



UNIVERZITET U BEOGRADU
Matematički fakultet

Marko Pavlović

Nova $\Sigma - D$ relacija za Galaktičke ostatke supernovih

Diplomski master rad

Beograd, 2011.

Zahvalnica

Zahvaljujem se svom mentoru, prof. dr Dejanu Uroševiću na ideji za ovaj rad. Najviše sam mu zahvalan zbog toga što sam prva radio-astronomska znanja usvojio od njega. Zahvalnost dugujem i dr Branislavu Vukotiću koji mi je mnogo pomogao u razvoju programskog koda koji prati rad i čije su ideje ovaj rad učinile ozbiljnijim i konkretnijim. Zahvaljujem se i dr Bojanu Arbutini na pažljivom čitanju rukopisa i korisnim komentarima. Na kraju se zahvaljujem Ministarstvu prosvete i nauke Republike Srbije koje je finansiralo moj rad na tezi preko projekta broj 176005, "Emisione magline: struktura i evolucija".

Sadržaj

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Uvod | 1 |
| 1.1 | Ostaci supernovih | 1 |
| 1.2 | Metodi određivanja daljina do Galaktičkih ostataka supernovih | 3 |
| 1.3 | Ukratko o ovom radu | 5 |
| 2 | $\Sigma - D$ relacija | 6 |
| 2.1 | Definicija i osnovni pojmovi | 6 |
| 2.2 | Teorijske relacije | 7 |
| 2.2.1 | Uvod | 7 |
| 2.2.2 | Teorija Šklovskog | 7 |
| 2.2.3 | Teorija Đurića i Sikvista | 9 |
| 2.2.4 | Model iz rada Berežka i Folka | 10 |
| 2.3 | Empirijske relacije | 11 |
| 2.3.1 | Uvod | 11 |
| 2.3.2 | Relacija Kejsa i Batačarije | 13 |
| 2.4 | Kritički osvrt na $\Sigma - D$ relaciju | 15 |
| 3 | Statistička obrada podataka | 17 |
| 3.1 | Regresija | 17 |
| 3.2 | $\Sigma - D$ i $D - \Sigma$ relacije | 18 |
| 3.3 | Ortogonalna regresija | 19 |
| 3.4 | Butstrap metoda | 21 |
| 4 | Uzorak, analiza i rezultati | 22 |
| 4.1 | Formiranje uzorka za kalibraciju $\Sigma - D$ relacije | 22 |
| 4.2 | Primena ortogonalnog MNK na kalibracioni uzorak | 24 |
| 4.3 | Daljine do ostataka G178.2-4.2 i G25.1-2.3 | 28 |
| 4.4 | $\Sigma - D$ relacija za ostatke u gustom sredini | 29 |
| 4.5 | Ostaci u retkoj međuzvezdanoj sredini | 31 |
| 5 | Zaključak | 34 |
| 6 | Literatura | 35 |
| | Prilog | 38 |

1 Uvod

1.1 Ostaci supernovih

Prilikom eksplozije supernove (SN), preko materijala izbačenog eksplozijom, u okolni prostor oslobodi se kinetička energija $\sim 10^{51}$ erga. Ostatak supernove (OS)¹ započinje svoj život formiranjem udarnog talasa u interakciji izbačenog materijala sa okolnom međuzvezdanom materijom (MZM)² i magnetnim poljem. Bez prisustva magnetnog polja, za tipične vrednosti brzine izbačenog materijala $\sim 10^4$ km/s i gustinu sredine od $n_{\text{H}} \sim 1 \text{ cm}^{-3}$ udarni talas se ne bi formirao. Značaj magnetnog polja je u tome što izbačene naelektrisane čestice počinju da kruže oko linija sila i tako stvaraju barijeru između izbačenog gasa SN i MZM. Na opisani način nastaju udarni talas i samim tim ostatak supernove. Udarni talas dalje sabija okolno magnetno polje i ubrzava čestice do ultrarelativističkih brzina, što dovodi do jake sinhrotronske emisije. Sinhrotronska emisija je vrlo jaka u radio-području, a prividno najjači radio-izvor na nebu, Kasiopeja A (Cassiopeia A, Cas A), je upravo jedan OS (Slika 1).

Opšta klasifikacija OS izvršena je na osnovu optičkog spektra ali i na osnovu krive sjaja. Dve glavne klase ostataka utvrđene su na osnovu prisustva ili odsustva vodonikovih linija u spektru: SN tipa I (SN I) nemaju linije vodonika u svom spektru, dok su one koje sadrže linije vodonika svrstane u tip II (SN II). SN tipa I imaju još i podelu (Weiler 2003) prema drugim linijama u spektru na: SN tipa Ia (sa jakim linijama silicijuma SiII), SN tipa Ib (sa linijama helijuma HeI) i tipa Ic (bez linija silicijuma i helijuma). SN tipa Ia nastaju brzim sagorevanjem (deflagracijom) belih patuljaka u dvojnim sistemima.

Za više informacija o hidrodinamičkoj evoluciji OS i evoluciji magnetnog polja pogledati radove Arbutina (2005) i Vukotić (2006).

Evolucija ostatka supernove odvija se u sledeće četiri faze:

(i) Faza slobodnog širenja. Za vreme ove faze, udarni talas se širi skoro slobodno kroz prostor i radijus ostatka se menja sa vremenom po zakonu $R \propto t$. Evolucijom ostatka u ovoj fazi rukovode energetske uslovi definisani eksplozijom supernove. Ostatak se nalazi u ovoj fazi približno do trenutka kada masa MZM koju je prebrisao udarni talas postane veća od mase koja je izbačena u eksploziji.

(ii) Adijabatska faza. Ova faza se često naziva i faza Sedova (Sedov 1959). Generalno gledano, ovo je najduža faza u evoluciji OS. U ovoj fazi evolucijom ostatka počinju da upravljaju karakteristike međuzvezdanog gasa kroz koji je udarni talas prošao. Promena radijusa je definisana sa $R \propto t^{\frac{2}{5}}$. Iako ostatak u ovoj fazi evidentno zrači, smatra se da su gubici energije na zračenje zanemarljivo mali u odnosu na ukupnu energiju oslobođenu eksplozijom.

(iii) Izotermalna faza. Ova faza se još naziva i radijativna faza. OS izlazi iz faze Sedova kada približno polovinu svoje energije dobijene eksplozijom izgubi zračenjem. Tada se prebrisani gas OS ne zagreva značajno i gubici energije na zračenje više nisu zanemarljivi. Energija nije očuvana unutar ovog sistema ali impuls jeste pa se radijus menja po zakonu $R \propto t^{\frac{1}{4}}$.

¹engl. supernova remnant (SNR)

²engl. interstellar matter (ISM)

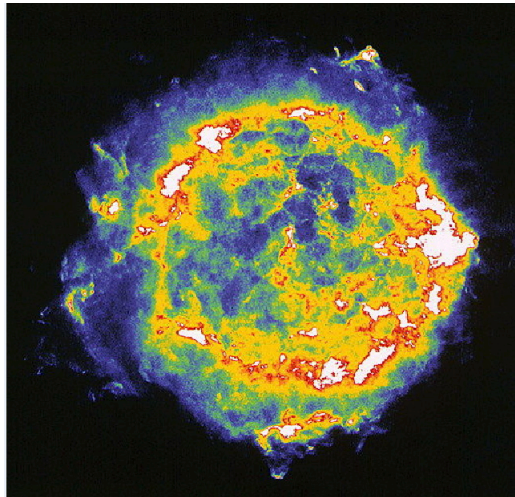
(iv) **Faza rasipanja.** Ovo je poslednja faza evolucije jednog OS. U njoj se ostatak polako razgrađuje i sjedinjuje sa okolnom MZM. Ovo se dešava kada brzina udarnog talasa padne ispod vrednosti brzine zvuka u datoj sredini.

OS zrače pretežno sinhrotronski, njihov spektar uglavnom je netermalni i dobro se aproksimira stepenim zakonom u obliku:

$$S_\nu \propto \nu^{-\alpha}, \quad (1)$$

gde je S_ν gustina fluksa zračenja na frekvenciji ν a α predstavlja spektralni indeks. Pored pomenutog netermalnog (sinhrotronskog) zračenja, OS mogu imati termalnu emisiju u kontinuumu, termalne optičke linije kao i X-kontinuum (Vukotić 2006). Proučavanje OS je relativno mlada oblast astrofizike čije je nastajanje pratio razvoj pre svega radio-astronomije a kasnije X, γ i infracrvene astronomije. Do danas je detektovano oko 270 OS u Galaksiji (Green 2009) i oko 360 vangalaktičkih ostataka (Chomiuk & Wilcots 2009).

Određivanje daljina do OS u Galaksiji predstavlja važan zadatak. Detaljno proučavanje OS zavisilo je najvećim delom od posmatranja u radio-području. Ipak, na posmatranja radio-teleskopima utiče nekoliko selekcionih efekata (Case & Bhattacharya 1998): **(1)** teška detekcija ostataka zbog malog površinskog sjaja, posebno u regionima gde je pozadina sjajna, **(2)** neki OS ne mogu biti detektovani zbog male ugaone veličine, i **(3)** posmatranja ne pokrivaju nebo ravnomerno (Green 1991). Skorija posmatranja OS vršena su radio-teleskopima sa boljom osetljivošću, većom ugaonom rezolucijom i ravnomernijim pokrivanjem neba od ranijih, kao i korišćenjem X, γ i infracrvenih teleskopa. Primenom boljih instrumenata otkriveni su OS manjeg površinskog sjaja i manjih ugaonih dimenzija, što je kao rezultat imalo povećanje broja poznatih OS. Takođe fizičke i posmatračke karakteristike poznatih ostataka su bolje određene. Ipak, većina OS još uvek nema dobro određena rastojanja.



Slika 1: *Cassiopeia A* (Cas A), prividno najjači izvor radio-zračenja na nebu (izvor: Very Large Array, VLA, New Mexico)

Gruba podela ostataka supernovih je na (Case & Bhattacharya 1998): **ljuskaste** ostatke (S tip), sa difuznom, ljuskastom emisijom i strmim radio-spektrom; **plerionske** ostatke (F tip), koji sadrže centralni izvor, imaju ravan radio-spektar ali ne i ljuskastu strukturu; i **kompozitni** ostaci (C tip) koji pokazuju karakteristike prethodno navedenih tipova, imaju centralni izvor ali i difuznu ljuskastu strukturu.

Rastojanja do OS mogu direktno biti određena ukoliko se nalaze blizu HI, HII regiona ili molekulskih oblaka, uz pomoć OB asocijacija zvezda, pulsara ili merenjem optičkih brzina i sopstvenih kretanja. Kada je nemoguće direktno određivanje rastojanja do OS, procena udaljenosti za ljuskaste ostatke vrši se uz pomoć $\Sigma - D$ relacije, veze između površinskog sjaja objekta Σ i njegovog dijametra D .

1.2 Metodi određivanja daljina do Galaktičkih ostataka supernovih

Za mali broj OS u Galaksiji moguća je direktna procena daljine, bez primene $\Sigma - D$ relacije. Direktne procene daljina su ujedno i najpreciznije. Ovi ostaci su jako značajni jer formiraju uzorak kalibratora iz koga se određuje empirijska $\Sigma - D$ relacija. Zbog toga ćemo posebnu pažnju u ovom radu posvetiti osnovnim metodama procene daljina Galaktičkih OS (Green 1984).

(i) **Ostaci supernovih čije su eksplozije istorijski zabeležene.** Postoje dve metode koje se primenjuju za ostatke supernovih čije je pojavljivanje zabeleženo u istorijskim zapisima. Prvi se primenjuje u slučajevima kada su krive sjaja SN dovoljno dobro određene da se iz njih može izvesti zaključak da pripadaju tipu I. Njihove optičke krive sjaja sve liče jedna na drugu, a spektri su im vrlo homogeni. Apsolutni sjaj u maksimumu im se kreće od $M_v = -19.34$ do $M_v = -19.64$ sa malom disperzijom (Weiler 2003). Tada je moguće primeniti sledeću relaciju:

$$5 \log_{10} (r/10) = m_v(\text{max}) - M_v(\text{max}) - A_v, \quad (2)$$

gde je r daljina do SN u parsecima, $M_v(\text{max})$ apsolutna magnituda SN tipa I, $m_v(\text{max})$ prividna magnituda u maksimumu sjaja SN određena iz istorijskih posmatranja i A_v optička ekstinkcija. Drugi metod, primenjiv na istorijske ostatke poznate starosti, za procenu daljine koristi ugaone dimenzije OS. Daljina ostatka $r(\text{kpc})$, ugaonog dijametra $\theta(\text{arcmin})$, starosti $t(\text{god})$ i srednje brzine širenja $V_s(\text{km/s})$ iznosi:

$$r = 7.03 \cdot 10^{-6} \frac{V_s t}{\theta}. \quad (3)$$

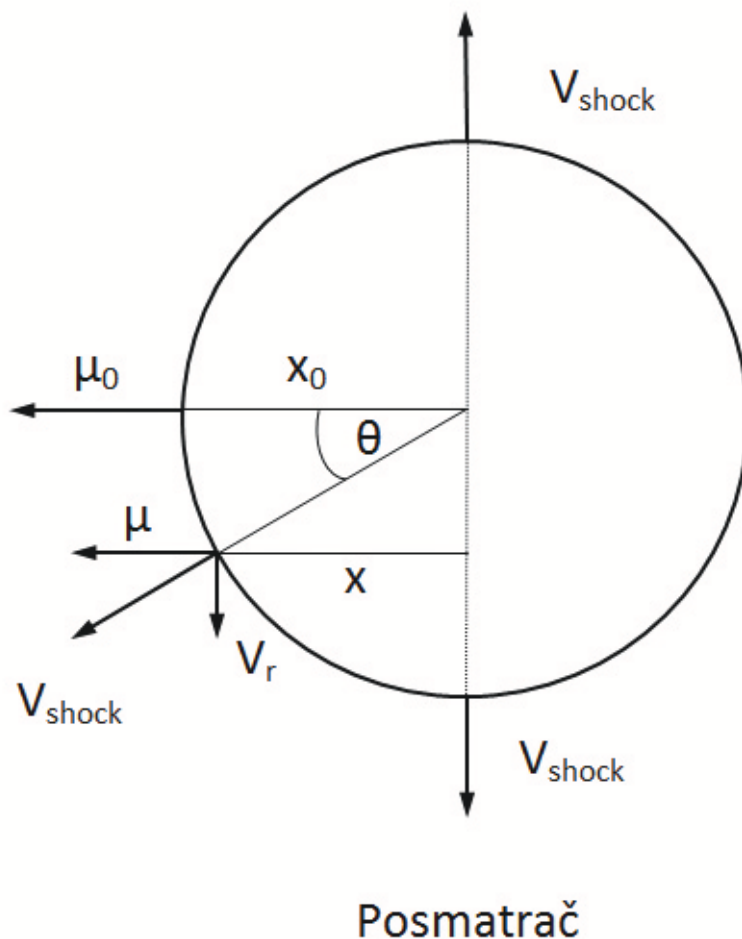
Čak i kada nije poznata brzina širenja ostatka, formula (3) daje gornju granicu daljine ostatka na osnovu teorijskih procena brzina širenja ostataka u određenim fazama evolucije.

(ii) **Sopstvena kretanja i radijalne brzine.** Ovaj metod se zasniva na određivanju sopstvenog kretanja i radijalne brzine optičkih filamenata. Za sfernu ljusku koja se ravnomerno širi (Slika 2) izmereno sopstveno kretanje μ''/god i radijalna brzina $V_r(\text{km/s})$ filamenta u tački P dati su jednačinama:

$$\mu = \mu_0 \cos \theta, \quad (4)$$

$$V_r = V_{\text{shock}} \sin \theta, \quad (5)$$

gde je V_{shock} brzina širenja ostatka, μ_0 sopstveno kretanje filamenata na obodu ljuske a θ ugaono rastojanje tačke P od tačaka na obodu ljuske.



Slika 2: Širenje sfernog ostatka supernove (Green 1984).

Postoje dve osnovne varijante ovog metoda. Prva varijanta se zasniva na određivanju ugla θ za više filamenata jednog ostatka koristeći rastojanja x i x_0 . Znajući sopstveno kretanje i radijalnu brzinu filamenata dobijamo daljinu r (kpc) OS:

$$r = 2.1 \cdot 10^{-4} \frac{V_r \cot \theta}{\mu}. \quad (6)$$

Druga varijanta se primenjuje kada je poznato sopstveno kretanje μ_0 i brzina širenja V_{shock} a daljina se dobija uz pomoć jednačine:

$$r = 2.1 \cdot 10^{-4} \frac{V_{\text{shock}}}{\mu_0}. \quad (7)$$

Koristi se pretpostavka da je prostorna brzina optičkih filamenata blizu oboda ljuske jednaka brzini filamenata u centralnom delu. Međutim, na optičku emisiju OS utiče interakcija udarnog talasa sa okolnom MZM, pa je brzinu filamena funkcija njegovog položaja u OS.

(iii) Kinematička rastojanja. Daljine do najvećeg broja kalibracionih Galaktičkih ostataka se dobijaju korišćenjem kinematičkog metoda. Radijalna brzina MZM koja okružuje ostatak određuje se iz radio ili optičkih posmatranja i konvertuje u daljinu uz pomoć modela Galaktičke rotacije. Moderne krive rotacije koriste parametre $R_{\odot} = 8.5\text{kpc}$ i $V_{\odot} = 220\text{km/s}$ (Case & Bhattacharya 1998).

Radio-posmatranja na 21 cm daju apsorpcioni spektar neutralnog vodonika HI u pravcu Galaktičkih ostataka. Hladni HI u MZM ispred ostatka apsorbuje emisiju ostatka u kontinuumu i položaj OS je određen brzinom na kojoj apsorpcija prestaje. Primena ove tehnike ograničena je na ostatke sa velikim površinskim sjajem jer je, u suprotnom, emisija u kontinuumu suviše slaba da bi bila detektovana apsorpcija u MZM.

Detekcija radio-linija molekula OH i formaldehida takođe se koristi za određivanje kinematičkih daljina OS. Ipak, ovi molekuli su nehomogeno raspoređeni u Galaksiji pa se metod koristi samo za procenu donje granice daljina.

(iv) Drugi metodi. Daljina nekih Galaktičkih ostataka može biti procenjena na osnovu pripadnosti ostatka drugim objektima (npr. HII regioni, OB asocijacije, molekulski oblaci, pulsari). Neprecizno određene daljine do ovih objekata direktno utiču na grešku procene daljine OS. Ponekad i pripadnost OS određenom objektu može biti pogrešno pretpostavljena.

1.3 Ukratko o ovom radu

Glavna tema ovog rada je empirijska $\Sigma - D$ relacija za ostatke supernovih zvezda i njena primena na ostatke u Galaksiji. Cilj je određivanje nove empirijske $\Sigma - D$ relacije koja će pokazivati bolje slaganje sa novijim teorijskim $\Sigma - D$ relacijama (Berezhko & Volk 2004).

Za postizanje pomenutog cilja korišćen je uzorak kalibratora iz novog Grinovog kataloga OS iz 2009. godine (Green 2009). U novom katalogu nalazi se 274 ostataka iz Galaksije, što je za 59 više od kataloga iz 1996. godine (Green 1996) koji su koristili Kejs i Batačarija (Case & Bhattacharya 1998) za izvođenje svoje $\Sigma - D$ relacije. Pored većeg broja ostataka, rastojanja do pojedinih su preciznije određena korišćenjem boljih instrumenata i metoda.

Dalje u radu je opisan metod dobijanja empirijske $\Sigma - D$ relacije, a ovde treba istaći da je većina autora do sada koristila standardnu proceduru fitovanja u $\Sigma - D$ ravni baziranu na vertikalnoj χ^2 regresiji (Slika 6). U ovom radu umesto vertikalne koristimo ortogonalnu regresiju. Ova promena ima svoje teorijsko opravdanje a vrednost parametra β iz jednačine (8) je bliža teorijskoj iz rada Berežka i Folka iz 2004. godine.

2 $\Sigma - D$ relacija

2.1 Definicija i osnovni pojmovi

$\Sigma - D$ relacija je veza između površinskog sjaja na određenoj frekvenciji (radio-oblast) Σ_ν i dijametra ostatka supernove D . Pomenuta veze najčešće se navodi u obliku:

$$\Sigma_\nu(D) = AD^{-\beta}, \quad (8)$$

gde parametar A zavisi od karakteristika eksplozije SN i karakteristika MZM, kao što su energija eksplozije SN, masa izbačenog materijala SN, gustina MZM, jačina magnetnog polja itd, dok je parametar β nezavisan (ili zavisi jako malo) od pomenutih karakteristika eksplozije (Arbutina & Urošević 2005).

Ranije studije $\Sigma - D$ relacije nisu pravile razliku između klasa OS, najviše zbog manjka posmatračkih podataka, što je rezultiralo pretpostavkom da su sve karakteristike radio-evolucije ostataka zapravo iste za sve ostatke. Ipak, kasnije se ispostavilo da se pomenute karakteristike mogu znatno razlikovati u zavisnosti od tipa ostatka (Arbutina & Urošević 2005) i načina na koji se menja magnetno polje tokom evolucije OS.

Dalje, za prikaz izvođenja $\Sigma - D$ relacije neophodno je uvesti nekoliko osnovnih radio-astronomskih pojmova.

Gustina fluksa³ radio-zračenja po definiciji je veličina:

$$S_\nu = \int B_\nu d\Omega, \quad (9)$$

gde je B_ν sjaj izvora, a $d\Omega$ element prostornog ugla izvora definisan kao $d\Omega = dS/r^2$ (S je površina, a r je rastojanje do izvora).

Definisaćemo i površinski sjaj izvora. Dugotalasna (radio-područje) aproksimacija Plankovog zakona zračenja apsolutno crnog tela je poznati Rejli-Džinsov zakon:

$$B_\nu = \frac{2K_b T_b}{\lambda^2}, \quad (10)$$

gde je T_b temperatura po sjaju a K_b Bolcmanova konstanta. Ako stavimo da je

$$\Sigma_\nu = \frac{S_\nu}{\Omega} \quad (\Sigma_\nu \equiv B_\nu), \quad (11)$$

dobili smo veličinu koju nazivamo površinski sjaj. Površinski sjaj se može napisati i kao

$$\Sigma_\nu = \frac{S_\nu}{\Omega} = \frac{L_\nu}{\pi^2 D^2}, \quad (12)$$

gde je luminoznost $L_\nu = 4\pi r^2 S_\nu$, a $\Omega \approx \pi\theta^2/4$, gde je θ uglovni dijametar.

Prema tome važi izraz

$$\Sigma_\nu \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ Hz sr}} \right] = 1.505 \cdot 10^{-19} \frac{S_\nu}{\theta^2}, \quad (13)$$

gde je S_ν u Jy (1 Jy = 10^{-26} W/m²Hz), a θ u lučnim minutima.

³U literaturi se još označava sa F_ν .

Kao što je već rečeno, $\Sigma - D$ relacija je značajna jer opisuje evoluciju OS, ali upotrebljava se vrlo često za određivanje rastojanja do ostataka (često kao jedini raspoloživi način). Površinski sjaj se dobija iz posmatranja i nezavisan je od rastojanja do objekta. Uglovni dijametar θ se takođe dobija iz posmatranja. Sa D je označen dijametar objekta. Daljina do objekta se može dobiti ako izračunamo D iz $\Sigma - D$ relacije, prethodno računajući Σ iz direktno merene gustine fluksa u Jy u uglovnih dimenzija ostatka.

Iako postoje precizniji, direktni metodi određivanja rastojanja do OS (poglavlje 1.1), ovaj metod je i dalje nezamenljiv za veliki broj ostataka (Urošević 2000). Od ukupno oko 270 do sada otkrivenih ostataka u Galaksiji (Green 2009), samo daljine do oko 80 ostataka su procenjene direktno metodama navedenim u 1.1. Za procenu udaljenosti do ostalih ostataka mora se primeniti $\Sigma - D$ relacija, mada treba napomenuti da se do sadašnji teorijski oblici $\Sigma - D$ relacije odnose na luskaste ostatke (S tip).

2.2 Teorijske relacije

2.2.1 Uvod

Prvu teorijsku $\Sigma - D$ relaciju dobio je Šklovski (Shklovsky 1960a,b). Šklovski je prvi ovu relaciju iskoristio za određivanje rastojanja do OS. Nakon Šklovskog, mnogo autora bavilo se unapređivanjem i modifikovanjem teorijskih i empirijskih $\Sigma - D$ relacija. Najnovije i najznačajnije teorije koje će biti navedene u ovom radu su teorija Đurića i Sikvista (Duric & Seaquist 1986) i Berežko i Folk (Berezhko & Volk 2004). Odličan pregled teorijskih i empirijskih $\Sigma - D$ relacija raznih autora dat je u radu Uroševića iz 2000. godine.

2.2.2 Teorija Šklovskog

Radio-emisija OS kao i ostalih galaktičkih i vangalaktičkih objekata dobro je objašnjena sinhrotronskim mehanizmom zračenja. Detaljnije objašnjenje mehanizma sinhrotronskog zračenja može se naći npr. kod Šua (Shu 1991).

Pretpostavlja se da čestice imaju raspodelu po energijama koja se može opisati stepenim zakonom (Urošević 2000):

$$n(E)dE = KE^{-\gamma}dE, \quad (14)$$

gde je $n(E)$ zapreminska koncentracija relativističkih čestica čije su energije između E i $E + dE$, K je koeficijent proporcionalnosti koji zavisi od ukupne energije oslobođene eksplozijom i ima veću vrednost što je ta početna energija veća, a γ je energetski indeks. Gustina fluksa zračenja stvorenog sinhrotronskim mehanizmom može da se napiše u sledećem obliku (Urošević & Milogradov-Turin 2007):

$$S_\nu = \frac{a(\alpha)}{4\pi} \frac{V}{r^2} KB^{\alpha+1}\nu^{-\alpha}, \quad (15)$$

gde je $a(\alpha) = 2^{\alpha-1} \frac{\alpha+5/3}{\alpha+1} \Gamma(\frac{3\alpha+1}{6}) \Gamma(\frac{3\alpha+5}{6})$, r rastojanje do ostatka, $V = (\pi/6)fD^3$ zapremina ostatka, B intenzitet magnetnog polja koje učestvuje u stvaranju sinhrotronskog

zračenja, a f zapreminski udeo ljuske. OS u adijabatskoj fazi ima još uvek vrelu unutrašnjost pa je sredina skoro potpuno jonizovana tj. nalazi se u stanju plazme. Prema Alfenovoj teoremi, sve vreme evolucije magnetno polje ostaje zamrznuto u plazmi i samim tim njegov fluks ostaje konstantan. Ovo je bitna pretpostavka Šklovskog na osnovu koje imamo:

$$B(R) = B_0 \left(\frac{R_0}{R} \right)^2, \quad (16)$$

gde R označava radijus ostatka, a indeks 0 vrednost odgovarajuće veličine na početku evolucije.

Ginzburg i saradnici (Ginzburg et al. 1955) su razradili statistički mehanizam Fermijevog ubrzanja čestica u širećoj maglini i za brzinu promene energije dobili:

$$\frac{dE}{dt} = \left(u^2 - \frac{acvl}{R} \right) \frac{1}{lc} E, \quad (17)$$

gde je $a \sim 1$, l je oblast približne homogenosti magnetnog polja duž radijusa magline, v je brzina širenja magline, R njen radijus, a u karakteristična turbulentna brzina. Ispostavlja se da je drugi član na desnoj strani u jednačini (17) manji od prvog, izuzev za rane stadijume širenja magline koje nećemo ni razmatrati. Sledi da čestice kontinuirano gube energiju u maglini koja se širi. Ako pretpostavimo

$$u^2 \ll \frac{acvl}{R}, \quad (18)$$

onda sledi

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{V}{R} E. \quad (19)$$

Integraljenjem jednačine (19) dobijamo:

$$E = E_0 \left(\frac{R_0}{R} \right). \quad (20)$$

Pomenuti proces ekvivalentan je procesu adijabatskog hlađenja gasa koji se širi, a obzirom da sve relativističke čestice gube energiju kontinuirano, energetski spektar ostaje isti. Broj čestica ostaje konstantan pa imamo:

$$R_0^3 K_0 \int_{E_1}^{E_2} E^{-\gamma} dE = R^3 K \int_{E_1(\frac{R_0}{R})}^{E_2(\frac{R_0}{R})} E^{-\gamma} dE, \quad (21)$$

odakle integraljenjem, uzimajući da je $\gamma = const$, dobijamo vezu:

$$K(R) = K_0 \left(\frac{R}{R_0} \right)^{-(\gamma+2)}. \quad (22)$$

Ako zamenimo (16) i (22) u jednačinu za gustinu fluksa (15) i pri tome imamo u vidu da važi $V \propto R^3$ i $\alpha = \frac{1}{2}(\gamma - 1)$ dobijamo da gustina fluksa zavisi od radijusa kao:

$$S_\nu \propto R^{-2\gamma}. \quad (23)$$

Koristeći jednačinu (12) dobijamo vezu između površinskog sjaja i radijusa:

$$\Sigma_\nu(R) = \Sigma_\nu(R_0) \left(\frac{R}{R_0} \right)^{-2(\gamma+1)}. \quad (24)$$

Posmatrajući jednačinu (24), $\Sigma - D$ relaciju možemo napisati u obliku:

$$\Sigma_\nu(D) = AD^{-\beta}, \quad (25)$$

gde je

$$\beta = 4\alpha + 4. \quad (26)$$

Za prosečni spektralni indeks OS $\alpha = 0.5$ (Clark & Caswell 1976) dobija se $\gamma = 2$. Teorija Šklovskog daje $\beta = 6$ i dobija se veoma strma $\Sigma - D$ zavisnost:

$$\Sigma \propto D^{-6}. \quad (27)$$

2.2.3 Teorija Đurića i Sikvista

Važan doprinos teoriji $\Sigma - D$ relacije dali su Đurić i Sikvist 1986. godine (Duric & Seaquist 1986). Ova teorija zasnovana je na Belovoj (Bell 1978a,b) formulaciji Fermijeveg mehanizma ubrzanja čestica i evoluciji pojačanog turbulentnog magnetnog polja i Sedovljevom hidrodinamičkom rešenju. Sedovljevo (Sedov 1959) hidrodinamičko rešenje za adijabatsku fazu ima oblik:

$$D(t) = 2.3 \left(\frac{E_0}{\rho_0} \right)^{\frac{1}{5}} t^{\frac{2}{5}}, \quad (28)$$

gde je D dijametar ostatka, t starost ostatka, E_0 energija oslobođena eksplozijom i ρ_0 je gustina sredine u kojoj se širi OS.

Međuzvezdano magnetno polje se kompresuje i samim tim pojačava u konvektivnoj zoni čime je omogućen efikasan mehanizam zračenja relativističkih elektrona. Magnetno polje će se menjati sa dijametrom kao

$$B(D) = B_0 \left(\frac{D}{D_0} \right)^{-\delta}, \quad (29)$$

gde je $1.5 \leq \delta \leq 2$.

Kombinujući jednačine (28) i (29), uz Belov (Bell 1978b) analitički izraz za sinhrotron-sku emisiju relativističkih elektrona u gasu preko koga je prešao udarni talas OS, Đurić i Sikvist su izveli izraz za površinski sjaj:

$$\Sigma(D) = h(\alpha) x^{10\alpha} E_0^{2\alpha} \rho_0^{-2\alpha+1} H_0^{1+\alpha} D_0^{\delta+\delta\alpha} f D^{-(6\alpha+\delta\alpha+\delta-1)} \left(1 + \left(\frac{3.06 \cdot 10^{18} \rho_0}{x^5 E_0} \right) D^3 \right)^\alpha, \quad (30)$$

gde je $h(\alpha)$ funkcija definisana kao

$$h(\alpha) = 0.1 \cdot 10^{-37\alpha} \left(\frac{\alpha}{0.75} \right) 1.435^{-\alpha} 0.4^{4\alpha}, \quad (31)$$

i $x = 2.3$. Jednačina se može uprostiti za $D \gg 1$ pc ili za $D \ll 1$ pc. Ako se uzmu vrednosti $H_0 = 10^{-3.5}\text{Ga}$, $D_0 = 3$ pc (Cas A), $\delta = 2$ što je u skladu sa pojačanjem turbulentog magnetnog polja, $\alpha = 0.5$, $E_0 = 10^{51}\text{erg}$, $\rho_0 = 10^{-24}\text{g/cm}^3$ i $f = 0.25$ (vrednosti iz Urošević 2000), dobijaju se sledeće relacije:

$$\Sigma_{1\text{GHz}} = 4 \cdot 10^{-15} D^{-3.5}, \quad D \gg 1\text{pc}, \quad (32)$$

$$\Sigma_{1\text{GHz}} = 4 \cdot 10^{-14} D^{-5}, \quad D \ll 1\text{pc}. \quad (33)$$

Koristeći aproksimaciju koja važi za $D \gg 1$ pc jer skoro svi posmatrani OS imaju dijametre veće od 1 pc, prosečnu vrednost spektralnog indeksa $\alpha = 0.5$ i za magnetno polje $1.5 \leq \delta \leq 2$ dobijamo:

$$\Sigma_{1\text{GHz}} \propto D^{2.75 \leq \beta \leq 3.5}. \quad (34)$$

2.2.4 Model iz rada Berežka i Folka

Oni razmatraju uglavnom supernove tipa Ia, tj. ostatke eksplozija manje masivnih zvezda (belih patuljaka) u dvojnim sistemima, koji interaguju za MZM. Berežko i Folk (Berezhko & Völk 2004) su dali novu teoriju radio-sinhrotronske evolucije OS koja se delimično zasniva na modelu Rejnoldsa i Ševaljea (Reynolds & Chevalier 1981). $\Sigma - D$ relacije iz ovog rada preuzimamo u obliku iz rada Arbutine (2005).

Koeficijent K iz energetske raspodelu elektrona opisan jednačinom (14) dobijamo ako normiramo raspodelu elektrona u intervalu energija $\{E_{\min} = m_e c^2, E_{\max} \gg E_{\min}\}$ na srednju gustinu energije $\epsilon = W_e/V$:

$$K = \begin{cases} \epsilon(\Gamma - 2)E_{\min}^{\Gamma-2} & , \Gamma > 2 \\ \epsilon \ln(E_{\max}/E_{\min}) & , \Gamma = 2 \\ \epsilon(2 - \Gamma)E_{\max}^{\Gamma-2} & , \Gamma < 2. \end{cases} \quad (35)$$

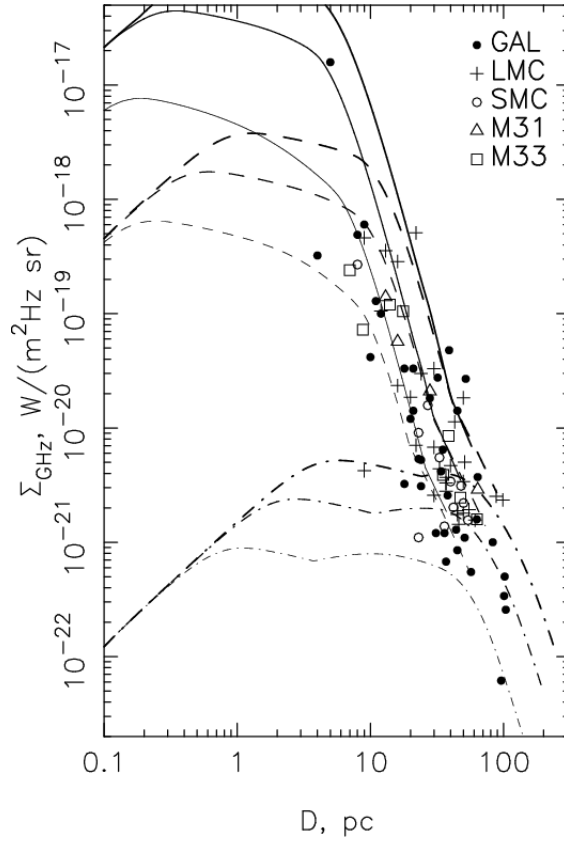
gde je W_e energija relativističkih elektrona a V zapremina.

Ako pretpostavimo, kao Rejnolds i Ševalje (Reynolds & Chevalier 1981), da se deo energije SN transformiše u energiju kosmičkih zraka i magnetnog polja čija raspodela ostaje konstantna tokom vremena, sledi

$$W_e \propto W_{\text{CR}} \propto W_B \propto E_0, \quad (36)$$

gde je W_{CR} energija kosmičkih zraka, W_B energija magnetnog polja i E_0 ukupna oslobođena energija u eksploziji SN, odakle sledi $K \propto B^2 \propto E_0 D^{-3}$. Za fazu Sedova, $\Sigma - D$ relacija ima oblik:

$$\Sigma_\nu \propto D^{-(7+3\alpha)/2} \propto D^{-17/4}. \quad (37)$$



Slika 3: Zavisnost površinskog sjaja na 1 GHz od dijametra ostatka. Gustine sredine u kojoj se širi ostatak: $N_{\text{H}}/(1\text{cm}^3) = 3$ (puna linija), 0.3 (isprekidana linija), 0.003 (isprekidana-tačkasta linija). Eksperimentalni podaci za 37 galaktičkih ostataka sa poznatim rastojanjima (Case & Bhattacharya 1998), Magelanove oblake, M31 i M33 (preuzeto iz Berezhko & Völk 2004).

Berežko i Folk (Berezhko & Völk 2004) numerički razmatraju evoluciju sinhrotronske emisivnosti ostatka (Slika 3). Njihova analiza odnosi se prvenstveno na ostatke supernovih tipa Ia. Analizu daju za četiri faze, dve u fazi slobodnog širenja i dve u fazi Sedova i za svaku daju analitičke izraze za hidrodinamičku i radio-evoluciju OS (Tabela 1).

2.3 Empirijske relacije

2.3.1 Uvod

Šklovski (Shklovsky 1960b) je prvi predložio algoritam za konstruisanje jedne empirijske $\Sigma - D$ relacije. Ideja je da se što je moguće preciznije odrede daljine (nezavisno od $\Sigma - D$ relacije) do datih OS da bi onda, znajući uglovne dijemetre, dobili linearne dimenzije. Površinski sjaj se dobija direktno iz posmatranja. Na ovaj način dobijamo $\Sigma - D$ dijagram gde svaki ostatak predstavlja jednu tačku (Urosević 2000). Ovi ostaci predstavljaju kalibracione ostatke jer povlačenjem najbolje prave kroz njih dobijamo

Tabela 1: Hidrodinamička i radio evolucija OS kroz različite faze (prema Berezhko & Völk 2004, preuzeto iz Arbutina 2005). Koeficijent β u drugom i trećem redu poslednje kolone dat je za vrednost $\alpha = 0.5$.

| Faza | $v \propto$ | $L_\nu \propto$ | β |
|------------------------|--------------------------------------|---|---------|
| Rano slobodno širenje | $(E_0/M_0)^{1/2}$ | $(E_0/M_0)^{(3+\alpha)/4} \rho_0^{(3+\alpha)/2} D^3$ | -1 |
| Kasno slobodno širenje | $(E_0^2/(M_0\rho_0))^{1/4} D^{-3/4}$ | $(E_0^2/M_0)^{(3+\alpha)/8} \rho_0^{3(3+\alpha)/8} D^{3(5-\alpha)/8}$ | 5/16 |
| Rana Sedovljeva | $(E_0/\rho_0)^{1/2} D^{-3/2}$ | $E_0^{(3+\alpha)/2} D^{-3(1+\alpha)/2}$ | 17/4 |
| Kasna Sedovljeva | $(E_0/\rho_0)^{1/2} D^{-3/2}$ | $E_0\rho_0^{(1+\alpha)/2}$ | 2 |

koeficijente A i β jednačine (8). Ovako dobijena relacija, predstavlja u srednjem najbolju relaciju za sve OS, pa pomoću nje možemo dobiti rastojanja do ostalih ostataka iz merenog površinskog sjaja i uglovnog dijametra.

Prvu empirijsku $\Sigma - D$ relaciju dali su Poveda i Voltjer (Poveda & Woltjer, 1968). Sikvist (Seaquist 1968) je ispitivao zavisnost temperature po sjaju T_b od dijametra D jer je poznato da važi $\Sigma_\nu \propto T_b$ iz jednačina (10) i (11). Ovaj rad se može uzeti kao jedan od pionirskih, mada u njemu nisu računati koeficijenti fita već je nacrtana najbolja prava za sedam kalibracionih ostataka. Prvi rad koji je bio posvećen samo empirijskoj $\Sigma - D$ relaciji je Milnov (Milne 1970). Često se baš ovaj rad u literaturi navodi kao početni jer je u njemu objavljen katalog svih do tada poznatih OS, kao i daljine do svakog uz pomoć izvedene $\Sigma - D$ relacije. Tokom narednih godina radilo se i dalje na ovoj relaciji, težeći ka tome da se dođe do preciznije određenog seta kalibratora a samim tim i do bolje relacije (Tabela 2). Bolja posmatranja su povećavala broj kalibratora i tačnije određivanje rastojanja do njih.

Empirijska $\Sigma - D$ relacija koja se bitno razlikuje od ostalih je relacija Kasvela i Lerča (Caswell & Lerche 1979). Ona je u suštini proširenje dotadašnjih relacija uvođenjem zavisnosti površinskog sjaja od normalnog rastojanja z (u parsecima) od Galaktičke ravni $\Sigma \propto \exp(|z|)$, jer evolucija OS mora da zavisi od gustine međuzvezdane materije koja se udaljenjem od Galaktičke ravni smanjuje. Ipak, većina autora se slaže da se efekat zavisnosti površinskog sjaja od udaljenja od Galaktičke ravni ne može pokazati sa dosadašnjim posmatračkim materijalom.

Najvažnija skorija empirijska $\Sigma - D$ relacija, koja je najviše citirana u radovima koji se bave OS, je relacija Kejsa i Batačarije (Case & Bhattacharya 1998).

Tabela 2: Hronološki pregled empirijskih $\Sigma - D$ relacija (pregled formiran na osnovu Urosević 2000)

| Autori | $\Sigma - D$ relacija ($\nu = 1$ GHz) | Broj kalibratora | Kvalitet fita |
|-----------------------------|---|------------------|---------------|
| Poveda & Woltjer 1968 | $6.13_{-1.82}^{+2.58} \cdot 10^{-17} D^{-2.87 \pm 0.10}$ | 13 | 99 % |
| Milne 1970 | $3.38_{-2.51}^{+9.79} \cdot 10^{-16} D^{-3.35 \pm 0.52}$ | 15 | 76 % |
| Downes 1971 | $8.79_{-5.90}^{+17.92} \cdot 10^{-16} D^{-3.38 \pm 0.42}$ | 14 | 84% |
| Ilovaisky & Lequeux 1972 | $2.09_{-1.20}^{+2.80} \cdot 10^{-15} D^{-3.79 \pm 0.31}$ | 12 | 94 % |
| Woltjer 1972 | $7.77_{-5.87}^{+24.03} \cdot 10^{-16} D^{-3.74 \pm 0.61}$ | 10 | 83 % |
| Berkhuijsen 1973 | $5.2 \cdot 10^{-15} D^{-4.1 \pm 0.3}$ | 13 | – |
| Clark & Caswell 1976 | $1.32_{-0.64}^{+1.22} \cdot 10^{-16} D^{-2.46 \pm 0.22}$ | 23 | 85 % |
| Sabbadin 1977 | $3.14_{-1.90}^{+4.83} \cdot 10^{-16} D^{-3.27 \pm 0.30}$ | 12 | 92 % |
| * Milne 1979 | $2.27_{-1.59}^{+5.33} \cdot 10^{-16} D^{-2.89 \pm 0.39}$ | 22 | 73 % |
| * Caswell & Lerche 1979 | $10^{-15} D^{-3} \exp(-\frac{ z }{175})$ | – | – |
| Göbel et al. 1981 | $1.34_{-0.87}^{+2.48} \cdot 10^{-16} D^{-2.55 \pm 0.34}$ | 9 | 89 % |
| Lozinskaya 1981 | $3.22_{-2.43}^{+9.91} \cdot 10^{-16} D^{-3.01 \pm 0.42}$ | 26 | 68 % |
| Sakhibov & Smirnov 1982 | $1.64_{-0.80}^{+1.57} \cdot 10^{-17} D^{-2.10 \pm 0.21}$ | 53 | 67 % |
| Allakhverdiyev et al. 1983a | $1.51_{-0.99}^{+2.89} \cdot 10^{-16} D^{-3.13 \pm 0.36}$ | 14 | 87 % |
| Huang & Thaddeus 1985 | $3.61_{-2.47}^{+7.87} \cdot 10^{-16} D^{-3.20 \pm 0.34}$ | 12 | 90 % |
| Allakhverdiyev et al. 1983b | $6.34_{-5.65}^{+52.41} \cdot 10^{-17} D^{-2.87 \pm 1.05}$ | 17 | 65 % |
| Berkhuijsen 1986 | $2.51 \cdot 10^{-14} D^{-3.5}$ | 84 | – |

* Zavisnost površinskog sjaj od normalnog rastojanja z od Galaktičke ravni. Većina autora su mišljenja da se efekat zavisnosti površinskog sjaja od z ne može pokazati sa dosadašnjim posmatračkim materijalom.

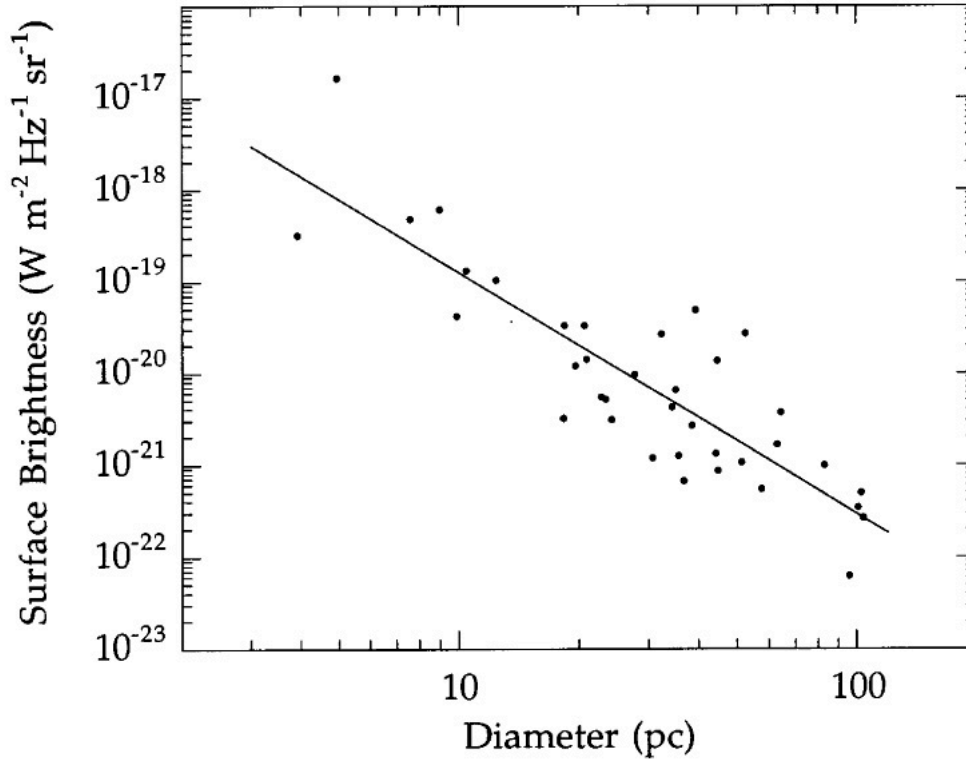
2.3.2 Relacija Kejsa i Batačarije

Bolja tehnologija izgradnje radio-teleskopa i uređaja za posmatranje u X-području, dovela je do porasta broja identifikovanih OS i preciznijeg određivanja njihovih parametara.

Korišćen je tadašnji Grinov katalog (Green 1996) koji je sadržao ukupno 215 galaktičkih ostataka od kojih su 64 imali nezavisno određene udaljenosti (38 od ukupno 160 ljuskastih – S, 5 od 9 sa centralnim izvorom – F, 18 od 31 kompozitnih – C i 3 od 15 nisu klasifikovani).

Do ovog rada, daljine do velikog broja ostataka određivane su kinematičkom metodom, upotrebom stare rotacione krive bazirane na $R_{\odot} = 10$ kpc i $V_{\odot} = 250$ km/s. Kejs i

Batačarija (Case & Bhattacharya 1998) su upotrebili novu rotacionu krivu Galaksije za proračun daljina do ostataka, pri čemu su za njene glavne parametre uzeli $R_{\odot} = 8.5$ kpc i $V_{\odot} = 220$ km/s. Konstruisan je set kalibratora sastavljen od 37 ljuskastih (S) galaktičkih ostataka (uključujući Cas A), za koje je, gde je bila neophodna kinematička metoda, izračunata daljina upotrebom novih galaktičkih konstanti.



Slika 4: $\Sigma - D$ relacija za 37 kalibratora, uključujući Cas A (Case & Bhattacharya 1998)

Ostatak Cas A tretiran je kao specijalan slučaj pa je $\Sigma - D$ relacija izvedena za slučajeve kada se ovaj ostatak uzima i kada se ne uzima u obzir. Kada je ostatak Cas A uključen u uzorak dobijena je sledeća relacija (Slika 4):

$$\Sigma_{1\text{GHz}} = 5.43_{-3.26}^{+8.16} \cdot 10^{-17} D^{(-2.64 \pm 0.26)} \text{ Wm}^{-2}\text{Hz}^{-1}\text{sr}^{-1}, \quad (38)$$

a kada se posmatra samo 36 kalibratora, bez Cas A, relacija ima oblik

$$\Sigma_{1\text{GHz}} = 2.07_{-1.24}^{+3.10} \cdot 10^{-17} D^{(-2.38 \pm 0.26)} \text{ Wm}^{-2}\text{Hz}^{-1}\text{sr}^{-1}. \quad (39)$$

Autori ovog rada smatraju drugu vrednost $\beta = 2.38 \pm 0.26$ za reprezentativniju jer su mišljenja da Cas A nije OS uobičajenih karakteristika. Dobijena $\Sigma - D$ relacija ima blaži nagib od onog dobijenog u ranijim studijama. Nezavisan test ove relacije izvršen je zajedno sa vangalaktičkim OS iz Magelanovih oblaka i dobijeno je odlično poklapanje.

Relacija sa 37 prethodnih kalibratora i dodatnim 41 kalibratorom iz Magelanovog oblaka (katalog Berkhuijsenove iz 1986) daje sličnu vrednost $\beta = 2.41$.

Radom Kejsa i Batačarije se pokazalo i da nema bitnije razlike između relacija za galaktičke ostatke i ostatke u Magelanovim oblacima. Odnosno, da su prethodne galaktičke relacije imale sistematsku grešku zbog loše određenih kalibracionih daljina, a da su relacije definisane za Magelanove oblake bile tačnije.

Uz pomoć nove $\Sigma - D$ relacije, izračunata su rastojanja do svih ljuskastih (S) ostataka iz korišćenog kataloga, za koje je poznat površinski sjaj i ugaoni dijametar. U cilju određivanja preciznosti $\Sigma - D$ relacije za daljine pojedinačnih ostataka, definisana je frakciona greška:

$$f = \left| \frac{r_{\text{obs}} - r_{\text{sd}}}{r_{\text{obs}}} \right|, \quad (40)$$

gde je r_{obs} posmatrački određeno rastojanje i r_{sd} rastojanje dobijeno iz $\Sigma - D$ relacije. Dobijena je prosečna frakciona greška od $\bar{f} = 0.41$. Frakcione greške su skoro sve manje od $f = 0.7$ sa izuzetkom za ostatke SN 1006, CTA 1, G156.2+5.7, koje se nalaze visoko iznad ravni Galaksije ($z \sim 600, 250$ i 300 pc redom) i CTB 1. Ako bi se izuzelo sedam ostataka za $z > 200$ pc, prosečna frakciona greška iznosi $\bar{f} = 0.33$.

2.4 Kritički osvrt na $\Sigma - D$ relaciju

Grinov članak objavljen 1984. godine (Green 1984) predstavlja prekretnicu u proučavanju $\Sigma - D$ relacije. Kao posledica ovog i nekih kasnijih radova, zamrla je istraživačka delatnost na ovom polju gotovo celu deceniju (Urošević 2000). Grin je pažljivo proučio daljine do dotadašnjih kalibratora i konstruisao set od 10 kalibratora sa dobro određenim daljinama. Od ovih ostataka dva su plerioni, a dva su kombinovanog tipa. Dodao je još jednu grupu koju su činila sedam ljuskastih i jedan ostatak mešovitog tipa i nanoseći podatke na $\Sigma - D$ relaciju, dobio je veliko rasturanje tačaka i odatle zaključio da se na ovaj način ne može dobiti pouzdana relacija.

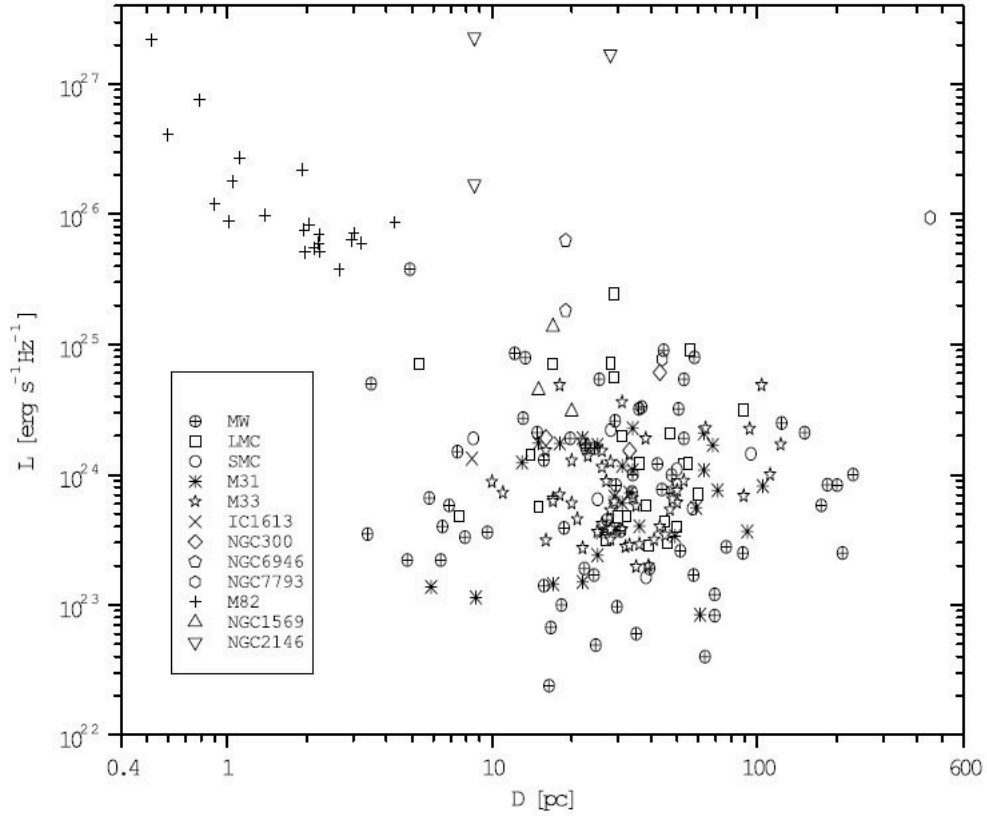
Grin u radu iz 1991. godine (Green 1991) ponovo izvodi zaključak da pouzdana $\Sigma - D$ relacija ne može biti konstruisana. On je setu kalibratora iz 1984. godine (Green 1984) dodao još šest za koje su postojale pouzdano određene daljine. Nanosi 24 ostatka na $\Sigma_{1\text{GHz}} - D$ relaciju, ne vuče liniju fita i zaključuje ponovo da je rasipanje tačaka veliko da bi se definisala dobra relacija.

Dakle, Grinova osnovna tvrdnja je da nema dovoljno dobrih kalibratora da bi se konstruisala pouzdana $\Sigma - D$ relacija, a samim tim nema smisla računanje daljine do ostalih ostataka uz pomoć ove relacije.

U svom radu iz 2004. godine (Green 2004), Grin razmatra i tzv. D^{-2} selekcionni efekat. Pretpostavljena korelacija površinskog sjaja i dijametra ostatka (8) velikim delom je posledica činjenice da se posmatra zavisnost površinskog sjaja umesto luminoznosti od dijametra. Uzet je površinski sjaj jer predstavlja veličinu nezavisnu od rastojanja, koja je dostupna za skoro sve OS, uključujući one čija rastojanja nisu poznata ili su nedovoljno tačno procenjena. Za ostatke sa poznatim udaljenostima možemo razmatrati i radio-luminoznost. Koristeći odgovarajuće definicije gustine fluksa i ugaonog dijametra, možemo izvesti sledeću jednačinu:

$$\Sigma_\nu \propto S_\nu \theta^{-2} \propto L_\nu D^{-2}, \quad (41)$$

gde je L_ν radio-luminoznost ostatka na frekvenciji ν . Grin zaključuje da je veliki deo $\Sigma - D$ korelacije posledica D^{-2} selekcionog efekta koji je neizbežan kada se posmatra zavisnost Σ od D . Arbutina sa saradnicima u radu iz 2004. godine (Arbutina et al. 2004) zaključuje da ukoliko postoji $L - D$ relacija za neki uzorak onda postoji i $\Sigma - D$ relacija i može biti korišćena za određivanje rastojanja do OS.



Slika 5: $L - D$ grafik sastavljen od supernovih iz 12 galaksija, uključujući Mlečni put. Ne postoji očigledna korelacija između luminoznosti i dijametra ostatka izuzev za OS u M82 (Arbutina et al. 2004).

U radu Arbutine sa saradnicima iz 2004. godine nađena je zadovoljavajuća $L - D$ a samim tim i $\Sigma - D$ relacija samo za ostatke u galaksiji M82 dok je za ostale uzorke bilo prisutno veliko rasipanje na $L - D$ grafiku (Slika 5).

3 Statistička obrada podataka

3.1 Regresija

Ako posmatramo N nezavisnih promenljivih X_1, X_2, \dots, X_N i veličinu Y koja na neki način zavisi od ovih promenljivih, tada tražimo funkciju $F(X_1, X_2, \dots, X_N)$ za koju će važiti:

$$Y \approx F(X_1, X_2, \dots, X_N). \quad (42)$$

Funkcija F se bira tako da odstupanje $F(X_1, X_2, \dots, X_N)$ od Y bude najmanje i ova funkcija se naziva regresija Y po X_1, X_2, \dots, X_N . Najjednostavnija je jednostruka regresija, kada se posmatraju dve promenljive Y i X i traže se parametri funkcije F takva da $Y \approx F(X)$. Iz neke populacije se izdvaja realizovani uzorak sastavljen od parova (X_i, Y_i) i predstavlja se u Dekartovoj ravni. Na osnovu dobijenog dijagrama, koji se naziva i dijagram rasturanja, bira se familija funkcija sa kojom će se raditi. Na kraju se određuju vrednosti parametara regresije. Ukoliko je zavisnost F između promenljivih Y i X linearna, tj. oblika $Y = a + bX$, tada kažemo da je F jednostruka linearna regresija. a i b su nepoznati parametri regresije koji se određuju iz uslova da je odstupanje F od Y najmanje.

Motivacija za primenu ortogonalne regresije na $\Sigma - D$ relaciju nađena je u radu Uroševića sa saradnicima iz 2010. godine (Urošević et al. 2010). Pregled primena linearne regresije i teorijsko opravdanje primene ortogonalne regresije može se naći u radu Izobea sa saradnicima iz 1990. godine (Isobe et al. 1990) odakle je preuzeta diskusija koja sledi.

Linearna regresija je jedna od najčešće korišćenih statističkih procedura u posmatračkoj astronomiji. Koristi se za kvantitativno opisivanje očigledne korelacije između dve karakteristike uzorka objekata; za upoređivanje posmatranih korelacija sa teorijski predviđenim zavisnostima; kao i za kalibraciju i kvantifikovanje kosmičke skale rastojanja neophodne za proučavanje strukture Univerzuma na velikoj skali.

Istorijski, astronomi su najčešće primenjivali jednostruku linearnu regresiju za većinu problema: običan metod najmanjih kvadrata zavisne promenljive Y od nezavisne promenljive X ili MNK($Y|X$)⁴. U MNK($Y|X$), regresiona prava je definisana kao ona koja minimizuje sumu kvadrata vertikalnih odstupanja uzorka od same prave.

Neki astronomi su, međutim, predložili korišćenje alternativa običnom MNK. Konceptualno, ove alternative se mogu podeliti u tri grupe. Jedna klasa je motivisana postojanjem grašaka za X i (ili) Y zbog samog procesa merenja, kao dodatak mogućem unutrašnjem rasturanju podataka. Druga klasa je za probleme kada nije očigledan izbor nezavisne promenljive. Treću grupu alternativa nećemo diskutovati pošto one i ne spadaju u MNK u potpunosti.

Klasa alternativa običnom MNK, koja je najbitnija za ovaj rad, bavi se problemima gde unutrašnje rasejanje podataka dominira u odnosu na bilo kakve greške samog procesa merenja. Ova klasa metoda se obično primenjuje sa ciljem da se izbegne razdvajanje promenljivih na zavisne i nezavisne ili kada jednostavno to nije ni moguće. U nauci srećemo tri metoda koji promenljive tretiraju simetrično, bez razdvajanja na zavisne i

⁴engl. ordinary least-squares, OLS

nezavisne. Prva se sastoji u konstruisanju prave koja polovi ugao formiran od pravih dobijenih primenom $MNK(Y|X)$ i inverznog $MNK(X|Y)$ i često je korišćena u karakterizaciji relacija Tali-Fišera i Faber-Džeksona (Tully-Fisher, Faber-Jackson) za određivanje rastojanja do galaksija a sreće se i pod imenom dvostruka regresija⁵. Druga metoda koeficijent pravca regresije nalazi kao geometrijsku sredinu koeficijenata dobijenih primenom $MNK(Y|X)$ i inverznog $MNK(X|Y)$ i naziva se metod redukovanja glavne ose⁶. Treća metoda, najznačajnija za ovaj rad, zasniva se na minimizaciji sume kvadrata normalnih rastojanja eksperimentalnih tačaka od prave i naziva se ortogonalna regresija ili ređe regresija glavne ose⁷.

Običnu MNK metodu ima smisla primenjivati u cilju predviđanja vrednosti veličine Y za zadatu X . Za primene kao što je uspostavljanje veze između X i Y radi upoređivanja sa astrofizičkom teorijom, najbolje je primenjivati neku od metoda koje simetrično tretiraju dve veličine. Geometrijski je najzanimljivija prava dobijena ortogonalnom regresijom jer predstavlja minimum momenta inercije. Ipak, očigledno se može primenjivati samo na bezdimenzione promenljive, kao što su na primer lagoritmovane veličine, odnosi nekih veličina i slično.

3.2 $\Sigma - D$ i $D - \Sigma$ relacije

Grin je u svom radu iz 2005. godine (Green 2005) istakao da, čak i ako se zanemare selekcionni efekti i posmatrački nedostaci, ostaje problem fitovanja proizvoljne stepene zavisnosti $\Sigma \propto D^{-\beta}$ koristeći posmatranja karakteristika uzorka OS. $\Sigma - D$ relacija ima dve zasebne namene, prva za dobijanje dijametra (rastojanja) galaktičkih ostataka iz posmatranog površinskog sjaja i druga za parametrizaciju veze između površinskog sjaja i dijametra i upoređivanje sa modelima i teorijama ili različitim uzorcima OS. Za slučaj kada se vrednost Σ koristi da se predvidi D , trebalo bi koristiti MNK koji minimizuje odstupanja za $\log D$. Ovo ipak nije slučaj u radovima koji se bave dobijanjem empirijske $\Sigma - D$ relacije, uglavnom se minimizuju odstupanja za $\log \Sigma$. Razlike između ova dva MNK fita mogu biti veoma velike za ostatke koji su mnogo sjajniji ili slabiji od prosečnog sjaja ostataka sa poznatim rastojanjima korišćenim za izvođenje $\Sigma - D$ relacije. Na primer, Kejs i Batačarija (Case & Bhattacharya 1998) su dobili za parametar fita $\Sigma - D$ relacije $\beta = 2.38 \pm 0.26$ koristeći uzorak od 36 OS (bez ostatka Cas A) koristeći MNK koji minimizuje zbir kvadrata odstupanja $\log \Sigma$. Minimizacija odstupanja $\log D$, koja više odgovara pošto se relacija koristi za predviđanje dijametra iz površinskog sjaja, dobijamo mnogo strmiji fit $\beta = 3.37 \pm 0.35$. Ovo nas navodi na zaključak da iz najboljeg fita Kejsa i Batačarije dobijamo veće dijemetre i samim tim veća rastojanja za ostatke manjeg sjaja.

Ukoliko se $\Sigma \propto D^{-\beta}$ relacija koristi za opisivanje evolucije površinskog sjaja OS, potrebno je ispitivati $\Sigma - D$ korelaciju. Ipak, glavni cilj ovog rada je određivanje daljina do ostataka u Galaksiji pa je korisnija $D - \Sigma$ korelacija. Početna tačka naše analize je zahtev da parametri fita $\Sigma - D$ i $D - \Sigma$ budu invarijantni unutar procenjenih grešaka. Ovaj zahtev biće zadovoljen primenom metode ortogonalnog fita (Urošević et al. 2010).

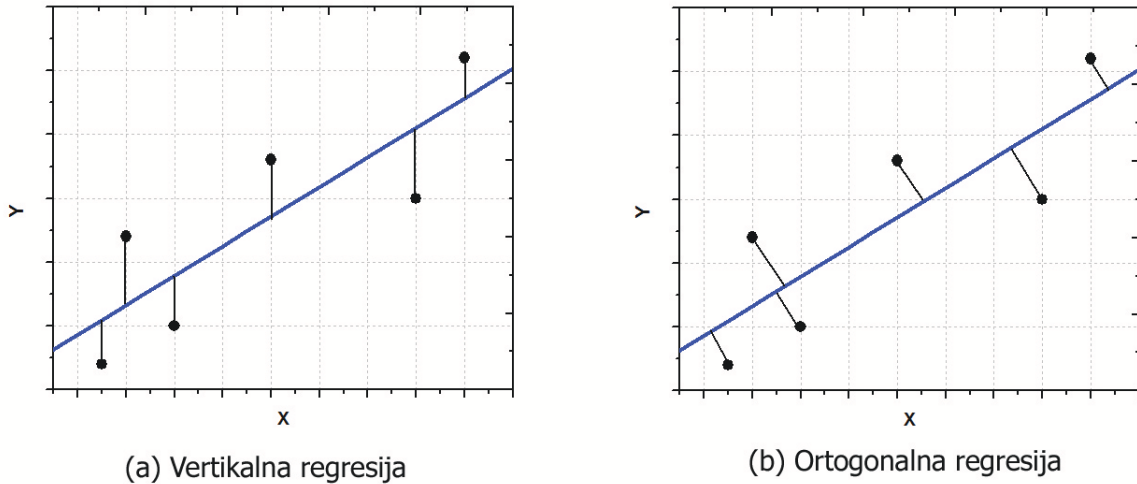
⁵engl. double regression

⁶engl. reduced major-axes

⁷engl. major-axis regression

3.3 Ortogonalna regresija

Običan metod najmanjih kvadrata zasniva se na nalaženju prave za koju je zbir vertikalnih odstupanja eksperimentalnih tačaka minimalan (Slika 6a). Umesto zbira vertikalnih rastojanja tačaka koristi se zbir kvadrata ovih rastojanja kako bi se postiglo da ovaj zbir bude neprekidna i diferencijabilna funkcija koeficijenata a i b prave $y = a + bx$. Razlog za češće korišćenje klasičnog MNK umesto ortogonalnog (Slika 6b) MNK je, pored razloga navedenih u 3.1, takođe i jednostavnije analitičko dobijanje jednačina za parametre tražene najbolje prave.



Slika 6: Računanje odstupanja tačaka od prave povučene metodom najmanjih kvadrata (MNK), označena je glavna razlika između najčešće korišćenih-vertikalnih (a) i ortogonalnih odstupanja (b) koja se koriste u ovom radu za izvođenje $\Sigma - D$ relacije.

Ispostavlja se da je i za ortogonalni MNK moguće izvesti jednačine za parametre tražene prave u analitičkom obliku, što predstavlja mnogo brži metod od bilo kojih drugih numeričkih ili semi-numeričkih metoda.

Normalno rastojanje proizvoljne tačke (x_i, y_i) od prave $y = a + bx$ dato je kao

$$d_i = \frac{|y_i - (a + bx_i)|}{\sqrt{1 + b^2}}. \quad (43)$$

Suma kvadrata ortogonalnih rastojanja svih n tačaka od tražene prave predstavlja neprekidnu i diferencijabilnu funkciju:

$$D(a, b) = \sum_{i=1}^n \frac{[y_i - (a + bx_i)]^2}{1 + b^2}. \quad (44)$$

Funkcija $D(a, b)$ ima minimum ukoliko važi:

$$\frac{\partial D(a, b)}{\partial a} = \frac{2}{1 + b^2} \sum_{i=1}^n [y_i - (a + bx_i)](-1) = 0, \quad (45)$$

i

$$\frac{\partial D(a, b)}{\partial b} = \frac{2}{1 + b^2} \sum_{i=1}^n [y_i - (a + bx_i)](-x_i) + \sum_{i=1}^n \frac{[y_i - (a + bx_i)]^2 (-1) 2b}{(1 + b^2)^2} = 0. \quad (46)$$

Jednačina (45) se lako rešava i dobijamo vezu:

$$a = \bar{y} - b\bar{x}, \quad (47)$$

gde je $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$ i $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$. Sređivanjem jednačine (46) dobijamo oblik:

$$-b \sum_{i=1}^n x_i^2 + (1 - b^2) \sum_{i=1}^n x_i y_i + b \sum_{i=1}^n y_i^2 + a(b^2 - 1) \sum_{i=1}^n x_i - 2ab \sum_{i=1}^n y_i + ba^2 n = 0. \quad (48)$$

Zamenom parametra a iz jednačine (47) u jednačinu (48) dobijamo oblik u kome je nepoznata veličina samo parametar b :

$$b^2 + \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2 - \sum_{i=1}^n x_i^2 + \frac{1}{n} [(\sum_{i=1}^n x_i)^2 - (\sum_{i=1}^n y_i)^2]}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i y_i} b - 1 = 0. \quad (49)$$

Definišimo parametar B da bismo uprostiti oblik jednačine za b :

$$B = \frac{1}{2} \frac{(\sum_{i=1}^n y_i^2 - n\bar{y}^2) - (\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2)}{n\bar{x}\bar{y} - \sum_{i=1}^n x_i y_i}. \quad (50)$$

Jednačina za b napisana pomoću konstante B ima oblik

$$b_{1,2} = -B \pm \sqrt{B^2 + 1}. \quad (51)$$

Za jedan set podataka dobijamo dve vrednosti za parametar b što znači da funkcija $D(a, b)$ ima dva lokalna minimuma. Primetimo da je $b_1 \cdot b_2 = -1$ što znači da su dve prave koje dobijamo kao rešenje optimizacionog problema međusobno normalne. Ispostavlja se da je za podatke koji makar približno imaju linearni trend lako prepoznati traženu pravu.

U konkretnom problemu vezanom za $\Sigma - D$ relaciju, na $\log\Sigma - \log D$ grafiku očekujemo negativan koeficijent pravca pa kako je $-B + \sqrt{B^2 + 1} > 0$ i $a = \bar{y} - b\bar{x}$ sledi:

$$\begin{aligned} b &= -B - \sqrt{B^2 + 1} \\ a &= \bar{y} + (B + \sqrt{B^2 + 1})\bar{x}. \end{aligned} \quad (52)$$

3.4 Butstrap metoda

Monte Karlo⁸ metodi predstavljaju klasu računarskih algoritama koji se oslanjaju na ponovljeno pseudo-slučajno uzorkovanje u cilju dobijanja određenih rezultata.

Butstrap⁹ je tehnika obrade podataka koja koristi Monte Karlo simulacije kada ne poznajemo dovoljno statistiku posmatranog procesa ili prirodu grešaka merenja (Press et al. 2007). Butstrap metoda je nezavisna od funkcije raspodele, pa kao takva predstavlja indirektran način da se dođe do osobina i parametara raspodele koja je prisutna u uzorku. Ovaj metod koristi se i kada veličina posmatranog uzorka nije dovoljna za izvođenje jednostavnog zaključka o njegovoj statističkoj prirodi i kada se želi kontrolisati i proveravati stabilnost rezultata merenja.

Pretpostavimo da imamo skup sastavljen od N nezavisnih i identično raspoređenih eksperimentalnih tačaka. Identično raspoređene vrednosti su one kod kojih njihov redosled ne utiče na krajnju vrednost nekog parametra \mathbf{a} koju računamo. Svaka od ovih tačaka može biti sastavljena od nekoliko brojeva npr. od jedne ili više kontrolnih promenljivih (ravnomerno raspoređenih unutar intervala u kome vršimo merenje) i jedne ili više odgovarajućih merenih vrednosti (sa proizvoljnom raspodelom). Na primer, takva je χ^2 suma koja je invarijantna na redosled kojim se tačke dodaju, ali i jednostavnije veličine, kao što su srednja vrednost merene veličine i srednja vrednost funkcije merenih veličina (Press et al. 2007).

Butstrap metod koristi pravi (originalni) skup podataka $\mathcal{D}_{(0)}^S$, sa N tačaka i od njega generiše proizvoljan broj novih skupova podataka $\mathcal{D}_{(1)}^S, \mathcal{D}_{(2)}^S, \dots$, pri čemu svaki od njih takođe sadrži tačno N tačaka. Procedura je jednostavna, konstruišemo nove skupove tako što iz originalnog izvlačimo po N slučajnih tačaka i dozvolimo da svaka tačka može biti izvučena više (maksimalno N) puta. Tako dobijeni skupovi se razlikuju od originalnog skupa ali se može isvesti određeni zaključak posmatrajući sve ove skupove kao celinu. Na nove skupove primenjujemo istu proceduru računanja traženog parametra kao i za originalan skup i tako dobijamo skup simuliranih vrednosti parametra $\mathbf{a}_{(1)}^S, \mathbf{a}_{(2)}^S, \dots$ dok za originalni skup $\mathcal{D}_{(0)}^S$ dobijamo parametar $\mathbf{a}_{(0)}$. Dobijeni parametri će biti raspoređeni oko $\mathbf{a}_{(0)}$ na približno isti način kao što je $\mathbf{a}_{(0)}$ raspoređeno oko tačne vrednosti \mathbf{a}_{true} .

Bilo je potrebno određeno vreme da ova metoda bude prihvaćena od strane statističara. Do sada je ipak dokazano dovoljno teorema koje opravdavaju korišćenje butstrap metoda (Efron & Tibshirani 1993).

Umesto iznošenja svih detalja raspodele verovatnoće grešaka u određivanju parametra, uobičajeno je sumirati ovu raspodelu u formi granica poverenja. Funkcija raspodele verovatnoće definisana je u M -dimenzionom prostoru parametara \mathbf{a} . Region (interval) poverenja je samo oblast M -dimenzionog prostora koji sadrži određeni procenat ukupne raspodele verovatnoće. Neophodno je dakle odrediti nivo poverenja kao i geometrijski oblik regiona poverenja.

⁸engl. Monte Carlo.

⁹Engl. bootstrap – označava petlju od kože ili platna na vrhu zadnjeg dela čizme koja olakšava obuvanje.

4 Uzorak, analiza i rezultati

4.1 Formiranje uzorka za kalibraciju $\Sigma - D$ relacije

Odabir ostataka sa pouzdano određenim daljinama predstavlja ključni zahtev prilikom izvođenja $\Sigma - D$ relacije. Korišćen je najnoviji Grinov katalog (Green 2009) koji sadrži ukupno 274 OS. Verzija kataloga koju su koristili Kejs i Batačarija (Case & Bhattacharya 1998) za izvođenje svoje relacije sadržala je 215 ostataka. Za mnoge ostatke su u međuvremenu tačnije određene daljine dok su neki izbačeni iz kataloga jer se ispostavilo da ne spadaju u ovu grupu emisionih maglina.

U korišćenju verziji kataloga iz marta 2009. godine, 78 % ostataka su klasifikovani kao ljuskasti (S), 12 % kompozitnih (C) i 4 % imaju centralni izvor (F) dok se za ostale ostatke ne može sa sigurnošću utvrditi kom tipu pripadaju. Za 84 ostatka u katalogu procenjene su daljine ali je samo nešto više od polovine njih iskorišćeno za izvođenje $\Sigma - D$ relacije jer ostali nisu ljuskasti, nemaju pouzdano izmeren površinski sjaj na 1 GHz ili je procena daljine suviše gruba. Za mnoge ostatke u katalogu dato je nekoliko procena rastojanja ili je dat interval u kome se rastojanje nalazi, pa je u ovakvim slučajevima uzeta procena najskorijeg datuma ili je uzeta sredina datog intervala, ukoliko interval nije suviše širok.

Za ostatak G120.1+1.4 (Tycho, 3C10, SN1572) korišćena je najnovija procena daljine 2.5-3 kpc bazirana na nelinearnom modelu krive rotacije (Tian & Leahy 2011).

Za ostatak G160.9+2.6 (HB9) je uzeta daljina 0.8 ± 0.4 kpc (Leahy & Tian 2007) umesto znatno grublje procene iz Grinovog kataloga da je daljina manja od 4 kpc.

Ostatak G1.9+0.3 se nalazi u korišćenom katalogu ali je naveden bez daljine. Iako je u skorije vreme procenjena daljina do ovog ostatka na 8.5 kpc (Carlton et al. 2011), on nije uključen u uzorak kalibratora jer se ispostavilo da predstavlja najmlađi OS u Galaksiji (~ 100 godina) i da se nalazi u fazi slobodnog širenja.

Cas A predstavlja krajnje atipičan ostatak ($S_{1\text{GHz}} = 2720$ Jy) koji zbog velikog sjaja značajno utiče na nagib $\Sigma - D$ relacije (Case & Bhattacharya 1998) pa stoga nije uključen u naš uzorak.

Uzorak kalibratora, korišćen u ovom radu, sadrži ukupno 50 ostataka, od čega je 31 ostatak bio prisutan i u uzorku kalibratora Kejsa i Batačarije. U međuvremenu, za neke od njih daljine su tačnije određene. Preostalih pet ostataka i Cas A koje su Kejs i Batačarija koristili za svoju $\Sigma - D$ relaciju, nisu uključeni u naš uzorak kalibratora daljina: G49.2-0.7 (W51) i G330.0+15.0 (Lupus Loop) po Grinu nemaju dovoljno precizno određen ugaoni dijametar, gustinu fluksa i spektralni indeks; G189.1+3.0 je u novom Grinovom katalogu klasifikovan u C tip; G304.6+0.1 (Kes 17) ima samo donju granicu procene daljine (≥ 9.7 kpc); G166.2+2.5 (OA 184) je izbačen iz kataloga jer je utvrđeno da predstavlja HII region (Foster et al. 2006).

U Tabeli 3 dati su ljuskasti ostaci sa poznatim daljinama koje smo koristili za određivanje nove empirijske galaktičke $\Sigma - D$ relacije.

Tabela 3: Ljuskasti ostaci sa poznatim daljinama

| Ime iz kataloga | Drugi naziv | Površinski sjaj ($\text{Wm}^2 \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1}$) | Daljina (kpc) | Dijametar (pc) |
|-----------------|-----------------------|--|------------------|-------------------|
| G4.5+6.8 | Kepler, SN1604, 3C358 | $3.18 \cdot 10^{-19}$ | 3.9 | 3.4 |
| G18.8+0.3 | Kes 67 | $2.66 \cdot 10^{-20}$ | 12.0 | 47.7 |
| G21.8−0.6 | Kes 69 | $2.60 \cdot 10^{-20}$ | 6.4 | 37.2 |
| G23.3−0.3 | W41 | $1.45 \cdot 10^{-20}$ | 4.2 | 33.0 |
| G27.4+0.0 | 4C04.71 | $5.64 \cdot 10^{-20}$ | 8.6 | 10.0 |
| G31.9+0.0 | 3C391 | $1.03 \cdot 10^{-19}$ | 8.5 | 14.6 |
| G33.6+0.1 | Kes 79, 4C00.70, HC13 | $3.31 \cdot 10^{-20}$ | 7.8 | 22.7 |
| G43.3−0.2 | W49B | $4.77 \cdot 10^{-19}$ | 10.0 | 10.1 |
| G46.8−0.3 | HC30 | $9.53 \cdot 10^{-21}$ | 7.8 | 33.7 |
| G53.6−2.2 | 3C400.2, NRAO 611 | $1.30 \cdot 10^{-21}$ | 2.8 | 24.8 |
| G54.4−0.3 | HC 40 | $2.63 \cdot 10^{-21}$ | 3.3 | 38.4 |
| G65.1+0.6 | | $1.84 \cdot 10^{-22}$ | 9.0 | 175.6 |
| G74.0−8.5 | Cygnus Loop | $8.59 \cdot 10^{-22}$ | 0.44 | 24.6 |
| G78.2+2.1 | γ Cigni | $1.34 \cdot 10^{-20}$ | 1.5 | 26.2 |
| G84.2−0.8 | | $5.17 \cdot 10^{-21}$ | 4.5 | 23.4 |
| G89.0+4.7 | HB21 | $3.07 \cdot 10^{-21}$ | 0.8 | 24.2 |
| G93.7−0.2 | CTB 104A, DA 551 | $1.53 \cdot 10^{-21}$ | 1.5 | 34.9 |
| G94.0+1.0 | 3C434.1 | $2.61 \cdot 10^{-21}$ | 5.2 | 41.4 |
| G96.0+2.0 | | $6.68 \cdot 10^{-23}$ | 4.0 | 30.3 |
| G108.2−0.6 | | $4.22 \cdot 10^{-21}$ | 3.2 | 57.2 |
| G109.1−1.0 | CTB 109 | $4.22 \cdot 10^{-21}$ | 3.0 | 24.4 |
| G114.3+0.3 | | $1.67 \cdot 10^{-22}$ | 0.7 | 14.3 |
| G116.5+1.1 | | $3.13 \cdot 10^{-22}$ | 1.6 | 32.2 |
| G116.9+0.2 | CTB 1 | $1.04 \cdot 10^{-21}$ | 1.6 | 15.8 |
| G119.5+10.2 | CTA 1 | $6.69 \cdot 10^{-22}$ | 1.4 | 36.7 |
| G120.1+1.4 | Tycho, 3C10, SN1572 | $1.32 \cdot 10^{-19}$ | 2.8 | 6.4 |
| G127.1+0.5 | R5 | $8.92 \cdot 10^{-22}$ | 1.2 | 15.7 |
| G132.7+1.3 | HB3 | $1.06 \cdot 10^{-21}$ | 2.2 | 51.2 |
| G156.2+5.7 | | $6.22 \cdot 10^{-23}$ | 1.3 | 41.6 |
| G160.9+2.6 | HB9 | $9.85 \cdot 10^{-22}$ | 0.8 | 30.2 |
| G166.0+4.3 | VRO 42.05.01 | $5.47 \cdot 10^{-22}$ | 4.5 | 57.4 |
| G180.0−1.7 | S147 | $3.02 \cdot 10^{-22}$ | 0.62 | 32.5 |
| G205.5+0.5 | Monoceros Nebula | $4.98 \cdot 10^{-22}$ | 1.2 | 76.8 |
| G260.4−3.4 | Puppis A, MSH 0844 | $6.52 \cdot 10^{-21}$ | 2.2 | 35.1 |

Tabela 3 – Nastavak

| Ime iz kataloga | Drugi naziv | Površinski sjaj ($\text{Wm}^2 \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1}$) | Daljina (kpc) | Dijametar (pc) |
|-----------------|--------------------|--|------------------|-------------------|
| G290.1–0.8 | MSH 1161A | $2.38 \cdot 10^{-20}$ | 7.0 | 33.2 |
| G292.2–0.5 | | $3.51 \cdot 10^{-21}$ | 8.4 | 42.3 |
| G296.5+10.0 | PKS 1209-51/52 | $1.23 \cdot 10^{-21}$ | 2.1 | 46.7 |
| G296.8–0.3 | 115662 | $4.84 \cdot 10^{-21}$ | 9.6 | 46.7 |
| G309.8+0.0 | | $5.39 \cdot 10^{-21}$ | 3.6 | 22.8 |
| G315.4–2.3 | RCW 86, MSH 1463 | $4.18 \cdot 10^{-21}$ | 2.3 | 28.1 |
| G327.4+0.4 | Kes 27 | $1.02 \cdot 10^{-20}$ | 4.8 | 29.3 |
| G327.6+14.6 | SN1006, PKS 145941 | $3.18 \cdot 10^{-21}$ | 2.2 | 19.2 |
| G332.4–0.4 | RCW 103 | $4.21 \cdot 10^{-20}$ | 3.1 | 9.0 |
| G337.0–0.1 | CTB 33 | $1.00 \cdot 10^{-21}$ | 11.0 | 4.8 |
| G337.2–0.7 | | $6.27 \cdot 10^{-21}$ | 5.6 | 9.9 |
| G337.8–0.1 | Kes 41 | $3.34 \cdot 10^{-20}$ | 11.0 | 28.8 |
| G348.5+0.1 | CTB 37A | $4.82 \cdot 10^{-20}$ | 8.0 | 34.9 |
| G348.7+0.3 | CTB 37B | $1.40 \cdot 10^{-20}$ | 8.0 | 40.0 |
| G349.7+0.2 | | $6.02 \cdot 10^{-19}$ | 18.4 | 12.0 |
| G359.1–0.5 | | $3.66 \cdot 10^{-21}$ | 7.6 | 53.1 |

4.2 Primena ortogonalnog MNK na kalibracioni uzorak

Primenom ortogonalne regresije, opisane u poglavlju 3.3, na podatke iz Tabele 3 dobijamo sledeću relaciju:

$$\Sigma_{1\text{GHz}} = 5.2_{-5.1}^{+704.0} \cdot 10^{-14} D^{-5.0 \pm 1.5} \text{ Wm}^{-2} \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1}. \quad (53)$$

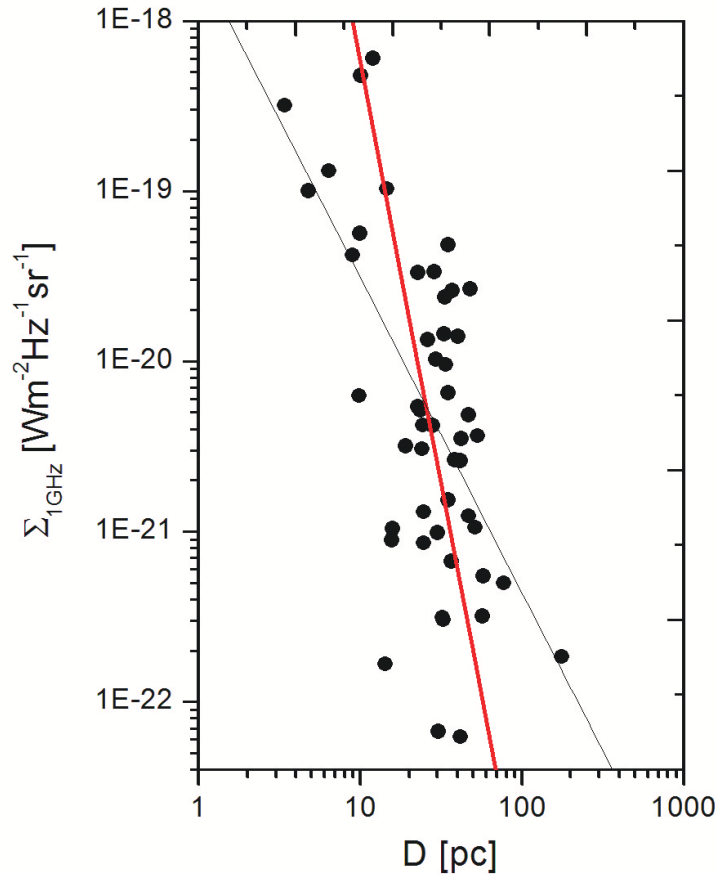
Vidimo da je dobijena $\Sigma - D$ relacije znatno strmija od ranijih i ujedno se značajno razlikuje od one dobijene primenom običnog MNK na iste podatke. Ako se na ostatke iz Tabele 3 primeni običan metod najmanjih kvadrata, koji minimizuje sumu kvadrata vertikalnih odstupanja, dobija se $\beta = 1.852$ (Slika 7).

U sekciji 3.4 je diskutovana pogodnost određivanja greške parametara nove $\Sigma - D$ relacije primenom butstrap algoritma. Ovde će ukratko biti navedena procedura računanja greške parametra β za uzorak od 50 kalibratora, a analogna procedura je korišćena i za grešku parametra A . Za generisanje slučajnih brojeva korišćen je algoritam SFMT¹⁰. Uz pomoć originalnog uzorka tačaka, konstruisano je $5 \cdot 10^6$ novih skupova

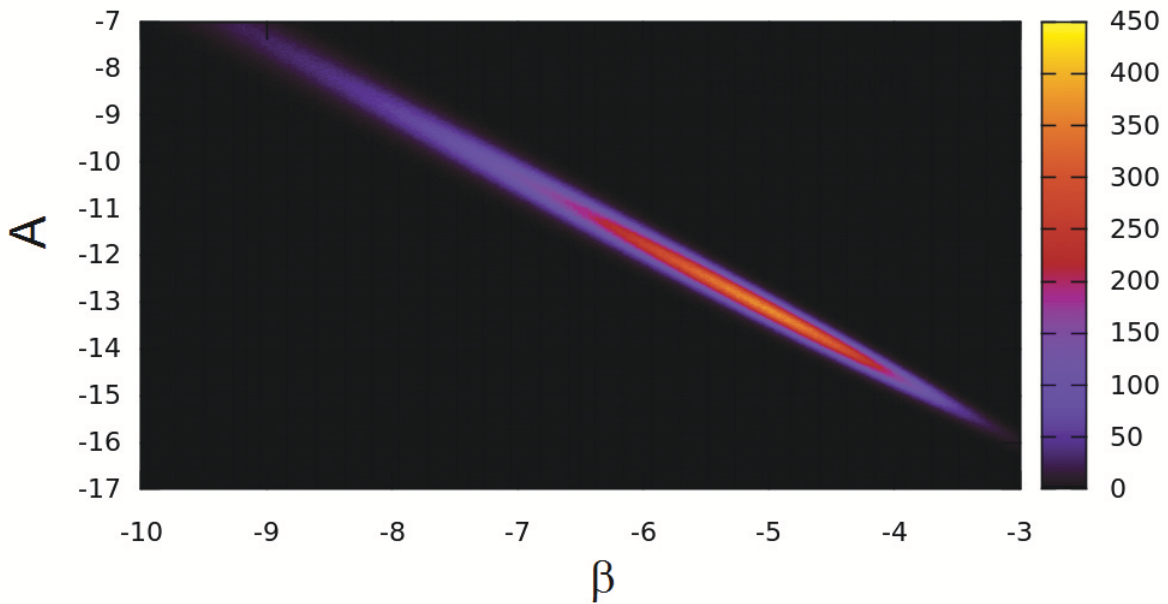
¹⁰engl. SIMD oriented Fast Mersenne Twister (Mutsuo Saito & Makoto Matsumoto, Hiroshima University)

tačkaka, takvih da ispunjavaju uslove navedene u 3.4. Zatim su za svaki od njih, primenom ortogonalnog MNK, računati koeficijenti β i A . Od parova vrednosti (β, A) napravljena je matrica dimenzija 700×1000 čiji svaki element sadrži broj uređenih parova koji upadaju u deo $A - \beta$ ravni obuhvaćen posmatranim elementom. Dobijena je mapa rasturanja vrednosti koeficijenata $\Sigma - D$ relacije (Slika 8). Parametri dobijeni Monte-Carlo uzorkovanjem formiraju usku traku koja prati linearnu zavisnost. Intervali grešaka za β i A dobijeni su projektovanjem pomenute trake na odgovarajuće ose, pri čemu je interval koji se projektuje odabran tako da sadrži $\sim 68.3\%$ ukupnog broja tačkaka. Gornja greška za parametar A je na prvi pogled jako velika, ali ovo je razumljivo obzirom da se najpre greška nalazi za lagoritmovane skale pa se tek onda konvertuje u skalu koja ima fizički smisao.

Opisani algoritam se može koristiti za uzorke koji sadrže proizvoljan broj ostataka, pa su na ovaj način dalje računate greške parametara $\Sigma - D$ relacija za ostatke u gustoj i retkoj sredini.



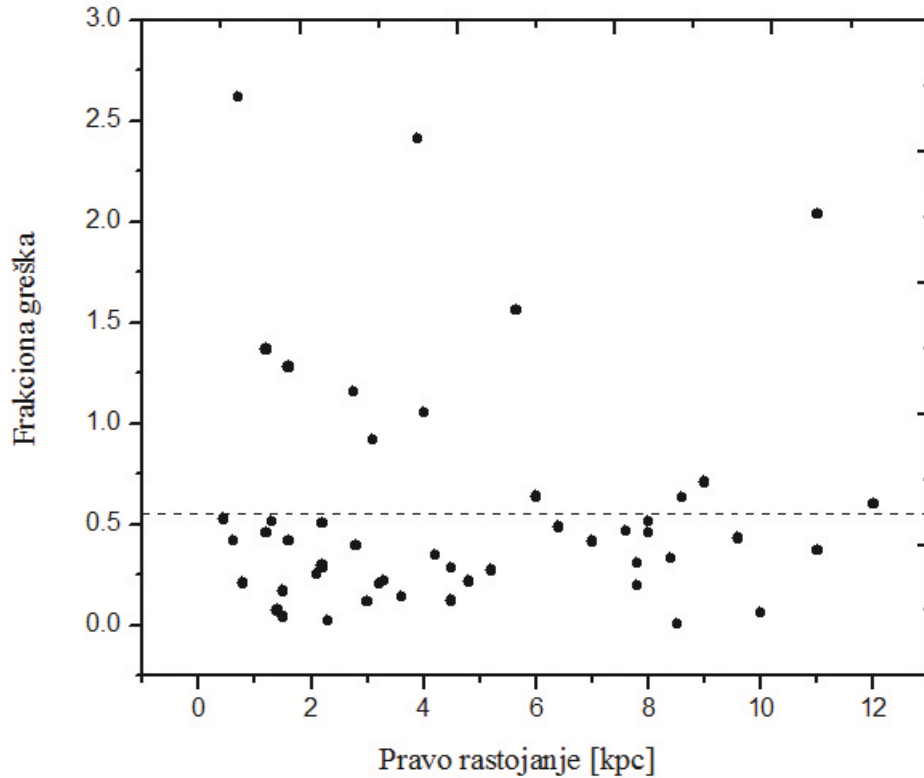
Slika 7: $\Sigma - D$ relacija za ljuskaste ostatke supernovih za kalibratore daljina iz Tabele 3. Debljom (crvenom) linijom je prikazana prava dobijena primenom ortogonalnog MNK a tankom (crnom) linijom optimalna prava koja minimizuje vertikalna odstupanja tačkaka (običan MNK).



Slika 8: Grafik raspodele dobijenih vrednosti za A i β primenom butstrapa na postojeći uzorak od 50 ostataka (grafik je dobijen za $5 \cdot 10^6$ izvršenih Monte Karlo uzorkovanja). Bojama je predstavljen broj tačaka koje upadaju u polja matrice.

Da bismo dobili procenu tačnosti $\Sigma - D$ relacije za rastojanja pojedinačnih ostataka supernovih, uvodimo tzv. frakcionu grešku (videti npr. Case & Bhattacharya 1998, Arbutina et al. 2004) definisanu jednačinom (40). Frakciona greška upoređuje rastojanja do ostataka dobijena direktno primenom odgovarajućih metoda i rastojanja dobijena primenom izvedene $\Sigma - D$ relacije (53). Ovako dobijene frakcione greške za ostatke korišćene prilikom izvođenja $\Sigma - D$ relacije (Tabela 3), prikazane su na Slici 9 u zavisnosti od direktno dobijenih rastojanja. Prosečna frakciona greška je $\bar{f} = 0.539$ i predstavljena je isprekidanom linijom na Slici 9. Od ukupno 50 ostataka u uzorku kalibratora, 13 ostataka (26%) ima frakcionu grešku veću od prosečne. Postoji 8 ostataka iz uzorka sa frakcionom greškom $f > 1.0$ i to su: Kepler, G96.0+2.0, G114.3+0.3, CTB 1, Tycho, R5, CTB 33, G337.20.7. U radu Kejsa i Batačarije (Case & Bhattacharya 1998) primećeno je da se većina ostataka sa velikim frakcionim greškama nalazi visoko iznad galaktičke ravni. Pomenuti autori ovo vide kao posledicu evolucije ostataka u oblasti sa manjom gustinom MZM koja utiče na evoluciju površinskog sjaja. Značajna korelacija ovog tipa nije primećena u našem uzorku. Od ostataka sa frakcionom greškom $f > 1.0$, samo se Kepler i G96.0+2.0 nalaze visoko iznad galaktičke ravni, redom oko 460 i 140 pc.

Nova $\Sigma - D$ relacija se dalje može primeniti na sve ljuskaste ostatke iz Grinovog kataloga (Green 2009) za koje je izmerena gustina fluksa radio-zračenja na 1 GHz i ugaone dimenzije. Od ukupno 274 ostataka u ovom katalogu, pomenute uslove ispunjava 202 ostatka i njihove daljine su izračunate primenom relacije (53). U Tabeli 7, u Prilogu ovog rada, date su nove daljine do ljuskastih ostataka iz Grinovog kataloga sa dodatkom dva ostatka koji su otkriveni 2011. godine (Gao et al. 2011). Označeni su oni ostaci čije



Slika 9: Frakciona greška f rastojanja dobijenih primenom nove $\Sigma - D$ relacije na uzorak kalibratora u funkciji pravih rastojanja do ljuskastih ostataka (datih u Tabeli 3). Prosečna frakciona greška za sve ostatke je 0.556 i prikazana je isprekidanom linijom.

daljine sadrže i dodatnu grešku usled nedovoljno tačno izmerenih ugaonih dimenzija i/ili gustine fluksa na frekvenciji 1 GHz. U Tabeli 7 je skrenuta pažnja i na one ostatke za koje se ne može sa sigurnošću reći da spadaju u ljuskaste, te samim tim primenu $\Sigma - D$ relacije na ove OS dovodimo u pitanje.

Ortogonalni MNK primenjen na podatke iz Tabele 3 daje parametar $\beta = 5.0 \pm 1.5$. U poglavlju 3.2 istaknuto je da je opravdanije koristiti $D - \Sigma$ relaciju za računanje daljina do OS jer običan MNK u ovom slučaju minimizuje odstupanja $\log D$. Koeficijent pravca koji se tako dobija za $D - \Sigma$ relaciju jednak je dakle $1/\beta$. Iz $D - \Sigma$ fita dobijamo $\beta = 5.4_{-1.0}^{+1.5}$ odakle vidimo da se vrednost dobijena primenom ortogonalnog MNK poklapa sa ovom vrednošću unutar intervala greške. Zaključujemo da ortogonalni MNK i $D - \Sigma$ fit daju iste rezultate što je lako objasniti iz činjenice da skala Σ pokriva 5 a skala D 1 do 2 reda veličine za podatke iz Tabele 3, pa su stoga vertikalna odstupanja tačaka na $D - \Sigma$ grafiku približno ekvivalentna normalnim rastojanjima od prave dobijene ortogonalnim MNK. Takođe, dobijene standardne greške za β iz $D - \Sigma$ grafika, mogu služiti i kao procena reda veličine greške ovog parametra u novoj $\Sigma - D$ relaciji.

4.3 Daljine do ostataka G178.2–4.2 i G25.1–2.3

Kinesko-nemački $\lambda 6$ cm pregled polarizacije u ravni Galaksije¹¹, između ostalog, otkrio je dva nova velika ostatka G178.2-4.2 i G25.1-2.3 sa ljuskastom strukturom (Gao et al. 2011).

Radio mape ovih objekata pravljene su koristeći Urumqi 25-metarski radio-teleskop za $\lambda 6$ cm i 100-metarski radio-teleskop Effelsberg za $\lambda 11$ cm i $\lambda 21$ cm. U Tabeli 4 date su gustine fluksa i spektralni indeksi otkrivenih ostataka.

Tabela 4: Gustine fluksa i spektralni indeksi novih ostataka (Gao et al. 2011)

| Objekti | G178.2-4.2 | G25.1-2.3 |
|--|------------------|------------------|
| $l(^{\circ})$ | 178.2 | 25.1 |
| $b(^{\circ})$ | -4.2 | -2.3 |
| RA _{J2000} (h m s) | 05 25 06 | 18 45 09 |
| Dec _{J2000} ($^{\circ}$ ' ") | 28 11 02 | -07 59 42 |
| Veličina (arcmin \times arcmin) | 72 \times 62 | 80 \times 30 |
| $S_{6\text{cm}}$ (Jy) | 1.0 \pm 0.1 | 3.7 \pm 0.4 |
| $S_{11\text{cm}}$ (Jy) | 1.6 \pm 0.2 | 4.7 \pm 0.5 |
| $S_{21\text{cm}}$ (Jy) | 1.8 \pm 0.2 | 6.7 \pm 0.7 |
| Spektralni indeks α | -0.48 \pm 0.13 | -0.49 \pm 0.13 |

Koristeći podatke iz prethodne tabele, dobijamo površinski sjaj za oba objekta na frekvenciji 1 GHz: $\Sigma_{1\text{GHz}} = 7.2 \cdot 10^{-23} \text{ Wm}^{-2} \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1}$ za G178.2-4.2 i $\Sigma_{1\text{GHz}} = 5.0 \cdot 10^{-22} \text{ Wm}^{-2} \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1}$ za ostatak G25.1-0.3. Površinski sjaj za G178.2-4.2 je do sada drugi najniži sjaj OS u Galaksiji, malo sjajniji od $5.8 \cdot 10^{-23} \text{ Wm}^{-2} \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1}$ koliko je izmereno za ostatak G156.2+5.7 (Reich et al. 1992).

Gao sa saradnicima (Gao et al. 2011) su u svom radu izveli rastojanje do ostatka G25.1-2.3 koristeći posmatranja neutralnog vodonika HI i dobili 2.9 kpc a primenom $\Sigma - D$ relacije Kejsa i Batačarije (Case & Bhattacharya 1998) oko 3.1 kpc što je dobro slaganje.

Međutim došli su do problema prilikom računanja rastojanja do ostatka G178.2-4.2. Za ovaj ostatak jedina procena daljine moguća je primenom $\Sigma - D$ relacije a kada se primeni relacija Kejsa i Batačarije dobije se rastojanje od oko 9.4 kpc što je izvan Galaksije obzirom na galaktičku longitudu objekta od oko 178° i daljinu Sunca od centra Galaksije od oko 8.5 kpc (maksimalna moguća daljina objekta na ovoj longitudi u Galaksiji je oko 6.5 kpc ako uzmemo da je radijus Mlečnog puta oko 15 kpc).

Primenili smo novu $\Sigma - D$ relaciju (53), izvedenu u ovom radu, i dobijamo sledeće vrednosti: za ostatak G25.1-2.3 dobijamo dijametar od 42 pc i daljinu oko 1.8 kpc dok se za ostatak G178.2-4.2 dobija dijametar 61 pc i daljina oko 2.9 kpc. Naravno, treba voditi računa o mogućoj grešci za dobijena rastojanja i do 50 % (obzirom na prosečnu frakcionu grešku) ali svakako da problem rastojanja ostatka G178.2-4.2 više nije prisutan jer ga daljina od oko 2.9 kpc definitivno stavlja unutar Mlečnog puta.

¹¹engl. A Sino-German $\lambda 6$ cm polarization survey of the Galactic plane

Obzirom da je i do njih računato rastojanje primenom nove $\Sigma - D$ relacije, novi ostaci G25.1-2.3 i G178.2-4.2 su uneti u Tabelu 7, u Prilogu.

4.4 $\Sigma - D$ relacija za ostatke u gustoj sredini

Tokom proteklih decenija rada na $\Sigma - D$ relaciji za OS, generalno je prihvaćeno da ne postoji jedinstvena relacija za sve ostatke (Arbutina et al. 2004, Arbutina & Urošević 2005). Moguće je konstruisati relaciju samo za neke klase OS.

U opštem slučaju, zavisnost površinskog sjaja od gustine MZM postoji u obliku $\Sigma \propto \rho_0^\eta \propto n_H^\eta$ (Duric & Seaquist 1986, Berezhko & Völk 2004, Arbutina & Urošević 2005). Ovo znači da što je veća gustina MZM u okolini ostatka, to je veća njegova sinhrotronska emisija (n_H i ρ_0 su redom prosečna gustina atoma vodonika i prosečna gustina sredine a $\eta > 0$ parametar).

Tabela 5: Ljuskasti ostaci asocirani sa molekulskim oblacima u Galaksiji

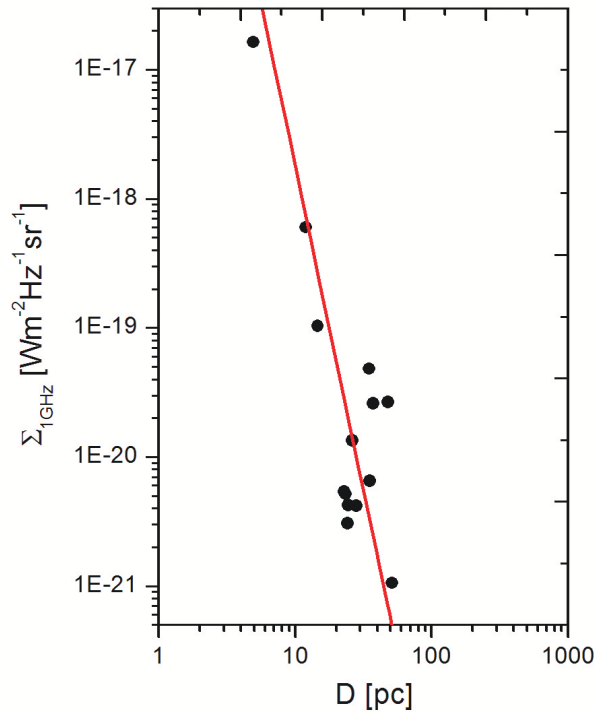
| Ime iz kataloga | Drugi naziv | Površinski sjaj ($\text{Wm}^2 \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1}$) | Daljina (kpc) | Dijametar (pc) |
|-----------------|--------------------|--|------------------|-------------------|
| G18.8+0.3 | Kes 67 | $2.66 \cdot 10^{-20}$ | 12.0 | 47.7 |
| G21.8-0.6 | Kes 69 | $2.60 \cdot 10^{-20}$ | 6.4 | 37.2 |
| G31.9+0.0 | 3C391 | $1.03 \cdot 10^{-19}$ | 8.5 | 14.6 |
| G78.2+2.1 | γ Cigni | $1.34 \cdot 10^{-20}$ | 1.5 | 26.2 |
| G84.2-0.8 | | $5.17 \cdot 10^{-21}$ | 4.5 | 23.4 |
| G89.0+4.7 | HB21 | $3.07 \cdot 10^{-21}$ | 0.8 | 24.2 |
| G109.1-1.0 | CTB 109 | $4.22 \cdot 10^{-21}$ | 3.0 | 24.4 |
| G111.72.1 | Cassiopeia A | $1.64 \cdot 10^{-17}$ | 3.4 | 4.9 |
| G132.7+1.3 | HB3 | $1.06 \cdot 10^{-21}$ | 2.2 | 51.2 |
| G260.4-3.4 | Puppis A, MSH 0844 | $6.52 \cdot 10^{-21}$ | 2.2 | 35.1 |
| G309.8+0.0 | | $5.39 \cdot 10^{-21}$ | 3.6 | 22.8 |
| G315.4-2.3 | RCW 86, MSH 1463 | $4.18 \cdot 10^{-21}$ | 2.3 | 28.1 |
| G348.5+0.1 | CTB 37A | $4.82 \cdot 10^{-20}$ | 8.0 | 34.9 |
| G349.7+0.2 | | $6.02 \cdot 10^{-19}$ | 18.4 | 12.0 |

Primećeno je da $\Sigma - D$ relacija, konstruisana za ostatke asocirane sa velikim molekulskim oblacima, pokazuje manje rasipanje tačaka u odnosu na druge relacije (Huang & Thaddeus 1985, Arbutina et al. 2004).

Početni uzorak ljuskastih ostataka koji su asocirani sa velikim molekulskim oblacima uzet je iz rada Arbutine sa saradnicima (Arbutina et al. 2004). U pomenutom radu

korišćeno je 14 ostataka, većim delom uzetih iz rada Huanga i Tadeusa (Huang & Thaddeus 1985), a među njima se nalazi i Cas A. Najpre su izbačeni ostaci G34.7-0.4 i IC 443 jer prema Grinovom katalogu (Green 2009) pripadaju kompozitnom - C tipu. Nije uzet u obzir ni ostatak OA 184 za koji je utvrđeno da predstavlja HII region (Foster et al. 2006).

Dodata su 4 nova ostatka za koje je u skorije vreme utvrđeno da su asocirani sa molekulskim oblacima: CTB 37A, 3C 391 (Castro & Slane 2010), Kes 69 (Tian & Leahy 2008) i Kes 67 (Tian et al. 2007). U Tabeli 5 prikazani su ljuskasti ostaci iz Galaksije asocirani sa molekulskim oblacima.



Slika 10: Ortogonalni MNK primenjen na uzorak ostataka asociranih sa molekulskim oblacima

Primenom ortogonalnog fita (Slika 10) na ovaj uzorak ostataka, dobija se sledeća $\Sigma - D$ relacija:

$$\Sigma_{1\text{GHz}} = 1.9_{-1.6}^{+11.5} \cdot 10^{-13} D^{-5.0 \pm 0.6} \text{ Wm}^{-2}\text{Hz}^{-1}\text{sr}^{-1}, \quad (54)$$

odakle vidimo da je dobijeni koeficijent β vrlo blizak koeficijentu dobijenom za celokupni korišćeni uzorak u radu, koji sadrži 50 ostataka.

Primenom klasičnog MNK na ovaj uzorak ostataka, dobija se sledeća $\Sigma - D$ relacija:

$$\Sigma_{1\text{GHz}} = 9.2_{-8.2}^{+80.4} \cdot 10^{-16} D^{-3.3 \pm 0.7} \text{ Wm}^{-2}\text{Hz}^{-1}\text{sr}^{-1}, \quad (55)$$

koja je jako slična relaciji koju je dobio Arbutina sa saradnicima u radu iz 2004. godine (Arbutina et al. 2004) $\Sigma_{1\text{GHz}} = 1.1_{-0.8}^{+3.7} \cdot 10^{-15} D^{-3.5 \pm 0.5} \text{ Wm}^{-2} \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1}$.

Prosečna frakciona greška ortogonalnog fita, dobijena iz jednačine iznosi svega $\bar{f} = 0.278$ a maksimalna $f_{\text{max}} = 0.515$ što znači da se radi o znatno kvalitetnijem fitu od fita korišćenog za 50 ostataka, tj. da se ovde može spekulisati da ova $\Sigma - D$ relacija predstavlja evolutivnu traku.

4.5 Ostaci u retkoj međuzvezdanoj sredini

Metjusen sa saradnicima u svom radu iz 1983. godine (Mathewson et al. 1983) klasifikovali su ostatke u četiri kategorije, u zavisnosti od njihovih optičkih osobina: B (Balmer-dominated), sa dominantnim Balmerovim linijama; O (Oxygen-rich), bogate kiseonikom; P/C (plerionic/compozite), plerione, odnosno kompozitne; i evoluirane ostatke. Predloženo je da su B ostaci povezani sa supernovama tipa Ia (deflagracija belog patuljka u tesno dvojnem sistemu). Za očekivati je da ćemo ove dugovečne zvezde-roditelje male mase nalaziti u sredini manje gustine te su stoga B ostaci idealni kandidati za proučavanje evolucije SNR u retkoj sredini (Arbutina & Urošević 2005).

Heng je 2010. godine (Heng 2010) dao dobar pregled udarnih talasa koji stvaraju ostatke sa dominantnim Balmerovim linijama i u istom radu naveo pet poznatih ostataka ovog tipa u Galaksiji. Arbutina i Urošević su u radu iz 2005. (Arbutina & Urošević 2005) za izvođenje $\Sigma - D$ relacije za ostatke u retkoj sredini koristili tri galaktička ostatka: Tycho, Kepler i SN1006. Mi smo ovoj listi dodali još dva poznata ostatka B tipa u Galaksiji: RCW 86 (Sollerman et al. 2003) i Cygnus Loop (Ghavamian et al. 2001). U Tabeli 6 dat je uzorak ljuskastih ostataka iz retke Galaktičke sredine.

Tabela 6: Ljuskasti ostaci tipa B (Balmer-dominated) u Galaksiji. Najverovatnije se nalaze u retkoj međuzvezdanoj sredini.

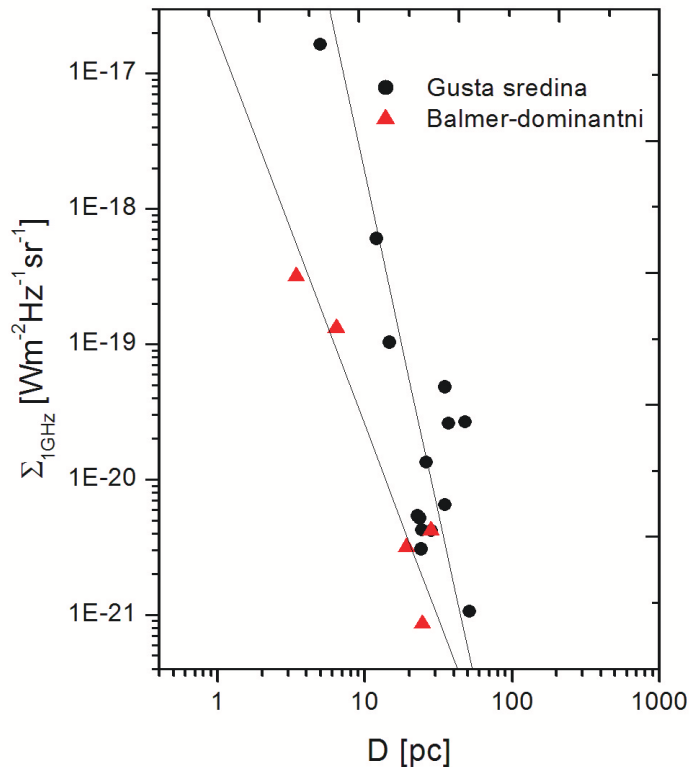
| Ime iz kataloga | Drugi naziv | Površinski sjaj ($\text{Wm}^2 \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1}$) | Daljina (kpc) | Dijametar (pc) |
|-----------------|-----------------------|--|------------------|-------------------|
| G4.5+6.8 | Kepler, SN1604, 3C358 | $3.18 \cdot 10^{-19}$ | 3.9 | 3.4 |
| G74.0–8.5 | Cygnus Loop | $8.59 \cdot 10^{-22}$ | 0.44 | 24.6 |
| G120.1+1.4 | Tycho, 3C10, SN1572 | $1.32 \cdot 10^{-19}$ | 2.8 | 6.4 |
| G315.4–2.3 | RCW 86, MSH 1463 | $4.18 \cdot 10^{-21}$ | 2.3 | 28.1 |
| G327.6+14.6 | SN1006, PKS 145941 | $3.18 \cdot 10^{-21}$ | 2.2 | 19.2 |

Primenom ortogonalnog fita na ovih 5 ostataka dobija se $\Sigma - D$ relacija:

$$\Sigma_{1\text{GHz}} = 1.829 \cdot 10^{-17} D^{-2.863} \text{ Wm}^{-2} \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1}, \quad (56)$$

sa srednjom frakcionom greškom $\bar{f} = 0.213$ i maksimalnom $f_{\max} = 0.335$. Ipak, ova relacija nije reprezentativna obzirom da se radi o jako malom uzorku. Ukoliko ovom uzorku dodamo još 5 ostataka iz Velikog (LMC) i 1 iz Malog Magelanovog oblaka (SMC): LMC 0525-69.6, LMC 0509-68.7, LMC 0509-67.5, LMC 0519-69.0, LMC 0548-70.4, SMC 0104-72.3; kao što je urađeno u radu Arbutine i Uroševića iz 2005. godine (Arbutina & Urošević 2005), dobijamo sledeću relaciju primenom ortogonalnog MNK:

$$\Sigma_{1\text{GHz}} = 1.495 \cdot 10^{-16} D^{-3.658} \text{ Wm}^{-2}\text{Hz}^{-1}\text{sr}^{-1}. \quad (57)$$



Slika 11: $\Sigma - D$ dijagram za grupe Galaktičkih ostataka koji su asocirani sa molekulskim oblacima i evoluiraju u gustoj sredini (obeleženi crnim kvadratima) i Balmer-dominantne (crveni trouglovi)

U oba slučaja je nagib relacije primetno manji od koeficijenta $\beta \sim 5$ dobijenog za uzorak kalibratora iz Galaksije kao i za ostatke asocirane sa molekulskim oblacima. Greške parametara β i A nisu navedene jer uzorak sadrži premalo tačaka da bi bootstrap algoritam bio primenjen.

Na Slici 11 na istom grafiku su prikazane dve grupe ostataka, oni koji evoluiraju u gustoj kao i ostaci iz retke sredine. Obzirom da bi ostaci iz retke sredine trebalo da imaju manji sjaj, očekujemo da se na grafiku ovaj uzorak nalazi "ispod" uzorka ostataka asociranih sa molekulskim oblacima. Ipak, nagibi $\Sigma - D$ relacija za pomenute klase

ostatka se znatno razlikuju što se ne poklapa sa pretpostavkom da β ne zavisi ili slabo zavisi od gustine sredine u kojoj se nalaze OS. Kad bi imali veći uzorak B (Balmer-dominated) ostataka iz Galaksije, mogli bi izvesti sigurniji zaključak.

5 Zaključak

Tematika ovog rada vezana je za izvođenje nove $\Sigma - D$ relacije za Galaktičke ostatke supernovih. Relacija Kejsa i Batačarije, koja se koristila već više od deset godina, formirana je pomoću starije verzije Grinovog kataloga Galaktičkih ostataka supernovih i primenom klasičnog metoda najmanjih kvadrata.

Doprinosi ovog rada su sledeći (redosled nije po važnosti već prati redosled izlaganja u radu):

- (i) Dato je teorijsko opravdanje za korišćenje ortogonalnog MNK metoda prilikom izvođenja empirijske $\Sigma - D$ relacije za ljuskaste ostatke supernovih.
- (ii) Dopunjen je kalibracioni uzorak Kejsa i Batačarije novim ostacima navedenim u Grinovom katalogu iz 2009. godine. Neki ostaci su izbačeni iz ovog uzorka jer je utvrđeno da ne spadaju u ljuskaste ili predstavljaju HII regione. Za pojedine ostatke su navedene najskorije procene daljina.
- (iii) Dobijena je nova Galaktička $\Sigma - D$ relacija koja se značajno razlikuje od svih dosadasnih empirijskih relacija. Nova relacija je znatno strmija ($\beta \approx 5$) i samim tim pokazuje bolje slaganje sa novijim teorijskim razmatranjima radio-evolucije ostataka.
- (iv) Izvedene su nove $\Sigma - D$ relacije za grupe Galaktičkih ostataka u gustoj i retkoj međuzvezdanoj sredini. Ostaci iz retke sredine na $\Sigma - D$ dijagramu nalaze se "ispod" uzorka ostataka asociiranih sa molekulskim oblacima. Nagibi relacija za pomenute klase ostataka se razlikuju ali uzorci sadrže premalo tačaka da bi mogao biti izveden bilo kakav zaključak.
- (v) Uz pomoć nove $\Sigma - D$ relacije, izračunate su daljine do ljuskastih ostataka u Galaksiji za koje ne postoji nezavisna procena daljine. Procenjene su daljine do novo-otkrivenih ostataka G178.2-4.2 i G25.1-2.3. Dobijena daljina ostatka G178.2-4.2 je saglasna sa lokacijom ostatka u Galaksiji što nije slučaj sa daljinom koju daje relacija Kejsa i Batačarije.

Ostaje, međutim, dovoljno tema za istraživanje u budućnosti, obzirom da su mnogi problemi navedeni u radu tek "načeti". Ovde navodimo samo neke od njih.

- (i) Primena ortogonalnog MNK na određivanje empirijske $\Sigma - D$ relacije za ostatke u drugim galaksijama.
- (ii) Ispitivanje uticaja selekcionih efekata na empirijsku $\Sigma - D$ relaciju.
- (iii) Eliminacija selekcionih efekata i dobijanje prave slike o raspodeli ostataka supernovih u Galaksiji.
- (iv) Formiranje većeg uzorka B (Balmer-dominantnih) ostataka iz Galaksije i ispitivanje mogućnosti da nagib relacije zavisi od gustine sredine u kojoj ostaci evoluiraju.

6 Literatura

- Allakhverdiyev A. O., Amnuel P. R., Guseinov O. H., Kasumov F. K., 1983a, *Ap&SS*, 97, 261
- Allakhverdiyev A. O., Amnuel P. R., Guseinov O. H., Kasumov F. K., 1983b, *Ap&SS*, 97, 287
- Arbutina B., Urošević D., Stanković M., Tešić Lj., 2004, *MNRAS*, 350, 346
- Arbutina B., Urošević D., 2005, *MNRAS*, 360, 76
- Arbutina B., 2005, Magistarska teza, Univerzitet u Beogradu
- Bell A.R., 1978a, *MNRAS*, 182, 147
- Bell A.R., 1978b, *MNRAS*, 182, 443
- Berezhko, E. G., Völk, H. J., 2004, *A&A*, 427, 525
- Berkhuijsen E. M., 1973, *A&A*, 24, 143
- Berkhuijsen E. M., 1986, *A&A*, 166, 257
- Carlton A. K., Borkowski K. J., Reynolds S. P., Hwang U., Petre R., Green D. A., Krishnamurthy K., Willett R., *ApJL*, 737, 22
- Case G., Bhattacharya D., 1998, *ApJ*, 504, 761
- Castro D., Slane P., 2010, *ApJ*, 717, 372
- Caswell J. L., Lerche I., 1979, *MNRAS*, 187, 201
- Chomiuk L., Wilcots E.M., 2009, *ApJ*, 703, 370
- Clark D. H., Caswell J.L., 1976, *MNRAS*, 174, 267
- Downes D., 1971, *AJ*, 76, 305
- Duric N., Seaquist E.R., 1986, *ApJ*, 301, 308
- Efron B., Tibshirani R., 1993, *An Introduction to the Bootstrap*. Boca Raton, FL: Chapman & Hall/CRC
- Foster T., Kothes R., Sun X. H., Reich W., Han J. L., 2006, *A&A*, 454, 517
- Gao X.Y., Sun X.H., Han J.L., Reich W., Reich P., Wielebinski R., 2011, *A&A*, 532, 144
- Ginzburg V. L., Pikel'ner S. B., Shklovsky I. S., 1955, *Astron. Ž.*, 32, 503
- Göbel W., Hirth W., Fürst E., 1981, *A&A*, 93, 43
- Green D. A., 1984, *MNRAS*, 209, 449

Green D. A., 1991, PASP, 103, 209

Green D. A., 1996, MRAO, Cambridge

Green D. A., 2004, BASI, 32, 335

Green D. A., 2005, MmSAI, 76, 534

Green D. A., 2009, BASI, 37, 45

Ghavamian P., Raymond J., Smith C., Hartigan P., 2001, ApJ, 547, 995

Heng K., 2010, PASA, 27, 23

Huang Y.L., Thaddeus P., 1985, ApJ, 295, 13

Ilovaisky S. A., Lequeux J., 1972, A&A, 18, 169

Isobe T., Feigelson E.D., Akritas M.G., Babu G.J., 1990, ApJ, 364, 104

Lozinskaya T. A., 1981, Pis'ma Astron. Ž., 7, 29

Mathewson, D. S., Ford, V. L., Dopita, M. A., Tuohy, I. R., Long, K. S., Helfand, D. J., 1983, ApJS, 51, 345

Milne D.K., 1970, AuJPh, 23, 425

Milne D.K., 1979, AuJPh, 32, 83

Poveda A., Woltjer L., 1968, ApJ, 73(2), 65

Press W.H., Teukolsky S.A., Vetterling W.T., Flannery B.P., 2007, *Numerical recipes: The Art of Scientific Computing (Third Edition)*, Cambridge University Press, Cambridge, UK

Reich W., Fürst E., Arnal E. M., 1992, A&A, 256, 214

Reynolds, S. P., Chevalier, R. A., 1981, ApJ, 245, 912

Sabbadin F., 1977, A&A, 54, 915

Sakhibov F. Kh., Smirnov M. A., 1982, Pis'ma Astron. Ž., 8, 281

Seaquist E.R., 1968, Observatory, 88, 269

Sedov L.I., 1959, *Similarity and Dimensional Methods in Mechanics*, Academic Press, New York

Shklovsky, I. S., 1960a, Astron. Zh., 37, 256

Shklovsky, I. S., 1960b, Astron. Zh., 37, 369

Shu F.H., 1991, *The physics of Astrophysics (Vol. I: Radiation)*, University Science Books, Mill Valley, California

- Sollerman J., Ghavamian P., Lundqvist P., Smith R.C., 2003, *A&A*, 407, 249
- Tian W.W, Leahy D.A, Wang Q.D., 2007, *A&A*, 474, 541
- Leahy, D. A., Tian W. W., 2007, *A&A*, 461, 1013
- Tian W. W., Leahy D. A., 2008, *MNRAS*, 391, 54
- Tian W. W., Leahy D. A., 2011, *ApJ*, 729, 15
- Urošević D., 2000, Doktorska disertacija, Univerzitet u Beogradu
- Urošević D., Milogradov-Turin J., 2007, *Teorijske osnove radio-astronomije*, Matematički fakultet, Beograd
- Urošević D., Vukotić B., Arbutina B., Sarevska M., 2010, *ApJ*, 719, 950
- Vukotić B., 2006, Magistarska teza, Univerzitet u Beogradu
- Weiler K.W. (Ed.), 2003, *Supernovae and Gamma-Ray Bursters*, Springer-Verlag, Heidelberg, Berlin
- Woltjer L., 1972, *ARA&A*, 10, 129

Prilog

Tabela 7: Rastojanja do ljuskastih ostataka dobijena iz nove $\Sigma - D$ relacije. U zagradi su navedene daljine do ostataka koji su korišćeni kao kalibratori, pa su te daljine određivane nezavisno od $\Sigma - D$ relacije. ^a označava da ugaone dimenzije ostatka nisu precizno određene, ^b fluks nije precizno izmeren, ^c označava da se možda radi o ostatku koji ne spada u ljuskasti (S) tip (Grinov katalog) dok su sa ^d označeni novi ostaci tj. oni kojih nema u Grinovom katalogu.

| Ime iz kataloga | Drugo ime | Gustina fluksa (Jy) | Dijametar (pc) | Daljina (kpc) |
|-------------------------|-----------------------|------------------------|-------------------|------------------|
| ^b G0.0+0.0 | Sgr A East | 100.0 | 8.0 | 9.3 |
| G0.3+0.0 | | 22.0 | 18.4 | 5.8 |
| G1.0-0.1 | | 15.0 | 17.5 | 7.5 |
| ^b G1.4-0.1 | | 2.0 | 28.8 | 9.9 |
| G1.9+0.3 | | 0.6 | 17.1 | 39.1 |
| G3.7-0.2 | | 2.3 | 30.5 | 8.5 |
| ^{b,c} G3.8+0.3 | | 3.0 | 33.6 | 6.4 |
| ^b G4.2-3.5 | | 3.2 | 39.7 | 4.9 |
| G4.5+6.8 | Kepler, SN1604, 3C358 | 19.0 | 11.2 | 12.9 (3.9) |
| G4.8+6.2 | | 3.0 | 33.6 | 6.4 |
| ^b G5.2-2.6 | | 2.6 | 34.6 | 6.6 |
| G5.5+0.3 | | 5.5 | 26.4 | 6.8 |
| ^b G5.9+3.1 | | 3.3 | 34.4 | 5.9 |
| G6.1+0.5 | | 4.5 | 28.5 | 6.7 |
| ^b G6.4+4.0 | | 1.3 | 49.6 | 5.5 |
| G6.5-0.4 | | 27.0 | 21.6 | 4.1 |
| ^b G7.0-0.1 | | 2.5 | 32.4 | 7.4 |
| G7.2+0.2 | | 2.8 | 28.9 | 8.3 |
| G7.7-3.7 | 1814-24 | 11.0 | 28.1 | 4.4 |
| G8.3+0.0 | | 1.2 | 23.1 | 17.7 |
| G8.7-5.0 | | 4.4 | 36.1 | 4.8 |
| ^c G8.7-0.1 | W30 | 80.0 | 25.1 | 1.9 |
| G8.9+0.4 | | 9.0 | 30.3 | 4.3 |
| G9.7+0.0 | | 3.7 | 28.1 | 7.5 |
| G9.8+0.6 | | 3.9 | 27.1 | 7.8 |

Tabela 7 – Nastavak

| Ime iz kataloga | Drugo ime | Gustina fluksa (Jy) | Dijametar (pc) | Daljina (kpc) |
|--------------------------|-----------|------------------------|-------------------|------------------|
| G9.9-0.8 | | 6.7 | 24.3 | 7.0 |
| G10.5+0.0 | | 0.9 | 27.5 | 15.8 |
| G11.0+0.0 | | 1.3 | 31.3 | 10.8 |
| G11.1-1.0 | | 5.8 | 27.1 | 6.3 |
| G11.1-0.7 | | 1.0 | 31.4 | 12.3 |
| G11.1+0.1 | | 2.3 | 29.0 | 9.1 |
| ^c G11.4-0.1 | | 6.0 | 21.1 | 9.1 |
| G11.8-0.2 | | 0.7 | 24.6 | 21.1 |
| G12.2+0.3 | | 0.8 | 27.2 | 17.0 |
| G12.7+0.0 | | 0.8 | 28.2 | 16.1 |
| ^b G13.5+0.2 | | 3.5 | 18.6 | 14.3 |
| G14.1-0.1 | | 0.5 | 29.9 | 18.7 |
| G14.3+0.1 | | 0.6 | 26.5 | 20.4 |
| ^b G15.1-1.6 | | 5.5 | 35.0 | 4.5 |
| G15.4+0.1 | | 5.6 | 27.2 | 6.4 |
| ^c G15.9+0.2 | | 5.0 | 19.4 | 11.3 |
| G16.0-0.5 | | 2.7 | 29.4 | 8.3 |
| G16.2-2.7 | | 2.0 | 35.7 | 7.2 |
| G16.4-0.5 | | 4.6 | 27.0 | 7.2 |
| G17.0+0.0 | | 0.5 | 28.8 | 19.8 |
| ^{a,b} G17.4-2.3 | | 4.8 | 34.3 | 4.9 |
| G17.4-0.1 | | 0.4 | 32.4 | 18.6 |
| ^b G17.8-2.6 | | 4.0 | 35.6 | 5.1 |
| G18.1-0.1 | | 4.6 | 22.2 | 9.6 |
| G18.6-0.2 | | 1.4 | 25.2 | 14.4 |
| G18.8+0.3 | Kes 67 | 33.0 | 18.6 | 4.7 (12.0) |
| G19.1+0.2 | | 10.0 | 31.1 | 4.0 |
| G20.4+0.1 | | 3.1 | 24.1 | 10.3 |
| G21.0-0.4 | | 1.1 | 29.6 | 12.8 |
| G21.5-0.1 | | 0.4 | 30.1 | 20.7 |
| G21.8-0.6 | Kes 69 | 69.0 | 18.6 | 3.2 (6.4) |
| ^c G22.7-0.2 | | 33.0 | 24.0 | 3.2 |
| G23.3-0.3 | W41 | 70.0 | 21.0 | 2.7 (4.2) |
| ^{a,c} G24.7-0.6 | | 8.0 | 25.6 | 5.9 |

Tabela 7 – Nastavak

| Ime iz kataloga | Drugo ime | Gustina fluksa (Jy) | Dijametar (pc) | Daljina (kpc) |
|----------------------------|-----------------------|------------------------|-------------------|------------------|
| ^d G25.1-2.3 | | 8.0 | 41.3 | 1.8 |
| G27.4+0.0 | 4C-04.71 | 6.0 | 15.9 | 13.7 (8.6) |
| ^b G28.6-0.1 | | 3.0 | 27.4 | 8.7 |
| ^b G29.6+0.1 | | 1.5 | 23.1 | 15.9 |
| ^c G30.7+1.0 | | 6.0 | 31.0 | 5.1 |
| ^{a,b,c} G31.5-0.6 | | 2.0 | 36.5 | 7.0 |
| G31.9+0.0 | 3C391 | 24.0 | 14.1 | 8.2 (8.5) |
| ^{a,b,c} G32.0-4.9 | 3C396.1 | 22.0 | 36.6 | 2.1 |
| ^b G32.4+0.1 | | 0.2 | 35.6 | 20.4 |
| ^{b,c} G32.8-0.1 | Kes 78 | 11.0 | 25.3 | 5.1 |
| G33.2-0.6 | | 3.5 | 32.6 | 6.2 |
| G33.6+0.1 | Kes 79, 4C00.70, HC13 | 22.0 | 17.7 | 6.1 (7.8) |
| ^{a,b} G36.6+2.6 | | 0.7 | 41.7 | 9.7 |
| G40.5-0.5 | | 11.0 | 28.1 | 4.4 |
| G41.1-0.3 | 3C397 | 22.0 | 11.4 | 11.7 |
| ^b G42.8+0.6 | | 3.0 | 37.8 | 5.4 |
| G43.3-0.2 | W49B | 38.0 | 10.4 | 10.3 (10.0) |
| ^{a,b,c} G43.9+1.6 | | 8.6 | 44.2 | 2.5 |
| ^b G45.7-0.4 | | 4.2 | 34.1 | 5.3 |
| G46.8-0.3 | HC30 | 14.0 | 22.8 | 5.3 (7.8) |
| ^{b,c} G49.2-0.7 | W51 | 160.0 | 18.5 | 2.1 |
| G53.6-2.2 | 3C400.2, NRAO 611 | 8.0 | 34.1 | 3.9 (2.8) |
| G54.4-0.3 | HC40 | 28.0 | 29.6 | 2.5 (3.3) |
| ^{a,b} G55.0+0.3 | | 0.5 | 47.5 | 9.4 |
| G55.7+3.4 | | 1.4 | 43.3 | 6.5 |
| ^{a,b,c} G57.2+0.8 | 4C21.53 | 1.8 | 31.6 | 9.1 |
| ^b G59.5+0.1 | | 3.0 | 31.2 | 7.2 |
| G65.1+0.6 | | 5.5 | 50.6 | 2.6 (9.0) |
| ^{b,c} G65.3+5.7 | | 52.0 | 56.6 | 0.7 |
| G67.7+1.8 | | 1.0 | 37.3 | 9.5 |
| G69.7+1.0 | | 2.0 | 33.9 | 7.8 |
| ^c G73.9+0.9 | | 9.0 | 31.7 | 4.0 |
| G74.0-8.5 | Cygnus Loop | 210.0 | 37.1 | 0.7 (0.44) |
| G78.2+2.1 | DR4, gamma Cygni SNR | 320.0 | 21.3 | 1.2 (1.5) |

Tabela 7 – Nastavak

| Ime iz kataloga | Drugo ime | Gustina fluksa (Jy) | Dijametar (pc) | Daljina (kpc) |
|---------------------------|---------------------|------------------------|-------------------|------------------|
| ^b G82.2+5.3 | W63 | 120.0 | 29.0 | 1.3 |
| G83.0-0.3 | | 1.0 | 30.2 | 13.1 |
| G84.2-0.8 | | 11.0 | 25.8 | 5.0 (4.5) |
| G89.0+4.7 | HB21 | 220.0 | 28.7 | 0.9 (0.8) |
| G93.7-0.2 | CTB 104A, DA 551 | 65.0 | 33.0 | 1.4 (1.5) |
| G94.0+1.0 | 3C434.1 | 13.0 | 29.6 | 3.7 (5.2) |
| G96.0+2.0 | | 0.3 | 62.0 | 8.2 (4.0) |
| G108.2-0.6 | | 8.0 | 45.3 | 2.5 (3.2) |
| G109.1-1.0 | CTB 109 | 22.0 | 26.9 | 3.3 (3.0) |
| G111.7-2.1 | Cassiopeia A, 3C461 | 2720.0 | 5.1 | 3.5 |
| G114.3+0.3 | | 5.5 | 51.6 | 2.5 (0.7) |
| G116.5+1.1 | | 10.0 | 45.4 | 2.3 (1.6) |
| G116.9+0.2 | CTB 1 | 8.0 | 35.7 | 3.6 (1.6) |
| ^a G119.5+10.2 | CTA 1 | 36.0 | 39.0 | 1.5 (1.4) |
| G120.1+1.4 | Tycho, 3C10, SN1572 | 56.0 | 13.4 | 5.8 (2.8) |
| ^c G126.2+1.6 | | 6.0 | 50.6 | 2.5 |
| G127.1+0.5 | R5 | 12.0 | 36.8 | 2.8 (1.2) |
| G132.7+1.3 | HB3 | 45.0 | 35.5 | 1.5 (2.2) |
| G156.2+5.7 | | 5.0 | 62.9 | 2.0 (1.3) |
| G160.9+2.6 | HB9 | 110.0 | 36.1 | 1.0 (0.8) |
| G166.0+4.3 | VRO 42.05.01 | 7.0 | 40.6 | 3.2 (4.5) |
| ^d G178.2-4.2 | | 2.1 | 61.1 | 2.9 |
| ^c G179.0+2.6 | | 7.0 | 49.0 | 2.4 |
| G180.0-1.7 | S147 | 65.0 | 45.8 | 0.9 (0.62) |
| G182.4+4.3 | | 1.2 | 61.1 | 4.2 |
| ^b G192.8-1.1 | PKS 0607+17 | 20.0 | 41.4 | 1.8 |
| G205.5+0.5 | Monoceros Nebula | 160.0 | 41.4 | 0.6 (1.2) |
| ^c G206.9+2.3 | PKS 0646+06 | 6.0 | 43.8 | 3.1 |
| G260.4-3.4 | Puppis A, MSH 08-44 | 130.0 | 24.6 | 1.5 (2.2) |
| ^b G261.9+5.5 | | 10.0 | 34.3 | 3.4 |
| ^b G266.2-1.2 | RX J0852.0-4622 | 50.0 | 41.0 | 1.2 |
| ^{a,c} G272.2-3.2 | | 0.4 | 46.9 | 10.7 |
| ^b G279.0+1.1 | | 30.0 | 41.3 | 1.5 |
| ^{a,b} G284.3-1.8 | MSH 10-53 | 11.0 | 29.1 | 4.2 |

Tabela 7 – Nastavak

| Ime iz kataloga | Drugo ime | Gustina fluksa (Jy) | Dijametar (pc) | Daljina (kpc) |
|----------------------------|---------------------|------------------------|-------------------|------------------|
| ^{b,c} G286.5-1.2 | | 1.4 | 33.8 | 9.3 |
| G289.7-0.3 | | 6.2 | 27.6 | 6.0 |
| G290.1-0.8 | MSH 11-61A | 42.0 | 19.0 | 4.0 (7.0) |
| G292.2-0.5 | | 7.0 | 27.9 | 5.5 (8.4) |
| ^b G296.1-0.5 | | 8.0 | 34.1 | 3.9 |
| G296.5+10.0 | PKS 1209-51/52 | 48.0 | 34.4 | 1.5 (2.1) |
| G296.8-0.3 | 1156-62 | 9.0 | 26.2 | 5.4 (9.6) |
| ^b G298.6+0.0 | | 5.0 | 24.3 | 8.0 |
| ^b G299.2-2.9 | | 0.5 | 43.7 | 10.7 |
| ^b G299.6-0.5 | | 1.0 | 36.8 | 9.7 |
| ^b G301.4-1.0 | | 2.1 | 43.9 | 5.2 |
| ^b G302.3+0.7 | | 5.0 | 29.6 | 6.0 |
| G304.6+0.1 | Kes 17 | 14.0 | 17.8 | 7.6 |
| ^b G308.1-0.7 | | 1.2 | 35.5 | 9.4 |
| ^b G309.2-0.6 | | 7.0 | 25.2 | 6.4 |
| G309.8+0.0 | | 17.0 | 25.6 | 4.0 (3.6) |
| ^b G310.6-0.3 | Kes 20B | 5.0 | 21.9 | 9.4 |
| ^b G310.8-0.4 | Kes 20A | 6.0 | 24.8 | 7.1 |
| ^b G311.5-0.3 | | 3.0 | 20.1 | 13.8 |
| G312.4-0.4 | | 45.0 | 26.3 | 2.4 |
| ^b G312.5-3.0 | | 3.5 | 33.3 | 6.0 |
| G315.4-2.3 | RCW 86, MSH 14-63 | 49.0 | 26.9 | 2.2 (2.3) |
| ^b G315.9+0.0 | | 0.8 | 44.6 | 8.2 |
| ^b G316.3+0.0 | MSH 14-57 | 20.0 | 24.0 | 4.1 |
| ^b G317.3-0.2 | | 4.7 | 25.2 | 7.9 |
| G321.9-0.3 | | 13.0 | 29.3 | 3.8 |
| ^b G323.5+0.1 | | 3.0 | 29.5 | 7.8 |
| G327.2-0.1 | | 0.4 | 30.1 | 20.7 |
| ^b G327.4+0.4 | Kes 27 | 30.0 | 22.5 | 3.7 (4.8) |
| ^b G327.4+1.0 | | 1.9 | 33.3 | 8.2 |
| G327.6+14.6 | SN1006, PKS 1459-41 | 19.0 | 28.5 | 3.3 (2.2) |
| ^{a,b} G330.0+15.0 | Lupus Loop | 350.0 | 32.6 | 0.6 |
| ^{b,c} G330.2+1.0 | | 5.0 | 24.9 | 7.8 |
| ^b G332.0+0.2 | | 8.0 | 23.4 | 6.7 |

Tabela 7 – Nastavak

| Ime iz kataloga | Drugo ime | Gustina fluksa (Jy) | Dijametar (pc) | Daljina (kpc) |
|---------------------------|-------------------|------------------------|-------------------|------------------|
| G332.4-0.4 | RCW 103 | 28.0 | 16.9 | 5.8 (3.1) |
| G332.4+0.1 | MSH 16-51, Kes 32 | 26.0 | 20.2 | 4.6 |
| ^b G332.5-5.6 | | 2.0 | 47.7 | 4.7 |
| G335.2+0.1 | | 16.0 | 25.5 | 4.2 |
| G336.7+0.5 | | 6.0 | 24.7 | 7.2 |
| G337.0-0.1 | CTB 33 | 1.5 | 14.2 | 32.5 (11.0) |
| G337.2-0.7 | | 1.5 | 24.8 | 14.2 (5.6) |
| G337.3+1.0 | Kes 40 | 16.0 | 21.3 | 5.5 |
| G337.8-0.1 | Kes 41 | 18.0 | 16.3 | 7.6 (11.0) |
| ^{a,b} G338.1+0.4 | | 4.0 | 29.5 | 6.8 |
| G340.4+0.4 | | 5.0 | 22.3 | 9.1 |
| ^b G340.6+0.3 | | 5.0 | 19.5 | 11.2 |
| G341.9-0.3 | | 2.5 | 23.8 | 11.7 |
| ^b G342.0-0.2 | | 3.5 | 26.1 | 8.6 |
| ^b G342.1+0.9 | | 0.5 | 37.3 | 13.5 |
| G343.1-0.7 | | 7.8 | 31.0 | 4.5 |
| ^b G345.7-0.2 | | 0.6 | 29.9 | 17.1 |
| ^b G346.6-0.2 | | 8.0 | 19.9 | 8.5 |
| ^{a,b} G348.5+0.0 | | 10.0 | 20.8 | 7.2 |
| ^c G348.5+0.1 | CTB 37A | 72.0 | 16.5 | 3.8 (8.0) |
| ^a G348.7+0.3 | CTB 37B | 26.0 | 21.3 | 4.3 (8.0) |
| ^b G349.2-0.1 | | 1.4 | 27.3 | 12.8 |
| G349.7+0.2 | | 20.0 | 9.9 | 15.2 (18.4) |
| G350.0-2.0 | | 26.0 | 31.5 | 2.4 |
| G351.7+0.8 | | 10.0 | 25.1 | 5.4 |
| ^b G351.9-0.9 | | 1.8 | 29.9 | 9.9 |
| G352.7-0.1 | | 4.0 | 21.6 | 10.7 |
| ^b G353.6-0.7 | | 2.5 | 42.9 | 4.9 |
| ^b G353.9-2.0 | | 1.0 | 36.8 | 9.7 |
| ^b G354.8-0.8 | | 2.8 | 34.8 | 6.3 |
| ^b G355.4+0.7 | | 5.0 | 34.6 | 4.8 |
| ^b G355.6+0.0 | | 3.0 | 22.9 | 11.3 |
| G355.9-2.5 | | 8.0 | 24.2 | 6.4 |
| G356.2+4.5 | | 4.0 | 36.2 | 5.0 |

Tabela 7 – Nastavak

| Ime iz kataloga | Drugo ime | Gustina fluksa (Jy) | Dijametar (pc) | Daljina (kpc) |
|-------------------------|-----------|------------------------|-------------------|------------------|
| ^b G356.3-0.3 | | 3.0 | 25.2 | 9.9 |
| ^b G356.3-1.5 | | 3.0 | 33.1 | 6.6 |
| G357.7+0.3 | | 10.0 | 29.6 | 4.2 |
| ^b G358.0+3.8 | | 1.5 | 52.3 | 4.7 |
| ^b G358.1+0.1 | | 2.0 | 38.1 | 6.5 |
| ^b G358.5-0.9 | | 4.0 | 31.0 | 6.3 |
| G359.0-0.9 | | 23.0 | 24.6 | 3.7 |
| G359.1-0.5 | | 14.0 | 27.7 | 4.0 (7.6) |
| ^b G359.1+0.9 | | 2.0 | 30.4 | 9.1 |