AMIR MULIĆ

RAĐANJE BESKRAJA

Sarajevo, 1989.

UNIVERZITETSKO ASTRONOMSKO DRUŠTVO SARAJEVO

Recenzent:

Muhamed Muminović

Fotografija na naslovnoj strani:

Sjajni vangalaktički luk u skupu galaksija Abell 370,
vjerovatno »Ajnštajnov gravitacioni prsten«

Štampa:

Štamparsko-izdavačko preduzeće »Dimitrije Tucović«, Titovo Užice

Mnogo je lakše reći šta ova knjižica nije, nego šta ona jeste. Ona nije udžbenik, nije stručni rad, a nije ni popularizacija u sasvim običnom smislu. Radi se o pokušaju da se čitalac, i to prvenstveno onaj koji nije fizičar, upozna sa nekim od najaktuelnijih problema moderne kosmologije, i da se, bar koliko je to ovdje bilo moguće, ukaže na vezu tih problema s ostalom fizikom. Pri tome se polazilo od dva, u suštini, kontradiktorna stava. S jedne strane, nastojalo se sačuvati kakvu-takvu korektnost i, gdje god je to bilo moguće, relativno elementarnim računom doći u okviru pojednostavljenog modela do odgovarajućih rezultata, a s druge, nije se izbjegavao razgovor i o najsloženijim problemima fizike. Tim prije što je kosmologija vrlo široka tema, a naš cilj bilo je izlaganje o kosmologiji vrlo ranog svemira, to jest o događajima koji su se desili prije »velikog praska«.

Sve to dovelo je do prilično neujednačene selekcije materijala, te su goleme oblasti, vrlo značajne za problematiku o kojoj govorimo izostavljene ili samo ovlaš dodirnute, dok se na primjer o specijalnoj teoriji relativnosti govori gotovo školski.

Nije se bježalo ni od filozofske problematike, što je možda i neizbježno kada se o kosmologiji ne govori usko profesionalno. Tu treba imati u vidu da je razgovor o filozofskim problemima uvijek najviše uslovljen ličnim stavovima onoga koji govori, pa je najmanje tragično ako se taj dio izlaganja čitaocu ne svidi.

Ipak, nadam se da će knjiga pronaći čitaoce, što bi možda omogućilo da dođe do popravljenog i proširenog izdanja.

Isto tako, koristim priliku da se zahvalim Muhamedu Muminoviću i ostalim drugovima iz Univerzitetskog astronomskog društva bez kojih ova knjiga ne bi mogla da bude objavljena.

A u t o r

”RAĐANJE BESKRAJA” - NOVI PREDGOVOR, ERRATA ET ADDENDUM

Rijetko se dešava da čovjek ima priliku da ispravlja grijehe mladosti, a pitanje je da li je to uvijek stvarno i potrebno. Kada mi je g. M.Muminović ispričao o mogućnosti izlaganja tekstova predratnih izdanja raznovrsnih knjiga iz astronomije na server Matematičkog instituta Univerziteta u Beogradu, prva misao mi je bila da bi „Rađanje beskraja“ ustvari trebalo pisati iznova, od početka. Ovako, imamo tekst star dvadesetak godina, čijih sam slabosti svjestan. Pošto je tema bila popularizacija kosmologije, i to na pomalo neuobičajen način, osjećam da je ipak potreban jedan dodatak koji bi na neki način učinio tekst i dalje upotrebljivim. Ako ništa drugo, prije nego što je veći dio tiraža nestao u ratnom vihoru, knjiga je izgleda pomogla u par maturskih radova, pa možda i danas posluži kao mali dodatak onome što nalazimo na primjer u Vikipediji. Ovdje se radi o tekstu bez referenci, koje bi zainteresovani čitalac trebalo da potraži recimo u toj istoj Vikipediji.

Radilo se o pokušaju da se o kosmologiji govori tako da se, koliko god je to moguće, provede i račun koji bi mogao biti razumljiv studentima mlađih godina, pa i starijim srednjoškolcima. Tamo gdje bi proračun podrazumijevao nivo znanja bitno viši od očekivanog, pokušalo se sa heurističkim razmatranjima. To je ispalo donekle nepregledno, pored toga što i grafičko rješenje matematičkog sloga nije odabrano na najsretniji način. Stoga mi se učinilo zgodnim da se ključni račun, kojeg i nema mnogo, provede u Dodatku, nešto detaljnije nego u samoj knjizi, pri čemu bi se neki dijelovi teksta prokomentarisali u svjetlu novih saznanja. Konačno, danas znamo da kosmološki član *nije* jednak nuli, a istraživanje pozadinskog zračenja postalo je jednim od polja ključnih za dalji razvoj fizike. Svakako, danas je taj materijal standardni dio revijalnih pregleda kosmologije. Međutim, takva izlaganja namijenjena su auditoriju gdje su slušaoci bar na nivou master-studenata.

Ovaj dodatak je ujedno i prilika da se navedu i uočene štamparske greške. Što se same sadržine tiče, ona donekle odslikava okolnosti u kojima je knjiga nastala. Iz raznih razloga, a moram da kažem da se svih okolnosti više ni ne sjećam, knjiga je napisana i štampana u vrlo kratkom roku, te sam pri pisanju služio svojim bilješkama vezanim za popularizaciju kosmologije u tadašnjem Univerzitetskom Astronomskom Društvu u Sarajevu. Desilo se tako da sam imao priliku da pišem vrlo slobodno i na prilično ličan način. Međutim, tekst je ispao pomalo fragmentaran, danas bismo rekli više primjeren blogu nego knjizi. S druge strane, vidim da u vezi velikog broja problema nisam za ovih na sve načine burnih dvadeset godina morao da promijenim mišljenje, iako u tekstu možemo naći i stvari koje danas sigurno ne bih napisao na isti način. Zbog svega navedenog, smatrao sam da će nekoliko kratkih komentara biti od koristi, a dug čitaocima u vezi novijih dešavanja na tom polju pokušaću da vratim na blogu koji planiram ili na internet-stranici obnovljenog astronomskog društva.

Oslo, juni 2011 Amir Mulić, cand.scient.

UOČENE GREŠKE

Str. 11 1. red odozgo promijeni **njigovoj** u **njegovoj**
Str. 12 3. red odozgo promijeni **Jursener** u **Yourcenar**
Str. 15 11. red odozdo promijeni **zemlji** u **Zemlji**
Str. 20 19. red odozdo promijeni **Polidonije** u **Posidonije**
Str. 22 17. red odozgo promijeni **gik** u $\mathbf{g_{ik}}$
Str. 28 7. red odozdo promijeni **vakumu** u **vakuumu**
Str. 32 1. red odozgo promijeni **slijedeću** u **sljedeću**
Str. 51 12. red odozdo promijeni **Eridman** u **Fridman**
Str. 55 20. red odozdo promijeni **Eridmanovog** u **Fridmanovog**
Str. 58 12. red odozgo promijeni **b poređenju** u **u poređenju**
Str. 64 4. red odozdo promijeni **ctu gdje je c brzina svjetlosti, a tu** u ct_u **, gdje je** c **brzina svjetlosti, a** t_u**…**
Str. 65 zamijeni 8. red odozdo i 9. red odozdo
Str. 67 12. red odozdo promijeni **beskonačan** u **beskonačna**
Str. 75 formule u 12. redu odozgo treba da glase:

$$\boldsymbol{\rho_c - \frac{K}{a^2} = \rho}$$

$$\boldsymbol{\rho_c = \frac{3\dot{a}^2}{8\pi G a^2}}$$

Str. 81 7. red odozgo promijeni **i pitanja** u **u pitanju**
Str. 85 8. red odozgo promijeni **slošio** u **složio**

OSNOVNE JEDNAČINE U FRIDMANOVOJ KOSMOLOGIJI

Formule iz Newtonove teorije i zakrivljenost

U razmatranjima smo na stranici 56. koristili izraz

$$\frac{1}{2}\left(\frac{dR_u}{dt_u}\right)^2 - \frac{GM_u}{R_u} = E$$

koji je čisto klasičan (klasičan u smislu da postoji i u nerelativističkoj teoriji gravitacije). Već se i pomoću njega može ilustrovati da ponašanje probnog tijela ima veze sa zakrivljenošću. „E“ u gornjoj formuli je ukupna energija po jedinici mase probnog tijela, a samu formulu možemo iskoristiti ako tražimo brzinu vertikalno ispaljenog zrna. Napišimo to kao

$$\dot{R} = \pm\sqrt{2E + \frac{2GM}{R}}$$

Jasno je da će od predznaka vrijednosti E ovisiti šta će se dalje dešavati sa zrnom, hoće li pasti ili odletjeti od Zemlje, a ako je ta veličina jednaka nuli imaćemo upravo prvu kosmičku brzinu. Sada bismo htjeli da to rezonovanje primijenimo na vidljivi Svemir. Sada M treba da bude masa vidljivog Svemira, koji zamišljamo kao veliku kuglu, $M = \frac{4}{3}\pi\rho R^3$, gdje smo uveli i gustinu ρ. Svakako da i dalje pretpostavljamo da je naš sistem homogen u prostoru, te je ρ konstanta. Gornji izraz postaje

$$\dot{R} = \pm\sqrt{-k + \frac{8}{3}\pi G\rho R^2}$$

gdje smo uveli novu konstantu k, a kasnije će postati jasnije zašto smo je tako odabrali. U kosmologiji nas ustvari zanima ne brzina, već Hubble-ov parametar $\frac{\dot{a}}{a}$. Da nas to dalje ne bi zbunjivalo, potrebno je objasniti kakav je odnos radijusa R i parametara skale a. Najlakše to možemo vidijeti ako se spustimo u nižu dimenziju i zamislimo da je Svemir dvodimenzionalna, dakle obična, onakva kakvu poznajemo, sfera. Ako joj je R radijus, udaljenost medju tačkama na toj sferi je Rθ, gdje je θ ugao u radijanima medju radijus-vektorima usmjerenim iz centra prema tim tačkama na sferi. Na samoj sferi θ tada igra ulogu koordinate i daje mjeru udaljenosti nezavisnu od radijusa sfere. Dakle, takva mjera udaljenosti ne zavisi od širenja ili kontrakcije same sfere. Isto tako, usljed naših pretpostavki o homogenosti i izotropnosti funkcije od θ koje ćemo razmatrati ne zavise od mjesta na sferi. Dakle, dinamika parametra koji zadaje skalu udaljenosti ista je kao i dinamika koja opisuje promjenu radijusa zakrivljenosti, te je $\frac{\dot{R}}{R} = \frac{\dot{a}}{a}$, tako da možemo razmatrati izraz

$$\frac{\dot{R}}{R} = \pm\sqrt{-\frac{k}{R^2} + \frac{8}{3}\pi G\rho}.$$

Veličina $\frac{k}{R^2}$ ima nesumnjivo veze sa zakrivljenošću, te je jasno da će ponašanje našeg objekta „Svemir“ zavisiti od njegove mase (energije) i zakrivljenosti. (Samo da napomenemo da ta zakrivljenost prije da ima veze sa „Gaussovom zakrivljenošću“, o kojoj smo govorili u knjizi, tako da je proporcionalna $\sim\frac{1}{R^2}$, a ne $\sim \frac{1}{R}$ što bi neko pomislio kada čuje samu riječ „zakrivljenost“.)

Metrika Fridman-Robertson-Walkerovog modela i Fridmanove jednačine

Na 49. stranici navedena je osnovna jednačina opšte teorije relativnosti

$$R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R = 8\pi G T_{ik}$$

gdje lijeva strana sadrži veličine (koje matematički predstavljaju nešto što se zove tenzori) koje opisuju zakrivljenost prostora-vremena. Lijeva strana predstavlja dosta komplikovanu funkciju metričkog tenzora g_{ik} i njegovih prve i druge derivacije, dok s desne strane imamo tenzor energije-impulsa, dakle neku veličinu vezanu za energiju/masu tvari i njen impuls. G je Newtonova gravitaciona konstanta, a indeksi i i k mogu uzimati vrijednosti 0,1,2,3 (nulu smo rezervisali za vremensku koordinatu). Mi ćemo koliko budemo mogli izbjegavati „žongliranje indeksima“, to je već stvar koja pripada studiju teorije na tehničkom nivou. Ipak, reći ćemo i nekoliko riječi o pojmu metričkog tenzora, tek toliko da se stekne neki osjećaj, ili tačnije, izbjegne nelagoda izazvana upotrebom pojma koji nismo prethodno pobliže odredili.

Sa kosmološkim članom Λ, o kojem ćemo nešto više reći kasnije, jednačina će biti

$$R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R - g_{ik}\Lambda = 8\pi G T_{ik}$$

Sada bismo htjeli da postupimo malo drugačije nego kada smo u knjizi pri kosmološkim razmatranjima koristili izraz in Newtonove teorije. U prvom redu, trebalo bi naći metriku koja odgovara pojednostavljenjima koja smo pretpostavili, naime, pretpostavkama da je svemir homogen i izotropan. Napisaćemo je na nekoliko načina, kako se nalazi i u literaturi. Nakon toga, pogledaćemo šta ta pojednostavljenja znače kada se primijene na desnu stranu te osnovne jednačine. Što se lijeve strane tiče, tu bez tehničkog poznavanja opšte teorije relativnosti ne možemo mnogo, pa ćemo se ograničiti na uvođenje rezultata sa kratkim komentarom. Tako dolazimo do Fridmanovih jednačina, koje same i nisu pretjerano komplikovane. Na kraju ćemo ih napisati u obliku koji rezultira u izrazu korištenom u tekstu knjige.

Metrika homogenog i izotropnog modela

Za trodimenzionalni prostor se metodama teorije grupa može pokazati da postoje samo tri metrike koje odgovaraju homogenom i izotropnom slučaju. Sve tri, trodimenzionalnu sferu S^3, euklidski prostor R^3 te prostor Lobačevskog L^3 (hiperbolički prostor koji u dvodimenzionalnom slučaju, a uronjen u svakodnevne tri dimenzije, izgleda kao „sedlo“) vrlo ćemo lako dobiti razmatrajući hiperpovrš u četverodimenzionalnom prostoru:

$$(x^1)^2 + (x^2)^2 + (x^3)^2 + (x^4)^2 = a^2$$

Tri mogućnosti o kojima smo govorili odgovaraju slučajevima $a^2 > 0$, $a^2 \to \infty$, $a^2 < 0$. Trebaće nam i izraz za kvadrat intervala, tačnije, infinitezimalno malog intervala:

$$dl^2 = (dx^1)^2 + (dx^2)^2 + (dx^3)^2 + (dx^4)^2$$

Sada nam je potrebno da eliminiramo jednu od tih varijabli, jer mi razmatramo metriku na trodimenzionalnoj površi. Da bismo to učinili diferenciraćemo naš izraz za hiperpovrš:

$$x^1dx^1 + x^2dx^2 + x^3dx^3 + x^4dx^4 = 0$$

što će nam omogućiti da nađemo izraz za dx^4. Tako, eliminiravši x^4 pomoću jednačine hiperpovrši, imamo:

$$dx^4 = -\frac{x^i dx^i}{\sqrt{a^2 - x^i x^i}}$$

$$dl^2 = (dx^1)^2 + (dx^2)^2 + (dx^3)^2 + \frac{\left(x^i dx^i\right)^2}{a^2 - x^i x^i}$$

Važno je da se uzme u obzir da smo tu primijenili „konvenciju o sumiranju“, što znači da na primjer $x^i x^i$ ustvari znači $(x^1)^2 + (x^2)^2 + (x^3)^2$. Međutim, ta konvencija se najčešće koristi za indekse koji se pišu naprimjer kao $x_i x^i$. A i u daljem tekstu imaćemo formule sa indeksima „gore i dolje“. O čemu se zapravo radi? Čitalac se susretao s pojmom skalarnog produkta. Da bismo dobili kvadrat dužine vektora mi taj vektor množimo skalarno sa samim sobom. Ali u zakrivljenom prostoru, ili čak ako prostor i nije zakrivljen, a koristimo krivolinijske koordinate, skalarni produkt vektora tangencijalnih u nekoj tački u odnosu na taj prostor ne može se zadati tako jednostavno, pojaviće se neki koeficijenti ispred produkata komponenti. U suštini, mi sada upravo tražimo te koeficijente. Dakle ispred produkta $x^i x^k$ imamo neki koeficijent koji zavisi od toga o kojim se komponentama radi: $g_{ik} x^i x^k$. Ustvari su ti koeficijenti u opštem slučaju funkcije od koordinata, rekosmo malo prije „tangencijalni u nekoj tački“, to jest $g_{ik}(x^j)$ i zovu se „komponente metričkog tenzora“. Sa konvencijom o sumiranju po ponovljenim indeksima to će tada biti taj generalizirani skalarni produkt, s tim da se metrički tenzor koristi i za nešto što se zove „kontrakcija indeksa“, ako se isti indeks ponavlja gore i dolje, te se može pisati $g_{ik} x^i = x_k$, što znači $g_{ik} x^i x^k = x_k x^k$. Najčešće se za indekse koordinata u četverodimenzionalnom prostoru-vremenu koriste grčka slova, a ako radimo u euklidskom prostoru latinička.

Ovo je vjerovatno najkraće i najgrublje objašnjenje, a ako čitalac želi da stvano ovlada tim formalizmom potrebno je da koristi neki udžbenik diferencijalne geometrije ili opšte teorije relativnosti. Razlog što sve to nismo trebali u dosadašnjim formulama je to što smo krenuli od ravnog prostora, gdje su komponente metričkog tenzora jednake jedinici ili nuli, zahvaljujući čemu važe uobičajene formule za skalarni produkt. Tako ćemo nastaviti sve dok ne izvedemo izraz za metriku.

Sada prelazimo na sferne koordinate

$$x^1 = r \sin\theta \cos\varphi$$
$$x^2 = r \sin\theta \sin\varphi$$
$$x^3 = r \cos\theta$$

te je tada

$$x^i dx^i = r dr \qquad x^i x^i = r^2 \qquad dx^i dx^i = dr^2 + r^2 d\theta^2 + (r\sin\theta)^2 d\varphi^2$$

Iz čega slijedi

$$dl^2 = \frac{r^2 dr^2}{a^2 - r^2} dr^2 + dr^2 + r^2 d\theta^2 + (r\sin\theta)^2 d\varphi^2$$

odnosno

$$dl^2 = \frac{r^2 dr^2}{1 - k\left(\frac{r}{a}\right)^2} dr^2 + r^2 d\theta^2 + (r\sin\theta)^2 d\varphi^2$$

gdje smo uveli još i konstantu *k*, koja je jednaka 1 za svemir pozitivne zakrivljenosti, 0 za beskonačan ravan svemir i -1 za otvoren svemir negativne zakrivljenosti. (Podsjetimo se da smo u njutnovskom rješenju tako označili konstantu „odgovornu“ za istu stvar.)

Izvršićemo neke smjene varijabli, što će omogućiti da se faktor zavisan od vremena izvuče ispred razmatranog kvadrata intervala. (Pišemo metriku u Friedman-Lemaıtre-Robertson-Walkerovoj formi, što je posebno je zgodno kod proračuna tenzora zakrivljenosti – koji mi, doduše, ovdje nećemo provoditi.) Supstituiramo:

$$r = \begin{cases} a\sin\chi \;\; za\; k = 1 \\ a\chi \qquad za\;\; k = 0 \\ a\sinh\chi \; za\;\; k = -1 \end{cases}$$

te imamo

$$dl^2 = a^2(d\chi^2 + \Phi^2(\chi)(d\theta^2 + (\sin\theta)^2 d\varphi^2)$$

gdje je

$$\Phi(\chi) = \begin{cases} \sin\chi \;\; za\; k = 1 \\ \chi \qquad za\;\; k = 0 \\ \sinh\chi \; za\;\; k = -1 \end{cases}$$

Preostaje samo da reskaliramo vremensku varijablu

$$d\eta \equiv \frac{dt}{a(t)}$$

Tako kvadrat intervala u prostoru-vremenu

$$ds^2 = -dt^2 + dl^2$$

možemo pisati:

$$ds^2 = a^2(\eta)(-d\eta^2 + d\chi^2 + \Phi^2(\chi)(d\theta^2 + (\sin\theta)^2 d\varphi^2)),$$

što bi bio vrlo pogodan oblik za dalje proračune.

Svakako da čitalac koji namjerava da studira relevantnu literaturu treba da zna kako su predznaci pred prostornim i vremenskim dijelom dio konvencije koju treba dosljedno slijediti nakon što je izabrana. Fizikalno je bitno da je predznak ispred dl^2 suprotan od predznaka ispred dt^2.

Kada nam je metrika poznata, drugim riječima znamo komponente g_{ik}, metodama diferencijalne geometrije možemo izračunati veličine koje u osnovnu jednačinu OTR s njene lijeve strane. One će biti izražene preko komponenti metričkog tenzora i njihovih prvih i drugih derivacija. Zahvaljujući homogenosti i izotropnosti, jedino je veličina a(t) promjenljiva. Stoga će jednačine koje će se dobiti sadržavati a, $\dot{a}$, $\ddot{a}$, konstantu k i gravitacionu konstantu.

Tenzor energije-impulsa

S obzirom na homogenost i izotropnost, nama je potrebno manje jednačina nego u općenitom slučaju. Mi smo u drugom poglavlju upoznali četverovektore. Ako imamo neki neprekidan sistem, a ne samo materijalnu tačku, prirodno je da moramo koristiti složeniji matematički objekt, koji izgleda ovako:

$$\begin{bmatrix} T_{00} & T_{01} & T_{02} & T_{03} \\ T_{10} & T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{20} & T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{30} & T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix}$$

U gornjoj vrsti T_{00} je gustina fluida, dok su T_{0i} komponente energetskog fluksa (toka). T_{ii} na dijagonali predstavljaju pritisak ili naprezanje, zavisno od predznaka, a T_{i0} komponente gustine impulsa. Ostalo su naponi smicanja. U našem slučaju i u koordinatnom sistemu vezanom za element tog fluida, jednostavno imamo, što bismo u jednom malo više tehničkom tekstu jednostavno pokazali,

$$\begin{bmatrix} -\rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p \end{bmatrix}$$

Čitalac koji se odluči da potraži relevantnu literaturu mora da bude svjestan odabranog sistema jedinica i konvencija koje se primjenjuju, pošto se $T_{\mu\nu}$ često definira naprimjer tako da da je $T_{00} = \rho c^2$, a $T_{ii} = p$, ili $T_{00} = \rho$, a $T_{ii} = \frac{p}{c^2}$. Pošto mi ovdje koristimo „prirodni sistem“, nemamo tih briga.

Zbog homogenosti i izotropnosti, mi u suštini smatramo našu materiju vrstom fluida, s karakterističnom jednačinom stanja, koja će nam dati odnos pritiska i gustine energije, $p = p(\varrho)$. Svakako, u kosmološkom kontekstu i galaksije su u neku ruku „molekule fluida“ ili „čestice prašine“.

Ako izjednačimo lijevu i desnu stranu, iz $R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = 8\pi G T_{ik}$

za komponente na dijagonali dobivamo Fridmanove jednačine

$$8\pi G\rho = \frac{3\dot{a}^2}{a^2} + \frac{3k}{a^2}$$

$$8\pi G p = \frac{2\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2}$$

Jednostavnim transformacijama to se može dovesti u oblik sa jasnom fizikalnom interpretacijom. Ako prvu od tih jednačina supstituiramo u drugu, dobivamo

$$\ddot{a} = -\frac{4\pi G}{3} a(\rho + 3p)$$

što nam uz poznavanje jednačine stanja omogućava da istražimo usporavanje, odnosno ubrzavanje širenja.

Prva od jednačina može se napisati u obliku

$$\frac{1}{2}\dot{a}^2 - \frac{4\pi G}{3}\rho a^2 = -\frac{k}{2}$$

što je za $r = a r_0$ oblik zakona očuvanja energije probne čestice u gravitacionom potencijalu mase $M = \frac{4\pi}{3}\rho r^3$:

$$\frac{1}{2}\dot{r}^2 - \frac{GM}{r} = -\frac{kr_0^2}{2}$$

Dakle, za k=+1, energija veze je negativna, te svemir kolabira, a za k=-1 ona je pozitivna, te se širenje nastavlja vječno. Ako je konstanta jednaka nuli, dakle klasično, energija veze je nula, ili relativistički rečeno, zakrivljenost je nula i svemir je ravan, moramo imati nevjerojatno tačno poklapanje kinetičke i potencijalne energije. To se postiže za kritičnu gustinu definiranu kao

$$\rho_c \equiv \frac{3}{8\pi G}\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2$$

gdje svakako prepoznajemo i Hubble-ovu konstantu

$$H \equiv \frac{\dot{a}}{a}$$

Tako smo dobili osnovne formule koje su korištene u knjizi.

Kosmološka konstanta i vakuum

Riječ „vakuum“ ovdje koristimo na način uobičajen u kvantnoj teoriji polja, te ona znači „stanje sa minimalnom energijom“.

Važno je primijetiti da gravitacija nije izazvana samo masom, već tenzorom energije-impulsa, a u našem slučaju, masom i pritiskom, a pritisak (impuls kroz površinu u jedinici vremena) ne mora biti pozitivan, odnosno, objekat ne mora biti izložen isključivo kompresiji, već i naprezanju, odnosno tenziji, „negativnom pritisku“, tako da predznak ispred veličine koja određuje intenzitet gravitacionog međudjelovanja može biti i negativan, te gravitacija nije nužno isključivo atraktivna sila. Doduše, ako koristimo obične jedinice, odmah vidimo da je član vezan za pritisak, dakle eventualno odgovoran za repulzivni dio međudjelovanja, zbog prisustva faktora $\frac{1}{c^2}$ prigušen. (Ovakva izjava ipak zahtijeva i izvjesnu rezervu. Mnogi bi rekli da gravitacija ostaje privlačna sila, dok su odbojni efekti posljedica širenja samog prostora, a ne sila među objektima u njemu.)

Za

$$R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R - g_{ik}\Lambda = 8\pi G T_{ik}$$

Možemo ponoviti razmatranja iz prethodnog odjeljka, gdje bismo gustinu energije vakuuma ρ_Λ izrazili preko kosmološke konstante:

$$\Lambda = \frac{8\pi G}{3}\rho_\Lambda$$

Za vakuum važi jednačina stanja

$$p = -\varrho$$

U to nećemo dublje ulaziti, ali sam pojam jednačine stanja primijenjen na vakuum može da zbuni. Pojam jednačine stanja asocira na stanje neke materije, pa se postavlja pitanje da li se to u naša razmatranja ponovo na mala vrata uvukao eter iz vremena prije specijalne teorije relativnosti. Već smo rekli da je vakuum stanje sa minimalnom energijom. To samo ne bi značilo da to i nije neka vrsta „etera“. Međutim, postoji jedan suštinski element koji čini da vakuum nije predajnštajnovski eter. Nije moguće mjeriti brzinu u odnosu na vakuum. A to znači da tenzor energije-impulsa vakuuma mora biti proporcionalan $g_{\mu\nu}$. Zašto je to tako? Na dijagonali $g_{\mu\nu}$ imamo $(-1,1,1,1)$. Svakako, pošto se radi o vakuumu, u blizini nema masa koje bi iskrivljavale prostor-vrijeme. Lorentzove transformacije mogu se predstaviti i kao rotacije u četverodimenzionalnom prostoru-vremenu (prostoru Minkowskog), pa se u tom smislu opisuju nekim matricama. Lako se pokazuje da je opisani oblik metričkog tenzora jedini kojeg množenje takvim matricama (rotiranje u prostoru Minkowskog)

ne mijenja. Ako imamo opisanu proporcionalnost, tada se ni komponente tenzora energije-impulsa neće mijenjati kod takvih rotacija, koje same predstavljaju promjenu referentnog sistema.
Kolika bi energija vakuuma, gledano sa stanovišta kvantne teorije polja, trebala da bude, druga je tema, u koju sada ne ulazimo.

KOMENTARI O PROBLEMIMA SA KOJIMA SE KOSMOLOGIJA SUOČAVA

Komentar o pozadinskom zračenju

64.str

Posmatračka kosmologija je doživjela najveći razvoj u oblasti mjerenja raspodjele pozadinskog zračenja (Cosmic Microwave Background Radiation - CMBR). Situacija nije više ista kao u vrijeme nastanka teksta. Danas znamo da je ona ipak ponešto različita u raznim dijelovima nebeskog svoda, po otprilike jednu stohiljaditu od srednje temperature. Upravo te male fluktuacije su glavni način da se upoznamo s osobinama ranog svemira. Na 64. stranici je odsustvo takvih fluktuacija bilo navedeno kao problem. Kako vidimo, danas je situacija mnogo bolja. Oni koje te stvari interesuju mogu da na internetu potraže informaciju o posmatranjima sa WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe).

Kosmološka konstanta

Na 77. stranici napisano je da nakon perioda inflacije „od kosmološke konstante ništa nije ostalo“. Danas, na osnovu radova grupe Perlmuttera i drugih, znamo da je prisutna mala kosmološka konstanta, koja djeluje tako da se širenje Svemira ubrzava. Podaci su dobiveni na osnovu proučavanja supernovih zvijezda u udaljenim galaksijama, odnosno, na osnovu crvenih pomaka u njihovim spektrima. Neka mjerenja ukazuju da za još udaljenija supernove situacija može biti obrnuta, to jest da je Svemir imao i fazu usporenog širenja. Dakle, situacija sa kosmološkim članom može biti dosta netrivijalna. Možda bi se problem mogao riješiti koristeći neko neobično dinamičko ponašanje skalarnog polja, sličnog onom koje je doprinijelo inflaciji. Oni koje to interesuje mogu potražiti u internetu koristeći riječ „kvintesencija“ („quintessence“), zajedno sa „cosmology“.

Problem singulariteta i nova fizika

Zanimljivo je da sam doživio da neki čitaoci u svoje vrijeme nisu shvatili ironiju, ili bar ne sve njene slojeve, u vezi sa citatom iz Engelsa na 79. stranici. Doduše, s mišlju koja je u njoj izložena i dalje se potpuno slažem. Ne može se imati „teorija svega“, jedini produktivan način mišljenja je pošteno reći gdje je granica do koje svijet oko sebe razumijemo. Kosmološki singularitet je i dalje s druge strane te demarkacione linije. Osnovni razlog za takvo stanje je da za sada imamo kvantnu teoriju gravitacije u vrlo uslovnom smislu. Jedina teorija koja daje kvantnu gravitaciju na donekle konzistentniji način od direktne kvantizacije OTR (koja rezultira u nečemu što je „nerenormalizabilna teorija“) je teorija struna (String Theory – ST). Svakako, postoje i drugi pokušaji, ali svi oni imaju velike unutrašnje probleme, posebno u odnosu na specijalnu relativnost. Ali i sama ST ima nekoliko velikih problema, a jedan od njih je uspostavljanje veze sa fenomenologijom, to jest izgradnja ili odabir modela koji bi odgovarao našem svijetu kakav jeste, sa tri opservabilne prostorne dimenzije, silama koje imamo, postojećim elementarnim česticama i tako dalje, što je tek djelimično riješeno. Svakako da je danas već moguće predložiti modele unutar ST koji daju Veliki Prasak, na primjer usljed sudara objekata koji se zovu „brane“ i predstavljaju svojevrsne hiperpovrši u prostorima viših dimenzija, ali je za sada nemoguće pokazati da takav model zaista i odgovara svijetu u kojem živimo.

ZAKLJUČAK I JEDNO OBEĆANJE

Nakon dvadeset godina, jasno mi je da bi zaključna sekcija knjige , taj „kraj koji bi mogao da bude i početak“, zahtijevala veliku preradu, za koju ovdje nema mjesta. Isto tako, da pišem knjigu danas, izbjegao bih, na primjer, i uvođenje „relativističke mase“ na 42. stranici na jedan arhaičan način koji obično stvara kolosalne nesporazume. Iako je problem izlaganja svih tih tema na srednjoškolskom i njemu bliskim nivoima u suštini i dalje potpuno otvoren i nigdje suštinski riješen, ipak se nadam da ću, kako već rekoh, vratiti dio tog duga čitaocima na blogu koji planiram ili na internet-stranici obnovljenog astronomskog društva u Sarajevu.

I IZVORI

Né del figliuol di Dedalo il fin rio
fa che giú pieghi, anzi via piú risorgo:
Ch'i'cadró morto a terra, ben m'accorgo;
ma qual vita pareggia al morir mio?
(Degli eroici furori, III)

Ni kraj tužan Dedalovog sina
ne nagne me da se niže spustim,
već se više vinuh i pad svoj smrtni vidim;
al' s kojim to životom smrt se moja uporedit može?
(dio iz soneta koji je G. Bruno preuzeo od Tansilla)

1. Antika i srednji vijek

Kada smo već naumili da govorimo o kosmologiji, bilo bi vrlo korisno da prvo pogledamo čime se ta nauka bavi, to jest, da joj odredimo predmet. Obično se kaže da je to disciplina koja razmatra osobine svemira kao cjeline. Međutim, odmah zbunjuje to što je sam pojam svemira istorijski određen. Za nas to nije ono što je bilo za ljude prije stotinjak godina, a gotovo je sigurno da će za nauku ne tako daleke budućnosti to biti nešto drugo nego što je to danas za nas. Stoga izgleda da je, prije nego što uđemo u labirint fizičkih, matematičkih i filozofskih ideja, korisno da bacimo pogled na istorijski razvoj kosmologije.

Pada na pamet jedna zanimljiva paralela s drugim oblastima ljudskog znanja. Sama riječ »kosmos« izvorno znači ukras, što je po svojoj prilici posljedica ljepote zvjezdanog neba. Usporedimo to s imenom vještine uljepšavanja-kozmetika. Nauka koja se bavi ljepotom i lijepim zove se estetika. Ukoliko bismo pokušali da damo definiciju lijepog, dakle definiciju predmeta estetike, neizbežno bismo upali u velike poteškoće. Na kraju bismo morali da se složimo s mišljenjem da cilj estetike nije proučavanje lijepog po sebi, već traženje odgovora na pitanje šta je to što se u datom vremenu shvata kao lijepo i zašto se upravo to smatra lijepim.

Što se kosmologije tiče, njene konstrukcije uslovljene su nivoom razvoja fizike. Dakle, kosmologija bi trebalo da odgovara na pitanja o zakonima evolucije svemira - polazeći od poznatih fizikalnih zakonitosti.

I filozofija je imala vrlo jak utjecaj na razvoj kosmologije, a, retrospektivno gledano, često se čini da je taj utjecaj rijetko bivao pozitivan. Međutim, takav stav je ipak suviše pojednostavljen i jednostran, posebno zato što nije moguće retrospektivno sagledati sadašnjost. Tako je ipak najbolje da se prihvatimo posla i sami pogledamo kako su se stvari tu razvijale.

U istoriji nauke tradicija nalaže da se počne negdje od starih Grka. Pošto će u našoj priči i matematika nužno igrati veliku ulogu, ta tradicija je tim više opravdana. Smatra se da se nauka rodila u Joniji, u grčkim kolonijama na obalama Male Azije, otprilike u sedmom vijeku prije naše ere. Tada je nauka imala zajedničko ime filozofija. Grčke državice imale su svoje vlade, vojske i sudove, a svakako i bogove. Polis je malen, pa vlast bogova s Olimpa nema onaj apsolutni karakter kao vlast bogova starog Istoka, tako da je tu ostalo nešto mjesta i za čovjeka i njegovo vlastito mišljenje. Tu je stvorena rana grčka filozofija prirode. Nakon nekoliko stoljeća Aristotel sistematizuje sva dotadašnja znanja, pri čemu provodi selekciju po svojim, ne baš uvijek najsretnijim kriterijima. Mi se nećemo upuštati u detaljan opis razvoja filozofije. Ipak, neka pitanja nećemo moći da zaobiđemo. Prije toga, potrebno je da odgovorimo na jednu nedoumicu koja se sama nameće. Zašto upravo u Grčkoj? Zar nisu mnogi stari narodi znali mnogo više? Primjer Egipta tu govori sam za sebe. Isto tako, zar nisu grčki mudraci donijeli svoja znanja iz Egipta i Vavilona, gdje su učili od tamošnjih svećenika? Svećenici starih civilizacija zaista su mnogo znali, ali njihovo znanje ne možemo smatrati naukom u našem smislu riječi. Radi se o tome da oni ništa nisu dokazivali. Možda je najveća civilizacijska tekovina antičke demokratije dokazivanje zasnovano na logici, a ne na autoritetu. Mnogi smatraju da se radi o posljedici pravne prakse polisa, to jest, razrješavanju sporova pred skupštinom slobodnih građana.

Da bi se nešto dokazivalo potrebna je logika. Potrebna su pravila mišljenja, osnovni pojmovi i njihovi odnosi. U filozofiji se uvođenje osnovnih pojmova i njihovih odnosa zove uvođenje kategorija. Filozofske škole su se razlikovale upravo po kategorijalnim aparatima. Termin »kategorija« u matematici danas znači nešto drugo, doduše vrlo slično. Razrada kategorijalnog aparata u filozofiji svakako je jedna od najvećih Aristotelovih zasluga. Za njega su kategorije »osnovni iskazi o bitku«. Prostor i vrijeme svakako nam izgledaju kao osnovni pojmovi u nekom rasuđivanju. Tu nas čeka jedno veliko iznenađenje. U Aristotelovim »Kategorijama« prostor nije prisutan kao kategorija. Vrijeme je kao kategorija prisutno, ali prostor nigdje ne nalazimo. Međutim, postoji kategorija mjesta. Rekli bismo da je to vrlo oštroumno. Uvjeravamo se kasnije da Aristotelov stav i nije tako daleko od istine — mi zaista uvijek imamo posla s mjestima na kojima se nešto nalazi, a ne s prostorom uopšte. Ali ako bismo krenuli tim putem, morali bismo se odreći i vremena kao osnovnog pojma, ostavivši samo trenutke. Nije prilika da ulazimo u diskusiju koja je, u vezi sa u suštini istim problemom, dugo trajala među sofistima, jer bismo se tako zaglibili i prije nego što smo krenuli prema cilju našeg izlaganja. Ako ništa drugo, pojam prostora vrlo je koristan, posebno ako se taj prostor snabdije i koordinatama. U osnovi Aristotelovog opredjeljenja prilikom izgradnje kategorijalnog aparata njegove filozofije je to što on ne priznaje mogućnost postojanja praznog prostora. Beskrajni prostor u kojem se rađaju i nestaju svjetovi prisutan je u učenjima drevnih materijalista, ali njihovi radovi nisu nam poznati. Tačnije, poznati su nam samo citati iz njihovih knjiga koji se mogu naći u djelima njihovih protivnika. Sam fenomen spaljivanja knjiga stariji je od srednjeg vijeka, u kojem se to radilo na posebno spektakularan način. Iako nije suviše pametno u antičkoj filozofiji tražiti i ono čega u njoj nema, niti je moglo da bude, Anaksimandrov pojam apeirona, beskrajnosti, najbliži je onom što u današnjoj kvantnoj teoriji polja zovemo vakuumom.

Sad ne možemo da se zadržavamo na beskrajno zanimljivim problemima istorije ljudske misli, već se moramo vratiti jednom od njih, to jest Aristotelovom pojmu mjesta. Ono se kod njega pojavljuje u značenju unutrašnje površine sredine koja okružuje tijelo, i kao mjesto u odnosu na nepokretno tijelo. Kretanje bi, prema tome, bilo promjena mjesta. Međutim, mjesto je određeno u odnosu na tijela, a ne u odnosu na sam prostor. To što smo krenuli od mjesta, a ne od prostora, omogućava nam da dublje shvatimo prirodu prostora i kretanja. Nameće se pitanje koje je tijelo nepokretno, odnosno, koje je kretanje »pravo«. Izgleda nam da je sada vrlo lako doći do zaključaka do kojih je došao

Galilej. Za taj korak trebalo je usprkos njigovoj prividnoj jednostavnosti dvije hiljade godina.

Umjesto da dođe do pojma o relativnosti kretanja, Aristotel u svojoj dinamici uvodi »prirodna kretanja«. Tijelo koje je na svom »prirodnom mjestu« miruje, a ono koje nije kreće se prema njemu. Planete kruže oko Zemlje, a pri tome se nalaze na svojim prirodnim udaljenostima. Njihovo kretanje je kružno, kakvo i treba da bude idealno kretanje. Tijelo koje bacimo pada prema svom prirodnom mjestu, odnosno, prema Zemlji sa koje je i poteklo. Složena hijerarhija prirodnih mjesta, koja je stvorena da bi se objasnile pojave u prirodi, neizbježno vodi prema vrtlozima skolastike. Taj »sistem prirodnih mjesta« uziman je u antici, a i kasnije, sasvim ozbiljno. Kao primjer može nam poslužiti kritika koju je Eratosten uputio Arhimedu povodom Arhimedovog zakona, gdje očigledno imamo posla sa silom koja djeluje prema centru Zemlje, a ne prema »prirodnom mjestu«.

Kako to da su upravo Aristotelove ideje pobijedile, potisnuvši i pitagorejsku doktrinu, drevne materijaliste, Platona i sve ostale. Jedan od odgovora (onaj koji pripada G. Bernallu) je to da filozofija izložena na takav način bila razumljiva i manje obrazovanim ljudima. Shvatanje svijeta nije zahtijevalo ni poznavanje matematike, ni mističku egzaltaciju. Što se matematike tiče, zanimljivo je da se kaže kako je u srednjem vijeku Pitagorin teorem materijal fakulteta, i to »qvadriviuma«, a ne »triviuma« — ovaj posljednji bio je nešto kao prvi stepen studija i odatle potiče riječ »trivijalno«. Uostalom sam Aristotel preporučio je da se u bavljenju matematikom ne pretjeruje, pošto to »čini čovjeka nesposobnim za vrlinu«.

Osvajanje Aristotelovog učenika Aleksandra Makedonskog dovela su do velikog prožimanja grčke i orijentalne kulture. Nakon Aleksandrove smrti njegovo carstvo se raspada na države njegovih komandanata. Vrijeme tih država nazivamo periodom helenizma i to je u naučnom i kulturnom smislu najsjajniji od svih perioda prije Renesanse. Najveći naučni centar tog vremena je čuvena Aleksandrijska biblioteka. Tu su bili okupljeni najveći umovi tog vremena. O tome se govori u mnogim knjigama, a posebno nadahnuto je u novije vrijeme to opisao Sagan.

Ipak, navedimo neke od tada postignutih rezultata.

Eratosten određuje dužinu meridijana (iako ima i spekulacija da je on samo dobio nešto tačniju varijantu od ranije poznate). Hiparh stotinjak godina kasnije otkriva precesiju zvijezda i uvodi pojam zvjezdane veličine. Heronov parni stroj zabavlja gledaoce. Arhimed se proslavio velikim brojem izuma. Kasnije, već u vrijeme rimske vlasti, Sozigen po naredbi Julija Cezara stvara novi kalendar, poznat kasnije kao julijanski. Oko 150 godina prije naše ere Klaudije Ptolomej piše svoje fundamentalno, djelo, poznato kasnije preko arapskog prijevoda kao Almagest. U tom periodu postignuti su značajni rezultati i u razvoju matematike, što će za nas biti vrlo važno.

Ptolomej je živio u vrijeme rimskih careva Hadrijana i Antonina, u vrijeme takozvanog rimskog mira. Zaista, podanici carstva bili su višemanje mirni, a barbari se nisu usuđivali da poduzmu nešto ozbiljnije. Naučnici su se bavili sređivanjem radova svojih prethodnika, a državu se njihov rad ne tiče mnogo. Antički svijet još traje, ali njegov duh je već prilično onemoćao i oronuo. To vrijeme je, koliko možemo da sudimo, uspješno predstavila M. Jursener u »Hadrijanovim memoarima«.

Produktivnost je opadala, a dotok robova bivao sve slabiji. Kao pošast širili su se razni opskurni kultovi. Izgleda da je u to vrijeme biološki prirast stanovništva carstva već bio negativan. Godine i stoleća prolaze. Pod udarima spoljnih neprijatelja, koje velik dio podanika dočekuje kao oslobodioce, stari svijet se ruši. 394. godine održana je posljednja stara Olimpijada, a iste godine ugašena je i vječna vatra u hramu boginje Veste. Nekako u isto vrijeme nestaje i nauka. Knjige starih autora iz oblasti prirodnih nauka biće prevedene s arapskog nakon nekoliko stoljeća.

Kalifat nije bio neprijateljski raspoložen prema nauci, iako se teško može tvrditi da je taj period dao epohalna otkrića. Tu nauka nije bila vezana za uspomenu na rimski svijet, koji je bestijalnom okrutnošću zaista zaslužio mržnju svojih podanika. Dovoljno je i to što je sačuvano i preneseno staro znanje. Originalni doprinosi, kojih se svakako bilo, slabo su kasnije iskorišteni. Evropa, kada je ponovo primila štafetnu palicu razvoja, nije još bila u stanju da osmisli i shvati ni složenije rezultate antičkih autora, a kamoli da razumije nove rezultate.

U nasljeđe antičke misli ulazi i Euklidova geometrija, koja je i do danas ostala osnov školske geometrije — sadašnji udžbenici su još uvijek samo prerade Euklidove knjige, čak i onda kada sadrže značajne metodičke novine.

Pogledajmo kako je Euklid gradio zgradu svoje geometrije. Kao polazište on uzima nekoliko osnovnih istina koje ne dokazuje. U njegovo vrijeme osnovne istine koje se ne dokazuju dijelile su se na dvije vrste. Aksiomi su one tvrdnje koje su očigledne, pošto bi suprotne, odnosno drugačije tvrdnje, bile u suprotnosti sa samim osnovama logičkog mišljenja. Postulati su one tvrdnje koje leže u osnovi neke nauke i oni počinju riječima »uzmimo da je . . .«. Danas se najčešće aksiom i postulat koriste kao sinonimi.

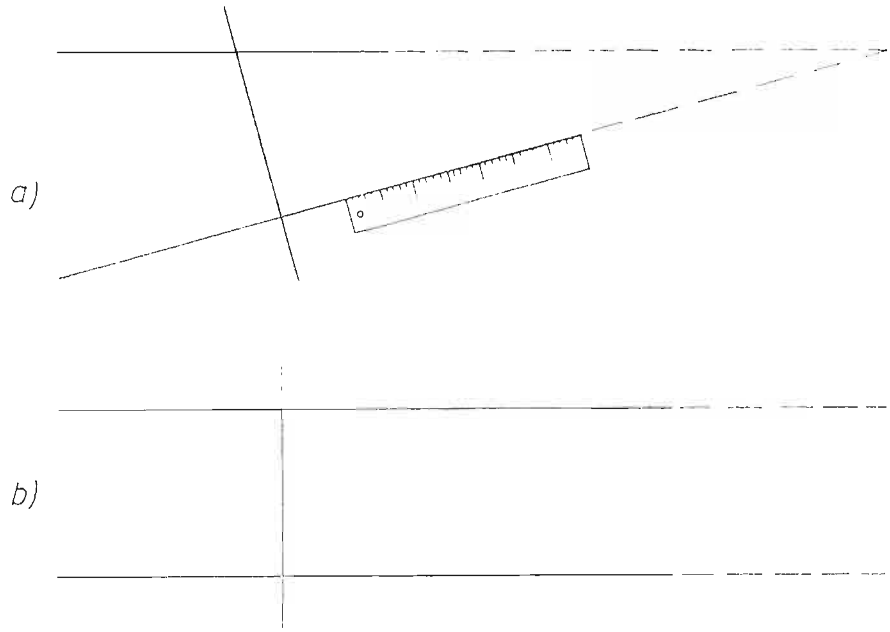
Kod Euklida imamo sistem aksioma, definicija i postulata iz kojih se pomoću logike izvode teoremi. U svoje prve četiri knjige Euklid razmatra geomteriju na površini.

U prvoj od njih iznosi postulate i aksiome od kojih polazi u svojim razmatranjima. Navešćemo pet izjava koje možemo zvati postulatima. (Odmah da se ogradimo, u literaturi koja se bavi istorijom matematike postoje mnoga neslaganja oko toga šta je Euklid smatrao aksiomom, a šta postulatom, iako je nesumnjivo da je razlikovao te pojmove. Bitno je to da se primijeti kako su izjave koje nazivamo postulatima dozvole da u nekoj konstrukciji koristimo šestar i ravnalo).

1. Treba zahtijevati da se iz jedne tačke do druge tačke može provesti prava linija.
2. Treba zahtijevati da se ograničena prava može iz jedne tačke neprekidno dalje produžiti.
3. Treba zahtijevati da se iz bilo kojeg centra, bilo kakvim radijusom, može opisati krug.
4. Treba zahtijevati da svi pravi uglovi budu među sobom jednaki.

5. Treba zahtijevati da se svaki put kada prava koja siječe dvije prave i tvori s njima unutrašnje jednostrane uglove manje od dva prava, te prave u produžetku sijeku s one strane s koje tvore uglove manje od dva prava.

Šta li je sad ovo pod brojem 5? Među izjave koje izgledaju potpuno očigledno, uvukla se i jedna koja nije toliko jednostavna. Iako se pomoću slike mi lako možemo uvjeriti da je ona istinita, postavlja se pitanje da li je to aksiom, postulat ili teorem koji bi trebalo dokazati. Na primjer, aksiom bi bilo da ukoliko su dvije veličine jednake trećoj, onda su i same jednake. Dakle, vidimo da se radi o pojmu jednakosti, bez kojeg bi zaista bilo teško da logički razmišljamo. Primjer postulata može da bude bilo koja od četiri pobrojane izjave. Što se petog postulata tiče, on nije nužno vezan za ravnalo. Ukoliko se suma unutrašnjih jednostranih uglova malo razlikuje od dva prava ugla, može se desiti da mi i ne nađemo dovoljno dugo ravnalo koje bi nam omogućilo da nacrtamo to presjecište. Stoga su mnogi matematičari pokušavali da tu tvrdnju dokažu, to jest, pokažu da se radi o teoremu. Evo šta o tome kaže Gauss: »U matematici će se naći malo stvari o kojima bi bilo tako mnogo napisano kao o praznini u osnovama geometrije kod obrazlaganja teorije paralelnih linija. Rijetka je godina koda nemamo neki pokušaj da se ta praznina popuni. Ali ako hoćemo da govorimo pošteno i otvoreno, treba reći da za dvije hiljade godina nismo u toj stvari otišli dalje od Euklida.«



Slika 1
Vidimo da za provjeru ispravnosti petog postulata u slučaju »b« zaista trebamo beskonačno dugo ravnilo.

U svim tim razmatranjima stalno se podrazumijevala jedna stvar, a to je upravo stav da su geometrija izložena u matematičkim udžbenicima i geometrija realnog svijeta identične. Drugim rijačima, moguća je jedna jedina geometrija.

Tu smo se odmah našli u žiži diskusija o odnosu matematike, fizike i logike, te će biti bolje da takvo nezgodno mjesto za sada napustimo i pogledamo šta se dalje dešavalo u svijetu.

U svijetu je trajao srednji vijek. Ponekad smo prema tom vremenu nepravedni. Za običnog čovjeka život u tom vremenu lakši je nego ranije, u vrijeme procvata kulture. Pored ostalog, stari svijet nije bio više u stanju da razvija tehniku. Međutim, sada dolazi do masovne upotrebe vodenica. Moramo priznati da su one konstruisane u antičko vrijeme, ali tada nisu široko korištene. To je sasvim razumljivo za vrijeme u kojem su robovi bili jeftini. Pa i u slučaju da se neko odlučio da investira, teško je mogao da povjeri robovima složeniju tehniku. U srednjem vijeku šire se i vjetrenjače. U Evropu stižu potkovica i konjska zaprega. (U antičko vrijeme konji su rijetko korišteni za vuču, pošto tadašnji način uprezanja pomoću remenja nije omogućavao konju da povuče teška kola, a volovski jaram bi ga gušio.) Pojavili su se i mehanički satovi, a pojava baruta i alkohola najavljuje već i kraj srednjeg vijeka.

Sticajem okolnosti, naslijedili smo i pomalo prezriv stav prema srednjovjekovnoj filozofiji, koja je sa stanovišta racionalista XVIII nijeka predstavljala čisto mračnjaštvo. Danas smo svjesni da su takvi stavovi u najmanju ruku pretjerani. Renesansi i reformaciji prethodio je dugotrajan razvoj u okviru same skolastike, što je u velikoj mjeri bilo vezano za konfrontaciju sa arapskom i jevrejskom filozofskom mišlju. Nesumnjiv je veliki razvoj logike, a što se tiče misticizma na svakome je da odredi svoj stav prema tome kako mu se sviđa.

Da ovaj izlet u istoriju ne bi ispao preopširan, spomenućemo samo dva značajna mislioca iz tog perioda. Jedan je kardinal Nikola Krebs (Nikola iz Kuze). U njegovim djelima prvi put u novije vrijeme imamo formulisan princip relativnosti. U knjizi »Ispravljanje kalendara« on piše:

»Već nam je jasno da se Zemlja u stvarnosti kreće, iako nam se to tako ne čini, pošto mi osjećamo kretanje samo u usporedbi s nepokretnom tačkom ... Polazeći od istog osnova, ako se neko nalazi na Zemlji, Suncu ili na nekoj drugoj planeti, uvijek mu se čini da je u nepokretnom centru, a da se sve ostale stvari kreću. . . Centar svijeta je svuda, a krug nigdje, zato što je Bog i kružnica i centar, pošto se nalazi svuda i nigdje. . .«

Ako izostavimo teološku argumentaciju, vidimo da kardinal iznosi stvari s kojima bismo se svi mogli koliko-toliko složiti. Nikola iz Kuze često se smatra za prvog filozofa renesanse.

Spomenućemo još i Williama of Ockhama, između ostalog i zato što se u raspravama o teoriji spoznaje vrlo često koristi termin »Okamov nož«. Radi se o čuvenom principu »Entia non sunt multiplicanda praeter necessitatem«. »Suštine ne treba uvoditi u većem broju nego što je to potrebno«. Drugim riječima, pojave treba objašnjavati polazeći od što manjeg broja osnovnih pojmova. Takav zahtjev je vrlo prirodan, ali sadrži i velike opasnosti za vladajući način mišljenja. Tako na jednom mjestu Okam tvrdi da pretpostavka o različitosti nebeske i zemaljske materije nije nužna, pa se prema tome radi o materiji iste vrste.

Biografije Kopernika, Galileja i Keplera dobro su poznate. Ispravnu sliku kretanja planeta oko Sunca daje tek Kepler, te je njegova ideja o kretanju planeta po elipsama oko Sunca jedno od prvih naučnih saznanja koja su zaista nova, pošto je kruženje oko Sunca bilo poznato već Aristarhu.

Napuštanje aristotelijanske koncepcije prirodnih mjesta i njihove hijerarhije dovodi do daljeg razvoja. Ako Zemlja nije centar svijeta, ne mora to da bude ni Sunce. I tako je stvorena koncepcija beskonačnog svemira sa zvijezdama-suncima oko kojih kruže planete. Kada Galilej otkriva planine na Mjesecu i kada se uvećana slika Mliječnog Puta razdvaja u bezbroj zvijezda, raspada se sfera nepokretnih zvijezda, koja je ograničavala Ptolomejev i Kopernikov svijet. Nije samo Bruno platio te ideje životom. Ono što je za nas bitno, to je činjenica da od Galileja imamo fiziku u savremenom značenju te riječi. A kada imamo fiziku, možemo imati i kosmologiju, onako kako smo je definisali na prvim stranicama ove knjižice. »Kosmologija« kao mistički sistem postoji i ranije, ali to nije predmet naših razmatranja.

2. **Isaac Newton**

Fizičku teoriju koja opisuje kretanje nebeskih tijela stvorio je Isaac Newton. Taj posao je po prvi put bio urađen na način na koji i treba da se radi — u strogo matematičkom obliku. Da bi mogao to da učini, Newton je morao da stvori i odgovarajuću oblast matematike. Kao što znamo, ta oblast matematike je integralni i diferencijalni račun. Tu Newton dijeli prioritet s Leibnitzom, koji je došao da istih matematičkih rezultata. Vrijedno je da se kaže kako oznake diferenciranja i integriranja koje danas koristimo, potiču upravo od Leibnitza.

Postoje indicije da je Galilej bio na dobrom putu da obavi velik dio tog posla i prije njih dvojice (uostalom, velik dio je nesumnjivo i obavio). Međutim, doživotni pritvor nije bio najbolje mjesto da se završi započeti rad.

Newtonova teorija opisuje ne samo nebeska, već i zemaljska kretanja. Priznaćemo da se nebeska i zemaljska kretanja razlikuju, a mi znamo i zašto je to tako. U prvom redu na nebeska tijela otpor sredine ne djeluje ni približno onoliko koliko otpor atmosfere djeluje na tijela koja poznajemo iz svakodnevnog života. S druge strane, mi na zemlji posmatramo ta kretanja u kratkim vremenskim razmacima, i to objekata čija je masa u poređenju s masom Zemlje zanemariva, dok kod kretanja planeta to svakako nije tako.

Nebo je ona laboratorija u kojoj je stvorena Newtonova mehanika. Kada se spominje anegdota o jabuci (istorijska istinitost tog događaja nije pouzdano utvrđena), često se zaklanja suština Newtonovog otkrića. Ono nije u tome da jabuka pada na Zemlju, odnosno da je Zemlja privlači. To je tako i po zdravom razumu i po teoriji o prirodnim mjestima tijela. Newtonovo otkriće je u tome da i jabuka privlači Zemlju, i to istom silom kojom Zemlja privlači jabuku. Do toga nije bilo lako doći.

Još je Galilej utvrdio da tijela različitih masa, a istog oblika, padaju na Zemlju istom brzinom, te bi se iz toga možda moglo pogrešno zaključiti da gravitacija nema veze s masom tijela koje pada.

Nakon stvaranja Newtonove mehanike astronomija nije, sve do ovog vijeka, igrala ključnu ulogu u otkrivanju fundamentalnih zakona prirode. Danas se situacija promjenila, o čemu ćemo imati prilike da više kažemo. Za sada smo u Newtonovom vremenu i interesuje nas šta je on mislio o prirodi prostora i vremena. Pustimo ga da nam sam kaže: »I Apsolutno, istinsko, matematičko vrijeme samo po sebi i po svojoj suštini, bez obzira na bilo šta izvanjsko, teče ravnomjerno i drugačije se zove trajanje. ...

II Apsolutni prostor po samoj svojoj suštini, bez obzira na bilo šta izvanjsko, ostaje uvijek isti i nepokretan.«

Odatle vidimo da su za Newtona prostor i vrijeme nezavisni od događaja koji se u njima dešavaju. Isto tako, oni postoje neovisno jedno od drugog, tako da su matematički prostor euklidske geometrije i fizikalni prostor ovdje identični. Newtonovi stavovi bili su čvrsti i jasni. Apsolutni prostor omogućio je da se o prirodnim pojavama uvijek govori jasnim matematičkim jezikom. Takav stav bio je veliko dostignuće, pošto nije ostavljao nimalo mjesta za raznovrsne skolastičke spekulacije. Čvrstina tog opredeljenja podsjeća na samog Newtona. Taj čovjek je sve što je radio, radio dobro i do kraja. Njegovi protivnici, i naučni i politički, zaista nisu mogli očekivati od njega nikakav kompromis ili milost. Nemamo vremena da se pozabavimo njegovom biografijom, kao i cjelinom njegovog golemog naučnog djela. Za nas je u ovom trenutku bitno pitanje šta je to što prenosi gravitaciono međudjelovanje. Ja sno je da za Newtona to nije moglo biti vezano s geometrijskim osobinama prostora — u to vrijeme takav stav bio bi čista spekulacija koja se ne može dokazati. Rene Descartes, poznat danas u prvom redu kao osnivač analitičke geometrije, smatrao je da se gravitaciono međudjelovanje, kao i sva ostala međudjelovanja, prenosi pod uticajem kretanja neke materije koja se nalazi između tijela. Svakako da se radi o lijepoj hipotezi koju je kasniji razvoj u suštini potvrdio, ali Newtona takav pristup ne zadovoljava. On je pronašao zakon gravitacionog međudjelovanja, i to polazeći od činjenica. O uzročniku te pojave nije mogao da sazna ništa određeno. Odatle potiče i njegova čuvena izreka »Hypotheses non fingo«, hipoteze ne izmišljam.

U pismu biskupu Bentleyu tako kaže: »... gravitacija mora biti uzrokovana nekim agensom, koji djeluje prema određenim zakonima. Kakav je to agens, materijalni ili nematerijalni, ostavio sam zaključivanju čitaoca.« Newton tako ne ulazi u diskusiju o uzročniku gravitacije, odnosno o njenom prenosniku, ali dopušta i mogućnost da se radi o »nematerijalnom agensu«, što se vjerovatno može shvatiti kao božja volja.

Nije zahvalno procenjivati mišljenja ljudi, ukoliko pisani tragovi nisu sasvim jednoznačni, ali izgleda da Newtonu najviše odgovara stav prema kojem bog određuje zakone prirode po svojoj volji i ne miješa se bez potrebe u djelovanje tih zakona. Kod Descartesa uloga božanstva svodi se na to da dâ prvi početni impuls kretanju vihora materije.

Voltaire, koji je mnogo učinio na popularizaciji Newtonovih ideja na evropskom tlu, ovako je opisao odnos ta dva pogleda na prirodu:

»Ako Francuz stigne u London, naići će tu na velike razlike kako u filozofiji, tako i u mnogim drugim stvarima. U Parizu je ostavio svijet pun materije, a ovdje pronalazi prazan. U Parizu je Svemir popunjen etarskim vihorima, dok ovdje u tom istom prostoru djeluju nevidljive sile. Kod kartezijanaca sve se dešava zbog pritiska, što i nije sasvim jasno, dok se kod njutonijanaca sve dešava zbog privlačenja, što nije mnogo jasnije.« (Riječ »kartezijanstvo« dolazi od latiniziranog oblika Descartesovog imena — Cartesius.)

Spomenućemo dvije za nas bitne stvari vezane za Newtonovu teoriju gravitacije. Kod njega se masa pojavljuje na dva načina. S jedne strane masa se može izmjeriti polazeći od drugog Newtonovog zakona, mjerenjem ubrzanja koje tijelo dobiva usljed djelovanja neke etalonske sile, koja u principu i ne mora biti gravitacione prirode. Tu se masa pojavljuje u okviru osnovnih mehaničkih zakonitosti, dakle nije nužno vezana za gravitaciju. S druge strane masa se može mjeriti i korištenjem zakona gravitacionog privlačenja. Kada budemo govorili o Einsteinovoj teoriji gravitacije, dobro će nam doći da se sjetimo kako masa ima dva lica.

Konačno, prije nego što završimo ovo kratko izlaganje, treba da kažemo i koju riječ o našem osnovnom predmetu, kosmologiji.

Spomenuli smo da je Newtonova teorija omogućila da se nešto kaže o veličini svemira. Pošto pokušaji da se pronađe neko centralno tijelo u svemiru, oko kojeg se ostala kreću, nisu urodili plodom, nametnuo se zaključak da je svijet beskonačan, pošto bi u protivnom nužno došlo do nagomilavanja materije u njegovom centru. Isto tako, nužno je da sistemi zvijezda budu organizovani po nekom hijerarhijskom principu, kako bi bili izbjegnuti fotometrijski i gravitacioni paradoksi. Radi se o slijedećem. Ukoliko bi zvijezde bile ravnomjerno raspoređene, a svemir bio beskonačan, tada bi taj beskonačan broj zvijezda ravnomerno osvjetljavao svemir. Drugim riječima, nebo ne bi noću bilo tamno. Slično razmatranje imamo i u slučaju drugog, gravitacionog, paradoksa. Ravnomjerno raspoređene zvijezde dovele bi do toga da gravitaciona sila bude u svim pravcima jednaka. O ta dva paradoksa može se diskutovati, može se uzimati u obzir neravnomjernost raspodjele materije u kosmosu, može se uzimati u obzir konačno trajanje života zvijezda. Može se raspravljati i o korektnosti samih paradoksa. Međutim, oni su, kao otvoreni problemi u okviru slike svijeta zasnovane na Newtonovoi mehanici, svakako doprinijeli daljem razvoju.

3. Rađanje nove geometrije

U ovom kratkom istorijskom pregledu preskočili smo mnoga velika imena, pošto je naš cilj da što prije stignemo do kosmologije dvadesetog vijeka. Na tom putu stižemo i do imena ljudi koja nikako ne bi trebalo da budu preskočena. To su imena velikih matematičara Gaussa, Lobačevskog i Riemanna. Prije nego što se pozabavimo njima, upoznaćemo se i sa značajnim filozofom, čiji je rad uveliko odredio misaoni ambijent u prošlom stoljeću. Radi se o velikom misliocu iz Königsberga Immanuelu Kantu. Ono što nas interesuje to su njegove »antinomije čistog razuma«. Sama riječ antinomija u filozofskoj terminologiji znači da su se u toku razmatranja pojavila dva kontradiktorna stava koja su jednako dobro obrazložena. Kada govorimo o grčkim sofistima, češće se koristi termin »aporija«. Čitalac je vjerovatno upoznat s Zenonovim aporijama.

Kant je koristio pojam antinomije da bi ilustrovao osnovnu tezu svoje filozofske doktrine, prema kojoj čovjek ne može izaći van granica svog osjetilnog iskustva i upoznati »stvari po sebi«. Prema Kantu, takvi pokušaji dovode razum do protivrečja, to jest dovode do mogućnosti da se podjednako dobro zasnuju slijedeće teze i njihove antiteze: svijet je konačan i svijet je beskonačan, svaka složena supstanca sastoji se od prostih dijelova i ne postoji ništa elementarno, postoji sloboda i postoji samo kauzalnost, postoji prvi uzrok svijeta (bog) i bog ne postoji.

Kantove antinomije nisu antinomije u smislu moderne formalne logike, pošto nisu izvedene u okviru strogo formalizovanog sistema. Međutim, kad bi i bile strogo logički zasnovane, samo bismo mogli da zaključimo kako formalni sistem od kojeg polazimo nije konzistentan. Ipak, situacija nije nimalo trivijalna, pošto se navedene izjave zaista ne mogu dokazivati i opovrgavati sredstvima formalne logike. Pred Kantom je stajao zadatak logičkog zasnivanja spoznaje. Želio je da ga riješi tako da ne upadne kako u jednostranost empirista, koji su smatrali da je cjelokupno ljudsko znanje proizvod iskustva, tako i racionalista koji su smatrali da nam razum omogućava da pomoću njega dolazimo do spoznaje o vaniskustvenim stvarima.

Pošto naučno znanje postoji, bilo je potrebno naći filozofsko opravdanje tog znanja. Kant to postiže pomoću pojma o apriornom — on govori o nekim uvjetima empirijske spoznaje. Ono što je za nas bitno, to je da on prostor i vrijeme upravo smatra uvjetima spoznaje, načinima na koji ljudski um organizuje osjete koji mu pristižu iz vanjskog svijeta.

Tako su kod njega prostor i vrijeme čisto filozofske kategorije, a u Newtonovoj slici svijeta nema nikakvog razloga da to ne budu.

Kant je velika tema te možda ne bi ni trebalo o njemu pisati ovako kratko. Vrlo je zanimljiva i sama problematika veze Kanta i Newtona. Nema sumnje da je ovaj poslednji na njega vrlo mnogo uticao. Tu svakako treba spomenuti da je Kant autor prve naučne kosmogonijske hipoteze (kosmogonija proučava porijeklo Sunčevog sistema). Ta hipoteza, poznata kao Kant-Laplaceova govori o kondenzaciji nebeskih tijela iz protoplanetne magline. Kasnije se Kant potpuno posvetio filozofiji, tako da je taj njegov rad bio neko vrijeme i zaboravljen. Nama taj rad mnogo govori o utjecaju Newtonove mehanike na dalja filozofska traženja.

U dvadesetom vijeku bilo je mnogo pokušaja reinterpretacije fizike u kantijanskom smislu (a možda bi se moglo reći i obrnuto, reinterpretacije Kanta u svjetlu saznanja moderne fizike), posebno u vezi sa razvojem kvantne mehanike. Priča o tome odvela bi nas nešto dalje od naše osnovne teme.

Kantove antinomije čistog razuma predstavljaju ona pitanja kojima se, u raznim oblicima, ljudska spoznaja uvijek vraća u svom dijalektičkom razvoju i možda je pravi dokaz beskonačnosti svijeta to što se ne može dati logičko razrješenje tih antinomija.

Za sada ostavljamo nerješiva pitanja i vraćamo se matematičkim problemima, koji su najčešće ipak rješivi. Upoznaćemo se s čovjekom koji je zaista i riješio mnoge od njih. Radi se o Karlu Friedrichu Gaussu. Savremenici su ga s pravom smatrali najvećim matematičarem svijeta. 1820. godine ministar javnih radova Hannovera naređuje mu da izvrši kartografisanje kneževine. Gauss zadatku pristupa vrlo kreativno i pri tome stvara matematički aparat koji je kasnije iskorišćen i u opštoj reoriji relativnosti.

Pogledajmo to malo detaljnije. Prilikom kartografisanja mi se nalazimo na površini Zemlje i vršimo mjerenja na njoj. Svjesni smo da je Zemlja okrugla i to uzimamo u obzir prilikom vršenja proračuna. Gauss je matematički problem postavio nešto drugačije. Postavio je pitanje šta možemo reći o prirodi površine polazeći isključivo od mjerenja izvršenih na samoj površini, bez ikakvog pozivanja na prostor u koji je ta površina uronjena.

Gauss je podijelio geometriju na unutrašnju i vanjsku, pri čemu se unutrašnja zasniva na podacima do kojih dolazimo isključivo mjerenjem na površini. Mi se nalazimo na površini velike sfere i u okviru problema koji nas interesuje gotovo da i jesmo dvodimenzionalni, pošto je naša visina zanemariva u odnosu na veličinu Zemlje. Ako bismo na površini neke sfere nacrtali trougao, lako bismo se uvjerili da je suma njegovih uglova različita od 180 stepeni. Nama je poznato da se radi o sfernom trouglu, pa prema tome ta suma i ne treba da bude jednaka 180 stepeni, već nešto manja, ovisno od toga kolika je sfera. Može se desiti da ne znamo o kakvoj se površini radi, pa bismo na osnovu naših mjerenja trouglova nešto saznali i o prirodi same te površine. Ako bismo sad gradili geometriju na sferi, ne obazirući se na okolni prostor, ona bi se razlikovala od Euklidove. Na primjer, u skladu s Euklidom, od jedne do druge tačke može se povući jedna prava linija. Ako pravom smatramo najkraće rastojanje između tačaka, odmah vidimo da na samoj sferi to neće biti tako. Između dva pola ima koliko god hoćete meridijana iste dužine. Takva razmišljanja natjerala su Gaussa da dublje razmisli o osnovama geometrije. Pošto mi živimo u svijetu u kojem vrijedi neka određena geometrija, trebalo bi pokušati eksperimentalno odrediti o kakvoj se geometriji radi. Svakako, na udaljenostima s kojima svakodnevno imamo posla vrijedi Euklidova geometrija, pa je potrebno naći neki veliki trougao. Gauss mjeri uglove u trouglu koji zatvaraju vrhovi Hocher-Hagena, Inselsberga i Brokena. Ne rad se o trouglu na površini Zemlje, već o trouglu smještenom u prostoru. O tim mjerenjima zna se samo iz Gaussovih pisama. U granicama tačnosti njegovih instrumenata Euklidova geometrija je ispravna. Gauss nije bio raspoložen da objavi svoja istraživanja vezana za probleme zasnivanja geometrije. U okviru istraživanja dvodimenzionalnih površina došao je do značajnog rezultata, poznatog kao »theorema egregius«, »sjajni teorem«, gdje dokazuje da se zakrivljenost može izraziti koristeći samo rezultate mjerenja na samoj površini. Tako je Gauss pripremio revoluciju u geometriji, ali sam nije imao hrabrosti da je izvede.

Uloga Kopernika geometrije pripala je N. Lobačevskom. Na njegovom primjeru, kao i na primjeru Janoša Bojaia, koji je nezavisno došao do istih rezultata, uvjerićemo se da je tu zaista bila potrebna hrabrost.

Sa 18 godina Lobačevski postaje magistar. Pet godina nakon toga dobiva katedru čiste matematike i mjesto profesora. Predaje svoj predmet, zamenjuje profesora astronomije koji je u sastavu Bellinshausenove ekspedicije otputovao na Antartik, preuzima i kolegij fizike, brine o univerzitetskoj opservatoriji, organizuje biblioteku. Obavlje dužnosti dekana i rektora, te vodi izgradnju nove zgrade univerziteta.

Pored toga drži i predavanja o osnovama geometrije za odrasle. Izgleda da se radilo o nečemu poput dokvalifikacije učitelja. Razmišljajući o tome kako da što jasnije izloži taj predmet, sve se bavio problemom postulata o paralelnim pravcima. Pada mu na pamet sljedeća misao: ako je peti postulat teorem koji se može dokazati polazeći od prva četiri, ona će u nekoj »zamišljenoj geometriji« u kojoj bi peti postulat bio zamijenjen nekim drugačijim doći do unutrašnje kontradikcije. Ukoliko pak nova geometrija bude konzistentna, to znači da su logički moguće i druge geometrije osim Euklidove. Lobačevski dokazuje da je geometrija u kojoj je peti postulat zamijenjen slijedećim: »Kroz tačku koja ne leži na datoj pravoj prolaze bar dvije prave koje ne sijeku datu pravu«, konzistentna.

Doduše, njegov dokaz nije potpun, Takav će tek 1868. godine dati Eugenio Beltrami. Bez obzira na to, možemo reći da je problem koji je pred matematikom stajao više od dvije hiljade godina bio u osnovi riješen. Lobačevski je uspio da uradi ono što su pokušavali Polidonije (I vijek p.n.e.), Prokles (V vijek), Omar Hajam (XII vijek), Legendre, Farkaš Bojai i mnogi drugi. Pa kakva je bila reakcija naučne javnosti?

Zgodno je da se upoznamo sa odlomcima iz recenzije Ostrogradskog, koji sigurno nije bio neznalica:

»Izvještaj Imperatorskoj akademiji nauka.

Akademija mi je povjerila da pregledam jedan geometrijski rad g. Lobačevskog rektora Univerziteta u Kazanju. . . Autor je izgleda imao za cilj da piše tako da ga niko ne razumije. Taj cilj je postigao. Veći dio knjige ostao mi je nepoznat kao da je nisam nikad ni vidio. Shvatio sam samo slijedeće: Može se dopustiti da je suma uglova u trouglu manja od dva prava. Geometrija koja proizilazi iz te hipoteze teža je i opširnija od one koja nam je poznata i može da služi kao pomoćno sredstvo u čistijoj analizi, a posebno u teoriji određenih integrala, pošto je već poslužila za proračun dva integrala. . . O onome što sam pročitao dužnost mi je da saopštim Akademiji: 1) Od dva pređena integrala, koje g. Lobačevski smatra za svoje otkriće, jedan je već poznat i može se izračunati iz najelementarnijih principa integralnog računa. Vrijednost drugog integrala zaista je nova i ona predstavlja svojinu

g. rektora iz Kazanja. Na žalost taj rezultat nije tačan. 2) Sve što sam shvatio u geometriji g. Lobačevskog je ispod prosječnosti. 3) Ono što nisam shvatio izgleda da je loše izloženo... te sam zaključio da rad ne zaslužuje pažnju Akademije.«

Rezultat Lobačevskog bio je tačan. Što se tiče nejasnog izlaganja, Ostrogradski je u pravu. Gaussa je rad Lobačevskog oduševio, ali i on je jednom napisao da su radovi Lobačevskog slični šumi u kojoj se ne može pronaći staza ako se ne poznaje svako drvo. Ostaje samo da nagađamo kako je i koliko unaprijeđeno znanje odraslih kojima je Lobačevski predavao.

Na novu geometriju reaguje i štampa. Evo odlomka iz nepotpisanog članka u časopisu »Sin otadžbine«: »Kako bi se moglo i pomisliti da je g. Lobačevski, redovni profesor matematike, sa ozbiljnim namjerama napisao knjigu koja ne bi bila na čast ni zadnjem parohijskom učitelju. Ako već ne učenost, a ono zdrav razum morao bi imati svaki učitelj, a u novoj geometriji često i toga nedostaje.«

Odakle tolika mržnja? I zaslužni akademik i anonimni recenzent iz »patriotskog« lista spremni su da Lobačevskom pripišu nekakve »namjere«. Filozofija se tu ponovo pojavljuje kao neki zao duh. Nova geometrija izgleda da nije u skladu s Kantovim učenjem (a ni sa zdravim razumom). Mogućnost postojanja više geometrija ljutila je mnoge zato što je nagovještavala da se ono što je stoljećima bilo u oblasti čiste misli može i mora istraživati mjerenjem. Sjećamo se da je Gauss pokušao da za to iskoristi vrhove planina, od kojih je jedna bila Broken, tradicionalno mjesto za vrzino kolo. Lobačevski pokušava to isto, ali sa mnogo većim trouglom, koristeći podatke o paralaksama zvijezda. Rezultat je isti kao i za planine, to jest negativan.

Do istih saznanja kao i Lobačevski dolazi i Janoš Bojai. Kada saznaje da nema prioritet, zapada u tešku depresiju. Njegov otac Farkaš, od kojeg je i naslijedio interes za taj problem, tješi ga riječima: »Kada dolazi proljeće, svo cvijeće cvate istovremeno.« 1860. Bojai umire i biva sahranjen u zajedničku grobnicu, kao puki siromah. Što se tiče Lobačevskog, može se reći da je njegova karijera bila uspješna. Ali 1856., kada je umro, na sahrani i u nekrologu ništa nije rečeno o njegovoj geometriji, u skladu s principom »o mrtvima samo dobro ili ništa«.

Slijedeću etapu u razvoju ideja o neeuklidskoj geometriji obilježio je rad Georga Fridricha Berngarda Riemanna. U jesen 1853. godine Riemann konkuriše na mjesto privat-docenta na Univerzitetu u Göttingenu. (Privat-docent je lice koje ima pravo da drži predavanja, ali ne prima stalnu platu od fakulteta, već dobiva novac proporcionalno broju slušača.) Prema pravilima kandidat je trebalo da predloži tri teme za probno (habilitaciono) predavanje. Dekan bi birao jednu od njih i nakon predavanja Savjet bi rješavao da li je kandidat podoban da drži predavanja. Dekan je bio Gauss. Treća od tema glasila je: »O hipotezama koje predstavljaju osnovu geometrije«. Obično je birana prva od predloženih tema. Međutim, Gaussa je, kao što znamo, i samog problem vrlo interesovao, te se on odlučuje za treću od predloženih tema. Riemannu je trebalo oko pola godine da pripremi svoje istorijsko predavanje. U njemu je geometrija razmatrana kao nauka o neprekidnim mnogostrukosti-ma u n dimenzija. Ako je u takvoj mnogostrukosti zadano kako da odredimo udaljenost (drugim riječima — ako nam je poznata metrika), imamo prostore koje možemo karakterisati njihovom zakrivljenošću.

U prvom redu svog predavanja on razmatra čisto matematički problem definisanja n-dimenzionalnog prostora i zadavanja metrike u tom prostoru. Kada govori o metrici, postavlja pitanje kako odrediti udaljenost bez obzira na prostor u koji je mnogostrukost smještena. Ta »unutrašnja« definicija udaljenosti zadaje na mnogostrukosti metriku. Pri tome se razmatraju samo takve mnogostrukosti u kojima do voljno mala okolina tačke ima metriku euklidskog prostora.

Bilo bi korisno da se upoznamo i s nekim matematičkim izrazima. U ravnom prostoru imamo

$$(ds)^2 = \sum_{i=1}^{n} (dx^i)^2$$

U opštem slučaju metrika se zadaje tako da je kvadrat elementa dužine jednak

$$(ds)^2 = g_{ik}\, dx^i\, dx^k$$

Koeficijenti gik su komponente nečega što zovemo »metrički tenzor«. Indeksi koji se ponavljaju gore i dolje podrazumevaju sumaciju po tom indeksu (»Einsteinova konvencija o sumaciji«). Bez te konvencije pisali bismo

$$(ds)^2 = \sum_{i,k=1}^{n} g_{ik}\, dx^i\, dx^k$$

Prostori u kojima se na taj način može zadati metrika zovu se Riemannovi prostori.

I dalje ćemo nastojati da naše izlaganje bude koliko god je to moguće oslobođeno matematike. Ukoliko se prvi put susrećete s nekim oznakama i pojmovima, potrebno je da uzmete u obzir da ova knjižica nije udžbenik, pa iz nje same nećete steći primjenjiva znanja. Ako pak ona nekome bude podsticaj da takva znanja stekne, naš zadatak biće više nego ispunjen. Sada je za nas bitno da shvatimo kako se element dužine u ravnom i iskrivljenom prostoru ne izražava na isti način. Ta se različitost može izraziti preko komponenti metričkog tenzora. Ako su one različite od jedinice, prostor nije ravan. Tu je bitno da primjetimo još jednu važnu stvar. I u ravnom prostoru može se zadati krivolinijski koordinatni sistem, te će u tom slučaju dužina biti drugačije izražena. Međutim, u ravnom prostoru mi uvijek možemo običnom koordinatnom transformacijom doći do oblika koji odgovara izrazu u Descartesovom koordinatnom sistemu. U zakrivljenom prostoru to je moguće samo lokalno, u dovoljno maloj okolini neke tačke, što je stvar koju smo mogli i očekivati. Dovoljno je da se sjetimo kako je teško izravnati koru od narandže. U zakrivljenom prostoru mi ne možemo uvesti ravne koordinate za čitav prostor.

Riemann uvodi i izučava prostore konstantne zakrivljenosti. Oni prirodno nastaju iz zahtjeva da se »figure« mogu u njima kretati bez deformacija, bez rastezanja i stezanja.

Neka imamo tri tačke u n-dimenzionlanoj mnogostrukosti. Na osnovu neke zadane metrike određujemo rastojanje među njima. Uslov da se takav trougao može kretati kao čvrsto tijelo u prostoru, to jest čuvajući udaljenost među vrhovima, označava postojanje neke »grupe simetrije« koja transformira naš prostor i čuva udaljenost među tačkama.

U slučaju $g_{ik} = 1$ imamo obični prostor gdje je zakrivljenost jednaka nuli. Malo komplikovanije, moguće je dobiti prostore konstantne pozitivne i negativne zakrivljenosti.

U drugom dijelu svog habilitacionog predavanja Riemann razmatra osobine realnog (fizikalnog) prostora koje omogućavaju da se od beskonačnog mogućeg broja metrika odabere ona koja odgovara fizikalnom slučaju. Pri tome se razmatraju dva odvojena pitanja: šta je to dimenzija prostora i koja geometrija opisuje fizikalni prostor. U razmatranju prvog pitanja zaglibili bismo se u matematiku znatno više nego što bi to bilo prijatno, pa ćemo samo spomenuti da Riemann jasno ukazuje na vezu dimenzionalnosti prostora sa njegovom neprekidnošću, što je kasnije potpuno potvrđeno u okviru Kantorove teorije skupova. Kada govori o uzroku pojave metričkih odnosa u prirodi, Riemann, kaže: »Možemo se nadati da ćemo naći rješenje tih pitanja samo u slučaju ako, polazeći od sadašnje iskustvom provjerene koncepcije, koju je zasnovao Newton, počnemo da je postepeno usavršavamo, polazeći od činjenice koje ona ne može da objasni. Istraživanja poput ovog ovdje, koja polaze od opštih pojmova, služe samo ja to da ograničenost pojmova i ukorijenjene predrasude ne budu prepreka kretanju naprijed. Tu se nalazimo na pragu oblasti koja pripada drugoj nauci, fizici, i današnjica nam ne pruža povod da taj prag pređemo.«

Sam tekst predavanja nije za Riemannovog života bio objavljen. Od prisutnih je po svojoj prilici samo Gauss shvatio svu dubinu izloženih misli, te je, prema kazivanju očevidaca, na kraju predavanja izgledao potreseno i duboko zamišljeno.

Moglo bi se pomisliti da smo već stigli u našem izlaganju i do opšte teorije relativnosti. Izgleda da Einstein nema drugog posla nego da nauči matematiku i napiše jednačinu koja će povezivati zakrivljenost prostora i veličinu prisutnih masa, to jest, izraziti veličinu gravitacionog polja u čisto geometrijskim terminima. Situacija nije ni izdaleka tako trivijalna. U opštoj teoriji relativnosti nemamo posla sa iskrivljenim prostorom, već sa iskrivljenim prostorom-vremenom. Da bi se u rječniku teoretske fizike pojavio pojam prostora-vremena, bila je potrebna specijalna teorija relativnosti. To što su se i prije toga prostor i vrijeme uzimali kao koordinate, još nije značilo da su oni neraskidivo međusobno povezani, da imaju smisla tek kad se razmatraju zajedno.

Stoga je, da naše izlaganje ne bi izgubilo i minimalni stepen korektnosti, potrebna da se, prije nego što kažemo koju riječ o teoriji gravitacije, pozabavimo specijalnom teorijom relativnosti.

II SPECIJALNA I OPŠTA TEORIJA RELATIVNOSTI

Nature and Nature's laws lay hid in night:
God said: Let Newton be! and all was light.
(Alexander Pope)

It did not last: the Devil, howling Ho!
Let Einstein be! restored the status quo.
(J. C. Squire)

Newtonov epitaf dopunjen novijim epigramom.

1. Eter i relativnost kretanja

Možda je najbolje da se u izlaganju o teoriji relativnosti oslonimo na izlaganje samog njenog autora. Iskoristićemo odlomke iz predavanja koje je održao u Kiotu 1922. godine:

». . . nije jednostavno ispričati kako sam stigao do teorije relativiteta, pošto mnogi motivi koji pokreću ljudsko mišljenje mogu biti sakriveni i od samog čovjeka i pošto ti motivi djeluju različito u različitim okolnostima. Ne namjeravam detaljno govoriti o svima njima. Isto tako ne namjeravam nabrajati ovdje sve svoje radove. Pokušaću samo u opštim crtama ispričati kako su se razvijale moje osnovne ideje.

Prvi put se ideja o izgradnji teorije relativnosti pojavila kod mene prije 17 godina. Ne mogu tačno reći odakle se pojavila. Ipak, siguran sam da je bila vezana za optiku pokretnih sredina. Svjetlost se kreće kroz prozirni ocean etera. Zemlja se također kreće kroz eter. Sa stanovišta posmatrača na Zemlji eter optiče Zemlju. Koliko god da sam se trudio, nisam u literaturi pronašao jasnu eksperimentalnu potvrdu postojanja tog toka. Tada sam počeo razmišljati o tome da li postoji neki način da se pokuša dokazati kretanje Zemlje u odnosu na eter. U to vrijeme sam vjerovao da je ispravnost jednačina Maxwell-Lorentzove elektrodinamike dokazana. . . Gotovo godinu dana sam pokušavao promjeniti tok razmišljanja kakav imamo kod Lorentza. . . Jednostavno mi nije padalo na pamet da zadatak može biti nerješiv.

Tu mi je iznenada pomogao jedan od mojih prijatelja, koji je živio u Bernu. Jednog lijepog dana došao sam do njega i rekao: »U posljednje vrijeme ratujem s problemom koji sam nikako ne mogu da riješim. Danas hoću da prenesem taj rat tvojoj kući.« Poslije toga sam u diskusiji s njim počeo provjeravati različite varijante. Odjednom sam doživio prosvjetljenje. Sljedećeg dana došao sam do njega i odmah rekao: »Hvala, potpuno sam riješio problem«. Pronađeno rješenje odnosilo se na uobičajene predstave o vremenskom intervalu. Radi se o tome da nije moguće apsolutno odrediti interval vremena, već postoji neraskidiva veza između vremenskog intervala i brzine širenja svjetlosti. Na taj način je po prvi put uspjelo premostiti osnovnu teškoću. Poslije te neočekivane ideje u toku pet sedmica stvorena je specijalna teorija relativnosti u svom sadašnjem obliku.«

Sada ćemo prekinuti Einsteina, pošto on u svom izlaganju dalje odmah prelazi na opštu teoriju relativnosti, a nama je potrebno da pogledamo šta se to dešava s intervalom, vremenom i tako dalje.

Zamislimo da putujemo brodom po mirnom moru. Ako je kretanje tog broda, ili nekog drugog vozila u kome se nalazimo, ravnomjerno, mi ne možemo reći da li se krećemo, ako ne pogledamo okolinu. Obično nas interesuje položaj vozila u odnosu na polazište (ili u odnosu na odredište) i taj položaj izražavamo nekim brojem koji se mijenja u funkciji vremena. Ukoliko promijenimo tačku od koje računamo položaj dakle, ako izrazimo naš položaj udaljenošću od neke druge luke, grada i slično, opis položaja pomoću tog novog broja u biti je ekvivalentan starom opisu položaja, s tim da je jedan od tih opisa prihvatljiviji za nas iz praktičnih razloga. Isto, tako, može nam se učiniti praktičnim da mjerimo naš položaj u odnosu na neku tačku koja se ravnomjerno kreće. I u tom slučaju, novi opis je ekvivalentan starom, i sa zakonima prirode neće se desiti ništa strašno. Kako je u analognom razmatranju primijetio T. Regge, u vozu putnici najčešće mjere svoj položaj u odnosu na vagon u kome je smješten bife.

Sve to nije ilustracija Einsteinove, već Galijeve relativnosti. Dakle, u skladu s Galijevim idejama, ako se voz kreće brzinom od 60 km/h, a mi se u vozu krećemo brzinom od 2 km/h, naša brzina u odnosu na površinu Zemlje biće 62 km/h. Tu je sve logično i upravo onako kako i očekujemo da bude. Našli smo se u položaju Molijerovog Žurdena, koji je saznao da govori prozom. Dakle, naša proza — to je Galilejeva relativnost. Bitno je da se shvati da eksperimenti daju iste rezultate bez obzira na kretanje posmatrača, ako je to kretanje ravnomjerno. Pomislili bismo da se tom stavu nema šta dodati ni oduzeti. Ako se voz ravnomjerno kreće i tu nam u bifeu ispadne iz ruke neka posuda — pašće isto onako kako bi pala da voz stoji. Svakako, ponavljamo da ovo važi za ravnomjerno kretanje. Ako imamo kočenja, ubrzanja i zaokretanja, to je već nešto drugačija priča.

Svakako, čitalac može da pokuša izmisliti eksperiment koji bi ipak omogućio da se razlikuje kretanje u dva sistema koji se u odnosu jedan na drugi kreću jednoliko. Svakako, ukoliko ima vremena za takva razmišljanja. Do sada niko nije uspio da smisli nešto takvo, a za tim i nema nikakve potrebe.

Međutim, u prošlom vijeku ne bi se svako složio s takvim mišljenjem. Podsjetimo se da je Einstein nešto govori o optici sredina koje se kreću.

Svakako da čitalac zna da svjetlost ima talasne osobine. O tome se dosta detaljno govori o srednjoškolskoj fizici. Kada govorimo o svjetlosnim talasima, možemo govoriti i o njihovoj talasnoj dužini i frekvenciji. To je neposredno vezano i za boju — frekvencija crvene svjetlosti niža je od frekvencije ljubičaste. Znamo da je svjetlost jedna od vrsta elektromagnetnih talasa. Ima dužih i kraćih, odnosno imaju niže frekvencije od vidljive svjetlosti, a to su infracrveno i radio - zračenje, a ima i zračenja sa većom frekvencijom — to su ultravioletno, rentgensko i gama zračenje. Radi jednostavnosti govorićemo samo o svjetlosti — kada budemo rekli svjetlost to će se odnositi na svako elektromagnetno zračenje. Brzina rasprostiranja svih vrsta elektromagnetskog zračenja u vakumu je ista. U materijalnoj sredini, na primjer u staklu, vazduhu, metalu, elektromagnetsko zračenje se rasprostire sporije, i tu brzina ovisi i od frekvencije.

Dakle znamo da je svjetlost neka vrsta talasa ili opreznije rečeno, svjetlost ima talasne osobine. Postavlja se pitanje da li kretanje izvora utiče na brzinu talasa. Odgovor je — ne utiče. To možemo prilično jednostavno provjeriti u kadi. Kada smo izazvali talas, on se dalje širi i brzina njegovog širenja ovisi od osobina sredine kroz koju se talas širi. Da bismo izbjegli nesporazume recimo i to da talasna dužina ovisi od kretanja izvora.

Sada ze zanimljivo da pogledamo kako stvari stoje sa svjetlošću. Ako se već radi o talasu sasvim je logično da brzina talasa ne ovisi o kretanju izvora. Sad nije baš sasvim jasno kakav je to talas, odnosno šta se to talasa. Kad ljudima nešto nije jasno oni to najčešće pokušavaju da riješe prvo tako da nepoznatom daju ime, pa se stvori iluzija da je problem riješen. Otprilike kao u magiji, kad je sve što je potrebno to da sa sazna ime duha s kojim imamo posla. U svakom slučaju, taj trik omogućuje da se napišu sasvim pristojni udžbenici. Oni sa dubljim znanjem poznaju i unutrašnje kontradikcije onog što piše u knjigama, pa kad se ukaže prilika, onda i objasne šta je to u stvari trebalo da znači. Moguća je situacija kada to znači vrlo malo, odnosno kada je objašnjenje toliko različito od konteksta u kojem se prvobitni termin pojavio da samo objašnjenje zahtijeva i novo ime.

U našem slučaju se nerazumljiva stvar zvala »eter«. Ako bismo naučnika prije sto godina upitali koja je to sredina koja prenosi elektromagnetske talase i koja je to sredina u odnosu na koju je brzina svjetlosti konstantna, on bi svakako odgovorio da se radi o eteru. Dakle, to bi bilo kao da smo posudu u kojoj proizvodimo vodene talase stavili na kolica — i sad je sasvim jasno da je brzina tih talasa konstantna u odnosu na posudu. U odnosu na tlo, brzina može da bude i drugačija, pošto je moguće da se kolica kreću.

Tako dolazimo i do ideje eksperimenta čiji se utjecaj na dalju istoriju fizike, a posredno i na dalju istoriju čovječanstva, teško može precijeniti. Ako postoji eter, može se i izmjeriti brzina posmatrača u odnosu na njega. Sam eter je uvijek izazivao veliko interesovanje. Kako i ne bi, kad se pomoću njega sve objašnjava, a po svemu sudeći, to je jednostavno praznina.

Treba reći da ni do dosadašnjeg dana svi problemi vezani za eter nisu riješeni, samo što danas ta sredina ima novo ime — vakuum u kvantnoj teoriji polja. O vakuumu, doduše, mnogo i znamo, ali teško bismo mogli mirne savjesti reći da su ta naša znanja potpuno konzistentna.

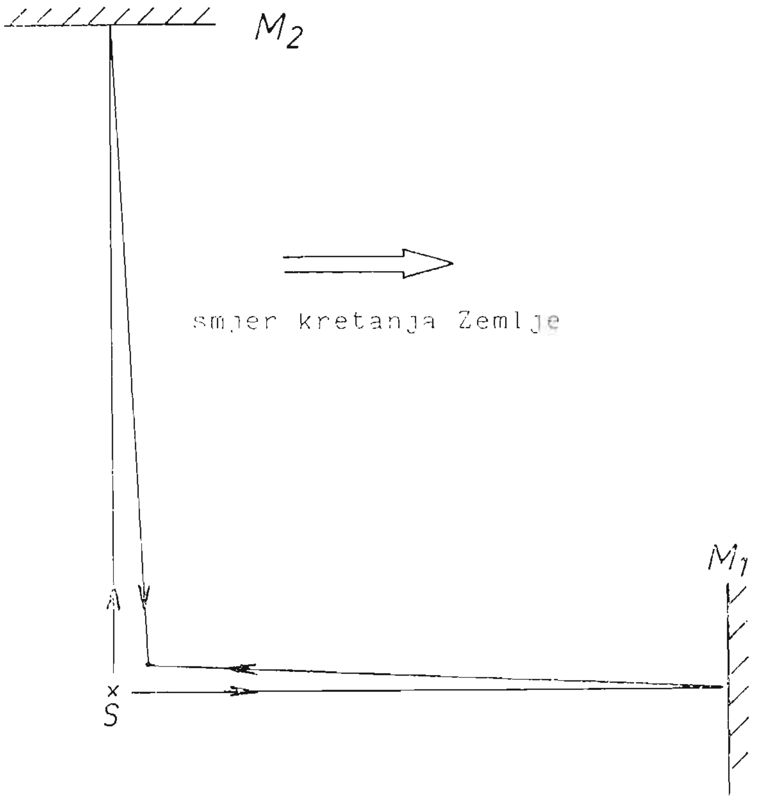
Vratimo se eksperimentu koji smo spomenuli. Kretanje u odnosu na eter (kretanje svjetlosnog talasa) uvijek ima istu brzinu, ali tome bi još trebalo dodati i kretanje posmatrača u odnosu na eter. To je sasvim prirodno, isto kao što je prirodno da brzini talasa u vodi dodamo i brzinu vodenog toka. Za posmatrača koji miruje u odnosu na eter, brzina svjetlosti je neka brzina c. Ukoliko se on kreće u odnosu na eter, potrebno je da toj brzini doda, odnosno oduzme od nje, brzinu vlastitog kretanja. Tako izgleda da se merenjem brzine svjetlosti može registrovati kretanje Zemlje u odnosu na taj univerzalni ocean u koji je uronjena materija. Tako bismo mogli da odredimo koliki je tu doprinos brzine kretanja Zemlje oko Sunca, koliko samo Sunce utiče na eter, te koliko je to kretanje u odnosu na neki univerzalni referentni sistem. Očigledno je da bi referentni sistem vezan za eter bio iz mnogih razloga povlašten, to jest, vredniji od drugih referentnih sistema.

Takav eksperiment su ostvarila krajem prošlog vijeka dva američka fizičara, Michaelson i Morley. Pošto se Zemlja kreće oko Sunca brzinom od oko 30 km/s, mijenjajući stalno smjer svog kretanja, jasno je da se i brzina svjetlosti mora stalno mijenjati. Najgrublja principijelna shema eksperimenta bila bi slijedeća:

Imamo izvor svjetlosti S i dva ogledala M_1 i M_2, pri čemu su njihove udaljenosti od izvora svjetlosti jednake te su tako smještene da reflektuju svjetlost natrag u izvor. Pravac SM_1 poklapa se sa pravcem kretanja Zemlje, a SM_2 normalan je na njega. Ideja je da se uporedi vrijeme prolaska svjetlosti od izvora do ogledala i nazad u oba smjera. Vrijeme dolaska svjetlosti trebalo je da bude različito za dva puta kojima se svjetlost kretala, pošto u povratku svjetlost stiže do pomaknutog izvora S.

Rezultat eksperimenta bio je neočekivan. Kretanje Zemlje nije nikako uticalo na brzinu svjetlosti!

Radi se o paradoksalnom rezultatu. Nakon eksperimenta osobine etera bile su još tajanstvenije nego ranije. Eksperiment je mnogo puta ponavljan sa sve savršenijom opremom i nikad nije registrovana brzina svjetlosti različita od konstante »c«, pri čemu je savršeno svejedno da li se radilo o kretanju Zemlje ili o nekom drugom kretanju posmatrača.



Slika 2.
Osnovna ideja Michaelson — Morleyevog eksperimenta

Mnogo energije je utrošeno da se nekako zaobiđe rezultat Michaelson-Morleyevog eksperimenta, ali sve je bilo uzalud. Problem etera nije nikako kretao s mrtve tačke. U okviru tih nastojanja Lorentz i

Poincare nalaze matematičke formule koje su danas poznate kao formule specijalne teorije relativnosti, ali ne daju i korektno objašnjenje njihovag značenja. To je kasnije izazvalo mnoge diskusije o prioritetu, vrlo često neukusne i antisemitski obojene. U vezi s tim mogli bismo da se sjetimo izreke da su formule pametnije od čovjeka. Biće da to i nije najkorektnija izjava, ali često izgleda da je upravo tako.

Suština Einsteinovih ideja u oblasti specijalne teorije relativnosti bila bi proširenje principa relativnosti sa mehanike na cjelokupnu fiziku. U njegovo vrijeme to je značilo sa mehanike na elektrodinamiku. Pri tome je nešto što se ranije smatralo bizarnim eksperimentalnim rezultatom proglašeno za fundamentalni zakon prirode — brzina svjetlosti je invarijantna.

Dakle, eksperiment Michaelson-Morleyevog tipa i ne može da dâ pozitivan rezultat, pošto bi to značilo da postoji neko povlašteno stanje jednolikog kretanja — nešto poput »pravog mirovanja«. Galilejeve formule kod vrlo velikih brzina, doduše, i nisu potpuno tačne, ali osnovni princip od kojeg je polazio pokazao se zaista kao intelektualno oruđe kolosalne snage. Međutim, ta »promjena formula« bila je razlog što su fizičari školovani u prošlom vijeku vrlo teško prihvatali novu teoriju. Bilo je potrebno vrijeme da se shvati kako Einstein nije nikakav Herostrat u fizici.

Pogledajmo i sami koliko nova teorija ne odgovara našim svakodnevnim predstavama i pojmovima. Ako imamo dvije kolinearne brzine, jasno je da je 2 m/s+2 m/s = 4 m/s. Odjednom dolazi Einstein i kaže da nije baš tako. Međutim, kod tih brzina razlika između starih i novih formula potpuno je neprimjetna. Ali, brzina svjetlosti plus bilo koja brzina ponovo je jednako brzini svjetlosti. Dvije brzine svjetlosti ponovo su brzina svjetlosti. Izgledalo je da se Einstein nije okomio na fiziku, već na samu matematiku.

Ako je tačno da brzina svjetlosti ne zavisi od kretanja posmatrača, moramo da zaključimo kako se posmatrač ne može kretati brzinom svjetlosti. Zašto sad to? Pa ukoliko bi se kretao brzinom svjetlosti, brzina nekog svjetlosnog talasa koji bi putovao zajedno s njim bila bi u odnosu na posmatrača jednaka nuli, a to po definiciji nije moguće. Ovo je čisto verbalno rezonovanje, ali, kada bismo izračunali kolika je sila potrebna da se tijelo ubrza do brzine »c«, vidjeli bismo da je beskonačna.

U svakom slučaju vidimo da s brzinama, vremenom i dužinama stvari ne stoje kako smo navikli. Za sada smo detaljnije pogledali šta se dešava s brzinom. Prije nego što sve to ponovo razmotrimo, ali uz korištenje odgovarajućih formula, pogledaćemo kako stvari stoje s istovremenošću i dužinom.

Da bismo govorili o istovremenosti, potrebna su nam dva događaja i jedan posmatrač. Posmatrač nam kaže da li su događaji istovremeni ili nisu. S obzirom da želimo da pokažemo kako je istovremenost relativna, dobro će nam doći još jedan posmatrač. Dakle, imamo događaje 1 i 2 i posmatrače A i B. Pretpostavljamo da su oba posmatrača podjednako vješta. Prije je bilo potpuno jasno da istovremenost ima apsolutni smisao, pa ako su događaji 1 i 2 istovremeni za posmatrača A, biće istovremeni i za posmatrača B. Međutim, razmotrimo slijedeću situaciju. Neka su za događaje 1 i 2 vezane emisije svjetlosti. Posmatrač A zna gdje se nalaze izvori svjetlosti, i on se nalazi u sredini između njih. Svjetlost od oba izvora u istom trenutku stiže do njega i on s pravom zaključuje da su događaji A i B istovremeni. Sada dolazi ono nezgodno. Neka se posmatrač B kreće od mjesta gdje se odigrava događaj 1 prema mjestu na kome se odigrava događaj 2. Neka mu brzina bude v. U trenutku kada je posmatrač A registrovao svjetlost od oba izvora, posmatrač B se nalazi pored njega i takođe registruje svjetlost od oba izvora. Da li posmatrač B može da zaključi kako su ti izvori istovremeno odaslali svjetlost? Zaprepašćujući odgovor koji daje teorija relativnosti je da ne može!

U trenutku emisije posmatrač B bio je bliže tački 1 nego tački 2. Sve što on zna je gdje se emisija desila i kada je svjetlost stigla do njega (po njegovom satu). Da je sve po starom, svjetlost iz 1 kretala bi se sa stanovišta posmatrača B brzinom c-v, a svjetlost iz 2 brzinom c+v, te bi tako bila istovremeno registrovana. Međutim, po pretpostavci, to nije moguće. Brzina svjetlosti može biti samo c. Svjetlost koja je stigla iz 1 prešla je put brzinom c. Put je ostao isti, te to znači da joj je sada trebalo manje vremena. Svjetlosti iz 2 trebalo je sada više vremena nego po starim predstavama. Zaključujemo da je događaj 2 raniji, Nekome bi ovo moglo izgledati čak i kao pobijanje teorije relativnosti. Bilo bi, kada bi se svjetlost u vakumu kretala brzinom različitom od c. Ali to se nikad ne dešava.

Činjenica da je brzina svjetlosti konstantna prisilila nas je da relativiziramo pojam istovremenosti. Bitno je da se istakne da se sa samim događajima nije desilo ništa novo — A i B su na istom mjestu istovremeno registrovali dva bljeska. Ovakva rezonovanja samo su ilustracija specijalne relativnosti, a ne i sama teorija. Bitno je i to da specijalna teorija relativnosti, pored svih novih elemenata koje uvodi u igru, ne dozvoljava da uzrok i posledica zamjene mjesta te da se putuje unatrag u vremenu. Možda će to jednom i biti moguće (ovo je svakako neozbiljna tvrdnja), ali za sada to je daleko van granica nauke.

Pojam istovremenosti analiziraćemo još jednom, kada nam budu na raspolaganju formule.

Sada, kada smo bar malo potkopali ideju apsolutne istovremenosti, možemo da se poduhvatimo još jednog sličnog posla, da podvrgnemo analizi dužinu. Odmah može da se postavi pitanje koju dužinu, odnosno, dužinu čega. Da bismo uopšte mogli da govorimo o nekoj fizičkoj veličini, u našem slučaju o dužini, mi moramo da kažemo kako se ta veličina mjeri, odnosno kako se može svesti na mjerive veličine.

Dužinu mjerimo tako što je poredimo s nekom etalonskom dužinom, a šta je etalonska dužina i kako se realizuje, predstavlja stvar dogovora. Mjerenje dužine svodi se na to da objekat čije dimenzije mjerimo prislonimo uz mjerilo i poredimo. (Svakako da je realizacija toga u praksi ponekad vrlo komplikovana. Nas sada interesuje samo osnovna ideja.) Šta će se desiti ako se objekat koji mjerimo i mjerilo, na primjer neka mjerna letva, međusobno kreću?

Odgovor je na prvi pogled jednostavan. Mi moramo zabilježiti u nekom vremenskom trenutku gdje se nalaze oba kraja letve. Odmah primjećujemo u šta smo upali. Apsolutna istovremenost shvaćena na predrelativistički način nema smisla. Kada govorimo o istovremenosti, moramo da kažemo i na kojeg posmatrača mislimo. To je još jedna posljedica činjenice da je brzina svjetlosti ista za sve posmatrače. Tako je i dužina ušla u naš krug neinvarijantnih veličina. Kada smo govorili o geometriji, govorili smo i o metrici, to jest, o načinu zadavanja udaljenosti. Pošto je udaljenost svakako neka dužina, moglo bi se desiti i da se uplašimo da je čitav taj aparat postao neprimjenljiv. Srećom, stvari ne stoje tako, ali početkom vijeka nova saznanja su djelovala zaprepašćujuće, te je bilo vrlo teško uvjeriti ljude da je nova teorija logički zatvorena.

Sada kada smo vidjeli da istovremnost više nije što je prije bila, da dužina nije što je prije bila, jasno je da ni vrijeme neće moći ostati što je prije bilo.

Dopustivši da je brzina svjetlosti konstantna, morali smo se odreći mnoštva duboko uvriježenih pojmova, a za sada nismo dobili ništa zauzvrat. Rezultati Michaelson-Morleyevog eksperimenta bili su poznati i bez teorije relativnosti, a sama teorija ga i ne objašnjava, već ga proglašava prvim principom, rušeći usput sve ostalo. Tako su otprilike razmišljali Einsteinovi protivnici. Tako vidimo da je krajnje vrijeme da se i mi upoznamo s formulama, da bismo vidjeli šta je nakon svega ostalo.

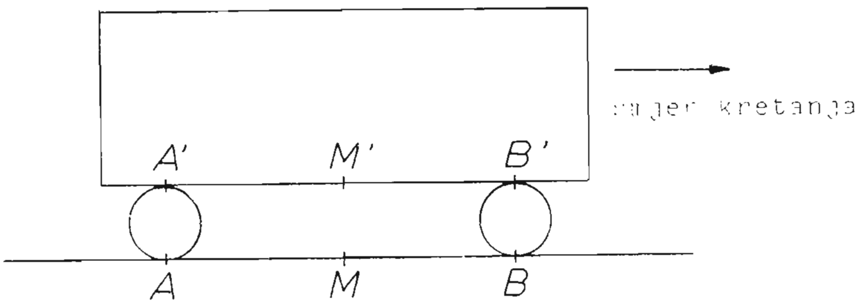
2. **Lorentzove transformacije. Vrste intervala.**

Ima mnogo knjiga o teoriji relativnosti i nije nam namjera da im konkuriramo. Ovo kratko izlaganje o Lorentzovim transformacijama služi za to da pojmove koji su nam potrebni uvedemo na više-manje korektan način.

Za sada nam je jasno samo to da naš zdravorazumski zakon slaganja brzina nije nikako u skladu s činjenicom da je brzina svjetlosti ista u kojem god referentnom sistemu je mjerili. Vratimo se našem primjeru s letvama, samo sada neka to bude vagon na tračnicama (nema nikakvog posebnog razloga da to bude upravo vagon, ali kod izlaganja specijalne teorije relativnosti već je nekako tradicionalno da se na ovom mjestu govori upravo o vagonu).

Kada se tačke A i B poklope sa tačkama A' i B', nešto se dešava — pale se na ta dva mjesta sijalice, na ta dva mjesta udaraju dvije munje ili bilo šta drugo šta izaziva emisiju svjetlosti. Vagon se kreće brzinom v.

Na slici imamo da su tačke A i B ispod mjesta na vagonu koja smo označili sa A' i B', a tačke M i M' nalaze se između njih. Dakle, AM=BM i A'M'=B'M'.



Slika 3.
U trenutku poklapanja A' i A, te B' i B, dolazi do emisije svjetlosti.

Pogledajmo to sa stanovišta posmatrača koji se nalazi u vagonu. Pošto se vagon kreće s lijeva na desno, signal iz tačke B' staže ranije nego signal iz tačke A'. Pošto je brzina svjetlosti izmjerena u bilo kom referentnom sistemu uvijek ista, očigledno je da se događaj u tački B' desio ranije. Sa stanovišta posmatrača na površini zemlje ti događaji su istovremeni.

Neka je koordinatni sistem xyz vezan za tlo, a koordinatni sistem x'y'z' vezan za vagon. Nismo razmatrali kretanje duž osa ordinata i aplikata, to jest, tu i nije bilo kretanja, a pruga nam je paralelna osi apcisa.

Zaključujemo da je u našem slučaju $y=y'$ i $z=z'$. Ostaje nam da pronađemo šta se desilo sa x i sa t, gdje je t, razumije se, vrijeme.

Mi želimo da vidimo kako su vezani prostor i vrijeme, posmatrani »iz vagona u kretanju«, i prostor i vrijeme za posmatrača na površini zemlje. Tako imamo

$$x' = Ax + Bt$$
$$y' = Mx + Nt$$

gdje su A, B, M i N neki koeficijenti koje treba da odredimo. Postavlja se pitanje zašto baš takav oblik ovisnosti između koordinata u dva sistema. Doduše, mi smo zaista mogli ispisati i neki nelinearan izraz, ali tada bi neka tačka u prostoru i vremenu nužno bila izdvojena, te bi u njenoj blizini stvari drugačije stajale nego na nekoj većoj udaljenosti. Stoga je jasno da bi ta ovisnost trebalo da bude linearna. Isto tako, jasno je da su koeficijenti A i M bezdimenzioni, a B i N imaju dimenziju brzine.

Činjenica da u slobodnom prostoru nemamo izdvojenih mjesta i smjerova obično se iskazuje tako da kažemo kako je slobodan prostor homogen i izotopan.

Pomjeranje duž ose apcisa u našem vagonu daje

$$x' = x'_2 - x'_1 = A\,(x_2 - x_1) + B\,(t_2 - t_1) = A\,x + B\,t\,.$$

Analogno za vremenski interval između dva događaja imamo

$$t' = Mx + Nt$$

Brzina u odnosu na vagon jednaka je $u' = \dfrac{x'}{t'}$, a brzina iste te tačke s obzirom na Zemlju $u = \dfrac{x}{t}$.

Sada lako dobivamo izraz koji nam daje odnos brzine neke tačke s obzirom na vagon i brzine te iste tačke s obzirom na Zemlju.

$$u' = \frac{Au + B}{Mu + N}$$

Ostaje nam da odredimo koeficijente, pri čemu je jasno da je u njima sadržana relativna brzina kretanja Zemlje i vagona. Da bismo ih odredili, razmatraćemo nekoliko specijalnih slučajeva.

Uzmimo da tačka K miruje u odnosu na vagon. Tada imamo da je $u' = 0$, $u = v$. Nakon supstitucije u gornji izraz, imamo $O = \frac{Av+B}{Mv+N}$.

Odmah dobijamo $B = -Av$.

Sada uzimamo da tačka K miruje s obzirom na Zemlju. Tada imamo da je $u' = -v$, $u = 0$. Na isti način supstituiramo i pri tome koristimo i izraz koji smo dobili u prvom specijalnom slučaju.

$-v = -\frac{Av}{N}$ odakle slijedi $N = A$.

U trećem primjeru nećemo više posmatrati brzine neke tačke označene u vagonu ili na površini, već brzinu svjetlosti u vagonu. Ta brzina je po pretpostavci jednaka kanstanti »c«. Tako imamo $u' = u = c$.

Supstituiramo kao i u prethodna dva primjera, te dobivamo

$c = \frac{Ac—Av}{Mc+A}$, gdje smo iskoristili relacije dobijene u prva dva specijalna slučaja. Odmah proizilazi $M = \frac{Av}{c^2}$.

Sada je tu sve što nam je potrebno da bismo napisali izraz za sabiranje brzina (u našem slučaju, to jest, duž ose apscisa):

$$u' = \frac{u—v}{1 — \frac{uv}{c^2}} \quad \text{ili} \quad u = \frac{u'+v}{1 + \frac{u'v}{c^2}}.$$

Iz tih formula jasno se vidi da je brzina svetlosti najveća moguća brzina.

Pretpostavimo da je »u« u gornjem izrazu veće od »c«:

$$\frac{u'+v}{1+ \frac{u'\ v}{c^2}} > c$$

Nakon jednostavnih transformacija imamo

$$(v—c)\ (c—u') > 0.$$

Ako je v veće od nule i manje od c i u' također veće od nule i manje od c gornja relacija je nemoguća. Dakle, sabiranjem dvije brzine manje od svjetlosne ne može se dobiti brzina veća od svjetlosne.

Sada možemo da napišemo i izraze za transformaciju koordinata, gdje ćemo umjesto nepoznatih koeficijenata uvrstiti one koje smo dobili u našim razmatranjima.

$$x' = A(x - vt)$$

$$t' = A\left(t - \frac{vx}{c^2}\right)$$

Pošto su oba referentna sistema ravnopravna, možemo da smatramo kako vagon miruje, a površina Zemlje se kreće, te je tada

$$x = A(x' + vt'),$$

$$t = A\left(t' + \frac{vx'}{c^2}\right)$$

Tako imamo transformacije zapisane na dva načina, uz pretpostavku da miruje površina Zemlje, i uz pretpostavku da miruje vagon. I u predrelativističkoj fizici, i u relativističkoj ta gledišta su ravnopravna (s tim da smo u oba slučaja zanemarivali vlastito kretanje Zemlje, njeno obrtanje oko osi, precesiju i kretanje oko Sunca).

Ako sad supstituiramo izraz za x u izraz za x', možemo dobiti A.

Nakon jednostavnih transformacija tako imamo

$$A = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Tako imamo transformacije u obliku:

$$y' = y \ , \ z' = z \ ,$$

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad , \quad t' = \frac{t - \frac{xv}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Gornji izrazi poznati su kao Lorentzove transformacije. Iz njih vidimo da prostor i vrijeme nisu nešto što nezavisno postoji, već da su u tijesnoj vezi. Ne može se reći ni da je prostor sveden na vrijeme ili obrnuto, već upravo da su prostor i vrijeme neodvojivi. U svakodnevnom životu relativističke efekte ne primećujemo upravo zato što su kretanja koja susrećemo vrlo spora, te je odnos v/c vrlo malen.

Sada kada raspolažemo Lorentzovim transformacijama, pogledaćemo šta se to dešava s dužinom. Radi jednostavnosti, mi stalno smještamo naše letve, vagone i tako dalje tako da budu paralelni x-osi. Nadamo se da to ne stvara dodatne poteškoće. Svakako, trebalo bi da bude jasno da x-osa nije niti može biti fizikalno izdvojena. Mi prosto izbjegavamo da uvedemo vektorske oznake.

Neka letva bude smještena paralelno osi apcisa i miruje u sistemu xyz. Dužinu u sistemu koji miruje označićemo sa $l_0 = x_2 - x_1$. U sistemu koji se kreće u odnosu na sistem xyz brzinom v, koji ćemo označiti sa x'y'z', dužinu te letve označićemo sa $l = x'_2 - x'_1$, uz uslov $t'_2 = t'_1$. Pomoću Lorentzovih transformacija tada dobivamo:

$$x_2 = \frac{x'_2 + vt'_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad , \quad x_1 = \frac{x'_1 + vt'_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$l_0 = \frac{l}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Dužinu u sistemu u odnosu na koji naša letva miruje, nazvaćemo vlastitom dužinom. U svakom drugom referentnom sistemu ta letva je kraća. Tu je bitno da se odmah otkloni jedan mogući nesporazum. Gledano iz različitih referentnih sistema dužina letve je različita, tako da transformacije koje razmatramo, nikako ne znače da su u tim letvama prisutne neke mehaničke deformacije nastale usljed kretanja. Same formule koje razmatramo bile su poznate i prije Einsteinovog rada, međutim, prije specijalne teorije relativnosti nije bilo jasno da se ne radi o deformaciji letve.

Sada kada smo našli formule koje govore o promjeni dužine u raznim referentnim sistemima, pozabavićemo se vremenskim razmakom između dva događaja. Neka se događaji dešavaju u istoj tačci, s tim da je posmatrano iz sistema u kome ona miruje (sistem x y z) i u sistemu koji se kreće duž ose apscisa brzinom v. Događaji se dešavaju u trenucima t_1 i t_2. Vremenski interval izmjeren u sistemu x y z je $\tau_0 = t_2 - t_1$. Tražimo koliki bi taj interval bio u sistemu x' y' z'. U našem slučaju $x_2 = x_1$. Tako imamo

$$\tau = t'_2 - t'_1 = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Odatle vidimo da se u sistemu koji se kreće, vrijeme usporava. Sada dolazimo do jednog paradoksa koji je dobro poznat svim ljubiteljima naučne fantastike. Svi smo čitali da bi se u slučaju nekog svemirskog leta blizanac koji bi letio vratio na zemlju mlađi od blizanca koji je ostao na Zemlji. Svakako, efekat bi bio primjetan samo pri vrlo velikim brzinama. Pošto je kretanje relativno, te bismo mi mogli uzeti da svemirski brod miruje, a zemlja se kreće u odnosu na njega, postavlja se pitanje zašto vrijeme ne bi brže teklo za onoga koji leti, a ne za onoga koji je ostao na Zemlji. Međutim naša razmatranja vrijede za inercijalne sisteme, a raketa koja treba da promijeni smjer, to nije. Stoga naš paradoks i ne ruši teoriju relativnosti. Nadamo se da će čitaoci povjerovati na riječ da sa »skraćivanjem« vremena u našem primjeru sve stoji upravo onako kako se obično i opisuje. Mi ovdje zaista ne možemo provoditi proračun koji bi to potvrdio, a eksperimenti sa preciznim časovnicima potvrdili su postojanje efekta.

Za nas je tu ključno da je vrijeme koje je prošlo između dva događaja najkraće u referentnom sistemu vezanom s tačkom gdje se ti događaji dešavaju. Vrijeme τ_0 je takozvano vlastito, odnosno sopstveno vrijeme.

U prirodi stalno nailazimo na pojave koje su uzročno vezane. Ako uklonimo uzrok, nestaje i posljedica. Jasno je da su posljedice na vremenskoj osi smještene nakon uzroka, te je uzrok sa stanovišta posljedice smješten u prošlosti. Taj odnos između uzroka i posljedice očuvan je i u specijalnoj teoriji relativnosti. U to bismo se mogli lako uvjeriti ako bismo računali vremenski interval između dva događaja od kojih je jedan uzrok, a drugi posljedica, u različitim referentnim sistemima. Razlika vremena u kojem je registrovana posljedica i vremena u kojem je registrovan uzrok, uvijek bi imala isti znak, bez obzira o kojem se referentnom sistemu radilo. Pošto je u jednom referentnom sistemu uzrok prije posljedice (a konačno, mogli bismo reći i da taj događaj upravo zato i zovemo uzrokom), ta će razlika uvijek biti pozitivna. Pri tome svakako treba imati u vidu da je relativna brzina referentnih sistema s kojima radimo manja od svjetlosne.

Ako čitalac pripada onim ljudima koji teško prihvataju teoriju relativnosti, možda će pokušati da dokaže kako ona nije ispravna. Tu će neizbježno učiniti neke greške. Ako se ne bude radilo o pogrešnom računu, najvjerovatnije je da će svjesno ili nesvjesno apsolutizovati neko mjesto u prostoru ili vremenu, i to mjesto koje nije vezano za neki događaj. Primijetili smo da mi u našim razmatranjima uvijek zaključujemo na osnovu nekog doagđaja koji se desio na tom mjestu i izazvao emisiju nekog signala.

Teorija relativnosti polazi od eksperimentalne činjenice da je brzina svjetlosti najveća moguća brzina i stoga nužno vodi do modifikacije uobičajenih predstava o dužini i vremenu. Možda bi se to moglo slikovito reći da su se prostor i vrijeme morali »stisnuti« da bi njihov kvocijent uvijek bio manji ili jednak brzini svjetlosti.

Do sada smo se uglavnom bavili time da mijenjamo naše uobičajene predstave, pa tako dužina nije više što je nekad bila, vrijeme također, a sada bismo htjeli da vidimo šta je to što je ostalo čvrsto, odnosno, šta to treba da zamijeni naše uobičajene pojmove o prostornim i vremenskim intervalima. Pošto sami nisu više nepromjenljivi, šta će se desiti ako prostorni i vremenski interval na neki način spojimo?

Ako je jedna tačka u ishodištu koordinatnog sistema, a druga smještena negdje u prostoru, te imamo

$$x^2+y^2+z^2=1^2$$

gdje je "1" udaljenost između te dvije tačke. Za nas je trenutno najpraktičnije da uzmemo samo koordinatu "x", to jest da smatramo kako je druga tačka smještena na osi apscisa. Iskoristićemo Lorentzove transformacije, s tim da smatramo kako su za posmatrača koji miruje obje tačke ("x" i ishodište) vezane za istovremene događaje, tako da je t=O.

Koristimo Lorentzove transformacije

$$x' = \frac{x-vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \quad t' = \frac{t-\frac{xv}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

te lako dobivamo iz uslova istovremenost događaja u sistemu koji miruje

$$x' = \frac{x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \quad t' = \frac{-\frac{xv}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Kvadriramo te veličine i za njihovu kombinaciju $x'^2 - c^2t'^2$ imamo da je jednaka prvobitnoj dužini intervala uzetoj na kvadrat, to jest da je jednaka x^2.

Ustvari, mi možemo da napišemo

$$x^2-c^2t^2 = x'^2-c^2t'^2,$$

s tim što je u našem slučaju t=O.

Ta razlika jednaka je, kao što vidimo, prvobitnoj dužini intervala uzetoj na kvadrat. Ustvari, mi možemo da napišemo

s tim što je u našem slučaju t=O.

Zaista, radi se o matematičkom objektu koji se prilikom Lorentzovih transformacija ne mijenja. Tako u tri prostorne i jednoj vremenskoj dimenziji imamo za dužinu intervala

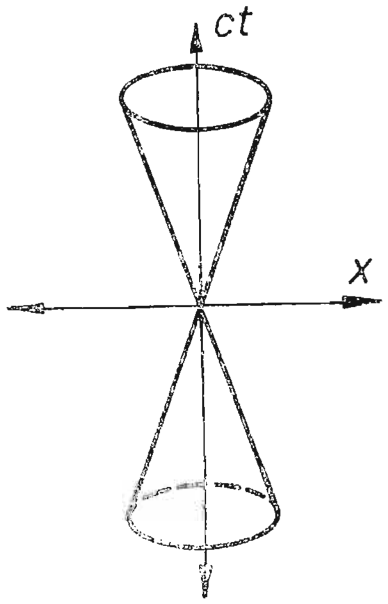
$$x^2+y^2+z^2-c^2t^2=\text{const}$$

Svi znamo kako je zgodno kad se stvari nacrtaju u nekom koordinatnom sistemu, pa onda zaista i vidimo ono što su formule sadržavale, ali nisu uspjele da jasno predoče. Mi ćemo koristiti uobičajeni koordinatni sistem u prostoru, s tim što ćemo na slici sve prostorne koordinate zamijeniti apscisom, a veličinu ct uzeti kao vremensku koordinatu (tako sad sve koordinate imaju dimenziju dužine).

Neka u ishodištu imamo neki događaj koji je praćen emisijom svjetlosti. Nakon nekog vremena T svjetlost će od ishodišta biti udaljena cT. Gledano u prostoru, radi se o sfernom talasu, ali u našem koordinatnom sistemu, svjetlosne zrake nalaze na konusu (stošcu). Ustvari, vidimo da imamo dva takozvana svjetlosna konusa, od kojih jedan odgovara svjetlosti (ili preciznije rečeno signalima koji se kreću brzinom svjetlosti) koja dolazi iz prošlosti, a jedan svjetlosti koja iz ishodišta odlazi u budućnost.

Sa slike jasno vidimo da je neki signal koji putuje sporije od svjetlosti stigao iz unutrašnjosti donjeg konusa, a onaj koji je otišao iz posmatrane tačke u budućnost, nije mogao da ode izvan gornjeg konusa. Još jednom ponavljamo da se konus nalazi u prostoru — vremenu, a ne u samom prostoru. U samom prostoru svjetlost se ponaša onako kako smo i navikli. Signal je mogao da dođe sa bilo koje strane i dolazi također na bilo koju stranu. Ukoliko se radi o svjetlosti, to može da bude sferni talas.

Ovo što je nacrtano na slici zove se inače »prostor Minkowskog«. To ime dobio je po onome koji je predložio takav način predstavljanja prostora i vremena. Za ljubitelje biografskih detalja reći ćemo da je Minkowski predavao Einsteinu nekoliko matematičkih predmeta te da o njemu nije imao najpovoljnije mišljenje kao o studentu.



Slika 4.

Sada kada imamo ovako nacrtane prostor i vrijeme, možemo se zapitati da li je moguće da koristimo stvari koje smo ranije, u školi, naučili iz geometrije, na primjer Pitagorin teorem i slično. Odgovor je da možemo, ali u modifikovanom obliku. Konačno smo stigli do onog prostora koji će biti potreban za izgradnju teorije gravitacionog polja.

Ono što se prilikom prelaska na drugi inercijalni referentni sistem ne mijenja je kvadrat prostorno-vremenskog intervala. Ako u prostoru i vremenu imamo dvije tačke s koordinatama x_1, y_1, z_1, t_1 i x_2, y_2, z_2, t_2, prostorno vremenski interval između njih ima oblik

$$(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2-c^2(t_2-t_1)^2=S^2.$$

U nekom koordinatnom sistemu kvadrat intervala dužine može imati takav oblik, bilo da uzmemo da je vremenska osa imaginarna bilo da u metričkom tenzoru koeficijent koji dolazi uz kvadrat vremenskog intervala ima znak različit od koeficijenata uz kvadrate prostornih intervala, dakle, znak minus, ako smo, kao u gornjem izrazu, njih uzeli sa znakom plus.

U specijalnoj teoriji relativnosti oba pristupa su ravnopravna, dok bi u opštoj teoriji relativnosti uvođenje imaginarne vremenske ose izazvalo brojne komplikacije.

Iz slike možemo da vidimo tri vrste intervala. Unutar svjetlosnih konusa S^2 je manje od nule. Takav interval zovemo vremenskim i događaji koji su vezani za početak i kraj takvog intervala mogu biti uzročno vezani. Zašto se kaže »vremenski« interval, jasno je. Zaista, između događaja proteklo je dovoljno vremena da član sa znakom minus prevagne.

Van svjetlosnog konusa S^2 je pozitivna veličina. Takav interval zovemo »prostorni interval«. Tu su tačke suviše udaljene da bi mogle biti uzročno-posljedično vezane.

I na samom konusu $S^2=0$. Takav interval zovemo »nulti« ili »svjetlosni«. Jasno je da, ukoliko imamo $S^2=0$, to nikako ne mora da znači da je i udaljenost u prostoru jednaka nuli. Radi se o udaljenosti u prostoru Minkowskog, to jest u prostoru — vremenu. Kada svjetlost daleke zvijezde stigne do našeg oka, ta zvijezda i mi nalazimo se na istom svjetlosnom konusu.

Do sada smo govorili o kinematici u specijalnoj teoriji relativnosti, a zgodno je da se upoznamo i s nekim pojmovima iz relativističke dinamike.

Do sada smo se oslanjali na nadu da je pojam inercijalnog referentnog sistema poznat iz škole, i donekle jasan iz konteksta izlaganja. Ipak, radi potpunosti izlaganja, recimo da je referentni sistem tijelo ili skup tijela koji se u okviru datog problema smatraju nepokretnim, i u odnosu na koje se određuju položaji svih ostalih tijela. Referentni sistem snabdjeven je i satom, to jest, pomaci u vremenu računaju se polazeći od sata koji u datom referentnom sistemu miruje.

Kada kažemo inercijalni referentni sistemi, mislimo ono isto što smo mislili kada smo govorili da se posmatrači kreću jednoliko u odnosu jedan prema drugom. Razumije se da termin potiče otuda što se tijela koja se kreću po inerciji kreću tako da ne mijenjaju brzinu i smjer kretanja.

U Newtonovoj mehanici smatralo se da ta sila dovoljno dugo djeluje na tijelo može da ga ubrza do bilo koje brzine, a mi smo eksperimentalnu činjenicu da to nije moguće, prihvatili kao osnovni prirodni zakon. Stoga je jasno da i mehanika treba da doživi modifikaciju. Mi više ne možemo smatrati da masa ima istu vrijednost u različitim intercijalnim referentnim sistemima. Što je tijelo brže, teže ga je ubrzavati. Njegova inercija sve je veća. To se izražava relacijom

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

gdje je m_0 masa tijela u referentnom sistemu u kojem tijelo miruje.

Impuls će i dalje biti produkt mase i brzine, i to mase »m« iz gornjeg izraza, a nikako »m_0«.

Vidjeli smo kako sad izgleda masa i kako izgleda impuls, pa bismo mogli da pogledamo šta se desilo s energijom.

Relaciju koja povezuje m i m_0 možemo napisati u obliku

$$m^2c^2 — m^2v^2 = m_0^2c^2.$$

U tom izrazu mv lako prepoznajemo kao impuls, a postavlja se pitanje šta fizikalno znače ostala dva člana. Množimo izraz sa c^2 i zapisujemo

$$(mc^2)^2 — p^2v^2 = (m_0c^2)^2.$$

Izrazi u zagradama predstavljaju ukupnu energiju i energiju mirovanja tijela. Nećemo se opterećivati izvođenjem tog odnosa. Bitno je da primijetimo kako su energija i impuls vezani na sličan način kao što su i prostor i vrijeme. Više nam nije čudno to što interval između udaljenih objekata može biti jednak nuli. Sada nam ne mora više biti čudno to da čestica ne mora imati masu »m_0«, a ima energiju i impuls. To prosto znači da se čestica nalazi na svjetlosnom konusu, a objekat koji se nalazi na svjetlosnom konusu i ne može imati masu mirovanja.

Metrika s kojom smo se malo upoznali i koja ima tako neobične osobine, zove se pseudoeuklidska metrika.

To što smo ispisali nekoliko relativističkih formula nije loše, iako se može i preskočiti. Ne radi se o rigoroznom izvođenju, već prosto o uvođenju termina koji će nam dalje biti korisni.

3. **Napomene o Einsteinovoj teoriji gravitacije**

Sada konačno možemo da se vratimo Einsteinovom izlaganju u kome on govori kako je došao do opšte teorije relativnosti:

»Prve ideje o opštoj teoriji relativnosti rodile su se dvije godine kasnije, to jest 1907. Već tada su imale oblik blizak današnjem. U prvom redu nije me zadovoljavalo to što se teorija ograničavala samo na tijela koja se kreću konstatnim brzinama, te nikako nisam mogao da postignem generalizaciju na proizvoljni tip kretanja. Stalno sam mislio: »Zar nije moguće na neki način ukloniti ta ograničenja«?, i neprimjetno te su me ideje potpuno obuzele. Upravo 1907. godine trebalo je da na zahtjev gospodina Starka napišem za njigov časopis »Godišnjak za radioaktivnost« rad o posljedicama teorije relativnosti. Pokušavajući da iz nje dobijem prirodne zakone kao posljedice, uvidio sam da je specijalna teorija relativnosti neprimjenljiva samo u slučaju zakona gravitacije i poželio sam da objasnim taj izuzetak. Nije bilo lako postići taj cilj. Najneprijatnija okolnost bila je ta što iako su se u okviru specijalne relativnosti uspostavljala jednoznačna veza između inercije i energije, veza između energije i težine ili energije gravitacionog polja ostaje neobjašnjena.

Došao sam na pomisao da je nemoguće objasniti tu vezu u okviru specijalne teorije relativnosti. Jednom dok sam sjedio na svojoj stolici u patentnom birou u Bernu, javila mi se ideja — »Ako čovjek slobodno pada, on ne osjeća svoju težinu!«.

Ta misao prenerazila me svojom jednostavnošću i duboko uticala na moja dalja razmišljanja. Ona me toliko oduševila da sam mogao samostalno da napredujem još dalje u pravcu opšte teorije relativnosti. Nastavio sam da razmišljam: kada čovjek pada, kreće se s ubrzanjem. Taj isti čovjek može da interpretira svoje kretanje drugačije, to jest, da smatra da se nalazi u koordinantnom sistemu koji se ubrzano kreće. Polazeći od toga odlučio sam da pokušam da proširim teoriju relativnosti sa sistema koji se kreću konstantnom brzinom na sisteme koji se kreću ubrzano. Pretpostavljao sam da ću istovremeno moći riješiti i problem gravitacije, pošto se činjenica da čovjek dok pada ne osjeća silu teže može interpretirati i na taj način da pored gravitacionog polja Zemlje nastaje novo polje koje ga kompenzira. Drugim rečima, neophodno je da u sistemu koji se ubrzano kreće nastaje novo gravitaciono polje.

Ipak, tada nisam uspio da krenem dalje i potpuno razriješim taj problem. Prošlo je još osam godina prije nego što sam ga u potpunosti riješio. U toku tih osam godina dobijao sam samo parcijalna rješenja problema.

Prije je Mach inzistirao na ideji o ekvivalentnosti sistema koji se kreću ubrzano u odnosu jedan na drugi. Međutim, očigledno je da se takva tvrdnja ne uklapa u geometriju na koju smo navikli. Zaista, ako dopustimo mogućnost da svi sistemi imaju takve osobine, ni u jednom od njih neće više biti ispravna euklidska geometrija. Opisivanje zakona prirode bez pribjegavanja geometriji isto je što i pokušaj da se neka misao iskaže ne koristeći jezik. Da bismo izrekli neku misao u prvom redu neophodne su nam riječi. Da li ih uvijek pri tome i uspijevamo pronaći?

Problem o kojem govorim ostao je neriješen do 1912. godine. Te godine iznenada sam shvatio da Gaussova teorija površina daje ključ rješenja tog zadatka...

U Cirihu, u koji sam se vratio iz Praga, imao sam vrlo bliskog prijatelja, matematičara Marcela Grossmana. Ranije, dok sam radio u patentnom uredu, pomagao mi je oko nabavljanja neophodne matematičke literature. Zahvaljujući njemu, proučio sam prvo Riccijev rad, a zatim se upoznao i s Riemannovim radovima. Zajedno smo diskutovali da li je moguće naći rješenje mog problema pomoću Riemannove geometrije, drugim riječima koristeći koncepciju invarijantnosti linearnog elementa. Rezultat tih diskusija bio je zajednički rad, objavljen 1913., ali u njemu još nisu bile dobijene ispravne jednačine zakona gravitacije. Iako sam pokušavao dalje istraživati Riemannove prostore, činilo mi se da se željeni rezultati ne mogu postići tim putem i izgledalo je da se takav stav i potvrđuje.

Slijedeće dvije godine prošlo je u napregnutom radu i ja sam počeo da shvatam da su u mojim ranijim proračunima bile prisutne greške. Vratio sam se teoriji invarijanata, želeći da dobijem ispravan izraz za zakon gravitacije. Konačno, nakon dvije nedjelje rada, formula mi je bila pred očima«.

U ovom izlaganju imamo istorijat problema iznesen od samog tvorca teorije. Neke nedorečenosti i nejasnoće očigledno proističu upravo iz tog razloga što se radi o zapisu kratkog usmenog izlaganja. Pojmovi koje smo ranije sretali sada se pojavljuju u svojoj prirodnoj vezi. Isto tako, uvidjeli smo da je problem teoretske fizike vrlo često takozvani »problem izbora« — matematičkih konstrukcija ima koliko god hoćete, ali nije nimalo trivijalan posao dati fizikalni smisao nekoj od njih. Naš problem u ovoj knjizi donekle je druge prirode. Mi dalje ne možemo koristiti strogu matematiku, odnosno matematiku adekvatnu problemu s kojim imamo posla. Ostaje nam samo da pomoću najjednostavnijih matematičkih alatki ilustrujemo neke probleme i pojmove koji se tu javljaju.

Prvo ćemo pogledati šta se sad novo dešava s našom mjernom letvom, onom istom koju smo upoznali kada smo govorili o intervalu u specijalnoj teoriji relativnosti. U homogenom i izotropnom prostoru dužina intervala ne ovisi od tog u kojoj se oblasti prostora interval nalazi. To važi i za prostor i za vrijeme. Da li će to biti tako u slučaju ubrzanog kretanja? Za jednoliko ubrzano kretanje znamo da važi $v^2=2ax$. Supstituiramo to u izraz za dužinu prostornog intervala i dobivamo

$$\Delta x' = \Delta x \sqrt{1 - \frac{2ax}{c^2}}$$

Onaj »x« koji se našao s desne strane našeg izraza jasno pokazuje da je sada naš prostor nehomogen i neizotropan. Nehomogen je zato što dužina intervala, odnosno dužina objekta, sada ovisi od mjesta gdje se taj objekat nalazi. Neizotropan je zato što ta deformacija dužine zavisi i od smjera kretanja sistema. Gornji izraz očigledno važi za koordinatu paralelnu smjeru kretanja referentnog sistema. Za ostale koordinate sve ostaje kao i prije. Na isti način ni vrijeme nije homogeno:

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{2ax}{c^2}}}$$

Nehomogenost vremena može da bude vrlo nezgodna stvar. Zamislimo da na dva mjesta imamo sijalice istih karakteristika priključene na istu mrežu. Ako vrijeme ne teče na ta dva mjesta jednako, sijalica na mjestu gdje ono teče brže isijavala bi više energije, a ona druga manja. Obje sijalice priključene su na istu mrežu, pa vidimo da se nešto čudno dešava sa zakonom održavanja energije. Dakle, pred Einsteinom je bio zadatak da te stvari raščisti. Ključna stvar pri tom raščišćavanju bio je princip ekvivalencije, s kojim treba da se upoznamo.

Šta je to inercija svi smo imali prilike da osjetimo, ako ništa drugo, a ono kad tramvaj zakoči, pa mi poletimo na nekog pored nas, te kasnije moramo da se izvinjavamo. Izgleda da nas je nešto privlačilo, kao da smo gurnuti. Ima li to neke sličnosti s gravitacijom? Ima, i ta je sličnost vrlo bitna. Sila inercije proporcionalno je masi tijela na koje ta sila djeluje. Dakle, ubrzanje je ovdje, kao i u slučaju gravitacije, neovisno od mase. Tako možemo da zaključimo kako nije moguće razlikovati pojave u homogenom gravitacionom polju i pojave u neinercijalnom sistemu koji se kreće jednoliko ubrzano. Rekli smo da se to dešava u homogenom gravitacionom polju, a gravitaciono polje možemo smatrati homogenim samo u malim oblastima prostora, dok gledano sa veće udaljenosti to svakako nije tačno. Dobro znamo da je gravitaciono polje centralno. Stoga gravitacija i nije neki privid koji bi se mogao ukloniti odabirom referentnog sistema. Doduše, stvar i nije tako jednostavna, te će se problem »prividnosti« gravitacije javiti kasnije, kod razmatranja problema energije gravitacionih talasa. Radi se o problemu koji je jako daleko od nivoa naših razmatranja u ovoj knjižici, i spomenuli smo ga samo da naglasimo kako nema konačnih rješenja ni za jedan problem — sve će se kad-tad ponovo zapetljati, ali na mnogo višem nivou naših znanja o prirodi.

Vrijeme je da se vratimo našim formulama i pogledamo šta će se u gravitacionom polju desiti sa intervalom i vremenom.

Sjećamo se iz škole da se gravitaciono polje krakteriše jačinom, to jest, nekim vektorom koji nam opisuje ubrzanje u datoj tački. Isto tako, sjećamo se da postoji i pojam potencijala gravitacionog polja, koji je skalarna veličina. Uzećemo da se radi o homogenom gravitacionom polju, dakle o onom gravitacionom polju na koje smo navikli u svakodnevnom životu. U homogenom gravitacionom polju potencijal možemo uzeti da je $U = gx$, gdje je g ubrzanje koje tijelu daje gravitaciono polje, a x udaljenost od nultog nivoa potencijala. Nulti nivo mi možemo odabrati gdje god nam je to zgodno, pa je x najlakše shvatiti prosto kao visinu (to je tako upravo u »svakodnevnom« slučaju). Iz principa ekvivalencije slijedi da je g jednako ubrzanju nekog neinercijalnog sistema, pa lako dobijamo:

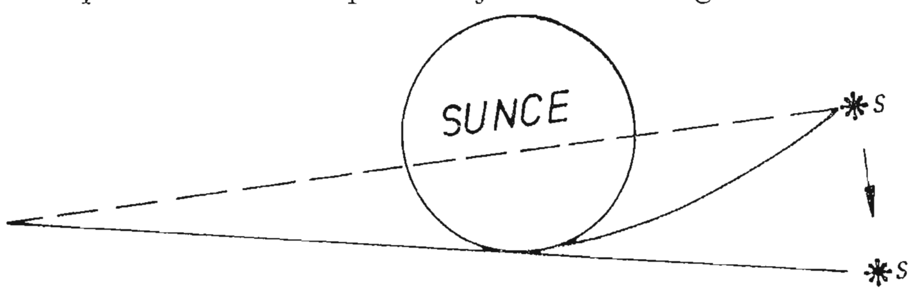
$$\Delta x = \Delta x_0 \sqrt{1 - \frac{2U}{c^2}} \qquad \Delta x = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{2U}{c^2}}}$$

Dakle, odmah vidimo da se u gravitacionom polju interval ponaša isto kao i u neinercijalnom referentnom sistemu, pošto potencijal nije svuda jednak (a prema tome i ubrzanje).

Kod Newtona tijelo se kreće sa ubrzanjem, kad na njega djeluje sila, a po inerciji kad na njega sila ne deluje. Kod Einsteina se i u gravitacionom polju tijelo kreće po inerciji. Kako to? Sjetimo se šta je kretanje po inerciji. To je kretanje konstantnom brzinom po pravoj liniji. A šta bi bilo kretanje po pravcu? Kao kretanje po pravcu možemo uzeti kretanje najkraćim putem, dakle, onim putem kojim se do odredišta najbrže stiže. U ravnom prostoru to odgovara našem uobičajenom pojmu o pravoj liniji. U iskrivljenom prostoru pravu liniju je teško definisati, odnosno, ona ne može imati isti smisao kao i ravnom prostoru. U opštoj teoriji relativnosti tijelo se također kreće po onom putu kojim se najbrže stiže, i to po satu smještenom na tom tijelu. Ukoliko je prisutno gravitaciono polje, to više nije pravac, već takozvana geodezijska linija. Taj termin nam je i povod da se sjetimo kako je sve počinjalo — mjerenjem zemlje i kartografisanjem.

Na osnovu ideja o zakrivljenosti prostora — vremena Einstein je uspio da izgradi opštu teoriju gravitacije.

Da li su njegove ideje o gravitaciji eksperimentalno potvrđene? Jesu. Mi ćemo spomenuti samo tri testa koja su potvrdila opštu relativnost — iskrivljivanje putanje svjetlosti u blizini tijela velike mase, kretanje planeta po rozetama i usporavanje vremena u gravitacionom polju.



Slika 5.

Naš cilj nije da detaljno ulazimo u problematiku opšte teorije relativnosti, već da što prije stignemo do problema koji nas interesuju — to jest do kosmologije.

Na nekoliko desetina stranica pokušali smo da sažmemo tri hiljade godina razvoja ljudske misli. Takav kratki pregled ne može da bude suviše uspješan. Srećom, taj put je čovječanstvo već prevalilo, pa možemo da se tako zabavljamo i izgledamo pametniji nego što u stvari jesmo.

Važno je da se kaže i o opasnosti koju ovakvi pregledi nose u sebi. Ovakve popularizacije mogu spekulativno nastrojenog čitaoca da navedu da gubi vrijeme pokušavajući da opovrgne teoriju relativnosti i slično. Sama po sebi, takva nastojanja ne moraju da budu štetna. Samo je važno da takav čitalac ne izgubi iz vida da je o nekoj teoriji saznao iz teksta u kome je masa detalja nužno zanemarena, i ne samo detalja, već i značajnih dijelova koncepcije. Tako valja paziti da se umjesto opštom relativnošću, kosmologijom i slično, ne bavimo, ustvari, svojom predstavom o tim naukama, a ona je bez profesionalnih znanja nužno nepotpuna, a najčešće i pogrešna.

III **RELATIVISTIČKA KOSMOLOGIJA**

Iz čega se razvilo stvorenje
je li to djelo njegovo ili nije,
Onoga što bdi nad svemirom u najvišem nebu?
On sam to zna, a možda ne zna ni on.

Rgveda X, 129

1. Kosmološka rješenja Einsteinovih jednačina

Moderna kosmologija nastala je iz Fridmanovih rješenja jednačina opšte teorije relativnosti. Mi smo već dosta napisali o toj teoriji, ili pažljivi čitalac je svakako primijetio da nigdje nismo izveli jednačine koje bi se mogle nazvati jednačinama opšte teorije relativnosti. Razlozi za to su sasvim razumljivi. Međutim, sa osnovnim idejama koje te jednačine sadrže mi smo se upoznali. Dakle, preostaje nam da jednačine ipak napišemo. Ustvari, mi ćemo napisati samo jednu jednačinu koja na određen način u sebi sadrži sve što je potrebno. Ne treba da budemo razočarani time što možda ne znamo da tehnički vladamo tim simbolima. Osnovne ideje koje oni sadrže su vrhunac elegancije ljudske misli, ali sami proračuni pomoću njih su vlo zamoran posao.

Dakle imamo:

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = 8\pi \, G \, T_{ik}$$

Lijeva strana jednačine opisuje zakrivljenost prostora — vremena, koja je, kako smo naučili, u okviru opšte teorije relativnosti isto što i gravitaciono polje. S desne strane imamo tenzor energije — impulsa, dakle, veličinu vezanu za energiju i masu tvari. »G« je Newtonova gravitaciona konstanta. I s lijeve i s desne strane imamo veličine koje zovemo »tenzorima«. U drugom poglavlju upoznali smo četverovektore. Tamo se radilo o energiji i impulsu jedne čestice. Prirodno je da za opisivanje nekog neprekidnog sistema moramo koristiti složeniji matematički objekt. Izjednačavanjem dva četverovektora, dobivamo četiri jednačine za komponente. U našem slučaju imamo deset jednačina, i to parcijalnih diferencijalnih jednačina. Rješavanje takvog sistema jednačina nije nimalo jednostavno.

Pažljivi čitalac je možda primijetio da bi trebalo da bude 16 jednačina, a ne deset, pošto g_{ik}, metrički tenzor, očigledno ima toliko komponenti, a ako s lijeve strane imamo tenzor sa 16 komponenti, to mora da bude tako i s desne strane. Radi se o tome da je metrički tenzor simetričan, to jest $g_{ik} = g_{ki}$, pa se lako možemo uvjeriti da se zaista radi o deset jednačina. »R« je nešto što je srodno radijusu zakrivljenosti te nije tenzorska veličina. Stoga nam je »g_{ik}« bio dovoljan da odredimo broj jednačina s kojima imamo posla.

Sam Einstein nije bio u potpunosti zadovoljan tom jednačinom. S lijeve strane imamo vrlo elegantnu matematičku konstrukciju koja opisuje zakrivljenost prostora, a s druge strane tenzor energije impulsa materije, gdje pod materijom podrazumijevamo i supstancu i polja. Einstein je htio više — htio je da se i materija opiše geometrijski. Do danas su u tom pravcu postignuti veliki uspjesi, ali problem nije ni izdaleka riješen i pitanje je da li rješenje u smislu koji je Einstein podrazumijevao uopšte postoji. To bi moglo da bude tema niza knjiga, a mi se vraćamo našoj jednačini.

Pokušaćemo je ilustrovati na jedan već tradicionalan način, koji se pored svih njegovih ograničenja često koristi.

Zamislimo da smo neki predmet smjestili na neku elastičnu razapetu površinu. Na primjer, neka to bude gumeno platno. Ako tenzor energije — impulsa smatramo nečim što je vezano za težinu (a to nikako nije daleko od istine), onda će nam naša jednačina davati vezu između težine tijela i zakrivljenosti naše elastične površine. Kad bi se po toj površini kretala neka kuglica, ona se zaista ne bi kretala po pravcu, već tako kao da je uleknuće privlači. Da ovakvu ilustraciju nije svojevremeno predložio Eddington, teško da bismo se usudili da je iznesemo. Svakako, bitno je da uvijek imamo na umu da u Einsteinovoj jednačini nemamo posla sa deformacijom nekog tijela, već se radi o zakrivljenosti samog prostora-vremena. Za matematički aparat koji je potreban za lijevu stranu jednačine, možemo da budemo zahvalni Reimannu i Gaussu.

Sada kad smo se ovako izdaleka upoznali s jednačinama, možemo da pređemo i na upoznavanje sa njihovim rješenjima.

Nekoliko mjeseci nakon publikacije Einsteinovog rada Karl Schwartzshild dobiva prvo strogo rješenje Einsteinovih jednačina gravitacionog polja. On je primijenio jednačine opšte teorije relativnosti na slučaj gravitacionog potencijala polja koje stvara masivna sfera u okolnom prostoru. Ispalo je da se za male mase polja ponaša onako kako to i očekujemo, u skladu sa Newtonovim zakonom gravitacionog privlačenja. Tako i treba da bude, pošto je Newtonova teorija eksperimentalno potvrđena. Na njoj se i danas najvećim dijelom zasniva nebeska mehanika, a da se o drugim »praktičnijim«, disciplinama i ne govori. Međutim, što je masa tijela veća, i razlike između predskazanja te dvije teorije su veće. To bi mogao da bude početak priče o crnim jamama, ali nas sada interesuju druga rješenja opšterelavističkih jednačina. To su ona rješenja koja se odnose na ponašanje čitavog svemira.

Problem pronalaženja kosmološkog rješenja interesovao je i samog Einsteina. On je želio da dobije stacionarno rješenje, to jest — takvo rješenje koje bi značilo da svemir ne evoluira kao cjelina. Takvo rješenje bilo mu je potrebno zato što je, prema tadašnjim astronomskim saznanjem, svemir zaista izgledao kao da je stacionaran. Da bi postigao takvo rješenje, morao je da modifikuje jednačinu, tako da imamo

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = 8\pi G T_{ik} - \Lambda g_{ik}$$

Uvedena konstanta mogla bi se izračunati, ako bi bila poznata srednja gustina materije u svemiru (nadalje ćemo tu veličinu označavati grčkim slovom »ro«) i radijus prostora, s tim da bi zapremina bila $2\pi^2R^3$). Kakva je to sad zapremina? Da živimo u dvodimenzionalnom svijetu koji bi imao oblik sfere njegova mjera bila bi površina $4\pi R^2$. Kao što nam je poznato, mi smo trodimenzionalni, pa u takav svijet ne bismo se mogli smjestiti. Ova sfera o kojoj govorimo ima trodimenzionalnu površinu (možemo uzeti da se radi o prostoru u kome živimo) tako da je zapremina u kojoj živimo (uz pretpostavku da je naš svemir sferičan, što samo po sebi i nije obavezno) jednaka $2\pi^2R^3$. Konstanta »lambda« ima sad fizikalni smisao neke odbojne sile koja omogućuje da se takav svemir ne mijenja u vremenu. Da takvog odbijanja nema, svemir ne bi mogao da bude stacionaran, pošto se njegovi dijelovi privlače, pa bismo očekivali neko »padanje prema centru«. Ovo posljednje svakako se mora staviti u navodnike, pošto u svemiru ne možemo govoriti ni o kakvom centru. Možda je dovoljno adekvatna slika balon čije su stijenke naš prostor, a konstanta »lambda« bi odgovarala pritisku koji sprečava da se balon ispuše. Kako god bilo, Einsten je, da bi udovoljio tadašnjim predstavama o svemiru, uveo u jednačinu novi član, koji gledano čisto matematički i nije neprirodan (po onom principu »a zašto ne bi bilo i ovako«), ali koji nije imao fizikalno opravdanje u okviru saznanja o gravitaciji. Nestacionarna rješenja nije Einstein tada, po svemu sudeći, ni razmatrao.

1917. godine holandski astronom de Sitter dobiva novo rješenje jednačina opšte teorije relativnosti. Za razliku od Einsteinove modifikacije jednačina, gdje je pored tenzora energije-impulsa materije, uvedena još i konstanta »Λ«, de Sitter razmatra slučaj svemira koji je prazan, tako da s desne strane jednačine imamo samo tu novouvedenu konstantu. To je prvo takozvano vakumsko rješenje. Zaista, materije u tom svemiru nema, samo što je vakuum pomalo neobičan. Izgledalo je da se radi o sasvim hipotetičkom slučaju, pošto je i sama »lambda« uvedena kao da je pala s neba. Kasnije će se to rješenje pokazati izuzetno korisnim. Sila koja odgovara »lambdi«, to jest, sila koja bi bila posljedica postojanja te konstante, bila bi proporcionalna udaljenost. Ako se svemir širi, ona mu ne bi dala da se proširi previše, a ako se skuplja, ne bi mu dala da se previ še skupi. U vrijeme kada je uvedena jedino njeno opravdanje bile su tadašnje predstave o svemiru, pa je Einsteina izgleda grizla savjest zbog takvog, ad hoc uvedenog objekta. Newtonova slika svemira zasnivala se, u suštini, na tri principa, i to stacionarnosti, to jest nepromjenljivosti svemira u vremenu, »kosmološkog principa«, koji je značio da je svijet, ako se u obzir uzimaju dovoljno velike oblasti homogen i izotropan i na tome da je prostor euklidski. Opšta teorija relativnosti napustila je koncepciju nužnosti euklidskog prostora već u samoj svojoj matematičkoj strukturi, ali, Einstein nije bio spreman da napusti i ideju stacionarnosti. Za to je u prvom redu zaslužan Aleksandar Fridman. Njegov rad »O zakrivljenosti prostora« objavljen je 1922. godine u berlinskom časopisu »Zeitschrift für Physik«.

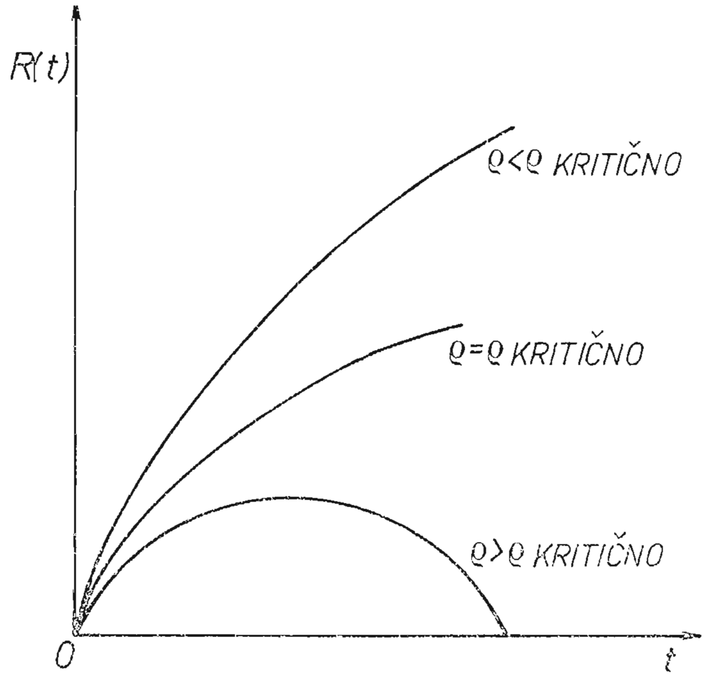
U tom članku A. Fridman nalazi rješenje bez »lambda člana«. Iz tog rješenja proizilazi da se svemir ili širi ili skuplja, dok njegovo stacionarno stanje nije moguće. U to vrijeme ništa se još nije znalo o pomaku spektralnih linija udaljenih galaksija prema crvenoj strani spektra, to jest, prema većim talasnim dužinama, čak se nije znalo ni šta su to udaljene galaksije, pa rad nepoznatog autora izgleda krajnje sumnjivo. Einstein negativno ocjenjuje članak, ali, nakon razmjene pismama, uviđa svoju grešku i objavljuje to u istom časopisu. Isprazna sujeta, uostalom kao i lažna skromnost bili su potpuno strani najvećem geniju fizike dvadesetog vijeka.

Prije nego što više pažnje posvetimo Fridmanovim kosmološkim rješenjima, recimo nešto i o njemu samom. 1905. godine Fridman piše svoj prvi naučni rad, o 1906. godine maturira i u Sankt Peterburgu (nakon 1914. Petrograd, današnji Lenjingrad) studira matematiku. Kasnije se bavi matematičkom teorijom atmosfere. Jednačine koje se tu pojavljuju u izvjesnom su smislu slične jednačine opšte teorije relativnosti.

Za vrijeme prvog svjetskog rata meteorolog je u jednoj vazduhoplovnoj jedinici. Tu ovladava i letenjem i postaje pilot izviđač. Usput je razradio matematičku teoriju leta bombe. Za vrijeme revolucije jedna mala grupa petrogradskih matematičara se za svoj račun, usred burnih događaja, bavi matematičkim problemima opšte teorije relativnosti.

1925. godine Fridman učestvuje u letu balonom na rekordnu visinu i iste te godine umire od trbušnog tifusa.

Dakle, njegov rezultat bi značio da se geometrija svemira stalno mijenja, udaljenosti između svih dijelova svemira stalno rastu, a zakrivljenost se smanjuje. Moguće je da bude i obrnuto, udaljenosti se smanjuju i zakrivljenost raste.



Slika 6.

Već smo rekli da je jednačina koja povezuje tenzor zakrivljenosti, radijus zakrivljenosti i tenzor energije-impulsa ustvari ekonomičan način da se opiše sistem od deset parcijalnih diferencijalnih jednačina koje pokazuju kako metrika prostora ovisi od raspodjele masa u prostoru i samim tim određuju kretanje tih masa. Jasno je da je rješavanje takvog problema vrlo komplikovano, te da su neophodna mnoga pojednostavljenja i dodatne pretpostavke da bismo uopšte mogli započeti s računom. Tek danas je moguće, korištenjem moćnih računara, rješavati takve probleme direktno. Svakako, ta problematika je tema za sebe i ne bi trebalo da nas odvuče ponešto ustranu od našeg problema.

Pojednostavljenja koja je koristio Fridman bila su ustvari jasni fizikalni zahtjevi da model bude izotropan i homogen. Fridman je ispitao homogene izotropne modele sa zatvorenim prostorom konstantne pozitivne zakrivljenosti, te je uspio da pronađe i rješenja s kosmološkom konstantom jednakom nuli. Ključni rezultat bi bio da evolucija svemira zavisi od njegove srednje gustine. Pri tome imamo tri slučaja. Prvi bi bio slučaj kada je gustina veća od neke kritične, drugi, kada je gustina jednaka kritičnoj, a treći slučaj, kada je gustina manja od te kritične gustine. U sva tri slučaja za $t=0$ sve udaljenosti jednake su nuli. (Jasno je da govorimo o varijanti u kojoj se svemir širi.) Nakon nekog nultog trenutka svemir je počeo da se širi iz neke tačke. U slučaju koji smo u našem izlaganju označili kao prvi, svemir će se nakon maksimalnog širenja početi skupljati, te će kolapsirati u tačku. Prostor je trodimenzionalna sfera s promjenljivim radijusom. U drugom slučaju svemir se širi, a prostor je ravan. Sve udaljenosti se povećavaju i ne dolazi do novog kolapsa. U trećem slučaju imamo prostor koji se širi, ali nije ni ravan ni sferičan, već se radi o prostoru negativne zakrivljenosti, takozvanom hiperboličkom prostoru Lobačevskog.

U sva tri slučaja pod prostorom smo podrazumijevali upravo prostor, a ne prostor-vrijeme.

Svakako, u tim razmatranjima najproblematičnija stvar je trenutak $t=0$, to jest, nastavak svemira iz tačke. U fizici se obično smatra da je singularitet, a singularitet je fizikalno gledano tačka u kojoj parametri sistema postaju beskonačni, što se za $t=0$ očigledno dešava, posljedica neke idealizacije. Dugo se smatralo da je pretpostavka o izotropiji ono što izaziva takvo čudno ponašanje teorije. Međutim, kako su to pokazali S. Hawking i R. Penrose, singularitet je u opštoj teoriji relativnosti neizbježan ako su ispunjeni neki uslovi, među njima i takozvani uslov energodominantnosti. Toga ćemo se morati sjetiti kasnije, pošto se tu krije ključ mnogih zagonetki.

Mnoge ljude je čudilo i to da se na pitanje o tome da li je svemir konačan ili beskonačan više ne odgovara više polazeći od filozofskih spekulacija, već mjerenjem gustine. Zaista, u prvom slučaju imamo početak i kraj svijeta, u sva tri slučaja početak, u prvom slučaju konačnu zapreminu, a u drugom i trećem beskonačnu.

Svakako je važno da spomenemo i prvi (a zadugo i jedini) dokaz ispravnosti Fridmanove kosmologije.

Priča počinje 1912. godine kada je američki astronom Westo Melvin Sleyfer na Lowell opservatoriji započeo sa istraživanjem spektralnog sastava zračenja dalekih maglina. Kažemo maglina, a ne galaksija, pošto on tada i nije znao da se tu radi o vangalaktičkim objektima, odnosno, o drugim galaksijama. To su bili samo neki magličasti objekti na fotopločama o kojima se nije znalo gotovo ništa. Sleyfer je bio, potpuno logično, uvjeren da su kod nekih od tih objekata spektralne linije pomjerene prema crvenom, a kod nekih prema ljubičastom dijelu spektra. To bi trebalo da bude tako uslijed Dopplerovog efekta, uz pretpostavku da je broj objekata koji se od nas udaljavaju otprilike jednak broju objekata koji nam se približavaju. Radi se o promjeni talasne dužine talasa čiji se izvor u odnosu na nas kreće i u svakodnevnom životu poznat nam je kao promjena visine zvuka koji proizvodi vozilo koje nam se približava, odnosno koje se udaljava od nas. Efekt nam postaje još poznatiji kada nam milicijski Dopplerov radar registruje brzinu vozila.

Dakle, ako se udaljeni objekat približava, talasne dužine zračenja koje on emituje se skraćuju, drugim riječima, frekvencija se povećava, i tako se spektar pomjera u ljubičastu stranu. Ako se objekat približava, situacija je obrnuta i talasne dužine se pomjeraju prema crvenom dijelu spektra. Sam po sebi taj efekat ne bi za zvijezde i galaksije mogao da omogući lako određivanje brzine, pošto imamo posla sa kontinuiranim spektrom, pa bi na mjesto nekadašnje crvene svjetlosti došla plava i slično. Međutim, spektralne linije, karakteristične za pojedinu tvar, to jest za određene atome i molekule, imaju određena mjesta u spektru, pa se mjeri upravo njihov pomak.

Sleyforovi rezultati bili su poražavajući. Kod skoro svih objekata koje je posmatrao, spektralne linije bile su pomjerene u crvenu stranu. On je nastavio s istraživanjima i, upravo na osnovu toga što su brzine izračunate na osnovu spektralnih linija bile vrlo velike, zaključio da se radi o objektima koji se nalaze van naše Galaksije. Brzine zvijezda bile su izmjerene ranije i bile su mnogo manje od onoga što se dobilo u slučaju maglina.

Edvin Hubble, astronom sa Mount Wilsona, bio je prvi čovjek koji je uspio na snimku Andromede razlučiti zvijezde i tako pokazati da su magline ustvari druge galaksije. Dva i po metarski teleskop njegove opservatorije bio je tada najveći na svijetu. Hubble je čitav svoj život posvetio izučavanju galaksija. Zanimljivo je da po struci bio pravnik. Sa 25 godina zaposlio se kao astronom-posmatrač. Danas nešto takvo nije više moguće — vrijeme zaljubljenika u nebo tog tipa ipak je prošlo.

Hubble i njegov saradnik Hewmasson snimaju udaljene objekte. Neki od njih imaju vrlo velike crvene pomake. 1929. Hubble objavljuje da je pronašao empirijsku vezu između udaljenosti galaksija i njihovih brzina

$$V = H \cdot r \, .$$

Udaljenost se mogla izmjeriti posmatranjem cefeida. Radi se o postupku čiji bi nas opis na ovom mjestu odveo predaleko u astronomiju, tako da, ukoliko čitalac želi da sazna kako se pomoću perioda promjenljivih zvijezda dolazi do udaljenosti od njih neka to pogleda u nekom udžbeniku opšte astronomije. Brzina se nalazi pomoću Dopplerovog efekta, pomoću izraza

$$\frac{v}{c} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$$

gdje je λ talasna dužina, a $\Delta\lambda$ pomak talasne dužine. H je takozvana Hubbleova konstanta. Vidimo da se radi o veličini koja ima dimenziju 1/s, a iz praktičnih razloga obično se izražava u jedinici km s^{-1} (megaparsek)$^{-1}$.

Kao što smo već rekli, mi u ovoj knjižici nećemo moći rješavati Einsteinove jednačine. Međutim, nešto vrlo slično Fridmanovom modelu može se dobiti i u okviru Newtonove teorije gravitacije, svakako, uz neke dodatne pretpostavke. U okviru takvog naivnog modela dobićemo kvalitativno ispravne rezultate.

U osnovi Fridmanovog modela svemira su pretpostavke o homogenosti i izotropnosti u trodimenzionalnom prostoru. Već smo spominjali te pretpostavke i kada smo govorili o Newtonovoj slici svemira. Izotropnost znači jednakost u svim pravcima, a homogenost znači ujednačenost, doslovno, istorodnost. Svakako, to se može odnositi samo na vrlo velike prostore, toliko da se mogu zanemariti takve lokalne nehomogenosti kao što su zvijezde i galaksije. Razdaljine o kojima govorimo upravo su nezamislive — milijarda svjetlosnih godina je nešto što mi i ne zamišljamo, već samo ispisujemo.

Dakle, upoznaćemo se s jednostavnim modelom koji će nam omogućiti da ispitamo razne varijante evolucije.

Neka r_{12} bude udaljenost između dva tačkasta objekta. Pošto je svemir izotropan, smjer koji prolazi kroz te dvije tačke jedini je izdvojen u našem slučaju i sve dinamičke vektorske veličine koje određujemo imaće upravo taj smjer. To treba da važi i za relativnu brzinu. Tako možemo pisati

$v_{12}=Hr_{12}$, gdje je H konstanta po r.

H može, eventualno, biti funkcija vremena, ali nikako ne može biti funkcija prostora, pošto smo pretpostavili njegovu homogenost. Gornja relacija nam je poznata kao Hubbleov zakon. Ipak, ne smijemo smetnuti s uma da se sad nalazimo u naivnom modelu, a ne u pravom svemiru. Usput možemo primjetiti da smo, i u smislu matematike, i u smislu fizike i u smislu jezika dozvoli sebi mnoge stvari koje u pravom svemiru nisu dozvoljene.

Izgleda da smo»H« dobili iz sasvim nerelativističkog razmatranja, polazeći od pojednostavljenja koja smo sami uveli, pa više nije jasna ni korisnost Eridmanovog modela. Međutim, Fridman je dokazao da je H različito od nule, dok smo mi ovdje samo formalno uveli koeficijent, pri čemu je »formalno« vrlo blag izraz za takvo grubo heurističko razmatranje. Šta možemo, moramo da koristimo onaj aparat kojim raspolažemo, a u nauci smo često u situaciji da se na neki način vratimo u djetinjstvo, i matematičke probleme rješavamo tako što prvo pokušamo da pogodimo rezultat, a zatim pokušavamo da pogođeni rezultat potvrdimo računom.

Spomenimo i to da sam Hubble nije smatra da je pomak linija prema crvenom dijelu spektra obavezno posljedica kosmološkog širenja. On je samo uspostavio vezu između pomaka i udaljenosti. Dilema o tome bilo je mnogo, pa i u novije vrijeme. Tu je mnogo doprinijelo i to što konstanta H nije bila dovoljno tačno određena. Kako ćemo se uvjeriti, iz njene vrijednosti može se izračunati i starost svemira. Netačna Hubbleova konstanta vodila je do vrijednosti za starost svemira koja je bila manja od tada već poznate starosti Zemlje, koja je bila određena radiogeološkim metodama. U novije vrijeme se pokazalo da postoje mostovi materije između galaksija sa vrlo različitim crvenim pomacima, te shodno tome, veoma udaljenim međusobno. Izgledalo je da bar dio tog pomaka nema kosmološku prirodu. Halton Arp opisao je neke takve slučajeve. Nije jasno da li je njegova metodologija obrade foto-ploča bila sasvim korektna, tę se najvjerovatnije radi prosto o preklapanju slika udaljenog i bliskog objekta. Nije nam cilj da dajemo sud o tome, ali, čak i Halton Arp priznaje kosmološku prirodu pomaka kod eliptičnih galaksija, tako da sa vrlo velikom sigurnošću možemo reći da kosmološki crveni pomak postoji. Alternativne hipoteze, na primjer ona o starenju kvanata i ona o raspršenju svjetlosti zbog niza razloga nisu se mogle održati.

Nakon svih ovih digresija vrijeme je da se pozabavimo računom. Riješićemo pojednostavljen probled evolucije homogene i izotropne kugle radijusa r pod djelovanjem gravitacionog polja.

Na elemenat »A« djeluje samo gravitaciono privlačenje materije koja se nalazi unutar radijusa »r«. Doprinosi ostalih masa kompenziraju se.

Neka je M masa unutar sfere radijusa »r«, a »m« masa našeg probnog tijela (elementa »A«).

Izraz za silu u Newtonovom zakonu gravitacionog privlačenja znamo iz škole.

$$F = -G\,\frac{Mm}{r^2}$$

Znak »—« označava da je sila privlačna. Gravitaciona konstanta ima vrijednost $G = 6{,}6732(31) \cdot 10^{-11}\left(\frac{Nm^2}{kg^2}\right)$

Da bismo stvar pojednostavili, stavićemo da je m jednako nekoj jediničnoj masi, $r=R_u$, $M=M_u$, gdje je M_u masa našeg »modela univerzuma«, a R_u njegov radijus.

Sila koja djeluje na element »A«, jednaka je svakako masi tog elementa pomnoženoj ubrzanjem, pa, pošto je ubrzanje drugi izvod puta po vremenu, možemo izraz za gravitaciono privlačenje napisati u obliku (ne zaboravimo da smo za masu m uzeli jedinicu):

$$\frac{d^2 R_u}{dt_u^2} = -G\,\frac{M_u}{R_u^2}\,.$$

Nakon integracije imamo

$$\frac{1}{2}\left(\frac{dR_u}{dt}\right)^2 - \frac{GM_u}{R_u} = E$$

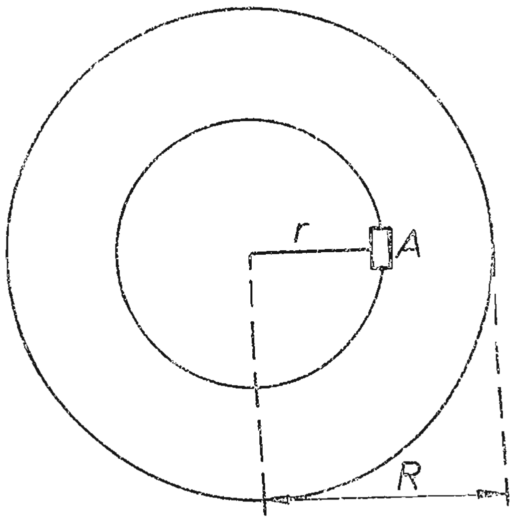
gdje je E neka konstanta.

Ovo što smo dobili trebalo bi da vrlo lako prepoznamo, ako ništa drugo, a ono zato što smo konstantu označili si E. To je zakon očuvanja energije za izolirani element u našem naivnom modelu svemira. Iz te jednačine mogu se izvući slijedeći zaključci:

a) ako je $E>0$, brzina $v = \dfrac{dR_u}{dt_u}$ ne može postati nula,

pošto je $-\dfrac{GM_u}{R_u}$ svakako negativno.

b) za $E>0$ postoji takvo R_u da je $v=0$.



Slika 7.

Dakle u prvom slučaju, kad je kinetička energija veća od potencijalne, širenje može da traje vječno, a ako je potencijalna energija veća, kako to imamo u slučaju b), doći će do toga da se širenje zaustavi, to jest, brzina našeg elementa biće u nekom trenutku jednaka nuli.

Jednačine koje opisuju naš naivni model možemo zapisati i na drugi način, koristeći Hubbleov zakon. U skladu s njim $\dfrac{dR_u}{dt_u} = HR_u$,

a pošto je $M_u = \dfrac{4}{3}\pi\rho R_u^3$, gdje je ρ srednja gustina, imamo:

$$H^2 - \frac{8\pi}{3}\rho G = \frac{2E}{R_u^2}\cdot$$

Vidimo da je svemir otvoren, to jest širi se neograničeno, za $\rho < \rho$ i zatvoren, to jest ponovo kolapsira, za $\rho > \rho$, gde je ρ neka kritična gustina koja je jednaka

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}$$

H je veličina koja se mjeri, i po današnjim saznanjima po redu veličine H je $(3-5)\cdot 10^{-18}\ s^{-1}$, čemu odgovara kritična gustina po redu veličine

10^{-29} g/cm^3. Svakako, radi se o vrijednostima koje važe za savremenu epohu u savremenom svemiru.

Suština našeg rezultata, koji smo dobili u okviru modela, a koji je ispravan i u slučaju relativističkog razmatranja, je to da jepriroda evolucija svemira određena jednostavnom vezom prosječne gustine i parametra H.

U dosadašnjem razmatranju mi smo dobili jednačinu koju bi trebalo da riješimo. Da bismo to mogli da uradimo na što jednostavniji način, izvršićemo još jedno pojednostavljenje. Uzećemo da je $E=0$, što je sigurno opravdava aproksimacija u početku širenja, pošto tu za male R_u član GM_u/R_u izrazito dominira, odnosno za R_u koji teži nuli, $|E|$ apsolutna vrijednost E zanemariva je b poređenju sa GM_u/R_u.

Pretpostavka $E=0$ izgleda realistično i iz posmatračkih razloga (u slučaju realnog svemira), a o tome ćemo govoriti kasnije. Rješenje ima jednostavan oblik

$$\frac{2}{3} R_u^{3/2} = (2GM_u)^{1/2} t_u + \text{const},$$

a pošto uzimamo da je $R(0)=0$, to jest računamo vrijeme od trenutka kada je probno tijelo (i sva ostala tijela) bilo u centru lako dobivamo izraze:

$$R_u(t_u) = \left(\frac{9}{2} GM_v\right)^{1/3} t_u^{2/3},$$

$$\rho(t_u) = \frac{1}{6\pi G t_u^2}, \quad H(t_u) = \frac{2}{3t_u}.$$

U knjigama koje su posvećene kosmologiji, izraz za H nije upravo ovakav kakav smo mi dobili, što je i razumljivo. Mi uostalom i nismo koristili opštu teoriju relativnosti, a i naše polazne pretpostavke o izotropnosti i homogenosti u nekoj aproksimaciji mogu da važe samo u unutrašnjosti kogle koju imamo u modelu na osnovu kojeg smo računali, dok to očigledno nije tako na rubu.

»Pravi rezultat« svakako ima oblik $H = \frac{a}{t}$, $r = bt^a$, gdje su a i b neke konstante. Tu smo promijenili i oznaku, te napisali »r« umjesto »R_u«. i to zato da istaknemo kako se više ne radi o radijusu svemira u naivnom modelu, već o dužinskom parametru u teoriji, čiji je fizikalni smisio, u suštini, udaljenost između bilo koje dvije tačke.

Prirodno je da se postavi pitanje kakav je svemir u kome živimo, da li je otvoren ili zatvoren. Sada znamo da je za odgovor na to pitanje potrebno da procijenimo masu svemira, odnosno, srednju gustinu.

Vidljiva (svijetleća) materija može da obezbijedi svega oko jedne desetine mase koja bi bila potrebna da se svemir zatvori. Ostaje da se vidi šta je sa onom masom koja se ne vidi, koja ne svijetli. U prvom redu zašto uopšte pretpostavljamo da takva masa postoji. Empirijska je činjenica da su galaksije više-manje stabilne tvorevine. Međutim, da bi neki sistem u svemiru bio stabilan, potrebno je da gravitaciono privlačenje spriječi razlijetanje, da spriječi komponente sistema da se od njega odvoje. Treba da postoji ravnoteža kinetičke i potencijalne energije zvijezda u galaksijama. Vidljiva materija ne može da obezbijedi dovoljno jaku gravitacionu silu koja bi stabilizovala galaksije. Pa i kada bi mase za koju znamo u galaksijama bilo dovoljno, još uvijek bi srednja gustina bila manja od kritične. Međutim, ako neutrina imaju masu imalo različitu od nule, ukupni efekt njihove mase značio bi vrlo veliki doprinos ukupnoj masi svemira. Ostaje svakako i pitanje koliki je doprinos čestica koje još nisu otkrivene.

Tu su još prisutne mase crnih jama (ako ne postoji neki nama za sada nepoznat razlog, koji bi zabranjivao postojanje takvih objekata), mase hladnih zvjezdanih ostataka i tome slično. Stoga možemo procijeniti da je srednja gustina po redu veličine bliska kritičnoj.

Pored već spomenutih razloga za nedovoljnu adekvatnost modela koji smo koristili kod našeg malog proračuna, mi nismo uzimali u obzir ni jednačinu stanja, a jasno je da srednja gustina mora ovisiti i o temperaturi i pritisku. Isto tako, nismo specificirali od čega se ta materija sastoji, da li se radi o nečemu što bismo mogli nazvati prašinom, da li je to neki gas ili se radi o zračenju (fotonskom ili neutrinskom gasu). Imaćemo priliku da ponovo u okviru našeg modela analiziramo i neka od tih pitanja. Ipak, prvo pogledajmo koje su to činjenice koje su dovele do toga da Fridmanova kosmologija postane opšteprihvaćena. Uspjesi kosmologije »velikog praska«, a popularno svakako u poznatijoj knjizi S. ni na mnogo mjesta, a popularno svakako najbolje u poznatoj knjizi S. Weinberga »Prve tri minute«, pa čitaoca kojeg bi ti problemi posebno interesovali možemo uputiti na te knjige. Mi ćemo se na tome zadržati samo ukratko, tek koliko nam je potrebno za naše izlaganje.

U početku Fridmanova kosmologija nije ulijevala suviše veliko povjerenje. Hubbleova konstanta nije bila dobro procijenjena, te je stoga opšterelativistička kosmologija davala nerealistički mlad svemir. Sam Fridman nije se upuštao u fizikalnu interpretaciju svojih rješenja, izjavivši da je on matematičar, dok je fizikalna interpretacija posao za fizičare.

Interpretaciju trenutka $t=0$ kao rađanje cjelokupne materije svemira na jednom mjestu dao je G. Lemaitre. Njegov kosmološki model se u nekim detaljima razlikuje od Fridmanovog, tako da imamo širenje sa zadrškom u nekoj epohi. U ovom trenutku to nam nije ni tako bitno, a i u literaturi se često nalazi na termin Fridman-Lemaitreov model.

Dugo je u kosmološkim razmatranjima korištena pretpostavka o hladnom svemiru, to jest svemir je smatran takom cijele evolucije isto toliko toplim kakav jee danas. Međutim, kod Lemaitrea svemir na početku mora biti vruć. (Materiju na početku on je nazvao ocem-atomom. Faktički time je postulirao da singularitet rješenja nije plod pojednostavljenja, već ima fizikalni smisao). Nuklearni fizičar G. Gamow razradio je Lemaitreovu ideju dalje, nazvavši je teorijom »big bang-a«. I inače on je bio sklon slikovitim izrazima, pa je možda i to doprinijelo da 1956. dobije nagradu OUN za popularizaciju nauke.

U okviru svojih razmatranja Gamow je nastojao da dobije i hemijski sastav današnjeg svemira. Kasnije je teorija sinteze elemenata u ranom svemiru bitno promijenjena, ali njegov rad bio je na tom polju pionirski. Dok je Gamow smatrao da su svi elementi stvoreni u velikom prasku, danas se zna da je to slučaj praktično samo sa vodonikom i helijumom, pošto su pored njih tu nastale još samo male količine deuterijuma i još manje količine lakih elemenata. Ostali elementi stvaraju se u procesima evolucije zvijezda, a elementi teži od željeza praktično samo u eksplozijama supernovih zvijezda. Moderna nuklearna astrofizika najviše je vezana za imena Fowlera, Wagonera, Hoylea i drugih. Danas nuklearna astrofizika sasvim dobro opisuje sintezu elemenata, kako u stadijumu ranog svemira, tako i u procesima na zvijezdama, iako ni u toj oblasti nisu isključena iznenađenja. Ipak, najvjerovatnije je da je tu u osnovi sve u redu.

Pored stvaranja elemenata, treba da se upoznamo još s jednom posljedicom postojanja ranog vrućeg svemira.

Na prvi pogled je jasno da je temperatura ranog svemira morala na početku da bude kolosalna, teoretski čak beskonačna. Kasnije, materija se nalazi u stanju jonizovanog gasa, dakle imamo smjesu golih atomskih jezgri helijuma, deuterijuma, protona i elektrona. Svakako, tu su prisutni i energični fotoni. Atomi još nisu formirani. Tada plazma nije bila prozirna za fotone. Svaki emitovani foton bio bi i apsorbovan.

Kako se svemir širio i hladio, došlo je do uslova pogodnih za rekombinaciju elektrona i jezgri, dakle za stvaranje atoma. Tu pada na pamet neočekivana misao da se taj proces možda i ne bi trebao zvati rekombinacija, pošto se tu kombinovanje desilo prvi put. Svakako, ne postoji nikakva potreba da se terminologija komplikuje — samo želimo da naglasimo da imamo posla sa vrlo neobičnim procesima, gledano iz ugla našeg svakodnevnog iskustva.

To stvaranje atoma desilo se na temperaturi od otprilike 4000 K. Fotoni sad više nemaju dovoljnu energiju da vrše jonizovanje atoma i tako se zračenje konačno odvaja od tvari.

Kako smo već rekli, širenje svemira dovodi do povećanja talasne dužine zračenja koje nam dolazi. Zbog toga se fotoni koji su tada emitovani, danas manifestuje kao mikrotalasno zračenje u radio-dijapazonu i imaju spektar (raspodjelu po talasnim dužinama, odnosno enregijama) karakterističan za apsolutno crno tijelo. Ako ne znamo šta znači termin apsolutno crno tijelo, dosjetimo se da je to ono tijelo koje apsorbuje svo zračenje koje do njega dolazi. Crna boja apsorbuje svjetlost, pa odatle i termin. Plazma koju smo opisali zaista i jeste takvo apsolutno crno tijelo. I Sunce ima spektar blizak spektru apsolutno crnog tijela. Ako usmjerimo zrak svjetlosti na Sunce, on nam se neće vratiti. U tom smislu je apsolutno crno tijelo crno. Međutim, ono samo zrači, pa mi takvo zračenje i registrujemo.

Spomenimo još i to da su se neutrina odvojila od plazme znatno ranije, pa bi trebalo postojati i pozadinsko neutrinsko zračenje. Bilo bi dobro da se posjetimo i onoga što smo govorili o skrivenoj masi.

»Vruća kosmologija« ipak dugo nije uzimana ozbiljno, bar ne pretjerano ozbiljno. Međutim, 1965. godine Pensias i Wilson analizirali su šumove koje je registrovala velika antena kompanije Bell. Sve moguće smetnje su otklonjene jedna za drugom, od zračenja sa Sunca do okolnih slučajnih izvora radio talasa. Međutim, i pored svih napora antena je registrovala izotropno zračenje sa temperaturom od 3 K (temperatura se može shvatiti i kao srednja kinetička energija haotičnog kretanja, pa je prirodno da i zračenje ima neku temperaturu).

Ono što je izgledalo kao instrumentalna greška bilo je veliko otkriće koje je Penziasu i Wilsonu donijelo Nobelovu nagradu. Nagrada je dodijeljena mnogo kasnije, ali, već u drugoj polovini šezdesetih godina, došlo je do prelaska na vruću kosmologiju. Tome je svakako doprinijelo i to što je nekako u isto vrijeme postalo jasno da su singulariteti u opšto teoriji relativnosti stvar koja suštinski prnpada teoriji, a ne rezultat pojednostavljenja.

Mi ćemo pozadinsko zračenje analizirati u okviru našeg naivnog modela.

Neka W bude gustoća energije zračenja. Pomoću formule $E=mc^2$ možemo izračunati gustinu .

$$\rho = W/c^2$$

Uzimamo da su talasne dužine proporcionalne veličini našeg »modela svemira«. Znamo da je energija fotona $E=h\nu$, gdje je ν frekvencija, odnosno, da je $E=hc/\lambda$, gde je λ talasna dužina. Vrijednost »$\hbar$«, Planckove konstante, iznosi

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1{,}0545919\,(80) \cdot 10^{-34}\ \mathrm{Js}.$$

Dakle, možemo napisati

$$W = \frac{3N}{4\pi R_u^3} \quad \frac{2\pi\hbar c}{\lambda} = aR_u^{-4}$$

gdje je N broj fotona, a sa »a« označili smo konstantne faktore koji se tu javljaju.

Za ukupnu masu imamo

$$M_u = \frac{4}{3} \pi\rho\, R_u^3$$

te tako, koristeći i vezu energije i mase, jednačinu

$$\frac{1}{2} \left(\frac{dR_u}{dt_u}\right)^2 - G \frac{M_u}{R_u} = 0$$

možemo napisati u obliku

$$\frac{1}{2} \left(\frac{dR_u}{dt_u}\right)^2 - \frac{4\pi}{3} \quad \frac{aG}{c^2R^2_u} = 0$$

Rješenje te diferencijalne jednačine glasi $R_u = \left(\frac{32\,\pi}{3} \quad \frac{aG}{c^2}\right)^{1/4} t_u^{1/2}$,

što se lako može provjeriti supstitucijom u jednačinu.

Biće nam potreban i Štefan-Boltzmannov zakon za zračenje crnog tijela; koji povezuje gustinu energije zračenja sa temperaturom tijela:

$$W = \frac{\pi^2 k^4}{15 (\hbar c)^3} T^4$$

»k« je Boltzmannova konstanta, $k = 1{,}380622(59) \cdot 10^{-23}\ JK^{-1}$

Sada možemo naći izraz za gustinu energije zračenja, temperaturu i Hubbleov parametar kao funkcije vremena proteklog od početka širenja svemira:

$$W(t_u) = \frac{3}{32\pi} \frac{c^2}{6t_u^2}$$

$$T_u(t_u) = \left(\frac{4\pi}{32\pi^3} \frac{c^5\hbar^3}{k^4}\right)^{1/4} t_u^{-1/2}$$

$$H(t_u) = \frac{1}{2t_u}$$

T_u koje smo tako dobili bilo bi upravo temperatura zračenja. Jednostavnim kombinovanjem izraza i supstitucijom vrijednosti konstanti i vremena postojanja svemira od $3 \cdot 10^{17}$ sekundi za temperaturu imamo da je jednaka približno 10 K, što je sasvim pristojan rezultat s obzirom na sva učinjena pojednostavljenja. Temperatura pozadinskog zračenja ustvari je 2,7 K.

Svojevremeno je i Gamow dobio red veličine temperature od 10 K, pa je možda izgledalo čudno da takvo zračenje neprimećeno. Možda je neko vrijeme ključni argument »za« izgledao kao argument »protiv«.

Mi smo uvjerili da je opšterelativistička kosmologija produktivna teorija koja može da uspješno predviđa rezultate posmatranja. Nismo razmatrali alternativne teorije, pošto su razlike između njih i opšte teorije relativnosi takve da njihovo razumijevanje pretpostavlja ipak i tehničko poznavanje opšte teorije relativnosti, što se u knjizi ovog tipa ipak ne može postići. Pored toga, te teorije nisu uspjele da tačno predvide ništa što već nije bila predvidjela i opšta teorija relativnosti. Moramo ipak priznati da su pretpostavke sadržane u njima vodile daljem progresu, to jest da su one pripremile teren za najnovije ideje u kosmologiji.

Skepticizam koji je postojao u odnosu prema kosmologiji velikog praska zamijenila je vrlo brzo njena nekritična kanonizacija. To se svakako manifestovalo i u ignorisanju niza teških problema koje ta teorija nije uspjela da razriješi.

Mi upravo imamo namjeru da se pozabavimo tim problemima. Međutim, ako smo do sada uspješno u literaturi pronalazili matematičke štule pomoću kojih smo uspijevali koliko toliko ostati na suhom, na terenu matematičke egzaktnosti (koliko god ta egzaktnost bila u našem slučaju uslovna), dalje to više neće biti uvijek moguće. Da budemo iskreni, to više i neće nikako biti moguće. Dosadašnjim izlaganjem postigli smo ipak da pojmovi koje susretnemo ne budu za nas više potpuna nepoznanica.

2. Veliki neriješeni problemi

Kako smo imali prilike da se uvjerimo, savremena kosmologija stvorena je zahvaljujući opštoj teoriji relativnosti, odnosno, zahvaljujući tome što je Fridman pronašao nestacionarna kosmološka rješenja, a astronomija bila toliko uznapredovala da je svojim metodama mogla da pokaže kako su nađena rješenja po nekim svojim osobinama adekvatna situaciji koju imamo u prirodi. Sljedeći prirodan korak bila je teorija sinteze elemenata u vrućem svemiru. Vrući model je nakon otkrića Pensiasa i Wilsona postao opšteprihvaćen. Nakon što su Fowler, Wagoner i Hoyle izvršili detaljne proračune i dovršili teoriju nukleosinteze, dobivši tačno odnos vodonika i helijuma u svemiru, situacija je postala još jasnija i više nije bilo nikakve sumnje u Fridmanov kosmološki model, bar što se šire naučne javnosti tiče. Za samog Hoylea to se ne bi moglo reći. Mi smo se već dogovorili da u problematiku alternativnih teorija gravitacije nećemo ovdje ulaziti.

Ipak, uspjeh teorije velikog praska mora da začudi. Čudno je to da ako želimo da proučavamo evoluciju svemira, nemamo nikakvog kriterijuma kod izbora početnih parametara, a oni su morali da budu namješteni s tačnošću koja nema analogije u čitavoj fizici. Mala promjena uslova u trenutku početka ekspanzije izazvala bi potpunu promjenu izgleda svemira. Da bi se taj problem otklonio, svojevremeno je predložen takozvani antropni princip. On bi se mogao formulisati kao — svijet je ovakav kakav jeste upravo zato što mi u njemu živimo. Zaista, u nekom drugom svemiru, gdje bi se uslovi bitno razlikovali, mi ne bismo mogli da postojimo. Da li takav princip možemo smatrati objašnjenjem bilo čega? Lično mišljenje autora je da to nije objašnjenje. Uostalom, izgleda da popularnost antropnog principa već prolazi. Izdvojenost našeg svemira i »naših« početnih uslova ustvari znači pretpostavku o postojanju više svemira, pa se logično postavlja pitanje i gdje su ti drugi svemiri, različiti od ovog našeg, najboljeg od svih mogućih svemira. Postoje modeli kod kojih svemir osciluje, pa su možda ti svemiri postojali prije singulariteta, a postojaće i poslije novog singulariteta. Ili su razni svemiri uronjeni u neku mnogostrukost, a mi se nalazimo u svemiru koji nam najviše odgovara. Mogli bismo iznijeti razloge protiv ovakvih modela, a i za njih. Međutim, bitno je to da nam antropni princip ustvari i nije pružio nikakvu novu informaciju. U onoj varijanti antropnog principa kad se ne podrazumijeva postojanje drugih svemira, izgleda nam da je više-manje besadržajan.

Pored toga, u kosmologiji nije ni pretjerano nov. Ismijavao da je već Voltaire. Filozof Panglos u »Candideu« bavio se »metaphysico-theologico-cosmolonigologijam«, »Znao je divno dokazivati da nema posljedica bez uzroka i da je — na ovom najboljem od svih mogućih svjetova — dvorac gospodina baruna najljepši od svih dvoraca, a gospođa barunica najbolja od svih mogućih barunica«. Prema tome, ostajalo bi nam samo da slušamo Panglosa, »najvećeg filozofa u Vestfaliji, a prema tome i u čitavom svijetu«.

Od vremena Galileja i Kopernika smatrali smo da se nalazimo na mjestu koje nije povlašćeno, te smo navikli da fundamentalne prirodne zakone svuda smatramo istima. Odjednom bismo morali da povjerujemo kako živimo u potpuno izuzetnom svijetu. Estetski nam izgleda mnogo privlačnije model u kojem bi se svemir razvijao do svog sadašnjeg stanja nezavisno od početnih uslova, uslovljen samo fundamentalnim prirodnim zakonima. Veliki napredak koji je postignut u posljednje vrijeme, izgleda kao da ponovo pruža nadu da se može postići izgradnja takvog modela. Napredak je postignut zahvaljujući velikim uspjesima fizike elementarnih časopisa na polju unifikacija sila. Prije nego što se s tim malo pozabavimo, upoznaćemo se s velikim problemima o kojima kosmolozi sve donedavno nisu voljeli ni da govore.

Prvo da spomenemo problem ravnosti, to jest euklidičnosti našeg svemira. Imaćemo prilike da se uvjerimo kako činjenica da je danas srednja gustina svemira bliska kritičnoj, to jest da je njihov odnos reda veličine jedinice znači da je na početku širenja taj odnos bio jednak jedinici, i to sa nevjerovatnom tačnošću. O tome smo govorili i na prethodnim stranicama. Kada taj odnos na početku širenja ne bi bio praktično jednak jedinici, svemir bi se tako brzo širio da nikako ne bi mogle da se formiraju zvijezde i galaksije ili bi, u slučaju da je svemir zatvoren, kolapsirao za vrlo kratko vrijeme nakon početka širenja.

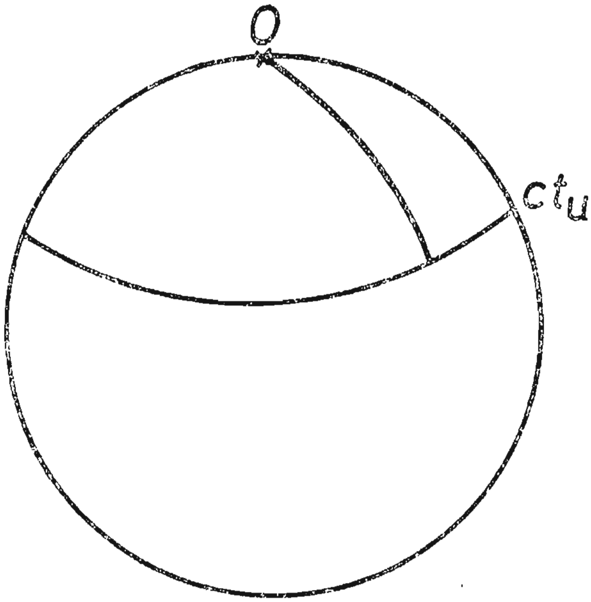
Da to ilustrujemo i brojčano. Odnos srednje i kritične gustine bio je jednak jedinici do pedesetog decimalnog mjesta!

Nije ni čudo što se postavilo pitanje da li mi to ipak živimo u najboljem od svih mogućih svemira.

Drugi problem Fridmanove kosmologije je izotropija i homogenost svemira. Kakav je sad to problem, kad smo te osobine svemira morali da postuliramo. Morali smo, ali samo u modelu, da postignemo matematičko pojednostavljenje. Ustvari radi se o vrlo specifičnim početnim uslovima. Na neki način mi ih i očekujemo nakon takvog neobičnog stanja kakvo je singularitet. Međutim, danas znamo da je svemir i vrlo kasno nakon praska bio praktično potpuno homogen i izotropan. To znamo zato što je pozadinsko zračenje iz svih oblasti neba jednako. Izvjesna odstupanja tu ne bi zabrinjavao ni antropni princip, a postavlja se i pitanje kad su to stigle da se formiraju galaksije kad je svemir tako dugo bio potpuno homogen.

Imamo i treći problem, i to takozvani problem horizonta. Šta bi tu značio pojam horizonta događaja? Mi u prošlost vidimo od onog vremena kad je svemir postao proziran. Tada su krenuli oni fotoni koje danas registrujemo kao slabo pozadinsko zračenje. Pogledajmo to na slici. Signal emitovan u O za vrijeme dosadašnjeg postojanja svemira može stići samo do kraja područja ograničenog punom linijom. (Prostor u ovakvim prilikama najčešće crtamo kao loptu, što bi, svakako imajući na umu i neobičnu dimenziju površine te lopte, odgovaralo zatvorenom svemiru. Isti zaključci važe i za otvoreni svemir).

Signal koji je emitovan u vrijeme rođenja svemira, može stići samo do udaljenosti ctu, gdje je c brzina svjetlosti, a tu vrijeme proteklo od početka ekspanzije. To znači da smo područje čija je udaljenost manja od ctu mogu biti uzročno-posljedično vezani. Međutim, u okviru standardne kosmologije razne oblasti plazme u kojima se dešavala rekombi-



Slika 8.

nacija vodonika nisu mogle da budu dovoljno blizu da bi bile u uzročno-posljedničnoj vezi, pa zaista nije jasno kako su se ti dijelovi svemira »dogovorili i usaglasili« da daju jednako zračenje. Kad gledamo u dva pravca na nebu, koliko god bio ugao među njima, imao jednako pozadinsko zračenje.

Četvrti veliki problem je problem kosmološke konstante, nama već dobro poznate »lambde«. Einstein je doduše smatrao da je uvođenje tog člana najveća pogreška koju je napravio. Pošto smo se uvjerili da ona zaista i nije bila potrebna, izgleda nam da problema i nema. O tome ćemo reći nešto više kad se upoznamo s pojmom fizičkog vakuuma (vakuuma kvantne teorije polja). Problem ipak postoji, a za sada ga spominjemo samo da nam ukrasi spisak.

Peti i najveći problem svakako je problem singulariteta na početku širenja svemira. Taj problem tek počinje da ulazi u krug problema koji se mogu pokušavati riješiti. Na njega ima više gledanja, tako da neki smatraju da je stvar u tome da gravitacija nije mogla biti kvantizovana na odgovarajući način, drugi povezuju početak širenja s nekom kvantnom fluktuacijom i tako dalje. Bitno je da se kaže kako je situacija koju imamo sa kosmološkim singularitetom, kao »posljedicom bez uzroka«, apsolutno neprihvatljiva. Svakako da je logički potpuno dopusmaciju o prirodi tog čuda, jer čudo je i onako u svakom slučaju nešto tivo da je svemir plod čuda, ali takav stav ne daje nam nikakvu inforšto je van zakona prirode.

Šesti problem bi bio problem nabojne asimetrije svemira. To je pitanje zašto u svemiru praktično nema antimaterije. Problem je usko vezan uz takozvani problem neočuvanja barionskog naboja. I o tome ćemo nešto malo reći.

Sedmi problem, djelimično vezan za problematiku vrlo ranog svemira, bio bi problem mangetskih monopola.

3. Vakuum u kvantnoj teoriji polja

Da bismo pristupili analizi tih problema, potrebno je da se upoznamo s pojmom fizičkog vakuuma. Sticajem okolnosti, termin vakuum koristi se u dva bitno različita smisla, iako opisuje, u krajnjoj liniji, istu stvar. (Ova izjava djeluje čudno, zar ne?). Jedno od značenja te riječi, i to upravo ono koje je svima poznato, jeste »gas pod vrlo malim pritiskom«. Drugo značenje vezano je za kvantnu teoriju polja. Ovdje ta riječ znači da u sistemu ne postoje realne čestice, na primjer elektroni i slično. Za sada obje definicije opisuju istu stvar i imaju i isti širi sadržaj. Međutim, osim realnih čestica kvantna teorija polja poznaje i pojam virtuelne čestice. Takva čestica živi vrlo kratko, a vrijeme njezina života ograničeno je relacijom neodređenosti. Vrlo je važno da shvatimo da postoje i takve čestice, pošto se u savremenoj fizici interakcija i objašnjava upravo razmjenom virtuelnih čestica. Na primjer, elektromagnetsko polje »sadrži« virtuelne fotone, a neko drugo polje virtuelne čestice neke druge vrste. Odmah se može postaviti pitanje o kakvim se to fotonima radi. Zaista, mi ne primjećujemo da magnet sam od sebe svijetli, a i elektrostatičke sile nisu u principu vezane za nekakvo svjetlucanje. Pa gdje su onda ti fotoni koji treba da nam objasne polje? Isto tako, kad bi magnet privlačio drugi magnet pomoću neke emisije svjetlosti, jasno je da bi na takvo zračenje gubio energiju. I elektroni koji miruju ne svijetle, a ovako bi ispalo da treba da svijetle. Odgovor na ovu nedoumicu prilično je neočekivan. Zaista, kod emisije virtuelnih čestica dolazi do narušavanje zakona održavanja energije. Stvar je u tome da virtuele čestice žive vrlo kratko, pa nije moguće registrovati to narušavanje. Zašto ne bi bilo moguće registrovanje tog efekta, s pravom će upitati svako ko otprije ne zna odgovor. Stvar je u tome što zakoni kvantne mehanike kažu da mi ne možemo izmjeriti energiju proizvoljno tačno u nekom trenutku. Mi samo možemo mjeriti energiju u nekom vremenskom intervalu, i tačnost koja se tu postiže zadana je Planckovom konstantom »h«.

Dakle, imamo relaciju

$\Delta E \Delta t \sim \hbar$

i iz nje zaključujemo da je moguće, ako se zakon očuvanja energije narušava vrlo kratko vrijeme, da mi to narušavanje i ne primijetimo. Slično onome što smo govorili za energiju i vrijeme važi i za koordinatu i impuls (u oba slučaja radi se o takozvanim kanonskim parovima varijabli).

U ovom trenutku interesuje nas da li se virtualne čestice ponašaju na nama poznat način u okviru teorije relativnosti. Donekle da. Ipak, postoji jedna bitna novina. Za virtuelnu česticu ne važi uobičajen odnos energije i impulsa. Stoga je ona smještena van svjetlosnog konusa, to jest ne nalazi se na njegovoj ovojnici. Ostavljamo čitaocu da nam povjeruje na riječ da kauzalnost tako nije narušena. Sve čestice mogu da budu u virtuelnom stanju, a ne samo fotoni. Tako mi i elektrone smatramo kvantima nekog polja. Za virtuelni elektron vrijeme života bilo bi najviše, u skladu s prethodnom formulom, $h/m_e c^2$, gdje je m_e masa mirovanja elektrona. Ako supstituiramo vrijednosti, to je oko 10^{-21}s.

Postavlja se pitanje odakle dolaze virtuelne čestice. Ako imamo virtuelni elektron, on ipak jeste elektron i ima neki naboj, bez obzira na sve svoje egzotične osobine. Pa nije moguće da se taj naboj stvorio niotkuda! Tim putem mogli bismo jedan po jedan zakon fizike likvidirati, a da od toga nemamo nikakve koristi, osim smanjenja školskog programa, a i ta korist je problematična, pošto bi se uvijek našli ljudi koji bi program napunili drugim stvarima, mnogo manje korisnim od prirodnih nauka.

Ako imamo virtuelni foton, on se može pretvoriti u elektron i pozitron, tako da sumarni naboj ostaje i dalje nula. Te čestice mogu postati realne samo ako se izvana doda energija. Na primjer, par se može stvoriti ako je pristupno još neko polje. Zakon održavanja energije sprečava da virtuelne čestice postanu same od sebe realne. Virtuelni elektuonsko-pozitronski par tako će se ponovo pretvoriti u foton. Takvi procesi dešavaju se i s virtuelnim i s realnim česticama.

A kakve to veze ima s vakuumom? E pa vakuum je upravo taj rezervoar virtuelnih čestica. Postavlja se pitanje zašto bi trebalo da povjerujemo u tako suludu sliku, kad se te virtuelne čestice ionako ne vide. Taj opis omogućio je da se mnoge stvari izračunaju i predvide. Na taj način Dirac je predvidio postojanje pozitrona.

Za sada govorimo samo o fotonima, elektronima i pozitronima, a svakako znamo i za druge elementarne čestice. Tradicija popularnog pisanja o fizici nalaže da se objasni kako se elementarne čestice karakterišu zakonima uzajamnog pretvaranja, tako da dosta često nema smisla pitati šta se u čemu sadrži. U tom smislu foton se ne sastoji od elektrona i pozitrona (takva stvar koja bi se sastojala od elektrona i pozitrona zove se pozitronijum) već može da se pretvori u elektron i pozitron.

Bitno je da se zapazi još jedna stvar. Iz opisa ponašanja virtuelnih fotona, odnosno stvaranja i nestajanja elektronsko-pozitronskih parova sasvim je jasno da se vakuum može dielektrički polarizovati. Ta njegova osobina utiče na spektre zračenja atoma, što ima veze i s tehničkim primjenama, na primjer kod stabilisanih lasera, koji su danas nezamjenljivo mjerno sredstvo. Tako da stvari o kojima govorimo nisu nešto što bi poneko označio s omalovažavanjem kao »čistu teoriju«, već problematika koja je uskoro vezana za vrhunsku tehnologiju.

Tu se pojavljuje i jedan vrlo neprijatan problem. Gustina energije elektronsko-pozitronskog vakuuma je beskonačan. Uvođenje takve veličine je, najblaže rečeno, van tradicija fizike. Pored teškoća u okviru same teorije polja, jasno je da vakuum također moramo da smatramo materijom, a iz kosmoloških proračuna jasno je da prosječna gustina materije u svemiru vrlo malena, pa nije jasno kuda bismo sad još i s beskrajno gustim vakuumom.

U okviru kvantne elektrodinamike razvijene su matematičke procedure koje nam omogućavaju da se nosimo s tim beskonačnostima, ali teško da to možemo smatrati konačnim rješenjem problema. Ostaje svakako nada da se doprinosi elektromagnetskog vakuuma i vakuuma drugih interakcija svi zajedno međusobno poništavaju. Tu se odmah pojavljuje drugo pitanje — kako to da je ta kompenzacija toliko tačna.

Svakako, trebalo bi da se upoznamo i s drugim interakcijama, pošto smo se do sada upoznali sa elektromagnetskom i gravitacionom. Znamo još za dvije fundamentalne interakcije, to su slaba i jaka interakcija. Slaba i elektromagnetska interakcija objedinjene su u okviru Weinberg-Salamovog modela u jedinstvenu elektroslabu interakciju.

Što se jake interakcije tiče, pod tim terminom ranije se podrazumijeva interakcija između protona i neutrona u jezgrima, jednom riječju, interakcije nukleona. Takve interakcije dešavaju se zahvaljujući razmjeni mezona. Danas znamo da se nukleoni i mezoni sastoje od kvarkova (doduše sami kvarkovi nikad nisu registrovani u slobodnom stanju). Tako je sada na redu objedinjavanje elektroslabe teorije sa teorijom interakcije među kvarkovima, takozvanom kvantnom hromodinamikom. Tu se interakcija dešava zahvaljujući razmjeni takozvanih gluona. Nedavno je izgledalo da je takva unifikacija postignuta. Ta teorija predviđala je izvjesnu, veoma malu, vjerovatnoću raspada protona.

Eksperiment nije potvrdio to predviđanje, tako da i dalje imamo odvojene elektroslabu i jaku interakciju, s tim što sada sigurno znamo da jedna od varijanti ujedinjenja, ona najjednostavnija, nije ispravna. S druge strane, imamo i recept kako se takve ujedinjene teorije prave, pa ostaje da pričekamo uspješnu.

Polja koja prenose interakciju zovu se kalibraciona (»gauge«) polja i o njima bi se moglo mnogo govoriti. Najjednostavniji primjer kalibracionog polja je elektromagnetsko polje. Smatra se da su i za druge interakcije odgovorna neka kalibraciona polja. Međutim, ta polja sama nisu u stanju da objasne svijet. Ona opisuju interakciju između elektrona i pozitrona, miona i tau leptona, ona opisuju interakciju među kvarkovima, opisuju koliko toliko uspješno osobine čestica sastavljenih od kvarkova (od kvarkova su sastavljeni takozvani hadroni, koji se dijele na barione-čestice sa spinom 1/2 i mezone — čestice sa cijelim spinom). Međutim, sve te čestice koje smo nabrojali same po sebi ne obezbjeđuju pojavu mase.

Zanimljivo je da se ljudi koji nisu fizičari obično čude tome što fizika govori i o česticama bez mase mirovanja. Ono čemu bi se zaista trebalo čuditi je to što masa uopšte postoji.

Spomenuli smo i pojam spina. Najjednostavnije i prilično netačno, to je osobina čestice koja bi mogla označiti kao stanje njene vlastite rotacije.

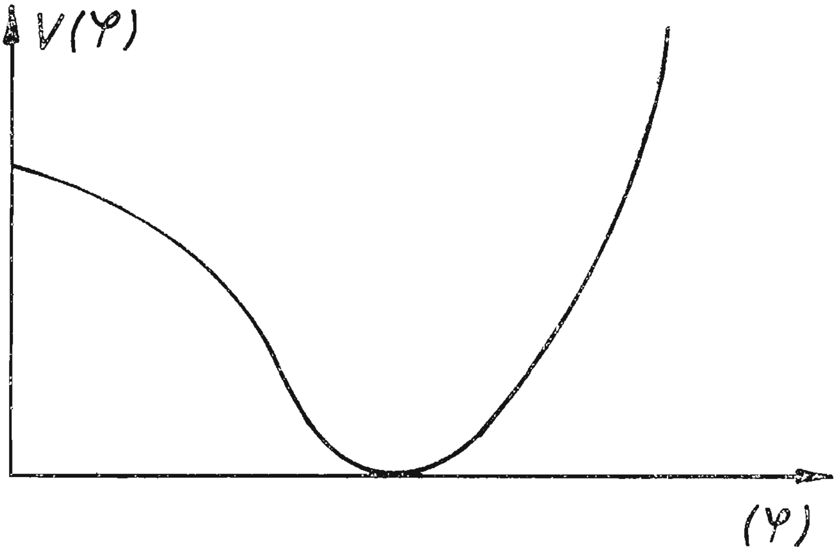
Jedini mehanizam koji obezbjeđuje pojavu mase (ima i drugih hipoteza, ali se one nisu pokazale ni izdaleka toliko plodne) je takozvani Higgsov mehanizam. Tu je za stvaranje mase potrebno i takozvano skalarno polje. Polja kvarkova i leptona su fermionska (imaju spin 1/2), dok su kalibraciona polja bozonska (sva koja smo spominjali imaju spin 1).

Fundamentalno skalarno polje ima spin 0 i također je bozonsko. Opet smo uveli nove termine koje nismo u prilici da objasnimo. Šta se može, bar nam ostaje nada da će ovaj tekst biti za nekoga podsticajan da se ozbiljno posveti fizici.

Mehanizam stvaranja mase pronađen je u teoriji, ali sama Higgsova čestica nije još eksperimentalno registrovana, tako da nije sasvim isključeno da se tu sprema neko iznenađenje (u što autor baš i ne vjeruje).

Kako smo rekli, fizički vakuum je stanje u kome nema realnih čestica. On ima još jednu osobinu koju bismo trebali uzeti kao definicionu. Energija čestice smještene u neko polje ima za vakuumsko stanje polja minimalnu vrijednost. Dakle, možemo da zaključimo kako je tu potencijalna energija minimalna.

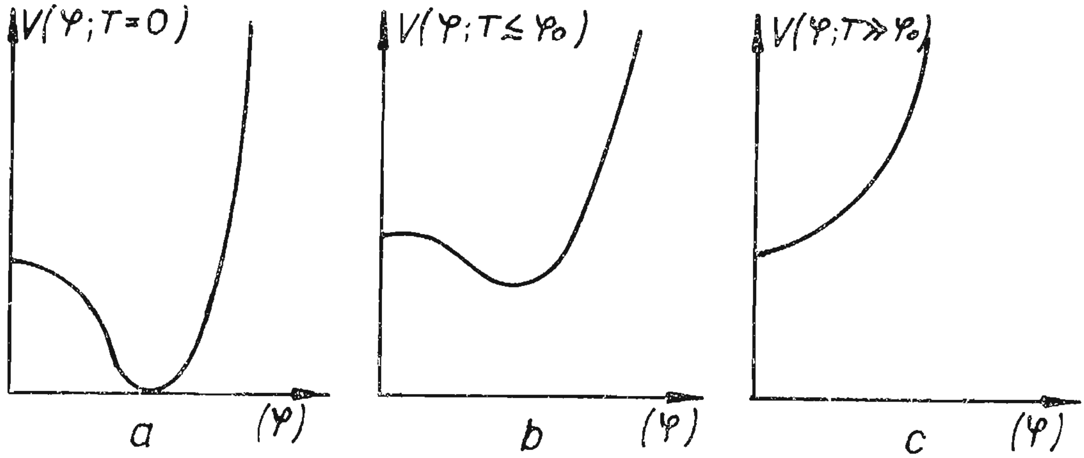
Sada smo već blizu rješenja mnogih zagonetki. Potencijalna energija ne mora da ima samo jedan minimum, za jednu vrijednost polja. Minimum može postojati za različite vrijednosti polja. I tu Higgsovo polje ima jednu izuzetno zanimljivu osobinu. Pogledajmo to na slici:



Slika 9.

Vidimo da energija ima vrijednost nula za neku vrijednost polja različitu od nule. To znači da u vakuumu postoji konstantno skalarno polje, takozvani vakuumski kondenzat. To skalarno polje kao da se stapa sa česticama kalibracionih polja, te neke od njih postaju masivne.

Pogledajmo sad još ove slike:



Slika 10.

I ovdje imamo skalarno polje i njegov potencijal, međutim, situacije se odnose na različite temperature. Naime, pokazuje se da se na visokim temperaturama simetrija obnavlja. Za niske temperature polje ima minimum potencijalne energije različit od nule, a za neke temperature između nulte i temperature faznog prijelaza imamo situaciju kao na slici b), dok u slučaju c), kod visoke temperature, minimum potencijalne energije odgovara nultoj vrijednosti polja.

Treba da se sjetimo kako je na početku širenja svemir bio vruć. Odatle vidimo da je dolazilo do ozbiljnih promjena strukture vakuuma, i shodno tome, strukture materije, tokom širenja i hlađenja. Prema tome, modifikovala se i jednačina stanja. Obratimo pažnju na to da ako se svemir širi vrlo brzo, pa prema tome i dovoljno brzo hladi, među raznim oblastima prostora neće doći do razmjene signala, to jest, do ujednačavanja uslova. Stoga se može desiti da u raznim oblastima prostora imamo i različite skalarne vakuumske kondenzate, te imamo situaciju koja se obično označava, po analogiji sa fizikom čvrstog stanja, kao stvaranje domena.

Pošto tu nastaje popriličan nered, formiraju se niti u kojima je skupljeno kalibraciono polje. Ako se radi o nekom kalibracionom polju koje je prvobitno postojalo, pa su ga skalarne čestice kasnije pretvorile u kombinaciju kalibracionih polja koja odgovaraju, na primjer, elektroslaboj i hromodinamičkoj interakciji, onda će se u uglovima domena obavezno formirati monopoli. To su čestice koje imaju magnetni naboj na isti način kao što elektroni imaju električni. Mi ne znamo za postojanje nekog principa koji bi zabranjivao postojanje monopola koji bi bio magnetski pandan elektronu. Svi magnetski naboji s kojima imamo posla imaju sjeverni i južni pol. Kod monopola to ne bi bio slučaj. Kod njega bi polovi postojali odvojeno. Takva čestica nikad nije sa sigurnošću registrovana. Međutim, ako su naše predstave o ujedinjenim teorijama interakcija ispravne, monopoli bi morali da postoje. Svakako, radi se o mnogo složenijim tvorevinama od onih čestica koje je svojevremeno postulirao Dirac, ali bi se, s obzirom na njihov magnetni naboj, nesumnjivo radilo o monopolima.

Svo ovo bogastvo strukture vakuuma adekvatno se može opisati pomoću faznih prijelaza. Zaista, kao i kod faznih prijelaza koji su nam odranije poznati, s izmjenom temperature dolazi tu do velikih promjena u strukturi materije.

Svakako, one mnogo zavise i od ujedinjene teorije koju koristimo. Najjednostavnija, takozvana SU(5) teorija, nije bila uspješna, ali sve te teorije imaju mnoge zajedničke crte, tako da se fazni prijelaz morao dešavati bar na dvije temperature, kod odvajanja jake interakcije od ujedinjene i kod odvajanja slabe i elektromagnetske.

Nakon ovog letimičnog upoznavanja sa beskrajno složenim pojmom fizičkog vakuuma, možemo konačno da pogledamo šta se to dešavalo u vrlo ranom svemiru.

4. Inflacioni model

Kako smo vidjeli, polje skalarnih čestica ima svoj vakuum, i to ne jedan. Prelazak vakuuma iz jednog u drugo stanje označiće neki fazni prelaz. Mi znamo da se prilikom faznih prelaza oslobađa energija. Dovoljno je da se sjetimo vode i leda. Postavlja se pitanje kuda odlazi energija koja se oslobađa pri vakuumskim faznim prelazima. Ta energija se troši na širenje svemira i stvaranja novih čestica. Fizički vakuum skalarnog polja ima još jednu neobičnu osobinu koja ga čini bitno različitim od materije koju inače poznajemo. Pogledajmo prvo šta se dešava s gasom kad ga zagrijavamo ili kad ga sabijamo, te mu tako povećavamo energiju. Pritisak raste i sve je teže u taj gas ubaciti neki objekat. Kod vakuuma skalarnog polja sve je obrnuto. Što mu je veća energija, on sve snažnije »usisava« čestice.

Jednačina stanja u kojoj pritisak i energija imaju suprotan predznak sasvim je neobičan. Međutim, mi smo se s takvom jednačinom stanja već bili sreli, samo što nismo toga bili sasvim svjesni. Radi se o de Sitterovom modelu.

Dok u Fridman-Lemaitreovom modelu imamo Hubbleovu konstantu obrnuto proporcionalnu vremenu proteklom od početka širenja svemira i radijus raste po nekom zakonu koji ima oblik

$$a \sim t^{2/3}$$

u de Sitterovom modelu H je konstanta i po vremenu, te je različita od nule, a radijus raste po eksponencijalnom zakonu:

$$a \sim \exp t$$

Tu udaljenosti među pojedinim tačkama jako brzo rastu. Energiju vakuuma zadaje konstanta Λ koju smo uveli, a da bi režim širenja bio de Sitterov svakako je potrebno da njen doprinos bude dominantan. »Lambda« je konstanta, a svemir brzo raste. Izgleda da su osobine modela kontradiktorne — ako zapremina raste gustina bi morala da opada. Situaciju spašava samo egzotična jednačina stanja $p = -E$.

Model de Sittera dugo je izgledao kao čisto akademska vježba. Sada pak u teoriji imamo nešto što je slično situaciji u de Sitterovom modelu. I više od toga, ako su naše teorije o elementarnim česticama ispravne, u početku širenja svemir se prosto morao ponašati kao u tom modelu.

Ponovo sad već spomenutu fascinantnu činjenicu da u dokazu da kosmološka rješenja moraju imati singularitet, stoji da dokaz važi uz uslov energodominantnosti. Taj uslov upravo znači da jednačina stanja ne smije imati oblik koji smo malo prije napisali.

Ovdje nemamo priliku da analiziramo kako to da je skalarni kondenzat mogao da se u Einsteinovoj jednačini sasvim udobno smjesti na mjesto nekadašnje kosmološke konstante. Bitno je to da u oba slučaja imamo veličinu koja određuje gravitacionu interakciju vakuuma.

Pogledajmo sad u glavnim crtama kako je izgledala evolucija vrlo ranog svemira.

Iz nekih nama nepoznatih razloga došlo je do eksplozije svemira. Skalarno polje dovelo ze do toga da se vakuum počeo ponašati tako da je omogućena evolucija u skladu sa de Sitterovim modelom, te je došlo do bržeg širenja svemira, po nekom eksponencijalnom zakonu. Nakon toga, fazni prelazi u vakuumu doveli su do stvaranja čestica čija je masa konačno promijenila režim širenja. Tako je nastao naš svemir koji se ponaša u skladu s Fridmanovim modelom.

Ima vrlo mnogo varijacija tog scenarija, te nije čak obavezno ni to da se kosmološki član stvara zbog skalarnog polja. Zajedničko svim tim modelima i scenarijima je to da je prisutna etapa eksponencijalno brzog širenja, takozvana inflaciona faza. Inflacioni model onakav kakav je prvobitno predložio A. Guth imao je i neke slabosti koje su daljnjim razvojem otklonjene. Spomenimo samo neka od predviđanja Guthovog modela inflacije, koja su dovela do njegove revizije.

Već smo govorili o monopolima i domenima koji se stvaraju prilikom faznih prelaza u ranom svemiru koji se brzo širi. Stijenke među oblastima sa različitim vakuumskim skalarnim kondenzatima bile bi obavezno primijećene. U uglovima takvih struktura postojali bi monopoli. Monopoli bi morali postojati i inače, raspršeni u prostoru. Posljedice svega toga bili bi efekti koji bi obavezno već bili astronomski primijećeni.

U modelu koji je dao Linde situacija je drugačija — prema tom modelu čitav naš vidljivi svemir nalazi se unutr jednog domena, a monopoli su u epohi u kojoj mi živimo vrlo rijetki.

Pogledajmo sad kako inflacioni model izlazi na kraj sa problemima koje smo pobrojali.

Prvi problem bio je problem ravnosti. Da bismo o njemu raspravljali sadržajno, biće dobro da se podsjetimo svega što smo govorili o raznim režimima širenja i kritičnoj gustini. Nakon toga, napišimo jednačinu koja opisuje širenje homogenog i izotropnog svemira. To više nisu *izrazi iz »naivnog modela«, već pravi pravcati izrazi iz opšterelativističke kosmologije.*

$$\ddot{a} = -\frac{4\pi G}{3} a\,(3p+\rho) \qquad \dot{a}^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho\, a^2 - K$$

ρ — gustina energije $\quad$ p — pritisak

»K« je neka konstanta, pri čemu »K« manje od nule odgovara zatvorenom, a veće otvorenom svemiru.

Ako je K=0, lako nalazimo izraz za kritičnu gustinu

$$\rho_c = \frac{3}{8\pi G}\,\frac{\dot{a}^2}{a^2}$$

tako da sad drugu od jednačina možemo pisati kao

$$\rho = \rho_c - \frac{K}{a^2}$$

Bitno je da se napomene kako su gornji izrazi napisani na način koji se uvijek primjenjuje u teoretskoj visokoenergetskoj fizici. Tu brzina svjetlosti, Planckova konstanta i Boltzmannova konstanta imaju jedinačnu vrijednost i bezdimenzione su, a masa i energija imaju dimenziju inverzne dužine. Postavlja se pitanje da li je takav način pisanja dozvoljen. Tu postoje dva gledišta. Zaista, to nije SI sistem, a taj je zakonski obavezan. Međutim, sistem »$\hbar = c = 1$« teško da se uopšte može smatrati sistemom mjernih jedinica u klasičnom smislu. A ako ga i smatramo takvim, nama je tada dovoljna osnova zakonska jedinica dužine. Zakon pak dopušta uvođenje novih izvedenih jedinica pomoću osnovnih te dopušta posebne nazive bezdimenzionih veličina. Stoga bi bilo dovoljno da se napomene kako pod »brzinom« ustvari podrazumijevamo veličinu bezdimenzione brzine i slično.

Širenje svemira mora ovisiti i od toga čime je taj svemir popunjen. Dakle od jednačine stanja. Pogledajmo o kakvim se jednačinama stanja tu radi.

Za takozvani relativistički gas, a to je gas čije se čestice vrlo brzo kreću, brzinama vrlo bliskim ili jednakim svjetlosnoj, imamo

$$p = \frac{\rho}{3} \qquad \rho\,(a) \sim a^{-4} \qquad a \sim t^{1/2}$$

Za prašinu:

$$p = 0 \qquad \rho\,(a) \sim a^{-3} \qquad a \sim t^{2/3}$$

Za niti ili strune (a sjećamo se da i takve tvorevine nastaju prilikom faznih prelaza u vrlo ranom svemiru) imali bismo:

$$p = -\frac{\rho}{3} \qquad \rho\,(a) \sim a^{-2} \qquad a \sim t$$

Tu treba obratiti pažnju na to da u visokoenergetskoj fizici termin »struna« ili »string« ima još jedno značenje koje ćemo samo uzgred spomenuti kasnije, na kraju našeg izlaganja.

Za domenske zidove imali bismo:

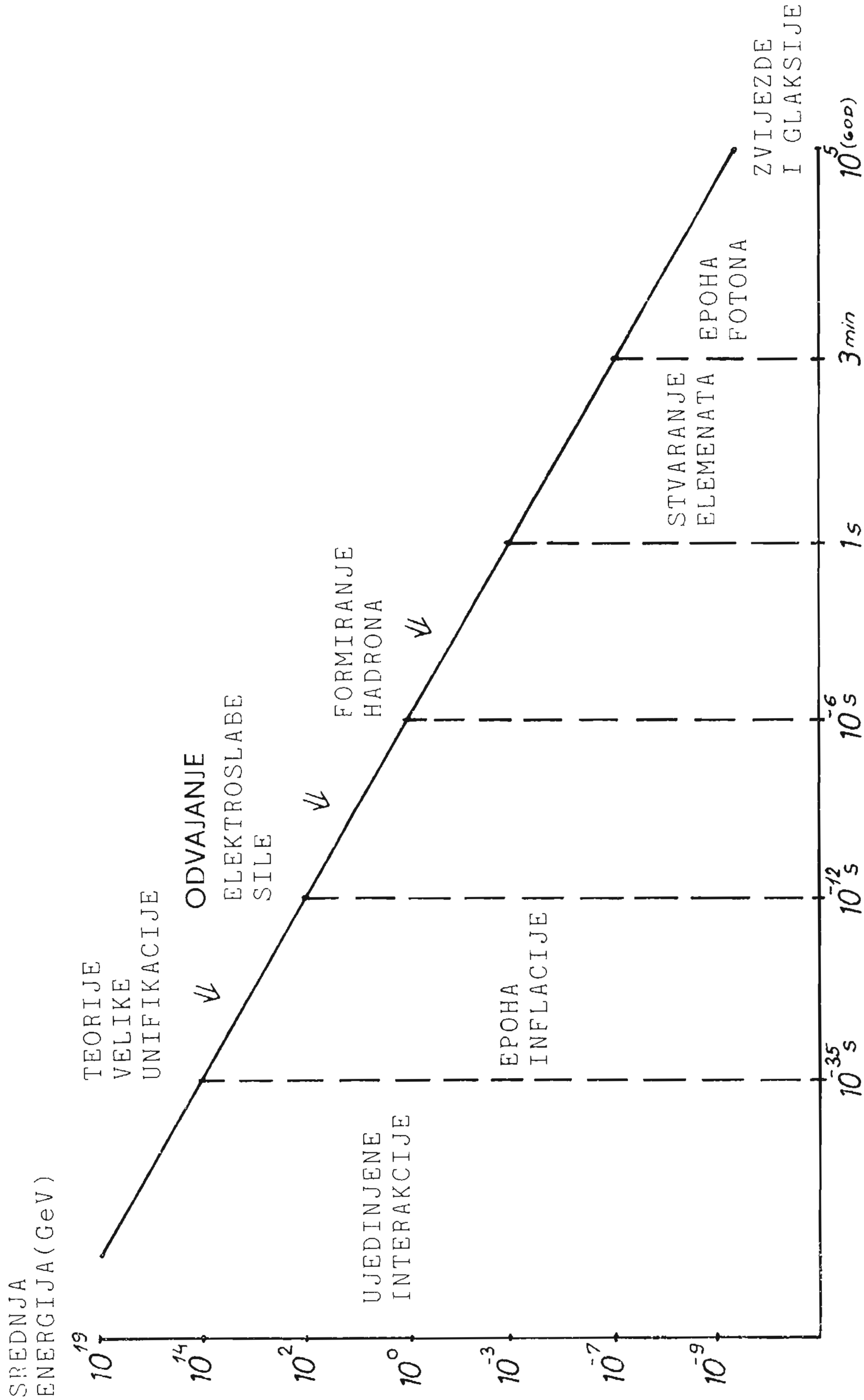
$$p = -\frac{2\rho}{3} \qquad \rho\,(a) \sim a^{-1} \qquad a \sim t^2$$

I konačno za vakuum, i to onaj koji odgovara »lambda članu«:

$$p = -\rho \qquad \rho\,(a) = \text{const} \qquad a \sim \exp\left\{\sqrt{\frac{8\pi G\rho_{vac}}{3}}\,t\right\}$$

Odmah smo ispisali i čemu je proporcionalna energija, odnosno gustina energije, te kakva je vremenska ovisnost dužinskog parametra.

Ove formule možda će postati jasnije iz slijedećeg razmatranja. »a« je neka veličina koja po svom smislu predstavlja dužinu. Prirodno je da je gustina materije proporcionalna inverznoj vrijednosti zapremine, dakle, a^{-3}. Za relativistički gas, na primjer fotonski, gustina također opada po zakonu a^{-3}. Međutim, energija fotona opada sa porastom talasne dužine kao a^{-1}, pa, sve u svemu, za ovisnost energetske gustine od dužinskog parametra imamo proporcionalnost sa a^{-4}.


SREDNJA
ENERGIJA(GeV)
10^{19}
10^{14}
10^{2}
10^{0}
10^{-3}
10^{-7}
10^{-9}
UJEDINJENE
INTERAKCIJE
TEORIJE
VELIKE
UNIFIKACIJE
ODVAJANJE
ELEKTROSLABE
SILE
FORMIRANJE
HADRONA
EPOHA
INFLACIJE
STVARANJE
ELEMENATA
EPOHA
FOTONA
ZVIJEZDE
I GLAKSIJE
$10^{-35}s$
$10^{-12}s$
$10^{-6}s$
1s
3min
10^{5}(GOD)

Slika 11.

Lako je shvatiti i slučaj struna. Masa, a prema tome i energija strune, proporcionalna je njenoj dužini, a broj struna također opada po zakonu a^{-3}. Za domenske stijenke rezonovanje je isto, samo što umjesto dužine imamo površinu.

Primijetili ste da govorimo i o nekom zakonu širenja za svijet koji se sastoji od prašine. Tu se misli na materiju koja nije pretjerano topla i koja se sastoji od čestica koje, u nekoj nama potrebnoj aproksimaciji, smatramo malenim. Sa stanovišta kosmologije, upravo u takvom svijetu živimo, tako da je zakon izmjene dužinskog parametra u ovoj epohi istorije svemira izražen nekom proporcionalnošću sa $t^{2/3}$.

Vratimo se konačno našoj jednačini

$$\rho_c - \frac{K}{a^2} \qquad \rho = \rho_c = \frac{3\dot{a}^2}{8\pi G a^2} .$$

Primjećujemo je za dva različita vremenska trenutka, te lako iz tako dobivenih jednačina nalazimo odnos

$$(\Omega_2^{-1} -1) = (\Omega_1^{-1}-1) \frac{\rho_1 a_1^2}{\rho_2 a_2^2} , \qquad \Omega = \frac{\rho_c}{\rho} .$$

Indeksi 1 i 2 označavaju dva različita vremenska trenutka, a sa Ω se obično označava odnos gustine i kritične gustine.

Činjenica da je Ω danas po redu veličine bliska jedinici ima neočekivane posljedice za naša znanja o ranom svemiru.

Iskoristićemo jednačinu stanja za relativistički gas. U ranom svemiru to je sasvim ispravno tim prije što raspolažemo i ohlađenim zračenjem koje nam je došlo iz ranog svemira, to jest pozadinskim zračenjem, pa možemo da koristimo podatak o njegovoj sadašnjoj temperaturi. Dakle, s obzirom na proporcionalnost $\rho \sim a^{-4}$, gornji odnos postaje:

$$\frac{(\Omega_2^{-1}-1)}{(\Omega_2^{-1}-1)} = \frac{a_2^2}{a_1^2}$$

Sada ostaje još da se sjetimo i toga da je energija fotona obrnuto proporcionalna talasnoj dužini, pa da zaključimo kako je $a_1 : a_2 = T_2 : T_1$. Temperaturu zračenja karakterističnu za naše vrijeme znamo. To je oko 3 K. To poredimo s temperaturom karakterističnom za nuklearne interakcije, odnosno za stvaranje elemenata. Ono se desilo oko 1 sekunde nakon početka širenja svemira. S obzirom da laki elementi u našoj okolnin postoje, te da je njihova rasprostranjenost uspješno izračunata upravo polazeći od kosmologije velikog praska, možemo sa sigurnošću zaključiti da je svemir u tom stanju bio. Pošto je karakteristična energija za takve procese 1 MeV, lako bismo dobili $\Omega_2^{-1} - 1 \approx 10^{-16}$.

Ako bismo pak supstituirali temperature karakteristične za ujedinjene interakcije, to jest, one temperature na kojima prema našim odvojene, dakle odgovarajućeg faznog prelaza u ranom svemiru, onda sadašnjim predstavama elektromagnetska, slaba i jaka sila nisu još bismo dobili i 10^{-54}.

Svakako, kompletan proračun koji smo izvršili samo je vrlo gruba procjena, ali ostaje činjenica da je rani svemir morao imati euklidsku metriku prostora, a mi do nedavno nismo znali niti jedan uvjerljiv razlog za to. Postojao je doduše i jedan više nego uvjerljiv. Sličnom procjenom ovoj koju smo izvršili, moglo bi se lako pokazati da bi u slučaju i minimalne razlike parametra Ω od 1 (u ranom svemiru) došlo ili do praktično trenutnog kolapsa svemira, to jest širenje bi se završilo tako da mi ne bismo imali ni najmanju šansu da se bavimo kosmologijom ili bi širenje bilo tako brzo da se ne bi mogle formirati zvijezde i galaksije, pa mi opet ne bi imali šanse da se bavimo kosmologijom.

Inflacioni model razrješava taj problem. U naš odnos treba sad supstituirati zakonitost ponašanja dužinskog parametra u slučaju gravitirajućeg vakuuma. Možemo se uvjeriti da Ω vrlo brzo teži jedinici. *Nakon toga, mislimo na vrijeme kada svemir izgleda kao »praznina koja se brzo širi«,* dolazi do faznih prelaza i rađanja materije kakvu poznajemo. Vrlo rani svemir prelazi u standardni kosmološki model. Može se pokazati da prisustvo vakuumskog člana, bez obzira na to koliki je odnos prvobitno bio, dovodi do eksponencijalne faze rasta i do toga da svemir bude baš onakav kakav nam treba. Strogo govoreći, to je tako za otvoreni svemir. Za zatvoreni svemir nemamo razloga da budemo sigurni u to. Međutim, ako zatvoreni svemir osciluje (to je ona nekad popularna teorija o tome kako svemir prolazi kroz cikluse širenja i skupljanja), ponovo će u jednoj od tih oscilacija doći do eksponencijalnog režima širenja. Radi se o tome da amplituda takvog oscilovanja mora da raste, ako termodinamika ima i dalje iole uobičajen smisao. U tom slučaju će prije ili kasnije takav svemir narasti dovoljno da vakuumski član postane dominantan i dovede do de Sitterove faze u evoluciji. Šta se može kad imamo posla s tako neobičnim objektom — gustina materije može da padne skoro do nule, a nakon 60 godina preporođeni lambda član ostane isti.

Problem izotropije i homogenosti također se uspješno rješava u okviru inflacionog modela. Prije stadije eksponencijalnog širenja sva materija svemira bila je gotovo na istom mjestu. Smatra se da je tada svemir bio velik 10^{-100} cm. Prema inflacionom modelu, sada je svemir velik oko 10^{800} cm. Obratimo pažnju, ne »vidljivi svemir«, koji je velik svega dvadesetak milijardi svjetlosnih godina, već čitav onaj svemir koji je nastao širenjem prvobitne »tačke«.

Oblasti prostora koje odgovaraju raznim područjima nebeskog svoda su prije inflacionog stadija bile vrlo blizu. Dok se smatralo da svemir »sporo« širio, bilo je nejasno kako su se »usaglasile«. Usaglasile su se, po svemu sudeći, prije inflacije, a ono što se dešavalo poslije, to jest u okviru problematike koju izučava standardna kosmologija, samo je posljedica ranijih događaja. Što se problema horizonta tiče, on je razriješen automatski, pošto dužinski parametar raste brže od horizonta.

Naš četvrti problem bio je problem kosmološke konstante. Energija vakuuma nam se pokazala toliko korisnom u našim rasuđivanjima, da ne treba da se začudimo kad saznamo da je problem vezan uz nju sada još teži nego što je bio prije inflacionog modela.

Kako smo već govorili, u vakuumu postoje najrazličitije tvorevine, kao što su virtuelne čestice najrazličitijih polja, sa svojim beskonačnim doprinosima energiji i našom nadom da se na kraju krajeva sve to kompenzira. Da li baš sve? Logično bi bilo da tu ostane i neki konačan član. Isto tako, upoznali smo se sa faznim prijelazima u vakuumu. Tu se energija vakuuma mijenja. Kako to da je prvobitna energija vakuuma bila toliko strogo određena, da je nakon svih tih peripetija rezultat nula. Od kosmološke konstante ništa nije ostalo! Prije inflacionog modela moglo se reći da postoji neki prirodni zakon koji mi ne znamo, takav da gravitaciona energija vakuuma različita od nule nije dozvoljena. Međutim, mi smo sad čitavu teoriju izgradili upravo na pretpostavci da je u svoje vrijeme vakuumski član u Einsteinovoj jednačini doveo do toga da svijet u kome živimo uopšte postoji, ili bar da na nešto liči. Kako tu da se ponovo ne sjetimo filozofa Panglosa na dvoru barona Trunk den Tronckha.

Peti problem je problem singulariteta. Inflacioni model sam po sebi nije ga riješio, već ga je samo pomakao prije inflacione faze. Doduše, postoje mnogi pokušaji, o kojima ćemo nešto više reći u posljednjem poglavlju.

Šesti problem bio je problem nabojne asimetrije svemira. Često smo spominjali reliktno zračenje. Postoji ogromna količina reliktnih fotona, i na milijardu takvih fotona dolazi, prema našim sadašnjim procjenama, po jedan barion. Ako smo u nekom trenutku imali elektrone i pozitrone, protone i antiprotone, i tako dalje, nakon njihove anihilacije (tako zovema pretvaranje para čestica u fotone) imamo samo fotone. Dovoljno je da na milijardu parova bude jedna čestica viška i dobivamo onaj odnos jedan prema milijardu koji smo pomenuli. Osnovno je pitanje odakle da se pojavi ta čestica viška. Da li tu postoji neki specijalni početni uslov, ili se čestice i antičestice ponašaju ipak različito? U okviru ujedinjenih teorija sila one se zaista i mogu različito ponašati. Na vrlo velikim energijama, odnosno, visokim temperaturama, pretpostavlja se da postoje vrlo teške čestice, takozvani X-bozoni. Takve temperature karakteristične su za svemir 10^{-34} sekunde nakon početka širenja. Razumije se da se ta vrijednost nešto razlikuje od modela do modela. U to vrijeme nije još bilo nikakvog viška čestica.

X i anti-X raspadaju se na takav način da se barionski broj ne čuva — običnim jezikom rečeno to znači da se čak i protoni i antiprotoni u tim procesima intenzivno raspadaju. Pored toga, teorije predviđaju da i dalji procesi sa česticama i antičesticama ne teku jednako brzo. Termodinamička neravnoteža, koja nastaje pri širenju svemira, dovodi do toga da X i anti X ne stižu da anihiliraju, pa tako na kraju imamo svemir sastavljen od materije, a ne antimaterije. Ista priča kao za X važi i za teške Higgsove bozone.

Preduslove za ovakvo razrješenje problema asimetrije stvorio je rad Saharova, još u šezdesetim godinama. Kasnije su iznesene i ujedinjene teorije interakcije, tako da je stvorena kompletna slika procesa. Problem je ipak ostao. Ostao je zato što mi još nemamo pravilnu teoriju ujedinjenih sila. Ona najjednostavnija predviđala je izvjesnu vjerojatnost raspada protona, što je samo po sebi jasno, jer virtuelni X-bozoni postoje i danas. Međutim, proton nikako da se raspadne. Ako se i raspada, vjerovatnoća je mnogo manja nego što se donedavno mislilo. Ovaj problem, koliko znamo, nema direktne veze s inflacionim modelom. Bitno je to da shvatimo kako danas teorije u fizici treba da prođu i kosmološki test. Nije dovoljno da teorija bude matematički konzistentna. Ona treba da je u stanju da prođe ne samo uobičajenu eksperimentalnu, već i kosmološku provjeru. O najvišim energijama samo tako možemo nešto saznati. Neko je izrekao šalu da je rani svemir akcelerator kojim se mogu služiti i siromasi.

Sedmi problem je problem magnetskih monopola. Već smo rekli da inflacija dovodi do toga da niska koncentracija monopola više ne predstavlja problem za teoriju, bar ne pretjerano veliki.

Ostaje nam samo da bacimo pogled na dijagram i vidimo kako je prema današnjim predstavama izgledao vrlo rani svemir. Teorija nije konačna, u prvom redu zato što nemamo ujedinjenu teoriju u koju bismo se pouzdali. Upravo rani svemir treba da nam pomogne da takvu odaberemo. U posljednjem poglavlju pozabavićemo se pitanjem da li je nečega bilo i prije ovog svemira.

IV **KRAJ KOJI BI MOGAO DA BUDE I POČETAK**

»Sistematika poslije Hegela nije moguća. Jasno je da svijet predstavlja jedinstven sistem, to jest povezanu cjelinu, međutim spoznaja tog sistema zahteva spoznaju čitave prirode i istorije, što ljudi nikad ne postižu. Stoga onaj, ko gradi sistem, mora da popunjava beskrajne praznine vlastitim izmišljotinama, to jest da iracionalno fantazira, da se bavi ideologiziranjem«.

FRIDRIH ENGELS

1. Rađanje svemira

Najveći problem kosmologije svakako je problem početnog singulariteta. Danas već dolazi i do pokušaja razrješavanja tog problema. Mi se nećemo mnogo udubljivati u tu problematiku, pošto bi se radilo o izlaganju teorija koje još nisu dovoljno izgrađene.

Osnovni problem je svakako to što mi nemamo fizičku reoriju za koju bismo bili dovoljno sigurni da opisuje prirodu kada su i pitanja tako visoke energije s kakvima računamo kada razmatramo početni period širenja svemira.

Ipak, neke mogućnosti objašnjavaju tog fenomena postoje. Jedna od najbitnijih i za teoriju najkritičnijih stvari je saznanje da je svemir u nekoj vrlo ranoj početnoj fazi svog širenja bio praktično ravan. Koliko god to bilo važno za inflacioni model, gdje se to postiže zahvaljujući eksponencijalnom širenju, za mnoge modele »rađanja svemira« to je, kako ćemo se uvjeriti, još važnije. Sve dok ne pronađemo nedostajuću masu, ti modeli biće na granici između hipoteze i spekulacije.

Ako se svemir zaista »rodio«, onda ono što je bilo ranije ne bi trebalo da ima masu i energiju. U protivnom je samo postavljanje pitanja o rođenju besmisleno. Nas sada interesuje da li je besmisleno govoriti i o materiji bez mase i energije, odnosno, da li nam naša znanja omogućuju da pronađemo bar neki jezik za opisivanje takvog objekta. To izgleda teško, pošto mi uvijek radimo s nekim zakonima očuvanja. Ipak, situacija nije toliko beznadna koliko se donedavno činilo.

Pregledaćemo prvo kako stvari stoje na nivou specijalne teorije relativnosti. Iz škole znamo za takozvani defekt mase. Radi se o još jednoj neočekivanoj posljedici relacije $E=mc^2$.

Uzmimo na primjer, jezgru sastavljenu od protona i neutrona. Njena ukupna masa manja je od sume mase slobodnog protona i slobodnog neutrona.

$$m_D = m_n + m_p - \frac{\Delta E}{c^2}, \qquad \Delta E = 2{,}2 \text{ MeV}$$

Defekt mase uslovljen je interakcijom među nukleonima. Zakoni očuvanja nisu narušeni. Kako se smatra, upravo zahvaljujući ovom defektu imamo glavninu energije koja nam dolazi od Sunca. Dakle, ono što manjka, otišlo je na zračenje.

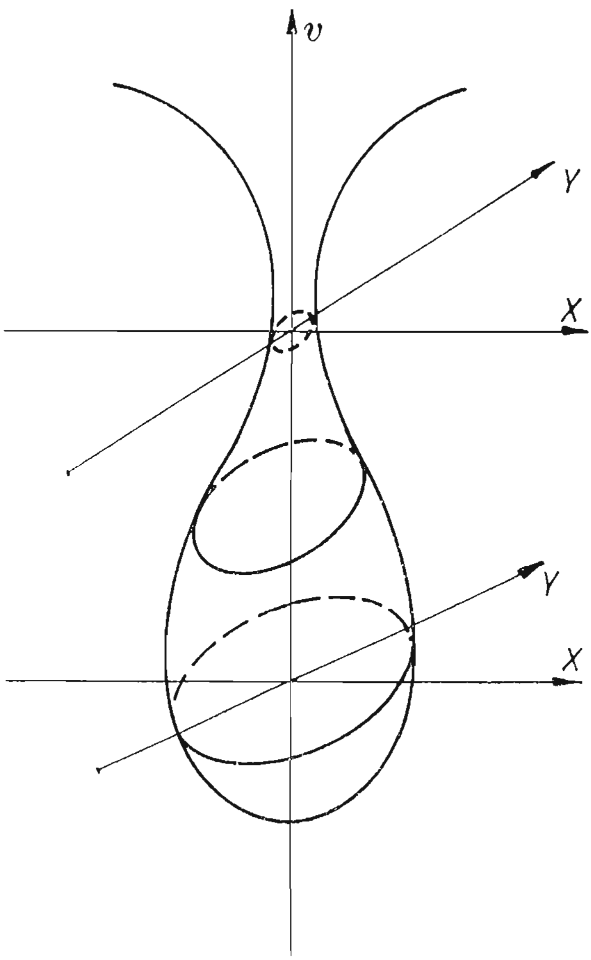
Nema nikakvog razloga zašto takav efekat ne bi postojao i u slučajevima drugih interakcija, a ne samo jake. Prema tome, on je tačan i u slučaju gravitacione interakcije. Ukupna masa dvojne zvijezde mora biti nešto malo manja od sume masa komponenti. Svakako, ovo je sve bilo rečeno u okviru specijalne teorije relativnosti. Međutim, rasuđivanje je u principu ispravno i u slučaju opšte teorije relativnosti.

Važno je da znamo da li je moguće cjelokupnu masu tako pretvoriti u nulu, a da od objekta nešto i ostane, to jest, da sav ne pređe u zračenje.

Problematiku crnih jama i matematički aparat vezan uz to mi u našem tekstu nismo razmatrali, a to je ono što bi nam u ovom trenutku dobro došlo.

Ipak, možemo provesti slijedeće heurističko razmatranje. Uzmimo da imamo neku kuglu. U izraze za defekt mase i za ukupnu masu ulaze gustina i radijus. Može se naći takva njihova veza koja omogućava da masa bude jednaka nuli. To je moguće samo na neka ponašanja gustine kod različitih pritisaka, dakle, rezultat bitno ovisi od jednačine stanja. To navodi na pomisao da se dodavanjem mase može stvoriti crna jama čija će masa za vanjskog posmatrača biti jednaka nuli.

Takvo rješenje zaista postoji. Radi se o takozvanom »poluzatvorenom modelu«. Za vanjskog posmatrača to izgleda kao Schwartzshildov singularitet proizvoljno male mase. »Iznutra« imamo metriku Fridmanovog tipa.



x,y - prostorne koordinate

v - fiktivna koordinata koju koristimo da bismo mogli "crtati" prostorno-vremensku metriku

Slika 12.

Diskusija korektnosti ovakve konstrukcije i složena topologija koja se tu dobiva izlazi iz okvira naših razmatranja. Ono što je za nas zanimljivo, to je da zatvoreni svijet može imati ukupnu masu jednaku nuli. Bitno je to da promjena radijusa takvog svijeta ne protivrječi zakonu održavanja energije.

Sjetimo se sada ponovo virtuelnih čestica i relacije

$\Delta E \Delta t \sim \hbar$

Vrijeme postojanja nečega što ima nultu energiju nije ograničeno. Nultu energiju može se mjeriti koliko god se hoće.

Ostaje nam da pretpostavimo kako neka teorija opisuje vjerovatnoću nastanka takvog objekta. Moglo bi se pokazati kako najprirodnije izgleda pretpostavka da je najvjerovatnije rađanje upravo nekog vrlo malog svemira, sa malom masom tvari. Međutim, ako se realizuje nama već poznata jednačina stanja $p = -\rho$ dolazi do inflacije i rađanja čestica, poslije čega nastupa faza standardne kosmologije.

Postoji i druga varijanta rješenja problema singulariteta. Zamislimo prostor sa slučajno raspoređenim skalarnim poljem. Ako se slučajno desi da to skalarno polje bude u nekoj oblasti homogeno i njegova koncentracija pri tome dovoljno velika, ta oblast prostora doživljava eksponencijalno širenje, a dalje sve ide po nama već dobro poznatom scenariju.

Te dvije varijante rješenja problema singulariteta nisu i jedine. Ono što je važno to je da se led konačno pokrenuo. U ovom trenutku može izgledati da su dogmatski nastrojeni filozofi bili potpuno u pravu kada su pružili tako glasan i jak otpor standardnoj kosmologiji. U ponečemu su zaista i bili, posebno zato što je u kosmologiji decenijama vladao svojevrsni kreacionistički dogmatizam, kada je »velika eksplozija« otvoreno identifikovana sa aktom stvaranja svijeta iz objavljenih religija. Ipak, situacija nije tako jednostavna. Zamjerke tih filozofa relativističkoj kosmologiji uglavnom su se svodile na neargumentovane napade na samu teoriju relativnosti. Iz raznih varijanti rješenja problema singulariteta mi možemo da zaključimo (ili bar pretpostavimo) da objekat koji smo nazivali svemirom nije jedini takve vrste, dok su i kreacionisti i vulgarni materijalisti upadali u istu grešku i fizikalni objekt »vidljivi svemir« identifikovali sa filozofskom kategrijom materije. Tako su i jedni u drugi, da ne pominjem i ostale škole mišljenja, stalno nalazili razloge da pišu članke u kojima su ove ili one naučne rezultate proglašavali za trijumf svojih pogleda na svijet. Danas se najčešće susrećemo sa spekulacijama u vezi »nastanka iz ničega«. Međutim, ako se eksperimentalno možemo uvjeriti u materijalnost virtuelnih čestica, to jest, mjeriti efekte koje proizvodi vakuum, nema razloga da na isti način ne tretiramo i virtuelni prostor iz kojeg je mogao možda nastati naš svemir. Ustvari, da bi naša rasuđivanja imala smisla, mi to i moramo činiti. Nešto što bismo smatrali »ničim« ne može se nikako ni opisati. A nama je iz nepoznatog razloga stalo da sve shvatimo i opišemo.

2. Još jednom o ranom svemiru i fizici visokih energija

Na osnovu svega do sada izloženog mogli smo da zaključimo kako je ispravnost standardne kosmologije dokazana, a teškoće koje su za nju karakteristične možda može da riješi inflacioni model koji opisuje najranije faze širenja svemira. Samo rađanje svemira još uvek je za nas problem, međutim, i tu se, po prvi put, pojavljuju modeli koji nisu apsolutne spekulacije, već mogući pravci razvoja našeg znanja o prirodi. Slika koju smo izgradili oslanja se na naše znanje u oblasti teorije gravitacije i visokoenergetske fizike. Nabrojaćemo i niz eksperimenata značajnih za kosmologiju i visokoenergetsku fiziku. Prvi od njih bio bi pokušaj registrovanja raspada protona. Eksperimenti se obavljaju na detektorima smještenim duboko pod zemljom (da se izbjegne radioaktivni fon i kosmičko zračenje) i služe za provjeravanje zaključaka teorija velike unifikacije. Kao drugo, spomenimo dalju potragu za monopolom. Otkriće takve čestice mnogo bi značilo kako za teoriju unifikacije sila, tako i za kosmologiju ranog svemira, pošto bismo odmah mogli odbaciti mnoge prisutne teoretske modele i intenzivirati istraživanja u okviru onih modela koji predviđaju veću koncentraciju (dovoljnu za registrovanje) monopola.

Vrlo su značajni eksperimenti vezani za potragu za Higgsovim česticama. Njih se traži u eksperimentima na akceleratorima. Mislimo da je iz ranijeg izlaganja jasno koliko bi to značajno otkriće bilo. Treba istaći i eksperimente mjerenja mase neutrina (sjetimo se problema skrivene mase), mjerenja temperature i anizotropije reliktnog zračenja, i tako dalje.

Mi ovde nismo u prilici da detaljno opišemo te eksperimente. Ono što je bitno, to je da se shvati kako su u oblasti najviših energija fizika elementarnih čestica i kosmologija vrlo ranog svemira postale nerazdvojne. Nije moguće da teorija unifikacije sila koja daje na primjer drugi izotopski sastav svemiru od opaženog ili drugi odnos broja fotona i broj bariona bude ispravna. Možda u nekom drugom svemiru... Najčudnije od svega da ova posljednja rečenica nije sasvim šala.

Na mnoga pitanja nismo mogli da odgovorimo zato što nemamo ujedinjenu teoriju koja bi obuhvatila i gravitaciju. Što se tiče ujedinjavanja sila na najvišim energijama, postoje mnoge teorije i mnogi modeli. Da spomenemo samo kompaktifikaciju ekstradimenzija, supergravitaciju i superstiringove. O svakoj od tih teorija može se napisati niz knjiga u kojima bismo bezuspješno pokušali ovako »pješke« doći do razumevanja. Ipak, možda mi i imamo već ispravnu teoriju, samo još toga nismo svjesni. Možda treba samo odabrati pravi u obilju modela, te ga dalje razviti.

I takav model morao bi da prođe kosmološki test.

Vrijeme je da se izlaganje privodi kraju. Nismo uspjeli da izložimo praktično ništa od astrofizičke problematike relevantne za našu temu. Što se tiče fizike elementarnih čestica bili smo, najblaže rečeno, fragmentarni. U vezi s problematikom gravitacionog kolapsa nismo rekli gotovo ništa.

Možda je tako i trebalo da bude. Tema je vrlo široka i vezana s mnoštvom drugih tema. Ne može nam se zamjeriti što nismo stigli da o beskraju sve kažemo.

Mi i ne znamo da li živimo u najboljem od svih mogućih svjetova (kakvi li su onda tek ostali?) ili u nekom sasvim standardnom primjerku.

Brz razvoj nauke doveo je do toga da ona bude ljudima nerazumljiva — tako bar obično kažu. Ne bih se slošio s tim. U prošlosti većina nije ni znala da nauka postoji. Mislim na nauku u današnjem smislu riječi. Međutim, ako izostane napor potreban kako za shvatanje koncepcija moderne nauke, tako i za njihovo pretvaranje u dio opštekulturnog fonda čovjeka, jedna sredina ili čak čitavo čovječanstvo može se naći u situaciji srednjovjekovnih ljudi koji više nikako nisu htjeli da povjeruju kako je zemlja okrugla. Jedna brošura više manje kompilativnog tipa tu ne rješava mnogo. Vrlo je važno da veći broj ljudi bude u toku sa savremenom naučnom problematikom. Tu se postavlja pitanje literature. Nećemo govoriti o časopisima koji su namijenjeni onima koji se nekom oblašću fizike neposredno bave. Kvalifikovano napisani revijalni članci namijenjeni prvenstveno stručnjacima objavljuju se u časopisima kao što su »Physics Reports« i »Успехи физических наук«. Nešto jednostavniji pristup (još uvijek za fizičare) nalazimo na primjer u »Physics Today«, dok je najkvalitetnija popularizacija ona koju nalazimo u časopisu »Scientific American«. Ovaj posljednji časopis izdaje se i na ruskom jeziku pod naslovom »В мире науки« i nama je iz finansijskih razloga dostupniji. Svakako da ovaj spisak ne daje sve relevantne časopise, ali, daje neku orijentaciju.

Od važnih djela namijenjenih široj publici koja su se pojavila na našem jeziku treba svakako spomenuti i »Kratku istoriju vremena« S. Hawkinga.

Dakle, pošto su nakon svega mnoge stvari sigurno ostale nejasne, onaj koga to stvarno interesuje najbolje je da potraži odgovore u onim izvorima koji su najprimerniiji njegovom prethodnom znanju.

I šta reći na kraju? Možda je dovoljno da jedni drugima poželimo sreću u potrazi za saznanjem.

S A D R Ž A J

I IZVORI

1. Antika i srednji vijek 9
2. Isaac Newton 15
3. Rađanje nove geometrije 17

II SPECIJALNA I OPŠTA TEORIJA RELATIVNOSTI

1. Eter i relativnost kretanja 27
2. Lorentzove transformacije, vrste intervala 33
3. Napomene o Einsteinovoj teoriji gravitacije 42

III RELATIVISTIČKA KOSMOLOGIJA

1. Kosmološka rješenja Einsteinovih jednačina 49
2. Veliki neriješeni problemi 63
3. Vakuum u kvantnoj teoriji polja 66
4. Inflacioni model 71

IV KRAJ KOJI BI MOGAO DA BUDE I POČETAK

1. Rađanje svemira 81
2. Još jednom o ranom svemiru i fizici visokih energija . . 84