

ПУБЛИКАЦИЈЕ АСТРОНОМСКЕ ОПСЕРВАТОРИЈЕ У БЕОГРАДУ
PUBLICATIONS OF THE ASTRONOMICAL OBSERVATORY OF BELGRADE

Sv. 62

No. 62

Милан. С. Димитријевић

АСТРОНОМСКА СПЕКТРОСКОПИЈА

Milan. S. Dimitrijević

ASTRONOMICAL SPECTROSCOPY



БЕОГРАД

1998

PUBLICATIONS OF THE ASTRONOMICAL OBSERVATORY OF BELGRADE

FOUNDED IN 1947

EDITORIAL BOARD:

Dr Milan S. DIMITRIJEVIĆ, Editor-in-chief (Astronomical Observatory, Belgrade)

Dr Luka Č. POPOVIĆ, Editor (Astronomical Observatory, Belgrade)

Dr Olga ATANACKOVIĆ-VUKMANOVIĆ (Faculty of Mathematics, Belgrade)

Dr Gojko DJURAŠEVIĆ (Astronomical Observatory, Belgrade)

Dr Slobodan JANKOV (Astronomical Observatory, Belgrade)

Dr Andrea MILANI (Università di Pisa, Pisa)

Dr Jelena MILOGRADOV-TURIN (Faculty of Mathematics, Belgrade)

Dr Slobodan NINKOVIĆ (Astronomical Observatory, Belgrade)

Dr Georgije POPOVIĆ (Astronomical Observatory, Belgrade)

Dr Sylvie SAHAL-BRÉCHOT (Observatoire de Paris, Paris)

Dr Ištvan VINCE (Astronomical Observatory, Belgrade)

Reviser: Dr Ljubiša MITIĆ

Published and copyright © by Astronomical Observatory, Volgina 7, 11160 Belgrade-74, Yugoslavia

Director of the Astronomical Observatory: Dr M. S. Dimitrijević

The publication of this issue is financially supported by the Ministry of Sciences and Technology of Serbia and the Federal Ministry of Science and Technology.

Number of copies / тираж : 500

Production: Portal Co., Kosovska 51, Belgrade

ПУБЛИКАЦИЈЕ АСТРОНОМСКЕ ОПСЕРВАТОРИЈЕ У БЕОГРАДУ
PUBLICATIONS OF THE ASTRONOMICAL OBSERVATORY OF BELGRADE

Sv. 62

No. 62

Милан. С. Димитријевић

АСТРОНОМСКА СПЕКТРОСКОПИЈА

Milan. S. Dimitrijević

ASTRONOMICAL SPECTROSCOPY



БЕОГРАД

1998

САДРЖАЈ

ПРЕДГОВОР	5
ASTRONOMICAL SPECTROSCOPY (Summary)	9
1. ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРИЈЕ ЗРАЧЕЊА	11
1.1 Кретање у централно-симетричном пољу	11
1.2 Енергетски нивои атома	14
1.3 Расел-Саундерсова или LS веза	15
1.4 Енергија електрона у атому	18
1.5 Прелази и правила избора	20
1.6 jj и $j\ell$ веза	21
1.7 Вероватноће прелаза	23
1.8 Везе између различитих вероватноћа прелаза	24
1.9 Коефицијент апсорпције и јачина осцилатора	26
1.10 Оптичка дубина и еквивалентна ширина линије	27
2. ПРЕНОС ЗРАЧЕЊА	29
3. ТЕОРИЈА ПРОФИЛА СПЕКТРАЛНИХ ЛИНИЈА	36
3.1 Узроци ширења спектралних линија плазме	36
3.2 Природно ширење	37
3.3 Доплерово ширење	38
3.4 Ван дер Валсово ширење	39
3.5 Резонантно ширење	40
3.6 Штарково ширење	41
3.7 Основне апроксимације у теоријама ширења линија	42
3.7.1 Семикласична апроксимација	42
3.7.2 Услови важења семикласичне апроксимације	44
3.7.3 Адијабатска апроксимација	45
3.7.4 Услови важења адијабатске апроксимације	46

3.7.5	Квазистатичка апроксимација	47
3.7.6	Услови важења квазистатичке апроксимације	49
3.7.7	Сударна апроксимација	51
3.7.8	Услови важења сударне апроксимације	53
4.	НЕПРЕКИДНИ СПЕКТАР ЗРАЧЕЊА	54
4.1	Природа апсорпције у непрекидном спектру	54
4.2	Неутрални водоник	54
4.3	Негативни јон водоника	59
4.4	Остали механизми непрекидне апсорпције	60
4.5	Расејање електрона	60
4.6	Укупни коефицијент апсорпције	61
4.7	Непрекидни спектри звезда	62
5.	КВАНТИТАТИВНА ХЕМИЈСКА АНАЛИЗА ЗВЕЗДАНИХ АТМОСФЕРА	65
5.1	Метод диференцијалне анализе садржаја хемијских елемената	65
5.2	Звездане јачине линија или звездане јачине осцилатора	66
5.3	Средња крива раста за испитивану звезду	70
5.4	Метод синтезе спектра	71
5.5	Хемијски састав Сунца и звезда	72
6.	ОДРЕЂИВАЊЕ ТЕМПЕРАТУРЕ И РАДИЈУСА ЗВЕЗДЕ	75
6.1	Веза између апсолутног флуksа зрачења звезде, њеног радијуса и температуре	75
6.2	Одређивање радијуса звезде по апсолутном флуksу	76
6.3	Одређивање ефективне температуре звезде по апсолутном флуksу	77
6.4	Одређивање температуре помоћу непрекидног спектра	78
6.5	Одређивање температуре помоћу линијског спектра	79
7.	МЕРЕЊЕ ПРИТИСКА У ЗВЕЗДАНИМ АТМОСФЕРАМА	80
7.1	Електронски притисак P_e и притисак гаса P_g у звезданим атмосферама	80
7.2	Непрекидни спектар као индикатор притиска	81
7.3	Мерење притиска помоћу спектралних линија	81
7.4	Дијаграм температура – убрзање силе теже	84
7.5	Визуелно, спектрално и еклипсно двојне звезде	85

8. РОТАЦИЈА ЗВЕЗДА И ТУРБУЛЕНТНА КРЕТАЊА У ЗВЕЗДАМА	86
8.1 Ротација звезда	86
8.2 Профили линија условљени ротацијом	86
8.3 Турбулентност у звезданим атмосферама	89
8.4 Микротурбуленција и прорачун спектралних линија	90
8.5 Макротурбуленција и прорачун спектралних линија	91
8.6 Утицај турбулентности на профил спектралне линије	92
9. РАДИО ЛИНИЈЕ ИЗ ОБЛАКА МЕЂУЗВЕЗДАНОГ ВОДОНИКА	95
10. ПОСЕБНЕ СПЕКТРОСКОПСКЕ МЕТОДЕ	98
10.1 Подела спектроскопских метода	98
10.2 Атомска и молекуларна емисиона спектроскопија	98
10.3 Апсорпциона и емисиона спектроскопија континуума	99
10.4 Метода нуклеарне магнетне резонанције или НМР спектроскопија ...	99
10.5 Раманова спектроскопија	100
10.6 Фосфоресцентна спектроскопија	100
10.7 Флуоресцентна спектроскопија	100
10.8 Месбауерова спектроскопија	101
11. КРИТИЧКИ ФАКТОРИ КОД ЕКСПЕРИМЕНТАЛНОГ ИСТРАЖИВАЊА ОБЛИКА СПЕКТРАЛНИХ ЛИНИЈА	102
11.1 Извори плазме	102
11.2 Одређивање електронске густине	103
11.3 Мерења температуре	104
11.4 Самоапсорпција	105
ЛИТЕРАТУРА	106

ПРЕДГОВОР

Све што знамо о небеским објектима изван Сучевог система, звездама, галаксијама и облацима међузвездане материје, сазнали смо на основу њиховог зрачења које долази до нас, а једну од важних метода, помоћу које можемо да анализом зрачења звезда сазнамо њихове тајне, пружа нам спектроскопија. Изненађујуће је колико података о звездама и другим небеским објектима можемо добити анализом облика спектралних линија. На тај начин можемо да одредимо температуру на површини звезде, њену гравитацију, да измеримо концентрацију електрона у њеној атмосфери, одредимо заступљеност појединих хемијских елемената... Често се присуство невидљивог пратиоца манифестује у Доплеровом помаку спектралних линија, па постоји читав класа звезда које се називају спектроскопски двојне.

Тешко је генерално издвојити астрофизички значајне спектралне линије, с обзиром да хемијски састав неке звезде није а priori познат и постоје многе интересантне групе звезда чији је хемијски састав различит од Сунчевог. Према томе, спектроскопија звезда зависи од података о великом броју спектралних линија различитих елемената, њихових атомских параметара и параметара ширења (ширине линије и њеног помака).

Интерес за велики број података о ширењу линија различитих емитера, нарочито је порастао развојем космичке астрономије, што је омогућило прикупљање великог броја спектроскопских података у широком спектралном опсегу, од различитих небеских објеката, посебно стимулишући истраживање облика спектралних линија.

Ширење услед интеракције између емитера/апсорбера и наелектрисаних честица (Штарково ширење), чије је истраживање посебно развијено у Југославији, доминантно је у неколико случајева од астрофизичког интереса. За $T_{eff} > 10^4\text{K}$, водоник, главни конституент звездане атмосфере, углавном је јонизован па је међу механизмима ширења притиском доминантан Штарков ефекат. То је случај са белим патуљцима и топлим звездама О, В и А0 типа. Чак и код атмосфера хладнијих звезда као што је Сунце Штарково ширење може бити значајно. На пример, утицај Штарковог ширења у спектралној серији расте са порастом главног квантног броја горњег нивоа па сходно томе допринос Штарковог ширења може бити значајан и у Сунчевом спектру.

Поуздани подаци о Штарковом ширењу спектралних линија потребни су такође за одређивање хемијске заступљености елемената, на основу еквивалентних ширина апсорпционих линија и за проучавање преноса зрачења кроз звездану плазму и то нарочито у субфотосферским слојевима, а осим тога потребни су и за прорачун непрозрачности плазме. У таквом случају потребно је нарочито много података о спектралним линијама.

Али оваква истраживања нису важна само за астрономију. То је мултидисциплинарна област, чији се резултати примењују, например, при производњи и конструисању извора светлости. Наиме, важно је знати да ли у области таласних дужина које одговарају максимуму емисије светлећег тела, настају значајне апсорпционе спектралне линије. То код извора светлости заснованих на различитим пражњењима и луковима где се ствара плазма, повећава апсорпцију зрачења у њој и чини наш извор неефикасним. Осим тога, знање о облику спектралних линија корисно је и за истраживање ласера и ласерски произведене плазме. На пример, апсорпција ласерског зрачења, која има строго одређену таласну дужину, загрева плазму пробоја ваздуха испред мете. Она апсорбовану енергију зрачи као топлоту, прерасподељујући је по таласним дужинама. Погодним моделирањем процеса, уз познавање облика спектралних линија, може се утицати на ефикасност индустријских ласера који служе за обраду и резање метала и других материјала. Резултати ових истраживања налазе широку примену и у дијагностици плазме, код истраживања везаних за термонуклеарну фузију и у другим областима.

Први рад о профилима спектралних линија у старој Југославији објавио је 1962. године В. Вујновић из Загреба а у Србији 1964. године М. Д. Маринковић из Београда. До марта 1997. године објављено је 1129 (926 од стране српских аутора) библиографских јединица од укупно 146 (119 из Србије, 26 из Хрватске и 1 македонац који живи у Паризу) југословенских аутора (Димитријевић, 1997), од чега велики део у најпознатијим светским часописима као што су *Astronomy and Astrophysics*, *Physical Review*, *Astrophysical Journal*, *Journal of Physics*, *Zeitschrift für Physik*, *Physics Letters*, итд. Последњих година старе Југославије у просеку се објављивало 60-так радова годишње, а у новој објављено је само 1996. године 84 рада, што сведочи о замаху ове области код нас.

Овако интензиван развој области и стварање праве југословенске школе, можда је највише последица чињенице да су неколицина сјајних истраживача из неколико југословенских градова и то Н. Коњевић и Ј. Лабат из Београда, М. Павлов из Новог Сада и В. Вујновић из Загреба, радили на својим докторским дисертацијама у истом граду, у Ливерпулу, из сличних области и у исто време у лабораторијама професора Крегса и његових сарадника. У току дужег времена су били заједно и када су се вратили у Југославију се брзо створило неколико центара у којима су на овој проблематици радили људи који су се међусобно познавали и дружили што је овој области брзо донело критичну масу, која је омогућавала инспиративну научну дискусију и плодотворну размену идеја. Они су били попут

центара кристализације који су окупљали младе и способне људе уводећи их брзо у актуелне проблеме светске науке. Први експериментални уређај за истраживање профила линија плазме, почели су у Београду да праве Јарослав Лабат и Љубомир Ћирковић. Њима се придружио тадашњи магистрант а садашњи редовни професор Физичког факултета Јагош Пурић, а по повратку из Ливерпула и Никола Коњевић. Данас се у Београду на овим истраживањима ради у три институције. На Физичком факултету, где су Јарослав Лабат, Јагош Пурић, Никола Коњевић, Михајло Платиша, Стеван Ђениже и њихови бројни сарадници, у Институту за физику у Земуну, где се експериментални рад одвија под руководством Николе Коњевића и, на Астрономској опсерваторији, где осим аутора раде на оваквим истраживањима и Иштван Винце, Лука Ч. Поповић, Слободан Јанков, Сања Еркапић, Милан Ћирковић, Драгана Танкосић, Наташа Трајковић, Еди Бон и други.

У Београду су развијени сопствени теоријски прилази овом проблему, као што је Модификована семиемпиријска формула, који се користе и цитирају у међународној научној јавности. Радови Београдске школе посвећени истраживању Штарковог ширења спектралних линија вишеструко наелектрисаних јона су пионирски и она је још увек међу првима у свету у овој области. До данас је истраживан читав низ проблема као што су, на пример, помаци спектралних линија на Сунцу, спектри топлих DA белих патуљака, утицај сударних процеса на спектралне линије и континуум астрофизичке и лабораторијске плазме, систематски трендови код параметара ширења итд. На Астрономској опсерваторији осмишљен је и програм за праћење спектралних линија Сунца као звезде у току једанаестогодишњег циклуса његове активности.

На овој проблематици остварена је интензивна и плодносна међународна сарадња са Париским опсерваторијом, Институтом за астрофизику у Паризу, са САД, Енглеском, Немачком, Пољском и Тунисом. Бројност људи у Србији који се овом проблематиком баве на светском нивоу, ствара критичну масу са бројним међународним везама, што даје велику перспективу младима, да брзо достигну ниво који им омогућава проходност постигнутих резултата у најпознатије светске часописе.

Ова књига треба да послужи како студентима предмета "Астрономска спектроскопија" на другој години постдипломских студија из астрофизике, тако и онима који почињу да раде у овој области или желе да се упознају са овом проблематиком.

Захваљујем се др Луки Поповићу, који је критички прочитао овај рукопис и дао ми корисне сугестије.

ASTRONOMICAL SPECTROSCOPY

(Summary)

The typical information in astronomy being obtained by analyzing the radiation, the understanding of astrophysical spectra is of great importance. The interest in analysis and modelling of astrophysical spectra is additionally stimulated by the development of space astronomy whose main feature is that extensive amount of spectroscopic information over large spectral regions of all kind of celestial objects has been and will be collected. For our knowledge of stellar spectral lines of particular importance is the Space Telescope (ST), a 2.4 m telescope launched in 1990. Due to the spectral observations from space, performed by the ST and other instruments in space, the interest not only in abundant elements spectra, but also in data on trace elements increases.

In Yugoslavia particularly developed is the research on spectral line shapes. The first paper on this subject in Yugoslavia was published in 1962 by V. Vujnović in Zagreb and in Serbia by M. D. Marinković in 1964. Up to March 1997, 1129 (926 by Serbian authors) bibliographic items have been published, by 146 (119 by Serbian, 26 by Croatian and 1 by Macedonian) authors. For example, during 1996, 84 bibliographic items have been published witnessing to the development of this subject in our country. Therefore, there is a need for a book like this one, introducing to this subject astronomers and presenting the astronomical aspects of this research field to others working on the subject.

In this work the origin, transfer and analysis of spectral lines and continuum electromagnetic radiation from space is considered. The book "Astronomical Spectroscopy" is divided into 11 chapters. In the first chapter (*Elements of the Theory of Radiation*) the motions in the central field are described as well as quantum numbers and types of coupling. Described also is the emission of a quantum system and quantities needed for its consideration, like transition probabilities, oscillator strengths and absorption coefficients. The second chapter (*Radiation Transfer*) deals with problems connected with the radiation transfer through stellar plasma. In the third chapter (*Theory of Spectral Line Shapes*) the mechanisms influencing spectral line broadening are discussed (natural, Doppler and pressure) with the emphasis on the broadening by collisions with charged particles (Stark broadening). Semiclassical, adiabatic, quasistatic and impact approximations are discussed in detail. The fourth chapter (*Continual Spectrum of Radiation*) deals with the origin and analysis of continuum. The

contribution of the neutral hydrogen, the negative hydrogen ion, and other sources of continuum, is discussed. *Quantitative Chemical Analysis of Stellar Atmospheres*) is the fifth chapter, describing methods for the abundance determinations. The method of differential analysis and the method of spectrum synthesis are considered as well as the chemical compositions of the Sun. In the following three chapters, the sixth *Stellar Radius and Temperature Determination*; the seventh *The Pressure Determination in Stellar Atmospheres* and the eighth *Stellar Rotation and Turbulent Motions in Stellar Atmospheres*) the previously described methods have been applied to the determination of parameters describing a star as a body and giving conditions in particular layers of stellar atmospheres. The ninth chapter (*Radio Lines From Interstellar Hydrogen Clouds*), treats an interesting application of described methods to the problem of radio recombination lines originating from clouds of interstellar hydrogen. Different spectroscopical methods as atomic and molecular emission and absorption spectroscopy, Raman, fluorescent, phosphorescent, Mössbauer and NMR spectroscopy are described in the tenth chapter (*Particular Spectroscopic Methods*). In the eleventh chapter (*Critical Factors in Experimental Investigations of Spectral Line Shapes*), the possible sources of errors in experimental determination of spectral line shapes are discussed in order to instruct the reader how to choose critically the needed experimental data existing in the literature.

This book will be of help to the attendants to the course "Astronomical Spectroscopy" held within the second-year post-graduate studies on astrophysics, as well as to those beginning to work in the field of astronomical spectroscopy or desiring information concerning this research field.

1. ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРИЈЕ ЗРАЧЕЊА

1.1 Кретање у централно-симетричном пољу

У квантној механици, проблем кретања две честице које делују једна на другу може се свести на проблем кретања једне честице. За две честице масе m_1 и m_2 , које делују једна на другу по закону $U(r)$, где је r њихово међусобно растојање, Хамилтонијан има облик

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m_1}\Delta_{r_1} - \frac{\hbar^2}{2m_2}\Delta_{r_2} + U(r) , \quad (1.1)$$

где су Δ_{r_1} и Δ_{r_2} Лапласови оператори (Лапласијани) за прву и другу честицу. Уместо радијус вектора честица \vec{r}_1 и \vec{r}_2 уведемо нове променљиве, вектор међусобног растојања \vec{r} и радијус вектор центра инерције \vec{R} .

$$\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \quad (1.2)$$

$$\vec{R} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2} . \quad (1.3)$$

Напоменимо да је укупна маса нашег система

$$m = m_1 + m_2 \quad (1.4)$$

а његова редукована маса

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} . \quad (1.5)$$

Сада се Хамилтонијан система може представити као збир два независна дела од којих један зависи само од \vec{R} а други само од \vec{r}

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2(m_1 + m_2)}\Delta_R - \frac{\hbar^2}{2m}\Delta_r + U(r) . \quad (1.6)$$

У складу са тиме, можемо тражити таласне функције посматраног система, $\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ у облику производа функције $\varphi(\vec{R})$, која описује кретање центра инерције као кретање слободне честице са масом $m_1 + m_2$, и функције $\Psi(\vec{r})$, која описује релативно кретање посматраних честица, као кретање честице масе μ у централно симетричном пољу $U = U(r)$, односно

$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \varphi(\vec{R})\Psi(\vec{r}) . \quad (1.7)$$

Једначина Шредингера за кретање честице у централно симетричном пољу има облик

$$\Delta\Psi + \frac{2\mu}{\hbar^2}[E - U(r)]\Psi = 0 . \quad (1.8)$$

У сферним координатама, она се може написати уз помоћ оператора квадрата момента \hat{l}^2 у облику

$$\frac{\hbar^2}{2m} \left[-\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right) + \frac{\hat{l}^2}{r^2} \Psi \right] + U(r)\Psi = E\Psi . \quad (1.9)$$

Приликом кретања у централно симетричном пољу моменат импулса је очуван. Разматраћемо стационарна стања са одређеним значењима момента ℓ и његове пројекције на осу z нормалну на раван у којој се налазе две честице,

$$\ell_z = m_l \equiv m . \quad (1.10)$$

Задатим вредностима ℓ и m одређује се угаона зависност таласних функција. У сагласности са тим тражимо решења једначине (1.9) у облику

$$\Psi = R_{n\ell}(r)Y_{\ell m}(\theta, \varphi) , \quad (1.11)$$

при чему су $Y_{\ell m}(\theta, \varphi)$ сферне функције, које описују угаони део таласне функције; $R_{n\ell}(r)$ радијална функција која описује динамички део проблема, а број $n_r = n - 1$ одређује број чворова радијалног дела таласне функције при коначним вредностима r (не рачунајући тачку $r = 0$).

Пошто је

$$\hat{l}^2 Y_{\ell m} = \ell(\ell + 1)Y_{\ell m} , \quad (1.12)$$

за радијалну функцију ћемо добити једначину

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR_{n\ell}}{dr} \right) - \frac{\ell(\ell + 1)}{r^2} R_{n\ell} + \frac{2m}{\hbar^2} [E - U(r)] R_{n\ell} = 0 . \quad (1.13)$$

Ова једначина не садржи вредности $\ell_z = m$, што одговара $(2\ell + 1)$ струком дегенерисању нивоа по правцу момента.

Сменом

$$R_{n\ell}(r) = \frac{\chi(r)}{r} , \quad (1.14)$$

једначина (1.13) за радијални део таласне функције своди се на облик

$$\frac{d^2 \chi}{dr^2} + \left[\frac{2m}{\hbar^2} (E - U) - \frac{\ell(\ell + 1)}{r^2} \right] \chi = 0 . \quad (1.15)$$

Ако је потенцијална енергија $U(r)$ свугде коначна, треба да буде коначна у целом простору укључујући и координатни почетак, такође и таласна функција Ψ , укључујући и њен радијални део $R_{n\ell}$. Значи за $r = 0$ треба да буде

$$\chi(0) = 0 . \quad (1.16)$$

Једначина (1.15) има облик као и Шредингерова једначина за кретање једне честице у пољу са потенцијалном енергијом

$$U_{\ell}(r) = U(r) + \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} . \quad (1.17)$$

Други члан са десне стране једначине (1.17) можемо назвати центрифугалном енергијом

$$\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} = \frac{\hbar^2 l^2}{2mr^2} . \quad (1.18)$$

На тај начин, задатак о кретању у централно симетричном пољу своди се на задатак о једнодимензионом кретању једне честице у области која је са једне стране ограничена (гранични услов за $r = 0$).

Приликом једнодимензионог кретања у области која је ограничена са једне стране, енергетски нивои нису дегенерисани, па можемо рећи да ако одредимо енергију потпуно је одређено и решење једначине (1.15), односно радијална функција. Узевши у обзир да је угаони део таласне функције одређен у потпуности вредностима ℓ и m , следи да је при кретању у централно симетричном пољу таласна функција у потпуности одређена вредностима E , ℓ и m .

Вратимо се на радијални део таласне функције, односно на параметар n_r који одређује број чворова радијалног дела таласне функције $R_{n\ell}$. Ако поређамо сопствене вредности енергије (дискретног спектра) при датој вредности ℓ у растући низ, онда ће n_r представљати редни број чланова тога низа, при чему је за најнижи члан $n_r = 0$. Број n_r зове се **радијални квантни број**. Обично се међутим користи **главни квантни број** n помоћу кога се при датом ℓ стање појединог електрона нумерише у растућем низу по енергијама и то са $n = \ell + 1, \ell + 2, \dots$. Квантни број угаоног момента ℓ се понекад зове и **азимутални квантни број** а m - **магнетни квантни број**.

Паули је предложио да осим n , ℓ и m постоји и четврти квантни број који је обележен од њега са m_s , који може узети вредност $\pm 1/2$. Паули је 1925. увео такође и свој чувени принцип за који је 1945. године добио Нобелову награду. Овај принцип каже да два електрона у атому не могу имати сва четири квантна броја n , ℓ , m , m_s иста. Када је Паули објавио овај принцип, физичко значење уведеног квантног броја било је непознато. Уленбек и Гоудсмит (Uhlenbeck и Goudsmit) излажу 1925. године хипотезу да електрон има властити угаони моменат или спин, независно од свог стања трансляторног кретања. Спин је изражен преко два нова квантна броја s и m_s аналогно са квантним бројевима ℓ и m (односно m_{ℓ}) угаоног орбиталног момента. Таласна функција која описује атом водоника у једном квантном стању одређена је бројевима n , ℓ , m , s , m_s . При томе оператори спина \hat{S} су такви да је

$$\hat{S}^2 \Psi_{nlmsm_s} = S(S+1)\hbar^2 \Psi_{nlmsm_s} \quad (1.19)$$

$$\hat{S}_z \Psi_{nlmsm_s} = m_s \hbar \Psi_{nlmsm_s} \quad (1.20)$$

$$m_s = -S, -S+1, \dots, S-1, S \quad (1.21)$$

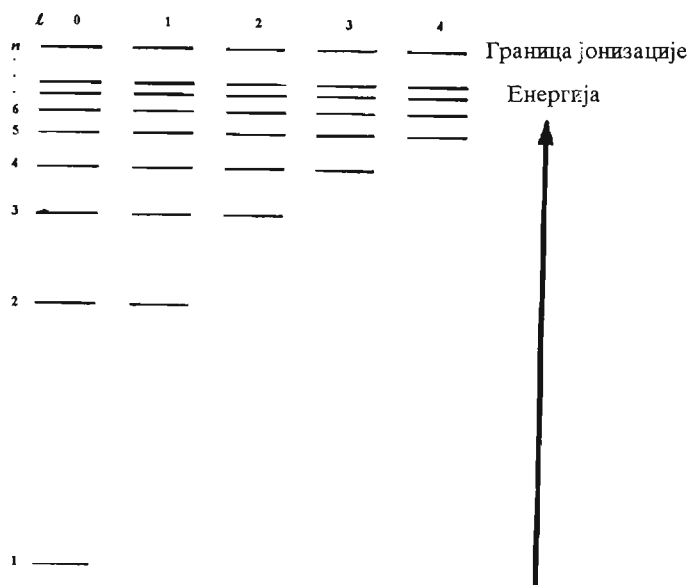
1.2 Енергетски нивои атома

Емисионе или апсорпционе линије које посматрамо у спектрима настају када електрони у атомима емитују или апсорбују фотоне чиме се мења њихова енергија. Енергије које електрон може имати у атому су квантоване, односно дозвољене су само одређене вредности. У оквиру квантне теорије, својства електрона су, као што смо видели у претходном одељку, према Паулијевом принципу описана са четири квантна броја. Обично се у спектроскопији узимају главни квантни број (n), квантни број орбиталног угаоног момента (ℓ), спин (s) и квантни број укупног угаоног момента

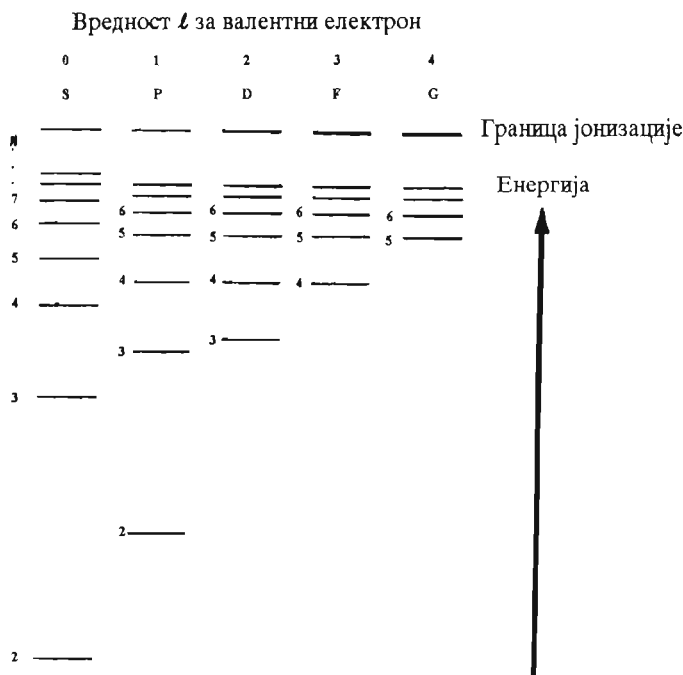
$$j = |\ell \pm s| \quad (1.22)$$

За енергетске нивое са $\ell = 0$, j може да има само вредност $+1/2$. За веће вредности ℓ , на пример за $\ell = 2$, j ће имати вредности $+3/2$ и $+5/2$.

Ако представимо енергије које одговарају квантним бројевима n и ℓ помоћу дијаграма енергетских нивоа који се још зове и Гротријанов дијаграм, видећемо да код водоника (сл. 1.1) нема разлике између енергетских нивоа који имају исто n а различито ℓ , док код литијума (сл. 1.2) таква разлика постоји. Различите енергије за нивое са различитим ℓ могу се сматрати као последица веће елиптичности орбите електрона, који услед



Слика 1.1 Дијаграм енергетских нивоа водоника.



Слика 1.2 Дијаграм енергетских нивоа за литијум.

тога прилази ближе језгру и чак може да прође кроз облак унутрашњих електрона. На сл. 1.2 видимо да ове разлике нагло опадају како n расте. Са порастом n , орбита постаје довољно удаљена од унутрашњих електрона и све боља постаје апроксимација да се спољашњи електрон креће око тачкастог извора електричног поља.

Сваки ниво на сл. 1.2 (осим за први стубац где је $\ell = 0$) састоји се у ствари од два нивоа са вредностима квантног броја укупног угаоног момента $j = \ell + s$ и $j = |\ell - s|$ и представља дублет. Два (или више) овако повезана нивоа чине **терм**. На пример код литијума, $n = 2$, $\ell = 1$ терм има два енергетска нивоа са енергијама 1.84784 eV и 1.84788 eV од којих потичу две спектралне линије раздвојене за 0.01 nm.

1.3 Расел-Саундерсова или LS веза

У случају водоника и водонику сличних јона, који имају само један електрон, квантни бројеви овог електрона одређују и његову енергију. У атомима са више електрона, они међусобно интерагују на комплексан начин, што одређује појединачне вредности енергије. Атом морамо сада посматрати као целину и добити квантне бројеве који се односе на атом а не на појединачне електроне. Да бисмо размотрили интеракције електрона у

атому са више електрона користићемо вектор орбиталног угаоног момента $\vec{\ell}$ и вектор спинског угаоног момента \vec{s} (при чему је угаони моменат дат векторским производом брзине и растојања од осе ротације). Одговарајући угаони моменти су дати интензитетима вектора $\vec{\ell}$ и \vec{s} тј.

$$[\ell(\ell + 1)]^{1/2} (h/2\pi) \quad (1.23)$$

$$[s(s + 1)]^{1/2} (h/2\pi) . \quad (1.24)$$

Када електрони у атому међусобно интерагују, у најопштијем случају се појединачни орбитални угаони моменти $\vec{\ell}_i$ комбинују. Резултат је орбитални угаони моменат за атом као целину – \vec{L} . Спински угаони моменти \vec{s}_i слично стварају резултујући спински угаони моменат за атом као целину \vec{S} . Сада се ова два угаона момената за атом као целину комбинују да би се добио тотални угаони моменат – \vec{J} . Ова три угаона момената имају одговарајуће квантне бројеве L , S и J . То су квантни бројеви укупног орбиталног угаоног момената, укупног спина и укупног угаоног момената. Вредности ових угаоних момената су:

$$[L(L + 1)]^{1/2} (h/2\pi) \quad (1.25)$$

$$[S(S + 1)]^{1/2} (h/2\pi) \quad (1.26)$$

и

$$[J(J + 1)]^{1/2} (h/2\pi) . \quad (1.27)$$

Овакав облик интеракције између електрона познат је као Расел-Саундерсова (Russell-Saunders) или LS веза. То је добра апроксимација за лаке елементе, односно елементе који имају један оптички електрон изван попуњене љуске.

Други екстрем, погодан за случај када су све љуске попуњене као што је то код племенитих гасова, представља jj веза у којој се $\vec{\ell}$ и \vec{s} сваког појединачног електрона комбинују да би се добио укупни угаони моменат електрона \vec{j} . Сада се \vec{j}_i појединачних електрона комбинују да би се добио тотални угаони моменат атома \vec{J} . Треба напоменути да је укупан број енергетских нивоа у оквиру jj везе исти као и у оквиру LS везе.

У оквиру LS везе укупни угаони моменат атома биће

$$J = |L \pm S|$$

односно

$$J = (L + S), (L + S - 1), (L + S - 2) \dots |L - S| . \quad (1.28)$$

На пример посматрајмо атом са два електрона у спољашњој непопуњеној љусци. Рецимо нека је $\ell_1 = 2$ и $\ell_2 = 4$. Сада ће S имати вредност 0 и 1 а

$L = |\ell_1 \pm \ell_2| = 2, 3, 4, 5$ и 6 . Узимајући у обзир израз (1.28) за вредности J имаћемо следеће енергетске нивое

$$L = 2 \quad S = 1 \quad J = 3, 2, 1$$

$$L = 2 \quad S = 0 \quad J = 2$$

$$L = 3 \quad S = 1 \quad J = 4, 3, 2$$

$$L = 3 \quad S = 0 \quad J = 3$$

$$L = 4 \quad S = 1 \quad J = 5, 4, 3$$

$$L = 4 \quad S = 0 \quad J = 4$$

$$L = 5 \quad S = 1 \quad J = 6, 5, 4$$

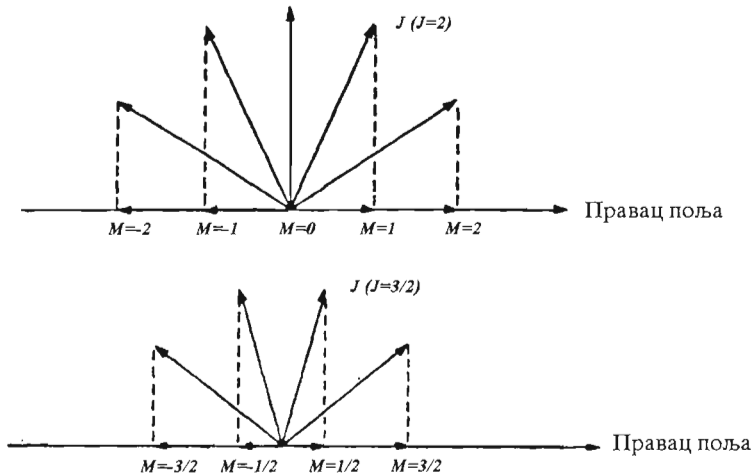
$$L = 5 \quad S = 0 \quad J = 5$$

$$L = 6 \quad S = 1 \quad J = 7, 6, 5$$

$$L = 6 \quad S = 0 \quad J = 6 .$$

Скуп енергетских нивоа који одговара различитим вредностима J за дати пар квантних бројева L и S назива се терм.

Видимо да два електрона у посматраном случају доводе до настанка десет термова од којих половина има три вредности J тј. садржи три различите вредности енергије а друга половина садржи само једну вредност J . Укупно имамо 20 енергетских нивоа. Термови са три енергетска нивоа зову се триплети а са једним синглети. Слично, термови са два енергетска нивоа биће дублети, са четири квартети итд. Број вредности J у терму тј. број енергетских нивоа у терму износи $(2S + 1)$ и ова величина се зове мултиплицитет.



Слика 1.3 Просторна квантизација укупног угаоног момента атома у присуству магнетног поља за $J = 2$ и $J = 3/2$.

Ако је присутно магнетно поље оријентација орбите појединачног електрона је квантована. Квантни број који описује оријентацију је магнетни квантни број m_l , који може да узима вредности $0, \pm 1, \pm 2, \dots \pm \ell$. Слични феномен постоји код атома са више електрона. У присуству магнетног поља оријентација вектора укупног угаоног момента \vec{J} у односу на поље је таква да величина његове пројекције на правац поља може да узима само вредности $-J(h/2\pi), (-J+1)(h/2\pi), (-J+2)(h/2\pi), \dots, J(h/2\pi)$ (сл. 1.3). Оваква квантизација оријентације се описује магнетним квантним бројем M , који може да има вредности $-J, -J+1, -J+2, \dots, J$.

1.4 Енергија електрона у атому

Енергије електрона у атому могу бити описане помоћу **термова**, **нивоа** и **стања**. Енергетско стање је енергија која одговара специфичној вредности магнетног квантног броја M за дато J . Неколико енергетских стања чине енергетски ниво. У одсуству магнетног поља таква стања имају исту енергију. Енергетски ниво је енергија која одговара специфичној вредности J за појединачни пар вредности L и S . Неколико нивоа са различитим енергијама чине **терм**. Терм је састављен од енергетских нивоа који одговарају одређеном пару вредности L и S .

Ако се на истој орбити налазе два или више електрона са истим квантним бројевима n и ℓ кажемо да су они еквивалентни. Ако су електрони нееквивалентни, дозвољени су сви термови који се добијају различитим комбинацијама L и S . У случају еквивалентних електрона, неке комбинације нису дозвољене због Паулијевог принципа према коме ако су n и ℓ исти за два електрона бар један од квантних бројева m_ℓ и s мора се разликовати.

На пример ако посматрамо два нееквивалентна електрона са $\ell_1 = \ell_2 = 1$, могући термови су:

$$\begin{array}{lll} L = 0 & S = 0 & J = 0 \\ L = 0 & S = 1 & J = 1 \\ L = 1 & S = 0 & J = 1 \\ L = 1 & S = 1 & J = 2, 1, 0 \\ L = 2 & S = 0 & J = 2 \\ L = 2 & S = 1 & J = 3, 2, 1 . \end{array}$$

Ако су два електрона са $\ell_1 = \ell_2 = 1$ еквивалентни, могући термови су:

$$\begin{array}{lll} L = 0 & S = 0 & J = 0 \\ L = 1 & S = 1 & J = 2, 1, 0 \\ L = 2 & S = 0 & J = 2 . \end{array}$$

Терм $L = 2 \ S = 1 \ J = 3, 2, 1$ на пример, није дозвољен јер да би L било једнако два, ℓ_1 и ℓ_2 морају да леже у истом правцу. Два електрона ће онда

имати исте вредности m_l . Значи дозвољен је само антипаралелни спин ($s_1 = -1/2, s_2 = +1/2$). Следи да је $S = 0$ дозвољен а $S = 1$ забрањен јер би то захтевало $s_1 = s_2 = +1/2$ или $s_1 = s_2 = -1/2$.

У затвореној љусци или подљусци присутни су сви електрони дозвољени Паулијевим принципом. То значи да су електрони еквивалентни и да су присутни у паровима са $s = +1/2$ и $s = -1/2$ иначе љуска не би била потпуна. Услед тога мора вредност S бити једнака нули. Слично и L мора бити једнако нули. На пример у случају најниже љуске имамо два електрона са $\ell = 0$. С обзиром да затворене љуске и подљуске имају $L = S = 0$, њихов утицај на квантне бројеве атома као целине можемо занемарити.

Поједини нивои терма који је дефинисан паром квантних бројева L и S означавају се у LS вези симболом

$$n\ell^k \left({}^{2S+1}L'_{J'} \right)^{2S+1} L_J . \quad (1.29)$$

Овде се вредности $L = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$ означавају словима S, P, D, F, G, H, \dots . Сваки ниво ${}^{2S+1}L_J$ састављен је од $(2J + 1)$ енергетских стања. Термови могу да буду парни или непарни што значи да је алгебарски збир момената ℓ електрона паран или непаран. Непарни термови означавају се малим словом o (од енглеске речи odd – непаран) у горњем десном углу. У изразу (1.8) k означава број еквивалентних електрона и ставља се само ако такви електрони постоје ($k \geq 2$). У загради је дат такозвани **родитељски терм**. Он представља онај терм код јона у следећем степену јонизације у који би посматрани атом или јон прешао када би из датог терма достигао границу јонизације. Код једноставних спектара родитељски терм је терм основног енергетског стања јона у следећем степену јонизације и обично се не пише. Код комплексних спектара имамо више родитељских термова који представљају јонизационе границе појединих спектралних серија. Ако спектрална серија не конвергира основном стању резултујућег јона него ексцитованом, уз ознаку вредности угаоног момента оптичког електрона ставља се прим као горњи десни индекс. На пример $3p' \ ^3D$. Ако је оваквих серија више, следећа, која конвергира вишем ексцитованом стању обележава се са $''$, следећа са $'''$ а затим се прелази на римске бројеве IV, V итд. Граница



Слика 1.4 Основно стање атома бора.

овакве серије се добија када се на уобичајену јонизациону енергију дода екситациона енергија родитељског терма серије.

На пример основно стање атома бора описано је на сл. 1.4.

1.5 Прелази и правила избора

Ако атом пређе из једног нивоа у други то је праћено променом његове енергије. Овакву промену називамо **прелаз**. Прелази се могу догодити између различитих енергетских нивоа, или у присуству електричних и магнетних поља између појединих стања у оквиру истих или различитих нивоа. Да ли је неки прелаз дозвољен или забрањен одређују правила избора.

У случају LS везе правила избора су:

$$\Delta J = 0, \pm 1 \quad (\text{забрањен је прелаз са } \Delta J = 0 \text{ ако је } J = 0)$$

$$\Delta S = 0$$

$$\Delta L = 0, \pm 1 \quad (\text{забрањен је прелаз са } \Delta L = 0 \text{ ако је } L = 0)$$

парност се мења

$$\Delta \ell = \pm 1 .$$

Значи прелазе можемо да поделимо на **дозвољене** и **забрањене**. Неки забрањени прелази могу се догодити под одређеним условима, али је вероватноћа за такав догађај обично за више редова величине мања него за дозвољене прелазе.

Ако посматрамо термове $n\ell^{2S+1}L_J$, сви термови $^{2S+1}L_J$ који припадају истом ℓ припадају истој **конфигурацији**. Скуп спектралних линија које настају свим дозвољеним прелазима између два терма назива се **мултиплет**. На пример дозвољени прелази између термова $2p \ ^2P_{3/2,1/2}^o$ и $2s \ ^2S_{1/2}$ су

$$2s \ ^2S_{1/2} \rightarrow 2p \ ^2P_{1/2}^o$$

$$2s \ ^2S_{1/2} \rightarrow 2p \ ^2P_{3/2}^o .$$

Ова два прелаза припадају истом мултиплету $2s^2S \rightarrow 2p^2P^o$.

Скуп свих прелаза између термова истог мултиплитета који припадају истој конфигурацији зове се **супермултиплет**.

На пример прелази

$$2p^2 \ ^3P \rightarrow 2p2d \ ^3D^o$$

$$2p^2 \ ^3P \rightarrow 2p2d \ ^3P^o$$

припадају истом супермултиплету.

Скуп свих прелаза између две конфигурације назива се **скуп прелаза** (transition array).

На пример прелази

$$5s^3P^o \rightarrow 5p^3D$$

$$5s^1P^o \rightarrow 5p^1D$$

између конфигурација $5s$ и $5p$ припадају истом скупу прелаза.

У спектроскопији се обично неутрални атом означава римским бројем I уз хемијски симбол елемента. На пример He I означава неутрални хелијум. Једноструко наелектрисани јон се означава римским бројем II, двоструко наелектрисани јон бројем III итд. Овај број представља у ствари наелектрисање које „види“ оптички електрон који врши прелаз. Тако се на пример са

$$\text{As II } 5s^3P^o \rightarrow 5p^3D$$

означава прелаз са термина $5s^3P^o$ на терм $5p^3D$ у спектру једноструко наелектрисаног јона арсена.

У првим анализама комплексних спектара, спектроскопски термови су ређани према парности и енергији екситације. Термови истог типа и исте парности обележавани су малим словом почев од најнижег термина. За парне термове користи се a, b, c, \dots а за непарне z, y, x, w, \dots . Оваква нотација се и данас користи за комплексне спектре као што је на пример спектар гвожђа. Тако је на пример

$$\text{Fe II } a^4H \rightarrow z^4F^o$$

прелаз између термина 4H из најниже групе парних термина a и термина $^4F^o$ из најниже групе непарних термина z , у спектру једноструко наелектрисаног јона гвожђа.

1.6 jj и $j\ell$ веза

У случају када важи jj веза, квантни бројеви L и S губе смисао. Вектори угаоних момената се сабирају на следећи начин:

$$\vec{\ell}_1 + \vec{s}_1 = \vec{j}_1$$

$$\vec{\ell}_2 + \vec{s}_2 = \vec{j}_2$$

$$\vec{j}_1 + \vec{j}_2 = \vec{J}$$

$$|j_1 - j_2| \leq J \leq |j_1 + j_2| .$$

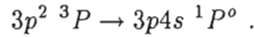
Термови се означавају $n\ell(j_1, j_2)_J$

Правила избора су

$$\Delta j_i = 0, \pm 1$$

$$\Delta J = 0, \pm 1 \quad (\text{забрањен је прелаз } \Delta J = 0 \text{ за } J = 0) .$$

У пракси, важност jj везе је да се модификују правила избора код LS везе. Најчешћа последица је нарушавање изборног правила $\Delta S = 0$, тако да се могу дешавати прелази са променом мултиплицитета. Услед тога, на пример у спектру неутралног силицијума постоје линије настале из прелаза



Овакве линије када се услед појаве jj везе нарушава правило $\Delta S = 0$ не сматрају се у правом смислу речи „забрањеним“ и зову се **интеркомбинационе линије**.

Код писања прелаза и резултујућих линија, користи се означавање природе прелаза помоћу средњих заграда.

Без заграда су дозвољене линије; на пример $\text{H I } 6563 \text{ \AA}$. Једном заградом са десне стране означене су интеркомбинационе линије; на пример $\text{Mg I] } 4571 \text{ \AA}$ или $\text{K III } 3481] \text{ \AA}$. Са две заграде означене су забрањене линије; на пример $\text{[N III] } 3869 \text{ \AA}$ или $\text{[O II } 7320 \text{ \AA}]$.

Када је средње растојање оптичког електрона толико далеко од осталих електрона у омотачу да је његова електростатичка интеракција са осталим електронима мања у поређењу са спин-орбиталном интеракцијом електрона омотача имамо случај $j\ell$ везе.

Сада су енергетски нивои описани квантним бројевима

$$\gamma \ S_1 \ L_1 \ j \ \ell \ [K]_J .$$

Овде су са γ означени квантни бројеви осталих електрона; квантни број K одговара угаоном моменту $\vec{K} = \vec{j} + \vec{\ell}$ и узима вредности $K = |j \pm \ell|$; квантни број j_p одговара укупном угаоном моменту електрона љуске p , без оптичког електрона који је довољно далеко.

Термови се означавају на следећи начин

$$\gamma \ (^{2S+1}L_j) \ n\ell \ [K]_J .$$

А такав тип везе је нарочито присутан у спектрима племенитих гасова. Вектори угаоног момента се сабирају на следећи начин

$$\begin{aligned} \vec{\ell}_i + \vec{s}_i &= \vec{j}_i \\ \sum_i \vec{j}_i &= \vec{j}_p \\ \vec{j}_p + \vec{\ell} &= \vec{K} \\ \vec{K} + \vec{s} &= \vec{J} \end{aligned}$$

правила избора су

$$\Delta s = 0$$

$$\Delta j_p = 0$$

$$\Delta \ell = \pm 1$$

$$\Delta K = 0, \pm 1$$

$$\Delta J = 0, \pm 1 \quad (\text{забрањен је прелаз са } \Delta J = 0 \text{ за } J = 0) .$$

1.7 Вероватноће прелаза

Опис релативних интензитета спектралних линија прецизније се врши помоћу **вероватноћа прелаза** на атомском нивоу, односно помоћу **кофицијената апсорпције и емисије** на макроскопском нивоу.

Имамо три вероватноће прелаза и оне се обично зову **Ајнштајнове вероватноће прелаза** или **Ајнштајнови коефицијенти**.

Да бисмо их дефинисали уведемо прво **време живота** побуђеног енергетског нивоа. Видели смо да су неки прелази дозвољени а неки „мање“ или „више“ забрањени. Ова варијација у степену дозвољености прелаза може се квантитативно изразити помоћу средњег времена које атом побуђен у горњи ниво прелаза проведе у њему да би оптички електрон спонтано прешао у доње стање. Ово време се назива **време живота прелаза**. **Време живота нивоа** је средње време које ће електрон провести у њему када су све могућности за деекситацију тј. сви прелази на доле укључени. Оно се обележава са τ и добија се као реципрочна вредност суме одговарајућих вероватноћа прелаза. За дозвољене прелаза времена живота су реда величине 10^{-8} s, за интеркомбинационе 10^{-5} s а за забрањене 10^{-3} s.

Прва од три поменуте вероватноће прелаза зове се **вероватноћа прелаза за спонтану емисију** и она је управо реципрочна вредност времена живота прелаза. То је вероватноћа да ће атом претрпети спонтани прелаз на доле у јединици времена и обележава се са A_{if} ако са i обележимо горњи (почетни - initial) а са f доњи (крајњи - final) ниво прелаза. Можемо написати да је време живота прелаза са нивоа i на ниво f (if)

$$\tau_{if} = \frac{1}{A_{if}} \quad (1.30)$$

односно време живота нивоа i

$$\tau_i = \frac{1}{\sum_j A_{ij}} \quad (i > j) . \quad (1.31)$$

На основу вредности времена живота прелаза можемо видети да ће за дозвољене прелаза A_{if} бити реда величине 10^8 s^{-1} а за забрањене 10^3 s^{-1} и мањи.

Ако са N_i обележимо број атома у јединици запремине побуђених на ниво i , односно **насељеност нивоа** i , број спонтаних прелаза у јединици времена у јединици запремине биће

$$N_i A_{if} . \quad (1.32)$$

Друга од три поменуте вероватноће прелаза је **вероватноћа прелаза услед апсорпције**. Она је у основи различита од вероватноће прелаза услед спонтане емисије пошто ни до какве апсорпције неће доћи у одсуству

спољашњег зрачења. Ако са U_{if} означимо густину енергије зрачења са таласном дужином која одговара прелазу са нивоа i на ниво f односно апсорпцијом може да индукује прелаз са нивоа f на ниво i , број апсорпција по јединици времена у јединици запремине биће

$$N_f B_{fi} U_{if} \quad (1.33)$$

где је B_{fi} вероватноћа прелаза услед апсорпције. Густина енергије зрачења U_{if} може се изразити преко интензитета зрачења I

$$U_{if} = \frac{4\pi}{c} I_{if} . \quad (1.34)$$

Трећа од три поменуте вероватноће прелаза је **вероватноћа прелаза услед стимулисане (индуковане) емисије**. Данас је појам стимулисане емисије нарочито присутан у физици ласера и садржан је у акрониму који чини њихово име (LASER – Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation – појачавање светлости стимулисаном емисијом зрачења). Стимулисана емисија може настати само у присуству зрачења исте таласне дужине као што је таласна дужина зрачења насталог стимулисаном емисијом. Можемо је посматрати и као негативну апсорпцију. Аналогно једначини (1.33) број стимулисаних емисија у јединици времена у јединици запремине је

$$N_i B_{if} U_{if} \quad (1.35)$$

при чему је B_{if} **вероватноћа прелаза услед стимулисане емисије**.

За разлику од фотона насталих спонтаном емисијом, који имају произвољне правце кретања, поларизације и фазе, фотони настали стимулисаном емисијом имају правац кретања, поларизацију и фазу као и фотони који су стимулисали емисију.

1.8 Везе између различитих вероватноћа прелаза

Када имамо велики број идентичних атома у термодинамичкој равнотежи, насељеност енергетског нивоа, односно део атома побуђених на ту енергију зависи од енергије и од температуре. Енергетски ниво је састављен од скупа енергетских стања која ако нема електричног или магнетног поља имају идентичну енергију. У оквиру нивоа налазе се $(2J + 1)$ стања идентичне енергије па је и насељеност ових стања иста. Насељеност нивоа је збир насељености стања која га чине па је према томе пропорционална броју оваквих стања. Број стања у нивоу се зове његова **статистичка тежина** и обележава се са g . Статистичка тежина једног стања је један а статистичка тежина нивоа $i - g_i$ је

$$g_i = 2J_i + 1 . \quad (1.36)$$

Ако два различита нивоа имају потпуно исту енергију, однос њихових насељености биће једнак односу њихових статистичких тежина.

У случају термодинамичке равнотеже, релативна насељеност два нивоа код исте врсте атома је

$$\frac{N_i}{N_f} = \frac{g_i}{g_f} e^{-(E_i - E_f)/kT} , \quad (1.37)$$

где је E енергија одговарајућег нивоа а $k = 1.38062 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$ Болцманова константа. Једначина (1.37) је позната као Болцманова формула.

У случају термодинамичке равнотеже важи **принцип детаљног баланса**. Он каже да је сваки процес уравнотежен њему инверзним процесом. Значи у случају термодинамичке равнотеже укупан број апсорпција и емисија мора бити исти, односно

$$N_f B_{fi} U_{if} = N_i B_{if} U_{if} + N_i A_{if} . \quad (1.38)$$

Код термодинамичке равнотеже зрачење је зрачење црног тела а његов интензитет је дат Планковим законом

$$I(\nu, T) = \frac{2h\nu^3 \mu^2}{c^2 (e^{h\nu/kT} - 1)} \quad (1.39)$$

где је μ индекс преламања средине који је обично близак јединици.

Ако ставимо једначине (1.18), (1.13) и (1.16) у (1.17) добићемо

$$A_{if} = \frac{8\pi g_f h\nu^3 \mu^2}{g_i c^3} B_{fi} \frac{e^{h\nu/kT} - (g_i B_{if}/g_f B_{fi})}{e^{h\nu/kT} - 1} . \quad (1.40)$$

Вероватноће прелаза су својства атома и не зависе од температуре. Услов да је десна страна једначине (1.40) независна од температуре је

$$\frac{g_i B_{if}}{g_f B_{fi}} = 1 , \quad (1.41)$$

односно

$$g_i B_{if} = g_f B_{fi} . \quad (1.42)$$

Сада једначина (1.19) постаје

$$A_{if} = \frac{8\pi h\nu^3 \mu^2}{c^3} \frac{g_f}{g_i} B_{fi} = \frac{8\pi h\nu^3 \mu^2}{c^3} B_{if} . \quad (1.43)$$

На основу једначине (1.43) видимо да је

$$\frac{A_{if}}{B_{if}} \propto \nu^3 \quad (1.44)$$

па је за високе фреквенце стимулисана емисија обично занемарљива.

Напоменимо да се понекад вероватноће прелаза услед спонтане емисије B_{if} и апсорпције B_{fi} дефинишу не помоћу енергије зрачења U_{if} него помоћу интензитета зрачења I_{if} . У том случају у једначинама (1.33), (1.35) и (1.38) стоји I_{if} уместо U_{if} . Ако тако дефинисане вероватноће обележимо са B_{fi}^I , B_{if}^I имаћемо да је

$$B_{fi}^I = B_{if} \cdot \frac{4\pi}{c}$$

$$B_{if}^I = B_{if} \cdot \frac{4\pi}{c} .$$

1.9 Коефицијент апсорпције и јачина осцилатора

Када светлост пролази кроз апсорбујућу средину, енергија апсорбована на растојању δx је пропорционална упадном флуксу и величини δx , при чему је константа пропорционалности у општем случају функција фреквенце. Једначина

$$-\delta I_\nu(x) = k_\nu I_\nu(x) dx \quad (1.45)$$

дефинише коефицијент апсорпције k_ν који се обично изражава у m^{-1} или cm^{-1} . Ако је l дебљина апсорбујуће средине, релација између упадног интензитета $I_\nu(0)$ и излазног интензитета $I_\nu(l)$ добија се интеграцијом једначине (1.45)

$$I_\nu(l) = I_\nu(0) e^{-\int_0^l k_\nu dx} . \quad (1.46)$$

Овде је

$$\tau_\nu = \int_0^l k_\nu dx \quad (1.47)$$

оптичка дубина средине.

Квантно механички и класични модел за разматрање апсорпције зрачења могу се повезати ако упоредимо енергију светлости апсорбоване на фреквенци ν_0 у прелазу $f \rightarrow i$ од стране N_f атома, са енергијом апсорбованом на истој фреквенци од стране N класичних осцилатора са резонантном енергијом ν_0 . Сада се јачина осцилатора f може дефинисати помоћу израза

$$N = N_f f . \quad (1.48)$$

Веза између јачине осцилатора и осталих вероватноћа прелаза, дата је изразом

$$f_{fi} = \frac{mh}{\pi e^2} \nu_{fi} B_{if} . \quad (1.49)$$

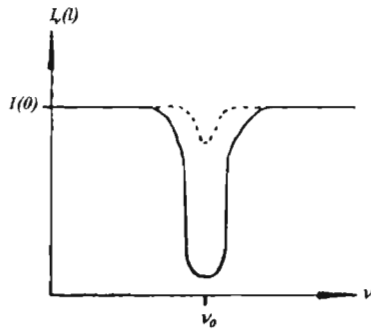
Ми смо узели да f представља јачину осцилатора у апсорпцији f_{fi} . Ако хоћемо да нађемо f_{if} одговарајућа релација је

$$f_{fi} = - \left(\frac{g_f}{g_i} \right) f_{if} . \quad (1.50)$$

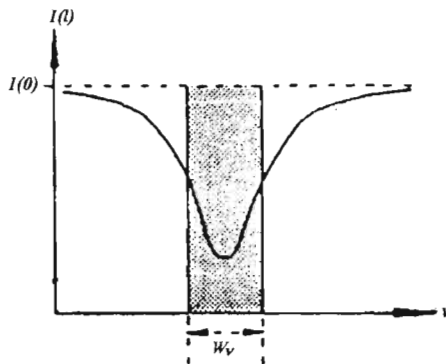
1.10 Оптичка дубина и еквивалентна ширина линије

Ако погледамо слику 1.5 где је представљен интензитет зрачења I_ν у функцији ν , површина апсорпционе линије $\oint \{I(0) - I_\nu(l)\} d\nu$ једнака је брзини којом се енергија упадног зрачења апсорбује у некој спектралној линији. Ова величина или прецизније губитак енергије, искоришћен је да се дефинише еквивалентна ширина W_ν линије

$$W_\nu = \oint \frac{I(0) - I_\nu(0)}{I(0)} d\nu . \quad (1.51)$$



Слика 1.5 Излазна енергија за различите оптичке дубине. Тачкаста крива је за мале оптичке дубине ($k_0 l \ll 1$) а пуна крива за веће оптичке дубине ($k_0 l \rightarrow \infty$).



Слика 1.6 Еквивалентна ширина W_ν . Осенчена област је једнака површини између криве $I(l)$ и основне линије $I(0)$.

Оваква ширина се зове еквивалентна зато што је она ширина правоугаоника на сл. 1.6 који има исту површину као посматрана површина приказана на сл. 1.5. У астрофизици се јавља у више облика. На основу једначине 1.30 видимо да се мери у јединицама фреквенце. Понекад се користи W_λ која се мери у ангстремима. Осим тога понекад се W_λ или W_ν множи са 2π и зове „тотална апсорпција“.

Ако у једначину (1.51) уведемо израз (1.46) у коме смо претпоставили да коефицијент апсорпције k_ν не зависи од l добићемо

$$W_\nu = \int (1 - e^{-k_\nu l}) d\nu . \quad (1.52)$$

За оптички танку плазму

$$e^{-k_\nu l} \approx 1 + k_\nu l$$

$$W_\nu = \int k_\nu l d\nu = l \int k_\nu d\nu . \quad (1.53)$$

Може се показати да је

$$\int k_\nu d\nu = \frac{\pi e^2}{mc} N_f f_{fi} . \quad (1.54)$$

Па имамо да је

$$W_\nu = \frac{\pi e^2}{mc} N_f f_{fi} l$$

и видимо да је еквивалентна ширина пропорционална јачини осцилатора и броју емитера на путу l .

Када средина није оптички танка W_ν расте спорије од $N_f f_{fi} l$ када оптичка дубина расте. Понашање W_ν у функцији дубине може се на одговарајући начин описати **кривом раста**.

Крива раста за дату спектралну линију описује понашање њене еквивалентне ширине када број апсорбујућих атома на линији дуж које гледамо расте. Обично се представља као $\log W_\nu$ (или $\log W_\lambda$) у функцији од $\log(N_f f_{fi} l)$. Тачан облик криве зависи од ширине и облика поједине линије.

2. ПРЕНОС ЗРАЧЕЊА

Већина енергије се у површинским слојевима звезде преноси зрачењем а само много мањи део конвекцијом. Управо решење задатка о преносу зрачења, омогућује нам да повежемо физичке карактеристике звездане материје са посматраним спектром.

Посматрајмо зрачење које се простира у правцу s . Промена интензитета dI_ν , који одговара прирасту пута ds , даје се члановима који описују апсорпцију и емисију

$$dI_\nu = -\kappa_\nu \rho I_\nu ds + j_\nu \rho ds$$

где су κ_ν и j_ν одговарајући коефицијенти апсорпције и емисије а ρ густина. Ако горњи израз поделимо са прираштајем оптичке дубине $d\tau_\nu$

$$d\tau_\nu = \kappa_\nu \rho ds$$

добићемо

$$\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = -I_\nu + \frac{j_\nu}{\kappa_\nu} .$$

Ако узмемо у обзир да је **функција извора**

$$S_\nu = \frac{j_\nu}{\kappa_\nu}$$

добићемо једначину преноса зрачења

$$\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = -I_\nu + S_\nu \quad (2.1)$$

запазивши да у једначину (2.1) улази само променљива τ_ν , нађимо решење у облику

$$I_\nu(\tau_\nu) = \varphi(\tau) e^{b\tau} \quad (2.2)$$

где треба наћи функцију $\varphi(\tau)$. Ако ставимо израз (2.2) у (2.1) добићемо

$$\begin{aligned} \frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} &= \varphi b e^{b\tau_\nu} + e^{b\tau_\nu} \frac{d\varphi}{d\tau_\nu} , \\ bI_\nu + e^{b\tau_\nu} \frac{d\varphi}{d\tau_\nu} &= -I_\nu + S_\nu . \end{aligned}$$

Ако ставимо $b = -1$, први чланови на левој и десној страни ће се скратити па имамо

$$e^{-\tau_\nu} \frac{d\varphi}{d\tau_\nu} = S_\nu ,$$

$$\varphi = \int_0^{\tau_\nu} S_\nu(t_\nu) e^{t_\nu} dt_\nu + c_0 ,$$

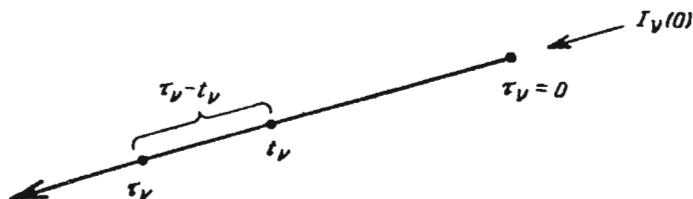
где t_ν служи као променљива под интегралом. Сада је решење једначине (2.1)

$$I_\nu(\tau_\nu) = e^{-\tau_\nu} \int_0^{\tau_\nu} S_\nu(t_\nu) e^{t_\nu} dt_\nu + c_0 e^{-\tau_\nu} . \quad (2.3)$$

Константа интеграције $c_0 = I_\nu(0)$ може се одредити из израза (2.3) стављајући $\tau_\nu = 0$. Ако унесемо $e^{-\tau_\nu}$ под интеграл, добићемо решење у облику

$$I_\nu(\tau_\nu) = \int_0^{\tau_\nu} S_\nu(t_\nu) e^{-(\tau_\nu - t_\nu)} dt_\nu + I_\nu(0) e^{-\tau_\nu} . \quad (2.4)$$

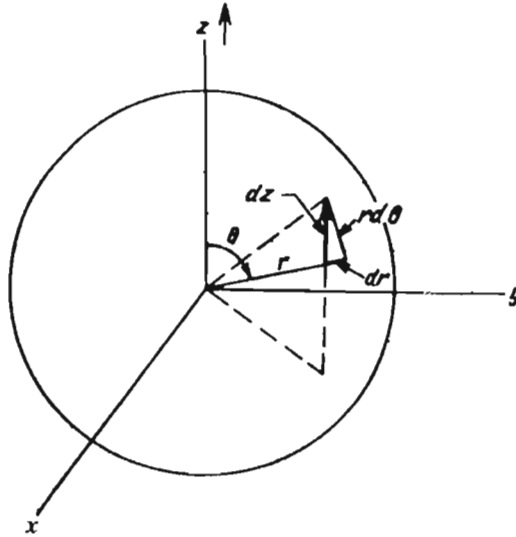
На сл. 2.1 правом је представљен правац дуж кога се разматра пренос зрачења. На пример зрачење са првобитним интензитетом $I_\nu(0)$ које је простире се дуж посматране праве стигло у тачку τ_ν , прошло је оптичку дебљину τ_ν и претрпело апсорпцију $e^{-\tau_\nu}$ пута. Аналогно је интензитет зрачења $S_\nu(t_\nu)$ емитован у тачки t_ν умањен за $e^{-(\tau_\nu - t_\nu)}$ пута, када је зрачење стигло у тачку τ_ν .



Слика 2.1 Зрачење које се простире дуж назначеног правца у тачки τ_ν се одређује збиром интензитета зрачења S_ν , које је емитовано у тачкама t_ν и које трпи апсорпцију на путу $\tau_\nu - t_\nu$ и интензитета зрачења које је у тачки $\tau_\nu = 0$ имало интензитет $I_\nu(0)$ и претрпело апсорпцију за фактор $e^{-\tau_\nu}$.

Једначина (2.4) је основни интегрални облик једначине преноса. Њу можемо решити ако знамо облик функције извора $S_\nu(t_\nu)$, која обично има веома сложен облик али је у неким случајевима једноставна.

Пошто се у једначини (2.4) интензитет I_ν изражава као функција оптичке дубине дуж неког правца, приликом разматрања међузвездане средине ова једначина се може користити непосредно, пошто неку тачку на небеској сфе-



Слика 2.2 Прелаз од правца посматрања на радијални правац у систему сферних координата. Правац ка посматрачу је дуж осе z , у правцу стрелице.

ри посматрамо управо дуж правца ка њој. Код разматрања звездане плазме zgodније је одређивати оптичку дубину дуж радијуса звезде. У овом случају погодно је користити сферне координате (види сл. 2.2). При томе узимамо да је z оса управљена ка посматрачу. Са сл. 2.2 следи да је

$$\begin{aligned} dr &= \cos \theta dz, \\ r d\theta &= -\sin \theta dz. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Ако једначину преноса зрачења (2.4) напишемо у облику

$$\frac{dI_\nu}{\kappa_\nu \rho dz} = -I_\nu + S_\nu$$

односно

$$\frac{dI_\nu}{dz} = \frac{\partial I_\nu}{\partial r} \frac{dr}{dz} + \frac{\partial I_\nu}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dz} \quad (2.6)$$

па у израз (2.6) ставимо (2.5), добићемо

$$\frac{\partial I_\nu}{\partial r} \frac{\cos \theta}{\kappa_\nu \rho} - \frac{\partial I_\nu}{\partial \theta} \frac{\sin \theta}{\kappa_\nu \rho r} = -I_\nu + S_\nu. \quad (2.7)$$

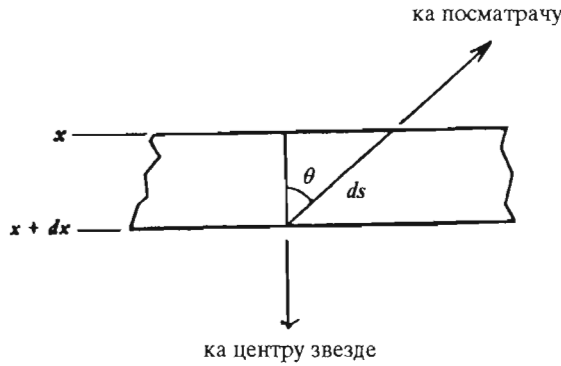
Једначина преноса зрачења у облику (2.7) користи се за проучавање унутрашње грађе звезда и при разматрању веома раширених звезданих атмосфера какве се јављају на пример код звезда суперцинова. Код Сунца и већине звезда, дебљина фотосфере је веома мала у поређењу са пречником звезде. У таквом случају, код разматрања фотосфере можемо сматрати да

је атмосфера планпаралелна и да угао θ не зависи од z . Сада је други члан са леве стране израза (2.7) једнак нули па је

$$\cos \theta \frac{dI_\nu}{\kappa_\nu \rho dr} = -I_\nu + S_\nu . \quad (2.8)$$

У оваквом случају обично се прелази на нову променљиву, геометријску дубину x , која се у случају планпаралелног слоја одређује као $dx = -dr$. Означивши $\kappa_\nu \rho dx$ као $d\tau_\nu$ долазимо до основног облика једначине преноса зрачења који се употребљава у теорији звезданих атмосфера

$$\cos \theta \frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = I_\nu - S_\nu . \quad (2.9)$$



Слика 2.3 Упрошћена геометрија фотосфере употребљена за прелаз са једначине (2.7) на једначину (2.9).

Ако упоредимо једначину (2.1) где се оптичка дубина одређује дуж правца ка посматрачу и једначину (2.9) где се она одређује дуж правца x ка центру звезде који са правцем ка посматрачу заклапа угао θ , видимо да је τ_ν у (2.1) замењено са $-\tau_\nu \sec \theta$ у (2.9). Знак минус је условљен избором правца тј. сменом $dx = -dr$. Сада је интегрални облик једначине преноса зрачења

$$I_\nu(\tau_\nu) = \int_c^{\tau_\nu} S_\nu(t_\nu) e^{-(t_\nu - \tau_\nu) \sec \theta} \sec \theta dt_\nu . \quad (2.10)$$

У изразу (2.10) доња границе интеграције c , замењује константу интеграције $I_\nu(0)$ у изразу (2.4). Наиме гранични услови су потпуно различити за зрачење са $\theta \geq 90^\circ$ (зрачење које улази у звезду – интензитет ћемо означавати са I_ν^{in}) и за зрачење са $\theta \leq 90^\circ$ (зрачење које излази из звезде – интензитет ћемо означавати са I_ν^{out}). У првом случају, ако се за $\tau_\nu = 0$ узима спољашња граница атмосфере и зрачења други: звезда се могу занемарити у односу на сопствено зрачење звезде, $I_\nu(0) = 0$ па је

$$I_{\nu}^{\text{in}}(\tau_{\nu}) = - \int_0^{\tau_{\nu}} S_{\nu} e^{-(t_{\nu}-\tau_{\nu}) \sec \theta} \sec \theta dt_{\nu} . \quad (2.11)$$

У случају зрачења из унутрашњости звезде нас интересује зрачење које долази од тачке на дубини τ_{ν} и из све дубљих слојева све до оних из којих нам зрачење не долази, тако да као границу интеграције можемо узети $\tau_{\nu} = \infty$. Израз за пренос зрачења ка спољашњости звезде је

$$I_{\nu}^{\text{out}}(\tau_{\nu}) = \int_{\tau_{\nu}}^{\infty} S_{\nu} e^{-(t_{\nu}-\tau_{\nu}) \sec \theta} \sec \theta dt_{\nu} . \quad (2.12)$$

Укупни интензитет зрачења у тачки τ_{ν} је

$$\begin{aligned} I_{\nu}(\tau_{\nu}) = I_{\nu}^{\text{out}}(\tau_{\nu}) + I_{\nu}^{\text{in}}(\tau_{\nu}) = & \int_{\tau_{\nu}}^{\infty} S_{\nu} e^{-(t_{\nu}-\tau_{\nu}) \sec \theta} \sec \theta dt_{\nu} - \\ & - \int_0^{\tau_{\nu}} S_{\nu} e^{-(t_{\nu}-\tau_{\nu}) \sec \theta} \sec \theta dt_{\nu} . \end{aligned} \quad (2.13)$$

У близини површине звезде можемо ставити

$$\begin{aligned} I_{\nu}^{\text{in}}(0) &= 0 \\ I_{\nu}^{\text{out}}(0) &= \int_0^{\infty} S_{\nu} e^{-t_{\nu} \sec \theta} \sec \theta dt_{\nu} . \end{aligned} \quad (2.14)$$

Ова једначина се обично примењује за истраживања Сунца, код кога можемо и да меримо зависност интензитета зрачења од угла θ .

Помоћу израза (2.11) и (2.14) за флукс зрачења F_{ν} се добија

$$\begin{aligned} F_{\nu} = 2\pi \int_0^{\pi/2} \int_{\tau_{\nu}}^{\infty} S_{\nu} e^{-(t_{\nu}-\tau_{\nu}) \sec \theta} \sin \theta dt_{\nu} d\theta - \\ - \int_{\pi/2}^{\pi} \int_0^{\tau_{\nu}} S_{\nu} e^{-(t_{\nu}-\tau_{\nu}) \sec \theta} \sin \theta dt_{\nu} d\theta , \end{aligned} \quad (2.15)$$

или

$$\begin{aligned} F_{\nu} = 2\pi \int_{\tau_{\nu}}^{\infty} S_{\nu} \int_0^{\pi/2} e^{-(t_{\nu}-\tau_{\nu}) \sec \theta} \sin \theta d\theta dt_{\nu} - \\ - 2\pi \int_0^{\tau_{\nu}} S_{\nu} \int_{\pi/2}^{\pi} e^{-(t_{\nu}-\tau_{\nu}) \sec \theta} \sin \theta d\theta dt_{\nu} , \end{aligned} \quad (2.16)$$

при чему претпостављамо да је функција извора S_ν изотропна. Ако уведемо смену

$$\begin{aligned} w &= \sec \theta \\ x &= t_\nu - \tau_\nu \end{aligned}$$

добићемо

$$\int_0^{\pi/2} e^{-(t_\nu - \tau_\nu) \sec \theta} \sin \theta d\theta = \int_1^\infty \frac{e^{-xw}}{w^2} dw . \quad (2.17)$$

Функција

$$E_n(x) = \int_1^\infty \frac{e^{-xt}}{t^n} dt \quad (2.18)$$

зове се интегрална експоненцијална функција. Сада се израз (2.16) може написати у облику:

$$F_\nu(\tau_\nu) = 2\pi \int_{\tau_\nu}^\infty S_\nu E_2(t_\nu - \tau_\nu) dt_\nu - 2\pi \int_0^{\tau_\nu} S_\nu E_2(\tau_\nu - t_\nu) dt_\nu . \quad (2.19)$$

Добијена једначина (2.19) за флукс зрачења, аналогна је изразу (2.13) за интензитет.

Теоријски израчунати спектар посматране звезде, који упоређујемо са посматраним, може се добити из израза

$$F_\nu(0) = 2\pi \int_0^\infty S_\nu(t_\nu) E_2(t_\nu) dt_\nu . \quad (2.20)$$

Видимо да флукс који излази на површину представља збир производа функције извора $S_\nu(t_\nu)$ и функције $E_2(t_\nu)$ која урачунава апсорпцију, за сваку дубину t_ν са које зрачење даје неки допринос флуксу на површини. Напоменимо да је F_ν флукс кроз јединицу површине. Укупно зрачење на фреквенци ν је $4\pi R^2 F_\nu$ где је R радијус звезде.

У случају флука зрачења који иде навише, према површини фотосфере звезде, треба да важи закон о одржању енергије. Обично се претпоставља да енергија не настаје и не нестаје у фотосфери, него да се енергија настала у унутрашњости звезде просто простира према површини. Математички, одсуство извора и увира енергије може се описати условом да је дивергенција флука једнака нули. За планпаралелну фотосферу имамо да је

$$\frac{dF(x)}{dx} = 0$$

односно

$$F(x) = F_0 = \text{const} \quad (2.21)$$

где је F укупан флуks енергије у J/m^2 . Ако се целокупна енергија преноси зрачењем

$$F = \int_0^{\infty} F_{\nu} d\nu, \quad (2.22)$$

при чему је F_{ν} дато изразом (2.19). Овакав случај зове се случај равнотеже зрачења а основни услов који треба да буде задовољен је

$$\int_0^{\infty} F_{\nu} d\nu = F_0 = \text{const}. \quad (2.23)$$

Ако конвекцију не можемо занемарити више немамо случај равнотеже зрачења и једначина (2.23) постаје

$$\Phi(x) + \int_0^{\infty} F_{\nu} d\nu = F_0 \quad (2.24)$$

где је $\Phi(x)$ флуks услед конвекције.

Константа F_0 често се представља уз помоћ ефективне температуре

$$F_0 = \sigma T_{eff}^4, \quad (2.25)$$

при чему је код модела фотосфере у којима постоји константност флуksа, ефективна температура T_{eff} један од основних параметара који карактерише модел.

Улога конвекције у преносу енергије у фотосферама звезда је обично незнатна. Конвекција настаје пошто гас који се подиже у атмосфери има вишак топлоте у односу на околину. Геометријске размере запремине ћелије у којој је такав гас требало би да обезбеде довољну оптичку дубину да не допусте укупан губитак вишка енергије. Пошто је горња фотосфера оптички танка, нема услова да се конвекцијом пренесе велики флуks енергије.

Флуks који се преноси конвекцијом може се представити помоћу вишка температуре ћелије ΔT у односу на температуру околне средине, специфичног топлотног капацитета при константном притиску c_p , густине материје у ћелији ρ и брзине подизања ћелије v :

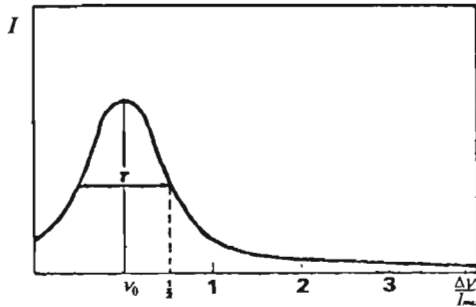
$$\Phi = c_p \rho \Delta T v. \quad (2.26)$$

Физичка кретања конвективних ћелија изазивају Доплеров помак спектралних линија. Такви аеродинамички ефекти често се називају турбулентност.

3. ТЕОРИЈА ПРОФИЛА СПЕКТРАЛНИХ ЛИНИЈА

3.1 Узроци ширења спектралних линија плазме

Идеално монохроматско зрачење, односно светлост потпуно одређене таласне дужине немогуће је добити. Профил спектралне линије је увек нека расподела интензитета зрачења у интервалу фреквенце ν (сл. 3.1) и има коначну ширину која зависи од степена монохроматичности анализираниг зрачења. Често је тешко рећи где је граница између спектралне линије и фона услед континуалног зрачења. Као мера ширине спектралне линије узима се њена ширина на висини која одговара половини максималног интензитета линије γ или половина ове вредности w .



Слика 3.1 Облик спектралне линије.

Ширење спектралних линија може да настане из више узрока:

а) Из Хајзенбергове релације неодређености написане у облику који повезује неодређеност енергетског стања ΔE са временом које атом проведе у њему Δt

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar \quad (3.1)$$

може се видети да ексцитована стања атома имају неодређену енергију. Атом борави у њима кратко време и деексцитира се емитујући фотон фреквенце ν чија је најмања могућа неодређеност обрнуто сразмерна времену живота атома у ексцитираном стању.

б) Кретање емитера доводи до привидног померања фреквенце зрачења услед Доплеровог ефекта. Комбиновани ефекат услед разноликог кретања многих емитера даје проширену спектралну линију.

в) Различите врсте интеракција атома који зрачи са околним честицама, које доводе до померања и цепања енергетских нивоа као и до скраћења времена живота атома у појединим побуђеним енергетским стањима, посматране статистички, доводе до ширења линија притиском. Ово ширење

се према врсти интеракције између емитера и пертурбера дели на: Ван дер Валсово ако је у питању интеракција емитера са неутралним атомима преко Ван дер Валсове силе; резонантно, ако структура енергетских нивоа емитера и пертурбера омогућава настајање резонантног скраћења времена живота атома у ексцитованом стању услед ефекта измене и Штарково, у случају када електрично микропоље које ствара наелектрисани пертурбер, помера и цепа енергетске нивое емитера.

Ако претпоставимо да су ефекти услед којих се линија шири међусобно статистички независни, резултујући профил спектралне линије се може добити као конволуција профила услед различитих узрока ширења.

3.2 Природно ширење

Природно ширење линија из плазме је последица фундаменталних односа у природи и идеално монохроматско зрачење се не може добити ни под каквим условима. Најпростији модел за светлосни извор је линеарни хармонијски осцилатор. У класичном прилазу емитујући гас је представљен скупом осцилатора који удружени стварају поље зрачења. Слободне осцилације емитујућег система се пригушују пошто систем зрачењем губи енергију. На осцилатор утиче поље које ствара емитујући гас, као законна сила која се одређује из енергетског баланса. Укључивши ову силу, наш систем се свео на линеарни хармонијски осцилатор који побуђен сударом осцилује у еластичној средини. Ако су e и m наелектрисање и маса електрона а c брзина светлости, једначина кретања линеарног хармонијског осцилатора фреквенце ν_0 на који делује законна сила је:

$$m\ddot{x} = -m\nu_0^2 x + 2e^2\ddot{x}/3c^3 . \quad (3.2)$$

Претпостављајући да је законна сила мала, диференцирајући горњи израз

$$\ddot{x} = -\nu_0^2 x \quad (3.3)$$

и стављајући га у (3.2) добијамо диференцијалну једначину чије је решење:

$$x = x_0 e^{-w t/2} e^{-i\nu_0 t}$$

$$w = 2e^2\nu_0^2/3mc^3 .$$

Видимо да се осцилације система пригушују са константом пригушења w . Али пригушене осцилације нису монохроматске него се састоје од читавог низа фреквенци. Расподела интензитета $I(\omega)$ у спектру зрачења осцилатора дата је дисперзионом формулом:

$$I(\omega)d\omega = I_0 \frac{\gamma d\omega}{2\pi \left[(\omega - \omega_0)^2 + \left(\frac{\omega}{2}\right)^2 \right]} . \quad (3.4)$$

Ова расподела је представљена на сл. 3.1 и назива се Лоренцова, при чему је полу-полуширина линије у јединицама s^{-1} једнака константи пригушења

осцилација. Изражена у ангстремима, природна полуширина линије у класичном моделу, независна је од атомских карактеристика емитера и таласне дужине емитованог зрачења и износи:

$$\gamma = 1.18 \times 10^{-4} \text{ \AA} .$$

Видимо да слабљење осцилација које је својствено сваком систему који емитује, доводи до ширења спектралне линије.

У квантно механичкој слици, немогућност добијања идеално монохроматског зрачења очигледно следи из Хајзенбергове релације неодређености (3.1). Поље зрачења делује на атом. Вероватноћа да ће атом остати у почетном стању опада са временом и ширина линије је последица смањења ове вероватноће. Другим речима услед деловања поља, Δt у 3.1 се смањује па ΔE мора да расте.

3.3 Доплерово ширење

Емитери се у плазми налазе у сталном кретању. Било да је то термално кретање, кретање услед турбуленције или кретање плазме као целине или дела плазме у односу на посматрача јавља се Доплеров ефекат.

Таласна дужина зрачења од извора који се креће према посматрачу померена је ка „плавом“ делу спектра:

$$\frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} = \frac{v}{c}$$

где је ω_0 непомерена кружна фреквенца, ω померена, а v компонента брзине у правцу посматрача. Ако се емитер удаљава од посматрача, помак је ка већим таласним дужинама, тј. ка мањим фреквенцама (црвен).

У случају Доплеровог ширења, интензитет зрачења емитованог у интервалу $(\Delta\lambda, \Delta\lambda + d\lambda)$ пропорционалан је броју емитера који у датом правцу имају компоненту брзине у интервалу $(v, v + dv)$. У оквиру хипотезе о Максвеловој расподели брзина, расподела интензитета зрачења има облик Гаусове расподеле:

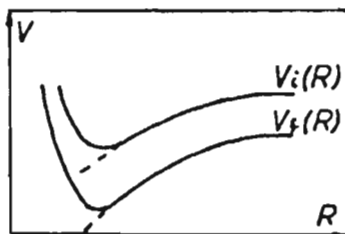
$$\begin{aligned} I(\Delta\lambda) &= (\Delta\lambda_D \sqrt{\pi})^{-1} \exp [-(\Delta\lambda/\Delta\lambda_D)^2] \\ \Delta\lambda_D &= \left(\frac{\lambda_0}{c} \right) (2kT/M)^{1/2} \\ 2w(\text{\AA}) &= 1.665 \Delta\lambda_D = 7.16 \times 10^{-7} \lambda(\text{\AA}) \sqrt{T(\text{K})/M(\text{a.j.m.})} . \end{aligned}$$

Овде је k Болцманова константа, M маса а T температура емитера.

У лабораторијској плазми Доплерово ширење се мора узети у обзир. Оно је пропорционално корену из температуре емитера и са порастом температуре, нарочито на већим таласним дужинама постаје све важнији узрок ширења.

3.4 Ван дер Валсово ширење

За разлику од природног и Доплеровог ширења, ширење спектралних линија из плазме изазвано интеракцијом са околним честицама зависи од концентрације пертурбера. Зато се ова група узрока ширења често назива заједничким именом, ширење притиском. Силе којима делују неутрални атоми на емитујући атом, јон или молекула су кратког домета. На сл. 3.2 је приказан типичан изглед потенцијалних кривих за почетни, v_i и коначни v_f терм атома који зрачи, у функцији растојања (R) од неутралног пертурбера.



Слика 3.2 Типичне потенцијалне криве два енергетска нивоа (i , f) атома, у функцији растојања R од неутралног пертурбера.

Са слике видимо да је енергетска разлика између два терма (која одговара потенцијалној разлици на горњој слици), различита за различита растојања пертурбера и емитера, па и емитоване линије имају различиту таласну дужину. Усредњавањем по вероватноћама свих могућих растојања између емитера и неутралног пертурбера, добијамо проширену спектралну линију. Максимални интензитет линије ће бити померен у односу на пертурбовани атом и биће на таласној дужини која одговара највероватнијем растојању између емитера и пертурбера.

Тачан аналитички облик потенцијалних кривих је углавном непознат. Потенцијал се развија у ред по степенима R^{-1} при чему се обично зауставља на првом члану (различитом од нуле) који је пропорционалан R^{-6} . То је потенцијал Ван дер Валса по коме је овај узрок ширења добио име.

$$V(R) = -C_6 R^{-6},$$

где је C_6 Ван дер Валсова константа. На слици 3.2 овом члану одговара испрекидани продужетак криве. У оквиру адијабатске теорије Линдхолма и Фолија (Lindholm и Foley, 1946) полуширина линије је дата изразом

$$\gamma = 8.16 \left(\frac{C_6}{\hbar} \right)^{2/5} \bar{v}^{3/5} N_0$$

где је \bar{v} средња релативна брзина атома који се сударају а N_0 концентрација пертурбера.

Ако узмемо и други члан у развоју потенцијала, односно разматрамо Ленард-Џонсов потенцијал

$$V(R) = C_{12}R^{-12} - C_6R^{-6}$$

који узима у обзир и силе одбијања, можемо у адијабатској апроксимацији добити

$$\gamma = 8\pi \left(\frac{3\pi}{8}\right)^{2/5} N_0 \bar{v}^{3/5} \left(\frac{C_6}{\hbar}\right)^{2/5} B(\alpha)$$

$$\alpha = 0.54 (\hbar \bar{v})^{6/5} (C_{12}/C_6^{11/5}) .$$

Ова формула се од случаја када се узима у обзир само Ван дер Валсов потенцијал разликује за корекциони фактор $B(\alpha)$, који су увели Хиндмарш и Фар (Hindmarsh и Farr, 1972).

Ван дер Валсово ширење је значајно само за плазме велике густине, када су средња растојања између атома мала па силе Ван дер Валса могу да дођу до изражаја.

3.5 Резонантно ширење

Резонантно ширење настаје када горњи или доњи ниво прелаза за посматрану спектралну линију има дозвољени диполни прелаз на основно стање и када је емитер окружен сличним атомима у основном стању. Ако имамо два иста атома, свеједно је који је атом ексцитиран а који је у основном стању. Јавља се дегенерација нивоа система и крајњи резултат је ширење спектралне линије. Процес можемо да посматрамо и као скраћење живота ексцитираног стања услед измене енергије због чега је ширина линије већа.

Резонантно ширење можемо да посматрамо и класично на примеру два линеарна хармонијска осцилатора спрегнута диполном интеракцијом. Ако је у почетку један од њих ексцитиран, услед спреге амплитуда почетно ексцитираног осцилатора опада, а почетно неексцитираног расте од нуле. Дакле између њих постоји нерадијациони енергетски трансфер. Пошто су осцилације почетно ексцитираног осцилатора пригушене, настаје ширење као и код класичне слике природног ширења.

Полазећи од Беранжеове (Baranger, 1962) и теорије Грима, Беранжеа, Колба и Ертела (Griem, Baranger, Kolb и Oertel, 1962) (у даљем тексту ГВКО) за ширење спектралних линија у сударној апроксимацији, Грим (Griem, 1964) је за ширину спектралне линије услед дипол-дипол интеракције са основним стањем атома исте врсте добио

$$w = 2\pi(g_a/g_e)^{1/2} N e^2 f_a / m\omega$$

где су g_a и g_e статистичке тежине „апсорбујућег“ и „емитујућег“ стања респективно, ω угаона фреквенца резонантне линије а f_a јачина осцилатора за прелаз који доводи до емисије.

У оквиру сударне апроксимације могу се увести два побољшања. Може се проценити утицај чланова вишег реда у Дајсоновом развитуку и утицај виших чланова у мултиполном развоју. За чланове више од диполног, Али и Грим (Ali и Griem, 1965) су показали да се могу занемарити. Они су кориговали горњи израз укључивши утицај чланова четвртог реда у Дајсоновом развитуку и добили:

$$w = 1.92\pi(g_a/g_e)^{1/2}Ne^2f_a/m\omega .$$

Из горњег израза се види да резонантно ширење не зависи од температуре већ само од концентрације пертурбујућих честица. Резонантно ширење је обично изазвано неутралним атомима исте врсте, али треба имати у виду да за настајање нерадијативног резонантног трансфера енергије није неопходно да атоми буду идентични. Довољно је да им одговарајући енергетски нивои буду приближни, односно пертурбери могу бити и јони и атоми различите врсте. Треба имати на уму да резонантно и Ван дер Валсово ширење нису просто адитивни што компликује рачун када су оба значајна.

3.6 Штарково ширење

Електрично микропоље које образују микрочестице, мења се у простору и времену. Кад не би било тих промена, под утицајем усредњеног електричног поља, спектралне линије би се цепале услед Штарковог ефекта. Пошто се електрично поље стално мења, уместо цепања јавља се ширење. У радовима многих истраживача у овом веку, концепт ширине линије проузроковане статистичком расподелом Штаркових помераја, постао је детаљно разрађена теорија која у генерализаном облику обухвата готово све ефекте који имају утицај на облик линије. Уопште, линија може бити асиметрична (на пример услед квадруполне интеракције или услед повратног дејства емитера на пертурбер), имати забрањене компоненте (услед нарушавања изборног правила парности у електричним пољима) или имати сателите (услед двоквантних прелаза). Јонске линије могу бити евентуално померене и услед поларизације плазме која окружује емитер (монополна интеракција).

Теоријска испитивања Штарковог ширења су се одвијала у два правца. С једне стране, испитује се профил линије као целине. Овај, такозвани унифицирани метод даје нарочито добре резултате за линије које се не могу апроксимирати простим, Лоренцовим обликом. Унифицираним теоријама припада и метод моделног електричног микропоља (Erissaud и Frisch, 1971, 1974) за који је Зајдел (Seidel, 1977) показао да је еквивалентан унифицираним теоријама докле год се ширење јона посматра у статичкој апроксимацији.

Друга група теорија посебно испитује центар линије а посебно њена крила. Када се линија посматра као целина, профил се гради као функција

која се у центру и на крилима поклапа са одговарајућим изразима које дају сударна и квазистатичка теорија. Помоћу ових теорија, делови линија за које важе могу се у принципу описати тачније него помоћу унифицираних теорија. Оне су много практичније од унифицираних теорија за разматрање линија које немају компликоване профиле.

Још Мајкелсон (Michelson, 1895) и Лоренц (Lorentz, 1906) су претпоставили да ширење у областима блиским центру линије настаје услед прекида процеса зрачења сударом са пертурбером. У овој области важе такозване сударне теорије (Baranger, 1958a; 1958b; 1958c; ГБКО, 1962, Sahal-Bréchet, 1969a; 1969b) у којима се претпоставља да су у посматраном временском интервалу електронски судари комплетни и да време трајања судара тежи нули.

Крила линије се описују помоћу квазистатичких теорија (Holtmark, 1919, 1924; Griem, 1965). У основи ових теорија налази се претпоставка да се пертурбери крећу довољно споро да се може сматрати да атом емитује или апсорбује са фреквенцом која зависи само од положаја пертурбера. Судар траје веома дуго, тако да се сматра да су пертурбери непокретни. Профил се добија погодним усредњавањем преко положаја пертурбера.

Критички приказ досадашњих експерименталних података дали су Коњевић и Робертс (Konjević и Roberts, 1976), Коњевић и Визе (Konjević и Wiese, 1976, 1990) и Коњевић *и др.* (1984a,b). Библиографију чланака везаних за проблематику ширења спектралних линија приредили су Фур (Fuhr) *и др.* 1972, 1974, 1977, 1979, 1992.

3.7 Основне апроксимације у теоријама ширења линија

3.7.1 Семикласична апроксимација

Сматраћемо да је средње растојање између атома плазме који емитују, довољно велико да би се интеракција између њих могла занемарити. Поделићемо плазму у ћелије од којих свака садржи један емитер и велики број пертурбујућих честица, електрона и јона. Такође смо претпоставили да су пертурбујуће честице које се налазе на граници суседних ћелија ефективно на бесконачном растојању у односу на емитере тако да је њихова интеракција са емитером занемарљиво мала. Занемарићемо интеракцију између суседних ћелија.

Претпоставићемо да су јони у ћелији непокретни у току времена од интереса ($\simeq 1/\Delta\omega$) и да стварају квазистатичко електрично поље E_j . Комплетни профил линије $I(\omega)$ дат је помоћу израза:

$$I(\omega) = \int_0^{\infty} P(E_j) I(\omega, E_j) dE_j \quad (3.5)$$

где је $P(E_j)$ функција расподеле нискофреквентне компоненте флукуирајућег електричног микропоља. На тај начин, проблем је сведен на

израчунавање ширења линије услед дејства електрона у статичком пољу E_j . Резултујући профил $I(\omega, E_j)$ се затим усредњи преко свих могућих јонских поља.

Сматраћемо да је јонско електрично поље управљено дуж z осе координатног система и да је интеракција између емитера и јона диполног типа. Комплетан хамилтонијан за једну од посматраних ћелија може се написати у облику:

$$H = H_a + e_z E_j + V_e \quad (3.6)$$

H_a је Хамилтонијан непетурбованог атома, e_z , z компонента диполног момента емитера а V_e представља интеракцију слободних електрона између себе и са емитером. Сматраћемо да је V_e једнако суми бинерних интеракција V_1 и увешћемо семикласичну апроксимацију или апроксимацију класичних путања. У њеним оквирима пертурбери се посматрају као класичне честице које делују класичним временски променљивим потенцијалом на квантно механички атом.

$$V_e(\vec{R}, \vec{x}, \vec{v}, t) = \sum_{j=1}^N V_1(\vec{R}, \vec{x}_j, \vec{v}_j, t) \quad (3.7)$$

$$\vec{x} = \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_N; \quad \vec{v} = \vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_N .$$

Овде је V_1 интеракција између емитера и једног електрона j са координатама \vec{x}_j и брзином \vec{v}_j . \vec{R} означава унутрашње координате емитера. За атоме са једним „оптичким“ електроном то је вектор положаја електрона у односу на језгро.

Профил линије као функција Фуријеове трансформације $C(t)$ односно аутокореелационе функције

$$C(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\Delta\omega t} I(\omega, E_i) d\omega \quad (3.8)$$

је дат помоћу израза:

$$I(\omega, E_j) = \frac{1}{\pi} \text{Re} \int_0^{\infty} e^{i\omega t} C(t) dt . \quad (3.9)$$

Лакше је прво израчунати аутокореелациону функцију $C(t)$ јер на тај начин привремено искључујемо из разматрања статистички проблем, односно посебно решавамо проблем судара са једним пертурбером, а посебно проблем усредњавања по скупу пертурбера.

3.7.2 Услови важења семикласичне апроксимације

У оквиру семикласичне апроксимације, пертурберч се посматрају као честице којима се могу приписати класичне координате \vec{x} и брзине \vec{v} . Њихово дејство на атом може се описати временски променљивим класичним потенцијалом (3.7).

Да би се пертурбер могао представити помоћу класичне честице, мора се претпоставити да се таласни пакет помоћу кога га описујемо не преклапа са таласним функцијама других честица. Представићемо пертурбере као таласне пакете у којима функција расподеле интензитета има Гаусов облик са полуширином Δx_g а неодређеност момента Δp задовољава услов:

$$\Delta p \ll \bar{p} . \quad (3.10)$$

Овде је \bar{p} средња вредност момента пертурбера. Да се таласни пакети пертурбера не би прекривали Δx_g мора бити много мање од средњег растојања између пертурбера $n^{-1/3}$, где је n густина пертурбера. Користећи Хајзенбергову релацију неодређености у облику

$$\Delta x_g \Delta p_g \sim \hbar \quad (3.11)$$

као и релацију (3.10) добијамо да се пертурбер може посматрати као класична честица ако је

$$\hbar/p \ll \Delta x_g \ll n^{-1/3} . \quad (3.12)$$

Анализом утицаја пертурбационог потенцијала на аутокорелациону функцију може се показати да до преклапања таласних функција пертурбера и емитера долази само приликом јаких судара. Код таквих судара нема корелације између временског развоја система пре и после судара, односно аутокорелациона функција $C(t)$ тежи нули. У том случају замена таласног пакета пертурбера еквивалентном класичном честицом није оправдана.

Ако са x означимо ефективну ширину таласног пакета, његово ширење Δx у току судара не сме бити велико.

$$\Delta x \ll x . \quad (3.13)$$

Користећи:

$$p^2/2m = mv^2/2 \quad (3.14)$$

$$\tau = \rho/V \quad (3.15)$$

$$\ell = m\rho v/\hbar \quad (3.16)$$

$$\Delta x \ll x \ll \rho_0 \quad (3.17)$$

где је ℓ угаони момент пертурбера, ρ минимално растојање између емитера и пертурбера, а v брзина у тренутку када се он налази на том растојању, добијамо:

$$m \rho v > \hbar . \quad (3.18)$$

У случају да је $x \gtrsim \rho$ таласне функције емитера и пертурбера се преклапају, судар је јак и семикласичан поступак је неприменљив.

Користећи (3.16) и (3.18) добијамо услов $\ell > 1$. Пошто је за електрични диполни прелаз $\Delta \ell = \pm 1$, из горњег услова следи да је $\Delta \ell < \ell$ односно да се угаони моменат пертурбера одржава у току судара.

Да би се дејство пертурбера на емитер могло описати класичним временски променљивим потенцијалом, потенцијално поље дуж електронског таласног пакета не сме да се мења знатно у односу на кинетичку енергију електрона, односно

$$\Delta V \ll p^2/2m . \quad (3.19)$$

где је са ΔV означена промена потенцијала дуж таласног пакета.

3.7.3 Адијабатска апроксимација

У даљем излагању занемарићемо цепање енергетских нивоа проузроковано пољем јона. То је добра апроксимација за водоник. За водоничне јоне ова апроксимација је још боља пошто су јонска поља мања услед међусобног одбијања јона. Сем тога, матрични елементи диполног момента атома су мањи за јоне пошто садрже фактор Z^{-1} (Z је наелектрисање које „види“ оптички електрон). Утицај јона на динамику електрона може се занемарити у свим случајевима када је у току судара, померај енергетског нивоа E изазван јонским пољем много мањи од ширине нивоа.

$$\tau_e \Delta E \ll 1 . \quad (3.20)$$

Овде је τ_e време трајања судара између електрона и емитера.

Када се утицај јона на кретање електрона може потпуно занемарити, ширење јонима и ширење електронима су статистички независни процеси, па се профил линије може добити као конволуција електронског I_e и јонског I_j профила.

$$I(\omega) = \sum_{i,j} \int_{-\infty}^{+\infty} I_j(\omega') I_e(\omega - \omega') d\omega' . \quad (3.21)$$

Ако се занемари интерференциони члан између горњег и доњег нивоа

$$I_e(\omega - \omega') = \frac{w_e/\pi}{(\omega - d_e)^2 + w_e^2} \quad (3.22)$$

односно облик линије је Лоренцов.

У општем случају, ако се употреби унифицирани прилаз и уведе адијабатска апроксимација, облик линије се може такође представити помоћу израза (3.22) али са фреквентно зависним параметрима ширења $w(\omega)$ и $d(\omega)$.

3.7.4 Услови важења адијабатске апроксимације

У адијабатском моделу нема измене енергије између емитера и пертурбера, која доводи до нееластичног процеса. Из Хајзенберговог принципа неодређености следи да је неодређеност енергије пертурбера после судара:

$$\Delta E \cdot \tau \sim \hbar . \quad (3.23)$$

Ако узмемо у обзир да нееластични прелаз са нивоа i на ниво j може настати само ако је промена енергије пертурбера ΔE већа или једнака ΔE_{ij} , с обзиром на (3.15) услов да је судар адијабатски биће:

$$\frac{\rho}{v} \gg \frac{\hbar}{\Delta E_{ij}} = \frac{1}{\omega_{ij}} . \quad (3.24)$$

Време судара може се изразити и преко угаоног момента пертурбера ℓ

$$\begin{aligned} \tau &= \ell \hbar / mv^2 \\ \ell &> \frac{2mv^2}{\Delta E_{ij}} . \end{aligned} \quad (3.25)$$

У случају да се пертурбер креће по хиперболичној орбити минимални сударни параметар и тренутно растојање електрон-атом (ρ') ће бити мањи а брзина v' већа од одговарајућих вредности за праволинијску путању (ρ, v). Користећи закон о одржању енергије

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv'^2 - \ell^2/\rho'$$

и закон о одржању угаоног момента

$$v'\rho' = v\rho$$

као и (3.24), добијамо да за хиперболичне путање пертурбера, минимални сударни параметар у случају адијабатског судара задовољава једначину

$$\rho_{min}^3 - 2\frac{v}{\omega_{ij}}\rho_{min}^2 + \left(\frac{v}{\omega_{ij}}\right)\rho_{min} - \frac{4e^4}{m^2\omega_{ij}v^3} = 0 . \quad (3.26)$$

Овде је ω_{ij} угаона фреквенца за нееластичну екситацију на најближи горњи ниво.

За велике брзине решење једначине (3.26) је израз (3.25) али са знаком једнакости. На малим брзинама решење је:

$$\rho_{min} \sim \left(\frac{4e^4}{m^2\omega_{ij}} \right)^{1/3} \frac{1}{v} . \quad (3.27)$$

Упоређујући (3.25) (са знаком једнакости) и (3.27) видимо да је на малим брзинама Кулонова интеракција много ефективнија.

3.7.5 Квазистатичка апроксимација

Ако је време судара између емитера и пертурбера велико у односу на време битно за процес ширења, $\Delta\omega^{-1}$, тј.:

$$\tau \gg \Delta\omega^{-1} \quad (3.28)$$

оправдано је претпоставити да се пертурбер не креће. Из услова (3.28) видимо да је ова апроксимација све више оправдана како се дуж крила линије удаљавамо од центра, и на крилима линије можемо сматрати да је Штарково ширење изазвано квазистатичким пертурберима.

Израчунавајући функцију расподеле јонског поља Холцмарк (Holtmark, 1919) је занемарио узајамну корелацију положаја јона тако да је вероватноћа конфигурације $\vec{x}_1, \vec{x}_1 + d\vec{x}_1, \dots, \vec{x}_N + d\vec{x}_N$ пропорционална елементу запремине конфигурационог простора:

$$d\vec{x}_1 d\vec{x}_2 \dots d\vec{x}_N (V)^{-N} .$$

У таквом моделу, вероватноћа да се вектор квазистатичког јонског поља \vec{E}_j нађе у интервалу $\vec{E}_j, \vec{E}_j + d\vec{E}_j$ зависи само од модула поља E_j , тако да се функција расподеле може написати:

$$P(E_j)dE_j = 4\pi E_j^2 P(E_j)dE_j = H(\beta)dE_j / E_j \\ \beta = E_j / E_0 .$$

У горњим једначинама E_0 је Холцмаркова нормална јачина поља

$$E_0 = 2\pi \left(\frac{4}{15} \right)^{2/3} |z_p e| N_p^{2/3} \approx 2.603 |z_p e| N_p^{2/3} , \quad (3.29)$$

при чему је за електроне као пертурбере $z_p = 1$. Израз за E_0 , врло мало (уместо 2.603 стајало би 2.599) се разликује од јачине поља коју ствара пертурбер на средњем растојању између јона у посматраној плазми (r_p) дефинисаним изразом: $\frac{4\pi}{3} r_p^3 N_p = 1$. Осим тога, $H(\beta)$ је Холцмаркова функција расподеле:

$$H(\beta) = \frac{2}{\pi} \beta \int_0^{\infty} \exp(-x^{3/2}) \sin(\beta x) x dx \quad (3.30)$$

$$\int_0^{\infty} H(\beta) d\beta = 1 \quad (3.31)$$

$$x = k E_0 . \quad (3.32)$$

Овде је k трансформисана променљива поља дефинисана Фуријеовом трансформацијом:

$$A(\vec{k}) = \int e^{i\vec{k} \cdot \vec{E}_j} P(E_j) dE_j . \quad (3.33)$$

Функција $H(\beta)$ има максималну вредност за $\beta = 1.607$ а њене асимптотске вредности су:

$$H(\beta) \approx \begin{cases} 1.496 \beta^{-5/2} (1 + 5.107 \beta^{3/2}), & \beta \gg 1 \\ \frac{4}{3\pi} \beta^2 (1 - 0.463 \beta^2), & \beta \ll 1 \end{cases} . \quad (3.34)$$

Холцмаркова функција расподеле постаје за мале вредности β по облику слична Гаусовој расподели, што се и може очекивати, пошто мале вредности β одговарају slabим пољима створеним великим бројем јона. Збирно поље, као и сваки збир случајних величина, тежи ка Гаусовој расподели. Са порастом β , датој вредности јонског поља доприноси све мањи број пертурбера и на крају само једна, најближа честица одређује расподелу јаких поља. На овој граници добијамо апроксимацију најближег суседа. Сада се може писати:

$$P(\vec{E}_j) d\vec{E}_j = 4\pi N_p r^2 dr \exp[-Z_p(Z-1)E^2/rkT] . \quad (3.35)$$

Односно функција расподеле вероватноће се своди на вероватноћу да се један пертурбер нађе на растојању r , $r + dr$, помножену са Болцмановим фактором.

Видимо да Холцмаркова расподела у грубим цртама описује прелаз од Гаусове расподеле slabих поља до бинерне расподеле јаких поља.

Холцмаркова расподела је најпростији модел расподеле електричног микропоља које стварају јони и електрони у плазми. Реалнији модели узимају у обзир ефекте корелације јона, као и екранирање њихових електричног поља услед интеракције са електронима.

Ако применимо квазистатичку апроксимацију, може се показати да су горњи и доњи енергетски ниво квазистатичким електричним пољем јона расцепљени на компоненте, услед линеарног Штарковог цепања

$$\frac{e}{\hbar} (z^i - z^f) E_j$$

где је e_z , z компонента диполног момента емитера. Пошто су јони у плазми распоређени на случајан начин, сваки атом „види“ своју вредност поља E_j . Када се Штаркова компонента линије усредњи по расподели јонског микропоља она постаје проширена.

Увешћемо Штаркову константу за линеарни ефекат, C_{if} .

$$C_{if} = \frac{e}{\hbar}(z^i - z^f) . \quad (3.36)$$

$$I_0 = \sum_{i,f} I_j^{if} . \quad (3.37)$$

Укупни интензитет линије се у квазистатичкој апроксимацији може представити као збир интензитета појединих компоненти насталих због цепања горњег и доњег нивоа услед линеарног Штарковог ефекта.

Профил линије је сада

$$I_j(\omega) = \frac{1}{I_0} \sum_{i,f} \frac{I_j^{if}}{C_{if} E_0} H \left(\frac{\Delta\omega}{C_{if} E_0} \right) . \quad (3.38)$$

На далеким крилима линије, када се може узети асимптотски израз за Холцмаркову функцију расподеле (израз 3.34 за $\beta \gg 1$)

$$I_j(\omega) \sim \frac{2\pi N}{\Delta\omega^{5/2}} \frac{1}{I_0} \sum_{i,f} C_{if} I_j^{if} . \quad (3.39)$$

У горњи израз можемо увести ефективну Штаркову константу за линију као целину, која је приближно дата изразом:

$$C \approx \left(\frac{3}{8} \right)^{2/3} \frac{\hbar}{m} (n_i^2 - n_f^2) . \quad (3.40)$$

Сада је:

$$I_j(\omega) \sim \frac{2\pi N C^{3/2}}{\Delta\omega^{5/2}} . \quad (3.41)$$

Помоћу горње формуле може се извршити процена јонског ширења на далеким крилима линије.

3.7.6 Услови важења квазистатичке апроксимације

Ефективност судара се може окарактерисати променом фазе $\Delta\eta$. Ако је услед судара настала промена фазе

$$\Delta\eta = 1$$

атом после таквог судара „заборавља“ почетну вредност фазе. Сударни параметар за који је $\Delta\eta = 1$ назива се Вајскопфов радијус (ρ_v). У теорији Штарковог ширења значајну улогу има и Вајскопфова фреквенца:

$$\Delta\omega_v = \frac{v}{\rho_v} . \quad (3.42)$$

Помоћу Вајскопфовог радијуса може се дефинисати ефективна запремина интеракција реда ρ_v^3 , унутар које се налази

$$N\rho_v^3 = g \quad (3.43)$$

честица. Параметар g је мера парности (бинерности) судара. Ако је

$$g \gg 1 \quad (3.44)$$

на атом истовремено дејствује велики број честица и колективни процеси су значајни. Ако је

$$g \ll 1 \quad (3.45)$$

судари су бинерни и на атом практично делује само најближи пертурбер.

Фреквенца која карактерише време између судара γ такође се може изразити помоћу Вајскопфовог радијуса

$$\gamma = Nv\sigma_v = Nv\rho_v^2 , \quad (3.46)$$

где је σ_v Вајскопфов пресек. Згодно је уочити да је:

$$g \sim \frac{\gamma}{\Delta\omega_v} . \quad (3.47)$$

Када је

$$\Delta\omega \ll \Delta\omega_v \quad (3.48)$$

еволуција запремине интеракције је повезана са Вајскопфовим пресеком σ_v који се одређује интегралом по укупном времену судара од $t = -\infty$ до $t = +\infty$, односно завршеним сударима. Ова област одговара брзим сударима и назива се сударна.

У области

$$\Delta\omega \gg \Delta\omega_v \quad (3.49)$$

облик линије не зависи од брзине пертурбера и у потпуности је повезан са расподелом статичког потенцијала интеракције. Ова област се назива квазистатичка.

На статичкој граници:

$$\Delta\omega = \frac{V(r)}{\hbar} = \frac{e^2|z^i - z^f|}{\hbar r^2} \simeq \frac{3(n_i^2 - n_f^2)e^2 a_0}{2 \cdot \hbar Z r^2} . \quad (3.50)$$

Овај израз важи у случају линеарног Штарковог ефекта код водоника и њему сличних јона. Закон конзервације енергије даје:

$$\frac{1}{2}mv^2 \sim kT + (Z-1)e^2/r_v . \quad (3.51)$$

Када је Кулонова интеракција доминантна, можемо да занемаримо први члан са десне стране горње једначине и из (3.42), (3.50) (са $r = r_v$) и (3.51) може се добити

$$\Delta\omega_v \sim \frac{64(Z-1)^2 Z^3 E_H}{27 \hbar (n_i^2 - n_f^2)^3} \quad (3.52)$$

$$E_H = \frac{e^2}{2a_0} = 13.6\text{eV} . \quad (3.53)$$

За неутрални водоник или за слабу Кулонову интеракцију, добија се

$$\Delta\omega_v \sim \frac{3ZkT}{4\hbar(n_i^2 - n_f^2)} . \quad (3.54)$$

У квазистатичкој апроксимацији се претпоставља да је временска зависност микропоља занемарљива. Поље се може сматрати статичним ако атом губи кохерентност брже него што јонско поље успева да се приметно промени. Услов:

$$n^2 a_0 / N^{-1/3} \ll 1$$

захтева да је промена јонског поља у границама размера атома мала. За водоникове линије са $n = 3, 4, 5$ горња једначина је еквивалентна услову:

$$N \gg 10^{14} \text{cm}^{-3}$$

Ефекти топлотног кретања јона, (услед чега се јављају флукуације јонског поља) ограничавају примену Холцмаркове теорије на високим температурама. На ниским температурама примену Холцмаркове теорије ограничава захтев да је средње растојање између јона много мање од Дебајевог радијуса плазме пошто ће иначе постати значајне корелације између јона. Број честица N_D у Дебајевој сфери, једнак је α^{-3} где је параметар α једнак односу средњег растојања између јона и Дебајевог радијуса

$$\alpha = 0.0898 N^{1/6} T^{-1/2} .$$

Услов примене Холцмаркове теорије је $N_D \gg 1$.

3.7.7 Сударна апроксимација

Сада ћемо размотрити сударну апроксимацију, која важи за ширење линија изазвано сударима са брзим честицама. То су обично електрони за које је практично увек (изузев далеких крила линије) параметар бинерности $g \gg 1$.

Пошто су пертурбујуће честице по претпоставци брзе, може се занемарити стварно трајање судара и сматрати да су они тренутни. Односно, нас интересују временски интервали Δt који су велики у односу на трајање судара ($\frac{r}{v}$) а мали у односу на време између судара:

$$\frac{r}{V} \ll \Delta t \ll \gamma^{-1} . \quad (3.55)$$

Пошто је средње време судара много мање од Δt , у оквиру сударне апроксимације обично се узимају у обзир само судари за које тренутак када су најближи атому, t_0 пада у интервал времена $(t, t + \Delta t)$. Остали судари се занемарују.

Задатак о тачном рачунању оператора временске еволуције, своди се у сударним теоријама на рачун простијег оператора сударног ширења ϕ :

$$\phi = \sum_j f_j (S_i S_j^* - 1) . \quad (3.56)$$

Овде је $S(+\infty, -\infty)$ матрица расејања или S матрица. Учестаност судара са пертурбером чији се сударни параметар ρ и брзина v налазе у интервалима $\rho, \rho + d\rho$, и $v, v + dv$ је:

$$df = 2\pi N f(v) \rho v d\rho dv \quad (3.57)$$

где је $f(v)$ функција расподеле по брзинама. Ми ћемо претпоставити да је то Максвелова функција расподеле

$$f(v) = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \left(\frac{m}{kT}\right)^{3/2} v^2 e^{-mv^2/2kT} \quad (3.58)$$

тако да се оператор сударног ширења може написати у облику:

$$\phi = N \int_0^\infty v f(v) dv \int_0^\infty 2\pi \rho d\rho \{S_i S_j^* - 1\} . \quad (3.59)$$

Када је ϕ дијагонална матрица у линијском простору, односно када је облик линије Лоренцов то јест важи једначина (3.22) полуширина w и померај d линије су

$$w = -\text{Re} \langle if | \phi | if \rangle \quad (3.60)$$

$$d = -\text{Im} \langle if | \phi | if \rangle . \quad (3.61)$$

Једначине (3.60) и (3.61) представљају основне резултате сударне апроксимације помоћу којих се разним теоријским приказима могу добити параметри w и d који одређују Лоренцов облик линије.

3.7.8 Услови важења сударне апроксимације

Сударна апроксимација представља у основи високотемпературну границу и границу малих густина опште теорије, док је квазистатичка апроксимација граница високих густина и ниских температура. Пертурбери се могу сматрати статистички независним квазичестицама и трајање судара је довољно кратко да детаљи његовог временског развоја немају значаја за ширење линије. Када су пертурбери електрони, сударна апроксимација је, у готово свим случајевима од практичног значаја, оправдана у централним деловима спектралне линије.

У централним деловима линије, обично је за применљивост сударне апроксимације довољно испитати захтев да је:

$$\Delta\omega = \frac{V(r)}{\hbar} \ll \tau = \frac{\rho}{V} . \quad (3.62)$$

За атоме који нису слични водонику, средња енергија интеракције у току судара, V , може се наћи помоћу израза

$$V_{if} = Ze \langle i|\vec{r}|f \rangle \frac{e\vec{x}}{x^3} \quad (3.63)$$

где су \vec{x} координате пертурбера. Користећи (3.63) и налазећи средњу квадратну вредност услова (3.62) добија се:

$$\frac{Z^2 e^4}{\hbar^2} \frac{1}{3} \left| \langle i|\vec{r}|f \rangle \right|^2 \frac{1}{\rho^2 v^2} \ll 1 . \quad (3.64)$$

Ако су пертурбери електрони ($Z = 1$) узевши у обзир (3.16) и ако уведемо Боров радијус a_0

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{me^2} \quad (3.65)$$

и јачину осцилатора у апсорпцији f_{fi} :

$$f_{fi} = \frac{1}{3} \Delta E_{if} \frac{|\langle i|\vec{r}|f \rangle|^2}{a_0^2} \quad (3.66)$$

услов (3.64) постаје:

$$\frac{l^2 \Delta E_{if}}{f_{fi}} \gg 1 \quad (3.67)$$

при чему је енергија у (3.66) и (3.67) изражена у ридберзима ($1Ry = 13.6 \text{ eV}$).

4. НЕПРЕКИДНИ СПЕКТАР ЗРАЧЕЊА

4.1 Природа апсорпције у непрекидном спектру

Ако желимо да израчунамо спектар звезде на основу модела атмосфере и упоредимо га са реалним посматрањима, морамо прецизно да одредимо коефицијент апсорпције на јединицу масе κ_ν .

Укупна апсорпција у непрекидном спектру, заједнички је резултат различитих физичких процеса које можемо поделити на две групе. Прва су **јонизациони процеси**, или такозвани **везано – слободни прелази** а друга такозвани **слободно – слободни прелази**, условљени убрзавањем честице када она пролази поред другог наелектрисања. Постоји и могућност апсорпције услед **везано – везаних прелаза**, али при њима се образују апсорпционе линије у спектру те се обично не укључују у разматрање коефицијента апсорпције за непрекидно зрачење. Ипак, када се више линија прекривају, њихов заједнички ефекат сличан је непрекидној апсорпцији. С обзиром да је водоник доминантан елемент у хемијском саставу звезда, основна апсорпција у непрекидном спектру изазвана је водоником који се јавља у различитим стањима.

Осим коефицијента апсорпције κ_ν који се рачуна за јединицу масе, често се користи и коефицијент апсорпције који се односи на један апсорбујући атом. Он се обележава са α и понекад зове и **ефективни пресек апсорпције**, а рачуна се у квадратним сантиметрима. Коефицијент κ_ν мери се у cm^2/gr . Ми ћемо полазити од вредности α израчунате за један атом водоника, коју ћемо онда множити бројем апсорбујућих агенаса који долазе на један атом водоника.

Процеси апсорпције које ћемо размотрити не укључују у себе индуковано зрачење. Наиме, ако енергија поља зрачења одговара разлици енергије између два нивоа, долази до индуковане емисије зрачења, пошто ће (као код ласера) услед апсорпције тога зрачења горњи ниво прелаза постати више насељен него што би био иначе. Услед индукованог зрачења реална апсорпција је увек умањена за фактор

$$\left[1 - e^{-h\nu/kT} \right] . \quad (4.1)$$

Овај фактор треба просто дописати као множитељ уз добијене коефицијенте апсорпције.

4.2 Неутрални водоник

У случају непрекидне апсорпције неутралним водоником, важни су како везано – слободни (јонизација), тако и слободно – слободни прелази. До

јонизације може доћи са било ког енергетског нивоа у континуум. У случају водоника граница јонизације за поједине енергетске нивое, односно разлика између потенцијала јонизације и енергије посматраног нивоа одговара следећим таласним дужинама:

Табела 4.1

n	λ (Å)
1	912
2	3647
3	8206
4	14588

Ако фотон чијом се апсорпцијом врши јонизација има већу енергију односно краћу таласну дужину од јонизационе границе, електрон настао јонизацијом имаће кинетичку енергију

$$\frac{mv^2}{2} = h\nu - \left(\frac{hRc}{n^2} \right). \quad (4.2)$$

Овде је h Планкова константа, R Ридбергова константа (за водоник $R = 109680 \text{ cm}^{-1}$ или 13.6 eV) а hRc/n^2 је потенцијална енергија посматраног нивоа у односу на континуум.

За атомски коефицијент апсорпције, Крамерс и Гаунт су нашли

$$\alpha_n = \frac{32}{3\sqrt{3}} \frac{\pi^2 e^6}{h^3} \frac{R}{n^5 \nu^3} g'_n = \frac{32}{3\sqrt{3}} \frac{\pi^2 e^6}{h^3 c^3} R \frac{\lambda^3}{n^5} g'_n = \alpha_0 \frac{\lambda^3 g'_n}{n^5}. \quad (4.3)$$

Овде је g'_n тзв. Гаунт фактор, који представља квантно механичку поправку на првобитну једначину Крамерса.

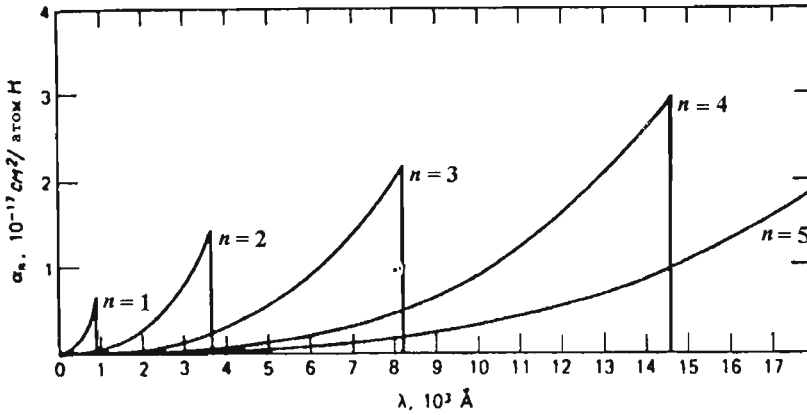
Из једначине (4.2) следи да је на самој граници јонизације, када јонизовани електрон има нулту кинетичку енергију

$$\nu = \frac{Rc}{n^2}. \quad (4.4)$$

Ако једначину (4.4) ставимо у (4.3) видећемо да је у том случају α_n пропорционално n . На сл. 4.1 видимо како се ефективни пресек за апсорпцију са појединог нивоа мења са таласном дужином. Видимо да је зрачење са таласном дужином која одговара граници јонизације, са датог нивоа, када јонизациони процес са тог нивоа постаје могућ, најефикасније. Са порастом енергије, то јест опадањем таласне дужине α_n опада.

Сваки од континуума на сл. 4.1 носи име према имену одговарајуће спектралне серије која у линијском спектру почиње са посматраног нивоа. Тако се везано – везани прелази (линијски спектар) са нивоа $n = 1$ зову Лајманова серија а одговарајући везано – слободни прелази (континуум), Лајманов континуум који почиње Лајмановим скоком на 912 Å и има Лајманов нагиб ка краћим таласним дужинама. За астрономску спектроскопију посебно су значајни Балмеров скок на 3647 Å (прелази са $n = 2$) и Пашенов нагиб

(прелази са $n = 3$) пошто спадају у видљиву област спектра. Обично се Балмеровски скок представља као однос Балмеровог и Пашеновог континуума.



Слика 4.1 Коефицијент апсорпције услед везано - слободних прелаза јонизације за атоме неутралног водоника.

Да би добили коефицијент апсорпције κ , треба сабрати за све нивое производе α_n и броја апсорбујућих атома који имају електрон на посматраном нивоу n . Однос броја атома побуђених на ниво n и броја неутралних водоникових атома N_n/N дат је изразом

$$\frac{N_n}{N} = \frac{g_n}{u_0(T)} \exp(-I_n/kT), \quad (4.5)$$

где је $g_n = 2n^2$ статистичка тежина нивоа, $u_0(T) = 2$, је статистичка сума по стањима

$$u(T) = \sum_n e^{-E_n/kT} = g_0 + g_1 e^{-E_1/T} + \dots \quad (4.6)$$

$$u_0(T) = g_0,$$

која је за атом водоника у основном стању једнака 2. У изразима (4.5) и (4.6) I_n је потенцијал јонизације са датог нивоа n а E_n је енергија нивоа n . Коефицијент апсорпције за везано - слободне (bound - free) прелазе (јонизацију) по атому водоника (тј. за јединичну концентрацију) и по сантиметру квадратном добија се као збир коефицијената апсорпције за све континууме почевши од броја n_0

$$\kappa(H_{bf}) = \sum_{n_0}^{\infty} \frac{\alpha_n N_n}{N} = \alpha_0 \sum_{n_0}^{\infty} \frac{\lambda^3 g'_n}{n^3} \exp(-I/kT) = \alpha_0 \sum_{n_0}^{\infty} \frac{\lambda^3}{n^3} g'_n 10^{-\Theta I}. \quad (4.7)$$

Овде је $\Theta = \lg e/kT$ а α_0 је одређено једначином (4.3). Са сл. 4.2 се види зашто није практичније узети просто за водоник $n_0 = 1$. Наиме ако зрачење нема довољну енергију да изврши јонизацију са било ког нивоа, постоји гранични ниво који може бити јонизован а то је ниво коме приписујемо број n_0 . Допринос нивоа који се налазе испод њега је нула.

Унзолд (Unsold) је показао да се мали допринос високих термова у суми (4.7) може заменити интегралом

$$\sum_{n_0+3}^{\infty} \frac{1}{n^3} \exp(-I_n/kT) = -\frac{1}{2} \int_{n_0+3}^{\infty} \exp(-I_n/kT) d\left(\frac{1}{n^2}\right). \quad (4.8)$$

У сагласности са једначином (4.4), ако са I_0 обележимо потенцијал јонизације из основног стања

$$dI_n = -I_0 d\left(\frac{1}{n^2}\right) \quad (4.9)$$

добива се

$$\begin{aligned} \sum_{n_0+3}^{\infty} \frac{1}{n^3} \exp(-I_n/kT) &= \frac{1}{2} \int_{I_3}^{I_0} \exp(-I_n/kT) \frac{dI_n}{I_0} = \\ &= \frac{kT}{2I_0} (\exp(-I_3/kT) - \exp(-I_0/kT)), \end{aligned} \quad (4.10)$$

где је

$$I_3 = I_0 \left[1 - \frac{1}{(n_0 + 3)^2} \right]. \quad (4.11)$$

Ако у једначини (4.7) занемаримо зависност g'_n од n под интегралом, пошто је његова вредност мала у поређењу са прва три члана, добићемо

$$\kappa(H_{bf}) = \alpha_0 \lambda^3 \left[\sum_{n_0}^{n_0+2} \left(\frac{g'_n}{n^3} 10^{-\Theta I_0} \right) + \frac{\lg e}{2\Theta I_0} (10^{-I_3\Theta} - 10^{-I_0\Theta}) \right] \quad (4.12)$$

где је $\lg e = 0.43429$.

Осим апсорпције услед везано – слободних прелаза имамо и апсорпцију услед слободно – слободних (free – free) али је она много мања. Наиме, када се слободни електрон судари са атомом водоника, мења се његова путања и том приликом атом може да апсорбује фотон чија енергија иде на увећање орбиталне енергије електрона. Интензитет апсорпције зависи од брзине слободног електрона, и утолико је већа што је брзина мања, пошто је при спором судару већа вероватноћа блиског пролаза електрона. Крамерс је нашао да се атомски коефицијент апсорпције услед слободно – слободних прелаза, за део електрона који имају брзине у интервалу од v до $v + dv$ може представити изразом

$$d\alpha_f = \frac{2}{3\sqrt{3}} \frac{h^2 e^2 R}{\pi m^3} \frac{1}{\nu^3 v} dv . \quad (4.13)$$

Укупни пресек апсорпције за слободно – слободне прелазе израчунат за један електрон добија се када израз (4.13) интегралимо по брзинама. Ако као расподелу електрона по брзинама узмемо Максвел-Болцманову расподелу добићемо

$$\begin{aligned} \alpha_f &= \frac{2}{3\sqrt{3}} \frac{h^2 e^2 R}{\pi m^3} \frac{1}{\nu^3} \int_0^\infty \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \left(\frac{m}{kT}\right)^{3/2} v e^{-mv^2/2kT} dv = \\ &= \frac{2}{3\sqrt{3}} \frac{h^2 e^2 R}{\pi m^3} \frac{1}{\nu^3} \left(\frac{2m}{\pi kT}\right)^{1/2} . \end{aligned} \quad (4.14)$$

На основу квантно – механичког прилаза Гаунт је добио горњи израз али са допунским корекционим множителем g_f који се назива Гаунт фактор за слободно – слободне прелазе.

Мензел и Лекерис су добили следеће приближне изразе за Гаунт факторе:

$$g'_n = 1 - 0.3456(\lambda R)^{-1/3} \left(\frac{\lambda R}{n^2} - \frac{1}{2}\right) , \quad (4.15)$$

$$g_f = 1 + 0.3456(\lambda R)^{-1/3} \left(\frac{\lambda kT}{hc} + \frac{1}{2}\right) = 1 + 0.3456(\lambda R)^{-1/3} \left(\frac{\lg e}{\Theta\chi} + \frac{1}{2}\right) . \quad (4.16)$$

Енергија фотона $\chi_\lambda = h\nu = 1.2398 \cdot 10^3/\lambda$, за λ изражено у нанометрима.

Фактори Гаунта потребни за примену израза (4.7) и (4.14) табелирани су у раду Карзаса и Латера (Karzas и Latter, 1961).

Коефицијент апсорпције изражен у квадратним сантиметрима за један атом водоника, пропорционалан је концентрацији електрона N_e и протона N_i па је

$$\kappa(H_{ff}) = \frac{\alpha_f g_f N_i N_e}{N_0} , \quad (4.17)$$

где је са N_0 означена концентрација неутралних атома водоника.

С обзиром да је

$$\frac{N_e N_i}{N_n} = \frac{(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3} \frac{g_n}{2} e^{-I_n/kT} \quad (4.18)$$

и да је g_n за ниво $n = 1$ код водоника једнако два, једначину (4.17) можемо написати

$$\begin{aligned} \kappa(H_{ff}) &= \alpha_f g_f \frac{(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3} \exp(-I_0/kt) , \\ \kappa(H_{ff}) &= \alpha_0 \lambda^3 g_f \frac{\lg e}{2\Theta I_0} 10^{-\Theta I_0} . \end{aligned} \quad (4.19)$$

константа α_0 је одређена једначином (4.3).

Неутрални водоник је основни узрок апсорпције код звезда спектралне класе В, А и F. Код тих звезда имамо велике скокове у расподели енергије, у близини граница апсорпције датих у табели 4.1 ($\lambda = 3647 \text{ \AA}$ и $\lambda = 8206 \text{ \AA}$ у видљивом делу спектра). Код хладних звезда опада апсорпција проузрокована водоником а расте апсорпција проузрокована негативним водониковим јоном.

4.3 Негативни јон водоника

С обзиром да је комбинација протон-електрон која чини атом водоника јако поларизована, атом водоника може да захвати додатни електрон и формира негативни јон. Да би овај додатни електрон из свог основног стања прешао у континуум, потребна је енергија од 0.754 eV. Сви фотони са таласном дужином $\lambda < 1645 \text{ nm}$ имају довољну енергију да јонизују негативни јон водоника H^- , чиме опет настаје неутрални атом водоника и слободни електрон. Извор допунских електрона неопходних за стварање јона H^- је јонизација метала. У астрофизици металима се називају сви елементи осим водоника и хелијума.

Код Сунца негативни јон водоника је основни узрок апсорпције. Као што смо видели код топлијих звезда то је неутрални водоник пошто се H^- јонизује. Код хладнијих звезда H^- је основни узрок апсорпције али са даљим смањењем температуре његова улога опада услед недостатка слободних електрона.

Јонизација јона H^- описује се једначином

$$\lg \frac{N(\text{H})}{N(\text{H}^-)} = -\lg P_e - \frac{5040}{T} I_0 + 2.5 \lg T + 0.1248 \quad (4.20)$$

а одговарајући коефицијент апсорпције је

$$\kappa(\text{H}_{bf}^-) = 4.158 \cdot 10^{-10} \alpha_{bf} P_e \Theta^{5/2} 10^{0.754\Theta} . \quad (4.21)$$

Овде се κ изражава у квадратним сантиметрима по атому неутралног водоника.

Следећи полином апроксимира посматрачке податке са грешком $\pm 1\%$ у интервалу Θ од 0.5 до 2.0 и интервалу λ од 303 nm до 9113 nm.

$$\kappa(\text{H}_{ff}^-) = P_e 10^{f_0 + f_1 \lg \Theta + f_2 \lg^2 \Theta} ,$$

где је

$$\begin{aligned} f_0 &= -31.63602 + 0.48735 \lg \lambda + 0.296586 \lg^2 \lambda - 0.0193562 \lg^3 \lambda , \\ f_1 &= 15.3126 - 9.33651 \lg \lambda + 2.000242 \lg^2 \lambda - 0.1422568 \lg^3 \lambda , \\ f_2 &= -2.6117 + 3.22259 \lg \lambda - 1.082785 \lg^2 \lambda + 0.1072635 \lg^3 \lambda . \end{aligned} \quad (4.22)$$

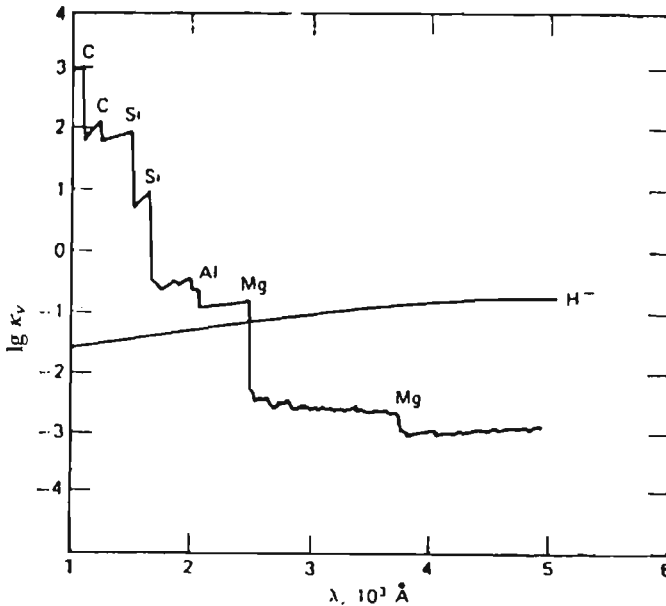
У овим формулама узет је у обзир утицај индукованог зрачења.

4.4 Остали механизми непрекидне апсорпције

У атмосферама хладних звезда, класа каснијих од М5, број молекула је већи од броја неутралних водоникових атома. Мада се апсорпција на молекулима не дешава у видљивој области спектра, долази до апсорпције проузроковане различитим молекуларним јонима. Тако у UV области јако апсорбује јон H_2^+ а у инфрацрвеној јон H_2^- .

Код хладних звезда може да има значај и негативни јон хелијума, нарочито у дуготаласној области спектра.

У ултраљубичастој области спектра, важну улогу имају метали. Тако угљеник, силицијум, магнезијум и гвожђе приликом фотојонизације изазивају апсорпцију. На сл. 4.2 дат је пример зависности укупног коефицијента апсорпције метала од таласне дужине.



Слика 4.2 Пример укупног коефицијента апсорпције за метале у видљивој области спектра из рада Тревиса и Мацушима (Travis и Matsushima, 1968).

4.5 Расејање електрона

Без обзира на таласну дужину, електромагнетно зрачење се подједнако ефективно расејава на електронима а одговарајући коефицијент апсорпције за један електрон је

$$\alpha_e = 0.6655 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2/\text{електрон} . \quad (4.23)$$

Ако претпоставимо да се услед сферне симетрије звезде и многострукости расејања у атмосфери, анизотропија присутна код процеса расејања (фазна функција има облик $1 + \cos^2 \Theta$) у потпуности усредњава

$$\kappa(e) = \frac{\alpha_e N_e}{N_H} = \frac{\alpha_e P_e}{P_H} \quad (4.24)$$

где је P_H парцијални притисак водоника, P_e притисак електрона а коефицијент апсорпције се изражава у квадратним сантиметрима за један протон.

Улога расејања електрона постаје важна при ниском притиску. Код звезда главног низа овај механизам даје много мањи допринос од других механизма апсорпције, али у атмосферама суперцинова његова улога расте.

4.6 Укупни коефицијент апсорпције

Да бисмо добили укупни коефицијент апсорпције, треба сабрати коефицијенте који одговарају различитим механизмима и неке од њих помножити коефицијентом индукованог зрачења. Укупни коефицијент апсорпције можемо написати у облику

$$\begin{aligned} \kappa = & \{ [\kappa(\text{H}_{bf}) + \kappa(\text{H}_{ff}) + \kappa(\text{H}_{bf}^-)] (1 - e^{-h\nu/kT}) + \kappa(\text{H}_{ff}^-) + \dots \} \times \\ & \times (1 + \frac{N_p}{N_H})^{-1} + \kappa(\text{метали}) + \kappa(\text{He}_{ff}^-) + \kappa(e) + \dots \end{aligned} \quad (4.25)$$

где је N_p концентрација протона односно јонизованог водоника а N_H концентрација неутралног водоника.

Множењем са фактором $[1 + \frac{N_p}{N_H}]^{-1}$ коефицијента апсорпције израчунаога по једном атому водоника прелазимо на коефицијент апсорпције по протону (тј. јону водоника) чиме узимамо у обзир и јонизацију водоника на високим температурама.

Коефицијент апсорпције у једначини (4.25) рачуна се у квадратним сантиметрима по протону. Ако желимо да га изразимо по граму обележимо са A_j заступљеност елемента j .

$$A_j = \frac{N_j}{N_H} \quad (4.26)$$

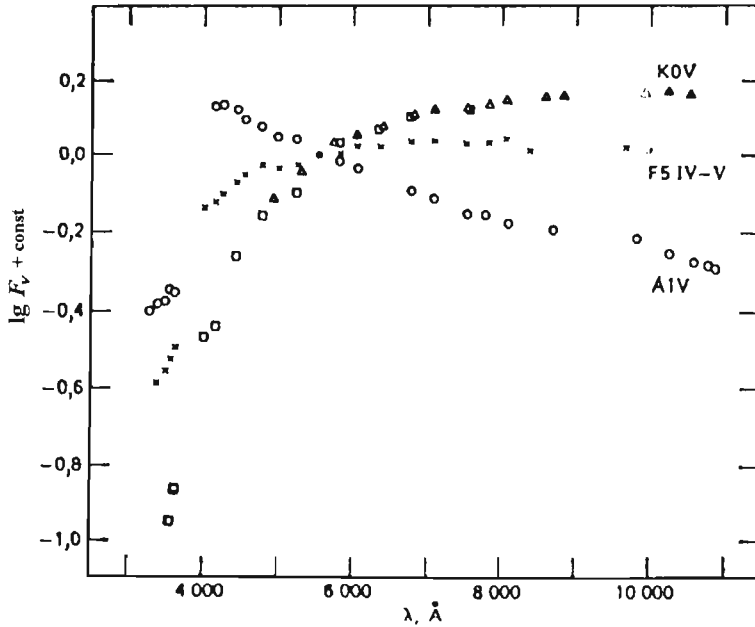
где је N_j број честица (атома и јона) датог елемента. Нека је μ_j атомска тежина елемента j помножена са масом протона. Сада можемо дељењем са бројем грама звездане материје која долази на један протон ($\sum A_j \mu_j$), добити коефицијент апсорпције по граму

$$\kappa_\nu = \kappa / \sum_j A_j \mu_j . \quad (4.27)$$

Типичне вредности $\sum_j A_j \mu_j$ су око $2 \cdot 10^{-24}$ g по протону.

4.7 Непрекидни спектри звезда

Континуум односно непрекидни спектар или расподела енергије у спектру звезде изразито зависи од температуре. На сл. 4.3 приказани су резултати мерења континуума у спектрима звезда различитих спектралних класа.



Слика 4.3 Резултати мерења непрекидних спектра звезда класа A1, F5 и K0. Нерегуларности Пашеновог континуума изазване су линијама апсорпције.

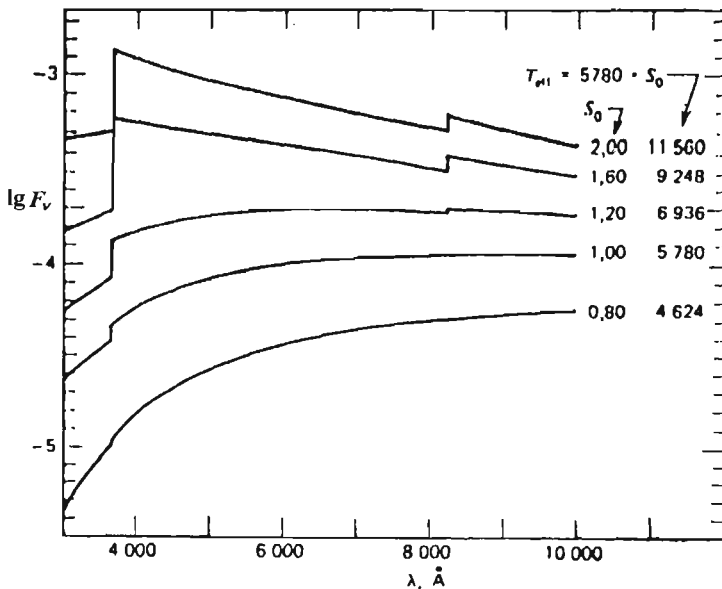
Видимо да је код топлих звезда чије су класе раније од A0 Пашенов континуум мање осетљив на температуру звезде и да се велики део флуksа зрачи у Балмеровом континууму тако да су неопходна и мерења у ултраљубичастој области.

Код хладних звезда, максимум флуksа се помера на супротну област спектра тако да су потребна и мерења у инфрацрвеној области.

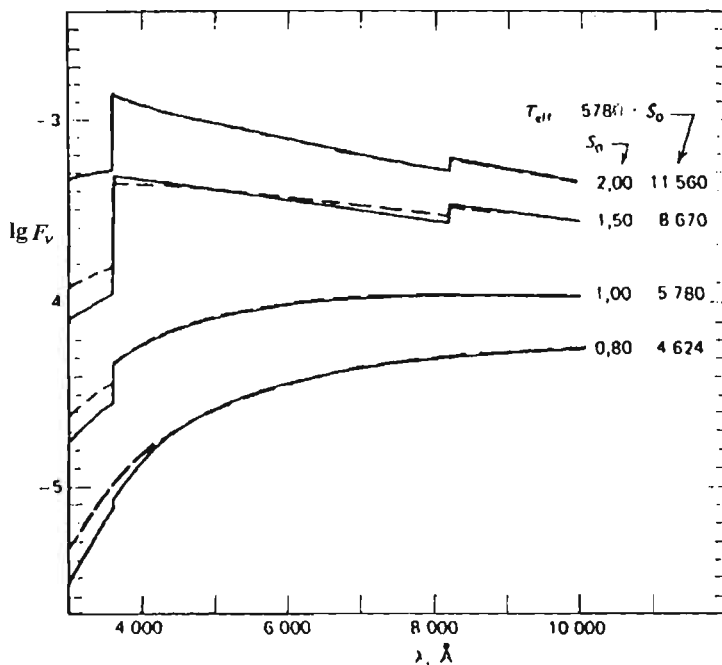
На сл. 4.4 и сл. 4.5 показани су резултати израчунавања непрекидних спектра по моделима фотосфера.

На сл. 4.4 се види како расте апсолутни флуks и мења се нагиб континуума како прелазимо на моделе фотосфере са вишим температурама.

На сл. 4.6 приказано је понашање Пашеновог континуума и Балмеровог скока. Видимо да оба изразито зависе од температуре. Треба запазити да област пораста и опадања Балмеровог скока, приказана на сл. 4.6 одређује област температура у којима неутрални водоник има доминантну улогу у непрекидној апсорпцији. При нижим температурама расте утицај негативног јона водоника. Са снижавањем температуре повећава се однос апсорпције у Балмеровом и Пашеновом континууму, тј. Балмеровски скок,

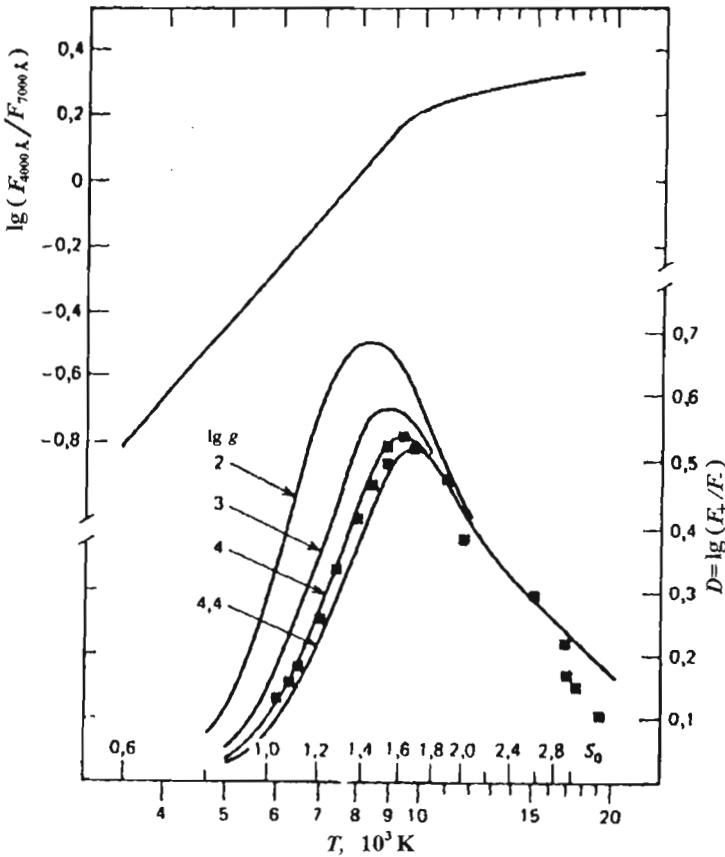


Слика 4.4 Теоријски непрекидни спектар у апсолутним јединицама флукса као функција таласне дужине и температуре. Прорачун је извршен за убрзање силе теже на површини од 270 m/s^2 .



Слика 4.5 Зависност теоријских спектра од убрзања силе теже на површини звезде. Непрекидна линија $g = 1000 \text{ m/s}^2$, испрекидана линија 270 m/s^2 .

али овај пораст слабо утиче на облик спектра услед пораста утицаја негативног јона водоника. На вишим температурама Балмеров скок се смањује, пошто опада однос апсорпције у Балмеровом и Пашеновом континууму и пошто се са повећањем степена јонизације водоника апсорпција неутралним водоником смањује.



Слика 4.6 Горе – у спектрима хладнијих звезда нагиб Пашеновог континуума мења се линеарно са порастом температуре. Доле – Балмеров скок као функција температуре за неке вредности убрзања силе теже на површини. Мањем убрзању силе теже одговара већи Балмеров скок. Квадратима су означена мерења из рада Барбијеа (Barbier, 1958, стр. 322). На слици убрзање силе теже је изражено у cm/s^2 .

5. КВАНТИТАТИВНА ХЕМИЈСКА АНАЛИЗА ЗВЕЗДАНИХ АТМОСФЕРА

5.1 Метод диференцијалне анализе садржаја хемијских елемената

Како се развијало сазнање о настанку елемената у унутрашњости звезда, постајало је јасно да се звезде разликују по хемијском саставу. Наиме атоми избачени са једне звезде, рецимо експлозијом супернове, могу изменити састав међузвездане средине па звезде „другог покољења“, имају другачији хемијски састав.

За одређивање садржаја хемијских елемената примењују се различити методи. Овде ћемо размотрити два метода која имају најширу примену а то су **метод диференцијалне анализе** и **метод анализе спектра**.

Први истраживачи хемијског састава звезда имали су веома сложен задатак, с обзиром на недостатак основних физичких података као што су јачине осцилатора, коефицијенти апсорпције и параметри ширења спектралних линија. Неке од оваквих тешкоћа могу се избећи ако хемијски састав једне звезде одређујемо у односу на другу.

Ако су линијски и непрекидни спектар две звезде идентични, свакако њихове атмосфере имају исти хемијски састав и у њима владају исти физички услови. У пракси то доводи до формулисања следеће аксиоме:

Ако су две звезде идентичне фотометријски и спектрофотометријски, онда је однос количине елемената према количини водоника у атмосферама тих звезда исти у границама грешке посматрања.

Код већине диференцијалних метода, резултати се представљају у облику:

$$[A/H] \equiv \lg(A/H)^* - \lg(A/H) . \quad (5.1)$$

Овде се $(A/H)^*$ односи на звезду коју испитујемо а (A/H) на звезду са којом је упоређујемо. Предности диференцијалног метода су што се висока тачност може постићи када је $[A/H]$ мала величина. Однос $[A/H]=0$ може се утврдити са великом тачношћу када се разматрају две звезде са спектрима који изгледају исто. Осим тога ако знамо хемијски састав звезде поређења, да бисмо утврдили хемијски састав испитиване звезде за коју је $[A/H]=0$ не треба нам ништа више осим горе неведене аксиоме. Ако је $[A/H]$ мала величина и детаљи спектра готово исти, коришћењем одговарајућег модела атмосфере можемо добити хемијски састав испитиване звезде.

Веома је тешко дати нумерички услов када је $[A/H]$ довољно мало. Греј сматра да $[A/H] \geq 0.3$ не можемо сматрати малим и да већина предности диференцијалног метода нестаје ако се звезде које упоређујемо разликују за више од једне половине спектралне класе или за више од једне звездане величине по сјају.

5.2 Звездане јачине линија или звездане јачине осцилатора

Уведимо појам **инвертујућег слоја** Сунца или звезда. Годинама се сматрало да је врела површина Сунца окружена „инвертујућим слојем“, у коме се формирају тамне Фраунхоферове линије. Данас пак, можемо да кажемо да је често погодно да се звездана атмосфера представи као да се састоји из доњег слоја у коме се формира непрекидни спектар и горњег инвертујућег слоја.

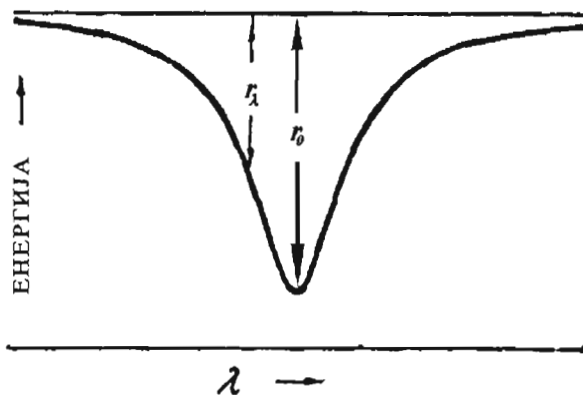
Често се узима апроксимација према којој се апсорпција у линији дешава само у инвертујућем слоју, који је толико танак да у њему можемо да занемаримо апсорпцију у континууму. Претпоставља се да су физички услови у таквом слоју константни.

Еквивалентну ширину линије W_ν или W_λ (види 1.32 и 1.33) можемо да изразимо преко дубине линије (види сл. 5.1)

$$r_\lambda = \frac{I(0) - I_\lambda(0)}{I(0)}. \quad (5.2)$$

С обзиром да из израза 5.2 следи да се дубина линије даје у деловима интензитета у континууму, биће $0 \leq r_\lambda \leq 1$. Ако узмемо у обзир израз 1.32 добићемо

$$W_\lambda = \int r_\lambda d\lambda. \quad (5.3)$$



Слика 5.1 Дубина линије $r_\lambda = \frac{I(0) - I_\lambda(0)}{I(0)}$.

Максималну дубину линије означимо са r_0 а висину инвертујућег слоја са H . Оптичка дубина инвертујућег слоја на таласној дужини λ дата је изразом

$$\tau = kH \quad (5.4)$$

где је k коефицијент апсорпције.

Ако претпоставимо да је у инвертујућем слоју температура константна и занемаримо утицај непрекидне апсорпције и расејања у њему, можемо представити дубину линије у облику

$$\begin{aligned} r_{\lambda}(\mu) &= (1 - I(\nu, \tau)/I(0))[1 - \exp(-\tau/\mu)] \\ r_{\lambda}(\mu) &= r_{\lambda}^{\circ}(\mu)[1 - \exp(-\tau/\mu)] . \end{aligned} \quad (5.5)$$

Овде се $I(\nu, \tau)$ даје Планковим законом зрачења ($I(\nu, \tau) \equiv B$), $\mu = \cos \theta$ а $I(0)$ је интензитет зрачења које из фотосфере улази у инвертујући слој.

Када се изабере звезда са којом упоређујемо испитивану звезду, треба добити спектре високе дисперзије и обрадити их. Размотримо како се од мерене еквивалентне ширине линије звезде поређења прелази на звездану јачину линије. Ако узмемо у обзир да је $W_{\lambda} = \frac{\lambda^2}{c} W_{\nu}$ и да је за слабу линију $\tau \ll 1$, ширина слабе линије добија се из израза (1.32 и 1.33)

$$W'_{\lambda} = (\pi e^2 / mc^2) \lambda^2 N_f f_{fi} l , \quad (5.6)$$

при чему се у овом моделу l може представити као $l = r_0 H$. Ово је последица апроксимације којом смо занемарили апсорпцију у континууму па нас интересује само онај део пута H од највеће дубине линије r_0 па до горње границе инвертујућег слоја ($0 \leq r_0 \leq 1$).

Овде прим означава слабу линију. Често прим код еквивалентне линије означава да је W'_{λ} еквивалентна ширина линије коригована на сатурацију помоћу криве раста.

Ако у изразу 5.6 ставимо $l = r_0 H$, зависност од $\mu = \cos \Theta$ (за центар звезданог диска $\mu = 1$) је изостављена. Можемо да сматрамо да H садржи константни множитељ који даје корекцију за „усредњавање“ μ по целом звезданом диску.

Када се упоређују две звезде које идеално одговарају за примену метода диференцијалне анализе, не треба узимати у обзир промене H са таласном дужином, пошто су оне исте код обе звезде. Ако су звезде такве да је потребно узети у обзир промене H са таласном дужином, тада уместо H у израз (5.6) можемо ставити $H(\lambda)$ где је:

$$H(\lambda) = \tau_{\lambda}^{\circ} / k_{\lambda}^{\circ} . \quad (5.7)$$

Овде је τ_{λ}° оптичка дубина инвертујућег слоја а k_{λ}° непрозрачност у непрекидном спектру на таласној дужини λ . Ако узмемо у обзир да је $\tau_{\lambda}^{\circ} \approx 1$ за све таласне дужине, смена (5.7) у (5.6) даје

$$W'_{\lambda} / \lambda = N_f f_{fi} \lambda C / \kappa_{\lambda}^{\circ} \quad (5.8)$$

где се све константе налазе у C множитељу реда јединице:

$$C = \frac{\pi e^2 r_0}{mc^2} . \quad (5.9)$$

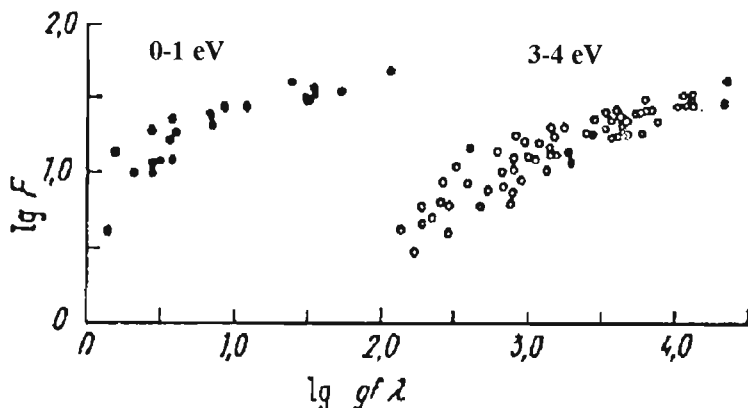
Размотримо линије које настају при датом степену јонизације, на пример линије Fe I. У изразу (5.8) N_f се одређује Болцмановом расподелом (4.5) у којој уместо $U_0(T)$ за атомску суму по стањима узимамо U (види израз 4.6). Ако израз (5.8), пошто ставимо израз за N_n логаритмујемо, добићемо:

$$\lg(W'_\lambda/\lambda) = \lg(g_f f_{ji} \lambda) - (E_f/kT) + \lg(CN/U \kappa_\lambda^c) \quad (5.10)$$

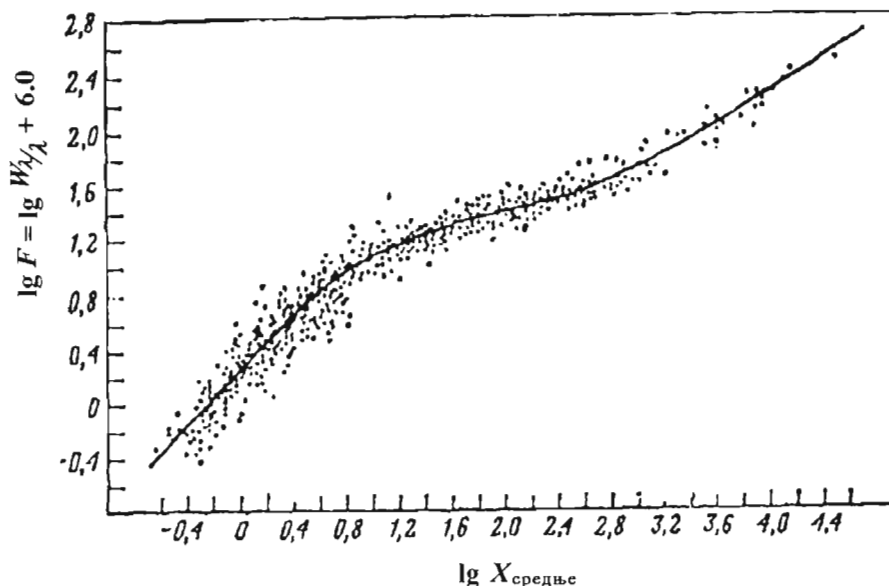
где је N концентрација атома Fe I а E_n енергија ексцитације нивоа f .

Ако не разматрамо велике спектралне области, израз $\lg(CN/U \kappa_\lambda^c)$ је за Fe I константан у датој атмосфери. Размотримо криву која показује понашање $\lg(W_\lambda/\lambda)$ у функцији аргумента $\lg(g_f f_{ji} \lambda)$ у областима где се вредности E_f мало мењају. У границама сваке такве области слабе линије долазе на праву са нагибом 45° а јаче линије долазе на своје сопствене криве раста. Код већине линија неутралног гвожђа, криве раста су толико међусобно сличне да оне понављају средњу криву раста за Fe I. Ове криве су померене једна у односу на другу по абсциси за $(\overline{E_2} - \overline{E_1})/kT$ где су $\overline{E_1}$ и $\overline{E_2}$ средње енергије ексцитације за две групе тачака на графику. Средњу вредност енергије ексцитације за посматрану групу тачака можемо наћи по релативном помаку појединих кривих на графику $\lg F$ у функцији $\lg(g_f f_{ji} \lambda) - \frac{E_f}{kT}$. Понекад је zgodно користити еквивалентне ширине F у „фраунхоферовским јединицама“ у којима је $\lg F \equiv \lg(W_\lambda/\lambda) + G$. На сл. 5.2, приказан је као пример график понашања $\lg F$ у функцији $\lg(gf\lambda)$ (λ је дато у Å) за Fe I у случају звезде Прокион.

Видимо да су тачке доста разбацане што је највећим делом последица грешака код одређивања јачине осцилатора у лабораторији.



Слика 5.2 Понашање функције $\lg F = \lg(W_\lambda/\lambda) + G$ са променом аргумента $\lg g_f f_{ji} \lambda$ за две групе линија са различитим енергијама ексцитације у спектру Прокиона.



Слика 5.3 Емпиријска крива раста за Сунце. Свака тачка представља једну линију. Крива представља средњу криву раста за Сунце, добијену на основу тачака на слици.

Често је корисно средњу криву раста представити у таквом облику да су код слабих линија (нагиб 45°) абсцисе и ординате криве, једнаке, што постижемо одговарајућим помаком криве. Ако нову абсцису означимо са X биће:

$$\lg X = [\lg (W_\lambda/\lambda)]_{\text{слабе}} \equiv \lg (W'_\lambda/\lambda) \quad (5.11)$$

За сваку измерену линију звезде упоређења, можемо наћи одговарајуће $\lg X$ са средње криве раста. Из израза (5.10) и (5.11) се види да је X пропорционално јачини осцилатора f , па се величине X , добијене са средње криве раста, често називају звездане јачине осцилатора. Свака од оваквих величина X садржи Болцмановски множитељ и претпоставља се да све линије падају на исту криву раста.

На Сл. 5.3 показана је средња крива раста за Сунце, добијена на основу низа различитих елемената. Мада је растурање тачака доста велико, пошто различите линију дају различите криве раста, ипак се види да је средња крива потпуно јасно дефинисана.

За звезде упоређивања, средња крива раста се обично добија на основу линија Fe I, Fe II, Ti I, Ti II и сл. За звезде каснијих класа линије Fe I су често довољне.

5.3 Средња крива раста за испитивану звезду

Звездане силе осцилатора звезде упоређења, могу се искористити за добијање средње криве раста посматране звезде. За разлику од случаја када користимо лабораторијске јачине осцилатора, сада је апсциса $\lg X - \Delta E/k\Delta T$, тј. треба узети у обзир разлику температура ексцитације између посматране звезде и звезде упоређења ΔT , пошто $\lg X$ већ по дефиницији садржи температуру ексцитације за звезду упоређења.

На Сл. 5.4 представљена је средња крива раста за испитивану звезду HR 774 са повишеном заступљеношћу јонизованог баријума. Обично је на кривама раста добијеним уз помоћ звезданих јачина осцилатора, растурање тачака мање него при коришћењу лабораторијских јачина осцилатора зато што сам метод компензује део узрока који доводе до оваквог одступања.

На основу средње криве раста можемо да добијемо информацију о три величине, о разликама температура ексцитације, о Доплеровој ширини $\Delta\lambda_D$ и о параметру пригушења $2\alpha = \gamma_\lambda/\Delta\lambda_D$. Ови параметри се добијају упоређивањем средње криве раста испитиване звезде са теоријском кривом. Најзгодније је нанети теоријске криве раста на график, у истој размери са кривом раста испитиване звезде и упоредити их.

На основу $\Delta\lambda_D$ можемо добити брзину микротурбуленције ξ_t

$$\xi_t = \left[\left(\frac{c\Delta\lambda_D}{\lambda} \right)^2 - \frac{2RT}{\mu} \right]^{1/2}, \quad (5.12)$$

где је R гасна константа ($R = 8.31434 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$). Пошто је први члан у изразу (5.12) обично доминантан, није неопходно да познајемо тачну вредност температуре T . Из вредности $\Delta\lambda_D$ можемо да одредимо „средњу“ константу пригушења (атенуације)

$$\gamma_\lambda = 2\alpha\Delta\lambda_D, \quad (5.13)$$

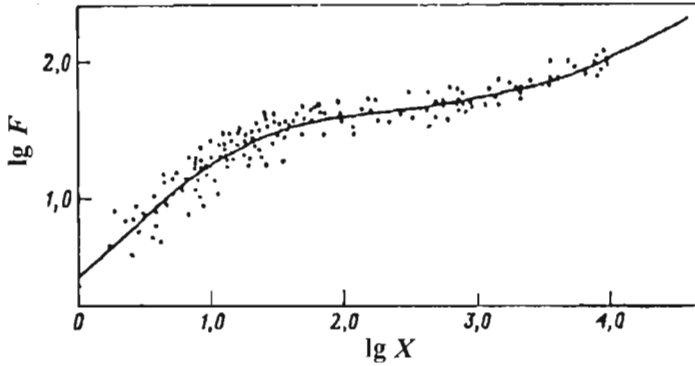
при чему је у (5.13) γ_λ изражено у сантиметрима. Прелаз на γ_ω изражену у јединицама угаоне фреквенце ($2\pi \text{ Hz}$) врши се помоћу релације

$$\gamma_\omega = \gamma_\lambda \left(\frac{2\pi c}{\lambda^2} \right). \quad (5.14)$$

Код многих звезда, упоређивање средњих компоненти пригушења дозвољава да се процени средњи притисак гаса – P_g . Из теорије ширења сударима са неутралним атомима (Ван дер Валсово) може се добити веза

$$\lg \gamma = \lg P_g - 0.3 \lg T + \text{const}. \quad (5.15)$$

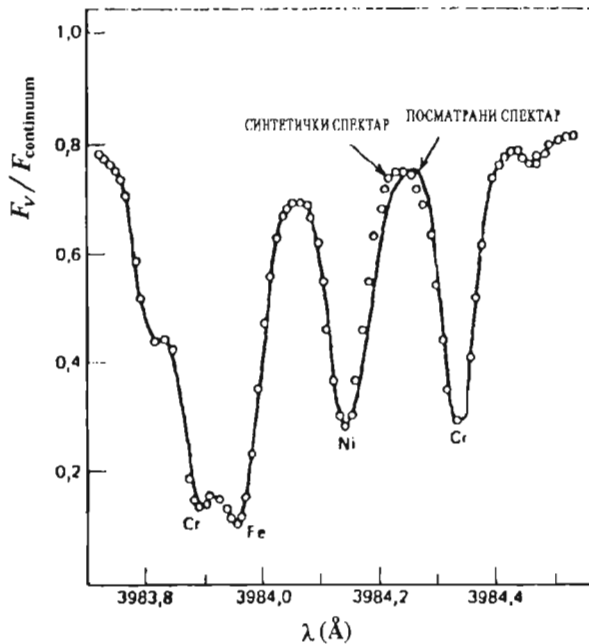
Неке од систематских грешака код еквивалентних ширина, нестаће приликом примене једначине (5.15) ако се за снимање спектра звезде упоређивања и испитиване звезде користи исти спектрограф и иста метода обраде.



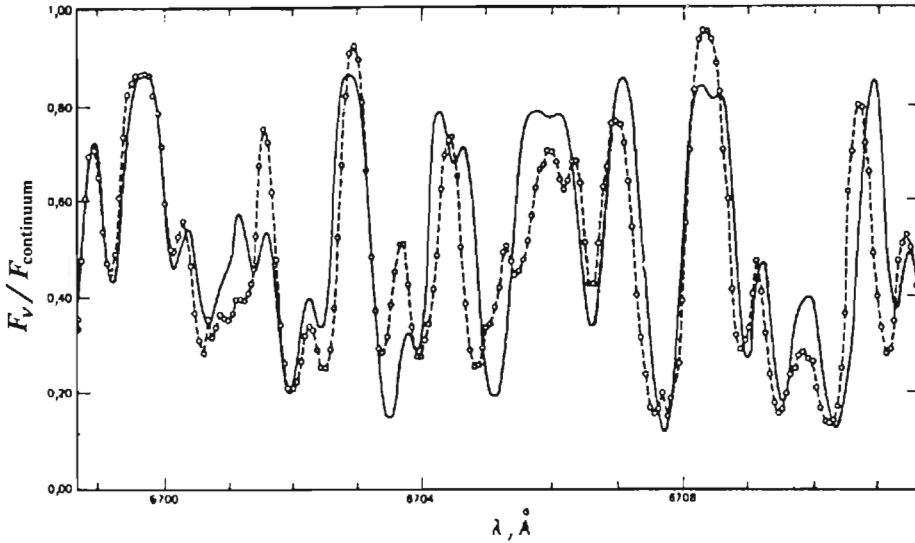
Слика 5.4 Крива раста за Ва II за звезду HR 774.

5.4 Метод синтезе спектра

Најпотпунија анализа хемијског састава звезданих атмосфера, примењује се обично када имамо посматрачки материјал високог квалитета и састоји се у истовременом прорачуну свих линија на неком делу спектра. Овакав метод синтезе спектра даје добре резултате ако можемо да идентификујемо све посматране линије и за њих познајемо одговарајуће јачине осцилатора.



Слика 5.5 Упоредивање нумеричког спектра Сунца са посматрачким подацима око линије 3984 Å (Ross и Aller 1968).



Слика 5.6 Упоредње посматраног спектра угљеничне звезде TX Руба (испрекидана линија) и нумеричког спектра (пуна линија).

Хемијски састав се одређује тако што варирањем параметара покушавамо да се нумерички спектар поклопи са посматраним. На сл. 5.5 показан је нумерички спектар Сунца око $\lambda = 3984 \text{ \AA}$, упоређен са посматрачким подацима. Део спектра од неколико ангстрема, за угљеничку звезду TX Руба дат је на сл. 5.6. Овај синтетички спектар одговара моделу са $T_{eff} = 3200 \text{ K}$ и $\lg g = 0$. (Модел са $\lg g \approx 0$ описују хладне суперцинове, код којих је атмосфера доста раређена). Већина линија припада молекулу CN.

5.5 Хемијски састав Сунца и звезда

Истраживању хемијског састава Сунца посвећена је у астрофизици велика пажња. Заступљеност појединих елемената на Сунцу приказана је у табели 5.1 где је упоређена са заступљеношћу хемијских елемената у метеоритима.

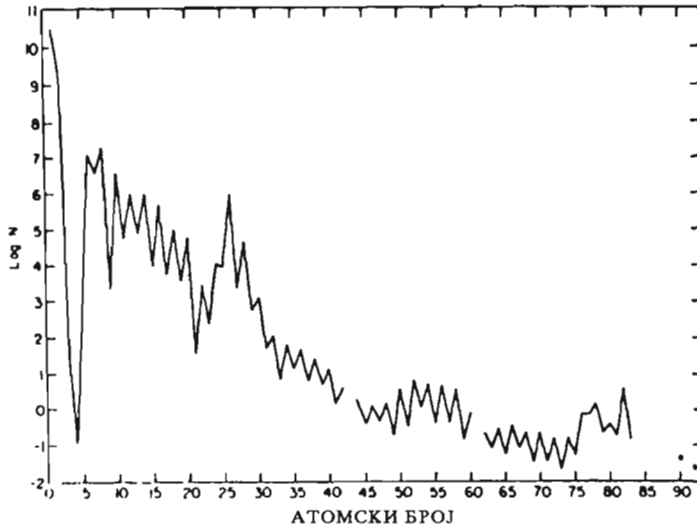
Звезде можемо према хемијском саставу пре свега поделити на I и II популацију према садржају метала. Многе звезде I популације у околини Сунца имају практично исти хемијски састав као и наша звезда. Звезде друге популације имају дефицит метала чија је заступљеност и до два реда величине мања у односу на Сунце.

Установљено је да постоји и неколико група звезда са аномалним садржајем хемијских елемената. Такве су баријумове звезде, угљеничне звезде, технецијумове звезде, хемијски нерегуларне звезде A типа (Ar звезде), Hg – Mn звезде, Si звезде и друге. Ове звезде се називају хемијски нерегуларне (Chemically Peculiar) звезде или CP звезде.

Табела 5.1 Заступљеност хемијских елемената у фотосфери Сунца и метеоритима ($\lg N$). Обилности A дате су у логаритамској скали при чему је $A_{el} = \lg N_{el}/N_H + 12.0$ (Grevesse и Noels, 1996).

El.	Photosphere	Meteorites	Ph-Met	El.	Photosphere	Meteorites	Ph-Met
01 H	12.00	-	-	42 Mo	1.92 ± 0.05	1.97 ± 0.02	-0.05
02 He	[10.99 ± 0.035]	-	-	44 Ru	1.84 ± 0.07	1.83 ± 0.04	+0.01
03 Li	1.16 ± 0.10	3.31 ± 0.04	-2.15	45 Rh	1.12 ± 0.12	1.10 ± 0.08	+0.02
04 Be	1.15 ± 0.10	1.42 ± 0.04	-0.27	46 Pd	1.69 ± 0.04	1.70 ± 0.04	-0.01
05 B	(2.6 ± 0.3)	2.79 ± 0.05	(-0.19)	47 Ag	(0.94 ± 0.25)	1.24 ± 0.04	(-0.30)
06 C	8.55 ± 0.05	-	-	48 Cd	1.77 ± 0.11	1.76 ± 0.04	+0.01
07 N	7.97 ± 0.07	-	-	49 In	(1.66 ± 0.15)	0.82 ± 0.04	(+0.84)
08 O	8.87 ± 0.07	-	-	50 Sn	2.0 ± (0.3)	2.14 ± 0.04	-0.14
09 F	[4.56 ± 0.3]	4.48 ± 0.06	+0.08	51 Sb	1.0 ± (0.3)	1.03 ± 0.04	-0.03
10 Ne	[8.08 ± 0.06]	-	-	52 Te	-	2.24 ± 0.04	-
11 Na	6.33 ± 0.03	6.32 ± 0.02	+0.01	53 I	-	1.51 ± 0.08	-
12 Mg	7.58 ± 0.05	7.58 ± 0.01	0.00	54 Xe	-	2.23 ± 0.08	-
13 Al	6.47 ± 0.07	6.49 ± 0.01	-0.02	55 Cs	-	1.13 ± 0.02	-
14 Si	7.55 ± 0.05	7.56 ± 0.01	-0.01	56 Ba	2.13 ± 0.05	2.22 ± 0.02	-0.09
15 P	5.45 ± (0.04)	5.53 ± 0.04	-0.08	57 La	1.17 ± 0.07	1.22 ± 0.02	- 0.05
16 S	7.33 ± 0.11	7.20 ± 0.04	+0.13	58 Ce	1.58 ± 0.09	1.63 ± 0.02	-0.05
17 Cl	[5.5 ± 0.3]	5.28 ± 0.06	0.22	59 Pr	0.71 ± 0.08	0.80 ± 0.04	-0.09
18 Ar	[6.52 ± 0.10]	-	-	60 Nd	1.50 ± 0.06	1.49 ± 0.02	+0.01
19 K	5.12 ± 0.13	5.13 ± 0.02	-0.01	62 Sm	1.01 ± 0.06	0.98 ± 0.02	+0.03
20 Ca	6.36 ± 0.02	6.35 ± 0.01	+0.01	63 Eu	0.51 ± 0.08	0.55 ± 0.02	-0.04
21 Sc	3.17 ± 0.10	3.10 ± 0.01	+0.07	64 Gd	1.12 ± 0.04	1.09 ± 0.02	+0.03
22 Ti	5.02 ± 0.06	4.94 ± 0.02	+0.08	65 Tb	(-0.1 ± 0.3)	0.35 ± 0.04	(-0.45)
23 V	4.00 ± 0.02	4.02 ± 0.02	-0.02	66 Dy	1.14 ± 0.08	1.17 ± 0.02	-0.03
24 Cr	5.67 ± 0.03	5.69 ± 0.01	-0.02	67 Ho	(0.26 ± 0.16)	0.51 ± 0.04	(-0.25)
25 Mn	5.39 ± 0.03	5.53 ± 0.01	-0.14	68 Er	0.93 ± 0.06	0.97 ± 0.02	-0.04
26 Fe	7.50 ± 0.04	7.50 ± 0.01	0.00	69 Tm	(0.00 ± 0.15)	0.15 ± 0.04	(-0.15)
27 Co	4.92 ± 0.04	4.91 ± 0.01	+0.01	70 Yb	1.08 ± (0.15)	0.96 ± 0.02	+0.12
28 Ni	6.25 ± 0.01	6.25 ± 0.01	0.00	71 Lu	(0.76 ± 0.30)	0.13 ± 0.02	(+0.63)
29 Cu	4.21 ± 0.04	4.29 ± 0.04	-0.08	72 Hf	0.88 ± (0.08)	0.75 ± 0.02	+0.13
30 Zn	4.60 ± 0.08	4.67 ± 0.04	-0.07	73 Ta	-	-0.13 ± 0.04	-
31 Ga	2.88 ± (0.10)	3.13 ± 0.02	-0.25	74 W	(1.11 ± 0.15)	0.69 ± 0.03	(+0.42)
32 Ge	3.41 ± 0.14	3.63 ± 0.04	-0.22	75 Re	-	0.28 ± 0.03	-
33 As	-	2.37 ± 0.02	-	76 Os	1.45 ± 0.10	1.39 ± 0.02	+0.06
34 Se	-	3.38 ± 0.02	-	77 Ir	1.35 ± (0.10)	1.37 ± 0.01	-0.02
35 Br	-	2.63 ± 0.04	-	78 Pt	1.8 ± 0.3	1.69 ± 0.04	+0.11
36 Kr	-	3.23 ± 0.07	-	79 Au	(1.01 ± 0.15)	0.87 ± 0.02	(+0.14)
37 Rb	2.60 ± (0.15)	2.41 ± 0.02	+0.19	80 Hg	-	1.17 ± 0.08	-
38 Sr	2.97 ± 0.07	2.92 ± 0.02	+0.05	81 Tl	(0.9 ± 0.2)	0.83 ± 0.04	(+0.07)
39 Y	2.24 ± 0.03	2.23 ± 0.02	+0.01	82 Pb	1.95 ± 0.08	2.06 ± 0.04	-0.11
40 Zr	2.60 ± 0.02	2.61 ± 0.02	-0.01	83 Bi	-	0.71 ± 0.06	-
41 Nb	1.42 ± 0.06	1.40 ± 0.02	+0.02	90 Th	-	0.09 ± 0.02	-
				92 U	(< -0.47)	-0.50 ± 0.04	-

Космичка обилност хемијских елемената, представљена је на сл. (5.7). Док се представљање заступљености елемената на Сунцу базира на водонику ($\lg N_{el}/N_H + 12.0$), космичка обилност хемијских елемената као и обилност у метеоритима даје се у односу на силицијум ($\lg N_{el}/N_{Si} + 6$). Ако упоредимо сл. (5.7) и табелу (5.1) видећемо да би сл. (5.7) имала сличан изглед и у случају Сунца. Видимо да постоје три изражена максимума. Први је H, He, други такозвани C, N, O максимум и трећи Fe максимум. Карактеристичан је и велики дефицит у случају литијума и берилијума. Интересантно је уочити и осцилације на сл. 5.7 повезане са чињеницом да је обилност елемената са парним бројевима већа од обилности суседних елемената са непарним бројевима.



Слика 5.7 Обилност елемената у космосу (Trimble, 1996) нормализована на $\lg N(\text{Si}) = 6$, при чему је $A_{el} = \lg (N_{el}/N_{\text{Si}}) + 6$.

Подаци о заступљености хемијских елемената у материји изван звезда били су добијени анализом међузвезданих облака неутралног и јонизованог водоника, међузвезданих апсорпционих линија, космичких зрака итд. Хемијски састав Сунчевог система проучен је по подацима добијеним на Земљи, изучавањем атмосфера планета и посебно метеорита.

6. ОДРЕЂИВАЊЕ ТЕМПЕРАТУРЕ И РАДИЈУСА ЗВЕЗДЕ

6.1 Веза између апсолутног флукса зрачења звезде, њеног радијуса и температуре

Означимо флукс зрачења који излази са површине звезде са F_ν , а флукс који се мери на Земљи са F_ν^Z . Уочимо да зрачење полази са површине звезде, а то је сфера радијуса R и стиже на Земљу за коју можемо сматрати да се налази на сфери радијуса r , где је r растојање од посматране звезде до Земље. Ако занемаримо међузвездану апсорпцију, по закону о одржању енергије имаћемо да је

$$4\pi r^2 F_\nu^Z = 4\pi R^2 F_\nu . \quad (6.1)$$

Ако израз 6.1 интегралимо по фреквенци, добићемо везу између апсолутног флукса зрачења звезде, мереног на Земљи, угаоног радијуса звезде и њене ефективне температуре

$$\int_0^\infty F_\nu^Z d\nu = (R/r)^2 \sigma T_{eff}^4 . \quad (6.2)$$

Ако растојање до звезде r , изразимо у парсецима, угаони радијус Θ_R или пречник Θ_0 у лучним секундама а R у радијусима Сунца ($R_\odot = 6.96 \cdot 10^8$ m), можемо добити везу између угаоних и линеарних размера звезде

$$R = 215 \cdot \Theta_R \cdot r . \quad (6.3)$$

Најраспрострањенији начин одређивања растојања до звезда је одређивање њихових паралакси. У случају еклипсних двојних звезда, линеарни радијус се може одредити непосредно, без познавања растојања до звезде.

Уводећи појам радијуса звезде, претпостављамо да је њена фотосфера танка у односу на растојање од центра Земље до фотосфере. Обично се претпоставља и да је дубина формирања свеукупног континуалног зрачења у видљивој области спектра константна. Оваква апроксимација није оправдана за цели спектар. Ако на пример меримо радијус звезде у радио опсегу, на неким таласним дужинама добићемо знатно већу вредност од усвојене на основу мерења у видљивој области спектра, пошто „површина“ која зрачи на радио таласима лежи много више, у Сунчевој корони.

Приликом коришћења ефективне температуре звезде, треба имати у виду да увођењем овог појма уводимо претпоставку да је њена површина хомогена, односно да укупна снага зрачења које излази са квадратног сантиметра површине звезде, зависи од положаја посматране тачке на површини. Ако звезда није сферног облика или се сјај у појединим тачкама на

њеној површини разликује, зато што постоје формације сличне пегама на Сунцу, или пеге са различитим хемијским саставом, ефективна температура ће зависити од оријентације звезде у односу на правац посматрања.

6.2 Одређивање радијуса звезде по апсолутном флуксу

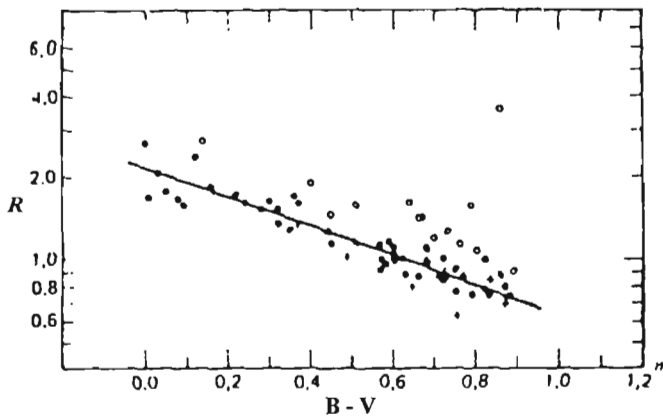
Напишимо једначину (6.1) у облику

$$R = r (F_{\nu}^Z / F_{\nu})^{1/2} \quad (6.4)$$

или

$$R = 4.43 \cdot 10^7 r (F_{\nu}^Z / F_{\nu})^{1/2} \quad (6.5)$$

где је R изражено у радијусима Сунца а r у парсецима. Абсолютни флукс F_{ν}^Z обично се одређује из фотометријских посматрања, а апсолутни флукс зрачења са површине звезде F_{ν} може се проценити на основу модела фотосфере. Модел који најбоље описује посматрану звезду, бирамо на основу расподеле енергије у њеном спектру, најчешће упоређивањем посматраног Пашеновог континуума са моделом. Могу се користити и друге особености спектра, при чему посматрани и израчунати флукс треба да буду на истој таласној дужини. Ако непрекидни спектар који смо израчунали по моделу фотосфере добро апроксимира посматрану расподелу енергије у неком делу спектра, онда је однос F_{ν}^Z / F_{ν} исти у разматраном опсегу таласних дужина тј. не зависи од фреквенце. На основу израза (6.3) и (6.4) видимо да нам квадратни корен из односа F_{ν}^Z / F_{ν} даје угаони радијус разматране звезде у радијанима.



Слика 6.1 Фотометријски радијуси звезде, измерени методом апсолутног флукса, као функција колор индекса $B - V$: црним кружићима су означене звезде главног низа, крстићима субпатуљци, белим кружићима звезде изнад главног низа а права линија је дата једначином (6.6).

На Сл. 6.1 представљени су логаритми радијуса звезда, измерени овом методом у функцији колор индекса $B - V$ (колор индекс $B - V$ је разлика магнитуда звезде у плавом – Blue и видљивом – Visual делу спектра). Видимо да је ова зависност за звезде главног низа линеарна и да се може апроксимирати аналитичким изразом

$$\lg R = 0.333 - 0.528 (B - V) \quad (6.6)$$

На основу анализе одступања мерених тачака, добија се да је средња вероватна грешка мерења радијуса $\pm 8\%$.

6.3 Одређивање ефективне температуре звезде по апсолутном флуксу

Пођимо од једначине (6.2) написане у следећем облику:

$$T_{eff} = \left(\int_0^{\infty} F_{\nu}^Z d\nu / \sigma \right)^{1/4} / (R/r)^{1/2} . \quad (6.7)$$

У претходном одељку смо описали како се може одредити угаони радијус звезде, тј. R/r . Видимо да је за одређивање ефективне температуре потребно измерити апсолутни флуks F_{ν}^Z по целом спектру. С обзиром да је у неким областима спектра Земљина атмосфера непрозрачна, флуks у инфрацрвеној и ултраљубичастој области мери се са сателита.

Други начин одређивања ефективне температуре заснован је на чињеници да је за Сунце апсолутни флуks много боље познат него за остале звезде. Због тога је лакше да се мерења врше у односу на Сунце чиме се избегава потреба за апсолутном калибрацијом. У том случају, једначину (6.7) можемо написати у облику

$$T_{eff} = T_{\odot} \left(\int_0^{\infty} F_{\nu}^Z d\nu / \int_0^{\infty} F_{\nu\odot}^Z d\nu \right)^{1/4} / (\Theta/\Theta_{\odot})^{1/2} . \quad (6.8)$$

Мада систематске грешке могу утицати на калибрисање, код пажљиво изведених мерења ефективних температура звезда, случајне грешке не прелазе $\pm 5\%$.

У случају да имамо довољно поуздану расподелу температуре и коефицијента апсорпције од ултраљубичасте до инфрацрвене области, односно модел, можемо наћи $\int_0^{\infty} F_{\nu} d\nu$ и одредити ефективну температуру разматраног модела. Затим је потребно повезати реалну звезду и модел, приписујући јој самим тим ефективну температуру модела. Свакако, тачност ефективне температуре одређене на такав начин, зависи од тога колико реалистички модел описује посматрану звезду.

6.4 Одређивање температуре помоћу непрекидног спектра

Веома добар начин за одређивање температуре звезде је уз помоћ нагиба Пашеновог континуума. Ова област спектра је погодна пошто је релативно сиромашна линијама, може се по свему судећи добро описати у оквиру локалне термодинамичке равнотеже а и зависност од гравитационог убрзања је такође мала. Наш термометар на основу нагиба Пашеновог континуума утолико је тачнији уколико се овај нагиб брже мења са температуром. У случају звезда главног низа, за моделе са ефективном температуром до 10 000 К, имамо да је

$$\frac{d \lg (F_{4000}/F_{7000})}{d \lg T_{eff}} \approx 2.3 . \quad (6.9)$$

Односно ако нагиб континуума у области од 4000 Å до 7000 Å можемо да измеримо са грешком до 2.3%, добијене температуре ће бити до ±1%.

На температурама већим од 10 000 К, веома брзо, већ почев са око 10 000 К опада осетљивост Пашеновог континуума на температуру. Наш описани термометар је добар само ако је максимум расподеле енергије око или у Пашеновом континууму. Код хладнијих звезда, све је теже узети у обзир апсорпционе линије којих има све више у овој области и грешка код одређивања температуре расте.

С обзиром да дубина образовања Пашеновог континуума одговара $\tau \sim 1$, у ствари ми не меримо ефективну температуру него температуру у односу на дубоке слојеве фотосфере. Дубине образовања континуума и спектралних линија, посебно оних са ниском енергијом ексцитације разликују се, па се разликују и температуре одређене по њима. Мерене температуре по Пашеновом континууму пружају нам управо зато важну информацију, пошто омогућују да установимо зависност $T(\tau)$ у дубоким слојевима разматране звезде.

Код топлих звезда, где нагиб Пашеновог континуума није погодан за одређивање температуре, може нам послужити температурна осетљивост Балмеровог скока. Код звезда спектралних класа А и F Балмеров скок је осетљив и на притисак па нам је за његово правилно коришћење потребна информација о овој зависности. За моделе звезда у интервалу спектралних класа од G0 до A5, брзина промене Балмеровог скока $dD/d \lg T_{eff}$, $D = \lg (F_+/F_-)$, где се индекси плус и минус односе на таласне дужине веће и мање од $\lambda = 3647 \text{ \AA}$, налази се у границама од 2.3 до 2.8 и зависи такође од гравитационог убрзања. Грешка код одређивања односа F_+/F_- од 10 процената доводи до грешке код одређивања температуре од приближно 4 процента.

Код звезда спектралне класе G0 и хладнијих, Балмеров скок постаје прекривен многобројним линијама метала.

6.5 Одређивање температуре помоћу линијског спектра

Код ефективних температура мањих од 8000 К, интензитет линија водоника брзо се мења са температуром и не зависи од силе гравитације, што их чини погодним за одређивање температуре. С обзиром да није лако да се тачно измере еквивалентне ширине водоникових линија треба користити, када је то могуће, њихове профиле. У пракси је тачност одређивања температуре помоћу линија водоника, упоредива са тачношћу мерења температуре уз помоћ Пашеновог континуума или Балмеровог скока. Да би за $T_{eff} > 8000$ К једнозначно одредили температуру по Балмеровим линијама, неопходно је независно одредити гравитационо убрзање на површини. Градијент $d \lg W / d \lg T_{eff}$ за T приближно 10 000 К износи приближно -2, али са увећањем температуре постепено долази до нуле.

Уопште, температурска осетљивост спектралних линија мења се у широком опсезима. Код звезда типа Сунца, за одређивање температуре погодне су линије неутралних метала, пошто су оне у средњем мало осетљиве на притисак. Да бисмо искључили зависност од обилности појединог елемента, треба користити однос интензитета спектралних линија истог елемента. Однос интензитета линија, које припадају истом јону, али имају веома различите потенцијале екситације, такође је осетљив на промену температуре и може да послужи као погодан термометар. Слабе линије су погодне јер тако избегавамо микротурбулентности. Осим што је тешко наћи погодне линије које би истовремено биле и слабе и имале веома различите потенцијале екситације, тешко је измерити еквивалентне ширине слабих линија са малом грешком.

Може се користити и однос интензитета линија истог елемента у два јонизациона стања. Овакав однос је осетљив на температуру, али зависи и од притиска. Међутим, ако је на основу независних података, познато гравитационо убрзање на површини, зависност од притиска се може искључити.

7. МЕРЕЊЕ ПРИТИСКА У ЗВЕЗДАНИМ АТМОСФЕРАМА

7.1 Електронски притисак P_e и притисак гаса P_g у звезданим атмосферама

У звезданим спектрима нема таквих детаља који су на притисак осетљиви у оној мери у којој су спектралне линије и континуум осетљиви на температуру, тако да спектроскопске методе мерења притиска у звезданим атмосферама не омогућају велику тачност. Као и у случају одређивања температуре, код звезда спектралне класе А и F, електронски притисак можемо одредити мерењем континуума у околини Балмеровог скока. Процену електронског притиска можемо извршити и упоређивањем спектралних линија неутралних и јонизованих атома а осим тога и интензитет довољно јаким линија код којих се могу измерити крила, како у случају водоничних тако и у случају неводоничних емитера/апсорбера, често зависе од притиска због Ван дер Валсовог и Штарковог ширења. У сваком од набројаних случајева поред зависности од притиска имамо и зависност од температуре, тако да или морамо заједно одредити притисак и температуру или температура мора бити одређена раније.

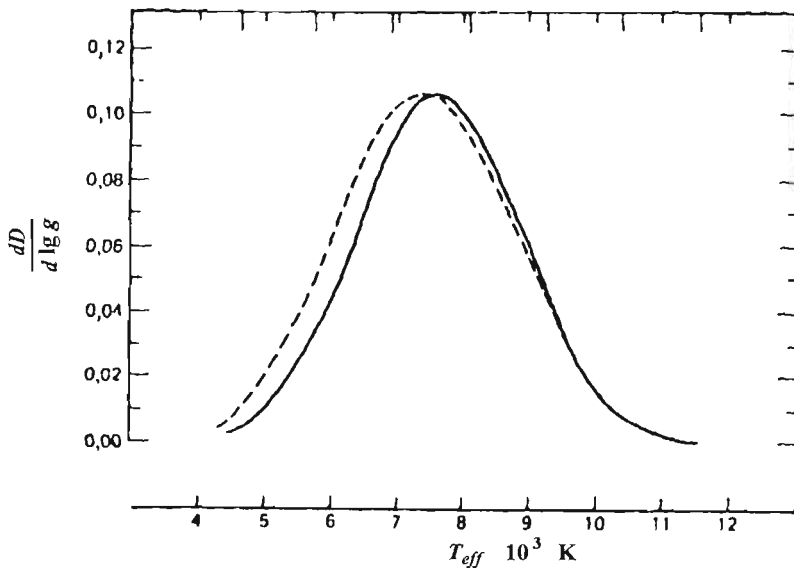
Обично се претпоставља да је зависност P_e и P_g од дубине одређена хемијским саставом, расподелом температуре са дужином и хидростатичком равнотежом. Тада се атмосферски притисак одређује у апсолутној скали и може се на одговарајући начин описати помоћу убрзања силе теже на површини звезде.

Зависност електронског притиска P_e и притиска гаса P_g од дубине, обично се одређује помоћу хемијског састава, расподеле температуре са дужином и хидростатичком равнотежом. Тада се атмосферски притисак одређује у апсолутној скали и описује гравитационим убрзањем на површини звезде. На хидростатичко стање звездане материје, осим притиска гаса могу да утичу такође и притисак зрачења, магнетна поља и турбулентност. Вредност гравитационог убрзања g добијена анализом звезданог спектра, представља ефективно убрзање силе теже које улази у једначину хидростатичке равнотеже.

Емпиријски је установљено да је сјај звезде обрнуто пропорционалан убрзању гравитационе силе. Зато понекад ефекте притиска зову ефектима сјаја. Ако су ефекти притиска довољно велики да се могу приметити при посматрањима са ниском дисперзијом, који се користе за спектралну класификацију, можемо ове ефекте искористити и код одређивања класе луминозности звезде.

7.2 Непрекидни спектар као индикатор притиска

У случају непрекидног спектра, једино је Балмеров скок довољно осетљив на гравитационо убрзање (g) да би се могао искористити за његово одређивање код звезда. На Сл. 7.1 приказан је градијент $dD/d \lg g$, где је $D = \lg(F_+/F_-)$ Балмеров скок. Видимо да величина $dD/d \lg g$ има максималну вредност, нешто већу од 0,1, око 7500 К. Што је вредност градијента $dD/d \lg g$ већа, утолико Балмеров скок јаче реагује на промену притиска, па је у околини максимума на Сл. 7.1 Балмеров скок најпогоднији за оваква мерења. Ипак, градијент је и у максимуму тако мали да је и у најповољнијем случају осетљивост Балмеровог скока на притисак 25 пута мања од његове осетљивости на температуру. Ако можемо да измеримо однос F_+/F_- са грешком од 5%, ако занемаримо грешку при одређивању температуре, процена гравитационог убрзања биће у границама грешке од $\pm 50\%$. Са Сл. 7.1 видимо да код хладнијих звезда Балмеров скок не може да се употреби као индикатор притиска.



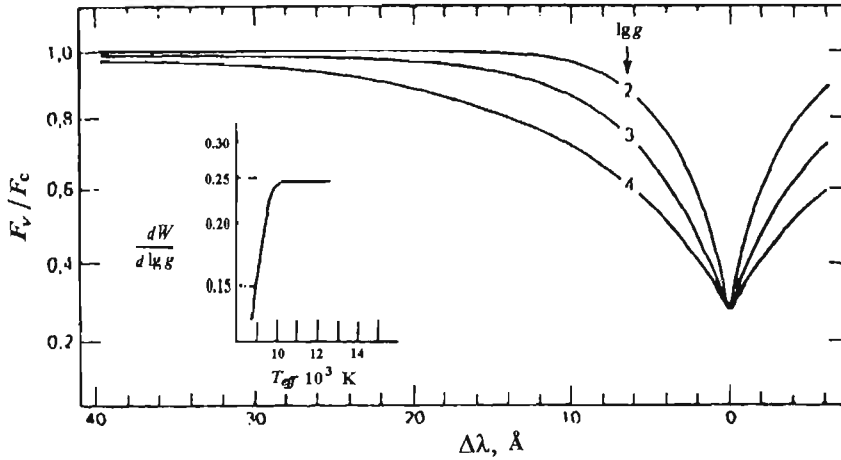
Слика 7.1 Осетљивост Балмеровог скока $D = \lg(F_+/F_-)$ на промену убрзања гравитационе силе. Пуна линија је за случај $-\lg g = 4.44$ а испрекидана за $-\lg g = 3$.

7.3 Мерење притиска помоћу спектралних линија

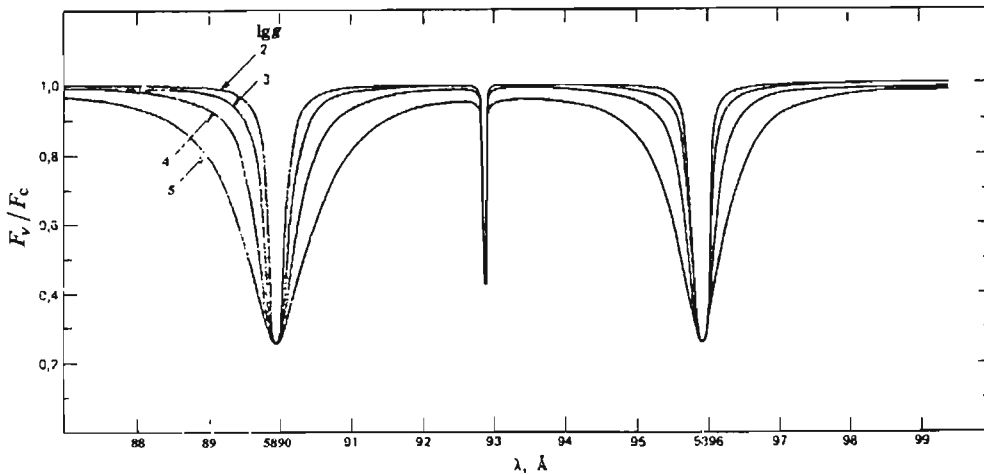
Први покушаји да се осетљивост спектралних линија водоника на притисак искористи за одређивање ове величине као и луминозности звезда раних класа, изведени су у првој половини двадесетог века (на пример Hulbert, 1924).

На Сл. 7.2 су приказани теоријски профили спектралне линије H_γ у зависности од гравитационог убрзања а на убаченом графику, дата је осетљивост еквивалентне ширине водоникове линије H_γ на промену гравитационог убрзања, у функцији температуре. Са слике видимо да је за $T_{eff} > 10^4$ К градијент еквивалентне ширине $d \lg W / d \lg g \approx 1/4$, што значи да грешка од 10% при мерењу еквивалентне ширине доводи до грешке од 40% код одређивања силе теже.

Код спектра релативно хладних звезда, користе се јаке линије за одређивање притиска. Тако линије Н и К јонизованог калцијума и линије

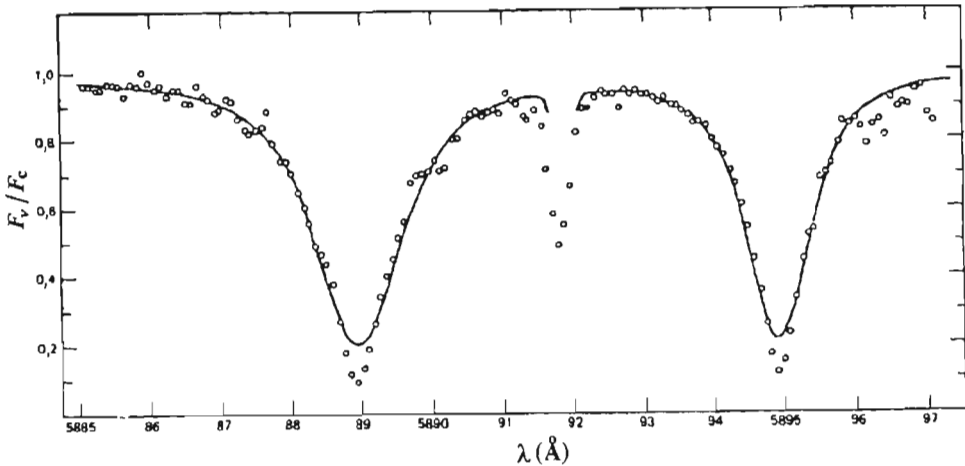


Слика 7.2 Профили линије H_γ израчунати по моделу $T(\tau)$ са $S_0 = 1.70$. Види се зависност профила линије од гравитационог убрзања. На убаченом мањем графику приказана је зависност $d \lg W / d \lg g$ од температуре.



Слика 7.3 Зависност профила линије $D Na I$ од убрзања силе теже за моделе са Сунчевом расподелом температуре $T(\tau)$.

Ca I $\lambda = 4227 \text{ \AA}$, $DNaI, bMg$ имају довољно интензивна крила услед ширења притиском, па се могу употребити у ове сврхе. На Сл. 7.3 приказана је зависност профила $D Na I \lambda = 5890 \text{ \AA}$ и $\lambda = 5896 \text{ \AA}$ од убрзања силе теже. Градијент еквивалентне ширине ових линија такође се може апроксимирати са $d \lg W / d \lg g \approx 1/4$. Са смањивањем g , $d \lg W / d \lg g$ опада пошто се ширење линија притиском смањује. Код хладнијих звезда, почевши од средњих спектралних подкласа класе G, линије дублета натријума се узајамно блендирају па је боље одређивати g упоређивањем теоријских и посматраних профила линије него помоћу еквивалентних ширина. Једноставно упоређење приказано је на сл. 7.4. Крила линије, која су нарочито осетљива на ефекте притиска, слажу се са теоријским профилем, у границама грешке мерења ($\pm 2\%$). Грешка код одређивања g при томе иде до $\pm 20\%$, ако претпоставимо да остале физичке променљиве не уносе додатне грешке.



Слика 7.4 Упоређивање профила линије $D Na I$, посматраних у спектру γ Сер (кружићи) са теоријским профилема (непрекидна линија). Изведена је конволуција израчунатих профила са инструменталним. Неке мале дигресије су реалне линије у спектру звезде а друге су телурске линије које нису у потпуности искључене. Осим тога јављају се и неизбежни шумови.

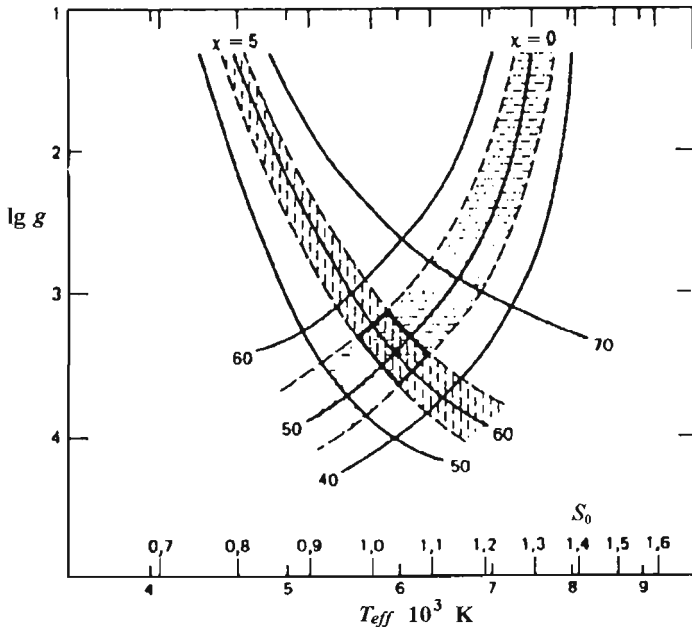
Слабе или умерено јаке линије могу се такође употребити за одређивање притиска, на основу њиховог поређења у два стадијума јонизације. Односи интензитета линија неутралних атома и јона користе се за класификацију звезданих спектра по сјају. У принципу могу се употребити и линије различитих елемената, али да би се избегле тешкоће повезане са узимањем у обзир хемијског састава, за квантитативну анализу боље је узети спектралне линије истог елемента. С обзиром да интензитет линија јона првенствено зависи од електронског притиска а само посредно од гравитационог убрзања посебно је значајно знати обилност елемената који су донори слободних електрона. Анализа еквивалентних ширина слабих јонских линија

код релативно хладних звезда даје $d \lg W / d \lg g \sim -0.3$. Зависност од притиска улази преко коефицијента континуалне апсорпције κ_ν и на њу утичу карактеристике дате линије и њени атомски параметри.

За звезде Сунчевог типа, по кривој раста неутралних атома налазимо обилност датог елемента. Затим се у моделу убрзање силе теже подешава тако да крива раста за јоне истог елемента даје исту обилност. Ако је на апсиси криве раста одступање ~ 0.1 у логаритамској скали, g се може одредити са грешком до фактора два.

7.4 Дијаграм температура – убрзање силе теже

У свим описаним спектроскопским методама за одређивање притиска, имамо знатно јачу зависност од температуре анализираних спектралних детаља. Посматрану линију можемо да апроксимирамо једном од теоријских линија, добијених на основу модела у којима се параметри мењају у широком опсегу при чему су разлике у g компензоване изменама T_{eff} . Серија тачака (g, T_{eff} , коју смо добили на овакав начин, одређује неку трајекторију на дијаграму $g - T_{eff}$ (види сл. 7.5). Ако унесемо границе грешке, оваква трајекторија ће имати коначну ширину. Ако изаберемо неки други



Слика 7.5 Дијаграм температура (T_{eff}) – убрзање силе теже (g), који показује геометријско место тачака са истим еквивалентним ширинама W_λ ($\mu m\text{\AA}$) за линије Fe II са високим и ниским потенцијалом ексцитације. Указан је опсег грешака, који фиксира решење у означеном правоугаонику.

деталј спектра за који ће се одговарајућа трајекторија на нашем дијаграму сећи са првом, тачка пресека ће једнозначно одређивати истовремено убрзање силе теже и ефективну температуру анализираних звезда. Тачка пресека се при томе може утолико прецизније одредити уколико су анализирани трајекторије ближе узајамној ортогоналности.

Свакако још боље је користити истовремено неколико особности спектра, као на пример Пашенов континуум, Балмеров скок, линије водоника, јаке линије метала и слабе линије са различитим потенцијалима јонизације и ексцитације. У идеалном случају, све одговарајуће трајекторије требало би да се пресеку у једној тачки у границама правоугаоника грешке, одређеног грешкама мерења коришћених параметара.

7.5 Визуелно, спектрално и еклипсно двојне звезде

У случају визуелно двојних звезда може се у појединим случајевима одредити орбита, па ако довољно тачно познајемо и паралаксу можемо наћи масе компонената. На основу познате масе и радијуса звезде, можемо израчунати гравитационо убрзање, g . Код мањег броја визуелно двојних, могу се извести фотометријска и спектроскопска истраживања сваке компоненте посебно. Радијус на пример, можемо одредити у том случају упоређивањем измерених расподела енергије у континууму са израчунатим расподелама помоћу модела. Тачности овако одређених вредности гравитационих убрзања на површини звезде су веома велике ($\sim \pm 15\%$), па се овакве звезде могу упоредити као добри стандарди са упоређивање са моделима атмосфера.

Радијуси који су добијени на основу посматрања спектрално двојних звезда, не зависе од одређивања параметара звезданих атмосфера и паралаксе. Абсолютна скала система, дефинише се мерењем брзина. И за овакве звезде, као и за визуелно двојне, убрзање силе теже се одређује са великом тачношћу, па могу да служе за проверу интерпретације спектра.

Тешкоће могу да наступе ако не можемо да раздвојимо зрачење једне, од зрачења друге компоненте система. Међутим, ако су у питању еклипсно променљиве звезде, када се већа звезда налази испред звезде мањих димензија, видимо само светлост велике звезде. Посматрања у другим фазама и њихово поређење са посматрањима у тренутку када се већа звезда налази испред мање, дозвољавају да се одреди и спектар мање звезде. Ако су звезде истих димензија, проблем раздвајања спектра своди се на разматрање помака спектралних линија услед различитих брзина компонената.

Интересантно је да су еклипсни двојни системи коришћени за проверу резултата израчунавања профила водоникових линија (Olson, 1975). Такође је на основу детаљног упоређивања профила водоникових линија нађено (Olson, 1975) да се формула за коефицијент апсорпције у линији, изведена у раду који су објавили Едмондс, Шлитер и Велс (Edmonds, Schliter и Wells, 1967) ложије слаже са подацима добијеним на основу посматрања орбита у двојним системима, него формула Грима (1967).

8. РОТАЦИЈА ЗВЕЗДА И ТУРБУЛЕНТНА КРЕТАЊА У ЗВЕЗДАМА

8.1 Ротација звезда

Природно је да се претпостави да се звезде обрћу, пошто „слободно тело“ попут звезде у космичком простору тешко да може имати моменат количине кретања једнак нули. Највеће посматране брзине обртања блиске су критичној вредности, тј. брзини при којој је убрзање силе теже на екватору упоредиво са центрифугалном силом, јер би се у супротном материја звезде разлетела у околно пространство.

Брзина обртања Сунца на екватору износи 1.9 km/s што је релативно споро. Оваква спора ротација карактеристична је за хладне звезде.

Утицај ротације на непрекидни спектар је мали, изузев када је брзина ротације блиска критичној. Спектралне линије напротив мењају облик пошто зрачење које долази од различитих делова диска звезде има различите Доплерове помаке. Заиста, једна од првих потврда ротације звезда, била су мерења промена радијалних брзина у функцији времена при посматрању еклипсних двојних.

Ротацију је тешко одвојити од макротурбуленције (тј. кретања крупних размера, материје у звезданим атмосферама), али савремени методи посматрања достигли су тачност, неопходну да се ова два ефекта раздвоје. Обично, када меримо ширину спектралне линије не можемо да одредимо једнозначно да ли је условљена ротацијом или макротурбуленцијом. Ипак, у спектрима неких звезда, ширине линија од неколико ангстрема указују на велике брзине ротације (до неколико стотина km/s) и не могу се објаснити макротурбуленцијом.

8.2 Профили линија условљени ротацијом

Показаћемо како се могу израчунати профили спектралних линија на које утиче ротација звезде, дајући им карактеристичан облик. Претпоставимо да је звезда сферног облика и да се обрће као чврсто тело. Оријентишимо координатне осе као што је приказано на сл. 8.1. Оса ротације лежи у равни yz . Правац посматрача, који се поклапа са осом z , нормалан је на раван xz . Оса z и оса ротације, заклапају угао i . Нека је $\vec{\Omega}$ угаона брзина ротације. Онда је линеарна брзина у некој тачки на површини звезде једнака

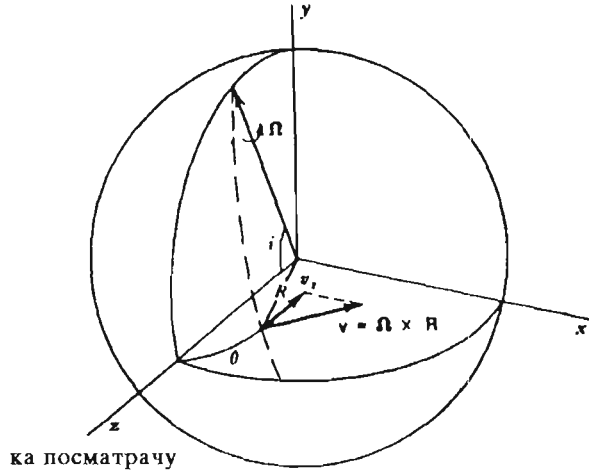
$$\vec{v} = \vec{\Omega} \times \vec{R}, \quad (8.1)$$

где је \vec{R} радијус вектор (види сл. 8.1). Пошто брзина ротације има компоненту дуж осе z ,

$$v_z = x\Omega \sin i, \quad (8.2)$$

јавља се Доплеров помак

$$\Delta\lambda = \frac{v_z}{c}\lambda = \frac{\lambda\Omega \sin i}{c}x. \quad (8.3)$$



Слика 8.1 Оса ротације звезде нагнута је у односу на правац посматрања за угао i . Оса y изабрана је тако да Ω лежи у равни yz . За произвољну тачку површине звезде, која се налази на правој која је под углом θ у односу на правац ка посматрачу, брзина ротације је $\vec{\Omega} \times \vec{R}$, где је \vec{R} - радијус-вектор у датој тачки. Компонента брзине дуж осе z изазива Доплеров помак.

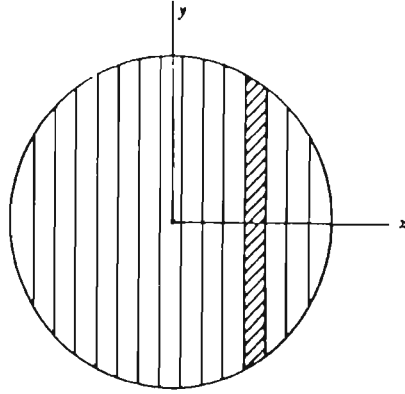
Из овог израза видимо да свим елементима површине звезде, који имају исту координату x , одговара исти Доплеров помак посматране спектралне линије (под претпоставком да се звезда обрће као чврсто тело односно да нема диференцијалне ротације). Према томе, диск звезде можемо раставити на траке како је показано на Сл. 8.2. За све тачке у оквиру исте траке, Доплеров помак посматране спектралне линије је исти. Највећи помак одговара тачкама на лимбу, за које је $x = R$, и он је дат изразом

$$\Delta\lambda_L = \frac{\lambda\Omega \sin i}{c}R = \frac{\lambda}{c}v \sin i, \quad (8.4)$$

где је v брзина ротације на екватору.

Флуks зрачења које излази са такве звезде дат је изразом

$$F_\nu = \int I_\nu \cos \theta d\omega \quad (8.5)$$



Слика 8.2 Диск звезде (оса z је нормална на раван слике), може се раставити на низ трака и претпоставити да у оквиру једне траке све тачке имају исту вредност радијалне брзине, дату једначином 8.2.

где је I_ν - интензитет зрачења чија је таласна дужина односно фреквенца померена услед Доплеровог ефекта у сагласности са изразом (8.3). Нека је $d\omega = dA/R^2$, где је dA - елементарна површина на површини звезде радијуса R . Тада је елементарна површина на видљивом диску звезде у координатама приказаним на Сл. 8.1.

$$dx dy = dA \cos \theta, \quad (8.6)$$

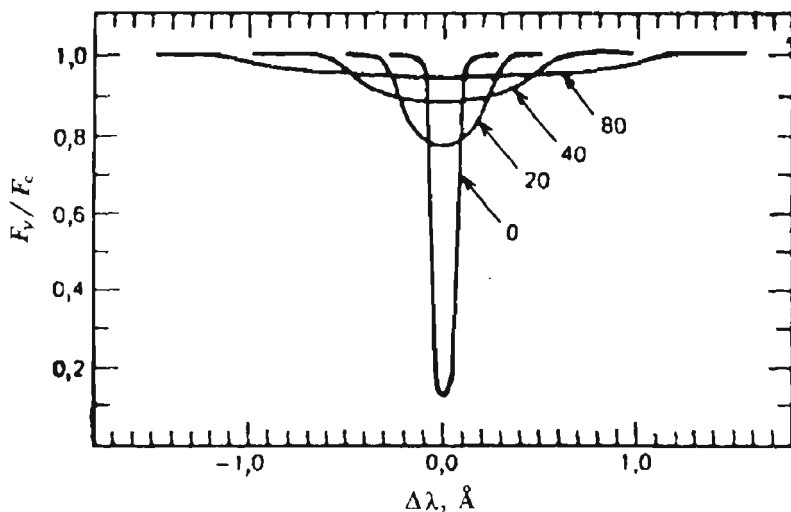
па је

$$F_\nu = \int \int \frac{I_\nu dx dy}{R^2}, \quad (8.7)$$

при чему се интеграција врши по видљивом диску звезде.

Најопштији метод за прорачун F_ν састоји се у следећем. Користећи модел фотосфере, налази се I_ν у различитим тачкама звезданог диска и затим се налази бројна вредност флукса F_ν . Предност овог метода је да се у оквиру њега аутоматски узима у обзир затамњење диска на рубу, и лако се укључује у анализу промена профила линије дуж звезданог диска.

На Сл. 8.3 приказани су теоријски профили спектралних линија у зависности од вредности $v \sin i$. Треба обратити пажњу на размазивање првобитног профила, као и на чињеницу да при промени брзине ротације звезде, еквивалентна ширина линије остаје непромењена. То је јасно пошто свака елементарна површина на површини звезде зрачи на свим учестаностима независно од осталог дела звезде, па Доплеровски помак зрачења неке од таквих елементарних површина, не може да изазове ни увећање ни смањење апсорпције у линији. Видимо да се израз (8.7) који описује профил линије услед ротације разликује и од Гаусовог (којим се описује Доплерово ширење) и од Лоренцовог, што се може видети и из облика профила приказаних на Сл. 8.3.



Слика 8.3 Профили линија, проширених ротацијом. На слици су указане вредности $v \sin i$. Таласна дужина посматране линије је 4243 \AA а њена еквивалентна ширина 100 m\AA .

8.3 Турбулентност у звезданим атмосферама

За кретања гаса у фотосфери звезде, која се одвијају у размерама које су велике у односу на размере атома а мале у односу на размере звезде, Роселанд је 1928. године увео назив **турбулентност**. Турбулентност утиче на профил линије преко Доплеровог ефекта. Пошто ми немамо податке о турбулентности него само о компоненти брзине дуж правца ка посматрачу, која је усредњена по диску звезде, не можемо да једнозначно интерпретирамо профил линије. Ипак, полазећи од различитих претпоставки можемо добити неку информацију о расподели брзина у материји фотосфере. Данас је Сунце једина звезда код које можемо да проучавамо геометрију кретања материје у фотосфери.

Приликом проучавања звезданих спектра, користи се једна од две алтернативне апроксимације:

- 1) Размере турбулентног елемента су мале у односу на средњу дужину слободног пута фотона. Тада говоримо о **микротурбуленцији**
- 2) Размере турбулентног елемента су велике у односу на средњу дужину слободног пута фотона. Тада говоримо о **макротурбуленцији**.

Прихватајући једну од ових претпоставки, можемо претпоставити одређену геометрију кретања и уз помоћ једначине преноса, помоћу одговарајуће анализе наћи расподелу брзина или бар карактеристичну ширину ове расподеле.

8.4 Микротурбуленција и прорачун спектралних линија

Када зрак управљен ка посматрачу пролази кроз мноштво елемената који се крећу у атмосфери, као што је то у случају претпоставке о микротурбуленцији, расподела елемената по брзинама утиче на профил линије слично као и расподела честица по брзинама. Зато се микротурбуленција одређује као појава повезана са покретним елементима атмосфере, који су мали у односу на средњу дужину слободног пута фотона.

Нека је α' коефицијент апсорпције у линији без узимања у обзир микротурбуленције. Коефицијент апсорпције у присуству микротурбуленције може се онда написати као конволуција (математичка операција коју ћемо означити са \ast) α' и расподеле посматраних елемената $N(\Delta\lambda)$ по Доплеровим помацима спектралних линија $\Delta\lambda$, услед турбуленције.

$$\alpha = \alpha' \ast N(\Delta\lambda) . \quad (8.8)$$

Ако имамо расподелу елемената по брзинама, тј. $N(v)dv$, расподелу по Доплеровим помацима можемо добити ако узмемо пројекције свих брзина на правац ка посматрачу и напишемо

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{c} v \cos\theta \quad (8.9)$$

$$\beta \equiv \frac{\lambda}{c} v_0 \cos\theta = \beta_0 \cos\theta . \quad (8.10)$$

Ако је $N(v)$ изотропна Гаусова расподела при чему узимамо да је $v_0 = \xi \cos\theta$, биће

$$N(v)dv = \frac{1}{\sqrt{\pi}\xi} e^{-(v/\xi)^2} dv \quad (8.11)$$

$$N(\Delta\lambda)d\Delta\lambda = \frac{1}{\sqrt{\pi}\xi \cos\theta} e^{-(v/\xi \cos\theta)^2} d\Delta\lambda . \quad (8.12)$$

У том случају, конволуција $N(v)$ и α' може се извести простом модификацијом члана, који у α' описује ширење услед топлотног кретања, које такође има Гаусов облик. Конволуција две Гаусове расподеле даје такође Гаусову расподелу при чему је

$$v^2 = v_0^2 + \xi^2 . \quad (8.13)$$

Према томе

$$\Delta\lambda_D = \frac{\lambda}{c} \left(\frac{2kT}{m} + \xi^2 \right)^{1/2} \quad (8.14)$$

$$\Delta\nu_D = \frac{\nu}{c} \left(\frac{2kT}{m} + \xi^2 \right)^{1/2} , \quad (8.15)$$

чиме је у изотропном случају микротурбуленција узета у обзир. Овакав поступак се широко примењује у пракси а параметар ξ се разматра као микротурбуленција. Побољшање овог метода је ако узмемо у обзир зависност параметра ξ од оптичке дубине τ .

При истраживањима у физици Сунца често се користи претпоставка о неизотропној микротурбуленцији. Полазећи од разматрања гранулације, претпоставља се да су расподеле радијалних (v_r) и тангенцијалних (v_t) брзина различите и да се описују изразима

$$N(v_r)dv_r = \frac{1}{\xi_r\sqrt{\pi}}e^{-(v_r/\xi_r)^2}dv_r \quad (8.16)$$

$$N(v_t)dv_t = \frac{1}{\xi_t\sqrt{\pi}}e^{-(v_t/\xi_t)^2}dv_t . \quad (8.17)$$

Одговарајуће расподеле по Доплеровим помацима односно таласним дужинама су

$$N(\Delta\lambda)d\Delta\lambda = N_r(\Delta\lambda) \times N_t(\Delta\lambda)d\Delta\lambda \equiv \frac{1}{\xi'\sqrt{\pi}}e^{-(\Delta\lambda/\xi')^2}d\Delta\lambda , \quad (8.18)$$

где је

$$\xi' = \xi\lambda/c \quad (8.19)$$

и

$$\xi^2 = \xi_r^2 \cos^2 \theta + \xi_t^2 \sin^2 \theta \quad (8.20)$$

или узимајући у обзир да је $\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$

$$\xi^2 = \xi_t^2 - (\xi_t^2 - \xi_r^2) \cos^2 \theta . \quad (8.21)$$

Горњи израз можемо ставити у (8.14) или (8.15) и добити профил линије. Овај профил се може израчунати за различите тачке на Сунчевом диску и упоредити са посматрачким подацима.

8.5 Макротурбуленција и прорачун спектралних линија

Ако фотони остају унутар неког елемента материје који се креће у звезданој атмосфери од тренутка настанка па до тренутка када напусте звезду, ради се о макротурбулентности. Да би нашли ширење линија услед макротурбуленције, треба истовремено узети у обзир појединачне спектре од скупа елемената који се крећу. Оваква ситуација управо одговара за звезду чију светлост видимо интегрисану по целом диску. Сваки макроелемент даје потпуни спектар, померен услед Доплеровог ефекта за величину која одговара његовој брзини. У том погледу, макротурбуленција и ротација су слични. Ако за посматрање Сунца користимо прорез спектрографа, у

његовом спектру, померањем прореза дуж Сунчевог диска, можемо запазити различите Доплерове помаке појединих макроелемената.

Замислимо да је површина звезде подељена на области у којима се садржи мноштво макроелемената. У својимо полазећи од општих представа, неку расподелу по брзинама $N_T(v)d(v)$, коју ћемо дефинисати као део површине која зрачи, што има брзину у опсегу од v до $v + dv$, при чему је расподела нормирана на јединичну површину. Интензитет зрачења са сваког таквог дела звезданог диска, дат је изразом

$$I_\nu = I_\nu^0 * N_T(\Delta\lambda) , \quad (8.22)$$

при чему је I_ν^0 интензитет у одсуству макротурбуленције а $N_T(v)$ се трансформише у $N_T(\Delta\lambda)$ на начин описан изразима (8.9) – (8.12). Пошто је N_T нормирано на јединичну површину, еквивалентна ширина линије остаје иста а ширина линије расте на рачун њене дубине.

Флуks, који је једнак интегралу од I_ν по целом диску, дат је изразом

$$F_\nu = \oint I_\nu^0 * N_T(\Delta\lambda) \cos \theta d\omega . \quad (8.23)$$

Израз (8.23) је општи израз који омогућује да се израчунају профили линија у звезданим спектрима.

8.6 Утицај турбулентности на профил спектралне линије

Турбулентна кретања увек шире спектралне линије. Размотримо интеграл

$$F_\nu = \oint I_\nu \cos \theta d\omega$$

у случају микротурбуленције. Код слабих линија, I_ν у суштини описује коефицијент апсорпције, који је конволуција расподеле макротурбулентних брзина и Гаусовог профила насталог услед топлотног кретања (види израз 8.8). Тада за слабу линију профил расподеле флуksа има облик као и I_ν дат једначином 8.22. Видимо да се у том случају резултати утицаја микротурбуленције и макротурбуленције не разликују. Утицај турбулентности на такве линије је исти без обзира на карактеристичне размере елемената на диску звезде, који се крећу.

Ако код посматране звезде постоји и макротурбуленција и микротурбуленција онда, узимајући у обзир изразе (8.3) и (8.22) за слабу линију можемо написати

$$F_\nu = \text{const} \oint N_T(\Delta\lambda) * N(\Delta\lambda) * \alpha \cos \theta d\omega . \quad (8.24)$$

На сл. 8.4 представљени су теоријски профили слабе линије у случају турбулентности са изотропном Гаусовом расподелом по брзинама. Ако Доплеров профил напишемо у облику

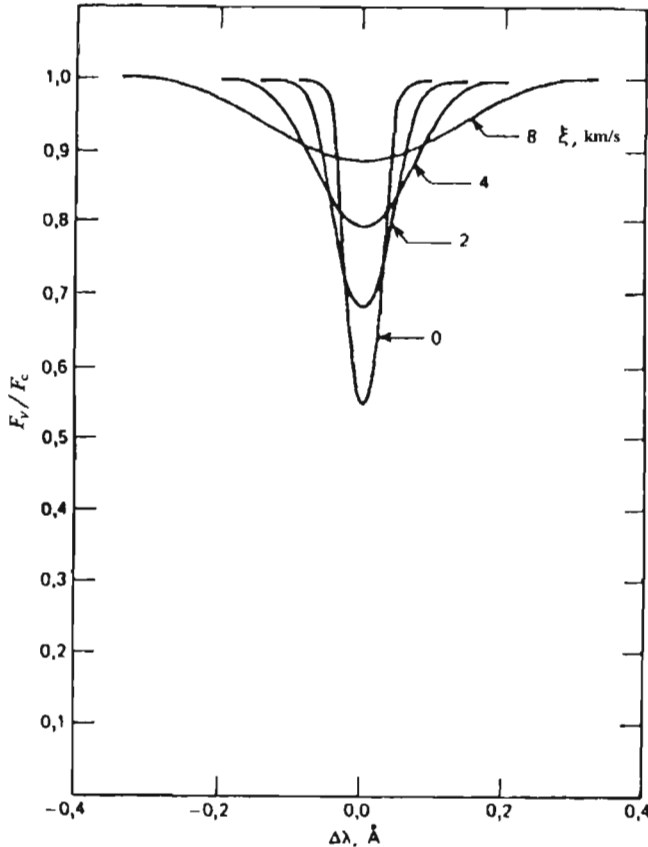
$$\alpha = \frac{\sqrt{\pi}e^2}{mc} f \frac{\lambda^2}{c} \frac{1}{\Delta\lambda_D} e^{-(\Delta\lambda/\Delta\lambda_D)^2} \quad (8.25)$$

и израчунамо $d\alpha/d\lambda_D$, добићемо израз

$$\frac{d\alpha}{d\lambda_D} = \frac{\sqrt{\pi}e^2}{mc^2} f \lambda^2 \left(\frac{1}{\Delta\lambda_D}\right)^2 \left[2 \left(\frac{\Delta\lambda}{\Delta\lambda_D}\right)^2 - 1 \right] e^{-(\Delta\lambda/\Delta\lambda_D)^2} \quad (8.26)$$

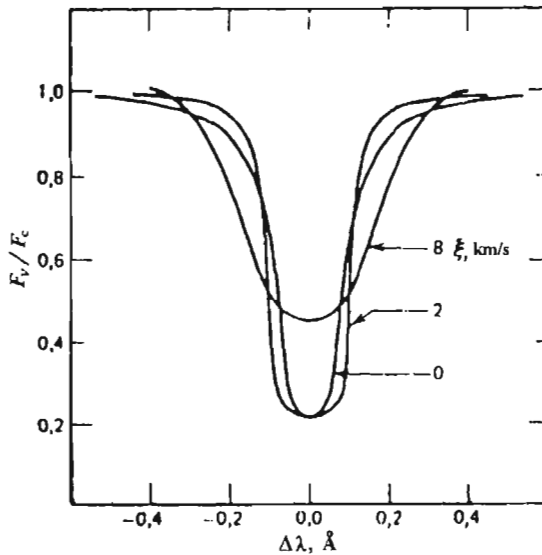
који је позитиван за $\Delta\lambda > \Delta\lambda_D/\sqrt{2}$ а негативан за $\Delta\lambda < \Delta\lambda_D/\sqrt{2}$. Значи ако расте ξ , за $\Delta\lambda > \Delta\lambda_D/\sqrt{2}$ можемо очекивати пораст α а за $\Delta\lambda < \Delta\lambda_D/\sqrt{2}$, његово смањење. Еквивалентна ширина при томе остаје иста.

За јаке линије ситуација је потпуно друкчија јер се тада код посматране звезде може раздвојити микро и макротурбуленција.



Слика 8.4 Промене профила линије услед утицаја турбуленције са Гаусовом расподелом по брзинама.

Ширење линије услед микротурбуленције је последица промене коефицијента апсорпције α . У том случају услед Доплеровог помака изазваног турбуленцијом, до апсорпције долази у ширем опсегу таласних дужина. Ако линија није слаба, долази до ефекта сатурације. Ширење профила α смањује овај ефекат услед чега долази до пораста еквивалентне ширине. Понашање теоријског профила приказано је на сл. 8.5.



Слика 8.5 Под утицајем микротурбуленције профил сатуриране линије тежи ка правоугаоном облику. При великим вредностима параметра микротурбулентности ξ , не долази до сатурације.

Ако ξ није велико, профил тежи ка правоугаоном облику, што се на сл. 8.5 лепо види код профила за $\xi = 0$ и 2 km/s . При даљем порасту ξ не долази до сатурације и облик профила је условљен расподелом по брзинама (крива за $\xi = 8 \text{ km/s}$).

Понашање профила линије под утицајем макротурбуленције, одређује се искључиво расподелом по брзинама, коју ми видимо интегрисану по диску звезде у складу са изразом (8.22).

На основу изложеног можемо закључити да звездани спектар, у коме су све линије малог интензитета, указује на присуство макротурбуленције или ротације. Како слабе, тако и јаке линије шире се а интензитет им се смањује.

За низ звезда микротурбуленција је била измерена помоћу оцене параметра ξ у изразу (8.14) методом подешавања тако да се теоријске и посматрачки добијене криве раста што боље поклопе. У већини случајева при израчунавању теоријских кривих раста претпоставља се хомогена и изотропна Гаусова расподела микротурбуленције по брзинама и узимају се у обзир евентуалне нехомогености у таквој расподели.

9. РАДИО ЛИНИЈЕ ИЗ ОБЛАКА МЕЂУЗВЕЗДАНОГ ВОДНИКА

Ширење сударима са наелектрисаним честицама постаје значајно код спектралних линија које настају прелазима оптичког електрона који се налази у високо побуђеним стањима са великим квантним бројем n . Наиме што је n веће, оптички електрон је утолико даље од језгра и све је више под утицајем флукуација спољашњег електричног поља. Што је n веће све слабија спољашња поља могу да имају незанемарљив утицај. Међу звезданим областима јонизованог водоника, управо су погодни услови за реализацију оваквог случаја. Ту је концентрација честица веома ниска па високопобуђена стања атома и јона у којима оптички електрон има главни квантни број од 90 па до више стотина могу да се реализују. Електрон захваћен у такво стање каскадно се деексцитије у низу прелаза $n \rightarrow n - 1$ зрачећи у радио подручју.

Полазећи од израза за ширину w и помак d спектралне линије:

$$\begin{aligned} w &= -\text{Re} \langle if|\phi|if \rangle \\ d &= -\text{Im} \langle if|\phi|if \rangle , \end{aligned}$$

Уз претпоставку да овде главну улогу игра интеракција дипол – пертурбујуће наелектрисање и да је допринос радијационих прелаза са променом главног квантног броја занемарљиво мали, Грим је добио израз

$$w_i \approx \frac{4\pi}{3v_i} N \left(\frac{\hbar}{Zm} \right)^2 \int \frac{d\rho}{\rho} \left\{ \frac{9}{4} \left[\frac{5}{2} n^2 - \frac{n^3}{l} + \frac{2n^4}{(2l+1)(2l+3)} \right] \right\} . \quad (9.1)$$

После усредњавања по l уз претпоставку о насељености (l, m) поднивоа у складу са статистичким тежинама добићемо

$$\bar{w}_i \approx \frac{4\pi}{3v_i} N \left(\frac{\hbar}{Zm} \right)^2 \left\{ \frac{9}{4} n^2 \left[\frac{3}{2} + \frac{2}{\epsilon^2} \ln \left(\frac{2}{3} n \right) \right] \right\} \ln(\rho_{max}/\rho_{min}) \quad (9.2)$$

(овде је ϵ основица природних логаритама).

Као минимални сударни параметар можемо приближно узети

$$\rho_{min}^i \approx n\hbar/Zmv , \quad (9.3)$$

а као максимални

$$\rho_{max}^i \approx v_i/|\Delta\omega| \approx v_i/\Delta\omega_D \approx \frac{c}{\omega} = \lambda/2\pi . \quad (9.4)$$

Прва варијанта за ρ_{max}^i у изразу (9.4) каже да трајање произвољног судара ρ/v_i не треба да буде веће од карактеристичног времена $|\Delta\omega|^{-1}$, које фигурише у Фуријеовом интегралу који описује општи облик спектралне линије. Овде је $\Delta\omega$ растојање до најближег пертурбационог нивоа. Друга

варијанта за ρ_{max} каже да су за нас од интереса растојања за која је $\Delta\omega$ веће или приближно Доплеровој ширини $\Delta\omega_D$. Ако претпоставимо да је

$$\omega \approx 2Z^2 E_H / \hbar n^3 \quad (9.5)$$

и ако додамо члан који процењује допринос „јаких судара“, добићемо коначни израз за средњу ширину (HWHM – полуширина на половини максималног интензитета) услед судара са јонима

$$\overline{w}_i \approx \frac{4\pi}{3v_i} N \left(\frac{\hbar}{Zm} \right)^2 \left\{ \frac{9}{4} n^2 \left[\frac{3}{2} + \frac{2}{e^2} \ln \left(\frac{2}{3} n \right) \right] \right\} \left[\frac{1}{2} + \ln \left(\frac{n^2 v_i}{2Z\alpha^2 c} \right) \right] \quad (9.6)$$

где је $\alpha \approx 1/137$ константа fine структуре.

У случају ширења услед судара са електронима, не можемо да занемаримо прелазе између нивоа са различитим вредностима главног квантног броја. Сада ће по аналогији са изразом (9.1) једначина за ширину услед судара са електронима бити

$$w_e \approx (4\pi/3v_e) N (\hbar/Zm)^2 \int (d\rho/\rho) (n^2/2) (n^2 + 3l^2) \ln(\rho_{max}^e/\rho_{min}^e) \quad (9.7)$$

или после усредњавања по статистички равнотежним насељеностима поднивоа

$$\overline{w}_e \approx (4\pi/3v_e) N (\hbar/Zm)^2 1.43 n^4 \ln(\rho_{max}^e/\rho_{min}^e) \quad (9.8)$$

Минимални сударни параметар је аналогно (9.3)

$$\rho_{min}^e \approx n^2 \hbar / Z m v_e \quad (9.9)$$

Осим тога Грим (1974) је показао да се мора водити рачуна и да буде

$$\rho_{max}^e \approx v_e / \omega \approx (\hbar v_e / e^2) (n^3 / Z^2) a_0 \quad (9.10)$$

што одговара „адијабатском“ одсецању за најважније нееластичне сударе са $\Delta n = \pm 1$.

За средњу полуполуширину услед судара са електронима додајући члан који узима у обзир „јаке сударе“, коначно добијамо

$$\overline{w}_e \approx (4\pi/3v_e) N (\hbar/Zm)^2 1.43 n^4 \left[\frac{1}{2} + \ln(mv_e^2 n^2 / 2E_H Z) \right] \quad (9.11)$$

Сада можемо да упоредимо средње ширине услед судара са електронима и јонима:

$$\frac{\rho_{max}^i}{\rho_{min}^i} \cdot \frac{\rho_{min}^e}{\rho_{max}^e} \approx \frac{nv_i E_H}{\alpha^2 c m v_e^2} = \frac{v_i c n}{2v_e^2} \approx \left(\frac{m}{m'} \right)^{1/2} \frac{c}{v_e} \frac{n}{2} \quad (9.12)$$

Израз (9.12) представља однос аргумената логаритамских функција у изразима (9.6) и (9.11) и обично је реда 10^3 . Овде је m' редукована маса система „емитер – јон“. Аргумент логаритамске функције у (9.12) обично је већи од 10 тако да за однос израза у средњим заградама можемо узети као приближну вредност 2.5. Користећи апроксимацију $\ln(2/3n) \approx 4.5$ добијамо

$$\overline{w}_i/\overline{w}_e \approx (10/n^2)(m'/m)^{1/2} \quad (9.13)$$

претпостављајући да је температура емитера и пертурбера иста. Пошто је код разматраних радио линија $n \geq 90$, видимо да је јонска ширина занемарљиво мала у односу на електронску.

Упоредимо сада електронску ширину са ширењем услед ефекта Доплера, главног механизма ширења радиoliniја. Водећи рачуна да се под Доплеровом полуширином овде подразумева растојање од центра линије до тачке у којој је интензитет опао ϵ пута у односу на интензитет у центру, у случају појединачних ℓ компоненти имамо

$$\frac{w_e}{\Delta\omega_D} \approx \frac{4}{3} \sqrt{\pi} \frac{\hbar c a_0^2}{m} \left(\frac{m}{kT}\right)^{1/2} \left(\frac{m_r}{kT_D}\right)^{1/2} N \frac{n^5(n^2 + 3l^2)}{2Z^4 \Delta n} \cdot \left[\frac{1}{2} + \ln\left(\frac{kT}{E_H Z}\right) \right]. \quad (9.14)$$

После усредњавања по ℓ израз (9.14) постаје

$$\frac{w_e}{\Delta\omega_D} \approx \frac{4}{3} \sqrt{\pi} \frac{\hbar c a_0^2}{m} \left(\frac{m}{kT}\right)^{1/2} \left(\frac{m_r}{kT_D}\right)^{1/2} N \frac{1.43 n^7}{Z^4 \Delta n} \left[\frac{1}{2} + \ln\left(\frac{kTn}{E_H Z}\right) \right]. \quad (9.15)$$

Овде је коришћена релација за $(1/v_e)_{cp}$ средње

$$\left(\frac{1}{v_e}\right)_{cp} = (2m/\pi kT)^{1/2} \quad (9.16)$$

и уведена је ефективна Доплерова температура T_D за емитере масе m_r . Из једначине (9.15) следи да је концентрација електрона при којој су Штаркова и Доплерова ширина упоредиве, дата изразом

$$N' \approx 5 \cdot 10^{14} [(m_H/m_r) T T_D]^{1/2} (z^4 \Delta n / n^7) \quad (9.17)$$

у коме је температура дата у Келвинима а концентрација у cm^{-3} . На пример за прелаз са $n = 109$ на $n = 108$ (прелаза 109α) код водоника

$$T \approx T_D \approx 10^4 \text{ K} \quad \text{а} \quad N' \approx 5 \cdot 10^4 \text{ cm}^{-3}.$$

Напоменимо да изразе и процене добијене у овом одељку, можемо да користимо за радиoliniје неводоничних емитера, ако је ширина линије већа од растојања између нивоа са различитим орбиталним квантним бројевима.

10. ПОСЕБНЕ СПЕКТРОСКОПСКЕ МЕТОДЕ

10.1 Подела спектроскопских метода

Спектроскопске методе можемо поделити с једне стране по делу електромагнетног спектра који изучавају, пошто пријем и анализа зрачења у свакој области спектра има специфичности, а са друге стране на методе које су засноване на коришћењу одређених физичких појава. Објаснићемо основне принципе спектроскопских метода заснованих на одређеним физичким појавама да би читаоци били упознати са појмовима који се срећу у спектроскопским текстовима како у астрономији тако и у физици. На објашњавању спектроскопских метода везаних за поједине области спектра нећемо се задржавати, пошто су појмови као што су то гама спектроскопија, UV спектроскопија, инфрацрвена спектроскопија и слично, довољно познати.

Од спектроскопских метода заснованих на некој физичкој појави, за астрономију су посебно значајне атомска и молекулска апсорпциона и емисиона спектроскопија и апсорпциона и емисиона спектроскопија континуума. У појединим случајевима од значаја је флуоресцентна спектроскопија, а за проучавање тела Сунчевог система и истраживање међузвезданог простора, од интереса може да буде и познавање спектралних особина чврстих тела.

10.2 Атомска и молекуларна емисиона спектроскопија

Атомска апсорпциона емисиона спектроскопија је основни спектроскопски метод који се користи у астрономији. Као што смо већ видели у првом поглављу атом или јон апсорбује зрачење оне фреквенце чија је енергија једнака разлици између енергетских нивоа електрона у атому. После апсорпције, електрон прелази на виши енергетски ниво. Апсорпциона спектроскопија проучава апсорпционе линије настале оваквом апсорпцијом зрачења на појединим таласним дужинама.

Емисиона спектроскопија се бави проучавањем емисионих линија, које настају када електрон у атому, пређе са вишег на нижи енергетски ниво односно вишег у ниже енергетско стање, емитујући фотон чија енергија одговара разлици енергије вишег и нижег нивоа.

Када су у питању молекули, до апсорпције и емисије зрачења долази не само електронским прелазима, него и када се зрачење емитује или апсорбује услед промене вибрационог или ротационог стања молекула, која такође имају квантоване вредности.

10.3 Апсорпциона и емисиона спектроскопија континуума

У претходном тексту смо видели да бројни процеси доводе до емисије односно апсорпције зрачења у континууму. Ту су процеси јонизације и рекомбинације атома и јона који доводе до стварања широких апсорпционих (јонизациони процеси) и емисионих (рекомбинациони процеси) трака у звезданим спектрима. Размотрили смо улогу коју за настанак непрекидног спектра има негативни јон водоника. Формирање негативног јона водоника „рекомбинацијом“ неутралног атома водоника и додатног електрона, одговорно је за значајни део видљиве емисије Сунца. Размотрили смо и улогу метала и других јона, молекула и молекуларних јона.

Осим ових узрока емисије и апсорпције у континууму, убрзавање наелектрисаних честица, углавном електрона, које се спирално крећу око линија сила магнетног поља, ствара континуалну емисију (ређе апсорпцију) познату као **синхротронско зрачење**. Убрзавање наелектрисаних честица у електричном пољу, нарочито приликом кретања наелектрисаних честица у електричном пољу суседних атома и јона, изазива зрачење услед **слободно – слободних прелаза**, које се зове **закочно зрачење** или **bremmsstrahlung**. Ако се наелектрисане честице крећу брже од локалне брзине светлости у неком материјалу ($v > c = c_0/n_s$, где је c_0 брзина светлости у вакууму а n_s индекс преламања дате средине) настаје **Черенковљево зрачење**. Загрејана чврста тела, течности и густе гасови емитују збирно зрачење које је често блиско зрачењу црног тела. Осим поменутих процеса размена енергије приликом расејавања фотона на електронима, то јест Комптонов ефекат и инверзни Комптонов ефекат, може да „размаже“ линијски спектар, као што се то дешава у спектру Сунчеве короне. Осим тога ако посматрамо вибрациону и ротациону апсорпцију или емисију у молекуларним спектрима ниске резолуције или дисперзије да би се развојиле појединачне линије, апсорпција/емисија ће имати изглед непрекидних трака.

10.4 Метода нуклеарне магнетне резонанције или НМР спектроскопија

НМР спектроскопија проучава понашање атомских језгара која имају магнетни моменат услед тога што имају спин различит од нуле. То су језгра са непарном атомском масом или пак са парним масеним бројем и непарним атомским наелектрисањем, на пример ^1H , ^{13}C , ^{14}N , ^{31}P итд. У присуству спољашњег магнетног поља, квантоване оријентације језгра у односу на магнетно поље имају различите енергије. Услед апсорпције или емисије зрачења може доћи до прелаза између ових стања. Код магнетног поља реда величине тесле овакви прелази су у радио подручју са фреквенцама од неколико десетина МHz. У лабораторији се за НМР спектроскопију користи јако магнетно поље и радиофреквентни предајник за озрачивање узорка. Мења се или јачина магнетног поља или фреквенца предајника и резонантна фреквенца се детектује помоћу радио пријемника.

10.5 Раманова спектроскопија

Раманова спектроскопија је заснована на нееластичном расејању молекула. Интензиван монохроматски снап фотона чија се таласна дужина не поклапа са молекуларним линијама, користи се за осветљавање узорка, обично помоћу ласера. Затим се посматра расејано зрачење, које садржи јаку компоненту првобитне фреквенце услед Рејлијевог расејања али такође и слабе компоненте са фреквенцама нешто нижим и вишим од првобитне услед Рамановог расејања. Овакве секундарне компоненте зову се Стоксове линије када имају нижу фреквенцу и анти Стоксове када имају вишу. Стоксове линије настају због енергије која се одузима од првобитног зрачења када молекул претрпи вибрациони прелаз на горе а анти Стоксове када молекул претрпи вибрациони прелаз на доле и енергија прелаза се дода првобитном зрачењу. Разлика између фреквенце упадног зрачења и фреквенце Стоксове и анти Стоксове линије даје управо фреквенцу вибрационог прелаза. Ротациони прелази стварају фину структуру линија. Ова техника омогућује да се прелази који нормално стварају линије у инфрацрвеном и микроталасном делу спектра, посматрају у видљивој области.

10.6 Фосфоресцентна спектроскопија

Фосфоресценција настаје када се побуђени молекул деексцитира низом каскадних прелаза, емитујући одговарајуће фотоне, при чему овај низ укључује неко метастабилно стање чије је време живота више редова величина дуже него код обичног стања (10^{-8} s). Емисија услед прелаза са метастабилног стања ће се десити са значајном задршком у односу на друге емисије у низу. У техници се користи светлосни извор одговарајуће фреквенце којим се побуди молекул, а затим се емисија из узорка детектује на одговарајући начин да би се изоловала фосфоресцентна емисија са метастабилног нивоа.

10.7 Флуоресцентна спектроскопија

Феномен флуоресценције, тесно је повезан са појавом фосфоресценције. Разлика је што у низу каскадних прелаза нема метастабилног стања, па се емисија дешава у времену реда величине 10^{-8} s од почетне екситације.

Добро познат пример флуоресценције је када се минерал флуорспар осветли ултраљубичастим зрачењем и затим емитује у видљивом делу спектра. Ова појава дозвољава да се у лабораторији проучавају енергетски нивои између основног стања и првобитно побуђеног нивоа.

Флуоресценција се понекад јавља у астрономији, где је обично позната као резонантна или селективна флуоресценција или Бовенов ефекат. До ове појаве долази када се емисиона линија једног елемента поклапа или готово

поклапа са таласном дужином прелаза у спектру другог елемента. У том случају атоми другог елемента апсорбују упадно зрачење одређене таласне дужине и горњи ниво прелаза постаје пренасељен у односу на насељеност коју би имао у случају локалне термодинамичке равнотеже. Прелази са горњег нивоа на доле доводе до емисионих линија у спектру посматраног објекта које иначе не би могле бити тако интензивне или се чак не би ни појавиле. Познати пример је водоникова линија Лајман бета на 1025.72 Å која се поклапа са прелазом на 1025.77 Å код неутралног кисеоника. Пошто су ширине линија довољно велике тако да се ове две линије преклапају, кисеоник се побуђује апсорпцијом зрачења водоника и затим каскадно деексцитира емитујући на таласним дужинама 1025; 1157; 1302; 4834; 8446 и 11287 Å.

10.8 Месбауерова спектроскопија

Ова техника користи прелазе између побуђених стања унутар језгра, тако да су енергије прелаза велике и зрачење се налази у гама подручју. Зато се ова техника назива и нуклеарна гама резонантна спектроскопија (NGR – Nuclear Gamma ray Resonance spectroscopy). С обзиром да је енергија гама зрака, као и њихови моменти довољно велика, језгро приликом таквог прелаза значајно узмакне. Услед тога, емисија и апсорпција се не дешавају на одређеној фреквенци него у опсегу фреквенци одређеном брзином узмака. Месбауер је 1958. открио да се под одређеним условима узмак појединачног језгра може поделити између свих атома кристала који садржи посматрано језгро. Тако се узмак ефективно своди на нулу и емитовани или апсорбовани фреквентни опсег постаје изузетно узак. Посматрачка техника тражи да се детектор (кристал који садржи језгра која апсорбују) помера ка и од извора све док Доплеров помак услед брзине померања не проузрокује да се емитована и апсорбована фреквенца поклопе. Тада је зрачење јако апсорбовано, а брзина на којој се ово поклапање или резонанција дешава даје померај таласне дужине између емитованог зрачења и фреквенце апсорпције за посматрано језгро.

11. КРИТИЧКИ ФАКТОРИ КОД ЕКСПЕРИМЕНТАЛНОГ ИСТРАЖИВАЊА ОБЛИКА СПЕКТРАЛНИХ ЛИНИЈА

11.1 Извори плазме

Да бисмо могли да проценимо у којој мери је неки податак из литературе о експериментално одређеним параметрима ширења спектралних линија поуздан, морамо да знамо који су критички фактори у оваквим експериментима и да пажљивим читањем чланка видимо у којој су мери аутори о њима водили рачуна. Идеални извор плазме за проучавање Штарковог ширења јонских линија требало би да буде стационаран, хомоген и способан да се постигну релативно високе температуре ($> 10\,000\text{ K}$) да би се постигао довољан број јонизованих атома. Осим тога, такав извор би требало да омогући релативно високе електронске концентрације ($10^{16} - 10^{18}\text{ cm}^{-3}$) да би Штарково ширење било доминантан и поуздано мерљив узрок ширења спектралних линија.

Такав идеални извор није доступан али постоји низ извора плазме који парцијално задовољавају овакве услове. У табели 11.1 дат је преглед најпознатијих извора плазме за оваква мерења и опсеги температура и електронских густина који се у њима постижу.

Табела 11.1 Најпознатији извори плазме за одређивање параметара Штарковог ширења и одговарајући опсеги температуре и електронске густине

Извори плазме	Електронска густина (cm^{-3})	Опсег температуре (K)
Електромагнетна Т – цев	$(0.5 - 8.0) \times 10^{17}$	9 000 – 25 000
Импулсни лук ниског притиска	$(0.3 - 2.0) \times 10^{17}$	14 000 – 40 000
Плазма џет	$(0.7 - 1.0) \times 10^{17}$	12 000 – 14 000
Разни типови лукова	$(0.7 - 2.0) \times 10^{17}$	11 000 – 20 000
Ударна цев	$(0.5 - 1.0) \times 10^{17}$	10 000 – 12 000
Z – пинч	$(0.3 - 4.0) \times 10^{17}$	25 000 – 35 000
Θ – пинч	4×10^{17}	60 000

Електромагнетна Т – цев се састоји од (обично стаклене) цеви Т – облика са две електроде које се налазе на два супротна краја краће гране Т – цеви. У њима се одвија импулсно пражњење и за већину експеримената нађено је да је интензитет зрачења репродуцибилан у границама грешке од ± 15 посто. Ова грешка може бити и мања што делимично зависи и од типа радног гаса. У случају молекуларних гасова (на пример азот, кисеоник и дихлородифлуорометан) репродуцибилност је много мања него код атом-

ских (хелијум, неон и аргон).

Импулсни лукови ниског притиска имају заједничку особину да плазма настаје пражњењем кондензаторске батерије кроз стаклену цев испуњену гасом на ниском притиску. У општем случају репродукцибилност интензитета зрачења од пражњења до пражњења је боља него код електомагнетне Т цеви и обично је одступање у границама ± 5 посто.

Z – пинч је у основи импулсни лук ниског притиска али са много јачом електричном струјом, тако да створено магнетно поље узрокује сажимање (pinching) стуба плазме. На тај начин постижу се веће електронске концентрације него у импулсним луковима, што је погодно за истраживање спектралних линија вишеструких јона. Сличан је и Θ – пинч у коме се постижу веће температуре и густине електрона.

Код стабилисаних лукова и плазма цетова, плазма је стационарна што дозвољава дуга посматрања и примену споре технике фотоелектричног сканирања. Зато су профили линија прецизно дефинисани. Плазме добијене у овим уређајима су типично дуги ротационо симетрични стубови цилиндричног облика код лукова и конусног облика код плазма цета. Код зидностабилисаних лукова типичне димензије су 5 mm за пречник стуба а 100 mm за дужину. Код плазма цетова пречник је исто око 5 mm а дужина 20 – 30 mm. Код гасно стабилисаног лука високог притиска (до 150 атмосфера) димензије су мање па је дужина око 5 mm а пречник 1-2 mm.

Да би се помоћу стабилисаних лукова и плазма цетова добили поуздани подаци треба водити рачуна о следећим критичким факторима. У случају мерења са крајева (end – on), гранични слојеви треба да буду узети у обзир уз помоћ моделних процена, или њихов утицај треба да је минимизиран увођењем емитера који се проучавају, само у средишње делове стуба плазме, далеко од хладније области око електрода. Ако се користи смеша гасова, треба водити рачуна о пажљивом одржавању константности њеног састава.

11.2 Одређивање електронске густине

Најкритичнији део анализе услова у плазми је прецизно одређивање електронске густине, пошто од ове величине параметри ширења линије притиском зависе линеарно у сударној апроксимацији. Што се тиче температуре, прецизност њеног одређивања мање утиче него у случају концентрације.

У случају експерименталног одређивања параметара Штарковог ширења, електронска концентрација често се одређује мерењем Штаркове ширине линија чији су параметри ширења прецизно установљени теоријски и експериментално. Ове линије обично припадају емитерима који су у плазми додати у траговима. Овде треба обратити пажњу на корекције због могућег утицаја других механизма ширења, укључујући и инструментални профил, као и на корекције због могуће самоапсорпције и за континуум испод линије. Треба се такође уверити да је линија заиста изолована тј. да

није дошло до преклапања са неком линијом истог елемента или нечистоће. Најпожељнији метод је да се добије цели профил линије и упореди са теоријским, а не да се само одреди полуширина.

Најтачнији резултати добијају се помоћу Балмерове линије H_{β} . Више теоријских и експерименталних студија закључују да се помоћу ове линије електронска густина може одредити са грешком у границама $\pm 10\%$. Готово исто толико често као и H_{β} , за одређивање електронске густине користи се и линија 3889 \AA неутралног хелијума, са сличном поузданошћу.

Примена других линија, чији су параметри Штарковог ширења одређени једним експерименталним или теоријским истраживањем даје мање поуздане резултате.

Од свога настанка 1963. године, ласерска интерферометрија се непрекидно усавршава и данас се може употребити за мерење електронских густина у опсегу $10^{10} - 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ преко дужина оптичког пута реда 10 cm .

За аргон, за који постоји много релевантних спектроскопских података, може се применити теоријско одређивање састава плазме упоредо са мерењем интензитета. У таквим истраживањима претпоставља се локална термодинамичка равнотежа (ЛТР), користе се и једначине које описују плазму и закони одржања, као што су једначине равнотеже попут једначине Саха, услов неутралности плазме и закон идеалног гаса. Заједно са мерењем интензитета линије и континуума, могу се добити подаци о саставу плазме, тј. густини различитих честица и о температури. Овај метод је нарочито погодан за стационарне плазме високих густина, где провере са теоријским критеријумима равнотеже индицирају да је ЛТР веома добра апроксимација.

Важан захтев за примену овог метода је постојање поузданих података о атомским вероватноћама прелаза или о апсорпционим коефицијентима за континуум, да би се на одговарајући начин употребила мерења интензитета линије или континуума. Аргон је погодан за овакву сврху зато што су горе поменуте атомске величине довољно поуздано познате. За аргон, као и за низ лаких елемената, овај метод је по тачности упсредив са осталим разматраним методама.

11.3 Мерења температуре

Зависност параметара Штарковог ширења спектралних линија од температуре далеко је мање критично за поузданост резултата него зависност од електронске концентрације. Зато је одређивање ове величине са грешком од $\pm 10\%$ потпуно адекватно и обично се може постићи. Описаћемо карактеристике метода који се најчешће користе за ове сврхе.

Често се за одређивање температуре користе релативни интензитети линија у оквиру исте врсте емитера. Из мерења релативних интензитета линија налазе се релативне популације неколико атомских стања са различитом енергијом екситације. Ако је плазма у парцијалној ЛТР, популације се описују Болцмановом расподелом и једнозначно су карактерисане

њиховом температуром ексцитације, која се може добити одговарајућом анализом из ове расподеле (Boltzmann plot analysis). У повољном случају грешка одређивања температуре је 2-3 процената док је уобичајена неодређеност 5-10 процената.

За одређивање температуре може се употребити и однос интензитета линије и континуума. Ограничење овог метода је што захтева и атомске вероватноће прелаза и коефицијент апсорпције за непрекидно зрачење.

Такође од помоћи може бити и однос интензитета линија из сукцесивних стања јонизације истог елемента. Овакав однос је веома осетљив на температуру, пошто је температурска зависност две такве линије веома различита услед великих разлика у енергијама ексцитације, које су реда $10\text{--}20\text{ }kT$ (где је k Болцманова константа, $k = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K, а T температура). Да би два сукцесивна јонизациона стања била повезана једначином Саха, плазма мора бити у стању потпуне ЛТР а морамо знати и електронску густину. Ако су ови услови испуњени, а потпуна ЛТР обично је остварена на високим густинама електрона, овај метод је веома тачан, тачнији од раније дискутованих метода за одређивање температуре и упоредив са последњим од метода који ћемо поменути а то је употреба једначине плазме и мерења интензитета. Овај метод је већ био дискутован приликом разматрања метода за одређивање електронске густине. Његовом применом се истовремено одређују електронска концентрација и температура што је посебно атрактивно својство.

11.4 Самоапсорпција

Самоапсорпција утиче на изобличење и нарочито ширење линије и привидна ширина коју посматрамо биће исувише велика. Ако самоапсорпција углавном потиче из хладних, граничних слојева са много нижом електронском густином и ако је спектрална резолуција довољна, интензитет у центру линије ће се смањити и ми ћемо имати лако препознатљив облик линије код које се у центру налази карактеристично удубљење. Али најчешће, самоапсорпција (нарочито када настаје у хомогеном слоју плазме) ће само мало изобличити облик дисперзионог профила, тако да је обично веома тешко проценити на основу изгледа спектралне линије, степен овог ефекта.

Постоји низ поузданих техника које омогућују да се установи присуство ефеката самоапсорпције. Најдиректнији метод је провера односа интензитета линија у мултиплету, за које се очекује да се понашају у складу са LS – везом. Ако је посматрани интензитет најјаче линије у мултиплету у односу на интензитет слабије мањи од теоријског према LS – вези, то је индикација присуства самоапсорпције. Пошто линије у мултиплету имају приближно исти облик и ширину, тражени однос интензитета се може добити простим упоређивањем висина максималног интензитета (висине у центру линије).

ЛИТЕРАТУРА

- Adelman, S.J. and Lanz, T.: 1987, *Elemental Abundance Analyses*, Inst. d'Astronomie de l'Université de Lausanne, Lausanne.
- Ali, A.W., Griem, H.R.: 1965, *Phys. Rev. A*, **140**, 1044, *Phys. Rev. A*, **144**, 366.
- Baranger, M.: 1958a, *Phys. Rev.*, **111**, 481.
- Baranger, M.: 1958b, *Phys. Rev.*, **111**, 494.
- Baranger, M.: 1958c, *Phys. Rev.*, **112**, 855.
- Baranger, M.: 1962, in: *Atomic and Molecular Processes*, ed by D.R. Bates (Academic Press Inc., New York) chap. 13.
- Barbier, D.: 1958, *Handbuch der Physik*, **Vol 50**, 322.
- Bessel, M.S.: 1967, *Astrophys. J. Lett.* **149**, L67.
- Brissaud, A., Frisch, U.: 1971, *JQSRT*, **11**, 1767.
- Brissaud, A., Frisch, U.: 1974, *J. Math. Phys.*, **15**, 524.
- Cowley, C.R.: 1970, *The theory of Stellar Spectra*, Gordon and Breach, New York, London, Paris. (руски превод, Мир, Москва, 1974).
- Димитријевић, М.С.: 1978, Утицај потенцијала дугог комета на Штарково ширење спектралних линија плазме, докторска дисертација, Институт за примењену физику, Београд.
- Dimitrijević, M.S.: 1990, *Line Shapes Investigations in Yugoslavia 1962-1985 (Bibliography and citation index)*, *Publ. Obs. Astron. Belgrade*, **39**.
- Dimitrijević, M.S.: 1991, *Line Shapes Investigations in Yugoslavia II. 1985- 1989 (Bibliography and citation index)*, *Publ. Obs. Astron. Belgrade*, **41**.
- Dimitrijević, M.S.: 1994, *Line Shapes Investigations in Yugoslavia and Serbia III. 1989-1993 (Bibliography and citation index)*, *Publ. Obs. Astron. Belgrade*, **47**.
- Dimitrijević, M.S.: 1997, *Line Shapes Investigations in Yugoslavia and Serbia IV. 1993-1997 (Bibliography and citation index)*, *Publ. Obs. Astron. Belgrade*, **58**.
- Edmonds, F.N.Jr., Schlüter, H., Wells, D.C.III: 1967, *Mem. Roy. Astron. Soc.*, **71**, 271.
- Foley, H.M.: 1946, *Phys. Rev.*, **69**, 616.
- Fuhr, J.R., Lesage, A.: 1993, *Bibliography on Atomic Line Shapes and Shifts (July 1978 through March 1992)*, NIST Spec. Publ. 366, Supplement 4, U.S. Dept. of Commerce, Washington D.C.
- Fuhr, J.R., Martin, G.A., Specht, B.J.: 1975, *Bibliography on Atomic Line Shapes and Shifts (July 1973 through May 1975)*, NBS Spec. Publ. 366, Supplement 2, U.S. Dept. of Commerce, Washington D.C.
- Fuhr, J.R., Miller, B.J. Martin, G.A.: 1978, *Bibliography on Atomic Line Shapes and Shifts (June 1975 through June 1978)*, NBS Spec. Publ. 366, Supplement 3, U.S. Dept. of Commerce, Washington D.C.

- Fuhr, J.R., Roszman, L.J., Wiese, W.L.: 1974, Bibliography on Atomic Line Shapes and Shifts (April 1973 through June 1973), NBS Spec. Publ. 366, Supplement 1, US. Dept. of Commerce, Washington D.C.
- Fuhr, J.R., Wiese, W.L., Roszman, L.J.: 1972, Bibliography on Atomic Line Shapes and Shifts (1969 through March 1972), NBS Spec. Publ. 366, U.S. Dept. of Commerce, Washington D.C.
- Gray, D.F.: 1967, *Astrophys. J.* **149**, 317.
- Gray, D.F.: 1980, The Observation and Analysis of Stellar Photospheres, Wiley Interscience, (руски превод, Мир, Москва, 1980).
- Grevesse, N., Noels, A.: 1996, Standard Abundances, y: Cosmic Abundances, eds. S.S. Holt, G. Sonneborn, ASP Conference Series, **99**, 117.
- Griem, H.R.: 1964, Plasma Spectroscopy, Mc Graw Hill Inc., New York.
- Griem, H.R.: 1967, *Astrophys. J.*, **147**, 1092.
- Griem, H.R.: 1975, in: Advances in Atomic and Molecular Physics, Vol. 11 (ed. Bates D.R., Bederson Benjamin), Academic Press, New York i London.
- Griem, H.R., Baranger, M., Kolb, A.C., Oertel, G.K.: 1962, *Phys. Rev.*, **125**, 177.
- Grove, E.L. ed.: 1978, Applied atomic spectroscopy, Vol. I, Plenum Press, New York and London.
- Harrison, R., Lord, R.C., Loofbourow, J.R.: 1962, Praktična spektroskopija, Naučna knjiga, Beograd.
- Hindmarsh, W.R., Farr, J.M.: 1972, *Prog. Quantum Electron.*, **2**, 143.
- Holtzmark, J.: 1919, *Z. Physik*, **20**, 162.
- Holtzmark, J.: 1924, *Z. Physik*, **85**, 73.
- Hulbert, E.O.: 1924, *Astrophys. J.*, **59**, 177.
- Karzas, W.J., Latter, R.: 1961, *Astrophys. J. Suppl.*, **6**, 167.
- Kitchin, C.P.: 1995, Optical Astronomical Spectroscopy, Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia.
- Konjević, N., Dimitrijević, M.S., Wiese, W.L.: 1984, Experimental Stark Widths and Shifts for Spectral Lines of Neutral Atoms (A Critical Review of Selected Data for the Period 1976 to 1982), *J. Phys. Chem. Ref. Data*, **13**, 619.
- Konjević, N., Dimitrijević, M.S., Wiese, W.L.: 1984, Experimental Stark Widths and Shifts for Spectral Lines of Positive Ions (A Critical Review and Tabulation of Selected Data for the Period 1976 to 1982), *J. Phys. Chem. Ref. Data*, **13**, 649.
- Konjević, N., Roberts, J.R.: 1976, A Critical Review of the Stark Widths and Shifts of Spectral Lines from Non-Hydrogenic Atoms, *J. Phys. Chem. Ref. Data*, **5**, 209.
- Konjević, N., Wiese, W.L.: 1976, Experimental Stark Widths and Shifts for Non-Hydrogenic Spectral Lines of Ionized Atoms (A Critical Review and Tabulation of Selected Data), *J. Phys. Chem. Ref. Data*, **5**, 259.
- Konjević, N., Wiese, W.L.: 1990, Experimental Stark Widths and Shifts for Spectral Lines of Neutral and Ionized Atoms (A Critical Review of Selected Data for the Period 1983 through 1988), *J. Phys. Chem. Ref. Data*, **19**, 1307.
- Kršljanin, V.M.: 1989, Štarkov pomak jonskih linija kod toplih zvezda, *Publ. Obs. Astron. Belgrade*, **37**, 1-114.
- Левинсон, И.Б., Никитин, А.А.: 1962, Руководство по теоретическому

- вычислению интенсивностей линий в атомных спектрах, Издательство Ленинградского университета.
- Lindholm, E.: 1945, *Arkiv Mat. Astron. Fys.*, **32A**, No 17, 1.
- Lorentz, H.A.: 1906, *Proc. Acad. Sci., Amsterdam*, **8**, 591.
- Michelson, A.A.: 1895, *Astrophys. J.*, **2**, 25.
- Olson, E.C.: 1975, *Astrophys. J. Suppl. Series*, **29**, 43.
- Porović, L.Č.: Штарково ширење спектралних линија тешких јона у спектрама топлих звезда, *Publ. Obs. Astron. Belgrade*, **46**.
- Ross, J., Aller, L.: 1968, *Astrophys. J.* **153**, 235.
- Sahal-Bréchet, S.: 1969a, *Astron. Astrophys.*, **1**, 91.
- Sahal-Bréchet, S.: 1969b, *Astron. Astrophys.*, **2**, 322.
- Seidel, J.: 1977a, *Z. Naturforsch*, **32a**, 1195.
- Seidel, J.: 1977b, *Z. Naturforsch.*, **32a**, 1207.
- Sobelman, I.I.: 1979, *Atomic spectra and radiative transitions*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York.
- Thorne, A.P.: 1974, *Spectrophysics*, Chapman and Hall & Science, Paperbacks, London.
- Travis, L.D., Matsushima, S.: 1968, *Astrophys. J.* **154**, 689.
- Trimble, V.: 1996, *Cosmic Abundances: Past, Present and Future*, y: Cosmic Abundances, eds. S.S. Holt, G. Sonnenborn, ASP Conference Series, **99**, 3.
- Van Regemorter, H.: 1972 in: *Atoms and Molecules in Astrophysics*, ed. by T.R. Carson and M.J. Roberts, Academic Press, London and New York.
- Whiteoak, J.B.: 1967, *Astrophys. J.* **150**, 524.

ПУБЛИКАЦИЈЕ АСТРОНОМСКЕ ОПСЕРВАТОРИЈЕ У БЕОГРАДУ
PUBLICATIONS OF THE ASTRONOMICAL OBSERVATORY OF BELGRADE

№ 1 (1947)

ЕФЕМЕРИДЕ 98 МАЛИХ ПЛАНЕТА ЗА 1947 ГОДИНУ
ÉPHÉMÉRIDES DE 98 DES PETITES PLANÈTES POUR L'AN 1947

№ 2 (1947)

ЕФЕМЕРИДЕ 106 МАЛИХ ПЛАНЕТА ЗА 1948 ГОДИНУ
ÉPHÉMÉRIDES DE 106 DES PETITES PLANÈTES POUR L'AN 1948

№ 3 (1949)

ЕФЕМЕРИДЕ 106 МАЛИХ ПЛАНЕТА ЗА 1949 ГОДИНУ
ÉPHÉMÉRIDES DE 106 DES PETITES PLANÈTES POUR L'AN 1949

№ 4 (1951)

Р. М. Djurković, В. М. Ševarlić et Z. М. Brkić
ОДРЕЂИВАЊЕ ГЕОГРАФСКЕ ШИРИНЕ АСТРОНОМСКЕ
ОПСЕРВАТОРИЈЕ У БЕОГРАДУ, 1947
DETERMINATION DE LATITUDE DE L'OBSERVATOIRE ASTRONOMIQUE
DE BELGRADE, 1947

№ 5 (1957)

В. М. Ševarlić
SUR LE PROBLÈME DE LA VARIATION DES LATITUDES ET
DU MOUVEMENT DU PÔLE INSTANTANÉ DE ROTATION
À LA SURFACE DE LA TERRE

№ 6 (1961)

Ljubiša A. Mitić
COOSCILLATIONS DES PENDULES ASTRONOMIQUES

№ 7 (1961)

Zaharije M. Brkić
ПРИЛОГ ИСПИТИВАЊИМА СИСТЕМАТСКИХ УТИЦАЈА
НА АСТРОНОМСКО ОДРЕЂИВАЊЕ ВРЕМЕНА
CONTRIBUTION AUX ÉTUDES DES INFLUENCES SYSTÉMATIQUES
À LA DÉTERMINATION ASTRONOMIQUE DE L'HEURE

№ 8 (1961)

В. М. Ševarlić
ПРОМЕНЕ ГЕОГРАФСКЕ ШИРИНЕ АСТРОНОМСКЕ ОПСЕРВАТОРИЈЕ
У БЕОГРАДУ ОД 1949.0 – 1957.0
VARIATIONS DE LA LATITUDE DE L'OBSERVATOIRE ASTRONOMIQUE
DE BEOGRAD DE 1949.0 – 1957.0

№ 9 (1961)

Branislav M. Ševarlić
PRILOG ISPITIVANJU PROMENA GEOGRAFSKIH ŠIRINA BEOGRADA
CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DES VARIATIONS DE LA LATITUDE
DE BEOGRAD

№ 10 (1964)

Vasilije Oskanjan

THE UV CETI VARIABLE STARS

№ 11 (1965)

P. M. Djurković, M. Protić, J. Arsenijević, A. Kubičela, O. Kovačević,

R. Grujić, Lj. Dačić, M. Djokić, Č. Čepinac

OBSERVATIONS DU SOLEIL EN 1957, 1958 ET 1959

A L'OBSERVATOIRE ASTRONOMIQUE DE BEOGRAD

№ 12 (1968)

Editor: P. M. Djurković

SIMPOZIJUM ASTRONOMA JUGOSLAVIJE

POVODOM 75. GODIŠNJICE OSNIVANJA ASTRONOMSKE

OPSERVATORIJE U BEOGRADU (1887 - 1962)

№ 13 (1967)

G. Teleki

A CONTRIBUTION INTO THE RESEARCH OF ASTRONOMICAL

REFRACTION AND ITS ANOMALIES ON THE BASIS OF

AEROLOGICAL MEASUREMENTS CARRIED OUT IN BEOGRAD

№ 14 (1968)

RADOVI NA ISPITIVANJU FUNDAMENTALNIH ASTROMETRIJSKIH

INSTRUMENATA, NJIHOVIH ORGANA I PRIBORA

TRAVAUX SUR L'EXAMEN DES INSTRUMENTS ASTROMETRIQUES

FONDAMENTAUX, DE LEUR ORGANES ET ACCESSOIRES

№ 15 (1968)

Aleksandar Kubičela

UNE MODIFICATION DU SPECTROGRAPHE CHROMOSPHERIQUE

A PLAQUE MOBILE

№ 16 (1969)

Editor: P. M. Djurković

RADOVI PRIKAZANI NA IV KONGRESU

MATEMATIČARA, FIZIČARA I ASTRONOMA, OKTOBRA 1965 U SARAJEVU

№ 17 (1972)

Sofija N. Sadžakov, Dušan P. Šaletić

CATALOGUE OF DECLINATIONS OF THE LATITUDE

PROGRAMME STARS (KŠZ)

№ 18 (1974)

Editor: G. Teleki

THE PRESENT STATE AND FUTURE OF THE ASTRONOMICAL

REFRACTION INVESTIGATIONS

Proceedings of the Study Group on Astronomical Refraction

of the International Astronomical Union Commission 8

№ 19 (1974)

Georgije M. Popović

THE FIRST GENERAL CATALOGUE OF DOUBLE-STAR
OBSERVATIONS MADE IN BELGRADE, 1951-1971

№ 20 (1975)

Editor: Dj. Teleki

ZBORNIK RADOVA NACIONALNE KONFERENCIJE
JUGOSLOVENSКИH ASTRONOMA – 1973, BEOGRAD
PROCEEDINGS OF THE NATIONAL CONFERENCE
OF YUGOSLAV ASTRONOMERS – 1973, BELGRADE

№ 21 (1975)

S. Sadžakov, D. Šaletić

DECLINATIONS AND THE PROPER MOTIONS OF THE STARS
OF THE INTERNATIONAL LATITUDE SERVICE ON THE BASIS
OF MERIDIAN CATALOGUES FROM 1929 TO 1972.

№ 22 (1975)

Ivan Pakvor

ISPITIVANJE NAGLAVAKA VELIKOG PASAŽNOG INSTRUMENTA
ASTRONOMSKE OPSERVATORIJE U BEOGRADU
PIVOT-EXAMINATIONS OF BELGRADE OBSERVATORY'S
LARGE TRANSIT INSTRUMENT

№ 23 (1975)

Lj. A. Mitić

PRIPREMNI RADOVI NA VELIKOM PASAŽNOM INSTRUMENTU
BEOGRADSKЕ OPSERVATORIJE
PREPARATION OF THE LARGE TRANSIT INSTRUMENT OF THE
BELGRADE OBSERVATORY FOR REGULAR OBSERVATION

№ 24 (1978)

Sofija N. Sadžakov

IZVEDENI KATALOG ŠIRINSКИH ZVEZDA (IKŠZ)
GENERAL CATALOGUE OF LATITUDE STARS (IKŠZ)

№ 25 (1978)

Danilo J. Zulević

PRILOG STATISTIČKOM ISPITIVANJU UTICAJA ODNOSA MASA
KOMPONENATA NA DINAMIČKE PUTANJSKE ELEMENTE (e , P , a)
KOD VIZUELNO DVOJNIH ZVEZDA
STATISTICAL INVESTIGATION OF THE RELATION BETWEEN THE
MASS RATIO AND THE DYNAMICAL ORBITAL ELEMENTS e , P , a
OF THE VISUAL BINARIES

№ 26 (1979)

Editor: Dj. Teleki

ZBORNIK RADOVA III NACIONALNE KONFERENCIJE
JUGOSLOVENSKIH ASTRONOMA, BEOGRAD, 1977.
PROCEEDINGS OF THE III NATIONAL CONFERENCE
OF YUGOSLAV ASTRONOMERS, BELGRADE. 1977.

№ 27 (1979)

S. N. Sadžakov

ISPITIVANJE SISTEMATSKIH GREŠAKA TIPA $\Delta\delta_\alpha$ ŠIRINSKIH
POSMATRANJA RAZNIH OPSERVATORIJA NA OSNOVU NJIHOVOG
UPOREDJIVANJA SA BEOGRADSKIM IZVEDENIM KATALOGOM
ŠIRINSKIH ZVEZDA I FOTOGRAFSKIM KATALOGOM AGK3

INVESTIGATION OF THE SYSTEMATIC $\Delta\delta_\alpha$ - TYPE ERRORS IN LATITUDE
OBSERVATIONS OF VARIOUS OBSERVATORIES BY THEIR COMPARISON
WITH BELGRADE GENERAL CATALOGUE OF LATITUDE STARS AND THE
PHOTOGRAPHIC CATALOGUE AGK3

№ 28 (1980)

Jelisaveta Arsenijević

POLARIZACIJA ZRAČENJA NEKIH HLADNIH SUPERDŽINOVA

№ 29 (1982)

Editors: G. Teleki, B. Ševarlić

EPITOME FUNDAMENTORUM ASTRONOMIAE, Pars II
Photographic Catalogues and Charts of Star Positions

№ 30 (1981)

S. N. Sadžakov, D. P. Šaletić, M. D. Dacić

KATALOG ZVEZDA PROGRAMA SFZT
CATALOGUE OF NPZT PROGRAMME STARS

№ 31 (1981)

ASTROKLIMATSKA ISTRAŽIVANJA ZA IZBOR MESTA VISINSKE STANICE
ASTRONOMSKE OPSERVATORIJE U BEOGRADU
ASTROCLIMATIC EXPLORATIONS FOR SITE SELECTION OF THE HIGH
ALTITUDE STATION OF THE BELGRADE OBSERVATORY

№ 32 (1984)

Vojislava Protić-Benišek

MERKUROVI PROLAZI I PARALAKSA SUNCA
TRANSITS OF MERCURY AND SOLAR PARALLAX

№ 33 (1985)

Editor: G. M. Popović

ZBORNIK RADOVA VI NACIONALNE KONFERENCIJE
JUGOSLOVENSKIH ASTRONOMA, HVAR, 1983.
PROCEEDINGS OF THE VI NATIONAL CONFERENCE
OF YUGOSLAV ASTRONOMERS, HVAR, 1983

№ 34 (1986)

Božidar Popović

EQUATIONS DES PERTURBATIONS DES ELEMENTS HELIOCENTRIQUES
VECTORIELS DES ORBITES DES PETITES PLANETES ET COMETES

№ 35 (1987)

Editor: G. Teleki

PROCEEDINGS OF THE WORKSHOP ON REFRACTION DETERMINATION
IN THE OPTICAL AND RADIO ASTROMETRY, LENINGRAD, USSR, 1985

№ 36 (1989)

STO GODINA ASTRONOMSKE OPSERVATORIJE U BEOGRADU

№ 37 (1989)

Vladimir Kršljanin

ŠTARKOV POMAK JONSKIH LINIJA KOD TOPLIH ZVEZDA
ION LINES STARK SHIFTS IN SPECTRA OF HOT STARS

№ 38 (1990)

S. N. Sadžakov, M. D. Dačić

BEOGRADSKI KATALOG DVOJNIH ZVEZDA
BELGRADE CATALOGUE OF DOUBLE STARS

№ 39 (1990)

Milan S. Dimitrijević

ISTRAŽIVANJA OBLIKA SPEKTRALNIH LINIJA U JUGOSLAVIJI 1962 – 1985
(Bibliografija i indeks citata)
LINE SHAPES INVESTIGATIONS IN YUGOSLAVIA 1962 – 1985
(Bibliography and citation index)

№ 40 (1990)

Editors: G. Teleki and B. Ševarlić

EPITOME FUNDAMENTORUM ASTRONOMIAE, Pars III
Parallaxes, Proper Motions and Radial Velocities

№ 41 (1991)

Milan S. Dimitrijević

ISTRAŽIVANJE OBLIKA SPEKTRALNIH LINIJA U JUGOSLAVIJI II
(1985 – 1989)
(Bibliografija i indeks citata)
LINE SHAPES INVESTIGATIONS IN YUGOSLAVIA II (1985 – 1989)
(Bibliography and Citation Index)

№ 42 (1991)

Gojko Djurašević

ISPITIVANJE AKTIVNIH TESNIH DVOJNIH SISTEMA
NA OSNOVU FOTOMETRIJSKIH MERENJA
INVESTIGATION OF ACTIVE CLOSE BINARIES
BASED ON PHOTOMETRIC MEASUREMENTS

№ 43 (1992)

Editors: O. Atanacković-Vukmanović and M. S. Dimitrijević
Astronomska opservatorija u Beogradu
AKTIVNOSTI I KRATKI SADRŽAJI RADOVA 1980 – 1990
Astronomical Observatory in Belgrade
ACTIVITIES AND ABSTRACTS OF PAPERS 1980 – 1990

№ 44 (1993)

Editors: M. S. Dimitrijević and D. Djurović
ZBORNIK RADOVA X NACIONALNE KONFERENCIJE
JUGOSLOVENSKIH ASTRONOMA, 22 – 24 SEPTEMBAR 1993
PROCEEDINGS OF THE X NATIONAL CONFERENCE
OF YUGOSLAV ASTRONOMERS, BELGRADE, SEPTEMBER 22 – 24, 1993

№ 45 (1993)

B. Jovanović, L. Djurović, M. Jovanović
HOMOGENIZOVANI SISTEM UT_{BLI} ZA PERIOD 1964 – 1986
HOMOGENEOUS SYSTEM UT_{BLI} FOR 1964 – 1986

№ 46 (1994)

Luka Č. Popović
ŠTARKOVO ŠIRENJE SPEKTRALNIH LINIJA TEŠKIH JONA
U SPEKTRIMA TOPLIH ZVEZDA
STARK BROADENING OF HEAVY ION SPECTRAL LINES
IN SPECTRA OF HOT STARS

№ 47 (1994)

Milan S. Dimitrijević
ISTRAŽIVANJE OBLIKA SPEKTRALNIH LINIJA U JUGOSLAVIJI
I SRBIJI III (1989 – 1993)
(Bibliografija i indeks citata)
LINE SHAPES INVESTIGATIONS IN YUGOSLAVIA
AND SERBIA III (1989 – 1993)
(Bibliography and citation index)

№ 48 (1995)

Editors: O. Atanacković-Vukmanović and M. S. Dimitrijević
ISTRAŽIVANJA U ASTRONOMIJI I
RESEARCHES IN ASTRONOMY I

№ 49 (1995)

Editors: I. Vince, M. S. Dimitrijević and L. Balázs
PROCEEDINGS OF THE FIRST HUNGARIAN-YUGOSLAV
ASTRONOMICAL CONFERENCE
April 26–27, 1995, Baja Hungary

№ 50 (1995)

Editors: M. S. Dimitrijević and L. Č. Popović
PROCEEDINGS OF THE FIRST YUGOSLAV CONFERENCE
ON SPECTRAL LINE SHAPES
September 11–14, 1995, Krivaja, Yugoslavia

№ 51 (1996)

Editors: M. S. Dimitrijević and L. Č. Popović
Астрономска Опсерваторија у Београду
АКТИВНОСТИ И КРАТКИ САДРЖАЈИ РАДОВА (1991 – 1995)
Astronomical Observatory in Belgrade
ACTIVITIES AND ABSTRACTS OF PAPERS (1991 – 1995)

№ 52 (1996)

Milan S. Dimitrijević
БЕОГРАДСКА АСТРОНОМСКА ОПСЕРВАТОРИЈА У 1995
BELGRADE ASTRONOMICAL OBSERVATORY IN 1995

№ 53 (1996)

Editors: V. S. Burakov and M. S. Dimitrijević
PROCEEDINGS OF THE FIRST BELARUSSIAN-YUGOSLAVIAN
SYMPOSIUM ON PHYSICS AND DIAGNOSTICS
OF LABORATORY & ASTROPHYSICAL PLASMA
PDP-I'96
July 1 – 3, 1996, Minsk, Belarus
In memoriam of M. A. Elyashevich, academician of Belarus AS

№ 54 (1996)

Editors: M. Vukićević-Karabin and Z. Knežević
ЗБОРНИК РАДОВА XI НАЦИОНАЛНЕ КОНФЕРЕНЦИЈЕ
ЈУГОСЛОВЕНСКИХ АСТРОНОМА
Београд, 9 – 11, октобар 1996
PROCEEDINGS OF THE XI NATIONAL CONFERENCE
OF YUGOSLAV ASTRONOMERS
Belgrade, October 9 – 11, 1996

№ 55 (1997)

Milan S. Dimitrijević
БЕОГРАДСКА АСТРОНОМСКА ОПСЕРВАТОРИЈА У 1996
BELGRADE ASTRONOMICAL OBSERVATORY IN 1996

№ 56 (1997)

Editors: M. S. Dimitrijević, J. Milogradov-Turin and L. Č. Popović
РАЗВОЈ АСТРОНОМИЈЕ КОД СРБА
DEVELOPMENT OF ASTRONOMY AMONG SERBS

№ 57 (1997)

Editors: Luka Č. Popović and Milivoje Ćuk
PROCEEDINGS OF THE SECOND YUGOSLAV CONFERENCE
ON SPECTRAL LINE SHAPES
September 29 – October 2, 1997, Bela Crkva, Yugoslavia

№ 58 (1997)

Milan S. Dimitrijević
LINE SHAPES INVESTIGATIONS IN YUGOSLAVIA
AND SERBIA IV (1993 – 1997)
(Bibliography and citation index)
ISTRAŽIVANJE OBLIKA SPEKTRALNIH LINIJA U JUGOSLAVIJI
I SRBIJI IV (1993 – 1997)
(Bibliografija i indeks citata)

№ 59 (1998)

Milan S. Dimitrijević
БЕОГРАДСКА АСТРОНОМСКА ОПСЕРВАТОРИЈА У 1997
BELGRADE ASTRONOMICAL OBSERVATORY IN 1997

№ 60 (1998)

Editors: M. S. Dimitrijević and L. Č. Popović
PROCEEDINGS OF THE 4th YUGOSLAV-ROMANIAN
ASTRONOMICAL MEETING
(4th YuRoAM)

№ 61 (1998)

Editors: M. S. Dimitrijević and V. S. Burakov
PROCEEDINGS OF THE 2ND YUGOSLAV – BELARUSSIAN
SYMPOSIUM ON PHYSICS & DIAGNOSTICS OF LABORATORY &
ASTROPHYSICAL PLASMAS
September 5-6, 1998, Zlatibor, Yugoslavia

CIP – Каталогизација у публикацији
Народна библиотека Србије, Београд

521–355

ДИМИТРИЈЕВИЋ, Милан С.

Астрономска спектроскопија / Милан С.
Димитријевић = *Astronomical Spectroscopy* /
Milan S. Dimitrijević. - Београд :
[Астрономска опсерваторија], 1998 (Belgrade
: Portal). - 116 стр. ; 24 см. -

(Публикације Астрономске опсерваторије у
Београду = *Publications of the Astronomical
Observatory of Belgrade*, ISSN 0373-3742 ;

св. 62)

Тираж 500. - Summary. - Библиографија: стр.
106-108.

а) Астрономска спектроскопија
ИД=70312716