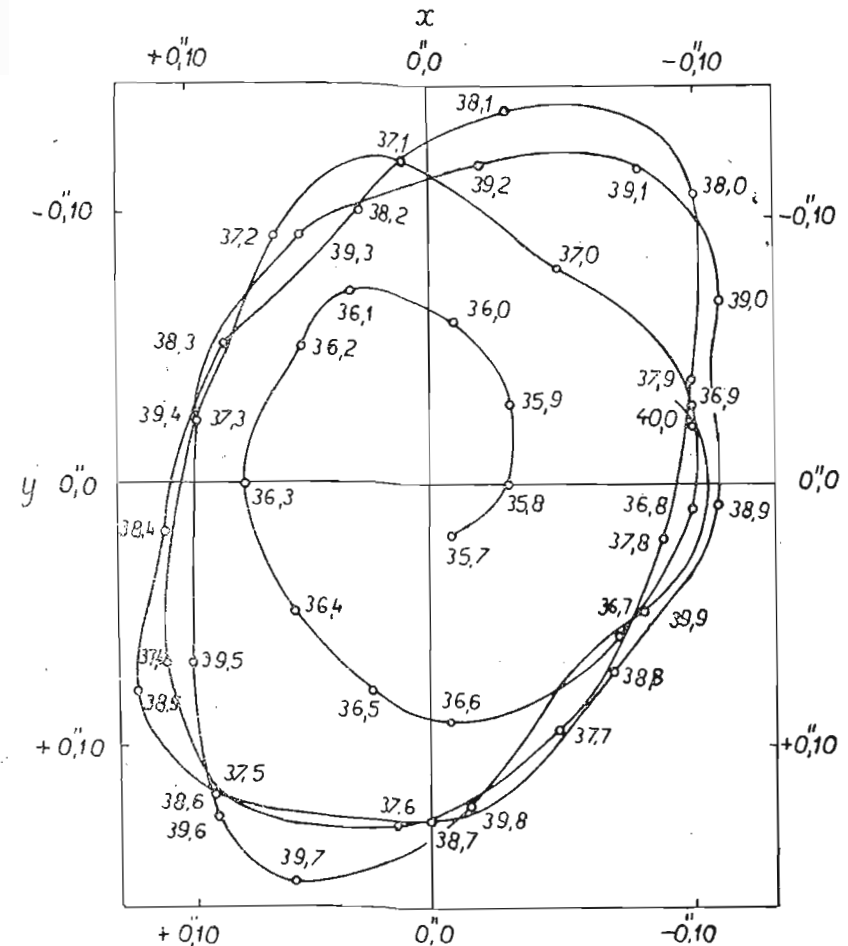
Промена ширине једне тачке не прелази $0'',5$. Пол при свом кретању по Земљиној површини увек остаје у унутрашњости квадрата са страном од 20 m. У томе квадрату описује он то веће то мање неправилне затворене контуре супротно смеру казаљке на часовнику. Савремена одређивања ширина омогућила су да се кретање полова разложи на два кретања — једно с периодом од 431 дан и сталном амплитудом (такозвана *Чендлерова периода*) и друго с годишњом периодом и променљивом амплитудом.

Промена ширина је механичка последица чињенице да се Земљина обртна осовина не поклапа потпуно с осовином симетрије маса Земљиног елипсоида, а премештања маса изазвана морским и ваздушним струјама и метеоролошким појавама имају за последицу промену амплитуде и периоде колебања полова.

Ширина тачке на Земљиној површини у односу на пол у датом тренутку назива се *тренутна ширина*; ако је исправимо за колебање

пола, добијамо ширину у односу на *средњи* пол неке епохе, тј. у односу на положај који би он имао да нема његовог периодичног кретања.

На сл. 90 претстављени су положаји полова од 1935,7 до 1940,0 г. из посматрања девет станица за ширину, тј. опсерваторија које стално



Сл. 90.

одређују своју ширину, које је обрадио академик А. Ј. Орлов. Нацртана крива назива се *полудија*.

82. Утицај прецесије на ректасцензије и деклинације звезда. — Претпоставимо да су за извесну епоху $T = 1850 + t$ познате средња ректасцензија α и средња деклинација δ неке звезде; треба наћи њене средње координате α_1 и δ_1 за епоху $T_1 = 1850 + t_1$. Како се средње

координате мењају услед прецесије, то ћемо њен утицај очевидно одредити ако нађемо разлике

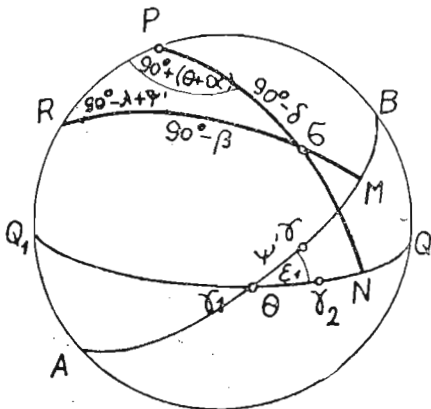
$$\alpha_1 - \alpha \quad \text{и} \quad \delta_1 - \delta.$$

Ако сматрамо ректасцензију и деклинацију за функције времена, можемо ове разлике развити у Тејлорове редове уређене по степенима временског прираштаја $t_1 - t$. За разлике од неколико десетина година довољно је ограничити се на два или највише три члана у овим редовима, јер се обе координате мењају веома споро. У том случају ће ови редови изгледати:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 - \alpha &= \frac{d\alpha}{dt} (t_1 - t) + \frac{d^2\alpha}{dt^2} \cdot \frac{(t_1 - t)^2}{2} + \frac{d^3\alpha}{dt^3} \cdot \frac{(t_1 - t)^3}{6}, \\ \delta_1 - \delta &= \frac{d\delta}{dt} (t_1 - t) + \frac{d^2\delta}{dt^2} \cdot \frac{(t_1 - t)^2}{2} + \frac{d^3\delta}{dt^3} \cdot \frac{(t_1 - t)^3}{6}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Обично се размак $t_1 - t$ изражава у годинама: тада ће $\frac{d\alpha}{dt}$ и $\frac{d\delta}{dt}$ бити годишње промене услед прецесије, а $\frac{d^2\alpha}{dt^2}$ и $\frac{d^2\delta}{dt^2}$ претстављаће секундарне промене.

Изведимо обрасце за израчунавање годишњих промена ректасцензије и деклинације звезде услед прецесије.



Сл. 91.

Нека је AB (сл. 91) почетна еклиптика за епоху 1850 г. и Υ положај тачке пролећне равнодневице на њој у тој истој епохи. Нека је, даље, Q_1Q средњи екватор за епоху 1850 + t ; Υ_1 пресек ових равни; лук $\Upsilon_1\Upsilon_2$ биће лунисоларна прецесија Ψ' ; ϵ_1 — нагиб почетне еклиптике према средњем екватору. Средња тачка пролећне равнодневице биће у Υ_2 , лук $\Upsilon_1\Upsilon_2$ биће планетна прецесија θ . Нека су R и P полови еклиптике и екватора. Нацртајмо координате звезде σ ; добићемо за епоху 1850 г. $\beta = M\sigma$ и $\lambda = \Upsilon M$; за епоху 1850 + t , $\alpha = \Upsilon_2 N$ и $\delta = N\sigma$.

Уочимо сферни троугао $RP\sigma$, у коме је:

$$\begin{aligned} PR &= \epsilon_1, & R\sigma &= 90^\circ - \beta, & P\sigma &= 90^\circ - \delta, \\ PR\sigma &= 90^\circ - (\lambda + \Psi'), & RP\sigma &= 90^\circ + (\theta + \alpha). \end{aligned}$$

Ако на овај троугао применимо три основна обрасца сферне тригонометрије, имаћемо:

$$\sin \delta = \sin \beta \cos \epsilon_1 + \cos \beta \sin \epsilon_1 \sin (\lambda + \Psi'),$$

$$\begin{aligned} \cos \delta \sin (\theta + \alpha) &= -\sin \epsilon_1 \sin \beta + \cos \epsilon_1 \cos \beta \sin (\lambda + \Psi'), \\ \cos \delta \cos (\theta + \alpha) &= \cos \beta \cos (\lambda + \Psi'). \end{aligned}$$

Да бисмо нашли изводе $\frac{d\alpha}{dt}$ и $\frac{d\delta}{dt}$, диференцијалимо ове обрасце сматрајући да су лонгитуда λ и латитуда β за одређену епоху сталне, а све остале величине променљиве. Диференцијалењем првог обрасца добијамо:

$$\cos \delta d\delta = [-\sin \beta \sin \epsilon_1 + \cos \beta \cos \epsilon_1 \sin (\lambda + \Psi')] d\epsilon_1 + \cos \beta \sin \epsilon_1 \cos (\lambda + \Psi') d\Psi'.$$

Ако коефицијенте уз $d\epsilon_1$ и $d\Psi'$ заменимо односним вредностима из претходних једначина, добићемо:

$$\cos \delta d\delta = \cos \delta \sin (\theta + \alpha) d\epsilon_1 + \sin \epsilon_1 \cos (\theta + \alpha) \cos \delta d\Psi'.$$

Кад диференцијалимо други образац, добићемо:

$$\begin{aligned} &-\sin \delta \sin (\theta + \alpha) d\delta + \cos \delta \cos (\theta + \alpha) [d\theta + d\alpha] = \\ &= [-\cos \epsilon_1 \sin \beta - \sin \epsilon_1 \cos \beta \sin (\lambda + \Psi')] d\epsilon_1 + \cos \epsilon_1 \cos \beta \cos (\lambda + \Psi') d\Psi', \end{aligned}$$

одакле после замене добијамо:

$$\begin{aligned} &\cos \delta \cos (\theta + \alpha) [d\theta + d\alpha] = \\ &= \sin \delta \sin (\theta + \alpha) d\delta - \sin \delta d\epsilon_1 + \cos \epsilon_1 \cos \delta \cos (\theta + \alpha) d\Psi'; \end{aligned}$$

ако сад место $d\delta$ уврстимо горе изведени израз, добићемо:

$$\begin{aligned} \cos \delta \cos (\theta + \alpha) [d\theta + d\alpha] &= \sin \delta \sin^2 (\theta + \alpha) d\epsilon_1 + \\ &+ \sin \delta \sin \epsilon_1 \sin (\theta + \alpha) \cos (\theta + \alpha) d\Psi' - \sin \delta d\epsilon_1 + \cos \epsilon_1 \cos \delta \cos (\theta + \alpha) d\Psi'. \end{aligned}$$

После свођења истоимених чланова имаћемо:

$$\begin{aligned} \cos \delta \cos (\theta + \alpha) [d\theta + d\alpha] &= -\sin \delta [1 - \sin^2 (\theta + \alpha)] d\epsilon_1 + \\ &+ \cos \delta \cos (\theta + \alpha) \cdot [\cos \epsilon_1 + \operatorname{tg} \delta \sin \epsilon_1 \sin (\theta + \alpha)] d\Psi'; \\ d\theta + d\alpha &= -\operatorname{tg} \delta \cos (\theta + \alpha) d\epsilon_1 + [\cos \epsilon_1 + \sin \epsilon_1 \operatorname{tg} \delta \sin (\theta + \alpha)] d\Psi'. \end{aligned}$$

Према томе изводи $\frac{d\alpha}{dt}$ и $\frac{d\delta}{dt}$ добијају облик:

$$\begin{aligned} \frac{d\delta}{dt} &= \sin (\theta + \alpha) \frac{d\epsilon_1}{dt} + \sin \epsilon_1 \cos (\theta + \alpha) \frac{d\Psi'}{dt}, \\ \frac{d\alpha}{dt} &= -\frac{d\theta}{dt} - \operatorname{tg} \delta \cos (\theta + \alpha) \frac{d\epsilon_1}{dt} + \cos \epsilon_1 \frac{d\Psi'}{dt} + \sin \epsilon_1 \sin (\theta + \alpha) \operatorname{tg} \delta \frac{d\Psi'}{dt}. \end{aligned}$$

Како је по Њукемовом обрасцу (в. параграф 79)

$$\epsilon_1 = \epsilon_0 + 0'',000\,006\,5\,t^2,$$

то је

$$\frac{d\epsilon_1}{dt} = 0'',000\,013\,0\,t.$$

После 10 000 година $\frac{d\epsilon_1}{dt}$ ће бити $0'',1$, зато се за све звезде осим најближих светском полу могу занемарити сви чланови који садрже $\frac{d\epsilon_1}{dt}$; како је осим тога

$$\theta = 0'',1342 t$$

и, према томе, после 100 година достиже $13''$, то се у свима обрасцима место $\sin(\theta + \alpha)$ и $\cos(\theta + \alpha)$ може ставити просто $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$; напослетку се место $\sin \epsilon_1$ и $\cos \epsilon_1$ може узети $\sin \epsilon$ и $\cos \epsilon$.

Тако ћемо имати:

$$\frac{d\delta}{dt} = \sin \epsilon \cos \alpha \frac{d\psi'}{dt},$$

$$\frac{d\alpha}{dt} = -\frac{d\theta}{dt} + \cos \epsilon \frac{d\psi'}{dt} + \sin \epsilon \sin \alpha \operatorname{tg} \delta \frac{d\psi'}{dt}.$$

Услед врло мале разлике између ψ' и ψ претпоставимо да је $\frac{d\psi'}{dt} = \frac{d\psi}{dt}$ и ставимо

$$\sin \epsilon \frac{d\psi}{dt} = n \quad \text{и} \quad -\frac{d\theta}{dt} + \cos \epsilon \frac{d\psi}{dt} = m, \quad (2)$$

па ћемо добити:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\alpha}{dt} &= m + n \operatorname{tg} \delta \sin \alpha, \\ \frac{d\delta}{dt} &= n \cos \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Величине m и n у овим обрасцима су функције времена, које се мењају веома споро. За све звезде оне имају једну исту вредност. Приметимо да је m годишње померање равнодневичке тачке по екватору, а n годишње померање пола екватора по прецесионом малом кругу око пола еклиптике; величина $\frac{d\psi}{dt}$ назива се *константа прецесије* и обележава словом P .

За коефицијенте m и n изведени су ови бројни обрасци из којих се они лако могу добити за епоху $1850 + t$:

$$m = 46'',0711 + 0'',000\,279\,6 t,$$

$$n = 20'',0511 - 0'',000\,085\,3 t.$$

Новим диференцијалњем израза за $\frac{d\alpha}{dt}$ и $\frac{d\delta}{dt}$ добијају се изрази за величине $\frac{d^2\alpha}{dt^2}$ и $\frac{d^2\delta}{dt^2}$. Како $\frac{d\alpha}{dt}$ и $\frac{d^2\alpha}{dt^2}$ треба да су изражени у временским јединицама, то се при њиховом израчунавању уводи коефицијент $\frac{1}{15}$.

Поправке дате изразима (1) $\alpha_1 - \alpha$ и $\delta_1 - \delta$ могу се написати и у облику

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 - \alpha &= (t_1 - t) \left[\frac{d\alpha}{dt} + \frac{d^2\alpha}{dt^2} \frac{t_1 - t}{2} + \frac{d^3\alpha}{dt^3} \frac{(t_1 - t)^2}{6} \right], \\ \delta_1 - \delta &= (t_1 - t) \left[\frac{d\delta}{dt} + \frac{d^2\delta}{dt^2} \frac{t_1 - t}{2} + \frac{d^3\delta}{dt^3} \frac{(t_1 - t)^2}{6} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

83. Утицај нутације на ректасцензије и деklinације звезда. — Нутација се састоји у кретању правога пола по небеској сфери око средњег пола по елипси малих димензија. Услед тога се, прво, тачка пролећне равнодневице креће по еклиптици у једну или другу страну, час повећавајући, час смањујући средње лонгитуде небеских тела за једну исту величину, латитуде небеских тела остају притом сталне; друго, екватор врши мала колебања, час повећавајући, час смањујући нагиб према еклиптици. Очевидно се услед тога ректасцензије и деklinације звезда периодично мењају.

У небеској механици се изводе подробни обрасци за утицај нутације на лонгитуде небеских тела и на нагиб екватора према еклиптици.

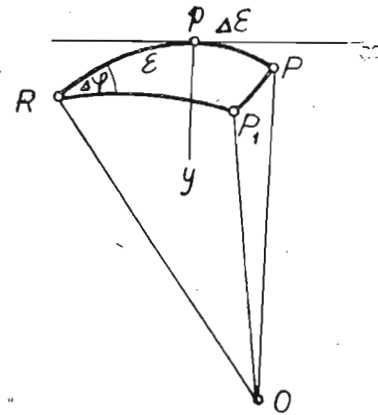
У данашње се време за нутацију у лонгитуди $\Delta\psi$ и нутацију у нагибу $\Delta\epsilon$ користе изрази које је извео Њукем за 1900 годину:

$$\Delta\psi = -17'',234 \sin \Omega + 0'',209 \sin 2\Omega - 1'',272 \sin 2\lambda_s + \text{мали чланови који зависе од } \lambda_\zeta, \lambda_s, \Pi;$$

$$\Delta\epsilon = +9'',210 \cos \Omega - 0'',090 \cos 2\Omega + 0'',551 \cos 2\lambda_s + \text{мали чланови који зависе од } \lambda_\zeta, \lambda_s, \Pi.$$

Највећу вредност имају први чланови ових образаца; коефицијент $9'',210$ назива се *константа нутације* и обележава се словом N ; у току времена они се помало мењају. У наведеним обрасцима Ω претставља лонгитуду узлазног чвора Месечеве путање, λ_ζ — лонгитуду Месеца, λ_s — средњу лонгитуду Сунца, Π — лонгитуду Сунчева перигуема.

Замислимо да се у неком тренуку средњи пол налази у тачки p (сл. 52), а прави у P_1 , R је пол еклиптике. Нека буде P положај правога пола у тренутку када се са средњим полом налазио на једном кругу латитуда. Услед нутације у нагибу прави положај светске осовине OP , остајући у равни ORP , удаљава се од свог средњег положаја за угао pOP , који се мери луком $pP = \Delta\epsilon = +9'',210 \cdot \cos \Omega$. Утицај нутације у лонгитуди испољава се на тај начин што се раван $ORpP$ окреће око праве OR за угао $PRP_1 = \Delta\psi = -17'',234 \sin \Omega$ и пол се из положаја P помера у положај P_1 за лук PP_1 . Из троугла RPP_1 је $PP_1 = \Delta\psi \cdot \sin \epsilon$.



Сл. 92.

Ако замислимо у тачки p правоугли координатни систем, као што је претстављен на сл. 92, онда се због малих вредности нутационих померања за координате пола P_1 могу усвојити вредности

$$x = + 9'',210 \cos \delta, \quad y = - 17'',234 \sin \epsilon \sin \delta,$$

одакле је

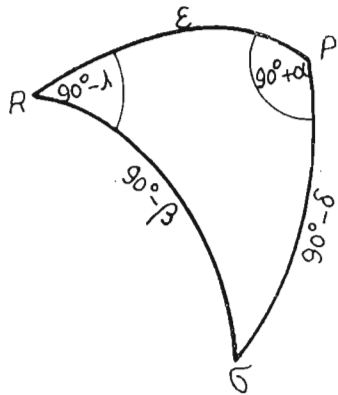
$$\cos \delta = + \frac{x}{9'',21}, \quad \sin \delta = - \frac{y}{17'',234 \sin \epsilon} = - \frac{y}{6'',86}.$$

Ако ове изразе дигнемо на квадрат и саберемо, добијамо једначину елипсе

$$\frac{x^2}{(9'',21)^2} + \frac{y^2}{(6'',86)^2} = 1.$$

Према томе прави се пол креће по елипси с осовинама $18'',4$ и $13'',7$, као што је било објашњено у параграфу 80.

Задатак одређивања утицаја нутације на координате α и δ састоји се у овоме. Нека су у произвољном тренутку T познате средња ректасцензија α и деклинација δ дате звезде; нека су у истом тренутку права ректасцензија α_1 и права деклинација δ_1 ; треба наћи разлике $\alpha_1 - \alpha$ и $\delta_1 - \delta$ које претстављају утицај нутације на средње координате.



Сл. 93.

Нека су у тренутку T средња лонгитуда и средња латитуда исте звезде λ и β , а ϵ нагиб екватора према еклиптици. Права лонгитуда, латитуда и нагиб тада ће бити $\lambda + \Delta\psi$, β , $\epsilon + \Delta\epsilon$, где $\Delta\psi$ и $\Delta\epsilon$ нису ништа друго по прираштаји λ и ϵ , а налазе се по Њукемовим обрасцима.

Ректасцензија и деклинација небеског тела су функције његове лонгитуде, латитуде и нагиба екватора према еклиптици, тако да је

$$\alpha = f(\lambda, \beta, \epsilon), \\ \delta = F(\lambda, \beta, \epsilon).$$

Те се функције добијају из троугла $RP\sigma$ (сл. 93) у облику:

$$\left. \begin{aligned} \sin \delta &= \cos \epsilon \sin \beta + \sin \epsilon \cos \beta \sin \lambda, \\ -\cos \delta \sin \alpha &= \sin \epsilon \sin \beta - \cos \epsilon \cos \beta \sin \lambda, \\ \cos \delta \cos \alpha &= \cos \beta \cos \lambda. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Права ректасцензија и деклинација очевидно се изражавају функцијама

$$\alpha_1 = f[(\lambda + \Delta\psi), \beta, (\epsilon + \Delta\epsilon)], \\ \delta_1 = F[(\lambda + \Delta\psi), \beta, (\epsilon + \Delta\epsilon)].$$

Тада ће разлика $\alpha_1 - \alpha$ и $\delta_1 - \delta$ бити:

$$\alpha_1 - \alpha = f[(\lambda + \Delta\psi), \beta, (\epsilon + \Delta\epsilon)] - f(\lambda, \beta, \epsilon), \\ \delta_1 - \delta = F[(\lambda + \Delta\psi), \beta, (\epsilon + \Delta\epsilon)] - F(\lambda, \beta, \epsilon).$$

Ове се разлике могу развити у Тејлорове редове по степенима прираштаја $\Delta\psi$ и $\Delta\epsilon$; ако се у тим редовима ограничимо на прве степене прираштаја, добијамо:

$$\alpha_1 - \alpha = \Delta\psi \frac{\partial \alpha}{\partial \lambda} + \Delta\epsilon \frac{\partial \alpha}{\partial \epsilon}; \quad \delta_1 - \delta = \Delta\psi \frac{\partial \delta}{\partial \lambda} + \Delta\epsilon \frac{\partial \delta}{\partial \epsilon}. \quad (2)$$

Према томе, да бисмо израчунали утицај нутације, треба да знамо изводе ректасцензије и деклинације по лонгитуди и нагибу. Нађимо вредности првих извода. Диференцијалењем прве једначине (1) добијамо

$$\cos \delta \frac{\partial \delta}{\partial \epsilon} = -\sin \epsilon \sin \beta + \cos \epsilon \cos \beta \cos \lambda;$$

ако десну страну заменимо на основи друге једначине (1) са $\cos \delta \sin \alpha$, после скраћења са $\cos \delta$ добијамо

$$\frac{\partial \delta}{\partial \epsilon} = \sin \alpha. \quad (a)$$

Из прве једначине (1) добијамо и

$$\cos \delta \frac{\partial \delta}{\partial \lambda} = \sin \epsilon \cos \beta \cos \lambda.$$

На основи треће једначине, после скраћења са $\cos \delta$, добијамо,

$$\frac{\partial \delta}{\partial \lambda} = \sin \epsilon \cos \alpha. \quad (b)$$

Диференцијалењем друге једначине (1) добијамо

$$\sin \delta \sin \alpha \frac{\partial \delta}{\partial \epsilon} - \cos \delta \cos \alpha \frac{\partial \alpha}{\partial \epsilon} = \cos \epsilon \sin \beta + \sin \epsilon \cos \beta \sin \lambda;$$

ако овде место $\frac{\partial \delta}{\partial \epsilon}$ ставимо његову вредност из (a), а десну страну сменимо њеном вредношћу из прве једначине (1), добијамо

$$\cos \delta \cos \alpha \frac{\partial \alpha}{\partial \epsilon} = \sin \delta \sin^2 \alpha - \sin \delta = -\sin \delta \cos^2 \alpha$$

и најзад

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \epsilon} = -\cos \alpha \operatorname{tg} \delta. \quad (c)$$

Из друге једначине добијамо и

$$\sin \delta \sin \alpha \frac{\partial \delta}{\partial \lambda} - \cos \delta \cos \alpha \frac{\partial \alpha}{\partial \lambda} = -\cos \epsilon \cos \beta \cos \lambda;$$

ако овде уврстимо место $\frac{\partial \delta}{\partial \lambda}$ његову вредност из (b), а с десне стране место $\cos \beta \cos \lambda$ ставимо $\cos \delta \cos \alpha$ из треће једначине (1), добијамо

$$\cos \delta \cos \alpha \frac{\partial \alpha}{\partial \lambda} = \sin \delta \sin \alpha \sin \epsilon \cos \alpha + \cos \epsilon \cos \delta \cos \alpha$$

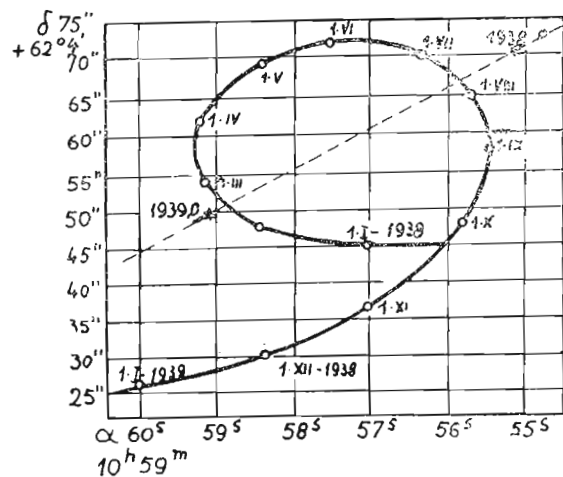
и напослетку

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \lambda} = \cos \epsilon + \sin \epsilon \sin \alpha \operatorname{tg} \delta. \quad (d)$$

Ако сад у обрасце (2) уврстимо вредности парцијалних извода (a), (b), (c) и (d), добијамо обрасце који претстављају утицај нутације на ректасцензије и деклинације звезда:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 - \alpha &= \cos \epsilon \Delta \psi + \sin \epsilon \sin \alpha \operatorname{tg} \delta \Delta \psi - \cos \alpha \operatorname{tg} \delta \Delta \epsilon, \\ \delta_1 - \delta &= \sin \epsilon \cos \alpha \Delta \psi + \sin \alpha \Delta \epsilon. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

84. Привидне, праве и средње координате звезда. — Координате α и δ звезде, добивене непосредно из посматрања после обрачуна утицаја рефракције, називају се *привидне координате*, а положај звезде одређен овим координатама назива се *привидни положај*. Привидне координате звезде непрекидно се мењају: прво, услед абериције њен се привидни положај помера по небеској сфери; друго, услед прецесије и нутације стално се помера тачна пролећне равнодневице, од које се рачунају ректасцензије, и екватор, од кога се мере деклинације звезде.



Сл. 94.

г.. Кад би на њу дејствовала само годишња абериција, путања звезде била би претстављена, као што је објашњено у параграфу 58, елипсом с полусовинама $20'',47$ и $20'',47 \sin \beta$, но како на померање привидног

положаја утичу и други узроци: прецесија, нутација и сопствено кретање звезде (последње ће бити објашњено у наредном параграфу), то путања привидног положаја звезде у току године изгледа као петља веома налик на елипсу.

Ако привидне координате, посматране у извесном тренутку, ослободимо утицаја обеју абериција, дневне и годишње, добићемо *праве координате*, које одређују *прави положај* звезде у томе тренутку (параграф 80). Ако унесемо у праве координате поправке за нутацију, добићемо *средње координате*, којима је одређен *средњи положај* звезде у истом тренутку. Ове се средње координате мењају у току времена из два узрока: прецесије и сопственог кретања звезда.

Привидне координате звезда дају се у астрономским годишњацима за разне датуме, и то за звезде с деклинацијом испод 80° за сваки 10-ти дан, или тачније за сваку 10-ту горњу кулминацију, а за звезде с деклинацијом већом од 80° — за сваки или за сваки други дан. И средње координате објављују се у астрономским годишњацима, и то за почетак године на коју се односи годишњак. На сл. 94 средњи положаји за почетак 1938 и 1939 године обележени су звездицама спојеним непрекиданом линијом по којој се за годину дана помера средњи положај. Осим тога средње координате се објављују још и у посебним прегледима, који се зову *звездани каталози* и тамо се они дају за *почетак* једне године, а година за коју се дају координате назива се *epocha* каталога. Касније ће у параграфима 88 — 92 подробно бити изложено питање о звезданим каталозима и објашњено шта се подразумева под изразом „почетак године“.

Састављачи астрономских годишњака користе се звезданим каталозима, прво, да би добили средње положаје звезде за дату годину и, друго, за израчунавање привидних положаја. Притом разуме се треба решавати обрнути задатак, тј. прелазити са средњих координата; датих за эпоху каталога, најпре на средње координате за почетак дане године, а затим на привидне координате за поједине датуме у години. Овај је задатак изложен у поменутих параграфима и за астронома-геодету он је од значаја само уколико се понекад догађа да и он сам мора да изврши сличан рачун.

Овде треба истаћи да се тачна обрада посматрања ширине, дужине и азимута, а исто тако и времена, мора вршити с привидним координатама изведеним за средњи тренутак посматрања. Ако је на пример за одређивање поправке хронометра посматрања у Москви 20 јуна 1938 г. α Ursae Mai. између $17^h 20^m$ и $17^h 40^m$ звезданог времена, привидне координате те звезде треба израчунати за тренутак $s = 17^h 30^m 20.6. 1938$ г.. Са средњим координатама могу се вршити само грубо приближна одређивања или припремати ефемериде за посматрања.

85. Сопствена кретања звезда. — Сопствена кретања звезда изводе се најпростије графичком методом. Средње координате звезде, одређене за две што удаљеније епохе, сведу се на једну исту эпоху или, како се каже, на један исти еквинокциј тачним обрачуном прецесије по обрасцу (1) параграфа 82. Добивене вредности координата нанесу се на график са аргументом t , засебно за α и засебно за δ . Кад посматрања не би садржала отступања свака би се координата услед сопствене кретања мењала сразмерно времену и њен би график претстављао праву линију са уколико већим нагибом, уколико је брже кретање. Обично се ово не добија

и нанесене таче распоређују се само приближно дуж праве линије; она се и повлачи тако да нанесене тачке буду око ње равномерно распоређене. Ако се сад узме прираштај ординате ове праве и односни прираштај апсцисе Δt , изражен у годинама, деобом се добија

$$\mu_\alpha = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t}, \quad \mu_\delta = \frac{\Delta\delta}{\Delta t}. \quad (1)$$

Овде је μ_α сопствено кретање звезде у ректасцензији, а μ_δ — то исто у деклинацији.

Тачно извођење сопствених кретања врши се рачунски, коришћењем што већег броја каталога, у којима су, као што је поменуто у параграфу 84, дате средње координате, пошто се ове средње координате сведу на један еквинокциј. Због њихова неслагања састављају се условне једначине отступања чијим се решењем и налазе величине μ_α и μ_δ .

Извођење сопствених кретања је један од најсложенијих задатака у астрометрији, јер звездани каталози имају различиту тачност или тег, чије одређивање за посебне каталогe носи изврстан елемент произвољности; даље се срећу каталози у које су већ унета сопствена кретања и њих треба елиминисати применом обрнутих поправака; напослетку да би се прикупно што већи број каталога морају се узети у обзир и стари каталози, из времена када је тачност посматрања била много нижа него данас. Услед свега тога ни данас не можемо сматрати да су сопствена кретања звезда изведена са свом могућом тачношћу.

Када су одређени μ_α и μ_δ , утицај сопственог кретања на координате у временском размаку $t_1 - t$ може се претставити производима:

$$\Delta\alpha = \mu_\alpha (t_1 - t), \quad \Delta\delta = \mu_\delta (t_1 - t). \quad (2)$$

Сопствена кретања звезда већином су мања од $0'',1$ годишње, али се срећу звезде које се крећу знатно брже. Највеће сопствено кретање познато до данас износи $10''$ годишње, за једну звезду из сазвезђа Змијоноше, која се не види голим оком.

Проблем сопствених кретања подробније се излаже у глави XV; овде нам је био циљ да укажемо на то како се одређују сопствена кретања у ректасцензији и деклинацији и како она мењају координате звезда.

Горе је било поменуто (параграф 84) да се средње координате звезде мењају услед прецесије и сопственог кретања. Зато ако имамо средње координате α и δ за епоху T , а треба наћи средње координате α_1 и δ_1 за епоху T_1 , довољно је да ставимо $T_1 - T = t$ и да користимо обрасце (1) параграфа 82 и обрасце (2) овог параграфа па да добијемо α_1 и δ_1 :

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \alpha + \frac{d\alpha}{dt} \cdot t + \frac{d^2\alpha}{dt^2} \cdot \frac{t^2}{2} + \frac{d^3\alpha}{dt^3} \cdot \frac{t^3}{6} + \mu_\alpha t, \\ \delta_1 &= \delta + \frac{d\delta}{dt} \cdot t + \frac{d^2\delta}{dt^2} \cdot \frac{t^2}{2} + \frac{d^3\delta}{dt^3} \cdot \frac{t^3}{6} + \mu_\delta t. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ГЛАВА ЈЕДАНАЕСТА

ОДРЕЂИВАЊЕ КООРДИНАТА ЗВЕЗДА. ЗВЕЗДАНИ КАТАЛОЗИ

86. **Одређивање координата звезда из астрономских посматрања.** — Екваторске координате одређују се најпростије у тренутку пролаза небеског тела кроз меридијан, тј. у тренутку његове горње или доње кулминације.

а) *Одређивање деклинације.* Најпре треба одредити ширину места посматрања методом која не захтева познавање деклинација звезда. Ова се метода састоји у мерењу зенитног отстојања Северњаче или друге које звезде у близини пола, у горњој и доњој кулминацији. Мерењем се добија

$$\begin{aligned} z_{m,G} &= \delta - \varphi, \\ z_{m,D} &= 180^\circ - \delta - \varphi. \end{aligned}$$

Одатле је

$$\varphi = 90^\circ - \frac{z_{m,G} + z_{m,D}}{2}.$$

Да бисмо одредили деклинацију макоје друге звезде довољно је сад измерити њено зенитно отстојање z_m у тренутку горње кулминације; δ ћемо добити по обрасцу

$$\delta = \varphi - z_m.$$

Из свих изведених вредности z треба отстранити рефракцију.

б) *Релативно одређивање ректасцензије.* Ректасцензија небеског тела једнака је звезданом времену у тренутку горње кулминације. Стога у циљу одређивања ректасцензије α треба тачно забележити са часовника звездано време s горње кулминације небеског тела. Ако часовник ради тачно, биће $s = \alpha$.

Овако одређивање ректасцензије α звезде из показивања часовника назива се *релативно одређивање*, јер се и сам часовник мора проверити помоћу друге звезде чија је ректасцензија α_0 позната. У тренутку њене горње кулминације часовник треба да показује

$$s_G = \alpha_0.$$

Међутим у пракси се не захтева од часовника да буде тачно *дотеран*; важно је само да он по могућству тачно *ради*, тј. да показује увек једно исто време у тренутку горње кулминације једне исте звезде, ако је

часовник регулисан на звездано време. Нека је у тренутку кулминације звезде с познатом ректасцензијом α_0 часовник показивао T_0 , а у тренутку кулминације непознате звезде T . Тада ће ректасцензија последње звезде бити

$$\alpha = \alpha_0 + (T - T_0).$$

Другим речима, разлика ректасцензија једнака је разлици показивања часовника.

Према томе инструменат за мерење ректасцензије је *тачан часовник*. Дурбин притом игра другостепену улогу. Он само повећава брзину привидног дневног кретања звезде и на тај начин омогућује да се тачније уочи тренутак у коме звезда сече вертикалан конач постављен у равни меридијана.

в) *Апсолутно одређивање ректасцензије*. Звезде помоћу којих се проверава астрономски часовник називају се *основне* звезде. Одређивање ректасцензије основне звезде назива се *апсолутно одређивање*, јер оно не зависи од координата других звезда. Ово се одређивање састоји из низа радњи.

1) Треба одредити нагиб *еклиптике* према екватору. У том циљу измери се (в. параграф 29, б) подневно зенитно отстојање Сунчевог средишта $z_{m,1}$ на дан летњег солстиција и $z_{m,2}$ на дан зимског солстиција. Очеvidно је

$$z_{m,1} = \varphi - \varepsilon,$$

$$z_{m,2} = \varphi + \varepsilon.$$

Одатле добијамо

$$\varepsilon = \frac{1}{2}(z_{m,2} - z_{m,1}).$$

2) Затим се одреди деklinација Сунчевог средишта δ_\odot из његовог зенитног отстојања у право подне,

$$\delta_\odot = \varphi - z_{m,\odot}.$$

3) Из δ Сунца израчуна се ректасцензија Сунчевог средишта из правоуглог сферног троугла (сл. 36),

$$\sin \alpha_\odot = \operatorname{ctg} \varepsilon \operatorname{tg} \delta_\odot.$$

4) Помоћу звезданог часовника одреде се истог дана: тренутак горње кулминације Сунчевог средишта T_\odot , његова деklinација δ_\odot и тренутак горње кулминације звезде T_0 . Тада ће ректасцензија звезде бити

$$\alpha_0 = \alpha_\odot + (T_0 - T_\odot).$$

У данашње време се при одређивању апсолутних ректасцензија све изложене радње не врше у потпуности. Како су још пре почетка радова познате довољно тачне вредности ε , φ , δ_\odot , α_\odot , то се одреде само мале поправке $\Delta\varepsilon$, $\Delta\varphi$, ... ових почетних вредности.

Ректасцензије звезда најтачније се одређују помоћу *пасажног инструмента* на сталном постољу.

Тај се инструменат (сл. 95) састоји из астрономског дурбина АВ, утврђеног на шупљој осовини која стоји управно на дурбину; осовина

лежи својим наглавцима С и D на лежиштима која су учвршћена за масивне камене стубове D и F, чији темељ G лежи дубоко испод пода посматрачког павиљона. У видном пољу дурбиновом разапето је неколико вертикалних конача и два блиска хоризонтална. На осовини је утврђен омањи круг K за довођење дурбина на зенитно отстојање звезде. Да би се смањило трење наглавака осовине о лежишта служе тегови M и N, утврђени на хоризонталним полулама, од којих се спуштају куке које подухватају осовине. За одређивање нагиба обртне осовине служи осетљива либела која се кукама веша о наглавке на осовини.

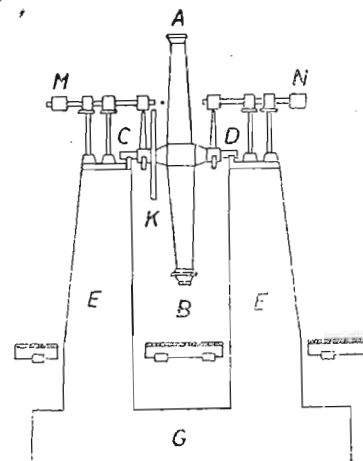
За одређивање ректасцензија инструменат се поставља једном за свагда у *раван меридијана*, тј. у ову се раван доведе визура или средњи

вертикални конач; стубови очевидно треба да буду постављени у равни првог вертикала. Отстојања бочних вертикалних конача од средњег морају се одредити из посебних испитивања.

Посматрања пасажним инструментом врше се на овај начин. Како је деklinација посматраног небеског тела обично приближно позната, то се на кратко време пре његова пролаза кроз меридијан дурбин доведе на зенитно отстојање израчунато по једном од образаца параграфа 16. У тренутку који је такође унапред приближно познат, звезда улази у видно поље и креће се у хоризонталном правцу доста брзо, утолико брже уколико је веће повећање дурбиново. Посматрач најпре мало помери дурбин по висини тако да се звезда креће тачно по хоризонталном концу, прочита либелу и даље бележи са часовника тренутке у које звезда пресеца вертикалне конце. Постоји неколико начина за бележење ових тренутака о којима се говори у практичној астрономији.

Тренуци пролаза звезде иза појединих конача, забележени са часовника, своде се на један конач, средњи; пошто се на ове тренутке примени низ поправака, из њих се добија тренутак T пролаза звезде кроз меридијан, а из њега се израчунава *ректасцензија звезде*, као што је описано у почетку овог параграфа.

У данашње време пасажни инструменти имају тзв. *контактни (безлични) микрометар*, који омогућује да се концем који се наведе на звезду ова може пратити и који аутоматски региструје према часовнику тренутке за разне положаје конца. Овај покретни конач креће посматрач дејствујући обема рукама на микрометарски завртањ или помера мотор, без непосредног учешћа посматрачевог. Оваква конструкција је изванредно повисила тачност одређивања тренутка пролаза звезде кроз меридијан, па према томе и тачност одређивања координате α . Још је већа тачност достигнута данас у одређивању овога тренутка применом фотохелије, у



Сл. 95.

чему је велике успехе постигла Главна астрономска опсерваторија у Пулкову.

У одређивању деклинација најтачније резултате даје *вертикални круг*. Обртна осовина овог инструмента нема сталан правац, већ се може окретати око непомичне вертикалне осовине. На обртну осовину навучен је поред дурбина веома тачно подељен метални круг, који се окреће заједно с дурбином. Када се звезда налази близу меридијана, читања овога круга дају неколико зенитних отстојања звезде пре и после кулминације, која се затим свде на меридијан и одатле израчунава њена деклинација.

Често су ова два инструмента спојена у један инструмент који се зове *меридијански круг*. То је уствари велики пасажни инструмент, на чију је осовину још навучен веома тачно подељен вертикални круг, а на стубовима су утврђени микроскопи с микрометрима за читање овог круга. Из посматраних трекутака пролаза звезде иза конача израчунава се тренутак њена пролаза кроз меридијан, а затим ректасцензија звезде, а из читања вертикалног круга њена деклинација.

У данашње се време за диференцијално или релативно одређивање координата небеских тела често употребљавају *фотографске методе*. У том случају мерење координата звезде врши се са фотографских негатива посебним инструментима за мерење у лабораторији. Сваки негатив мора да садржи неколико основних звезда, чији су положаји тачно одређени горе описаним инструментима и за њих се везују све остале звезде.

87. Пулковска опсерваторија и њена улога у одређивању координата звезде. — Почетком XIX века тачност одређивања звезданих координата нагло се повисила. Ово повишење тачности није постигнуто толико усавршењем технике инструмента, колико све дубљим испитивањем инструмента и њихових отступања и таквим распоредом посматрања и организацијом њихове обраде, при којима се утицај ових отступања на резултате посматрања сводио на минимум. Одомаћивање овога принципа у астрономији у првом реду везано је за име великог реформатора астрономије Бесела (1784—1846). Овај је систем најбоље остварен у пракси стогодишњим радом Пулковске опсерваторије, основане 1839. Њен оснивач и први директор В. Ј. Струве (1793—1864), иако није био непосредни Беселов ученик, радио је у истом духу и руководио се истим принципима. При



Снимак I. Велики пасажни инструмент Пулковске опсерваторије

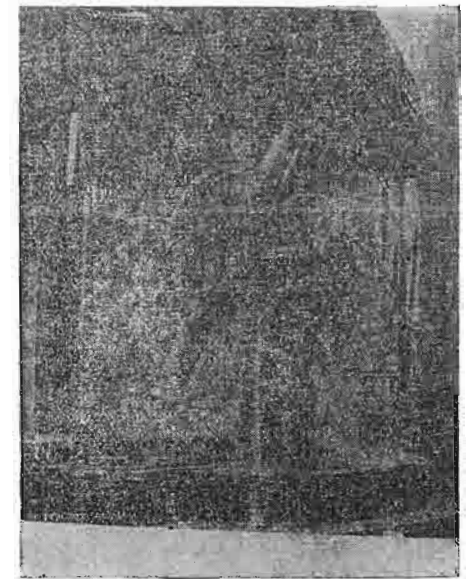
уређењу поверење му опсерваторије он је показивао велике организационе способности и разумевање за проблеме *фундаменталне астрономије* и тако је планирао рад института, да је нова опсерваторија од самог почетка заузела водећи положај у овој области, који је са чашћу сачувала и до данашњих дана.

За апсолутно одређивање звезданих координата Струве је поставио на опсерваторији два засебна инструмента: велики пасажни инструмент за ректасцензије и велики вертикални круг за деклинације. Оба ова инструмента нарочито је израдио 1839 године немачки механичар Ертел. Пасажни инструмент (снимак I) има дурбин с објективом од 16 cm и жижном даљином 2,7 m. Дурбин вертикалног круга, истог отвора, има жижну даљину нешто већу од 2 m. Круг са поделом има у пречнику 1,1 m. и издeљен је на делове од по 2'. 1879 г. њега је усавршио Репсолд (снимак II).

Ови су инструменти врло брзо постали познати у целом свету; они се налазе у истој служби и данас. Репсолдов меридијански круг (снимак III) такође је био постављен на опсерваторији, али се он употребљавао само за релативна одређивања. Димензије његова дурбина и круга приближно су исте као и вертикалног круга. Овај је систем потпуно задовољио у пракси и звездани каталози које је издала Пулковска опсерваторија заједно са одређивањима Гринвичке опсерваторије претстављају главну основу савремене фундаменталне астрономије. Тако на пр. први основни каталог Ауверсов (1879, в. параграф 88) углавном се заснива на пулковским посматрањима пасажним инструментом и вертикалним кругом. Биле су узете све звезде из пулковског каталога од 1865 г., поново посматране у Пулкову и сведене на епоху 1871 год. Положаји ових истих звезда били су изведени из још седам каталога, међу којима је био и пулковски каталог из 1845 г., и то су пулковски каталози узети са највећим тековима.

Треба још приметити да је и у фотографском одређивању координата небеских тела Пулковска опсерваторија постигла завидне резултате.

88. Звездани каталози. — Звезданим каталогом назива се списак извесног броја звезде у коме је свака од њих обележена редним бројем и дати су за њу подаци који је карактеришу. Главна карактеристика звезде су њене средње екваторске координате α и δ сведене на почетак

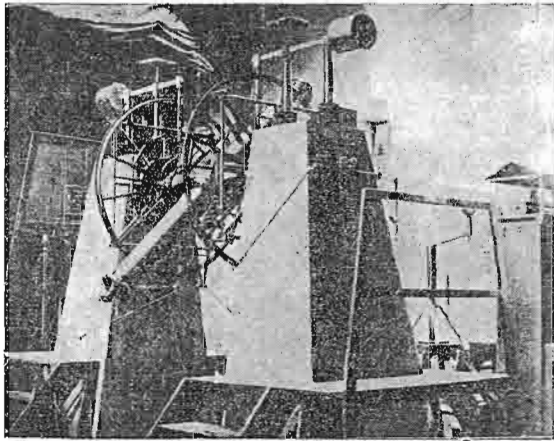


Снимак II. Велики вертикални круг Пулковске опсерваторије

одређене године, исте за све звезде у каталогу. Датум, тј. почетак те године, назива се *епоха каталога*.

Епоху је усвојено обележавати редним бројем године с нулом у првој децимали. По Беселовом предлогу за почетак (тропске) године усвојено је да се сматра тренутак када лонгитуда средњег еклиптичког сунца или ректасцензија средњег екваторског, смањене за константу аберације и сведене на средњи екваторског тога тренутка, достижу 280° или $18^h 40^m$. Тропска година, која почиње у тренутку који је Бесел увео, зове се *Беселова година* или, не баш срећно, *фиктивна (замишљена) година* — *Annus fictus*. Почетак Беселове фиктивне године даје Астрономски годишњак на првој страни у светском и звезданом гринвичком времену и он обично пада првог јануара у извесни тренутак.

У параграфу 79 видели смо да од положаја средњег пола и средње еклиптике зависи и положај средње тачке пролећне равнодневице или



Снимак III. Мериђански круг
Пулковске опсерваторије

средњи екваторског. Ако су сви ти положаји узети за епоху каталога, разуме се да ће се и средње координате α и δ односити на положај тачке пролећне равнодневице, који она заузима у епохи. Зато је усвојено да се кратком ознаком „за екваторског 1930,0“ означава да су положаји у каталогу дати у односу на равнодневичку тачку те године. У каталогу се даје *сјај* или *величина* звезде у привидним величинама (в. параграф 129). У данашње време се скоро редовно дају и промене координата у току времена, услед прецесије — *годишња прецесија*, или услед прецесије и сопственог кретања — *годишња промена, variatio annua*, као и *вековна промена, variatio secularis*. Затим се могу давати сопствено кретање μ_α и μ_δ , спектар или боја звезде, напомена да ли је звезда двојна или је променљива сјаја, назив звезде или њена ознака словом у сазвезђу, редни број њен из каквог другог каталога итд.. Понекад се у примедби даје и број посматрања која су послужила за извођење координата и њихови датуми; они се могу заменити и једним датумом, средњим датумом свих посматрања или такозваном *средњом епохом посматрања*, коју обавезно треба разликовати од епохе каталога.

Звезде су у каталогу *уређене по ректасцензијама*. Свакој звезди припада по један ред у каталогу, понекада на обема странама: на левој за ректасцензију, на десној за деклинацију.

Каталог носи обично назив опсерваторије на којој су извршена посматрања у циљу његова састављања или се зове по имену лица које га је саставило, а у назив улази и екваторског каталога. Каталог не садржи увек тачне вредности обеју координата, срећу се каталог само са ректасцензијама или само са деклинацијама. Одређивање средњих ректасцензија и деклинација звезде један је од главних задатака астрономских опсерваторија. Разуме се, ове се координате не одређују без реда, већ по унапред израђеном плану. Начини се већи или мањи списак оних звезда чије положаје треба одредити. Такав списак може да обухвати различит број звезде, од неколико стотина до неколико хиљада. Из посматрања се одреде привидни положаји звезде из тог списка; целокупна посматрања протежу се често на неколико година. За свођење на средње координате изабере се неки датум као епоха каталога; то је обично почетак године блиске средини размака који обухвата сва посматрања.

Од многих опсерваторија, које се баве одређивањем положаја звезде, нарочито су се истакле, како дужином радова у овој области тако и тачношћу добивених резултата, опсерваторија у Пулкову, у Гринвичу, на Рту Добре Наде (Кептаун) и у Вашингтону. Пулковска опсерваторија носи службени назив Главна астрономска опсерваторија.

На радове у Пулковској опсерваторији на одређивању положаја звезде за последњих тридесет година може се указати као на примере радова ове врсте. Од 1911—1917 г. вршена су посматрања за каталог 1915,0. Овај каталог садржи 1425 звезде. Свака звезда посматрана је у ректасцензији 8—10 пута, у деклинацији 7—8 пута (само неколико звезде посматрано је по пет пута); звезде у границама од $+45^\circ$ до $+90^\circ$ посматране су осим тога исто толико пута у доњој кулминацији.

Од 1920—1927 г. вршена су посматрања за каталог 1925,0; овај каталог садржи 1334 звезде за које су одређене ректасцензије, и 1329 звезде, за које су одређене деклинације. У њ су ушле све звезде до 6,0 величине, које нису ушле у каталог 1915,0, до деклинације -10° . Свака звезда из каталога 1925,0 посматрана је у ректасцензији 8—12 пута (већина звезде по десет пута), у деклинацији 6 пута. Осим тога посматране су звезде за везу каталога 1925,0 и 1915,0: у ректасцензији 316 звезде, у деклинацији 150 звезде. За све то је било потребно извршити неколико десетина хиљада засебних посматрања.

Од септембра 1928 године вршена су посматрања за каталог од 558 звезде, објављен под називом каталога 1930,0. Деклинације звезде овог каталога одређиване су по четири пута; звезде између $+50^\circ$ деклинације и пола посматране су још по неколико пута и у доњој кулминацији.

Крајем 1940 године завршен је каталог звезде, посматраних на пет опсерваторија у Савезу, који садржи око 3 000 звезде и намењен је потребама геодеске службе. Средња епоха овог каталога је 1935,0. 1940 године започета су посматрања у циљу израде каталога слабих звезде који ће садржати много хиљада објеката.

Оваква систематска посматрања повећавају број звезде чији је положај познат с високом тачношћу, а за заједничке звезде, које улазе у каталог разних опсерваторија и разних епоха, омогућују да се добију тачнији положаји и сопствена кретања у ректасцензији и деклинацији.

При обради посматрања треба решити овај задатак. Нека су α и δ привидне координате неке звезде у тренутку посматрања T ; треба наћи

средњу ректасцензију и дефлексију α_0 и δ_0 за епоху каталога T_0 . Нека је T_1 почетак оне године у коју пада тренутак T . Постављени проблем решава се помоћу равније изведених образаца за утицај аберације, нутације и прецесије овим редом: прво се израчуна утицај прецесије и сопственог кретања у временском размаку од почетка године T_1 до тренутка посматрања T и утицај аберације и нутације; као резултат обрачунавања ових утицаја добијају се средње ректасцензије и деклинације за почетак године посматрања T_1 . Да би се нашле тражене величине α_0 и δ_0 , остаје да се израчуна утицај прецесије и сопственог кретања звезде за временски размак $T_0 - T_1$.

Средње координате свих посматраних звезда за епоху каталога сврстају се у један заједнички списак уређен по ректасцензијама; за сваку звезду унесе се величина годишње и вековне прецесије и сопственог кретања; тај списак је каталог звезда (у случају високе тачности посматрања он се назива основни каталог).

Како се свака звезда посматра по неколико пута, то ће ректасцензије и деклинације звезда у каталогу бити аритметичке средине из низа одређивања. Појединачни резултати сведени на епоху каталога разликују се међу собом само услед случајних отступања зато се по међусобном слагању појединачних одређивања може судити о тачности извршених посматрања, а према томе и о тачности ректасцензија и деклинација звезда унетих у каталог.

Из појединачних звезданих каталога састављају се општи, изведени или *фундаментални каталози*, у којима се положаји звезда дају са највећом могућом тачношћу. Ови се каталози обично називају по именима њихових састављача.

До данас су била састављена три фундаментална каталога.

1. *Ауверсов каталог*. Овај каталог изишао је у два издања. Прво је 1879 г. изишло под насловом „Fundamentalkatalog für die Zonen — Beobachtungen am Nördlichen Himmel“ за епоху 1875,0. Овај каталог састављен је на основи пет каталога са епохама од 1845 — 1872 године, међу њима је било и пулковских, и служио је као основа при обради посматрања за каталог Астрономског друштва; он садржи 539 звезда с деклинацијама од -10° до $+90^\circ$, скраћено се обележава са *F K*.

Друго његово издање с Ауверсовим поправкама *F K*, чију је прераду завршио Петерс, изишло је 1907 год. под насловом: „Neuer Fundamentalkatalog des Berliner Astronomischen Jahrbuchs“ за епохе 1875,0 и 1900,0. Његова скраћена ознака је *NFK*. Из њега су уклоњене неке звезде које су ушле у *F K* и додате су му јужне звезде од деклинација -10° до -90° . Он садржи укупно 905 звезда северног и јужног неба са још 10 звезда близу северног и 10 близу јужног пола.

У другом издању каталога дати су: редни бројеви и називи звезда, њихова величина, ректасцензија и деклинација за обе епохе, величине $\frac{d\alpha}{dt}$ и $\frac{d\delta}{dt}$, које претстављају стоструке вредности збирова годишње преце-

сије и сопственог кретања у односној координати, $\frac{d^2\alpha}{dt^2}$ и $\frac{d^2\delta}{dt^2}$ — стогодишње промене претходних величина, које су једнаке стоструким вредностима величина које се обично називају *variatio saecularis* (вековна пре-

цесија) и које садрже утицаје сопственог кретања на други члан, сопствена кретања за 100 година μ_α и μ_δ и стогодишње промене ових вредности $\frac{d\mu_\alpha}{dt}$ и $\frac{d\mu_\delta}{dt}$.

Овим се каталогом служено до 1940 године немачки астрономски годишњак „Berliner Astronomisches Jahrbuch“.

2. *Каталог Луиса Боса*, тзв. „Претходни општи каталог 6188 звезда за епоху 1900,0“ — „Preliminary General Catalogue of 6188 stars for the Epoch 1900“. Он се скраћено обележава са *PGC*. Изишао је 1910 г. Положај звезда и сопствена кретања Бос је извео из многих каталога XIX века, почев од 1820 год.. 6188 звезда, датих у каталогу, обухватају северно и јужно небо.

У каталогу су дати редни бројеви и називи звезда, њихове величине, ректасцензије и деклинације, годишње промене у α и δ (*Ap. var.*), које се састоје из збира годишње прецесије и сопствена кретања, вековна прецесија (*Sec. var.*), — стоструки други извод у који је унет и утицај промене сопствена кретања (*Ap. var.* и *Sec. var.* дати су у једној колони), затим трећи члан 3^{dt} респективно једнак $\frac{1}{6} \frac{d^3\alpha}{dt^3}$ и $\frac{1}{6} \frac{d^3\delta}{dt^3}$ увећан 100^3 пута, сопствено годишње кретање μ_α и μ'_δ у δ и њихове вековне промене $100\Delta\mu$ и $100\Delta\mu'$. Осим тога дате су средње епохе одређивања α и δ и вероватна отступања величина α , δ , μ и μ' .

Овим се каталогом служе САД за геодеске радове, он је изишао фотографисан у другом издању.

3. *Ајхелбергеров каталог*, изишао 1925 године под насловом „Положаји и сопствена кретања 1504 основне звезде за епоху 1925, 0“ („Positions and proper motions of 1504 standard stars for the equinox 1925,0“), израђен само на основи четири каталога, два Вашингтонска и два капска (рт Добре Наде), израђена на основи посматрања извршених приближно истих година. Сопствена кретања су добивена упоређењем кретања у каталогу с положајима у *PGC*. Звезде у каталогу обухватају северно и јужно небо. У каталогу су дате исте оне величине које и у *PGC*, само тачније, јер координате израчунате на основи *PGC* носе отступања сопствених кретања за време протекло од његове средње епохе (1870 г.), које се разликује од средње епохе Ајхелбергеровог каталога за 40 година.

Ајхелбергеров каталог сматран је доскора као међународни и њиме су се служили скоро сви астрономски годишњаци: *Connaissance des temps* (француски), *The American Ephemeris and Nautical Almanac* (амерички), *The Nautical Almanac* (енглески) и *Nautico Almanaco* (шпански).

У руском астрономском годишњаку дају се за сваку звезду за коју су дати привидни положаји и поправке за прелаз са положаја Босова каталога на положаје Ајхелбергерова каталога.

У данашње време сви горе побројани фундаментални каталози имају већ историки интерес, јер је *NFK* прерадио Астрономски рачунски институт у Берлину и тако добио „Трећи фундаментални каталог“ *FK₃*. На конгресу Међународне астрономске уније у Паризу, 1935 г. одлучено је да убудуће сви астрономски годишњаци дају ефемериде звезде на основи њихова положаја из овог каталога. На астрономској конференцији од 1—3 децембра 1940 г., у Москви, одлучено је да се овај

каталог усвоји као фундаментални и за геодеске радове. У замену пак за *PGC* Луиса Боса дошао је „Општи каталог“ (*GC*) његова сина Бенџамина Боса.

Према томе у данашње време постоје два фундаментална каталога.

1. *Трећи фундаментални каталог берлинског астрономског годишњака* („Dritter Fundamentalkatalog des Berliner Astronomischen Jahrbuchs“), тзв. *FK₃*, усвојен за међународни. Он је добивен прерадом *NFK*, при чему су изостављене 52 звезде (углавном блиске двојне звезде), али су зато звездама преосталим у *NFK* додате 662 звезде већином из екваторске и поларних зона. Овај каталог садржи укупно 1535 звезда, равномерно распоређених по северном и јужном небу. Положаји звезда у *FK₃* изведени су на основи каталога добивених из посматрања на многим опсерваторијама, између осталих и на Пулковској (каталози 1915,0 и 1925,0), у XX веку (употребљено је више од 20 каталога, већином опсерваторија са северне полулопте).

Сопствена кретања добивена су на основи каталога од 1830—1845 године, тј. из посматрања за последњих 80 до 85 година. Овај каталог је изишао у два дела.

1) I део — Ауверсове звезде (*NFK*) за епохе 1925,0 и 1950,0 — у 1937 години.

2) II део — допунске звезде за епоху 1950,0 — у 1938 години.

Величинама које даје *NFK* (в. горе), у овом издању (*FK₃*) додате су: спектрални тип звезда, средње епохе одређивања α и δ , средња квадратска отступања α и δ и сопствених (вековних) кретања μ и μ' (μ — сопствено кретање у α , μ' у δ); осим тога мало су измењене ознаке

$$\begin{array}{l} \text{место} \quad \frac{d\alpha}{dt}, \frac{d\delta}{dt}, \frac{d^2\alpha}{dt^2}, \frac{d^2\delta}{dt^2}, \frac{d\mu_\alpha}{dt} \text{ и } \frac{d\mu_\delta}{dt}, \\ \text{дато је} \quad \frac{d\alpha}{dT}, \frac{d\delta}{dT}, \frac{d^2\alpha}{dT^2}, \frac{d^2\delta}{dT^2}, \frac{d\mu_\alpha}{dT} \text{ и } \frac{d\mu_\delta}{dT}. \end{array}$$

Одломак из овог каталога дат је ниже.

2. *Општи каталог Бенџамина Боса* — „General Catalogue of 33 342 stars for the Epoch 1950,0 prepared at the Dudley Observatory Albany, New-York, by Benjamin Boss“, који је изишао у 1937 г. и скраћено означен са *GC*, садржи 33 342 звезде до 10 величине; у њему се налазе све звезде до 7,0 величине. Он је изведен на основи свих каталога, почевши од Бралдејева 1755,0 закључно с каталозима 1925,0 и из посебних посматрања, организованих у том циљу око 1910 год. у Албанију (САД) и у Сан Лују (Аргентина). У каталогу су дате исте величине као и у *PGC*, само је свакој звезди додат њен спектрални тип.

Вредност овог каталога је у томе што он даје положаје и сопствена кретања за епоху 1950,0 врло великог броја звезда, које задовољавају све потребе геодеске праксе. Нажалост тачност положаја многих звезда у овом каталогу није врло висока. Цео каталог састоји се из 5 великих свезака; у првој су дате: увод, разне таблице и положаји звезда близу пола (од $+80^\circ$ до $+90^\circ$ и од -80° до -90° по деклинацији) за низ година; у остале четири свеске распоређене су звезде по ректасцензијама; од 0^h до 6^h у I св., од 6^h — 12^h у II св., од 12^h — 18^h у IV св. и од 18^h — 24^h у V св.. Одломак из овог каталога дат је ниже.

Имајући овај или који други каталог за епоху T_0 можемо решити задатак обрнут оном који смо посматрали горе. У каталогу су дате за звезде средња ректасцензија α_0 и деклинација δ_0 ; треба наћи привидне координате α и δ за изврстан тренутак T . Овај се задатак решава истим обрасцима као и претходни само обрнутим редом. Нека је опет T_i почетак године на који се односи тренутак T ; прво се израчуна утицај прецесије и сопственог кретања за временски размак $T_i - T_0$, тако се добију средње координате за почетак године T_i , затим се израчунају утицаји прецесије и сопственог кретања за временски размак $T - T_i$, утицај нутације и годишње аберације. Све те поправке заједно израчунавају се по обрасцима које ћемо навести; напоследку се уноси утицај дневне аберације, водећи рачуна о ширини места. Овај се задатак назива *свођење средњих положаја звезда на привидне*.

Треба приметити да се у пракси ретко уводи у координате звезда поправка за утицај дневне аберације; она се већином уноси у рачун при извођењу поправке хронометра, ширине или азимута; методе увођења ове поправке дају се у односним одељцима практичне астрономије.

89. **Израчунавање средњих координата звезда за почетак године.** — Нека су α_0 и δ_0 средње координате за епоху каталога T_0 ; треба наћи средње координате α_i и δ_i за почетак године T_i и извести сопствена кретања μ_i и μ'_i . Да бисмо их добили, треба у координате α_0 и δ_0 унети поправке за прецесију и сопствено кретање, које се односе на временски размак $T_i - T_0 = t$ и унети промене у μ , и μ' .

Израчунавање ових поправака извешћемо засебно за *FK₃* и *GC*, јер је састав ових каталога нешто различит.

1. За *FK₃* обрасци су:

$$\begin{aligned} \alpha_i &= \alpha_0 + \frac{t}{100} \cdot \frac{d\alpha}{dT} + \frac{1}{2} \left(\frac{t}{100} \right)^2 \frac{d^2\alpha}{dT^2} + \frac{2}{3} \left(\frac{t}{100} \right)^3 \Delta^3 \alpha; \\ \delta_i &= \delta_0 + \frac{t}{100} \cdot \frac{d\delta}{dT} + \frac{1}{2} \left(\frac{t}{100} \right)^2 \frac{d^2\delta}{dT^2} + \frac{2}{3} \left(\frac{t}{100} \right)^3 \Delta^3 \delta; \\ \mu_i &= \mu_0 + \frac{t}{100} \cdot \left(\frac{d\mu}{dT} \right); \quad \mu'_i = \mu'_0 + \frac{t}{100} \cdot \left(\frac{d\mu'}{dT} \right). \end{aligned}$$

Овде је t време протекло од почетне епохе (тј. од 1925 или од 1950 год.) до године за чији се почетак налазе координате; $\Delta^3 \alpha$ и $\Delta^3 \delta$ су двадесетпетогодишње промене величина $\frac{d^2\alpha}{dT^2}$ и $\frac{d^2\delta}{dT^2}$; $\left(\frac{d\mu}{dT} \right)$ и $\left(\frac{d\mu'}{dT} \right)$ су промене сопствених кретања израчунате за средњи тренутак између почетне епохе и тренутка за који се траже координате: оне се добијају из података каталога $\frac{d\mu}{dT}$ и $\frac{d\mu'}{dT}$.

Пример. Израчунати средње координате звезде α Aquilae за почетак 1938 године, користећи се каталогом *FK₃*.

Препишимо најпре из каталога све податке за звезду α Aquilae.

Лева страна

№	Name Назив	Gr. Вел.	Sp. Спектар	Ерсче Епоха	α	$\frac{d\alpha}{dT}$	$\frac{d^2\alpha}{dT^2}$	μ	$\frac{d\mu}{dT}$
745	α Aqil	0,89	A 5	1925	19 ^h 47 ^m 7 ^s ,416	+ 292 ^s ,692	- 0 ^s ,188	+ 3 ^s ,601	- 0 ^s ,021
				1950	19 48 20,583	+ 292,645	- 0,189	+ 3,596	- 0,020

Десна страна

№	Ерсче Епоха	δ	$\frac{d\delta}{dT}$	$\frac{d^2\delta}{dT^2}$	μ'	$\frac{d\mu'}{dT}$	$Ep(\alpha) m(\alpha) m(\mu)$ $Ep(\delta) m(\delta) m(\mu')$
745	1925	8° 40' 9'',11	+941'',80	+38'',18	+38'',62	+ 0'',47	90,8 1,3 5
	1950	8 44 5,75	+951,32	+38,05	+38,74	+ 0,46	85,6 2,1 7

Назив је дат, према међународном обележавању сазвежђа, са четири слова (в. таблицу V на крају књиге). У последњој колони дати су $Ep(\alpha)$ — средња епоха одређивања α — 1890,8; $Ep(\delta)$ — епоха одређивања δ — 1885,6; $m(\alpha)$ — средње квадратско отступање у α , једнако $\pm 0^s,0013$; $m(\delta)$ — средње квадратско отступање у δ , једнако $\pm 0'',021$; $m(\mu)$ — средње квадратско отступање у μ , једнако $\pm 0^s,005$; $m(\mu')$ — средње квадратско отступање у μ' , једнако $\pm 0'',07$. $m(\alpha)$ и $m(\delta)$ дати су за епоху одређивања α и δ .

Узмимо за почетну епоху 1950 г.

$$T_0 = 1950; \quad T_t = 1938; \quad t = T_t - T_0 = 1938 - 1950 = -12.$$

Изрчунајмо коефицијенте:

$$t = -12; \quad \frac{t}{100} = -0,12; \quad \frac{1}{2} \left(\frac{t}{100} \right)^2 = +0,0072; \quad \frac{2}{3} \left(\frac{t}{100} \right)^3 = -0,0012;$$

$$\Delta^3\alpha = -0^s,001; \quad \Delta^3\delta = -0'',13; \quad \left(\frac{d\mu}{dT} \right) = -0^s,020;$$

$$\left(\frac{d\mu'}{dT} \right) = +0'',46.$$

$$\frac{t}{100} \cdot \frac{d\alpha}{dT} = +292^s,645 \cdot -0,12 = -35^s,1174$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{t}{100} \right)^2 \cdot \frac{d^2\alpha}{dT^2} = -0^s,189 \cdot +0,0072 = -0,0014$$

$$\frac{2}{3} \left(\frac{t}{100} \right)^3 \Delta^3\alpha = -0^s,001 \cdot -0,0012 = 0,0000$$

$$\frac{t}{100} \cdot \frac{d\alpha}{dT} + \frac{1}{2} \left(\frac{t}{100} \right)^2 \cdot \frac{d^2\alpha}{dT^2} + \frac{2}{3} \left(\frac{t}{100} \right)^3 \Delta^3\alpha = -35^s,119$$

$$\alpha_0 = 19^h48^m20^s,583$$

$$\alpha_{1938,0} = 19^h47^m45^s,464$$

$$\frac{t}{100} \cdot \left(\frac{d\mu}{dT} \right) = -0^s,020 \cdot -0,12 = +0^s,002$$

$$\mu_0 = +3,596$$

$$\mu_{1938,0} = +3^s,598$$

$$\frac{t}{100} \cdot \frac{d\delta}{dT} = +951'',32 \cdot -0,12 = -1'54'',158$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{t}{100} \right)^2 \cdot \frac{d^2\delta}{dT^2} = +38'',05 \cdot +0,0072 = +0,274$$

$$\frac{2}{3} \left(\frac{t}{100} \right)^3 \Delta^3\delta = -0'',13 \cdot -0,0012 = 0,0000$$

$$\frac{t}{100} \cdot \frac{d\delta}{dT} + \frac{1}{2} \left(\frac{t}{100} \right)^2 \cdot \frac{d^2\delta}{dT^2} + \frac{2}{3} \left(\frac{t}{100} \right)^3 \Delta^3\delta = -1'53'',88$$

$$\delta_0 = +8^\circ44'5'',75$$

$$\delta_{1938,0} = +8^\circ42'11'',87$$

$$\frac{t}{100} \cdot \left(\frac{d\mu'}{dT} \right) = +0'',46 \cdot -0,12 = -0'',06$$

$$\mu'_0 = +38,74$$

$$\mu'_{1938,0} = +38,68$$

Годишња сопствена кретања су:

$$\mu_\alpha = +0^s,03598; \quad \mu_\delta = +0'',3868.$$

Кад бисмо за почетну узели епоху 1925,0, добили бисмо:

$$t = +13; \quad \frac{t}{100} = +0,13; \quad \frac{1}{2} \left(\frac{t}{100} \right)^2 = +0,0084;$$

$$\frac{2}{3} \left(\frac{t}{100} \right)^3 = +0,0015; \quad \Delta^3\alpha = -0^s,001, \quad \Delta^3\delta = -0'',13$$

Ако израчунамо α_t , δ_t , μ_t и μ'_t са овим вредностима и са α_0 , δ_0 , μ_0 и μ'_0 за 1925, добићемо тачно исте вредности α_t и δ_t као и горе.

2. За каталог GC су обрасци:

$$\alpha_t = \alpha_0 + t \cdot (\text{An. var.})_\alpha + \frac{t^2}{200} \cdot (\text{Sec. var.})_\alpha + \left(\frac{t}{100}\right)^3 \cdot 3\alpha^d t,$$

$$\delta_t = \delta_0 + t \cdot (\text{An. var.})_\delta + \frac{t^2}{200} \cdot (\text{Sec. var.})_\delta + \left(\frac{t}{100}\right)^3 \cdot 3\delta^d t,$$

$$\mu_t = \mu_0 + \frac{t}{100} \cdot (100 \Delta\mu), \quad \mu'_t = \mu'_0 + \frac{t}{100} (100 \Delta\mu').$$

Ако једноставности ради обележимо: An. var. = I, Sec. var. = II, $3t^d = III$, добијамо следеће обрасце за рад:

$$\alpha_t = \alpha_0 + t \cdot I_\alpha + \frac{t^2}{200} \cdot II_\alpha + \left(\frac{t}{100}\right)^3 \cdot III_\alpha,$$

$$\delta_t = \delta_0 + t \cdot I_\delta + \frac{t^2}{200} \cdot II_\delta + \left(\frac{t}{100}\right)^3 \cdot III_\delta.$$

Приметимо да последњи члан као и члан $\frac{2}{3} \left(\frac{t}{100}\right)^3 \Delta^3$ у претходном случају има осетну вредност само за велике вредности t .

Пример. Израчунати средње координате звезде α Aquilae за почетак 1938 г. користећи се Босовим каталогом GC.

Препишимо најпре из каталога све податке за звезду α Aquilae. (стр. 233).

Коефицијенти су:

$$t = -12; \quad \frac{t^2}{200} = +0,72; \quad \left(\frac{t}{100}\right)^3 = -0,002.$$

$$t \cdot I_\alpha = 2^s,9266 \cdot -12 = -35^s,1192$$

$$\frac{t^2}{200} \cdot II_\alpha = 0,0019 \cdot +0,72 = -0,0014$$

$$\left(\frac{t}{100}\right)^3 \cdot III_\alpha = 0,000 \cdot -0,002 = 0,0000$$

$$t \cdot I_\alpha + \frac{t^2}{200} \cdot II_\alpha + \left(\frac{t}{100}\right)^3 \cdot III_\alpha = -35^s,12$$

$$\alpha_0 = 19^h48^m20^s,587$$

$$\alpha_{1938^u} = 19^h47^m45^s,466$$

Лева страна

A GENERAL CATALOGUE OF STARS FOR 1950
(Општи каталог звезда за 1950)

№	Draper №	Mag.	Type	R. A. 1950	Epoch	An. Var.	Sec. Var.	$3t^d$	μ and 100 $\Delta\mu$	Prob. Errors
	№ Дреперова каталога	Вел.	Спектар	α 1950	Епоха	I_α	II_α	III_α	μ_α и век. пром.	Вероватна отступања α_{EP} 100 μ α_{50}
27 470	187 642	0,89	A5	19 ^h 48 ^m 20 ^s ,587	91,3	+2 ^s ,9266	-0 ^s ,0019	0 ^s ,000	+0 ^s ,0361 — 2	0 ^{''} ,014 0 ^{''} ,05 0 ^{''} ,04

Десна страна

POSITIONS AND PROPER MOTIONS OF STARS FOR 1950
(Положаји и сопствена кретања звезда за 1950)

№	Decl. 1950	Epoch	An. Var.	Sec. Var.	$3t^d$	μ' and 100 $\Delta\mu'$	Prob. Errors	Remarks
	δ 1950	Епоха	I_δ	II_δ	III_δ	μ_δ и век. пром.	Вероватна отступања δ_{EP} 100 μ' δ_{50}	Примербе
27 470	+8° 44' 5 ^{''} ,39	90,0	+9 ^{''} ,509	+0 ^{''} ,381	-0 ^{''} ,08	+0 ^{''} ,383 5	0 ^{''} ,015 0 ^{''} ,05 0 ^{''} ,04	A 2п α Aq1* A13009 $\pi = 0'',207$

* Назив је дат према међународном обележавању сазвезђа са три слова (в. таблицу V на крају књиге).

$$\begin{aligned} t \cdot I_{\delta} &= + 9'',509 \cdot - - 12 &= & - 1'54'',103 \\ \frac{t^2}{200} \cdot II_{\delta} &= + 0,381 \cdot + 0,72 &= & + 0,274 \\ \left(\frac{t}{100}\right)^3 \cdot III_{\delta} &= - 0,08 \cdot - 0,002 &= & 0,000 \\ \hline t \cdot I_{\delta} + \frac{t^2}{200} \cdot II_{\delta} + \left(\frac{t}{100}\right)^3 \cdot III_{\delta} & &= & - 1'53'',83 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta_0 &= + 8^{\circ}44'05'',39 \\ \delta_{1938,0} &= + 8^{\circ}42'11'',56 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{t}{100} \cdot (100 \Delta\mu) &= - 0^s,0002 \cdot - 0,12 &= & 0^s,0000 \\ \mu_0 &= + 0,0361 \\ \mu_{1938,0} &= + 0^s,0361 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{t}{100} \cdot (100 \Delta\mu') &= + 0'',005 \cdot - 0,12 &= & - 0'',001 \\ \mu'_0 &= + 0,333 \\ \mu'_{1938,0} &= + 0'',382 \end{aligned}$$

Ако упоредимо резултате добивене из два каталога, налазимо:

$$\begin{aligned} \alpha_{FK3} - \alpha_{GC} &= - 0^s,002; & \delta_{FK3} - \delta_{GC} &= + 0'',31; & \mu_{FK3} - \mu_{GC} &= - 0^s,0001; \\ \mu'_{FK3} - \mu'_{GC} &= 0'',005. \end{aligned}$$

Разлика долази делом од случајних отступања на координатама, али су главни узрок — систематска отступања каталога.

Познато је да редови, којима смо се служили при израчунавању средњих координата звезда за почетак године, дају довољно тачан резултат за звезде које нису близу пола, тј. за звезде чија је деклинација $\delta \leq 80^{\circ}$. За звезде чија је деклинација $\delta \geq 80^{\circ}$, ови редови, чим је t мало веће, већ су недовољни. Стога се у том случају прибегава једној од ове две методе: 1) разлике координата израчунавају се по строгим обрасцима (такозвано тригонометриско свођење, које у књизи није приказано), или 2) дају се положаји звезда с $\delta \geq 80^{\circ}$ и величине An. var. и Sec. var. за неколико тренутака, у размацима малог броја година τ , тако да се за сваки од њих могу користити горе наведени редови.

У првој свесци Босова каталога (GC) дати су положаји и све остале величине (An. var., Sec. var., μ , μ' , $100 \Delta\mu$ и $100 \Delta\mu'$) за звезде близу пола, за низ година до 1950 г., и то у размацима од τ година, где је τ различито за звезде с различитом деклинацијом δ . Тако на пример за α Urs. min. $\tau = 5$ година, за ϵ Urs. min. $\tau = 25$ година.

Обележимо почетну епоху, најближу датуму t , словом t_0 ; индексом 0 обележаваћемо величине које се односе на почетну епоху t_0 ; индексом 1 обележаваћемо величине које одговарају епохи која долази иза t_0 , а са

— оне које одговарају епохи што претходи t_0 . Интерполујући унапред имаћемо:

$$\begin{aligned} \alpha_t &= \alpha_0 + \left[(\text{An. var.})_0 + \frac{t-t_0}{200} (\text{Sec. var.})_0 \right] (t-t_0) + \\ &+ \left[(\text{Sec. var.})_1 - (\text{Sec. var.})_0 \right] \frac{(t-t_0)^3}{600 \cdot \tau}; \\ \delta_t &= \delta_0 + \left[(\text{An. var.})_0 + \frac{t-t_0}{200} (\text{Sec. var.})_0 \right] (t-t_0) + \\ &+ \left[(\text{Sec. var.})_1 - (\text{Sec. var.})_0 \right] \frac{(t-t_0)^3}{600 \cdot \tau} \end{aligned}$$

а интерполујући уназад:

$$\begin{aligned} \alpha_t &= \alpha_0 + \left[(\text{An. var.})_0 + \frac{t-t_0}{200} (\text{Sec. var.})_0 \right] (t-t_0) + \\ &+ \left[(\text{Sec. var.})_0 - (\text{Sec. var.})_{-1} \right] \frac{(t-t_0)^3}{600 \cdot \tau}; \\ \delta_t &= \delta_0 + \left[(\text{An. var.})_0 + \frac{t-t_0}{200} (\text{Sec. var.})_0 \right] (t-t_0) + \\ &+ \left[(\text{Sec. var.})_0 - (\text{Sec. var.})_{-1} \right] \frac{(t-t_0)^3}{600 \cdot \tau} \quad (\text{в. пар. 38}). \end{aligned}$$

№ 2243 2^m, 12^a α U Mi *)

	α	An. var.	Sec. var.	μ	$100 \Delta\mu$
1935	1 ^h 39 ^m 39 ^s ,664	+34 ^s ,0683	+31 ^s ,3917	+0 ^s ,1681	+0 ^s ,0799
1940	1 42 34,018	+35,6916	+33,5670	+0,1722	+0,0828
1945	1 45 36,768	+37,4280	+35,9236	+0,1764	+0,0858
1950	1 48 48,502	+39,4768	+38,4768	+0,1807	+0,0887

	δ	An. var.	Sec. var.	μ'	$100 \Delta\mu'$
1935	+88 ^o 57'13'',74	+18'',176	-2'',110	-0'',002	-0'',010
1940	+88 58 44,35	+18,067	-2,270	-0,003	-0,011
1945	+89 0 14,40	+17,949	-2,445	-0,003	-0,012
1950	+89 1 43,83	+17,822	-2,638	-0,004	-0,012

У оба случаја је

$$\mu_t = \mu_0 + \frac{t}{100} (100 \Delta\mu), \quad \mu'_t = \mu'_0 + \frac{t}{100} (100 \Delta\mu').$$

*) Назив звезде дат је према међународном означавању са три слова (в. таблицу V на крају књиге).

Овде су $(100 \Delta\mu)$ и $(100 \Delta\mu')$ промене сопствених кретања образоване за средњи тренутак између t_0 и t , тј. за тренутак $t_{sr} = \frac{t_0 + t}{2}$.

Положаји преписани из каталога дати су у последњим двама таблицама.

Пример. Израчунати средње координате звезде α Urs. min. за почетак 1938 г. користећи се Босовим каталогом (GC).

$$\text{Имамо: } t = 1938, \quad t_0 = 1940, \quad t - t_0 = -2, \quad \tau = 5,$$

$$\frac{t - t_0}{200} = -0,01, \quad \frac{(t - t_0)^3}{600 \tau} = -\frac{8}{600 \cdot 5} = -0,00267.$$

$$\frac{t - t_0}{200} (\text{Sec. var.})_0 = -0,01 \cdot + 33^s,5670 = - 0^s,3357$$

$$(\text{An. var.})_0 = + 35,6916$$

$$\left[(\text{An. var.})_0 + \frac{t - t_0}{200} (\text{Sec. var.})_0 \right] = + 35^s,3559$$

$$\alpha_0 = 1^h 42^m 34^s,018.$$

$$\left[(\text{An. var.})_0 + \frac{t - t_0}{200} (\text{Sec. var.})_0 \right] (t - t_0) = 35^s,3559 \cdot -2 = - 1^m 10^s,7118$$

$$\left[(\text{Sec. var.})_0 - (\text{Sec. var.})_{-1} \right] \frac{(t - t_0)^3}{600 \cdot 5} = + 2^s,1753 \cdot -0,00267 = - 0,0058$$

$$\alpha_{1938,0} = 1^h 41^m 23^s,300$$

$$\frac{t - t_0}{200} (\text{Sec. var.})_0 = -0,01 \cdot -2'' ,270 = + 0'' ,023$$

$$(\text{An. var.})_0 = + 18 ,067$$

$$\delta_0 = + 88^{\circ} 58' 44'' ,35$$

$$\left[(\text{An. var.})_0 + \frac{t - t_0}{200} (\text{Sec. var.})_0 \right] (t - t_0) = + 18'' ,090 \cdot -2 = - 36'' ,180$$

$$\left[(\text{Sec. var.})_0 - (\text{Sec. var.})_{-1} \right] \frac{(t - t_0)^3}{600 \cdot 5} = -0'' ,160 \cdot -0,00267 = 0 ,000$$

$$\delta_{1938,0} = + 88^{\circ} 58' 08'' ,17.$$

Кад бисмо интерполовали од почетног датума $t_0 = 1935$ унапред, добили бисмо:

$$\alpha_{1938,0} = 1^h 41^m 23^s,301; \quad \delta_{1938,0} = + 88^{\circ} 58' 08'' ,17$$

$$\frac{t}{100} \cdot (100 \Delta\mu) = -0,02 \cdot + 0^s,0822 = - 0^s,016$$

$$\mu_0 = + 0 ,1722$$

$$\mu_{1938,0} = + 0^s,1706$$

$$\frac{t}{100} \cdot (100 \Delta\mu) = -0,02 \cdot -0'' ,011 = 0'' ,000$$

$$\mu_0 = -0 ,003$$

$$\mu_{1938,0} = -0'' ,003$$

90. Систематска отступања каталога. — На примеру израчунавања средњих координата α Aquilae видели смо да се координате једне исте звезде узете из разних, чак и најбољих каталога, разликују међу собом за величине веће но што би се очекивало судећи по средњим квадратским отступањима. Ово је већ давно било примећено, али се нарочито упадљиво истакло кад је Ауверс састављао свој први основни каталог (FK). Показало се наиме да између разних каталога постоје систематске разлике, да се координате звезда заједничких за све каталоге разликују једне од других за величине које имају систематски карактер, које су обично једнаке за све звезде које се на небеском своду налазе једна близу друге. Да би се откриле систематске разлике два каталога, треба све положаје звезда дате у њима свести на једну исту епоху и на један исти екваторијални положај. Свести положај звезде на неку епоху t_0 значи ослободити га утицаја сопственог кретања по обрасцима (2) параграфа 85 у временском размаку од тренутка t до те епохе t_0 , а свести положај звезде на неки екваторијални положај значи ослободити га од прецесионног кретања по обрасцима (1) параграфа 82 у временском размаку од датог тренутка t до епохе тог екваторијалног положаја t_0 . У каталозима са којима има посла астроном-геодет епохе и њихови екваторијални положаји се поклапају. После свођења на заједничку епоху и екваторијални положај, треба узети звезде које се налазе у оба каталога и образовати разлике њихових координата. Разуме се број заједничких звезда мора да буде довољно велики. Затим треба добивене разлике поделити на групе по аргументу δ , на пример на групе које обухватају зоне од $+90^{\circ}$ до $+80^{\circ}$, од $+80^{\circ}$ до $+70^{\circ}$ итд. по 10° и образовати аритметичке средине разлика у свакој групи. Кад би разлике координата долазиле само од случајних отступања при њиховом одређивању, добивене би средње вредности морале бити једнаке нули или блиске нули (у границама посматрачких отступања) и при прелазу са зоне на зону мењала би се њихова величина и знак без изразите правилности. Ствар међутим стоји сасвим другачије: по правилу се за аритметичке средине добијају величине веће од оних које би се могле објаснити случајним отступањима посматрања, а при прелазу са зоне на зону њихове се величине и знак мењају доста правилно. Ево, на пример, разлика деклинација између каталога FK₃ и M (средњи пулковски узет за основу каталога звезда које служе за Талкотову методу), образованих на описани начин за епоху 1930,0 у смеру $\delta_{FK3} - \delta_M$:

Границе зоне	Број звезда у зони	$\delta_{FK3} - \delta_M$
$0^{\circ} - 10^{\circ}$	60	$+0'' ,27$
$10 - 20$	58	$+0 ,30$
$20 - 30$	63	$+0 ,27$
$30 - 40$	57	$+0 ,24$
$40 - 50$	63	$+0 ,17$
$50 - 60$	58	$+0 ,11$
$60 - 70$	55	$+0 ,10$
$70 - 80$	51	$+0 ,12$
$80 - 90$	10	$+0 ,06$

Ако се учртају односне тачке (апсцисе — δ , ординате — разлике деклинација) и повуче непрекидна крива тако да пролази по могућству кроз све учртане тачке, добиће се крива систематских разлика два каталога којом се можемо користити да пређемо са деклинација једног каталога на деклинације другог. На графику је претстављена крива која одговара датој табелици.

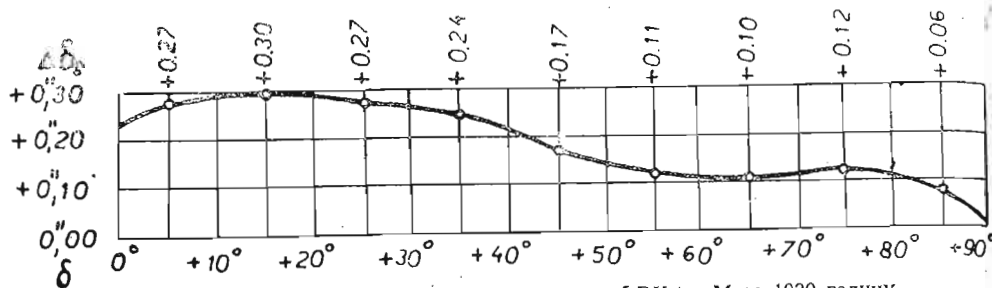


График I. График разлика деклинација каталога FK_3 и M за 1930 годину.

Ако на деклинације једног од каталога (на пр. каталога M) додамо односне поправке, самим тим ће његове деклинације бити ослобођене систематских разлика, које зависе од деклинација, и тај ће каталог бити сведен, како се каже, на систем другог. Ако се сад образују разлике деклинација тога другог каталога и исправљених деклинација првог, па се поделе на групе по аргументу α , на пример на групе од 0^h-2^h , од 2^h-4^h итд. и образују аритметичке средине разлика у свакој зони, добиће се, кад нацртамо опет односни график и повучемо на њему непрекидну криву, крива систематских разлика које зависе од ректасцензије. Ако поправку деклинације која зависи од деклинације обележимо симболом $\Delta\delta_\delta$, а поправку деклинације која зависи од ректасцензије симболом $\Delta\delta_\alpha$, добиће се за епоху упоређења потпуна поправка $\Delta\delta$ као збив првих двеју: $\Delta\delta = \Delta\delta_\delta + \Delta\delta_\alpha$.

Све досад речено разуме се важи и за ректасцензије, па је зато: $\Delta\alpha = \Delta\alpha_\delta + \Delta\alpha_\alpha$. Ако су сопствена кретања двају каталога узета из разних извора или изведена самостално и независно за сваки каталог, и она се упоређују међу собом потпуно исто као и координате и добивене се разлике обрађују на исти начин као и разлике координата.

Напоследку, поред разлика које зависе од δ и α , у старим каталогима постоје још и разлике између њихових система које зависе од сјаја звезда. Да би се оне испољиле упореде се координате два каталога, ослобођене систематских разлика које зависе од δ и α , и добивене се разлике уреде по привидним величинама (параграф 129) као аргументу и нанесу на график. Повлачењем непрекидне криве добива се такозвано изједначавање сјаја $\Delta\alpha_m$ или $\Delta\delta_m$ за звезде испитиваног каталога.

Према томе потпуно свођење ректасцензија једног каталога на други претставља се једначином

$$\Delta\alpha = \Delta\alpha_\delta + \Delta\alpha_\alpha + \Delta\alpha_m,$$

а деклинација једначином

$$\Delta\delta = \Delta\delta_\delta + \Delta\delta_\alpha + \Delta\delta_m.$$

Величине $\Delta\delta_m$ за најновије каталоге су практично једнаке нули; величине $\Delta\delta_m$ су незнатне и не узимају се никад у обзир.

Дајемо одломак из таблице упоређења деклинација каталога FK_3 и GC за епоху 1950,0 у смеру $\delta_{FK_3} - \delta_{GC}$:

			за δ између $+30^\circ$ и -20°		
δ	$\Delta\delta_\delta$	$100 \Delta\mu'_\delta$	α	$\Delta\delta_\alpha$	$100 \Delta\mu'_\alpha$
$+15^\circ$	$+0'',21$	$+0'',31$	18^h	$+0'',14$	$+0'',20$
$+10$	$+0,20$	$+0,30$	19	$+0,12$	$+0,17$
$+5$	$+0,20$	$+0,26$	20	$+0,09$	$+0,14$
0	$+0,18$	$+0,19$	21	$+0,06$	$+0,10$

Сведимо деклинацију α Aquilae, коју смо израчунали у претходном параграфу по каталогу GC , на систем FK_3 . Са аргументима $\delta = +8^h,7$ и $\alpha = 19^h,8$ налазимо из таблица за 1950 годину:

$$\begin{aligned} \Delta\delta_\delta &= +0'',20; & 100 \Delta\mu'_\delta &= +0'',29; \\ \Delta\delta_\alpha &= +0'',10; & 100 \Delta\mu'_\alpha &= +0'',15. \end{aligned}$$

За 1938 годину добијамо:

$$\Delta\delta_\delta = +0'',20 + 0'',29 \cdot \frac{1938 - 1950}{100} = +0'',20 - 0'',29 \cdot 0,12 = +0'',17;$$

$$\Delta\delta_\alpha = +0'',10 + 0'',15 \cdot \frac{1938 - 1950}{100} = +0'',10 - 0'',15 \cdot 0,12 = +0'',08;$$

$$\Delta\delta = \Delta\delta_\delta + \Delta\delta_\alpha = +0'',25.$$

Деклинација α Aquilae у 1938,0, сведена на систем FK_3 , биће

$$\delta_{1938,0} = +8^h42'11'',56 + 0'',25 = +8^h42'11'',81.$$

Добивена деклинација разликује се од израчунате са подацима FK_3 свега за $0'',06$.

91. **Израчунавање привидног положаја звезде за тренутак T .** — Нека су α_t и δ_t средње координате звезде за почетак године T_t израчунате по звезданом каталогу; треба наћи привидне координате α и δ за изван тренутак T . Обележимо временски размак од почетка године до датог тренутка, изражен у деловима године, са τ , тј. $T - T_t = \tau$.

Да бисмо решили задатак треба израчунати утицај прецесије и сопственог кретања у временском размаку τ и увести утицај нутације и двеју аберација; како дневна аберација зависи од ширине места, то се поправка за њу рачуна засебно; све се остале поправке скупљају у заједнички образац на овај начин.

На основи образаца изведених у параграфима 59, 82, 83 и 85 можемо написати

$$\alpha = \alpha_t + [m + n \operatorname{tg} \delta_t \sin \alpha_t] \cdot \tau + \dots \dots \dots \text{прецесија}$$

$$+ [\cos \epsilon \Delta \Psi + \sin \epsilon \sin \alpha_t \operatorname{tg} \delta \Delta \Psi] - \text{нутација у лонгитуди}$$

$$- \cos \alpha_t \operatorname{tg} \delta_t \Delta \epsilon + \dots \dots \dots \text{нутација у нагибу}$$

$$+ Cc + Dd + \dots \dots \dots \text{годишња аберација}$$

$$+ \mu_\alpha \tau \dots \dots \dots \text{сопствено кретање}$$

$$\delta = \delta_t + n \cos \alpha_t \cdot \tau + \dots \dots \dots \text{прецесија}$$

$$+ \sin \epsilon \cos \alpha_t \Delta \Psi + \dots \dots \dots \text{нутација у лонгитуди}$$

$$+ \sin \alpha_t \Delta \epsilon + \dots \dots \dots \text{нутација у нагибу}$$

$$+ Cc' + Dd' + \dots \dots \dots \text{годишња аберација}$$

$$+ \mu_\delta \cdot \tau \dots \dots \dots \text{сопствено кретање}$$

Чланови за прецесију и нутацију у лонгитуди могу се довести на овај облик. На основи обрасца (2) параграфа 82 и водећи рачуна о томе да је $\frac{d\Psi}{dt} = P$ (в. исти параграф), можемо написати:

$$m = -\frac{d\theta}{dt} + \cos \epsilon \cdot P; \quad n = \sin \epsilon \cdot P,$$

одакле је

$$\cos \epsilon = \frac{m}{P} + \frac{d\theta}{dt} : P; \quad \sin \epsilon = \frac{n}{P}. \quad (a)$$

Члан који претставља нутацију у лонгитуди у обрасцу за ректасцензију може се претворити у:

$$\cos \epsilon \Delta \Psi + \sin \epsilon \sin \alpha_t \operatorname{tg} \delta_t \Delta \Psi = [m + n \sin \alpha_t \operatorname{tg} \delta_t] \frac{\Delta \Psi}{P} + \frac{d\theta}{dt} \cdot \frac{\Delta \Psi}{P}.$$

Заједнички израз за прецесију и нутацију у лонгитуди у обрасцу за ректасцензију добија облик

$$[m + n \sin \alpha_t \operatorname{tg} \delta_t] \left(\tau + \frac{\Delta \Psi}{P} \right) + \frac{d\theta}{dt} \cdot \frac{\Delta \Psi}{P}. \quad (b)$$

Члан који претставља нутацију у лонгитуди у обрасцу за деклинацију, после смене вредности $\sin \epsilon$ у обрасцу (2), добиће облик

$$\sin \epsilon \cos \alpha_t \Delta \Psi = n \cos \alpha_t \frac{\Delta \Psi}{P}.$$

Заједнички израз за прецесију и нутацију у лонгитуди у обрасцу за деклинацију добија облик

$$n \cos \alpha_t \left(\tau + \frac{\Delta \Psi}{P} \right).$$

Стаavimo сада:

$$\left. \begin{aligned} A = \tau + \frac{\Delta \Psi}{P}; \quad B = -\Delta \epsilon; \quad E = \frac{d\theta}{dt} \cdot \frac{d\Psi}{P}; \\ C = -k \cos L \cos \epsilon; \quad D = -k \sin L. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} a = m^s + \frac{1}{15} n'' \sin \alpha_t \operatorname{tg} \delta_t; \quad a' = n'' \cos \alpha_t; \\ b = \frac{1}{15} \cos \alpha_t \operatorname{tg} \delta_t; \quad b' = -\sin \alpha_t; \\ c = \frac{1}{15} \cos \alpha_t \sec \delta_t; \quad c' = \operatorname{tg} \epsilon \cos \delta_t - \sin \alpha_t \sin \delta_t; \\ d = \frac{1}{15} \sin \alpha_t \sec \delta_t; \quad d' = \cos \alpha_t \sin \delta_t. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Приметимо да је значење бројева C, D, c, d, c' и d' било објашњено у параграфу 59. Са овим ознакама обрасци за израчунавање привидних положаја звезда из средњих добијају облик

$$\left. \begin{aligned} \alpha = \alpha_t + \mu_\alpha \cdot \tau + Aa + Bb + Cc + Dd + E = \alpha_t + \Delta \alpha; \\ \delta = \delta_t + \mu_\delta \cdot \tau + Aa' + Bb' + Cc' + Dd' = \delta_t + \Delta \delta. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Бројеви A, B и E исто као и C и D не зависе од координата звезде, већ се мењају од дана до дана. Први их је увео Бесел и зато је усвојио да се називају *Беселови бројеви*; њих дају у астрономским годишњацима за сваки датум у 12^h звезданог гринвичког времена. Број E толико је мали (0^s.002), да га руски Астрономски годишњак даје као константу за целу годину у објашњењима уз годишњак (за 1938 г. в. стр. 226). Бројеви a, b, \dots и a', b', \dots су функције средњих координата и константни су за дату годину; они се називају *Беселове звездане константе*. Астроном већином мора сам да их израчунава, али се они могу понекад наћи и у звезданим каталозима, на пример у каталогу 1967 звезда за посматрања по Талкотовој методи (в. Практичну астрономију К. Цветкова) који је издао Астрономски институт.

При израчунавању утицаја нутације на координате звезде били су узети у обзир њени дугопериодични чл нови; о утицају краткопериодичних чланова (в. параграф 80) није вођено рачуна. Понекад се јавља потреба да се и ови чланови узму у рачун; у тим случајевима место образаца (3) примењују се обрасци:

$$\left. \begin{aligned} \alpha = \alpha_t + \mu_\alpha \cdot \tau + Aa + Bb + Cc + Dd + E + [A'a + B'b] = \alpha_t + \Delta \alpha; \\ \delta = \delta_t + \mu_\delta \cdot \tau + Aa' + Bb' + Cc' + Dd' + [A'a' + B'b'] = \delta_t + \Delta \delta \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Бројеви A' и B' дати су у истим таблицама у којима су дати и остали Беселови бројеви.

Обрасци (3) потпуно обезбеђују тачност са којом су дате координате у годишњацима за звезде са деклинацијом до 80°; ако деклинација има већу вредност, а свођења на привидни положај $\Delta \alpha$ и $\Delta \delta$ претстављају величине реда вишег од 10'', треба ради обезбеђења потпуне тачности узимати у обзир и такозване попрачке Фабрициуса, кијевског астронома, који их је први извео. Тада обрасци (3) добијају облик:

$$\left. \begin{aligned} \alpha = \alpha_t + \Delta \alpha + [4,6856] \operatorname{tg} \delta_t \cdot \Delta \alpha \cdot \Delta \delta; \\ \delta = \delta_t + \Delta \delta + [6,7367_n] \operatorname{ctg} \delta_t \cdot (\Delta \alpha)^2. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Овде је $\Delta \alpha$ изражено у временским, а $\Delta \delta$ у лучним секундама.

Свођење на привидни положај може се извршити и по другој групи образаца, за које није потребно претходно израчунавање Беселових звезданих констаната. Ови се образци добијају овим претварањем; ако у образце (3) место Беселових констаната ставимо њихове изразе (2), добићемо:

$$Aa + Bb + Cc + Dd + E = mA + E + \frac{1}{15} nA \sin \alpha_i \operatorname{tg} \delta_i + \frac{1}{15} B \cos \alpha_i \operatorname{tg} \delta_i + \frac{1}{15} C \cos \alpha_i \sec \delta_i + \frac{1}{15} D \sin \alpha_i \sec \delta_i; \quad (d)$$

$$Aa' + Bb' + Cc' + Dd' = nA \cos \alpha_i - B \sin \alpha_i + C \operatorname{tg} \epsilon \cos \delta_i - C \sin \alpha_i \sin \delta_i + D \cos \alpha_i \sin \delta_i. \quad (e)$$

Уведимо ознаке

$$\left. \begin{aligned} mA + E &= f, & C \operatorname{tg} \epsilon &= i, \\ nA &= g \cos G, & C &= h \sin H, \\ B &= g \sin G, & D &= h \cos H. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Образац (d) претвориће се у:

$$f + \frac{1}{15} g (\sin G \cos \alpha_i + \cos G \sin \alpha_i) \operatorname{tg} \delta_i + \frac{1}{15} h (\sin H \cos \alpha_i + \cos H \sin \alpha_i) \sec \delta_i = f + \frac{1}{15} g \sin (G + \alpha_i) \operatorname{tg} \delta_i + \frac{1}{15} h \sin (H + \alpha_i) \sec \delta_i; \quad (f)$$

за (e) ћемо добити:

$$g (\cos G \cos \alpha_i - \sin G \sin \alpha_i) + h (\cos H \cos \alpha_i - \sin H \sin \alpha_i) \sin \delta_i + i \cos \delta_i = g \cos (G + \alpha_i) + h \cos (H + \alpha_i) \sin \delta_i + i \cos \delta_i. \quad (g)$$

На крају ће се место образаца (3) добити образци:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \alpha_i + \mu_a \cdot \tau + f + \frac{1}{15} g \sin (G + \alpha_i) \operatorname{tg} \delta_i + \frac{1}{15} h \sin (H + \alpha_i) \sec \delta_i; \\ \delta &= \delta_i + \mu_\delta \cdot \tau + g \cos (G + \alpha_i) + h \cos (H + \alpha_i) \sin \delta_i + i \cos \delta_i. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Ако треба увести поправке за краткoпериодичне нутационе чланове, израчунавање привидних положаја врши се по образцима:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \alpha_i + \mu_a \cdot \tau + f + \frac{1}{15} g \sin (G + \alpha_i) \operatorname{tg} \delta_i + \frac{1}{15} h \sin (H + \alpha_i) \sec \delta_i + [f' + \frac{1}{15} g' \sin (G' + \alpha_i) \operatorname{tg} \delta_i]; \\ \delta &= \delta_i + \mu_\delta \cdot \tau + g \cos (G + \alpha_i) + h \cos (H + \alpha_i) \sin \delta_i + i \cos \delta_i + [g' \cos (G' + \alpha_i)]. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

За звезде са деклинацијом већом од 80° уводе се још Фабрициусове поправке, чији су изрази дати образцима (5).

Редукционе величине τ , f , G , H и i и $\operatorname{tg} g$, $\operatorname{tg} h$, $\operatorname{tg} i$ дају сви астрономски годишњаци за јула часова светског времена; до 1941 године величине f' , $\operatorname{tg} g'$, G могле су се наћи само у иностранним годишњацима; од поменути године f , g , G' даје и руски Астрономски годишњак.

92. Звездани каталог Астрономског годишњака. — Астрономски годишњак даје за почетак године средње положаје 615 звезда, од тога 29 поларних. Као што је горе поменуто, за почетак године сматра се тренутак када је средња лонгитуда Сунца једнака 280° ; 1938 г. то је било 1 јануара у $7^h 4^m, 5$ гринвичког звездног времена.

До 1942 године средње координате израчунаване су по Босовом оснивачком каталогу PGC, а од те године је годишњак прешао на систем FK₃. Поларе са деклинацијом већом од 80° сврстане су на крају списка. Називи звезда дати су или по сазвезђима или по каталогу у коме је први пут био тачно одређен положај те звезде; на пример, (звезда № 475) Groomb. 2893 означава звезду № 2893 из Грумбрицева каталога. Од 1942 г. уведене су ознаке сазвезђа са три слова. Звезде су уређене по ректасцензијама. У трећем ступцу дата је величина, тј. сјај звезде; пер. означава да је звезда променљива сјаја. У четвртом ступцу дата је ознака која карактерише спектар звезде. Уз координате α и δ дате су и њине годишње промене, тј. збир годишње прецесије и годишњег сопственог кретања, последња величина дата је осим тога и засебно под заглављем μ_α и μ_δ .

На страни 247 и 248 дате су дословно 66 и 69 страна Астрономског годишњака за 1938 годину.

Затим долазе привидни положаји свих звезда из претходног каталога, осим оних чији се називи тамо налазе у заградама. Координате звезда, са изузетком полара, дате су за сваки десети звездани дан за тренутак горње кулминације у Гринвичу, тј. за оне тренуте средњих дана када је звездано време једнако ректасцензији звезде. У дну сваке колоне поновљене су средње координате звезде и дате поправке које треба алгебарски додати средњем или привидном положају звезде, да би се добио односни положај по Ајхелбергеровом каталогу. У годишњаку за 1940 годину дате су такође сличне поправке за свођење положаја звезда на систем каталога FK₃.

Испод назива сваке звезде дат је критичан датум, на пример за № 482 α Aquilae — 7. 19. Тако се називају они грађански дани у које се горња кулминација звезде догађа двапут, а не једанпут: први пут звезда кулминира одмах после поноћи, други пут мало пре наредне поноћи. У датом случају тај је датум пао 19 јула. Ово треба имати у виду при интерполовању.

Исто су тако састављене ефемериде полара које су дате мало даље, само су за њих дати привидни положаји за сваки други дан; нема само средњих положаја; критични датум наведен је при дну стране.

На стр. 249 и 250 прештампане су поједине стране Астрономског годишњака; осим тога на странама 245 и 246 дате су редукционе величине за израчунавање привидних положаја по обема групама образаца датих у параграфу 93; напоменимо да је овде са l обележена величина τ .

Имајући у таблицама привидних положаја координате звезда дате за сваку 10-ту горњу кулминацију, није тешко наћи привидне координате

нате ма за који тражени датум; у већини случајева довољно је применити просто интерполовање. Али понекад треба интерполсвати са другим разликама; дајмо овде најпотребније примедбе за овај задатак. Нека су у таблицама за низ тренутака $T_{-1}, T_0, T_1,$ и $T_2,$ за које су коефицијенти интерполовања n узастопно једнаки $-1, 0, 1, 2,$ дате вредности функције $f_{-1}, f_0, f_1, f_2;$ међу њима је f_0 почетна вредност функције од које треба вршити интерполовање. Начинимо прве разлике:

$$\Delta'_{-1} = f_0 - f_{-1}, \quad \Delta'_1 = f_1 - f_0, \quad \Delta'_2 = f_2 - f_1;$$

помоћу првих разлика начинимо друге:

$$\Delta''_0 = \Delta'_1 - \Delta'_{-1}, \quad \Delta''_1 = \Delta'_2 - \Delta'_1.$$

Од свих поменутих вредности саставимо таблицу, коју обично саставља сам калкулатор, и додајмо јој врсту $\frac{1}{2}(\Delta''_0 + \Delta''_1).$

T	n	f	Δ'	Δ''
T_{-1}	-1	f_{-1}	Δ'_{-1}	Δ''_0
T_0	0	f_0	Δ'_1	$\frac{1}{2}(\Delta''_0 + \Delta''_1)$
T_1	$+1$	f_1	Δ'_2	Δ''_1
T_2	$+2$	f_2		

Ако треба наћи функцију f за тренутак $T,$ који пада између тренутака T_0 и T_1 и за који коефицијент интерполовања, рачунат од тренутка $T_0,$ износи број $n,$ увек мањи од јединице, за интерполовање можемо примењивати Беселов образац:

$$f = f_0 + n \Delta'_1 + \frac{n(n-1)}{2} \cdot \frac{1}{2}(\Delta''_0 + \Delta''_1). \quad (1)$$

Величине које улазе у образац подвучене су у горњој табlici. У збирци задатака дата је таблица из које се по аргументу n може водити коефицијент $\frac{n(n-1)}{2};$ он се може наћи и у Астрономском годишњаку

као коефицијент интерполовања по Њутновом обрасцу под ознаком (II).
Примери. 1. Израчунати привидне координате звезде α Aquilae (№ 482) за горњу кулминацију у Гринвичу 20 фебруара 1938 г.. Израчунавање извршити по обрасцима (3) и (7) параграфа 91 и обрачунаги утицај годишње паралаксе.

$$\alpha_{1938.0} = 19^{\circ} 47' 45''.501; \quad \mu_{\alpha} = +0^{\circ}.0360;$$

$$\delta_{1938.0} = +8^{\circ} 42' 11''.37; \quad \mu_{\delta} = +0''.382.$$

Израчунавање Беселових звезданих констаната врши се по обрасцу (2) параграфа 91.

Из Астрономског годишњака за 1938 г. имамо (стр. 226)

$$m = +3^{\circ}.0731; \quad n = +20''.044; \quad \epsilon = 23^{\circ} 26' 50''; \quad E = +0^{\circ}.002.$$

Редукционне величине 1938

Дата	0 ^h всемирног времени							
	t	f	$lg g$	G	$lg h$	H	$lg i$	i
1938 Февр.	d	s		h m		h m		$''$
10	0.110	+ 1.362	0.9910	1 40.6	1.2895	20 47.3	0.7990 _n	- 6.295
11	0.112	1.369	0.9927	1 39.9	1.2889	20 43.2	0.8052 _n	6.385
12	0.115	1.376	0.9944	1 39.1	1.2882	20 39.1	0.8112 _n	6.474
13	0.118	1.384	0.9961	1 38.4	1.2876	20 35.0	0.8169 _n	6.560
14	0.120	1.391	0.9977	1 37.7	1.2869	20 30.8	0.8225 _n	6.645
15	0.123	1.398	0.9994	1 37.0	1.2863	20 26.7	0.8278 _n	6.727
16	0.126	+ 1.405	1.0010	1 36.4	1.2857	20 22.5	0.8339 _n	- 6.806
17	0.129	1.412	1.0026	1 35.7	1.2850	20 18.4	0.8378 _n	6.884
18	0.131	1.419	1.0042	1 35.1	1.2844	20 14.2	0.8426 _n	6.960
19	0.134	1.426	1.0058	1 34.5	1.2838	20 10.0	0.8471 _n	7.033
20	0.137	1.432	1.0073	1 34.0	1.2832	20 5.8	0.8515 _n	7.104
21	0.140	1.439	1.0089	1 33.4	1.2827	20 1.6	0.8557 _n	7.173
22	0.142	+ 1.445	1.0104	1 32.8	1.2821	19 57.4	0.8597 _n	- 7.240
23	0.145	1.452	1.0119	1 32.3	1.2815	19 53.1	0.8636 _n	7.305
24	0.148	1.458	1.0133	1 31.8	1.2810	19 48.9	0.8673 _n	7.367
25	0.150	1.464	1.0148	1 31.3	1.2805	19 44.6	0.8708 _n	7.427
26	0.153	1.471	1.0163	1 30.8	1.2800	19 40.4	0.8741 _n	7.484
27	0.156	1.477	1.0177	1 30.3	1.2795	19 36.1	0.8773 _n	7.539
28	0.159	+ 1.483	1.0191	1 29.8	1.2790	19 31.9	0.8804 _n	- 7.592
Март								
1	0.162	1.489	1.0205	1 29.4	1.2785	19 27.6	0.8833 _n	7.643
2	0.164	1.495	1.0219	1 29.0	1.2781	19 23.3	0.8860 _n	7.691
3	0.167	1.501	1.0233	1 28.6	1.2776	19 19.0	0.8886 _n	7.737
4	0.170	1.506	1.0246	1 28.2	1.2772	19 14.7	0.8910 _n	7.780
5	0.172	1.512	1.0260	1 27.8	1.2768	19 10.4	0.8933 _n	7.821
6	0.175	+ 1.518	1.0274	1 27.4	1.2765	19 6.1	0.8954 _n	- 7.859
7	0.178	1.524	1.0287	1 27.1	1.2761	19 1.8	0.8974 _n	7.895
8	0.181	1.529	1.0301	1 26.8	1.2758	18 57.5	0.8993 _n	7.929
9	0.183	1.535	1.0314	1 26.5	1.2755	18 53.2	0.9009 _n	7.960
10	0.186	1.540	1.0327	1 26.2	1.2752	18 48.8	0.9026 _n	7.990
11	0.189	1.546	1.0341	1 25.9	1.2750	18 44.5	0.9040 _n	8.017
12	0.192	+ 1.551	1.0354	1 25.7	1.2747	18 40.2	0.9053 _n	- 8.041
13	0.194	1.556	1.0367	1 25.4	1.2745	18 35.8	0.9064 _n	8.062
14	0.197	1.562	1.0381	1 25.2	1.2743	18 31.5	0.9075 _n	8.081
15	0.200	1.567	1.0394	1 25.0	1.2742	18 27.2	0.9084 _n	8.098
16	0.203	1.572	1.0408	1 24.8	1.2740	18 22.8	0.9091 _n	8.112
17	0.205	1.578	1.0421	1 24.6	1.2739	18 18.5	0.9098 _n	8.124
18	0.208	+ 1.583	1.0434	1 24.4	1.2738	18 14.2	0.9102 _n	- 8.133
19	0.211	1.588	1.0448	1 24.3	1.2738	18 9.8	0.9106 _n	8.140
20	0.214	1.594	1.0461	1 24.2	1.2737	18 5.5	0.9108 _n	8.144
21	0.216	1.599	1.0475	1 24.0	1.2737	18 1.2	0.9109 _n	8.146
22	0.219	1.604	1.0489	1 23.9	1.2737	17 56.9	0.9109 _n	8.145
23	0.222	1.609	1.0502	1 23.8	1.2737	17 52.5	0.9107 _n	8.142

Израчунавање по обрасцима (7).

Како горња кулминација звезде пада у 19^h,80 звезданог времена, а звездано је време у средњу поноћ 20 фебруара једнако 9^h,95, то ће приближно време кулминације бити 20 фебруара у 19^h,80 — 9^h,95 = 9^h,85 или 20,41 фебруара. За тај ћемо тренутак и интерполовати редуковане величине:

3	α_t	19 ^h 47 ^m ,8	5	τ	0 ^s ,138
9	G	1 33 ,8	4	δ_t	+ 8°42',2
12	H	20 4 ,1			
			8	$lg g$	1,0080
14	$G + \alpha_t$	21 21 ,6	17	$lg \cos (G + \alpha_t)$	9,8868
15	$H + \alpha_t$	15 51 ,9	28	$lg \Sigma_1$	0,8948
			11	$lg h$	1,2830
			19	$lg \cos (H + \alpha_t)$	9,7245 _n
			20	$lg \sin \delta_t$	9,1799
24	$clg 15$	8,8239	29	$lg \Sigma_2$	0,1874 _n
7	$lg g$	1,0080			
16	$lg \sin (G + \alpha_t)$	9,8044 _n			
21	$lg tg \delta_t$	9,1850			
26	$lg \Sigma_1$	8,8213 _n	13	$lg i$	0,8532 _n
			22	$lg \cos \delta_t$	9,9950
25	$clg 15$	8,8239	30	$lg \Sigma_3$	0,8482 _n
10	$lg h$	1,2830			
18	$lg \sin (H + \alpha_t)$	9,9283 _n			
23	$lg \sec \delta_t$	0,0050			
27	$lg \Sigma_2$	0,0402 _n			

1	$\alpha_{1938,0}$	19 ^h 47 ^m 45 ^s ,501	2	$\delta_{1938,0}$	+ 8°42'11'',37
6	f	+ 1,435	33	Σ_1	+ 7,85
31	Σ_1	- 0,066	34	Σ_2	- 1,54
32	Σ_2	- 1,097	35	Σ_3	- 7,05
36	$\mu_\alpha \cdot \tau$	+ 0,005	37	$\mu_\delta \cdot \tau$	+ 0,05
38	α	19 ^h 47 ^m 45 ^s ,778	39	δ	+ 8°42'10'',68

Поправке за годишњу паралаксу израчунаћемо по обрасцу (1) параграфа 55.

$$\alpha' = \alpha + \Delta\alpha; \quad \Delta\alpha = -\frac{1}{15} \pi \cos \delta_\odot \sin (\alpha - \alpha_\odot) \sec \delta;$$

$$\delta' = \delta + \Delta\delta; \quad \Delta\delta = -\pi \cos \delta_\odot \cos (\alpha - \alpha_\odot) \sin \delta + \pi \sin \delta_\odot \cos \delta = A + B;$$

$$\pi = 0'',204; \quad \alpha_\odot = 22^h 11^m; \quad \delta_\odot = -11^\circ 14'.$$

1	α	19 ^h 48 ^m	4	$clg 15$	8,824	6	$lg \pi$	9,310
2	α_\odot	22 11	5	$lg \pi$	9,310	10	$lg \cos \delta_\odot$	9,992
3	$\alpha - \alpha_\odot$	-2 ^h 23 ^m	9	$lg \cos \delta_\odot$	9,992	15	$lg \cos (\alpha - \alpha_\odot)$	9,909
			14	$lg \sin (\alpha - \alpha_\odot)$	9,767 _n	11	$lg \sin \delta$	9,180
			13	$lg \sec \delta$	0,005	17	$lg^2 A$	8,391 _n
			16	$lg \Delta\alpha$	7,898	7	$lg \pi$	9,310
			19	$\Delta\alpha$	+ 0 ^s ,008	8	$lg \sin \delta_\odot$	9,290 _n
						12	$lg \cos \delta$	9,995
						18	$lg B$	8,595 _n

23	α	19 ^h 47 ^m 45 ^s ,778	24	δ	+ 8°42'10'',68	20	A	- 0'',025
25	$\Delta\alpha$	+ 0,008	26	$\Delta\delta$	- 0,06	21	B	- 0 ,036
27	α'	19 ^h 47 ^m 45 ^s ,786	28	δ'	+ 8°42'10'',62	22	$\Delta\delta$	- 0'',06

2. Израчунати привидне координате звезде 43 Н Септeи за горњу кулминацију у Гринвичу 23 децембра 1938 г., узимајући у рачун Фабрицусове чланове и краткoпериодичне нутационе чланове.

$$\alpha_{1938,0} = 0^h 59^m 53^s,86; \quad \mu_\alpha = + 0^s,080;$$

$$\delta_{1938,0} = + 85^\circ 55' 32'',20; \quad \mu_\delta = - 0'',006;$$

$$m = + 3^s,0731; \quad n = + 20'',044; \quad \epsilon = 23^\circ 26' 50''; \quad E = + 0^s,002.$$

17	$lg b$	9,95623	21	$lg a'$	1,28697
4	$lg \cos \alpha_t$	9,98499	14	$lg n$	1,30198
15	$clg 15$	8,82391	6	$lg \cos \alpha_t$	9,98499
9	$lg tg \delta_t$	1,14733	7	$lg \sin \delta_t$	9,99891
1	$lg \sin \alpha_t$	9,41228	22	$lg d'$	9,98390
13	$lg n$	1,30198			
18	$lg \frac{1}{15} n \sin \alpha_t tg \delta_t$	0,68550	23	$lg \sin \alpha_t \sin \delta_t$	9,41119
			3	$lg \sin \alpha_t$	9,41228
26	$\frac{1}{15} n \sin \alpha_t tg \delta_t$	+ 4 ^s ,8473	8	$lg \sin \delta_t$	9,99891
27	m	+ 3,0731	10	$lg tg \delta_t$	8,85157
			12	$lg tg \epsilon$	9,63720
19	$lg c$	9,95733	24	$lg tg \epsilon \cos \delta_t$	8,48877
5	$lg \cos \alpha_t$	9,98499			
16	$clg 15$	8,82391	34	$lg \epsilon \cos \delta_t$	+ 0 ,03082
11	$lg \sec \delta_t$	1,14843	35	$-\sin \alpha_t \sin \delta_t$	- 0 ,25775
2	$lg \sin \alpha_t$	9,41228			
20	$lg d$	9,38462	31	a'	+ 19'',2627
			32	b'	- 0 ,2584
28	a	+ 7 ^s ,9204	36	c'	- 0 ,2269
25	b	+ 0 ,9042	33	d'	+ 0 ,9636
29	c	+ 0 ,9064			
30	d	+ 0 ,2424			

$$S_0 = 6^h 3^m, 5; \quad n = \frac{24^h 59^m, 9 - 12^h}{24^h} = +0,542.$$

37	$\tau = 0^d, 977$							
38	$A = +1, 22488$	44	Aa	$+ 9^s, 702$	45	Aa'	$+ 23'', 717$	
40	$B = +7'', 046$	46	Bb	$+ 6, 371$	47	Bb'	$- 1, 821$	
42	$C = -0'', 428$	48	Cc	$- 0, 388$	49	Cc'	$+ 0, 097$	
43	$D = +20'', 464$	50	Dd	$+ 4, 960$	51	Dd'	$+ 19, 719$	
39	$A' = +0, 07262$	52	E	$+ 0, 002$	54	$A'a'$	$+ 0, 051$	
41	$B' = +0'', 039$	53	$A'a$	$+ 0, 021$	56	$B'b'$	$- 0, 010$	
		55	$B'b$	$+ 0, 035$	58	$\mu_{\delta} \tau$	$- 0, 006$	
61	конст.	4,6856						
63	$lg \lg \delta$	1,1473	59	$\Delta \alpha$	$+ 20^s, 78$	60	$\Delta \delta$	$+ 41'', 75$
65	$lg \Delta \alpha$	1,3177	72	$\partial \alpha$	$+ 0, 06$	73	$\partial \delta$	$- 0, 02$
67	$lg \Delta \delta$	1,6206	74	$\alpha_{1938.0}$	$0^h 59^m 53^s, 86$	75	$\delta_{1938.0}$	$+ 85^{\circ} 55' 32'', 20$
68	$lg \partial \alpha$	8,7712	76	α	$1^h 00^m 14^s, 70$	77	δ	$+ 85^{\circ} 56' 13'', 93$
70	$\partial \alpha$	$+ 0^s, 06$						
62	конст.	6,7367 _n						
64	$lg ctg \delta$	8,8527						
66	$lg (\Delta \alpha)^2$	2,6354						
69	$lg \partial \delta$	8,2248 _n						
71	$\partial \delta$	$- 0'', 02$						

3. Наћи привидне координате α и δ звезде α Aquilae за 13 јул 1938 г. у $15^h 40^m$ московског звезданог времена:

$$s = 15^h 40^m \quad s = 15^h, 7 \quad S_0 = 19^h 21^m$$

$$\lambda = -2^h 30^m \quad \lambda = -2, 5 \quad \alpha = 19 48$$

$$S = 13^h, 2$$

Да бисмо утврдили за који размак треба интерполовати податке из Годишњака, начинићемо график на који ћемо нанети звездана времена у

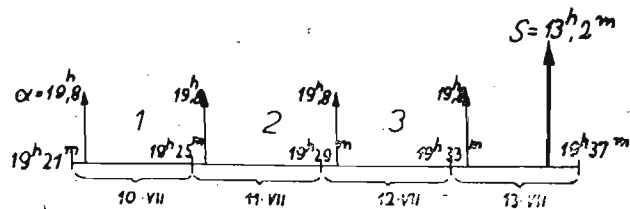


График II.

поноћ у тренутку кулминације, као и дати тренутак; почнимо од најближег претходног датума датог у Астрономском годишњаку.

Са графика се види да треба интерполовати за 3 дана $(13^h, 2 - 10^h, 8) = 3^d 17^h, 4 = 3^d, 72$; одатле за коефицијент интерполовања добијемо $n = 0,372$; интерполоваћемо од 10 јуна унапред. Промене за 10 дана су у $\alpha = +0^s, 100$, у $\delta = +1'', 96$.

Из Годишњака $\alpha = 19^h 47^m 49^s, 252$ $\delta = +8^{\circ} 42' 26'', 03$

$$\Delta \alpha = +0^s, 100 \cdot 0,372 = +0,037 \quad \Delta \delta = +1'', 96 \cdot 0,372 = +0,73$$

$$\alpha = 19^h 47^m 49^s, 289 \quad \delta = +8^{\circ} 42' 26'', 76$$

4. Наћи привидне координате α и δ звезде λ Bootis 10 децембра 1938 г. у $4^h 15^m$ московског звезданог времена. Интерполовати с другим разликама.

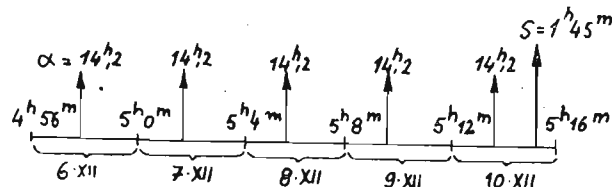


График III.

$$s = 4^h 15^m \quad \text{Најближи таблични датум је 6 децембар.}$$

$$\lambda = -2 30 \quad \alpha = 14^h 14^m$$

$$S = 1 45 \quad S_0 = 4 56$$

$$\text{Размак} = 4^d + (25^h 45^m - 14^h 14^m) = 4^d 11^h 31^m = 4^d, 48.$$

$$n = 0,448; \quad \frac{n(n-1)}{2} = -0,124.$$

Интерполовање с другим разликама в. у рачунском формулару на наредној страни.

5. Наћи α и δ звезде α Urs. min. за 5 март 1938 г. у $9^h 56^m$ московског звезданог времена; узети у рачун и дневну аберацију. Обрасци за дневну аберацију:

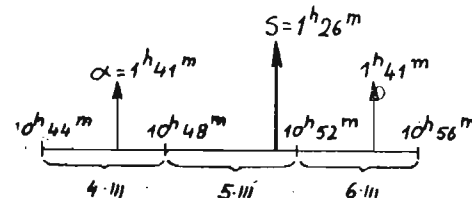


График IV.

$$d\alpha = 0^s, 021 \cos \varphi \sec \delta \cos (s - \alpha),$$

$$d\delta = 0'', 32 \cos \varphi \sin \delta \sin (s - \alpha).$$

РЕКТАСЦЕНЗИЈА

T	n	f	Δ'	Δ''	$\frac{f_0}{n\Delta'_1}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{(\Delta_0'' + \Delta_1'')}{n(n-1)}$	$\alpha = 14^h 14^m 2^s, 589$
Новембар 26	-1	14 ^h 14 ^m 2 ^s ,224	+0 ^s ,239	+0 ^s ,055	0,448	0,448 · +0 ^s ,294	14 ^h 14 ^m 2 ^s ,463 +0,132
Децембар 6	0	2,463	+0,294	+0,050	2,757	-0,124 · +0,050	-0,006
16	+1	2,757	+0,339	+0,045	3,096		
26	+2	3,096					
Новембар 26	-1	+46°21'59",50	-3',37	+0'',19	56,13	0,448 · -3',18	+46°21'56'',13 -1,42
Децембар 6	0	56,13	-3,18	+0,23	52,95	-0,124 · +0,23	-0,03
16	+1	52,95	-2,91	+0,27	50,04		$\delta = +46°21'54'',68$
26	+2	50,04					

ДЕКЛИНАЦИЈА

$$\begin{aligned}
 s &= -9^h 56^m & s_0 &= 10^h 47^m \\
 \lambda &= -2\ 30 & \alpha &= 1\ 41 \\
 \hline
 S &= 7^h 26^m \\
 \varphi &= 55^\circ 46' \\
 s &= 9^h 56^m \\
 \alpha &= -1\ 41 \\
 \hline
 s - \alpha &= 8^h 15^m
 \end{aligned}$$

Најближи таблични датум је 6 март.
 Размак је $25^h 41^m - 7^h 26^m = 18^h 15^m = 0^d, 76$.
 Интерполоваћемо уназад од 6. III ка 4. III; $n = 0,76$.

1	$lg\ 0^s,021$	8,322	2	$lg\ 0'',32$	9,505
3	$lg\ \cos\ \varphi$	9,751	4	$lg\ \cos\ \varphi$	9,751
6	$lg\ \sec\ \delta$	1,750	5	$lg\ \sin\ \delta$	0,000
8	$lg\ \cos\ (s - \alpha)$	9,745 _n	7	$lg\ \sin\ (s - \alpha)$	0,920
	$lg\ d\alpha$	9,568 _n		$lg\ d\delta$	9,176
	$d\alpha$	-0 ^s ,37		$d\delta$	0,15

$$\Delta\alpha = +0^s 78 \cdot 0,76 = +0^s,59 \qquad \Delta\delta = +0,24 \cdot 0,76 = +0,18$$

6 марта	α	1 ^h 41 ^m 0 ^s ,63	δ	+88°58'27'',69
	$\Delta\alpha$	+0,59	$\Delta\delta$	+0,18
	$d\alpha$	-0,37	$d\delta$	+0,15
5 марта	α	1 ^h 41 ^m 0 ^s ,85	δ	+88°58'28'',02

6. Наћи α и δ звезде α Aquilae за 23 јул 1938 г. у 19^h22^m московског звезданог времена.

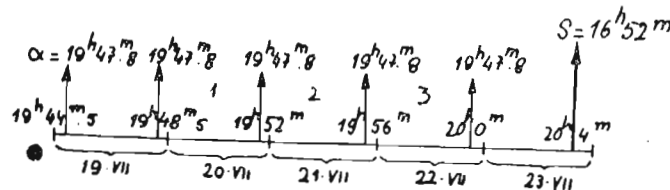


График V.

$$\begin{aligned}
 s &= 19^h 22^m & s_0 &= 19^h 41^m,5 & 19. VII. \\
 \lambda &= -2\ 30 \\
 \hline
 S &= 16^h 52^m & \alpha &= 19^h 47^m,8
 \end{aligned}$$

Критични датум за ову звезду пада 19 VII, а координате су дате за другу кулминацију. Са графика се види да треба интерполовати за $3^d + (16^h 52^m - 19^h 48^m) = 3^d 21^h 04^m = 3^d,88$.

$$n = 0,388; \Delta\alpha = +0^s,057. 0,388 = +0^s,022; \Delta\delta = +1'',80 - 0,388 = +0'',70.$$

$$19. VII \quad \alpha = 19^h 47^m 49^s,352$$

$$\Delta\alpha = + 0,022$$

$$23. VII \quad \alpha = 19^h 47^m 49^s,374$$

$$\delta = + 8^\circ 42' 27'',99$$

$$\Delta\delta = + 0,70$$

$$\delta = + 8^\circ 42' 28'',69.$$

7. Наћи α и δ звезде α Urs. min 19 јануара 1938 г. у тренутку њене доње кулминације у Москви; узети у рачун и дневну аберацију. Треба интерполовати од 19 јануара уназад за $14^h,5$, па ће коефицијент интерполовања бити $n = \frac{14^h,5}{24^h} = 0,60$. Дневна аберација утиче само на

ректасцензију: $d\alpha = -0^s,021 \cos \varphi \sec \delta$, па је у нашем примеру тај утицај $d\alpha = -0^s,021 \cdot 0,563 \cdot 55,95 = -0^s,66$.

$$\alpha = 1^h 41^m 49^s,02$$

$$\Delta\alpha = + 0,71$$

$$d\alpha = - 0,66$$

$$\alpha = 1^h 41^m 49^s,07$$

$$\delta = + 88^\circ 58' 33'',18$$

$$\Delta\delta = - 0,02$$

$$\delta = + 88^\circ 58' 33,16$$

ГЛАВА ДВАНАЕСТА

СУНЦЕ И МЕСЕЦ

СУНЦЕ

93. Величина и густина Сунца. — Сунце је средишно тело нашег Сунчаног система. Његова маса и густина огромне су и када се упореде са највећим планетама, његово моћно привлачење управља свим кретањима у нашем систему. Но за нас је још неупоредиво важнија чињеница да је Сунце колосалан извор енергије који непрекидно изашиље у свим правцима огромне количине топлоте и светлости. Онај ништавни део укупне његове зрачне енергије који долази на Земљу ствара и одржава сав живот на њеној површини.

По својој улози у васиони Сунце је само звезда као милиони других. Данас познајемо многе звезде које су далеко веће и сјајније од Сунца.

Средње отстојање Сунца од Земље, такозвана *астрономска јединица*, износи 149 500 000 километара, ако за Сунчеву паралаксу усвојимо вредност $8'',80$. Због елиптичности Земљине путање перихелско отстојање (у јануару) мање је од овога за $2\frac{1}{2}$ милиона километара, а афелско (у јулу) исто толико веће од њега. Упоређено са растојањима на Земљи, удаљење Сунца је огромно. Оно је 390 пута веће од удаљености Месеца. Најбржи авион, летећи без прекида, прешао би га за 30 година, брзи воз за 200 година. Светлост га прелази за 8 минута и 18 секунда.

Ако нам је познато удаљење Сунца или његова паралакса, можемо лако из привидног полупречника R_\odot израчунати стварни пречник.

Из обрасца (1) параграфа 51 и (1) параграфа 48 добијамо

$$k = \Delta \sin R_\odot; \quad \Delta = \frac{a}{p_\odot \sin 1''},$$

одакле је

$$k = \frac{R_\odot}{p_\odot} a.$$

Овде k означава линиски полупречник Сунца, a велику полуосовину Земљину.

Ако уврстимо бројне вредности добићемо

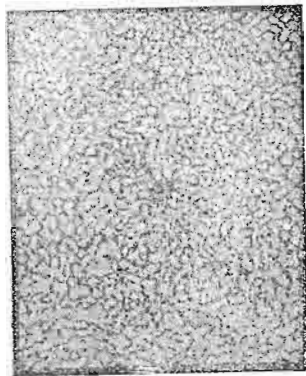
$$k = \frac{962''}{8'',8} a = 109,1 a.$$

Према томе је Сунчев пречник округло 110 пута већи од Земљиног и износи скоро 1 400 000 километара.

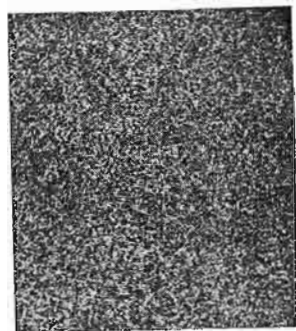
Како запремине лопти стоје у односу кубова њихових полупречника, биће Сунчева запремина $(109,1)^3$, тј. скоро 1 300 000 пута већа од Земљине. Стога је Сунчева густина знатно мања од Земљине. Густина Сунца је $333\,000 : 1\,300\,000 = 0,256$ или само нешто већа од $1/4$ Земљине густине. А како је Земљина густина 5,5 пута већа од густине воде, то Сунчева густина у односу на воду износи $1/4$. Овако мала вредност густине доводи нас на помисао да Сунце не може бити чврсто.

94. Општи изглед Сунца. — Од свих светлосних извора којима се човек користи Сунце је најјачи. Сјај његове површине 10 пута је већи но најсјајнијег места волтиног лука; упоређено са пуним Месецем, Сунце је сјајније пет стотина хиљада пута.

Сунчев котур није свугде истог сјаја; он је најсјајнији у средишту, а према ивици сјај постепено слаби. Ово потамњавање ивице Сунчевог



Снимак IV. Део фотосфере по Секијевом цртежу



Снимак V. Део фотосфере по фотографском снимку

котура показује да је сјајна Сунчева лопта окружена гасовитом атмосфером, невидљивом у дурбину, која упија Сунчеву светлост. Иако ова атмосфера свуда има исту дебљину, ипак зраци који долазе са ивице Сунчевог котура, улазећи у његову атмосферу под врло малим углом, према површини, прелазе кроз атмосферу дуж путеве но зраци са средишта, те стога бивају у већој мери упијени.

Посматрање пега које се јављају на Сунчевом котуру показало је да се Сунце обрће око осовине са истока на запад (за посматрача са Земље), дакле у истом смеру у коме и Земља. Осовина обртања није управна на равни еклиптике, већ са нормалом на њу закљача угао од 7° . Један пун обрт траје 25,2 дана.

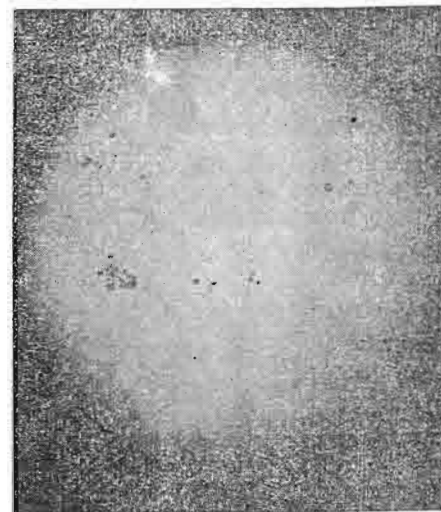
Сунчева ротација разликује се од Земљине по томе што се разни појасеви Сунчеви обрну око његове осовине за различита времена. Најбрже се обрће екваторски појас, који обави пун обрт за 25 дана; сви остали појасеви заостају за њим. Што се иде даље од екватора, трајање

обрта је дуже, те на ширини од 40° већ износи више од 27 дана, а на ширини од 80° достиже 34 дана. Ова особеност Сунчеве ротације коначно доказује да Сунце не може бити чврсто, но течно или, што је највероватније, *гасовито*.

Узрок самог екваторског убрзања остаје необјашњен. Вероватно га треба тражити у прошлој историји Сунчевој, а не у његовом садашњем склопу.

Заслепљујући сјајна Сунчева површина зове се *фотосфера*, што значи сфера светлости. Када се посматра дурбином, фотосфера показује зрнасту структуру, *гранулацију*. По сразмерно тамној позадини без реда су расуте светле мрље, *грануле*, неправилна, најчешће дугуљаста облика, које се понекад називају зрна пиринча. Уствари њихова величина достиже 200 — 1000 километара. Облик и расподела гранула стално се мењају, али је ове промене неочекивано тешко пратити (в. снимке IV и V).

На ивици Сунчевог котура је фотосфера, ао што смо рекли, тамнија; зато су овде *факуле* упадљивије но близу средишта Сунчевог котура. Факуле претстављају неправилне разгранате површине сјајније од фотосфере. Њихова дужина достиже десетине хиљада километара. Факуле су знатно више од фотосфере. Ово објашњава зашто се оне виде на ивици котура: Сунчева површина ој ружена је гасовитом атмосфером која на ивици котура упија више но у средишту његовом; факуле се (као брегови) уздижу изнад гушћих слојева атмосфере те стога задржавају скоро сав свој сјај.



Снимак VI. Снимак Сунца с пегама

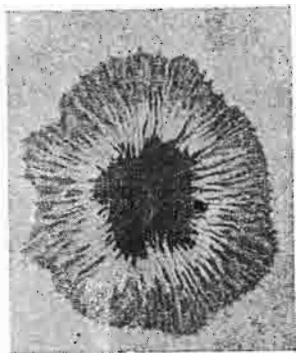
Фотосфера је онај Сунчев слој који емитује непрекидан спектар; зато спектрална анализа није у стању да одреди његов хемиски састав.

95. Сунчеве пеге. — Најупадљивије појаве на фотосфери јесу *Сунчеве пеге*. Њих је, убрзо по проналаску дурбина, независно и истовремено открило неколико посматрача, међу њима и Галилеј (1610 г.).

Пеге су веома различита изгледа, али се најчешће састоје из тамног средишног *језгра* (или *сенке*) округла облика и нешто светлијег прстена око њега, *полусенке*. При јачем увељичавању види се да је и полусенка, као и цела фотосфера, зрнасте структуре. Језгро обично изгледа потпуно тамно, но то је последица контраста са заслепљујућим сјајем фотосфере (в. снимке VI и VII). Уствари су језгра пега највише само три пута слабијег сјаја но фотосфера.

Пеге нису постојане, него настају и нестају. Најчешће се јављају у групама. Образовање оваквих група почиње обично на тај начин што

се у фотосфери, често на местима окруженим факулама, појаве сићушне тамне тачке (*поре*). Из ових се пора затим обично развију *две* велике пеге док је фотосфера између њих испуњена мноштвом ситнијих пеге. Треба забележити да се предња пеге (западна, пеге водиља) брже креће, те се група у току времена растеже. Најчешће се задња пеге (источна, пеге пратиља) ускоро почне делити и ишчежава, док предња може да остане још у току неколико месеци (в. снимак VIII).



Снимак VII. Сунчева пеге по Сквијевој цртежу

јесте дно левка, полусенка његов омотач. Узрок појаве пеге још је нејасан. Можда бар неке, ако не све, настају услед огромних вртложних кретања која личе на циклоне у Земљиној атмосфери, но не зна се која сила изазива вртложно кретање.

Овој теорији иду у прилог значајна открића америчког астрофизичара Хела. Помоћу инструмента који је сам пронашао — спектрохелиографа — Хел је испитивао кретања маса усијаног водоника у Сунчевој атмосфери изнад пеге. Он је нашао да су ови гасови у многим случајевима захваћени вртложним кретањем, при чему се у средишту вртлога налази пеге (снимак IX).

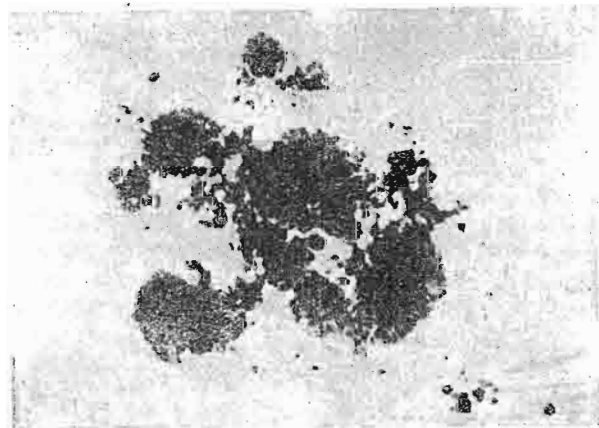
Даље је он показао да око Сунчевих пеге постоји магнетно поље, чије се присуство испољава раздвајањем линија у спектру пеге (Земанов ефекат познат из физике). Занимљиво је да код двојних пеге, које се тако

Време трајања пеге веома је различито: од неколико часова до неколико месеци.

Размере пеге тако исто су веома различите. Понекад се могу видети пеге чији је пречник 100 000 километара, дакле 8 — 10 пута већи од Земљиног. Пеге ове величине лако се могу видети голим оком (на пример кроз тамно стакло или при залазу Сунца).

Распоред пеге по Сунчевој површини веома је неравномеран. Оне се јављају само у екваторском појасу до приближно 30° северне и јужне ширине, само се ретко могу посматрати и између 30° и 40°.

Сунчеве пеге претстављају у неку руку удубљења или *отворе* у фотосфери. Ови су најчешће левкастог изгледа. Сенка пеге



Снимак VIII. Снимак велике Сунчеве пеге

често срећу, пеге које чине пар располажу супротним магнетним поларитетом. Двојна пеге претставља у неку руку магнет са два пола — северним и јужним. Притом су сви магнети на северној полулопти распоређени на исти начин (предња, тј. западна пеге код свих тих парова претставља, на пример, северни магнетни пол). Исто је тако и на јужној полулопти, само је ту распоред полова обрнат (у нашем случају предња пеге претставља јужни пол).

Најзначајнија особина Сунчевих пеге јесте њихова периодичност. Има година када се на Сунцу јавља веома много пеге; то је *максимум* пеге. Тих се година пеге на Сунчевом котуру виде сваког дана. Затим се у току од приближно 7 година њихов број постепено смањује док не наступи минимум: у ово се време и у току неколико месеца не појави ниједна пеге. После минимума пеге се јављају у све већем броју, те 4 године касније долази до новог максимума. Периода износи просечно 11 година (тачније 11 1/8 година).

Периодичност пеге открио је (1843 године) љубитељ астрономије Швабе, а подробно ју је изучио швајцарски астроном Волф. Дајемо епохе максимума за последњих сто година с тачношћу од једног десетог дела године. Из таблице се види да трајање периоде које смо горе дали претставља само средњу вредност, док, уствари, периода може бити 4 године дужа или краћа (в. таблицу).

Посматрања су показала да се у доба максимума пеге појачавају и друге појаве на Сунцу, на пример појаве факула и протуберанаца. Стога је правилније доба максимума пеге назвати максимумом *Сунчеве активности*. У доба минимума ова активност скоро потпуно замире.

Минимум	Период	Максимум	Период
1810,6		1816,4	
1823,3	12,7	1829,9	13,5
1833,9	10,6	1837,2	7,3
1843,5	9,6	1848,1	10,9
1856,0	12,5	1860,1	12,0
1867,2	11,2	1870,6	10,5
1878,9	11,7	1883,9	13,3
1889,6	10,7	1894,1	10,2
1901,7	12,1	1906,4	12,3
1913,6	11,9	1917,6	11,2
1923,6	10,0	1928,2	10,6
	10,3		

Када се минимум ближи крају, а почиње нов период или циклус Сунчеве активности, могу се посматрати неке значајне појаве.

1) Прве пеге новог циклуса јављају се увек далеко од Сунчевог екватора (на великим ширинама); у току времена се област у којој се пеге јављају постепено приближава екватору. Стога се у време минимума понекад истовремено могу видети пеге из два циклуса: а) близу екватора последње пеге циклуса који се гаси и б) ближе половима прве пеге новог циклуса.

2) *Магнетни поларитет* је код новог циклуса супротан поларитету претходног. Другим речима после сваког минимума пеге северне полулопте имају онај распоред полова који су до минимума имале пеге јужне

полулопте и обратно. И ово су необично откриће учинили Хел и његови сарадници. Наиме распоред магнетских полова променио се у доба минимума 1913 године, а затим је остао непромењен у току 10 година, да би се 1923 године опет изменио. Код пега које су се на Сунцу јавиле 1923 — 1933 године магнетни полови били су распоређени на исти начин као код оних из циклуса 1902 — 1913. Године 1933 се распоред опет изменио.

На тај начин пуни период Сунчеве активности траје уствари 22 године, а не 11. Тек се по истеку тог временског размака на Сунцу јављају у истом броју пега са истом поделом магнетних полова као у датом тренут у.



Снимак IX. Вртложно кретање водоничних маса око пега по фотографском снимку

Ни ова појава, као ни сама периодичност пега, нису још објашњене на начин који задовољава.

Веза између Сунчевих пега и појава на Земљи. Чим је Швабе објавио своје откриће, Волф, а у исто време и други научници, скренули су пажњу на чињеницу да се периодичност пега поклапа с периодичношћу магнетних бура (то јест неправилних колебања магнетне игле): у доба минимума магнетна игла је сразмерно мирна, у доба максимума она се често и неправилно колеба. Тих година су и редовна (дневна) колебања појачана. Примећено је исто тако да је пролаз веома велике групе пега преко средишта Сунчевог котура обично праћен магнетном буром на Земљи.

Исто је тако несумњива веза између броја пега и броја појава *поларне светлости*, које су, као што је познато, увек праћене магнетним бурама. Епохе максимума и минимума тачно се поклапају с максимумом и минимумом пега.

По Стермеровој теорији поларна светлост настаје зато што електрони (атоми негативне електричности) које Сунце избацује, бомбардују високе слојеве Земљине атмосфере. Овакви ројеви честица стварно се могу посматрати у Сунчевој корони у виду зракова (в. параграф 97). Очеvidно

је да се у доба максимума изашиљање електрона врши нарочито енергично.

На друге појаве на Земљи, на пример на време, промена броја пега не утиче битно.

96 Сунчев спектар и Сунчева атмосфера. — Све појаве што се одигравају на фотосфери ми посматрамо кроз Сунчеву атмосферу која је веома сложеног састава. Ни најмоћнијим телескопима не могу се приметити ма и најмањи знаци постојања ове атмосфере, него се она види само у ретким тренуцима потпуних Сунчевих помрачења. Но и поред тога, благодарећи изучавању Сунчевог спектра, данас боље познајемо природу тог Сунчевог омотача, за око невидљивог, но природу сјајне фотосфере.

Сунчев спектар, као што је познато из физике, није непрекидан низ дугиних боја, него у њему на одређеним местима постоје пре или у виду попречних *тамних линија*. Оне се зову *Фраунхоферове линије* у част знаменитог немачког оптич. ру Фраунхоферу, који их је први подробно изучио (1815 године).

Убрзо је примећено да многе *тамне линије* Сунчевог спектра стоје баш на оним местима где се у спектру наусијаног гаса и гасова, које добијамо у нашим лабораторијама, налазе *сјајне линије*.

Ово поклапање тамних линија Сунчевог спектра са сјајним линијама лабораториских спектра земаљских тела објаснио је немачки физичар Кирхоф. Он је 1858 године поставио закон који носи његово име а гласи:

Ако светлост неког извора који даје непрекидан спектар пролази кроз слој хладнијег гаса (или паре), то ће од свих зракова у спектру гас упијати само оне које сам испушта у усијаном стању. Тако, на пример, натријум, који испушта само жуте зраке одређене таласне дужине, задржава, од свих зракова непрекидног спектра, баш жуте зраке а пропушта све остале. Зато се у жутом делу спектра јавља тамна линија. Ако у спектру неког гаса *A* не постоји само једна, већ много линија, па се кроз тај гас пропушта светлост извора *B* (усијаног *чврстог* или *течног* тела или јако *сабијеног гаса*), онда ће се на позадини непрекидног спектра извора *B* јавити читав спектар гаса *A*; но то више неће бити спектар састављен од сјајних линија, тај озвани *емисиони* спектар, већ *апсорпциони* спектар, који се састоји из тамних линија по положају и јачини идентичних линијама из спектра гаса *A*.

Како је Сунчев спектар баш апсорпциони, очевидно је да је ово усијано небеско тело окружено гасовитим омотачем, атмосфером у којој и настају Фраунхоферове линије. Мерењем положаја тамних линија и упоређивањем с познатим линијама елемената на Земљи можемо одредити *хемиски састав Сунчеве атмосфере*.

У Сунчевој атмосфери разликујемо три слоја који се називају: обртни слој, хромосфера и корона.

а) Обртни слој. Обртним слојем називамо *најнижи*, сразмерно танки слој Сунчеве атмосфере који непосредно налаже на фотосферу. Он се састоји из разних усијаних гасова. Стога се његов спектар, сам по себи, састоји из мноштва (неколико десетина хиљада) уских светлих линија, но како кроз њега пролази светлост сјајније фотосфере, светле линије се преобраћају (услед селективне апсорпције) у тамне. Тако настају Фраунхоферове линије Сунчевог спектра.

Упоредивањем линија Сунчевог спектра са линијама земаљских тела нађено је у обртном слоју до 50 елемената познатих на Земљи, највише метала. Нарочито су упадљиве линије гвожђа, калцијума, водоника, натријума, никла, титана и других. У спектру пега нађене су и линије (веома слабе) неколиких хемиских једињења, на пример титановог оксида, цијана (главног састојка цијан-водоничне киселине).

Неке линије Сунчевог спектра још нису објашњене; оне се не слажу са линијама земаљских тела изучених у лабораторијама; с друге стране, линије читавог низа хемиских елемената уопште нису примећене (на пример хлора, брома, злата и других). Можда то долази отуда што је Сунчева температура знатно виша од оне коју можемо постићи у нашим лабораторијама, те су спектри неких елемената у Сунчевој атмосфери измењени до те мере да се не могу познати.

Могуће је, исто тако, да се многи елементи, нарочито најтежи метали, налазе у дубини Сунца, одакле до нас светлост не допире.

Поред линија сунчаног порекла у спектру Сунца постоји и мноштво земаљских или *телурних* линија које настају услед апсорпције светлости у гасовима и парама Земљине атмосфере, углавном од кисеоника и водене паре.

б) Изнад обртног слоја лежи *хромосфера* или обојена атмосфера. Између ње и обртног слоја нема оштре границе. Она се при потпуним Сунчевим помрачењима види око Месечевог тамног котура као узак слој црвене боје. Дурбином се види да је тај слој по ивици веома зупчаст, он се састоји из безбројних пламених језичака који се стално крећу; упоређују га са запаљеном степом. Спектроскоп нам показује да се хромосфера састоји углавном од водоника; осим њега забележени су калцијум и хелијум. У нижим слојевима хромосфере, на прелазу у обртни слој, срећу се сви могући елементи који постоје на Сунцу.

Са појединих места у хромосфери уздижу се знатно изнад њеног нивоа масе усиданог водоника и калцијума. То су *протуберанце*. У доба потпуних помрачења ови се пламени језичци често виде и голим оком.

Протуберанце се деле на две класе: *стационарне* и *еруптивне*. Прве су сразмерно мирне и споро се мењају, друге, напротив, изгледају као пламени водоскоци. Оне у току од неколико минута потпуно измене свој облик и размере, а уздижу се огромним брзинама увис, до висина које понекад премашују Сунчев полупречник. У несумњивој су вези с пегама, као и ове посматрају се претежно у близини Сунчевог екватора и покуравају се једанаестогодишњом периодичности. У спектрима еруптивних протуберанаца увек се срећу поред водоникових и линије метала, који су очевидно избачени из нижих слојева хромосфере. Средња висина протуберанаца износи 2—3 Земљина пречника, али се еруптивне често уздижу и 10—20 пута више. Забележене су и протуберанце на висини од 700 000 километара, то јест на висини од 60 Земљиних пречника па и више (в. снимак X).

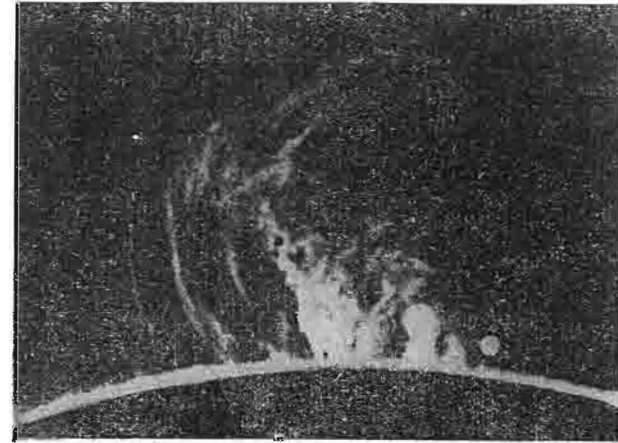
Брзине кретања достижу у протуберанцама стотине километара у секунди. Ове огромне брзине изазване су свакако одбојном силом Сунчевих зракова (светлосни притисак).

Године 1868 астрофизичари Жансен и Локјер показали су да се *спектроскопом* и изван помрачења могу видети не само спектар проту-

беранаца но и оне саме. За то је довољно управити моћан спектроскоп на ивицу Сунчеву (у жижи астрономског дурбина) и отворити његов прорез, који се поставља тангентно на Сунев руб. Тада ће се у спектроскопу видети контура протуберанаца. Разуме се да ће то бити монохроматска слика протуберанце: видеће се само они њени делови где постоји елемент који даје уочену линију, на пример водоник; у светлости калцијума протуберанца може имати другачији изглед.

Овај проналазак омогућио је да се хромосфера посматра у свако доба, али само по ивици Сунчева котура, с профила. Године 1892 успело се још и више: омогућено је снимање и испитивање кретања хромосфере на самом Сунчевом котуру. И то су независно учинила два научника: Хел у Америци и Деландр у Француској помоћу сложеног инструмента који се зове *спектрохелиограф*.

Примена овог инструмента довела је до низа важних открића, између осталих до открића *вртложног* кретања око Сунчевих пега (в. снимак IX).



Снимак X. Протуберанце за време помрачења

в) Трећи, највиши слој Сунчеве атмосфере, Сунчеву *корону*, размотримо када будемо описивали појаве које се виде за време потпуних Сунчевих помрачења.

97. **Астрономске појаве за време потпуних помрачења.** — а) *Сунчева корона*. Изнад хромосфере простира се загонетна корона која се и до данас успешно може посматрати само за време потпуних помрачења. Њена природа нам је стога мало позната. Изгледа као неправилан венац зракова око Месечеве црне лопте; боје је сребрнасто-сиве.

Укупоно сјај короне само је нешто мањи од сјаја пуног Месеца; њен део ближи фотосфери (унутрашња корона) много је сјајнији но даљи делови, који чине спољашњу корону и који су врло сложене зракасте структуре. Облик спољне короне у максимуму и минимуму различит је: у макси-

муму она је приближно кружна облика, у минимуму правоугаона; у епохи минимума коронини зраци продужени су у правцу екватора а на половима су краћи.

Спектар короне је непрекидан са сјајним, емисионим линијама. Прва чињеница указује да би у корони могле постојати чврсте честице (прашине) које су и саме усијане и које одбијају Сунчеву светлост; друга показује да у корони постоје светли гасови, али је њихова природа била непозната, јер се сјајне, емисионе линије спектра короне не поклапају са линијама ниједног од познатих елемената. Један је од тих непознатих гасова био назван коронијум. Сада се међутим зна да ту имамо пред собом спектар гвожђа који је због услова у корони толико измењен да се не може признати.

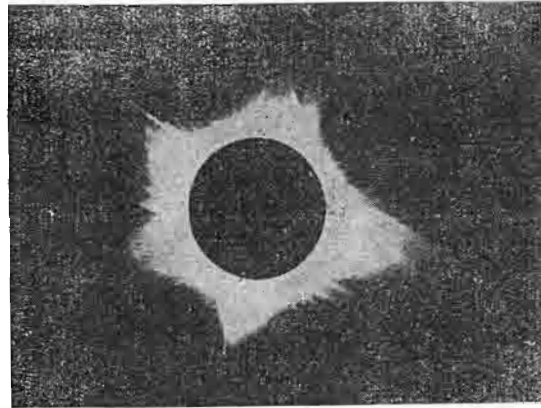
Поједи и зраци праменови у корони несумњиво се крећу. Облик короне стално мења; то ове је промене тешко пратити, јер сваки поједини посматрач може корону да прати само неколико минута. Али је за читаву Земљу укупно трајање помрачења дуже. Тако је, на пример, приликом помрачења од 19 јуна 1936 године Месеца прелазила преко територије Совјетског Савеза, од Црног Мора до Тихог Океана, више од два часа.

Ову повољну околност користили су совјетски астрономи у пуној мери. Дуж појаса потпуног помрачења распоредио се низ експедиција снабдених инструментима истог типа за снимање короне (коронोगрафи). Упоредивањем снимака начињених из разних места, а према томе и у различитим тренуцима, по први пут је са извесношћу утврђено кретање појединих праменова у спољној и унутрашњој корони и то брзинама које су достигале 50 километара у секунди.

Ова кретања могу бити изазвана електричним силама, а такође и светлосним притиском који у васиони игра важну улогу. Данас се сматра да коронини зраци по свој прилици претстављају снопове електрона што их Сунце избацује у свим правцима, а који се крећу брзинама блиским брзини светлости.

Густина короне мора бити несхватљиво мала, јер је познато неколико случајева када су кроз корону прошле комете брзином од 500 километара у секунди, а да корона није њиховом кретању супротставила никакав приметан отпор.

б) *Скретање светлости*. Потпуна помрачења важна су још и стога што се тада могу проверити нека од предвиђања Ајнштајнове теорије



Снимак XI. Сунчева корона за време потпуног Сунчевог помрачења 19. 5. 1936 г.

релативности. По овој теорији гравитација утиче на геометриске особине простора: у гравитационом пољу праве линије прелазе у криве, а како је путања светлости у празном простору баш права линија, то ће зраци са далеке звезде иза Сунца, пролазећи поред његове ивице, скренути као да их је Сунце привукло, те ће звезда изгледати померена. Ајнштајн је израчунао да на самој ивици Сунчева котура ово померање треба да износи $1'',7$. Ово се важно предвиђање може проверити само за време потпуних помрачења Сунчевих. Снимци начињени за време потпуног Сунчевог помрачења 1919 године показују да су звезде у близини Сунчеве ивице доиста биле скоро тачно онолико померене колико то предвиђа Ајнштајн, а то је забележено и при каснијим помрачењима.

98. *Сунчева топлота*. — Сва расуђивања о количини Сунчеве топлоте и његовој температури заснивају се на одређивању *соларне константе*. Тако се назива она количина топлоте коју би примила од Сунца површина од једног квадратног сантиметра, управна на правац Сунчевих зракова, на граници Земљине атмосфере, у току једног минута и при растојању од једне астрономске јединице. По последњим мерењима она износи 1,94 калорија (калорија је количина топлоте која је у стању да температуру једног грама воде повиси за један степен).

Може бити да соларна константа подлежи малим променама од дана до дана.

Врло је тешко израчунати Сунчеву температуру. Може се дефинисати само такозвана ефективна температура. То је температура коју би требало да има црно тело (то јест тело које упија све зраке што на њега падају), истих размера као и Сунце, па да емитује исту количину топлоте. Притом се узима да је укупна количина енергије коју зрачи јединица површине таквог тела сразмерна четвртој степену његове апсолутне температуре (Стефанов закон). Ако би се, на пример, ефективна температура Сунца удвостручила, Земља би примала 16 пута већу количину топлоте. Апсолутна температура дата је обрасцем:

$$S = \sigma \cdot T^4, \quad (1)$$

где је σ константа која се одређује експериментно, а S количина енергије коју у 1 секунди зрачи 1 квадратни сантиметар Сунчеве површине. Ову величину лако можемо израчунати из соларне константе која износи 0,0324 калорија у секунди. Да бисмо одредили укупну количину Сунчеве енергије која у једној секунди прође кроз површину лопте чији је полупречник једнак средњем отстојању Δ Земље од Сунца, треба овај број да помножимо површином лопте, то јест са $4\pi\Delta^2$ (у квадратним сантиметрима). Читаву ову енергију зрачи Сунчева лопта полупречника k . Ако добијени број поделимо површином Сунца $4\pi k^2$, добићемо

$$S = 0,0324 \left(\frac{\Delta}{k} \right)^2 = 0,0324 \cdot 215^2 = 1500 \text{ kal. cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$$

(приближно). У овим јединицама константа σ има вредност $\sigma = 1,374 \cdot 10^{-12}$.

Сменом у обрасцу (1) добијамо

$$T^4 = \frac{1500 \cdot 10^{12}}{1,374}, \quad T = 5750^\circ \text{ (приближно).}$$

Има и других начина да се одреди Сунчева температура. Резултати који су добијени разним методама добро се слажу; они за ефективну температуру Сунца дају вредност од око 5700° (округло 6000° апсолутне температуре).

Права температура Сунчева ни у ком случају не може бити нижа од ефективне, по свој прилици је знатно виша. Исто тако је и температура унутрашњих слојева Сунчевих знатно већа од ефективне, и мора износити више милиона степени.

Напротив, ефективна температура спољних Сунчевих слојева, према подацима које даје спектрална анализа, нижа је од температуре фотосфере и постепено опада од 5000° (обртни слој) до 3000° (корона).¹⁾

Сунчеве пеге, које настају у сразмерно дубоким слојевима Сунца, имају температуру приближно 1000 — 2000 степени нижу од температуре околне фотосфере.

Да бисмо добили претставу о снази Сунчевог зрачења која се ни сачим не може упоредити, прерачунаћемо величину S за квадратни метар, претворити калорије у метар-килограме ($1 \text{ cal.} = 0,425 \text{ метар-килограма}$) и прећи на коњске снаге ($1 \text{ k. s.} = 75 \text{ m kg/sec.}$). Добијамо

$$\frac{1\,500 \cdot 10^4 \cdot 0,425}{75} = 85\,000 \text{ k. s.}$$

На тај начин можемо замислити да на сваком метру Сунчеве површине непрекидно ради машина чији је ефекат $85\,000$ коњских снага. Када би се Сунчева површина покрила леденим омотачем дебљине 12 метара, он би се цео растопио за 1 минут.

Сунце непрекидно зрачи своју енергију на све стране. Од читаве ове огромне количине топлоте свака планета прима само ништаван део; овај је део утолико мањи од читаве израчене топлоте, уколико је површина планетиног котура, како се он види са Сунца, мања од укупне површине небеске сфере. Њу можемо израчунати по обрасцу

$$\alpha = \frac{\pi \rho^2}{4 \pi R^2} = \frac{1}{4} \left(\frac{\rho}{R} \right)^2. \quad (2)$$

Овде је ρ угловни полупречник планете у лучним секундама, а R — полупречник сфере тако исто у секундама (радијант). Он је једнак $57^\circ,3 = 206\,265''$. За Земљу је, на пример, $\rho = 8'',8$. Ако ове вредности ставимо у образац (2), добићемо приближно

$$\alpha = \frac{1}{2,2 \cdot 10^9},$$

то јест на Земљу долази мање од једног двемилјардитог дела. Исто су тако мале и вредности за друге планете. Сва остала енергија одлази између планета у васионски простор и њена нам је даља судбина непозната.

Топлота коју на Земљу доносе Сунчеви зраци претставља скоро једини извор енергије за све појаве на Земљи. Доиста, само плима и

¹⁾ По најновијим подацима температура хромосфере достигала би $20\,000^\circ$, а корона чак милион степени! Прим. прев.

осека, вулканске појаве и пад метеора немају везе са Сунчевом топлотном енергијом. Сва се остала кретања на Земљиној површини врше на рачун енергије Сунчевих зракова. Помоћу принципа одржања енергије може се показати да је ово потпуно тачно не само за метеоролошке и механичке појаве, но и за појаве у биљном и животињском свету. Напосе претстављају све залихе енергије којима савремена техника располаже — само претворену и очувану енергију Сунца.

На све се ове појаве троши уосталом само мали део (око $0,001$) укупне топлотне енергије која пада на Земљу. Све остало иде на загревање Земљине површине. Да тога нема, Земљина температура би брзо пала до температуре међупланетског простора, т. ј. скоро до апсолутне нуле (-273°); међутим такозвана средња температура Земље износи знатно више ($+15^\circ$).

99. Теорија унутрашњег састава Сунца и звезда. — Ову је теорију углавном разрадио Едингтон на основи значајних открића новије физике, напосе светлосног притиска и теорије јонизације. По тој теорији је читаво Сунце гасовито и између фотосфере и атмосфере нема оштре границе. Под дејством узајамног привлачења читаво гасовита маса тежи да се скупи у средишту Сунчевом. Но до овога не долази, — као што знамо Сунце се не скупља. То значи да је сила која горње слојеве вуче ка средишту (тежина) уравнотежена силом еластичности гаса у унутрашњости, која делује у супротном смеру. Ова једнакост тежине и еластичности мора бити остварена у свакој тачки Сунчеве унутрашњости, а обе ће силе бити утолико веће уколико се ближе иде средишту. Но како еластичност гаса зависи од његове температуре, то ће се очевидно и температура Сунчеве унутрашњости повишавати са дубином. Она се може израчунати у свакој тачки. Ми, доиста, не знамо из којих је елемената и у којој размери саграђена унутрашњост Сунчева. Но Едингтон је показао да то и није важно; на високим температурама сви се хемиски елементи налазе у јонизованом стању, што значи да су њихови атоми изгубили добар део својих електрона. Испоставља се да се јонизовани атоми двају разних елемената у извесном погледу мање разликују но ти сами атоми у обичном, неутралном стању.

Температура у Сунчевом средишту мора достигати око $20\,000\,000^\circ$, густина је преко 100 пута већа од густине воде. Но и поред овако велике густине материја у средишту ипак је сачувала главне особине гаса (стишљивост и др.), опет благодарећи јонизацији. Атоми који су изгубили део својих електрона мањи су, па се могу знатно више сабити но на температурама које владају на Земљи. Даље ћемо видети да има звезда чија је густина неупоредиво већа од Сунчеве (десетинама хиљада пута) па се ипак може сматрати да су гасовите.

Поред еластичности гасова, у унутрашњости Сунчевој делује још и сила светлосног притиска. Сваки атом усијаног гаса изашиље етарске таласе који врше притисак на околне атоме; добија се, у крајњој линији, сила која надима звезду. Код нашег Сунца ова сила не игра велику улогу, но код звезда чија је маса велика достиже светлосни притисак огромне вредности, те је гасовита лопта нестабилна: она се може распнути. Можда је ово разлог што се звезде великих маса тако ретко срећу.

Светлосним притиском тумаче се још и појаве у хромосфери, на пример стационарне протуберанце које непомично лебде у празном про-

стору изван граница атмосфере; оне се састоје из водоника и јонизованог калцијума. Ове одржава у простору одбојна сила фотосферских зракова.

Шта је то фотосфера? Код гасовитог Сунца нема оштре границе (као што ни наша атмосфера нема одређене горње границе), његови високи слојеви изванредно су разређени и прозачни, али на извесној дубини наступа потпуна непрозрачност, јер су се густина и дебљина гасовитог слоја повећали. Фотосфера баш и јесте она граница преко које наш поглед не може да продре у дубину Сунца. Разуме се да непрозрачност не наступа одједном, али на Сунцу, са отстојања са кога га видимо, неколико десетина километара претставља не приметну величину, те нам стога ивица Сунчевог котура изгледа оштра.

Занимљиво је да потпуна непрозрачност Сунчеве гасовите материје наступа на дубини где је ова стотинама пута ређа од Земљине атмосфере, те би се на први поглед могло очекивати да би она ту требало да буде довољно прозачна. И ово објашњава теорија јонизације: усијани јонизовани гасови мало су прозачни.

О појавама на Сунчевој површини још немамо теорије сличне Едингтоновој теорији унутрашњег састава Сунца.

100. Извори Сунчеве топлоте. — У току целог историског периода људске историје, дакле у току од неколико хиљада година, количина топлоте коју Сунце шаље Земљи није се осетно изменила. Поред тога, геологија нас учи да је давно пре појаве човека, пре много стотина милиона година, Сунце осветљавало и загревало Земљу скоро исто онако као што то чини данас. Према томе је Сунчева температура у току веома дугог времена била више или мање стална.

Како показује рачун, оно би се, међутим, услед огромног губитка топлоте, сваке године морало хладити за неколико степени. А како то не бива, јасно је да се губитак топлоте зрачењем стално попуњава из неког извора.

Проблем извора Сунчеве топлоте један је од најтежих проблема у науци. Прави пут ка његовом решењу наслућен је тек у овом веку.

а) Сагоревање не може бити тражени извор. Ако би се Сунце састојало, на пример, из угљеника који би сагоревао у кисеонику, оно би цело изгорело за неколико хиљада година. Исто је тако нађено да су недовољне и све друге хемиске реакције које се врше уз ослобађање топлоте.

б) Хелмхолцова теорија сажимања (1853). Како се Сунце на површини хлади, то се оно мора сажимати, но само сажимање производи топлоту, а ова може бити довољна да надокнади губитак. При извесним условима температура гасовите лопте која се скупља може чак и да расте и поред губитка топлоте. Ова се теорија може математички разрадити. Примењена на Сунце дала је ове резултате. Довољно је да се Сунчев пречник годишње смањи за 100 метара, па да топлота развијена при скупљању накнади цео губитак услед зрачења. Ово скупљање изнеће 1" тек за 14 000 година, те се непосредним посматрањем у блиској будућности теорија сажимања не може проверити. Претпоставимо да је у неком почетном тренутку Сунчев пречник био знатно већи од пречника путање најдаље планете, а да се затим смањивао до својих садашњих размера. Количина топлоте ослобођена овим скупљањем може да покрије

губитак топлоте највише у току 25 милиона година. Према томе Сунце је, овако како сада сија, могло светлети само 25 милиона година, а уз извесне вероватне претпоставке о његовом унутрашњем склопу, није могло светлети ни дуже од 12 милиона година.

Међутим геолошке и минералашке методе дају за старост Земљину далеко веће вредности, — од неколико стотина милиона до које милијарде година. Стога теорија сажимања не може да објасни оволико трајање Сунчевог зрачења. Стога се данас сматра да је и она недовољна, као и хипотеза сагоревања.

в) **Радиоактивност.** Све се савремене теорије о изворима Сунчеве топлоте заснивају на претпоставци да је енергија Сунца и звезда интра-атомског порекла. Најстарије од ових теорија покушавале су да Сунчеву топлоту објасне радиоактивним појавама. Ове пак претпостављају један случај распадања сложенијих атома на простије.

Данас се зна да се атом сваког хемиског елемента састоји, прво, из језгра и, друго, из електрона који се налазе ван језгра. Број ових електрона једнак је редном броју елемента у периодном систему Менделјејева. На пример код водоника има један спољни електрон, код хелијума 2 итд.. Језгро сваког атома састоји се из протона (то су језгра водоникових атома) и неутрона (честице чија је маса приближно једнака маси протона, али које су неутралне). Број једних и других у сваком језгру тачно је познат. Тако атом хелијума (најпростији атом после водониковог) садржи два протона и два неутрона у језгру, а два електрона ван њега. Два протона и два неутрона образују такозвану алфа-честицу.

Како су сви атоми начињени из истих саставних делова, то претварање једног елемента у други изгледа потпуно могућно. Први случај таквог претварања претстављају радиоактивни елементи. На пример језгро радијума, који је метал, избацује алфа-честицу (тј. језгро хелијума) и претвара се у језгро гасовите *еманације*. После емисије још неколико алфа-честица и електрона ова се претвара у метал који није радиоактиван — у олово, па је с тим распадање завршено.

Распадање радиоактивних елемената праћено је сталним ослобађањем топлоте, па је зато њихова температура увек за неколико степени виша од температуре околине. Зато се сматрало да би радиоактивни елементи могли бити један од извора Сунчеве топлоте. Али се ускоро показало да познати елементи нису у стању да у току довољно дугог времена ослобађају велике количине топлоте, те је и ова теорија, како се види, недовољна.

г) **Синтеза елемената.** Много су бољи изгледи за хипотезу која се заснива на обратном процесу, на изградњи сложенијих језгара процесима у којима учествују простија језгра.

Упоредивањем атомских маса нађен је такозвани *мањак масе* (*масени дефект*). Најупадљивији је случај образовања хелијумовог језгра (алфа-честице) из четири протона (уз емисију два позитивна електрона). Како је маса водониковог језгра једнака 1,008, то би маса једнака језгру хелијума требало да износи

$$4 \cdot 1,008 = 4,032.$$

Но она уствари износи 4,004. На тај начин, када се из протона изгради 4 грама хелијума, јавља се губитак масе од 0,028 грама. Ова

маса не ишчезава, него се јавља као енергија. Како нас учи савремена физика, на рачун ове масе јавља се одређена, и то необично велика количина енергије, и то је

$$1 \text{ грам еквивалентан } 2,2 \times 10^{13} \text{ калорија.} \quad (1)$$

На тај начин при образовању 1 грама хелијума из протона и неутрона ослобађа се

$$\frac{2,2 \cdot 10^{13} \cdot 0,028}{4} = 1,6 \cdot 10^{11} \text{ калорија.} \quad (2)$$

То је огромна количина енергије, много милиона пута већа од оне која се ослобађа приликом хемиских реакција.

Амерички физичар Бете дао је (1939 године) низ реакција између атомских језгара чији је коначан исход то, што се из четири водоникова језгра изгради језгро хелијума. Ослобођена енергија могла би да одржи зрачење Сунца и звезда у току довољног времена, па се данас сматра да овај низ реакција између језгара (такозвани угљеников или Бетеов циклус) претставља извор енергије Сунца и звезда (бар оних које припадају *главном низу*, види параграф 134).

101. Проблем Земља — Сунце. — Материју на Сунцу изучавамо под условима које, врло вероватно, никада нећемо остварити на Земљи. У томе је огромни значај изучавања Сунца за физику и хемију. Осим тога Сунце је звезда, а звезде су главна тела у васиони. Изучавајући састав Сунца, ми самим тим изучавамо састав звезда. У томе је важност изучавања звезда за астрономију. Поред тога се све више увиђа да је испитивање Сунца од великог практичног значаја. Већ је утврђено да постоји веза између појава на Сунцу и појава у високим слојевима Земљине атмосфере. Веома је вероватно, да се укупна количина енергије коју Сунце зрачи стално мења. Ове промене морају се одражавати на изменама Земљине температуре, и на тај начин утицати на *време*.

Зато је савремена наука у свој ширини поставила проблем Земља — Сунце. То је проблем утицаја Сунчевог на разне појаве на Земљи. У циљу решавања овог проблема организована је на низу опсерваторија, код нас и у иностранству, *служба Сунца*. Она непрекидно бележи све појаве Сунчеве активности, па их затим статистички обрађује, као што то за метеоролошке појаве чини метеоролошка служба. Колико се важности придаје данас посматрању Сунца види се отуда, што се највећа и најбогатија опсерваторија у свету, Опсерваторија Маунт Вилзон у Калифорнији, углавном бави испитивањем Сунца. Она се првобитно и звала Опсерваторија за испитивање Сунца. На њој је Хел и извршио своја најзанимљивија открића.

МЕСЕЦ

102. Привидно кретање Месеца. — Поред дневног кретања заједно с небеском сфером, Месец располаже и сопственим кретањем које је лако запазити. Пратимо ли положаје Месеца у односу на неку сјајну звезду већ и у току једне вечери, наћи ћемо да се Месец за један час помери *ка истоку* приближно за величину свог пречника, дакле за око 1/2 степена. У току дана он пређе приближно 13 степени, тако да данас про-

лази кроз меридијан око 50 минута касније но јуче. У средњу руку за величину тог реда закашњавају дневно и излаз и залаз Месечев на нашим ширинама.

Пун обилазак изврши Месец за 27,32 дана, те ће се по истеку тог времена наћи опет у истом положају у односу на звезде. Тај интервал времена, после кога се Месец опет враћа истој звезди, назива се *сидерички* или *звездани месец*.

Још лакше је пратити Месечево кретање у односу на Сунце. Млад месец (младина) је тренутак када је Месечева лонгитуда једнака Сунчевој. Претпоставимо да је од једног младог месеца протекло $27\frac{1}{3}$ дана (дакле један звездани месец), те се Месец опет вратио у исти положај у односу на звезде. У том тренутку неће, међутим, још бити млад месец. У току од 27 дана Сунце се померило ка истоку за приближно 27 степени, те Месец треба да га стигне. Како се у току једног дана угловно растојање између Сунца и Месеца смањи за $13 - 1 = 12$ степени, биће за то потребно $27 : 12 = 2\frac{1}{4}$ дана (приближно).

Према томе трајање обиласка Месеца око Земље износи $27\frac{1}{3}$ дана, док је размак између два узастопна млада месеца дужи за $2\frac{1}{4}$ дана, те, према томе, приближно износи нешто више од $29\frac{1}{2}$ дана. Тај се период назива *сидерички месец*. Он се може дефинисати као време после кога Месец опет долази у исти положај према Сунцу.

Тачна веза између трајања сидеричког месеца T и синодичког C , дата је оном истом једначином синодичког кретања, која се употребљава у теорији кретања планета (образац (2), параграфа 64):

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{T} - \frac{1}{S}. \quad (1)$$

Овде је S сидерична година. Ако сменимо тачне вредности, добићемо:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{27,322} - \frac{1}{365,256}$$

одакле је $C = 29,531$ дана.

Обрнуто, ако је C познато из посматрања, то из једначине (1) можемо наћи T .

Ако сваког дана одредимо положај Месечева средишта у односу на звезде и уносимо га у карту, моћи ћемо да нацртамо Месечеву путању на небу. Испоставља се да је то велики круг који се не поклапа с еклиптиком, него је према њој нагнут за $5^\circ 8',7$. Дијаметрално супротне тачке пресека Месечеве путање и еклиптике зову се чворови Месечеве путање. Онај од њих, кроз који Месец пролази када иде с јужне полусфере на северну назива се узлазни чвор Ω , супротни је силазни.

Тачнија посматрања показују да се положај Месечеве путање на небу стално мења, јер се њени чворови стално крећу дуж еклиптике ка западу, дакле усусрет Месецу. У току једног Месечевог обиласка ово померање износи око $1\frac{1}{2}$ степен, а за годину дана 20° . Према томе по истеку једног месеца Месец се никад не враћа тачно у исти положај те, строго узев, сваки нов обилазак врши по новој путањи. Узастопни обиласци Месечеви слажу се, да тако кажемо, један на други, секући се под малим углом, као навоји канапа на лепо намотаном клубету. За 18

година и 7 месеци izvrše чворови пун обилазак, те Месечева путања дође опет у првобитни положај.

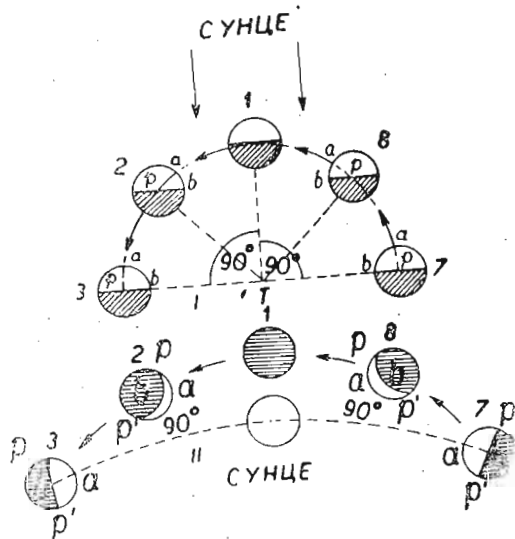
Кретање чворова осетно утиче на услове видљивости Месеца. Када се узлазни чвор поклапа с тачком пролећне равнодневице, налази се Месечева путања изван угла што га заклапају екватор и еклиптика. Нагиб путање сабира се с нагибом еклиптике ($23^{\circ} 27'$), те због тога нагиб путање према екватору може да достигне $28^{\circ} 36'$. Тако је било 1932 године. Када се пак у тачки пролећне равнодневице нађе силазни чвор Месечеве путање, биће Месечева путања између екватора и еклиптике, нагиб Месечеве путање одузима се од нагиба еклиптике, те тада износи свега $23^{\circ} 27' - 5^{\circ} 9' = 18^{\circ} 18'$ (1940 године). У првом случају највеће удаљење Месеца од екватора износи $28^{\circ} 36'$ на север или југ, па ће се деклинација у току месеца кретати између $+28^{\circ} 36'$ и $-28^{\circ} 36'$, то јест у границама $57^{\circ} 12'$. У другом случају разлика износи само $36^{\circ} 36'$, те је, дакле, знатно мања. Друга важна последица кретања чворова јесте промена епоха видљивости помрачења (в. ниже).

Кретање чворова Месечеве путање настаје услед привлачне силе којом Сунце делује на Месец.

103. Месечеве мена. — Смењивање Месечевих мена доказује да је Месец, слично Земљи, тамна непровидна лопта коју Сунце осветљава.

Сунце је толико удаљено, да његове зраке можемо сматрати као паралелне. Стога је тачно половина Месеца осветљена, док се друга налази у тами. Но како је према Земљи обично окренут и део осветљене полулопте, Месец нам обично не изгледа пун него показује менау.

На слици 96,1 приказано је Месечево кретање око Земље у току половине месеца у равни Месечеве путање; на слици 96,11 дато је кретање Месеца по небеској сфери и промене његова изгледа за посматрача са Земље. p и p' су северни и јужни пол Месечеве лопте, a и b тачке на Месечевом екватору. Са Земље се увек види Месечев осветљени део $par'b$.



Сл. 96.

У доба младог месеца, када Месец пролази између Земље и Сунца, нама је окренута његова неосветљена страна, Месец се тада уопште не види. Два дана касније, када се Месец удаљио од Сунца за око 25—30 степени ка истоку, видећемо мали део осветљене полулопте. У то нам доба Месец изгледа као узак срп чија је испупчена страна окренута на

десно (ка Сунцу, положај 2). Притом се може видети и неосветљени Месечев део који је далеко слабијег сјаја. Ова појава, која се зове *пенџава светлост*, долази отуда што Месечеву површину осветљава Земља, јер и она, као и Месец, одбија Сунчеве зраке.

Недељу дана после младог месеца, када је Месец већ извршио $\frac{1}{4}$ обрта, к нама ће бити окренута тачно једна половина осветљене и једна половина неосветљене полулопте. Тада видимо осветљену десну половину Месечеве котура. Ова се фаза назива прва четврт (положај 3). После тога ће ка Земљи бивати окренут све већи део осветљене полулопте, а недељу дана касније, о пуном месецу (уштап), биће читав Месечев котур осветљен. После пуног месеца почиње Месец да опада; сваког дана све се већи део осветљене полулопте скрива нашем погледу и с десне стране котур се све више нагриза; то се неосветљена полулопта опет окреће према Земљи.

Недељу дана после пуног месеца наступа последња четврт; видимо осветљену леву половину Месечевог котура. Најзад, Месец опет добија изглед српа чија је испупчена страна окренута на лево, а ускоро потом ишчезава; опет је млад месец (положаји 7 и 8).

Пре пуног месеца видимо Месец с вечери; на дневном небу можемо га видети дуго пре заласка Сунчевог. Што је Месец старији, утолико се више одмиче од Сунца и касније залази. Пун месец се на небу налази на супротној страни од Сунца (његова се лонгитуда тачно за 180 степени разликује од Сунчеве); зато Месец тада приближно излази у време Сунчева залаза а залази око Сунчевог излаза. Према томе Месец се види целе ноћи.

Када опада, Месец се не види с вечери. Он излази после Сунчевог залаза, а залази када је већ дан. Стога се може видети и ујутру кад Сунце већ увелико сија.

Положај Месечевог српа може се геометриски одредити овако: права која спаја рогове српа увек је управна на правој која иде ка Сунцу, и то су рогови окренути на супротну страну од Сунца. Стога се тачан положај рогова Месечевог српа за било који тренутак може одредити унапред. Приметимо да је линија која дели осветљени од неосветљеног дела, такозвани терминатор, за нас увек половина елипсе.

104. Месечева путања. — Месец обилази око Земље по оним истим законима по којима се планете крећу око Сунца. Месечева путања је елипса у чијој жижи стоји Земља.

Елипса по којој се Месец креће прилично се разликује од круга, — много више но елипса Земљине путање. Средње отстојање Земље од Месеца износи 385 000 километара или 30 Земљиних пречника. Према томе Месец нам је ближи но ма које небеско тело. У перигеју Месец нам је за $\frac{1}{18}$ средњег отстојања ближи, а у апогеју исто толико даљи.

Брзина којом се Месец креће око Земље потчињава се истом закону коме и брзина планета (други Кеплеров закон, параграф 66): што је Месец ближи Земљи, то му је брзина већа. Њена средња вредност је око 1 километар у секунди. То је, за небеска кретања, веома мала брзина. Сетимо се само да се сама Земља, праћена Месецем, по својој путањи креће скоро 30 пута брже.

Месечева путања стално се мења услед Сунчевог привлачења. Тако је елипса, што је Месец описује, некад више а некад мање издужена.

Мења се и дужина месеца: синодички месец, чије је средње трајање 29 дана 12 часова 44 минуте може да буде до 6 часова дужи или краћи. Нарочито су значајне неправилности или такозване неједнакости Месечевог кретања: поред промена брзине по Кеплеровом закону, Месец на разним тачкама путање добија различита убрзања која зависе од Сунчевог привлачења.

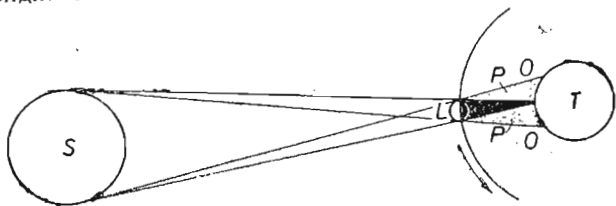
Нарочито је важно померање чворова Месечеве путање ка западу које се врши с периодом од 6793 дана, дакле приближно 18 година и $\frac{2}{3}$. Мења се и правац велике осовине Месечеве путање, и то веома брзо: перигеј се помера ка истоку и обави цео обилазак за 9 година (тачније за 3232 дана). Према томе, Месечево кретање је уствари веома сложено, те је израчунавање овог кретања један од најсложенијих задатака у астрономији.

105. Окултације небеских тела Месецем. — При свом обилажењу око Земље Месец се стално креће испред даљих небеских тела, те их стога заклања. Разумљиво је да најчешће бивају заклоњене звезде; то су окултације звезда Месецем, које претстављају најобичнију појаву. Маколико била звезда сјајна, приликом окултације она тренутно ишчезава иза Месечеве ивице, а исто се тако тренутно у пуном сјају поново јавља иза ње. То значи: 1) да је угловни пречник звезде занемарљиво мали и 2) да Месец нема атмосфере. Посматрање тачних тренутка почетка и завршетка окултације (тренуци имерсије и емерсије) веома је важно за изучавање Месечевог кретања. Раније су окултације посматране и у циљу одређивања дужина тачака на Земљиној површини.

Окултације планета су ређе. Приликом ових окултација планета која има приметан котур постепено се заклања иза Месеца.

Када Сунце буде заклоњено Месецем имамо Сунчево помрачење. **106. Сунчево помрачење.** — Сунчево помрачење збивају се само у доба младог месеца. Када би се раван Месечеве путање поклапала с равни еклиптике, помрачења би се догађала о сваком младом месецу. Но услед нагиба Месечеве путање према еклиптици, Месец се у то време најчешће креће северно или јужно од Сунца, те помрачење не наступа. Помрачење је могуће само када млад месец наступи близу еклиптике, а то значи близу чворова Месечеве путање.

Са разних тачака на Земљиној површини Сунчево се помрачење различито види. Означимо на сл. 97 Сунце са S , Земљу са T , а Месец



Сл. 97.

са L . Очигледно је да ће Сунце бити потпуно заклоњено само за посматрача који се налази у црно обојеном простору између pp' , или, другим речима, у конусу Месечеве сенке. Само се у тој малој области Земљине површине види потпуно Сунчево помрачење.

У областима Op и pO које се налазе у унутрашњости конуса Месечеве полусенке види се делимично Сунчево помрачење (сл. 98). Северни посматрач видеће како Месец заклања јужни део Сунца, а јужни — како заклања северни део Сунчев. Што се посматрач налази ближе средишту сенке, то ће већи бити заклоњени део Сунчев, утолико ће бити већа фаза помрачења. Најзад се ван конуса Месечеве полусенке види читав Сунчев котур, те до помрачења не долази.

Не само да се помрачење различито види са разних тачака Земљине површине, но оно у тим тачкама не наступа у исто време. Доиста, због кретања Месечевог око Земље област, например, потпуног помрачења креће се по Земљи приближно са запада на исток, као сенка неког облака кога тера ветар. У тачкама где она наилази на Земљу (на западу) Сунце излази. Неколико часова касније она напушта Земљину површину на истоку, где је у то доба већ вече, те се ту помрачење Сунца види при Сунчевом залазу.

Стога се свако потпуно Сунчево помрачење може посматрати из појаса дужине неколико хиљада километара, а ширине обично до 200 километара. Са осталих тачака Земљине површине види се делимично помрачење или се уопште и не види никакво помрачење. Израчунавање Сунчевог помрачења је врло сложен проблем, јер за сваку тачку Земљине површине треба уствари обавити посебан рачун.

Поред потпуних и делимичних виде се понекад и прстенаста помрачења. Како се отстојање Сунца и отстојање Месеца мењају у прилично широким границама, може Месечев котур бити и већи и мањи од Сунчевог. Ако је у тренутку потпуног помрачења већи Месечев котур, онда ће посматрач који се налази у близини средишне линије или осовине сенке видети потпуно помрачење. Ако је у то време привидни Месечев пречник мањи од Сунчевог, онда ће и у тренутку поклапања средишта Сунчевог и Месечевог котура, ивица Сунчевог котура остати непокривена. Она ће се као сјајни прстен видети око тамног Месечевог котура. Зато се такво помрачење и назива прстенасто.

Да бисмо са слике 96 видели услове прстенастог помрачења, треба замислити да у том случају врх конуса Месечеве сенке не додирује Земљину површину. У близини осовине сенке види се прстенасто помрачење, а у осталим тачкама Месечеве полусенке — обично делимично.

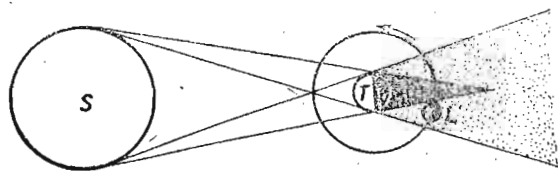
Сунчево помрачење тече овако. Како се Месец креће са запада на исток, помрачење почиње на западној (десној) ивици котура. На њему се на почетку помрачења појављује омањи отсечак који је облика кружног котура истог полупречника. Овај отсечак постепено расте, а Сунце добија изглед све ужег српа. Скоро читаво време, док је ма и омањи део Сунчевог котура непокривен, не примећује се никакво нарочито помрачење, те се може догодити да се помрачење и не запази. Но у тренутку почетка потпуног помрачења, када и последња тачка Сунчевог котура буде заклоњена, пред посматрачем се отвара један од најлепших приказа које човек може видети. Око тамног Месечевог котура појављује се изванредно леп, прилично јак сјај, *Сунчева корона*, која се може посматрати само у доба потпуних Сунчевих помрачења. Небо нагло потамни, брзо



Сл. 98.

наступа сумрак, док се по хоризонту са свих страна види црвенкаст сјај налик на зору, такозвани прстен зоре. Он настаје услед одбијања светлости у оним делovima atmosfere који се налазе изван области потпуног помрачења. Због свега тога услови осветљености тако су необични, да у време помрачења сваки предео изгледа фантастично. Укупно трајање помрачења може премашити два часа, али потпуно помрачење траје само коју минуту (највише 8, обично 2—3), јер је Месечев котур само мало већи од Сунчевог, те брзо пређе испред овога.

107. Месечева помрачења. — Као и свако непровидно тамно тело, Земља, осветљена Сунцем, баца сенку на супротну страну од Сунца. Како је Сунчев пречник далеко већи од Земљиног, то и Земљина, као и Месечева сенка има облик купе која се постепено сужава. Но ова је купа дужа од купе Месечеве сенке онолико пута колико је пута Земљин пречник већи од Месечевог, те је на Месечевом отстојању пречник конуса скоро трипут већи од Месечевог пречника. Када Месец уђе у Земљину сенку, онда он више не прима Сунчеву светлост, те наступа Месечevo помрачење. Посматрач са Месеца видео би у то време потпуно Сунчево помрачење (Земљом) сл. 99.



Сл. 99.

Док се Месец налази у области Земљине полусенке, означене на цртежу тачкицама, посматрач са Месеца види

делимично Сунчево помрачење. Део Сунчевог котура који Земља није заклонила још увек осветљава довољно Месец, тако да се скоро до уласка Месечевог у Земљину сенку слабљење Месечева сјаја и не примећује. Према томе Земљина сенка није од полусенке одвојена оштром границом.

Месечева помрачења догађају се само о пуном месецу; када је Месец у опозицији са Сунцем. Обично, међутим, Месец прође северно или јужно од конуса Земљине сенке. Стога помрачење наступа само када се Месец у време уштапа налази у близини једног од чворова своје путање.

Како се Месец креће са запада на исток, то ће у Земљину сенку прво ући *источна* (лева) ивица Месечева. На њему се појављује отсечак који се постепено повећава. Месец добија изглед срца, али се овај много разликује од срца при Месечевим менама. При Месечевим помрачењима терминатор, то јест граница осветљеног и неосветљеног Месечевог дела, претставља кружни лук чији је полупречник око два пута већи од Месечевог. То је руб Земљине сенке. Међутим при Месечевим менама терминатор има облик полуелипсе, која при првој и последњој четврти прелази у праву.

Када Месец најзад уђе у Земљину сенку, наступа *потпуно* помрачење. Прође ли Месец близу руба сенке, биће помрачење *делимично*. Како је пречник Земљине сенке далеко већи од пречника Месечевог котура, то Месечevo потпуно помрачење може, насупрот Сунчевом, да траје доста дуго, скоро до два часа.

За време потпуног помрачења Месец не ишчезава потпуно, него само светли знатно слабијим сјајем, а боја му је нарочита, бакарно-црвена. Овакво осветљење настаје услед преламања Сунчевих зракова у Земљиној атмосфери, због кога зраци улазе у конус (геометриске) сенке и падају на Месец. Посматрач који би се налазио на Месецу видео би у тренутку потпуног Месечевог помрачења како је Земља заклонила Сунце, дакле видео би Сунчево помрачење. Око великог тамног Земљиног котура угледао би прстенасту, осветљену Земљину атмосферу црвене боје због преламања и упијања Сунчевих зракова.

Како у време помрачења Месец стварно није осветљен, то ће он изгледати таман за сваког посматрача који може да га види. Стога се Месечevo помрачење на исти начин види са свих тачака Земљине полуполте која је окренута Месецу, те за све те тачке почиње (и завршава се) у истом тренутку. Овај ће тренутак по месном времену сваке тачке на Земљи бити различит, према дужини места. На тај начин, посматрањем помрачења могу се на веома прост начин одређивати разлике дужина. Ова метода међутим има малу тачност и то из више разлога. Један од њих је то што, како је горе речено, Земљина сенка нема оштре границе. Стога се тренутак Месечева уласка у сенку не може одредити с тачношћу већом од једне минуте.

108. Услови наступања помрачења. — Да би помрачење наступило потребно је да младина или уштап буду у близини једног од чворова Месечеве путање. Како су чворови удаљени један од другог 180 степени по еклиптици, Сунце сваких шест месеци пролази кроз један од чворова. Стога постоје у години два периода када су помрачења могућа. Сваки од њих траје око месец дана. Наиме, Сунчево помрачење може да наступи и када младина буде на 18 степени од чвора, а на удаљењу од 15 степени оно мора наступити. Да би наступило Месечevo помрачење потребно је мање отстојање — око 11 степени. Како се Сунце за један дан помери приближно за 1 степен, то период када су Сунчева помрачења могућа траје 36 дана (18 дана пре чвора и 18 дана после њега), док за Месечева помрачења ова вредност износи само 22 дана.

Период Сунчевих помрачења дужи је од синодичког месеца. Стога у том размаку мора бити бар једна младина, а према томе и једно Сунчево помрачење. На тај начин сваке године морају се збити у размаку од пола године бар *два Сунчева помрачења*. Месечевих помрачења може извесних година и не бити, јер је период ових помрачења краћи од месец дана, па у њему и не мора бити уштапа.

Услед ретроградног кретања чворова, наступају сваке године периоде помрачења за двадесет дана раније. Ако, дакле, две периоде падну у јануар и јул, почетак треће биће децембра исте године. Но како у свакој периоди могу бити највише три помрачења (два Сунчева и једно Месечevo између њих), то у току године може бити највише седам помрачења. Од њих 6 падају у потпуне две периоде, а једно, и то Сунчево, у трећу која само делимично пада у дату годину. Може бити и ово: на почетку и крају године по 2 помрачења, једно Месечevo и једно Сунчево, која припадају непотпуним периодама, а у јуну-јулу потпуна периода од три помрачења. У првом случају у току године биће 5 Сунчевих и 2 Месечева помрачења, а у другом 4 Сунчева и два Месечева помрачења.

У току једне године може бити најмање два помрачења, и то оба Сунчева. Обично буду два Сунчева и два Месечева.

Предвиђање помрачења олакшано је чињеницом да се свако помрачење понавља после 18 година 11 дана (или 18 година и 10 дана, ако је у том размаку било 5 преступних година). Ово долази отуда што се по истеку овог временског размака Сунце, Месец и чворови Месечеве путање нађу у приближно истом међусобном положају. Како се чворови Месечеве путање крећу у сусрет Месецу, то ће се Месец вратити у чвор пре но што обави пун обилазак у односу на звезде, дакле не за 27,32 дана (*сидерички* месец) већ за 27,21 дана (*драконички* месец). Из истог се разлога Сунце враћа у чвор после времена које је краће од године дана, и то после 346,62 дана (*драконичка* година). Може се показати да су 242 драконичка месеца скоро тачно једнака 19 драконичких година. Према томе, ако је у неком тренутку младина, тј. конјункција Месеца са Сунцем, наступила у чвору, онда ће се после 18 година и 11 дана Месец и Сунце опет срести у непосредној близини чвора. За то ће време протећи 223 синодичка месеца. Наиме:

- I 223 синодичка месеца = 6585,32 дана = 18 год. 11 дана 7 ч. 32 м.
- II 242 дракон. месеца = 6585,36 дана.
- III 19 сунч. дракон. год. = 6585,78 дана.

Ако су се почетна младина и помрачење збили тачно у чвору, онда се младина која им одговара неће догодити у чвору, него $1/2$ степена на запад од њега, дакле пре Сунчева уласка у чвор, јер је прва периода скоро пола дана краћа од треће. Зато ће се ново помрачење по величини нешто разликовати од првог. Осим тога се оно неће догодити у исто време, него у средњу руку 7 часова и 42 минуте касније но прво. Отуда оно може бити невидљиво у местима где је прво помрачење посматрано.

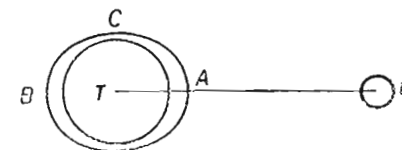
Периоду од 18 година и 11 дана познавали су још стари Вавилоњани и називали је *саросом*. У току сваког сароса догоди се 70 помрачења, од којих 41 Сунчево и 29 Месечевих. Према томе су, за Земљу као целину, Сунчева помрачења чешћа од Месечевих, али су за дату тачку Земљине површине Месечева помрачења далеко чешћа. То долази отуда што се свако Месечево помрачење види са целе једне Земљине полулопте, док се Сунчева виде само са једног сразмерно уског појаса. Нарочито су ретка *потпуна* Сунчева помрачења. Иако се у току сваке осамнаестогодишње периоде догоди до 10 потпуних помрачења, са дате тачке види се просечно једно помрачење у току од 200—300 година.

Најближе помрачење видљиво у границама СССР догодило се 9 јула 1945 године. Као потпуно видело се дуж линије која иде нешто источније од Лењинграда, кроз Рибинск, Јарослављ, јужно од Горког и Кујбишева, до Киргиске ССР.

109. Плима и осека. — Под дејством Месечевог привлачења настају у Земљиним течним омогачу појаве које се називају плима и осека. Ове појаве састоје се у томе што се ниво Земљиних океана стално мења. У току од приближно 6 часова он стално расте, вода се на обали издиже: то је плима. Затим наступа осека: у току даљих шест часова вода се повлачи док не достигне најнижи ниво. Потом почиње нова плима. Према томе у току дана има две плиме и две осеке, при чему се ове

појаве из дана у дан понављају са закашњењем од 50 минута. Но за исти временски размак закашњава дневно и Месечева кулминација. Отуда се види да мора постојати нека веза између ових појава и Месеца.

Да бисмо ово објаснили претпоставимо да је читаву Земљу покривена океаном, Нека је *T*-земљино средиште, *L*-Месец (сл. 100). Очевидно је да ће се тачка *A*, која је Месецу најближа, померити к њему више но тачка *T*, а ова опет више од тачке *B*. Према томе ће при општем крећењу ка Месецу водени делићи у близини тачке *A* поћи напред, те ће се на тој страни вода подићи, — ту ће дакле бити плима. Но у истом тренутку ће на супротној страни исто тако бити плима, јер тачка *B* заостаје за средиштем скоро тачно онолико колико му тачка *A* предњачи.



Сл. 100.

Може се доказати да ће под привлачним дејством водени омогач узети облик елипсоида, који је издужен у правцу Месеца. У близини тачака *A* и *B* биће плима, вода ће се највише издићи, а на граници десне и леве полулопте, (на пример у тачкама *C* и *D*) биће осека. Услед Земљиног обртања испуњења услед плиме образоваће се у сваком наредном тренутку већ на другом месту Земљине површине. Према томе, у току једног дневног обрта Месечевог (24 часа и 50 минута) она ће обићи читаву Земљину лопту. У току тог временског размака на свакој тачки Земљине површине наступиће две плиме и две осеке.

Висина воде биће највећа када кроз дадо место пролази гребен плимског таласа. При пролазу таласне доље наступа најнижи ниво.

Плиму изазива и Сунце (а не само Месец), али су Сунчеве плиме због већег отстојања 2,5 пута мање од Месечевих. Да бисмо то доказали извешћемо образац за плимску силу, односно убрзање.

Убрзање услед привлачења масе *m* на отстојању *r* биће обрнуто сразмерно квадрату отстојања:

$$g = k \frac{m}{r^2}.$$

Но плимско убрзање је разлика дејстава на две тачке које се налазе на растојањима *r* и *r* + Δr . Према томе за мало Δr оно је сразмерно диференцијалу од *g*, то јест величини

$$\frac{2m}{r^3}$$

Према томе је плимска сила обрнуто сразмерна трећем степену отстојања.

Применимо овај образац на Сунце и Месец. Означимо масе Сунца и Месеца са *M* и *m*, а отстојања од Земље са *R* и *r*, па ћемо добити за плимске силе ових небеских тела ове изразе:

плимска сила Сунца M/R^3 , плимска сила Месечева m/r^3 (стални множитељ изостављамо).

Сменимо вредности:

$M = 333\,000$ Земљиних маса, $m = 1/80$ Земљиних маса, $R = 390$ ч.

Односи друге силе према првој биће приближно:

$$\frac{mR^3}{Mr^3} = \frac{1 \cdot 390^3}{(80 \cdot 333\,000) \cdot 1} = 2,2.$$

Сама Сунчева плима не може се запазити, она само утиче на величину Месечевих плима. У доба младине и уштапа (такозваних *сизигија*) Сунчеве и Месечеве плиме наступају једновремено. Дејства Сунца и Месеца се сабирају, те је плима највећа. Напротив, када је Месец у првој или последњој четврти, дакле у квадратурама, Сунчева осега биће у време Месечеве плиме. Од Месечевог дејства одбија се Сунчево, те ће плима бити најмања.

Уствари су плимске појаве веома сложене. Из теорије излази да највећа плима треба да буде у тачкама у којима се у датом тренутку Месец налази у горњој или доњој кулминацији. То, међутим, скоро никад не бива: тренутак када је вода највиша наступа увек неколико часова после пролаза Месеца кроз меридијан а зове се *прави час плиме*. Ово закашњење достиже понекад и 12 часова. Оно се објашњава трењем водених честица и разним месним условима, као што су облик морског дна и обале, те је његова вредност за разна места веома различита.

Из истих је разлога и висина плиме у разним местима различита. У континенталним морима, на пример у Црном и Балтичком, плима је веома мала. На обалама океана она је веома велика. Нарочито је висока плима у уским заливима. Највећа плима забележена је у једном заливу у Канади где достиже 16 метара.

Висина плиме мења се и у зависности од дефлекција и отстојања Сунца и Месеца. Према томе су плимске појаве необично сложене. Но и поред тога је изучавање ових појава достигло висок ступањ савршенства. Математичка теорија плиме и резултати систематског посматрања промена морског нивоа у пристаништима, омогућују да се с великом тачношћу предвиде величина плиме и тренутак када ће она наступити и то за неколико година унапред.

110. Месечева размере; његово обртање око осовине. — Зато што се налази сразмерно близу Земље, Месец нам изгледа исте величине као Сунце. Уствари је он далеко мањи, не само од Сунца но и од Земље. Пречник Месечев износи скоро 3500 километара, дакле 0,27 Земљиног пречника; површина му је 1/13, а запремина 1/49 Земљине.

Месечева маса приближно је једнака 1/82 Земљине масе. Поделимо ли овај број запремином, добићемо *Месечеву густину* у јединицама Земљине. Она износи 0,6. У односу на воду она је 3,3 (Земљина 5,5).

Сила теже на Месечевој површини може се израчунати помоћу закона гравитације. Добија се да је она само 1/6 силе теже на Земљиној површини. Према томе тежина мањег предмета биће на Месецу 6 пута мања но на Земљи (ако мерење вршимо опругом).

Нама се чини као да се Месец уопште не обрће око своје осовине, јер се на његовом котуру стално виде, и то увек на истим местима, исте мрље. Према томе је Месец стално окренут Земљи истом страном; можемо да видимо *само једну његову полулопту*.

Уствари то значи да се Месец обрће и око своје осовине, но за оно исто време за које обиђе око Земље. На Месецу је дан тачно једнак месецу.

Замислимо (сл. 101) да је Месец, описавши четвртину своје путање, дошао из L_1 у L_2 . Ако се он притом и око своје осовине обрнуо за четврт обрта, онда ће тачка a његове површине, која се првобитно налазила у средини Месечевог котура, исто тако описати лук од 90 степени, те ће стога бити опет окренута Земљи. Тако ће се то наставити. Тачка a остаје све време у средишту котура како се он види са Земље.

Напротив, ако се Месец не би обртао, ако би, на пример, тачка a остајала увек у положају у коме се првобитно налазила, онда бисмо ми са Земље видели редом обе полулопте Месечеве, те би нам изгледало да се Месец у току месец дана једном обрне око своје осовине.

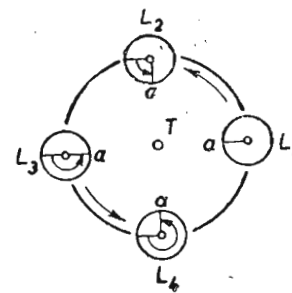
Обртна осовина Месечеве лопте није управна на равни Месечеве путање. Раван Месечевог екватора и раван његове путање граде угао од $6^\circ 38'$.

Разуме се да није случајно што су код Месеца трајање обрта и трајање обиласка око Земље међу собом једнаки. Ово је настало услед Земљиног привлачења још у оно време када је Месец био у житком стању. У то се време Месец брзо обртао око своје осовине. Земљино привлачење изазивало је на њему плимске појаве, које су биле далеко веће но што су на Земљи, јер је Земљина маса далеко већа од Месечеве. Притом се плимски гребени нису налазили у правцу ка Земљи: услед унутрашњег трења истопљене масе гребени се не могу тренутно образovati. Стога се, на пример, гребен обрнут Земљи издигао тек када је Месечево обртање односно тачку померило унапред. Слична појава збива се и на Земљи. Због ње настаје прави час плиме (параграф 109).

Али Земља је ближи гребен привлачила јаче но удаљенији. Стога се, као и код прецесије, јавила сила која је тежила да велику осовину плимског елипсоида обрне ка Земљи. Ова сила деловала је, дакле, насупротив Месечевог обртања, и баш је та сила — плимско трење — својим деловањем у току огромног времена постепено успоравала Месечево обртање, док један од плимских гребенова (који су се у међувремену стврдули) није заувек остао обрнут ка Земљи. Отуда излази да Месец мора бити нешто издужен у правцу Земље; но ово је издужење необично мало, не прелази 3 километра, те је мање од 0,001 Месечевог пречника.

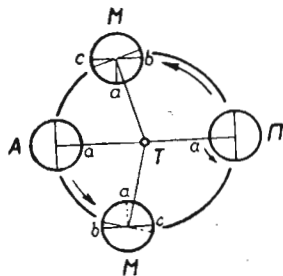
111. Месечева либрација. — Повремено. можемо да видимо и мали део оне Месечеве полулопте која је окренута на супротну страну. То је могуће захваљујући *либрацији*, како би се рекло, клађењу Месечевом.

а) *Либрација у лонгитуди* настаје стога што се Месец око своје осовине обрће потпуно равномерно, а по путањи не креће сталном брзином. По другом Кеплеровом закону (параграф 66) кретање је у перигеју брже но у апогеју. Стога ће у току од четврт месеца по проласку кроз перигеј Месец прећи пут *ПМ* (сл. 102) који је већи од четвртине читаве путање. Међутим ће се он око своје осовине обрнути тачно за 90 степени. Према томе ће посматрачу са Земље, који се не налази у средишту путање, изгледати да се тачка a , која се у перигеју налазила у средишту котура,



Сл. 101.

сада померила на лево, ка истоку. На исти начин помериће се и тачка која је била на западној ивици котура. Дакле, моћи ћемо да завиримо иза западног руба котуровог.



Сл. 102.

Земљи нагнут наизменце јужни и северни крај осовине, као што је услед нагиба Земљине осовине Сунцу окренута некад јужна а некад северна Земљина полулопта. Ово нам допушта да видимо део Месечеве површине иза северног односно иза јужног пола. Периода ове либрације једнака је драконичком месецу, оном временском размаку који протекне између два Месечева пролаза кроз истоимени чвор. Постоје и друге либрације, али су оне од мањег значаја. Због њиховог заједничког деловања можемо да посматрамо 0,59 Месечеве површине, дакле скоро њене $\frac{2}{3}$, а не само једну половину.

112. Физички услови на Месечевој површини. — Досада на Месецу нису запажени никакви знаци атмосфере. Ако она и постоји, њена густина мора бити бар 2000 пута мања од густине Земљине атмосфере. За земаљска бића се таква атмосфера не разликује од безваздушног простора.

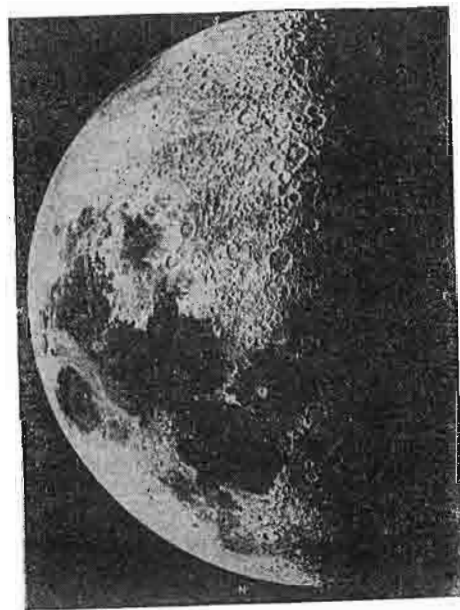
Можемо навести много доказа да Месечева атмосфера може бити само изванредно разређена.

а) *Осуство растурене светлости на Месецу.* На Земљи, захваљујући постојању атмосфере, дан и ноћ не наступају одједном. Када бисмо могли да посматрамо Земљу из васионског простора, видели бисмо да њен осветљени део није оштром границом одељен од неосветљеног. Између

У апогеју А, Месечев изглед биће исти као у перигеју, а после даљих четврт обрта све тачке Месечеве површине биће померене ка западу, те ћемо видети део Месечеве површине иза *источног* руба котуровог.

Највећа вредност ове либрације јесте $7^\circ 45'$. Њена је периода једнака аномалитичком месецу. Овај је временски размак између два узастопна пролаза Месечева кроз перигеј.

б) *Либрација у лонгитуди.* Месечева осовина није управна на његовој путањи. Она с нормалом на ту путању заклапа угао од око $6\frac{1}{2}^\circ$. Према томе ће у току месеца бити ка



Снимак XII. Снимак Месеца у првој четврти.

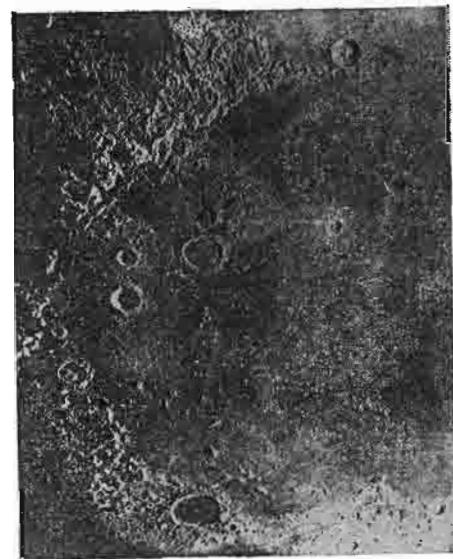
њих постоји постепени прелаз, дојас *сумрака* (параграф 47). Даље се на Земљи виде и они предмети који нису обасјани директним Сунчевим зрацима, него се налазе у сенци. Ти су предмети осветљени зрацима које растурају облаци и растуреном светлошћу плавог неба. На Месецу се не може видети ништа слично томе. Тамо је граница између осветљеног и неосветљеног дела изванредно оштра, сумрака нема. Сенке Месечевих брда потпуно су црне, нема дакле растурене светлости (снимци XII и XIII).

б) *Појаве окултација звезда.* Када Месец заклони неку звезду, онда она увек тренутно нестаје иза Месечевог котура, постепеног слабљења њене светлости нема. Међутим, када би на звезду прво наилазила Месечева атмосфера, онда би се боја звезде променила, променио би се њен положај због рефракције у Месечевој атмосфери, а звезда би се постепено гасила.

в) *Месечев спектар* потпуно је истоветан са Сунчевим, па, према томе, претставља његов веран одраз. Да је приликом одбијања на Месечевој површини Сунчева светлост прошла кроз Месечеву атмосферу, то би се видело по апсорпционим линијама, које би се тада јавиле у спектру одбијене Сунчеве светлости. Али ништа слично није запажено.

Што се тиче узрока због кога на Месецу нема атмосфере, о њему савремена наука даје овај одговор.

Како су, по свој прилици, и Земља и Месец постали из исте масе космичке материје, требало би да је Месец сличан Земљи, те је стога и он могао имати атмосферу. На основи *кINETИЧКЕ ТЕОРИЈЕ* гасова може се објаснити зашто је она nestала. По овој се теорији гас састоји из молекула који се стално крећу у свим правцима. Средњи квадрат брзине молекула зависи од њихове масе и температуре гаса. Он је највећи за лаке молекуле водоника (око 2 километра у секунди на 0°C), знатно мањи за кисеоник и водену пару. С друге стране за свако небеско тело постоји такозвана параболичка брзина (параграф 75), која зависи од његове масе. То је она гранична брзина при којој уочено тело још може да својим привлачењем задржи честицу која се креће у његовој близини. На Земљиној површини ова брзина износи 11,2 километара у секунди. Делићи који се крећу брже одлећу у васионски простор. Како је средњи квадрат брзине водоникових молекула знатно већи но код других гасова, то ће многи од њих имати оволике брзине. Стога водоник



Снимак XIII. Део Мора Киша. С горње стране планински ланац Апенина.

у Земљиној атмосфери сразмерно лако „испарава“ у васионски простор, док азот, кисеоник и водена пара, који су тежи, остају у њој. На Месецу пак, где је критична брзина на површини само 2,4 километра у секунди, ови гасови веома лако могу да „испаре“ у простор, јер слабо Месечево привлачење није у стању да задржи њихове молекуле.

Према томе, ако је Месец некада и био окружен атмосфером, онда су се њени молекули постепено растурили по васионском простору. Ово нас доводи до општег закључка који је и посматрањима потврђен: небеска тела мале масе, на пример сателити планета, не могу имати приметну атмосферу¹⁾.

Ни вода не може постојати на Месечевој површини, јер би у оскуству атмосфере она брзо испарила, образујући атмосферу начињену из водене паре, а ова би се, са своје стране растурила у простору. Доиста, данас на Месечевој површини нема водених басена, на пример мора и језера. Тамо нема ни водене паре: никада на Месецу нису запажени облаци или магла.

Из извесних физичких посматрања могла се извести Месечева температура. Нађено је да се у току Месечевог дана, који траје 15 наших дана, температура тамо подигне изнад тачке кључања воде (110°). Ноћу температура, због оскуства атмосфере, врло брзо пада на 170° испод нуле.

Очевидно је да је због недостатка ваздуха и воде на Месецу немогућ живот за бића слична земаљским.

113. Изглед Месечеве површине. — Како се Месец налази веома близу нас, његову површину познајемо далеко боље но површину других небеских тела. За многе крајеве на Земљи не располажемо још картама толико подробним и тачним као што су карте видљиве полудопте Месеца које већ одавно постоје.

а) *Мора*. Галилеј је велике тамне мрље, које се и голим оком виде, назвао морима. Уствра су то простране равне површине, чији је ниво нешто нижи од средњег нивоа остале Месечеве површине. Мање се тамне мрље зову језера и заливи. Мора носе необична имена која су им дата због тобожњег Месечевог утицаја на временске прилике и на човека, на пример: Море Киша, Море Ведрине, Језеро Смрти и томе слично.

б) *Кратери или циркови*. Сва остала површина, која је светлија, веома је брдовита и далеко више неравна но површина Земљиних континената. Поред тога се Месечева брда знатно разликују од земаљских. Главни планински облици Месечеве површине нису као на Земљи, планински ланци, већ неправилно и густо расути *кратери* или кружни брегови. Они у неколико личе на кратере Земљиних вулкана, али се од њих разликују огромним размерама и равним дном. Пречник највећих Земаљских кратера износи обично неколико километара, ретко више од 10, док на Месецу има много кратера чији пречник достиже 100—200 километара. У унутрашњости највећих кратера могла би се сместити цела држава велика као Белгија.

Месечеви су кратери обично кружног облика. Они су окружени високим брдским венцем који се благо спушта са спољне стране, док му

¹⁾ Приметимо, међутим, да је пре неколико година утврђено, помоћу спектралних испитивања, да је Сатурнов сателит Титан окружен атмосфером. Овај сателит је далеко већи од Месеца. — Прим. прев.

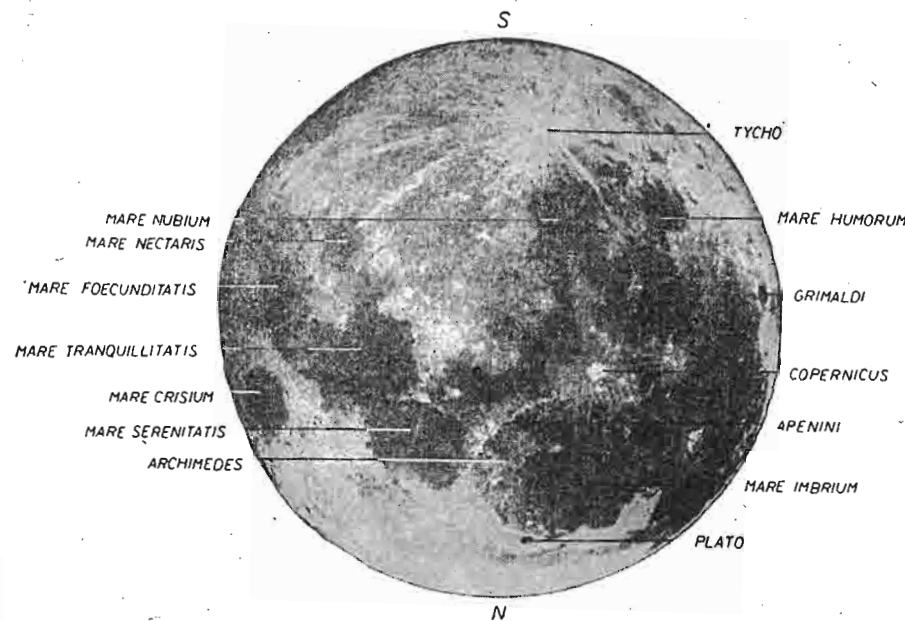
је са унутрашње падина стрма. У средишту кратера често се налази једно или више средишних брда. Она су увек нешто нижа од кружног венца.

На сл. 103 схематски је приказан пресек земаљског кратера (I), нормалног Месечевог кратера (II) и кратера са брегом у средишту (III). Кратери носе имена астронома и филозофа. Тако најлепши кратери носе имена Коперника и Тихо Брахеа. Кратера има много. На Месечевој карти унето је више од 30 000 кратера. Већина кратера сразмерно је малог пречника — од једног до неколико километара (на Земљи бисмо такве кратере сматрали за веома велике).

в) *Планински ланци*, који веома личе на планинске ланце на Земљи, срећу се на Месецу далеко ређе но кратери. Поједини њихови врхови високи су колико највише планине на Земљи, — око 8 километара. Планински ланци добили су имена земаљских ланаца, тако ћемо на картама Месеца наћи Кавказ и Алпе, а најзначајнији ланац носи име Апенина (снимак XIII).



Сл. 103.



Снимак XIV. Снимак пуног месеца.

г) *Риле (или пукотине)* су уске тамне кривудава линије, чија је ширина неколико километара, па и мање од једног километра. То су, очигледно, пукотине у Месечевој кори, које се протежу стотинама километара.

д) *Светли зраци* јесу најзагонетнија појава на Месечевој површини. Они нису ни удубљења ни узвишења, већ просто светле широке траке

које се од појединих кратера разилазе на све стране. Они прелазе преко планина, долина и кратера, не мењајући ширину и правац. Најупадљивији систем зракова полази од дивног кратера Тихо. Неки од његових зракова протежу се на више од хиљаду километара. Кратер Тихо са својим системом зракова може се лако видети на пуном месецу помоћу догледа (у близини јужне, доње ивице котура, снимак XIV).

Предлагане су разне хипотезе да би се објаснио облик Месечевих кратера. Неки научници сматрају да су то збиља кратери *угашених вулкана* сличних Земљиним вулканима. Претпостављало се, исто тако, да су то остаци испупчења Месечеве коре која су се срушила, — нешто налик на остатке спласнутих мехурова огромних размера. Оваква испупчења могла су бити изазвана гасовима чим се усијано житко Месечево тело заоденуло танком кором. Пошто би се мехур провалио, на рубу је остајао планински венац. Мора би могла бити простране низије и провалије, које су настале приликом даљег скупљања унутрашег језгра услед хлађења. Провалије које су се образовале испуниле су се лавом. Заслужује пажњу хипотеза о *метеорском* пореклу кратера, по којој су они настали услед пада циновских метеора (као левци од артилериских зрна). Ова се хипотеза заснива на томе што Месец није заштићен атмосфером као, на пример, Земља, те стога метеори на његову површину падају далеко већом брзином, те морају изазивати огромна разарања.

ГЛАВА ТРИНАЕСТА

ПЛАНЕТЕ, КОМЕТЕ И МЕТЕОРИ

ПЛАНЕТЕ

114. Преглед Планетског система. — Данас нам је познато *девет великих планета* и више од 1600 малих, које се још зову *астероиди* (*планетоиди*). Сва ова тела обилазе око Сунца у истом смеру (са запада на исток); равни њихових путања блиске су међу собом; њихове путање су елипсе, које се најчешће мало разликују од кругова.

По отстојању од Сунца можемо планете поделити на неколико група, при чему су чланови појединих група међу собом у многоме слични.

У прву групу спадају четири планете *ближе* Сунцу: Меркур, Венера, Земља и Марс. Све су ове планете сразмерно *мале*. Како оне уопште личе на Земљу, називају се некада планете Земљина типа. У другу групу спадају четири *даље* планете — Јупитер, Сатурн, Уран и Нептун. Оне су далеко и од Сунца и од других планета. Веома су велике, те се стога ова група назива још и групом *великих* планета. Између Марса и Јупитера, дакле баш на граници између ових група, налази се област малих планета или астероида (планетоида). Познајемо их више од 1600. Усамљена стоји најдаља планета Плутон, пронађена 1930 године, која у себи сједињује неке карактеристичне црте свих претходних група.

Отстојања, величине и масе планета необично су различите: Меркур је Сунцу $2\frac{1}{2}$ пута ближи но Земља, Плутон је 40 пута даљи но она. Меркурова маса 16 пута је мања од Земљине, а Јупитерова је преко 300 пута већа од Земљине масе.

Укупна маса свих планета тек је $\frac{1}{750}$ део Сунчеве. То је један од главних разлога стабилности Сунчевог система: главна сила која управља кретањем планета јесте Сунчева привлачна сила. Упоредбена с њом, играју међусобна привлачења појединих планета далеко мању улогу.

У физичком су погледу све планете међусобно сличне по томе што не светле сопственом светлошћу, већ се виде само зато што их Сунце обасјава.

Зато нам у дурбину не изгледају увек као правилни кружни котури, већ могу да показују *мену*. Код доњих планета се мене ређају као код Месеца. Код *горњих* се оне виде само код Марса.

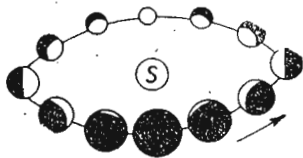
Поред планета припадају нашем систему још и: 1) планетски сателити, 2) комете, 3) метеори. Кретање свих ових тела покорав се, као и кретање планета, закону гравитације.

Да би се отстојања планета од Сунца могла запамтити предложено је Бодово (или Тицијусово) правило, које нас наводи на помисао да се отстојања планета покорављају неком закону. Диста, средње удаљење планета од Сунца добијемо ако сваком члану низа 0, 3, 6, 12, 24, 48, ... додамо 4. Дајемо ниже низ који се тако добија, а упоредо с њим стварна отстојања планета, при чему је за Земљино отстојање усвојена вредност 10.

Планета	Отстојање по Бодовом правилу	Стварно отстојање
Меркур	$0+4 = 4$	3,9
Венера	$3+4 = 7$	7,2
Земља	$6+4 = 10$	10,0
Марс	$12+4 = 16$	15,2
*Планетоиди	$24+4 = 28$	15—53
Јупитер	$48+4 = 52$	52,0
Сатурн	$96+4 = 100$	95,5
*Уран	$192+4 = 196$	192,5
*Нептун	—	301,1
*Плутон	$384+4 = 388$	396

Када је ово правило постављено (1766 године) није се још знало за планете обележене звездом (*). Откриће Урана као и планетоида у простору између Марса и Јупитера као да је доказало правилност Бодовог правила, али му се Нептун не покоравља, а Плутон би се покорављао да нема Нептуна. До данас је још отворено питање да ли то правило стварно претставља закон.

115. **Меркур.** — Меркур је од великих планета најближи Сунцу, а по величини најмањи. Његов је пречник 0,4 Земљиног, а маса скоро 20 пута мања од њене. Сидерички обилазак око Сунца траје свега 88 дана.



Сл. 104

Како његова највећа елонгација од Сунца никада не премаша 28 степена, то је планета скоро увек скривена у зрацима сумрака, те се на нашим ширинама ретко може видети. Зато и о њеној природи не знамо много.

За голо око Меркур је звезда прве величине, понекад и сјајнија; у максимуму сјаја скоро је једнак Сиријусу, најсјајнијој звезди на небу. У близини горње кулминације, када је далеко иза Сунца, изгледа као скоро пун кружни котурић. У време највеће елонгације личи на Месец у првој или последњој четврти, а близу доње конјункције (када је између Сунца и Земље), изгледа као сразмерно велики али веома узан срп. На слици 104 приказане су Меркурове мене.

Посматрања Меркура веома су тешка. По својој природи он више личи на Месец но на Земљу. Свакако је лишен атмосфере. Италијански астроном Скијапарели нашао је 1881 године да је трајање обртања Меркуровог око осовине једнако обиласку око Сунца, да дакле износи

88 дана. Зато је једна страна планете увек окренута Сунцу, као што је то случај с нашим Месецем. Услед тога је једна Меркурова полулопта необично загрејана Сунчевим зрацима — до температуре од 200—400 степени (као што то показују мерења) и на њој је вечно дан, док на другој владају тамна ноћ, мрак и хладноћа.

116. **Венера.** — Сјајна *Вечерњача* и *Зорњача* најсјајније је небеско тело после Сунца и Месеца. У време највећег сјаја она је 10 пута сјајнија од Сиријуса. Сјај јој је толики, да предмети што их она обасјава бацају приметне сенке. Често се може видети голим оком и дању при пуном Сунчевом сјају. Ако њен сјај хоћемо да изразимо привидним величинама, ваља употребити негативне бројеве: у највећем сјају Венера је звезда минус четврте привидне величине, у минимуму минус треће.

По величини је Венера скоро једнака Земљи: њен је пречник од Земљиног мањи само за 3%, а маса јој је $\frac{1}{4}$ Земљине. Око Сунца обиђе за 225 дана.

Дурбином се виде Венерине мене, које се ређају као код Меркура, само се Венерин привидни пречник мења у далеко ширим границама, јер нам је ова планета у доњој конјункцији шест пута ближа но у горњој. У доњој конјункцији Венера прилази Земљи на 40 милиона километара, дакле ближе ма од ког небеског тела сем Месеца и неких планетоида који се не виде голим оком. Но у то доба она је Земљи окренута неосветљеном страном, као Месец у доба младине, те се њена површина тада не може посматрати.

На блештавој белој површини планетиној не виде се никакве одређене мрље помоћу којих би се могло утврдити обртање планете око њене осовине, те је трајање овог до данас непознато. Има разлога да се верује да се Венера споро обрће, да обави један обрт за око месец дана. Мислило се чак да је она увек окренута Сунцу истом страном, али је ово схватање сада напуштено.

Узрок који нам смета да упознамо површину Венере јесте њена атмосфера, коју је Ломоносов открио приликом једног пролаза Венере испред Сунца. Постојање атмосфере најбоље се може увидети на основи изгледа Венериног у близини доње конјункције, када се Сунце налази иза планете. У то се време често може видети да се Венерин срп не протеже у дужини од 180° , као код младог месеца, већ се скоро затвара до пуног круга. Ова се појава може објаснити само преламањем светлости у густој планетиној атмосфери.

Венерина атмосфера је пуна облака, тако да саму њену површину по свој прилици никада и не видимо. По саставу се Венерина атмосфера веома разликује од Земљине. До данас нису у планетином спектру нађене линије кисеоника нити водене паре. Тек су 1932 године у инфрацрвеном делу спектра нађене широке траке угљен-диоксида, које су у спектру земаљске атмосфере неприметне. Очевидно је да Венерина атмосфера у већој мери садржи овај тешки гас но Земљина атмосфера.

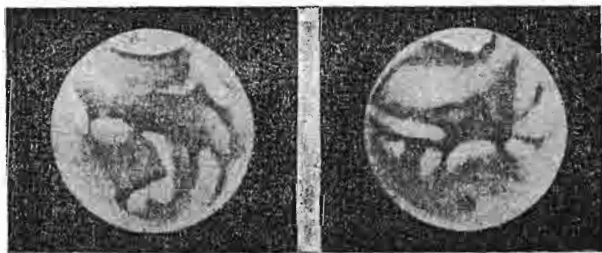
Сателити нису досад примећени ни код Меркура ни код Венере. Како се обе планете крећу по путањама које су обухваћене Земљиним, то оне повремено пролазе тачно између Земље и Сунца. У то време може се планета приметити на Сунчевом котуру као мали таман котур. Пролаза Меркурових буде у једном веку просечно 13. Венерини су пролази далеко ређи. Они се периодично понављају после 8 година, $105\frac{1}{2}$ година

опет 8 година и $121\frac{1}{2}$ године. Последњи пар пролаза посматран је 1874 и 1882 године. Наредни ће се догодити тек јуна 2004 и 2012 године.

Посматрања Меркуровог пролаза важна су за испитивање кретања ове планете, које је са гледишта небеске механике веома занимљиво. Раније су Венерини пролази брижљиво посматрани у циљу одређивања Сунчеве паралаксе, али је ова метода, као недовољно тачна, данас напуштена.

117. Земља и Месец. — Треће место, рачунајући од Сунца, заузима једина двојна планета Сунчевог система, — наша Земља с Месецем. Доиста, Месец је у поређењу са својом планетом толико велики, да га не можемо убрајати у категорију у коју стављамо сапутнике свих других планета. Када бисмо са Венере посматрали Земљу, видели бисмо њу и Месец као двојни систем необичне лепоте. Главно небеско тело знатно је сјајније од Венере, док је сјај сапутника једнак Јупитеровом. Растојање међу њима не прелази никада $\frac{1}{2}$ степена.

118. Марс. — Наредна планета, Марс, већ спада у *горње* или *спољне* планете. Зато су услови за њено посматрање повољнији но код Меркура и Венере. Марс, доиста, повремено долази у опозицију са Сунцем. Тада



Снимак XV. Поларна калота на јужном Марсовом полу и њене промене

је најближи Земљи, кулминира у поноћ, те се целе ноћи може посматрати. Сидерички обилазак Марсов траје 687 дана, дакле нешто мање од две године. Да је он тачно две године, онда би Земља обавила два обилазка док Марс обави један, те би се сусрети са Земљом, или, тачније, опозиције, догађале сваке две године. Но како се Марс нешто брже креће, Земљи треба још око 50 дана да га сустигне. Зато временски размак између две опозиције, такозвани синодични обилазак, износи 2 године и 50 дана.

Све опозиције нису подједнако повољне за посматрања. Због знатне ексцентричности (0,009) удаљење планете од Сунца мења се у прилично широким границама. Догоди ли се опозиција у доба када се Марс налази у близини афела, његово удаљење од Земље биће око 100 милиона километара. У близини перихела биће, напротив, отстојање скоро двапут мање; свега 55 милиона километара, Ове се опозиције називају *велике* опозиције. Понављају се после 15—17 година и увек наступају од јула до септембра. Последња велика опозиција била је јула 1939 године.

За голо око је Марс веома сјајна црвена звезда.

Због великих промена удаљености од Земље, његов се привидни сјај веома много мења: када се налази у близини конјункције, далеко иза Сунца, изгледа као звезда друге величине, дакле као најсјајније звезде сазвезђа Великог Медведа. У време великих опозиција он је извесно време најсјајније небеско тело после Венере.

Марс је скоро двапут мањи од Земље. Пречник му је 6900 километара. Маса му је мања од Земљине скоро осам пута. Ова је планета нарочито занимљива, јер показује извесне сличности са Земљом.

На Марсовој површини виде се јасно трајне мрље. Посматрања су показала да се Марс око осовине обрне за исто оно време за које и Земља, тачније за 24 часа и 37 минута. Планетина обртна осовина, као и код Земље, није управна на равни њене путање, но с нормалом на ову заклапа угао од 25 степени (код Земље тај угао износи $23\frac{1}{2}$ степена). Стога се на Марсу годишња доба смењују као и на Земљи, само што свако од њих скоро двапут дуже траје но код нас, јер је и Марсова година скоро двапут дужа од Земљине.

На Марсу постоји атмосфера, али је она знатно ређа и сувља од Земљине, што и треба очекивати с обзиром на малу масу планете (параграф 112). У њој се неоспорно могу посматрати облаци и магла, али само ретко. Тек 1925 године утврђене су са сигурношћу на снимцима Марсовог спектра линије водене паре и кисеоника. Из јачине ових линија израчунато је да изнад јединице Марсове површине има 15% кисеоника а само 5% водене паре, ако се за јединицу узму количине које нормално садржи Земљина атмосфера. Стога је Марсова атмосфера и на самој планетини површини знатно ређа но на највишим планинама на Земљи.

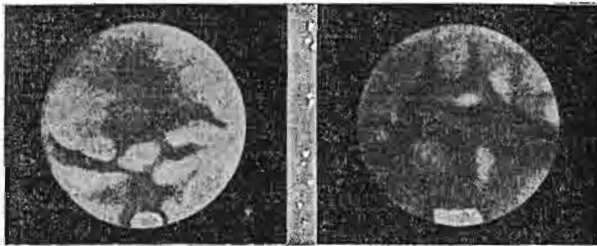
На Марсовом котуру упадљиве су *две беле мрље*, једна око северног, друга око јужног његовог пола (Марсове поларне калоте). Свака се ова мрља повећава кад је на односној полулопти зима. Када наступи лето, она се смањује, а често и потпуно ишчезава. На снимку XV приказане су промене Марсових поларних калота. Скоро је извесно да се оне састоје из леда или снега који се топи под дејством Сунчевих зракова. Када бисмо могли да посматрамо Земљу из васионског простора, видели бисмо и око њених полова беле мрље које би зими биле веће а лети мање. Према томе на Марсу очигледно има воде, и то не само у његовој атмосфери, но и на површини, само у знатно мањој количини но на Земљи. Ово се види отуда што Марсове *поларне калоте* нестају брзо, а могу и потпуно нестати, док се то на Земљи никада не дешава. Јасно је да је тамо снежни покривач знатно тањи но код нас.

Осим светлих поларних калота виде се стално на Марсовој површини и *тамне* пеге, чији се изглед није битно изменио за све време телескопских посматрања. Оне се на картама планетиним називају *морима*. За разлику од Земљиних, Марсова мора заузимају мање од половине планетине површине (снимак XVI). На црвенкасто-жутим континентима планетиним могу се видети тамне пруге, често веома уске, које се простиру у разним правцима. Италијански астроном Скијапарели, који је први обратио пажњу на њих 1877 године, назвао их је *каналима* (што на италијанском значи мореуз, а не вештачки канал).

Физички услови на Марсу морају се веома разликовати од земаљских. Пре свега Марс прима од Сунца двапут мање топлоте но Земља. И на самом планетином екватору температура њене површине пење се, по

мерењима америчких астрофизичара извршеним 1924 године, приближно до неких 10 степени, пред Сунчев залаз пада на нулу, а у току ноћи бар до —80 степени. Воде и атмосфере има на Марсу веома мало. По мишљењу савремених истраживача Марсова мора нису пространи дубоки басени, слични земаљским океанима. Многи астрономи мисле да су то мочварне области покривене биљним покривачем, а ово схватање заснивају на променама које се ту виде у вези са сменом годишњих доба. Остали део површине претставља црвенкасто-жуту безживотну пустињу.

Проблем канала изазивао је још до недавно многе дискусије. Ловел је заступао схватање да они нису природна појава, већ дело разумних створова, Марсових становника. Али се испоставило да се канали помоћу већих инструмената не виде боље, него лошије но славим инструментима. Често се показује да се на месту, где су Ловел и Скијапарели нацртали уску праву линију, моћним инструментом види неколико неправилних мрља које приближно леже у правој линији. Слабим дурбином не виде



Снимак XVI

се поједине мрље него се стиче општи утисак да је пред нама слаба права линија. Према томе би Марсова површина имала потпуно природан изглед, без правилне геометриске мреже канала, те само по себи отпада питање о њиховом вештачком постанку.

Године 1877 открио је амерички астроном Хол два необично слаба Марсова сапутника, којима су дата имена Фобос и Дејмос (Страх и Ужас звали су се у старој митологији пратиоци бога рата, Марса). Они се могу видети само веома моћним инструментима, јер им је пречник једва већи од 20 до 30 километара. Изненађује чињеница да се налазе необично близу планете, те се, у вези с тим, веома брзо крећу. Тако је Фобос од Марсове површине удаљен свега 6000 километара, а то је растојање 60 пута мање но удаљење Месеца од Земље. Његов обилазак око Марса траје 7 часова 39 минута, те је трајање његова обиласка краће од Марсовог дана. Брзина његовог кретања премаша брзину планетиног обртања, те посматрачу на Марсу изгледа да се овај Месец веома брзо креће усусрет дневном обртању неба, то јест да излази на западу а неколико часова касније залази на истоку. Дејмос је од планете удаљен око 20 000 километара, а његов обилазак траје око 30 часова. Са Марсове површине оба сапутника изгледају много слабијег сјаја но наш Месец.

119. **Мале планете.** — Тицијусово правило наводило је астрономе на помисао да између Марса и Јупитера мора постојати непозната пла-

нета. Такву планету открио је 1 јануара 1801 године италијански астроном Пјаци и дао јој име Церес. Ово откриће није само изазвало велико интересовање, него је и у историји астрономије одиграло веома велику улогу. Када је планета, ускоро после проналаска, ишчезла у Сунчевим зрацима, велики математичар Гаус израчунао је из малобројних Пјацијевих посматрања њену путању и указао на коме је месту треба тражити. Метода којом је он решио задатак: одредити планетску путању на основи три посматрања, и данас је основа теориске астрономије.

Испоставило се да је Церес само једна из мноштва *малих планета* или *астероида* (планетоида) који обилазе око Сунца крећући се између Марсове и Јупитерове путање. Наредне године пронађена је друга мала планета, данас их знамо већ више од 1 600, а нова открића се непрестано врше. Сваке године нађе се по неколико десетина нових планетоида. Они се обележавају бројевима у загради и обично им се дају женска имена.

Данас се при тражењу нових планетоида искључиво примењују *фотографске* методе. Данас се на низу опсерваторија систематски трага, помоћу ових метода, за новим планетоидима. Међу овим опсерваторијама једно од првих места заузима опсерваторија Симеиз на Криму, на којој је већ откривено око две стотине планетоида.

Најсјајнији су они планетоиди који су први откривени. Само се један од њих, Веста, може и голим оком видети. Остали, а нарочито они који су откривени у новије време, веома су слаба сјаја. Пречник највећег планетоида, Церес, износи око 800 километара, код најмањих је он испод једног километра. По свој прилици су најмањи планетоиди неправилног, а не лоптастог облика. То су огромни одломци или стене које су у току свог кретања обрћу. Овим се објашњавају промене сјаја које су код многих примећене. Укупна маса свих познатих планетоида мора бити неколико стотина пута мања од Земљине.

Ексцентричност елиптичких путања планетоида сразмерно је *велика*, знатно већа но код Меркура, где достиже 0,2. Има планетоида са ексцентричношћу већом од 0,5, те се они крећу као периодичне комете. Исто су тако и нагиби њихових путања према еклиптици већином прилично велики, половина планетоида креће се по путањама са нагибом већим од 10 степени. Код једне недавно откривене мале планете нагиб је већи од 40 степени.

Трајање обиласка износи код већине планетоида између 4 и 5 година, али се срећу све могуће вредности, почев од мањих од 2 године (као код Марса), па до 12 година (трајање Јупитеровог), па и више. Ове крајње случајеве — они се односе на најближе и најдаље планетоиде — разматраћемо посебно.

а) *Планетоид Ерос*, (433) откривен је 1898 године, креће се по елипси чија је велика полуосовина (1,46) мања од Марсове (1,52). Према томе планетоид се уствари креће између Марса и Земље. Но како је његова елипса знатно издуженија од Марсове, то се један њен део налази у унутрашњости Марсове путање, а други у простору између Марсове и Јупитерове путање (сл. 105). Повремено овај планетоид прилази Земљи на 22 милиона километара, долази дакле $2\frac{1}{2}$ пута ближе од Марса. То



Сл. 105.

се, на пример, догодило 1931 године. Зато што се у толикој мери приближава Земљи, Ерос је најпогоднији планетоид за одређивање Сунчеве паралаксе (параграф 52). Пречник овог планетоида не премаша 16 километара.

Године 1932 и 1937 нађена су три планетоида Аполон, Адонис, и Хермес, који се Земљи могу приближити више но Ерос, и који чак улазе у унутрашњост Венерине путање. Њихови су пречници мањи од једног километра¹⁾.

б) *Планетоиди Јупитерове групе („Тројанци“)*. Нарочито су са становишта небеске механике занимљиви планетоиди код којих је средње отстојање и трајање обиласка приближно исто као и код Јупитера. Оваквих планетоида откривено је до сада више од десет, и сви су они добили имена јунака из Тројанског рата (Ахилес, Хектор и тако даље), те се стога понекад називају тројанском групом или Тројанцима. Ево зашто су они занимљиви. Знаменити математичар Лагранж показао је да се проблем три тела може решити ако тела која се привлаче образују у почетном тренутку равностран троугао, а имају одређене брзине. У том ће случају њихов међусобни положај остати непромењен. Троугао што га она образују неће мењати облик, него ће се само обртати. Нађено је да сваки планетоид тројанске групе увек гради приближно равностран троугао са Сунцем и Јупитером (привлачење осталих тела може се занемарити). Тако је теориски случај кога је математика открила остварен у природи.

Познати Тројанци образују две бројно једнаке групе. Средиште прве групе налази се стално 60 степени испред Јупитера, а средиште друге исто толико иза њега. Кретање сваког планетоида може се математички описати као лагано окретање око ових Лагранжових тачака.

120. **Заједничке карактеристике четири далеке планете.** — Четири спољне или *велике* планете разликују се од планета Земљине групе, а сличне су међу собом. Њихове су запремине врло велике, густине мале, од $\frac{1}{8}$ до $\frac{1}{4}$ Земљине густине. Оне се *брзо обрћу* око својих осовина. Све су окружене *густим* атмосферама, те њихове површине по свој прилици никада нећемо видети. У спектрима ових атмосфера виде се широке апсорпционе траке које су дуго биле необјашњене. Тек је 1933 године доказано да оне припадају амонијаку (једињење азота и водоника) и метану (једном од угљо-водоника).

Физичка природа ових планета није нам још потпуно јасна. Чињеница да имају мале густине и простране атмосфере наводи нас на помисао да се ове планете још нису потпуно охладиле, те да располажу знатним количинама сопствене топлоте. Но непосредна мерења топлоте коју те планете изашиљу показала су да је *температура* њихових атмосфера веома *ниска*, код Јупитера нижа од -100 степени, а да је код удаљених планета још нижа, као што би то требало очекивати због њиховог отстојања од Сунца, с обзиром да је њихова сопствена топлота незнатна.

121. **Јупитер.** — Маса ове циновске планете далеко премаша масу свих осталих заједно. Њен је пречник 11 пута већи од Земљиног, а запремина 1300 пута већа. Но маса је већа само 320 пута, те је густина

¹⁾ Године 1949 откривен је један планетоид чији перихел лежи у унутрашњости Меркурове путање. Прим. прев.

само $\frac{1}{4}$ Земљине, — дакле приближно једнака густини Сунца. Око Сунца Јупитер обиђе за приближно 12 година. Од свих је планета Јупитер најупадљивија. Иако је слабијег сјаја од Венере, он сјајем премаша све остале планете и звезде. Сјај му се, према удаљењу, мења од $-2,5$ до $-1,5$ привидне величине.

Већ се мањим дурбином на Јупитеровом котуру виде пруге које су паралелне планетином е-ватору. Оне се делом састоје из одвојених пега које веома личе на облаке. Облик им се стално мења те се не може саставити трајна карта Јупитера. Више је постојана такозвана црвена пега, која је позната од 1878 године. Она је дугуљаста облика, а већи јој је пречник трипут већи од Земљиног (снимак XVII). Од како је про-



Снимак XVII. Јупитер

нађена, боја јој се од црвене променила у сиву, а сама пега је нестајала и опет се појављивала. Може бити да је она настала услед извесних ерупција из унутрашњег планетиног језгра.

Јупитерова природа. Нема сумње да све што видимо на Јупитеровом котуру претставља само обични омотач којим је планета огрнута. Некада се сматрало да се на Јупитеру још није образовала чврста кора каква постоји на Земљи, те да планета располаже знатним количинама сопствене топлоте. За догаз је, између осталог, служила чињеница да се Јупитерово обртање око осовине врши на сличан начин као код Сунца: екваторски појас обави пун обрт за 9 часова и 50 минута, а на већим ширинама обрт траје 9 часова и 55 минута, те је обртање нешто спорије. Разуме се да се чврсто тело не би могло овако обртати.

Данас се као највероватније сматра да се планета састоји из густог средишног језгра, чија је запремина само незнатан део укупне планетине запремине. Све остало је циновска атмосфера сложеног састава. Нашем посматрању приступачни су само горњи слојеви ове атмосфере. Последња брзог обртања јесте знатна *спљоштеност* планете. И доиста се Јупитерова спљоштеност, која износи $\frac{1}{15}$, одмах примећује када се планета посматра дурбином.

Јупитерови сателити. Године 1610 открио је Галилеј четири Јупитерова сателита. Они су довољно сјајни те би се и голим оком могли видети када томе не би сметао сјај саме планете. Два највећа већа су од Меркура, а најмањи је скоро велик као наш Месец. При обилажењу пратилаца око Јупитера могу се посматрати многе занимљиве појаве: они се скривају иза планете (окултације), прелазе преко њеног котура бацајући на њега своју сенку, нестају у планетиној сенци (помрачења). Посматрање ових појава има и практичног значаја: оно претставља веома просту, али недовољно тачну методу за *одређивање стања часовникова и дужине*. Осим тога се из ових посматрања може извести вредност *брзине светлости и константе аберације*.

Галилејеви сателити крећу се скоро тачно у равни планетиног екватора по путањама које су скоро кружне, а периоде износе од $1\frac{3}{4}$ дана (I сателит) до 16 дана (IV сателит). Растојања су између 0,5 и 5 ако за јединицу узмемо удаљење Земљиног Месеца.

Касније је око Јупитера нађено још 7 пратилаца, тако да данас познајемо свега њих 11¹⁾. Нови су далеко слабијег сјаја од Галилејевиких сателита, те се могу пратити само највећим инструментима. Један од њих, V, нађен 1892 године, ближи је планети но остали сапутници, а обави један обилазак за свега 12 часова. Осталих шест су, напротив, знатно удаљенији. Они образују две оштро одељене групе. У једну спадају сателити VI и VII, откривени 1904 и 1905 године и сателит X, нађен 1938 године. Крећу се у директном смеру с периодама од 250 до 260 дана. Сателит VIII (нађен 1908 године) и IX (нађен 1938 године) обилазе у ретроградном смеру, супротно кретању сателита прве групе и обртању саме планете, и веома су удаљени од Јупитера (трајање обиласка око 2 године), те је планетино привлачење већ слабо, а дејство Сунчевих поремећаја се јаче осећа. Стога је њихово кретање веома сложено, те се о сталној путањи не може говорити.

Неки од ових сателита толико су слаба сјаја да се не виде ни најмоћнијим телескопима, него се могу пратити само помоћу фотографије.

122. Сатурн. — За голо око Сатурн је звезда прве величине. По димензијама он је највећа планета после Јупитера. Пречник му је већи од Земљиног 9 пута, а маса 95 пута. Око Сунца обиђе за $29\frac{1}{2}$ година.

Како је Сатурн веома удаљен од Сунца, површина му је слабо осветљена, те се на њој скоро ништа не може видети. Јасно је да он веома личи на Јупитера: око своје осовине обрне се скоро за исто време за које и Јупитер (10 часова 15 минута); још је више спљоштен (његова спљоштеност износи $\frac{1}{10}$); и на његовом се котуру могу видети пруге. Необично му је мала густина: она је једнака 0,13 Земљине, те је *мања но густина воде*.

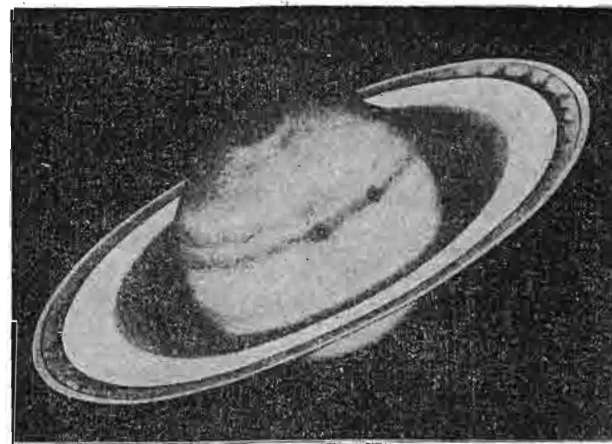
Сатурн је једна од најзанимљивијих планета нашег система: он има необични саставни део, *прстен*, савршено правилног, математички строгог облика, који даје планети њен својствени изглед (снимак XVIII). Још је Галилеј запазио необичан изглед планете, али га је тек Хајгенс објаснио 1656 године.

Врло широк а пљоснат прстен окружује у екваторској равни планету, не додирујући је нигде. Размак између планете и унутрашње ивице прстена скоро је једнак пречнику Земље. Прстен није састављен из једног

¹⁾ Дванаести сателит пронађен је 1951 г. — Пр. прев.

дела; тамни међупростори деле га на неколико концентричних прстенова. Од ових прстенова је најзанимљивији онај који је планети најближи, а види се само највећим инструментима: он је провидан те се кроз њега може видети руб планете. Прстен је веома танак. Када је бочно окренут Земљи не види се ни највећим дурбинима. У то се време Сатурн види без прстена. Иначе прстен изгледа више или мање широк, према узајамном положају планете, Земље и Сунца.

Природу прстена објаснио је Мексвел. Он је показао да се прстен мора састојати из огромног броја сићушних сапутника који се око планете крећу сваки по својој путањи. Ови су пратиоци толико сићушни



Снимак XVIII. Сатурн

(већином вероватно нису већи од зрнаца песка или прашине) да их појединачно не можемо видети. Мексвелову теорију потврдила су спектрална испитивања. На основи померања спектралних линија по Доплеровом принципу измерена је брзина разних тачака на прстену те је нађено да оне обилазе око Сатурна за разна времена покоравалујући се строго III Кеплеровом закону (параграф 66). Према томе прстен не може бити из једног комада и чврст.

Осим мноштва ситних сапутника који чине прстен, познато је још *девет* Сатурнових пратилаца²⁾. Сви су они далеко слабијег сјаја од Јупитерових сателита. Најсјајнији — Титан — откривен је 1655 године, а види се и омањим дурбином. Наредни по сјају и други по реду открића — Јапет — показује занимљиву појаву: када се налази са источне стране планете неколико пута је слабији но што је био на западној. Ово се објашњава тиме што његово обртање око осовине траје колико обилазак око планете, то јест као код нашег Месеца, а сем тога је једна његова полулопта из неког разлога далеко тамнија од друге. Наслућује се да се и код других Сатурнових а и Јупитерових сателита времена обртања и обиласка око планете поклапају. Можда је то општа правилност код свих сателита у Сунчевом систему. Најближи сателит креће се

²⁾ Десети његов сателит изгубљен је. — Пр. прев.

скоро по ивици прстена, с периодом мањом од једног дана; најдаљем је отстојање 70 пута веће, а он обавља један обилазак за $1\frac{1}{2}$ годину. Кретање му је ретроградно, као код VIII и IX сателита Јупитеровог.

123. Уран и Нептун. — Обе су ове планете слаба сјаја, па стари астрономи нису знали за њих. Уран је 1781 године открио Хершел, а Нептун 1846 године Леверје и независно од њега Адамс, рачунским путем (параграф 76). Обе су планете приближно истих размера, мање су од Јупитера и Сатурна, али су им пречници већи од Земљиног 4 пута. Уранова маса већа је од Земљине 15 пута, а Нептунова 17 пута. Око Сунца обиђе Уран за 84 године, а Нептун за 165 година.

Уран се лако може видети догледом, а оштро око види га и без инструмената, јер му је сјај једнак сјају шесте привидне величине. Нептун, који је осме величине, види се сразмерно малим дурбином. На слабо осветљеним сићушним котурима ових далеких планета не може се скоро ништа разабрати, те им до данас трајање обртања није одређено непосредним посматрањем. Фотометриска посматрања и спектрографска по Доплеровом принципу дају за трајање Урановог обртања вредност од 10 часова 50 минута. Исте методе дају, с мањом сигурношћу, за Нептун вредност од око 15 часова.

Особеност Урановог обртања у томе је што његова осовина скоро лежи у равни планетине путање, те је стога равна екватора скоро управна на путањи, јер заклапа угао од око 87 степени. Услед брзог обртања Уран је скоро исто толико спљоштен као Јупитер, али се његова спљоштеност може видети само оних година када равна његовог екватора приближно пролази кроз Сунце, па према томе приближно и кроз Земљу. Када је пак Сунцу окренут један од планетиних полова, планета нам изгледа савршено округла.



Сл. 106.

Уран има пет слабих пратилаца, Нептун два. Сви се они крећу ретроградно, као VIII, IX и XI сателит Јупитеров. Притом се Уранови сателити крећу у равни која је скоро управна на равни путање, али се не поклапа са екваторском равни планете. Нагиб сателитских путања према равни планетине путање износи 98 степени.

124. Плутон. — У више махова изражавано је мишљење да иза Нептуна постоје друге планете, те се покушавало да им се путања израчуна полазећи од Нептунових и Уранових отступања од предвиђеног кретања. Но ова су отступања веома мала, па се могу објаснити и отступањима посматрачким, јер су добијени резултати били сумњиви. Једну од оваквих путања израчунао је Ловел, па је на његовој опсерваторији у САД планета тражена у означеној области неба. Године 1930 она је доиста и нађена фотографским путем. Дато јој је име Плутон.

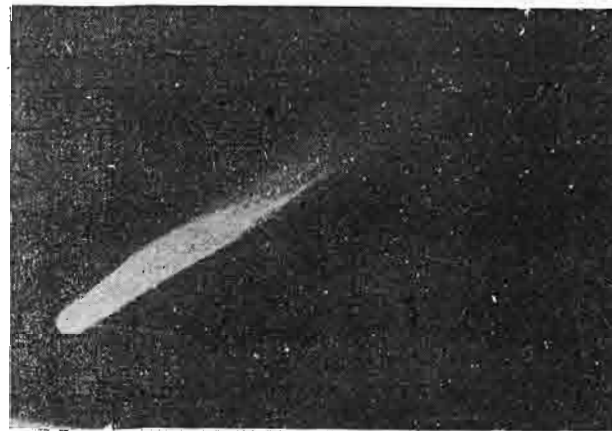
Плутон обиђе око Сунца за 248 година по путањи чија је велика полуосовина око 40 астрономских јединица, дакле за трећину већа од Нептунове. Нова планета у многоме претставља изузетак. Ексцентричност њене путање већа је но код Меркура и достиже 0,25, те је у перихелу Плутон ближи Сунцу од Нептуна, а у афелу се одмакне на 50 астрономских јединица.

На сл. 106 приказане су путање пет великих планета. Кружић у средишту претставља Земљину путању. Нагиб путање према еклиптици износи 17 степени, те је далеко већи но код осталих планета. Плутон се креће у области циновских планета, али по својим размерама припада планетама Земљине групе. Приступачан је само најмоћнијим дурбинима, те се у њима види као звезда петнаесте величине. Његов се привидни котур не може видети. То би значило да је нова планета мања од Земље приближно двапут, те се по величини може упоредити са Марсом и Меркуром.

Очигледно је да и маса овако мале планете мора бити мала. Ако је то тачно, онда она не може у кретању Урана и Нептуна да изазове приметне поремећаје, те би слагање путање коју је Ловел израчунао са стварном било срећна случајност.

КОМЕТЕ И МЕТЕОРИ

125. Општи изглед и кретање комета. — Уобичајену слику звезданог неба понекад нарушава појава небеског тела веома необична изгледа: на небеском своду види се понекад крупна звезда са дугим сјајним репом. То је комета или репатица. Комете се најчешће појаве неочекивано и за астронома, брзо мењају изглед и величину, на небу описују путање

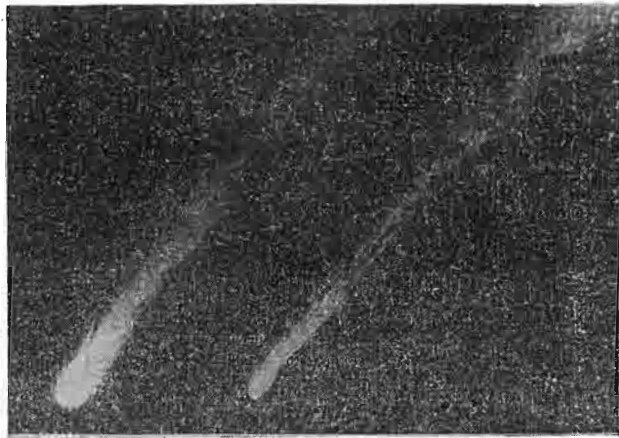


Снимак XIX. Халејева комета

које нимало не личе на привидне путање планета, а после неколико месеци или недеља ишчезавају. На снимцима XIX и XX виде се Халејева и Морхаузова комета.

По изгледу и кретању комете се толико разликују од осталих небеских тела, да су у старо доба сматрали да су оне земаљска, атмосферска појава, а не небеска појава. Тек је Тихо Брахе крајем XVI века нашао да су оне од Земље даље но Месец, те се, према томе, крећу васионским простором. Сто година касније доказао је Њутн да се кретање комета, као и кретање планета, покорава закону гравитације.

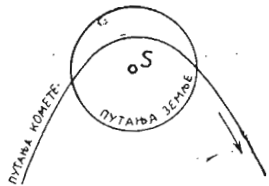
Комете нису ретка појава. Дурбином се сваке године може посматрати неколико, понекад више од десет комета невидљивих за голо око. То су телескопске комете. Ако узмемо у обзир да се са Земље може



Снимак XX. Морхаузова комета. Два снимка начињена у размаку од неколико дана.

идети само мали део свих комета, јасно је да укупни број комета мора бити врло велик.

Сваку комету можемо пратити само на малом делу њене путање, док се налази у близини Сунца и Земље. Приближно одређивање њене путање обично показује да се она на том делу креће по параболи (сл. 107). Према томе ако се комета стварно креће по параболи, она се никада више неће вратити у близину Сунца. Зато у том случају комете не би биле стални чланови нашег система. Дошавши случајно у сферу Сунчевог привлачења, оне би се кретале ка Сунцу, описале око њега параболу, да потом оду даље и, можда, падну под утицај привлачења неког другог сунца.



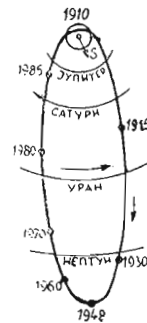
Сл. 107.

Може се, међутим, сматрати да је данас доказано да су путање комета уствари веома издужене елипсе, а не параболе, по којима се комете крећу вршећи пун обилазак за неколико десетина а можда и стотина хиљада година. На сл. 108 види се путања Халејеве комете. S — је Сунце а кружић око њега Земљина путања. Мали лук овакве елипсе, по коме се комета креће у току од неколико месеци, док је видљива, не разликује се од параболе. Кретање по елипси строго се покорава Кеплеровим законима. У близини перихела брзина може достићи и неколико стотина километара у секунди, да би у афелу пала на незнатну вредност.

Како се тачан облик и ексцентричност кометине елипсе обично не могу одредити, положаји већине комета израчунавају се по обрасцима

за параболично кретање, који су у математичком погледу простији од образаца елиптичног кретања. Параболичне се зову оне комете чије се путање не разликују осетно од параболе.

Услед планетског, а нарочито Јупитеровог привлачења, у кретањима комета јављају се велики поремећаји. Услед тих поремећаја путања блиска параболичној може да пређе у елипсу с периодом обилажења од неколико година. Комете које се крећу по путањама што се јасно разликују од параболе, називају се периодичне.



Сл. 108.

По броју претстављају периодичне комете тек нешто више од десетог дела свих познатих комета. Кретање је могло бити тачно одређено само код оних које су посматране приликом неколико повратака у Сунчеву близину. Оваквих комета данас знамо преко тридесет. Најдужи периоду, 76 година, има Халејева комета. Она носи име енглеског астронома који је доказао њену периодичност. Халеј је био Њутнов савременик. Најкраћу периоду, од свега $3\frac{1}{2}$ године, има Енкеова комета.

Периода код већине ових комета износи пет до седам година, а афели њихових путања леже у близини Јупитерове путање. Оне чине Јупитерову породицу комета, јер је баш Јупитерово привлачење дало њиховим путањама садањи облик. Осим Халејеве комете све су остале периодичне комете веома слаба сјаја.

126. Природа комета. — Главни део сваке комете јесте светла провидна маса приближно кружног облика. Обично јој је сјај у средишту већи, ка крајевима постепено опада. Понекад ово средишно згушњење изгледа као звезда која светли кроз маглу. Тада се оно назива језгром комете, а маглина која је окружава омотачем или комом. Језгро и омотач чине кометину главу. Код телескопских комета често нема ни језгра ни оштро израженог средишног згушњења.

Магличаста материја кометине главе продужава се у једном правцу и прелази у реп, светлу траку чији сјај слаби уколико се иде даље од главе, док јој се ширина повећава. Завршетак јој није оштро обележен, те личи на стуб дима (снимак XIX и XX). Реп 1) лежи у равни кометине путање, 2) окренут је увек на супротну страну од Сунца, те се, при удаљавању од Сунца, комета креће репом унапред. Понекад комета има и неколико репова који се лезпасто шире у равни кометске путање.

Привидне дужине репа веома су различите. Код телескопских комета репа обично уопште нема, или је он необично слаб. Код сјајних се понекад протеже више од 90 степени (од хоризонта до зенита).

Реп није сталан саставни део кометин; он настаје под дејством Сунчевих зракова и постоји само кратко време, док је комета близу Сунца, док прође кроз перихел.

Када је комета далеко од Сунца она изгледа као бледа округласта маглина. Она у то време светли само одбијеном Сунчевом светлошћу. Многе комете изгледају овако у току целог периода видљивости, код других, уколико се приближују Сунцу, наступају постепене промене. Језгро и цела кометина глава бивају сјајнији; језгро почиње избацити сјајне гасовите масе светлије од остале коме.

Ове масе не остају у кометиној глави. Под дејством извесне одбојне силе којој је седиште у Сунцу, бивају одбачене уназад, на супротну страну од Сунца. Тако се образује кометин реп. Његов се састав према томе стално обнавља, као дим код локомотиве. Реп, каквог га данас видимо, састоји се делом из нових честица, а не само из оних из којих је био синоћ састављен. Што се комета више приближава Сунцу, утолико се процес образовања репа енергичније одвија. Реп достиже највећу дужину обично после пролаза кроз перихел, а затим се постепено смањује и најзад ишчезава. Комета одлази у виду бледе мрље, као што је и дошла.

Комете су највећа тела нашег система. Чак су и најмање телескопске комете, које немају репа, далеко веће од Земље. Познато је неколико комета чија је глава била већа од Сунца. Реп достиже дужину од неколико десетина па и стотина милиона километара, а некад је дужи и од пречника Земљине путање. Ширина и дебљина репа тако исто достижу милионе километара. Према томе је кометина запремина огромна.

Утолико је чудније што је маса комета необично мала. До данас још није примећено да је комета, приближивши се некој планети, изазвала у њеном кретању ма и најмање поремећаје. Познат је, штавише, случај, када је комета прошла између Јупитерових пратилаца, а да уопште није пореметила правилност њиховог кретања. Стога ни до данас нису познате масе комета; знамо само да оне морају бити бар хиљаду, а можда и милион пута мање од Земљине масе. Према томе њихова је густина изванредно мала, несравњено мања од густине наше атмосфере.

Свака комета, по свој прилици, претставља скуп мноштва посебних ситнијих делића, *метеора*, који заузимају већи простор. Остојања између појединих честица веома су велика у поређењу са њиховим размерама. Ово нам показује, између осталог, необична *провидност* комете: звезде се не само кроз њихов реп, но и кроз главу виде несмањена сјаја. Године 1910 прошла је глава Хелејеве комете тачно између Земље и Сунца. Приликом пролаза комете преко Сунчевог котура имало је Сунце обичан изглед; ни најмоћнијим дурбинима нису се могли видети никакви трагови комете. Да је, међутим, у кометиној глави било непровидних тела пречника неколико километара, видела би се она према Сунчевом котуру као тамне тачке. Нема, дакле, сумње да су она и код велике комете, као што је Халејева, далеко мања, а код обичних телескопских комета ова телашца вероватно нису већа од зрнаца песка. На сваки кубни километар има их вероватно мање од десетак.

У току скоро читавог свог кретања овај рој претставља скуп тамних, хладних и апсолутно невидљивих честица. Приближујући се Сунцу, он постаје видљив испрва захваљујући томе што га Сунце јаче *обасјава*. Затим се под дејством *загревања* почињу издвајати паре и гасови који светле. Они се нарочито скупљају на страни окренутој Сунцу где образују сложени атмосферу. *Сунчева одбојна сила* гони ове честице на супротну страну од Сунца, те на тај начин настаје реп.

Према томе образовање репа бива увек уз изванредно *губитак материјала*, те на крају мора довести до кометиног распада. То ће наступити утолико брже уколико се чешће буде образовао кометин реп. Можда је баш то разлог што су све краткостројне комете, које су се дакле много пута враћале у Сунчеву близину, данас тако слаба сјаја и што

су скоро лишене репа. Поред образовања репа, врши се у кометама још један процес трошења, а то је растурање самих метеора који граде кометино језгро (види ниже).

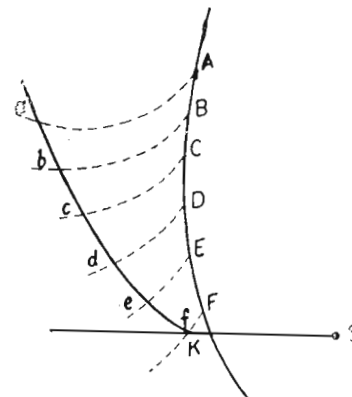
Механичку теорију кометских репова разрадио је углавном руски астроном и управник Пулковске опсерваторије Бредихин. Она се састоји у овоме. Из кометиног језгра стално се избацују честице. Пошто су изгубиле везу с кометом оне се више не крећу као кометино језгро, јер на њих делују две силе којима је седиште у Сунцу: *сила Сунчевог привлачења* и *Сунчева одбојна сила* која делује само на веома сићушне честице. Због овог се кометино језгро креће као што се крећу и друга небеска тела, — под дејством само прве силе. Ако знамо величину Сунчеве одбојне силе и почетну брзину честица можемо лако да израчунамо положај честица (које су непрекидно биле избациване у току претходних дана) у датом тренутку. Овим је одређен облик репа у датом тренутку (сл. 109). Замислимо да је комета *K* у разним тачкама *A, B, ...* своје путање избацивала честице које су до датог тренутка прешле путеве *Aa, Bb, ...* У тренутку када се она буде налазила у тачки *K*, код ње ће се образовати реп *Ka* који се креће иза радијус-вектора. Може се решити и обрнути задатак: из посматраног облика репа одредити величину одбојне силе.

Бредихин је показао да одбојна сила има за разне комете различите вредности, али да се срећу само извесне одређене вредности. Испитивањем репова великог броја комета он је нашао да се ови могу поделити на *три класе*.

Код репова I класе одбојна Сунчева сила већа је од привлачне 20—200 пута, код II износи 0,5 до 2,5 привлачне силе, а код III од 0,1 до 0,3. Исто су тако различите и брзине којима бивају избачене честице из језгра: код репова I класе она износи неколико километара у секунди, док је код осталих обично мања од једног километра у секунди. Што је мања одбојна сила, утолико је кривина репа већа. Репови I класе скоро су прави, њихов правац приближно се поклапа с правцем продуженог радијус-вектора. Репови II класе осетно су савијени уназад, на страну одакле комета долази. Код III класе ово је још изразитије.

За разлику од привлачне силе, одбојна не зависи само од масе честица у репу, но и од њихових физичких особина и хемиског састава. Тако се репови I типа састоје из лакшег материјала (по савременим подацима из разређених гасова: из оксида угљениковог и азотовог) а репови II и III типа из теже — (космичка прашина). Овим се објашњава да се код исте комете може јавити више репова који припадају разним типовима.

Снимањем комета утврђено је у последње време да код неких репова I класе постоје одбојне силе које су неколико хиљада пута веће од



Сл. 109.

гравитације. Иначе Бредихинова теорија добро објашњава све посматране појаве.

Суштина одбојне силе није коначно објашњена. Код репова I класе она је свакако електричног порекла, код репова II и III класе свакако имамо одбојну силу Сунчевих зракова, такозвани *светлосни притисак*. Као што су показали огледи знаменитог руског физичара Лебедева, светлост врши притисак на све предмете које обасјава. За тела обичних размера је овај притисак незнатан, но за веома мала тела — сићушне честице прашине, молекуле — сила светлосног притиска може бити много пута већа од Сунчевог привлачења, те овакве честице Сунце не привлачи него их одбија.

127. **Неке значајније комете.** — 1) *Халејева комета*. То је прва комета чији је повратак предвиђен. Када се она 1682 године појавила, приметио је Халеј да је њена путања слична путањама комета које су посматране 1607 године и 1531 године. Ово га је навело на помисао да све три комете уствари претстављају три појаве једне исте комете, а да је њена периода 75 година, те се одлучио да претскаже њен повратак 1758 године. Да би се тачније могло дати време њеног повратка, било је потребно израчунати све поремећаје које су у њеном кретању изазвале планете у току од 75 година. Тај огромни рад извршио је већ после Халеја француски математичар Клеро (1758 године). Нађено је да ће због Јупитерових и Сатурнових поремећаја комета закаснити више од године дана. Она се, тачно по прорачуну, поново појавила прво 1759 године, а затим 1835 године. Њен последњи и најзначајнији повратак био је 1910 године. Те године 19 маја комета је прошла између Земље и Сунца и налазила се од Земље на отстојању од свега 24 милиона километара. Како је њен реп био знатно дужи од овог отстојања, а као и увек био окренут на супротну страну од Сунца, он је морао проћи веома близу Земље, те је могућно да се Земља неко време налазила у унутрашњости репа. Реп је био необично дуг — више од 140 степени, али се такав могао видети само из јужних крајева. Појаве Халејево комете могу се пратити помоћу старих летописа у прошлост за 2000 година. За све то време њен се сјај могао само незнатно смањити.

2) *Енкеова комета*. Слаба периодична комета, позната од краја осамнаестог века, занимљива само по свом кретању. Она има најкраћу периоду — свега $3\frac{1}{3}$ године. Енке, који је први доказао њену периодичност, нашао је да је њено кретање *убрзано*: сваки наредни обилазак трајао је скоро 3 часа мање од претходног. Зато се путања постепено смањује, те би комета, ако би убрзање стално постојало, коначно морала пасти на Сунце. Руски астроном Баклунд доказао је даље да се кометино убрзање мења: оно је данас знатно мање но што је било средином прошлог века, али промена убрзања не бива постепено но у скоковима. Ово се догодило 3 до 4 пута у току последњих 50 година. Загонетни су и само убрзање и његова промена. Можда им је узрок у *сударима* комете с неким *метеорским ројем*. До данас нису у кретању других комета откривене никакве сличне неправилности.

3) *Бјелина комета*. Ова слаба комета поделила се 1846 године у току од неколико дана на две потпуно одвојене мале комете скоро истог облика. Растојање међу њима постепено је расло и, док су се оне могле

пратити, достигло је скоро растојање од Земље до Месеца. Обе су се комете 1852 године вратиле, али се растојање међу њима за то време повећало скоро десет пута. Отада комета више није виђена, иако је требало да се појављује сваких 6 и по година, те се сматрало да је ишчезла. Године 1872 комета је требало да прође веома близу Земље, али и поред тога посматрачи нису успели да је нађу. Зато је у многим местима 27 новембра исте године посматрана права метеорска киша. Касније се показало да су се ови метеори кретали по путањи Бјелине комете. Она се очигледно растурила, а на њу нас потсећа само метеорски рој који се и сада јавља крајем новембра, али сваке године све слабији.

128. **Метеори.** — У међупланетном простору, бар у близини Земљине путање, креће се безброј веома малих тамних тела — *метеора*. Они се око Сунца крећу у свим могућим правцима. При свом кретању Земља се стално среће с њима и тек у тренутку тог сусрета ми сазнајемо за њихово постојање. Улетевши огромном брзином из безваздушног простора у Земљину атмосферу, метеор се због отпора ваздуха тренутно усијава и претвара у прах, или, како се обично каже, сагорева. Баш се у том кратком и јарком блеску и састоји појава метеора.

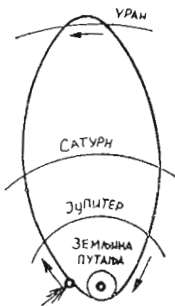
Посматрамо ли један исти метеор из двеју тачака размакнутих неколико километара, лако ћемо приметити да је његова путања у односу на звезде због паралаксе умерена, а на основи овог померања може се израчунати његова *висина* изнад Земљине површине. Нађено је да се ове појаве одигравају у врло високим слојевима атмосфере. Метеор сине обично на висини од 100 километара, а на висини од 70—80 километара се гаси. Брзине метеора у односу на Земљу крећу се у границама од 10 до 200 километара у секунди, те стварна дужина привидне метеорове путање може често износити и више од стотине километара.

Ведре ноћи без месечине може се просечно видети 4—6 метеора на час. Овај број се осетно мења и то и у току дана (*часовна промена*) као и у току године (*годишња промена*). После поноћи метеора је скоро двапут више но пре поноћи, а ујесен их је више но с пролећа. Некада се сматрало да ово доказује земаљску природу метеора, али је 1867 године Скијапарели показао да баш то доказује њихово козмичко или ванземаљско порекло. Доиста, да је Земља непомична, падао би на њу приближно исти број метеора са сваке стране. Али како се Земља креће око Сунца брзином од око 30 километара у секунди, падаће на разне њене тачке различит број метеора. Земљина полулопта која је окренута у правцу кретања добиће већи број метеора, супротна ће добити мањи. Када би брзина Земље била већа од брзине метеора, на ову последњу полулопту метеори уопште не би падали, јер ниједан од њих не би могао да стигне Земљу. Услед Земљиног обртања око осовине свака њена тачка биће једном у току дана на њеној предњој страни. То бива око 6 часова ујутру (по месном времену). У то време треба број метеора да буде највећи. Тачка према којој се Земља у датом тренутку креће зове се *апекс*. Видели смо да она лежи на еклиптици, 90 степени западно од Сунца (параграф 57). Очеvidно је да се већина метеора мора јављати у близини ове тачке. Што је висина апекса изнад хоризонта већа, утолико ће се више метеора посматрати. Овим се објашњава годишња промена: с јесени се апекс налази у близини тачке летњег солстиција, па се зато више издиже над хоризонтат но у пролеће (на северној полулопти Земљиној).

Метеори које посматрамо сваке ноћи, а који се крећу у свим правцима, називају се *спорадички метеори*. Од њих се разликују периодички метеори који се сваке године јављају истог дана, а крећу се у одређеним правцима. Нанесемо ли, наиме, на звездану карту њихове привидне путање и продужимо их уназад, оне ће се све сећи приближно у једној тачки.

Метеори, за које нам се чини да излећу из једне тачке небеског свода чине *метеорски рој*. Тачка од које се сви метеори разилазе назива се *радијантом роја*. Ова тачка заузима у односу на звезде одређен положај, излази и залази заједно с њима.

Данас се зна за неколико стотина метеорских ројева. Они носе имена сазвезђа у којима се радијант налази. Највећа два роја јесу Перзеиди и Леониди, који се тако зову по сазвезђима Перзеја и Лава. Метеори првог роја јављају се сваке године почетком августа (максимум наступа 11—12 августа), а другог између 16 и 17 новембра.



Сл. 110.

Појаве Перзеида и Леонида веома се разликују. Перзеиди се сваке године виде у приближно истом броју (40 до 50 метеора на час за посматрача на произвољном месту на Земљи). Леонида је обично мало, али се понеке године јаве као прави *метеорски плусак* (1799, 1833, 1866 године), буде их на десетине па и стотине хиљада на час.

Метеорски плускови су једна од најлепших небеских појава. Према опису посматрача тада је светло као при јаком севању муње, метеори падају густо као пахуљице снега за време мећаве. Требало би неколико часова да се преброје сви метеори који се у једном тренутку виде на небу. Уз то се читава појава збива у потпуној тишини, а ниједан метеор не пада на Земљину површину.

Метеорске ројеве тумачимо овако. Спорадички метеори крећу се кроз простор потпуно независно један од другог; периодички се, напротив, крећу у *ројевима*. Приликом сваког сусрета Земље с таквим ројем види се одједном велики број метеора. Сви се метеори једног роја крећу паралелним путањама, али нам се због перспективе чини да се сви они разилазе из једне тачке.

Како се сваки метеорски рој увек посматра једног истог дана, то значи да се Земља сваке године сретне с метеорским ројем у одређеној тачки своје путање. Да би се ово могло објаснити, ваља претпоставити да се рој око Сунца креће по *елиптичној* путањи која се у једној тачки сече са Земљином, и да су по њој непрекидно распоређени метеори, те рој изгледа као елиптички прстен. Прстен има велику дебљину. Зато Земља може кроз њега пролазити неколико дана.

Ако су метеори више или мање *равномерно* распоређени по путањи роја, онда ће Земља сваке године срести приближно исти број метеора. Овај случај имамо код Перзеида.

Напротив, код Леонида постоји у једној тачки *згушњење*, нека врста огромног облака с којим се Земља сретне сваке 33—34 године. Тада наступају необично обилни метеорски плускови. Јасно је да толико

година траје обилазак метеорског роја око Сунца. На сл. 110 приказана је путања Леонида на којој се налази и једна комета.

Згушњење се дуж путање роја протеже на дужини од око једне десетине или једне дванаестине елипсина обима, тако да пролаз кроз тачку пресека са Земљином путањом траје више од годину дана. Стога су се обилни метеорски плускови и могли видети две, па и три године узастопно (последњи пут 1866—1868 године). И у најгушћем делу роја су отстојања између појединих метеора веома велика: просечно се у коцки чија је ивица 150 километара налази само један метеор. Но како је пречник згушњења око милион километара, укупни број метеора веома је велики.

Порекло метеорских појава почели смо разумевати тек када је доказана *веза између комета и метеора*. Скијапарели је нашао (1867 године) да се из августа метеори Перзеиди, крећу путањом једне периодичне комете (из 1862 године), чија је периода око 120 година. Исте је године нађено да се и Леониди крећу путањом друге једне комете (из 1866 године), чија је периода 33 године и $\frac{1}{4}$, а то је управо размак после кога се понављају новембарски метеорски плускови. Ова нам веза показује да су у датим случајевима метеорски ројеви *настали из комета*, да се, дакле, комете стално распадају. Сићушна тела која чине комету растурају се постепено по целој путањи, да би на крају образовали елиптичан метеорски прстен. Отуда, између осталог, следује, да је рој Перзеида старији од роја Леонида: овај последњи није се још ни приближно равномерно расуо по читавој путањи, већ заузима само њен дванаести део.

Главни узрок распадања комета јесте разлика дејства Сунчевог привлачења на делове комете ближе и даље од Сунца, то јест такозвано Сунчево плимско дејство. Извесну улогу игра и привлачење планета.

Трећи случај везе између метеора и комета претставља Бјелина комета и метеорски рој Андромедида који је изазвао дивне метеорске плускове 27 новембра 1872 и 1885 године. Касније је утврђено још неколико сличних случајева. Није, међутим, доказано да сви метеорски ројеви настају из комета.

Кретање метеорских ројева подлежи великим планетским поремећајима. Тако се на пример, путања Леонида у последње време толико изменила, да данас најбогатији део роја пролази далеко од Земље. Стога се нису могли посматрати метеорски плускови који су очекивани 1899 и 1933 године.

Поред обичних метеора улећу понекад у Земљину атмосферу, појединачно или у збијеној групи, тела чије су размере веће, те се она не распадне као метеори. Разбијена на делове услед жестоког судара с атмосфером, делом нагорела и истопљена, она већ на знатним висинама изгубе брзину којом су располагала у простору, те на Земљу падају смањеном брзином, покорављујући се само сили Земљиног привлачења. За време свог лета кроз атмосферу такво тело изгледа као *светла лопта* или *болид*, велика понекад као пун месец и јарко обасјава цело небо. Тад се чује тутњава која личи на артилериске плотуне, а настаје услед силног сабијања и треперења ваздуха испред болида, док на Земљу пада камење, такозвани *метеорити*. Понекад их падне неколико хиљада,

већином малих, али укупна тежина свих одломака једног метеорита може да достигне неколико тона.

Највећи метеорит чији је пад посматран био је тунгуски метеорит, који је пао 30 јуна 1908 године ујутру у непроходну тајгу, око хиљаду километара северно од Иркутска. Пламени стуб чија је висина на месту пада износила до 20 километара, видео се са растојања од неколико стотина километара. Тутњава се чула на више од 100 километара, а потрес Земљине коре забележили су сеизмографи у западној Европи. Око места где је метеорит пао, на површини од неколико хиљада квадратних километара, и до данас леже нагорела стогодишња стабла као покошени цинови, а врхови су им окренути на супротну страну од места експлозије. Сам метеорит се вероватно распао при паду и зарио у мочварно тле и није нађен. Могућно је да том приликом на Земљу и није пало једно велико тело, већ велики скуп сразмерно малих метеорита.

Хемиским испитивањем метеорита није у њима нађен ниједан непознат елемент, али се наишло на једињења познатих елемената за која се на Земљи није знало. Зато ће искусан минералог одмах познати да пред собом има метеорит, иако није видео његов пад. Занимљиво је да се често налазе метеорити састављени из чистог *гвожђа*. Они се називају *сидерити*.

Како се код свих метеора, од сјајних болида до телескопских метеора, срећу елиптичке и хиперболичке путање, изгледа могућно разделити ова тела на две групе: једна би припадала нашем Сунчевом систему, друга би долазила из међузвезданог простора.

Од појава које су у вези са метеорима поменимо још *зодијачку светлост*. Појава се састоји у овоме.

Ведрих зимских или јесењих вечери, пошто наступи ноћ, може се изнад западног хоризонта видети слаб сјај што изгледа као широк, нагнут стуб, који се горе постепено сужава. Лети, и у пролеће, ова се појава види на источном небу пре зоре. Како се ово светљење протеже дуж еклиптике, преко зодијачких сазвежђа, дато му је име *зодијачке светлости*. У тропским земљама, где еклиптика увек заклапа са хоризонтом велики угао, зодијачка је светлост скоро исто толико сјајна као и Млечни Пут, те се дуж целе еклиптике може пратити као светао појас. Његово сјајније место, које се налази на приближно 180 степени од Сунца назива се *наспрамни сјај*. Природа зодијачке светлости још није потпуно објашњена. Можда је то огроман скуп метеора који у виду сочива обухвата Сунце, а граница му лежи иза Земљине путање.

ГЛАВА ЧЕТРНАЕСТА

ЗВЕЗДЕ

129. **Привидни и апсолутни сјај звезда и њихова привидна величина.** — Још у старом веку звезде су по сјају подељене на класе такозваних *величина*. Најсјајније звезде, њих око 20, назване су звездама прве величине; долазе затим звезде друге величине итд. Најслабије звезде које се могу видети голим оком припадају шестој величини. Подела звезда по величинама настављена је и даље код *телескопских* звезда, које се не виде голим оком. Највећим савременим телескопима могу се посматрати звезде до осамнаесте привидне величине, а снимити се могу звезде двадесете величине, па чак и слабије.

Реч величина скраћено се означава словом m (магнитудо). Подела на величине била је прво произвољна, али се касније показало да она почива на одређеној математичкој основи. Наиме, звезда прве величине онолико је пута просечно сјајнија од звезде друге величине, колико је пута ова сјајнија од звезде треће величине и тако даље. На тај начин сјај звезда узастопних привидних величина образује геометриску прогресију. Однос сјаја две суседне класе, или количник прогресије, приближно је једнак 2,5. Данас је за његову вредност усвојен број 2,512 чији је логаритам једнак 0,400. Овим се олакшава прелаз са величина на односе сјаја.

Нека је величина сјајније звезде n , слабије m , тада је $m > n$; однос $\frac{I_n}{I_m}$ њиховог сјаја биће тада

$$\frac{I_n}{I_m} = 2,512^{m-n}. \quad (1)$$

Ако логаритмујемо и приметимо да је $\log 2,512 = 0,400$, добићемо

$$\log \left(\frac{I_n}{I_m} \right) = 0,4 (m - n) \quad (2)$$

или

$$m - n = 2,5 (\log I_n - \log I_m).$$

Усвојимо ли за јединицу сјај звезде нулте величине, то је за $n = 0$ и $I_n = I_0 = 1$, те добијамо

$$\begin{aligned} \log I_m &= -0,4 m \\ m &= -2,5 \log I_m. \end{aligned} \quad (3)$$

Из ових образаца излази, на пример, да је звезда шесте величине тачно сто пута слабија од звезде прве величине, јер је $2,512^5 = 100$.

Према томе количник прогресије величина једнак је $\sqrt[5]{100}$.

Како све звезде исте привидне величине немају исти сјај, потребно је увести финију поделу и означавање привидних величина целим бројевима и десетним разломцима. Код врло сјајних небеских тела ваља употребити негативне бројеве. Тако се привидна величина Сиријуса, најсјајније звезде на нашем небу, изражава негативним бројем: $-1,6 m$. Привидна величина двеју најсјајнијих звезда северне небеске полусфере, Вега и Арктура, приближно је 0,1. Све су ове звезде уствари сјајније од прве величине, али се ипак убрајају у њу. Звезде привидних величина од 1,5 до 2,5 спадају у другу привидну величину, звезде до 3,5 m у трећу и тако даље. Приметимо још да је привидна величина Сунца на средњем отстојању минус 26,72 m , а пуног месеца минус 12,3 m .

Привидна величина звезде зависи од њене удаљености, те нам још ништа не казује о њеном стварном сјају. Да бисмо могли упоређивати стварни сјај звезде треба још да израчунамо колики би им био сјај када би се све налазиле на истом отстојању од нас. По међународној конвенцији усвојена је за то нормално отстојање вредност од 10 парсека, која одговара паралакси $0'',1$ (параграф 56). Привидна величина коју би звезда имала да се налази на том отстојању назива се апсолутном величином и обележава словом M . Она се лако може израчунати када се зна посматрана привидна величина звезде и њена паралакса π , па према томе и удаљеност Δ .

Означимо са I_M стварни сјај звезде а са I_m привидни. Из обрасца (1) добијамо

$$\frac{I_M}{I_m} = 2,512^{m-M}.$$

Али је сјај обрнуто сразмеран квадрату отстојања. Стога се из претходног обрасца добија ова веза између отстојања и односне привидне величине:

$$\frac{\Delta^2}{\Delta_0^2} = 2,512^{m-M}. \quad (4)$$

Овде је Δ_0 отстојање с кога би привидна величина звезде била једнака M . Како су удаљења Δ и Δ_0 врло велика, можемо ставити да је њихов однос једнак реципрочной вредности односа годишњих паралакса:

$$\frac{\Delta}{\Delta_0} = \frac{\pi_0}{\pi},$$

те образац (4) прелази у:

$$\frac{\pi_0^2}{\pi^2} = 2,512^{m-M}.$$

Ако логаритмујемо и приметимо да је $\log 2,212 = 0,400$, а $\pi = 0'',1$; и зато $\log \pi_0 = -1$, добићемо:

$$\begin{aligned} 0,4(m-M) &= -2 - 2 \log \pi, \\ m-M &= -5 - 5 \log \pi, \\ M &= m + 5 + 5 \log \pi. \end{aligned} \quad (5)$$

Образац (5) један је од најважнијих у данашњој звезданој астрономији.

Нађимо још апсолутну величину Сунца. Тога ради узмимо строги образац (4) и сменимо у њега бројне вредности:

$$\begin{aligned} \Delta &= 1 \text{ астрономској јединици,} \\ \Delta_0 &= 10 \text{ парсека} = 206\,2650 \text{ астрономских јединица (параграф 56),} \\ m &= -26,72. \end{aligned}$$

После логаритамског рачунања добићемо

$$\begin{aligned} M - m &= 5 \log 206\,2650 = 31,57; \\ M &= +4,85. \end{aligned}$$

Према томе је апсолутна величина нашег Сунца једнака $+4,85 m$. Другим речима, са отстојања од 10 парсека Сунце би изгледало нешто сјајније од звезде пете величине.

Пример. Нађимо апсолутну величину Сиријуса; $m = -1,6$, $\pi = 0'',37$, $\log \pi = 9,568 - 10$. Образац (5) даје нам

$$M = -1,6 + 5 + 5 \cdot (0,432) = +1,24 m.$$

Према томе Сиријус је сјајнији од Сунца за 3, 56 привидне величине. Из обрасца (1) добијамо да је однос сјаја N

$$N = 2,512^{3,56}, \quad \log N = 0,4 \cdot 3,56, \quad N = 26,6.$$

Дакле Сиријус је скоро 30 пута сјајнији од Сунца.

130. Означавање звезда. Њихов број. — Још је у далекој прошлости небо подељено на *сазвежђа*. Испрва су издвојене најупадљивије групе па су им дата посебна имена, затим је подела проширена на читаво небо, и северно и јужно. Имена сазвежђа узета су највећим делом из митологије. Почетком седамнаестог века почело се с означавањем појединих звезда у сваком сазвежђу грчким словима и називом сазвежђа, најчешће на латинском језику¹⁾.

Например α Ursae minoris (или скраћено α UMin, α UMi, алфа Малог Медведа, то јест Северњача). Мали број најсјајнијих звезда има, осим тога, посебна имена, грчка или латинска (на пример Сиријус, Арктур, Капела) или пак арапска (Вега, Алдебаран, Алгол). Како се грчким словима може означити само један део звезде из сваког сазвежђа, обележавају се остале или латинским словима, или бројевима и називом сазвежђа, на пример 61 Лабуда, или се пак даје број и скраћеница каталога у који је звезда унета. Тако је оснака звезде са највећим сопственим кретањем на северној полусфери неба Groombridge 1830, јер

¹⁾ Латински називи сазвежђа и скраћенице дати су у табlici V на крају књиге.

је она под тим бројем унета у звездани каталог енглеског астронома Грумбрица. Најзад се најслабије звезде, које нису унете ни у један каталог, означавају својим координатама, ректасцензијом и деклинацијом, при чему се даје и епоха на коју се ове величине односе (јер се оне услед прецесије стално мењају).

Уколико се прелази на све слабије звезде, њихов број расте. Дајемо податке за звезде које се на обема полусферама виде голим оком (по Каптејну). Овде се у прву величину убрајају све звезде сјајније од 1,5 *m*, у другу звезде од 1,5 до 2,5 привидне величине и тако даље.

Прив. величина	Број звезда	Прив. величина	Број звезда
1	21	4	458
2	46	5	1476
3	134	6	4840

Свега до привидне величине 6,5 — 6975 звезда.

Према томе се голим оком на целој небеској сфери може видети до седам хиљада звезда, дакле далеко мање но што се то обично мисли. Овај број у великој мери зависи од оштрине вида.

За телескопске звезде је по Каптејну:

Прив. величина	Број звезда	Прив. величина	Број звезда
7	15 000	10	407 000
8	45 000	11	1 175 000
9	138 000	12	3 240 000

Посматрања показују да број звезда расте са привидном величином приближно у геометриској прогресији чији је количник 3. Када се прелази на слабије звезде овај количник није константан него постепено опада. Одавде се могу извести, као што ћемо даље видети, важни закључци о склопу звездане васионе.

Број слабијих звезда још увек нам је недовољно познат. Цени се да звезда до шеснаесте привидне величине има приближно 100 милиона, а да број звезда приступачних најмоћнијим савременим инструментима износи милијарду.

131. Боје звезда. — Већином су звезде беле боје, сразмерно мало њих жуте су или црвене са разним нијансама између ових боја. Друге боје, на пример плава или зелена, срећу се само код двојних звезда, али се ова појава објашњава контрастом, а све те звезде просто су беле са незнатним плавим нијансама. Када се поред такве звезде налази наранџаста или црвена звезда, бела ће нам, на пример, изгледати зелене боје, због познате појаве комплементарних боја.

Треперење звезда, при коме се оне предивају разним бојама долази од струјања у нашој атмосфери.

Има начина да се боја звезде изрази *бројем*. Овај се начин састоји у упоређивању визуалне привидне величине, дакле величине оцењене оком, са фотографском привидном величином исте звезде. Фотографска плоча је мање осетљива на црвене зраке, те црвене звезде на снимку изгледају слабијег сјаја но беле звезде истог визуалног сјаја, а разлика је утолико већа, уколико је звезда црвенија.

Усвојено је да се белим звездама одређене спектралне класе припише фотографска величина тачно једнака визуалној. Код звезда друге боје ова једнакост више неће постојати. Код црвених ће фотографска

величина бити већа од визуалне. *Разлика између фотографске и визуалне величине једне звезде назива се индекс боје*, а означава са *I*. Ако, на пример, црвена звезда привидне величине 2,4 *m* на снимку излази као звезда (фотографске) привидне величине 3,9 *m* биће $I = 1,5$.

Индекс боје игра важну улогу у астрофизици, јер се на основи њега може израчунати *температура* звезде. Што је *I* веће, температура је нижа. Резултате добијене на овај начин даћемо када будемо описали звездане спектре.

132. Спектри звезда и њихова подела. — Спектри разних звезда разликују се међу собом. У данашње време испитивање звезданих спектра претставља један од најважнијих задатака астрономије. Оно нам је омогућило да о природи далеких сунаца добијемо податке који би пре открића спектралне анализе изгледали свакоме фантастични.

Спектри звезда су, као и Сунчев, непрекидни са тамним линијама, дакле *апсорпциони спектри*. Ово нам показује да је свака звезда једно сунце, дакле усијано тело окружено гасовитом атмосфером. Астрономи су успели да већину линија у звезданим спектрима идентификују са линијама елемената познатих на Земљи. Нађено је да се материјал из којег је саграђена звезда састоји из истих елемената као и наша Земља и Сунце, али се у спектрима разних звезда истичу разни елементи.

Уопште се спектри звезда веома разликују у погледу броја и реда линија, али они нису бескрајно разнолични. Напротив, могуће их је сврстати у сразмерно мали број типова или *класа*, тако да се спектри који спадају у исту класу мало разликују између себе. Предложено је неколико таквих спектралних подела.

Историски прва, веома проста и подесна, дели све звездане спектре на четири типа. Првом типу припадају *беле звезде* са пространим атмосферама у чијим се спектрима углавном види само неколико *водоникових* линија. Оне су белје и сјајније од Сунца. Други тип чине жуткасте звезде, у чијим се спектрима види велики број линија које припадају *металима*. Овде спада и наше Сунце. Трећем типу припадају *црвенкасте* звезде у чијим се спектрима поред линија запажају и широке *тамне траке*. У спектрима звезда четвртог типа, *црвених* звезда, ове су се траке прошириле толико, да су од непрекидног дела спектра остали само још поједини делови.

Данас се скоро искључиво употребљава спектрална подела која је разрађена на Харвардској опсерваторији у Сједињеним Америчким Државама и која се стога назива *харвардском поделом*. У њој се класе обележавају словима. Нешто необичан ред слова историски је условљен.

Класа О. Беле звезде у чијим се спектрима виде линије *јонизованих* елемената, углавном хелијума, азота, кисеоника. У спектрима неких звезда ове класе постоје и сјајне (емисионе) линије.

Класа В. Беле звезде у чијим се спектрима виде *хелијумове* и *водоникове* линије. То су већином сјајне звезде распоређене углавном дуж Млечног Пута и у сазвежђу Ориона. Од 7 сјајних звезда у Ориону 6 припада овој класи.

Класа А. Беле звезде са широким *водониковим* линијама (*Сиријус*, *Вега*). У њиховим спектрима почињу се јављати линије *јонизованих* метала.

Класа *F*. Жуткасто-беле звезде; веома јаке су линије калцијума, и јонизованог и неутралног. Линије других метала упадљивије су но у претходној класи (Процион, Канопус).

Класа *G*. Жуте звезде, чији је спектар испресецан многобројним линијама метала, већином неутралних (Сунце, Капела).

Класа *K*. Црвенкасте звезде у чијем је спектру љубичасти део ослабљен; линије метала појачале су се (Арктур, Алдебаран).

Класа *M*. Црвене звезде са широким апсорпционим тракама титанових једињења у плавом делу спектра (Бетелгез, алфа Херкула).

Класа *N*. Мали број слабих црвених звезда. Апсорпционе траке угљеникових једињења.

Осим тога су, због мањег броја звезда чији се спектри не могу обухватити горњом поделом, уведене још и класе *R*, *S*, затим *P* (планетарне маглине) и *Q* (нове звезде).

Ако се изузме класа *N*, прелазе све остале непрекидно једна у другу и образују непрекидан низ. Стога се у оквиру сваке класе могла увести финија подела. Ова се означава цифрама или (ређе) малим словима. Тако на пример *B1* означава спектар веома сличан типичном спектру звезде класе *B* (овај се обележава са *B₀*), но који нешто наличи на спектар класе *A*. Напротив је спектар *B9* знатно ближи поткласи *A₀* но поткласи *B₀*. Ако се спектар звезде било по чему разликује од типичних спектра дотичне поткласе, његовој ознаци дописује се слово *p* (прво слово латинске речи peculiaris, што значи особен), на пример *B_{0p}*.

Ове спектралне карактеристике дају се данас у многим звезданим каталозима, на пример у каталогу Астрономског годишњака. Тако, на пример, звезде нулте величине бета Орионис и алфа Ауриге имају спектре *B8p* и *G₀*.

133. Температуре звезда. — Ред спектралних класа одговара снижавању температуре, — од најусијанијих звезда класа *O*, *B*, *A*, до сразмерно хладних, тамно-црвених звезда класа *M* и *N*. Доиста, код звезда класе *O* јонизован је и хелијум, а то показује да је температура необично висока, код звезда класе *B* — водоник. У наредним класама појављују се линије неутралних метала и најзад линије једињења, а ова могу постојати само при сразмерно ниским температурама.

Мерење звезданих температура заснива се на упоређивању звезданих спектра са спектрима усијаних тела, такође и на одређивању индекса боје. У нашим лабораторијама могли смо да достигнемо само сразмерно ниске температуре; стога је с већом тачношћу одређена само температура сразмерно хладнијих звезда. За главне спектралне класе добијене су ове температуре:

<i>B</i>	<i>A</i>	<i>F</i>	<i>G</i>	<i>K</i>	<i>M</i>
20 000°	10 000°	7 000°	6 000°	4 500°	3 000°

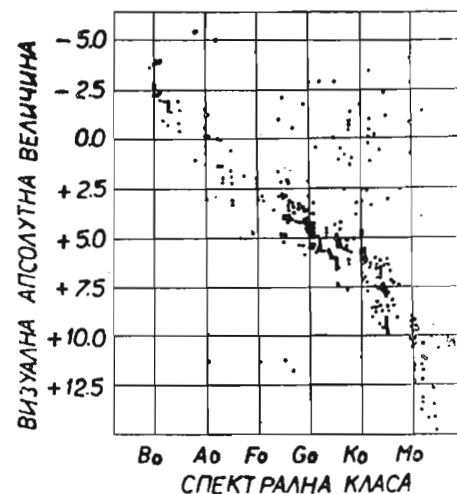
Температура појединих звезда класа *O* и *B* још је већа и премаша 25 000°.

134. Звезде-цинови и звезде-патуљци. — Знамо ли привидну величину *m* звезде и њену паралаксу π , можемо одредити апсолутни сјај (параграф 129, образац (5)), дакле број који нам показује колико је пута уствари звезда сјајнија или слабија од Сунца. Нађено је да се по апсо-

лутном сјају црвене звезде — класа *K* и *M*, могу поделити на две оштро одвојене групе: на звезде-цинове, чији је сјај много десетина пута већи од Сунчевог, и на звезде-патуљке које су стотинама пута слабије од Сунца. Између ових група нема прелаза. Нађено је затим да су све беле звезде класе *B* цинови када их упоредимо с нашим Сунцем. Већина звезда наредне класе *A* такође су цинови, али се међу њима могу срести и патуљци, иако је разлика у сјају код звезда ове класе мала. Код жутих звезда подела на цинове и патуљке већ је очигледна, али се још срећу и прелазни облици. Најзад код црвених звезда класе *M* разлика сјаја између цинова и патуљака достиже девет до десет величина, што значи да су црвени цинови ове класе сјајнији од патуљака исте класе пет до десет хиљада пута. Амерички астрофизичар Расл показао је 1912 године да звезде-цинови свих класа имају просечно исти сјај, док сјај звезда-патуљака опада када им се боја мења од беле према црвеној. Подела звезда по спектралним класама и апсолутним величинама графички је претстављена Расловим дијаграмом (сл. 111).

На овоме су по апсциси пренете спектралне класе харвардске поделе или боје звезде, по ординати апсолутне величине *M*. Апсолутни сјај расте када се по ординати иде навише. Сунце се налази на пресеку линија које одговарају класи *G₀* и апсолутној величини + 4,8. Област дијаграма густо попуњена тачкама, која се протеже приближно дијагонално назива се главним низом. Он се скоро без прекида протеже од апсолутно сјајних белих звезда класе *B* до веома слабих црвених звезда патуљака класе *M* у доњем десном углу. С десне стране главног низа и изнад њега леже звезде-цинови класа *G*, *K*, *M* чија је апсолутна величина приближно једнака нули, док су изнад њих растурене знатно ређе жуте и црвене звезде супер-цинови са апсолутним величинама —2 и више. С леве стране главног низа и потпуно издвојене од њега налазе се три (на нашем дијаграму) звезде класа *A* до *F*, величине од једанаесте до четрнаесте. То су загонетни бели патуљци који се не могу обухватити Расловом схемом. Апсолутни сјај далеких цинова одређен је веома непоуздано. То делом објашњава зашто су односне тачке у толикој мери растурене.

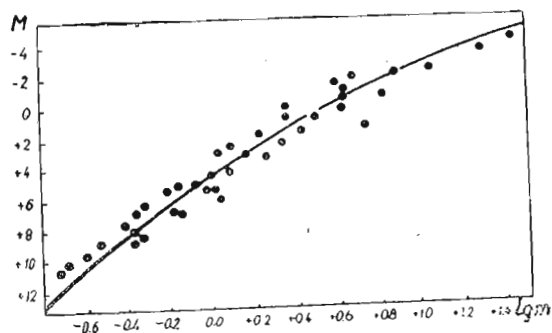
Каснија испитивања показала су да се спектри цинова и патуљака исте класе нешто разликују. Ово се објашњава разликом густине тих звезда. У спектрима звезда-цинова нарочито су интензивне линије јонизованих елемената, такозване линије (електричне) варнице, а у спектрима патуљака линије (електричног) лука, што значи неутралних елемената.



Сл. 111.

Испоставило се, најзад, да се по изгледу спектра може не само одговорити на питање да ли звезда припада групи цинова или групи патуљака, већ се шта више може одредити и њен апсолутни сјај. На овоме се заснива *спектрална* метода одређивања звезданих *паралакса*, коју су дали астрономи Адамс и Колштер са опсерваторије Маунт Вилзон (САД) године 1914. Метода се заснива на томе што апсолутна величина звезда M зависи на прост начин од односа интензитета извесних линија. Ова зависност одређује се по спектрима звезда чије су паралаксе одређене тригонометриским методама, те им је стога позната апсолутна величина. Добијени график користи се да би се одредило M код оних звезда чија се паралакса не зна. Затим се помоћу нађеног M израчуна по обрасцу (5) из параграфа 129 паралакса π . На овај начин већ су одређене паралаксе неколико десетина хиљада звезда. Преимућство је ове методе у томе што се она може применити на удаљене звезде, чије се паралаксе не могу непосредно мерити.

135. **Физичке карактеристике звезда.** — а) *Стварни сјај звезда* креће се у веома широким границама. Срећемо, с једне стране, звезде супер-цинове



Сл. 112.

које су десетинама хиљада пута сјајније од нашег Сунца (као, на пример, Ригел, најсјајнија звезда у сазвежђу Ориона, која је од Сунца бар 20 000 пута сјајнија, док је Денеб у Лабуду свакако још сјајнији); с друге стране познати су нам патуљци који су десетинама хиљада пута слабији од Сунца.

Већина звезда које се виде голим оком јесу *цинови*, много пута сјајнији од Сунца. Но ово

долази отуда што се цинови могу видети са огромних отстојања. Међу звездама се далеко *чешће* срећу патуљци но цинови.

б) *Пречници звезда.* Угловни пречници звезда ништавно су мали и не могу се непосредно мерити помоћу телескопа. Но 1920 године успело је мерење пречника неколико црвених цинова нарочитом интерферентном методом коју је предложио амерички физичар Мајклсон. Угловни пречници износе неколико стотих делова секунде. Помоћу њих израчунати су стварни пречници ових звезда. Тако је, на пример, нађено да је пречник Бетелгезе (алфа Ориона) 300 пута, а пречник Антареса (алфа Скорпије) 450 пута већи од Сунчевог, те премаша пречник Марсове путање.

Пречници осталих звезда одређени су засада само рачунским путем на основи њиховог индекса боје и сјаја. За беле цинове класа B и A добијене су вредности два до десет пута веће од Сунчевог пречника, за црвене патуљке вредности исто толико пута мање од њега, у сагласности са Расловом теоријом. Нађено је међутим да су пречници загонетних белих патуљака десетинама пута мањи од Сунчевог, а један од њих мањи

је, шта више, од Земље. Према томе звезде се у великој мери разликују по величини.

в) *Масе звезда* одређене су само код сразмерно малог броја двојних звезда. Оне се крећу само у далеко ужим границама и у средњу руку блиске су Сунчевој маси. До данас није нађена звезда чија би маса била мања од једне десетине Сунчеве масе. Исто се тако само ретко срећу масе које би од Сунчеве биле неколико десетина пута веће, а и то само код звезда класа O и B .

Између *масе* звезде и њеног апсолутног *сјаја* постоји значајна веза коју је Едингтон теориски извео а посматрања потврдила: сјај звезде утолико је већи, уколико је већа њена маса. Ако знамо једну величину можемо приближно одредити другу, као што се види из приложене таблице или са Едингтоновог дијаграма (сл. 112). На дијаграму је свака звезда са познатом масом m и апсолутном величином M претстављена таквом чије су координате: апсциса $\log m$ и ордината M .

Апсолутна величина звезде	Маса (Сунчева маса = 1)
+ 15,0	0,14
12,5	0,22
10,0	0,34
7,5	0,53
5,0	0,91
+ 2,5	1,72
0,0	4,0
- 2,5	12,0

Неуобичајен изузетак од овог правила претстављају већ поменути *бели патуљци*, на пример Сиријусов пратилац. При малом сјају њихова је маса необично велика.

г) *Густине звезда.* Ако знамо масу и полупречник можемо израчунати густину звезде, али се у извесним случајевима густина може добити и без ових података. Као што је и требало очекивати, она је код *звезда-патуљака* приближно једнака Сунчевој густини (1,4 ако се густина воде узме за јединицу). Код *цинова* се напротив срећу изванредно *мале* густине. Тако је на пример густина Антареса приближно милион пута мања од густине воде, те стога износи мање од хиљадитог дела густине ваздуха при Земљиној површини. С друге стране нађене су у новије време звезде чија је густина *хиљадама* па и *милионима* пута *већа* од *густине* воде. То су *бели патуљци* који су достигли крајњи степен згушњања под дејством узајамног привлачења својих честица. Као пример може се узети поменути Сиријусов пратилац чији пречник није већи од Нептуновог, док му је маса скоро једнака маси Сунца. Одавде излази да је његова густина две до три хиљаде пута већа од густине платине. Касније су нађене звезде чија је густина још хиљаду пута већа. Едингтонова теорија овако објашњава ту необичну чињеницу: атоми усијаног гаса у унутрашњости звезде изгубили су услед јонизације скоро све своје електроне, те су постали далеко мањи него при обичним условима. Зато се они могу далеко више сабити но неутрални атоми. — Положај ових звезда у схеми звездане еволуције још је нејасан.

136. **Двојне звезде.** — Има много звезда које се дурбином виде као двоструке: оне се састоје из две звезде које су веома близу једна другој, те се при посматрању голим оком или slabим дурбином стапају у једну. Неки од ових звезданих парова само су привидно блиски. Уствари се једна звезда налази далеко иза друге. Овакве двојне звезде називају се *оптичким* двојним звездама, и претстављају безначајну мањину. Све су остале двојне звезде *физичке двојне* и претстављају пар блиских сунаца које у заједници држи сила теже. Ово је 1803 године показао Хершел, који се први систематски бавио изучавањем двојних звезда.

Да физички двојне звезде доиста постоје, може се показати на разне начине. Пратимо ли у току довољно дугог времена две блиске звезде A и B приметимо да се њихов узајамни положај мења. Ако је то оптички пар, онда ће низ положаја звезде B (назовимо је сапутником) у односу на главну звезду A лежати на правој B, B', B'', \dots , јер сопствена кретања звезда у простору (гл. XV) бивају у свим могућим правцима, али увек у правој линији. Ако између звезда у пару постоји физичка веза, положаји B, B', B'', \dots лежаће на кривој линији чија је издубљена страна окренута звезди A . Овакво криволиниско кретање показује нам да једна звезда обилази око друге по извесној путањи под дејством њиховог узајамног привлачења. Баш је то утврдио Хершел код неколико звезданих парова, а на основи својих дугогодишњих посматрања.

Ако је утврђено да постоји кретање по таквој путањи, двојна звезда *несумњиво* је физички пар. У другим случајевима физичка веза између двеју блиских звезда може само бити *веома вероватна*. Ова вероватност прећи ће у извесност на пример у случају када је *сопствено кретање две блиске звезде исто*. Јасно је да је у том случају кретање по путањи толико споро, да се још није могло приметити.

Ако је, најзад, и кретање по путањи и сопствено кретање толико мало да се не могу приметити — а тај случај се најчешће среће — физичка веза међу звездама доказује се разматрањима заснованим на *рачуно вероватноће*. Што су звезде које образују пар сјајније, а њихово међусобно отстојање мање, утолико је физичка природа уоченог пара вероватнија. Може се, на пример, израчунати да ће, при потпуно произвољном распореду звезда по небу, вероватноћа да се две звезде шесте величине нађу на отстојању мањем од десет лучних секунда, бити практично једнака нули. Уствари знамо да постоје десетине оваквих случајева. Јасно је да су све те звезде физички двојне.

Данас се зна више од 20 000 двојних звезда. Растојање међу звездама у пару (оне се обично називају *компонентама*) износи обично неколико секунда. Код парова који се сада проналазе оно је делом мање од секунде.

Крива коју једна звезда у пару описује око друге увек је елипса. Брзина кретања сапутника по тој путањи увек се покорава другом Кеплеровом закону, али први закон не важи: главна се звезда не налази у жижки елипсе. Ово долази отуда што елипса коју видимо није права елипса што је звезда описује у простору, већ њена пројекција на небеску сферу. Право кретање двојних звезда покорава се строго Кеплеровим законима, па се према томе оно покорава истом закону гравитације као и кретања планета око Сунца. Периоде обилажења највећим су делом веома велике (неколико хиљада година), те је од Хершеловог времена

стварно кретање утврђено само код неколико стотина двојних звезда. За још мањи број, приближно стотину двојних звезда, и то углавном веома блиских парова, било је могуће израчунати путању и одредити време обилажења. Најкраћа периода мања је од шест година.

Кретање у двојним системима разликује се од кретања у нашем Планетском систему зато што су *маса* компонената већином *скоро једнаке*, или се у сваком случају мало разликују, те се тежиште око кога обилазе обе компоненте налази далеко од главне звезде. Сем тога су елиптичне путање компонената знатно издуженије од планетских путања.

У малом броју случајева када се може измерити *удаљење* звезде од Сунца, може се израчунати и њена маса као и праве размере путања. Стога неке парове већ врло добро познајемо. Тако се на пример Сиријус (алфа Canis majoris) састоји из два тела, једног врло сјајног, док је друго врло слаба сјаја, осме величине. Средње растојање међу њима приближно је једнако удаљењу Урана од Сунца. Маса пратиоца једнака је приближно маси Сунца, док је маса самог Сиријуса 2,4 пута већа. Оба тела обиђу за педесет година око заједничког тежишта које лежи ближе Сиријусу (од њега удаљено приближно као Јупитер од Сунца). Ексцентричност путање необично је велика: 0,6. Обе компоненте описују сличне елипсе, само је сапутникова елипса 2,4 пута већа.

Историја открића овог сапутника личи на историју Нептуновог открића. Године 1844 запазио је Бесел да се сопствена кретања двеју сјајних звезда, Сиријуса и Проциона (алфа Малог Пса), не врше по луковима великих кругова, него по кривим линијама које личе на синусоиде. Одавде је он закључио да свака од ових звезда обилази око извесног средишта и прорекао да оне морају имати веома слабе и блиске сапутнике чија је маса знатна. Сиријусовог сапутника открио је амерички оптичар Кларк 1862 године приликом испитивања једног дурбина који је конструисао. Године 1896 откривен је и Проционов сапутник.

Осим двојних постоје и троструке, четвороструке и вишеструке звезде.

137. **Одређивање маса двојних звезда.** — Трећи Кеплеров закон у уопштеном облику омогућује нам да одредимо масу двојне звезде ако нам је позната њена *паралакса*.

Нека буде A велика полуосовина путање сапутника око главне звезде у *линиским* јединицама, T — време обилажења, m_1 и m_2 масе компонената, a_0 велика полуосовина Земљине путање (тј. астрономска јединица), S — трајање Земљиног обиласка око Сунца или сидерична година, M и m масе Сунца и Земље. Образац из параграфа 74 даје нам

$$\frac{a_0^3}{S^2 (M + m)} = \frac{A^3}{T^2 (m_1 + m_2)}$$

Ставимо ли $a_0 = 1$, $S = 1$, $m = 0$, добићемо за однос маса двојног система према Сунчевој маси израз

$$\frac{m_1 + m_2}{M} = \frac{A^3}{T^2} \quad (1)$$

Овде је T изражено годинама, а полуосовина A астрономским јединицама. A се може израчунати ако нам је позната годишња паралакса π звезде или њено отстојање Δ од Сунца.

Означимо са a велику полуосовину путање звезде у лучним секундама. Очигледно је да између a и A постоји веза

$$A = \Delta \cdot a \cdot \sin 1''.$$

Из обрасца за годишњу паралаксу (параграф 56) имамо:

$$\Delta = \frac{1}{\pi \sin 1''}.$$

Одавде је

$$A = \frac{a}{\pi}.$$

Сменимо ли то у образац (1) добићемо

$$\frac{m_1 + m_2}{M} = \frac{a^3}{\pi^3 T^2}.$$

Пример. За Сиријуса је $a = 7'',57$, $\pi = 0'',37$; $T = 50$ година. По моћу обрасца (2) добићемо да је

$$m_1 + m_2 = \frac{(7,57)^3}{(0,37)^3 \cdot 2500} = 3,4 \text{ Сунчеве масе.}$$

138. Спектралне двојне звезде. — Један од најзначајнијих резултата савремене астрономије јесте откриће двојних звезда које су толико блиске да се ни најмоћнијим телескопом не могу раздвојити (Фогл и Пикеринг, 1890 године). Овде треба разликовати два случаја: а) добијамо светлост само од једне компоненте двојне звезде, док је друга веома слаба сјаја; б) обе компоненте су сјајне те је светлост звезде уствари укупна светлост два небеска тела.

а) Замислимо двојну звезду код које се види само спектар једне компоненте. Нека ова обилази око тежишта система по путањи чија равна пролази кроз визуру, тако да се и ми налазимо у тој равни. У току половине периоде обилажења звезда ће нам се приближавати, док ће се у току друге удаљавати од нас. По Доплеровом принципу, који нам је познат из физике, у првом случају ће линије звездног спектра бити померене ка љубичастом, а у другом ка црвеном крају спектра. Померање линија биће највеће у оним тачкама путање када се звезда креће тачно према нама или од нас. Мерењем овог периодичног померања линија може се одредити брзина звезде у разним тачкама њене путање, па одавде израчунати сама њена путања.

б) Ово се још лакше може учинити када се виде спектри обе компоненте, један преко другог. Док нам се једна компонента приближава, друга се удаљује од нас. Линије спектра прве померене су ка љубичастом делу спектра, линије друге — ка црвеном. Према томе, ако компоненте имају једнаке спектре, у спектру двојне звезде наступаће периодично удвајање линија. Ово се види на снимку XXI који претставља спектар Мизара (дзета Великог Медведа). Мерењем размака удвојених линија у спектру можемо одредити радијалне брзине компонената и израчунати извесне елементе путање.

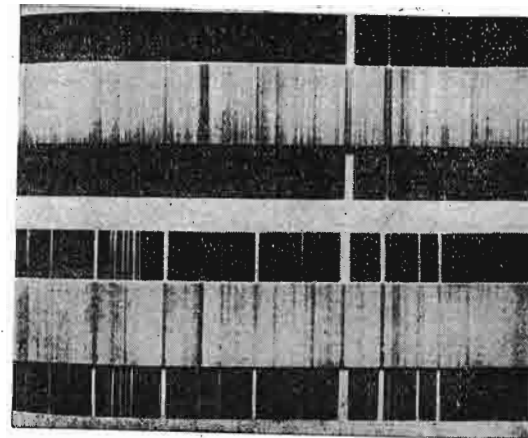
Периода обилажења оваквих парова понекад износи само неколико часова. Очигледно је да се звезде које образују овакав пар скоро додирују: Срећу се и све друге вредности периода, до вредности од неколико година. Има, најзад, спектралних двојних звезда које се у доба када су им компоненте највише размакнуте могу раставити и дурбином, као обичне двојне звезде, те се не може повући оштра граница између ових двеју класа небеских тела.

Међу спектрално-двојним звездама занимљива је средња звезда у репу Великог Медведа, ζ Ursae Majoris или Мизар. Она је у исто време и визуално трострука звезда. У њеној близини, на удаљењу од $11'$ налази се слабија звезда Алкор која се види голим оком, а са Мизаром је физички везана. Малим дурбином се види да је Мизар двојна звезда чије се компоненте налазе на отстојању од $14''$. То је прва телескопски-двојна звезда која је откривена. Поред тога је сјајнија компонента опет прва звезда код које је Пикеринг 1890 године запазио удвајање линија у спектру. Касније се показало да су и друга компонента Мизара, а тако исто и Алкор спектралне двојне звезде, те је овај систем бар шестострук.

139. Променљиве звезде. — Сјај већине звезда не мења се у току векова, али постоје значајни изузеци: звезде чији се сјај мења. Оваквих променљивих звезда знамо данас више хиљада. То су у огромној већини телескопске звезде чија је променљивост откривена тек у последње време и то углавном фотографским путем. Међу сјајним звездама има сразмерно мало променљивих. Од звезда прве величине променљива је само једна — црвена α Ориона (Бетелгез).

По Аргеландеровом предлогу свака се нова променљива звезда (ако раније није била обележена грчким словом) означава великим словом латинице, почев од слова R, уз ознаку сазвежђа (на пример R Lyrae, S Lyrae). Почев од десете променљиве у сваком сазвежђу требало је већ употребити за означавање по два слова, и то прво од последњих (RR, RS, ...) а затим од првих из азбуке (AA, AB, ...). За нека сазвежђа нису довољне ни ове комбинације, јер је у њима откривено више од 334 променљиве. Стога се даље променљиве просто означавају бројевима почев од 335. На пример V 335 Sagittarii означава три стотине тридесет пету променљиву (V-Variabilis = променљив) у сазвежђу Стрелца.

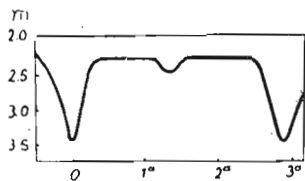
Променљиве звезде могу се пре свега поделити на *непериодичке* или *неправилне*, у чијим се променама не може запазити никаква правилност, и *правилне*, код којих је периодичност више или мање изражена. После-



Снимак XXI. Удвајање линија у Мизаровом спектру. (Снимак звезде у средини; горе и доле поредни спектар)

дња група која је знатно многобројнија, може се са своје стране поделити на три класе.

а) *Звезде Алголова типа (еклипсне променљиве)*. Промена сјаја код ових звезда одликује се нарочитом правилношћу. Најпознатија звезда ове класе Алгол или β Перзеја има у току од око два и по дана сталан сјај (то је звезда привидне величине 2,3), затим у току пет часова њен сјај постепено слаби до привидне величине 3,5 да би се потом у току истог времена вратио опет на првобитну вредност. Периода износи 2 дана 20 часова 40 минута. На сл. 113 приказана је крива промене сјаја код



Сл. 113.

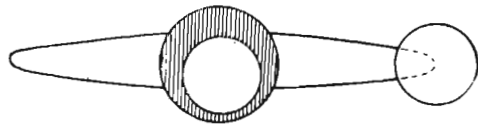
Алгола. Са ње се види да између главних минимума постоји слаби секундарни минимум дубине 0,05 прив. вел.. Друге звезде овог типа имају исте особености: 1) сјај им је у току извесног времена *сталан*, 2) по истеку једнаких временских размака или периоде наступа *слабљење сјаја*, 3) опадање сјаја до минималног и пораст до нормалне вредности бива симетрично, у *једнаким* временским размацима.

Код неких звезда ове класе наступају у току једне периоде два минимума различите дубине, тако да се минимума различите дубине смеђују. Вредност периоде промене сјаја обично је неколико дана, али се сређу и знатно дуже периоде. Најдужа периода износи 27 година, при чему сам минимум траје две године.

Узрок промене сјаја код звезда овог типа потпуно је објашњен: нема сумње да су све оне — веома блиске *двојне* звезде. Оне се од других двојних звезда разликују у томе што нагиби њихових путања изнесе приближно 90 степени (другим речима Земља се налази скоро у равни путање). Стога слабија компонента — сапутник — повремено пролази испред котура главне звезде да би се, после приближно пола периоде, заклонила иза њега. Код Алгола и већине звезда ове класе пратилац има сразмерно *тамну* површину. Зато наступа опадање сјаја, када он почне да заклања део котура главне звезде. Када је пак он сам делимично заклоњен њеним котуром слабљење сјаја *скоро* је не приметно. Уствари и тада мора доћи до малог слабљења сјаја које се оком не може приметити. Оно је код Алгола и нађено помоћу нарочитог, електричног фотометра и одговара слабом секундарном минимуму (сл. 113).

Код других звезда ове класе и сам пратилац довољно је сјајан. Стога у току једне периоде наступају *два* упадљива минимума: главни — када пратилац заклони главну звезду, и секундарни — када главна звезда заклони сапутника.

Помоћу фотометриских и спектрографских посматрања може се сазнати веома много о овим блиским двојним звездама које никакав телескоп не може да раздвоји. Осим елемената путање и маса обеју звезда може се, на пример, одредити *густина* сваке компоненте у једи-

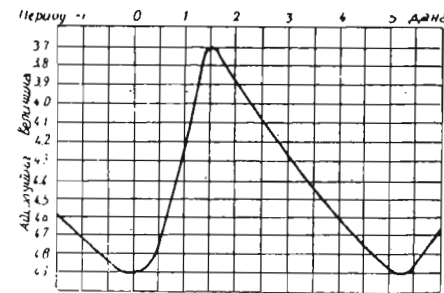


Сл. 114.

ницама Сунчеве, као и њихови *пречници у километрима*. Нађено је да је *густина* већине двојних звезда *веома мала*. Материја неких стотинама хиљада пута је разређенија од Сунчеве, дакле стотинама пута ређа од ваздуха при Земљиној површини.

На сл. 114 претстављен је систем променљиве U Цефеја. Ова звезда уствари је двојна, при чему је запремина веће компоненте (сапутника) четири пута већа од запремине мање, али је сјај пратиоца пет пута мањи. Пратилац је разређенији од слаба сјаја. Када он заклони главну звезду, укупни сјај опадне само за 0,1 прив. вел. (секундарни минимум). Периода износи 2,5 дана.

б) *Цефеиде*. Тако се, по звезди δ Цефеја, назива најзначајнија класа променљивих звезда. Периода је код ових звезда необично правилна, често веома кратка (позната је периода од 3 часа), док им се сјај *стално* мења. На сл. 115 дата је крива промене сјаја за саму δ Цефеја чија периода износи 5 дана.



Сл. 115.

Величина промене сјаја или амплитуда уопште није код цефеида велика, ретко премаша једну привидну величину.

Све звезде ове класе јесу *цинови*. Код њих је утврђена важна веза између сјаја и периоде: *што је периода дужа, то је већи апсолутни сјај звезде*. Ова веза тако је тачно задовољена, да се из дужине периоде може израчунати апсолутни сјај звезде.

У доњој табели дата је веза између периоде, апсолутне величине и сјаја:

Периода	Апсолутна величина	Прави сјај (Сунце=1)
1 дан	-0,4	140
1—2 дана	-1,2	300
2—5 «	-2,1	700
5—10 «	-3,2	1900
10—20 «	-4,2	4800

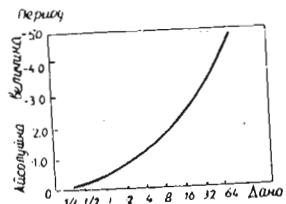
Цефеиде још дуже периоде, које се уосталом ретко сређу, припадају најсјајнијим звездама за које знамо.

Иста ова веза између периоде и апсолутног сјаја приказана је кривом на дијаграму на сл. 116. Овде су на апсцисну осовину нанети логаритми периода, а на ординатну апсолутне величине.

Још једна занимљива особеност цефеида јесте периодична промена спектралне класе, која се састоји у томе што спектар звезде у максимуму сјаја увек одговара вишој температури (на пример спектар класе A) но у минимуму (F или G). Према томе температура звезде мења се веома правилно и брзо за много стотина степени, и то у размаку од неколико дана или чак часова.

Да би се све ове појаве објасниле постављена је хипотеза о пулзацијама. Претпоставља се да пред собом имамо циновску гасовиту лопту која се периодично надима и спљашњава, при чему је овакво периодично мењање запремине и напона гаса праћено променама температуре. Теорија показује да максимум сјаја наступа у време када се звезда шири. Тада полупречник лопте расте, њена површина приближава се посматрачу брзином од неколико десетина километара у секунди, а линије у спектру померене су као да нам се цела звезда приближава. Ове се појаве уствари и посматрају. Ова теорија добро објашњава и везу између периоде и сјаја: велика гасовита лопта пулзираће спорије но мале.

в) *Дугопериодичне променљиве звезде*. Већина променљивих припада овом типу. Најпознатија дугопериодична звезда јесте Мира Цети (чудесна звезда у Китау). Њена периода није стална него се колеба између 320 и 370 дана (средња вредност 332 дана). Исто тако звезда у максимуму достиже понекад прву величину, а понекад само четврту или чак пету. У минимуму сјај јој падне на осму или девету величину. Црвене је боје, спектар јој припада класи *M* и веома се мења с променом сјаја.



Сл. 116.

Исте особености показују и друге звезде ове класе; и код њих се сјај стално мења; дуге периоде — од неколико месеци до две године — подлеже знатним колебањима; разлика сјаја у максимуму и минимуму велика је; најзад, све имају исти спектар који у извесном погледу личи на спектар *Сунчевих пега*. Све звезде овог типа су веома разређени црвени *цинови*. Узрок промене њиховог сјаја још није са сигурношћу утврђен. Можда и овде имамо пулзације праћене променама температуре и великим променама густине и хемиског састава атмосфере.

140. **Нове звезде**. — Повремено на небу засветли нова звезда (нова), понекад великог сјаја. Оваква звезда појављује се изненадно, у току од једног до два дана достиже максимум сјаја, а одмах затим почиње да се гаси, спочетка брзо, а затим све спорије. После неколико недеља или, највише, месеци, она нестаје за голо око.

Нове звезде јављају се много чешће но што се то некад мислило, и то скоро увек у Млечном Путу. Фотографијом се овакве звезде, додуше слаба сјаја, откривају сваке године. Веома сјајне звезде јављају се, наравно, ређе. У нашем веку већ је посматрана појава четири нове звезде прве величине. Прва се јавила 1901 године а последња 1934 године (нова Херкулис, тј. нова у сазвезђу Херкула). Уствари су се све ове појаве збиле пре много стотина и хиљада година, али је светлост ових звезда тек у двадесетом веку стигла до нас. Веома је вероватно да појаве нових звезда нисмо ни видели оним редом којим су се стварно догодиле.

Данас знамо да ове звезде уствари *нису нове*. На старим снимцима може се свака од њих наћи као звезда слаба сјаја. Изненада се на таквој

звезди догоди катастрофа: у току од неколико дана, или чак часова, њен сјај повећа се много хиљада пута. Нисмо још ни једном могли да пратимо рашћење сјаја од самог почетка. Обично се нова запази тек када је већ достигла максималан сјај те почиње слабити. Опадање сјаја бива много спорије од његовог рашћења, праћено је многобројним неправилним колебањима, али се на крају, после неколико година, сјај звезде враћа на своју првобитну вредност. Тако је на пример нова у Орлу из 1918 године у току деценија била једанаесте привидне величине, а између 5 и 8 јуна 1918 године сјај јој се повећао од 11 до 1 величине, звезда је, дакле, постала 60 000 пута сјајнија. Затим је почело нагло опадање сјаја. 1 јула звезда је већ била четврте величине, новембра јој се сјај спустио до шесте. Око 1923 године вратила се на свој првобитни сјај, па је и данас једанаесте привидне величине.

Све нове које су се јавиле у последње време налазе се на веома великим удаљењима, те се њихова паралакса није могла измерити. Може се ипак закључити да им је апсолутни сјај веома велики, у максимуму оне су супер-цинови апсолутног сјаја између — 3 и — 6 апсолутне величине, а можда и више. Нормални сјај пре пораста и после њега вероватно је у средњу руку једнак *Сунчевом*.

У спиралним маглинама (в. гл. XV) забележено је доста случајева појаве нових звезда изванредно великог апсолутног сјаја, од — 13 до — 15 апсолутне величине. Њихов је сјај дакле десетинама и стотинама милиона пута већи од *Сунчевог*. Ове звезде чине посебну класу такозваних *супер-нова*.

Спектар нових веома је сложен и променљив. У почетном стадијуму пада у очи да су линије неких елемената, углавном водоникове, јако померене ка љубичастом крају спектра. Ово указује на *кретање* гасовитих маса из звездане унутрашњости ка посматрачу, огромним брзинама, од 1000 до 2000 километара у секунди. Уствари се ове гасовите масе од звезде шире на све стране. Може се рећи да се око звезде јавља гасовити омотач чији се полупречник сваке секунде повећава за 1000 до 2000 километара. Уколико сјај звезде слаби, спектар њен постаје простији и све више личи на спектар гасовите маглине који је окарактерисан присуством сјајних линија.

Појава гасовитог омотача око звезде може се понекад и непосредно посматрати. Око нове у Орлу из 1918 године појавио се после неколико месеци гасовити омотач кружног облика чији је пречник био 1". На снимцима се овај омотач могао видети до 1930 године. Сјај му је постепено опадао, а полупречник растао скоро за 1" годишње. Врло је вероватно да су овај омотач образовале масе водоника што их је звезда избацивала приликом наглог пораста сјаја брзином од 1700 километара у секунди, и које су се дуго кретале овом брзином.

Предложено је неколико хипотеза да би се објасниле појаве нових. Нема сумње да појава нове претставља једну од најграндиознијих катастрофа које се могу посматрати у васиони. Но ова катастрофа никад не уништава звезду; она је постепено враћа на њен првобитни сјај. То може значити да под дејством неког импулса извори звездане енергије који су до тада радили равномерно одједном изненада ослободе огромну

количину енергије, али то траје само кратко време. Раније се сматрало да такав импулс може на пример бити пад планете на звезду или судар звезде и маглине.

Данас се сматра да је вероватније да појава нове наступа без спољашњег импулса, зато што је у извесном стадијуму развоја звезде наступило поремећај њене унутрашње равнотеже. Има разлога да се верује да се оваква катастрофа може догодити само код звезда извесног типа коме наше Сунце свакако не припада.

ГЛАВА ПЕТНАЕСТА

САСТАВ И РАЗВОЈ ВАСИОНЕ

141. Две компоненте просторне брзине звезда. — Звезде стварно нису непомичне већ се у простору крећу различитим брзинама у свим могућим правцима. Ова кретања могу се открити на два начина од којих сваки даје једну компоненту просторне брзине звезде.

а) *Сопствена кретања звезда.* — Упоредивањем средњих α и δ једне исте звезде одређених у што дужем временском размаку и сведених на исту епоху добија се сопствено кретање звезде у ректасензији μ_{α} и сопствено кретање у деklinацији μ_{δ} (параграф 85). Очигледно је да ове величине у *угловној* мери дају кретање звезде μ у равни управној на визуру:

$$\mu^2 = (\mu_{\alpha} \cos \delta)^2 + \mu_{\delta}^2.$$

Изгледа веома вероватна претпоставка да су *линиске* брзине блиских и далеких звезда просечно једнаке. Стога нам велико *сопствено кретање* неке звезде показује да се она налази у *нашој близини*. Тако сопствено кретање звезда α Centauri, најближе звезде, чија је паралакса $\pi = 0'',76$ износи $3'',7$ годишње. Једна звезда десете величине у сазвезђу Змијоноше, коју је амерички астроном Барнард открио 1916 године, и која има највеће сопствено кретање, $\mu = 10'',3$ годишње, има исто тако прилично велику паралаксу, наиме $0'',55$. Од звезда сјајнијих од пете величине које се виде из наших крајева само једна звезда има годишње кретање веће од $2''$. То је Арктур (α Bootis).

Сопствена кретања звезда, са најређим изузецима као што је Сиријус (параграф 136), врше се по великим луковима небеске сфере. Према томе звезде се у простору крећу *праволиниски*. Веома је вероватно да су праве путање звезда криволиниске, али се у току кратког времена, од како се врше тачна посматрања, ово још није могло приметити.

б) *Кретање звезда у правцу визуре.* — Мерење померања спектралних линија омогућава да се на основи Доплеровог принципа одреди *радијална брзина* звезде, то јест брзина (у линиским јединицама) којом нам се звезда приближава или од нас удаљава. Данас су већ измерене радијалне брзине више хиљада звезда. Оне су већином истог реда величине као брзина Земљиног кретања око Сунца (30 километара у секунди). Дајемо примера ради брзине најсјајнијих звезда. Знак плус означава удаљавање, знак минус приближавање.

Сиријус	— 8 km/sek	Арктур	— 5 km/sek
Канопус	+30 „	Ригел	+21 „
α Центаура	—22 „	Процион	— 4 „
Вега	—14 „	Алтаир	—33 „
Алдебаран	+55 „	Капела	+30 „

Код извесног малог броја слабих звезда забележене су необично велике радијалне брзине — преко 300 километара у секунди.

в) *Просторне брзине звезда*. — Ако су нам познати сопствено кретање звезде, њена радијална брзина и паралакса, можемо израчунати њену праву брзину у простору у односу на Сунце.

Покажимо прво како се може одредити *тангентна* брзина звезде, то јест брзина управна на визури: V_T у километрима у секунди. За то је потребно знати удаљеност звезде Δ ; нека њено сопствено кретање буде μ секунда годишње.

$$V_T = \Delta \sin \mu$$

или, како је μ мали угао:

$$V_T = \Delta \cdot \mu \sin 1''.$$

Ако је Δ изражено астрономским јединицама, важи образац (параграфа 56)

$$\Delta = \frac{1}{\pi \sin 1''},$$

Смењивањем у претходном обрасцу добијамо:

$$V_T = \frac{\mu}{\pi}.$$

Овде је брзина изражена у астрономским јединицама у години. Да бисмо прешли на брзину у километрима у секунди треба ово помножити бројем километара у астрономској јединици и поделити бројем секунда у години:

$$\frac{149 \cdot 5 \cdot 10^6}{365,2 \cdot 86 \cdot 400} = 4,74 \text{ km/sek.}$$

Према томе је

$$V_T = \frac{4,74}{\pi} \mu \text{ km/sek.}$$

Знамо ли још и радијалну брзину V_R у km/sek, брзину у простору у односу на Сунце добићемо из обрасца

$$V^2 = V_T^2 + V_R^2.$$

По овом је обрасцу израчуната брзина за неколико хиљада звезда. За неке слабе звезде добијене су брзине од преко 500 километара у секунди.

142. *Кретање Сунчевог система*. — И Сунце се, као и остале звезде креће у простору. Ово кретање открио је Хершел 1783 године.

Да су звезде непомичне те да се креће само Сунчев систем, сопствена кретања звезда била би само одраз кретања нашег система. На оној страни неба куда се ми крећемо звезде би се разилазиле на разне стране, док би се звезде које при свом кретању остављамо за собом — скупљале. Али како се и саме звезде крећу, њихово привидно померање састављено је из два кретања: паралактичког и сопственог. Задатак ће се упростити ако *претпоставимо* да су сопствена кретања звезда савршено *неуређена*. Уочимо ли велики број звезда, њихова сопствена кретања ће се у том случају узајамно поништавати (бар просечно узев) док ће паралактичка остати, те се Сунчево кретање може наћи на исти начин као да се звезде и не крећу.

Хершел је нашао да се звезде привидно разилазе од једне тачке у сазвежђу Херкула, те се стога ту налази *апекс* Сунчевог кретања, или тачка према којој је Сунчево кретање управљено. Касније су многобројна испитивања других научника потврдила Хершелов резултат. Притом су унете у рачун и радијалне брзине, што је омогућило да се израчуна и *брзина* Сунчевог кретања у односу на околне звезде. Показало се да је слагање међу координатама апекса које су одредили разни астрономи лошије но што би се могло очекивати. Стога је потпуно довољно запамтити као вредности његових координата ове округле бројеве $\alpha = 270^\circ$; $\delta = +30^\circ$. За брзину је добијена вредност од 20 километара у секунди. То је брзина Сунчева у односу на тежиште *месног звезданог система*, то јест система састављеног из неколико десетина хиљада звезда најближих Сунцу. Недавно је нађено да се цео месни систем са своје стране креће у другом смеру и то далеко већом брзином (в. даље параграф 150 о галактичкој ротацији).

Чињеница да се резултати разних научника при одређивању апекса Сунчевог система лоше слажу између себе показује да хипотеза о неуређености звезданих кретања, на којој се заснивају сва одређивања апекса, *није потпуно тачна*.

143. *Законитости у сопственим кретањима звезда*. — Када је Хершел пре више од сто година открио кретање звезда у смеру *од* апекса, била је то дуго једина правилност у кретањима звезда. Но и ово кретање у ствари није кретање самих звезда, већ паралактичко померање. Тек су крајем деветнаестог и почетком двадесетог века примећене неколике законитости у самим кретањима звезда.

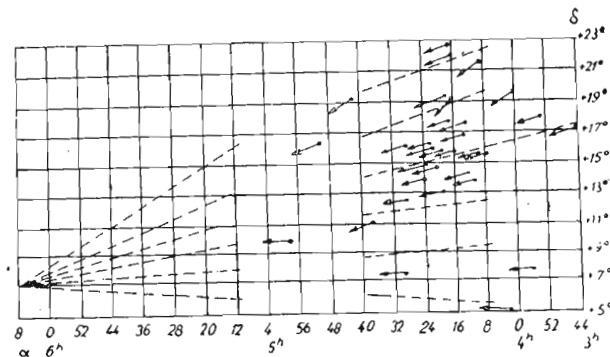
а) *Звездани токови*. — Овако се зову групе звезда које се у простору крећу готово на исти начин. Усто су растојања међу звездама толико велика да је привлачење међу њима сасвим ништавно. Нађено је већ десетак оваквих токова.

Најзанимљивији је од њих *ток Великог Медведа*. Испрва је примећено да пет од седам главних звезда овог сазвежђа имају скоро једнака сопствена кретања. Нанесемо ли правце ових кретања на звездану карту и продужимо их *уназад*, наћи ћемо да се сви они секу у једној тачки, око 40 степени удаљеној од средине сазвежђа. Као и код метеора назваћемо ову тачку радијантом (параграф 128); она овде има исти смисао: стварно се ових пет звезда у простору крећу *паралелно*, и то се читав рој *приближава* нама. Касније се показало да овом роју припада још преко двадесет сјајних звезда, међу њима и Сиријус. Ове су звезде растурене по читавом небу, те цео рој заузима велики простор. Кроз звездани

свет креће се тако да се у простору између звезда самог роја стално налази много звезда са потпуно другачијим кретањима, а међу њима и наше Сунце.

Добро је испитан и ток Хијада, звезданог јата у сазвежђу Бика, које је Бос изучавао. На слици 117 стрелице претстављају померање сваке звезде у току од 50 000 година. Тачка којој све звезде конвергују има координате $\alpha = 6^h 8^m$ и $\delta = +7^\circ$. Разлика између овог тока и тока Великог Медведа јесте у томе, што нас рој Хијада не обухвата са свих страна, него се налази далеко од нас, и читав је на једној страни неба; усто сопствена кретања конвергују једној тачки (а не разилазе се као у случају Великог Медведа). Тачка којој они конвергују, *вертекс* тока, налази се на отстојању од свега 27 степени од средине звезданог јата.

Према томе се цело јато удаљава од нас, његове привидне размере морају се у току времена смањивати, те ће оно после много милиона година изгледати као збијено звездано јато пречника неколико лучних минута, док му данас пречник премаша 15 степени. Одавде се види да између



Сл. 117.

звезданих токова и звезданих јата не би било суштинске разлике; зато се токови често називају *покретним јатима*.

б) *Веза између спектралне класе и брзине*. Ову је зависност открио холандски астроном Каптејн. Она се састоји у томе што је, просечно узев, брзина звезде утолико већа, што је звезда *црвенија*. Најспорије се крећу звезде класе *B*, док се црвене звезде класе *M* крећу скоро трипут брже. То се веома јасно види ако се размотре *радијалне брзине* звезда. Дајемо средње брзине звезда главних спектралних класа. Наведене брзине јесу апсолутне или просторне, то јест оне су ослобођене утицаја Сунчевог кретања у простору.

Спектрална класа	B	A	F	G	K	M
Радијална брзина	6,5	11,1	14,4	15,0	16,8	17,1 km/sek.

Још је занимљивија друга зависност: очигледно се *слабије звезде брже крећу од сјајнијих*. На пример код звезда класе *K* динови прве апсолутне величине имају средњу радијалну брзину око 13 километара у секунди, а патуљци сјаја слабијег од Сунчевог — двапут већу. Како

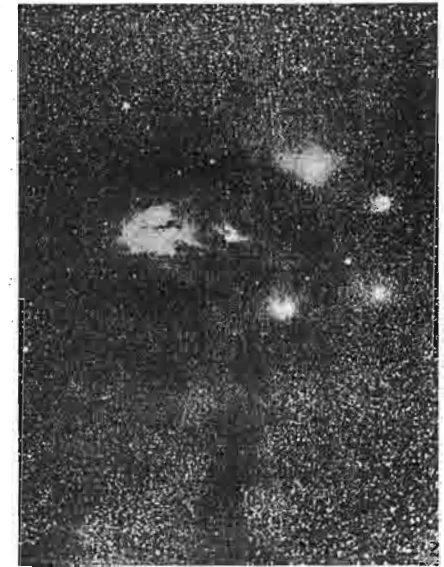
сјај звезде стоји у вези с њеном масом, могуће је да се звезде утолико брже крећу уколико су им масе мање.

в) *Брзе звезде*. — Постоји неколико класа небеских тела која имају веома велике брзине у простору. То су, пре свега, неке звезде патуљци, затим, од динова, краткoperиодичне цефеиде и дугопериодичне променљиве; најзад такозвана збијена (глобуларна) јата о којима ће ниже бити говора. Сва се ова тела од спорих звезда не разликују само вредношћу своје брзине но и *поделом праваца* кретања. Наиме, брзине веће од 60 до 80 километара у секунди нису управљене на све стране, већ само ка тачкама на једној небеској полусфери, чије је средиште тачка са координатама $\alpha = 130^\circ$, $\delta = -57^\circ$, која лежи у Млечном Путу, у сазвежђу Лађе, на јужној небеској хемисфери.

Разне класе брзих тела крећу се у различитим правцима и разним брзинама. Највећу средњу брзину имају збијена јата: 268 километара у секунди у односу на скуп звезда у Сунчевој близини, односно 286 километара у секунди у односу на Сунце.

144. *Млечни Пут*. — За ведрих ноћи без месечине протеже се овај широки светли појас преко читавог видљивог небеског свода, од хоризонта до хоризонта. Он се протеже и испод хоризонта, преко јужне полусфере, те образује појас који опасује читаво небо, приближно дуж једног великог круга. Млечни Пут је врло сложена састава. Почев од најсјајнијег места на северној хемисфери, у сазвежђу Лабуда, простире се он ка југу двама оделитим гранама, које се опет спајају у сазвежђу Јужног Крста (ово сазвежђе за нас је невидљиво). На неким местима ширина му достиже 30 степени, негде пада на свега 4 до 5 степени. На разним местима је веома различита сјаја. Поред веома сјајних места срећу се и тамне области у којима готово и нема звезда — такозване угљене вреће. Део Млечног Пута који се у лето види из наших крајева (од сазвежђа Орла до Стрелца) далеко је сјајнији и богатији звездама но супротна страна, видљива зими (Велики Пас — Бик).

Телескопом је Млечни Пут разложен на милионе веома слабих звезда. Оне образују мноштво посебних згушњања или облака. Хершел их је упоређивао са прегрштима песка. Најдаље од ових звезда налазе се на отстојању од неколико десетина хиљада парсека.



Снимак XXII. Део Млечног Пута у сазвежђу Змијоношца са светлим и тамним маглинама («угљеним врећама»).

Поред звезда усредсређено је у Млечном Муту мноштво *маглина*, делом слаба сјаја, делом сасвим тамних. На светлој, звезданој позадини Млечног Пута ове маглине, које не пропуштају светлост звезда што се налазе иза њих, оцртавају се као тамне мрље. Тако се објашњавају угљене вреће за које је Хершел држао да су пукотине у великом звезданом систему (снимак XXII).

Из чињенице да се Млечни Пут протеже дуж великог круга небеске сфере већ је давно изведен овај важан закључак: звездани систем у чији састав улази и Сунце, није лоптаста облика већ је спљоштен, изгледа као сочиво. Наше Сунце налази се у унутрашњости система, у близини екваторске равни сочива. Ова се раван зове *галактичка раван*.

Раван Млечног Пута јесте за звездану астрономију оно што је раван еклиптике за планетну астрономију. Зато је она узета за основну раван

галактичког система координата (Галактика на грчком значи Млечни Пут). По великом кругу који приближно иде средином појаса Млечног Пута, и чији је положај одређен договорно, рачуна се ка истоку галактичка лонгитуда l почев од једне од пресечених тачака овог круга са екватором (почев од тачке која лежи у сазвежђу Орла). Рачунање галактичких ширина b , јасно је по себи.

За северни пол Галаксије усвојене су ове координате:

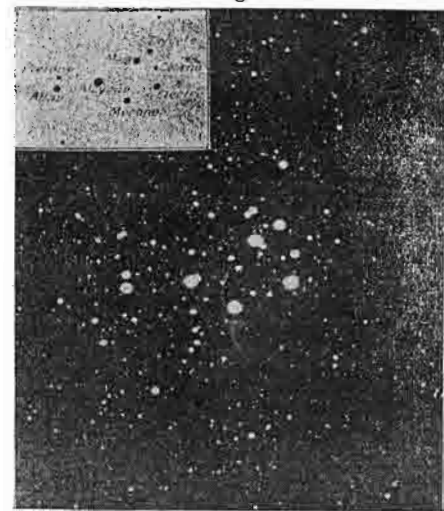
$\alpha = 19^\circ$, $\delta = +28^\circ$ (за 1900 годину).

145. Звездана јата. — На многим местима на небу срећу се *звездана јата*, у којима је мноштво звезда скупљено на малом простору. Пример таквог јата јесу добро познати Влашићи у сазвежђу Бика, где се и голим

оком види 5 до 7 звезда, док дурбин јата деле се на *отворена* и *збијена*.

Познато је око две стотине отворених јата. Облика су различитог и неправилног, а састоје се обично из неколико стотина звезда свих величина. Најпознатији пример таквог јата јесу Влашићи (снимак XXIII). Ово нам је јато после Хијада најближе. Његова паралакса нешто је мања од 0,01 а растојање му је веће од 400 светлосних година. Остала јата ове класе морају се налазити на већим удаљењима. Сва она леже у Млечном Путу или у његовој близини, те се налазе у унутрашњости нашег звезданог система. Стога се понекад називају *галактичким* јатима.

Изучавање звезданих јата веома је важно са космогичког становишта, јер свако јато претставља скуп мноштва звезда које имају исту



Снимак XXIII. Звездано јато Плејаде (Влашићи)

старост и исто порекло. Ово изучавање олакшано је околношћу да се све звезде једног јата налазе скоро на истом отстојању од нас. Према томе ако нам једна звезда из јата изгледа неколико пута сјајнија од друге онда је она стварно толико пута сјајнија од ње. То нам омогућава да одмах одредимо расподелу *апсолутних* величина звезда и да ове упоредимо с бојом, спектром и т.д.. Треба само умети разликовати звезде које припадају јату од страних звезда, то јест од звездане позадине.

Ово је постигнуто код Плејада на основи сопствених кретања звезда у области коју заузима дато јато. Нађено је да јату припада само 150 звезда од друге до шеснаесте привидне величине, док се остале налазе знатно даље од нас. Све ове звезде тачно леже на главном низу Расловог дијаграма (параграф 134), — од белих џинова класе *B*, до слабих црвених патуљака класе *M*. У овом јату нема црвених џинова који се сматрају за најмлађе звезде, али се ови срећу у другим јатима. Занимљиво је и то што у галактичким јатима уопште нема променљивих типа цефеида, које, као што ћемо даље видети, играју важну улогу у збијеним јатима.

146. Збијена јата. — Збијена јата, којих познајемо око сто, сва су, за разлику од јата претходне класе, савршено истог изгледа (снимак XXIV), а разликују се само по величини и сјају звезда које улазе у њихов састав. Слабим дурбином овакво јато изгледа као магличаста мрља пречника неколико минута, чије је средиште нешто сјајније. У моћном инструменту се јато распада на *десетине хиљада* необично слабих звезда скупљених у простору који има облик лопте или обртног елипсоида. Ова последња околност наводи нас на мисао да се читаво јато обрће око најмање осовине.

Паралаксе збијених јата толико су мале да се не могу непосредно мерити. Исто су тако потпуно не приметна сопствена *кретања* како самих јата тако и звезда у јату. Али се *радијална брзина* јата као целине у неким случајевима може измерити. Нађене брзине необично су велике у поређењу са средњим радијалним брзинама звезда, просечно су веће од 100 километара у секунди, док су код неких збијених јата нађене и брзине од 300 до 400 километара у секунди.



Снимак XXIV. Збијено јато у сазвежђу Херкула

У извесним збијеним јатима има веома много променљивих звезда типа *цефеида*. Ове су, као што знамо, све цинови у поређењу са Сунцем. Претпоставивши да звезде овог типа у звезданим јатима имају исти апсолутни сјај као и у Млечном Путу, и упоређивањем њихове апсолутне величине M са привидном m , одредио је амерички астроном Шепли паралаксе ових јата па према томе и њихова удаљења (образац (5) параграфа 129). Ова су удаљења огромна: од збијених јата светлост до нас путује од 15 000 до 100 000 светлосних година. Све звезде у збијеним јатима су цинови хиљадама пута сјајнији од Сунца. Вероватно је да у њима постоје и патуљци, али се ови са огромног отстојања не могу видети. Прави пречници ових јата толико су велики да кроз њих светлост путује стотинама година, али су она ипак далеко мања од Млечног Пута: Звезде су у збијеним јатима много ближе једна другој но у нашем звезданом систему: звездана густина (то јест број звезда у одређеној запремини) тамо је хиљадама пута већа но у Сунчевој околини, али и тамо има празног простора и то толико, да се судари звезда не догађају.

Распоред збијених јата по небеској сфери не личи на распоред отворених јата. У равни Млечног Пута, где су отворена јата усредсређена, збијених јата уопште нема. Она су распоређена симетрично северно и јужно од ове равни и налазе се на отстојањима која нису исувише велика у поређењу са размерама самог Млечног Пута. Усто се сва збијена јата налазе у области најсјајнијег дела Млечног Пута који се лети види. У том правцу се она срећу до удаљености од око 30 000 парсека. На супротној страни Млечног Пута (која се види зими) има само два до три сразмерно веома блиска збијена јата. По Шеплију збијена јата образују циновски систем приближно елипсоидног облика. Раван Млечног Пута јесте екваторска раван тог система. Сунце се налази у тој равни али је далеко од његовог геометриског средишта, које се налази у правцу сазвезђа Стрелца, у оном делу Млечног Пута који је најсјајнији и има најсложенији састав. Галактичка лонгитуда овог средишта јесте $l_0=325^\circ$, а растојање по првим Шеплијевим одређивањима износило би око 25 000 парсека (види параграф 150).

У самом Млечном Путу збијена јата се не виде зато што њихова светлост не може да продре кроз слој тамне материје која лежи у галактичкој равни (в. снимак XXIX).

Збијена јата образују *кончани систем* чији су нам скоро сви чланови познати. Ово се види отуда што се и поред циновских успеха посматрачке технике нова јата ове класе већ одавно не откривају.

147. Маглине. — У слабир дурбинима многа звездана јата изгледају као магличасте мрље. Но поред њих постоје на небу многе хиљаде маглина које ни до данас нису разложене на звезде, чак ни помоћу најмоћнијих инструмената. Њих је почео да испитује Хершел крајем осамнаестог века. Велики успеси у овој области постигнути су применом фотографије, која при испитивању ових слабих тела даје неупоредиво више од визуалних посматрања.

Слично звезданим јатима, деле се маглине на две класе: 1) *галактичке* маглине и 2) *вангалактичке* маглине. Разлика између ових двеју класа још је дубља но код звезданих јата.

а) *Галактичке маглине.* Најсјајније и испитивању најприступачније маглине ове класе имају спектар светлих гасова, — низ *сјајних линија* које припадају водонику, хелијуму, азоту и још једном гасу чији се спектар у нашим лабораторијама дуго није могао произвести. Називали су га *небулијум* (од речи *небула* — маглина).

Године 1928 доказано је да је *небулијум* мешавина кисеоника и азота која се налази у посебном јонизованом стању које се може остварити само при крајњем разређењу.

У ову класу спадају *неправилне* и *планетарне* маглине.

Неправилне маглине су масе гаса који се слабо светли, али оне несумњиво садрже и честице *прашине*. Облика су најразноврснијих а немају оштре границе. Размре су им реда звезданих растојања, мере се



Снимак XXV. Велика маглина у сазвезђу Ориона

дакле десетинама светлосних година. Њихова *густина* је несхватљиво мала, много милиона па и билиона пута мања од густине у најсавршенијем вакууму што га можемо постићи у нашим лабораторијама. Често је светла маглина окружена простором у коме готово и нема звезда. То значи да су ивични делови маглине *тамни* те, као какав облак дима, заклањају звезде што се налазе иза ње. Ове маглине се према томе налазе у *Млечном Путу*, на отстојањима која су истог реда као и отстојања звезда. Најпознатија међу њима јесте маглина у Ориону, која се лако види и двогледом (в. снимак XXV). Она је свакако у вези с главним звездама овог сазвезђа, а налази се на удаљењу од око 200 парсека.

Светљење маглине наступа под *дејством* светлости најближих звезда. Припадају ли те звезде спектралним класача *В0* или *0* (звезде са највишом површинском температуром), њихова је светлост богата ултраљубичастим зрацима, те у гасовима који образују маглину долази до сразмерно јаког светљења. Ово претставља флуоресценцију или *луминисценцију* своје врсте, појаву која је добро позната из огледа у нашим

лабораторијама. Могуће је да светљење маглине наступа и услед тога што електрони које звезда изашиље бомбардују гасове у маглини.

Ако се пак у близини маглине налази звезда чија је температура нижа, онда ова звезда просто *осветљава* масу прашине у маглини. Маглина ће тада светлети слабом одбијеном светлошћу, а спектар ће јој бити *непрекидан*, сличан спектру звезде али изванредно слаба сјаја.

Овако се објашњава већ одавно запажена појава да се на небу увек заједно срећу звезде класе *B* и маглине, као што је то случај у Ориону и у Влашићима. Ова близина може бити ствар случаја. Но ако близу

маглине нема довољно усијане звезде, неће се ни маглина видети. Моћи ћемо је приметити само на основи упијања светлости, у виду *тамне* маглине или „углане вреће“, на позадини Млечног Пута (снимак XXII).

Планетарне маглине су знатно слабијег сјаја. У славим инструментима виде се као кружни или слабо спљоштени светли котурићи налик на планетске котуре, пречника од неколико секунда до неколико минута. У средишту маглине најчешће стоји слаба звезда — *језгро* маглине. Понекад је ивица магличастог котура светлија од средине, те маглина изгледа *прстенаста*. Уствари то није раван прстен, већ лопта или елипсоид прозачне материје која светли и која је у унутрашњости разређењенија (снимак XXVI).

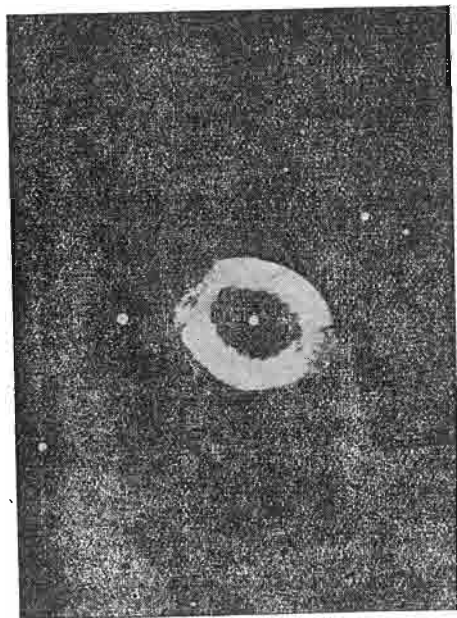
Извесне спектралне појаве код планетарних маглина потсећају на појаве које се запажају код *нових* (параграф 140), а језгра планетарних маглина свакако су

бели патуљци необично велике густине. На тај начин између ове три класе небеских тела постоји извесна, засада још нејасна веза.

Апсолутни сјај и масе језгара планетарних маглина свакако су просечно једнаке Сунчевој. Пречници планетарних маглина су стотинама и хиљадама пута већи од пречника нашег Планетног система.

Све гасовите маглине усредсређене су у Млечном Путу те улазе у састав тог звезданог система — Галаксије, па се стога називају *галактичким* маглинама. Број познатих маглина мањи је од хиљаде и није се скоро повећао у току последњих година.

б) *Вангалактичке маглине*. Спектар свих маглина ове класе *непрекидан* је, као што су то и спектри звезда. Има их неупоредиво више, но гасовитих маглина. Савременим циновским телескопима приступачни су (фотографски) милиони маглина, а њихов се број брзо повећава са упо-



Снимак XXVI. Планетарна маглина у сазвезђу Лире

ребом моћнијих инструмената. Као и код звезда, број маглина ове класе расте при прелазу од сјајних ка слабијима. Но за разлику од звезда количник прогресије броја маглина не показује, ни код најслабијих објеката, ни најмање тежње ка опадању. Има на небу области га којима се помоћу циновских телескопа може, на површини једнакој котуру пуног месеца, снимити до 500 маглина, дакле више него звезда. Најважнији одељак ове класе јесу *спиралне* маглине (снимак XXVII).

Спирални карактер маглина открио је Рос, енглески астроном и конструктор телескопа, средином деветнаестог века, помоћу циновског телескопа, али је њихово изучавање почело тек после примене фотографије. Оне вероватно чине половину укупног броја маглина које имају спектре сличне звезданим. Највећа од њих, маглина у Андромеди, види се доста лако и голим оком, али се њена спирална структура може приметити тек на фотографским снимцима (в. снимак XXVIII).

Спиралне маглине састоје се из сјајнијег средишног згушњења, језгра, од кога, из две супротне тачке, полазе две гране светле материје. Оне се завијају у истом правцу и удаљују се од језгра а да се нигде не додирну. Непрекидни спектар ових маглина показује да се оне не састоје из гасова. Дуго се оне нису могле разложити на звезде.

Значајну особеност спиралних маглина претставља чињеница да се у њима појављују нове. У самој Андромединој маглини појави се годишње до 30 нових, већином веома слаба сјаја, од 16 до 18 привидне величине, али је једна од њих, која се јавила 1885 године достигла седму привидну величину. То је најпознатији случај појаве такозване супер-нове.

Још је занимљивије да су у спектрима спиралних маглина *линије померене*. Ово померање необично је велико, далеко веће но код било којих других небеских тела и појерава се овим законитостима: 1) померања ка *љубичастом* крају спектра сразмерно су мала, запажају се ретко и то само код најсјајнијих, дакле најближих маглина; 2) код свих маглина слаба сјаја, дакле код огромне већине, линије су померене ка *црвеном* делу спектра. Ово померање је утолико веће уколико је маглина слабија, па према томе и удаљенија од нас.



Снимак XXVII. Спирална маглина у сазвезђу Ловачких Паса

Узрок ове појаве још није са сигурношћу утврђен. Ако је, као и код осталих небеских тела тумачимо кретањем у правцу визуре, долазимо до необичног закључка да се спиралне маглине удаљују од нашег система и то на све стране. Притом се маглине утолико брже удаљују, уколико су слабијег сјаја. Брзина удаљавања сразмерна је самом отстојању: она се на сваки милион парсека увећава за 560 километара у секунди. Зато брзина најдаљих маглина премаша 40 000 километара у секунди. Две најближе маглине, у Андромеди и у сазвезју Троугла се, уосталом, не удаљавају од нас него нам се приближују брзином од 300 километара у секунди. Но ово се може објаснити кретањем нашег Сунчевог система према њима, ка сазвезју Цефеја, те се може сматрати да се ове маглине уствари и не крећу (у односу на нас).



Снимак XXVIII. Велика маглина у сазвезју Андромеде

Скопа од 100 палаца (254 сантиметра) успео да спиралне гране маглина у Андромеди и Троуглу разложи на хиљаде изванредно слабих звезда, привидних величина од осамнаесте до двадесете. Испоставило се да су многе од њих променљиве, и то баш цефеиде, као и у збијеним јатима. Претпоставивши да цефеиде у маглинама имају исту средњу апсолутну величину као у нашем Млечном Путу, Хабл је помоћу обрасца (5), параграфа 129, могао да израчуна паралаксу и отстојање. Оно је према каснијим, тачнијим мерењима скоро исто за обе маглине и износи око 240 000 парсека или 780 000 светлосних година. Исто толико отстојање добијено је и помоћу нових које се у тим маглинама појављују (под претпоставком да им је средњи апсолутни сјај исти као код нових у Млечном Путу). Испрва је за пречник Андромедине маглине добијена вредност од око 14 000 парсека. Каснија испитивања снимака помоћу тзв.

Спиралне се маглине уопште не срећу у Млечном Путу, док их је све више што се иде даље од њега. Ово само потврђује закључак да спиралне маглине не припадају систему Млечног Пута, већ се налазе изван граница Галаксије. Стога се оне називају вангалактичким маглинама. Њих по свој прилици има и у галактичкој равни, само их тамо не можемо видети због упијања светлости у оним истим масама тамне материје која од нашег погледа скрива и збијена јата у близини те равни.

Године 1925 доказао је амерички астроном Хабл да свака спирална маглина претставља читав звездани систем, — галаксију сличну нашем Млечном Путу. Он је помоћу теле-

микрофотометра показала су да је маглина знатно већа; пречник њен достиже 20 до 30 хиљада парсека, што значи скоро 100 000 светлосних година.

Око маглине открио је Хабл 1932 године више стотина сићушних округлих мрља, које окружују овај звездани систем као што збијена звездана јата окружују наш систем Млечног Пута. Веома је вероватно да су то стварно збијена јата, само би њихове размере и сјај били мањи но код збијених јата око нашег Млечног Пута.

Остали типови вангалактичких маглина (сферне, елиптичке, вретенасте и неправилне) разликују се од описаних осуством спиралне структуре. У неправилне вангалактичке маглине спадају две најсјајније маглине на небу, — *Магеланови облаци* на јужној небеској полусфери, који се голим оком виде и по месечини. Њихова је удаљеност око 30 000 парсека, те су то нама најближе вангалактичке маглине. Пречник већег облака је преко 3000 а мањег око 2000 парсека.

148. Систем вангалактичких маглина. — Новија испитивања америчких астронома бачила су светлост на склоп система вангалактичких маглина, система неизмерно већег од Млечног Пута.

Свака вангалактичка маглина претставља једну галаксију, дакле изолован звездани систем, васиону — острво у океану свемирског простора. Пречници ових галаксија крећу се од 5 до 100 хиљада светлосних година. Свака од њих садржи стотине милиона а можда и милијарде сунаца. Растојања међу галаксијама знатно су већа од њихових пречника, а просечно изnose око 2 милиона светлосних година. Најудаљенији звездани системи, приступачни испитивању помоћу телескопа од 100 палаца налазе се на отстојањима од преко 400 милиона светлосних година. Они изгледају као слабе сићушне мрље те се једва разликују од звезда 21 привидне величине.

У унутрашњости лопте пречника 500 милиона светлосних година мора их бити бар 100 милиона. Читав овај скуп галаксија или васионских острва назива се понекад *Метагалаксијом*.

Метагалаксија није потпуно хомогена. Галаксије које је чине скупљене су на многим местима у групе, образују скупове галаксија који личе на отворена звездана јата, само су несравњено већих размера.

Метагалаксија је највећи материјални систем који нам је данас познат. Највећим нашим инструментима још нисмо допрли до њених граница, а можда је она и безгранична. Но ако би се и показало да је Метагалаксија коначна, то још никако не би значило да је васиона уопште коначна. Метагалаксија коју данас сматрамо јединственом можда је само један од безбројних система састављених из галаксија, као што је и наш систем Млечног Пута само један од безбројних звезданих система.

Значајну особеност Метагалаксије претставља чињеница да су линије у спектрима галаксија *померене ка црвеном* делу спектра. Полазећи од овога неки западноевропски теоретичари развили су идеалистичку схему ширења простора или коначне васионе која се шири. Једна од последица ове схеме јесте и закључак да је пре свега $1\frac{1}{2}$ милијарде година, дакле када је на Земљи већ било живота, полупречник васионе био једнак нули. Сва материја у васиони била је тада скупљена у једној тачки, а из ове је на неки натприродан начин настала читава разноврсна природа.

Но и без обзира на ове апсурдне последице, теорија васионе која се шири не може да издржи критику. Она приписује нечему што је бесконачно особине коначнога, произвољно уопштава и развија већ и без тога апстрактна и још недоказана тврђења опште теорије релативности итд.. Отуда нема сумње да ће се пре или касније и померање линија објаснити на материјалистички начин. Могуће је да смо овде по први пут срели један нов природни закон који нам је до сада био непознат зато што се испољава само на великим растојањима.

149. Састав звезданог система Млечног Пута. — Иако наши најмоћнији телескопи још нису допрли ни близу граница Млечног Пута, ипак можемо на основи *статистичких* података о броју звезда разних величина (параграф 130) тврдити да су размере система Млечног Пута или Галактичког система огромне али свакако коначне. Понекад се стога каже: звездани систем је острво у безграничном свемирском простору. Но како се ми налазимо у унутрашњости тог система, много нам је теже да одредимо његов састав него састав неке удаљене маглине коју посматрамо споља, — из птичије перспективе.

Као што смо поменули у параграфу 142 називају се звезде које непосредно окружавају наше Сунце — *месним звезданим системом*. У састав тог система улазе све звезде видљиве голим оком, као и многе телескопске звезде. Овај систем није одвојен оштром границом од циновог система Млечног Пута чији је он део. Посматрања показују да је густина најслабијих звезда у Млечном Путу утолико већа уколико су оне ближе сазвезђу Стрелца. Одавде се закључује да средишно згушњење (средиште масе) великог система лежи у правцу галактичке лонгитуде $l_0 = 319$ степени. Ова вредност блиска је лонгитуди средишта система збијених јата по Шеплијевим испитивањима ($l_0 = 325^\circ$, параграф 146). По свој прилици се средиште великог Галактичког система поклапа са средиштем система збијених звезданих јата. Од Сунца је средиште система удаљено 10 000 парсека. Ово средиште мора бити веома сјајно, али га из нашег Сунчевог система не можемо видети јер га заклањају скупови тамних маглина због којих нам и најсјајнији (летњи) део Млечног Пута изгледа раздвојен. Пречник читавог система у галактичкој равни може износити око 30 000 парсека. Дебљина система (управно на ову раван) знатно је мања. Према томе тај систем сразмерно је веома пљоснат. Наш месни систем налази се скоро на самој његовој ивици. Сунце приближно лежи у екваторској равни великог система. Читав је систем, са својих неколико десетина милијарди звезда, окружен простором у коме звезда нема, него се тек на отстојањима много пута већим од његова пречника налазе други звездани системи.

У унутрашњости тог система налазе се гасовите маглине и отворена звездана јата. Збијена јата леже изван њега, али се налазе у непосредној његовој близини и несумњиво су у извесној вези с њим. Систем Млечног Пута, као и вангалактичке маглине, био би острво у свемирском простору, те је већ одавно изречена хипотеза да је и Млечни Пут спирална маглина као што су то и друга васионска острва. Њен стварни облик не можемо да запазимо јер се за посматрача у унутрашњости система спиралне гране сливају једна у другу.

Новија открића потврђују ову хипотезу. Она све више показују колико је велика сличност између наше Галаксије и, рецимо, маглине у

Андромеди, — и то и у погледу њихових размера, и у погледу њихове природе (честа појава нових, постојање система збијених јата око ових система итд.). Стога је све вероватније да Млечни Пут треба сматрати за обичну спиралну маглину.

На срећу данас поред статистичких имамо на расположењу и *динамичке* методе испитивања звезданог система. Оне се заснивају на изучавању кретања звезда, те упијање светлости у међузвезданом простору не утиче на добијене резултате (в. наредни параграф).

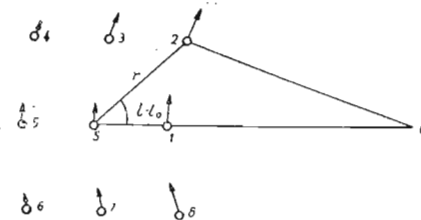
150. Ортова теорија галактичког обртања. — Звездани систем толико је сложен да никако нисмо у могућности да изведемо законе кретања сваког појединог његовог члана. Данас се може само поставити задатак да се испитају најопштије особине кретања за дату област звезданог система. Ова средња кретања најбоље претставља хипотеза галактичког обртања коју је разрадио холандски астроном Орт (1927 године).

По овој хипотези цео систем Млечног Пута обрће се у галактичкој равни око извесног средишног згушњења. Маса овог средишног згушњења толико је велика, да је у свакој тачки система привлачење — које се покорава Њутновом закону — управљено ка средишту Галаксије главна сила. Као што смо показали у параграфу 75 при кретању по кружним путањима, а по Њутновом закону, брзине тачака једног система опадају када отстојање од средишта расте.

Када бисмо знали масу читавог система и његовог средишног језгра, могли бисмо израчунати перифериску брзину обртног кретања на датом отстојању од средишта. Но то би била само средња брзина извесне групе звезда у близини те тачке, а не стварна брзина звезде која би се налазила у тој тачки. Свака звезда у групи има поред тога још и своју сопствену брзину. На пример Сунчева брзина од 20 километара у секунди у правцу ка сазвезђу Херкула само претставља његову брзину у односу на најближе звезде. То је дакле разлика између сопствене његове брзине и брзине којом се цела Сунчева група звезда обрће око веома удаљеног средишта.

Да бисмо открили ово обртање треба да испитамо средње радијалне брзине и сопствена кретања веома удаљених звезда, на пример белих цинова класе *B*. Они се просечно налазе на другачијим удаљењима од средишта Галаксије, но ни те њихове брзине неће бити једнаке по вредности и паралелне брзини којом се Сунце креће (а с њим и посматрач на Земљи). У кретањима тих звезда моћи ће се открити *разлика* брзина или *диференцијално* обртање. Испитајмо како ово треба да се огледа на *радијалним* брзинама звезда.

Нека (сл. 118) Сунце *S* и осам звезда у његовој близини обилазе око далеког средишта *C* брзинама које опадају уколико се иде даље од *C*. Брзина Сунца биће мања од брзине тачака 8, 1, 2, већа од брзине тачака 4, 5, 6 а једнака брзини тачака 3 и 7. Очигледно је да се отстојања звезда 2 и 6 (у I и III квадранту) од Сунца повећавају, а отстојања



Сл. 118.

звезда 8 и 4 (у II и IV квадранту) смањују. Стога ће звезде које леже у I и III квадранту имати, услед галактичког обртања, позитивне радијалне брзине, а звезде у II и IV квадранту негативне радијалне брзине. На границама између квадраната, у правцима 1, 3, 5, 7 утицај галактичког обртања биће једнак нули. Другим речима ако будемо мерили радијалне брзине звезда које, као и Сунце, леже у галактичкој равни, а њихове галактичке лонгитуде имају све могуће вредности од 0° до 360° , онда се у тим брзинама мора јавити периодичан (синусоидан) члан, но који ће у том размаку бити четири пута једнак нули и имати два максимума и два минимума.

Оваквим расуђивањем показао је Орт да се утицај диференцијалног обртања на посматрану радијалну брзину звезде v_r мора са галактичком лонгитудом l мењати по простом закону који гласи

$$v_r = r A \sin 2(l - l_0),$$

где је r средње отстојање уочене групе звезда од Сунца, l_0 лонгитуда средишта око кога се окретање врши, A — константа. Из ове једначине може се извести правац l_0 у коме лежи средиште обртања, ако у радијалним брзинама дате групе звезда успемо да одредимо обртни члан v_r , јер су нам l и r познати.

Низ посматрача потврдио је теориска предвиђања Ортова. Значајно је да је за правац ка средишту обртања добијена галактичка лонгитуда $l_0 = 325^\circ$, дакле онај исти правац ка сазвезђу Стрелца који је и раније другим методама добијен као правац ка средишту Млечног Пута.

Да би одредио брзину којом око галактичког средишта обилазе звезде из Сунчеве близине, претпоставио је Орт да је систем збијених јата који окружава Млечни Пут непомичан у простору. Као што смо већ видели (в. параграф 143, в) под том се претпоставком добија да се наше Сунце креће брзином од око 286 километара у секунди ка једној тачки у сазвезђу Цефеја. Њена галактичка лонгитуда била би око 55° степени, па је правац ка њој управан на правац ка средишту обртања. Тако уосталом и треба да буде: при кретању по кругу брзина је управна на полупречнику. Знајући брзину Сунчевог кретања можемо приближно израчунати отстојање до галактичког средишта. Оно по последњим одређивањима износи око 10 000 парсека.

Период једног Сунчевог обиласка износио би 225 милиона година приближно. Ова величина довољно је мала у односу на старост Земљину (цени се да је Земља стара неколике милијарде година).

Обртање звезданог система бива у смеру кретања казалеж на часовнику (за посматрача на северној полулопти).

Кретање осталих *брзих* звезда Ортова хипотеза објашњава слично кретању збијених јата. Оне се крећу сразмерно *споро* и не учествују у кретању наше звездане групе ка сазвезђу Цефеја. Отуда ми пролазимо покрај њих огромном релативном брзином, те нам изгледа да се оне веома брзо крећу ка супротној тачки Млечног Пута (сазвезђе Лађе, параграф 143, в). Може бити да ове звезде не обилазе, као већина других, око галактичког средишта описујући кружне путање, већ се крећу по веома издуженим елипсама чији се „афели“ налазе у блиској нам области звезданог система. Овим би се објаснило њихово *споро* кретање (сетимо се да је по закону површина брзина планете у афелу најмања).

Ортова хипотеза даје само општу упрошћену схему кретања Млечног Пута. Уствари је његов састав веома сложен. Стога она наилази на извесне тешкоће. Међутим размере наше Галаксије које се по тој теорији добијају (динамичке размере) морају бити знатно ближе истини од ранијих статистичких и фотометриских процена.

Најбоље одређивање размера Галаксије по Ортовој методи извршили су амерички астрономи Пласкет и Пирс (1931 године). Они сматрају да су ови заокружени бројеви највероватнији:

Сунчево удаљење од средишта	$R = 10\,000$ парсека
Пречник Галаксије	$D = 30\,000$ „
Сунчева брзина	$V = 275$ km/sec.
Периода Сунчева обиласка	$P = 225$ милиона год.
Маса система (Сунчева = 1)	$M = 165 \cdot 10^9$

На тај начин добија се да су размере Галаксије довољно приближно једнаке размерама маглине у Андромеди.

151. Хершелово схватање развоја маглина. — Први астроном који се бавио испитивањем маглина био је Вилем Хершел. Он је крајем XVIII века открио неколико хиљада ових тела помоћу телескопа што их је сам начинио. Различити облици који се код маглина срећу навели су Хершела да постави ове хипотезе: 1) маглине се постепено згушњавају у звезде; 2) у садашње доба налазе се разне маглине на разним ступњевима згушњавања.

Отуд следује да ми истовремено можемо да посматрамо маглине различите старости. Упоредјујући их међусобно можемо да себи створимо слику о развоју поједине маглине. Хершел је свет маглина упоређивао са шумом која се састоји из дрвећа исте врсте но различите старости. Довољно је у таквој шуми провести и мало времена, па се на основи појединих примерака може пратити цео живот дрвета, од његовог ницања до трнутка када ће се осушити и пасти.

Почетни ступањ развоја маглина претстављају, по Хершелу, велике разређене маглени масе слаба и равномерна сјаја. Долазе затим маглине које садрже поједина згушњења, светле лопте, које ће се, можда, у току огромних временских размака претворити у звезде. У маглинама у којима је згушњавање још даље одмакло, маглени масе помешане су са звездама; пример претстављају Влашићи. Најзад, последњи ступањ развоја маглина претстављају звездана јата у којима више нема маглени материје.

Ми смо горе видели да је природа маглина уствари далеко разноврснија но што је то Хершел замишљао. Стога се не могу сви облици маглина сматрати за ступњеве развоја било ког посебног типа. Но и поред тога сматра се и данас да је Хершелова мисао да су *маглине материја* из кога су настала друга небеска тела, — правилна. Она чини основу већине *космогоничких* хипотеза, то јест хипотеза о развоју планетских и звезданих система.

152. Лапласова хипотеза. — Велики француски математичар и астроном Лаплас узео је (1796 године) да даље прати судбину појединих згушњења која су се образовала из маглине. Он је притом показао како се овакво маглени клубе могло претворити у систем планета и њихових пратилаца који обилазе око средишног тела. Филозоф Кант учинио је још раније, 1755 године мање савршен покушај исте врсте.

Под дејством узајамног привлачења својих честица гасовито маглено клубе морало је добити лоптаст облик, док му се густина ка средишту јако повећала. Средишно згушњење Лаплас назива Сунцем, разређенији спољашњи део — атмосфером. Ова атмосфера запремала је у почетку читав простор садашњег Планетног система а налазила се, као и средишно згушњење, на *високој температури*. Услед неке силе која је могла деловати приликом одвајања нашег Сунца од велике маглине, и коју Лаплас не испитује, читава се лоптаста маса обрће око своје осовине. Услед хлађења маглина се скупља, полупречник јој се смањује, али количина обртања у систему, тачније речено збир брзина свих честица помножених њиховом масом и отстојањима од осовине, мора по законима механике да остане сталан. Према томе брзина обртања се повећава. Но с увећањем брзине расте и центрифугална сила, а под њеним дејством гасовита лопта добија облик све више спољашњег сфероида који се обрће око најмање осовине. У току даљег повећавања брзине обртања наступа тренутак када у тачкама које леже дуж екватора маглине величина центрифугалне силе бива једнака привлачној сили. Тада спољне екваторске честице маглине губе тежину и одвајају се у виду таквог појаса (зоне) који се и даље обрће, док унутрашњи део наставља да се сажима. Непосредно после првог појаса одваја се други, нешто мањег пречника, затим трећи и тако даље, јер се брзина обртања маглине повећава. Зато се граница на којој сила привлачења држи равнотежу центрифугалној сили стално приближава средишту. Одвајање честица на екватору маглине није се могло извршити савршено равномерно. Могли су настати појасеви гушћи од околних, и они су привукли себи честице и са унутрашње и са спољне стране, те су се на тај начин постепено образовали моћни концентрични Лапласови прстенови који су били веома удаљени једни од других. Сваки прстен имао је полупречник приближно једнак полупречнику путање једне од садашњих планета. Потом се сваки прстен распада, јер гушћи његови делови постепено привлаче себи ређе делове. Добија се неколико оделитих гасовитих маса које се крећу по истој кружној путањи. Све се ове масе услед привлачења током времена скупљају у једну, која наставља да око Сунца обилази на истом отстојању на коме се налазио прстен и која се, осим тога, *обрће* око осовине. Тако настају планете, у прво време оне су у гасовитом стању. Постанак сателита бива истим процесом само у мањој размери.

Дуго се сматрало да је Лапласова хипотеза скоро доказана. Она, доиста, објашњава све главне особености састава Планетског система, на пример: 1) чињеницу да су путање приближно кружног облика; 2) кретање свих планета приближно у истој равни; 3) кретање свих планета око Сунца у истом смеру; 4) чињеницу да се Сунце и планете око својих осовина обрћу у истом смеру; 5) чињеницу да већина сателита обилази око планета у том истом смеру.

Но у току времена: 1) откривене су чињенице које противурече хипотези, као што су, на пример, ретроградно кретање сателита Урана и Нептуна, обилажење првог Марсовог пратиоца које се врши брзином већом од обртања саме планете; 2) у Лапласовим расуђивањима откривене су грешке. Због свега тога овој хипотези начињен је низ замерака, због којих се данас сматра да је она далеко мање вероватна од неких нових хипотеза. Но она и до данас заслужује највећу пажњу као нај-

простији и најочигледнији начин који показује да се постанак небеских тела *може објаснити природним путем*, — на основи закона физике и механике. У томе је њен васпитни и начелни значај. Нису без замерака ни нове космогоничке хипотезе.

153. **Цинсова хипотеза.** — На основи математичких истраживања, која је углавном вршио енглески теоретичар Цинс, данас се сматра да развој усамљене гасовите масе (будуће звезде) вероватно није, у нормалном случају, текао као што је то Лаплас замишљао, него на један од ова два пута.

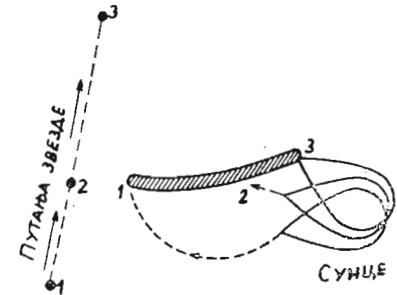
1. Ако је обртање гасовите масе већ у почетку било довољно брзо, онда ће се при даљем убрзавању овог обртања маса распасти на две, те ће тако настати *двојна звезда*, настаће дакле два сунца с приближно истим масама.

2. Ако је почетна брзина обртања била недовољна да би до раздвајања дошло, добиће се *једно* сунце које се обрће полако или се уопште не обрће.

Ни на једном ни на другом путу нормалног звезданог развоја не види се објашњење постанка планета, то јест звезданих сателита чије су масе хиљадама пута мање од масе средишног тела. Планете су могле настати само у случају да је ток развоја био поремећен дејством спољне силе. Отуда могућност трећег пута.

3. Поред једног усамљеног сунца прошла је пре неколико милијарди година друга звезда, и то тако близу да је њено привлачење изазвало катастрофу ове или оне врсте. Појава планета баш и јесте исход ове катастрофе.

По Цинсовој хипотези то се догодило овако. Звезда која је прошла поред Сунца изазвала је на њему својим привлачењем огромну плиму. На два супротним тачкама Сунчеве површине издигли су се плимски гребени (параграф 109). Но по Цинсу висина ових гребена није била једнака, као што је то случај код плима што их на Земљиним океанима изазива Месец. Цинс претпоставља да је отстојање звезде било мало у поређењу са Сунчевим полупречником. Стога је плимски гребен на страни окренутој звезди био знатно већи од супротног, и шиљат. При даљем приближавању звезде наступио је тренутак када је на врху плимског гребена привлачна сила звезде постала већа од привлачења којим делује остала сунчева маса. Услед тога су се честице са гребеновог врха откинуле од Сунца и устремиле ка звезди — телу које је изазвало поремећај (сл. 119). Избацивање материје трајало је све док се звезда налазила довољно близу. На цртежу је приказано да је за време док је звезда прешла пут 1—2—3 (оздо на више), истицање бивало са плимског гребена који је редом био у положајима 1—2—3. У тренутку 3 избачени материјал лежао је у простору у виду непрекидног гасовитог прамена (на слици шрафирано) 1—2—3.



Сл. 119.

Када се звезда која је изазвала поремећај опет удаљила, свио се прамен око Сунца, под дејством његовог привлачења, у виду неправилног спиралног завијутка који је лежао у равни путање звезде. Како је маса гасовитог прамена била довољна, постојало је међу његовим честицама осетно привлачење. Под дејством тог привлачења прамен се одмах распао на појединачне *веће масе, планете* које су хлађењем прешле испрва у течно, а затим у чврсто стање. Путање честица у прамену биле су испрва веома издужене елипсе; исте су такве биле и путање планета у самом почетку. Услед тога су се планете повремено толико приближавале Сунцу, да је плимска сила која је тада на њих деловала била веома јака, те се и са планетама поновило оно што се десило са Сунцем: откидање једног плимског гребена, образовање прамена и његово дељење на поједина тела — *сапутнике* планета. Са сапутницима се овај процес није могао поновити, јер су они брзо успели да очврсну. Планете су тако исто морале сразмерно брзо очврснути, бар по површини, — у току од неколико хиљада година. Стога је у састав чврстих лопти малих планета ушао мањи постотак лакших елемената, те је њихова густина мања но код планета-цинова.

Избацивање материјала из Сунца свакако је ишло неравномерно, у зависности од отстојања звезде која га је изазвала, а достигло је највећу вредност када се ова највише приближила Сунцу. Стога је избачени гасовити прамен морао бити најдебљи у средњем делу, а зато и планете које су се из тог дела образовале морају имати највеће масе. Ово одговара чињеницама: средину планетског низа доиста заузимају највеће планете Јупитер и Сатурн. Исто тако, када је недавно нађен далеки Плутон, те се испоставило да је он исто тако мали као и Меркур који стоји на супротном крају низа, могло се и то узети за један од доказа Цинсове хипотезе.

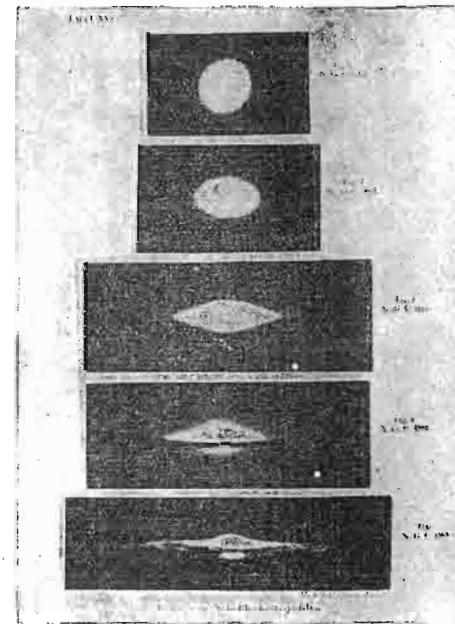
Ова хипотеза даје само општу слику могућег развоја Планетског система али има много слабих тачака (на пример објашњење постанка сателита). Не задовољава ни њена основна мисао: како блиски сусрети звезда могу да се само изванредно ретко догоде, планетни системи као наш били би у свемиру изузетак а не правило, као што се то пре мислило. Стога у последње време астрофизичари све више нагињу претпоставци да је тачна Лапласова а не Цинсова основна мисао: планетски систем постао је на известан, још непознат начин, под дејством својих *унутрашњих* сила, а не дејством случајног спољног импулса.

154. Хипотеза о постанку спиралних маглина. — Математички првилан облик спиралних маглина наводи нас на помисао да се кретања у овим маглинама морају вршити по сразмерно простим законима. Зато су хипотезе о склопу спиралних маглина математички боље разрађене но хипотезе о маглинама других класа. Хипотезу коју ћемо ниже изложити дао је Цинс; почетна расуђивања Цинсова веома личе на Лапласову хипотезу о постанку Планетског система, те се од ње разликују само размером маса о којима је реч.

Замислимо огромну количину гаса чија је маса милионима пута већа од Сунчеве, и која слободно лебди у празном простору. Ако на ову масу не делују спољне силе, онда ће она услед привлачења својих честица добити лоптаст облик. Добићемо лоптасту маглину која се у току времена све више сажима. Под дејством било каквог спољног

импулса, например привлачења каквог тела које је прошло у близини, маса ће почети да се обрће и то обртање више неће престати. Услед обртања јавља се центрифугална сила, а под њеним дејством маса добија облик сфероида. У току даљег сажимања и повећавања центрифугалне силе које је с тим у вези, сфероид ће се на крају претворити у сочиво чија оштра страна чини екватор маглине. Гледана са стране, маглина ће бити вретенаста облика.

Почев од тог критичног тренутка маглина постаје нестабилна. У тачкама на ивици сочива центрифугална сила једнака је по величини са тежом која делује ка средишту, те се честице дуж ивице одвајају од остале масе. Но то одвајање не почиње на свим тачкама екватора у исти мах. У томе се ово расуђивање разликује од Лапласовог. Овакво истовремено одвајање могло би наступити само у случају да је маглина савршено хомогена и да на њу не делују никакве спољне силе. Уствари ће се увек наћи неко блиско небеско тело, на пример друга маглина, чије ће се *плимско дејство*, само по себи необично слабо, осетно испољити у критичном тренутку. На екватору маглине постоје *две* дијаметрално супротне тачке у којима плимска сила има највећу вредност. У тренутку када је центрифугална сила на екватору скоро једнака привлачењу, она ће у тим двома тачкама бити тачно у равнотежи са силом привлачења, јер је њено дејство појачано дејством плимске силе. Баш ће у тим двома тачкама и почети да се одваја материјал у виду два прамена управљена на супротне стране. По Цинсовој теорији избацивање материјала које је једном започело наставиће се у току неодређеног времена и то из истих тачака маглине, па ма се плимско дејство другог тела и изменило или и сасвим престало. Истицање се наставља услед сталног сажимања маглине и плимског дејства раније избачених маса. Услед обртања средишне маглине праменови се свијају око ње у виду две спирале. Привлачна сила средишног језгра слаби у току времена услед губитка материјала. Зато се спиралне гране постепено одвијају, те пречник читаве маглине расте. Сила узјамног привлачења која делује између издвојених гасовитих маса не дозвољава им да се растуре у простор. Под дејством те исте силе распадају се пра-



Снимак XXIX. Типичне вангалактичке маглине које илуструју Цинсову хипотезу

менови на појединачна згушњења — звезде, па се маглина претвара у скуп звезда.

У то време по Џинсу пада и појава планета око звезда, јер су тада блиски сусрети звезда знатно чешћи но у познијим ступњевима развоја звезданог система.

Џинсова хипотеза добро се слаже са посматрањима: међу вангалактичким маглинама срећу се сви развојни облици — од лоптастих до спиралних.

155. Физички развој звезда. — Проблем развоја звезда веома је сложен, јер зависи од проблема *извора енергије* коју звезде зраче. Ови нам још нису довољно познати. Вероватно је сем тога да их има разних и да у разним добима живота звезде делују разни извори. Наука с почетка двадесетог века претпостављала је да постоје два извора: 1) *сажимање* гасовите лопте; 2) *прелаз масе у енергију*.

Раслова теорија звезданог развоја која се заснива на његовом дијаграму (параграф 134) узима у обзир само први извор енергије. По овој теорији звезда на почетку свог развоја има огромне размере, густина јој је необично мала а температура ниска. Она светли црвеном светлошћу. Услед сажимања гасовите масе њена се температура *повишава* а боја постепено прелази у белу (узлазна или циновска грана звезданог развоја). Највишу температуру достиже звезда у орионској класи *V*. Почев од тог тренутка ступа звезда на силазну грану, постепено постаје патуљак, температура јој опада. Узрок ове појаве јесте у томе што је на циновској грани звезда била сасвим гасовита, а сада је део њеног материјала услед повећане густине изгубио особине савршених гасова и сажима се даље. У том случају топлота ослобођена приликом даљег сажимања не може да покрије губитке зрачењем. Звезда се хлади и део свог живота који можемо да посматрамо завршава као мала, густа црвена лопта.

Раслова хипотеза објаснила је мноштво чињеница и убрзо постала водећа хипотеза у астрофизици. Но затим су јој стављене многе замерке. Тако су на пример и теорија и посматрања показали да *сјај* звезде зависи од њене *месе*; што је већи сјај већа је и маса. Одатле следи да се или сјај звезде у току целог њеног развоја не мења, или се пак са променом сјаја мења и маса. Вероватнији је други закључак: слабљење звездина сјаја праћено је смањењем масе. Што је звезда старија, то јој је маса мања.

Осим тога се бели патуљци, чија је густина необично велика, никако нису могли утиснути у Раслову схему.

Данас немамо теорије о звезданом развоју која би била онако широко призната, као што је то између 1925 и 1930 године била Раслова теорија са допунама које је дао Едингтон (параграф 135). Хипотеза о потпуном прелазу материјала звезде у енергију данас је мање популарна но раније. Извори звездане енергије несумњиво су интраатомског порекла. Они су свакако већ делом и откривени благодаречи успесима које је физика постигла у изучавању сложене природе атомског језгра. Савремена астрофизика то стање изражава овако: *пут ка звездама води кроз атом*.

ПРИЛОЗИ

Таблица I. Элементы великих планета и Сунца

Назив небеског тела	Звездано време обиласка око Сунца		Средње удаљење од Сунца		Екцентрич- ност	Нагиб	Маса	Густина	Екваторски пречник		Спљоштеност	Трајање обртања око сопствене осовине	Број сателита
	У данима	У годинама	у астр. јед.	у мпд					Земља=1	у кп.			
Меркур . . ♀	87,97	—	0,387	58	0,206	7°0'	0,04	0,63	0,40	5 140	0	88 д.	—
Венера . . ♀	224,70	—	0,723	108	0,007	3,24	0,82	0,84	0,99	12 610	0	30 ?	—
Земља . . ♂	365,26	1 г	1,000	149	0,017	0	1	1	1	12 757	$\frac{1}{297}$	23 ч. 56 м. 4с.	1
Марс . . . ♂	686,98	1 „ 322 дн.	1,524	228	0,093	1,51	0,11	0,69	0,54	6 860	$\frac{1}{190}$	24 „ 37 „ 23 „	2
Јупитер . . ♃	4 332,59	11 „ 315 „	5,203	778	0,048	1 18	317	0,24	11,3	143 600	$\frac{1}{16}$	9 „ 50 „	12
Сатурн . . ♄	10 759,20	29 „ 167 „	9,539	1 426	0,056	2,29	95	0,13	9,4	120 600	$\frac{1}{10}$	10 „ 14 „	10
Уран . . . ♅	30 685,93	84 „ 7 „	19,191	2 870	0,047	0,46	15	0,21	4,2	53 400	$\frac{1}{18}$	10 „ 49 „	5
Нептун . . ♆	60 187,64	164 „ 280 „	30,07	4 500	0,009	1,47	17	0,30	3,9	49 700	$\frac{1}{50}$	15 „ 25 „	2
Плутон . . ♇	90 893,42	248 „ —	39,6	5 900	0,25	17,7	—	—	—	—	—	—	—
Сунце . . . ☉	—	—	—	—	—	—	333 400	0,26	109,05	1 391 000	0	25 дн.	—

Таблица II. Елементи планетских сателита

НАЗИВ	ОТКРИЋЕ	Средња удаљеност од планете		Средње углов. растојање (са Сунца)	Звездано време	Нагиб путање		Првудна величина у средној опозицији	Ексцентричност путање
		у полупречнику планете	у km			према екватору планете	према путању планете		
Месец		60,3	384 000	8° 50'	27,32166	18° 18' - 28° 38'	5° 9'	3476	0,055
МАРС									
Фобос	1877	2,8	9 380	0 9	0,3189	1°	25° 20'	15	11,5
Дејмос	1877	7,0	23 500	0 21	1,2624	2	24° 15'	8	13,0
ЈУПИТЕР									
I Ио	1610	5,9	421 000	1 52	1,769	0	3° 7'	3130	5,5
II Европа	1610	9,4	670 000	2 58	3,551	0	3° 6'	3150	5,7
III Ганимед	1610	15,0	1 070 000	4 44	7,155	0	3° 2'	5150	5,1
IV Калисто	1610	26,4	1 880 000	8 19	16,889	0	2° 43'	5180	6,3
V	1892	2,5	181 000	0 48	0,498	0	3° 7'	160	13,0
VI	1904	160,6	11,4·10 ⁶	5° 51'	250,62	31	29°	130	13,7
VII	1905	164,6	11,7·10 ⁶	0 52	260,06	30	28	40	16
VIII	1908	330	23,5·10 ⁶	1 44	738,9	145	148	25	16
IX	1914	338	24,1·10 ⁶	1 46	745,0	154	156	25	18
X	1938	162	11,5·10 ⁶	0 51	254,2	—	28	?	19
XI	1938	315	22,4·10 ⁶	1 39	692	—	163	?	19
XII	1951	295	21,0·10 ⁶	1 33	624	147	149	?	18
САТУРН									
Мимас	1789	3,1	186 000	0° 27'	0,912	2	27	600	12,1
Енцелад	1789	4,0	238 000	0 34	1,370	0	27	800	11,6
Тетида	1684	4,9	294 000	0 43	1,888	1	27	1300	10,5
Диона	1684	6,3	377 000	0 55	2,737	0	27	1200	10,7
Реа	1672	8,8	527 000	1 16	4,517	0	27	1800	10,0
Титан	1655	20,5	1 2·10 ⁶	2 57	15,95	0	26	4200	8,3
Хиперион	1848	24,8	1,5·10 ⁶	3 34	21,28	1	26	500	13,0
Јапет	1671	59,7	3,6·10 ⁶	8 35	79,33	14	16	1800	10,1—11,9
Феба	1898	216,8	12,9·10 ⁶	31 10	550,47	149	175	250	14,5
Темидла*)	1900	24,2	1,5·10 ⁶	—	20,85	—	39	?	17
УРАН									
Аријел	1851	7,4	192 000	0 14	2,520	—	98	900	15
Умбријел	1851	10,2	267 000	0 19	4,144	0?	98	700	16
Титанија	1787	16,8	438 000	0 32	8,706	«	98	1700	14
Оберон	1787	22,4	586 000	0 42	13,463	«	98	1500	14
Миранда	1948	4,8	130 000	—	1,41	—	98	?	17
НЕПТУН									
(Тритон)	1846	13,4	354 000	0 16	5,877	—	140	5000	14
Нереид	1949	350?	9·10 ⁶ ?	—	730?	—	61?	300?	19,5

*) Од 1904 изгубљен.

Таблица III. Најсајеније звезде (по степену сјаја)

Ознака	Назив	Привидна величина	Спектар	Сопствено кретање	Паралакса	Даљина	Апсолутна величина	Апсолутни сјај	Пречник	Маса	Густина
* α В. Пса	Сиријус	1,6	A2	1",32	0",373	9	+1 ^m ,3	26	1,8	3,4	0,42
* α Лађе	Канопус	0,9	F7	0",02	0",005	(700)	(-7,4)	(80000)	—	—	—
* α Центаура	Вега	+ 0,1	G5	3",68	0",121	4,3	+4,7	1,2	1,0	—	—
* α Лирије	Капела	0,2	A1	0",36	0",256	27	+4,7	1,2	2,5	—	—
* α Волара	Арктур.	0,2	G1	0",43	0",071	46	-0,5	55	12	2,0	1,1
* β Ориона	Ригел	0,3	B8	0",28	0",085	38	0,0	140	29	(3,0)	0,11
* α М. Пса	Проксион	0,5	F5	1",25	0",006	(540)	0,0	87	19	7,5	0,002
* α Еридана	Ахернар	0,6	B5	0",08	0",291	11	(-5,8)	(18000)	1,9	(8)	0,0003
* β Центаура	Алтаир.	0,9	B1	0",07	0",050	65	+1,0	6,6	—	1,5	0,16
* α Ориона	Бетелгез	(0,9)	A2	0",65	0",208	270	-3,7	220	—	—	—
* α Крста	Алдебаран	1,1	K5	0",19	0",015	16	+2,5	2600	—	—	—
* α Бица	Спика	1,2	B2	0",07	0",111	300	-3,9	8,7	1,4	(1,7)	0,6
* β Девожке	Полукс	1,2	M	0",04	0",100	220	-2,5	3100	300	(15)	10 ⁻⁶
* α Близнаца	Антарес	1,2	K	0",63	0",011	300	+1,2	870	40	(4)	2·10 ⁻⁵
* α Скорпије	Фомалхаут	1,3	A3	0",38	0",010	32	+1,9	29	—	—	—
* α Јужне Рибе	Денеб	1,3	A2	0",27	(0,005)	70	(-5,2)	15	—	—	—
* α Лабуда	Регул	+ 1,5	B8	0",06	0",041	79	+0,6	10000	460	(30)	10 ⁻⁷
* β Крста	—	—	B1	0",06	0",017	190	-2,3	720	—	—	—
* Сунце	—	-26,7	G	—	—	—	+4,85	1	—	—	—

У преглед су унете све звезде прве величине (21). Звездичом су означене двојне и спектроскопске двојне (њих је више од половине). У 8 ступњу дате су апсолутне величине, тј. привидне величине које би звезде имале посматране с једне исте даљине, која одговара паралаксу од 0",1. За звезде црвене добијају се негативне апсолутне величине. Ради упоређења дато је у последњем реду Сунце. Даљине су дате у светлосним годинама. Пречници 4 највеће звезде одређени су из мерења интерферометром, за остале су одређени из индекса боје. Маса су одређене тачно само за 5 двојних звезда, остале (у заградама) изведене са Еддингтонове криве. За двојне звезде дата је укупна маса обеју компоненти.

Таблица IV. Најближе звезде

Назив или ознака у каталогу	Привидна величина	Спектар	Соответно кретање	Паралакса	Даљина (у светл. годинама)	Апсолутна величина	Апсолутни сјај (Сунце = 1)	Примедбе
Проксима (тј. најближа)	10,5	M	3'',8	0'',765	4,3	15,0	0,0001	Далеки пратилац α Центаура, који је открио Инес
α Центаура	0,3	G0	3,7	0,758	4,3	+ 4,7	{ 1,1	Двојна
Барнардова звезда	1,7	K5	3,7	—	—	6,1	0,0004	
Wolf 359	9,7	M5	10,2	0,54	6,1	13,4	0,00002	
Lalande 21 185	13,5	M	4,8	0,40	8,0	+ 16,5	0,0006	
Сиријус	7,6	M2	4,8	0,39	8,3	+ 10,6	{ 26	Двојна, пратилац је бели патуљак
Ross 154	—1,6	A0	1,3	0,37	8,8	+ 1,3	{ 0,003	
Инесова звезда	8,4	F	0,7	0,36	9,2	+ 13,3	0,0004	
Кеплејнова звезда	10,5	M0	2,7	0,34	9,6	15	0,0001	
Ross 248	12	M0	8,8	0,32	10,3	11,7	0,0002	
τ Кита	12	M6	1,8	0,31	10,3	14,5	0,0002	
Процион	3,6	K0	1,9	0,31	10,3	6,0	0,40	
ϵ Еридана	0,5	F5	1,2	0,31	10,4	15,5	{ 5,4	Двојна, пратилац је бели патуљак
61 Лабуда	13	K0	1,0	0,31	10,5	6,2	0,33	
Lacaille 9352	3,8	K7	5,2	0,30	10,9	7,4	0,10	Двојна
α 2398	5,1	M0	6,9	0,29	11,2	10,0	0,01	
Groombridge 34	7,4	M4	2,3	0,29	11,3	11,0	0,004	Двојна
ϵ Индуса	8,3	M2	2,9	0,28	11,6	10,4	0,007	Двојна
Cincinnati 995	8,1	K5	4,7	0,28	11,6	6,9	0,17	
Ross 614	4,7	M5	1,2	0,26	12,4	11,6	0,002	
Kruger 60	9,5	?	1,0	0,26	12,6	13,1	0,0005	
Ван-Магенова звезда	11,0	M3	0,9	0,26	12,7	11,6	0,002	
Cordoba 21 191	9,4	F	3,0	0,26	12,8	14,4	0,0002	Бели патуљак
Сунце	12,3	M0	3,5	0,25	12,9	8,6	0,036	
	—26,7	G0	—	—	—	5,0	1	

У преглед су унете све звезде у сфери с полупречником од 4 парсека и са средњим у Сунцу, познате у 1937 г. У тој сфери може бити још непознатих звезда, али вероватно мало. Велика већина ових звезда су патуљци, само су 3 сјајније од Сунца, а једна од њих прави дин. У тој области нема ни једне звезде спектралне класе B и ниједног црвеног дина, оне су сувише ретке. Напротив, загоретних белих патуљака ту је чак три, очевидно оне нису никакве реткости у васнони.

Таблица V. Називи и ознаке сазвежђа

У таблицу су сврстани: 1) пуни латински називи свих сазвежђа, 2) њине међународне скраћене ознаке са 3 и 4 слова, 3) српско-хрватски називи. Сазвежђа јужно од 35° деклинације обележена су словом »j«.

Латински назив	Ознака	Српско-хрватски назив	Латински назив	Ознака	Српско-хрватски назив
Andromeda	And	Андромеда	Leo	Leo	Лав
Antlia	Antl	Шмрк	Leo Minor	L Mi	Мали Лав
Apus j	Aps	Рајска Птица	Lepus	Lep	Зец
Aquarius	Aqr	Водолија	Libra	Lib	Вага
Aquila	Aql	Орао	Lupus j	Lup	Вук
Ara j	Ara	Жртвеник	Lynx	Lyn	Рис
Aries	Ari	Ован	Lyra	Lyr	Лири
Auriga	Aur	Кочијаш	Mensa j	Men	Трпеза
Bootes	Boo	Волар	Microscopium j	Mic	Микроскоп
Caelum j	Caе	Длето	Monoceros	Mon	Једнорог
Camelopardalis	Cam	Жирафа	Musca j	Mus	Мува
Cancer	Cnc	Рак	Norma j	Nor	Лењир
Canes Venatici	C Vn	Ловачки Пси	Octans	Oct	Октант
Canis Major	C Ma	Велики Пас	Orion	Ori	Орион
Canis Minor	C Mi	Мали Пас	Pavo j	Pav	Паун
Capricornus	Cap	Јарац	Pegasus	Peg	Пегаз
Carina j	Car	Брод	Perseus	Per	Персеј
Cassiopeja	Cas	Касиопеја	Phoenix j	Phe	Феникс
Centaurus j	Cen	Центаур	Pictor j	Pic	Сликари
Cepheus	Cep	Цефеј	Piscis	Psc	Рибе
Cetus	Cet	Кит	Piscis Austrinus	Ps A	Јужна Риба
Chamaeleon j	Cha	Камелеон	Puppis	Pup	Крма
Circinus j	Cir	Шестар	Pyxis	Pyx	Компас
Columba j	Col	Голуб	Reticulum j	Ret	Мрежа
Coma Berenices	Com	Береникина Коса	Sagitta	Sge	Стрела
Corona Ausri-na j	Cr A	Јужна Круна	Sagittarius	Sgr	Стрелац
Corona Borealis	Cr B	Северна Круна	Skorpius	Scor	Скорпија
Corvus	Crv	Гавран	Sculptor j	Scl	Вајар
Crater	Crt	Пехар	Scutum	Sct	Штит
Cruх j	Cru	Крст (јужни)	Serpens	Ser	Змија
Cygnus	Cyg	Лабуд	Sextans	Sex	Секстант
Delphinus	Del	Делфин	Taurus	Tau	Бик
Dorado j	Dor	Златна Риба	Telescopium j	Tel	Телескоп
Draco	Dra	Змај	Triangulum	Tri	Троугао
Equuleus	Equ	Ждребе	Triangulum Australe j	Tr A	Јужни Троугао
Eridanus	Eri	Еридан	Tucana j	Tuc	Туكان
Fornax	For	Пех	Ursa Major	U Ma	Велики Медвед
Gemini	Gem	Близанци	Ursa Minor	U Mi	Мали Медвед
Grus j	Gru	Ждрал	Vela j	Vel	Једро
Hercules	Her	Херкул	Virgo	Virg	Девојка
Horologium j	Hor	Часовник	Volans j	Vol	Летећа Риба
Hydra	Hya	Водена Змија	Vulpecula	Vulp	Лисица
Hydrus j	Hyd	Јужна Змија			
Indus j	Ind	Индус			
Lacerta	Lac r	Гуштер			

ПОГОВОР

Још на самом почетку мојих предавања из Позициске астрономије, почетком зимског семестра 1948/49 школске године, наишао сам на велике тешкоће у успешном извођењу наставе због потпуног одсуства универзитетског уџбеника за овај предмет. Не желећи да састављам уџбеник на брзу руку, а да бих што пре ову велику празнину попунио и омогућио успешно спремање високо квалификованих геодеских кадрова у којима се осећа код нас толика оскудица, пажљиво сам превео Уџбеник сферне и опште астрономије проф. К. А. Цветкова и И. Ф. Полака, намењен студентима геодеских факултета техничких великих школа. Избор је пао на ову књигу зато што ми се од свију страних уџбеника учинила најприкладнија за наше прилике и најсаобразнија како нашем наставном плану и програму за овај предмет, тако и нивоу наших студената.

Уџбеник обухвата ону грађу сферне астрономије која се односи на Земљу, Сунце и некретнице и главни му је циљ оспособљавање астронома-практичара за брзо и свесно руковање астрономским годишњацима, ефемеридима и каталозима, једном речи стварање подлоге за изучавање практичне астрономије и извршење њених задатака. Како је намењен студентима више геодезије, он не садржи знања о кретању Месеца и сателита, нити подробна знања о кретању планета, изузев главе девете која има више информативни карактер, но и са овим ограничењима мислим да ће се моћи корисно употребити и као уџбеник студената који на Природно-математичком факултету изучавају овај предмет.

Књига претпоставља само познавање основа опште астрономије, који се код нас прелазе у средњој школи и који се могу попунити из постојећих средњошколских уџбеника астрономије.

Првих једанаест глава овог уџбеника обухватају углавном материјал који се са два часа предавања и три вежбања прелази у шестом и седмом семестру на Геодеском отсеку Грађевинског факултета Техничке велике школе. Последње четири главе, које не улазе у наставни програм ове школе, обухватају грађу из опште астрономије која студентима геодезије треба да послужи проширењу њихове стручне културе, а за студенте астрономије она је обавезна као увод у специјалне течајеве. Са издавањем

ове књиге остаје да се попуни такође осетна празнина у добром уџбенику практичне астрономије, која се на Геодеском отсеку прелази са истим бројем часова у осмом и деветом семестру и која са сферном чини јединствени предмет — позициску астрономију, као и да се попуни недостатак практикума, како за сферну, тако и за практичну астрономију, што сматрам за своје прве наредне наставничке задатке.

Приликом превођења имао сам тешкоћа око домаће терминологије, која је код нас још неизграђена и неуједначена, па ће свака добра приредба у овом и сваком другом погледу добродоћи. Захвалан сам И. М. Атанасијевићу, асистенту Природно-математичког факултета, који се са готовошћу примио да преведе последње четири главе и да ми помогне, како у стручној и књижевној редакцији читавог текста, тако и око штампања и освежавања књиге подацима из најновије стручне литературе.

1 маја 1949 г.
у Београду

Б. М. ШЕВАРЛИЋ,
предавач Техничке велике школе

ПРИМЕЋЕНЕ ВАЖНИЈЕ ШТАМПАРСКЕ ГРЕШКЕ

На стр. 35, у 5 обрасцу озго, у бројитељу стоји — $\cos \varphi \cos \delta \cos t$, а треба — $\sin \varphi \cos \delta \cos t$; у именитељу стоји $\sin \varphi \cos N$, а треба $\sin \varphi \sin \delta$.

На стр. 36, први ред оздо, стоји $s_4 = 21^h 55^m, 0$, а треба $s_4 = 21^h 45^m, 0$.

На стр. 37, наспрам 7 у III ступцу, стоји 0,70399_n, у IV ступцу 0,84316, у V 0,59862, у VI 9,95650, а треба: 9,70399_n, 9,84316, 9,59862 и 9,95650_n.

На стр. 37, у IV ступцу, наспрам 9, стоји 5,91404, а треба 9,91404.

На стр. 37, у VI ступцу, наспрам 5, 6, 13 и 16 стоји: 0,40723, 0,38110_n, 0,85801 и 0,30617, а треба: 0,40723_n, 0,37110_n, 0,85801_n и 0,30617_n.

На стр. 38, у 18 реду озго, стоји $\frac{\operatorname{tg} \delta}{\cos t} = \frac{\sin \varphi - \cos \varphi \operatorname{tg} z \cos A}{\cos \varphi + \sin \varphi \operatorname{tg} z \cos A}$, а треба $\frac{\operatorname{tg} \delta}{\cos t} = \frac{\sin \varphi \cos z - \cos \varphi \sin z \cos A}{\cos \varphi \cos z + \sin \varphi \sin z \cos A}$.

На стр. 38, у 8 реду оздо, стоји (2), а треба (1).

На стр. 39, у VI ступцу, наспрам 3 и 6, стоји 0,59469 и 9,46917, а треба 0,59469_n; 9,46907_n.

На стр. 39, у IX ступцу, наспрам 13, стоји 0,39133, а треба 9,39133.

На стр. 43, у 17 реду озго, стоји $\delta = + 16 33$, а треба $\delta = + 16 23$.

На стр. 47, у 22 реду озго, стоји $\delta > 90^\circ - \varphi$, а треба $\delta < 90^\circ - \varphi$.

На стр. 48, у обрасцу (5), у именитељу, стоји $\frac{\varphi - \delta}{2}$, а треба $\frac{\varphi + \delta}{2}$.

На стр. 65, у 3 реду озго, стоји ϑ_2 , а треба δ_2 .

На стр. 65, у IX ступцу, наспрам 11, стоји 2,75025, а треба 9,75025.

На стр. 67, у последњем реду, стоји $\sin z \sin A$, а треба $\sin z \cos A$.

На стр. 68, у 15 реду озго, стоји (d), а треба (g).

На стр. 68, у обрасцу (5), стоји $t =$, а треба $s =$.

На стр. 68, у 3 реду оздо, недостаје ознака (6).

На стр. 70, у IX ступцу, наспрам 15, стоји 0,94518, а треба 9,94518.

На стр. 72, у обрасцу (с), у бројитељу, место $-\delta_N \cos t_N$, треб $\cos \delta_N \cos t_N$.

На стр. 73, у IV ступцу, наспрам 2, стоји 5 53,6, а треба 15 53,6; у III ступцу, наспрам 3, стоји $+63^\circ 35',4$, а треба $62^\circ 35',4$; у IV ступцу, наспрам 17, стоји 9,48791, а треба 0,48791; у VI ступцу, наспрам 28, стоји 6,31243, а треба 9,31243.

На стр. 76, у обрасцу (4), у бројитељу стоји $\sin \varphi - \delta_\odot$, а треба $\sin (\varphi - \delta_\odot)$; у именитељу стоји $\cos (\varphi \cos \delta_\odot)$, а треба $\cos \varphi \cos \delta_\odot$.

На стр. 92, у 4 реду озго, стоји R'_\odot , а треба R''_\odot .

На стр. 99, први образац озго треба да носи ознаку (1).

На стр. 111, ознака (1) стоји у 19 реду озго, а треба да стоји у 18 реду.

На стр. 112, у 3 реду озго, према 3, стоји 11^m , а треба 12^m .

На стр. 146, у 5 реду озго, стоји $\Delta\beta$, а треба Δb , а у другом реду озго стоји $\rho'_0 A$, а треба $\rho'_0 B$.

На стр. 150, у 15 реду озго, иза тачке са запетом треба уметнути реченицу „ово доказује да су звезде на бескрајно већим даљинама од нас но што је померање посматрача на Земљиној површини“.

На стр. 165, у 9 реду озго, иза речи „видели“ треба уметнути реченицу „кад би посматрач био непомичан у простору или“.

На стр. 166, у 5 реду озго, иза речи „у том“ треба уметнути речи „ће случају у“.

На стр. 207, у последњем реду, место $= 4,5$, треба $\approx 4,5$.

На стр. 231, изнад друге црте, стоји $\frac{2}{3} \left(\frac{t}{100} \right)^3 \cdot \Delta^3 \delta$, а треба $\frac{2}{3} \left(\frac{t}{100} \right)^3 \cdot \Delta^3 \delta$.

На стр. 239, у првом реду озго, стоји $\Delta\delta_m$, а треба $\Delta\alpha_m$.

На стр. 239, у заглављу III ступца, стоји $100 \Delta \mu' \delta$, а треба $100 \Delta \mu' \delta$.

На стр. 257, у VI ступцу, наспрам 7, стоји 0,920, а треба 9,920.

На стр. 260, у 5 реду озго, испред „Стога“, треба да стоји „но у параграфу 74 видели смо да је Сунчева маса 333 000 пута већа од Земљине“.

На стр. 260, у 8 реду озго, место $1/4$, треба $1,4$.

На стр. 267, у 5 реду озго, на крају, треба да стоји „(снимак XI)“.