

## SCIENTIFIC CORRESPONDENCE OF PROFESSOR DRAGOŠ CVETKOVIĆ

Professor Dragoš Cvetković has saved and classified a part of his scientific correspondence. These archives are located in the Mathematical Institute of the Serbian Academy of Sciences and Arts, Belgrade, Kneza Mihaila, 36. A part of the correspondence has been scanned and organized within several files whose names indicate the content and the period of time.

Each archive file is commented by D. Cvetković. Comments include some autobiographic facts which help in understanding the meaning of documents in the file. More details on the biography of D. Cvetković can be found in the book

Cvetković D., *Graphs as inspiration, Autobiographical Notes and Other Texts on the Occasion of Four Decades of Scientific Work in Mathematics (Serbian)*, Ed. V. Kovačević-Vujčić, Akademska misao, Beograd, 2006.

General comments on this electronic collection are contained in a separate file.

### File: CORRESPONDENCE WITH H. SACHS AND M. DOOB, 1977 - 1980

#### Comments by D. Cvetković

In 1980 the first edition of the following book appeared:

Cvetković D., Doob M., Sachs H., *Spectra of Graphs - Theory and Application*, Deutscher Verlag der Wissenschaften - Academic Press, Berlin - New York, 1980; second edition, 1982; Russian translation, Naukova dumka, Kiev, 1984; III revised and enlarged edition, Johann Ambrosius Barth Verlag, Heidelberg - Leipzig, 1995.

In the period 1977 - 1980 I had an intensive correspondence with my coauthors concerning the work on the book. The correspondence with publishers and some other relevant persons is included.

Beograd 5.1.1977.

Dear Mr. Soeb

Thank you very much for your letter of 29.12. I received all your mails up to this date except for your card from Mopedburg which probably will come in these days. In the meantime I sent you a letter on 27.12. with a list of proposals for little changes in several chapters.

My remark on the bibliography is not too important. Forget it if it causes any troubles.

I am glad that your expenses for typing the manuscript are not so big, but I am not quite sure that I already compensated them by sending the books. So, please, if it happens that you need some new books, please, send me the date about them.

Thank you very much for greetings of your collaborators. Please, give them also my best regards and the wishes for ~~this~~ year.

In this letter I am sending you a list of further references (class II, nr. 12 - nr. 26). Previous part (nr. 1 - nr. 11) I sent you earlier (nr. 3 and nr. 7 have been moved into class I and, hence, into the bibliography).

-2-

This list is for your information. If you have some new references, not contained in this list, send me them please. I shall type this additional list just in the time of proofs.

With kind regards

Yours sincerely  
Jaeger's Electronic

H. Sachs  
DDR-63 Jhlenau  
Am Wenzelsberg 12

Jhlenau, 3.3.77

Herrn  
Dr. Dragoš Cvetković  
Lamartinova 44  
Yu - 11. 000 BEOGRAD / Yugoslavia  
SFR Jugoslawien

Lieber Herr Cvetković !

Gestern habe ich Ihren Brief (genauer: Die Kopie Ihres Briefes an Dr. Walther vom 22.2.77) erhalten: Wir freuen uns sehr, daß Sie, Ihre liebe Frau und Herr Simić kommen werden! Den Brief habe ich heute an Herrn Walther weitergegeben: Er hat bis jetzt noch keine Nachricht von Ihnen! Mir ist ganz unerklärlich, daß Ihre Briefe ihm nicht erreicht haben - aber das ist jetzt nicht mehr so wichtig, denn wir wissen ja, daß Sie kommen. Ich nehme an, daß Ihre Sendung mit den Vortragsauszügen in den nächsten Tagen bei uns eintreffen werden.

Lieber Herr Cvetković, ich muß Ihnen sagen, daß ich mich über Ihre Anmeldung sehr gefreut habe: Ich war ganz



bedrückt, daß von Ihnen keine Nachricht kam, und ich glaubte schon, daß Sie mir die Freundschaft gekündigt haben, weil ich mit dem Buch nicht recht vorankomme. Nun freue ich mich umso mehr, daß auch Ihre Frau uns besuchen wird, und daß auch Herr Simić kommt - bitte, grißen Sie beide recht herzlich von uns! Ich hatte auch gar keinen Mut, Ihnen zu schreiben - Sie werden mich sicher verstehen.

Vor einigen Tagen erhielt ich aus Eindhoven die Arbeit "Graphs related to exceptional root systems" [BuCS], und es sah so aus, als ob Sie die Arbeit abgeschickt haben - deshalb fragte ich bei Seidel an, ob Sie vielleicht in Eindhoven waren - aber wahrscheinlich ist das doch ein Irrtum.

Ich habe ein Exemplar des Buches von Balaban: "Chemical Applications of Graph Theory", nicht kennen Sie es? Vor drei Wochen war Prof. O.E. Polowsky (Chemiker aus Wien, jetzt in Mülheim/Ruhr) bei uns und hat einen interessanten Vortrag über Mathematik in der Chemie gehalten; wir haben dann noch im engeren Kreise viel über die Hückel-Theorie und mögliche Erweiterungen diskutiert, das war sehr anregend. Ich merke immer mehr, wie dringend notwendig es wäre, daß ich mich ein wenig eingehender

mit der Quantentheorie im allgemeinen und der Theorie der chemischen Bindungen im besonderen beschäftigt, aber dafür fehlt mir die Zeit. Sie wissen sicher, daß sich der Geburtstag von Carl Friedrich Gauss am 30. April dieses Jahres zum 200. Male jährt, und ich bin für die Vorbereitung, Koordination und Durchführung der Feierlichkeiten (einschließlich einer Tagung, unmittelbar nach der Oberhofer Tagung) in der DDR verantwortlich. Im Mai werde ich voraussichtlich für einen Monat in Warschau sein, um dort eine Vorlesung zu halten - ich hoffe, daß ich dann wieder etwas Zeit für die anderen Dinge finden werde.

Liebe Familie Cvetković, nun sind Sie schon wieder ein halbes Jahr in Beograd und haben Eindhoven sicher bald vergessen: Erschreckend, wie die Zeit vergeht! Man möchte so viel im Leben schaffen, und dazu ist das Leben viel zu kurz. Ich freue mich, Sie zu treffen und mit Ihnen über Vieles zu sprechen, was uns bewegt.

Hoffentlich werden wir schönes Wetter haben:  
Dann ist Oberhof (etwa 900 m hoch)

ein herrliches Stück Erde !

Lieber Herr Cvetković, wenn Sie Herrn Gutman treffen sollten, sagen Sie ihm bitte, daß ich mir allergrößte Mühe gebe, das vom Institut « Ruoter Bošković » angeforderte Gutachten in den nächsten Tagen fertig zu stellen. Leider war ich im Februar wieder zwei Wochen krank, und das hat mich ziemlich zurückgeworfen. Das bei Ihnen übliche Verfahren, alle Arbeiten einzeln zu begutachten (und das sind über 50 Arbeiten!), finde ich ziemlich aufwendig, ich muß noch einen Modus finden, wie ich damit fertig werde. - Ich nehme an, daß ich über diese Dinge offen sprechen darf, denn das Verfahren ist, wie man mir schrieb, "öffentlich"\*) in dem Sinne, daß der Kandidat Gutachter und Gutachten kennt. Sollte es jedoch üblich sein, Still-schweigen zu bewahren, so sprechen Sie bitte nicht darüber.

Mit recht herzlichen Grüßen  
von Haus zu Haus !

Ihr  
Herr Sachs

\*) "... the promotion and appointment procedure is not confidential and is open to every body including the candidate himself."

H. Sachs

Warschau, 12.5.77

zur Zeit:

Międzynarodowe Centrum  
Matematyczne im.

Stefana Banacha

ul. Młokotowska 25

00-950 WARSZAWA, s.p. 137

Poland

Liebe Familie Cvetković!

Ihre Karte vom 24.4. und Ihren Brief vom 3.5.77 habe ich <sup>vor</sup>gestern bzw. gestern erhalten; Ich danke Ihnen sehr dafür und freue mich, daß Sie eine angenehme Heimreise hatten! Ich möchte mich auch noch einmal recht herzlich für Ihren Besuch und für Ihre Mitwirkung an der Tagung sowie für das schöne Buch und die anderen Dinge bedanken! Bitte grüßen Sie auch Herrn Simić von uns.

Ich bin nun schon seit zwei einhalb Wochen in Warschau; habe hier eine kleine Vorlesung zu halten, 4 Doppelstunden in der Woche. Leider ging die erste Woche für die Arbeit verloren, weil ich mir eine kleine Grippe (mit Fieber und Durchfall) zugezogen habe, aber inzwischen fühle ich mich wieder ganz wohl. Nun suche ich die Zeit, so gut es geht, zu nutzen.

Lieber Herr Cvetkovic, ich freue mich, dass Sie mich mit dem Buch so sehr unterstützen - natürlich bin ich auch Herrn Doob sehr dankbar. Für meine Vorträge hier habe ich einige Gedanken aufgeschrieben, die vielleicht für das Einleitungskapitel interessant sein könnten: Ich füge sie diesem Brief bei, vielleicht können Sie etwas davon verwenden.

Bei der Durchsicht von Kapitel I habe ich festgestellt, dass es doch in mancher Hinsicht noch verbesserungsbedürftig ist: Ich werde einige Korrekturen vornehmen

(z. B.:  $\sum_{L \in \mathcal{L}_i} (-1)^{p(L)}$  anstatt  $\sum_{L_i \in G} (-1)^{p(L_i)}$ ,

aber auch einige inhaltliche Dinge).

Zwei Punkte (zwar nur formal, aber auch das muß ja bedacht werden) machen mir noch etwas Sorge: 1) die Verwendung des Wortes "graph". Da wir uns nun auf die Michigan-Definition festgelegt haben, müssen wir konsequenterweise an vielen Stellen, wo einfach "graph" steht, doch "multigraph", "multidigraph", eigentlich sogar "pseudomultidigraph" schreiben. Das wird natürlich schrecklich schwerfällig, ist aber wohl nicht mehr zu

ändern. Tatsächlich ist die Michigan definition nicht gut für unsere Zwecke geeignet, da in den meisten Betrachtungen Schlingen und Mehrfachkanten zugelassen sind (betrifft wohl nicht das Kapitel von Herrn Doob). Ich schlage deshalb eine etwas "eingeschränkte Michigan Definition" vor, die wir dann ab durchhalten müßten:

graph = ungerichteter\* schlichter Graph (die Adjazenzmatrix ist eine symmetrische  $(0,1)$ -Matrix mit Null-Diagonale)

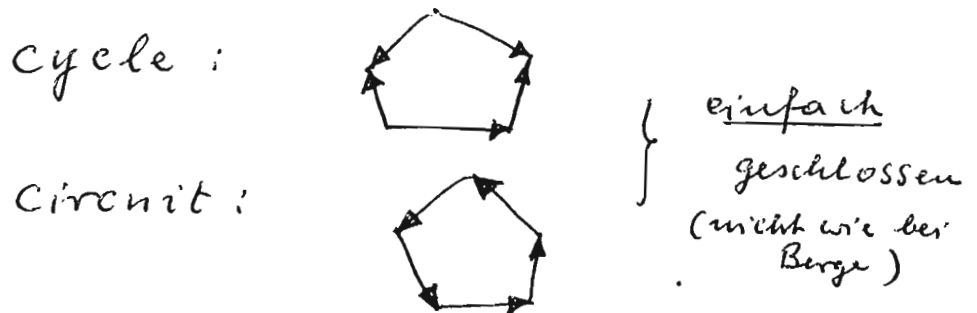
di'graph = gerichteter schlichter Graph (die Adjazenzmatrix ist eine  $(0,1)$ -matrix mit Null-Diagonale)

multigraph = ungerichteter Graph, Mehrfachkanten und Schlingen sind zugelassen (die Adjazenzmatrix ist symmetrisch,  $a_{ik}$  ganz und  $\geq 0$ ,  $a_{ii}$  gerade)


multi'di'graph = gerichteter Graph, Mehrfach ~~kanten~~<sup>bögen</sup> und Schlingen sind zugelassen (die



Adjazenzmatrix hat Elemente  $a_{ik}$  ganz und  $\geq 0$ ).

2) "cycle" und "circuit" für gerichtete Graphen. Ich schlage vor, daß wir uns hier an Berge halten:



Auch das bringt eine gewisse Schwierigkeit:

- i) Ein circuit in einem ungerichteten Graphen:  besteht dann aus 2 circuits, wenn wir den Graphen als gerichtet auffassen;
- ii) bei Verwendung der Leibnizschen Determinanten definition: Den circuits des Graphen entsprechen die cycles in den Permutationen;
- iii) Wir sprechen von "cyclic structure", meinen aber eigentlich die "circuit structure".

Oder sollten wir lieber <sup>bei</sup> ~~by~~ cycle:  bleiben? Dann brauchen wir für den  ein anderes Wort.

haben Sie einen Vorschlag? Bitte schreiben Sie mir, was Sie darüber denken.

Schließlich: -Wie sollen wir es mit "sub-graph" halten:

subgraph = spanning subgraph?

Dann gilt:

factor = regular partial graph

Der "Untergraph" ist dann ein "partial sub-graph".

Nun weiter in der Beantwortung Ihres Briefes.

Über den Inhalt der Kapitel 4 und 5 äußere ich mich so bald wie möglich.

Bezüglich des index teile ich Ihre Meinung: den "author index" können wir einsparen, da wir ein umfassendes Literaturverzeichnis haben.

Ich würde mich sehr freuen, Herrn Dool kennenzulernen: Wenn er die Absicht hat, in Ihneman Station zu machen (nicht nur als Transit-Reisender), so müßte ich das früh genug wissen (~ 6 Wochen vorher), um die entsprechende Genehmigung



beantragen zu können: Es wäre mir sehr peinlich, wenn da etwas nicht gut ginge, und Herr Dook wäre sehr enttäuscht.

Bei Ihnen als Ausländer aus einem sozialistischen Land geht das alles einfacher. - Und schließlich möchte ich Ihnen herzlich danken, daß Sie mir das Buch von Christofides schicken wollen!

Liebe Familie Cvetković, ich wünsche Ihnen und Ihren Verwandten einen schönen Frühling (hier gab es schon sehr warme Tage) und einen angenehmen Sommer.

Fremdlich grüßt Sie

Ihr

Horst Sachs.

Beograd 19.5.1977.

Reference: Mail 1

Dear Mr. Sochi,

Thank you very much for your letter of 12.5.77 from Warsaw.

Now I am starting to send you all the material prepared for the book. Please, confirm the reception of the mails having in view the experience from the past.

Please find enclosed:

1. Chapter 0. (Introduction), 14+1 pages, first copy
2. Material for the preface (2 pages) including your manuscript (3 pages).

Two additional copies of Chapter 0. (which are better than the original) will be sent to you by a separate mail. It seems that all your questions concerning terminology are settled by the text of Chapter 0. (Hence,  $\square$  is a circuit,  $\begin{array}{c} \rightarrow \\ \uparrow \\ \rightarrow \\ \downarrow \\ \rightarrow \end{array}$  is a cycle, and for  $\begin{array}{c} \rightarrow \\ \uparrow \\ \rightarrow \\ \downarrow \\ \rightarrow \end{array}$  we do not need any term since we do not use such a notion!) As far as I was able to see, the existing text is in accordance with Chapter 0. Such small incorrectness as to say "cyclic structure" instead of "circuit structure" are, I think, allowed.

It is a pity that your text (on a class of investigation graph spectra) came too late, I had just made copies of Chapter 0. On the other hand, I explained essentially

your thoughts although not so nicely as you.  
Therefore, I am sending your manuscript\* back to-  
gether with my "Material for the preface" and I propose  
to insert something of your text into the preface  
or/and to insert some of your sentences in  
the already existing Chapter 0.

I am sending "Material for preface" also to  
Doob and I shall ask him to write to you about  
what he would like to put in the preface. Finally  
you can complete the preface and give the final form  
to it.

With kind regards

Yours sincerely  
Zorjor' Vekovic

P.S. 1. Chapter 0. has been corrected by Doob.

2. Please, inform me about possible mails from Doob.
3. Please, when improving Chapter 1 do not change  
the numerations of formulas and theorems!

\* I made a copy for me.

Beograd 19.5.77.

Dear Michael,

I hope you came back to Eindhoven after a long and nice journey.

Please find enclosed a copy of Chapter 0. <sup>(1411 pages)</sup> for your information. (You already have read the text; if you still find some bad places inform me or/and Sachs about it).

I am also sending you a text entitled "Material for the preface" (2 pages). The same text was sent to Sachs. Write down, please, your "material for the preface" (what you would like to put into the preface) and send to Sachs (maybe also to me). I asked Sachs to compile then the final version of the preface.

The third thing you can find in this letter is the list of new references: W75 — W80 and V1 — V36. The marks of references will be changed according to the accepted system. I am apologizing for non-complete data.

Further material will follow.

With kind regards also to your family

Yours sincerely

Dragoš

H. Sachs  
E.H. Banach-Zentrum  
Warschau

Warschau, 19. 5. 77

Lieber Herr Cvetković!

Morgen früh geht mein Aufenthalt hier in  
Warschau zuende, morgen abend werde ich  
wieder in Jhnenau sein. Hier habe ich  
früchtlich an verschiedenen Dingen gearbeitet:  
Leider stand doch nicht so viel Zeit zur Ver-  
fügung, wie ich ursprünglich gehofft hatte.

Dennoch war es sehr nützlich, habe mich  
wieder mit den Spektren vertraut gemacht,  
die Vorstellungen präzisiert und viel Material  
gesichtet: Dabei ist mir noch einmal ganz  
klar geworden, wie viel Sie in der Zwischen-  
zeit schon vorgearbeitet haben, und wie  
viele Ihrer Briefe ich noch gründlich aus-  
werten muß! Dafür möchte ich Ihnen noch  
einmal ganz herzlich danken.

Lieber Herr Cvetković, ich habe nun meine  
Vorstellungen über das, was in die Kapitel  
4 und 5 aufgenommen werden soll, detailliert  
zusammengestellt und schicke Ihnen  
hiermit meinen Plan - natürlich, die  
genaue Untergliederung und Nummerierung  
kann sich bei der Ausarbeitung noch etwas  
ändern. Während ich bei Kapitel 4

schon einige Vorstellungen über Einzelheiten habe, bereitet mir der zweite Teil von Kapitel V (Automorphismengruppe) mehr Schwierigkeiten, und zwar aus zwei Gründen: 1. bin ich in der Darstellungstheorie der Gruppen nicht „beheimatet“, muß mich also in viele Zusammenhänge erst selbst einarbeiten (aber auch hier kann ich mich auf Ihre Ausarbeitung stützen! - Für die Zwecke der Spektral-Theorie braucht man ja auch nicht in die tiefsten Tiefen der Darstellungstheorie einzudringen), und 2. liegen über die interessanten Ergebnisse von Herrn Babai noch keine Publikationen vor (ich werde mir aber seinen in Oberhof gehaltenen Vortrag genau ansehen), und so werden manche Passagen wohl nur referierenden Charakter (ohne Beweise) haben (was natürlich der gebotenen Kurzfassung zugute ~~z~~ kommt): Aber den interessanten Sachverhalt, daß man die Gruppen vorschreiben darf und noch immer PINGs dazu finden kann, sollte man schon erwähnen.

Lieber Herr Cvetković, ich hoffe sehr, daß es  
Ihnen und Ihren Angehörigen gut geht:  
Bitte, übermitteln Sie Ihrer lieben Frau  
und den anderen Verwandten, die mich  
kennen, meine besten Grüße und Wünsche!

Auch Ihnen und Herrn Simić  
alles Gute!

Ihr  
Herst Sachs

Bergpool 23.5.1977.

Reference: Mail 2

Dear Mr. Sachs,

As announced in Mail 1 I am sending you two additional copies of Chapter 0 (each copy 14+1+1 pages)

At the same time I am sending you Mail 3, i.e. the book of Christofides.

W.H. kind regards

Yours sincerely

Douglas Westwood

P.S. I have just received your mail from Worslesley of 18.5.1977. Thank you very much.



Beograd 27.5.1977.

Reference: Mail 4

Dear Mr. Sachs,

This mail contains:

1. Chapter 9 (2. Durchschlag) completed by the new typed text; altogether 12+1 pages.

2. Two copies of a text for "Miscellaneous results..." and namely

for Chapter 1	1 p.
for Chapter 2	2 p.
for Chapter 3	2 p.
for Chapter 4	2 p.
	<hr/>
	7 x 2 = 14 pages

3. The text "Factorizing the characteristic polynomial of a graph ...". (This text you already have in hand-written form).  
(4 pages)

4. A survey of the existing text (1 page).

The page for Chapter 1 contains the formulas for the number of spanning trees (1.70), (1.71), (1.72). Please, do not change the number of formulas and theorems in Chapter 1 any more.

I prepared a short proof of Lloyd's Theorem for "Miscellaneous ..." of Chapter 4. In the meantime I saw that you plan to describe Lloyd's Theorem in a separate section (4.7). That is also possible and please choose the most convenient variant for you.

The text "Factorizing the characteristic ..." could be the last section in Chapter 5. The text should be improved and retyped but in essence it is good.

As mentioned in the final remark of this text the procedure of factorizing gives always a divisor of the graph. This divisor corresponds to the totally symmetric IR and on the other hand the divisor is given by the orbits of the automorphism group acting on vertices. Of course, it should be pointed out that there are divisors which have nothing to do with automorphisms. Such an example, given in Petersdorf's thesis, is related to multi-graphs. I know the following example with graphs which you also may have noticed. Take a cubic graph with no automorphisms except for identity and form the subdivision graph by introducing a new vertex on each edge of the starting graph. The new graph is semiregular bipartite and again has only the trivial automorphism. Nevertheless, the graph has a divisor with the adjacency matrix  $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ .

I have the following papers of L. Babai:

Spectre of Cayley graphs,

Automorphism groups and category of cospectral graphs,

Kospektrale Graphen mit vorgegebenen Automorphismengruppen.

If you need some of this papers, please let me know, and I'll send a copy to you.

The next mail will contain other copies of the same material and a comment on shortenings made in all the chapters.

I sent you the following mails in the last series of mails:

Mail 1 19.5.1977

Mail 2 23.5.1977

Mail 3 (the book) 23.5.1977.

Please, concentrate now on writing chapters 4 and 5. The only thing in other chapters you have to do is to prepare for the "Miscellaneous..." of Chapter 2 the text on graphs with the index not greater than 2. This text I gave you in Hungary last summer and we agreed that the best place for it is just the end of Chapter 2.

With kind regards

Yours sincerely  
Drozd' Leticia'

Beograd 5. 6. 1977.

Dear Michael,

Thank you very much for the letter your wife sent to us. I can imagine that you are already thinking about returning back to Canada. Mr. Zlatovic was here in Belgrade for some time. He was telling us about the news in Eindhoven and about the meeting with you. Since he wants to move into your flat later, please, help him if possible.

In the meantime I exchanged with Sachs some material related to the book. He made an outline for chapters 4 and 5 and probably has already started to write down the text. I did some technical work (typing chapter 9 etc).

Now I am expecting chapter 8 of you (provided you red it and made language improvements if necessary). Probably, you sent already something to Sachs (chapter 6, final version; chapters 2, 3, 7, language improvements). I would like also to see <sup>the</sup> additional text for chapter 1. Did you find my old copy of chapter 6? It would help you in completing the references for your chapter.

I hope you received my letter of 19.5. with chapter 0. Please, find enclosed a text on our common problems. Did you write down something similar for my informa-

Beograd 13.6.71

Reference: Mail 6

Dear Mr. Sachs,

Thank you very much for your letter of June 6, confirming the receipt of Mails 1, 2, 3. Please, do not thank for the book; you are welcome!

I am very glad that Doob will be coming to you. On the other hand I am very sorry that you are so busy. Please, use his stay as much as possible in order to finish the manuscript. Probably, he would carry with him chapters 2, 3, 6, 7.

In this letter I am sending you "Text zu den Tabellen" (4 Exemplar). You have to adapt your other copies according to this copy. Please find enclosed also "Important remarks on Appendix" (1 page). In addition, one of my students, D. Maksimovic, computed the spectra of trees on 10 vertices and corrected the existing data on a few places. I have put a footnote in this sense but I cannot propose now to insert these spectra into the manuscript because we have now other task - to shorten the things. But I would say, at the end if we see that we have space (maybe, your chapters will be shorter than you think now) we can include these data. That would be 3 new pages and not new drawing. I shall ask Maksimovic to type his data in the form of our tables so that we have no troubles. Please, find also enclosed a list of corrections did by D. Maksimovic (1 page)

M

V 37 ~~E. Harary, Graph Theory,~~

-2-

I am sending you also "A note on the literature" (2 pages) with some new data.

With kind regards

Yours sincerely  
Drozd' wethoric'

Ilmenau, 6. Juni 1977

Lieber Herr Cvetković!

Soeben erhielt ich drei Sendungen von Ihnen, deren Empfang ich ganz schnell bestätigen und für die ich Ihnen ganz herzlich danken will! Es handelt sich um:

- 1) "Mail 1" vom 19. 5. 77: "Material for the preface" und ein Exemplar von Chapter 0 "Introduction";
- 2) "Mail 2" vom 23. 5. 77: zwei weitere Exemplare von Chapter 0 "Introduction", je zu 14+1+1 Seiten.
- 3) Das Buch von N. Christofides "Graph Theory - An Algorithmic Approach" (diese Sendung haben Sie in Ihrem Brief vom 23. 5. als "Mail 3" bezeichnet)

Noch einmal: Für alles vielen, vielen Dank! Das Buch muß sehr teuer gewesen sein, und ich weiß gar nicht, wie ich das wieder gut machen kann. Wenn es irgend etwas gibt, das ich Ihnen hier besorgen kann, bitte, schreiben Sie, ich werde es Ihnen mit Freude schicken.

Übrigens habe ich noch am letzten Tag das Buch von Noltemeier "Graphentheorie" durch einen großen Zufall in Warschau antiquarisch kaufen können.

Lieber Herr Cvetković, ich habe, wie Sie sich sicher denken können, nach meiner Rückkunft aus Warschau hier einen großen Stapel an Arbeit vorgefunden, den ich mich ganz intensiv bemühe, abzubauen - dann ist nur noch das Buch an der Reihe!

In der nächsten Zeit wird uns voraussichtlich Herr Gutmann einen Besuch abstatten - ich freue mich sehr auf den Gedankenaustausch. Zugleich mit Ihrer Post kam heute auch ein Brief von Herrn Doob, in dem er sehr freundlich schreibt und vorschlägt, am 11., 12. und 13. Juli dieses Jahres nach Ilmenau zu kommen - das wäre eine gute Gelegenheit, alle offenen, das Buch betreffenden Fragen mit ihm zu klären. Doch es gibt ein großes Problem, das mir Kummer bereitet: Gerade an den von ihm vorgeschlagenen Tagen (11. 7. - 14. 7.) werden die Studenten, vor denen ich gelesen habe, geprüft (mehrere Hundert Ingenieurstudenten), und da sind alle Kollegen (vor allem ich selbst als Verantwortlicher) von morgens bis abends eingesetzt. Ich werde versuchen, eine Lösung zu finden - leider bleibt nicht viel Zeit für Korrespondenzen hin und zurück.

Der Brief soll schnell zur Post!

Mit recht herzlichen Grüßen an Sie, Ihre liebe Frau, Mladen und Ihre Verwandten

Ihre

Barbara und Horst  
Sachs

$$C_G(\lambda) = |\lambda I - C| = \lambda^n + c_1 \lambda^{n-1} + \dots + c_n$$

on page 28.

With kind regards

Yours sincerely

Doopos' Wethovic'

P.S.

Mail 1	19.5
Mail 2	23.5
Mail 3	23.5
Mail 4	27.5
Mail 5	5.6

I also sent a mail to Mr. Walther with the manuscript "Graph equations".



The possibilities for the shortenings. The trouble with shortenings is that such shortenings should not change the numbers of formulas, lemmas etc. since otherwise we would have the troubles with cross-references. That was a reason why I did not ~~change~~ throw out something of the story with chromatic number (results of Finck, Krous and myself) although you recommended the shortening on this place (chapter 3). Another reason for this was the fact that you made considerable efforts to improve the text on this place and it would be a pity now to throw it out.

For Chapter 1 I recommend the following shortenings:

- p. 1 the last 4 lines
- p. 2 the first 4 lines (this is mentioned later in chapter 3)
- p. 18 lines 2-5 should read:
  - a) the graph  $K_2$ , -
  - b) every graph  $C_2$  ( $2 \geq 1$ ) (loops being included with  $e=1$ )
- p. 18 line 9, instead of  
(undirected) cycles put  
circuits
- p. 26 throw out the text beginning with "A multi-(di-) graph  $G$  is called..." up to the bottom
- p. 27 throw out the whole page except for Proposition 4; keep it as Proposition 1.1
- p. 28 throw out Proposition 1.5 but keep Proposition 1.6 as Proposition 1.2

(these things from p. 26-28 are repeated in chapter 3)

If you really throw out these things then you should give the number (1.43) to formula

Beograd 5.6.1977.

Reference: Mail 5

Dear Mr. Sachs,

In these days I was a little bit ill and therefore I am sending this mail with a certain delay. The mail contains other copies of the material sent in Mail 4:

1. Chapter 9, original, pages 0 and 7-12 and Fußnoten. The pages 1-6 are with you and they should be a little bit corrected according to other copies.
2. Chapter 9, 4. Durchschlag, pages 1-12 + Fußnoten
3. 7 pages for "Miscellaneous results..." for chapters 1, 2, 3, 4.

I shall be now a few days outside Belgrade but after a week I shall send you Mail 6 which will contain the material for the Appendix.

Now I would comment ~~on~~ the shortenings I did in chapters 2, 3, 7, 8. Copies of chapters 2, 3, 7 with shortenings and corrections you should receive from Doob. Also the original of chapter 6 is with Doob. The original of chapter 8 is with me.

Shortenings and the empty space in chapters 2, 3, 7, 8 contain about 18 pages. I was not so strict in shortenings since it turned out during the discussions in Oberhof that the length of our manuscript is not so critical as we thought before. Also, depending of the length of your text in chapters 4 and 5 we can again consider

tion as we were discussing in Belgrade?

With kind regards to you and to your family

Yours sincerely

Dragos

Beograd 20.6.1977

Dear Michael,


Sachs informed me that you would come to Thunau. I am very glad to hear such news. Please, use the time as much as possible to stimulate Prof. Sachs to make the final step in writing the manuscript. Of course, you should clarify all the things about the language. If you have not already sent the material to Sachs, carry all the things with you. Only Chapter 8 you should send to me, since the original is with me. The only bad thing is that Mr. Sachs has examinations with students in these days when you will be here. But he promised to try give his job to his collaborators.

I did several technical things for the book: contents, index, introduction, chapter 9, material for the preface (I find enclosed a copy of the contents). So, up to little improvements which are always possible. All things are finished except for the Sachs two chapters. I sent also some material for these chapters to Sachs.

Did you receive a new contract for the book?  
I didn't, but I think that ~~you~~<sup>they</sup> will send it  
first to you.

Concerning the graphs with the least eigenvalue  
 $> -2$ , I have the following two remarks:

1. Concerning Hoffman's limit points, it seems  
that we can only simplify Hoffman's proofs and  
not to find an essentially new result. (1)

2. Referring to my letter of 5.6 I can now  
say that really  $\lambda_R = -2$  for all Beineke's for-  
bidden subgraphs except for  $B_2 =$  . Namely,  
we can easily establish that all other  $B_i$ 's are con-  
tained in Chang graphs or Schläfli graphs. For  $B_2$   
the least eigenvalue is  $\approx -2.17740$  and  $\lambda_R \geq -2.34$   
since  $B_2$  is an induced subgraph of the cubic graph No. 6  
on 14 vertices from the report on cubic graphs.

Please inform me about your opinion  
after you have seen the material I sent to you.

I sent two letters to you up to now;  
19.5.1977 and 5.6.1977.

With the best wishes for your last days in  
Eindhoven

Sincerely yours  
Doornik

## Graphs with $\lambda(G) > -2$ .

We know that  $\lambda(G) > -2 \Rightarrow G = L(H; a_1 \dots a_n)$  where

(i)  $H$  is unicyclic with an odd cycle,  $\sum a_i = 0$

(ii)  $H$  is a tree and  $\sum a_i \leq 1$ .

OR  $G$  arises from  $E_8$ .

### 1. Limit points greater than $-2$ .

Since only a finite number of graphs arise from  $E_8$ , we can ignore them. Hoffmann's result implies that limit point arising from (i) and from (ii) with  $\sum a_i = 1$  can be constructed by taking a tree ~~and~~ adding edges to one vertex, and then taking the line graph. Is this reasonable? In both cases above, the graph has a principal submatrix of order  $n-1$  which is of the form  $L(T)$ , i.e., either delete one edge of the cycle in the unicyclic graph (which is a vertex in the line graph) or delete one of the vertices that arises from the fact that  $a_i = 1$ . Thus we have a tree  $T$  such that  $\lambda(L(T))$  lies between  $\lambda^1$  and  $\lambda^2$  for our original graph. Now I have noted that  $\lambda^1 = \lambda^2$  "most of the time" so this line of argument seems hopeful. But maybe it's not worth pursuing since it may be hard to get anything new.

### 2. Graphs arising from $E_8$ with $\lambda(G) > -2$ .

I would like to determine the number of such graphs without the aid of the computer. The line of reasoning is as follows: we need to find  $\{x_1, \dots, x_s\} \subseteq E_8$  such that ~~the~~  $A + 2I = \sum_{i=1}^s x_i x_i^T$ . The major problem is that different sets of the form  $\{x_1, \dots, x_s\}$  can yield isomorphic graphs. However if

$$A + 2I = BB^T, \quad \text{and} \quad A' = PAP^{-1}, \quad P \text{ perm. matrix}$$

$$\text{then} \quad A' + 2I = (PB)(PB)^T$$

so we are really looking for equivalence classes of sets of vectors from  $E_8$ . But even this is not enough, for different sets of vectors can give the same inner product, so these too must be computed.

I have done so and the equivalence class happens to be isomorphic to the Weyl group on  $E_8$ , a result that I find interesting in itself.

Thus we need only count equivalence classes. I think I can do so by a Möbius inversion.

3. I like the result concerning  $\lambda_{\mathbb{R}}(G)$  where  $G$  is a Benicke subgraph. I'll think about the last case.

4. I think what we have will make a nice paper. I'll do some writing ~~at~~ when I am back in Winnipeg if you wish.

Beograd 23.6.1977.

Reference: Mail 7

Dear Mr. Sachs,

Please find enclosed the following <sup>at</sup> page for the  
1. Contents (together with the <sup>at</sup> page for the  
book; is it C.K.?) 4+1 pages, 3 copies;

2. Index, 3 pages, 3 copies;

3. Characteristic polynomials and eigenvalues  
of the trees with  $n$  vertices ( $2 \leq n \leq 10$ ) by D. Maksimovic,  
13 pages.

In contents something is missing in Chapter 5.  
Section 4.7 you can throw out if you agree that  
Lloyd's Theorem can be given under "Miscellaneous."  
as I did.

Of course, you can add new notions  
to the index. According to your outline for Chap-  
ters 4 and 5, I have already included the notions  
for these two chapters.

Table of D. Maksimovic is for your information.  
Trees are ordered lexicographically according  
to eigenvalues. If we decide to include spectro  
of trees on 10 vertices in the Appendix, that will  
be in quite another form. That would be settled  
by D. Maksimovic and myself; you should not



take the care about it.

Now it seems I finished the things (more or less-technical) for our book. I had in mind it. (I still have the duty to send you Chapter 8 but Doob has not yet sent the corrections to me).

Now I am again at your disposal. I can arrange some typing, making copies ~~etc.~~ and any other work.

I will be in Belgrade during July. In the second half of August we will be at the seaside and for the first half of August we do not have any arrangement at the moment.

With kind regards

Yours sincerely  
Draško Petrović

Mail 4, May 27

Mail 5, June 5

Mail 6, June 13

Mail 7, June 23

Beograd 23.6.71

Dear Michael,

Quite shortly: please, have a look at the index enclosed. If something is wrong tell to Sochis when you come to Thuners on of course, you can add some notions if you think it is necessary.

I sent three letters to you up to now:

~~15.5.1977~~ → May 19, June 5 and June 20.

With kind regards

Yours sincerely

Soepo<sup>u</sup>

4. Consider

$$\lambda_R(G) = \sup \{ \lambda(H_R) \mid G \subset H_R \}$$

( $H_R$  regular graph,  $\lambda(H)$  the least eigenvalue of  $H$ ), Hoffman said he knew only  $\lambda_R(K_{1,2}) = 2 \cos \frac{4\pi}{9}$  and  $\lambda_R(K_{1,3}) = -2$  (see [Hof 7]). Now we can find  $\lambda_R(G)$  for Beineke's forbidden subgraphs.

According to 2. there are no <sup>regular</sup> exceptional graphs with the least eigenvalue  $> -2$ . Therefore, for all Beineke's graphs  $\lambda_R \leq -2$ . To establish that  $\lambda_R = -2$  we must check whether Beineke's graphs are contained as <sup>induced</sup> subgraphs in some (non-line) graphs with the least eigenvalue  $-2$ . Hence, the answer is given by

the thick report by Bassez, myself and Seidel. (denote this report by [1]).

5. Let us show now how the graphs under consideration are related to the proof that exceptional graphs from [1] are in layers. We shall use notation of [1]. Let  $G \in \mathcal{G}$  has degree  $d$ . We shall calculate the number  $n$  of vertices of  $G$ . Let  $G$  be represented by the set  $S$  of vectors from  $\mathbb{E}_8$ .  $S$  has  $n$  vectors and let  $s_i$  be the sum of  $i$ th coordinates of all vectors from  $S$ . Find 8 independent vectors among vectors of  $S$ . Take as the 9-th vector the vector  $s = (s_1, s_2, \dots, s_8)$ . Form the Gram matrix of these 9 vectors. It is of the form

## Some observations about graphs with the least eigenvalue $> -2$

1. Let  $G$  be a graph with the least eigenvalue  $> -2$  and let  $A$  be its adjacency matrix. Then  $A+2I$  can be interpreted as Gram matrix of  $n$  vectors in some root system. Therefore,  $G$  is a generalized line graph or an exceptional graph from Eg. In the exceptional case  $G$  has at most 8 vertices since otherwise  $A+2I$  would be singular.

2. Suppose now  $G$  is regular. Then  $G$  is a line graph or an exceptional graph (since a generalized line graph which is not a line graph cannot be regular). In the case of line graphs we get only complete graphs  $K_n$  and circuits  $C_{2k+1}$  of an odd lengths (this follows immediately from your old results). If  $G$  is exceptional then by using the table of cubic graphs we find by inspection that ~~there~~ the graph  $G$  does not exist. Hence, the only regular graphs  $G$  with the least eigenvalue  $> -2$  are complete graphs and odd circuits.

3. Generalized line graphs were discussed already when I was in Eindhoven and you finally settled the matter.



says that  $H_1$  has the least eigenvalue  $-2$ !

$H$  obviously can be chosen so that it has the least eigenvalue  $> -2$  (that means that the coefficient of  $x$  in (1) is different from 0).

Let now  $\mathcal{H}$  be the set of all graphs on  $\delta$  vertices whose least eigenvalue is  $> -2$  and which are not line graphs and not generalized ~~connected~~ ~~path~~ line graphs. We have  $H \in \mathcal{H}$ . Now it is clear that the following (i)  $\Rightarrow$  (ii) where

(i) for any  $H \in \mathcal{H}$ ,  $H$  can be extended to  $H_1$  (in the above described manner) so that  $H_1$  has the least eigenvalue  $-2$  (i.e. so that  $H_1$  can be represented in  $E_8$ );

(ii) for any  $G \in \mathcal{G}$ , such that  $G$  (being represented in  $E_8$ ) cannot be represented in  $E_7$ , we have  $n = 2(d+2)$ .

Hence, we have to prove (i) in order to have a nice proof for results of [1].

6. (i) is equivalent to the statement that any  $H$  from  $\mathcal{H}$  can be switched into a line graph.

To see this extend  $H$  to  $H_1$  and represent  $H_1$  in  $E_8$  so that the new vertex is represented by the vector  $(1, \dots, 1)$ . Then  $H$  can be represented in  $E_8$  only by the vectors of types  $a$  and  $b$  (see [1], p. 8) and that means that  $H$  is switching equivalent to a line graph.

Lieber Herr Cvetković!

Jetzt will ich ganz schnell den Empfang von drei Sendungen bestätigen, die im Laufe der vergangenen Woche - die letzte gestern, am Sonnabend - hier eintrafen:

"Mail 4" (mit Brief vom 27. 5. 77):

1. Chapter 9 (12 + 1 Seiten)
2. Misc. results ( 7 mal 2 = 14 Seiten)
3. "Factorizing ..." (4 Seiten)
4. "A survey ..." (1 Seite),

"Mail 5" (mit Brief vom 5. 6. 77):

1. Chapter 9 (Seiten 0, 7 - 12, Fußnoten)
2. " (Seiten 1 - 12, Fußnoten)
3. Misc. results (7 Seiten),

"Mail 6" (mit Brief vom 13. 6. 77):

- Appendix (Text zu den Tabellen - 10 Seiten)
- Important remarks (1 Seite)
- A list of corrections ... (1 Seite)
- A note on the literature (1 Seite).

Für alle diese Sendungen und Ihre Briefe recht herzlichen Dank!

Gut, daß Sie meinen Brief vom 6. Juni so schnell erhalten haben, und ich hoffe, daß auch dieser Brief Sie bald erreicht, damit Sie sicher sind, daß alle Ihre Sendungen komplett bei mir eingehen - wenn es auch manchmal etwas lange dauert.

Lieber Herr Cvetković, ich danke Ihnen sehr für Ihre vielen Verbesserungsvorschläge, die ich alle einarbeiten werde. Noch läuft hier das Semester auf hohen Touren, die erste Juli-Hälfte wird mit Prüfungen ausgefüllt sein, dann, so hoffe ich, wird es etwas ruhiger werden. Bis dahin muß ich alle rückständigen Prüfungen, Referate, Rezensionen, Gutachten, Briefe, Berichte,... erledigt haben.

Lieber Herr Cvetković, Ihren Briefen entnehme ich, daß Sie krank waren: Wir hoffen, daß Sie sich inzwischen wieder wohl fühlen und wünschen Ihnen (hoffentlich überflüssigerweise!) gute Besserung! - Mir geht es organisch augenblicklich ganz gut und ich hoffe, daß ich alles durchstehe, ohne wieder eine Periode von Angina-pectoris-Anfällen zu haben - Leider werden wir nicht jünger. Ihnen und Ihrer lieben Frau wünschen wir vor allem, daß Mladen seine Krankheit überstanden hat und Sie

wieder frei atmen können, ohne Sorge vor der Zukunft.

Von hier gibt es Folgendes zu berichten: Am 16. Juni war Herr Gutman hier und hielt einen schönen Vortrag, der Anlaß zu vielen Diskussionen gab, auch mit zwei Chemikern aus Jena, die Graphenspektren auf kristall-chemische Probleme (auf der Grundlage einer topologischen Theorie, die der Hückel-Theorie sehr ähnlich ist) anwenden wollen. Wir werden versuchen, die Strukturgitter der Kristalle als Produkte (NEPS) einfacher Graphen darzustellen, um dann Ihre Theorie der NEPS-Spektren anwenden zu können - man müßte nur Zeit haben! Leider mußte Herr Gutman - nach einem gemeinsamen Seminar am frühen Morgen - am 17. Juni um 9 Uhr schon wieder abreisen. Wir haben ihm zur Berufung nach Kragujevac mit großer Freude gratuliert.

Ich warte "wie auf glühenden Kohlen" auf Antwort von Herrn Doob, um sein Visum beschaffen zu können. Den 12. Juli habe ich mir freihalten können, so daß wir Zeit zum Besprechen diverser Fragen, die das Buch betreffen, haben. Hoffentlich geht alles programmgemäß.

F von  
Oberhof

Frau Mai war nach ihrer Abreise <sup>F</sup>4 Wochen lang schwer krank: Kreislaufstörungen. Deshalb konnte auch der neue Vertrag noch nicht ausgefertigt werden. Jetzt ist sie wieder im Dienst und bat mich, Ihnen beste Grüße zu übermitteln. Sie teilte mir auch mit, daß unerwarteterweise der Verlag "Academic Press" wieder großes Interesse an einer gemeinsamen Produktion gezeigt hat - ein merkwürdiges Hin und Her! Vor einer Woche hat mich Herr Redakteur Arnold vom Deutschen Verlag der Wissenschaften hier aufgesucht, eigentlich, um den Vertrag durchzusprechen, aber der war noch nicht fertig: Von "Academic Press" noch keine weiteren Neuigkeiten. Er bat noch einmal dringend darum, den geplanten Umfang nicht zu überziehen - nun, die Verlage rechnen auch mit einer Sicherheitstoleranz, es wird schon gehen.

So, das wäre wohl für heute das Wichtigste. Ihnen allen, Ihrer Familie im engeren und im weiteren Sinne, wünschen wir einen schönen Sommer (wir hatten hier wolkenbruchartige Regenfälle), angenehme Ferien und recht gute Erholung!

Mit herzlichen Grüßen sind wir

Ihre

*Barbara und Horst Lach,*



# TECHNISCHE HOGESCHOOL EINDHOVEN

Postbus 513 - Tel. (040) 47 91 11 (Doorkiesmogelijkheid via 47

) - Girorekening 107 63 26 - Bankier: F. van Lanschot - Eindhoven

(1), (2), and (5) are under separate cover.

Uw brief

Letter en nummer

Eindhoven, Den Dolech 2

June 28, 1977

Onderwerp

Dear Dragö,

My apologies for not having written sooner. Things are very busy here.

I am enclosing the following:

- (1) A copy of Chapter 6 in its final form
- (2) Your copy of Chapter 8 with some minor language corrections
- (3) A copy of the preface and introduction. What you have sent to me will go to Professor Sachs.
- (4) Some comments on graphs with  $\lambda(G) > -2$ .
- (5) Some new proofs that can be included in Chapters 2 and 3 if you wish. One of them is yet another proof of the bound for the eigenvalues of  $K_{n_1, \dots, n_k}$ . This one is much shorter than the previous two proofs.

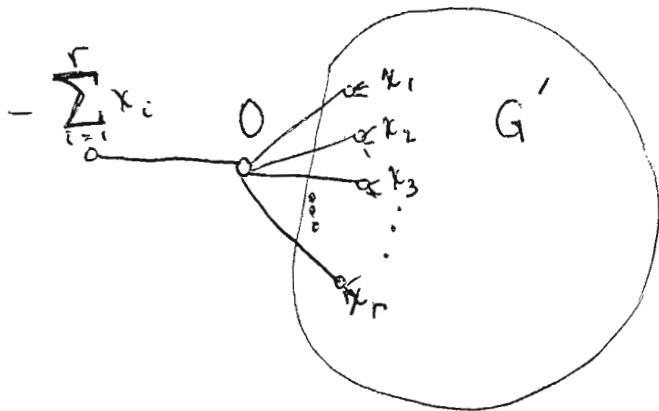
On other news, Mr. Zlatanović is indeed going to be the next resident of "our" flat. We have arranged with the furniture bank to keep all of the things rented from them in the flat, so he should be in pretty good shape when he moves in. We have arranged with Mrs Van Warkum for a washing machine to replace "ours".

I shall see Professor Sachs for the day of July 12 if the visa can be arranged in time. It seems that mail service between Eindhoven

and Ahmenaw is very slow. Assuming that the visa can be arranged, I shall take all the Chapters that you gave me and hand them to him personally.

The material in Chapter 8 has made me think of the following.

It would be an interesting question ask when a graph is non singular and when the rank is computable. By interesting I mean a question that can be understood by an person with the barest of mathematical education and yet has results that are not obvious. For example



$G$  with eigenvector  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  corresponding to eigenvalue 0.

from this picture it is obvious that the rank of  $G =$  the rank of  $G'$ . Since we construct the eigenvector directly, and so Corollary 1 (ch 8) holds for all graphs. From the

same picture it is obvious that one can inductively prove that  $\eta(T) = n - 2q$  (Thm 8.1). Now this is precisely one question that you are raising in Chapter 8, but you might want to do it in another place, e.g., as a research problem or an article ~~for~~ for the ~~Mathematical~~ Mathematical Association of America Monthly (they like this type of thing).

Regards to your family. Lisa went into a long discussion with Mess. Geerts as to how she enjoyed herself in Belgrade and enjoyed being with Vladimir, so here memory of Yugoslavia is still strong. Have an enjoyable vacation. I shall write next from Winnipeg.

Sincerely,  
Winnipeg.

Juniun, 7.7.77

Lieber Herr Cveticovic!

Gestern erhielt ich Ihre Sendung vom 23.6.77 (Mail 7) - alles komplett, die 7 scheint doch eine Glückszahl zu sein! Für alles vielen Dank - ich schreibe in Eile, deshalb nur kurz.

Meinen Brief vom 26.6.77, in dem ich den Empfang der Sendungen 4 (27.5.77), 5 (5.6.77) und 6 (13.6.77) bestätige, werden Sie inzwischen sicher bekommen haben.

Herrn Dool erwarte ich hier am kommenden Montag, dem 11.7., er will bis Mittwoch, dem 13.7., hier bleiben. Hoffentlich verläuft seine Reise ohne Komplikationen.

Ich habe in der nächsten Woche Prüfungen, volles Programm (auch noch einige Vorlesungen) bis zum 21. Juli, dann beabsichtige ich, Urlaub zu machen (Urlaub = Buch).

Mit herzlichen Grüßen  
von Haus zu Haus!

Ihr Host Sachs

Beograd 11.7.1977.

Mail: 8

Dear Mr. Sachs,

Thank you very much for your letter of June 26, confirming the receipt of Mails 4, 5, 6. With this Mail 8 the series of Mails is finished because I sent you all material. Mail 7 was sent to you on June 23.

In this mail I am sending you Chapter 8 (first copy), ready for printers (pp. 0-60+1). Doob's improvements are now in the text and I made a good copy for myself.

Mr. <sup>Doob</sup> sent me some proposals for improving some places in Chapters 2 and 3. (new proofs of <sup>10</sup>lemmas 3.19; 2.21, 2.22, 2.23, 2.24). From his mail it is not clear whether he has sent already to you the new text (in fact replacements for some pages). If yes, I would agree with the changes for lemmas 3.19, 2.21, 2.22 and I would not agree for lemmas 2.23 and 2.24 because it would cause some troubles in Chapter 7. If not, I shall send you corresponding pages for the manuscript. Please inform me about it as soon as possible.

From your letter from Warsaw I see that  
that you will easier write Chapter 4 than Chap-  
ter 5. Therefore I have the intention to write  
down a few pages about automorphism group  
and spectrum in order to help you a little  
bit. In fact, I would, similarly as once other  
make short reviews of the papers on this  
topic (of course except for yours). Probably  
I shall send you this material about <sup>the</sup> end  
of July to you.

Bob informed me that he was expecting the visa  
for DDR. I hope the things have been settled in  
the meantime so that you will meet Bob tomorrow.  
I hope you will have a successful discussion  
with him about the book.

With kind regards

Yours sincerely

Sofer Wekovic

PC, Please find enclosed  
also two copies of a  
new paper of Gubman  
and myself plus two copies of page 0 of Chapter 8.  
Also two copies of the page with footnotes.

P.S. About the middle of May Mr. Savić and I sent our paper "Graph equations" (about which I was reporting in Oberhof) to Mr. Walther.

I would ask you to see whether Mr. Walther received this manuscript. Can we get an official ~~acceptance~~ confirmation about the publishing the paper in the Proceedings of the Conference? If the paper is too long (although Mr. Walther said it will be O.K.) we can try to publish it elsewhere. If all the things are all right, I would ask you to put a footnote on the first page of the manuscript with the following.

The work of the first author was supported by the Mathematical Institute, Belgrade.

I ask you most kindly to consider this matter.

Drago Vekarić

Belgrade 26.7.1977.

Dear Mr. Sachs,

Thank you very much for your letter of 7.7. as well as for the card you sent joined with the Doob's. I am very glad that Doob visited you; I hope the meeting was successful.

On the July 11, I sent you Mail 8 (last one in the sequence of "Mails"). (You confirmed the receipt of the first seven Mails).

As promised in Mail 8, I am sending you now "Notes on Chapter 5" (10 pages). This is a survey of papers. Do not feel obliged with these notes; I only wanted to help you a little. One remark only: The paper [Mow6] (from the book "New Directions in the Theory of Graphs") is not reviewed because the book is with a person at the moment outside of Belgrade.

Please, find enclosed herewith also "Notes on Chapter 6" (1 page), a page with a footnote, and two copies of my paper on cubic integral graphs (you have already seen the paper).

I am wondering about the news concerning Doob's visit and about further plans.

With kind regards

Sincerely yours  
Doroš P. Petrović

Jlmenau, 8.8.77

Lieber Herr Cvetković!

Zu allererst will ich Ihnen den Empfang von "Mail no. 8" bestätigen: Das ist Ihre Sendung vom 11. 7. 77 (Kapitel 8 und Sonderdrucke), für die ich Ihnen sehr danke! Ihre Bitte, Ihnen eine Bestätigung zu schicken, daß Ihr Vortrag in den "Proceedings Oberhof" erscheinen wird, habe ich sofort an Herrn Dr. Walther weitergeleitet, und ich darf wohl annehmen, daß Sie diese Bestätigung inzwischen in Händen haben.

Endlich komme ich nun dazu, Ihnen selbst zu schreiben. Nachdem es zum Semesterende noch einmal eine Flut von Arbeiten gab (Prüfungen, Vorbereitung des neuen Studienjahres, Gutachten u.s.w.) und ich das, was liegen geblieben war und inzwischen sehr dringend geworden ist, aufgearbeitet habe, werde ich ab morgen offiziell Urlaub haben (bis zum 30. 8.). Freilich muß ich erst für ein paar Tage (9. 8. - 12. 8.) zu



meinem Vater nach Magdeburg fahren - er ist 79 Jahre alt und erwartet, daß ich ihn einmal im Sommer besuche. Dann ist jede Stunde für das Buch reserviert!

Lieber Herr Cvětković, haben Sie ganz besonderen Dank, daß Sie mir bei allen Kapiteln so viel helfen!

Die Aussprache mit Herrn Doob am 12. 7. war sehr fruchtbar, wenn auch leider nur kurz (nur ein Tag). Er war mit seiner Frau und den beiden Kindern hier, sie kamen mit dem Auto aus der Schweiz und waren recht müde, als sie am 11. 7. abends hier ankamen.

Herr Doob hat mir das gesammte Material zu den Kapiteln 2 <sup>sowie das Kap 6</sup> und 3 gegeben und mir erläutert, daß dadurch eine Reihe von Beweisen kürzer wird, er sagte aber gleich, daß Sie möglicherweise nicht mit allen Änderungen einverstanden sein werden, weil er die Konsequenzen, die seine Änderungen für spätere Kapitel haben, noch nicht

überschaubar. Nun kenne ich auch Ihre Auffassung dazu - vielleicht ergibt sich doch noch ein Kompromiß und damit eine Möglichkeit zur Kürzung. Herr Arnold (D.V.W.) hat mich noch einmal gebeten, den geplanten Umfang nicht zu überschreiten. Übrigens war Frau Mori längere Zeit krank, und am 11. 7. erhielt ich ein Fernschreiben mit der Mitteilung, daß die Ausfertigung des neuen Vertrages (der eigentlich zu Doob's Besuch hier vorliegen sollte) erst im August möglich sein wird - auch dort <sup>Oberrn Verlag,</sup> fehlt es sehr an Arbeitskräften. Ich hoffe nur, daß nicht eine erneute Erkrankung von Frau Mori der Grund für die weitere Verzögerung ist.

Für Ihre Absicht, mir auch noch bei den Automorphismengruppen zu helfen, danke ich Ihnen sehr. Ich fürchte, daß ich selbst auf diesem vielversprechenden Gebiet weit zurückgeblieben bin; das wurde mir klar, als ich kürzlich

ein (vertrauliches) Gutachten über eine neue Arbeit von 4 Autoren (darunter Mowshowitz) auf fertigte und dabei unter anderem bemerkte, daß meine eigenen Untersuchungen (mit Petersdorf) noch viel mehr gebracht hätten, wenn ich sie nur systematisch weitergeführt hätte! Vieles läßt sich durchaus mit ganz elementaren Mitteln erreichen.

Herr Doob meinte übrigens, daß wir das Sachwortverzeichnis nunfassend anlegend sollten, womit er zweifellos recht hat. Sie haben da schon viel Vorarbeit geleistet, aber ich möchte Sie bitten, hier keine weiteren Anstrengungen zu unternehmen: Es ist üblich (und sehr zweckmäßig und zeitsparend), bei der Korrektur in der Färbung alle Stichworte zu unterstreichen, der Verlag stellt dann das Sachwortverzeichnis (mit Seitenangaben) selbst zusammen.

Lieber Herr Cvetković, das wäre wohl  
im Augenblick das Wichtigste.

Ich hatte gehofft, daß die Semester-  
arbeiten schneller zu Ende gehen,  
aber das hat sich in diesem Jahr  
alles besonders lange hingezogen.

Wir hoffen sehr, daß Sie sich  
alle wohl fühlen und die  
Sommerpause ein bißchen genießen  
können.

Herr Simić hat uns einen sehr  
liebesswürdigen Brief geschrieben:  
Bitte, grüßen Sie ihn herzlich von  
uns.

Ihnen beiden, Aladen und Ihren  
Verwandten die besten Grüße  
und Wünsche von Ihnen

Barbara und Horst Seelb.

Jhmenau, 22. 8. 77

Lieber Herr Cvitković!

Als ich vor gut einer Woche von Magdeburg wieder nach Jhmenau zurückkam, fand ich hier Ihren Brief vom 26. 7. 77 vor, darin "Notes on Chapter 5" (10 Seiten) sowie "Notes on Chapter 6" (1 Seite + Fußnote) und Ihre Arbeit ~~z~~ über kubische "integral graphs" - für alles danke ich Ihnen sehr, ganz besonders für Ihre Unterstützung durch die "Notes on Chapter 5"! Nach meiner Rückkehr habe ich zugleich die Arbeit aufgenommen und sende Ihnen als erstes Ergebnis die Neufassung des Literaturverzeichnisses, die durch Anwendung der "Klebertechnik" entstanden ist: Es fehlen nur noch wenige Eintragungen, die hoffentlich keine zu große Mühe mehr bereiten werden. Ich schicke Ihnen das Original, eine Kopie habe ich leider nicht (aber ich habe Durchschläge, um notfalls noch ein zweites Exemplar

zusammenkleben zu können, nur  
bereitet das enorm viel Arbeit, wie  
Sie sich sicher gut vorstellen können).  
Deshalb bitte ich Sie, sich dort eine  
Kopie machen zu lassen und mir  
das Original wieder zurückzuschicken -  
wenn die Xerokopien gut ausfallen,  
so wäre es vielleicht sinnvoll, für  
das Verlags-Manuskript ebenfalls eine  
Xerokopie zu verwenden, das wäre  
den Setzern sicherlich viel angenehmer  
als die geklebten Blätter. Deshalb  
meine Bitte: Falls Sie die Möglichkeit  
haben, gut lesbare Xerokopien anzu-  
fertigen (und falls diese nicht zu teuer  
sind), schicken Sie mir bitte auch  
eine Xerokopie (wie gesagt, zur Abgabe  
an den Verlag). Vom Verlag (Deutscher  
Verlag der Wissenschaften) habe ich übrigens  
noch keine neue Nachricht erhalten.

Für Kapitel I werde ich morgen die neu geschriebenen Seiten und sonstigen Korrekturen von der Schreiberin abholen (hoffentlich ist sie fertig), und dann werde ich, ebenfalls in Klebtechnik, ein neues Exemplar auffertigen. Bei der Überarbeitung habe ich alle Bemerkungen, die Sie oder Herr Doob im Laufe der Zeit gemacht haben, berücksichtigt, so daß Kapitel I nun als druckfertig gelten kann.

Ich werde Ihnen das Exemplar schicken, sobald ich es fertig habe, und dazu meine Kommentare geben (das sollte schon in den nächsten Tagen sein).

Wichtig ist nun, daß auf dem Postweg nicht zu viel Zeit verloren geht. Auch die übrigen Teile werde ich ganz systematisch durcharbeiten, damit keine Ihrer Bemerkungen verloren geht.

Zu eventuell offenen Fragen werde ich mich dann jeweils äußern. Ich will die letzte Ferienwoche noch intensiv nutzen, am 30.8. beginnt für mich das neue Semester.

Liebe Familie Cvetković, ich hoffe sehr, daß Sie schöne Ferientage hatten (vielleicht noch haben?).! Hier ist das Wetter ganz miserabel; Kalt und naß. Das Wasser, das uns in den vergangenen beiden Jahren fehlte, bekommen wir jetzt nachgeliefert. Es macht viel Mühe, die Ernte - die sehr gut zu werden versprochen - verlustlos einzubringen.

Wir grüßen Sie alle recht herzlich!

Ihre

Barbara und Horst Sachs

P.S. Das "Journal of Graph Theory" habe ich noch nicht gesehen - aber ich hoffe, daß unsere Bibliothek es beziehen wird.



Jlumenau, 26.8.77

Lieber Herr Coetković!

Heute sende ich Ihnen, wie angekündigt, das überarbeitete und neu zusammengeklebte Manuskript von Kapitel 1 (einschließlich Fußnoten) sowie drei Seiten mit einigen zusätzlichen Literaturstellen. (Diese 3 Seiten sind für Sie, die Originalseiten habe ich hier und werde sie einkleben, wenn Sie mir das Manuskript des Literaturverzeichnisses zurückschicken.) Nun zu Kapitel 1 Bitte, lassen Sie sich eine Kopie auffertigen und schicken Sie mir das Original (ich besitze kein zweites Exemplar) wieder zurück. Wenn es Ihnen technisch nicht zu große Schwierigkeiten macht, wäre es natürlich schön, wenn Sie mehrere Kopien machen lassen könnten: Der Verlag verlangt insgesamt 3 Exemplare, und wenn jeder von uns ein Exemplar haben soll, bräuchten wir neben dem Original noch 5 Kopien; notfalls würden wohl 3 Kopien genügen, ich müßte dann versuchen, die Durchschläge noch etwas aufzuarbeiten

(Korrekturen einfügen, u. s. w.).

Noch einige Bemerkungen im Einzelnen:

- 1) Zeilen 1 - 4 auf Seite 2 habe ich (entgegen Ihrem Vorschlag) doch stehen lassen, da ich die Vereinbarung  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$  an späterer Stelle des Kapitels ja laufend benutze. Sollte diese Vereinbarung schon in der Einleitung getroffen werden, so können wir diese Zeilen noch immer herausstreichen.
- 2) Zeilen 7 - 12 auf Seite 24 habe ich, einem von Ihnen <sup>früher</sup> gemachten Vorschlag gemäß, eingefügt. Ich glaube, es wäre nicht weiter schlimm, wenn wir diese Zeilen wegließen, weil sich ja die Formeln  $(1.42)'$  und  $(1.42)''$  ganz unmittelbar aus  $(1.42)$  ergeben. Bitte, schreiben Sie mir, wie ich verfahren soll.
- 3) Auf Seite 23a habe ich einen Fehler korrigiert: Tatsächlich muß das

Gewicht einer Kante von  $U$ , die nicht in einem Kreis liegt (also eine Elementarfigur für sich bildet), doppelt

(d. h. in  $\Pi(U)$  mit dem Exponenten 2) berücksichtigt werden. Das hat Konsequenzen auf Seite 33a, die Resultate bleiben aber ungedändert.

Eigentlich wollte ich die ganze Seite 23a streichen, aber die Formel (1, 35)" wird später zum Beweis von Satz 1.5a (siehe Seite 33a) gebraucht.

- 4) Die Formel 
$$t(G) = \frac{1}{n} \prod_{i=2}^n (r - \lambda_i) = \frac{1}{n} P'_G(r)$$
 hatte ich, unserer Vereinbarung gemäß, bereits als "Remark" auf den Seiten 31 / 32 eingefügt, bevor ich Ihren Brief erhielt, in dem Sie diese Formel unter die "Miscellaneous Results" (ab Nr. 10) aufnehmen. Ich glaube, wir sollten es jetzt so lassen: Auch Proposition 1.3 (Seite 31) halte ich für bemerkenswert, und die beiden Formeln für  $t(G)$  erhalten, als Propositionen formuliert

(das ist etwas mehr als ein Lemma, aber etwas weniger als ein Satz), das ihnen angemessene Gewicht.

5) Im Brief vom 3.6.76 schlugen Sie vor, folgendes Ergebnis von A. J. Hoffman [W9] unter die Miszellen aufzunehmen:

"Let  $T$  be a tree with at least two edges,  $e$  an end edge of  $T$ . Let  $\hat{A}(T, e)$  be the adjacency matrix of  $L(T)$  modified by putting  $-1$  on the diagonal position corresponding to  $e$ . Then  $\lambda^1(\hat{A}(T, e))$  is a limit point of  $\lambda^1 > -2$ , and every limit point of  $\lambda^1 > -2$  arises this way".

Ich sehe keine Möglichkeit, das in Kapitel 1 aufzunehmen, da man vorher erst eine Reihe von Begriffen erklären müsste ("line graph  $L(T)$ ", "limit point of  $\lambda^1 > -2$ "). Bitte entscheiden Sie, ob wir das Resultat einfach weglassen oder in einem

späteren Kapitel unter die Miscellen aufnehmen.

- 6) Der Satz aus [A7] ( "Let  $\lambda_1$  be the index of  $G$ . Then  $\lambda_1 \leq \boxed{2}$  ( $\lambda_1 < 2$ ) if and only if ... " ) nebst Beweis sollte, einer alten Vorstellung von Ihnen gemäß, ebenfalls in Kapitel 1 untergebracht werden; wir hatten auch an die Miscellen von Kapitel 2 gedacht. Im Brief vom 27.5.77 schreiben Sie: "... prepare for the "Miscellaneous..." of Chapter 2 the text on graphs with the index not greater than 2. ... we agreed that the best place for it is just the end of Chapter 2. " Mit "Mail 4" (auch vom 27.5.77) schickten Sie "Misc. Results" No. 12-15 für Kapitel 2, wobei Nr. 12 (kurz, nur 5 Zeilen) gerade die Graphen mit  $\lambda_1 \leq 2$  betrifft. Nun bin ich unsicher: Ist mit No. 12 nun die Angelegenheit erledigt, oder sollte noch ausführlicher auf die Resultate eingegangen werden?

Das wäre wohl das Wichtigste für heute!  
Übrigens habe ich vorgestern Heft No. 1  
des "J. of Graph Theory" erhalten. (als  
einmalige Sendung, mit Schreiben von  
Gary Chartrand). Es sieht sehr gut  
aus und ich freue mich, Ihren Namen  
unter den Herausgebern zu finden!  
(Mich scheint Harary inzwischen einfach  
vergessen zu haben.)

Hier hat es in diesem Jahr überhaupt  
keinen Sommer gegeben: Nur Regen  
(auch jetzt), dazu Überschwemmungen  
und Schwierigkeiten bei der Ernte.

Mit recht herzlichem Grüßen  
von Haus zu Haus

Ihr

Horst Sachs.

P.S. auf S. 7

Ilmuwan, 28.8.77

P.S. Da am Sonnabend das Postamt geschlossen hat, habe ich das Päckchen noch einmal geöffnet und füge das überarbeitete Manuskript (Kopie) von Kapitel 2 hinzu. Dabei habe ich alle Hinweise von Ihnen und von Herrn Doob berücksichtigt. Das für den Deutschen Verlag der Wissenschaften bestimmte Original wird dann in den nächsten Tagen ausgebessert (Zusätze geschrieben, Überklebungen vorgenommen, u.s.w.). Bitte sehen Sie sich besonders diejenigen Passagen an, die die Vorschläge von Herrn Doob berücksichtigen. Ich glaube, es sollte jetzt druckreif sein.

Es sind noch einige wenige Fragen offen:

1) Im Brief vom 3.6.76 schlagen Sie für die "Miscellaneous Results..." vor:

"The generalized line graph (for the definition see Chapter 9)

$L(G; a_1, a_2, \dots, a_n)$  of a graph  $G$

on  $n$  vertices has the least eigenvalue  $\geq -2$  (A.J. Hoffman [W9])".

Ich glaube, das paßt nicht in Kapitel 2

Sollte es vielleicht in Kapitel 9 aufgenommen werden? Oder wollen wir darauf verzichten?

2) Auf Seite 6, Zeile 6 bleibt noch ein Literaturhinweis offen. Ich vermute, daß [MaMi] (das Buch von M. Marcus und H. Minc) gemeint ist. Stimmt das?

3) Die Fußnoten werde ich noch zusammenstellen.

4) Es ist noch die offene Frage 6) von Seite 5 dieses Briefes (jetzt für Kapitel 2) zu entscheiden (betrifft Graphen mit  $\lambda_1 \leq 2$ ).

Vom Deutschen Verlag der Wissenschaften habe ich auch gestern keine Nachricht erhalten, obwohl mir Herr Arnold per Fernschreiben versprochen hatte, die Neufassung unseres Vertrages mir noch im August zuzuschicken.

Noch einmal: Herzlichst!

Ihre Barbara und Horst Sachs,



Jensenau, 30. 8. 77

Lieber Herr Cvetković!

Beim Zusammenkleben von Kapitel 2  
bemerkte ich, daß sich der von Herrn

Dooč vorgeschlagene Text für den Teil

(nicht hand-  
geschriebenes  
Einlage-  
blatt  
im Kap. 2)

Seite 45 ~~⊗~~ bis Seite 46 ~~⊗~~  
↓

nicht ohne weiteres in Ihren Text

einfügen läßt (z. B. bezeichnen Sie

die Eigenvektoren mit  $\underline{u}$ , Dooč dagegen

mit  $\underline{x}$ ). Deshalb schlage ich folgende

Formulierung vor und bitte Sie, zu

prüfen, ob jetzt alles in Ordnung ist:

We proceed ... [Sac 1]).

(Bis hierher wie bei Dooč)

Theorem 2.24 (D.M. Cvetković [Cve 5]):

For  $i = 1, 2, \dots, n$ , let  $G_i$  be a  
regular graph of degree  $r_i$  with  $n_i$   
vertices and spectrum equal to

$\{ \lambda_{i1} = r_i, \lambda_{i2}, \dots, \lambda_{in_i} \}$  and

let  $\underline{x}_{i_1}, \underline{x}_{i_2}, \dots, \underline{x}_{i_n}$  be a system of independent eigenvectors corresponding to the spectrum.

Then the spectrum of the Boolean function  $G = f(G_1, \dots, G_n)$

consists exactly of all possible values of  $\Lambda_{i_1, \dots, i_n}$  where

$$\lambda_{ij}^{[0]} = \gamma_{ij}, \quad \lambda_{ij}^{[1]} = \bar{\gamma}_{ij}, \quad \text{and}$$

$$(2.47) \quad \Lambda_{i_1, \dots, i_n} = \sum_{\beta \in F} \lambda_{1i_1}^{[\beta_1]} \dots \lambda_{ni_n}^{[\beta_n]},$$

and  $\underline{x}_{i_1, \dots, i_n} = \underline{x}_{1i_1} \otimes \dots \otimes \underline{x}_{ni_n}$

is an eigenvector of  $G$  corresponding to the eigenvalue  $\Lambda_{i_1, \dots, i_n}$

Z Die Unabhängigkeit wird wohl nicht explizit nachgewiesen?

or: ... the vectors  $\underline{x}_{i_1, \dots, i_n} = \underline{x}_{1i_1} \otimes \dots \otimes \underline{x}_{ni_n}$  constitute a complete system of independent eigenvectors of  $G$  corresponding to the eigenvalues  $\Lambda_{i_1, \dots, i_n}$ .

Proof. \*) According ... (wie bei Ihnen) ...  
we have

$$A \underline{x}_{i_1, \dots, i_n} = \left( \sum_{\beta \in F} A_{\beta}^{[\beta_1]} \otimes \dots \right)$$

(und jetzt genau so weiter wie bei  
Ihren, nur jeweils  $x$  anstelle von  
 $u$   ~~$u$~~  [eventuell am Schluss des  
Beweises eine kurze Bemerkung  
über die Unabhängigkeit der  
 $\underline{x}_{i_1, \dots, i_n}$  (zieht Orthogonalität  
wieder Orthogonalität nach sich?)])

Bitte, schreiben Sie mir, wie es am  
günstigsten ist. Kann die vor-  
geschlagene Fußnote zum Beweis  
so bleiben?

In Eile grüßt herzlichst

Ihr

Horst Sachs

Jlmenau, 30. 8. 77

Lieber Herr Cvethković!

In der vergangenen Woche habe ich zwei Sendungen an Sie abgeschickt:

- 1) Literaturverzeichnis mit Brief vom 22. 8.
- 2) Kapitel 1 und Kapitel 2 mit Briefen vom 26. 8. und 28. 8.

Beide Sendungen eingeschrieben und per Luftpost. Da es sich um Originalmanuskripte handelt und ich keine Kopien besitze, hoffe ich sehr, daß nichts verloren geht, und bitte Sie sehr, mir den Empfang der Sendungen jeweils kurz zu bestätigen.

Inzwischen habe ich die Kapitel 6 und 7 "satzreif" gemacht (soweit möglich); einige Seiten lasse ich noch einmal schreiben, da ich fürchte, daß sie die Setzer sonst nicht akzeptieren. Am 9. September habe ich in Berlin zu tun, da werde ich versuchen, mit Frau May vom Deutschen Verlag der Wissenschaften zu sprechen. Schrecklich, daß diese reinen "Ordnungsarbeiten" so viel Zeit in Anspruch

nehmen!

Nun einige Bemerkungen zu den Kapiteln 6 und 7. Ich habe alle von Ihnen und Herrn Doob gemachten Bemerkungen berücksichtigt (soweit sie nicht durch später gemachte Bemerkungen überholt waren), es sind ~~sind~~ ist doch noch eine ganze Menge Änderungen zusammengekommen.

Zu Kapitel 6.

Zunächst Bemerkungen aus Ihrem Brief vom 12.12.74, die z.T. sehr wichtig sind und die doch nicht vergessen werden sollten (der neu hinzugekommene Text ist unterstrichen):

$F_3$  In terms of the adjacency matrix  
(denoted  $A(G)$ ) this implies

$8^7$  , where  $\sigma_n$  is the symmetric group  
of order  $n$

$9^{14}$  , Theorem 6.3 (M. Doob):

- 9<sub>7</sub> Corollary (A. J. Schwenk [Schw 1]):
- 10<sub>4</sub> ... spectrum. Moreover, A. J. Hoffman...
- 19<sup>3</sup> Theorem 6.8 (A. J. Hoffman, R. R. Singleton [Ho Si], generalized by M. Doob):
- 22<sup>3</sup> Theorem 6.9 (M. Doob):
- 30<sub>1</sub> cliques (i.e., complete subgraphs)
- 32<sup>4</sup> Lemma 6.3 (A. J. Hoffman, D. K. Ray-Chaudhuri [Ho R 2]):
- 32<sub>7</sub> Theorem 6.14 (A. J. Hoffman, D. K. Ray-Chaudhuri [Ho R 2]):
- 35<sub>12</sub> Theorem 6.15 (D. K. Ray-Chaudhuri [Ray 1]):

36<sup>3</sup> Corollary (M. Doob):

37<sub>2</sub> Theorem 6.18 (S.S. Shrikhande  
[Shr 2]):

51<sub>3</sub> Theorem 6.26 (M. Doob):

52<sup>12</sup> Lemma 6.5 (M. Doob):

52<sub>5</sub> Theorem 6.27 (C.R. Cook [Cook]):

52<sub>3</sub> ~~(cf. [Cook])~~ D)

56<sup>7</sup> Theorem 6.12 (statt 6.16)

58<sub>11</sub> circuits (statt cycles)

Offen bleiben folgende Fragen:

a) Sollte auf Seite 17 nach Zeile 4 ein  
Einschub vorgenommen werden?

Text des (eventuellen) Einbaus:

" D.T. Malbaški noticed that if a  
graph  $G$  has exactly one positive

local

eigenvalue then the non-isolated vertices of  $G$  form a complete  $k$ -partite graph with  $k = 1 + p_-$ , where  $p_-$  is the number of negative eigenvalues of  $G$ ."

O.K.

Gibt es dazu eine Literaturstelle?

c) 48<sub>5-4</sub>. Sie schreiben, dass der folgende Satz gestrichen werden sollte:

"Each such path corresponds to a closed walk of this type and the total number of such closed walks is  $A_{xx}^3$ ."

Wie soll ich vorgehen?

c) In Ihrem Brief vom 3.6.76 schlagen Sie für die "Misc. Results" von Kapitel 6 vor:

"If  $G$  is a regular graph satisfying  $d(G) \geq 13$  and  $\lambda(G) \geq -2$ , then



$G$  contains no claw of order three.

This result is best possible in the sense that the number 13 cannot be reduced (A.J. Hoffman, D.K. Ray-Chaudhuri [HoR3]). "

Wo soll das hin?

Ich würde vorschlagen, so zu beginnen:

"An induced sub-graph which is a star the central vertex of which has valency  $k$  is called a claw of order  $k$ . ..."

Anstelle von " $d(G) \geq 13$  and  $\lambda(G) \geq -2$ " besser verbal formulieren (was ist hier  $\lambda(G)$ ? Der kleinste Eigenwert?).

Nun zu Ihren "Notes on Chapter 6" im Brief vom 26.7.77:

4<sup>3</sup>: ~~Foto~~ Ich habe [GüPr] und [Har 2] aufgenommen und die dritte Literaturstelle weggelassen.

p. 11 : Recht vielen Dank für Ihre  
vielen "References on PINGS"

(Bitte beachten Sie, daß wir  
im Literaturverzeichnis statt

[RATŽ 1] nur noch [RATŽ]  
führen.)

p. 42 a. [Cart] habe ich erfaßt; ich  
habe noch [Wybo] hinzugesetzt.

Fußnoten sind berücksichtigt.

p. 56 a Für Ashbacher [Ashb] fehlt  
mir jeglicher Hinweis (auch der  
Vorname).

[Sim 1], [Sim 2], [Sim 3] hat Doob  
angegeben, aber nicht den Namen  
~~des~~ des Autors! Ich vermutete  
C.C. Sims, und unter diesem  
Namen habe ich die Arbeiten in  
das Literaturverzeichnis aufgenommen;  
ist das richtig?

Bitte beachten Sie auch, daß [Hig 1],  
[Hig 2], [Hig 3] in unserem  
(so bei Doob)

✓ Literaturverzeichnis mit [Hig 5],  
[Hig 6], [Hig 4] gezählt werden.

Alle übrigen Hinweise sind berücksichtig.

Doob schreibt am 4.10.1976:

" Page 14, added to the bottom:

The reader will recall from Chapter 3 that such graphs are strongly regular."

maci  
popadani  
fotum

Das passt aber nicht an die angegebene Stelle: Wissen Sie, wo das hingehört?

\*

Bevor ich zu Chapter 7 komme, noch einige andere Fragen.

a) Die Arbeiten von László Babai habe ich nur bruchstückhaft; ich wäre Ihnen sehr dankbar, wenn Sie mir die kompletten Texte für eine gewisse Zeit zur Verfügung stellen könnten.

folgt

b) Die Liste von Maksimović

(spectra of trees on 10 vertices) ist sehr schön, wir sollten vielleicht doch versuchen, sie in das Buch aufzunehmen.

W  
c) Das Buch "New Directions in the Theory of Graphs", das die Arbeit [Mow 6] enthält, besitze ich.

z  
d) Zum Begriff "semiregular": Ich habe das so definiert, daß ein "semiregular graph" zugleich "bipartite" ist; Doob schreibt konsequent "semiregular bipartite", ich möchte aber der Kürze halber das Wort "bipartite" herausstreichen. Halten Sie das für gut?

W  
e) Ich habe von diesem und den vorangehenden Briefen <sup>schriftlich</sup> Durchschläge, Sie können sich bei Ihren Antworten immer auf die Seitennummer beziehen.

(spectra of trees on 10 vertices) ist sehr schön, wir sollten vielleicht doch versuchen, sie in das Buch aufzunehmen.

W  
c) Das Buch "New Directions in the Theory of Graphs", das die Arbeit [Mow 6] enthält, besitze ich.

z  
d) Zum Begriff "semiregular": Ich habe das so definiert, daß ein "semiregular graph" zugleich "bipartite" ist; Doob schreibt konsequent "semiregular bipartite", ich möchte aber der Kürze halber das Wort "bipartite" herausstreichen. Halten Sie das für gut?

W  
e) Ich habe von diesem und den vorangehenden Briefen Durchschläge <sup>schriften</sup>, Sie können sich bei Ihren Antworten immer auf die Seitennummer beziehen.

Nun zu Chapter 7. Doob hat einige Bemerkungen am Rand geschrieben, von denen ich Ihnen einige (die mit (?)) mitteile - vermutlich ist das ganz unwichtig.

12<sup>9</sup> ... and eigenvalues  $\lambda^{(1)} > \lambda^{(2)} > \lambda^{(3)} \dots$

Doob schreibt:

"Why the upstairs notation?"

24<sup>4-6</sup> Doob schreibt:

"Why not let  $X_1 = \phi$  ?"

50<sup>8</sup> ... only for a square in move ...

Doob schreibt:

"only to an adjacent square (?)"

65<sup>3</sup> degree 4 with 6 vertices,  
 $H(3) \cong L(K_4)$ .

Meine Frage: Was ist  $H(3)$  ?

defines

p 20

Weitere Bemerkung zu pp. 55-58:

Mit den Formelnummern (1.70), (1.71), (1.72) nehmen Sie bezug auf die Gerstformeln  $L(G) = \frac{1}{n} \prod_{i=2}^n (\tau - \lambda_i)$  u.s.w., die sich ja jetzt in Kapitel 1 an anderer Stelle befinden. Ich werde in Kapitel 1 erforderliche Nummern einführen, ohne die übrige Nummerierung zu ändern (eventuell # a), # b) u.s.w.), und dann die Korrekturen in Kapitel 7 durchführen; das kann ich aber erst dann tun, wenn ich ein Exemplar von Kap. 1 von Ihnen zurückbekommen habe (habe ja keine Kopie).

Eine letzte Bemerkung: Im Brief vom 3.6.76 schickten Sie eine Reihe von "Misc. Res.", auch für Chapter 7. Zwei von diesen haben Sie dann aber nicht in Kapitel 7 aufgenommen, und zwar die folgenden:

1) For all graphs in a switching class of graphs with an even number of vertices, the dissection of this number into the numbers of vertices with even and odd degrees is the same. The graphs of Fig. # both have the Seidel spectrum  $\pm\sqrt{17}, \pm\sqrt{5}, \pm\sqrt{5}, \pm 1$ , but they are not switching equivalent, since their dissections are different. (J.J. Seidel, [529])

ch. 6

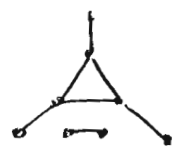
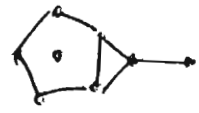


Fig. #

2) Let  $G$  be a strongly regular graph with  $e=f$ . Using the spectra show that  $K_2 \times G$  is the graph of a symmetric block design.

ch. 7

Was soll aus diesen beiden Miszellen werden? Fortlassen?

Ich glaube, der Brief ist lang genug!  
Herzliche Grüsse von Haus zu Haus  
Ihr Herrst Lach



4.9.1977.

## Comments on your letter of 26.8.1977

your page 2. 1) I have put this convention into the introduction but, of course, you may repeat it.

p. 2, 2) I would not throw out formulas  $(1.42)'$  and  $(1.42)''$  because I need them for Chapter 8. In fact, on p. 20 at the bottom (Chapter 8) I referred to  $(1.36)$  and now we should change this to  $(1.42)'$ . Similarly on p. 22<sup>2</sup> I referred to  $(1.36)$  and now we should refer to  $(1.42)''$ . Please performe this changes in Chapter 8.

p. 4, 5) weglassen!

p. 5, 6) Please, put the result from [A7] (i.e. [Sm, J]) to "Misc. Res." of Chapter 2 (i.e. Section 2.7). The result is important and Doob referred to it in Chapter 6 p. 42 b. The matter is not settled by Nr. 12 in Section 2.7 (I forgot the thing when I prepared Nr. 12)! Since I do not have any copy of the text you must give it for typing. Put it just under Nr. 12, and change 12 to 13, 13 to 14 etc.

Beograd 5.9.77.

Dear Mr. Sachs,

When we returned back from the sea-side, I found at home your letters of 8.8. and 22.8. A few days later I received also your letters 26.8. - 28.8. and 30.8. Of course, I received enclosed the list of references, Chapter 1 and Chapter 2. I confirmed the receipt of all these materials by a card. Thank you very much for all these materials and for your efforts in preparing the manuscript.

In this mail I am sending you your copy of Chapter 2 with comments on it ~~Doob's~~ (in the manuscript) Doob's comments are O.K. (more or less).

Please find enclosed also,

1. A note on the bibliography
2. Comments of Chapter 6
3. Comments of your letter of 26.8. 1977.

(one page each).

I hope you will find in this material the answers to all your questions. In a few days I shall send you the bibliography and chapter 1 with the necessary number of copies. Also I shall check whether I answered to all your questions.

We are certainly getting along very well with the manuscript. I expect you will continue the work despite of the beginning of the academic year. Of course, I am again at your disposal (making copies, typing etc) but I have now a new idea. You certainly lose a lot of time in reviewing the papers for Zentralblatt und Math. Reviews. Why do not you give me all this material in these months and I can write the reviews? Of course, I would put my name under reviews and it is allowed without asking the editorial board. Later you can explain by a letter why you have given me to review these papers. If you think that will be of some help to you I will be happy to write the reviews.

The reason why we should very soon finish the book is, of course, known to you: new papers on graph spectra are being published every day' (Just today I received a few such papers from Australia and I had no courage to include them into the bibliography). However, there is now a personal reason. In a few months a procedure will start in which I should be reelected in the degree of Assistant Professor (Dozent) with some chances to get degree of Associate Professor (außer-ordentlicher Professor). Of course, it will be nice if I could declare: we wrote the manuscript - the book will be out of the print in the next year!

With kind regards

Yours sincerely,  
Dorothea Luetthardt

4.9.1977.

## Comments on Chapter 6

with references to your letter of 30.8.1977.

If on some points from your letter is nothing said then it means that I agree with your proposal.

p. 4 of your letter a)

I would insert these few lines just in this form. This is from the final work of Malbeisen at our faculty. I think a final work (Diploma-Arbeit) cannot be put into the references. This text and all other little pieces will be typed in a few days and will be sent to you. Do not be bothered with such things.

p. 5, b)

Really I would suggest to omit this sentence and in the line 2 from bottom to put "desert walks" instead of "cycles"

p. 5, c)

You will receive a typed text for "Miscellaneous..."

p. 7

I booked a place in the list of references for Ashbacher.

p. 8 Doob's comment comes after the first sentence on p. 15.  
Andere Fragen (your letter of 30.8.77.)

p. 8 a) The papers of Bebei will be sent to you.

p. 8 b) I shall ask Maksimović (a student) to prepare spectra of trees on 10 vertices in the form which would fit to our manuscript but without any duty for us really to include it in the manuscript. We shall decide at the end.

p. 9 d) Since you gave in Chapter 1 a definition of a semiregular graph in your way, you certainly should omit the word "bipartite" in Doob's chapter.

Comments on Chapter 7 (your letter of 30.8.77.)

p. 10,  $12^3$  and  $24^{4-6}$  forget

p. 10,  $50^8$  I accept Doob's remark

p. 10,  $65^3$   $H(n)$  is defined in Chapter 6, p. 29.

p. 11-12 "Misc. Res." 1) and 2) you will get typed.

1) belongs to Chapter 6 and 2) to Chapter 7.

Jhmenau, 5. 9. 77

Liebe Familie Cvetković!

Recht herzlichen Dank für Ihre Güte aus Split! Wir hoffen, daß Sie einen angenehmen Urlaub hatten und sich gut erholt haben.

Lieber Herr Cvetković, inzwischen habe ich Ihnen mehrere Briefe geschrieben:

Vom 8.8., 22.8., 26.8., 30.8. und noch einmal 30.8., ich hoffe, daß Sie alles erhalten haben. Ich will heute die Serie mit Kommentaren über Kapitel 3 fortsetzen, das ich inzwischen „satzreif“ gemacht habe (einige Seiten werden noch geschrieben, und einiges muß ich noch zusammenkleben). Ich habe alle

Bemerkungen, die Sie oder Herr Doob im Laufe der Zeit gemacht haben, berücksichtigt und die meisten von Herrn Doob gemachten Verbesserungsvorschläge (bis auf wenige, wo offensichtlich Mißverständnisse vorliegen) eingearbeitet; ich werde nicht über alle Einzelheiten

berichten, da Sie diese ja kennen.

Offen bleibt Folgendes:

1) In Ihrem Brief vom 3. 6. 76

schlagen Sie als item für die

"Misc. Results" für Kapitel 3 vor:

"Some bounds for the eigenvalues

of  $(-1, 1)$ -matrices are given in

[Hof 20] and [Hof 21]". Ich schlage

vor, diese Bemerkung als Fußnote

einzufrügen: Bitte nennen Sie die

Stelle, an der die Fußnote angeheftet

werden soll (oder vielleicht haben Sie

einen anderen Vorschlag?).

2) Zu Seite 11 bemerkt Doob:

"Theorem 3.9 at top of page 11".

Das scheint mir ein ganz guter

Vorschlag zu sein, leider zieht er

einige Unnumerierungen nach sich:

Aus Theorem 3.9 wird Theorem 3.8,

und vice versa. Ich habe das

jetzt so gefaßt:

13<sup>6</sup> (The following theorem ... ) bis

14<sub>6</sub> ( ... rely, of the valencies in  $G$ .)

[ dabei wird geändert:

Theorem 3.9 in Theorem 3.8,

(3.10) in (3.9),

(3.11) in (3.10) ;

die Zeile 14<sub>g</sub> lautet in neuer Fassung:

"Applying Theorem 3.6 ≡ to graphs and using Theorem 3.8 we get"

[ Dann folgt ein verbindender Einschub: ]

We continue with some more propositions relating the coefficients  $a_i$  of  $P_G(x)$  to some structural properties of  $G$ .

[ Dann folgt: ]

11<sup>1</sup> (Due to the absence of loops ... ) bis

13<sup>5</sup> ( ... triangle )

[ dabei wird geändert:

Theorem 3.8 in Theorem 3.9,

(3.9) in (3.11). ]



[ Dann wird der ursprüngliche Text fortgesetzt: ]

14<sub>5</sub> ( The corollary of Theorem 3.2 ... )

n.s.w.

Das zieht einige Änderungen in Section 7.7 nach sich, nämlich (in Kapitel 7):

62<sup>6</sup>: Theorem 3.8 (statt: Theorem 3.9)

62<sup>9</sup>: Theorem 3.9 (statt: Theorem 3.8)

62<sup>11</sup> lautet: " 3.8,  $\lambda_1 \geq l$  and according to Corollary of Theorem 3.9  $\lambda_1 \leq l$ . Hence, "

63<sup>3</sup>: Theorem 3.8 (statt: Theorem 3.9).

3) Seite 15, unten. Die letzten 5 Zeilen nach [CoRu] werden gestrichen (Vorschlag von Doob), statt dessen (das ist mein Vorschlag): ~~to~~  
(chemists usually call it the "pairing theorem").

4) Theorem 3.19 (p. 26) erhält  
einen kürzeren Beweis (Sie hatten  
bereits zugestimmt), die Seiten 27  
und 28 werden gestrichen.

5) An Zeile 3 auf Seite 65  
wird folgende Fußnote angefügt:

When dealing with hyper-graphs,  
F. Rungge [Rung] has used  
polynomials similar to  $f_G(t)$   
and  $g_G(t)$ .

6) Am Anfang von Kapitel 3 wird  
meist der Ausdruck "graph" oder  
"digraph" gebraucht, obwohl es  
eigentlich "multigraph" bzw.  
"multidigraph" heißen müsste. Man  
könnte das alles ändern, aber das  
zieht wieder die Notwendigkeit nach  
sich, andere Stellen neu zu formulieren.  
Ich habe deshalb in 1<sup>5</sup> (hinter (multi-)  
(di-) graphs) eine Fußnote eingefügt,  
welche lautet:

✓ When there is no danger of confusion ~~z~~  
we shall use the term "graph"  
(or "digraph") rather than  
" (multi-)(di-) graph".

see also  
Chapter 0  
p. 1 et  
the bottom

So, das wäre mein Bericht für heute.  
Das Semester hat inzwischen mit allen  
Pflichten begonnen. Am Freitag, dem  
9.9., werde ich in Berlin zu tun haben  
und dabei die Gelegenheit nutzen,  
mit Frau Mari vom Deutschen Verlag  
der Wissenschaften zu sprechen.

Indem ich Sie alle ganz  
herzlich grüße  
bin ich  
Ihr

Hent Sachs

P.S. Wie schreibt sich "Malbaški"?  
Ist das so richtig?

Beograd 7.9.1977.

Dear Mr. Sachs,

Yesterday just when I wanted to post this mail (letter of 5.9.77.), I received your second letter of 30.8.77. Thank you very much for it.

As you can see from the enclosed material I also noticed the difficulties with theorem 2.24. My remarks are in the spirit of your second letter of 30.8. I think you will now settle the matter.

With kind regards  
Yours sincerely  
Dragan Vukobratović

Ilmuan, 11. 9. 77

Lieber Herr Cveticović!

Heute habe ich Kapitel 8 "satzreif" gemacht; dabei haben sich doch noch einige Änderungen und offene Fragen ergeben. Einige Passagen müssen noch einmal geschrieben und neu eingeklebt werden. Wieder habe ich alle Bemerkungen, die in Ihren Briefen enthalten sind, berücksichtigt. Ich will gleich zu den offenen Fragen im Einzelnen kommen:

- 1) Zur Bezeichnung der Determinante: Ich schlage vor, nichts mehr zu ändern und in der Einleitung zu sagen, dass diese mit  $|A|$  oder gelegentlich auch mit  $\det A$  bezeichnet wird.
- 2) In 8.2 habe ich "durchgehend (was das sachlich richtig ist) "linear subgraph" durch "linear directed subgraph" (eigentlich sollte es wohl "linear subdigraph" (??) heißen (??))

und "directed edge" bzw. "edge"  
durch "arc" ersetzt.

3) 10<sup>7</sup>: Theorem 8.2 (statt: 8.3)

4) Auf Seite 17 oben lautet der von  
Ihnen abgeänderte Text: "The experience  
of chemists shows that among all  
trees with a fixed number of vertices,  
the path has the minimum value  
of the total  $\pi$ -electron energy. ..."

Die gleiche Änderung schlugen Sie  
bereits im Brief vom 26.8.76 vor,  
doch heißt es dort: "... the maximum  
value ..." - wie ist es richtig?

5) 25<sup>13</sup>: The finite regions ... (statt:  
Boundaries of finite regions ...)

6) 27<sup>8</sup>: No basic figure of  $G$   
which contains all vertices of  $G$  ...  
(das Unterstrichene ist hinzuzufügen)

7) 27<sub>9</sub> circuits (statt: cycles)

8) 28<sub>1</sub>: 3<sup>o</sup> the boundaries of any  
two faces ...  
(das Unterstrichene ist hinzuzufügen)

9) 30<sup>13</sup>: theorem, a special case  
of which is Theorem 8.1 ...  
(statt: theorem, which is a special  
case ... )

10) Es handelt sich um eine Bemerkung  
aus Ihrem Brief vom 12.12.74,  
jetzt auf die neue Nummerierung  
bezogen:

35<sub>1</sub>: Es soll noch folgen:

Such  $m$ -tuples will be called  
the "allowed  $m$ -tuples".

36<sup>1</sup>: allowed  $m$ -tuples (statt:  
 $m$ -tuples)

36<sup>2</sup>: Die Worte 'obtained as  
described' sind zu streichen

36<sup>3</sup>: allowed  $m$ -tuples (statt:  
 $m$ -tuples).

Bitte schreiben Sie mir, ob diese  
Änderung noch ausgeführt werden soll.

oder viellecht "feasible"  
anstelle von "allowed" ?

Weiter wäre nur zu berichten, daß ich am vergangenen Freitag (vorgestern) in Berlin zu tun hatte und bei dieser Gelegenheit versuchte, mit Frau Mai vom VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften über verschiedene Fragen, die das Manuskript betreffen, zu sprechen - doch leider vergebens, die Mitarbeiter des Verlages befanden sich auf einem Betriebsausflug, auch der Redakteur, Herr Arnold, war nicht da. Schade.

Mit herzlichem Grüßen  
von Haus zu Haus!

Ihr  
Hort Sachs



Beograd 12.9.1977.

Dear Mr. Sachs,

As promised in my letter of 5.9/7.9. I am sending you today by two separate mails Chapter 1 and Bibliography (original manuscripts + one Xerox copy of each — each mail ~~is~~ contains one original manuscript and a copy of the other thing). The copy of Chapter 1 is not quite good (we have several gadgets for producing copies) but I think it will be of the sufficiently high quality. I have with me a copy more of each thing and can produce new copies if necessary. There are no essential problems in making copies. Up to a certain limit I do not pay for it and even if I cross the limit the copies are extremely cheap. The problem is the time since only one man operates on a few machines and there are many requests for making copies. To post such a mail also takes some time (The faculty pays the expenses). Having all these things in mind let us decide ~~if~~ about the number of copies. Is it necessary to send to Dool all the newest versions of manuscript since ~~he~~ already has <sup>all the things</sup> more or less? (Maybe it is useful if we plan to send him later the proofs of the whole book because of the language). Maybe, you can ask publishers whether they need all three copies

of the high quality. (In Yugoslavia the publishers need only one copy of the manuscript). If you can make from old manuscripts some copies, which would please the publishers, say in one out for a chapter, do so. But if you lose one day for making a copy of a not very high quality, please, turn to me and I shall make Xerox-copies, since there are no problems in making them, as I said.

In this letter I am sending to you the following

1° 3 papers of L. Babai which you may keep,  
2° A new paper of C. D. Godsil which is not in our bibliography but can be useful to you. It seems that Godsil discovered the same thing as Babai in his Oberhof ~~paper~~ talk.

3° A new paper of ~~mine~~ <sup>mine</sup> (The main part of the spectrum, densers and switching of graphs) — not important for the book.

4° An old note from the Netherlands (Sachs' theorem, 1 page) which you may throw (it is only formulated in English).

5° Replacements for pages 17 and 62 in Chapter 6 and for the page 75 in Chapter 7 (3 copies for each page). This solves some your questions <sup>4/5</sup> and is related to my letter of 5.3/7.9.

When I was preparing this letter, your letter

at 5.9.1377. Thank you very much for it and now I can answer your new questions (about Chapter 3). (I suppose you have a copy of your letter).

1) I have put this text ("Some bounds...") into the "Misc. Results" of Chapter 7 (see the enclosed material).

2) I agree. However, there are some more places in the manuscript where the numbers of Theorems 3.8 ~~and~~ 3.8 should be changed. For the moment I noticed three such places in Chapter 3 (in propos. 2.3 and 3.2 and in the misc. results No. 1. Theorem 3.8 should be named Theorem 3.8. If I find some more places I'll tell you.

3), 4), 5) That's O.K.

6) I agree but see also Chapter 0, p. 1, at the bottom

Your P.S. Malbaški is right.

Now, it seems I did my immediate duties which follows from your letters. But I shall again study all your letters to be quite sure that I haven't forgotten something.

With kind regards

Yours sincerely  
Zoran Čučković

Beograd 13.9.1977.

Dear Michael,

I hope, you came well back home. Probably you have got used again to the old life style and have forgotten your stay in Europe.

Thank you very much for your mail of June 28, from Eindhoven as well as for your card from Thunenau. I haven't written to you since I was expecting the news from Thunenau. Till our departure to the seaside in the middle of August nothing came from Sachs. But when we came back I found at home a lot of mails and letters of Sachs. It took a couple of weeks to settle all the questions implied by Sachs' letters and now I decided to inform you shortly what is going on.

Sachs made almost all chapters ready for publishers (1, 2, 3, 6, 7, 8, bibliography). He is continuing the work and it should be expected that the remaining already written parts will be ready very soon. For chapter 4 and 5 I know that a rough outline is written and some pieces are really written. Your remarks are accepted in some cases with a slight modification. Thank you very much for them.

I would appreciate very much if you try to make a joint paper (first version) of the material we have on graphs with the last eigenvalue  $> -2$ .

With kind regards to you and to your family also from my wife and my son

Yours sincerely  
Dragoŕ Luethovic

Jluneman, 14.9.77

Lieber Herr Cvetković!

Nun habe ich Kapitel 9 "satzreif" gemacht (eine Seite wird noch geschrieben), dabei ist mir wieder einmal klar geworden, wie viel Sie zum Manuskript beigetragen haben! Für Ihre große Unterstützung recht herzlichen Dank! -

Gestern erhielt ich Ihre Karte vom 3.9. aus Beograd. Ich freue mich, daß Sie einen erholsamen Urlaub hatten und nun einen schönen Herbst haben. Hier ist das Wetter etwas besser geworden (weniger Regen, es gab sogar Sonnenschein), aber es ist schon recht kalt. Heute morgen sind es nur noch 2° Celsius. Vielleicht wird der Herbst doch noch schön.

Gestern habe ich beim VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften angerufen, aber leider ohne Erfolg; Herr Arnold war nicht erreichbar, und Frau Mai ist schon seit einiger Zeit krank (ich schrieb Ihnen

wohl schon, daß sie unmittelbar nach der Tagung in Oberhof für einen Monat schwer krank war - Herz- und Kreislaufschwäche - aber dann war sie wieder im Dienst; nunso schlimmer, daß sie schon wieder krank ist).

Nun zu Kapitel 9: Ich habe wieder alle Ihre Briefe zum Vergleich herangezogen, so daß alle Ihre Bemerkungen berücksichtigt sind. Ich habe mir erlaubt, einige kleinere (unbedeutende) Änderungen vorzunehmen, ich hoffe, daß Sie einverstanden sind. Alle Änderungen sind im beigefügten Exemplar am Rand kenntlich gemacht.

Eine Frage blieb offen: In Ihrem Brief vom 3.6.76 haben Sie für Kapitel 9 noch folgenden Beitrag aufgeschrieben, der mir doch interessant genug erscheint, um in das Buch aufgenommen zu werden:

" Let  $X = \{x_1, \dots, x_n\}$  be the vertex set of a graph  $G$ .  $G_i$  denotes the subgraph of  $G$  induced by the set  $X \setminus \{x_i\}$ .

The following problem was posed in [Gu Cv]: Is it ~~true~~ true that for  $n > 2$

the characteristic polynomial  $P_G(\lambda)$  of  $G$  is uniquely determined by the collection of the characteristic polynomials  $P_{G_i}(\lambda)$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) of the subgraphs  $G_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ )?

The problem is solved in the affirmative for regular graphs and some other classes of graphs."

Hier wüßte noch ein Hinweis auf das Mlansche Rekonstruktionsproblem angefügt werden.

No soll nun diese Bemerkung hier? Oder ist sie schon an anderer Stelle unter die "miscellaneous Results" aufgenommen?

Gertrud erhielt ich auch einen Brief von Herrn Babai, in dem er sein

Vollständigt kann man etwas kürzer formulieren?



in Oberhof formuliertes Problem über die Verteilung der Eigenwerte eines zufälligen Graphen wieder zurück zieht, weil es schon längst gelöst ist, und zwar durch das "Semi-circle Law" von Wigner (kennen Sie das? Ich kenne es nicht).

Herr~~s~~ Babari meint, das könnte auch für uns interessant sein; Eine schöne Arbeit darüber ist in Arnold LUDWIG

"On the asymptotic distribution of the eigenvalues of random matrices",  
J. Math. Anal. and Appl. (1967)

enthalten (nach Herrn Babari) - haben Sie die Möglichkeit, an diese Zeitschrift heranzukommen und sich das anzusehen? Vielleicht ist das Ergebnis - ganz kurz - noch in Kapitel 9 aufzunehmen?

Auch heute: Recht herzliche Grüße  
von Haus zu Haus!

Ihr  
Horst Sachs

Anlage: Man. Ch. 9

Jlmenau, 18. 9. 77

Lieber Herr Cvetković!

Vorgestern erhielt ich Ihren Brief vom 5. 9. 77 (mit Einlagen vom 4. 9. und 7. 9.) und gestern kamen Kapitel 1 und die Bibliographie (zwei Sendungen, jeweils ein Original und eine Kopie): Für alles sage ich Ihnen ganz herzlich Dank, besonders für Ihren Vorschlag, mir beim Referieren zu helfen (habe gerade wieder einige Referate fertiggestellt) - wenn sich eine passende Gelegenheit ergibt, will ich gern davon Gebrauch machen. Bitte, seien Sie überzeugt, daß ich mein ~~bestes~~ bestes tue, damit wir mit dem Manuskript vorankommen. Sie wissen ja selbst nur zu gut, ~~wie~~ wie viel Zeit die technischen Arbeiten - das Korrigieren, Überkleben, Prüfen der Rückverweise, erneutes Korrigieren, u. z. w., u. z. w. - in Anspruch ~~nehmen~~ nehmen, aber leider gibt es hier noch kein "elektronisches Verfahren"! Deshalb will ich mich kurz fassen, um Zeit zu sparen, und

zu den Bemerkungen im Einzelnen  
übergehen. Dabei werde ich von jetzt  
ab für jedes Kapitel jeweils ein  
Blatt für sich verwenden, so daß Sie  
mit sich dieses Blatt zu dem betreffen-  
den Kapitel legen können, bis die  
Angelegenheit erledigt ist - das wird  
die Übersicht erleichtern und Zeit sparen.

\*

Mit dem VEB Deutscher Verlag der Wissen-  
schaften habe ich in der Zwischenzeit  
keinen neuen Kontakt gehabt.

\*

In der nächsten Woche (25.9. bis 2.10.77)  
werde ich in der Volksrepublik Polen  
sein; im Programm hat man Vorträge  
in Zielona Góra, Wrocław und Poznań  
vorgesehen, aber wird die Zeit ausgefüllt  
sein. Trotzdem werde ich mir ein  
Stück Manuskript mitnehmen.

Mit den herzlichsten Grüßen an Sie  
und Ihre liebe Frau!

Ihre  
Barbara und Horst Sachs

Anlagen: 13 Seiten

Alle Ihre Bemerkungen vom 4.9.77 habe ich eingearbeitet. (Zu Seite 24: Bitte entschuldigen Sie meinen Kurzschluss, es muß natürlich  $\beta = n_1 r_1 - n_1 - n_2$  heißen; ich hatte den vollständigen paarweisen Graphen im Sinn, und da ist ja  $r_1 = n_2$  und  $n_1, n_2$  die Anzahl der Kanten.)

p. 38 habe ich neu gefaßt (siehe Anlage), so daß (2.42) erhalten bleibt. Auf Seite 39 kann der erste Satz gestrichen werden.

p. 39: Bei Doob steht:  $A_i^{\beta_i}(x_i, y_i) = 1 \dots$ ; sollte das nicht  $(A_i^{\beta_i})_{x_i, y_i}$  heißen?

Ist diese Stelle jetzt in Ordnung?

pp. 45, 46 habe ich jetzt so gefaßt wie in meinem Brief vom 30.8.77 angegeben, d.h. Ihr Beweis bleibt (die Fußnote muß natürlich weg). Ich glaube, mancher Leser wird dankbar sein, wenn auch einmal eine Rechnung wirklich ausgeführt wird, und die Platzersparung; die sich ergeben würde, wenn der Beweis durch den Text von Doob (Fußnote) ersetzt würde, ist gering.

Noch zu Kapitel 2

18.9.77

In diesem Zusammenhang meine ich, dass auch die Fußnote zu p. 42 nicht ganz korrekt formuliert ist; ~~es~~ vielleicht besser so: "The formulation of the following short proof is due to M. Doob." (anstatt: "The following short proof..."). Bitte schreiben Sie mir, wie es endgültig heißen soll.

p. 62: Nr. 9 wurde gestrichen, ausgeschrieben und nummeriert.

p. 64: Das "Theorem from [A7]" habe ich in zwei Nummern (Nr. 12 und Nr. 13) aufgelöst und, zusammen mit einer Figur, nach der neuen Nr. 11 ("Let  $S$  be the set...") eingefügt. Danach wird wieder nummeriert:

neue Seite  
65

{	14	An internal path ...
	15.	Let $G$ be ...

neue Seite,  
66

	16.	Let $A = (a_{ij})_1^n \dots$
--	-----	------------------------------

Siehe Anlage.

Entspricht das Ihren Vorstellungen?

Zum Anhang

18. 9. 77

Alle Ihre Bemerkungen zum Text und zu den Tabellen habe ich berücksichtigt und die angegebenen Korrekturen ausgeführt.

Die Tabellen 8.1 und 8.2 (equivalence classes under Seidel switching) (in Form von Diagrammen) sind schon vor längerer Zeit neu und in doppelter Größe gezeichnet worden, damit sie nach der Verkleinerung noch gut lesbar sind. Die Originale befinden sich beim Deutschen Verlag der Wissenschaften, ich habe leider keine Kopien. Anordnung und Form sind unverändert beibehalten worden.

Bleibt noch die Frage offen, ob wir die Liste von Maksimovič einarbeiten.

Um die Bezugnahme auf die Gerüstformeln zu ermöglichen (Kap. 7, pp. 55-58), habe ich "Proposition 1.~~2~~<sup>3</sup>" wie folgt ergänzt (das kommt unmittelbar im Anschluss an Seite 31 als Seite 31a und ist Bestandteil von Proposition 1.3):

In terms of the polynomial  $C_G(x)$  or the Kelmans polynomial  $B_\lambda^n(G)$  (see (1.17), Section 1.2), this result can also be expressed in the following form:

$$\epsilon(G) = \frac{(-1)^{n-1}}{n} C'_G(0) = \frac{1}{n} B_0^n(G).$$

Auf Seite 32, nach Zeile 6, gibt es noch einen Einschub:

(See also Section 1.9, nrs. 10, 11.)

Das bezieht sich auf einige zusätzliche Miszellen aus der Dissertation Runge, von denen ich Ihnen Durchschläge schicken werde, sobald sie geschrieben sind.

Ich habe noch einmal alle Rückverweise verglichen und dabei ein paar Korrekturen vorgenommen (für Sie nicht von Bedeutung). Einige Passagen müssen neu geschrieben werden.

p. 17: Der Einschub "D.T. Malbaški noticed ... negative eigenvalues of  $G$ ." sollte im unmittelbaren Anschluss an den Beweis von Satz 6.7, also nach der letzten Zeile von Seite 16 (nicht erst nach 17<sup>4</sup>) erfolgen.  
Sind Sie einverstanden?



Auf den Seiten 55 bis 58 gibt es einige Änderungen<sup>\*)</sup>: An die Stelle von Rückverweisen auf (1.70), (1.71), (1.72) treten Rückverweise auf Propositions 1.3 und 1.4.

Der Zusatz auf Seite 58, Zeile 2:

(See also Section 1.9, nr. 11)

bezieht sich auf ~~eine~~ ein Resultat von Runge, das gerade geschrieben wird (Sie erhalten einen Durchschlag), und aus dem noch ebenfalls die Formel

$$t(K_{n_1, n_2}) = n_1^{n_2-1} \cdot n_2^{n_1-1}$$

leicht gewinnen läßt (vgl. [RuSa], [Sac 11]).

Die Schreibweise "Chebyshev" statt "Čebyšev" wurde von Herrn Dooß gewünscht.

---

<sup>\*)</sup> Ich füge die korrigierten Seiten diesem Brief bei und bitte um gelegentliche Rücksendung.

Beograd 20.9.1977.

Dear Mr. Sachs,

Thank you very much for your letter of 11.9.1977.

Let me first answer your questions about Chapter 8.

1), 2), 3) That's all right.

4) It should be maximised and not maximum

Sorry for the mistake.

5), 6), 7); 8), 9) I agree.

10) These changes are not necessary to perform but they would improve the text a little bit. The term 'feasible' is certainly better than 'allowed'.

Once again, I received the following mails of yours:

8.8.

22.8.

26.8/28.8.

30.8. (two mails)

5.9.

11.9.

I sent you the following mails:

a picture post card

5.9/7.9.

12.9. (a mail with a letter; two mails with manuscripts and Xerox copies)

Concerning Chapter 8 I have the following remarks:

p. 85 circuits instead of cycles

173 In the empty space the reference [Gut 11] should be inserted (earlier [V14]).

p. 20 After formula (8.4) the reference [Ore] is mentioned. It is not in the bibliography by my mistake. It reads:

Ore, O.

\* [Ore] Theory of graphs, Providence 1962.

I propose to insert it in the bibliography. There is space to be added by hand.

p. 33 at the bottom: "and  $I_s$  is the unit matrix of order  $s$ " can be omitted.

Further remarks. Please check the Xerox copy of Chapter 1 I sent to you. Look at the pages 45 and so on up to the end. Maybe, the right hand boundaries of the pages are not well reproduced. A few letters probably are not there!

Concerning possible new references, I would say now: it is enough! If still something new is very important we could mention it in the footnotes.

A new picture should be produced, namely, Fig. 6.13 on p. 62 of Chapter 6.



The University of Manitoba

Department of Mathematics and Astronomy

Winnipeg, Canada R3T 2N2

September 23, 1977

Dr. D. Cvetković  
Lamartinova 44  
Belgrade  
Yugoslavia

Dear Dragoš:

Thank you for your letter of September 13. I shall get to work on writing our joint paper. Incidentally, Alan Hoffman was driving across Canada this summer and dropped in to see me; he found our work on graphs with  $\lambda(G) > -2$  interesting, especially the part that concerned his paper on limit points. So maybe I'll think about that a little more.

When I was with Sachs this summer, we thought it a good idea that I write to Bellman. Enclosed is a copy of the letter.

We had a very pleasant journey home. After leaving the D.D.R. we drove to Rotterdam and to the boat to Montreal. It was a very relaxing trip to Montreal taking 10 days in all. We made a quick trip to New York City to pick up my old car and then back to Montreal and on to Winnipeg. It was 2000 kilometers of driving without having to change money or cross a national frontier. All in all we had a memorable year, and we left the Netherlands with sadness, but nonetheless we are happy to be back in Winnipeg. The VW that I had in Eindhoven (and Belgrade) just arrived in Winnipeg today, so this means that everything has finally now made it home.

I hope you had a pleasant summer and a pleasant vacation. Now that the fall is here, I think that the book will be completed soon (I gave Sachs lots of encouragement when I was in Ilmenau).

I hope to write again soon with more material.

Sincerely yours,

Michael Doob

MD/lg  
Enc.

THE UNIVERSITY OF MANITOBA

C O P Y

September 23, 1977

Professor Richard Bellman  
University of Southern California  
Math Med & Eng.  
Los Angeles, California 90007  
U. S. A.

Dear Professor Bellman:

I am writing concerning the book, Spectra of graphs, which was started at your original suggestion to D. Cvetković. Since that time the book has been completed by myself, Professor Cvetković, and Professor H. Sachs; it is expected to be published shortly by V.E.B. Deutscher Verlag in the D.D.R.

I would like to inquire as to the current status of the proposed joint publication by Academic Press. Apparently there is a communication problem between Academic Press and its European representatives (some of whom were recently fired), for V.E.B. Deutscher Verlag has received telegrams saying that Academic Press is both very interested and not at all interested in this joint publication! As you can imagine, this is rather confusing for us, and we want to clear up the situation. The latest word that has been sent to us indicates positive interest by Academic Press (I think, among other things, because the publication costs to them are minimal). In any case, I am hoping that perhaps you could help me by telling me whom I should contact at Academic Press, by having Academic Press contact me, or perhaps by talking to Academic Press yourself.

I very much appreciate your help in clarifying this situation.

Sincerely yours,

Michael Doob,  
Associate Professor.

MD/lg

Jhnnou, 24. 9. 77

Lieber Herr Cvetković!

Gestern habe ich Ihre Sendung vom 12. 9. 77 erhalten: Recht vielen Dank! Die von Ihnen im Brief genannten Anlagen waren komplett, und die Ersetzungen in den Kapiteln 6 und 7 habe ich ausgeführt und alle Ihre Bemerkungen zu Kapitel 3 berücksichtigt.

Ich glaube, daß ich in der Lage sein werde, genügend viele Kopien zusammenzustellen (der Verlag verlangt zwei komplett ausgefüllte Exemplare sowie ein weiteres Exemplar, das nicht ausgefüllt zu sein braucht); ich muß nur zusehen, daß ich selbst ein komplettes Exemplar behalte, damit wir auch in der Zwischenzeit daran arbeiten können. Ich glaube auch, daß Herr Doob nicht unbedingt Wert darauf legen wird, über alle Einzelheiten informiert zu werden, so daß es genügen wird, ihm die Korrekturfahnen

zu schicken.

Ich schicke Ihnen heute:

Kapitel 1, pp. 51 - 54 (das sind  
Abiszellen, Auswertung der Dissertation  
Runge);  
eine Seite weitere Bemerkungen zu  
Kapitel 1;

Kapitel 2, Fußnotenverzeichnis;

Kapitel 6, Neufassung von Seite 11;

Kapitel 7, Neufassung von Seite 55

Appendix, Einfügungen zu den Seiten  
2, 6, 7 sowie eine Fußnote  
(zusammen 4 Seiten);

Bibliographie, 1. Seite.

Nun beginnt das Manuskript langsam  
feste Gestalt anzunehmen! Ich habe  
inzwischen die Einleitung und das  
Vorwort durchgesehen, aber nichts geändert  
oder hinzugefügt; Das sollte endgültig  
erst ganz am Schluss revidiert werden.

Außerdem habe ich die Materialien für  
die Kapitel 4 und 5 gesichtet und

die Arbeit an Kapitel 4 aufgenommen.  
Morgen fahre ich für eine Woche nach  
Polen (Zielona Góra, Wrocław, Poznań),  
da hoffe ich, wenigstens die Arbeiten  
von Babai durchsehen zu können  
(es wird allerdings eine anstrengende Reise  
werden: ich weiß nicht, ob mir viel  
Zeit bleiben wird. In der anschließenden  
Woche gibt es dann auch hier viele  
Verpflichtungen, darunter eine Reise nach  
Leipzig). Übrigens habe ich mich  
entschlossen, Ihrem Vorschlag gemäß  
das Theorem von Lloyd unter die  
Miscellen aufzunehmen.

Herr Arnold vom VEB Deutscher Verlag der  
Wissenschaften schickte mir eine Zusammen-  
stellung der Farben für die Unterstreichungen,  
verbunden mit der Mahnung, mich zu  
beeilen, aber keinen neuen Vertrag. Bitte,  
glauben Sie, ich tue mein bestes!

Mit recht herzlichen Grüßen  
von Hans zu Hans

Ihr  
Horst Sachs



Beograd 2.10.1977.

Dear Mr. Sachs,

Thank you very much for your letters of 14.9 and 18.9. I have not hurried to answer because your work does not depend on my answers and I had some other duties in these days.

I hope you had a nice time in Poland.

Concerning your letter of 14.9, I agree with your changes in Chapter 9. The text on the reconstruction problem is changed and typed; you will find it in this mail. (4 copies). I propose to put it

I shall try to find the paper of Arnold Ludwig (recommended by L. Babai) and I shall inform you about it.

Answers to your questions of 18.9, are given at separate pages (Chapter 2, Chapter 6, Bibliography). Of course, if I have not discussed some things, then I agree with your proposals.

There are some other news.

In these days the second (changed and extended) edition of my book (with M. Milić) "Graph

"theory and its applications" came out of the print. I shall send you soon a copy. Maybe, the bibliography will be interesting to you.

My faculty decided (at my proposal) to invite Mr. Babeš to Belgrade to deliver a lecture.

I am invited by W. Zurich to deliver a lecture in Graz. Probably I shall go there at the end of October.

With kind regards

Yours sincerely  
Draško Čučković

P.S. Odgovorio na pismo od 24.9.1977.

## Chapter 2

2.10.1977.

p. 39 It should be  $(A_i^{B_i})_{x_i y_i}$ .

p. 42 The footnote should better start with: "The formulation of the following short proof is due to M. Doob"

I agree with the remaining things.

2.10.1977.

## Chapter 6

In my mail of 12.8.1977, I already sent you the new page 17 with the insert of Malboški. Doesn't matter whether it comes at 17<sup>o</sup> or 17<sup>4</sup>.

On p. 60 the reference in nr. 22 is [Doo 3].

2.10.1977.

## Bibliography

For [Gut 11] and [Gut 12] I have now more precise data:

[Gut 11] A class of approximate topological formulas for total  $\pi$ -electron energy. J. Chem. Phys. 66(1977), 1652-1655.

[Gut 12] Acyclic systems with extremal Hückel  $\pi$ -electron energy. Theor. Chim. Acta (Berl.) 45(1977) 79-87.

These references appear in Chapter 8 on p. 17.

[Gut 11] is mentioned in 17<sup>3</sup>. In 17<sup>8</sup> the reference [Gut 9] appears and now it should be added also [Gut 12]. (This sentence now reads: But this statement was strictly proved only very recently [Gut 9], [Gut 12].)

As I already proposed in one of my letters the new references (from now) should be given in footnotes in the bibliography or in the text.

Since I have not reacted on your earlier question about [Sim 1], [Sim 2], [Sim 3] it is O.K. It is really C.C. Sims and the numbers are good.

Beograd 15.10.1977.

Dear Mr. Sachs,

Thank you very much for your card from Poland of 28.9 as well as for the letter with a card from Thunen of 6.9.1977. The last card I received only in these days.

You are certainly getting along with Chapters 4 and 5 and in the meantime I have spent nothing to do concerning the book. So I have got an idea to take the duty to prepare the list of additional references which we shall add together with a remark in the style: "After having completed the bibliography the authors became aware of the following new papers". This list would come at the end of the bibliography and some footnotes in the text would refer to it. I shall prepare also the text of some of such footnotes.

So I would propose to send me a hand-written list of new references you know. I shall also prepare such a list and send you a copy (or better wait till I send you this list and send me references of which you are aware and they are not in my list). I shall type these new references when you tell me that you are just near the end of your work.

11

Only give me please your ~~own~~ advice about the form of this list shall I order the papers alphabetically according to the authors ~~as~~ or type them in order in which we became aware of their existence? The ~~other~~ second variation would enable us to continue with adding new references during the printing process of the book. Which code should I use? Just numbers 1, 2, 3, ... or use the code we already used in the bibliography?

With kind regards

Yours sincerely  
Joseph Beithovic

P.S. I sent you some mails on September 20 and October 2

Jlunian, 23. 10. 77

Lieber Herr Cvetković!

Nachdem in den vergangenen Wochen eine Reihe von Arbeiten erledigt werden musste, habe ich mich wieder intensiver dem Buch zugewandt und möchte Ihnen einiges berichten.

- 1) Erfreulicherweise ist es mir inzwischen durch Vermittlung Berliner Kollegen gelungen, eine Stelle zu finden, die die Vervielfältigung des Manuskripts vornimmt - wie man sagt, soll die Qualität der Kopien sehr gut sein. Man hat mir versprochen, die Kopien bis zum 20. November zu liefern. Damit fällt mir ein großer Stein vom Herzen: Der Deutsche Verlag der Wissenschaften bestellt auf 3 Exemplaren (für Academic Press, Gutachter u.s.w.), und eine Vervielfältigung "mit Hand" hätte sehr viel Zeit in Anspruch genommen. Ich möchte natürlich auch selbst gern ein Exemplar in der Hand behalten, um bis zur Korrektur daran arbeiten zu können. In diesem Zusammenhang gilt noch einmal Ihnen mein besonderer Dank dafür, daß Sie einige Teile bereits in Belgrad vervielfältigt haben. Auch alle Bilder, die inzwischen noch nötig wurden, sind gezeichnet und beim Verlag.



2) Jetzt habe ich vergessen, Ihnen für Ihren Brief vom 2.10. (abgeschickt am 6.10.) und die Anlagen zu danken: Ich habe alle Ihre Bemerkungen berücksichtigt und die erforderlichen Änderungen in den Text eingearbeitet. Ich gratuliere Ihnen zum Erscheinen der 2. Auflage Ihres Buches!

Vielleicht sind Sie gegenwärtig gerade bei Herrn Jurich: Ich wünsche Ihnen eine erfolgreiche Reise! Wird Ihre Frau Sie begleiten? Falls Sie die Reise noch vor sich haben, so bitte ich Sie, von meiner Frau und mir recht freundliche Grüße an Jurichs zu übermitteln.

Dasselbe gilt auch für Herrn Babar, wenn er in Beograd vorträgt. Vielleicht hat er wieder einige Ideen zur Automorphisierungsgruppe?

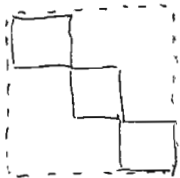
3) Herr Doob hat auch mir einen Durchschlag seines Briefes an Bellman geschickt. Vor gut einer Woche war ich in Berlin (viele Sitzungen) und sprach bei der Gelegenheit auch mit Herrn Arnold und Frau Mai: Herr Arnold

sagte mir, daß inzwischen die Verhandlungen zwischen VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften und Academic Press erfolgreich waren und die endgültige Unterzeichnung des Vertrages bevorsteht. Frau Mai ist nach längerer Krankheit (me meint, es war eine hartnäckige Grippe) wieder gesund und hofft, daß auch die Kreislaufstörungen nachlassen. Ich unternehme nun alle Anstrengungen, um das Manuskript bis zum 30. November komplett abliefern zu können.

4) Zur Vorbereitung auf Kapitel 5 habe ich das Kapitel 9 (Общая теория представлений, im Buch von E. P. Wigner (in der russischen Ausgabe, Изд. иностран. лит., Москва 1961: E. Вигнер, Теория групп и ее приложения к квантовой механике и теории атомных спектров.) studiert. Leider stelle ich immer wieder fest, daß ich zu wenig russisch kann. Ich muß zu oft im Wörterbuch nachblättern, und dadurch komme ich nur langsam voran. Im übrigen läßt sich der Text ja sehr gut verstehen. Ich hatte einige

Angst vor diesen Dingen, weil ich die Darstellungstheorie weder im Studium noch später gründlich kennen gelernt habe: Nun sehe ich doch ein klein wenig klarer. Könnten Sie mir sagen, welche anderen Abschnitte aus dem Buch von Wigner ich noch unbedingt lesen sollte? Ich bemühe mich, das (von Chemikern sehr gelobte) Buch von Schonland (oder Shoulander?) zu bekommen, vielleicht ist es in der Universitätsbibliothek in Jena, aber ich weiß nicht, ob ich Erfolg haben werde. - Herr Gutman wollte mir eine Kopie der Arbeit [McC2] (McClelland, Graphical method for factorizing secular determinants of Hückel molecular orbital theory; J. C. S. Faraday II (1974), 1453-1456) schicken, doch jetzt schrieb er, daß es ihm leider nicht möglich ist. Für wie wichtig halten Sie diese Arbeit? Was sollte daraus unbedingt übernommen werden?



Dabei soll ein Block  $\square$  eine irreduzible Darstellung von  $\Gamma$  wiedergeben, während in Blöcken der Form  jeweils  $a_i$  (im Beispiel:  $a_i = 3$ )

äquivalente irreduzible Darstellungen zusammengefasst sind. Aus  $P^{-1}AP = A$

$$\text{folgt dann } U B^{-1} U^{-1} A U B U^{-1} = A$$

$$\text{oder } B^{-1} A^* B = A^*,$$

$$\text{wobei } A^* = U^{-1} A U.$$

Ihre Aussage bedeutet dann, dass auch  $A^*$  die angegebene Blockform hat.

Mir gelang es nur, zu zeigen, dass die größeren Blöcke auftreten müssen, dass also  $A^*$  folgende Gestalt hat:

$$A^* = \begin{bmatrix} \square & & 0 \\ \square & \square & \\ 0 & \square & \square \end{bmatrix}$$

Das ergibt sich, wenn man in der Gleichung  $A^* B = B A^*$  die Multiplikation blockweise ausführt, wobei  $B$  und  $A^*$  wie folgt angesetzt werden

$$B = \begin{pmatrix} B_{11} & & 0 & & \\ & B_{22} & & & \\ 0 & & B_{33} & & \\ & & & B_{44} & \\ & 0 & & & B_{55} \end{pmatrix},$$

$$A^* = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} & \dots & A_{1s} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & & & \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & & & \\ A_{41} & & & A_{44} & & \\ & & & & & \\ A_{s1} & & & & & A_{ss} \end{pmatrix};$$

man erhält  $A_{ij} B_{jj} = B_{ii} A_{ij}$  (für alle Elemente der Gruppe)

Sind nun  $\{B_{ii}\}$  und  $\{B_{jj}\}$

nicht-äquivalente Darstellungen, so folgt

$A_{ij} = 0$  (das ergibt sich aus Satz 3 auf

Seite 94 bei Wigner:  $\{D^{(1)}(A_1), \dots, D^{(1)}(A_h)\}$

und  $\{D^{(2)}(A_1), \dots, D^{(2)}(A_h)\}$  seien zwei irreduzible Darstellungen der gleichen Gruppe

$\{A_1, A_2, \dots, A_h\}$  mit den Dimensionen  $l_1$  bzw.  $l_2$ .

Wenn dann für eine Matrix  $M$  mit  $l_2$  Zeilen

und  $l_1$  Spalten  $M D^{(1)}(A_x) = D^{(2)}(A_x) M$

( $x=1, 2, \dots, h$ ) gilt, so ist im Falle  $l_1 \neq l_2$

die Matrix  $M$  die Nullmatrix ~~oder~~

und im Falle  $k_1 = k_2$  entweder die Nullmatrix oder eine Matrix mit von Null verschiedener Determinante. Im letzten Fall besitzt  $M$  eine Inverse, und die beiden irreduziblen Darstellungen sind äquivalent.)

Ich sehe aber nicht, wie man auf

$A_{ij} = 0$  schließen könnte, wenn die

beiden Darstellungen  $\{B_{ij}\}$  und  $\{B'_{ij}\}$

äquivalent sind - was habe ich nicht

beachtet? Oder ist Ihre Aussage "... and

each block corresponds to an irreducible

representation of  $\Gamma$ ." nur im dem

weiteren Sinne zu verstehen, daß zu je

zwei nicht-äquivalenten Darstellungen

verschiedener größerer Blöcke  $\square$

von  $A^*$  gehören?

Nehmen wir einmal an, daß  $A^*$  tatsächlich in die kleineren Blöcke  $\square$  zerlegt wird

(d.h.,  $A_{ij} = 0$  für  $i \neq j$ ): Dann gilt nach

dem Lemma von Schur (das ist bei

Wigner Satz 2 auf Seite 93: Eine Matrix,

die mit allen Matrizen einer irreduziblen

~~Matrix~~ Darstellung vertauschbar ist, ist

eine „konstante“ Matrix (d.h., ein Vielfaches der Einheitsmatrix) wegen

$$A_{ii} B_{ii} = B_{ii} A_{ii} \quad (\text{für alle Elemente der Gruppe}) \text{ sofort. } A_{ii} = \rho_i I,$$

und das würde bedeuten, daß  $A^*$

Diagonalform hat  $\rightarrow$  Die Transformation

$U$ , die die Zerlegung der Darstellung in

irreduzible Komponenten liefert, führt

automatisch auch zur Diagonalisierung

von  $A$  und liefert damit auch das

Spektrum. Die Eigenwerte treten dann

ebenfalls in „Blöcken“ auf, und zwar

liefert jede irreduzible Komponente der

Darstellung  $P$  nur einen Eigenwert,

diesen aber  $n_i$  mal ( $n_i = \text{Dimension}$

der Komponente). Das würde bedeuten,

daß sich für zwei Graphen gleicher

Automorphismengruppe enge Beziehungen

zwischen den Spektren ergeben (was ja

in der Tat der Fall ist) Sind meine

Überlegungen richtig, oder was habe

ich nicht begriffen? Vermutlich steht

das alles schon viel besser bei Herrn Babai.



Die Darstellungstheorie scheint wirklich ein sehr starkes Hilfsmittel zu sein, und ich bedaure sehr, daß ich so wenig davon weiß. Bitte, schreiben Sie mir Ihre Meinung.

b) Sie schreiben am Schluss:

"Remark: Since  $\chi_j$  ( $j=1,2,\dots,k$ ) are non-negative numbers,  $a_1$  is always positive and the totally symmetric IR  $\Gamma_1$  (all  $\chi_j^{(1)}$  are equal to 1) is always present. But the corresponding block in the block-diagonal form of  $A$  is then the adjacency matrix of a divisor of the corresponding graph."

Das habe ich nicht verstanden. Welche Annahme machen Sie hier über die Nummerierung der IR? Ist es üblich, die "totally symmetric IR" als  $\Gamma_1$  zu bezeichnen? Warum ist sie immer vorhanden? Warum "But"? Würde die Aussage nicht bedeuten, daß es immer einen Teiler gibt? ~~Oder kann das~~ Das stimmt ja, aber das kann auch der triviale Teiler ( $G$  selbst) sein. - Sie sehen, ich

tappe ganz im Dunkeln - bitte, klären  
Sie mich auf!

Lieber Herr Cvetković, das waren meine  
Sorgen. Wir hoffen sehr, daß es Ihnen  
und Ihren lieben Angehörigen gut  
geht, und bleiben

mit freundlichen Grüßen

Ihre

Barbara und Horst Laetsch

PS: Vielleicht besteht mein Fehler darin,  
daß einige der angeführten Sätze  
nur für unitäre irreduzible  
Darstellungen gelten?

Ilmunan, 4. 10. 77

Lieber Herr Cvetković!

Als ich am Sonntag von meiner Reise in die Volksrepublik Polen zurückkehrte, fand ich hier Ihren Brief vom 20. 9. 77 vor: ich will ganz schnell antworten. Alle Ihre Bemerkungen und Hinweise sind inzwischen berücksichtigt, siehe auch die beiliegenden Durchschläge. Für Ihren Brief und Ihre Hinweise recht herzlichen Dank! Einiges war bereits automatisch erledigt worden.

Auch Figur 6.13 liegt gezeichnet vor.

Haben Sie meine Karte (im Briefumschlag) vom 6. 9. 77 erhalten? Im übrigen stimmt die Brief-Bilanz.

Meine Reise nach Zielona Góra, Wrocław und Poznań war sehr schön und erfolgreich. Bitte entschuldigen Sie, daß ich heute nur ganz kurz schreibe - hier wartet viel Arbeit auf mich.

Mit recht herzlichen Grüßen  
von Haus zu Haus

Ihr Host Sachs

Jineman, 27.10.77

Lieber Herr Cvětković!

Vielen Dank für Ihren Brief vom 15.10.77, den ich heute erhalten habe.

Inzwischen werden Sie auch meine Briefe vom 4.10. und 23.10. bekommen haben. Im Brief vom 4.10. bestätige ich den Empfang Ihres Briefes vom 20.9., alle Ihre Hinweise wurden berücksichtigt.

Ich will nun <sup>nur</sup> das Wichtigste berichten

1.) Mit dem Schreiben von Kap. 4 und der Vorbereitung von Kap. 5 bin ich in der letzten Woche gut vorangekommen: Hoffentlich bleibt mir im November genügend Zeit (ich habe wieder einige zeitaufwendige Dinge hier, in Leipzig und Berlin zu erledigen). Ich hoffe, daß ich jemanden finde, der den Text mit der Maschine schreibt.

2.) Ich schrieb Ihnen bereits, daß mir Berliner Kollegen betriebl. waren, eine Stelle zu finden, die die erforderlichen Kopien des Manuskripts

für "VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften"  
herstellt. Von dort habe ich keine  
Neuigkeiten erfahren und hoffe nur,  
daß die Arbeiten rechtzeitig fertig  
werden.

- 3.) Ihre Idee, das Literaturverzeichnis  
durch eine Liste "nach Redaktions-  
schluß" zu ergänzen, finde ich sehr  
gut. Ich hatte mich bereits im Brief  
vom 18.9.77 (auf der Anlage "Zur  
Bibliographie") dazu geäußert und  
vorgeschlagen, bei der Korrektur einen  
Zusatz zu machen, etwa folgender Art:

Added in proof: The following  
papers came to the authors'  
knowledge only after they had  
finished the manuscript: ...

Das deckt sich also mit Ihrem Vorschlag.  
Ich würde meinen, daß es am besten  
wäre, wenn Sie die Arbeiten, die Sie  
jetzt finden, in zwei Klassen einteilen:

- (I) Solche, die für unseren Text von Bedeutung  
sind und eigentlich in das reguläre  
Literaturverzeichnis gehören.

(II) Solche, die nicht so eminent wichtig sind.

Diejenigen der Klasse (I) sollten wir, ~~soll~~ solange ich das Manuskript noch nicht abgegeben habe, noch nachträglich mittels "Klebertechnik" einfügen; diejenigen der Klasse (II) (und auch diejenigen der Klasse (I), die wir zu spät kennen lernen) sollten in eine zusätzliche Liste kommen, die wir erst bei der Korrektur einreichen. In der zusätzlichen Liste sollten die Arbeiten einfach alphabetisch nach Autoren erfasst und nummeriert werden, die Verwendung unseres Codes würde ich nicht empfehlen, weil das Rückwirkungen auf das fertige Literaturverzeichnis haben könnte (z. B. könnte ein Autor, der jetzt nur mit einer Arbeit vertreten ist, sagen wir "Meyer": [Meye], dann mit einer zweiten Arbeit auftauchen, und dann müsste [Meye] in [Mey 1] umgewandelt werden, u. s. w.). Ich habe auch selbst noch einige Arbeiten gefunden,

die in das Literaturverzeichnis gehören,  
siehe Anlage.

4.) Von einem Kollegen aus Jena (Dr.  
Kordura, Chemiker) erhielt ich heute  
das Buch von Schonland, konnte  
es aber noch nicht intensiv studieren.  
Auch bei Wigner (Бушпег) sehe ich  
jetzt etwas besser durch: Meine  
Schlußbemerkung im Brief vom 23.10.  
über unitäre irreduzible Darstellungen  
ist wohl nicht von Bedeutung.  
Ich sehe das Ganze jetzt so: Wenn  
man eine (unitäre) Transformation<sup>u</sup>  
hätte, die  $A$  auf Diagonalform  
bringt, so hätte man auf einen  
Schlag (a) die irreduziblen Kompo-  
nenten der Darstellung und (b)  
das gesamte Spektrum; zu jeder  
irreduziblen Darstellung  $D_i$  gehört dann  
ein bestimmter Eigenwert, und  
zwar  $n_i$ -fach [ $n_i = \dim D_i$ ],  
aber zu verschiedenen ~~D~~ irreduziblen  
Darstellungen  $D_i, D_j$  kann eventuell

⌊ die wirklich  
vorkommt,  
d.h. mit  
 $a_i > 0$

Sind  $D_i, D_j$  äquivalent, so können die beiden  
zugehörigen Eigenwerte gleich oder auch verschieden sein.

der gleiche Eigenwert gehören. Nun haben wir aber  $U$  gerade nicht, sondern suchen es (oder auch nur das Spektrum); dabei hilft uns die Methode mit den Charakteren, die gestattet, das Eigenwertproblem auf mehrere getrennte (kleinere) zurückzuführen, und zwar, wenn die Darstellung der Automorphismengruppe durch Permutationsmatrizen genau  $s$  verschiedene (d.h. paarweise nicht-äquivalente) irreduzible Komponenten  $D_1, D_2, \dots, D_s$  hat, ~~die~~ ergeben sich gerade  $s$  kleinere Probleme. Hat dann  $D_i$  die Dimension  $n_i$  und kommen genau  $a_i$  zu  $D_i$  äquivalente Komponenten vor, so führt das  $i$ -te Eigenwertproblem zu  $a_i n_i$  Eigenwerten ( $\sum_{i=1}^s a_i n_i = n$ ), und zwar zu  $a_i$  Familien von je  $n_i$  Eigenwerten, die in jeder der Familien untereinander gleich sind. Bitte, schreiben Sie mir, ob das richtig ist. Ich warte auch mit Ungeduld

auf Ihre Stellungnahme zu meinem Brief vom 23. 10. -  
 damit können Sie mir viel helfen!

Mit recht herzlichen Grüßen  
 von Frau zu Frau  
 Her Horst Sachs.



27.10.77

# Zur Bibliographie

Zusätzlich aufzunehmende Literatur:

Farzan, M.

[Far 1] Matrix Methods in Graph Theory.  
University of Wales thesis, Swansea 1974.

[Far 2] Automorphism group of double covers of  
a graph. Proc. "Coll. Int. C.N.R.S. Problèmes  
Combinatoires et Théorie des Graphes",  
Paris - Orsay 1976 (to appear)

Godsil, C. D.

Wichtig! → [Gods] Graphs, groups and polytopes.  
Caulberra Conference, Aug, 1977  
Überschneidung  
mit Babai

Sachs, H.

[Sac 15] Simultane Überlagerungen gegebener  
Graphen. Publ. Math. Inst. Hung. Acad. Sci.  
(Budapest) 9 (1964) (Ser. A), 415-427

Schonland, D. S.

\* [Scho] Molecular Symmetry. An Intro-  
duction to Group Theory and Its Uses  
in Chemistry. London 1965.

Waller, D. A.

[Wal 4] Double covers of graphs. Bull. Australia  
Math. Soc. 14 (1976), 233-248.

[Wal 5] Quotient structures in Graph Theory  
Graph Theory Newsletter 6 (No. 4)  
March 1977, 12-18.

Wigner, E. P.

\* [Wign] Group Theory and Its Application  
to the Quantum Mechanics of Atomic  
Spectra. Academic Press, New York  
and London 1959 [See also [Buzh]].

\* [Buzh] Theopunkt symm ...

(Translation of [Wign])

Beograd 31.10.1977.

Dear Mr. Sachs,

When we came back from our trip to Austria I found at home your letter of 23.10.1977. for which I am very thankful to you. (My wife and Mr. Simic were also with me. The trip was very pleasant and I delivered a lecture under the title "Characterizations of groups by their spectrum").

I am very glad to learn that the negotiation with Academic Press go quite successfully and that you have an intention to finish the manuscript up to November 30. Till that time we can exchange only a couple of letters but if anything I can help please let me know; I shall do my best. It is good that you found a possibility to make copies in Berlin but also I still can contribute something. Remember that I have good copies of chapters 1 and 8, and of the bibliography. Shall I send you 2 copies more of each of these things? Or, maybe, 3 copies for chapter 8?

Now turn to your questions about representation theory.

I do not have the book of Wigner and so I cannot exactly say what you have to read but from your letter I see that you have already studied the main things.

Please find enclosed herewith the paper of McCle-

blond. It is not too important and could be  
only mentioned somewhere. The author gives a  
variant of the old procedure by Heilbrunner

Question a) Concerning my old text and the sentence: "For  
the same basis the matrix  $A$  becomes block-diagonal  
and each block corresponds to an irreducible re-  
presentation of  $\Gamma$ ."

You are right! The sentence is not quite clear  
but it ~~is~~ should mean that to each irreducible  
representation  $\Gamma_i$  of  $\Gamma$ , which really appears in  $\mathcal{P}$  (that  
means  $a_i > 0$ ), a block of dimension  $a_i n_i$  corresponds  
( $n_i$  is the dimension of  $\Gamma_i$ ). It is suggested also  
by the formula (1) at the bottom of page 2 (typed  
text) which gives, as explained at the top of p. 3,  
 $a_i n_i$  independent vectors forming the basis of the sub-  
space corresponding to the block desired. I do not  
think that in general case the decomposition into  
smaller blocks is possible.

Question b)  $\Gamma_1$  denotes, as usual in character tables,  
the "totally symmetric" or "trivial" representation  
consisting only of matrices  $\|1\|$  (of dimension 1). We  
have to decompose the vector  $(\chi_1, \dots, \chi_k)$  into the  
components along the vectors represented by the rows of  
the character table (see the formula for  $a_i$  near the bottom  
of p. 2). Since the first row gives the vector  $(1, \dots, 1)$

and since  $(\chi_1, \dots, \chi_k)$  has non-negative coordinates ( $\chi_i$  is the number of fixed vertices under the automorphism  $g_i$ ) the inner product of  $(\chi_1, \dots, \chi_k)$  and  $(1, \dots, 1)$  is positive and hence  $a_1 > 0$  (i.e. vector  $(\chi_1, \dots, \chi_k)$  has a component in the direction of  $(1, \dots, 1)$ ). Now consider the block (in the block-diagonal form of  $A$ ) corresponding to  $\Gamma_1$ . It is of order  $a_1$ . The vectors forming a basis of the subspace corresponding to this block are obtained by formula (1) where we should put  $i=1$ . Since  $\bar{\chi}_{j=1}^{(1)}$  for  $j=1, \dots, s$ , the formula is reduced to

$$(*) \quad \sum_{j=1}^s P_j e_t \quad t=1, \dots, n.$$

The vertices of the graph are supposed to be labelled by  $1, \dots, n$ . Suppose the vertices  $1, 2, \dots, z$  ( $z \leq n$ ) form an orbit of the automorphisms group. Let  $t=1$  in (\*).  $e_1$  is the vector whose first coordinate is 1 and others are 0. If the image of 1 under the automorphism  $g_j$  is, say,  $y$ , then  $P_j e_1$  is  $e_y$ . But  $y \in \{1, \dots, z\}$  and for any  $j$  we have  $P_j e_1 = e_w$  where  $w \in \{1, \dots, z\}$ . Hence the vector obtained by (\*) will have non-zero coordinates in the first  $z$  positions. These coordinates will be mutually equal! (?) Now, if we put in (\*)  $t=2$  we shall get the same vector as for  $t=1$ ! And all the vertices from the

some orbit give the same vector by (\*). So, by (\*) we shall get ~~so~~ as many independent (or different) vectors as there are orbits. Linear combination of such vectors is a vector having for any orbit a constant coordinate corresponding to the vertices in this orbit. ~~such a vector is~~ ~~by~~ All such linear combinations form a subspace and since to this subspace a block of the transformed adj. m. corresponds (nearly the block associated to totally symmetric IR), the original adj. m.  $A$  has eigenvalues with eigenvectors from this subspace. If  $x$  belongs to this subspace let us write the matrix equation  $Ax = \lambda x$  in the form of a system of linear equations. Because of the special form of  $x$  equations will be dependent. If we throw out dependent equations we shall get the system  $Bx = \lambda x$ , where  $B$  is the adjacency matrix of the divisor obtained from orbits.  $y$  would have the same coordinates as  $x$  for any orbit. Hence, the meaning of the statement " $a_1 > 0$ " is not that there exists a divisor but " $a_1 > 0$ " means that always among the blocks of the transformed  $A$  there is a block having the same spectrum as that divisor of the graph which is based on the orbits of the automorphism group. (In fact, I think, this block is

similar to the adjacency matrix of this divisor).

As you see, it is not quite clear also to me. In particular I do not know how to deduce formula (1). Now, maybe, you know how to prove it by the use of Hurwitz lemma. After all these discussions, I think, we have nearly clarified the whole thing.

On the other hand I think that you should not describe this technique with more details than I did. I propose that you just improve a little bit my old text, giving not the proofs for everything. The discussion we have now is ~~too~~ to convince ourselves that we have not written some nonsense.

Please find enclosed herewith also a list of additional references. As I promised in my letter of 15.10.1977, I shall type this list after receiving your answer to this letter. Please give me your advice in way it should be typed and submit also other possible references.

With kind regards

P.S. Your letter of 2.10.1977.  
I received on 25.10.1977.  
before going to Cruz. Thank you  
very much for it.

Yours sincerely  
Draško Čvetkovič

Beograd 4.11.1977.

Dear Mr. Sachs,

Soon after I have posted my letter of 31.10. to you I received your letter of 27.10.1977. Thank you very much for it.

1) I appreciate very much your progress in writing chapters 4 and 5. I hope we shall soon settle the matter.

2) Concerning the production of copies you should certainly use my possibilities at least partly, as explained in my previous letter.

3) Your list "Zur Bibliographie" contains only papers of class I (if I have well understood) and you will immediately ~~include~~ insert them to the bibliography. (If not, let me know which papers from this list should <sup>be</sup> include <sup>in an additional</sup> list). From my list of <sup>additional</sup> references (I sent you by the letter of 31.10.) all the papers are of the class II except for [3] (B. McKay, On the spectral characterization of trees, Ars Combinatoria, to appear). I would ask you to insert it into the bibliography and to put a footnote in Chapter 9 page, just at the end of the last sentence of Section 9.2., with the following content:

Recently this conjecture has been disproved [McKa].

PS.

I looked (superficially) at the paper:  
L. Arnold, On the asymptotic distribution of the  
eigenvalues of random matrices, *J. Math. Anal. and  
Appl.* 20 (1967), No 2, 262-268.

I noticed no explicit relations to our book and  
I propose to forget this reference (concerning the book). In  
future, maybe, some work on spectra of random graphs  
will be done and then this paper would be relevant.

Mr. Jurich told me that Mr Boboi has recently  
collaborated with B. McKay and that a joint paper  
together with two further ~~the~~ authors has been written.  
Is that the paper you had to referee? Since Mr. Boboi  
has not yet answered my letter (and our dear's letter)  
concerning invitation to Belgrade, I wrote him again  
a letter and asked him, ~~the~~ among other things, to  
inform you (and me) about his newest results on graph  
spectra, if any.

In the tables of Melnikovic some vertical lines  
separating the columns of numbers are not in  
accordance to the previous papers but that will  
not be a serious problem. Also the eigenvalues  
of trees on 10 vertices are given with decimal  
points and not with commas as for trees with  
less than 10 vertices. But as noticed by Doob also  
in these cases the point should be used rather than  
comma.



Jhunenau, 5.11.77

Lieber Herr Cvetković!

Endlich ist nun ein Teil von Kapitel IV geschrieben; Ich schicke Ihnen heute die Abschnitte 4.1 bis 4.6 (21 Seiten), Fußnoten dazu, Ergänzungen zum Literaturverzeichnis (3 Seiten; ich habe das schon eingeklebt) sowie eine Korrektur zu Kapitel I, Seite 13.

Zur Brief-Bilanz: Der letzte Brief von Ihnen ist vom 15.10., ich habe ihn am 27.10. erhalten. Ich habe Ihnen inzwischen drei Briefe geschickt, deren Empfang Sie noch nicht bestätigt haben, und zwar am 4.10., 23.10. und 27.10.77. Da Sie inzwischen auch meine Karte vom 6.9. erhalten haben, ist die Bilanz im übrigen komplett.

Waren Sie inzwischen bei Herrn Jurisch?  
Ich hoffe sehr, daß Sie schönes Wetter und einen angenehmen Aufenthalt hatten!

Zur Darstellungstheorie habe ich jetzt folgende Bücher zur Verfügung:

D. S. Schonland, Molecular Symmetry (1965),

H. Boerner, Darstellungen von Gruppen (1955),

und außerdem die sowjetischen Bücher

Белоголов/Фомин, Наймарк und Визнер

(siehe Ergänzung zum Literaturverzeichnis):

Ich wünschte nur, ich hätte genügend Zeit, mich da tiefer hineinzuversenken!

Sie erwähnten einmal das Buch:

R. S. Knox, A. Gold; Symmetry in the solid state, New York - Amsterdam 1964 -

soll das in das Literaturverzeichnis?

[Ich kenne es nicht]. Übrigens habe ich

nun endlich auch die Arbeit von Herrn

Gutman "Neki rezultati iz teorije reprezentacija

grupa" (handgeschrieben, von Ihnen übersetzt) verstehen können.

Wir grüßen Sie und Ihre lieben Angehörigen recht herzlich!

Ihr

Heert Sachse

Vom VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften  
habe ich keine neuen Nachrichten.

Jlunian, 11.11.1977

Lieber Herr Cvetković!

Ich will mich ganz eilig und ganz herzlich bedanken für Ihre beiden Briefe vom 31.10. und vom 4.11.77, die ich vorgestern bzw. gestern erhalten und noch nicht durchgearbeitet habe: Ich schreibe in den nächsten Tagen ausführlicher, doch will ich den Rest von Kapitel 4 noch heute zur Post bringen, damit kein Wochenende verloren geht (dann hat die Post geschlossen). Ich freue mich, daß Sie eine schöne Reise hatten!

Nur die wichtigsten Bemerkungen zum Text: Bitte prüfen Sie die Miszellen; habe ich beim Beweis des Satzes von Lloyd das Wesentliche erfaßt? Bitte prüfen Sie, ob Nr. 3 (nach J.J. Serret) so richtig ist: Sie schreiben  $(n-2m)s = \underline{\underline{2m(r-k)}}$ , aber ich glaube, das ist ein Versehen, ohne den Faktor 2 stimmt es aber. Und zu Nr. 2 (main part of the spectrum), ist es nicht schade, das nur am Rande zu erwähnen?

Andrewsits ist es natürlich eine schöne Aufgabe. Ich werde noch Folgendes hinzusetzen:

7. The one-vertex multi-digraph  $D_r$  with adjacency matrix  $(r)$  is a front divisor of a connected multi-digraph  $G$  if and only if all vertices of  $G$  have front valency  $r$ ; especially,  $D_r | K_{r+1}$ .

Factorize  $P_{K_{r+1}}(x)$  by means of the Rempel-Schwolow algorithm (Section 4.6).

In diesem Falle tritt nämlich sofort vollständiger Zerfall ein.

Über Darstellungen etwas im nächsten Brief. Vermutlich wird Herr Gutman nun ein Gutachten gebeten werden (nomen est omen!).

Vielen Dank für das Angebot, noch einige Kopien zu schicken; Wenn Sie sie nicht selbst benötigen, schicken Sie mir bitte je eine (nur eine) von den Kopien, die Sie entbehren können, damit ich selbst ein Exemplar zurückbehalten kann (aber nur, wenn Sie sie wirklich nicht benötigen!).

Anlage:  
Kapitel 4, Seiten 22-31, Mit besten Grüßen  
Fußnoten, von Haus zu Haus  
1 Seite Literaturangaben.

Ihr Horst Sachs

Der letzte Brief enthält die Tabelle von Herrn Malesinović, aber ich hatte noch keine Zeit, darauf zu antworten.

Jlumen, 12.11.77

Lieber Herr Cvetković!

Nachdem ich Ihnen gestern den Rest von Kapitel 4 und nur einen kurzen Brief schickte, will ich heute etwas ausführlicher schreiben.

Zunächst zur Briefbilanz:

Ich erhielt von Ihnen einen Brief vom 31.10.77 (5 Seiten, <sup>neue Literaturangaben</sup> und eine Kopie der Arbeit von McClelland) und einen Brief vom 4.11.77 (3 Seiten, Tabelle von Maksimović) - für alles noch einmal vielen Dank!

Von mir sind 2 Briefe von Ihnen noch nicht bestätigt: Brief vom 5.11.77 (2 Seiten, Abschnitte 4.1 - 4.6 [21 Seiten] von Kapitel 4, Literaturangaben zum Einkleben [3 Seiten] und eine Korrektur zu Kapitel 1, Seite 13) und Brief vom 11.11.77 (2 Seiten und die restlichen Abschnitte von Kapitel 4 [Seiten 21 bis 31, glaube ich]). Inzwischen werden Sie diese Briefe nicht erhalten haben.

Nun zu den Einzelheiten. Alle Ihre Hinweise und die Liste von Herrn Maksimović habe ich inzwischen eingearbeitet; einiges muß ich noch nachholen, weil sich

die entsprechenden Manuskriptteile gegenwärtig in der Vervielfältigungsstelle oder beim VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften befinden. Aber das gibt keine Probleme. Es ist sehr schön, daß die Liste der Bäume (Tabelle 2) nun bis  $n = 10$  einheitlich und vollständig ist.

Zu den Literaturangaben: Was ich Ihnen schicke, sollte in die Klasse I aufgenommen werden. Auch meine ich, daß Ihre Arbeit über "main part of the spectrum" als [Cve '18] in die Klasse I gehört - wenn das Buch erscheint, wird sie publiziert vorliegen. Die Bezeichnung "main part" ist allerdings etwas problematisch, denn bei regulären Graphen reduziert sich der "main part" auf den (trivialerweise vorhandenen) Eigenwert  $r$ . Dennoch, als in jedem Teiler enthaltener Teil des Spektrums ist es wirklich der Hauptteil.

Von allen Dingen, die ich jetzt schreiben kann, schicke ich Ihnen so bald wie möglich Durchschläge. Ich werde auch 2 Miszellen zu Kapitel 4 hinzufügen: Nr. 7 (anders formuliert als in meinem Brief vom 11.11.) und Nr. 8.

In der vergangenen Woche musste ich wieder einer Reihe anderer Pflichten nachkommen, so dass ich Ihre Bemerkungen zur Darstellungstheorie noch nicht studiert habe, das werde ich morgen nachholen. Ich will nur zwei Bemerkungen machen.

1) Der Beweis von Petersdorf [Pe51] über die Faktorisierung von  $|\lambda I - A|$ , wenn ein (vorderer) Teiler vorhanden ist, lässt sich auch so formulieren, dass  $A$  schrittweise mittels Additionsmatrizen transformiert wird, bis es die Gestalt

$\left[ \begin{array}{c|c} \text{Teiler} & \begin{array}{c} \text{nicht} \\ \text{notwendig} \\ \text{Null} \end{array} \\ \hline 0 & \text{Coteiler} \end{array} \right]$  hat (eine solche Additionsmatrix hat die Gestalt  $I + E_{ik}$ ,  $(i \neq k)$ ,

wobei  $E_{ik}$  nur an der Stelle  $(i, k)$  eine 1 und an allen anderen Stellen Nullen hat; es ist  $(I + E_{ik})^{-1} = I - E_{ik}$ ,

und die Transformation mit solch einer Matrix bewirkt Addition von Spalten und zugleich Subtraktion von Zeilen).

Mir scheint es nun so, und bei den einfachen Beispielen, die ich überprüft habe, traf es auch zu, dass die

gleichen Transformationen die Permutationsmatrizen (= Elemente der Automorphismengruppe oder einer Untergruppe  $\Gamma$ ) (ich habe vergessen, zu sagen, daß ich <sup>den</sup> ~~einen~~ Teiler betrachte, der durch die Orbits von  $\Gamma$  definiert wird) alle auf die Gestalt

$$\left[ \begin{array}{cc|c} 1 & 0 & \text{nicht} \\ 0 & 1 & \text{notwendig} \\ \hline & & \text{Null} \\ \hline 0 & & \dots \\ & & \dots \\ & & \dots \end{array} \right]$$

bringen, bei gleicher Block einteilung wie bei dem transformierten  $A$ .

Man müßte nun die Transformationen soweit modifizieren, daß auch im Feld rechts oben Nullen erscheinen

(und das sollte, falls meine Vermutung richtig ist, nicht zu schwierig sein):

dann hätte man sofort die Entsprechung zwischen dem Teiler und den  $a_i$

trivialen irreduziblen Komponenten der Darstellung von  $\Gamma$  und könnte von hier aus das Übrige aufrollen.

Ob das Sinn hat? Ich fürchte, ich habe jetzt nicht genügend Zeit, den Gedanken weiter zu verfolgen.

Vielleicht gibt es da einen ganz einfachen Zusammenhang, den ich nur nicht sehe.



2) Folgender Gedanke scheint mir ganz interessant zu sein: Um die Beziehungen zwischen Spektrum und Automorphismengruppe mittels der Darstellungstheorie aufzudecken, kann man zwei verschiedene Ansätze machen.

(i) Nehmen wir an, wir kennen das Spektrum (wir betrachten der Einfachheit halber ungerichtete (Multi-) Graphen); die <sup>verschiedenen</sup> Eigenwerte seien  $\lambda^1, \lambda^2, \dots, \lambda^s$ ,  $\lambda^i$  habe die Multiplizität  $m_i$ . Dann gibt es eine unitäre (sogar orthogonale) Matrix  $U_1$ , die  $A$  überführt in die Gestalt  $A^* = (\lambda^1 I_{m_1}) + (\lambda^2 I_{m_2}) + \dots + (\lambda^s I_{m_s})$ .  $U_1$  transformiert dann jede Matrix  $P$  der Automorphismengruppe ebenfalls auf Blockform:

$$U_1^{-1} P U_1 = P^* = P_{m_1}^* + \dots + P_{m_s}^*,$$

wo  $P_{m_\sigma}^*$  die Ordnung (Dimension)  $m_\sigma$  hat. Die  $\{P_{m_\sigma}^*\}$  sind Darstellungen von  $T$ , wenn auch im allgemeinen nicht irreduzibel. Dann können wir eine weitere unitäre Matrix  $U_2$  (in Blockform) angeben, die die  $P_{m_\sigma}^*$

und damit zugleich  $P^*$  in irreduzible  
Komponenten zerlegt:

$$U_2^{-1} P^* U_2 = P^{**} = P_{m_1}^{**} + \dots + P_{m_s}^{**}$$
$$= (Q_{11} + Q_{12} + \dots + Q_{1m_1}) + \dots + (Q_{s1} + \dots + Q_{sm_s})$$

(d.h.,  $P_{m_s}^{**}$  hat die irr. Komponenten

$$Q_{s1}, Q_{s2}, \dots, Q_{sm_s}, \text{ u.z.w.});$$

offenbar ändert  $U_2$ , auf  $A^*$  angewandt,  
nichts:  $U_2^{-1} A^* U_2 = A^*$ . Also

führt  $U_1 U_2 =: U$  ~~das~~ zugleich die

~~die~~ Darstellung von  $\Gamma$  in ihre irreduziblen  
Komponenten und  $A$  in Diagonalforn  
über, den irr. Komp. entsprechen

Unterräume der Eigenräume. Das

ist wohl alles gut bekannt und führt  
dann zu den Resultaten von Herrn Babai,  
u.z.w. Es hat theoretische Bedeutung,  
indem es gestattet, von den Multiplizitäten  
der Eigenwerte auf Eigenschaften der Auto-  
morphismentruppe (dargestellt als Permu-  
tationsgruppe) zu schließen.

Etwas Ähnliches wollte ich auch im  
Brief vom 27.10. (Seite 4) ~~zu~~ sagen,  
habe mich dort aber nicht sehr gut

ausgedrückt.

(ii) Nehmen wir an, daß wir eine Transformation  $\tilde{U}$  haben, die die Darstellung in irreduzible Komponenten zerlegt:

$$\tilde{U}^{-1} P \tilde{U} = a_1 P_1 + a_2 P_2 + \dots + a_k P_k.$$

Dann zerfällt  $\tilde{A} = \tilde{U}^{-1} A \tilde{U}$  auch in Blöcke:  $\tilde{A} = \tilde{A}_1 + \tilde{A}_2 + \dots + \tilde{A}_k$ , wobei  $\tilde{A}_x$  die Ordnung  $a_x n_x$  hat (das haben wir schon besprochen).

Nun brauchen wir nur noch die Eigenwerte der  $\tilde{A}_x$  zu berechnen, d.h. das ursprüngliche Problem der Ordnung  $a_1 n_1 + \dots + a_k n_k$  zerfällt in  $k$  kleinere, jeweils der Ordnung  $a_x n_x$ .

Die Transformation  $\tilde{U}$  kennen wir im allgemeinen nicht, aber mittels der Charaktere können wir leicht die  $a_x$  und  $n_x$  bestimmen.

Diese Vorgehensweise hat praktische Bedeutung: Aus der Kenntnis der Gruppe gewinnen wir Verfahren zur Berechnung der Eigenwerte. Das ist gerade der umgekehrte Sachverhalt als in (i).

Das Gemeinsame besteht darin, daß wir zunächst auf größere Blöcke geführt werden und ~~in~~ erst in

einem zweiten Schritt zur Feinstruktur

kommen; dabei sind die kleineren

Blöcke, die den irreduziblen Darstellungen entsprechen, in beiden Fällen die gleichen, aber in ganz verschiedener Weise zu größeren

Blöcken zusammengefaßt: Bei (i) entsprechen die größeren Blöcke den Eigenräumen von  $A$  und bei (ii) den verschiedenen irreduziblen Darstellungen von  $\Gamma$

Jetzt wollte ich, ich hätte genügend Zeit, um das wirklich ganz von innen heraus zu verstehen!

Lieber Herr Cuetković; ich glaube, das war das Wichtigste des Mitteilenswerten. —

Hier ist es (oder besser; war es bis heute mittag) fast sommerlich warm: Das habe ich im November noch nie erlebt! Heute nacht tobte ein schrecklicher Sturm, am Tage regnete es, über Mittag sogar sehr heftig, jetzt ist das Thermometer gefallen auf  $+3^{\circ}\text{C}$  und der Wind pfeift um das Haus. — Wir hoffen, daß Jugoslawien vom letzten Erdbeben, das in Bulgarien einige Schäden anrichtete, verschont geblieben ist!

Mit herzlichen Grüßen  
von Hans zu Heins

Herr  
Herr  
Herr

Herrn

Dr. Dragoš M. CVETKOVIĆ

Lamartinova 44

YU - 11.000 BEOGRAD

Jugoslavija / Yugoslavia

SFR Jugoslavien

Jluznow, 15. 11. 77

Lieber Herr Cvetkovič !

Heute nur ganz kurz:

Anbei einige Zusätze und Korrekturen:

Überschrift Tabelle 2,

4 Literaturstellen

(bitte beachten Sie: "Godsil" habe ich bereits auf der Liste, also Klasse I; nicht auch in Klasse II aufnehmen),

1 Zusatz zu Kap. 1, Seite 32, betrifft Arbeiten von Waller,

Appendix, Seite 1 (neu),

Fußnote zu Kap. 9, Section 9.2,

Seite 20a zu Kap. 4 (betrifft Arbeit von McClelland [McC2I]),

Wisszellen 7, 8 und 9 zu Kap. 4 (Seiten 31/32),

Fußnote 5 zu Kapitel 4.

An Sie habe ich drei Briefe geschickt:

5. 11., 11. 11. und 12. 11. 77

Bitte entschuldigen Sie die Kürze des Briefes; Bin sehr in Eile.

Herzliche Grüße  
von Hans zu Hans

Ihr Horst Sachs

Dear Mr. Socha,

Beograd 14.11.1977.

Thank you very much for your letter of 5.11.1977.

It is very nice that now, in fact, Chapter 4 is ready! Probably, in the meantime you made some more progress.

I shall study your text still more. Now I have a few "ad hoc" observations:

6 On p. 2. you ~~you~~ use  $G^T$ . It is sometimes called the converse digraph of  $G$ .

3<sub>6</sub> Instead of "the property  $K_2^{(3)}$ " it should be maybe "the property of having  $K_2^{(3)}$  as a divisor"

8<sup>7</sup> Galois instead of Calois?

21<sup>4</sup>  $T(G)$  denotes in Chapter 2 the total graph of  $G$ . (see also earlier remark on  $G^T$ ).

In the short text of mine on Lloyd's theorem for "Mise." of Chapter 4 the term "divisor" should be replaced by "front divisor".

Now about the marks. I received all your letters you mentioned: 4.10, 23.10 and 27.10. and I answered by letters of 31.10. and 4.11 which you have probably received in the meantime. For all other marks of mine you confirmed the receipt.

It is surprising how you exactly follow some  
my remarks made a few years ago (say the old  
text by Butman translated by Mr. Šivic and myself).  
Thank you very much for it!

I received from Mr. Lovász an invitation to  
deliver one of principal addresses at the Colloquium  
on algebraic ~~aspects~~ <sup>methods in</sup> graph theory in Szeged  
(August 25-31. 1978). I answered that I accept the  
invitation in principle. Since you certainly also re-  
ceived such an invitation and since we have now  
finished our book we have a lot to say at the Collo-  
quium. Any suggestion of yours with respect to my  
talk there would be welcome. Maybe, we can "divide  
the roles for the performance".

With kind regards also to Mrs. Sachs. You can  
imagine that at our home you both are being often  
mentioned. My wife gives also here regards.

Yours sincerely  
Jozsef Lethoric



14.11.1977.

## On the bibliography

For some references I have now complete data:

[Big 9] Automorphic graphs and the Krein condition. Geom. Ded. 5(1976), No 1, 117-127.

[Hof 18] On graphs whose least eigenvalue exceeds  $-1-\sqrt{2}$ . Linear Algebra and Appl. 16(1977), No. 2, 153-165.

[Pars] Ramsey graphs and block designs I. Trans. Amer. Math. Soc. 209(1975), 33-44.

(Earlier title was partly changed).

The book of R.S. Knox and A. Gold is not necessary to include in the bibliography since we have now a few books of such a kind, then our bibliography is already big and this book is as many others.

Beograd 21.11 1977.

Dear Mr. Sachs,

Thank you very much for your letter of 11.11.1977 with the remaining part of Chapter 4!

In the meantime you certainly received my letter of 14.11.1977. in which I confirmed the receipt of your mails of 4.10, 23.10, ~~27.10~~ 27.10 and 5.11.

Chapter 4 looks quite nice. I would not suggest to go into more details. Lloyd's theorem is O.K. On p. 29 you are twice right. [Cve 18]\* is good and Seidel's relation really should be  $(m-2n)s = m(t-k)$ .


By this mail I am sending you Chapter 1 and Chapter 8 (now I have the copies of these chapters which are of lower quality but readable (at least for me)). A copy of the bibliography I'll send you soon.

In these days a copy of my new book must have been sent to you (the faculty officially distributes a certain number of copies). Besides the list of references, you will be interested in p.p. 247-248, where some pieces of your article (Gedanken über die Terme von E. T. Whittaker (Graphen)) are given. I have forgotten to tell it to you last time.

Yesterday I had a look through the whole manuscript (superficially). There are a few observations which you may take into the consideration.

\* found didn't

Some definitions <sup>more</sup> could still be put into Chapter 0, for example: tree, forest, star, totally disconnected graph, subdivision graph  $S(G)$ , triangle, quadrangle, complement (complement is defined in 2.2. and used still in Chapter 1).  
 In Chapter 2 p.23 the vertex-edge incidence matrix  $R$  is used (and not defined) and in Chapter 9 (algebraic connectivity) the  $(0, -1, 1)$ -incidence matrix  $U$  is used (again without the definition). Norm and polynomial of a matrix should be def.

In Chapter 0 p.42 instead of "title" should be "title"  
 footnote 1) the reference is [Haeu]   
 -"- 2) see Theorem 4.7.

In Chapter 1 the title of the chapter is missing  
 footnote 18 reads: Note that this paper was already prepared during the work of [CoSi1]. (Look at the bibliography: I've put [CoSi1] in order not to change the reference [CoSi] which is frequently used over the whole book!)

Chapter 6 p.57 at the bottom: "1-factor" instead of "one factor"

Chapter 7 p.4 references: [Sec12] and [Ersa],

p.17 last line: last two references are [Hig4], [Hig5]

p.18, the second sentence from below: it should be

"front divisor" instead of "divisor"

p.22 Instead of: "Then  $x \geq 1$ . Indeed, if  $S = J - I$

then  $x = 1$ . If the  $(1,2)$  element of  $S$  equals  $-1$ , say, then

-  $x \leq \frac{x^T S x}{x^T x} = -1$ , for  $x^T = (1, 1, 0, \dots, 0)$ " could be replaced

by: "By Theorem 2.10 we have  $x \geq 1$ ."

- 3 -

p. 24<sub>5</sub> "than" instead of "then"

p. 30<sup>2-3</sup> the text in brackets should be:

see also Theorems 2.23 and 2.24

p. 65 In nr. 4 the ~~description~~<sup>definition</sup> of  $K_n$  should be omitted (also the letter  $G$  in the same line)

Chapter 8 p. 27<sub>8-9</sub> definition of  $K_2$  should be deleted

Chapter 9 p. 4<sub>6</sub> reference [Hof 18] should be added

12<sup>5</sup> the reference is [Schw 6]

With kind regards

Yours sincerely  
Draško Vetrović

Beograd 23.11.1977.

Dear Mr. Sachs,

Today I received your letter of 15.11.1977. Thank you very much for it.

I received also your letters of 5.11, 11.11. and 12.11.

In the meantime I sent you the letters on 14.11 and 21.11.

In this mail I am sending you a copy of the bibliography including all new data from our correspondence. Pay the attention to the changed numbers of units in the bibliography.

I shall study your letter of 12.11. about the representation theory. It seems that you have studied the whole thing far more deeply than it is necessary to describe in a short section a procedure from chemistry. That may be successful since I have a feeling already for years that the interconnection of your work and this theory from chemistry must lead to some new results.

With kind regards

Yours sincerely  
Dragoš Vekarić

Jlmenan, 27. 11. 77

Lieber Herr Cvetković!

Recht herzlichen Dank für Ihren Brief vom 14. 11. 77 und für Ihr Buch, die ich beide vorgestern erhalten habe! Zum Erscheinen des Buches gratuliere ich Ihnen - ich bedaure nur, daß ich nicht Serbo-Kroatisch kann. Wie ich sehe, haben Sie großes Gewicht auf die elektrotechnischen und chemischen Anwendungen gelegt, und dieser Gesichtspunkt ist hier, wie Sie wissen, von ganz besonderem Interesse. Noch einmal: Vielen, vielen Dank!

Lieber Herr Cvetković, ich will heute nur kurz schreiben, damit ich noch etwas schaffe. Leider bin ich nicht so schnell vorangekommen, wie ich hoffte (in der vergangenen Woche war eine "zentrale Konferenz junger Mathematiker" (Studenten) in Leipzig, ~~und~~ an der ich als Mitveranstalter beteiligt war, und Sie können sich vorstellen, daß das viel Zeit kostet.) Zunächst zur Brief-Bilanz: Ich habe von Ihnen bis zum Brief vom 14. 11. einschließlich alle Post erhalten, von meinen Briefen an Sie haben Sie noch nicht bestätigt die Briefe vom

11.11., 12.11. und 15.11.77, die Sie  
inzwischen sicherlich erhalten haben.

Ihre Präzisierungen zum Literaturver-  
zeichnis habe ich eingearbeitet. Vielen  
Dank für Ihre Hinweise zu Kapitel 4:  
Sie sehen, über gewisse Dinge liest man  
einfach hinweg, deshalb sollte man  
wie darauf verzichten, daß noch ein  
Anderer mitliest. Ich habe jetzt wie  
folgt korrigiert:

2<sup>14</sup>: ... the "transpose" or "converse  
digraph"  $G^T$  is ...

3<sub>6</sub>: ... ~~Galois~~ the property of  
having  $K_2^{(3)}$  as a divisor is ...

8<sup>7</sup>: ... Galois ...

21<sup>4</sup>: (i) transposition  $T: G^T$ , the  
transpose of  $G$ , is the ...

21<sup>9</sup>:  $G^{S_x}$  is the ...

Heute schicke ich Ihnen

1) Eine kurze Ergänzung zu Kapitel 2,  
Seite 48: Da Herr Waller (aus Swansea)  
und Herr Farzan (aus Teheran, gegen-  
wärtig bei Waller in Swansea) mich

Kontinuierlich mit ihren Publikationen versorgen, sollte das wenigstens kurz erwähnt werden.

2) Eine Seite mit Überleitungen zu Kapitel 2, Seiten 39 und 40

3) Section 5.1: Symmetry and simple eigenvalues ~~for~~, Seiten 2 bis 11 (einige weitere Seiten habe ich zum Schreiben gegeben).

Die zugehörigen Fußnoten lauten:

1) In [Big 5] it is assumed that  $G$  is symmetric but that does not make much difference for the proof. - Is there at all a graph which is weakly symmetric without being symmetric?

2) We say that  $(d_{\sigma\tau})$  is a solution of (5.7) if there are integers  $a_{\sigma\tau}, b_{\sigma\tau}$  such that the  $3s^2$  numbers  $a_{\sigma\tau}, b_{\sigma\tau}, d_{\sigma\tau}$  satisfy (5.7).

Zu Fußnote 1): Ich kann die letzte Frage nicht beantworten, es ist mir nicht gelungen, einen Graphen zu konstruieren, der "weakly symmetric", aber nicht "symmetric" ist. Bei Smith ist es übrigens nicht ganz klar, ob er sich auf symmetry oder nur auf weak symmetry bezieht (ich entsinne



mich jetzt auch, daß ich den Vortrag von Smith selbst in Calgary gehört habe, ja sogar den Vorsitz hatte - mein Gedächtnis ist eine einzige Katastrophe! ). Wissen Sie etwas darüber, ob und wo die Frage der "weak symmetry" behandelt wird?

Noch einige Bemerkungen zu Section 5.1: Bei der Niederschrift hatte ich einen Gedanken, der zu einem kleinen Resultat führte, nämlich zu Satz 5.3 auf Seite 6. Auch bemerkte ich, daß sich der Beweis von Satz 5.6 ja mittels darstellungstheoretischer Hilfsmittel ganz leicht führen läßt! Deshalb möchte ich zwar ~~noch~~ voraussetzen, daß der Leser mit den Grundtatsachen der Darstellungstheorie vertraut ist, aber doch auf einige Zusammenhänge etwas näher eingehen. Insgesamt sind mir Ihre Entwürfe und Anregungen von großem Nutzen.

Inzwischen habe ich auch die Kopien einiger der Kapitel in guter Qualität erhalten (beschränkt waren einige Seiten vergessen worden, die nachgeschrieben werden mußten), und zwar habe ich bekommen:

von Kap. 1:	2	Kopien
" " 2:	2	Kopien
" " 3:	3	Kopien
" " 6:	3	"
" " 8:	2	"
" " 9:	2	"

vom Text

zu den Tabellen: 3 " ,

so daß ich nach Abgabe des Manuskripts an den Deutschen Verlag der Wissenschaften ein lesbares Exemplar zurück behalten werde.

Eine Einladung zur Tagung nach Ungarn (Szeged) habe ich ebenfalls erhalten, aber sie liegt noch in dem großen Stapel Post, den ich am Freitag nach meiner Rückkunft aus Leipzig hier vorfand und den ich erst am Montag durchgearbeitet kann. Ich freue mich auf das Treffen, die Ungarn haben da eine bewährte Tradition und ich fühle mich auf Tagungen in Ungarn immer sehr wohl! -

Morgen werde ich den VEB Deutschen Verlag der Wissenschaften anrufen, um die nächsten Schritte zu koordinieren.

Recht herzliche Grüße  
von Haus zu Haus!

Ihr Host Sachs.

Herrn

Dr. Dragoš M. CVETKOVIĆ

Lamartinova 44

YU - 11.000 BEOGRAD

---

SFR Jugoslavien

Jhnenau, 30.11.77

Lieber Herr Cveković!

dragomiro

Gestern erhielt ich Ihren Brief vom 23.11.77 mit der Kopie des Literaturverzeichnis: Recht herzlichen Danke! Jetzt habe ich endlich auch von der Bibliographie 3 Exemplare, und selbst wenn ich alle drei an den Deutschen Verlag der Wissenschaften abgeben muss, ist es nicht schlimm, weil ich ja immer die Kartei zur Verfügung habe.

Zur Briefbilanz: Sie haben noch nicht bestätigt meinen Brief vom 27.11., ich habe noch nicht erhalten Ihren Brief vom 21.11., im übrigen ist alles komplett.

Im Brief vom 27.11. schickte ich Ihnen Section 5.1 (Seiten 2-11), heute schicke ich Ihnen das Anschlussstück bis Seite 21, Fußnoten und die erste Seite für Kapitel 1. Einige Seiten werden gegenwärtig geschrieben, ich schätze, daß ich noch etwa 10 Seiten (oder etwas weniger) für Kapitel 5 schreiben werde. Dann noch: Vorwort und technische Überarbeitung. Mit Frau Mai vom VEB DVW habe ich telefonisch gesprochen: Sie wird mich voraussichtlich in der nächsten Woche (5.-12.12.) hier in Jhnenau aufsuchen, da sie an einer Tagung in Eisenach teilnimmt. Bis dahin muß bis auf Kleinigkeiten alles fertig sein. - Morgen werde ich nach Merseburg fahren (obersäch). Recht herzlich grüßt

wie immer, in Eile

Ihr Host Lach

Hr. liegt Schluss weil es ist Zimmerl. fanni.

- 12 ° C .

Jlmenau, 7.12.77

Lieber Herr Cvetković!

odgovoreno svl

Endlich ist nun auch Kapitel 5 fertig geschrieben,  
so daß ich Ihnen den Rest schicken kann.

Zunächst zur Briefliste:

Am 2.12. habe ich Ihnen eine Karte  
(im Umschlag) geschickt und darauf  
den Erhalt Ihrer Sendung vom 21.11.77  
bestätigt: Ihren Brief vom 23.11. (mit der  
Bibliographie) hatte ich bereits am 30.11.  
beantwortet. Ich habe also alle Ihre  
Briefe bis 23.11. einschließlich erhalten;  
Sie haben noch nicht bestätigt meine  
Briefe vom 27.11., 30.11. und 2.12. (Karte).  
Für die Übersendung der Kopien (Kapitel  
1, 8 und Bibliographie) noch einmal  
recht herzlichen Dank! Am kommen-  
den Sonnabend (am 10. Dezember)  
wird mich Frau Mai vom Deutschen  
Verlag der Wissenschaften (sie nimmt  
in dieser Woche an einer Tagung in  
Eisenach teil und fährt dann  
wieder zurück nach Berlin) hier auf-  
suchen, da werden wir festlegen,  
welche Exemplare der Verlag bekommt:

Wir müssen schließlich ein lesbares Exemplar in der Hand behalten. -

Alle Ihre Bemerkungen im Brief vom 21. 11. habe ich eingearbeitet (auch für die Einleitung, an der ich jetzt arbeite, zurückgelegt): Auch dafür vielen Dank! Bitte schreiben Sie auch weiterhin, was Ihnen auffällt; das muß dann bei der Korrektur berücksichtigt werden.

Kapitel 5 ist nun doch etwas umfangreicher geworden, als ich glaubte.

Ich schicke Ihnen heute:

Seite 1 (abstract),

Seiten 22 bis 41 (Seiten 2 bis 21 hatte ich bereits geschickt, ebenso Fußnoten 1-5),

Fußnoten 6-9,

Seiten 5a, 6, 6a (diese ersetzen die alte Seite 6),

einen Zusatz zu Seite 11 von Kapitel 6.

Damit sollte Kapitel 5 erledigt sein.

Nun einige Bemerkungen:

1) Zu den Seiten 5a, 6, 6a: Herr Stiebitz (Sie haben ihn im April im Oberhof

getroffen, er ist mein jüngerer Mitarbeiter) hat noch eine hübsche Bemerkung über einfache Eigenwerte transitiver Graphen gemacht, die in das Buch aufgenommen werden sollte. Den Einkleber für die Bibliographie [Stie] schicke ich demnächst.

2) Ich habe doch den Satz über die zyklischen Graphen (Theorem 5.4, Seite 6a) aufgenommen, da er in diesem Zusammenhang gehört. Leider hat das eine Erhöhung der folgenden Satznummern um 1 zur Folge. Bitte ändern Sie die Nummern, und zwar auf den Seiten (in den Zeilen)  $7^{10}$ ,  $10^2$ ,  $11^4$ ,  $11^9$ ,  $17_5$ ,  $18^1$ ,  $18_{12}$ ,  $18_9$ ,  $19^3$ ,  $19^7$ ,  $19_8$ ,  $19_4$ ,  $19_3$ ,  $20^6$ ,  $20^9$ .

3) Bitte fügen Sie zu  $15^2$  hinter "... automorphism group  $\Gamma$ " eine Fußnote 3a) ein, welche lautet:

3a) Note that the considerations and results of this section remain valid if  $\Gamma$  is replaced by any one of its subgroups.

4) Ein Zusatz zu Kapitel 4, Seite 6 unten:

(For a discussion in terms of representation theory see Section 5.3.)

5) Bitte ändern Sie  $P$  in  $P^*$  an folgenden Stellen:

Kapitel 1:  $13_2, 13_7$

Kapitel 4:  $12_7, 13_4, 13_2, 14_3, 16^7$

(Sonst könnten sich ~~mit~~ Missverständnisse ergeben) ~~P/P/P/P/P/P/P/P~~

6) Kapitel 7, 8<sup>7</sup> wird wie folgt ergänzt:

"... unity (cf. Section 5.1, Theorem 5.4)."

7) Kapitel 7, 68<sup>7</sup>: Welche Arbeit ist [Bab-a]? Ich konnte es nicht sogleich herausfinden, Adám ist in keinem der Literaturverzeichnisse von [Bab1], [Bab2], [Bab3] enthalten.

Lieber Herr Cvitković, das wäre wohl das Wichtigste für heute.

Nur grüßen Sie beide und Ihre lieben Angehörigen recht herzlich!

Ihr  
Herr  
Bauer

Bitte wenden



P.S. Godsil [Gods] gilt mit  
 seinem "weight vectors" auch eine  
 Formel für die Anzahl der  
 walks der Länge  $r$ \*) an - das  
 ist zwar nichts Neues, aber die  
 Spektralzerlegung von  $A$  durch die  
 ~~$A_\lambda$~~   $A_\lambda = Z_\lambda Z_\lambda^T$  haben wir noch  
 nie benutzt, obwohl das eigentlich  
 nahe liegt - vielleicht ergeben  
 sich ein paar Vereinfachungen  
 oder Querverbindungen. Gibt  
 das neue Aussagen über den  
 Hauptteil des Spektrums?

S.

$$*) \quad w_{ij}^T = \sum_{\lambda \in \sigma(A)} \lambda^r \langle \tilde{w}_\lambda^{(i)}, \tilde{w}_\lambda^{(j)} \rangle$$

Jlmenau, 11. 12. 77

Lieber Herr Cvjetković!

Gestern war Frau Mai vom VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften hier, und ich will Ihnen schnell über den neuesten Stand berichten. Wir haben alle noch offenen Fragen (Unterstreichungen, Abkürzungen, Schriftarten u.s.w.) durchgesprochen und Frau Mai hat die Bibliographie (Original und Kopie) sowie je eine Kopie der Kapitel 1 bis 9 nach Berlin mitgenommen, um diese zum Satz vorzubereiten; in den Originalen muß ich nun in den nächsten Tagen die Unterstreichungen vornehmen. Außerdem muß ich die Einleitung (die, dank Ihrer Vorarbeit, zu 90% fertig ist) vervollständigen, und dasselbe gilt für das Vorwort. Tabellen und Figuren sind komplett, machen uns also (zunächst!) keine Sorgen; hoffentlich werden sie gut gesetzt. Am Dienstag, dem 13.12. (also übermorgen) fahre ich zu einigen Sitzungen nach Berlin und habe mich für den 14.12. oder 15.12. wieder mit Frau Mai verabredet: Bis dahin muß ich noch einiges erledigen, damit ich Frau Mai

weiteres Material übergeben kann. Kapitel 1 ist bereits ausgezeichnet (farbig unterstrichen).

Bis zum 15. Januar 78 bleibt das Manuskript im Hause des Verlags, dann geht es endgültig zum Satz und wir haben bis zum Erscheinen der Druck-Korrekturen keinen Einfluss mehr darauf: Bitte, schreiben Sie mir noch einmal alles, was Ihnen auffällt und was noch überdacht oder geändert werden sollte; wenn mich Ihr Brief bis zum 10. Januar erreicht, kann ich noch Änderungs-wünsche weiterleiten.

Nun noch einige Einzelheiten.

- 1) Frau Mai stellt in der Bibliographie jeweils am Ende einer Eintragung die Abschnitte zusammen, in denen auf die betreffende Arbeit verwiesen wird; also, als Phantasie beispiel:

[Mere] xyz ..... (0.1; 2.6; 2.7; 6.3)

- 2) Ich glaube, wir sollten das Buch von R. J. Wilson noch in das Literaturverzeichnis aufnehmen; Ich füge die Überkleber diesem Brief bei, ebenso für die Arbeit [Stie]. Bitte beachten: Aus [Wi, Rj] wird [Wi, Rj1]. Außerdem sollte auf-

genommen werden (hinter Вузунз):

Тантмакер, Р. Ф. see [Gant].

Die Arbeit [Hey 2] habe ich gestrichen, da uns der Titel noch nicht bekannt ist. Wenn sie erschienen ist, können wir sie noch immer in die Klasse II aufnehmen. (Mit der Zusatzliste (Klasse II), die dann bei der Korrektur eingefügt wird, ist Frau Mai sehr einverstanden, Platz wird reserviert.) Bitte beachten: Aus [Hey 1] wird wieder [Heyd].

3) In Kapitel 2 (Sec. 2.7), 60<sup>10</sup> (in nr. 3) ist noch ein Literaturhinweis offen. Wissen Sie, um was es sich handelt? Oder einfach wegstreichen?

4) Kapitel 5, 10<sub>1</sub> wird wie folgt ergänzt:  
... with 203 numbers; see Appendix, Table 7. (Bitte entschuldigen Sie, daß ich das vergessen hatte.)

5) Zum Vorwort: Es ist üblich, auch der Sekretärin oder Stenotypistin und der Zeichnerin (mit Namensangabe) zu danken (natürlich nur, wenn dazu Grund besteht). Wie wollen Sie

es halten? Wissen Sie, wer für Doob geschrieben hat? Das kann natürlich notfalls auch noch bei der Korrektur eingefügt werden.

Liebe Familie Cvetković, ich glaube, das war das Wichtigste für heute. Nun geht schon wieder ein Jahr seinem Ende zu, und wir möchten nicht versäumen, Ihnen und Ihren lieben Angehörigen in Belgrad und Vršac einen recht angenehmen Jahresausklang, erholsame Feiertage und viel Freude mit den Kindern zu wünschen! Auch für das kommende Jahr Ihnen allen alles Gute und die Erfüllung Ihrer Wünsche (aber ich glaube, bis dahin werde ich Ihnen noch einmal schreiben)!

Mit recht herzlichen Grüßen und in der Hoffnung, uns bald einmal wiederzusehen, sind wir wie stets

Ihre

Barbara und Horst Sachs

Zur Brief-Bilanz: Der letzte Brief von Ihnen ist vom 23.11. (mit der Bithylographie), Sie haben noch

auscht Bestätigt unsere Briefe vom 27.11., 30.11., 2.12. (Karte), 7.12. 77.

Beograd 12.12.1977.

Dear Mr. Sachs,

Thank you very much for your letter of 27.11. as well as for your card of 2.12. I received your letter of 15.11. what was confirmed in my letter of 23.11. I have not received your letter of 30.11. (mentioned in your card of 2.12.) but I hope it will come soon.

I am apologizing for having not answered quickly your letter. (I had big troubles at the faculty; unfortunately, at the moment I am syndicate president at the faculty and now the faculty divides the money (determines the "salaries") which was earned, so to say, by selling the knowledge of the faculty at the free market. The contract about salaries is accepted if more than 66% of the people undersign it, the rest of the people having different possibilities to struggle against it. My duty is to protect all different interests and to contribute that by compromises a contract still becomes possible!)

I am very glad to see that Chapter 5 is now practically written and so we are approaching the end of our work.

Concerning your question on "weak symmetry" I can refer to the book: W.T.Tutte, Connectivity in graphs, University of Toronto Press 1966. There is a theorem on p.59

saying that a regular connected graph of an odd degree, which is weakly symmetric, is also symmetric. (Your term "symmetric" is replaced by "1-transitive"). It is further said that it is not known whether this holds for graphs of even degree.

With kind regards

Yours sincerely

Drogoš Vetrović

P.S. On p. 10 of Chapter 5, when describing the sets  $S_{T_1, T_2, \dots, T_s}$ , you could refer to the tables in the Appendices and also in the Appendix you should insert the references to the section 5.1 on pages 4<sub>2</sub> and 5<sup>4</sup>.

I would ask you to add the names D. Maksimović and Mrs. Nada Obradović (secretary who corrected English and typed much of the text in the first version) to the list of persons in the ~~the~~ preface to whom we are thankful for helping us.

By the way, at the end you should specify your expenses in preparing the manuscript (typing, making copies etc.). I must cover at least the expenses for my chapters since some of chapters have been many times retyped. On the other hand I had, practically, no expenses. Also post stamps for mail have been paid by the faculty.

Jlmenau, 12.12.77  
some forgotten  
pages

Lieber Herr Cveticović!

Im Nachgang zu meinem gestrigen Brief in Kürze noch Folgendes: Ich habe die Kapitel 2 und 3 ausgezeichnet (bist unterstrichen) und dabei einige (unbedeutende) Änderungen vorgenommen und offene Fragen gefunden, auf die ich jetzt der Reihe nach eingehe (orthographische Kleinigkeiten und Ähnliches lasse ich natürlich außer Betracht).

Kapitel 2: 33<sub>10</sub> [HaWi] (statt: [Hawi])  
40<sub>7</sub> (A)<sub>(x<sub>1</sub>, ...)</sub> (statt: A<sub>(x<sub>1</sub>, ...)</sub>)

Kapitel 3: 1<sup>5</sup>: Fußnote 0): Ⓚ  
6<sup>9</sup>: ... Theorem 0.3 (Section 0.3)  
9<sup>2</sup>:  $u = (1, 1, \dots, 1)^T$   
9<sub>10</sub>: ... for some  $\alpha$ . (Rest der Zeile: Ⓚ)  
9<sub>9-6</sub>:  $\langle u, v \rangle$  u.z.w. (8 mal)  
(statt  $(u, v)$  u.z.w.)  
10<sub>11</sub>: (multi-) digraph  
unwichtig → 13<sup>2</sup>: lemma which  
27<sup>7</sup>: integers (2.50) ("we have that": Ⓚ)  
31<sub>4</sub>:  $2A \begin{pmatrix} 1 + \delta(G) \\ 2 \end{pmatrix}$  richtig?  
46<sup>5</sup>: (see end of Section 2.1)  
49<sup>8</sup>: (see, for example, [Sac 8])  
61<sup>8</sup>: Fußnote 5): Ⓚ  
61<sup>8,10</sup>:  $\langle y^0, y \rangle$  u.z.w. (4 mal)

Bitte wenden



Fußnoten : 0) :  $\mathcal{D}$  5) :  $\mathcal{D}$

7) ... (3.43). (See also Section 1.9,  
Mrs. 11, 13).

8) ...  $g_G(t)$ ; see Section 1.9, Mrs. 11, 13).

9) (zu Miss. Nr. 14 : Ist das so wichtig?)

In Eile  
mit besten Grüßen

Ihr  
Herr Sachs

Beograd 20.12.1977.

Dear Mr. Sachs,

Thank you very much for your letter of 11.12.1977.  
I am very pleased to hear all the news about the book!

After my letter of 23.11, I sent you a letter on 12.12.  
and then a picture postcard and a New Year letter. In these  
months I confirmed the receipt of your mails of 27.11.,  
30.11. (this letter came later!), 2.12. and 7.12. In the mean-  
time I received also your letter of 12.12.

I am sorry that you have to ~~settle~~<sup>settle</sup> all technical  
things related to the manuscript; unfortunately I cannot  
help you very much. As a partial compensation for your  
efforts and expenses (typing, pictures, copy production) I  
am willing to send you some books again and there fore  
I would ask you to send me a list of books you want.

A list of particular remarks on manuscript is enclosed.  
Here I would mention a couple of things about the biblio-  
graphy. The titles of books are not given always in the same  
way (cf. [Big 2] and [Big 5], where first characters in words  
are not written in the same manner). Also the abbreviations  
for journals are not unique (cf. [Ser 2] and [Doo 9]). The  
journals should be given according to standards from Math.  
Reviews. Can somebody in the publishing house go through  
the bibliography and settle this matter?

In my of previous letters I already mentioned our secretary N. Obradović and I would thank her for the help ~~to~~ in translation rather than for the typing. Maybe, she can come in the list of persons who helped "in various ways". I do not know who typed Doob's part.

You may expect soon a letter of me with further remarks on manuscript (little changes such as references and cross-references).

With kind regards

Yours sincerely  
Dopov' Leticović

## Some remarks

20.12.1977,

Chapter 2 (Sec. 2.7), 60<sup>10</sup> (in nr. 3). The reference is [Nbs.1].

Chapter 6, (Sec. 6.6), 62<sup>5</sup> (in nr. 27) references [Hey1], [Hey2] are changed to [Heyd].

Bibliography; reference [Bu ĆCS] should be completed in the following way: J. Comb. Theory (B) 23 (1977), 234-231

[Cve15] I propose to continue this reference by the following text:

(Dutch translation: Definitie en berekening van determinanten met behulp van grafen, Nieuw tijdschrift voor wiskunde 63 (1976), nr. 4, 209-215.)

Material for the preface. When saying that graph spectra are hardly mentioned in general graph theory books, it may be pointed out that the book [Big5] is still an exception.

Chapter 1, p. 15, last line, lemma 6.6, instead of lemma 6.5

p. 15 b at the bottom: line graph is used here and defined in Chapter 2. Perhaps you could throw out these last three lines of p. 15 b.

17<sub>11</sub> What comes into the brackets?

20<sub>7</sub> mod 2 comes into the brackets: (mod 2)?  
The ... holds for factors ... (most important!)

Chapter 2, p. 48. In the last sentence, added  
by yourself, beside the references [For 1], [For W1], [For W2]  
I would add the references [Šoka] and [GoM1].

52<sup>4</sup> (1.54) should be changed to (1.53)

p. 63 (Section 3.6, no. 10, Doob's private communication)  
In the last line we have  $\dots = n_K$  instead of  $\dots n_K$ .

p. 64, no. 12, the number of the figure is 2.4

p. 22, the end of Section 2.3.

After the last sentence ("Spectra of some other compo-  
sitions of proplis are being considered in chemistry  
(see, for example, [Hei 1], [Hei 2]).") I would add:  
See also Section 6.1.

## Änderungen zu Kapitel 6

13<sup>11,10</sup> : Since  $a_{kk}^{(2)} = -\lambda_1 \lambda_2 \dots$

15<sup>9</sup> :  $a_{kk}^{(2)} = r$  and  $a_{kk} = 0$

15<sup>12,13,14,15</sup> :  $a_{ij}^{(2)}$  (statt:  $A_{ij}^2$ )

16<sup>8</sup> : Theorem 6.7 (J.H. Smith [Sm, 7]):

17<sup>8</sup> :  $a_{ij}^{(2)}$  (statt:  $A_{ij}^2$ )

19<sub>3,2</sub> :  $\lambda^*$  (statt:  $\lambda$ )

19 : (Seite 19 wird ergänzt):

(Usually, the parameter  $\lambda^*$  of a BIBD is simply denoted by  $\lambda$ , but we shall write  $\lambda^*$  in order to avoid any confusion with the eigenvalues.)

20<sup>18,21</sup>, 21<sup>1,3,5</sup><sub>7,6,3</sub>, 22<sup>1,2</sup> :  $\lambda^*$  (statt:  $\lambda$ )

30<sup>5</sup> : Theorem 6.13 (D.K. Ray-Chaudhuri [Ray 1])

35<sup>15,13,8</sup>, 37<sup>12</sup>, 40<sup>10</sup> : Das Wort "bipartite" wird gestrichen

38<sup>4,5</sup> : ... general theorem ... is given

38<sup>6</sup> : Theorem 6.19 (A. J. Hoffman [Hof 4],  
J. W. Moon [Moo 1]):

38<sub>4</sub> : Theorem 6.20<sup>2)</sup> (M. Doob [Doo 4];  
D. M. Cvetković [Cve 9]):

40<sup>4,5,9</sup><sub>6,3,2</sub>, 41<sup>8</sup><sub>5,2</sub>, 42<sub>3,2</sub> :  $\lambda^*$  (statt:  $\lambda$ )

42a<sup>3</sup>, 42b<sup>1,2</sup> : P. J. Cameron, J. M. Goethals,  
J. J. Seidel, and E. E. Shult

43<sup>2</sup> : association scheme (statt: association)

47<sup>10</sup> : ... following theorem.

47<sup>11</sup> : Theorem 6.24 (R. Laskar [Las 2];  
D. M. Cvetković [Cve 7]):

48<sup>7</sup> :  $a_{xy}^{(2)}$  (statt:  $A_{xy}^2$ )

48<sup>8</sup> :  $a_{xy}^{(3)}$  (statt:  $A_{xy}^3$ )

49<sup>6</sup> (am Ende der Zeile) :  $\sum_{y: d(x,y)=1} \Delta(x,y) =$

49<sup>7</sup> :  $a_{xx}^{(3)}$  (statt:  $A_{xx}^3$ )

49<sub>12</sub> : matrix  $C = (c_{ij})$  by =

49<sub>10</sub> :  $a_{ii}^{(3)}$  (statt:  $A_{ii}^3$ )

49<sub>8</sub> :  $a_{ii}^{(4)}$  (statt:  $A_{ii}^4$ )

49<sub>7</sub> :  $c_{ij}^2$  (statt:  $(C_{ij})^2$ )

49<sub>6</sub> :  $c_{ij}$  (statt:  $C_{ij}$ )

49<sub>2, 50<sup>2</sup></sub> :  $c_{xy}$  (statt:  $C_{x,y}$ )

51<sup>3</sup> :  $a_{ij}^{(3)} = \sum_k a_{ik}^{(2)} a_{kj}$

51<sub>6</sub> :  $a_{ij}^{(3)}$  (statt:  $A_{ij}^3$ )

51<sup>10, 11, 12</sup> :  $c_{xy}$  (statt:  $C_{x,y}$ ),

$c_{xy}^2$  (statt:  $(C_{x,y})^2$ ).

53<sub>6,3</sub> : metricly (statt: metrically)

54<sup>11</sup> : ... (See Section 1.3, (1.34).)

54<sup>12</sup> :  $\mathcal{D}$

62<sup>5</sup> : (M. C. Heydemann [Heyd])

62<sub>15</sub> :  $\lambda^*$  (statt:  $\lambda$ )

Zusätzliche Fußnote: <sup>o</sup>) We resume our notation from Section 1.8, Theorem 1.9:  $A = (a_{ij})$ ,  $A^9 = (a_{ij}^{(9)})$ , etc.





The University of Manitoba

Department of Mathematics and Astronomy

Winnipeg, Canada R3T 2N2

December 22, 1977

Dr. D. Cvetković  
Lamartinova 44  
Belgrade  
Yugoslavia

Dear Dragoš:

Enclosed is the typescript of our joint paper. I have taken your idea about embeddings and expanded it into a section of the paper. Let me know what you think should be changed, if anything.

The following questions come to mind immediately:

- (i) Why is it that the limit points of the  $\lambda(G) > -2$  can be obtained from  $L(T)$ ? I was in California a few weeks ago and talked to Thompson about this problem, but he couldn't see any reason. From our conversation I conclude that there is no general theorem about principal submatrices that clarifies the situation.
- (ii) What graphs with  $\lambda(G) > -2$  are characterized by their spectra?
- (iii) Conjecture 3.11 in the paper is surely true. Is there a quick proof?

I have heard nothing about the new contract for the book. Have you heard anything? Sachs has not sent me the new chapters yet. Also, I have not heard from Academic Press, but I guess I will pester them for a better answer in the new year.

I shall be in New York in the beginning of January and I shall see Alan Hoffman at that time. He was enthusiastic about the work we

..... 2

December 22, 1977

were doing when I saw him last summer.

Judy and I send best wishes to you and Zora for the new year. Are you still planning to stay in Belgrade? I recall with pleasure our trip to Topola. The mosaics were among the finest we saw in all our travels.

Sincerely yours,



Michael Doob

MD/lg

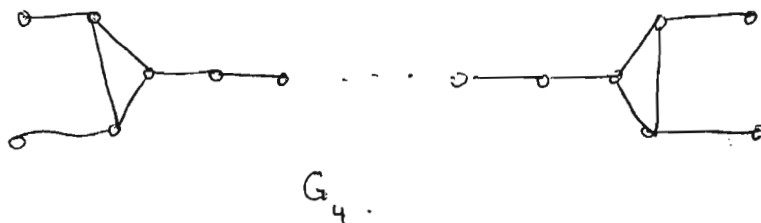
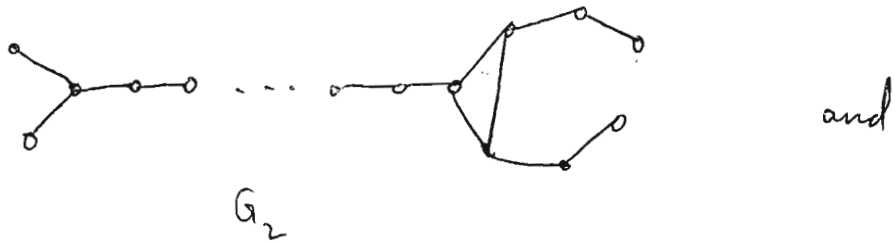
Enc.

P.S. Where shall we submit the paper. *Linear Algebra*  
and its Applications might be good.

December 25

Dear Dragoš,

I hope by now you have received the preprint of our paper. I noticed that there is an error in the illustrations  $G_2$  and  $G_4$  they should be



Perhaps you noticed and corrected the errors already.

We just received a letter from Mrs. Van Werkum. She said that Mr. Zlatonowitch enjoyed his stay in Eindhoven and is now returning to Yugoslavia.

Apparently Mr. Van Werkum is ill and his prognosis is not too good. It's sad, but they plan to come to Canada next summer so maybe we'll see them then.


Again, best wishes for the ~~new~~ new year.

Sincerely  
Wendell

st  
ent  
ent  
two

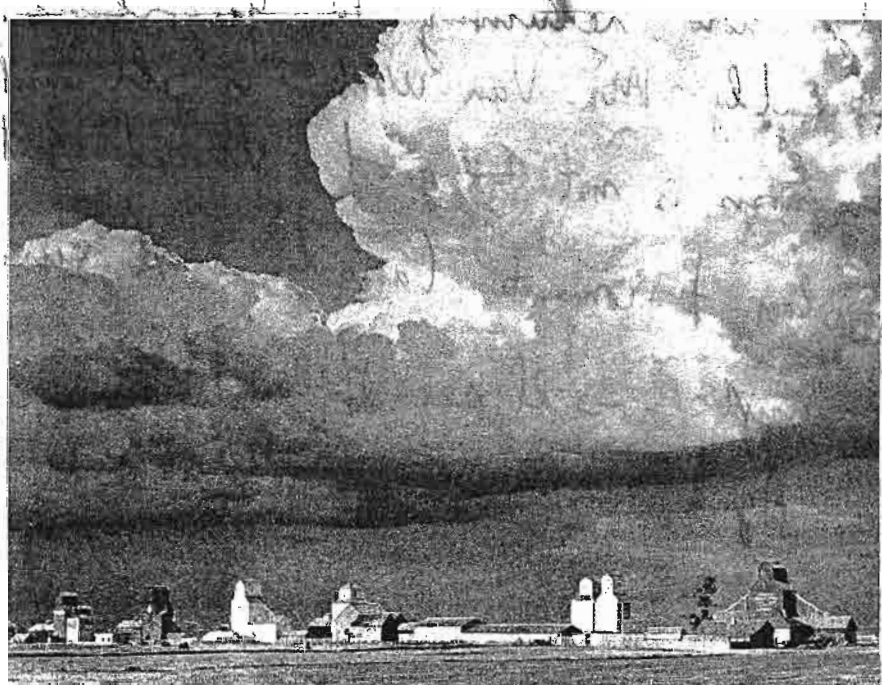
first fold - plier d'abord  
no enclosure permitted - ne rien insérer

Michael Durb  
341 Oxford St.  
Winnipeg  
Manitoba R3M3H9

Canada  25

**Air Mail Par Avion**  
**Aerogramme**

Dr. Dragos Cvetkovic  
44 Lamartinova  
Belgrade  
Yugoslavia



Bergrad 27.12.1977.

Dear Mr. Sachs

As promised in my letter of 20.12, I am sending you now a list of further remarks on manuscript. That seems to be all before the proofs.

I received all your mails up to 11.12, what was already confirmed. You have not yet confirmed the receipt of my mails of 12.12. and 20.12., a picture post card and a greetings letter.

Let me start with Chapter 5. Mr. Gutman read quickly the chapter. He had no essential remarks and was happy to see now the things from chemistry incorporated into a mathematical book. He had a feeling that the English of the chapter is written with a strange style but ~~fast~~, after reading the text again, I do not share his opinion. A few particular remarks were the following (including some of my observations):

1<sub>6</sub> - 1<sub>3</sub> This sentence should be changed a little bit, since you still describe ~~expected~~ families in Chapter 5. Even in Chapter 6 you have put a remark saying that such families are described in Chapter 5.

14<sub>6</sub> and  $\mathcal{F}$  is not defined. Maybe, you could throw out this and  $\mathcal{F}$  and put into new line: "where  $g$  is the order of  $\mathcal{F}$ ."

p. 16 Gutman did not like this black-white confrontation of the mathematician and the user. If you accept this remark, you could perhaps say: As usual, the mathe-

matician knows the eigen values ... , where as the chemist (rather than "user") usually knows the molecule...

19<sub>2</sub> adjacency matrix A

The word "matrix" is missing.

217<sub>17</sub>  $\lambda = \pm\sqrt{2}$

(in my copy the sign  $\sqrt{\quad}$  was missing)

Chapter 2.

p. 48 at the end of section 2.5.

I propose to add the reference [Kers]. Hence, all-together we would have the references: [Far1], [FaW1], [FaW2], [Šoka], [GoM1], [Kers].

Chapter 3.

p. 16, in the middle, there are references:

[CoSi], [Hot3], [Cve1], [CoLo], [Ron1], [Man], [Šoc2]

Is this all?

39<sub>5-6</sub> Again, are the references completely written?

50<sub>4</sub> "summarizing" instead of "summarizing"

63<sub>12</sub> ... can be found in sections 5.1, 5.2, 6.3  
(the underlined is added)

Miscell. no. 18 ( $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$ ) could be deleted

no. 20 at the end, reference [W19] is now [Fie3].

Hence (W.E. Donath, A.J. Hoffman [DoHo], cf. also [Fie27])

## Chapter 6

p. 5a, ~~is~~ behind the reference [Paul] I propose to add the following sentence:

Pairs of non-regular, complementary, cospectral, but not-isomorphic, graphs have been found in [GoM2].

p. 7<sup>15</sup>  $V(G_1)$  is not defined. It seems that in Chapter 1 the mark  $V(G)$  is also used for the vertex set of  $G$  and hence it seems reasonable to define it in the introduction.

10<sup>6</sup> trees are cospectral (see Fig. 6.7)

The underlined is bolded.

11<sup>8</sup> Reference [BeIa] should be [BeJa].

23<sub>3</sub> You wanted to insert a reference here.

If you cannot settle the matter in a simple way you can give up, since in the statement of Theorem 6.10 we already have a reference to section 2.1.

p. 29<sub>6</sub> and p. 37 and other places:

The isomorphism relation is sometimes denoted by  $=$  and sometimes by  $\cong$ . The isomorphism concept is already used in Chapter 1 p. 2 and this concept is not defined in Chapter 0 or anywhere else. Please, find the best way to handle this matter.

58<sup>2</sup> (Misc. Nr. 5, (b)) SBIB is not defined.

I would replace ~~SBIB~~ "an SBIB" by "a symmetric BIBD".

62<sup>15</sup> (Misc. Nr. 30) The same thing.

Footnote 1) (to page 18) GF(3,2) is not defined. The footnote is not quite clear to me. If you cannot solve this problem, ask Doob to clarify the things during performing the proofs.

### Chapter 7

12<sub>3</sub> "complete graphs" rather than "cliques"

17<sup>6</sup> As starting point ...

The underlined is missing.

21<sup>12</sup>  $\langle P_i, P_j \rangle$  instead of  $(P_i, P_j)$

(following your changes in other chapters).

21<sub>6</sub> The same thing

24<sub>3</sub> The comma at the end of the line should be deleted.

32<sub>8</sub> (see, p. 32) should be changed to

(see p. ) . The exact page number will be put in proofs.



38<sub>13</sub> ~~bipartity~~ "bipartiteness" instead of  
"biparty".

54<sup>6-7</sup> "the dynamical average value" should  
be changed to "the dynamic mean (cf. section 1.8)"

p. 59 reference [V29] is now [Wal3]. The  
whole line reads: For generalizations see [BoFS],  
[JoJo], [Wal3].

p. 64 between the lines 7 and 8 insert the follo-  
wing new sentence: "See also [Grim]."

p. 73<sup>6</sup> "As it was noticed." should be re-  
placed by: "As noted..." (Is this better?)

Have a look on matrices in Chapter 7 (p. 48, 59, 60).  
The girls in Eindhoven used to type them in that  
way but this is different in comparing to  
other chapters.

### Chapter 8

p. 17, a few lines at the top, there are nine re-  
ferences: [CT1], ..., [G+GT2], [V14]. The last  
one is now [Gut11].

p. 17, a few lines below: only very recently  
[Gut9], [Gut12]. (The underlined is added).

Appendix

7<sup>11</sup> In my copy Doob changed "factorised" to "factored".

p. 7. Somewhere at the bottom we could insert also the following information:

A list of all connected graphs with up to five vertices together with their characteristic and minimal polynomials, with respect to the Galois field  $GF(2)$ , is given in [Mow 6].

These were my remarks.

I am looking forward to see the new versions of Chapter 0, and of Preface.

Once again, thank you very much indeed for your efforts in finishing the manuscript. I wish all the best in the New Year to you and to your wife. My family is joining me in these wishes.

With best regards

Yours sincerely  
Dimitri Beukovic

Ilmenau, 29. 12. 77

Lieber Herr Cvetković!

Nachdem ich vorgestern von Magdeburg  
(von meinem Vater) wieder nach Ilmenau  
zurückkehrte, habe ich 4 Briefe von  
Ihnen erhalten, und zwar:

einen Brief vom 12. 12. 77,

eine Ansichtskarte (Beograd) vom 13. 12. 77,

eine Neujahrs-Karte mit kurzer Einlage  
vom 15. 12. 77,

einen Brief vom 20. 12. 77.

Für alles, insbesondere Ihre guten Wünsche  
zum Neuen Jahr, danken wir Ihnen  
und Ihrer lieben Frau recht herzlich!

Ich hoffe, daß Sie inzwischen auch meine  
Karte, die ich am 24. oder 25. 12. in  
Magdeburg geschrieben habe, erhalten haben.

Zur Briefbilanz: Ich freue mich, daß doch  
keine Sendung verloren gegangen ist:

Sie haben alle meine Briefe (mit Aus-  
nahme meiner in Magdeburg geschriebenen  
Karte), also alle meine Briefe bis zum  
12. 12. 77 einschließlich, erhalten,

ich habe alle Ihre Sendungen bis zum 20. 12. 77 einschließlich bekommen.

Am 14. 12. war ich im VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften in Berlin und habe mit ~~Ihrer~~ Frau Mai eine Reihe von Einzelheiten, insbesondere den Anhang und die ~~Abhandlungen~~ Abbildungen betreffend, geklärt. Zugleich habe ich ~~ih~~ ihr die farbig ausgezeichneten Kapitel 1 bis 5 übergeben. Am 22. 12. habe ich ihr auch die farbig ausgezeichneten Kapitel 6 bis 9 geschickt, so daß der Verlag - mit Ausnahme von Einleitung und Vorwort - das komplette druckreife Manuskript in zweifacher Ausfertigung (einige Teile dreifach) in den Händen hat. Einleitung und Vorwort werden Anfang Januar 78 nachgereicht; das halte ich so lange wie möglich zurück, um Änderungen und Zusätze, die Ihnen oder mir jetzt noch einfallen, berücksichtigen zu können.

Beim Auszeichnen der letzten Kapitel habe ich natürlich viele kleine Verbesserungen vorgenommen, die ich nicht alle registriert habe; nur zu Kapitel 6, wo besonders viele Änderungen erforderlich waren, habe ich eine Liste angefertigt, die ich Ihnen heute mitschicke.

Leider konnte ich mich in letzter Zeit nicht so intensiv dem Buch widmen, wie ich gern gewollt hätte, denn es war inzwischen zu viele Arbeit liegengeblieben, die alle noch bis zum Ende des Jahres 77 erledigt werden mußte. Aber das ist nun ja nicht mehr problematisch, und Sie können sich die Situation ja selbst sehr gut vorstellen!

Nun zu Ihren Briefen im Einzelnen.

1) "syndicate president" darf ich wohl mit "Gewerkschafts vertrauensmann" oder "Gewerkschafts leitungs vorsitzender" übersetzen: Ich gratuliere Ihnen zu

dieser verantwortungsvollen Vertrauensfunktion, kann mir aber zugleich gut vorstellen, wieviele Mühe und Geduld erforderlich sind, um einen Gehaltsvertrag mit den Kollegen abzustimmen. Ich bin überzeugt, daß Sie einen Weg gefunden haben, um alle Beteiligten maximal zufriedenzustellen!

2) Vielen Dank für Ihren Hinweis auf das Buch von Tutte, die "weak symmetry" betreffend! Die Aussage, daß ein zusammenhängender regulärer Graph ungeraden Grades, der schwach symmetrisch ist, dann auch von selbst symmetrisch ist, hatte ich mir auch selbst überlegt, das ist nicht allzu schwierig, aber daß ich bei geradem Grad nicht weiterkam, ließ mich sehr an meinen mathematischen Fähigkeiten zweifeln! Nun bin ich beruhigt, daß Tutte die Antwort auch nicht kennt! - Ich werde den Hinweis auf das Buch von Tutte in die Fußnote aufnehmen.

Das ganze läuft auf die Frage hinaus, ob man für einen schwach-symmetrischen Graphen stets einen solchen Automorphismus finden kann, der eine gewisse (beliebige) Kante fest läßt, aber ihre Endpunkte vertauscht.

3) Einige von Ihren Hinweisen auf notwendige Änderungen oder Ergänzungen hatte ich inzwischen selbst erledigt. Die übrigen sind inzwischen registriert und in meinem Exemplar des Manuskripts berücksichtigt: Heute oder morgen schreibe ich einen entsprechenden Brief an Frau Mai. Ich werde nie auch fragen, ob wir die Bibliographie noch einmal auf Einheitlichkeit (nach dem Math. Rev.) überarbeiten sollen, möglicherweise macht das dem Verlag zu viel Aufwand. Wichtig ist letzten Endes ja nur, daß jede Literaturstelle eindeutig (und vollständig) gekennzeichnet ist und leicht aufgefunden werden kann

4) Lieber Herr Cvettković, wegen meiner Auslagen (expenses) machen Sie sich bitte keine Sorgen, sie waren erträglich und sind durch die Bücher, die Sie mir geschickt haben, längst abgegolten!

Zum Schluss bleibt mir nur noch übrig, mich eines angenehmen Auftrages zu entledigen: Alle meine Mitarbeiter, die Sie in Oberhof getroffen haben, wünschen Ihnen, Ihrer lieben Frau und Herrn Simić ein gesundes und erfolgreiches Neues Jahr!

Bitte grüßen Sie Herrn Simić und seine Angehörigen auch von uns recht herzlich, und auch Herrn Mitrinović übermittele ich meine besten Neujahrswünsche.

Wir sind, wie immer,  
Ihre

B. u. H. Sachs.



Beograd 9.1.1978.

Dear Michael,

Thank you very much for your mails of December 22 and 25. I hope you received our New year letter in the meantime.

The situation with the book is the following. Sachs wrote all the missing chapters and gave the whole manuscript to the publishers (except for Chapter 0 and the preface, which should be written by Sachs in these days in a fewal form). According to Sachs, the publishers will give the manuscript to the printers about the middle of January (this year)! With some luck the book will come out about the middle of the year. Sachs did really a good job during last month. I had an intensive correspondence to him.

The new contract for the <sup>book</sup> has not yet come. I have not urged about it in order not to disturb Sachs' work. At least we have <sup>the</sup> old contract. Also now I would not ~~not~~ insist about it; the main thing is that the book come out as soon as possible. Anyhow, Sachs will inform us about the state of affairs.

At the end some not essential changes have been performed in your chapter. For example, instead of "SBIB" I have put on a couple of places "symmetric BIBD". One thing remained unclarified ~~in~~ in the footnote to p. 18 (Seidel's construction of "Hoffman-Singleton graph") you are mentioning  $GF(3,2)$  without defining this thing. Please,

inform Sachs, how to settle this thing. Sachs also wanted to know do you wish to thank in the preface to some persons more (typist?),

I hope you will take the part in the proofs since the book is not ~~written till~~ finished by giving the ~~the~~ manuscript to the publishers!

In one of letters Sachs said that the contract with Academic Press would be written soon, but later he has not confirmed it. Maybe, this is the reason why they have not sent us the new contract.

Thank you very much indeed for writing down our joint paper. It is true that I gave initiative for this work but you did the majority of <sup>the</sup> work; having this in mind I agree with the non-alphabetic order of authors under the title as you did!

I have a few non-essential remarks and in order to avoid the loss of the time I leave completely to you to handle them.

The title could be a more precise, e.g. "On some spectral characterizations and embeddings of graphs".

In the sequel  $x^y$  means: page  $x$  line  $y$  from the top, and  $x_y$  means page  $x$  line  $y$  from the bottom.

1<sup>2</sup> The spectrum of a graph G is...  
(the underlined G could be inserted)

2<sup>4</sup> 'gram matrix'; should not it be "Gram matrix"?  
(this holds for some other places, too).

Remark at p. 5  $D_n, E_6, \bar{E}_7$  are mentioned without being defined.

$G_7$   $n \geq 0$  should be replaced by  $n \geq 1$ . ?

Proposition 3.5 Does  $P_n$  mean a path on  $n$  edges or a path of length  $n$ . The first version is more usual and then we have to change something in the formula of this proposition.

$\S_{13}$  as small a number of vertices possible.  
Is this O.K.? (nominally)

The proof of Theorem 3.8 can be performed also in the following way;

$H = L(H')$  for some  $H'$  having, say,  $n$  vertices. Then  $H \subseteq L(K_n)$  and the proof is complete.

$\S_8$  Should not it be "has" instead of "have"?

$10^3$  "or" instead of "on".

Conjecture 3.11 and Proposition 3.12 seem to me to be the same thing. The conjecture reads: If  $\lambda_R(H) = -2$ , then  $H$  is one of (a), (b), (c). But if  $\lambda_R(H) = -2$  then there exists a  $G$  which is regular with  $H \subseteq G$  and  $\lambda(G) = -2$ . Then by Proposition 3.12 the conjecture follows.

Why have not you put Hoffmann's paper on limit points into the references? Because it is not published?

12<sub>8</sub> "Graphen" instead of "Gouphen".

12<sub>3</sub> (1968) instead of (1979).

Capital letters at the beginning of the words in titles of references have not been put in all the places.

I agree with Linear Algebra and Its Applications.

There will be a conference on algebraic aspects of graph theory in Szeged in Hungary this August. I have been invited to deliver one of the principal addresses and I have an intention to speak <sup>something</sup> about "Some possible directions in the further investigations of graph spectra". I would shortly announce also our results; I hope you have nothing against it. Another possibility would be to submit the paper to the conference as ~~a submitted~~ a contributed paper but it is not necessary from my point of view.

Family Zlatanović has returned to Beograd. A few days ago we visited them and they told us the news from Eindhoven.

With kind regards also to your family

Yours sincerely  
Dopov' Vetrovic'

Jhman, 11.1.78

Lieber Herr Cvetković!

Ihre Briefe vom 27.12. und 5.1. habe ich vorgestern bzw. heute erhalten: Für beide vielen Dank! Damit ist die Briefbilanz gegenwärtig komplett: Sie haben den Empfang aller meiner Sendungen (bis auf eine Karte aus Magdeburg) bestätigt, ich habe Ihre Briefe bis zum 5.1.78 bekommen.

Ich will heute nur kurz schreiben.

- 1) Den Brief vom 27.12. werde ich am Wochenende auswerten.
- 2) Zur Bibliographie, Klasse II: Bitte, beachten Sie, daß auch nr. 4 (Godsil) jetzt in Klasse I ist.
- 3) Ich bin gerade dabei, die Einleitung druckreif zu machen: Spätestens am Montag, 16.1., schicke ich Ihnen ein Exemplar.
- 4) Beim Schreiben der Einleitung wurde mir klar, daß wir die Liste der empfohlenen Lehrbücher allgemeiner Art erweitern sollten: Siehe Anlage.
- 5) In wenigen Tagen wird der ~~F~~ Deutsche Verlag der Wissenschaften das Manuskript komplett in der Hand haben.

In Eile mit herzlichen Grüßen von Haus  
zu Haus

Ihr  
Hort Sachs.

copy: Dn. J. Gethovic

# EINDHOVEN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

Department of Mathematics  
P.O.Box 513  
Eindhoven  
The Netherlands

Prof. M. Doob  
The University of Manitoba  
Dept. of Mathematics and Astronomy  
WINNIPEG, Canada.

Eindhoven, January 13, 1978.

Dear Michael,

Your letter of December 22 with the manuscript arrived today. Thank you for this, and for all your good wishes. Here are some answers and remarks.

1. The reference for the remark on page 5 is Milnor - Husemoller, Symmetric bilinear forms, one of the last pages of the book, where  $\det = 1, 2, 3, 4$  are explicitly stated. page 139
2. I advise you to insert the definition of unicyclic.
3. In the references [2], [3] you should copy the official names of the authors P.J. Cameron, J.J. Seidel, etc., and not abbreviate to P. and J.
4. I advise you to insert in the introduction an acknowledgement to F.C. Bussemaker. I think that he deserves this (what would we be without him?), and also reasons of personel policy within our university make this desirable.
5. I will have Frans check the relevant data in the manuscript.
6. I was amused to read your appreciation of Van Agt's spoken Dutch. This is an interesting aspect, which I did not notice before. It is about the only positive comment I hear about him these days!
7. For half a year PvdA, CDA, D66 tried to form a government. They failed. I think both are to blame for this. The PvdA perhaps tried to play a too strong hand, and CDA was too stubborn (also caused by internal difficulties since they are a coalition of 3 parties themselves). Anyhow, at the end CDA turned to VVD (called liberals, but conservatives really), and they quickly agreed. However, their difficulties are yet to come. Their majority in parliament is almost nonexistent, since 8 members of CDA openly declared that they would prefer a coalition with PvdA. It will be an interesting period to come. Many people think that the new coalition will not stand firm for long. Personally, I am not so sure, although there are several weak spots in the government now. We do not know anything about the new minister of education. The old one was not our friend, so maybe the new one is better.
8. Ada is finishing the financial side of her Unicef job, and then she will go to winter sports. We will have Don Higman, Don Taylor, and perhaps others for the first half year of 1978. Like is in New Zealand for  $\frac{1}{2}$  year and amuses herself very well, according to her letters. Willem does well. He found several  $2-(71, 15, 3)$  designs, and wrote a couple of papers. His degree is for next year.
9. Give our love to your family. We really appreciate your interest in Holland and the Dutch people.

Kind regards, *JMP*

Hummer, 19.1.78

Herzliche Grüße!

In Eile Ihr

Horst Sachs.

pädlog:

Introduction

Brief folgt.

Jhmenau, 24. 1. 78

Lieber Herr Cvetković!

Nachdem ich in den vergangenen beiden Wochen etwas krank war und nur das Wichtigste erledigen konnte, will ich Ihnen heute endlich den lange überfälligen Brief schreiben!

Zunächst zur Briefbilanz:

Ihren Brief vom 5. 1. 78 habe ich erhalten (das ist der letzte Brief von Ihnen) und am 11. 1. beantwortet.

Am 19. 1. habe ich Ihnen ein Exemplar der "Introduction" geschickt (ohne Brief, nur mit kurzem Gruß).

Nun zu Ihrem Brief vom 27. 12. 77, den ich noch nicht richtig beantwortet habe: Wir bedanken uns herzlich für Ihre Einladung, Sie im Anschluss an die Tagung in Szeged in Belgrad zu besuchen! Bitte sagen Sie auch Herrn Simić unseren besten Dank für sein Angebot, seine Wohnung zu benutzen. (Bitte sagen Sie ihm auch, daß wir uns



nür seine guten Wünsche zum Neuen Jahr sehr gefreut haben!). Leider glaube ich kaum, daß es möglich sein wird, Sie zu besuchen - das ist sehr schade. Ein Grund besteht darin, daß bei uns das neue Semester bereits am 1. September beginnt und wir daher nur im August Urlaub nehmen können. Eine Einladung zu einer Tagung in Odessa im September werde ich auch absagen müssen. In diesem Jahr ist auch der August gut ausgefüllt: IMU-Kongress in Helsinki und unmittelbar anschließend die Tagung in Szeged. Ob ich nach Helsinki fahren kann, ist freilich noch nicht entschieden (werden Sie teilnehmen?). Jedenfalls hoffe ich sehr, daß wir uns in Szeged treffen können! Liebe Familie Cvetković, wir hoffen, daß es doch einmal gelingen wird, uns in Jugoslawien zu treffen! Noch einmal für Ihr freundliches Angebot ganz herzlichen Dank!

Lieber Herr Cvetković, Ihre Korrekturwünsche im Brief vom 27.12.77 habe ich alle eingearbeitet (bis auf eine Rückfrage an Doob: Was ist  $GF(3,2)$ ?) und eine entsprechende Liste an Frau Mai vom Deutschen Verlag der Wissenschaften weitergeleitet: Einen Durchschlag dieser Liste (datiert: 19.1.78) schicke ich Ihnen heute mit. Bitte wundern Sie sich nicht, daß diese Liste nicht alle Ihre Korrekturhinweise enthält: Einige Korrekturen hatte ich bereits vorher selbst vorgenommen und in das Original-Manuskript eingebracht. Außerdem sind in der Liste auch einige Korrekturwünsche enthalten, die ich selbst hinzugesetzt habe. Sind Sie mit den vorgeschlagenen Änderungen einverstanden? Außerdem sende ich Ihnen heute einige weitere Korrekturen, die ich bereits an Frau Mai übermittelt habe:

3 Korrekturen zu den Kapiteln 1, 2, 3,  
datiert: 15.1.78

Eine zusätzliche Fußnote zu  
Kapitel 5, Zeile 6<sup>11</sup>:

hierbei handelt es sich um ein (nach meiner Auffassung) „hübsches“ Resultat, das Herr Stiebitz erst kürzlich erhalten hat: Die konstruierten Multigraphen haben eine transitive Automorphismengruppe und trotzdem nur einfache Eigenwerte!

Ich weiß nicht, ob ich Ihnen die folgenden beiden Korrekturen zu Kapitel 4 schon mitgeteilt habe:

Ch. 4, 22<sub>10</sub> : ... (Fig. 4.6) and let

$G$  denote a cubic multigraph;  
what ...

FN 2 : Hier ist am Schluss der Fußnote hinzuzufügen:

(see Theorem 0.12).

Heute schicke ich Ihnen nun das Vorwort (zusammen mit dem Inhaltsverzeichnis): Gestern habe ich es an den Verlag geschickt, so daß der Verlag jetzt das komplette Manuskript hat!

Eigentlich ist das ein guter Grund zum Feiern: Wir werden heute abend eine Flasche Wein aufmachen und auf das Wohl von Familie Cvetković und Familie Doob trinken!

Die „Danksagung“ am Ende des Vorworts muß noch vervollständigt werden (bei der Korrektur): (i) Sollten wir nicht die Sekretärin aus Eindhoven, die Chapter 7 geschrieben hat, namentlich erwähnen? (ii) Ich werde Doob fragen, wen er erwähnen will. (iii) Die Verlagsmitarbeiter (z. B. Frau Mai, eventuell der Zeichner, der die Figuren [außer denen im Appendix, die für die unsere Zeichnungen übernommen werden] einheitlich gestaltet) sind auch noch anzuführen.

Schließlich bleibt noch die Frage einer Widmung (vielleicht: „Unseren Frauen“?). Bitte schreiben Sie, was Sie davon halten.

Lieber Herr Cvetković, das war wohl das Wichtigste. Alles, was uns jetzt noch einfällt, insbesondere Korrekturen, sollten wir sorgfältig aufschreiben und ordnen, damit wir es bei der Fahnenkorrektur berücksichtigen können.

(Ich weiß nicht, ob es Fahnen geben wird, vielleicht ~~mit~~ nur Bögen [nach dem Umbruch] (?)). Ich werde für diesen Zweck eine Kartei anlegen: Bitte, schicken Sie mir von Ihren Bewerbungen jeweils eine kurze Notiz.

Sie können mir glauben, daß ich diesen Brief mit weitaus leichtem Herzen schreibe als manchen anderen an Sie zuvor!

Mit herzlichen Grüßen  
von Haus zu Haus

Ihr

Horst Lohm



THE UNIVERSITY OF MANITOBA

DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND ASTRONOMY

WINNIPEG, CANADA

January 26, 1978

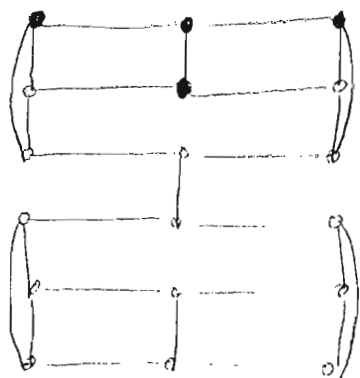
Dear Drages, ✓

Thank you for your letter of January 9 and for your new year card.

Concerning our paper: I have included all the minor changes that you mentioned. Actually I sent you a first draft and had already corrected most of them (and even found a few more). Enclosed is a copy of the paper that I sent to Linear Algebra and Its Applications. With proposition 3.5 I have used  $m$  ~~to be~~ <sup>as</sup> the number of edges in the path, as usual. For a path with an odd number of edges it is necessary to add on two more edges to complete the circuit that has  $P_m$  as an induced subgraph. For  $m$  even one needs three more edges.

I have changed the proof of theorem 3.8 to use  $L(K_n)$  as you suggested. It is a better proof. Incidentally, using the other proof you can do the following with  $K_{1,3}$ : imbed  $K_{1,3}$  into a regular graph using the Fark construction as

described by Hoffman [8] except use  $K_{1,2}$  as the initial graph being embedded.  $K_{1,3}$  will sit in the graph also. This is what you have in the smallest case:



regular of degree 3 containing  $K_{1,3}$

$$A(G) = A_1 + A_2$$

so that  $\lambda(G) \geq -1 + \sqrt{2}$

↑ vertical edges      ↑ horizontal edges

Since this construction generalizes to arbitrarily large degrees, we have  $\mu_R(K_{1,3}) \geq -1 - \sqrt{2}$ . On the other hand Hoffman has shown that  $\mu_R(G) > -1 - \sqrt{2} \Rightarrow \mu_R(G) = -1$  or  $\mu_R(G) = -2$ .

$\mu_R(G) = -1 \Rightarrow G$  is a clique, of course and  $\mu_R(G) = -2 \Rightarrow G$  is a line graph or  $G \subseteq CP(t)$ .

Since we conclude  $\mu_R(K_{1,3}) = -1 - \sqrt{2}$ . This is better than

Hoffman's result  $\mu_R(K_{1,3}) \geq -1 - \sqrt{3}$

The difference between Conjecture 3.11 and Proposition 3.12 that it is possible to have  $H \subseteq G_i$ ,  $i=1,2,3, \dots$

with  $\lambda(G_i) < -2$  but  $\sup \{ \lambda(G_i) \} = -2$ . If the  $G_i$  are regular then  $\lambda(H) \geq -2$  and it could be that  $\lambda(H) = -2$  but it is not contained in a regular graph  $G$  with  $\lambda(G) = -2$ . When the degree is large this can't happen as Hoffman has shown, but it might happen with graphs of small degree. But I don't think that this happens and hence I put it in as a conjecture.

You should feel free to present this work in Hungary or anywhere else that you like. I will send an announcement to the Notices of the A. M. S. so that we will have established our priority.

I was a little surprised that Sachs sent his chapters directly to the publishers since I thought that I was going to check them over. I am expecting that you want me to check all the galley sheets and to certify that they are in good English to the publishers. I am happy to do this, of course. I have to ask you a very awkward question, the reason for which I shall explain below. Since we are still working under the old contract, does this mean that I am no longer a co-author? I am sorry to ask a question that might



It's a little embarrassing for you, but I must because I have applied to the National Research Council for money to invite you to come to Winnipeg as a "distinguished foreign visitor". I have not <sup>told you of this yet</sup> ~~and I can not~~ formally invited you until April 1 ~~and~~ when the new N.R.C. budget is approved, but informally I can tell you that there is no problem. Your air fare and accommodations would be provided plus a stipend to cover your other expenses while here. You could come any time after April 1. I shall be in Winnipeg from that time until about August 15 continuously. The minimum stay ~~is~~ would be three weeks, but you could stay as long as you like. The reason for this invitation (as far as N.R.C. is concerned) is to finish working on the book of which we are co-authors. So you now see my problem. If we revert to the situation where I am credited with Chapter 6 on the title page, I have to change the story I am telling to N.R.C. So let me know what the situation is and let me know if you would like to come here. It is no ~~not~~ problem for me to cancel the whole thing if you don't want to come here this summer.

We had only a short time together in Eindhoven and Belgrade. I'm sure we would find a more extended period to work together fruitful.

I have written to Sachs about the preface and the problem of PG(3, 2) as you suggested. I have also sent him a copy of our joint paper.

Do you have a TELEX terminal ~~at~~ at the University of Belgrade?

What happened with your possibilities of moving to Novi Sad?

I think the Van Werkum's are going to be in Winnipeg in May. We can then find out what is happening to "our" apartment.

Best regards to your family. Does Zora continue to work as before? Judy is going to University here one night a week to study an advanced French course.

Best wishes,  
Michael

Beograd 30.1.1978.

Dear Mr. Sochs,

Thank you very much for your card from Magdeburg and for the good wishes in the new year. I received also your letters of 11.1. and 19.1. The last letter of mine was sent on January 5 and you already confirmed the receipt.

You have completed the introduction quite well and I have ~~no~~ no further remarks.

In the meantime you have certainly written down the preface; I am very happy since we finished the big job.

Now we certainly have a ~~few~~ few months rest. In the proofs we should also cooperate as much as possible. When you tell me the plans of the publishers I shall, maybe, have some proposals how to do this.

By the way, I have not received new contract for the book but I do not insist on this question, since this can cause further loss of time. The main thing now is that the manuscript goes to the printers as soon as possible.

Please find enclosed some new reprints (2 papers, 2 copies of each). The reference [Šoka] in our bibliography should now be completed by: 22(36)(1977), 267-269.

With kind regards

Yours sincerely  
Draško Vuković

31. 1. 1978.

Dear Mr. Sachs,

Just when I was ready to go to the post office in order to post this mail, your letter of 24. 1. came. Thank you very much indeed for it. Now the manuscript is really complete! We shall also celebrate this event in a similar way.

There are some little remarks for the preface, p. 4. Gutman is now in Kragujevac and not in Zagreb and A. Graovac is not in Belgrade; he is in Zagreb. The names of the girls in Eindhoven, who typed for me, I have forgotten. If I find out them I shall tell you; they were very nice and useful.

I agree with all other things. The references to Nash-Williams and Hoffman at the beginning are very well chosen.

We are very sorry that you will not <sup>be</sup> able to come to Belgrade. If still you can you will be welcome. Maybe before the conference or during the conference?

I have been invited to deliver a lecture at a Szeged conference and I applied a lecture with the running head: "Some possible directions in the further investigations of graph spectra". If I unde

stand well they ~~was~~ have forgotten you. I would be free to propose to the organizers a) to invite also you → b) to invite you instead of me or c) to invite also you in such a way that we jointly deliver an address there. I think that you should be at this conference and they invited me certainly because I invited Boboi to come here (he has not yet come). The variant c) can be supported by the fact that we just wrote a book essential for the conference and that we have to say something. Our book also may be printed with some luck in that time! Please tell me your opinion about this topic.

Concerning the dedication of the book, I would support the idea to dedicate it to our wives. On the other hand both, you and Doob, have not definitely answered such a question of mine. So I would not be so categorical with such wishes. Another variant would be the thank in the preface our wives for supporting our work. (My wife is called ZORA and Doob's, I think, JUDY). Prof Collatz (as a candidate for dedication) has in fact not contributed very much to the Heavy and also then we should mention also Smogowitz. Hoffman and Seidel contributed very much to graph spectra but I think not quite in the spirit of this book. So, my proposal is if we dedicate the book to somebody, that should be our wives.

With kind regards

Yours sincerely  
Draeger's letter

Beograd 4.2.1978.

Dear Michael,

Thank you very much indeed for your letter of January 26. I was very surprised and pleased when I learned that you have an intention to invite me to Canada! Thank you very much indeed for this. Of course, I would accept this invitation. I hope some new results would come out from this visit.

Concerning our book nothing is changed. Sachs sent me the first page of the manuscript which looks like this:

Dragoš M. Coethović  
Michael Dorb  
Horst Sachs

Spectre of graphs

— A monograph —

Also in the preface all three authors are treated as collectively responsible for the book etc. (Probably Sachs sent you in the meantime the preface). Why they have not made a new contract — I still do not know. But that has no consequences to your position regarding the book.

Concerning Sachs' chapters I would a little bit defend him. Last fall I told him the follo-

wing story. In the first half of 1978 a procedure will start in which I should be reelected at my position at ~~the~~ my university with good chances to get a higher degree (Associate Professor). For that reason the fact that the book is <sup>finished and</sup> in press would be of advantage. I told him this because it is true but also because it can contribute that he works more quickly. And I really think that Sachs did a good work and saved a few months in the procedure of publishing the book. Maybe, this contributed that he did not send these chapters to you.

Also we had some difficulties in making copies. Sachs does not have a suitable gadget for making copies. So he sent me some parts of the manuscript (first copy) to produce copies here. I made a few copies (the publishers want to have 3 copies of the manuscript!) and sent him back. But that causes a lost of time, troubles with the post office (I still personally post my mails) etc. ~~So~~ Sachs finally found a good gadget for making copies somewhere in Berlin but again not without troubles. So we where discussing shall we send to you a good copy of the whole manuscript and we gave up. At the present I have only a very bad copy of the manuscript.

You have read practically the whole manu-

script and I believe that you possess the copies of some chapters. Write to Sods if you want to have some particular chapters and I shall remember him that he should send you chapters 4, 5 and the preface.

Concerning our joint paper, I agree with your changes and I have no further remarks.

Unfortunately, we do not have a TELEX terminal at the University.

Our moving to Novi Sad or to Kragujevac does not come into the question at the moment. It is not quite bad also here. There are some possibilities that my brother leaves the house. Then we would have the whole house which would be acceptable. Another possibility is that my wife gets from her school a comfortable flat somewhere in new buildings. The building a new <sup>(private)</sup> house at the same place is rather expensive (in Belgrade) and we do not consider this possibility seriously at the moment. To buy a new house or flat is almost impossible because of the shortage of such things. We constantly improve our old house. Since the time you were here we bought some nice new furniture.

Concerning again my visit to Canada, I would



-4-

(because of the duties at the university)  
come there after June 15<sup>th</sup>. Is it convenient to you?  
Of course, for further details we still have the time.

Kind regards to you and to your family  
also from Zora and Mladen

Yours sincerely  
Draško Bežanič

Beograd 9.2.1978.

Dear Mr. Sachs,

In my mail with letters of 30.1. and 31.1. I confirmed the receipt of all your mails up to 24.1.78.

In the meantime I received a letter of Mr. Doob. The main news, at least concerning me, were that he wants to invite me to Canada for a few weeks. This is not yet an official invitation but, of course, I accepted it at least in principle. Connected with this, he was asking me about the following thing. When applying to Canadian Research Council to get money for my visit, he said that he is a coauthor of our book. Now he is a little bit afraid because he has not got the new contract for the book (as well as me) and hence we are working still under the old contract where he is not a coauthor! I said him that these things with the contract are only administrative and not essential. According to our talks in Oberhof, with which Doob agreed, we all three are the coauthors certainly in the meantime. You send him the preface and the page with the title of the book.

Concerning further work on the book I would ask you to tell me the date when I should type additi-

references and what is the latest date to make the changes (of course, only very necessary changes if any). Concerning the proofs, I think that the people of DVW should perform corrections as much as possible. In that moment all three authors should receive a complete copy of the whole book (if possible each author 2 copies). Doob should pay special attention to the English. I could, for example, check the cross-references etc. Doob and I should send our corrections to you and you could write them with your corrections and send to the publishers.

Mr. Gutman promised to write a review of the book for Theor. Chim. Acta (Berlin). A copy ~~more~~ of the book ~~more~~ (in the time of corrections) would certainly help him to write the review. So, if possible I would ask ~~the~~ three copies for corrections.

Please let me know, which chapters have you sent to Doob. For the remaining chapters I would make the copies and send him. Did you send him chapters 4 and 5?

With kind regards

Yours sincerely  
Draško Vekarić



The University of Manitoba

Department of Mathematics and Astronomy

Winnipeg, Canada R3T 2N2

February 17, 1978

Dr. D. Cvetković,  
Lamartinova 44,  
Belgrade,  
Yugoslavia.

Dear Dragos̃:

Thanks for your letter of February 4. The following details pertain to your visit this summer.

1. I have enclosed a letter which you can present to the appropriate authorities at the Canadian Embassy. I have been in contact with the Immigration authorities here, and they tell me that it should take about two weeks to obtain a visa.
2. The best air connection seems to be Belgrade - Amsterdam - Winnipeg. There is a flight on each Wednesday that gets into Amsterdam at 5:10 and has a connection to a C.P. Air flight that leaves at 6:00. Wednesday, June 14 would be a possibility depending on your obligations.
3. You will receive a stipend of \$900 to cover your food and incidental expenses while you are here.
4. If by some chance you would like to come with Zora, I can arrange for appropriate accommodations. The cost to you would be about \$150. Assuming an APEX fare, which I shall explain in a moment, her air fare would be \$530 which is about 8650 Dinars if you leave Belgrade before June 15 and \$647 which is about 10600 Dinars from June 15 onwards. The APEX (which stands for Advanced Payment Excursion) fare is the lowest available, but to get such a ticket you have to buy it 45 days before you leave Belgrade (I can do that here) and you then cannot make any further alterations to your itinerary. Your trip is limited to a maximum of 45 days. Incidentally,

.... 2

there is no obligation for you and Zora to both go and come together. I realize that her obligations in Belgrade may make all of this impossible, but I thought I would mention it just in case it might be possible.

5. Let me know of the day or range of days that you want to leave and also when you want to return.

Concerning the book, the title page looks fine to me, but I think it would be more appropriate if my name appeared ~~before~~ <sup>below</sup> that of Sachs.

By coincidence we have been getting new furniture for our house, too. Although we have been living in our house for five years, this is the first time we have seriously decorated our living room. It is fairly large being 3.5 meters across and 7 meters long so we had a lot of choosing to do. Since I have a desk in the same room, we thought about the furniture arrangement quite a bit. You'll see the results soon.

There is a new paper: Charles Johnson and Morris Newman, A Note on Cospectral Graphs. It is to appear in J.C.T. It looks at an adjacency matrix where the usual 0 is replaced by 1 and the usual 1 is replaced by an indeterminate  $x$ . They have an interesting corollary in which they give a necessary and sufficient condition for a pair of cospectral graphs to have cospectral complements. Johnson's address is Institute of Physical Science and Technology, University of Maryland, College Park, Maryland 20742, U.S.A.

Best wishes, as always, to Zora and Mladen.

Sincerely,



M. Doob.

MD/bp  
encl.

Jhnuwan, 19. 2. 78

Lieber Herr Cvetković!

Für Ihre Briefe vom 30.1.78, 31.1.78 und  
~~11~~ 9.2.78 danke ich Ihnen sehr! Ich  
freue mich, daß Sie alle meine Sendungen  
erhalten haben und mit dem Vorwort  
und der Einleitung zufrieden sind.

Bevor ich auf die Briefe im Einzelnen  
eingehe, will ich mitteilen, daß ich  
gestern an Frau Mai vom VEB  
Deutscher Verlag der Wissenschaften geschrieben  
habe und ihr dabei auch einige  
Schreibfehler und sonstige Versehen  
mitgeteilt habe, ich schicke Ihnen  
einen Durchschlag der Liste mit den  
Fehlern mit. Ich weiß nicht, ob Frau  
Mai das noch in das Manuskript  
eintragen kann oder ob wir bis zur  
Korrektur warten müssen. Da ich  
in unserem Seminar eine Vortrags-  
serie über Spektren halte, werde ich

im Englischen muß wahrscheinlich die Anrede Mr., Mrs., Miss jedesmal neu geschrieben werden (oder ganz wegbleiben?); wenn man die Anrede schreibt, muß wohl bei den Damen der Vorname des Ehegatten geschrieben werden (also z. B. Mrs. Michael Doob) - ich werde Herrn Doob bitten, das in Ordnung zu bringen und gleichzeitig die Liste der Namen zu ergänzen.

Zur Tagung in Szeged bin ich natürlich von Herrn Lovász eingeladen worden (und auch um einen Vortrag gebeten worden), und ich hoffe sehr, daß es mir möglich sein wird, teilzunehmen; die offizielle Entscheidung muß ich noch abwarten. Herr Lovász wird uns im Mai für 2 Wochen besuchen, bis dahin werde ich sicher wissen, ob ich fahren kann. Ich danke Ihnen sehr für Ihre Angebote,

aber Sie sehen, es ist alles in Ordnung.  
Wegen des Vortrags sollten wir in  
Kontakt bleiben. Gegenwärtig gelingt  
es nur ~~mir~~ (besonders Herrn Stiebitz),  
noch einige (kleine) Resultate über  
die Eigenwerte von Graphen mit  
transitiver Automorphismengruppe  
zu gewinnen: Ich würde diese gege-  
benenfalls gern in den Vortrag ein-  
beziehen, weil das dann wirklich neu  
ist. Auf jeden Fall sollten sich beide  
Vorträge ergänzen: Ich werde Ihnen  
schreiben, sobald ich mehr weiß.

Was die Widmung betrifft, so teile ich  
Ihre Meinung und werde Herrn Doob  
bitte, sich nach Möglichkeit anzu-  
schließen: Er kann sicher auch die  
beste Formulierung (ob mit oder  
ohne Nennung der Namen) geben.  
(Der Brief an Doob liegt schon  
entworfen auf dem Schreibtisch, ich



werde ihn in den nächsten Tagen schreiben lassen. Ich hoffe, noch einmal bessere Exemplare der Kapitel 4, 5 sowie vom Vorwort und <sup>von</sup> der Einleitung zu erhalten, aber das ging leider nicht, so daß ich ihm nur Durchschläge [auf dünnem Papier] schicken kann.)

Brief vom 9.2.78

Ich hoffe, daß Ihre Reise nach Kanada bald zustande kommt! Fahren Sie möglichst im Sommer, aber nicht zu spät, denn im Juni wird die Steppe braun (und das Getreide reif), dann verliert die Landschaft ihre Schönheit. Vielleicht können Sie von Winnipeg aus die Nationalparks in den Rockies besuchen! Ich hoffe, daß Ihre Frau Sie begleiten kann, das wird - abgesehen vom mathematischen Austausch - sicher ein schönes Erlebnis. An Frau Mai habe ich sofort geschrieben und gebeten, die Sache

mit dem Autorenvertrag für Herrn Doob  
(und Sie und mich) so bald wie  
möglich in Ordnung zu bringen:  
ich verstehe gar nicht, warum diese  
lange Verzögerung eingetreten ist,  
denn Herr Arnold vom VEB DVW hatte  
mir ja schon im vergangenen Jahr fest  
zugesagt, daß Herr Doob den Vertrag  
anläßlich seines Aufenthaltes hier  
(das war am 12. Juli 77) bekommen soll.

Trotzdem ist das natürlich nur eine  
Formalität, und ich werde Herrn Doob  
noch einmal ausdrücklich schreiben,  
daß er sich als Mitautor betrachten  
soll.

Ihre Fragen und Vorschläge bezüglich  
der Korrekturen habe ich an Frau  
Mai weitergeleitet. Ich finde Ihren  
Vorschlag einer (teilweisen) Arbeits-  
teilung ganz ausgezeichnet:

Herr Doob: Schwerpunkt und Haupt-  
augenmerk ist die sprachliche  
Form,

Sie: Schwerpunkt Literaturangaben und  
Querverweise, hinsichtlich Chemie  
und chemischer Literatur wird Sie  
sicherlich Herr Gutman weiterhin  
unterstützen,

ich: Koordination u.s.w.

Vielen Dank auch an Herrn Gutman  
und sein Angebot, eine Rezension  
zu verfassen! Es dürfte mir gut sein,  
wenn diese gleichzeitig (etwa) mit dem  
Buch erscheint.

Ich schicke erst jetzt Kapitel 4 und 5  
an Doob (leider in einfacher Qualität).

Ich werde demnächst schreiben (an Sie)  
und mitteilen, wie viele Kopien von  
den einzelnen Kapiteln ich übrig behalten  
habe, bis dahin warten Sie bitte  
noch mit der Anfertigung von  
Kopien.

So, das wäre wohl das Wichtigste!

-8-

Hier ist es in letzter Zeit sehr kalt geworden ( etwa  $-15^{\circ}\text{C}$  ), und viele Leute sind erkrankt. Mir geht es gut, meiner Frau auch, nur belastet die Kälte das Herz stark, und das spüre ich. Es liegt Schnee und in den Bergen wird viel Wintersport betrieben.

Liebe Familie Cvetković, wir wünschen Ihnen alles Gute und bleiben mit den besten Grüßen

Ihre

Barbara und Horst Sachs.

Jlunau, 28.2.78

Lieber Herr Coetković!

Ganz in Eile schicke ich Ihnen zu Ihrer Information den Durchschlag eines Briefes an Frau Mai - Auf meinem Brief vom 18.2.78 an Frau Mai (mit all den Fragen, die Sie gestellt haben) habe ich noch keine Antwort erhalten.

Mit besten Grüßen  
von Haus zu Haus!

Ihr  
Hort Sachs

H Sachs

München, 28.2.78

Frau

B. MAI

DVIV

108 Berlin

Durchsicht

für Herrn Cvetković  
zur Information

"Spectra of Graphs"

Sehr geehrte Frau Mai!

Mit einem kleinen Schreck habe ich festgestellt, daß in meinem Exemplar des Manuskripts in Kapitel 2 eine Seite fehlt (Seite 44 a zwischen den Seiten 44 und 45): ich hoffe, daß diese Seite im Original vorhanden ist. Schreckenshaft habe ich den Text nach meinen Unterlagen rekonstruiert (möglicherweise nicht wörtlich), ich schicke Ihnen in der Anlage diese fehlende Seite (zweifach) zugleich eine Liste von Fehlern, die mir bei der Durchsicht von Kapitel 2 aufgefallen sind.

Mit freundlichen Grüßen!

Ihr

Horst Sachs

Beograd 6.3.1978.

Dear Michael,

Thank you for your letter of February 17.

The earliest term of my departure from Belgrade is certainly June 10. So, your proposal for June 14 could come into the consideration. On the other hand, my wife probably will not be able to leave Belgrade before July 5. Since she does not like to travel alone, I would consider the possibility to wait for her so that we travel together. But this depends also on other things; if I want to meet some other people at your University, I probably should come ~~down~~ in the course of June, since in July the people are on holidays. The middle of ~~June~~ August would be the latest term of our return.

Now, another couple of questions. When I once am at your continent, it would be a pity if I would not visit some other places and meet some other persons. I have in mind Hoffman and Copobianco in New York (what do you know about Copobianco? I exchanged a couple of letters with him since he wrote a paper on graph equations) F. Harary in Ann Arbor and G. Chartrand in Kalamazoo. Having in mind these possible visits on my way

to Winnipeg it seems reasonable for me to start as early as possible. Another problem is the air fare, since it is certainly more expensive to interrupt the flight, for example, in New York than to flight directly to Winnipeg. (By the way, shall I pay for the air ticket here and then get the money back when I come to Canada or shall I get somehow the ticket without paying for it?) On the other hand, is there a possibility to make an excursion from Winnipeg, say, to Kalamazoo or Ann Arbor in a suitable way? (Maybe by bus or train?) Of course, also on our way back we could stop by somewhere. Please, tell me what do you think about these possibilities. What would you propose? (I have not yet informed the above mentioned persons about my trip to the continent of America).

What do you plan for my stay in Winnipeg? Are there other persons ~~which~~ who are interested in similar problems as we? Tell me in a few lines something about Winnipeg, about your University, your house, possible accommodations for me if I am alone or if I am with my wife etc.

With kind regards to you and your family  
Yours sincerely  
Joseph Kethoric



Beograd 27.3.1978.

Dear Mr. Sachs,

Thank you very much for your letters of 19.2. and 28.2. I did not hurry to answer them since now the things are not so urgent.

Mr. Babai visited us last week eventually. He delivered a lecture on graph isomorphism algorithms and we exchanged several informations and discussed some things. He told me that Hoffman, Biggs and Seidel would come to Szeged but he does not know about which subject would they report. (For Seidel I know, he will speak about his 2-graphs and he will present another similar paper, joint with Burrmeister). He wants if we want to deliver our lectures one immediately after another, that could be arranged; we only need to tell this wish to the organizing committee. All the lectures (invited or contributed) will last 30 minutes. At a separate page in this letter you will find some data about my lecture. If you have some suggestions, please, let me know. Of course, I can change almost everything, if ~~you think~~ necessary, including the title.

Mr. Babei had a look into the manuscript of our book. He read chapter 5 and gave a few non-essential remarks. I am enclosing herewith also a page with his remarks.

I am slowly planning my trip to Canada. The preparations include the attending an advanced course in English. Probably my wife will go with me; it depends on her duties in her school. Maybe, I shall leave Belgrade on June 14 and will return on August 15 at latest.

We were all ill a little during March (nothing seriously). In one moment we all three were ill and also my wife's mother who came to help us! The reason was the changeable weather.

With kind regards to you and to Mrs. Seck.

Yours sincerely  
Dopod' Leticic

Kopenhagen - Lyngby, 27.3.78

Lieber Herr Cvitković!

Seit zwei Wochen bin ich in Dänemark, wo ich in Aalborg und Aarhus einige Vorträge hielt, und die Rückfahrt führt mich über Lyngby (Vorort von Kopenhagen, dort ist die Technische Universität Dänemarks), endlich finde ich etwas Zeit, Ihnen zu schreiben - Sie werden sicher schon lange auf einen Brief von mir warten!

Zuerst will ich etwas erfreuliches mitteilen: Herr Stiebitz (und ich) konnten die Resultate über das Vorkommen einfacher Eigenwerte, wenn  $G$  (ungerichtet, zusammenhängend) eine transitive Automorphismengruppe  $\Gamma$  hat, verschärfen, und zwar gilt:

Es sei  $n = 2^{\alpha} \cdot k$ , wobei  $k$  ungerade ist, und es sei  $Z(\Gamma) - 1$  die Anzahl der verschiedenen Möglichkeiten, die Zahlenmenge (= Knotenpunktmenge)  $X = \{1, 2, \dots, n\}$ , auf der  $\Gamma$  operiert, in (genau) 2 ~~Impunitivitäts~~ Imprimitivitätssysteme einzuteilen. Dann ist  $Z(\Gamma)$  eine Potenz von 2,

etwa  $z(\Gamma) = 2^\xi$ , wobei  $\xi \leq \alpha$  ist,

und es gilt:

- 1) Die Anzahl der einfachen Eigenwerte von  $G$  - nennen wir sie  $\sigma = \sigma(G)$  - ist nicht größer als  $z(\Gamma)$ , es gilt also:  $\sigma \leq z(\Gamma) = 2^\xi \leq 2^\alpha$ .

Allein aus der Anzahl  $n$  der Knotenpunkte entnimmt man also die Schranke  $\sigma \leq 2^\alpha$ ; wenn man  $\Gamma$  kennt, kann man mehr aussagen, nämlich  $\sigma \leq z(\Gamma)$ .

Die Schranken sind (zumindest für  $k=1$ , aber ich glaube, Herr Stiebitz kann es inzwischen für beliebiges  $k$  zeigen) scharf:

Es sei  $A_0 = (0)$ ,  $A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ , ... ,

$A_{s+1} = \begin{bmatrix} 2A_s & I \\ I & 2A_s \end{bmatrix}$  ;

Der Graph  $G_\alpha$  mit der Adjazenzmatrix

$A_\alpha$  hat  $2^\alpha$  Knotenpunkte, eine transitive Automorphismengruppe und  $2^\alpha$  einfache Eigenwerte, welche äquidistant liegen:

$\lambda_i = 2^\alpha - 1 - 2(i-1)$  ( $i=1, 2, \dots, 2^\alpha$ )

- 2) Die Anzahl der rationalen Eigenwerte - mit ihren Multiplizitäten gezählt - ist nicht kleiner als  $z(\Gamma)$ , die Zahl  $z(\Gamma)$

$G_\alpha$  ist regulär vom Grade  $2^\alpha - 1$

tritt also einmal als obere und zugleich einmal als untere Schranke auf:

Anzahl der einfachen Eigenwerte  $\leq z(\Gamma)$

$\leq$  Anzahl der rationalen Eigenwerte.

Jetzt versuchen wir, herauszubekommen, ob die Gruppentheoretiker mehr über  $z(\Gamma)$  wissen.

[ Ein Beispiel: Ist  $\Gamma$  die Klein'sche Vierergruppe:

$$\Gamma = \{ (1), (12)(34), (13)(24), (14)(23) \}, \text{ so ist}$$

$z(\Gamma) = 4$ ; es gibt  $3 = z(\Gamma) - 1$  Möglichkeiten,

die Ziffern 1, 2, 3, 4 in zwei Inzitivitäts-systeme einzuteilen, nämlich

$$\begin{array}{l} 1, 2 \mid 3, 4 \\ 1, 3 \mid 2, 4 \\ 1, 4 \mid 2, 3. \end{array} \quad ]$$

In das Buch soll das aber nicht mehr mit aufgenommen werden (nur Literaturhinweis, der jetzt [SaSt] lauten wird).

Nun zur Korrespondenz mit dem Verlag. In

einem Brief, den ich kurz vor meiner Abreise nach Dänemark erhielt, teilen Frau Mai und Herr Arnold folgendes mit:

- 1) Das Manuskript wird voraussichtlich noch bis Ende Mai im Verlag sein, es wird darum gebeten, die Zeit zu nutzen,

um so viel wie möglich zu korrigieren, bevor das Manuskript in die Druckerei geht

(vielleicht überlege ich es mir und nehme doch noch das oben genannte Resultat kurz (ohne Beweise) in den Text auf).

Bitte schreiben auch Sie mir alle Verbesserungsmöglichkeiten bis Mitte Mai.

2) Es werden 8 Wochen Korrekturzeit (von Druckerei an Druckerei) veranschlagt, so daß jeder Autor 2 Wochen (mindestens) reine Korrekturzeit hat [für das gesamte Manuskript]. Es gibt nur Unbruchkorrektur (also keine Fahren, nur ein Korrekturgang).

Der Verlag wird 8 Korrekturabzüge für die Autoren bestellen (für Sie 3, davon ein Abzug für Herrn Gutmann, für Herrn Doob 2, für mich 3, davon ein Abzug für die endgültige Zusammenfassung [als Reserve etc.]).

3) Nach 8 Wochen Korrekturzeit ist der Verlag genötigt, zu imprimieren, auch wenn aus dem Ausland kein Korrekturrücklauf erfolgt. Deshalb werden Sie und Herr Doob

um besonders zügige Bearbeitung gebeten.

- 4) Es ist (bei dem gegebenen Schwierigkeitsgrad) dem Verlag unmöglich, bis August dieses Jahres ein Signal exemplar fertigzustellen. Der Verlag schreibt: „Nach unseren Schätzungen werden die Druckbogen Anfang nächsten Jahres zu erwarten sein, die Auslieferung ist für das zweite Quartal 1979 vorgesehen (die endgültige Absprache mit der Druckerei steht aber noch aus). Wir möchten Sie jedoch heute schon darum bitten, im Druck ... die Einarbeitung neuer Erkenntnisse auf ein Mindestmaß zu beschränken. Das bedeutet auch, daß eine sprachliche Bearbeitung des Buches während der Korrektur entfallen muß. ...“
- 5) Der Vertrag soll nunmehr in Kürze ausgefertigt werden. Der Verlag hält die Befürchtungen von Herrn Doob für unbegründet, da er auch in dem alten Vertrag „als Autor ausdrücklich genannt ist“.

Soviel zur Korrespondenz mit dem Verlag.

Nun noch einige Korrekturen (soweit ich das von hier aus übersehe):

### Introduction

18<sup>2</sup>  $\frac{2\pi}{h}$  (anstatt:  $\frac{2\pi}{n}$ )

### Preface

1<sup>2</sup> curious (anstatt: curious)

2<sup>8</sup> graph (anstatt: graphs)

4<sup>9</sup> Kragujevac (anstatt: Zagreb)

4<sup>15</sup> A. Graovac (Zagreb)

Ich habe Herrn Doob gebeten, "The authors' thanks..." noch einmal ganz einwandfrei (unter Berücksichtigung seiner eigenen Wünsche) zu formulieren, und auch den Widmungstext (mein Vorschlag: "To our Wives") richtig zu fassen (vielleicht sollen doch die Namen erwähnt werden).

### Chapter 1

25<sub>g</sub> rediscovered (anstatt: rediscovers)

31<sup>2</sup> multi-digraphs (anstatt: multigraphs)





36<sup>7</sup> by (statt: b<sub>e</sub>)

52<sup>1</sup> G<sub>k</sub> (statt: G<sub>K</sub>)

52<sup>3</sup> ...  $\prod_{j=1}^k (\lambda - n_j + 1)$ . (j statt i)  
(siehe 52<sup>8</sup>)

52<sup>8</sup> ...  $\prod_{j=1}^k (\lambda + n_j)$  (j statt i)

52<sup>6</sup> ... Section 7.5 (p. #)

60<sup>18</sup>  $\frac{n-1}{2}$  (statt:  $\frac{n}{2}$ )

61<sup>3</sup> ... ladder M<sub>n</sub>, n ≡ 1 (mod 2), ...  
(statt: n ≡ 2 (mod 4))

65<sup>2,3</sup> x<sub>1</sub> (statt x<sub>e</sub>)

65<sup>6,4,3</sup> } mehrmals 1 statt e  
66<sup>1,2,4</sup> }  
11,10,9,8,5,3 }

48<sub>unten</sub> Die Arbeit [Söka] scheint mir doch recht wichtig und gut lesbar, so daß ich vorschlage, folgenden Satz hinzuzufügen:

" In the last paper a generalized direct product is investigated which covers the NEPS and

the Boolean function as well as the lexicographic product."

Wären Sie zustimmend oder einen besseren Text vorschlagen?

### Chapter 4

In Fußnote 2: partitioned  
(statt: partioned)

### Chapter 5

3<sup>8</sup>  $P_x$  (statt:  $A_x$ )

6<sup>8</sup> transitive (statt: transistive)

5a<sup>6</sup> partitioned (statt: partioned)

~~5a~~<sub>12</sub> analogue (statt: analog)

6<sup>2</sup> Fußnote aufügen: Actually, the inequality

$$r-n \leq \lambda \leq n-r-2$$

holds for every eigenvalue ~~the~~  $\lambda \neq r$  of  $G$ : ~~see~~ see Section 2.7, nr. 3.

20<sub>4,3</sub>  $m_0$  (statt:  $m$  (der Index fehlt in meinem Exemplar)).

So, das war wohl das Wichtigste. -

Ich hoffe, daß es Ihnen und Ihrer Familie gut geht. Ich wünsche Ihnen noch nachträglich schöne Ostertage -

hier ist es kalt mit nassem Schnee.

Noch vor wenigen Tagen war hier

harter Winter: In Aalborg sogar

-12°C und geschlossene Schneedecke.

Auch die Überfahrt mit dem Schiff von

Aarhus nach Kallundborg (bei Wind, Wellen

und Schneestreiben) war ein Erlebnis! -

Anfang März war Herr Recski aus Budapest für 2 Wochen in Thunau und berichtete über die Anwendung der Matroidtheorie in der Elektrotechnik / Elektronik.

Im Mai erwarten wir Herrn Lovász für 2 Wochen.

Indem ich Sie <sup>alle</sup> ganz herzlich grüße, bin ich  
Ihr Host Sachs



The University of Manitoba

Department of Mathematics and Astronomy

Winnipeg, Canada R3T 2N2

March 29, 1978

Dear Dragoš,

Thanks for your recent letter. In the attached package is some information about Winnipeg, Manitoba, and the University.

Winnipeg is a place that attracts many tourists; the days are warm, the nights are cool, and there is usually lots of sun. I hope you will enjoy it. Judy and I are both pleased that Zora might be coming. It would really please us to return your hospitality.

Here is the situation with the airline tickets. If you come here on an APEX fare as I described in my last letter, the fare is 8211 dinars before July 1 and 9996 dinars after that. In addition there is a Canadian travel tax of 119 dinars. These figures are different from my last letter because fares changed in the meantime. There is an extra ~~book~~ flight being put on each week for the summer from Amsterdam to Winnipeg. So you can leave Belgrade at 2:00 on Saturday, arrive in Amsterdam at 5:10, leave Amsterdam at 6:15, and arrive in Winnipeg at 7:45 (you should have about 25 hours of consecutive sunlight). You can go back from ~~the~~ Winnipeg to Amsterdam on Monday or Saturday. According to this fare, you can make a trip of up to 45 days. The fare has to be booked 60 days in advance (new rule) so let me know when you want to come and go. I can pay for your ticket here when you know exactly what dates you wish to travel on.

I shall be in New York next week and shall see Murray, Hoffman, and Chartrand. I'll ask them about their summer plans and I'll let you know.

I have tentatively arranged for a room for you and Zora during July. I can change this with no trouble and can accommodate extensions of about 2 weeks before or after July. In addition, in our home we have facility for having guests, so you could stay with us if we find there is any problem along those lines.

I'll write again when I get back from New York. In the meantime let me know when you want to travel.

I received Chapters 4 and 5 from Sachs and will be sending him some more written material. I have been busy during the last week writing a paper. My secretary should send you a copy. Among other things I give a technique for constructing the surtching equivalent cospectral graphs that you, Bussemaker, and Seidel found. I restrict my attention to four distinct eigenvalues, but the technique works in general.

Again, best wishes to the family

Sincerely yours,

Harland

Belgrade, April 10, 1978

Dear Michael,

Thank you for your letter of March 29, as well as the information about Winnipeg.

I have a few days to decide about the time of traveling. I propose the following:

- My departure from Belgrade - Saturday, June 24;
- Return from Winnipeg - Monday, August 7.

If necessary, you can change these dates. For example, my leave between June 24 and July 10 is OK. In fact I am free from June 15 till August 15. But my wife will probably leave Belgrade on Saturday, July 8; in order to ~~use~~ use this APEX fare she should be on the trip at least 20 days (I don't know how long we would like to travel back together so, but it would be a good time to go). I therefore chose June 24.

(To my wife it is a bit quite sure that she will come. But you should not worry about her anyway; if she comes, the tickets will be settled and paid here).

So, please pay the tickets for me (and send them).

In addition, Canadian Embassy in Belgrade wants to see a detailed plan of my trip. I will try to see them.

The corresponding to my wife's name. I will also send

contains the following data

It is noted that the list of names of the committee, interruptions, the flight numbers are necessary <sup>too</sup> for the same for the returning route. Therefore it should be noted whether the sample is the returning ticket is paid and who paid the ticket. The name of the traveling team is also given. It is recommended to translate it.

The flight in Embassy and that it should be clearly set out what would be a one-way flight. It is noted that there is a possibility of a return flight. It is recommended to include a return ticket.

Concerning the flight in Embassy and that it should not worry too much if something could be arranged there. It is noted that it will be done the next occasion. In the meantime by news it is noted that Hoffman would come to the next conference and have it is noted that it is noted.

These were the main things at the moment. (1)

With kind regards

Yours sincerely

Dropoff Wehrli

For every case, two copies of this letter will be sent to you in the next envelopes.



Beograd, April 21, '78

Dear Michal,

Thank you for calling me from Canada.

The air ticket for me came one day ~~later~~ <sup>later</sup>.

They really phoned me to tell me the news. But no information about my wife has come. After a discussion with an official at Yugoslav Airlines we decided to send you a telegram to be quite sure that the things will be arranged. So I sent you the following telegram yesterday:

Buy air ticket for my wife, please.

The address was your house address: 377 Oxford Street.

I hope you ~~was~~ settled the matter and the ticket (July 8 - August 7) will come soon as my ticket has come. If you have not received the ticket for my wife, please, let us know; we can buy it here. Of course if necessary, my wife can travel back also alone.

If you have paid for the ticket, I shall give you the money back when I come to Canada. If necessary I can send the money earlier if you send me the date about your bank account. Incidentally, I have a few

hundred of US dollars and a lot of Dutch money.  
Which are change rates of the Canadian dollar against  
US dollar and Dutch gilder in Canada. I would  
then decide whether to change my money here or in  
Canada.

Thanking once more for your efforts.

Yours sincerely  
Gregor's 'heltoric'

Berograd 24.4.1978.

Dear Mr. Sachs,

Thank you very much for your letter from Copenhagen of March 27. At the same date I also sent you a letter. In the meanwhile I send you a letter concerning graph equations (joint with S. Simić).

I think I shall send you a list of further corrections to the manuscript <sup>soon</sup>. It seems that no-one of the newest papers is so important that it should be ~~inserted into~~ included at this moment into our bibliography. I agree with your remark concerning Šeharovski's paper.

I accept the intention of DVW concerning our book. Still I would propose the following:

1. Little changes of the manuscript could be allowed in proof. By "little" I mean for example the following: put or throw out a comma, change some letters (often one can write "than" instead of "then" etc), correct the references or cross-references (say, we could realize that the reference [Ma Mi] is in the manuscript wrongly given as [Mo Mi]) etc.

2. It could happen that at the end of some

chapter some empty space. appears, i.e. the text does not reach the bottom of the space. Would it be possible to add at such places some new text in proof? (I have in mind the newest results in the form of miscellaneous results and problems).

I hope I shall send you the text of my lecture in Szeged (first outline) in a couple of weeks.

My trip to London is now scheduled. I shall go there on June 23. My wife will come two weeks later and we shall return together on August 8.

With kind regards

Yours sincerely  
Drozd's Cretoric

Beograd April 24, 1978

Dear Michael,

~~My dear~~

The ticket for my wife has come and now everything seems to be all right. Thank you very much for arranging all these things.

As stated in my previous letter, the money for this ticket will be given to you when I come to Canada or I can send you it earlier. How much have you paid for the ticket?

I would ask you now to send me an official invitation. I need it to show it to the dean and for other administrative purposes at the University.

What kind of lodging have you booked for us? Is the address already <sup>known</sup> ~~known~~?  
Is the amount of 900 \$ <sup>which I should receive in Winnipeg</sup> sufficient for my wife and for me or we should take much more money with us?

Concerning mathematical part of my visit, I propose, among other things, to discuss about my lecture which is being prepared for the conference in Szeged and I can tell you the story about a new project of mine: writing a book on matrix theory with a graph theory approach. (A discussion with N.S. Mendelsson

on this topic would be, of course, useful. Will he be here this summer?)

Tell me also about the possibilities of making a trip to USA, since in such a case I must apply for the visa to American Embassy here and, of course, I must plan such a trip financially.

Both my wife and I are happy to have possibility to meet you and your family once again. We send nicest regards to all of you.

Yours sincerely  
Dorof'ue Khoric'

P.S. Does your library receive the journals:

Univ. Beograd, Publ. Elektrotehn. Fak. Ser. Mat. Fiz.;  
Publ. Inst. Math. (Beograd)?

If not, we could arrange that you receive ~~them~~ <sup>them</sup> by exchange, say, towards Utilitas Math.!

P.S.S. I have just come from the Canadian Embassy where I have given all the documents they needed. They promised to send me the passports with the visas in a few days.



The University of Manitoba

Department of Mathematics and Astronomy

Winnipeg, Canada R3T 2N2

May 2, 1978

Dr. Dragoš Cvetković,  
Department of Mathematics,  
Faculty of Electrical Engineering,  
University of Belgrade,  
P.O. Box 816,  
11.001 Belgrade,  
Yugoslavia.

Dear Dr. Cvetković:

I should like to extend an invitation to you on behalf of the University of Manitoba and the National Research Council of Canada to come to Winnipeg this summer for the period of June 23 - August 7. We hope that we may benefit by your mathematical expertise, and we feel sure that productive mathematical results would result from your visit.

Hoping to hear from you in the near future.

Sincerely yours,

M. Doob,  
Associate Professor.

MD/bp



The University of Manitoba

Department of Mathematics and Astronomy

Winnipeg, Canada R3T 2N2

May 2, 1978

Dr. Dragoš Cvetković,  
Department of Mathematics,  
Faculty of Electrical Engineering,  
University of Belgrade,  
P.O. Box 816,  
11.001 Belgrade,  
Yugoslavia.

Dear Dr. Cvetković:

I should like to extend an invitation to you on behalf of the University of Manitoba and the National Research Council of Canada to come to Winnipeg this summer for the period of June 23 - August 7. We hope that we may benefit by your mathematical expertise, and we feel sure that productive mathematical results would result from your visit.

Hoping to hear from you in the near future.

Sincerely yours,

M. Doob,  
Associate Professor.

MD/bp





The University of Manitoba

Department of Mathematics and Astronomy

Winnipeg, Canada R3T 2N2

May 2, 1978

Dear Dragos,

I'm glad to hear that Zora's ticket is in order. You can pay me for it when you get here. The cost is \$672.

An official invitation is enclosed; one copy is for you and one for your Dean.

I have booked a room for you and Zora in the guest suite,

St. John's College, University of Manitoba. Mail can be sent there or to

the Mathematics Dept. The Secretaries will recognize your name.

The place where you are staying has a bedroom, a living room, and kitchen facilities included. ~~It~~ It is on the university campus; there are dining facilities in the same building if you do not wish to cook your meals. You are booked into the room from July 3 to August 7. I'm still making arrangements for June 23 - July 2, but there is no problem.

I think \$900 is sufficient to pay for your expenses here if you are careful. Jugobanka in Belgrade has correspondence arrangements with the Bank of Montreal. I ~~do~~ have an account at the Campus Branch here in Winnipeg. If you talk to Jugobanka I'm sure they can make an arrangement where you can TELEX them if you want them to send you money. It wouldn't hurt to know their TELEX number. I have enclosed a booklet with exchange rates on the Canadian dollar.

as of March 31. These change by a few percentage points, of course. Today, for example, the US dollar is worth 1.1350 and the Dutch guilder is worth .5180. I would advise you to change your money over there where they are used to foreign currencies. If there is any trouble getting Canadian dollars, you can always get US dollars which are easily exchangeable. Incidentally, American Express Travellers Cheques can be bought in Canadian dollars.

Nathan Mendelsohn has told me that he will be here all summer.

I telephoned the U.S. consulate here in Winnipeg and they told me that you can get a visa to travel in the U.S. easily once you are here. So we can make whatever plans suit you once you are here.

So I think that everything is in order ~~as~~ so far. If you have any other questions, please feel free to write.

Best wishes from both myself and Judy to Zora, you, and Mladen.

Sincerely,

Arnold

Beograd, May 3, 1978

Dear Michael,

Thank you very much for your mail ~~to~~ with the enclosed letter of your agency and itineraries. I also received your paper ~~on~~ "Graphs with a small number of distinct eigenvalues, II".

We are still expecting that our passports together with the visas come from Canadian Embassy. I gave a copy of your letter of February 17 to your embassy in order to prove that I will receive \$900. The question was if my wife would have money when she comes to Canada! I hope the things are settled now.

Your paper seems to be interesting and I am studying it now. This is one point more for our discussions this summer. I'll send you my paper for Szeged conference soon. Incidentally, it contains the following statement:

The spectrum of a graph  $G$  contains the information whether or not  $G$  is a connected regular <sup>line</sup> graph, except for 17 cases, when  $G$  has the spectrum of the graph  $L(H)$ , where  $H$  is a 3-connected regular graph of degree  $\geq 3$  on 8 vertices or a connected semiregular bipartite graph on  $6+3$  vertices.

In fact, it is a reformulation of a result from "Graphs related to the exceptional root systems" But this

statement ~~is for~~ can be proved without the aid of a computer by uniting the methods of the mentioned paper and of an earlier paper of yours. That could also be a proposal for our common work. I would like to have a self-contained proof of this statement.

I have a list of some 30 additional references for our book which will be added in proof. When I come there we can complete the list.

Concerning my stay in Coussolo I would have the following questions:

1. What about the health insurance? Can it be cheaply get there or should I make arrangements here? I think that ~~only~~ an insurance of highest risks (say, hospital expenses) would be sufficient.

2. Will your University address be also my address for scientific correspondence during my stay there.

3. Shall we have the secretarial help at our disposal in those summer months for the things of common interest?

With kind regards to you and to your family

Yours sincerely

Doogus Bethoric



THE UNIVERSITY OF MANITOBA

DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND ASTRONOMY

WINNIPEG, CANADA

Dear Dragoš

Enclosed is a letter ~~to~~ from our travel agency which I hope will be sufficient. Also enclosed is the itineraries for yourself and Zora, and a reprinting of the preface of the book.

I hope everything went well with the tickets.

Here are my telephone numbers:

Home: (204) 477-1488  
Office (204) 474-8708.

Regards to the family

Hastily,

Wendell

Beograd 8.5.1978.

Dear Mr. Sochs,

As promised in my letter of 24.4, I am sending <sup>now</sup> a list of remarks (3 pages) to the manuscript. Please find also enclosed a list of further references ([27]-[35]) which will be added in proof.

I received a list of non-Hungarian participants of the Szeged conference and you are not in the list. Will you still come there? In a few days I shall send you the first version of my paper for that conference.

With kind regards

Yours sincerely

Jozsef Hetronic

Beograd, May 11, 1978

Dear Michael,

Thank you very much for your letter of May 2 with an official invitation and the booklet on exchange rates.

Enclosed you find a copy of my paper for Szeged conference. It is only the first version and I would ask you to use it only personally.

I am looking forward to meet you soon

Yours sincerely  
Djordje Petrović

Beograd 11.5.1978.

Dear Mr. Sachs,

As promised in my letter of 8.5.1978., I am sending now the first version of my paper for Szeged conference. Your critical remarks would be mostly appreciated. If you have an intention to deliver a lecture which is related to that of mine, I can change something according to your remarks. For example, some expository facts can be given in your paper instead in mine.

I am sending a copy of this paper also to Mr. Doob of course, I shall use my staying in Beograd for improving this paper in discussions with Doob. After June 23 I will be there and you should then use Doob's address (The University of Manitoba etc.) for writing to me.

With kind regards

Yours sincerely  
Dugošević



H. Sachs

Jhnenau, 13.5.78

Lieber Herr Cvetković!

Vielen Dank für Ihre Briefe vom  
27.3.78, 7.4.78 (mit Herrn Simić) und  
24.4.78, die ich nun endlich beant-  
worten will! Ich war in der Zwischenzeit  
wieder durch so viele Dinge in Anspruch  
genommen, daß ich einfach keine Zeit  
fand. Auch hatte ich rege Korrespon-  
denz mit dem VEB Deutscher Verlag  
der Wissenschaften über viele Detail-  
fragen - ich habe nicht geahnt, wie  
viel da noch zu klären ist! Ich  
kann Ihnen nicht alle Einzelheiten  
und vorgeschlagenen (kleineren)  
Korrekturen mitteilen, das Wichtigste  
entnehmen Sie aus den beigefügten  
Anlagen (Briefe an DVW vom 8.4., 16.4.,  
7.5. und 11.5.78). - Nun zu den Briefen.

Ihr Brief vom 27.3.78.

Ich freue mich, daß der Besuch von Herrn Babai bei Ihnen ein Erfolg war. Vor zwei Wochen war ich in Rostock zu einer Tagung, an der auch Herr Katona (Budapest) teilnahm: Von ihm erfuhr ich, daß Herr Baranyai (der Flötenspieler) bei einem Autounfall in Budapest vor wenigen Wochen ums Leben gekommen ist, das ist sehr traurig. Herr Baranyai saß rechts neben dem Fahrer, hatte also keine Schuld. Ich war ganz erschüttert. -

Mit Ihrem Plan für den Vortrag in Szeged bin ich ganz einverstanden. Ich habe (zusammen mit Herrn Stiebitz) einige Resultate über "Spektrum und Automorphismengruppe", über die ich vortragen kann: Ich könnte also Ihnen

Vortrag, indem Sie schon die allgemeine Problematik entworfen haben, gut ergänzen. Sobald wir die Resultate zusammengeschrieben haben, schicke ich Ihnen eine Kopie. Ich würde mich sehr freuen, wenn Norman Biggs nach Szeged kommen würde.

Ich wollte das noch mit Herrn Lovász besprechen, der uns eigentlich im Mai für 2 Wochen besuchen sollte, aber leider schrieb er gerade jetzt, daß er nicht kommen kann. Da er die Tagung in Szeged vorbereitet, kann ich mir gut vorstellen, daß er wenig Zeit hat; aber dadurch ist die Garantie gegeben, daß in Szeged alles vorbildlich vorbereitet werden wird!

Michael Doob schrieb mir, daß er sich darauf freut, Sie in ~~B~~ Winnipeg zu treffen; Ich wünsche Ihnen

eine gute Reise über den Ozean,  
schöne Tage in Kanada und recht  
vielen wissenschaftlichen Erfolg!

Die Hinweise von Herrn Babai (über  
manches hatte ich natürlich schon  
selbst nachgedacht) konnte ich nicht  
unmittelbar übernehmen, da das  
große Änderungen (z. B. in der Bezeich-  
nungsweise) auch an anderen Stellen  
nach sich gezogen hätte: Ich habe  
sie in einigen Fußnoten berücksichtigt,  
siehe meinen Brief an den Verlag vom  
8.4.78. (Können Sie mir diesen Brief  
bitte gelegentlich zurückschicken?). Im  
Vorwort sollte übrigens auch Herrn Babai  
gedankt werden.

Ihr Brief vom 7.4.78.

Über Graphen gleichungen haben wir hier  
nicht gearbeitet; ich habe einmal  
versucht, das Problem zu lösen, wenn

ein Graph Quadrat eines anderen Graphen ist (d.h., wenn eine Adjazenzmatrix das Quadrat einer Adjazenzmatrix ist), und für ungerichtete Graphen hat man natürlich zugleich die notwendige Bedingung, daß alle Eigenwerte  $\geq 0$  sein müssen. Leider habe ich das - wie Sie wissen - nicht weiter verfolgen können. Bitte übermitteln Sie Herrn Simić meine besten Grüße!

Ihr Brief vom 24. 4. 78

DW hat mir mitgeteilt, daß bis Ende Mai Korrekturen vorgenommen werden können, dann geht das Manuskript zum Satz: Deshalb schreiben Sie bitte sofort, was noch geändert werden soll. Das gilt insbesondere für die nachfolgend aufgeführte Liste von Fragen; vielleicht ist es günstiger, wenn Sie direkt an Frau Mai schreiben und mir einen Durchschlag schicken.

Die Adresse lautet:

VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften  
Abteilung Mathematik / Physik II  
Frau B. Mai

DDR- 108 BERLIN

Postfach 1216

Johannes - Dreckmann - Str. 10.

Natürlich können (und sollen) alle notwendigen Korrekturen (Schreibfehler u.s.w.) auch beim Korrekturdurchlauf (proof reading) vorgenommen werden, auch sachliche Fehler müssen berichtigt, neueste Erkenntnisse (wenn irgend möglich) in kurzer Form hinzugesetzt werden, was aber schon jetzt korrigiert werden kann, soll unbedingt jetzt gemacht werden, da es später sehr viel teurer wird. Da wir keine Fahnen erhalten, sondern nur Bögen (nach dem Umbruch, wenn die Anordnung zu Seiten schon

vollzogen ist), müssen dann alle Änderungen so gehalten werden, daß sie nie über die Seite hinausgreifen. Insgesamt werden wir gebeten, nicht zu viel zu ändern, um die Kosten in Grenzen zu halten.

Ich freue mich, daß Ihre Frau Sie nach Kanada begleiten wird (wenn auch etwas später): Versäumen Sie nicht, die "Rockies" zu besuchen!

Übrigens: Michael Dook schlug als Widmungstext vor:

"To Zora, Judy, and Barbara"  
ich glaube, Sie werden einverstanden sein.

Vom DKW erfuhre ich, daß jetzt die Verbindung zu Academic Press wieder hergestellt ~~sein~~, nach<sup>dem</sup> Sie eine Weile gerührt hatte. Haben Sie

auf Ihren Brief an Richard Bellman  
eigentlich eine Antwort erhalten?

Herr Arnold vom DVW meinte, es  
wäre sicherlich gut, wenn Sie noch  
einmal an Bellman schreiben würden,  
um Academic Press klar zu machen,  
daß die Anregung zum Schreiben des  
Buches von Academic Press ausging:

Durch personelle Veränderungen  
scheint man das dort gar nicht mehr  
zu wissen, und Academic Press  
scheint nicht zu begreifen, daß sie  
uns gegenüber (vor allem Ihnen  
gegenüber, da Bellman an Sie ge-  
schrieben hat) zumindest moralische  
Pflichten haben! Vielleicht schreiben  
Sie doch noch einmal an Bellman  
und bitten ihn, das auch AP klar  
zu machen!



Und nun zu einigen Fragen, die Frau Mai an mich richtete. Was ich selbst beantworten konnte, ist in meinem Brief vom 11.5. enthalten: Bitte kontrollieren Sie, ob meine Angaben richtig sind. Offen blieben die folgenden Fragen:

[Bos 2] Verlag fehlt

[Co Ja] Ist die Zeitschrift richtig angegeben? Gleiche Zeitschrift wie [He Sc]? Band-Nr.?

[Co St] Verlag fehlt

[Cve 5] " "

[Doo 13] Band-Nr. von Utilitas fehlt (nicht im Ref. Z. rezensiert)

[Doo 14] Verlag, Ort, Erscheinungsjahr fehlen

[Gant] Verlag der englischen Ausgabe fehlt

[Gods] Verlag u.s.w. fehlen

[Hof 12] Verlag, Erscheinungsjahr und  
Seitenzahlen fehlen

[GuT4] Was heißt V 42/2? Ist  
das Band 42, also einfach  
"42"?

[Hof 15] Verlag fehlt

[Hof 19] Was ist „M. A. A.“?

[Hof 20] Jahreszahl fehlt

[John] Verlag fehlt

[Kers] " "

[Kuhn] " "

[MaMi] " "

[McWS] " "

[Mow 4] " "

[Mui 1] " "

[Mui 2] " "

[Sam 2] wo erschienen ?

[Schw 4] Verlag, Ort, Seitenzahlen fehlen.

[Schw 5] Zeitschrift u.s.w. ?

[Schw 6] nicht im Springer-Katalog enthalten.

[Sh Ra] Verlag und Seitenzahlen fehlen.

[St BC] Laut Katalog ohne  
Coulson (!?)

[Tut 1] Band-Nr., Jahr, Seitenzahlen fehlen

[Ap RP] Verlag fehlt.

[Ker 2] Band-Nr. ?

[Ker 4] Verlag fehlt.

Kapitel 6, 114 : [Ha El] muß vermut-  
Section 6.1 lich [He El] heißen (?)

Kapitel 7, [Be Ch] ist vermutlich  
Section 7.8 [Be Ch 1]

Fran Mai schlägt vor, bei den Zitaten  
[Gant] die Seitenangabe fortzulassen, da  
[Gant] in drei Ausgaben (engl., russ.,  
deutsch) vorliegt; sonst müßte man  
die Ausgabe jeweils angeben. Vielleicht  
nicht Seite, sondern Kapitel und Abschnitt  
angeben.

Das war wohl alles.

Mit herzlichen Grüßen von Haus zu Haus!

Jh. - 11 - 1 Seite 1.

1 in 0.3,  
1.4,  
2.4  
und 3.1



The University of Manitoba

Department of Mathematics and Astronomy

Winnipeg, Canada R3T 2N2

May 15, 1978

Dear Dragoš,

I received your letter of May 3 today. Your preparations seem to be going well. The reason the Canadian Embassy is so interested in your money situation is that people with no income receive a monthly cheque from the government as a living allowance. This is a very expensive program, so they want to be sure that you don't arrive in Canada and then start asking for money to live with. It is a routine problem.

As for your other questions: you can get insurance to cover yourself and your family for six weeks for \$36. I can arrange this for you if you wish.

The university address is appropriate for your scientific mail. In fact you can use it for your personal mail too. My address (341 Oxford St. Winnipeg Manitoba R3M 3H9) is at your disposal.

You can use our secretarial services while you are here, of course. Usually the demand for our secretaries is particularly light during the summer.

I have arranged housing for you on the University Campus for the period of June 23 - July 3. It includes meals so you will have a bit more money to spend during the rest of your visit.

Incidentally I have a problem that we can work on that is not too hard but it is unsolved, namely, finding graphs with  $\lambda_2(G) < 1$ . If  $G$  is regular, then  $\lambda(\tilde{G}) \geq -2$  where  $\tilde{G}$  is the complement, so we know everything about that case. If  $\lambda_2(G) < 1$  is too difficult,  $\lambda_2(G)$  less than  $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$  could be easier. Of course all graphs with  $\lambda_2(G) \leq 0$  are complete multipartite graphs. I have a few results of the interlacing variety but I haven't thought about the problem very much. It was posed by Alon Hoffman.

All is well here. The winter is gone - the temperature goes up to  $20^\circ - 25^\circ$  each day with lots of sunshine. Let's hope the weather remains good for the summer!

Best wishes to your family

Sincerely yours,  
Michael

Mrs. B.Mai  
Deutscher Verlag der Wissenschaften

Dear Mrs. Mai,

Professor Sachs asked me to clarify several things concerning the bibliography for our book and suggested me to write directly to you. Please find on the enclosed pages some of the necessary data. Unfortunately, I am not able to answer all questions at the moment, especially concerning publishers, since for many papers I have only reprints or photocopies, where the name of the publisher is not given. I shall try to complete data as soon as possible.

With kind regards,

Yours sincerely

Dragoš Cvetković

## Bibliography

[Bos 2] ... plus and designs. Finite geometric structures and their applications (ed. A. Bartoli) Edizioni Boringhieri, Rome, 1973, pp. 1-104.

\* Trends in Italian mathematics A Bartoli, H.

[Co'12] The letter is correct ... volume number!

[Co-St] Publisher:

the first page on the bottom W. H. Freeman and Company  
San Francisco;  
on the second page: Copyright © 1965, Pergamon Press Inc.

[Cve 5] The publisher is the Ministry of Mathematics,  
Alignment: our astronomer + Yu, Iana ... the book  
series in Mathematics: ... doustovna ... mate-  
matičarite, fizičarite i astronomite na Jugoslavija.

[Dro 13] I have the following additional data:

Congressus Numerantium, No. XIII, Utilitas Math.,  
Winnipeg, Man., 1975, pp. 209-214.

[Dro 14] (Winnipeg, Man. 1973), Utilitas Math.,

Winnipeg, Man., 1974, p. 100

Some asymptotic spectral properties of ...  
Proc. Third Manitoba Conf. Numer. Math.

[Grant] Chelsea, New York 1960

↑  
Publisher

[Gods] It should be added: to appear.

[GNT 4] v. 42/2 should be replaced only by 42  
Publisher: Springer-Verlag

[Hof 12]

[Hof 15]

[Hof 19]

[Hof 20]

[John] Publisher: Macmillan Company

[Kuhn]

[Ma Mi] Publisher: Allyn and Bacon, Inc., Boston, 1966

[Kers] Pacific Grove 1973; Western Periodicals Company,  
North Hollywood 1974, pp. 476-481.

[Mc WS] Publisher: Academic Press, London New York 1969

[Mun 1] sic p. 4

[Mun 2] Dover Publications Inc. New York 1960

[Sam 2] Thesis, University of Paris, 1958.

[Schw 4] To be added: to appear

[Schw 5] To be added: (abstract), Graph Theory Newsletter  
5 (1975), No. 1, 77.

[Schw 6] According to a communication of the author:  
to appear.



[LHRa]

[StBC] Paulson is not a coauthor.

[Tit 1] The name of the journal is: British Polymer Journal, to appear.

[APSP] Publisher: ИСТИТУТ ПРОБЛЕМ УПРАВЛЕНИЯ

[Ker 2] Supprisingly, this volume has no number!

[Ker 4]

Chapter 6, 114: instead of [HaEE], it should be [HeEE]

Chapter 7, Section 7.8: instead of [BeCh] it should be [BeCh?]

These were the answers to the question posed by Prof. Sachs. Now, I have a couple of corrections.

[Hacm] add the following: Proc. Kon. Ned. Akad. Wet to appear.

[Tay 2] add the following: Proc. London Math. Soc. 35 (1977), No. 2, 257-274.

Preface, p. 3, new version written by Prof. Doob, lines 8 from the bottom after the names B. Prouss, and E. Sushchak (Winnipeg), add the following names: Th. J. M. van den Hurk, and A.M. Janson-Jansen (Eindhoven). (These are the girls who typed Chapter 7).

[Tit 2] After the existing data add the following:

Graph Theory and Related Topics (Proceedings of the Conference held in honor of W.T. Tutte on the occasion of his 60th birthday), ed. J.A. Bondy and V.S.R. Murty, Academic Press, New York, to appear.

---

Concerning [Mui 1]: "I could not find the name of editor. But we could refer to the same edition as in [Mui 2]. In that case [Mui 1] reads just as [Mui 2]; only the volume number I is changed to IV.

---

I agree with your proposal to omit the references to page numbers when the reference [Gant] is used in the text.

D. Letznic



THE UNIVERSITY OF MANITOBA

DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND ASTRONOMY

WINNIPEG, CANADA

May 23, 1978

Dear Diagoz,

Thank you for your letter of May 11. In the enclosed envelope is a copy of a paper that Schwank sent to me and also your paper for your talk in Hungary. I have added some comments as well as made a few corrections in the English. I hope this will be of use to you (I made a copy for myself).

As ~~to~~ you probably know, we are much more oriented towards private automobiles rather than public transportation in North America. However within Winnipeg you <sup>can</sup> get around quite well on the bus system and a rented car is not necessary. It might be a good idea to get an international ~~driver's~~ license anyway, so your options will remain open.

If you have other questions, feel free to ask them.

See you in a month.

Sincerely yours

Michael

Jhnenau, 23.5.78

Lieber Herr Coeković!

Heute habe ich Ihnen für zwei Briefe zu danken:  
Für Ihren Brief vom 8.5. mit einigen Korrektur-  
hinweisen und Ihren Brief vom 11.5. mit dem  
Entwurf Ihres Vortrags in Szeged. Inzwischen  
habe ich auch einige Korrespondenz mit dem  
VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, von dem  
wichtigsten Briefen schicke ich Ihnen Durchschläge  
mit (meine Briefe vom 19.5. und vom 23.5.  
sowie 3 ~~neue~~ neue Seiten für die Einleitung).  
Die Reinzzeichnungen der Abbildungen habe  
ich auch bereits kontrolliert, es ist eine Reihe von  
Kleinigkeiten zu korrigieren.

Nun zu Ihren Briefen. Ihre Korrekturhinweise  
habe ich alle berücksichtigt, einiges habe ich  
schon selbst erledigt. Einige Bemerkungen: Sie  
schreiben [FaWä1], das muß wohl [FaW1] sein.  
"Chebyshev" - diese Schreibweise auf Wunsch von  
Herrn Doob. - Chapter 3, p. 40: Das lautet in  
meinem Exemplar folgendermaßen:

Theorem 3.28 ... where  $\alpha_i = \lambda_{i+1}^2 + \lambda_{i+1}$ .

⌋ (3.26) implies  $\lambda_2 < 2k-1$ , since in the opposite case we should obtain the impossible relation  $\lambda_{4k+1} \leq -(2k-1)-1 = -r$  (note that a self-complementary graph with  $n > 4$  cannot be bipartite, thus  $\lambda_{4k+1} > -r$ ; cf. Theorem 3.11).

[ Ende der Seite 40. Es folgt Seite 40 a ]

⌋ The converse of Theorem 3.28 does not hold, namely, there are ... in Chapter 6 (see examples of cospectral pairs of graphs consisting of a graph  $G$  and of its complement  $\bar{G}$ ).

⌋ A statement similar to Theorem 28 ... [Cre8], [Cre9].

⌋ Let  $G$  be a self-complementary graph. Then ... where  $\lambda_i + \lambda_j = -1$ .

[ Ende der Seite 40 a. Es folgt Seite 41. Der erste Absatz der Seite 41 (There exist, ... Appendix.) ist gestrichen ]

⌋ We shall now discuss ... two graphs.

⌋ Theorem 3.29 ... of  $G$ .

⌋ Proof.  $G$  can ... of  $G$ .

⌋ This completes the proof.

Bezüglich der einfach zu zählenden Schlingen habe ich eine Fußnote (FN 0 zu Ch. 0, p. 3) hinzugefügt: Bitte beachten Sie auch Ch. 1, 31a<sub>g</sub>, wo ich den Terminus "simply counted loops" bereits benutzt habe.

Soviel zu den Korrekturen. - Ich werde aller Voraussicht nach an der Tagung in Szeged teilnehmen und freue mich schon darauf, kann mich aber erst jetzt anmelden. Wie ich schon schrieb, habe ich die Absicht, etwas über den Zusammenhang zwischen der Automorphismengruppe und dem Spektrum zu erzählen. Wir haben u. a. folgendes Resultat gefunden:  $G$  habe die transitive Automorphismengruppe  $\Gamma$ . Es sei  $z(\Gamma) - 1$  die Anzahl der verschiedenen Möglichkeiten, die  $n$  Elemente, auf denen  $\Gamma$  operiert (das sind die Knotenpunkte von  $G$ ), in zwei Imprimitivitätssysteme einzuteilen. Ferner sei  $n = 2^q \cdot u$  mit ungeradem  $u$ . Dann gilt:

1)  $z(\Gamma) = 2^{\xi} \leq 2^9$  (d.h.,  $\xi \leq 9$ ),

2) Anzahl der einfachen Eigenwerte

$\leq z(\Gamma) \leq$  Anzahl der rationalen Eigenwerte,  
mit ihren Multiplizitäten gezählt.

$z(\Gamma)$  kann rein gruppentheoretisch (mit Hilfe  
von Normalteilern, das ist bekannt)  
bestimmt werden.

○ Lieber Herr Cvetković, ich danke <sup>Ihnen</sup> sehr, daß Sie  
mir den kompletten Entwurf Ihres Vortrags  
geschickt haben (ich wollte, ich wäre auch schon  
so weit!). Zwischen unseren Vorhaben wird es  
also keine Überschneidungen geben, im Gegenteil,  
sie werden sich gut ergänzen. Gestatten Sie  
bitte einige Bemerkungen. Zuerst ein paar

○ (humorvolle) Tippfehler:  $7_1$ : expectation;  $10^{23}$  old;  
 $11^5$  vertices (statt: vectors);  $11_7$  lost. - Sie berichten  
über eine Reihe von Dingen, die ich noch gar  
nicht kannte: So wird das Buch veraltet sein,  
wenn es erscheint! (?). - Nun möchte ich  
auch ganz ehrlich ein Bedenken gegen Ihre  
Konzeption äußern: Ich glaube, sie ist zu

lang, Sie haben sich einfach zu viel vorgenommen. Wenn Sie alles vortragen wollen, haben Sie keine Zeitreserven und müssen ununterbrochen und schnell sprechen - dann können Sie aber keine Erläuterungen an der Tafel geben, für Diapositive wird kaum Zeit sein, und vieles wird über die Hörer hinweggehen, ohne daß sie die Bedeutung richtig erfassen (beachten Sie bitte, daß Sie viele Begriffe einführen, die für die meisten der Hörer neu sein werden). Ich würde deshalb eher versuchen, zu kürzen, und zwar in zweierlei Hinsicht: Erstens den Umfang insgesamt herab<sup>zu</sup>setzen und zweitens die Anzahl der behandelten Gesichtspunkte ein<sup>zu</sup>schränken (nur die "wichtigsten" - wobei es natürlich problematisch ist, was hier "wichtig" und für die gesamte Theorie besonders "typisch" ist), damit Sie etwas Zeit gewinnen, um einige (zentrale) Zusammenhänge deutlicher herausarbeiten



zu können. Eine umfassende Information ist ohnehin in der zur Verfügung stehenden Zeit nicht möglich. - Ich glaube, Sie nehmen mir das nicht übel und verstehen meine Bemerkung.

Ich weiß nicht, ob Sie mein nächster Brief noch in Beograd erreicht: So bleibt mir nur übrig, Ihnen und Ihrer lieben Frau - auch im Namen meiner Frau - noch einmal ein gute Reise nach Wimspeg und einen schönen Aufenthalt in Kanada zu wünschen! Bitte grüßen Sie auch Familie Doob herzlich von mir.

Mit den besten Grüßen

Ihr  
Horst Sachs

PS: Mein letzter Brief an Sie: 13.5.78.

Beograd 23.5.1978.

Dear Mr. Sachs,

Thank you very much for your letter of 13.5.1978. In the meantime I sent you two letters (8.5. and 11.5.78.).

Enclosed is the copy of my letter to Mrs. Mai as well as your letter of 8.4. to DVW.

As I see, you have done very much in improving the manuscript; thank you very much for that. I agree with all your proposals.

In these days I shall find the correspondence to Bellman and see what can I do. If I remember well, Bellman said that he was very sorry that his and my efforts had not lead to the publishing of the book. He promised to ask Academic Press to explain me in more details the difficulties but no letter of AP has come. Anyway, I shall inform you about this matter soon.

With kind regards

Yours sincerely  
Dopov' Be Petrovi'

Belgrade, June 1, 1978.

Dear Michael,

Thank you for your letters of May 15 and May 23. My wife was also very happy when she received a letter of your wife.

We got visas from your Embassy at last, we have plane tickets so, everything seems to be O.K. and we are looking forward to coming to Canada.

There is only a little thing we are a little afraid of. Namely, my wife should come to München on July 8, at 14,00 and take another plane at 14,35 to Amsterdam. So she has only 35 minutes to find another plane on a big airport where she has never been before. In addition the police control is very serious in Germany nowadays and it takes the time. We asked here in JAT about it and they said, it is possible to change the plane but the time is really short. And what to do if the plane from Belgrade comes to München, say, 15 minutes late?

Of course, we hope such things will not happen and we shall find all useful information in order to avoid such difficulties. But, for every case I would <sup>ask</sup> you to consult your travelling agent, where you have ~~to~~ <sup>bought</sup> the ticket, what his suggestion would be if my wife does not manage to catch the plane to Amsterdam. To give up and go back to Belgrade? Would the money be given back or could she use another flight?

Concerning health insurance, the amount of \$ 36  
is not too big and I would ask you arrange it for me  
(and my wife).

Thank you for comments on my paper and other  
material you sent to me.

Do you have all parts of the manuscript of our  
book? Anyway, I shall bring with me my copy  
of the manuscript.

With kind regards to you and to your  
family

Yours sincerely  
Gregor Bellowic

Dear Mr. Sachs,

Beograd, June 1, 78

Thank you very much for your letter of May 23. In the meantime I sent you a letter on May 23 with a copy of a letter to Mrs. Mai.

Concerning Academic Press, I discussed the matter with Prof. R. Tomovic, who knows Prof. Bellman personally and has met him recently in America. Prof. Bellman is very ill (he cannot move) and I decided not to bother him with a new letter. Prof. Bellman was correct against me; he answered my letter and he said he did what he could. He proposed to AP to publish this book but they gave up. Anyway, it is not too polite from AP, since it has not explained us which are the reasons for such a decision. Prof. Tomovic thinks that AP is, simply, economically not interested in such an enterprise (i.e. cooperation with a publisher in East Europe). He also thinks that political reasons do not play any role here. On the other hand, I noticed that Academic Press is a Subsidiary of Harcourt Brace Jovanovich, Publishers. The undersigned words mean brothers Jovanovic, and these persons are of Yugoslav origin. If I remember well, these per-

sous (not AP) published some anti-Yugoslav books. I had no time to check whether it is really true and I am not sure whether such things, if they were true, would be connected with the difficulties connected with our book.

If you think that we still could do something, please write to Winnipeg and I shall see, together with Mr. Doob, what we can do.

Concerning your letter of May 23, I agree with all you are writing. The text in Ch. 3, p. 40, etc. is O.K. I am glad that you will come to Szeged. Thank you very much for your comments on my paper. I accept them in the whole; in fact I had a similar feeling. I shall shorten the text and then I shall not speak about all the things. The bad thing is that I have not ~~much~~ many new results. I still hope to find something better in the next few months.

With kind regards to you and to your wife.

Yours sincerely  
Doop's 'Lectric'



THE UNIVERSITY OF MANITOBA

DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND ASTRONOMY

WINNIPEG, CANADA

June 15, 1978

Dear Zora and Dragö,

Thank you for your letter of June 7. I talked to the travel agent today, and the situation is as follows:

- (1) The airport at Munich is not large. It should be quite easy to find your connection in the 35 minutes allowed by the schedule.
- (2) Once you get on the plane at Belgrade, it is the airlines' responsibility to get you to your destination. Your connection at Munich is specifically mentioned in the international schedule, so you can be sure that they are leaving enough time.
- (3) If you see that your flight from Belgrade is arriving late, tell the flight attendant. She will tell the pilot who can radio ahead so that the plane to Amsterdam will be held up until you get there. Actually the KLM computer will know that you are connecting on a flight from Belgrade and they should hold the flight automatically, but it never hurts to radio ahead.
- (4) If the worst happens and you miss the flight, remember that the airlines must get you to your destination since that is

what you have paid for. You must be very tough. There is an English expression: it's the squeaky wheel that gets the oil. If you keep telling the airline that you must be in Winnipeg they will book you on the next available flight. It would probably go Munich - Frankfurt - Toronto - Winnipeg. The airlines should pay for all meals and, if necessary, hotel accommodations. They don't want to, of course, but if you are very persistent they will. Just keep saying that you don't want your money back and that you absolutely must be in Winnipeg. However, it is very unlikely that you will actually miss your flight.

(5) At most airports there are special facilities for passengers who are at the airport to connect with an international flight. There is usually a transit lounge so that you do not have to go through any passport clearance or security checks. As a result, international flights usually arrive and depart at gates that are very close to each other.

I shall arrange the health insurance.

And so, Dregov, I shall see you on Friday and I shall see you, Zora, in just another two weeks. We are all looking forward to your visit.

Sincerely yours  
Murchal





VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften  
DDR-108 Berlin, Johannes-Dieckmann-Straße 10 · Postfach 1216

Herrn Professor  
Dr. D. Cvetković  
Lamartinova 44  
11 000 Beograd  
SFR Jugoslawien

Ihre Zeichen

Ihre Nachricht vom

Unsere Zeichen/Hausruf

Tag 29.6.78

Betrifft

Spectra of Graphs

Dear Mr. Cvetković,

Many thanks for your letter, dated May 22, 1978, and the data for the bibliography etc. I have forwarded your letter to Mrs. Mai, who, in the meantime, filled in all the data.

Now the manuscript has been sent to the printing house and therefore I think you should collect all the items in question till you receive the proofs.

With kind regards,

Yours sincerely,

Dr. Walter  
Director

Telefon: 229 00  
Telegrammanschrift: Devauwe Berlin  
Fernschreiber: 11-2063 dw dd

Konto: Berliner Stadtkontor  
der Staatsbank der DDR  
108 Berlin, Behrenstraße 35-39  
Konto-Nr. 6651-16-627

Postscheckkonto:  
Berlin 7199-56-218 27

BN 901 3093 7

# ACADEMIC PRESS, INC.

*A Subsidiary of Harcourt Brace Jovanovich, Publishers*

111 FIFTH AVENUE • NEW YORK, N. Y. 10003 • TELEPHONE (212) 741-6800

CABLE ADDRESS: ACADEMIC NEWYORK • TELEX: DOM. 12-7681 • INTL. 235895

2 August 1978

Professor Michael Doob  
Department of Mathematics  
University of Manitoba  
Winnipeg, Manitoba  
CANADA RT3 2N2

Dear Professor Doob:

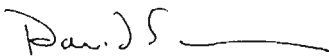
Since our conversation this morning, I have checked with our imports department. The last communication from us to the European publisher was on 10 July 1978. We then returned the manuscript and advised that the material was acceptable to the editors of the Pure and Applied Mathematics series.

We are to receive either bound books or folded and gathered sheets that we would bind (this is still an open question).

Please let us know if there are any further questions about this work.

Sincerely,

ACADEMIC PRESS, INC.



David Swanson  
Senior Editor

DS:rz



The University of Manitoba

Department of Mathematics and Astronomy

Winnipeg, Canada R3T 2N2

August 2, 1978

Prof. Dr. H. Sachs  
Sektion Mathematik  
Technische Hochschule Ilmenau  
63 Ilmenau  
German Democratic Republic

Dear Professor Sachs,

Dragos and I received your recent letter. It seems that the mail service is getting better; we shall hope that the quick service continues when the galley sheets are sent to me.

I telephoned Mr. David Swanson at Academic Press in New York City this morning. The enclosed letter has resulted from that conversation. I might add that he seemed quite positive in expressing the desire of Academic Press to publish the book. He also expressed regrets that there has been delays that have been caused by his company.

The revised version of the footnote to Chapter 6 is quite acceptable to me in its present form. No further changes need be made.

The visit of Dragos and Zora to Winnipeg is now almost over. I can say that it has been most pleasant, both in mathematical and personal ways. Both send their best wishes to you as does Judy. In fact Judy and I were just commenting a few days ago how much we appreciated your hospitality in Ilmenau last year. It is a pity that we did not have more time.

I hope your travels to Hungary go well and that you find the conference productive there. I know that you will see Dragos there so he will let you know of our current mathematical work.

Sincerely yours,

Michael Doob



The University of Manitoba

Department of Mathematics and Astronomy

Winnipeg, Canada R3T 2N2

August 2, 1978

Mr. David Swanson  
Editorial Department  
Academic Press  
111 Fifth Avenue  
New York, N.Y. 10003  
U.S.A.

Dear Mr. Swanson,

This letter concerns the information that we discussed on the telephone this morning. I am pleased that all the problems with the book, Spectra of Graphs, seem to be resolved at last. It has been, as I am sure you can imagine, a bit mysterious to both myself and my co-authors as to exactly what was happening at Academic Press, but you have clarified the situation for us nicely.

I am hoping that you might further help us in the following way: the editors at V.E.B. Deutscher Verlag der Wissenschaften are still unsure of the present arrangement between themselves and Academic Press. Could you write them a letter that explains the present status of the publication of the book. They would, I am sure, be most grateful to hear from you. The address is as follows:

L. Walter  
Verlagsleiter  
V.E.B. Deutscher Verlag der Wissenschaften  
Johannes-Dieckmann Strasse 10  
Postfach 1216  
DDR-108 Berlin

I am most appreciative for any help that you can give me in this matter. I am sure matters will now proceed expeditiously.

Sincerely yours,

Michael Doob  
Associate Professor

Telephone conversation: August 2, 1978

David Swanson  
Editorial Department  
Academic Press  
212-741-4978

The following is the history of the book as described by  
Mr Swanson.

1. Received initial draft over three years ago.
2. Submitted to Eilenberg and Bass for review for the Pure and Applied Mathematics series.
3. Eilenberg and Bass "enthusiasticly" support publication.
4. Some doubts expressed in the editorial department over the English.
5. Second draft received.
6. English now O.K.

Academic Press now expects to publish the book. Regrets have been expressed over the delay.



The University of Manitoba

Department of Mathematics and Astronomy

Winnipeg, Canada R3T 2N2

August 8, 1978

Dr. Dragos Cvetkovic  
Department of Mathematics  
Faculty of Electrical Engineering  
University of Belgrade  
P. O. Box 816  
11001 Belgrade  
Yugoslavia

Dear Dragos,

I hope your flight home was not a difficult one for you. It was really a pleasure having you and Zora here. We did a lot of things for pleasure, and I think we had a productive mathematical session also.

Today I received a letter from Academic Press concerning the publication of the book. As you can see from the enclosed copy, everything does seem to be in order. I am sending a copy of the letter to Sachs, of course, but perhaps you can take a copy of it to Hungary to show him.

I received a postcard addressed to you in the mail today and it is also enclosed herein.

This is a quick letter (you can visualize me sitting at the word processor in the departmental office); I hope you had a nice reunion with Mladen and a pleasant vacation at the seaside.

Best wishes to Zora and your family.

Sincerely yours,

Beograd, August 11, 1978

Dear Michael,

We returned to Belgrade without any difficulties three days ago. The temperature was high:  $34^{\circ}\text{C}$ . They at passport control and at the custom were lasing to look carefully at our things and we went quickly through. But workers with the luggage were also lasing and we had to wait for half an hour in a room without air condition. In such a atmosphere we decided, as the first step in using our experience from Canada, to arrange air condition in our house on the first occasion. When we came home it occurred to me that some gin with tonic water would be very good and I went to the closest grocery shop and asked: "Could it happen that you have some gin?" "Yes, sir, which kind do you want." - The man answered. So I had gin but there was no ice in refrigerator since it has just started to work. But starting from the next day I usually drink gin. Next day we drove to Vrsac to take Mladen who was there with his grandmother. He was delighted with the presents he got and was very thank full to Liza, among others. Then we had to settle many things (salaries, bills, my book on discrete mathematics really has come out, etc.) and to pack again our luggage since we are going to fly to the seaside tomorrow morning.

For all these reasons I am writing only today to you and, appologizing for that, I am asking for the understanding in the same time.

Zora and I want one again to express our thankfulness to you and Judy for everything you have done for us. That is not only official arrangement; ~~but~~ also we thank very much for a lot of time you spend with us and for taking us everywhere around. We are also very happy to have had the occasion to learn something about your country and about the life in it. We shall always remember our stay in Canada.

I discussed with Simic our joint project and he agrees with our proposals. He is going to Spain in a few days for holiday and we decided to start to work seriously on that project on September 1, when he comes back from Spain and I from Hungary.

Kind regards to you and to Judy and children

Draško, Zora and Miodica





THE UNIVERSITY OF MANITOBA

DEPARTMENT OF MATHEMATICS  
AND ASTRONOMY

WINNIPEG, MANITOBA  
CANADA R3T 2N2

August 21, 1978

Dear Dragos,

This is another quick letter to add some more references. I am hoping that it will reach you before you leave for Hungary.

L. Babai, Automotphism group and category of cospectral graphs. Acta Math. Acad. Sci. Hung. 31(1978) 295-306.

L. Babai, Spectra of Cayley graphs. J. Comb. Th., to appear.

I am also enclosing a recent article in a Canadian newspaper that might be of interest. There is also a Canadian stamp for Mladen.

Hastily I send you and your family best Wishes.

Sincerely,

Beograd, September 1, 1978

Dear Michael,

Thank you for your letters of August 8 and 21. I came from Hungary yesterday and there I gave Sochs all material I had including a copy of the letter of D. Swanson (AP) to you. By that time Sochs only had received your <sup>first</sup> letter (by kind of August 2).

The ~~reference~~ conference was quite good and there are a lot of new references concerning graph spectro. I shall send you a list to add into the word processor soon. (By the way your two references of Bobai are already in our basic bibliography and need not be included into the additional list).

C. Godsil was in Belgrade and in Szeged. The discussion with him was quite interesting and I shall keep contact with him. A surprising news is that B. McKay (his coauthor) is recently in Winnipeg at your University and that he was there when I was! He should be at the Department of Computer Science. Please, contact him if he is really there. ~~and~~ Godsil said that McKay did their computer work. McKay would stay in Winnipeg until January next year and Godsil returned to Melbourne yesterday.

Concerning our joint paper submitted to  
Linear Algebra and Appl., I noticed the following

p. 3, Theorem 2.1 : I think we should throw away  
the word "exactly" since the graph also could be  
interpreted as  $L(\begin{smallmatrix} \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ \end{smallmatrix})$  or  $L(\begin{smallmatrix} \circ & \circ & 1 \\ \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ \end{smallmatrix})$ .

Huffman was not at the conference and I shall  
write him for another reason soon asking  
also whether the paper has been accepted.

I have now really a lot of things to work on  
but I hope I will write you soon about our  
projects started in Winnipeg.

Kind regards

Joseph Beilstein

PS. Thank you for the two articles from your  
newspaper.



THE UNIVERSITY OF MANITOBA

DEPARTMENT OF MATHEMATICS  
AND ASTRONOMY

WINNIPEG, MANITOBA  
CANADA R3T 2N2

7 Sept.

Dear Dragos,

Enclosed are two letters that arrived for you from the Netherlands. You might call them the four country letters considering their routing.

I am enclosing some stamps for Mladen.

Best wishes to all,

Markel

Beograd 16.9.1978.

Dear Michael,

Thank you for your letter of September 7. In the meantime you certainly received my letters of August 11 and September 1.

This is a quick letter just to inform you that the examinations at the University are over and now I have time to do my own things. I already started with Simic with some work but unfortunately Simic's father died after a hysterical intervention (I think you met once Simic's father) and so our work ~~was~~ has stopped for a while. Although I am going to Austria at the end of the next week for a couple of days, I hope some progress will be made until the end of this month.

Soon I shall send you a list of additional references and some written material concerning our projects.

Kind regards

Yours sincerely  
Dooz

Herrn  
Dr. Dragoš M. Cvetković  
Lamartinova 44  
Yu - 11.000 B e o g r a d  
Jugoslawien

Einschreiben

Luftpost

DDR-63 Ilmenau, 17. 9. 78  
Am Wenzelsberg 12

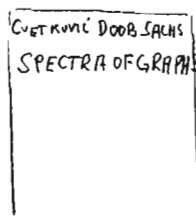
Lieber Herr Cvetković!

Nach meiner Rückkunft aus Szeged erwarteten mich zum Beginn des neuen Semesters so viele Pflichten, daß ich leider erst heute dazu komme, Ihnen zu schreiben.

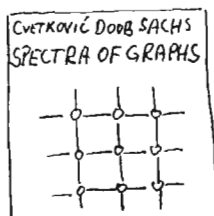
Von Kapitel 2 habe ich noch einen nicht-ausgefüllten Durchschlag gefunden, den habe ich nun - dem letzten Stand gemäß - ausgefüllt und schicke ihn Ihnen heute mit. Leider fehlt der letzte Abschnitt (2.7. Miscellaneous Results and Problems, pp. 60 - 66): Wenn Sie ihn dringend benötigen, mache ich noch eine Abschrift. Die Eintragungen habe ich in Eile vorgenommen, es kann sein, daß ich an der einen oder anderen Stelle etwas vergessen habe (aber höchstens einzelne Buchstaben und ähnliche Kleinigkeiten).

Hier hatten wir inzwischen Besuch von Professor Lee Lorch aus Toronto. Er war so freundlich, Kapitel 3 durchzulesen, und er machte einige Verbesserungsvorschläge zur sprachlichen Form (schon so gehalten, daß bei der Korrektur keine großen Schwierigkeiten entstehen); seine Vorschläge sowie einige Kleinigkeiten, die ich selbst gefunden habe, sind in der beiliegenden Korrekturenliste (2 Seiten) zusammengefaßt: Ich glaube, Sie werden einverstanden sein, bitte schreiben Sie mir, wenn etwas sachlich nicht in Ordnung ist.


Vom Deutschen Verlag der Wissenschaften erhielt ich inzwischen Entwürfe für den Einband und den Schutzumschlag, etwa so:



Einband



Schutzumschlag

Ich habe geschrieben, daß es besser wäre, zwei endliche Graphen zu zeichnen, etwa übereinander in verschiedener Farb-tönung, von denen einer auf die Chemie hinweist, vielleicht zwei Benzol-ringe: 

Das war wohl das Wichtigste. Wir hoffen sehr, daß es Ihnen gut geht, und grüßen Sie und Ihre Angehörigen recht herzlich!

Ihre  
Horst Sachs und Frau

Beograd 20.9.1978.

Dear Mr. Sochs

A few days ago I sent you a screen for your shaver together with a quick letter written at the post office. Now they sell other types of Gillette-Braun shavers but my father has the same type as you. I saw that the appropriate screen is Braun 310. It seems that such screens are not available now but they said Braun 330 (as I sent you) would be O.K.

Please find enclosed a list of new references (3 pages; mostly collected during the conference in Szeged). I sent this list to Doob and he will store it in his word processor.

Also I am sending you a reprint from the proceedings of the previous Kertbely conference.

With kind regards to you and to your wife

Yours sincerely  
Draško Bešković

Beograd 20.9.78.

Dear Michael,

Now I am in a position to send you some small contributions to our projects. Find enclosed a list of 17 additional references for our book (3 pages) together with a list of changes in already produced list. Also you will find here a note on graphs with  $\lambda_2 \leq 1$ . This was observed already in Winnipeg; now I wrote it down. We shall see whether to include that in the paper on generalized line graphs or to open a new project on the basis of this note concerning Hoffman's problem of characterizing graphs with  $\lambda_2 \leq 1$ . Did you write down something?

Mr. Radosavljević accepted for his master thesis the subject of finding switching sets. We shall see which profit can we have of it.

I am enclosing two recent reports of mine.  
With kind regards

Yours sincerely  
Doopos



Ilmenau, 27. 9. 78

Lieber Herr Cvetković!

Recht vielen Dank für Ihren Brief vom 20. 9. 78! Sicher haben Sie meine Karte schon erhalten, auf der ich den Empfang des Scherblattes für den Rasierapparat bestätige: ich danke Ihnen noch einmal sehr dafür und hoffe, daß ich Ihnen nicht zu viele Mühe bereitet habe. Es stimmt, das alte Blatt hat die Nummer 310, aber das neue mit der Nummer 330 ist auch gut: es hat die gleiche Größe, und ich weiß nicht, worin der Unterschied besteht.

Inzwischen habe ich die Berichte von der Tagung in Orsay 1976 erhalten, leider jedoch keine Sonderdrucke. Wenn ich Kopien machen lassen kann, schicke ich Ihnen selbstverständlich eine Kopie meiner Arbeit. Ich danke auch für die Übersendung des Sonderdruckes von der Keszthely-Tagung; in der nächsten Woche werde ich auch einige Sonderdrucke und Kopien von anderen Arbeiten an Sie abschicken.

In den Tagungsberichten Orsay sind wieder einige Arbeiten über Spektren enthalten: ich stelle diese auf dem beigefügten Blatt zusammen und bitte Sie, das ganze an Michael Doob weiterzuleiten, damit es in die Zusatzliste aufgenommen werden kann. Der Vollständigkeit halber habe ich auch die Arbeiten über Spektren aus den beiden Bänden "Combinatorics" (Keszthely 1976) mit aufgeschrieben, aber die haben Sie sicher schon erfaßt.

Mitte Oktober bis Mitte November habe ich eine Heilkur (Herz-Kreislauf) in Bad Elster, aber ich glaube, in dieser Zeit wird noch nichts besonders wichtiges (was das Buch betrifft) geschehen, der Korrekturdurchlauf ist ja erst für den Beginn des neuen Jahres angekündigt.

Lieber Herr Cvetković, indem wir Ihnen und Ihren Angehörigen alles Gute wünschen, sind wir, wie immer, mit besten Grüßen

Ihre

Barbara und Horst Sachs

VEB Deutscher Verlag der  
Wissenschaften  
Herrn  
Dr. L. Walter  
- Verlagsleiter -

108 Berlin  
Johannes-Dieckmann-Str. 10  
Postfach 1216

011.0 Prof. Sa/Pe

2. Okt. 1978

Spectra of Graphs

Sehr geehrter Herr Dr. Walter!

Wie mir seitens des Verlages versichert wurde, befindet sich das Manuskript oben genannter Monographie seit geraumer Zeit in der Setzerei. Dennoch besteht zwischen dem Verlag auf der einen Seite und den Autoren - Herrn Dr. D. M. Cvetković (Belgrad), Herrn Prof. Dr. M. Doob (Winnipeg) und mir - auf der anderen Seite gegenwärtig kein gültiger Vertrag, obwohl Verhandlungen hierüber bereits im Frühjahr 1977 geführt und der Vertragsabschluß kurzfristig in Aussicht gestellt wurde. Da ich die Interessen auch meiner Co-Autoren vertrete, erlaube ich mir die höfliche Anfrage, wann die Autoren mit der Vorlage des Vertragstextes rechnen dürfen.

Mit vorzüglicher Hochachtung!

HS

Prof. Dr. H. Sachs

# TECHNISCHE HOCHSCHULE ILMENAU

Sektion Mathematik, Rechentechnik und ökonomische Kybernetik

Herrn  
Dr. Dragoš M. Cvetković  
Lamartinova 44

YU - 11000 B e o g r a d

SFR Jugoslawien

2. Oktober 1978

Lieber Herr Cvetković!

Anbei einen Abzug der Figuren, soweit diese im Text auftreten; die Figuren zu den Tabellen werden von unseren Zeichnungen unmittelbar übernommen, während die Figuren im Text neu gezeichnet worden sind. Leider habe ich nur ein Exemplar: Bitte sehen Sie, ob alles in Ordnung ist, und schicken Sie es mir bei Gelegenheit zurück.

Anbei den Durchschlag eines Briefes an den Leiter des VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Dr. L. Walter.

Ich hoffe, daß es Ihnen gut geht und bin, wie immer in Eile,

mit besten Grüßen

Ihr

*Horst Sachs*

Prof. Dr. H. Sachs

Beograd 5.10.1978.

Dear Mr. Sachs

Thank you very much for your card of 23.9.  
as well as for your letters of 17.9. and 27.9.

I agree with everything related to the book.

I am sending your additional references to Mr. Doob  
today. Do you need your copy of Chapter 2 back? If  
not, I would send it to Doob, namely only the section  
related to the NEPS, since he has only the old unchanged  
version. If you need the copy I shall send you it back.

Please find enclosed some new reprints of my  
papers.

I wish you a good rest in Bad Elster.

With kind regards

Yours sincerely

Đapoš Petrović

Beograd, October 5, 1978

Dear Michael,

I hope you received my letter of September 20.

You have not yet confirmed the receipt of any mail of mine after my coming back from Canada!

Please find enclosed:

1. 4 reprints of mine;
2. A note on exceptional graphs switching equivalent to line graphs. (I told you about it in Winnipeg and this observation could be useful for some future projects).
3. A list of new references, sent by Prof. Sochis. (Some of them have been already included; I put some comments on the list. Please, include new things in the additional list).

Concerning our projects, I wrote down the story about obtaining root systems from Smith's graphs. I must improve this text and then I shall send you it. I hope that Simić and I will soon finish the work on MNGLG's and that everything will be sent to you by November 1. Most likely you will send me the notes about your parts approximately in the same time. In November we could write first versions of final manuscripts for our projects and it would be nice if we could finish everything and send the manuscripts to the journals by the end of this year!

Kind regards

yours sincerely  
Zoran Stanić

Ilmenau, 15. 10. 78

Lieber Herr Cvetković!

Recht herzlichen Dank für Ihren Brief vom 5. 10. und die darin enthaltenen Sonderdrucke, die ich mir mit großem Interesse angesehen (aber noch nicht im Einzelnen studiert) habe! Es ist ganz interessant, zu sehen, in welcher Weise die drei Funktionen  $P_G$ ,  $S_G$  und  $H_G$  miteinander verknüpft sind. Ich habe an einer Stelle (vielleicht in Kapitel 4?) darauf hingewiesen, daß sich  $S_G$  von den anderen von uns behandelten charakteristischen Polynomen dadurch unterscheidet, daß die einzelnen linearen Gleichungen nicht durch die Nachbarschaft eines Knotenpunktes allein (sondern erst durch den ganzen Graphen) bestimmt sind, und das wirkt sich an verschiedenen Stellen (z.B. bei der Interpretation des Graphen als schwingender Membran) wesentlich aus; um so wichtiger, die Beziehungen zwischen  $S_G$  und  $P_G$  explizit aufzudecken. Dabei müssen Größen eine Rolle spielen, die vom ganzen Graphen wesentlich abhängen: Sie haben gezeigt, daß gerade  $H_G$  diesen Zusammenhang vermittelt.

Inzwischen haben Sie sicher meinen Brief vom 2. 10. erhalten. Vom VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften habe ich noch keine Antwort bekommen.

Die Kopie von Kapitel 2, die ich Ihnen geschickt habe, benötige ich nicht. Leider ist die technische Qualität nicht sehr gut - vielleicht können Sie einige Seiten neu schreiben lassen, bevor Sie sie an Herrn Doob schicken.

Dr. Wintgen aus Berlin teilte mir mit, daß einer seiner Studenten bewiesen haben will, daß es keinen kubischen Graphen mit genau zwei Orbits gibt, der  $\pm\sqrt{3}$  als einfache Eigenwerte besitzt - ich habe ihn auf Ihre Arbeit (zusammen mit L. Kraus, 1972) aufmerksam gemacht. Das von Ihnen gefundene Beispiel hat einfach zu zählende Schlingen - es wäre wirklich sehr interessant, wenn es dem Studenten aus Berlin gelungen sein sollte, nachzuweisen, daß ein kubischer Graph ohne einfache Schlingen mit genau zwei Orbits die Zahlen  $\pm\sqrt{3}$  nicht als einfache Eigenwerte haben kann. (Oder der junge Mann hat sich geirrt.) Ist Ihnen in dieser Frage ein neues Ergebnis bekannt?

Am 18. 10. fahre ich nach Bad Elster: ich bedanke mich für Ihre guten Wünsche!

Mit herzlichen Grüßen an alle meine Bekannten in Vr̄sac und Belgrad  
wie immer

Ihr

Horst Sachs

# LINEAR ALGEBRA AND ITS APPLICATIONS

EDITOR-IN-CHIEF

**Hans Schneider**

Department of Mathematics  
University of Wisconsin  
Madison, Wisconsin 53706

October 18, 1978

Prof. Michael Doob  
University of Manitoba  
Winnipeg, Manitoba  
C a n a d a

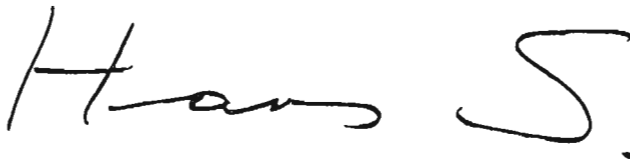
Re: LAA Ms #7810-154

Dear Prof. Doob:

I am happy to tell you that your joint paper with Cvetkovic, "On spectral characterizations and embeddings of graphs" has been accepted for publication in LAA. It will be sent to the publisher shortly and should appear in about 15 months' time.

Sincerely yours,

Hans Schneider



HS:fjf

P.S. In the definition of regular graph on page 1, do you really mean  $2n - 2$ ?

ADVISORY EDITORS

**Fritz L. Bauer**

**Alston S. Householder**

**Alexander M. Ostrowski**

**Olga Taussky Todd**

PUBLISHER

**ELSEVIER NORTH-HOLLAND, INC.**

52 VANDERBILT AVENUE NEW YORK, NEW YORK 10017



Beograd October 20, 1978

Dear Michael,

I hope you received my mails of September 20 and October 5. Zora received a letter from Judy a couple of days ago. We were very happy to hear the news from you. We still sometimes drink gin with tonic water.

I am sending you herewith a lot of material:

1° New references on spectra for your word processor (1 page);

2° A text of Simic' <sup>(13 pages)</sup> with the proofs of the result which will be in our joint project with your new proof. (This text is a translation from his thesis which has been completed in these days. By the end of the year he will be a doctor. The thesis under title "Contributions to the investigation of graph operations" is very good and contains a lot of results. Simic' and I did make some progress in MNGLG-topic and, as I promised in one of my previous letters, by the end of this month we shall send a text about MNGLG's to you. We shall probably be able to display all MNGLG's without the references to the computer search (including Burrows' efforts)).

3° A copy of a letter from Hoffman which I received a few days ago. (I sent him a part of the bibliography



from our book, which is related to his papers with the request to complete the data, on that occasion I asked what happened with our paper).

4° Copies of pictures for our book<sup>(13 sheets)</sup>. They will be produced in the book just in this form. Sočas sent me them on bigger sheets of paper and I had to copy them part by part. I hope you will understand what is going on. These are pictures for all chapters and there are also two tables from the appendix. Please check the correctness of your pictures. Pay attention to Fig. 6.10. If something is wrong write to Sočas. The proof reading will come soon probably; so be ready for it! Sočas wrote to the German publisher asking about contract for the book (whether the old one holds and whether a new one will be made; according to the old contract I think we should have already received some money).

5° A part of chapter 4 of my (and may be also yours) future book on matrices (pages 2-17). From this text you can imagine the spirit of the book. Soon I shall send you some more material. Serbian version will be completed by the end of this year. It will be more or less a text-book with few advanced things. In English version you could contribute something and increase the level of the considerations.

I am looking forward to hear something from you soon.

With kind regards to all of you, also from my family  
Yours sincerely  
Zvezdan



The University of Manitoba

Department of Mathematics and Astronomy

Winnipeg, Canada R3T 2N2

Oct. 30

Dear Dragoš,

I'm sorry I couldn't contact you sooner, but we have just had a strike of our postal workers across Canada and hence there was no mail. So let me answer your letters first. I, too, was quite surprised to find McKay here. He dropped into my office in September. When I think of the time I spent ordering those graphs on six vertices when he could have done it no time at all... He has a computer tape with him with all graphs with 9 or fewer vertices on it; he will make a copy for me so that we will have it at our disposal in the future. For the moment I have asked him to search for all minimal graphs with  $\chi(G) < -2$ . We know, of course, that they must contain a MNGLG. But although there are only a finite no of MNGLG's (?) there are an infinite no of minimal graphs with  $\chi(G) < -2$ . Just take  $C_{2n}$  and add a new vertex of degree 1. Let me know if you want me to ask him to make computations for you.

Concerning our joint paper submitted to LAA: I received a letter from Hoffman saying he had talked to you and asking for more copies of our paper. I sent them to him and included the acknowledgement of support from the Mathematical Institute in Belgrade. I also added a reference to Coxeter-Moser. Incidentally, theorem 2.1 is O.K. even though

$$L(\overset{\circ}{D}_{\infty}) \cong L(\overset{\circ}{S}_1) \text{ since the root graph is not a tree.}$$

I have since received another letter from Hoffman and it appears

that the article ~~has~~ been submitted to LAA. Incidentally I mentioned near the end results on MNGLG's and he was very interested.

I have enclosed two computer printouts from our machine in the office. One is for you and one for Mladen. Also enclosed is some stamps for Mladen. The letter came for you at my house which shows you that the computer that gives out the credit cards and the one that had your account aren't talking to each other.

The library has a freeze on new exchange subscriptions because of our budget situation. I'll let you know if the situation changes.

I think your timing on the paper about MNGLG's is good, but I suggest the following. Why don't you send me your section and I shall have your part and my part typed up here (on our fancy machine, of course). I'll then send you a copy to proof read and correct, and then I'll make the changes here. I think that this is probably the most efficient procedure.

Since you left I have moved to a new office. In fact it is right across the hall from my ~~present~~ old office. What a mess! I'm just getting things back to where I can find what I want!

I have received letters from you dated Aug. 11, Sept 1, Sept. 16, and Oct. 5, but none for Sept 20.

Judy wrote a letter to you also. I hope it arrived before the strike. If things seem a little confused here because of the mail strike, in fact they are.

Best wishes to Zora and Mladen. Brian goes to nursery school in the Education building and everyday when we walk through the parking lot he tells me as he passes your flat how he visited Zora and me. Pekobish.

Best wishes, Mladen

Beograd, October 31, 1978

Dear Michael,

As promised in one of my previous letters, I am sending you everything for our projects.

Project 1: Find enclosed handwritten notes (written by myself - p. 7 - 12; and by Simic' p. 13 - 18) on MNLG's. This text continues my notes written already in Winnipeg (you have that). As you see at the end we have now our main theorem. GLG's are characterized in terms of 31 forbidden subgraphs which we have found already in Winnipeg.

The text is not very well written but I hope you will understand it. Now, it is your turn to do something. You could make a rough version of final paper and include everything (Simic's theorem with your proofs, the multiplicity of eigenvalue  $-2$  in generalized line graphs, the automorphism groups of GLG, etc.).

Now I would like to have a check of the result about 31 MNLG's. If McKay is with you, you can ask him to check whether any 7 vertex graph with the least eigenvalue <sup>less than</sup>  $-2$  has as an induced subgraph some of our 31 graphs. Probably his material is in ~~in~~ Australia but he could ask Godsil to do that. If you do not have any contact with McKay, let me know it and I shall arrange everything with Godsil.

Project 2: Find enclosed a typed text (6 pages).  
I am not satisfied quite with this although the proofs are quite elementary. In particular I would like to avoid considerations of extensions of root systems in higher dimensions (see Propositions 104 and 105). Probably one can prove that for a maximal indecomp. set of lines <sup>in  $R_n$</sup>  a skeleton can be chosen so that the star closing gives a set of lines exactly of dimension  $n$ . Now I expect you to send me proofs of Propositions 11 and 12 (see my earlier notes). After that I shall write first version of the final version of the paper.

Regards to Judy and children

Yours sincerely  
Doyen

Beograd, November 7, 1978

Dear Mr. Sochs,

Thank you very much for your letters of October 2, and October 15, as well as for your picture post-card from Bod Elster. I hope you had a good rest there! I did not hurry in answering your letters since there was not any urgent thing.

In this mail I am returning the figures for our book to you. ~~I~~ I checked them carefully but I could not see anything wrong. I took a copy of them for me and I sent a copy to Doob asking him to write to you if he sees something wrong.

In these days Doob, ~~Milica~~ Simic and me finished a research on generalized line graphs. Now we have for generalized line graphs theorems analogous to the Krausz, Wheatley and Beineke theorem for line graphs. For example, a graph is a generalized line graph if and only if it does not contain (as an induced subgraph) none of certain 31 graphs (which have at most 6 vertices)! Details are not yet available since we must write down a lot of material we have in little pieces or personal notes.

Simic finished its Ph.D. thesis entitled "Contributions to the investigation of graph operations" and submitted it to our Faculty. By the end of this year

I hope, he will defend it. The main topic are graph equations but he has also some results on characterization <sup>and several properties</sup> of graphs obtained by some operations.

In this days the procedure for my reelection in the Dozent-degree is approaching to an end. The corresponding committee proposed to the Faculty to give me higher degree — außerordentlicher Professor. But this is only <sup>a</sup> proposal and the procedure could again be long.

I am now busy in writing the book on matrices, the plan for which you have seen and commented. The serbo-croatian version will be ready in a few months and that will be a text-book rather than a scientific monograph. I am translating some parts ~~to~~ English and sending to Doob. It can happen that we both together extend this material to a more advanced book afterwards.

This were the main news.

With kind regards

Yours sincerely  
Doob's historic'

## Appendix to the letter of November 9

After finishing my letter I looked more carefully to the printout of the additional bibliography (updated on 10/25/78) and I realized that you have included the references I <sup>had</sup> sent you in my letter of September 20. So you must have received it! For every case I am sending you a copy of that letter but not <sup>to</sup> copies of the enclosure to this letter!

In addition there are little sheets of paper with some corrections to the bibliography (updated on 10/25/78).

Doopos



Beograd, November 9, 1978

Dear Michael,

Thank you very much for your letter of October 30 and all interesting enclosures within. Maden was delighted with your computer printout. Now I have two cards for 24 hours cash service but unfortunately no place in Belgrade where to use them!

I sent you two letters in the meantime (Oct. 20 and Oct. 31) with a lot of material including everything about MNGG's. I hope you received them.

Since you have not received my letter of Sept. 20 I am enclosing herewith a copy of it together with copies of material sent by this letter except for the two reprints of my papers. Namely I do not know which ones they were since I sent other reprints of other works. Please let me know which reprints you have received and then I shall reconstruct these two!

Let me answer your letter of Oct. 30.

My proposal for McKay is described in my letter of Oct. 31. I shall think about minimal graphs with  $\lambda(G) < -2$ . That could be one of the next questions for future cooperation. If it turns out that the question is simple we can include it in the paper about MNGG's.

I am now quite confused with Hoffmann's behaviour.

I sent you a copy of his letter to me and I would leave up to you to settle the matter. The only bad thing is that our results (which are not quite bad) <sup>have been</sup> ~~are~~ waiting already for two years since we essentially found them in Eindhoven in August 1976.

I would not agree with your comment on Theorem 2.1 of our paper. Namely, if  $G$  is  $\triangleleft \triangle \circ$ , then (i) and (ii) hold simultaneously, contradicting the statement of the theorem saying that exactly one of (i), (ii), and (iii) holds. Therefore I proposed to delete the word "exactly" from the statement of the theorem. But, of course, this is not a crucial question.

Concerning the <sup>further</sup> work on our projects I think everything is included in my letter of October 31. I shall wait for your answer.

From the new material I am enclosing a page of new references for additional bibliography (L. Porcu is at the top).

With kind regards

Yours sincerely

Loops' Aethric'



THE UNIVERSITY OF MANITOBA

DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND ASTRONOMY

WINNIPEG, CANADA

20 November.

Dear Diego,

I received letters from you dated October 31 and November 9. As you have ~~so~~ already observed the September 20 did arrive here. In particular I have received your write up on MNGLG's. I shall be sending you some material on that subject shortly.

Enclosed is a letter from Hans Schneider that you will like. Everything is in order and the paper should be in print sometime in 1980.

I received the proofs for the illustrations. One (and only one) from chapter 6 is incorrect and I have sent a correction to Sachs. I am <sup>not</sup> enclosing one for your information. The latest update for the index additions is also included. Could you check the entries for L. Poren and O. Bilek for correctness?

notice  
for  
are  
already  
caught  
his error.

I have also received the new parts of chapter 2. In footnote 3 of Chapter 2 there is a proof that is credited to me. While it is indeed my proof, it seems to me that ~~it~~ it is a little unusual for one author to acknowledge a co-author and it is best left out. I don't however, consider it a big thing.

I'm glad that you still like drinking gin & tonic. It is sometimes considered a warm weather drink here, but many people drink it all year 'round. The weather, incidently is not too warm now. It was  $-30^{\circ}$  when I drove to work this morning.

Brain still talks about you when he walks by your former flat.  
He now calls you Mr. Cvet-ko-bish.

Do you remember the Spanish restaurant that we went to  
(we sat at a table and then moved to the lounge). Judy & I  
finally got around to having a full dinner there. It was  
excellent. I hope we can go there together sometime for dinner.

I shall be going to the 10<sup>th</sup> southeastern Conference in  
graph Theory, Combinatorics, and Computing in April. I'll  
give a paper there and one possibility is to give a  
synopsis of our results on MINGLG's. The time it takes  
to get a paper into print is very long, but that conference  
publishes its proceedings very quickly. I think the results  
we have even now are quite good (maybe we'll have more by then).  
Let me know what you think of the idea (it would be jointly authored,  
of course).

I'm glad Mladen like our little computer print out. I  
had the feeling it should be Zdravo Mladena, or something  
like that, but I couldn't remember the right ending. I have  
a little envelope in my desk for stamps which will be sent to  
him from time to time.

Best wishes

Wendell



THE UNIVERSITY OF MANITOBA

DEPARTMENT OF COMPUTER SCIENCE

WINNIPEG, CANADA R3T 2N2

27th Nov. 1978

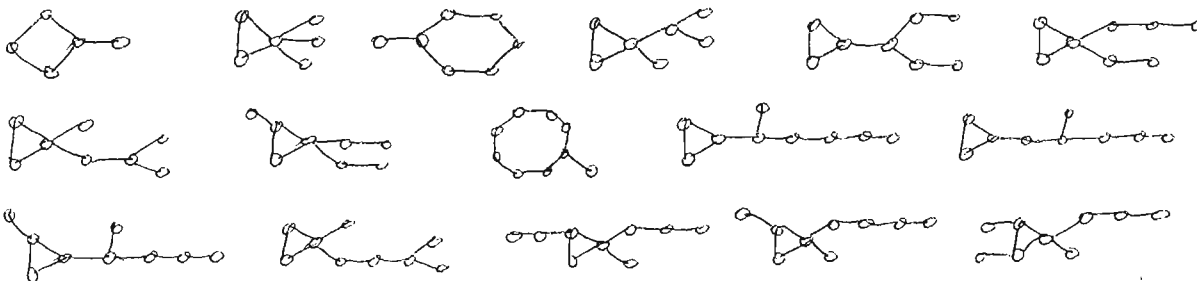
Dear Bogos,

It seems fairly certain now that I will be in Europe during the last two weeks of January and the first two weeks of February. At the moment my itinerary is completely undecided, but there seems to be an excellent chance that I will be able to visit Belgrade for a few days, so perhaps we can make up for the opportunity to meet which we missed in Winnipeg. Please write to tell me whether you will be in Belgrade during the period I've mentioned. I would also appreciate greatly any advice you can offer concerning accommodation, and so forth. I will have my wife and my 10-month-old daughter with me. A telephone number by which I could contact you would also be helpful.

I have just completed a determination of the 407 graphs (with  $\leq 9$  vertices which are minimal subject to least eigenvalue  $< -2$ ). These are broken up as follows:

# vertices :	5	6	7	8	9
# graphs :	3	8	14	67	315

For no particular reason, I will draw the uni-cyclic ones:-



One interesting thing I have noticed about the 407 graphs produced is that each one has a one-point-deleted subgraph with least eigenvalue exactly  $-2$ . Do you think this might always be the case?

I haven't yet determined whether or not each of the 407 graphs contains one of your list of 31 "MUGLG's", but I expect to do this soon.

I'm sorry to leave you so little time to reply. I will be at Winnipeg until the last day of 1978, and then at Waterloo (Dept. of Combinatorics & Optimization) for the first week of 1979.

Best wishes,  
Brendan McKay

Beograd 3.12.1978.

Dear Mr. Sachs,

Last time I sent you a mail on November 7, confirming the receipt of your letters of October 2, and October 15.

There were no special events in the meantime, so I had no need to write to you. In this mail I am sending you the following:

- 1° A computer output of our additional bibliography (last update: October 25), which has been sent me by Doob. (7 pages, with some minor corrections <sup>of my vol.</sup>)
- 2° Still more additional references collected by myself and already sent to Doob (3 pages).
- 3° A copy of the retyped text for some pages in chapter 2. There are no changes. It is as it was fixed by yourself. A copy has been already sent to Doob.

If it works according to the plan we should receive the proofs for our book in one month. In urgent situations we could need a telephone connection. So, I would suggest that we make

-2-

ourselves sure that we know each other's phone numbers. My telephone number is unchanged (011)-437-263. (011 is for Belgrad).

Doob's telephone number at home (341 Oxford Street, Winnipeg, Manitoba R3M3H9) is:

The telephone connection from here to Canada works well and in necessary <sup>exceptional</sup> urgent cases I even have a possibility to speak to Doob free of charge.

Best wishes to you and to your wife. My wife also sends her regards

Yours sincerely  
~~the~~ Prokop' Belovic'



Beograd 11.12.1978.

Dear Michael,

My last letter to you was sent on November 9, 1978 with a lot of material including the statement that our 31 groups are all MNGLC's. You have not yet confirmed the receipt of my letters of my letters of Oct. 20, Oct. 31 and Nov. 9, but I received a letter of McKay from which I indirectly ~~see~~ that you must have received at least some of these ~~my~~ letters of mine. (17 pages)

In this letter I am sending you a part V of Chapter 2 for the future book on matrices. I am curious to see your reaction on this and on the previously sent material ~~or~~ from Chapter 4. (5 pages)

(1) I am sending you also a part for the future paper "Spectral characterization of regular line graphs". Previously sent part follows this one. Now I really need your contributions to write down the final part of the paper. Some part of the manuscript, I am sending you now, must look familiar to you.

Find also enclosed a page with a few references for the additional bibliography for our book. Of course, you should make final version of this bibliography ~~not~~ during proof reading. Can you

put just ordinary numbers (1, 2, 3, ...) in front of the references in the final version. When sending me something concerning the book, please, indicate whether I should send a copy for Sachs or whether you had already sent it to him.

There is a letter for Mr. Key enclosed herewith. Please, forward it to him since you must have a contact with him. I am curious to see whether his minimal graphs with  $k \leq -2$  really contain always some of our 37 graphs. Of course, graphs on 7 and 8 vertices are ~~the~~ most critical.

With kind regards

Yours sincerely  
Loops

1  
Belgrade 11.12.1978.

Dear Brendan,

Thank you for your letter of November 27.

It would be really nice if you could come here to Belgrade in January or February next year.

In principle, I will be in Belgrade during the winter. Still there is a possibility that we make a little winter holiday between January 22 and 28. So if you can arrange your coming here after January 28, it would be nice. If you still must come earlier you are again welcome since I still can rearrange my trip.

Michael Dool discovered a hotel in Belgrade which is, according to him, good for guests from western countries. You can have a double room for about 300 dinars (about 20 Canadian dollars) a day including breakfast. I can book the room for you if you tell me when you exactly come. On the other hand, in the winter time the hotels here are usually not so busy so probably there will be no troubles if you come without booking the room.

I am curious to hear the result of your investigation on whether all of your 407 graphs contain some of our 31 graphs

Yours sincerely  
Davorin Petrović

Beograd 25.12.78.

Dear Michael,

Thank you for your letter of November 20, which came here only some ten days ago! (Surprisingly, the same happened with a letter from Kalamasoo, which also had been sent on November 20). Please, you should better send the letters on my home address, as earlier. I sent you a letter on December 11, together with a letter for McKay and other things.

I agree with your proposal to make a short paper about generalized line graphs, announcing the results, for your conference. (Do not forget Simic as one of coauthors). In the meantime we shall finish complete paper for a journal. (I had in mind Journal of Graph Theory).

Incidentally, do you know of any Graph Theory Conference next summer. I usually do not receive the announcements for conferences.

Now, some corrections to the additional bibliography (last update: 11/17/78).

p. 2: Lethovic, some possible..., add: Proc. Internat Coll.

Books in Graph Theory, Sreged, August 25-31 1978

e: "Statistischen" instead of "Statischen"

"Graz"

— " —

GRAS

As for reference: Gordiner (and Gutman p. 4)



Jluman, 28. 12. 78

Lieber Herr Cvetković!

Endlich komme ich dazu, Ihnen zu schreiben:

Ich bedanke mich sehr für Ihren Brief vom 7. November und Ihre Sendung vom

3. Dezember 1978, die ich mit allen Anlagen erhalten habe. Außerdem bekam ich einen

Brief von Doob, in dem er eine der Figuren beanstandet (eine Karte war falsch gezeichnet), ich habe das an den Verlag weitergeleitet.

Mit Frau Mai vom VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften habe ich nur kurz telefonisch

sprechen können (sie ist gerade von einer vorübergehenden Herzkur zurückgekehrt), so

wird wohl alles in Ordnung sein. Auf

meinen Brief an den Verlagsleiter, den Vertrag betreffend, habe ich noch immer keine

Antwort erhalten (??), ich werde noch einmal an ihn schreiben müssen.

Und nun zu Ihren Briefen im Einzelnen:

Lieber Herr Cvetković, vor allem freue ich mich,

dass Ihre Berufung zum Professor gute

Fortschritte macht! Der Titel als solcher

ist zwar gar nicht wichtig, aber dennoch: Sie stehen auf eigenen Füßen und können Ihre eigenen Vorstellungen in Eigenverantwortlichkeit in die Tat umsetzen, und das wird Ihnen - neben vielen Pflichten - auch viele schöne Erfolgserlebnisse bringen! Nun weiß ich natürlich nicht, wie der gegenwärtige Stand ist; bitte, teilen Sie mir mit, wenn es soweit ist!

Auf Ihre Arbeit über die Charakterisierung der verallgemeinerten line graphs bin ich sehr gespannt: Charakterisierungen durch verbotene Untergraphen sind ja bei topologischen Fragen von besonderem Interesse (Satz von Kuratowski), und das Problem der Charakterisierung von Graphen mit bestimmtem Geschlecht ( $> 0$ ) ist ja noch ungelöst (die Überlegungen von W. Vollmerhaus in dieser Richtung haben sich wohl als nicht korrekt erwiesen); ob sich hier vielleicht Verbindungen herstellen lassen? Allerdings ist die Problematik bei den line graphs doch anders, und bei den topologischen Fragen geht es ja um topologische Untergraphen (Unterteilungen), u.s.w. - alles in allem: sehr interessant! Bitte, grüßen Sie auch Herrn Simić herzlich von uns: Wir wünschen ihm Erfolg bei der Verteidigung seiner Dissertation, und - falls das schon geschehen ist - gratulieren zum neuen Titel!

Besonders interessiert bin ich an Ihrem "P.S.", daß die Resultate von Godsil und Gutman schon bekannt sind: Ich habe ein wenig über das Problem nachgedacht, um einen anderen Beweis zu finden, der die Realität der Wurzeln in besser durchschaubarer Form zur speziellen Gestalt der Koeffizienten in Beziehung setzt, aber leider ohne Erfolg. Nun, ich denke, Herr Gutman wird mich informieren.

Für Ihr Buch über Matrizen wünsche ich Ihnen viel Erfolg!

Nun zu Ihrem Brief vom 3. Dezember: Noch weiß ich nicht, wann wir die Korrekturbögen erhalten werden. Sogleich nach dem Neujahrstag werde ich Frau Mai anrufen: Wenn es soweit ist, müssen wir gut zusammenarbeiten, weil ich fürchte, daß die Post aus Kanada nicht immer pünktlich sein wird (wie hatten kürzlich auch wieder einen Poststreik). Ich habe die Liste der zusätzlichen Literatur gut auf, aber ich hoffe, daß auch von Doob pünktlich eine komplette (satzreife) Liste ankommen wird. Das sind meine Telefon-Nummern: Ilmenau, privat 3317, dienstlich 740. Wir sollten aber möglichst viel brieflich regeln.



Noch eine interessante Sache: Ein Student in Berlin namens Manfred Schulz fand den kleinsten kubischen Graphen ohne Schlingen und Mehrfachkanten, der genau 2 Transitivitätssysteme (orbits) besitzt und  $\pm\sqrt{3}$  als einfache Eigenwerte hat: Dieser Graph hat 32 Knotenpunkte, siehe Anlage.

Das Spektrum wurde mittels eines Computers errechnet (um nicht zu sein, daß  $\pm\sqrt{3}$  wirklich einfache Eigenwerte sind). Hoffentlich haben sich keine Wanzen eingeschlichen!

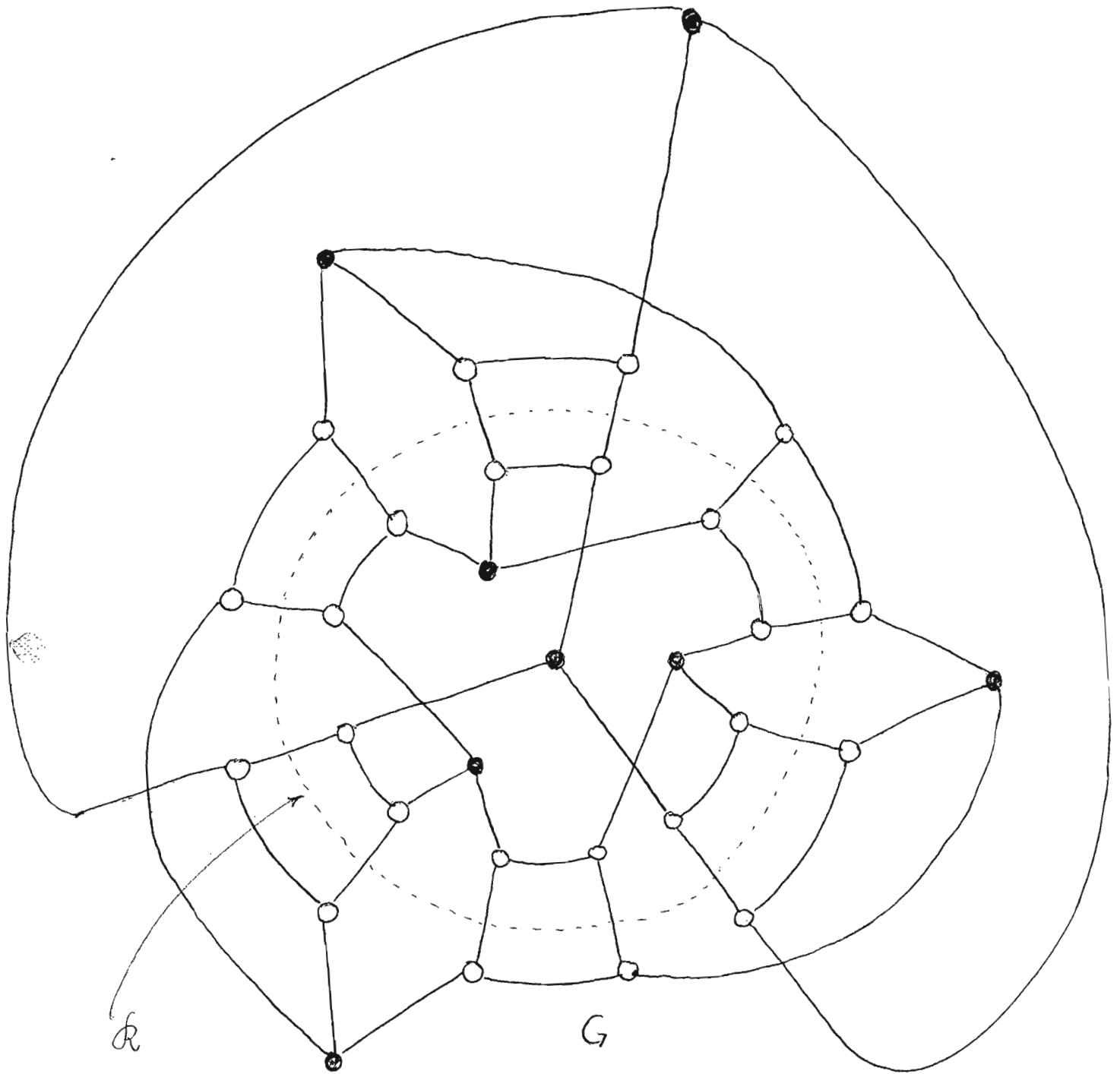
Lieber Herr Cvitković, mir geht es nach der Kur einigermaßen gut, hatte allerdings inzwischen wieder (schmerzhaft) Nierensteine.

Leider war meine Zeit in den letzten Wochen sehr knapp, deshalb bitte ich um Verständnis, daß ich Ihnen erst heute - zwischen Weihnacht und Neujahr - schreibe.

Wir grüßen Sie und Ihre lieben Angehörigen ganz herzlich!

Ihre

Barbara und Horst Sachs



Der Graph von Manfred Schulz:

Genau zwei Transitivitätssysteme ( $\circ$  und  $\bullet$ ),  
 $\pm\sqrt{3}$  sind einfache Eigenwerte;  $G$  ist minimal.

Eigenvektor  $\underline{x}$  zum Eigenwert  $\sqrt{3}$ :

Im Innern von  $\mathcal{Q}$ :  $\bullet x_i = \sqrt{3}$ ,  $\circ x_i = 1$

Im Äußeren von  $\mathcal{Q}$ :  $\bullet x_i = -\sqrt{3}$ ,  $\circ x_i = -1$ .

Durch Spiegelung an  $\mathcal{Q}$  geht  $G$  in sich und  
 $\underline{x}$  in  $-\underline{x}$  über.



THE UNIVERSITY OF MANITOBA

DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND ASTRONOMY

WINNIPEG, CANADA

Jan. 24

Dear Dragoš,

I received your letters from Dec 25 and January 15. I have enclosed (i) the two articles that you wanted and (ii) copies ~~of~~ of the illustrations from our paper on Embeddings of graphs. I received a request for these illustrations from Academic Press along with a copyright release which I signed (this is standard in U.S. journals now. It allows the publisher to see anyone who copies the journal with a copy machine).

You should be getting a form from the University in the next few weeks that will let you get the \$45 deducted for income taxes in Canada. Do you still want me to look for a nice calculator?

I have started the secretaries working on the new book. In the next ~~few~~ few days I shall send you some output from the word processor, namely, the updated index and Chapter 7.

I have a new proof for MNGLG's which is much better. The basic idea is as follows: Take your graph and look at ~~the~~ two point deleted subgraphs and their intersection (as you ~~was~~ were doing over the summer). Pick the points that attain the diameter. Use the fact that the covering of the intersection is unique and construct the only possible cover for the big graph. Believe it or not, everything works out. I'll be sending that to you soon.

We have just had a streak of cold weather. For 19 days the temperature never went above  $-23^{\circ}$  and went down below  $-30^{\circ}$  every night. One morning it was  $-38^{\circ}$  when I left for work. It has been an especially cold winter for us. In general cars have to be tuned well or they won't work in winter. In addition, all cars have block heaters, i.e., a small heater that you can plug into an electrical outlet. The heating element warms the fluid in the radiator and this generally helps keep the engine lubricants usable. In very cold weather like we've just had the efficiency of batteries drops by 60%, so you won't get by with an old battery.

We're going to have a total eclipse of the sun here in Winnipeg on February 26. There is currently quite a controversy going on. The Winnipeg School Board has said that the only way they will allow students to watch the eclipse is on television! A once in a lifetime event to be watched on television when it is taking place right here. Well, Lisa isn't going to school on that day.

Did you go see Emmanuelle? (I've never seen it). Incidentally Battlestar Galactica is a television series that is on every Sunday. It is not very good, unfortunately, certainly it is nowhere near as good as Star Trek. Incidentally, did you know that a Star Trek movie is currently in production and will be released next December?

I have the following materials concerning the paper on the Characterization of Regular Line Graphs

- 6 pages: beginning to proposition 107
- 5 pages: beginning to proposition 4
- pages 12-22: Proposition 12 - References
- 5 page outline from last summer.

I don't seem to have pages 6-11.

Best wishes to you Zora and Meladen for a healthy and happy new year.

Wendell



THE UNIVERSITY OF MANITOBA

January 8, 1979

DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND ASTRONOMY

WINNIPEG, CANADA

Dear Dragoš,

No doubt you have been wondering if I have been doing anything here. I have some new proofs for our paper as well as some new results. A lot has been generated by the computer search done by McKay while he was here. He verified that our 31 graphs are indeed ~~correct~~ all that are necessary for minimal graphs with 9 or fewer vertices. Here is an example of a new result:

Thm: If  $G$  is a graph with  $\lambda(G) < -2$  then there exists a  $G' \subseteq G$  with  $\lambda(G') = -2$ .

Pf:  $\lambda(G) < -2 \Rightarrow G$  a NGLG  $\Rightarrow \exists H \subseteq G$  such that  $H$  is a MNLG.

(a) If  $\lambda(H) < -2$  then  $H$  is one of the 11 graphs and  $H$  contains  $C_4$ ,  $K_{1,4}$ , or



(b) If  $\lambda(H) > -2$  then  $|V(H)| = 6$ ; add back any 3 vertices to form  $H'$ .

$H'$  is a NGLG with  $|V(H')| = 9$ . If  $\lambda(H') < -2$ ,  $H'$  contains  $G'$  with  $\lambda(G') = -2$  (by McKay's computer search).

If  $\lambda(H') = -2$ , were done since  $H' \subseteq G$ .  $\lambda(H') > -2$  is

impossible, for then  $H'$  would generate  $E_6$ ,  $E_7$ , or  $E_8$  because of  $H$ , and  $|V(H')| = 9$  implies  $\lambda(H') = -2$ .

I really like this result because I mentioned it to Alan Hoffman in 1974 in Vancouver but was never able to prove it. It is very useful for generating impossible subgraphs

So this has slowed down my writing of my section of our paper and I'm sorry for this.

I read Chapter 2 and Chapter 4 from the Linear Algebra book and I thought it was quite good. I would like to work ~~out~~ on it with you.

I should tell you some more about McKay's computer search. He has a tape with all 9 vertex graphs (he left me a copy). I had him find all graphs whose least eigenvalue is  $-2$  and is minimal with respect to that property. The results

no of vert	no of graphs	
5	3	} our 11 MNGLG
6	8	
7	14	
8	67	
9	315	

I'll write some more soon. Best wishes for the new year.

Michael

Beograd 1979, January 15

Dear Michael,

Thank you very much for your Season Greetings. As I realized, you and Judy lost many kilos, shall I be able to recognize you if I meet you?

My last mail to you was sent about one month ago including a letter for McKay. After that, I did not hear of him.

Now, I am sending you another part for future paper "Characterizations of regular line graphs by their spectra". The manuscript is now almost complete. In the part about root systems Propositions 10<sup>1</sup> - 10<sup>7</sup> become now Propositions 5 - 11. The proof of Proposition 19 is not yet complete, Fig. 4 is missing. In these days I shall ask Mr. Radzavljaković to produce such a picture for his Master Thesis and we shall use it. If it happened that you already had a material for Proposition 19 send me it as soon as possible. So, in essence, only the proof of Proposition 20 is missing and your help is necessary at this point. In fact we shall probably have a few propositions and lemmas instead of Proposition 20.

as it is formulated now. (Therefore I labeled next Propositions by 51, 52, ...). My proposal is now that you send as soon as possible the proof of Proposition 20 together with criticism and comment on the remaining part. I would write down then a nearly final version and send it to you for final correction and retyping.

The paper will probably have about 30 pages. We shall later decide what to do. Maybe it still will be acceptable in some journals (primarily, I had in mind some of our journals here). If not, we can condense something or still throw out some proofs. Since our book should soon come out, a good idea would be to delete those proof which can be found in our book. At the moment I still suggest to complete the manuscript in the same style as I began. Maybe, this manuscript could be included in the second edition of our book?!

With kind regards

Yours sincerely  
Goop's Bethoric'

P.S. I still sent you another letter on December 25, ...

PSS. The private telephone of Soth is 3317



Beograd, Feb. 5, 1979

Dear Michael,

Thank you for your letters of Jan. 8 and Jan. 24. I am glad to hear that some progress has been made concerning MNLG's. I am waiting for your details and also McKay should come here in a few days and he probably also has to tell something.

I appreciate very much your decision to work on joint book on notices. Can we say that this is now a new joint project (say Project 3)? May I announce in the preface of the Serbian version that an extended English version is being prepared? Since I suppose the answer is positive let me report about the present stage.

Now I have about 250 typed pages and I plan to write ~~the~~ other 100 pages (references, examples, appendices, short non-important sections). So the book is written in essence and I decided to stop now and to write the remaining 100 pages in a slower tempo (say<sup>m</sup> 2-3 months). During this time the referees will read the existing manuscript and a publisher here should be found. Also during this period some parts will be translated and sent to you.

Running head of the book is now: "Combinatorial matrix theory with applications in electrical engineering, chemistry and physics". I modified the book ~~in accordance with~~ for your poor readers in the following way. The book will be at the same time a scientific monograph (because of the new approach), a textbook for students (because I start from the beginning), a survey book (because many results will be given without any proof; at most advanced, non-trivial results will be given in that way), an applied book (many examples of applications), <sup>and</sup> also a book which includes many examples and exercises and some numerical methods! Of course, in English we should concentrate on some of these goals because there are much more readers in English and we can afford a specific book - for some of the readers and not for all as I must do when I write in Serbo-Croatian. I think you should, in fact, make a decision, what book should we write? Now you have some material and you could contact some publisher.

If we decide to write a scientific monograph, Prof. Mendelsohn would be, of course, very useful and I would not have anything against joining him for this project but I leave this up to you.

You have a preliminary plan of the book. Now I added Chapter 13 (Applications in Physics). For this Chapter I used the material from Chapter 8 of our book with Sachs. Chapter 12 has been written by I. Gutman but it coincides partly again with some parts of <sup>our</sup> Chapter 8.

So for English version we already have something written in our book on graph spectra (not only applications, i.e. Chapter 8, because we should mention graph spectra in our book not only related to applications).

I shall translate primarily those parts of the manuscript where the new approach is used. The standard parts will be only outlined and sent to you (if you wish I can gradually translate everything).

I would ask you to think over about the terminology (linear spanning ~~part~~ subgraph or factor, cycle - circuit, point-vertex, edge-line etc.). Different parts of the manuscript, that you received or will receive, are written in different times and translated by different people. Also the translations are not very well written. Maybe you can work out a little dictionary of terms we should use during the preparation of the manuscript. I know, your word processor will help you much; even if we decide at the end to replace, for instance, "cycle" by "circuit", that is nothing for you - you push a button and every where in manuscript one term is replaced by another! Are there such possibilities?

In this letter I am sending you 6 pages concerning Chapter 3 (translated by Rodosoulgeric),

Radosavljević made his first step for his Master Thesis - he produced Fig. 4 for the proof of Proposition 19 on p. 18 of our "Characterisation of regular...". The picture is enclosed; it contains 17 graphs  $H$  with switching sets which give exceptional mates and also a Beineke forbidden subgraph is indicated (almost always  $\overline{X_{+7}}$  which gives  $K_{1,3}$  after switching the line graph). Concerning this manuscript, you have everything. Namely, the part of the manuscript with Propositions 101-107 comes in the middle; that means the pages 1-6 become p. 6-11 and Propositions 101-107 become Propositions 5-11. Now you have only to insert the proof of Proposition 20 and we are ready. (As I said in one of my previous letters you can replace Proposition 20 with more than one Proposition).

Mr. Simić defended his thesis a couple of weeks ago; he is now ~~Dr.~~ Dr. Simić. The crucial decision about my promoting into a higher degree has been made, but better to wait; I do not believe until the dean gives me something written, i.e. until I get higher salary.

Save those 45 dollars for me. Namely, I am joking with the idea to come to your continent next year. Now I would organize the trip to visit

- 5 -

many places in USA and Canada (New York, Ann Arbor, Kalamazoo, Waterloo, Montreal, Winnipeg). I hope that almost all money for this trip can be found here (Research Council of Serbia, my university). (Of course, little supports and using facilities would be greatly appreciated).

The trip would be in period May - July. There is a conference in May, 1980, in Kalamazoo and I would like to take part in another conference in this period (do you know something about it?). By this time our new book will perhaps be ready or almost ready and we could use a part of time for this. Do you have any suggestion concerning the planning of my trip.

Kind regards to you, to Judy and children also from my family

Yours sincerely  
Drago's mother

P.S. Find enclosed also a couple of new references for the book with books.



THE UNIVERSITY OF MANITOBA

DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND ASTRONOMY

WINNIPEG, CANADA

February 6, 1979

Dear Dragö,

Enclosed is the following material:

- (1) A page copied from the Zentralblatt with a reference in Russian. Is this important to us? Should it be added to the list for the book?
- (2) An article about Star Wars. Can Melson read it?
- (3) Three pages of computer output from the big computer. The first page contains the eigenvalues of the 112 graphs that we looked at last summer. Also included are the same graphs ordered by degree sequence. Finally there are the 28 MNGG's with six vertices ordered by degree sequence. The MNGG NO. refers to Figure 3 in your write up from last summer. You will note that only two of the 28 graphs have the same degree sequence, and one of these has  $\chi(G) > -2$  while the other has  $\chi(G) < -2$ . I have found this listing extremely useful in writing up the work we have done on MNGG's, as you shall see.
- (4) The current version of the index additions.
- (5) A copy of chapter 2 of the linear algebra book (hereafter referred to as LA). I have changed the English quite a bit but have not changed the content.

We are continuing to have a very cold winter. Last night the temperature went down to  $-36.2^{\circ}$ . This is the coldest winter that I can remember. We have had plenty of cold weather, but this is the first time that it has stayed so cold without any relief. Manitoba is best visited in the summer! This weather has made our heating bills astronomical.

There is a movie that will start next week in Winnipeg called "Return from Navarone". Have you heard of it? It is about a group of British soldiers fighting the Chekists in Yugoslavia during the war. I have no idea if it is historically accurate (war movies take great liberties in their interpretation of history).

There is lots of talk here about the total eclipse of the sun to take place on February 26. We'll hope for a sunny day.

I'll be writing with more material soon.

Sincerely yours,

Wendell

Ilmenau, 25. 2. 79

Lieber Herr Cvetković!

Sicher warten Sie schon lange auf eine Nachricht von mir: heute kann ich Ihnen endlich etwas Neues mitteilen, zum Teil Gutes, zum Teil weniger Gutes.

Nach einigen Briefen und Telefonaten von mir bekam ich gestern vom Leiter des VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Herrn Dr. Walter, den Verlagsvertrag zur Unterzeichnung zugeschickt. Herr Dr. Walter bittet, die Verzögerung zu entschuldigen. Ich schicke den Vertrag morgen zurück, dann wird er Ihnen und Michael Doob zur Unterschriftsleistung zugeschickt werden. Inhaltlich entspricht er den Vereinbarungen, die wir 1977 mit Frau Mai in Oberhof getroffen haben. Die wichtigsten Positionen sind:

1. Auflage mit 1300 Exemplaren, davon 300 für die DDR und 1000 für Academic Press,

Pauschalhonorar (brutto): M 8 450,-, davon erhalten Sie 60 % (50 % in Dinar, 10 % in Mark der DDR), Doob und ich erhalten je 20 %,

Sie erhalten 10, Doob und ich je 5 Freiexemplare,

das Honorar wird fällig: 50 % nach Vertragsabschluß, 50 % nach Erscheinen.

Num, ich bin sehr froh, daß diese Frage endlich geklärt ist!

Gestern rief mich auch Frau Mai an und teilte mit, daß die Druckerei dieser Tage ihre Plantermine mitgeteilt habe, und zwar lauten diese wie folgt:

18. Juni bis 15. August: Umbruch (das ist also die Gesamtspanne für die Korrektur, einschließlich der Bearbeitung durch den Verlag),

12. September: Imprimatur

November: Auslieferung des Buches.

Der Verlag hat bei der Druckerei wegen der erneuten Verschiebung der Termine Einspruch erhoben, denn das Buch sollte bereits im Juni dieses Jahres erscheinen, und das wurde auch so angekündigt.

Außerdem ist die Korrekturspanne kürzer als vorgesehen, und das dürfte zu Termenschwierigkeiten für die Korrekturen von Doob führen, denn die Post von hier nach Kanada und zurück braucht einige Zeit.

Hoffentlich gelingt es, das noch zu ändern. Für uns sind die Termine ja auch deshalb problematisch, weil dann jeder von uns am Ende des



Studienjahres besonders stark belastet ist oder aber - nach Studienjahresende - schließlich Ferienpläne hat.

So, das wäre das Wichtigste über das Buch. Ich bin schon mehrmals von Chemikern angerufen worden, die von dem Buch gelesen hatten und ihr Interesse an einem Exemplar bekundeten.

Lieber Herr Cvetković, wir hoffen sehr, daß es Ihnen und Ihrer Familie gut geht und Sie gut über den Winter gekommen sind! Uns geht es gut (abgesehen von Nierenkoliken, die mich seit einiger Zeit sehr heftig plagen), und der Winter war hier in Thüringen ganz erträglich: Wir haben seit Weihnachten eine geschlossene Schneedecke, an einigen Tagen war es sehr kalt, etwa - 23° C. Dagegen gab es im Norden der Republik zwei Schneekatastrophen, eine um die Jahreswende und eine weitere vor etwa zehn Tagen, wo sehr viel Schnee fiel und durch Sturm Verwehungen von 4 bis 7 Metern Höhe erzeugte, so daß ganze Eisenbahnzüge im Schnee verschwanden. Der Transport kam weitgehend zum Erliegen, viele Dörfer waren völlig von der Umwelt abgeschnitten, erst jetzt gelingt es, wieder normale Zustände herzustellen. Herr Dirac berichtete aus Dänemark ähnliche Dinge. Aber auch bei Ihnen soll es ja ungewöhnlich kalt gewesen sein.

Am meisten beunruhigen uns die Vorgänge in Südostasien: Das vietnamesische Volk, das so mutig gegen Franzosen und Amerikaner gekämpft hat, wird erneut überfallen, und zwar von einem Staat, der eigentlich sein Verbündeter sein sollte. Erschreckend wird hier die Bereitschaft der chinesischen Führung deutlich, um ihre Herrschaftsansprüche durchzusetzen, die ganze Welt in einen neuen Krieg zu stürzen. Es ist nur zu hoffen, daß man in aller Welt begreift, was eigentlich vor sich geht.

Lieber Herr Cvetković, wir grüßen Sie und alle Ihre Angehörigen ganz herzlich und sind, wie immer,

Ihre

*Barbara und Horst Paul,*

Beograd, February 26, 1979

Dear Michael,

Thank you for your letter of February 6 with the enclosed material.

McKey was here some 10 days ago. The exchange of thoughts was quite useful.

I received from the payroll department of the University of Manitoba a document concerning Income Tax Return. A copy of it I am sending to you I have also the corresponding copy with number 4 in the right hand upper corner. What should I do in order to cash these 45 dollars or to save them for later?

Your Russian reference from Zentralblatt will be added at the end in the original (Russian) language. Do not worry about it.

Thank you for article about Shu Wans. Mladen is not yet able to read it but Zoro and I are helping him.

I am looking forward of seeing ~~see~~ your new proof concerning MNGLG's.

I am sending you some additions to the index (2 pages, one of them having very likely already been sent to you). Please, perform also the following changes:  
p. 1: S. S. D'Amato, Eigenvalues... with twofold symmetry, Mol. Phys. 37 (1979), to appear

p. 2: Wetronic, butwan, Simic, ... Publ. Elektrotehn. ...  
↑

Is the order of my papers here good? Maybe, the papers where I am the only author should come at the top and then alphabetically according to the co-authors. Check whether this is O.K. at other similar places.

p. 4: M. C. Heydemann, ..., J. Comb. Th. should be deleted since it is already included in the basic bibliography

p. 6: McKay; behind the title: Math. Comp. to appear.  
(Delete other date)

I am glad to see Chapter 2 of the future book typed nicely. Possible removals will be sent later. You will soon receive the translation of some other parts of the book.

I have not ~~read~~ heard about "Return to Navarone". Could not it be Chetniks instead of Chebists? (Chebists are members of the secret Stalin's police in Russia and Chetniks are members of royalistic movement in Yugoslavia who fought against Partisans and collaborated with Germans). I ~~have~~ <sup>am</sup> not aware of any battle of British soldiers in Yugoslavia <sup>during last war</sup> especially not against Chetniks. People here do not like the things which are not true and which are on purpose (in some cases) made not true (I do not know whether this concerns "Return to Navarone"). For example, in an interview for Yugoslav press Austrian minister for foreign affairs admitted that many things written in Austrian press about Yugoslavia are not true. On one hand, he said, he has no influence on Austrian press, on the other hand he has understanding for the press because if it wrote true about Yugoslavia <sup>and he would not read and profit would be ~~less~~ smaller!!!</sup> sincerely yours  
Shops

Beograd, March 19, 1979

Dear Mr. Socha,

Thank you very much for your letters of December 12 and February 25. Except for exchanging New Year's Greetings, my last letter to you was sent on ~~November 7~~ <sup>December 3</sup>. I am really apologizing for having not written to you for so a long time! The real reason for that was my work on the manuscript of the new book on matrices. Now the last pages are in process of typing and until the end of this month I hope to have prepared the whole manuscript. The title is "Combinatorial matrix theory (with applications to electrical engineering, chemistry and physics)". The book is in Serbo-Croatian and the manuscript contains about 350 pages. A more advanced version of the book will be prepared in English jointly with Doob.

Of course, I was not too glad to hear that our book will come out only in November. On the other hand the situation is not too bad since it will come only a few months later than planned. I agree with little changes in contract conditions since I consider them as being of secondary importance. Concerning proof reading, we have enough time to make arrangements. I suppose we will receive already corrected sheets and after

possible little changes give the "Imprinter". On the other hand for a little bit bigger changes (additional bibliography, additions to "Miscellaneous results and...", putting some footnotes etc.) we need to see the sheets as soon as possible (may be even not corrected by editors personnel). Please, think about this and discuss with the editor. I will be in Belgrade until July 20. After that time I do not know yet exactly but we all plan to go to the Netherlands for a few weeks to see old nice places again. (In fact that is Mladen's request and that trip would be a price for his good works in the school). Also there is a possibility that we stop by in your country; may be I could read the proofs in Berlin or in Gießen. If the text is already well corrected, a week would be perhaps much enough. So, please as far as you learn more about interesting terms for proof reading let me know.

Mr. Simić defended his thesis in January. Now he is Dr. Simić. The work on generalized line graphs ~~is~~ goes slowly although Doob and I solved in essence the problem. But he is doing very well with the additional bibliography for our book. Last Fall I was invited to a small conference in Austria and I am sending you a reprint of my talk. (The conference was more educational than the place for presenting new results).

Mc Kay on his way back from Canada to Australia stopped by here and we had some interesting talks. Concerning our book he observed in Chapter 4 on p. 2 ~~the~~ following:

In Proposition 4.1 the mark  $D/G$  is not defined. Please note this and correct in proof reading. I became also aware of some other applications of graph spectra to Physics. The corresponding references will be added to Doob's list. Simic and I wrote "A bibliography of graph equations" for Journal of Graph Theory on Harary's request. It is an extended bibliography from our paper on graph equations presented at your conference in Oberhof. Also my second paper has been accepted for publication. Mr. Gutman applied to my faculty for getting a doctor degree in applied mathematics.

These were little scientific news which <sup>you</sup> would like to know. Privately, we are all well. Mladen is a good pupil and especially good in mathematics although I very rarely show him something. My wife was on occasion of March 8 at a little excursion to Greece (in Athen).

The events in South-Eastern Asia are very dangerous. Yugoslav people are very well informed about it including, of course, the interpretations from socialistic countries. Of course, everybody here <sup>(including official policy)</sup> is against China's aggression (as well as against any aggression everywhere and under any condition). Fortunately, the last news tell about the end of the war

and about possible negotiations between China and Vietnam. The negotiations are certainly the best way to solve the problems; the war can only make the problems bigger and not to solve them!

With kind regards also to your wife

Yours sincerely  
Gregor Böhme

Jhrman, 29.3.79

Lieber Herr Cvetković!

Haben Sie recht herzlichen Dank für Ihren Brief vom 19. März 79! Ich freue mich, daß es Ihnen gut geht, und beglückwünsche Aladen zu seinen Erfolgen in der Schule. Auch freut es uns, daß Ihre liebe Frau anläßlich des 8. März die Gelegenheit hatte, Athen kennen-zulernen: das war sicher ein schönes Erlebnis.

Nun zu Ihrem Brief im Einzelnen:

Ich stelle mit Bewunderung fest, daß Sie so aufserordentlich produktiv sind: Meinem Glückwunsch zum Abschluß des Manuskripts für das Buch über Matrizen. Schade, daß ich Serbo-Kroatisch nicht lesen kann, und so muß ich wohl auf die englische Fassung warten, die Sie mit Michael Dook vorbereiten. Wann und in welchem Verlag soll die englische Fassung erscheinen?

Die Verschiebung des Erscheinungstermins unseres Buches hat mir auch gar nicht gefallen: wir wollen hoffen, daß der neue



Termin eingehalten wird!

Was das Lesen der Korrekturen betrifft, so fürchte ich, daß die Zeit doch recht knapp sein wird, insbesondere für mich, weil ich auf die Post von Dool warten und dann alles in das endgültige Exemplar übertragen muß. Üblicherweise erhält man nicht alles auf einmal, sondern jeweils nur 2 oder 3 Bögen, die nur technisch vorkorrigiert sind. Ich werde die Einzelheiten noch einmal mit Frau Mai durchsprechen, damit wir so wenig Zeit wie möglich verlieren. Leider liegen die Zeiten ~~so~~ <sup>sehr</sup> ungünstig, denn ich nehme an, daß auch Dool dann Urlaub machen wird, das macht alles noch komplizierter. Ich selbst kann auch nicht verreisen, denn die einzige Möglichkeit dazu wäre im August. Na, wir werden sehen, irgendeine werden wir es schon schaffen. Bitte, halten Sie mich auf dem Laufenden, wie und wo Sie am schnellsten zu erreichen sind. Am besten wäre es natürlich, wenn wir

die Hauptarbeiten - soweit sie Ihre Mitarbeit erfordern - bis zum 20. Juli abschließen können, so daß Ihr Urlaub nicht belastet wird. Jedenfalls wünsche ich Ihnen einen schönen Aufenthalt in den Niederlanden: besonders für Albenus wird das ein Erlebnis sein! Sehr schön wäre es, wenn wir uns bei Ihrer Rückreise treffen könnten, vielleicht gibt es doch noch einiges, was das Buch betrifft, zu besprechen. Haben Sie übrigens schon den neuen Vertrag vom VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften bekommen?

Ich bedanke mich sehr für den Sonderdruck Ihres Vortrages in Österreich! Nun werden Sie Ihre Arbeit über "generalized line graphs" auch bald zu Papier gebracht haben. Ich bemühte mich gegenwärtig ein wenig um die Problematik des Dirichletschen Schubfachschlusses ("pigeon hole principle"), Satz von Ramsey, Satz von Turán - aber das sind schwierige Dinge, und ich habe leider zu wenig Zeit, um mich so tiefgehend damit zu beschäftigen,

wie das eigentlich nötig wäre. Herr Hexel hat in seiner Dissertationschrift einige sehr schöne diesbezügliche Teilresultate gefunden - darüber ein andermal.

Ich freue mich, daß Herr Štanić seine Dissertation erfolgreich verteidigt hat; ich werde ihm einen (verspäteten) Glückwunsch schicken.

Vielen Dank für den Hinweis, daß ich versäumt habe, „DIG“ zu definieren: das läßt sich ja leicht in Ordnung bringen. Übrigens habe ich bereits den „Klappentext“ (der auf dem Schutzumschlag erscheint) zur Korrektur erhalten: Frau Mai hat in

(1) geschickter Weise die wichtigsten Sätze aus dem Vorwort und der Einleitung zusammengestellt, ich habe nur geringfügige Korrekturen vorgenommen.

Bitte grüßen Sie Herrn Gutman von uns! Wir wünschen ihm viel Erfolg zum Doktor der Mathematik!

Von uns beiden ist zu berichten, daß wir in letzter Zeit leider gar nicht gesund waren: Meine Frau hatte sehr viel unter Zahnschmerzen (mit Entzündungen und Schwellungen verbunden) zu leiden, und mir machte ein dem Harnleiter verklebter Nierenstein sehr zu schaffen: Koliken und eine Entzündung mit hohem Fieber. Nach einem kurzen Krankenhausaufenthalt fühle ich mich nun wieder wohl und hoffe sehr, daß ich für längere Zeit Ruhe haben werde. Glücklicherweise sind die Nieren ganz gesund, und ein Stein ist ja ganz harmlos - abgesehen von den Schmerzen! Wir hatten jetzt gerade die Feierlichkeiten zu Einsteins 100. Geburtstag (am 14. März), und mir machte ein Stein so starke Schmerzen, und das war ganz absolut, da half auch keine Relativitätstheorie darüber hinweg!

Lieber Herr Cvetković, in der Verurteilung von Aggressionskriegen, da sind wir absolut der gleichen Meinung!

Mit ganz herzlichem Grüßen  
von Hans zu Hans  
Ihr Horst Sachs.



The University of Manitoba

Department of Mathematics and Astronomy

Winnipeg, Canada R3T 2N2

March 30, 1979

Dr. Dragoš Cvetković  
Lamartinova 44  
Belgrade, Yugoslavia

Dear Dragoš,

Enclosed is a copy of the first draft of Generalized Line Graphs. I'm not sure of Simic's first name, but I hope he will not be too unhappy if it is wrong. There is one section of the proof of Theorem 4.8 that I have left out, namely, the proof that the cover satisfies the third property that makes it proper. It is long and I hope that there is an alternative proof. The following is true, however. A generalized line graph has a cut point  $v$  iff that vertex corresponds to an edge in the root graph that disconnects the root graph when it is deleted. Thus such a graph of diameter 2 must have an edge in the root graph which is incident to all other edges. Now suppose we have a MNGLG that has a cut point  $x$  and more than 7 vertices. If the deletion of  $x$  leaves 5 or more components, the graph contains  $K_{1,5}$ . If there are 4 components the graph contains  $G_6$ . If there are three components, either the graph contains  $G_{23}$  or there are two vertices of degree 1. Call them  $y$  and  $z$ . The subgraph induced by deleting  $y$  is a GLG with a cut point, and hence the cut point corresponds to an edge in the root graph (actually the cut point is obviously an a-type vertex). But since there are three connected components when  $x$  is deleted,  $z$  must be an a-type vertex. Hence we can add back  $y$  and make it a partner of  $z$  and we then have constructed our graph as a GLG!

In proposition 4 of the notes that you left last summer you indicated how cut points are important in the construction of proper covers. Maybe you could use this material to give a better proof of Theorem 4.8. I should emphasize that the proof for graphs with diameter greater than 2 is, I think, quite good. But when the diameter equals 2 the proof is much too long. If you can't come up with a better proof I'll use mine, but there must be a better way. In any case, could you and Simic proofread the paper and send me the corrections.

I have also enclosed the galley proofs for our paper to appear in LAA. I shall correct it and send everything back to the publisher.

The receipt that you sent me is to put in your tax return. I picked up one and have filled it out for you. You have to sign at the appropriate spot on the back page and mail it to the taxation data centre in the envelope provided. You will eventually receive a cheque from the Canadian government. If you want me to buy you something with it, write on the back "Pay to the order of Michael Doob" and sign your name. The cheque can then be cashed here by me.

As it turned out, we had sunny weather for the solar eclipse. It was really beautiful, a remarkable event that really has to be experienced to be appreciated. I have enclosed a picture from the paper. You will, no doubt, recognize the legislative building.

You are correct when you say that Western newspapers want to sell as many papers as possible, and that this distorts their coverage. I think that the problem is more one of slanting the news stories rather than outright lying. However any story, by its very choice of words, will bias itself to a greater or lesser degree. This is true whether a newspaper is run by a capitalist or by a state. What is necessary is, first, to educate our population so that they can be aware of biases, and, second, to have enough sources available so that different viewpoints are presented. The situation here in Winnipeg is certainly far from ideal in this respect, as you undoubtedly noticed when you were here last summer.

I'm going to Florida on Sunday, and I'll tell you what reaction there is to our work on MNGLGs when I get back.

In the meantime I could use something else from you. I'll be teaching a linear algebra course starting May 2, and I would like to use some of the material that we have for the book in it. If you have any more material that you can send me, I would appreciate receiving it. It doesn't have to be typed, although it would be better if it were not in Serbo-Croatian!

It would be wonderful if you could be sent to North America by the Serbian Research Council. You can certainly spend as much time as you want here. Let me know when you have further details. I could probably get you the same room you had last year if I am given sufficient lead time.

Best wishes to Zora and Mladen. I'll write when I get back from Florida.

Sincerely yours,

A handwritten signature in cursive script, appearing to read "Mladen".

Beverly, April 6, 1979

Dear Michael

Please find enclosed some parts from the book on metrics (22 pages). Some <sup>of these</sup> pages, I think, have already been sent to you. Now you have almost all basic important things from the book in English. I'll write you soon.

Yours sincerely  
Dopov



Beograd, April 12, 1979

Dear Michael,

Your ~~paper~~ letter with a photo of solar eclipse came just when I was typing the last page of the manuscript for the book on notices. Now I must switch myself to generalized line graphs. First impression about our joint paper on GLG is very good but Simic (SLOBODAN) and me shall study it in these days more carefully. (By the way, there is a misprint when Beineke's graphs are mentioned; it is typed 6 instead of 9). Is that the only paper on GLG you have written? Namely, you once mentioned that you would write a short paper also, only announcing the results.

On April 6, I sent you a mail with some parts of the book on notices. You probably received it in the meantime. I shall continue to send you further parts from time to time.

Concerning our paper in LAA, I would propose the following (may be, you have done it already):

1. To delete the word "exactly" from theorem 2.1 (my old remark);

2. To complete reference 3 in the following way;

Announcement of results: Combinatorics (Proc. V Hungarian Coll. Comb. ~~Keszthely~~, Keszthely 1976), Vol. I, North-Holland Amsterdam 1978, pp. 185-191.

3. To complete reference [10] in the foll. way:

Arsloombinatoria 3 (1977), 3-14.

I signed tax return form and it is enclosed here together with a "statement of pension, ...", I would ask you to send it to the appropriate place for me, because I do not ~~no~~ the address.

I am happy that you were enjoying the solar eclipse. It was reported here in the press ( ) that in some parts of USA it was really an event: touristic, an occasion for business ~~ess~~ etc. ~~It~~ <sup>There</sup> was a total solar eclipse some 15 years ago in the South of Serbia and it happened that I was there but it was cloudy!

Concerning discussion about newspapers, I agree with your opinion. The question is only whether such slantings of the news stories are made on purpose or at random. I have the following experience. When Seidel was preparing himself in summer 1976 to come to Yugoslavia for holiday, he found a short note in <sup>of</sup> Dutch newspaper about some new restrictions for moving of tourists at the Adriatic coast because of some military reasons. He was worried because he was planning to drive along the coast and he asked me about it. I phoned Tora from Eindhoven (she was in Belgrade at that time) and then she was asking at several places about it in Belgrade but nobody knew about it. Finally, the affair was cleared after a few weeks by an article in a Yugoslav weekly journal.

Really, some new military bases have been established at the cost but only a few hundred meters (out of 1000 kilometers or more at the cost) were forbidden for tourists and that had <sup>at court</sup> no influence at all for life either domestic people or tourists! Nobody knows for sure whether this quasi-information was given in the Dutch newspaper (Seidel said it was not a boulevard-paper) on purpose or not, but I am sure that many people from Holland went that year to Spain or somewhere else and not to Yugoslavia.

Sachs wrote me about our book. Now it is scheduled to come out in November! The proof-reading will be in July and August; "imprimatur" should be given on September 12. Probably, Sachs will inform you about it with more details. You should write to Sachs about your plans for the summer.

I suggested to Seidel that Bussemaker could publish his 573 graphs as a report of TH. He has not yet answered but if you have any comment on this idea write to Seidel or me. By the way, it could happen that we go to Holland this summer for holiday.

Enclosed are some new references on spectra.

Please, would you send me a copy of the following article: Greenwell, Hemming, Klein, Forbidden subgroups, Proc. Fourth Southeastern Conf. etc. (Boca Raton 1973), pp. 388-394.

Enclosed is also a reprint of short recent paper of mine.

Further the following changes in additional bibliography <sup>(last update 2/5/79)</sup> should be performed:

p. 2 'Historic', some topics ...

Forschungszentrum Graz Nr. 100 - Nr. 105 (1978), Bericht Nr. 101, 1-5.

p. 3 Gardiner, The classification ...

Forschungszentrum Graz Nr. 100 - Nr. 105 (1978), Bericht Nr. 102, 1-33.

p. 4 Gutman, The energy ... <sup>(1978)</sup>

Forschungszentrum Graz Nr. 100 - 105, Bericht Nr. 103, 1-22

Gutman, Contribution ...

Publ. Inst. Math. (Beograd) 24(38) (1978), 53-60.

I think that's all for the moment.

Kind regards to you and to your family.

Yours sincerely  
Draško Petrović

Beograd 25.4.1979

Dear Mr. Socha,

Thank you for your letter of March 29.

I am very sorry that you and your wife, both were ill. I hope that now you are well and I wish you the best for the future.

Please find enclosed some parts of the book <sup>on metrics</sup> translated in English. <sup>(22 pages)</sup> To the book belongs also the text from that paper of mine about graph theoretical definition of the determinant which is known to you. This is only a rough material, quickly translated. Essentially we have not yet started to write English version and we do not <sup>yet</sup> have any plans about publishing the book.

I am sending you also the first draft of "Generalized line graphs" (20+4 pages). Again it is a rough material which will be much changed but it can give you an idea about the results.

For our holiday the following is fixed now. Mr. Seidel offered us the hospitality in his house in Eindhoven in the week of July 23-27. We accepted that and probably shall be in other towns of <sup>the</sup> Netherlands a few days more. Further, I have a plan to attend a summer school on artificial intelligence which will be held in Dubrovnik from August 6-17, but that is not for sure.


A few days ago I signed the new contract with our publisher. I received the contract through Yugoslov Author's Agency and I gave them all copies back to continue the procedure. There is still a little thing concerning the contract. The title of the book is given in the contract in the old form: Spectre of people, with a chapter by M. Doob. Since Doob has now to sign the contract this formulation can make him unhappy and I would propose you to write him and explain that the book will be published under the title: Cvetkovic, Doob, Sachs, Spectre of people. I would not bother the publisher with that since they could then start from the beginning and write a new contract. I'll write to Doob in that sense,

With kind regards

Yours sincerely  
Drazer Cvetkovic

April 25, 1979.

Dear Professor Doob,

Professor Cvetković and I are sending you back a material of Generalized Line Graphs. We made one copy in which we do corrections or give some suggestions contributing, as from view of ourselves, to <sup>an</sup> improvement of the text. The present text is quite satisfactory and we are not for some greater changes. Maybe, the better proof of Theorem 4.8 could be found. As soon as we made something in ~~such~~ direction we shall inform you. Also, we are ready to suggest you to add Theorem 4.11 (we call it MAIN THEOREM). The proof you give ~~to~~ that theorem is nice, but as from aspects of spectral use, maybe we can ~~in some other publication~~ give an alternative proof where much more spectra would be involved. Please, could you inform us where are you going to give the paper for publication? If you agree, we can <sup>later</sup> also publish (i.e. elsewhere) only the proof of the MAIN THEOREM. The other suggestions are precized in the copy. One possibility in connection with connectedness is to state that the only connected labeled graph (multigraph) having disconnected generalized line graph is  $\sigma_1$  (or ) which is taken in Fig. 1. Excluding it from consideration we can simplify the formulations of Theorem 2.6 and ignore it for example on page 5.

We are sorry having no time to investigate some possibilities that we remarked and only noted to you. Some of them were found in last moment. If ~~we find~~ something new we shall very soon inform you. If you have any news you can write to Prof. Cvetković and me. We are both sending you our best regards. Please convey our regards to your family, too.

Yours sincerely

Glavoslav Simitić



THE UNIVERSITY OF MANITOBA

DEPARTMENT OF MATHEMATICS  
AND ASTRONOMY

WINNIPEG, MANITOBA  
CANADA R3T 2N2

Dear Drago's,

I received your letter of April 12. I have not written up a statement of results for the proceedings of the Florida conference, but I shall do so in the next week. As for the LAA paper, I have already sent ~~back~~ back the proofs (they want them returned in 48 hours). Fortunately I deleted the word "exactly" and changed the Hoffmann reference.

I mailed in your tax form. You should get a cheque in the mail in a few months.

The solar eclipse was indeed a tourist attraction; some 20,000 people came through the Winnipeg airport the day before. There wasn't any business activity associated with it really; one restaurant sold visas for looking at the partial eclipse for 75¢ each, hardly a money making venture (although it was great for their public relations).



We are having a major weather problem here. It suddenly got warm ( $15^{\circ}$ ) and all the snow melted in two days. As a result most of the southern part of the province is under water. In 1950 there was a major flood with large parts of Winnipeg being abandoned. The floodway (remember it?) was built since then so Winnipeg itself is safe. However the water will be  $\frac{1}{2}$  meter higher than it was in 1950 so it looks like everyone will have to be evacuated from all the towns in southern Manitoba (In 1950 in Morris, where we saw the roads, the main street was under  $2\frac{1}{2}$  meters of water). So while we don't have earthquakes, we do have our troubles!

I have enclosed an announcement about a conference this summer in Essex that might be of interest to you. Also the article you wanted is enclosed.

Best wishes,

Wink

Beograd, May 11, 1979

Dear Michael,

Thank you for your letter with the announcement of the Essex conference and other things. In the meantime you certainly received Simic's letter with our suggestions for improving Generalized line graphs.

My general remark to your approach is that we, as authors of a book on graph spectra, should develop as much as we are able spectral techniques in proving theorems. Therefore, I would propose to plan, as already said in Simic's letter, a further publication where the 31 graphs should be found in the other way. Although I like your approach, it has also been sides; it uses computer search (McKay's work and Bussemer's work). On the other hand, as you know, I accept computer aided proofs! The spectral approach, by which we started last summer, and by which Simic and I roughly finished the proof enables to avoid computer search!

Shall we send the paper to Journal of Graph Theory. As the member of Editorial board I have a duty to contribute that good papers are sent to JGT.

What about other projects (the spectral characterization of regular line graphs, the book on combinatorial matrix theory, possible further work on graphs related to the number -2)

For the next year I should prepare a good paper, since I have been invited to the Kelowna conference in May, 1980 (maybe, with a partial financial support). This paper could be, of course, one of our future joint papers.

The plans for my trip to America are now more concrete. Conference in Kelowna begins on May 6. I would start from here about May 1. I shall try to arrange a meeting with Hoffman and Capobianco in New York at the beginning of May. After conference I could visit Huron in Ann Arbor and after that go to Canada. I shall see whether I shall go first to Waterloo (and possibly Montreal where Sobidussi works) or to Winnipeg where we could work together for two or three weeks. I probably must come back about the middle of June because of duties at my faculty here.

We all shall go to the Netherlands about July 23 and will be there about 10 days. Seidel's invited us to stay with them which is very kind of them. From August 5 - August 18 we shall be in Dubrovnik where I shall be attending a summer school on artificial intelligence. (There are jokes among colleagues: who has not natural intelligence, attends such schools on artificial intelligence; but I shall go there at least because Dubrovnik is a nice place).

Some time ago I signed the new contract about our book. You should receive it also very soon. There are again bad things in it. The old title is kept (spectra of groups, with a double by M. Dorn). I warned Sachs about it but I signed the contract that from because otherwise again we would have some delay. Of course the book must be published under right title. Kind regards  
Sincerely  
S. S. S.

For the next year I should prepare a good paper, since I have been invited to the Kelowna conference in May, 1980 (maybe, with a partial financial support). This paper could be, of course, one of our future joint papers.

The plans for my trip to America are now more concrete. Conference in Kelowna begins on May 6. I would start from here about May 1. I shall try to arrange a meeting with Hoffman and Casproun in New York at the beginning of May. After conference I could visit Harvey in Sun Arbor and after that go to Canada. I shall see whether I shall go first to Waterloo (and possibly Montreal where Sabidussi works) or to Winnipeg where we could work together for two or three weeks. I probably must come back about the middle of June because of duties at my faculty here.

We all shall go to the Netherlands about July 23 and will be there about 10 days. Seidel's invited as to stay with them which is very kind of them. From August 5 - August 18 we shall be in Dubrovnik where I shall be attending a summer school on artificial intelligence. (There are jokes among colleagues: who has not natural intelligence, attends such schools on artificial intelligence; but I shall go there at most because Dubrovnik is a nice place).

Some time ago I signed the new contract about our book. You should receive it also very soon. There are again bad things in it. The old title is kept (spectra of graphs, with a chapter by M. Doob). I warned Sachs about it but I signed the contract in that form because otherwise again we would have some delay. Of course a book must be published under right title. Kind regards

Beograd, May 28, 1979

Dear Michael,

I am sending you further parts of the book on matrices: part of Chapter 2 (6 pages), part of Chapter 4 (9 pages) and part of Chapter 8 (8 pages). Simic has helped in translation. I shall continue sending you such small parts translated into English.

Last my letter to you was sent on May 17. On April 25 Simic sent you a letter with comments on Generalized Lore groups.

With kind regards

Yours sincerely  
Djoko



The University of Manitoba

Department of Mathematics and Astronomy

Winnipeg, Canada R3T 2N2

May 29, 1979

Dear Dragoš,

This is a quick reply to your letter of May 11. I received the comments of Simić, and I shall be replying to them shortly. I have been working on a method for the proof of the 31 MNGLGs that avoids computer searching, but uses the general idea that was in the first version that I sent you, but so far I am unsuccessful. I only need to use the Bussemaker/McKay result for  $n=7$  and  $n=8$ , and not for  $n=9$ ; this makes the problem a little easier, but so far I still can't do it. As for publication, I think that this is a good paper and probably should appear in a stronger journal than JGT. However I realize that you want to support the journal since you are an editor, so if you are especially eager that it appear there, I will agree.

Tell me more about your North American plans for next Spring. How many of you are coming? You are all welcome here in Winnipeg, of course, for as long as you like. I can try to arrange for you to have the same apartment if you like. I can probably get you some support money, but you'll have to tell me your exact arrival and departure dates.

I have been working steadily on the Linear Algebra book. Chapters 2-6 have been put on computer floppy discs, and I am in the process of editing them. I'll be sending you a big batch of material when I'm done.

I have also been updating the reference list for the other book. I'll send you the latest version in a few days. I guess it should go to Sachs when I return the galley proofs to him. I just received today the contract from the publisher. The title, as you said, is wrong, but as long as it appears correctly in the text, all is fine. Presumably the book is being typeset from the pages we sent in and not from the contract!

I think that I told you that my talk on our joint work was well received in Florida. I'll send them a summary of

results to put in the proceedings. It will be published as joint work, with you and Simić being given credit as coauthors, of course.

We had to evacuate the Southern part of Manitoba because of the flood. We were safe in Winnipeg because of the floodway, and so we offered to take into our home anyone who might need shelter. However the committee that was running the flood relief work had five times as many offers to put up people as there were people to put up, and so no one stayed with us. After three weeks the people were allowed to return to their homes, and things are returning to normal. In the meantime, you had that terrible earthquake. Could you feel anything in Belgrade?

Best regards to Zora and Mladen. I might add that Brian still talks about your visit. I'll be writing soon.

Sincerely yours,



Michael Doob

Jlumenan, 4.6.79

Lieber Herr Cvetković!

Heute, Pfingsten, komme ich endlich dazu, Ihnen zu schreiben! Leider zog sich meine Erkrankung länger hin, als ich gehofft hatte. Und dann gab es, wie immer, viele Pflichten ... bitte, entschuldigen Sie mein langes Schweigen. Vor mir liegt Ihr Brief vom 23.4.79, für den ich Ihnen sehr danke, und natürlich auch für die mitgeschickten Materialien aus dem Buch über die Matrizen und die line graphs: ich bewundere immer wieder Ihre große Produktivität, denn sicher nimmt doch auch Ihre Tätigkeit an der Universität sehr viel Energie in Anspruch! Wir hoffen sehr, daß Sie alle gesund sind und es Ihnen gut geht - leider mußten wir von den furchtbaren Zerstörungen erfahren, die das Erdbeben in Montenegro hinterlassen hat, und wir haben oft an unsere guten Freunde dort - in der Umgebung von Ulcinj und Hercegnovi - denken müssen:

Vielleicht ist ihr Haus zerstört worden, und sie haben viel größere Sorgen als wir.



Leider haben wir keine briefliche Verbindung mehr zu ihnen und können nur hoffen, daß sie die Kartostrophe unverseht überstanden haben. -

Vom VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften habe ich die Mitteilung erhalten, daß die Druckerei die Korrekturbögen voraussichtlich einen Monat früher schicken wird als ursprünglich angegeben: Das ist sehr erfreulich, ich hoffe nur, daß es mit den Urlaubsplänen keine Schwierigkeiten geben wird (ich selbst werde ja den ganzen Sommer über in Jümenau sein). Inzwischen habe ich Korrekturfahnen für die Tabellen bekommen, und Frau Mai schrieb mir, daß sie auch an Sie und Herrn Dool diese Fahnen schicken wird (und in der Zwischenzeit wohl geschickt hat). Ich füge diesem Brief die Liste der Fehler bei, die ich bemerkt habe (nur die Sachfehler, hinzu kommt noch: unübersichtlicher Satz, orthographische Fehler, u.s.w.): Bitte, prüfen Sie diese Stellen, insbesondere die "Fehler im Manuskript". Sobald Sie und Herr Dool mir Ihre Exemplare geschickt haben, kann ich die Korrekturen zusammenfassen (Vereinigung U, nicht Durchschnitt  $\cap$ ) und das entsprechend

ausgefüllte Exemplar der Fahnen bzw. Bögen  
an den Verlag zurückgeben. Wenn das Buch  
erschienen ist, werde ich erst richtig glücklich sein:  
eigentlich sollten Sie beide dann nach Jhemenau  
kommen, damit wir eine Flasche Sekt zusammen  
trinken können!

Schrieb ich Ihnen schon, daß ein Student in Berlin  
namens Manfred Schulz das " $\sqrt{3}$ -Problem"  
in seiner Diplomarbeit gelöst hat? Er bewies:  
"Die kleinsten kubischen schlichten Graphen mit  
genau zwei Transitivitätssystemen, die  $\pm\sqrt{3}$  als  
einfache Eigenwerte haben, besitzen 32 Knoten-  
punkte", und er konstruierte 2 nicht-isomorphe  
Minimalgraphen (ursprünglich kannte er nur  
einen, doch jetzt hat er einen zweiten gefunden;  
der Nachweis, daß  $\sqrt{3}$  keine höhere Multiplizität  
als 1 hat, wurde mittels Computer geführt).

Liebe Familie Cvetković, wir wünschen  
Ihnen und Ihren Angehörigen einen  
schönen Sommer und recht erholsame  
Ferienzeit!

Ihre  
Barbara und Horst Sachs

Belgrade 8.6.1979.

Dear Mr. Sochs,

Please find enclosed the proofs for tables of our book. Mrs. Mai sent me the sheets on 23.5. and I received them on 4.6. (That was Monday; otherwise I <sup>probably</sup> would have received them a couple of days earlier). I checked the tables carefully using original tables (and not our manuscript) in almost all cases and you can see the result. I am satisfied with the job the publisher did with respect to corrections.

Of course, I am very happy, because I see now something very concrete from our book.

Our plans are now almost fixed. We shall be in the Netherlands from July 23 to July 30 and in Dubrovnik from August 6 to August 18. Next week my wife and I are attending a young-slow conference on electrical engineering in Maribor in Slovenia but I shall arrange that possible mails from Mrs Mai reach me there.

With kind regards

Yours sincerely

Drago Bešković



The University of Manitoba

Department of Mathematics and Astronomy

Winnipeg, Canada R3T 2N2

June 8, 1979

Dr. Dragos Cvetkovic  
Lamartinova 44  
Belgrade, Yugoslavia

Dear Dragoš,

As I indicated in my letter of last week, I have enclosed a copy of the results that I presented at the Florida conference last Spring. It should appear in print later this year. I have also enclosed the most recent version of the index revisions for the book. I have added one or two items, and have brought up to date some of the references where "to appear" can be replaced by an actual reference. Perhaps you could take a look to see if you can add any additional information. I have printed the output with extra room so you can write on it directly if you like and send some or all of it back to me.

I received your additional pages for the linear algebra book. As I said last week, all of the previous material is on computer disk and I am working on the editing problems. I shall send you a big batch of material soon.

Give my best regards to everyone in Eindhoven when you go there. I have a message for Jaap: "You haven't answered my letter concerning the cost of the book that you sent me! Was the letter that incomprehensible?"

After the worst winter in 50 years, and the worst Spring floods in almost 30 years, we have finally started to have better weather. The temperature is 20-25 in the daytime with lots of sunlight. When I see the setting sun at 9:30 our time I think of it rising in Belgrade at the same time. It seems very strange!

Again, let me know when you know your travelling plans so I can make some arrangements here.

Sincerely yours,

Michael Doob

Belgrade, June 18, 79

Dear Michael,

Thank you for your letter of May 29. I sent you e-mail on May 28.

Let me quickly answer your questions.

I leave up to you<sup>to</sup> decide where to send our joint paper. It need not at all be JGT!

The plan for the next year is that I come alone. I shall inform you about further details as soon as possible.

It is terrible that we both had elementary catastrophes (your flood and our earthquake). Concerning us in Belgrade we felt the earthquake only by the fact that a lamp, standing on TV, was vibrating.

Enclosed is another letter to you, a comment on the references added in proof and some new references (on the back side of this letter). I would ask you to do according to my request in the enclosed letter even in the case that you had in these days already sent to me an updated version of the bibliography (as you promised in your letter of May 29), since we do not have much time to exchange further letters concerning additional bibliography.

With kind regards

Yours sincerely  
Zappu

## A comment on the references added in proof

Recent expository papers on graph spectra are the following [Cvetković, Some possible...]\*, [Cvetković, Some topics...], [Godsil, Holton, McKay], [Hacemess, Eigenvalue methods], [Seidel, Taylor], [Wilson], [Seidel], ~~[Schwenk]~~ [Schwenk, Wilson].

① Spectral graphs appear in [Dance, Bollobás, Zaitsev], [Godsil, McKay, A new...], [Gutman, Introduction...], [Johnson, Newman], [Schwenk Spectral...], [Schwenk, Hendon, Ellzey]

Graph isomorphism problem is considered connected with eigenvalues in [Babai], [Babai], [Johnson, Keightley], [Read, Cornell], [Rigby, McQueen, Weller]

Graph reconstruction problem is discussed from the new point of spectral graph theory in [Bondy, Hemminger], [Schwenk], [Godsil, McKay], [Pouzet], [Cvetković, Some possible...]

The matching polynomial, a <sup>graph</sup> polynomial related to characteristic polynomial, is considered in [Godsil, Gutman], [Farrell, Introduction...], [Heilmann, Lieb], [Gutman, The acyclic...]

Applications of graph spectra to Physics and Chemistry, not described in Chapter 8, can be found in [Eichinger], [Eichinger, Martin], [Martin, Eichinger], [Forsman].

\* These references will be given by numbers when the additional bibliography is completed.

L. Lovász [Lovász] gave an eigenvalue method for determining the so called Shannon capacity of a graph and in particular, he found that the capacity of  $C_5$  is equal to  $\sqrt{5}$ . He solved in that way an old problem posed by C.E. Shannon (see, for example, [Ber 1]).

The paper caused further discussion [Hacmers, On the problem...], [Hacmers, An upper...], [Schrijver, Association...], [Schrijver, A comparison...]

All graphs with the least eigenvalue <sup>greater than -2</sup> are determined in [Doob, Cvetković]. A characterization of generalised line graphs by forbidden subgraphs is given in [Cvetković, Doob, Simić].

Graph equations and eigenvalues are related in [Cvetković, Butner, Simić], [Cvetković, Some problems...], [Cvetković, Simić, Bibliography...], [Cvetković, Simić, Proof...]

Numerical tables: [McKay, Transitive...]

Eigenvalues and groups [Sachs, Stiebitz], [D'Amato] (two papers), [Dixon], [King], [Smith]

(A copy of this letter  
has been sent to Prof. Sachs)

Beograd, June 18, 1979.

Dear Michael,

Since the proof reading of our book has been started, I think that we should finish our additional bibliography, so that the printers can get it in time.

I am sending you four new references with some corrections to the old text. Make now the bibliography ready for printers (label the references just by ordinary numbers: 1, 2, 3, ...).

In order to get to the reader more information about these new references I would add a "comment on the references added in proof". In fact, an outline of such a comment is enclosed. My proposal is that you correct the English, insert corresponding numbers of references, extend the comment (if you wish) and give it to be typed. The completed bibliography together with the comment send directly to Prof. Sachs (and also copy for myself). A couple of Russian references would come to the end of additional bibliography; I shall send them to Prof. Sachs and ask him to send them by hand.

~~Except for~~ Besides this comment on the references added in proof each of us could (primarily in the own chapters) add footnotes (if it is really necessary) which would be acceptable for the publisher and which would give the newest information on the subject.

With kind regards

Yours sincerely  
Dmitri



Beograd, June 18, 1979.

Dear Mr. Sochs,

Thank you for your letter of June 6.

I sent you a letter on June 8 with corrections to the tables. I agree with your list of corrections as you can see from my mail of June 8.

The result of M. Schulz concerning " $\sqrt{3}$ -problem" should be mentioned in a footnote which you should add at the corresponding place in your chapter.

Enclosed is a copy of a letter sent to Doob together with "A comment on the references added in proof". Since we do not have now much time to discuss the details, I took this initiative, hoping that you and Doob would agree in essence. Of course, you can add at the end what you think that is necessary to come in the comment.

I would ask you to add at the end of the additional bibliography (which will be sent to you by Doob) the following Russian references:

Б. Д. ГИНЗБУРГ, О ЧИСЛЕ ВНУТРЕННЕЙ УСТОЙЧИВОСТИ ГРАФОВ, СООБЩЕНИЯ АН СССР 85 (1977), No. 2, 289-292.

В. Ф. СУББОТИН, Р. Б. СТЕКОЛЬЩИК, СПЕКТР ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КОКСТЕРА И РЕГУЛЯРНОСТЬ ПРЕДСТАВЛЕННИЙ ГРАФОВ, (I have a copy of the paper but not the bibliographical data; page numbers are: 62-65.

The following reference is given according to Zbl.

- 2 -

V. F. Subbotin, R. B. Stekol'ščik, Jordanform,  
Coxetertransformation und Anwendungen auf Darstellungen  
endlicher Graphen, Funkcional' Analiz Priloženiija  
12, No. 1, 84-85 (Russisch) (1978).

Can you translate this into Russian? If you  
have difficulties omit these two last references!

With kind regards

Yours sincerely  
Draško Beković

Belgrade, July 2, 1879

Dear Mr. Sachs,

Expecting other sheets of our book for corrections (I received only table sheets so far), I am writing you shortly to thank for your cord of 13.6.79. It seems to me that it still should be 39 and not 38!

I sent you a letter on June 18.

The main news are that I eventually became an associate professor (ausserordentlicher Professor) last week. Although I fulfilled already for some time our criteria for this degree, the procedure was very long and slow (not only for me but in general). One condition is that before applying for higher degree you must spend at least 5 years in degree you have. Anyhow, I am happy that in spite of holiday time sufficiently many members of the Faculty Council met so that the decisions of the Council are valid.

We decided to go to the Holland by plane so that we shall not be able to stop by in your country what we had in mind in a previous plan of the trip. We fly on July 23 to Amsterdam and on July 30 back. We also have plane tickets for Dubrovnik on August 5 and on August 18 for going back to Belgrade.

With kind regards to you and to your wife

Yours sincerely  
Ivan Branković

Beograd, July 2, 1979

Dear Michael,

Thank you for your letter of June 11, I like the article you wrote for the proc. of Florida conference. Also does Simic, who is, by the way, just married and has just you with his wife to Spain for a couple of weeks!

I sent you a mail on June 18 with the proposal to make final form of additional bibliography. Take into consideration the following corrections to the list updated 6/8/79, if they come in time; otherwise I shall take the care about it;

- p. 3, change the order of <sup>the</sup> two articles of Gorkovic and Simic
- p. 4, Eichinger, Martin, put comma behind (1978)
- p. 5, Godril, McKay, Spectral conditions...
- p. 6, \* Groovac, Gutman, Tringjtic ~~should~~ should come after Groovac, Gutman.
- p. 8, P. Heinrich, Eine Beziehung zwischen...
- p. 9, Hoffman, ... grammians ...  
Hideo, Takeuchi
- p. 10, Martin, Eichinger, ... , 69(10)(1978), 4588-4591
- p. 11, Pouzet, ... le problème de Ulam,  
=?
- p. 13, Schwer, Wilson is published. Can you find exact reference?

I am enclosing Table of contents of the book on statistics in Serbian. (The book will probably come out at the end of this year; it will be photo-copied from the manuscript). May be you could make a plan for English version what shall we throw out and what new to include? Some parts of prof. Men-delsohn's work probably should be included. I met F. Hanary in Ljubljana (capital of Slovenia) last week and he thought there wouldn't be any problem in publishing the book in English. Even he offered his help in finding <sup>a</sup> publisher, if we want. On the other hand, since we already have a book with Academic press, they would certainly seriously consider the possibilities if we offer them another book.

Concerning my trip next year, I shall be in Ann Arbor from May 3-6 and in Kalamazoo from May 6-8. I hope to know almost all details in September.

So far, I received only galley proofs of the tables of our book on spectra. I expect other parts every day.

Tell me about your plans for holiday just in case that I need to tell you something urgent.

Last week I eventually became associate professor. Although holiday time has come, sufficiently many members of the Faculty Council has come to the meeting so that the decisions of the meeting are valid.

With kind regards

Yours sincerely

P.S. "Project 2"?

Drozdov

**VEB DEUTSCHER VERLAG DER WISSENSCHAFTEN**

Abt. ~~Produktion~~ Mathematik/Physik, Fachgebiet II

An: Herrn Prof. Dr. D. Cvetković

Betr.: Spectra of Graphs

Sie erhalten beiliegend

~~Fahnen~~/Umbruch-Bg.: 13 bis 15 ..... 2 fach

Aushänger: ..... fach

Manuskript: ..... fach

Reinzeichnungen: ..... fach

Schutzumschlag/Umschlag ..... fach

zur ..... Spaltenkorrektur/ ..... Umbruchkorrektur/druckf. n. Korr./  
druckfertig/Überprüfung/Ergänzung/Freigabe/Ansicht

Rückgabetermin: umgehend

Bemerkungen: .....

Sehr geehrter Herr Professor !

Bitte senden Sie umgehend 1 Exemplar der  
Bogen mit Ihren Korrekturwünschen an Herrn  
Prof. Dr. Sachs.

Sollten bis zum 16.8.79 bei Prof. Sachs  
keine Bogen von Ihnen eingetroffen sein,  
nehmen wir an, daß Sie keine Korrektur-  
wünsche haben.

Mit freundlichen Grüßen

Berlin, den 6.7. 1979

*i. A. D. Lichte*

Beograd, July 6, 79

Dear Michael,

Quite shortly: I am sending you introduction  
and references for the book on matrices (Serbian version).  
This can be considered as the working material for English  
version

Regards

Jozys

**JUGOSLOVENSKA  
AUTORSKA AGENCIJA**  
AGENCE YUGOSLAVE D'AUTEURS  
ZAJEDNIČKA SLUŽBA

BEOGRAD, 10.7.79  
Majke Jevrosime 38  
Fah 687 — Tek. rač. 60806-601-25643  
Telefon 323-155 325-902  
Telegrafska adresa: AUTORAGENCIJA

Dr Dragoš Cvetković  
Lamartinova 44  
11000 B e o g r a d

SPECTRA OF GRAPHS —  
Cvetković/Saschs/Doob

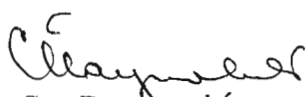
D D R

Poštoveni druže Cvetkoviću,

U prilogu vam šaljem potpisani primerak  
ugovora povodom objavljivanja dela SPECTRA OF GRAPHS,  
izdanje VEB DEUTSCHER VERLAG DER WISSENSCHAFTEN, Berlin,  
čiji ste koautor.

Sa srdačnim pozdravima.

Odsek književnih preve

  
S. Pauhović



Šef Zajedničke službe

  
R. Vleškelić

PREPORUČENO

EXEMPTED FROM COPYRIGHT  
Zagreb  
CC  
C  
I. E. = ...



Beograd 12.7.1979.

Dear Mr. Sachs,

A few days ago I received 6x16 # 96 pages of our book for correction, I am very pleased with the state of affairs; the text is already very well corrected. I shall send you the sheets in a few days.

I suppose the rest will come soon. Since my duty is, especially, to check the cross references I need the text of the whole book. Also the list of references is necessary to me, since something is changed which is not recorded in my papers. As I realized  $[CoSi]$  is changed to  $[CoSi_1]$  and  $[CoSi_1]$  to  $[CoSi_2]$ . Also  $[Sac 1^0]$  is changed to  $[Sac 2]$  and  $[Sac n]$  to  $[Sac n+1]$  for  $n \geq 2$ . I work with these assumptions further.

I received only 2 copies of correction sheets so that I do not have a copy for Gutman. It would be useful, both for us and the publisher, that he receives a copy as soon as possible. The text at the present stage of corrections would be good enough for him so that I propose that the publisher or you send him directly a copy on the address: I. Gutman, ZAVOD ZA HEMIJU, PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET, R. DOMANOVIĆA 12, 34000 KRAGUJEVAC, JUGOSLAVIEN. He already has done a good job, in many of his papers he announced our book!

Another possibility would be to give an announcement for the book in Journal of Graph Theory or at a similar

place. I'll ask G. Horvath how much would it cost and you can ask DVW whether they are interested in such things (or, maybe, Academic Press should advertise the book). In fact, I met Horvath in Lub-  
you a couple of weeks ago (we sent a postcard to you; I forgot to tell you that in my letter of July 2) but I forgot to ask him about such a possibility although he was interested very much in our book.

I sent you a letter on June 18 with a copy of a letter to Dob in which I had asked him to make ready the additional bibliography. Now I have another Russian reference which belongs to that addit. bibliography and which should be added by hand (if you have not already settled the whole thing):

Г. Г. ДЯДЮША, А. В. КАЧКОВСКИЙ, ПРИМЕНЕНИЕ ГРАФОВ К ТЕОРИИ ОСНОВНОСТИ КОНЦЕВЫХ ГРУПП ПОЛИМЕРНЫХ КРАСИТЕЛЕЙ, ТЕРЕТ. ЭКСП. ХИМ. 15 (1979), 152-161.

(They use such phrases as "summation is made over all Sachs graphs").

Kind regards

Yours sincerely  
Doroshenko

PS. If it is not possible to send the author a copy, I shall give him my copy after I finished the corrections, or perhaps to make a photo-copy for him.

Berograd, July 16, 73

Dear Mr. Sochs

I am sending you the correction sheets for the first 96 pages of the book. As you see, there are very few misprints.

Please, pay attention to changes denoted by ? and !.

I've put the mark ? for changes which are not in manuscript, which would improve the text but which are not really necessary. I leave up to you to decide about such places.

In ch. 3 there are some places denoted by !. These changes are given according to my copy of the manuscript where these changes are made by hand and I do not know the origin of these changes. Probably, Doob did them last summer. Again such changes are not quite necessary and again please decide for yourself.

I sent you some mails on June 18, July 2 and July 12.

With kind regards

Yours sincerely  
Dopov'ko Boris'

Ilmenau, 19 Juli 1979

Lieber Herr Coetkovič!

Wenn Sie diesen Brief lesen, werden Sie gerade von Ihrer Reise nach Holland zurückgekehrt sein: Ich hoffe, daß Sie schöne Tage [und gutes Wetter!] hatten!

Ich bedanke mich sehr für Ihre Briefe vom 18. Juni und vom 12. Juli sowie für Ihren Postkartengrupp (mit Harry und Simrč) aus Ljubljana und für alle Ihre Initiativen, unser Buch betreffend - ich bitte um Nachsicht, daß ich erst heute schreibe, aber gegenwärtig sind wir mitten in der Prüfungsperiode, und Sie wissen, da bleibt wenig Zeit - außerdem habe ich auch mit dem Verlag einiges erledigt, unter anderem Dinge die Korrekturen für die Tabellen (Michael Doot hatte noch eine Reihe von Änderungsvorschlägen). Inzwischen habe ich die ersten 15 Bögen <sup>= 240 Seiten</sup> erhalten, ich nehme an, daß auch Sie diese Bögen bekommen haben: als erstes

Auch Ihren Brief vom 2.7.79 habe ich natürlich erhalten!  
HS

fertige ich eine Karte für das Sachregister  
und das Namenregister an, damit  
Frau Mai in der Zwischenzeit die  
Register zum Druck vorbereiten kann.  
Frau Mai ist gegenwärtig im Urlaub,  
aber in Berlin: ich habe gestern mit  
ihr telefoniert, sie wird alles erforderliche  
regeln

6. Nun zu den Dingen im Einzelnen:

1. Der Titel soll endgültig lauten:

" D.M. Cvetković, M. Doob, H. Senčuks

Spectra of Graphs

- Theory and Applications - "

ich glaube, Sie werden einverstanden  
sein. Michael habe ich im selben  
Sinne informiert

2. Der Verlag war nicht sehr glücklich  
über die relativ vielen Änderungs-  
vorschläge<sup>T</sup> von Michael, da das zu  
einer Verzögerung des Erscheinens  
führen könnte. es wird dringend  
davon gebeten, von kosmetischen  
Verbesserungen möglichst abzusehen.

T zu den Tabellen

3. Alle Ihre Literaturhinweise werde ich - soweit überhaupt möglich - am Ende berücksichtigen. Ich werde auch selbst noch einige Zusätze machen. Es kommt nun darauf an, möglichst bald die Zusatzliste von Ulrichsack zu erhalten - Sie und auch ich haben ihm ja darum gebeten, also ist gegenwärtig (außer Warten) keine weitere Initiative erforderlich.
4. Einige Änderungen in der Nummerierung der Literatur (z. B. [Co Si]  $\Rightarrow$  [Co Si 1], etc.) wurden von Frau Marj vorgenommen, das dürfte kaum zu Schwierigkeiten führen, da im Literaturverzeichnis zu jeder Literaturangabe die Paragraphen vermerkt werden (ähnlich wie in Harary's Buch), in dem auf die angegebene Literatur Bezug genommen wird: es läßt sich also alles leicht kontrollieren.
5. Der Verlag hat die Adresse von Herrn Gutman in Kragujevac: es ist möglich, daß ihm ein Korrektur-exemplar direkt zugesandt wurde. Frau Marj hat



Eindhoven

July 26, 1979

Dear Mr. Sachs

I am sending you now corrections for pages 97-240. Please pay attention to the places where I have put a question mark and make a final decision whether these changes should be really performed.

I proposed some small new inserts, of pages 183, 227, 238, and some other quite small changes. I hope, it will be acceptable for the publisher.

I read (not quite carefully) also yours and Doob's chapter. But concerning references and cross-references, I checked these chapters also very well.

Visit to Holland is very nice. It is pleasant to meet old friends and to see nice places where we <sup>↑</sup>were before. We shall spend the weekend in Amsterdam and write again to you.

With kind regards

Sincerely yours

Dragoš Cvetković



Beograd, August 2, 79

Dear Mr. Sobcs,

We are again in Beograd after a nice trip to the Netherlands. It is very hot in Beograd:  $33^{\circ}\text{C}$ , and the forecast announces still higher temperatures. So, we are looking forward of going to seaside soon.

I sent you corrections for pages 97-240 from Eindhoven and a postcard from Amsterdam.

I found here your letter of July 19 and your card of 24.7. The appointment to professor degree is definitely finished and I am thankful to your good wishes.

Gutman received from DVW a copy of the book (first 240 pages) and he noticed some misprints, the list of which is enclosed here. I am sending a similar list for your chapters. Gutman plans to write to reviews of the book for Theoretica Chem. Acta (Berlin), Croat. Chem. Acta and Match. He will do that as far as he gets the whole book (all the correction sheets) from DVW.

Since we didn't hear of Doob for a long time, I am sending you the best version of additional bibliography I have. In case that Doob doesn't send you something better in these days, I hope that you will be able to produce with little work an additional

bibliography which would be acceptable for DVW.

I hope to receive further correction sheets in next few days. If not I shall organize that all mail will be sent to me to Dobruška. We shall be there from August 5 to August 18.

I have just received a letter of F. Harary where he says that his example with a triple of cospectral graphs, given in our book on p. 187, Fig. 6.12, is wrong. He tells that only two of these three graphs are cospectral and I had no time to recheck this. Should we just leave it as it is, because this is not our responsibility (at least not only our)?

Kind regards

Yours sincerely  
Dušan Bekevič

Jluman, 18. August 1979

Lieber Herr Cvetković!

Heute will ich in aller Eile nur kurz berichten.  
Vorgestern erhielt ich von Michael Doob 15 Bögen  
(= 240 Seiten) korrigiert zurück und außerdem die  
Liste der zusätzlichen Literatur (last update: 7/23/79);  
nun bin ich sehr beschäftigt, die Bögen für  
den Verlag fertig zu machen, denn nun ist die  
Zeit doch sehr knapp geworden. Schon erledigt habe  
ich: Verzeichnis der Namen, Sachverzeichnis,  
Verzeichnis der Symbole, jeweils eine Karte;  
das Sachverzeichnis hat doch einen erheblichen  
Aufwand verursacht. Von Ihnen habe ich  
folgende Sendungen erhalten:

Brief vom 18. Juni <sup>Belgrad,</sup> (mit Anlage: "comment...")

Karte vom 25. Juni aus Ljubljana (Harary)

Brief vom 2. Juli (Belgrad)

(39 ist richtig, nicht 38!)

Brief vom 12. Juli (Belgrad)

Brief vom ~~13.~~<sup>16.</sup> Juli (Belgrad) mit den ersten  
6 Bögen

Brief vom 26. Juli (Eindhoven) mit den Bögen

7 - 15, so daß ich  
bis jetzt von Ihnen 240 Seiten  
korrigiert zurück erhalten habe,

Karte vom 30. Juli (Amsterdam),

Brief vom 2. August (Belgrad) : dafür und  
für die Liste der zusätzlichen  
Literatur besten Dank!

Alle Ihre Hinweise werden berücksichtigt .

Mit der Literaturliste von Michael Doob und  
Ihren zusätzlichen Angaben kann ich  
nun auch die endgültige Literaturliste in  
Angriff nehmen.

Ich hoffe und wünsche, daß Sie und  
Ihre lieben Angehörigen einen ange-  
nehmen Urlaub an der Adria  
verbringen!

Auch meine Frau wünscht  
alles Gute!

Mit besten Grüßen

Ihr

Horst Sachs

Beograd, August 21, 1950

Dear Mr. Socha

After the telephone ~~see~~ conversation with you of yesterday many things concerning the book are clearer to me. It is very good that Doob sent the additional bibliography to you; that is the last big problem with the book, at least it seems so.

Now, I am sending to you correction sheets for pages 241-272 and 305-336. The bibliography is the main problem. Go quickly through my corrections; there are a few places where I was not able to complete data. Pay attention to reference [STBC]. Once earlier, you threw out C.A. Coulson as the third author! However, this causes the changes on pages 270, 309, 311, 331, where always a question mark has been put. According to two sources I have at disposal at the moment, Coulson still is a coauthor. Please, check this once again and make final decision.

Corrections contain some by Gutman.

Gutman received also Appendix, as I told you. But these pages are not well done and the publisher sent ~~them~~ him for his guide information about the book. They have forgotten some pictures for Appendix and this will cause new numeration of the pages in Bibliography.

A curious thing happened in the bibliography. A certain "A. Arbor" appeared as coeditor and coauthor of many books and papers. I threw him out whenever I saw him (as you may notice); I suppose "he" will not appear in author index!

As I told you, it is not necessary to send me every thing (tables, index, additional bibliography) for corrections since it will take a lot of time. It is sufficient that you have a look on these things. But if there is enough time or if you think that it would be useful that I <sup>also</sup> perform corrections I'll do that. Also I think Doob will not be en gree if they do not send him every thing.

Concerning additional bibliography, the version I sent you in my mail of August 2 contains some data which Doob does not know. Such data are given by a red pencil.

In the main bibliography I have not checked systematically the numbers which give the sections in which the considered reference is referred to. But still I found some mistakes.

Now, I have some corrections <sup>and changes</sup> on the previous text (if it is possible to perform them now):

p. 8; Have you thought about possible acknowledgment to the publisher? I would do that because they did their job very good (yougoslav publishers usually give you the sheets for imprimatur with a lot of misprints) but I would not do ~~it~~ that because they did it very slowly. Please, make final decision for yourself.

11<sup>7</sup> [Xapa] and [Ynac] should exchange their places.

14<sup>20</sup> I would replace "more than 500" by "about 700" because of the additional bibliography.

27<sup>13</sup>

introduce

introduced

(by the way, Kel'mans introduced  $B_\lambda^m(G)$  in [Ken1] and not in [Ken3] but it is not too important)

36<sub>12</sub>

1952

1953

p. 49, nr. 10

[Sac 11]

[Sac 12]

78<sub>1</sub>

PELIKAN

PELIKÁN

p. 98  
(left-top-corner)

94

98

p. 97<sub>11</sub> After the sequence which ends with [Sac 1]

I propose to insert the following sentence:

See also [Clap], [Rea 1].

(If I remember well, you have inserted these references into the Bibliography just for referring at p. 97).

p. 112, nr. 2

PELIKAN

PELIKÁN

p. 123, footnote

(see Theorem 0.12)

(see Theorem 0.12 in this book)

(as a contrast to [Gard] (Theorem 2))

p. 144<sup>1</sup>

Is it [Bab 2] or [Bab 3] or both?

p. 188

After nr. 33 I propose the new nr. 34:

34. Find the smallest integer  $n$  for which there exist two cospectral, non-isomorphic, regular graphs with  $n$  vertices.

p. 236<sub>5</sub>

[Živ 1]

[Živk]

Concerning free copies of the book, I shall distribute  
my 10 copies in the following way: 1. My Faculty,  
2. Mathem. Inst. Beograd, 3. Seidel, 4. Gutman, 5. Simić,  
6. Maksimović 7. - 9. for myself 10. ?

From my point of view the following persons should  
get free copies (if possible): Collatz, Mowshowitz, Nosal,  
Heilbronner, Nosal (they allowed us to reproduce their  
tables in Appendix), Hoffman, Harary, Biggs, Nash-  
Williams, Moon, Babai, Lovasz, Bermond, Jurich,  
Dörfler, Graovac, Trinajstić (17 persons)\*)

Will the publishers send free copies? If yes, I propose  
that you make a mailing list. If not or if the number  
of free copies is not sufficient I am willing to buy  
a few copies for distributing (that is one of the reasons  
for which I wanted to have German money at the dis-  
posal). Will the publisher send these additional books  
to addresses we want?

In which way is it the best to handle my money  
in DDR? At a bank or at post office? Shall I authorise, for  
example, you to handle the money or can I give the  
orders concerning money, by letters?

With kind regards

Yours sincerely  
Dopov' Cvetković

---

\*) For addresses you do not know  
I shall try to help.



Beograd, August 24, 1957

Dear Michael,

I did not hear from you for a long time (last letter of yours I received is of June 11). Very likely you were busy with corrections for our book. In fact, I had a telephone conversation with Socha a couple of days ago and he told me that he had received from you corrections for the first 240 pages and the additional bibliography I sent to Socha also the corrections for some further parts, including bibliography, yesterday. I think we are doing our job well and let us hope that the publisher will do his job in time.

We had a nice week in Holland. Discussion with Seidel was quite interesting. The only bad thing was that Seidel's mother was very ill and during our stay there she had to go to hospital. Seidel was very pessimistic about her. We were in Dubrovnik for two weeks also but I spent almost all time either participating in summer school or doing the corrections for the book.

I have again a request for you related to those 45 dollars. In fact I received a check and I cashed it. But now they want to know my social insurance number. I do not have it but I have a certificate from the Immigration Canada that I had applied for it and this certificate is ~~included~~ enclosed here. I hope you will be able now to settle the matter once for all!

With kind regards

Sincerely yours,  
Joseph Heller!

Jhunenau, 31. 8. 79

Lieber Herr Coetković!

Gestern erhielt ich Ihre Sendung vom 21. 8., und ich will, bevor ich morgen nach Odessa fliege, schnell antworten. Nun habe ich von Ihnen - mit Ausnahme der Tabellen, das sind die Bögen 18 und 19 - den gesamten Text. Ich habe gestern mit Frau Mai telephont und ihr heute einen Brief geschrieben mit den von Ihnen angegebenen nachträglichen Korrekturen (soweit sie nicht schon in meinem Exemplar berücksichtigt waren). Für Ihren Brief recht herzlichen Dank! Wenn ich aus Odessa zurückkomme, wird wohl auch die Sendung von Doob hier sein, dann muß ich sofort die restlichen Bögen präparieren, bis zum 15. September sollen die Korrekturen abgeschlossen sein (wie die Druckerei das mit den Tabellen handhaben wird, weiß Frau Mai auch noch

nicht). Gestern habe ich übrigens auch ~~Heft~~  
Band 5 (1979) von "match" erhalten  
und daraus folgende 3 Arbeiten für die  
Ergänzung zur Bibliographie ausgewählt:

E. Heilbroner, Some comments on  
cospectral graphs, 105 - 133 ;

O.E. Polansky and I. Gutman, On the  
calculation of the largest eigenvalue  
of molecular graph, 149 - 159 ;

I. Gutman, On polymethine graphs,  
161 - 176.

Auch in einigen anderen Arbeiten (Randić,  
Balaban, Motoc) kommen Eigenwerte vor,  
aber nur ganz am Rande.

Nun zu Ihrem Brief im Einzelnen:

"Miss Ann Arbor" (klingt wie der Name  
eines jungen Mädchens!) habe ich natürlich  
auch hinausgeworfen! Wie ist das nur  
hineingekommen ??

Einige Einzelfragen werde ich selbst entscheiden müssen, weil einfach die Zeit für die Rückfrage fehlt - ich danke Ihnen, daß ich hier Ihr Vertrauen habe. Ich hatte übrigens auch den Dank an die Verlage bereits von mir aus formuliert, und zwar wie folgt:

" Finally, we are grateful to the Publishers and their Staff, in particular Mrs. B. Mai, for their patience and permanent cooperation." ~~Zun.~~

Zumindest Frau Mai, mit der ich sehr gut zusammenarbeite, und die sehr gründlich arbeitet und selbst konstruktive Vorschläge hat, verdient eine ausdrückliche Anerkennung. Ich glaube, Sie werden mit der Formulierung einverstanden sein.

Außerdem habe ich eingefügt:

" We are greatly indebted to the authors of several tables given in the Appendix for allowing the reproduction of their tables in this book."

14<sup>20</sup> Doot schrieb: "more than 700", ich habe nachgezählt und schrieb: "more than 650".

An Academic Press habe ich auf eine Anfrage aus Auszug aus meiner "personal mailing list" folgende Namen (nur kapitalistische Länder) angegeben (ich hoffe, daß nie dort hin Freixemplare schicken werden):

Dörfler; Godsil, McKay, Szekeres; Bondy, Hammer, Tuttle, Guy; Dirac, Nielsen, Toft, Vestergaard; Berge, Laborde; Hahn, Polansky, Wagner; Nieminen; Hosoya, Iri; Seidel; Balaban; Biggs, Gordon, Mallion, Nash-Williams, Rado, Sheehan, Temperley, Wilson (R.-J.); Graham, Grünbaum, Harary, Hoffman, Rota. (Collatz habe ich vergessen)

Die übrigen Fragen, Freixemplare und Geld betreffend, muß ich später zu klären versuchen.

Noch einige Bemerkungen:  $\mathbb{I}_2 \rightarrow \mathbb{I}_2$

$244_{10}$  das Wort "factor" paßt hier nicht  
( "factor" = spanning linear subgraph );

ich denke noch darüber nach, besser ist:

$244_{10}$  "linear sub-graph".  
with the same number of vertices  $\equiv$  of the corresponding subgraph  
 $251_{12}$  " In [Cre 9] we have ... "; vielleicht

besser: " In [Cre 9] the problem ...  $\mathcal{K}$   
has been outlined... " oder ähnlich.

$262_{17-19}$  ( Problem 2', Problem 2 ):  $\mathcal{G}(d)$ ,

$\mathcal{G}(x)$ . Steht hier nicht  $\mathcal{G}$  für zwei  
ganz verschiedene Dinge? Lieber zwei  
verschiedene Buchstaben (oder  $\mathcal{G}^*$ )  
benutzen.

$266_{15}$  Folgende Konstruktion verstehe ich

nicht: "... the graph on 10 vertices  
obtained from  $K_{3,3}$  by replacing  
each of any two of its ~~non~~ non-  
adjacent vertices by a triangle, ... ?

Vielleicht können Sie mich die Antworten  
auf meine Fragen zurechtlegen, und ich  
rufe Sie nach meiner Rückkehr aus

Odina an .

Übrigens teilte mir Herr Burmeister, der im August an der von Ringel veranstalteten Konferenz in Oberwolfach teilgenommen hat, mit, daß man dort wieder von der Vierfarbenvermutung (und nicht vom Vierfarbensatz) sprach, weil in den theoretischen Begründungen von Appel und Haken eine Lücke sein soll - aber genaueres wußte er leider nicht; es wird immer aufregender!

Mit ganz herzlichem Gruß  
von Haus zu Haus

Ihr  
Horst Sachs

DEPARTMENT OF MATHEMATICS  
FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING  
UNIVERSITY OF BEOGRAD  
P. O. Box 816  
11001 Beograd — Yugoslavia

BEOGRAD, October 8, 1979

Dear Michael,

I did not hear from you since June (your last letter I received is of June 11) and, since I am a little bit worried for you, I am sending two copies of this letter on the two addresses of yours. In the first half of September I had a couple of telephone conversations with Socha and it seems that everything with the book is settled. The book on matrices in Serbo-Croatian is now nicely typed (X+398 pages) for photocopying and I expect the publication very soon. For the purposes you know I need a couple of reprints of our short paper in Proc. 10th South-Eastern Conf. or an official statement that the paper is accepted for publication. Can you provide me something of this?

Kind regards to you and to your family,

Yours sincerely,  
Stojan Vukobratović





The University of Manitoba

Department of Mathematics and Astronomy

Winnipeg, Canada R3T 2N2

Dear Dragos,

October 16

I received both of your letters today. I'm sorry I haven't written sooner. Let me tell you what I have been doing.

(1) As you know, I proofread the book over the summer. I received a telegram from Sachs indicating that he had all the copies that I sent to him (I mailed everything in duplicate). It is my assumption that there are no problems with the book.

(2) I am investigating the following possibility: The number of references to graph spectra is now approaching 1000. What I would like to do is setup a computer data base with "key words". This is a bibliography with quite sophisticated searching techniques. It could, for example, trace back through references to find the essential papers in each area. The entries can be sorted by different criteria, e.g., date, journal, subject matter. This could be extremely helpful if we were to try to publish a second edition of our book. This is a possible project for this summer. Will you come here after the Kalamazoo meeting? I hope to go to that conference.

- (3) I have been applying for money to support our joint work. I'll let you know what happens. If things go reasonably well, I would be able to come to Yugoslavia in the summer of 1981. Applying for these grants is necessary but annoying and time consuming.
- (4) I am working some more on the material in "generalized line graphs". If I can get a decent proof of the covering theorem, I think we will have a first class paper. Some things (personal and not mathematical) have been upsetting my life recently, but I hope to be back to normal and working productively again now. I will also continue on "Project 2". How has your student done with the automorphism group and switching classes of graphs?

There has been a lot of publicity here about a Canadian who went to Yugoslavia last year and was arrested for being a Nazi collaborator. He was kept in jail for 10 months and was then acquitted. The person who accused him is now on trial. Do you know of this case? What happened in the end?

I hope you had a nice summer. How did your travels work out? Judy and I went camping in the part of Canada north of Quebec City. We really enjoyed ourselves.

Best ~~wishes~~ wishes to Zora and Mladen. The next letter won't take so long (I promise).

Wimbold

Beograd, October 25, 1979

Dear Mr. Sachs,

We exchanged our last letters in August and we had some telephone conversations in September. That means that we have finished our work concerning the book and we are expecting the publication.

At this moment, I would like to express my thankfulness to you for giving the idea for this book and for your efforts in working on it, especially in the final part. I am aware that you did also a lot of technical work and probably you settled many requirements of the publisher of which Michael and I do not know.

Earlier term for publishing the book was November. Has something been changed in the meantime? Having in mind earlier delays in publishing the book Gutman said that he does not want to send his reviews of the book to the corresponding journals before he is quite sure <sup>that</sup> the book would appear very soon.

Enclosed are the copies of the two reviews of mine for MR and Zbl. I have put the references to our book as if it appeared already. Is the reference O.K., or will the Academic Press be also mentioned on the covers?

With kind regards

Yours sincerely

Drago Petrović

Jlumenau, 28.10.79

Lieber Herr Cvitković!

Nachdem das „24. Int. Wiss. Koll. TH Jlumenau“, das in der vergangenen Woche stattfand, beendet ist, will ich endlich einmal wieder an Sie schreiben. Das Kolloquium ist sehr harmonisch verlaufen, dazu strahlender Sonnenschein (aber nachts Frost um  $-5^{\circ}\text{C}$ ): mehr konnten wir nicht erwarten. Aber es gab viel zu organisieren, u.s.w. Nun hoffen wir, daß in den nächsten zwei Wochen wieder etwas Ruhe einkehrt. Herr Stichtz und ich waren mit Vorträgen über „Spektrum und Automorphismengruppe“ beteiligt. Das interessanteste Ergebnis, das Herr Stichtz vortrug, war wohl das Folgende:

Es sei  $G$  ein ungerichteter Multigraph mit transitiver Automorphismengruppe und  $n = 2^q \cdot k$  Knotenpunkten, wobei  $k$  ungerade ist. Dann gilt:  $G$  hat nicht mehr als  $2^q$  einfache Eigenwerte. Die Schranke ist scharf: Zu jeder nat. Zahl  $n = 2^q \cdot k$  <sup>( $k$  ungerade)</sup> existiert ein Multigraph mit transitiver Automorphismengruppe und genau  $2^q$  einfachen Eigenwerten. [Soweit ist Ihnen das alles bekannt, ich habe schon darüber vorgetragen.]

Weiter gilt [das ist das neue Resultat von Herrn Stiebitz]: Zu jeder natürlichen Zahl  $q$  und zu jeder ungeraden Zahl  ~~$k$~~   $k$  mit mindestens  $q$  (nicht notwendig verschiedenen) Primfaktoren existiert ein schlichter Graph  $G$  mit  ~~$n$~~  transitiver Automorphismengruppe und  $n = 2^q \cdot k$  Knotenpunkten, welcher genau  $2^q$  einfache Eigenwerte hat.

Nun zum Buch. Vor einigen Tagen hatte ich ein Telefonat mit Frau Mai (VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften). Ich fragte, da ich lange nichts gehört hatte, wann und wie es weitergeht: es fehlen noch etwa 4 Bögen (Tabellen, zusätzliche Literatur, Sachverzeichnis, Namenverzeichnis). Frau Mai sagte, daß der Satz im wesentlichen beendet ist. Die Register hat sie bereits selbst durchgesehen. Die Druckerei schickt keine komplette Korrektur mehr: sie hätten im Hause bereits alles sorgfältig kontrolliert, nun bekommt nur noch Frau Mai ein Exemplar zur letzten Korrektur und zum "imprimatur". Die Tabellen haben die Autoren ja bereits korrigiert, und die Zuordnung der Figuren will (und soll)

Frau Mai selbst überprüfen; Frau Mai will mir aber sicherheitshalber die Andrucke der zu den Tabellen gehörigen Figuren schicken (das soll alles in den nächsten Tagen geschehen). Auf diese Weise soll versucht werden, möglichst Zeit zu sparen, so daß das Buch noch Ende November erscheinen kann. Hoffen wir, daß alles gut geht und die Druckerei die Termine einhält! Frau Mai arbeitet jedenfalls ganz zuverlässig, da habe ich keine Bedenken. Ich muß noch einmal im Vertrag nachlesen, was dort über das Imprimatur steht.

Inzwischen ist folgendes Buch erschienen, das vielleicht für Sie von Interesse ist:

M. Naimark, A. Stern: Théorie des Représentations des Groupes (traduit du Russe). Éditions Mir, Moscou 1979. Übersetzung von:

М. А. Наймарк, А. И. Штерн, Теория представлений групп. Изд. «Наука», Москва 1976

Lieber Herr Cvetković, ich habe darüber nachgedacht, daß es doch sinnvoll wäre, das systematische Sammeln der Literatur auch nach dem Erscheinen ~~fortzusetzen~~ des Buches fortzusetzen - haben Sie schon bestimmte

Vorstellungen? Ich würde Ihnen natürlich gern meine Kartei überlassen - sofern Sie nicht selbst eine viel bessere haben. Als erster Beitrag zur Fortsetzungsliste:

M. Borowiecki, T. Józwiak

Computing the characteristic polynomial  
of a multigraph

✂ Zielona Góra 1979 ✂

Instytut Matematyki i Fizyki

Wyższej Szkoły Inżynierskiej

[ ul. Podgórna 50

65-246 Zielona Góra

Poland ]

Raport Nr. IF - 1 - 79.

Übrigens war ich Ende September / Anfang Oktober für eine Woche in Ungarn (in Budapest und Szeged) und hatte dort sehr viele interessante mathematische Kontakte.

Schade, daß die Zeit immer so knapp ist!

Mit ganz herzlichen Grüßen  
von Haus zu Haus!

Ihr

Horst Sachs

Beograd, October 29, 1979

Dear Michael,

Thank you for your letter of October 16. In the meantime I sent you some mails on June 18, July 2, July 6, August 24; I hope you received them.

Let me quickly answer or comment the questions from your letter.

(1) It is also my assumption that there are no problems about our book. (Otherwise, I do not have any news. I visited this morning the Belgrade international book fair and our book was not there. The (East-) German representative there (but not the representative of our publisher) did not know anything about it.

(2) I am supporting your idea to make a computer information system related to the bibliography of graph spectra. I am also thinking about the new edition and I shall once tell you my views on this subject. Also a Russian translation is possible (if the book is good it will be translated into the Russian, and vice versa)! (Maybe, when you come to Belgrade in 1981, you will go to Moscow to spend your Russian money you will get for the translation)! On the other hand, after that conference on artificial intelligence in Dubrovnik last August (~~the~~ and not only because of it) I got interested in computers a little bit more and I am <sup>now</sup> trying to find collaborators and money for a big project in artificial intelligence. I have an idea of making a set of <sup>(computer)</sup> programs which could be called "Graph Theory Knowledge System" and which should include something like that you are trying to make for ~~the~~ the literature on graph spectra. I shall explain you this project soon and maybe



that could be another topic for joint work.

(3) I am very glad to hear that there are possibilities that you come to Belgrade in 1981! That would be wonderful and I hope we could have again a productive summer. Of course, I shall do everything I can to support your stay here. Please tell me more details about it when you know more.

(4) I am thinking of preparing our "Project 2" for the Kolmarsoo Conference, since I do not have something better. (What do you plan to tell there?) The proof of the propositions (from Project 2) ~~would~~ which ~~it~~ will appear in our book could be deleted. Also the alternative approach to root systems could be deleted (if we are not quite satisfied with it) since I already mentioned this new approach in my Szegei paper. [By the way, Seidel was very sceptic last summer when I showed him "Project 2". On the other hand I am in doubt whether his scepticism is correct; unless a few small incorrectness he found in the text his remarks are of the following type: We (Cameron, Gaethals, Seidel, Skovt) had so much troubles in proving that main theorem that I do not believe another approach is possible let alone a simpler one! Also at the places where it is said "it is evident", or "it can easily be seen by inspection", or similar things, Seidel's comment was. "I do not see it"]. So, the main part of the "Project 2" is to prove that those 13 graphs have ~~no~~ cospectral mates by methods from your thesis and other papers. We did something when I was in Winnipeg, but I thought you would write down something about it. I have some pure notes about it from Winnipeg, but it would

most useful if you would write down quickly a few pages to tell me what you remember. I must work on it during November.

My plans for the trip to America next year are not yet fixed. It is nice that we shall meet at Kalamazoo but I would like also to come afterwards to Winnipeg (if it is convenient to you) since I am sure we shall have ~~to~~ a lot of subjects for the discussion and the work. My plans will certainly be fixed by the end of this year.

I have the following idea. Last year we computed spectra and other things for six vertex graphs and ordered graphs by eigenvalues. I would prepare this data with a few comments and submit to one of our journals as a joint note of ours. That would be a nice completion of numerical tables in our book. What do you think about it.

I remember I read in the press about the case you mentioned in your letter. Such trials happen from time to time and usually they draw public attention. What happened in this case I do not remember. On the other hand, trials against police officials or other people, who incorrectly accused others or did something wrong, are possible. Recently, there is a trial in which the former (up to this year) chief of the Zagreb's police department for murders is accused for being himself a murderer!

With kind regards to you and to your family

Yours sincerely  
Dražo Vekrović

Jhunenau, 4.11.79

Lieber Herr Cvetković!

Für Ihren Brief vom 25. Oktober, den ich gestern erhielt, bedanke ich mich sehr!

Sicher werden Sie inzwischen auch meinen Brief vom 28. Oktober erhalten haben, in dem ich etwas ausführlicher über den Stand der Dinge, unser Buch betreffend, berichtete. Inzwischen hat mir nun der VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften (Frau Mai) die angekründigten Materialien geschickt: Die Drucke der Figuren, die in die Tabellen kommen [aber nicht die komplett gesetzten Tabellen mit den Figuren], und den letzten Bogen (das ist der 23. Bogen, Seiten 353 bis 368), in welchem enthalten sind:

Die zusätzliche Literaturliste ("Added in proof"), Nr. [1] bis Nr. [119] und "Comment"; "Index of Symbols"; "Index of Names" und "Subject Index". Das alles ist unkorrigiert, ich habe es nur einmal und auch nur zur Ansicht (nicht zur Korrektur: dazu reicht die Zeit nicht, und Frau Mai versichert, daß sie selbst alles sehr gründlich durchgesehen und korrigiert habe). Die fertigen Tabellen

hat auch Frau Mai nicht in Händen gehabt, aber die Druckerei versichert, daß die von Frau Mai gegebenen Satzweisungen absolut eindeutig und Fehler deshalb ausgeschlossen seien.

Wenn ich Frau Mai richtig verstanden habe, sollen in die jeweilige Tabelle nur die Nummern der Graphen aufgenommen werden, während die Figuren auf der Seite neben der Tabelle, zu der sie gehören, abgedruckt werden (so daß man, um die Tabellen eintragung für eine Figur zu finden [oder umgekehrt], niemals umblättern muß). Mir wäre es freilich lieber, ich könnte das alles selbst kontrollieren, aber Frau Mai meint, man kann die vorgeschlagene Verfahrensweise verantworten: andernfalls besteht die Gefahr, daß die Setzerei die Arbeit am Buch unterbricht und dadurch eine größere Verzögerung eintritt. - Der letzte Bogen enthält auch den letzten Teil der (kyrillischen) Literaturliste (Epuob bis Kapapu); hierzu hatte ich nach meinem Aufenthalt in Odessa noch einmal eine (nicht zu kleine) Korrekturenliste an Frau Mai geschickt, ~~von diesen~~ (z. B. "XЮККЕЛ" statt "XЮККЕЛ"), von diesen Korrekturen

sind einige ausgeführt worden (vermutlich die schon bei der ersten Korrektur angegebenen Verbesserungen), andere jedoch nicht (betrifft insbesondere auch die in Klammern angegebenen Kapitel-Rückverweise): ich habe Frau Mari noch einmal angerufen und sie dringend gebeten, auf diese Dinge sorgfältig zu achten. Das war wohl alles, was ich im Augenblick tun konnte. - Da keine Fahren-Korrektur (vor dem Umbruch) gelesen wurde, gilt das "imprimatur" seitens der Autoren mit der Rücksendung der korrigierten Bögen als erteilt. Ich hoffe nur, daß uns (allen Beteiligten einschließlich Setzern) nicht zu viele (kleine) Fehler entgangen sind!

Die Auflage wurde sehr niedrig (nach meiner Auffassung: zu niedrig) veranschlagt:

AP 1000, DVW 250 (das ist allerdings die Verkaufsauflage, nicht die totale Auflage). -

Soweit zum Stand der Arbeiten am Buch.

Nun noch eine Literaturstelle: Vorgestern erhielt ich von der "New York Academy of Sciences

(vermutlich veranlaßt durch Frank Harary)  
ein Exemplar

Topics in Graph Theory (ed. F. Harary),  
Annals of the New York Academy of Sciences,  
Vol. 328,

The New York Academy of Sciences,  
New York, New York 1979

[ ANYAA 9 328 1-206 (1979) ] ;

ich nehme an, daß Sie den Band schon  
kennen? Auf alle Fälle teile ich Ihnen  
mit: Darin ist ein Beitrag von Allen J. Schwenk,  
in dem auch auf Ihre Arbeit (mit I. Gutman,  
1975) "The reconstruction problem..." sowie  
auf Ihre Arbeit (1970) "New characterizations..."  
Bezug genommen wird:

A. J. Schwenk, Spectral reconstruction  
problems; pp. 183 - 189.

Das wäre für heute wohl das Wichtigste!  
Ganz herzlich grüßen Sie und Ihre Familie

Ihre Barbara und Horst Sachs.

P.S.: Würden Sie bitte, wenn Sie an Michael  
Doob schreiben, ihn über den Stand der  
Dinge informieren? Ich fürchte sehr,  
ich werde in den nächsten Tagen nicht  
dazu kommen.

Belograd, November 14, 79

Dear Michael,

I answered your letter of October 16, by sending you a letter on October 29. Now, quite shortly, I am sending you a translation of the final comment from the book on notices which can be considered as working material for the English version of the book.

With kind regards

Yours sincerely

Joseph

PS. In his letter of November 4 Prof. Sochs informed me that publisher's officials (and not Sochs) still are doing little corrections in our book (tables, index etc.). Nevertheless Sochs mentioned that there are some hopes that the book will appear by the end of November.

Beograd, 26.11.1979.

Dear Mr. Sachs,

Thank you very much for your letters of 28.10, and 4.11, with many details concerning the publication of our book. I reported to Michael Doob shortly about it.

Concerning the work on further collection of references I think that Doob is the right person for doing that. He has a nice toy, a computer, called word processor, in which bibliographical data can be stored and manipulated easily, including the printing in any desired form. In fact, Doob is already doing that. He wrote me about his intention to put all references ~~into~~ on graph spectro into his computer including the citations. So, what we could do from time to time is to send him references ~~from time~~ and ask him to send us current copies of his collection.

I am thinking already about next edition of our book. That could happen relatively soon since the planned number of copies of the book is very low as you also noticed. Further, a Russian translation may be possible. Anyhow, immediately after the publication of the book we should start recording errors (printing and real), criticism



and suggestions of other persons and think for  
ourselves what can be improved, I shall write  
to you and to Doob about my ideas concerning  
next edition when I have more time.

With kind regards

Yours sincerely

Doogor's Rhetoric



The University of Manitoba

Department of Mathematics and Astronomy

Winnipeg, Canada R3T 2N2

December 3, 1979

Dr. Dragos Cvetkovic  
Lamartinova 44  
Belgrade, Yugoslavia

Dear Dragos,

Enclosed is a letter that I hope will be helpful in your application for money to come to North America. Let me know if you need any other help from this end.

I have been looking over the material from project 2, and I send you the things that I have when I get them into an intelligible form. They are pretty sketchy now. As I recall, I had some reservations about the project, but they were not as serious as the ones you have related to me from Jaap. I'll look at it in some detail and let you know what's up.

I hope all goes well with you. It is starting to get cold now; the snow is on the ground for the winter and it really feels like we are entering a new season. I'm going to New York later this week, and I shall see Alan Hoffman while I'm there. He is really interested in the work we did on generalized line graphs. I'll write to you again when I get back.

Sincerely yours,

Michael Doob

**VEB DEUTSCHER VERLAG DER WISSENSCHAFTEN**

Abt. ~~XXXXXXXX~~ <sup>H</sup>Mathematik/Physik, Fachgebiet II

Herrn Prof. Dr. D. Cvetković

An: 11000 Beograd, Larmatinova 44 - Jugoslawien-

Betr.: Spectra of Graphs

Sie erhalten beiliegend

~~XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX~~ fach

Aushänger: Bg 1 - 23 zur Ansicht ! 1 fach  
(zum Verbleib)

~~XXXXXXXXXX~~ Manuskript fach

~~XXXXXXXXXXXX~~ fach

~~XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX~~ fach

zur ..... Spaltenkorrektur/..... Umbruchkorrektur/druckf. n. Korr./  
druckfertig/Überprüfung/Ergänzung/Freigabe/Ansicht

Rückgabetermin:

Bemerkungen: .....

Sehr geehrter Herr Professor !

Für das neue Jahr möchten wir Ihnen alles  
Gute wünschen.

Anbei übersenden wir Ihnen ein Exemplar der  
Aushänger Ihres Buches, das also fertig  
gedruckt ist und zur Zeit noch gebunden  
wird.

Mit freundlichen Grüßen

Berlin, den 4.1. 1980

*J. A. J. E. ...*

Beograd 25.1.1980.

Dear Mr. Sachs,

Thank you for your recent letter as well as for the two greeting cards. I also received a copy of the book (without covers) from DVW. It looks nice and I am looking forward to see it in final form. The only remark: they could have left 1979 as the year of edition.

I received last month about 695 "clearing dollars" on my bank account from DVW but without any covering letter. I would like to know how much DVW has sent, how big the ~~tax~~ tax is, and so on. I shall write soon to DVW and ask them to clarify the things.

Unfortunately, I was not able to find the screen for your father's shower. Braun-Micron seems to be unknown here. They have Braun-Synchron (Plus). I would recommend you to look at the old screen and to tell me what is written there (may be type number at the screen). Is your Iskra-Braun shower still working? If you need a new screen just write me again (also with type number since I have forgotten it!).

I have some ideas how to work on the next edition of our book and I shall soon tell you and M Doob about this topic.

With kind regards

Yours sincerely  
Dobro Puharic

Beograd, January 28, 1980

Dear Michael,

I received a couple of weeks ago a copy of our book but without covers. Hopefully, they covered the book in the meantime and we shall see it soon in final form.

I have some ideas how to work on the next edition and I shall write soon about it to you and to Sachs. Certainly you should take the care about new references and the bibliography in general because of your nice word processor.

Publisher for my book on machines (in Serbian) has been found and I hope to be able to show you the book when I come to your continent in a few months.

My plans for the trip are now as follows:

New York - end of April - May 3

Kolowaroo (and the neighbourhood) May 3 - May 12

Winnipeg May 12 - June 12

Toronto (Waterloo) June 12 - June 18

New York a couple of days

Returns

I am still not quite sure that I really shall come because the decision about expenses has not yet been done and will not be before end of February. Nevertheless, I am optimistic in that sense.

I have not yet decided ~~what~~ which paper to present at Kalamazoo conference but it will be one of the following two (titles are not definitive):

1. (with I. Gutman): "Further extensions of the spectral method for determining the number of spanning trees";
2. (with a few collaborators): "A program for the use of computers in further development of graph theory".

Perhaps now is the moment to tell you more about the project related to [2]. As I announced in one of my previous letters I got interested in the use of computers in graph theory. There are many reasons for that decision of mine, one of them certainly being my stay in Canada, when I was, as you know, more delighted by the use of computers in everyday life than, for example, by high living standard.

I would ask you to consider this project as secret as the whole for some time although you may discuss some details with other persons.

The idea is to put a great part of our knowledge on graph theory in a computer and then use computer to extend this knowledge. This extension would be done by an interactive work of a qualified person (graph theorist) and computer. The language of communication between man and computer would be a formalized subset of English. The mean of communication is a

terminal with video-display. Computer will have the data about the literature. For example, it could execute an instruction like following one:

"Find papers of M. Doob. from years 1975-1980 about graphs with the least eigen value  $-2$ ."

The system would be able to perform several graph algorithms. Examples:

"Determine chromatic number of graph  $G$ "

⊙ "Generate a random graph on 10 vertices"

Computer would know many theorems from graph theory and would be able to prove new theorems. That means graph theory would be formalized within the predicate calculus and mechanical proving algorithms would be applied.

I formed a group of young collaborators for this project and there are some hopes to get some money for this investigation from the Research Council of Serbia. We did some progress and clarified many things related to the project. Nevertheless, the project is big and cannot easily be done. If collaborators work hard, I hope to have the system working with 20%-50% subroutines by the end of this year and with about 80% by the end of next year.

Of course, I would like to get interested in this project some persons or institutions from abroad. Some of them can help by giving at disposal ready programmes for some tasks. Maybe, somebody would be interested to support financially the investigation ~~etc~~ or somebody would like to buy the whole system (in fact the set of programmes which could be installed on practically any computer). Of course, I shall use my trip to America to reach some of these goals.

I would be first interested to see your reaction on this. Would you be interested to participate in any way in this project? Have you heard about any similar project? We would cooperate with people or institution which have already realized some parts of our project. For example, do you know whether anybody has a computerized bibliography of graph theory (including citations and key words)? I am thinking of visiting Mathematical Reviews in Ann Arbor and to try to make a cooperation with them. Who would be right persons to discuss the matter? A. J. Hoffman because he works with IBM or F. Harary because he is "father" of graph theory? I personally know also R. L. Graham



from Bell-laboratories.

One thing where you certainly can help is the following. We are now creating the language EGCL (English Graphical Computer Language). Above given sentences are in EGCL. Since in our (Serbian) language we do not have such words as "the", "a", "an" and since the understanding is possible without such words (in Serbian) we believe that also in English such words could be omitted. So we intend to teach computers to ignore such words if they are typed by the user. My question is now: would it be funny if computer in his answers would omit such words, for example in dialogue:

"Display definition of "regular" "

"Graph is regular if for any vertex  $X$  <sup>of degree  $K$</sup>  degree of vertex  $X$  is equal to  $K$ "

Would you be so kind once later to see the whole set of instructions and to tell whether the chosen English words are adequate and sufficiently suggestive?

That was all for this time from the mathematical point of view. I hope you are all fine. Mladen finished this term in the school as always with best marks and now is with

parents of my wife in Vrsac. Trying to practice shy. I am as always busy; as you see I invented a new job for me.

Our press and TV report about great interest in the world about Yugoslavia and President Tito's illness. There are a few hundred foreign journalists here in these days! Of course, as everywhere people are worried about bad political situation in the world (especially, because people here approve the approach of neither side, West and East, in general and in this particular situation) but nothing special, ~~except~~ <sup>except</sup> for expected people's worry for Tito's health, was to be observed here. Life goes further (for example, Simic has just today gone with his young wife to an excursion to Rome). Still there are considerable economical difficulties and, for example, a law has been announced by which traveling expenses (especially for traveling abroad) should be reduced in this year by some percent. If I do not get money for my trip it will be because of this law (although I consider the possibility of travelling on my own).

With kind regards to you and to your family

Yours sincerely  
Doojov

VEB DEUTSCHER VERLAG DER WISSENSCHAFTEN



108 Berlin, Johannes-Dieckmann-Straße 10 – Telefon 229 00

Herrn Professor  
Dr. D. Cvetković

11 000 Beograd  
Lamartinova 44  
- Jugoslawien -

**Lieferschein**

Berlin, den 5.2.1980

In Bestätigung Ihres Auftrages vom

10 Expl. Cvetković, Spectra  
570 407 9

7.2.1980

VEB DEUTSCHER VERLAG DER  
WISSENSCHAFTEN  
Johannes-Dieckmann-Str.10  
DDR 108 Berlin

DVP

Dear Sirs,

Thank you for sending me an uncovered copy of the book "Spectra of graphs". I am pleased with its final form and I wish to thank you for your high quality work in publishing the book.

Since the books have been probably covered in the meantime, I am most kindly asking you to forward to me, when sending my copies, 5 copies in German and 5 copies of American edition, if possible. Could you send me a list of persons whom a free copy of the book will be sent. (Prof. Sachs mentioned once that you plan such a list).

I received from Büro für Urheberrechte, Berlin, the sum of 695.31 clearing dollars without any explanation. I was told in the Belgrade bank that the official rate is 1 dollar = 1.70 Mark and hence I received about 1182 marks. According to the Contract I should receive 4225 Marks transferred into Dinars (i.e. clearing dollars) + 845 Marks for the use in DDR. I am kindly asking you to clarify to me which part of the fees I actually have received, the possible duties and taxes which have been may be deducted, the way I can use the part of the money in DDR (will you open a bank account on my behalf or shall I authorize Prof. Sachs to receive this money) etc.

Looking forward with great interest to your news,

Yours sincerely

Dragoš Cvetković

Ilumman, 10. 2. 80

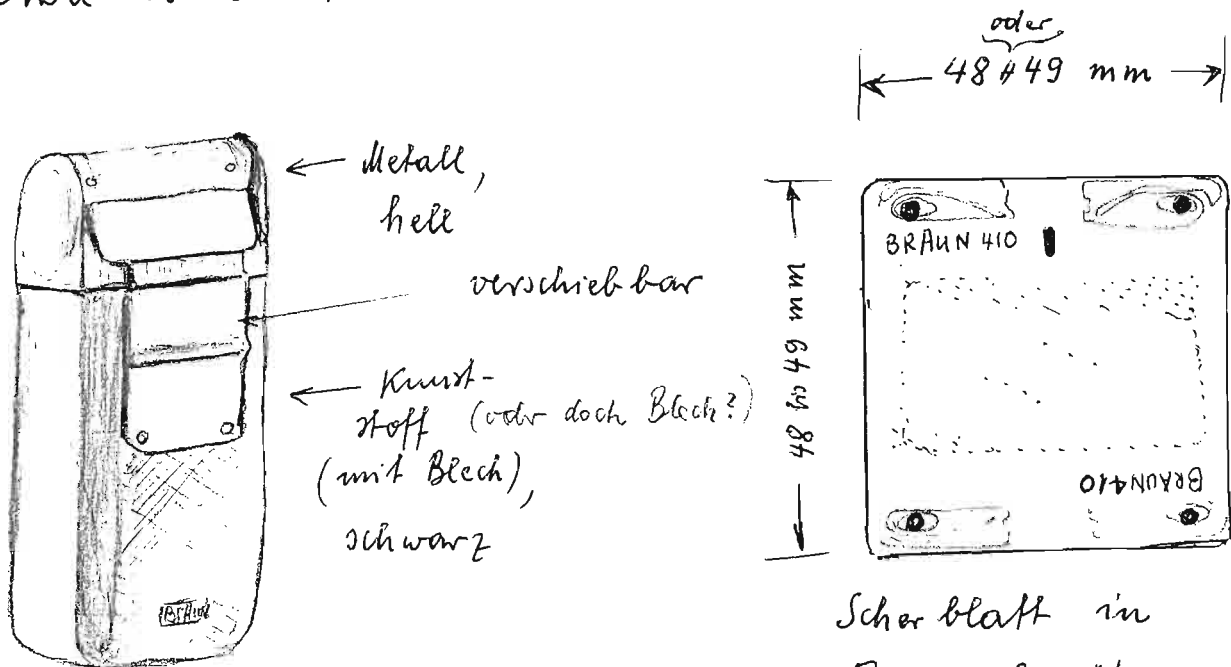
Lieber Herr Cvetković!

Recht herzlichen Dank für Ihren Brief vom 25. 1. 80!

Das Buch ist noch immer nicht im Handel: auch ich möchte es gern in seiner endgültigen Form sehen. Der Verlag sagte mir, daß ausländische Partner immer Wert darauf legen, daß das Erscheinungsjahr so spät wie möglich festgelegt wird (nicht früher, als das Buch auf dem Markt erscheint), damit es „letzter Stand“ ist, weil es sich dann besser verkauft. Ich hatte vor Weihnachten ausdrücklich darum gebeten, 1979 als Erscheinungsjahr einzudrucken, aber nie sagten mir, das geht wegen AP nicht. Na, das ist nicht das Schlimmste - immerhin haben wir Hoffnung, daß es noch in diesem Jahr erscheint! (!).

Lieber Herr Cvetković, mein Vater wird Ihnen sehr dankbar sein, wenn Sie für ihn das benötigte Scherblatt beschaffen können. Am Rasierapparat haben wir leider keine Nummer gefunden, aber bei genauem Hinsehen erkennt man auf dem Scherblatt den Aufdruck BRAUN 410, das müßte eigentlich eindeutig sein. Der Apparat selbst ist schmal und

in einem Spezialkasten verpackt, den man auch an die Wand nageln kann. Er sieht etwa so aus:



Scherblatt in Originalgröße (über den Löchern in den 4 Ecken sind Kunststoffteile aufgenietet)

Mein eigener Rasierapparat ist noch gut in Ordnung, und ~~ich~~ ich bin sehr froh, daß ich ihn habe!

Wir hoffen, daß Jugoslawien in diesem Winter von größeren Katastrophen verschont geblieben ist. Heute brachten die Nachrichten, daß sich der Gesundheitszustand von Präsident Tito wieder verschlechtert hat. Eine Amputation in so hohem Alter ist sicher nicht komplikationslos.

Vir grüßen Sie und Ihre Familie ganz herzlich!

Ihre Barbara und Horst Paehn

Belgrad 23.2.1980

Dear Mr. Sochs,

A week ago I received your letter of 10.2.

It was Saturday afternoon and the shops were generally closed. It happened that Gutman was just going to West Germany and I phoned him and asked him to buy the screen you need there. After that I was not asking for this screen in Belgrade because I knew he would send you it for sure. By misunderstanding he sent me the screen and I received it just now again on Saturday afternoon! I am going to the post office immediately to post this letter.

Gutman will spend a few months in West Germany. His address is: Institut für Strahlenchemie im Max-Planck-Institut für Kohlenforschung, Stiftstr. 34-36, D-4330 Mülheim a.d. Ruhr 1. Do not bother to ask him if you need something like the screen. Of course, I am <sup>also</sup> at your disposal if I can help.

I am planning a scientific trip to USA and Canada in May and June (Kulow ~~too~~ conference, Harry, Doob, Waterloo etc.). I last month I got interested in some computer aspects of graph theory (computerized bibliography, graphical algorithms, mechanical proving of theorems). The book on matrices (graphical approach, in Serbo-Croatian) is in print.

The people are, of course, worried about Tito's health, especially because it happened in the time when

relations between East and West are getting worse. Tito's vitality reminds me to what a journalist has reported in 1928 about Tito's behaviour on the court when he was sentenced to 5 years jail because of political activity; "This man looks like being from now .." Although Tito obviously is not able at the moment to do his duties, the political system seems to work quite well, at the contrary to the forecast of a part of Western press. The press and TV every day reports about what has been said about Tito and Yugoslavia in these days in the world. In spite of all, every day life is quite normal in all aspects.

With kind regards

Yours sincerely

D. Bohoric



# TECHNISCHE HOCHSCHULE ILMENAU

DDR

Einschreiben / PAR AVION

Professor Dr. D.M. Cvetković  
University of Belgrade  
Department of Electrical Engineering  
Bulevar Revolucije 73  
Yu - 11.000 B e o g r a d / Jugoslavija  
Yugoslavia/SFR Jugoslawien  
(PO Box 816, YU-11.001 Beograd)

63. Ilmenau, 25. 2. 1980

Lieber Herr Cvetković !

Arthur T. White hat mich gebeten, beiliegendes Manuskript zu begutachten. Ich erlaube mir, Ihnen als Mitherausgeber des JGT das Manuskript zu übersenden - alles übrige entnehmen Sie aus dem beiliegenden Durchschlag meines Briefes an White. Er hatte darum gebeten, ihm bis zum 15. März eine Nachricht zukommen zu lassen. Ich hoffe, daß weder er noch Sie mir diese Vorgehensweise übelnehmen werden.

Lieber Herr Cvetković, nun ist unser Buch endlich erschienen! Ich habe dieser Tage fünf Exemplare erhalten, und ich nehme an, daß Sie inzwischen auch Ihre Exemplare bekommen haben. Bezüglich des Honorars gibt es noch eine Unklarheit (das Buch ist teurer geworden als bei der Berechnung des Honorars abgenommen!) - ich werde Ihnen hierüber noch einmal schreiben. An Fehlern habe ich bis jetzt folgende gefunden:

- |                  |   |
|------------------|---|
| 8 <sub>6</sub>   | "grateful" statt "greatful"                     |
| 32 <sup>18</sup> | "[Spia]†" statt "[Spia]* "                      |
| 36 <sub>4</sub>  | "several years" statt "several of years"        |
| 170 <sup>8</sup> | "with 2n vertices" statt "with n vertices" (??) |
| 256 <sub>7</sub> | "consideration" statt "con sideration"          |

- 349, [StBr] "Supplemental" statt "Supplement" (??)  
357, [72] "Hoffman" statt "Hoffmann"  
358, [106] "New York 1978" statt "New York 1979" (??)

In Eile grüßt Sie freundlich

Ihr

*Hent Sachs*

Professor Dr.habil. H. Sachs

Anlage



The University of Manitoba

Department of Mathematics and Astronomy

Winnipeg, Canada R3T 2N2

February 26, 1980

Dr. Dragoš Cvetković  
Lamartinova 44  
Belgrade, Yugoslavia

Dear Dragos,

Enclosed is the latest draft of the paper that we wrote with Simić. I have tried several new approaches to the main theorem, but I'm afraid that I wasn't able to improve on the original one very much. There are a large number of small changes, so read it over in its present form. Note particularly that I have not included the details of the very end of the case where the diameter is 2. They are long and boring. If you like the paper the way it is, you may submit it for publication (I recall that you were eager to submit it to the Journal of Graph Theory -- that's agreeable with me). If you want further revisions, send it back to me and I'll work on it. Also enclosed are the figures for printing, and some additional copies for you and Simić.

I have also received a copy of the book without the covers; some money also appeared in my bank account. I guess that means that the book will finally appear. I have some ideas on a second edition also. We'll talk about it this Summer. Incidentally, I notice that a footnote was put into Chapter 6 at my example of a cospectral triple. The example is correct, in spite of what others might say. I checked all of my examples before sending the text to you. The eigenvalues are all integers, except for three which satisfy an easily computable cubic polynomial.

I have included a few other things that you might find interesting. One article shows that someone in Canada likes Yugoslavia; in fact, he is eager to go back. I wonder why? Of course, if you want this guy, you can have him. More seriously (and the tone of the other article is not really serious), there was an article in last night's paper that probably accurately reflects the reporting in our local paper concerning your country. I have also enclosed a pamphlet that was distributed just before our most recent national election a week ago. You

might remember that we have a pair of Communist parties active in Canada: one is pro-USSR and one is pro-China. Well, now there is a pro-Albania one, too. In my voting area there were 40,000 votes cast and this particular party received a total of 88.

There has been much coverage of the illness of Tito here. There has also been much speculation about the relative strength of the divisive and cohesive forces in Yugoslavia. This is of particular interest in Canada where we have our own problem of separatism. We also had pictures shown on television of anti-aircraft batteries being manned at the airport in Belgrade

I expect to go to the meeting at Kalamazoo in May, so I'll see you there. If you want to come to Winnipeg after the conference, I can arrange for us to travel together. Unless you write to me to tell me otherwise, I shall assume that you will be here from May 12 to June 12.

Your computer project sounds interesting; it sounds very large in scope. I am trying to have things set up here so that we can construct a data base of papers about graph spectra. It should be ready to go by the time you get here. The only previous data bases on graph theory of which I am aware came from the University of Waterloo. Adrian Bondy did one on (I think) Hamiltonian Graphs and Gerald Berman did two of them on graph theory and applied graph theory. You could certainly talk to the people you mentioned. Incidentally, to my knowledge the only person who refers to Harary as the father of graph theory is Harary himself. Concerning the use of articles in English, it does sound very strange if they are not included. Why not include them? I'll be glad to read your list of EGCL expressions.

What opinions have there been in your country concerning the Americans being held in Iran and the presence of Soviet troops in Afghanistan? The reaction has been strong here, as you might guess.

We have been very busy here. Judy visited a friend of hers in San Francisco whom she hadn't seen in nine years; she had a wonderful reunion. In the meantime I was here with Lisa and Brian, so I was busy, too! Actually Lisa takes care of herself now and Brian is getting to be quite a big boy. They go off to their respective schools during the day, so I actually had time to work at home.

Does Mladin still collect stamps? If so I'll get him some Canadian ones, if he likes. Does he like cancelled stamps on an envelope or uncancelled ones in a sheet?

Best wishes to Zora.

Sincerely yours,

A handwritten signature in cursive script, appearing to read "Michael".

Michael

Jhman, 29.2.80

Lieber Herr Cvetković!

Gestern erhielt ich Ihren Brief vom 23.2.80, der auch das Schersieb für meinen Vater enthielt: dafür und für all Ihre Mühe möchte ich Ihnen und Herrn Gutman, auch im Namen meines Vaters (der das Sieb sicher morgen erhalten wird<sup>\*)</sup>), ganz herzlich danken! Es ist sehr erfreulich, daß es mit der Post so gut geklappt hat. An Herrn Gutman werde ich natürlich auch schreiben.

Sie haben sich für den Sommer wieder eine große Reise vorgenommen; ich wünsche Ihnen, daß die Reise erfolgreich verläuft und Sie alle Ihre Vorhaben realisieren können! Bitte, übermitteln Sie Michael Dook meine besten Grüße! Wird Ihre Familie Sie begleiten? Mladen ist nun schon ein junger Mann, seit ich ihn zuletzt sah, sind 6 Jahre vergangen: ob ich ihn überhaupt wiedererkennen würde? Ich glaube, <sup>ja</sup> schon, denn er sieht Ihnen sehr ähnlich. Sicher sind Sie sehr glücklich, daß sich Ihre Befürchtungen über seinen Gesundheitszustand nicht bestätigt haben - Wann kommen Sie (mit Familie!) wieder einmal

---

<sup>\*)</sup> wieder am Samstagabend nachmittag!

nach Ihnen an?

Ihrem Buch über Matrizen wünsche ich eine leichtere Geburt als unserem "Spectra of Graphs" - nun ja, das hatte ja auch 3 Väter, und da ist es schon verständlich, wenn die Geburt etwas länger dauert!

Wegen des Honorars werden wir möglicherweise noch einmal reklamieren ~~und~~ müssen:

Es wurde berechnet auf der Grundlage "10% vom Ladenpreis", der mit 65 Mark angesetzt wurde; nun soll es aber 85 Mark kosten, und wenn das Honorar nicht ebenfalls entsprechend geändert wird, würden wir weniger als 10% vom Ladenpreis erhalten (das ist weniger als die 10% vom realen Preis, den der Buchhandel erhält!). Ein so geringes Honorar war bisher jedenfalls nicht üblich - aber ich will die offizielle Abrechnung abwarten, vielleicht korrigiert der Verlag die Sache von sich aus, andernfalls werde ich einen Brief an den Verlagsleiter schreiben. Ich schreibe Ihnen dann noch einmal.

Ich freue mich, daß Sie neue interessante Anwendungen der Graphentheorie gefunden haben: bitte, schicken Sie mir Kopien (preprints, reprints) von Ihren Arbeiten.

Ich selbst bin gar nicht zufrieden mit mir. Viele und vielseitige Pflichten nehmen sehr viel Zeit in Anspruch, und ich muß mich sehr anstrengen, den Kontakt nicht zu verlieren.

Treffen Sie noch gelegentlich mit Professor Mitrimović zusammen? (Ich weiß nicht, wie das bei Ihnen organisiert ist: sind Sie noch am gleichen Lehrstuhl?) Ich erhielt gestern einen Brief von ihm, geschrieben am 12.2.80, darin bittet er mich um Ausbildungsprogramme in Angewandter Mathematik. Würden Sie ihm bitte sagen, daß ich seinen Brief erhalten habe und ihm freundliche Grüße übermittle - ich bitte ihn aber, sich ein wenig zu gedulden, ehe ich ihm eine offizielle Antwort geben kann.

In der nächsten Woche will ich für 8 Tage nach Rostock fahren, um meine algebraischen Kenntnisse aufzufrischen. Übrigens hatten wir sehr angenehmen Besuch. 4 Tage Nigmatullin aus Kazan (mit Frau), und 2 Wochen Jean-Marie Laborde aus Grenoble (Sie haben ihn 77 im Oberhof kennen-gelernt).



Sicher haben Sie inzwischen auch meine Sendung vom 25.2. mit einem umfangreichen Manuscript (für JGT) erhalten: bitte, nehmen Sie mir nicht übel, daß ich Sie damit belästige, aber Sie können die Arbeit gewiß besser beurteilen als ich, und es ist ja unser gemeinsames Interesse, daß die Fachzeitschriften nur gute Arbeiten abdrucken.

Lieber Herr Cvitković, ich glaube, das war für heute das Wichtigste.

Ganz herzlich grüßen Sie,  
Ihre liebe Frau und Ihre  
Angehörigen

Ihre

Barbara und Horst Sachs.

P.S. Soeben höre ich, daß sich Titos Zustand nicht gebessert hat ("weiterhin ernst"). Mir war völlig klar, daß westliche Propaganda auch solche <sup>um</sup> ~~die~~ ~~Verhältnisse~~ auszunutzen sucht - nun so mehr freue ich mich, daß Sie schreiben, daß die Situation in Jugoslawien absolut stabil ist und das Leben normal verläuft.

Bitte grüßen Sie auch Herrn Simić bestens von uns!

Beograd, March 10, 1980

Dear Mr. Sachs,

Thank you for your letter of 29.2.1980.  
Your letter of 25.2 has not yet come but I hope it will soon.

A few days ago I received my copies of your book. The covers are nice and I am satisfied with the book as the whole. So, a big job has come to an end and we should congratulate each other for having done it! I hope the book will be useful.

As you know I am already thinking about the next edition. There are a lot of ideas for performing changes; for example, graphs in the tables should be ordered lexicographically by their operator, additional bibliography should be included in the main one, Chapter 9 should be omitted and material from this chapter added to other chapters, some non important theorems should go from the text to miscellaneous results and the newest results should be incorporated either to the text or to miscellaneous results, root system technique should be better described, etc. etc. Since I should meet Doob in a couple of months I shall try to make, together with him, a plan

for the revision of the book. We shall of course inform you about our conclusions. If you have any particular suggestion what we should especially discuss when we meet, please inform me or Doob. Since Doob's text is the shortest in the book, my suggestion would be that Doob should write bigger extensions of the book (say a new chapter if we decide so). All ~~of~~ three of us should make proposals for changes in any chapter; the author of the chapter should finally decide about it and perform the changes. The changes will cause the changes of the numbers of formulas, sections and even chapters. I shall try with Doob to invent a system for administration of all such changes which would make our job easier.

I wrote to DVW and asked them to clarify the things about the fee.

I shall ~~inform~~<sup>give</sup> Prof. Mitrovic your message.

I shall travel to America and Canada alone this time. It is hard to say when we shall come to your country. I think this year we would not be able but we can consider this for the next year. Of course it would be nice to meet again all-together.

Kind regards to you and to your wife.

Yours sincerely  
Drozdov' Belov!

Beograd, March 10, 1980

Dear Michael,

Thank you for the letter of February 26 with the new draft of the paper of generalized line graphs and other material.

You may consider roughly that I shall be in Winnipeg between May 12 and ~~May~~ June 12, but I would keep my plans flexible. Since I want to talk with many people at Kalamazoo, it could appear that it is profitable for me to stay at Kalamazoo area a couple of days more. On the other hand it could happen that I can go to Winnipeg immediately after the conference. Of course it would be nice to travel together and so, please, let me know how you plan to travel (by plane, by car, from which airport and when). One point more: if possible I would like to spend one or two days in one of two big towns (Chicago or Detroit) after conference. Can you schedule your tour so that you can join me in visiting one of these cities? If it happens that you come by car I would join you of course, and would be ready to share expenses up to cost of air ticket from Kalamazoo to Winnipeg. In that case you should tell me that immediately and I would not buy the ticket for the plane for this part of the trip.

Anyhow, let me know as soon as possible what your suggestion would be concerning these <sup>e</sup>travelling plans.

Concerning the stay in Kelowna, if you come alone here, I would propose to share the room. I would be satisfied with the motel "Red Roof Inn" but if you want Holiday Inn West it is not too expensive either. I have not yet booked for me anything and I have not even confirmed my arrival at the conference, since the official decision about my trip has not yet been taken (although I was told non-officially that it is O.K.). So, perhaps you could write to organisers (or directly to hotel) and book a double room for you (having me in mind). Maybe, it is not too risky for you, since I am coming with 99% probability and if I do not come you can always share the room with another participant of the conference.

In Winnipeg I would be satisfied even with a student room but if you can arrange something better for a reasonable price, I would appreciate it very much.

For the work in Winnipeg I propose the following topics:

1. Computer programme system for graph theory including, in particular, computerized bibliography on spectra and the language EGCL. I am enclosing here

3 pages with typical entries for computerized bibliography, as I plan the things. Cited papers are given by their numbers from the bibliography itself. Theorems written on EGCL will be stored in computer and denoted by T1, T2, ... . Key phrases are also written on EGCL. The way in which all these data will be stored is not yet chosen. If you are already working on concrete realization of your bibliography, my suggestion would be only to try to store your data in your computer in such a way that the data can be transferred to another computer (possibly of different type) without typing again all the data. This would open the possibility to imbed your bibliography in the system I am trying to realize. The way of organizing data can always be changed, if necessary, by a specially written program; the only important thing is that the data can be transferred to other computers (say by means of a magnetic tape).

2. Book on notices. I have already sent you some parts translated into English (in the meantime you probably have given them to be typed). Until I come I shall translate some parts more. I shall bring the whole manuscript in Serbian (or the book if it comes out). By figures and formulas and with my help you will be able to understand what is all in it.

We can then decide what should be translated and what should be written. So, we can make a detailed plan for the book and even write some parts or work on translation of the existing text. Then we can decide to which publisher to offer the book (since I shall be going afterwards to New York again, I can even visit Academic Press). We should of course decide whether the book will be a scientific monograph or a textbook. In Serbo-Croatian I declared it as a mixture of both. Is there any reaction of Prof. Mendelison on this project if you have at all talked with him about it?

3. Plans for the next edition of the book on graph spectra. By the way I have now my copies of the book! They come a couple of days ago. The covers are nice and I am satisfied with the book as the whole. (Concerning the footnote in your chapter the situation is as follows: Just when I was sending proofs to Sochy a letter of Henry came where he was saying just as given in the footnote. I sent information to Sochy and he decided to put the footnote. Sorry that I have not checked the correctness of the information; it was just before our leaving for Holland and you may imagine that I had not time to calculate three determinants of order 7. If you want I can send you a copy of Henry's letter).

Still there are many things I would like to change in the next editions. (graphs in the tables should be ordered by spectra, additional bibliography should be imbedded in the main one, Chapter 9 should be omitted and the material from this chapter added to other chapters, some not important theorems should go <sup>from the text</sup> to miscellaneous results and the newest results should be incorporated, root system technique including something from our recent joint work should be better explained etc. etc.). We could again make a plan as detailed as possible and send it to Sachs. Since the length of your text in the book is the shortest I would propose to you to take the duty to write more than Sachs and me, especially if the plan includes the writing of a new chapter.

4. Trying to finish our old Project 2. My student

Radovanović found all our tiling sets which provide exceptional graphs ~~not~~ expected with regular line graphs. He is now typing his Master Thesis (in Serbian) but I hope to bring his results to Winnipeg written in English.

5. To start any new research related to graph

Spectra Recently I am doing with Butner on something about the number of spanning trees.



So we have a lot to do.

In Kolowaroo I shall be talking about the use of computers in graph theory (general ideas of the whole system). I am writing the corresponding paper now and I shall send you a copy when possible. What will you be talking about?

I shall send you another letter concerning joint paper with Simic.

Concerning our political discussion I am happy that you do not have a pro-Yugoslavia Communist party. Press and public opinion are here sharp against Soviet intervention in Afghanistan and against holding Americans in Iran but certainly with quite different interpretation compared to that in West, at least in the case of Afghanistan. I like the whole about Yugoslavia and the second one is not serious, it is more for the entertainment of readers. The fellow must have escaped in order not to serve in the army; otherwise he did not need to escape, he could just go abroad even in that time. From this year passports are valid ~~for~~ for 5 years when issued. A couple of weeks ago I just got a new one via a tourist agency. Earlier passports were valid for 2 years.

Kind regards to you and to your family.

Yours sincerely

Doopdu



für Urheberrechte. Wir wären Ihnen sehr dankbar, wenn Sie sich direkt an das Büro wenden würden, um mitzuteilen, wie Sie das Geld zu verwenden gedenken. Die Adresse lautet:

Büro für Urheberrechte der Deutschen Demokratischen Republik  
1080 Berlin


Clara-Zetkin-Str. 105

Zu Ihrer Frage nach der Liste der Personen, die ein Werbeexemplar des Buches erhalten haben, möchten wir Ihnen mitteilen, daß wir durch die Vergabe einer Teilaufgabe in unserem Aktionsradius auf unser Vertriebsgebiet beschränkt sind, da dem Teilaufgabenpartner die Werbung in seinem Vertriebsgebiet überlassen bleibt. Wir haben Werbeexemplare im sozialistischen Ausland an Prof. Laszlo Lovasz (Szeged) und Dr. Miklas Siminowits (Budapest) versandt.

Wir hoffen, daß wir Ihren Brief damit umfassend beantwortet haben, und verbleiben, in der Hoffnung auch auf zukünftige gute Zusammenarbeit

mit vorzüglicher Hochachtung  
und freundlichen Grüßen

VEB DEUTSCHER VERLAG DER WISSENSCHAFTEN



Dr. Walter  
Verlagsleiter

Beograd, March 24, 1951

Dear Michael,

Please find enclosed first seven pages of our "Generalized line graphs" with some proposals for modification. I hope these modifications will improve the text. Of course, feel free to modify these modifications. Also a change in Fig. 1 is proposed. Pay attention to the proper footnote on p. 5. What do you think about it? Is it necessary since these Herrems really appeared in Simic's thesis? But if you think that we should omit this footnote, it is O.K. with both of us.

We shall comment the rest of the paper soon. We shall have requirements for major changes in the very last section concerning the automorphic group. In the remaining part the changes will be minor.

Please find also enclosed the first draft of my paper "A programme for the use of computers in further development of group theory" which is meant for the Kolomanas conference. Any comment will be warmly appreciated. This text can also be used as a base for our discussions when we meet.

With kind regards,

Yours sincerely  
Frobenius



The University of Manitoba

Department of Mathematics and Astronomy

Winnipeg, Canada R3T 2N2

April 2, 1980

Dr. Dragoš Cvetković  
Lamartinova 44  
Belgrade, Yugoslavia

Dear Dragoš,

I received your letter of March 24 which included the suggested modifications for our paper on generalized line graphs. Obviously you had not received my letter of March 19 when you wrote it. Most of the modifications seem all right. I'll write you more details in a few days. I have enclosed a little note of my own that you might find interesting.

I have reserved a room for you here in Winnipeg starting on May 12. Let me know when your departure date is set. If you want to come back from Kalamazoo with me on May 11, there will be no problem. I have some other good news. I have heard from NSERC (i.e. the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada) and I have received a new grant for the next three years that is significantly higher than the one I held previously. In my application I emphasized that certain expenditures were necessary for our joint work, particularly on the book. In short, I now have more freedom to use my grant money for our common projects. I can, for example, pay for your room here this summer. I can probably come to Yugoslavia next summer if that works in with your plans.

More about the Kalamazoo conference: I wrote to the sponsors of the conference and was informed that there is now no available time for contributed papers, so I won't be giving one. My travel plans are unchanged, nonetheless. I shall be staying in the Holiday Inn from Monday night through Saturday night.

Enclosed is yet another article about our Yugoslavian friend. It seems that you will be here when his case is appealed. I have left the time you will be here as free of obligations as possible, so we should be able to get lots of

t  
hings done. Your general outline sounds good to me. I have several ideas about the book which we can discuss when you are here. I might add that, generally speaking, I think that the book came out very well.

I'll be writing shortly about the modifications to Genrealized Line Graphs. Best regards to Zora and Mladen.

Sincerely yours,



Michael Doob

Thunau, 9. 4. 1980

Lieber Herr Cvetković !

Ihr letzter Brief ist vom 10. März, ich danke Ihnen sehr dafür ! Leider gab es in den letzten Wochen viel Arbeit (ich war auch ein bißchen krank, aber jetzt bin ich wieder gesund), so daß ich erst heute Zeit finde, Ihnen zu antworten. Ich freue mich, daß Sie auch meinen Brief vom 25. 2. (mit Manuskript) bekommen haben, A. T. White hat mich inzwischen bei mir bedankt und meine Vorgehensweise gutgeheißen - ich hoffe nur, daß Ihnen das lange Manuskript nicht alle Freude am Dasein genommen hat!

Ich will heute nur das Wichtigste schreiben, sicher werde ich Ihnen bald einen weiteren Brief schicken.

Ihre Vorstellungen für eine Neuauflage finde ich sehr gut, und es wäre wirklich schön, wenn Sie Herrn Doob für den Plan (ich meine, daß er einen größeren Anteil übernimmt) gewinnen könnten. Vielleicht ist die zweite Auflage nicht ganz so problematisch wie die erste, aber ich

sehe natürlich sehr deutlich die Menge an Arbeit, die damit verbunden ist, und es sieht nicht so aus, daß ich in Zukunft mehr Zeit zur Verfügung haben werde. Aber Sie haben natürlich Recht: Vieles ist verbesserungsbedürftig, und es läßt sich auch verbessern, so daß wir dann mit Recht von einer „Monographie“ sprechen können (nicht nur von einer „Sammlung von Material“). Haben Sie schon Vorstellungen, welche Vorlage interessiert sein könnten? Am besten wäre es zweifellos, bei der Verbindung „VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften - Academic Press“ zu bleiben: Bitte, teilen Sie mir Ihre Gedanken mit, sobald Sie mit Doob gesprochen haben, damit ich - gegebenenfalls - mit VEB DVW Kontakt aufnehmen kann.

Ich teile Ihnen jetzt noch einige weitere Druckfehler mit, die ich inzwischen gefunden habe. Leider habe ich das Vorsehen auf Seite 150 (m statt n) selbst verschuldet.



48<sub>18</sub> Das Komma am Ende der Zeile, hinter "the largest one", muß weg.

86<sup>18</sup> (Zweite Zeile von Theorem 3.9):  
"the inequality..." (das "t" ist herausgefallen)

116<sub>1</sub>  $\mathbb{D} \mid G$  statt  $\mathbb{D} / G$

139<sub>7</sub>  $d'_{\sigma\tau} = -d_{\sigma\tau}$  (der Strich muß weg)

141<sub>13</sub>  $k_{11} = k_{22} = \dots = k_{\underline{m}\underline{m}} = \lambda,$

143<sup>1</sup> (ii) (die erste Klammer ist herausgefallen)

143<sup>5</sup> ... block diagonal form, as a simple.  
(, scheint mir besser als :)

150<sub>16, 13, 11</sub>  $\underline{n}$  anstelle von  $m$  (vier mal)

333 [GoS1], [GoS2] sollten genau übereinander stehen (unbedeutend)

357 [72] und [73] vertauschen (alphabetische Reihenfolge stimmt nicht) (??)

362<sup>16</sup> KÖNIG,  $\underline{\mathbb{D}}$  statt KÖNIG,  $G$

367  $\underline{\text{Permanent}}$  statt Permaament

Lieber Herr Cvetković, ich nehme an,  
daß Sie mein nächster Brief noch vor  
Ihrer Abreise erreicht - in jedem Falle  
wünschen wir Ihnen viel Erfolg und  
eine hohe wissenschaftliche Ausbeute!

Mit ganz herzlichem Grüßen

von Haus zu Haus

Ihr

Horst Sachs.

P.S. Wir verfolgen aufmerksam die  
täglichsten Mitteilungen über Titos  
Befinden: er muß wirklich ein Herz  
aus Eisen haben! Er ist ohne Zweifel  
einer der erfolgreichsten Politiker unserer  
Zeit.

VEB DEUTSCHER VERLAG DER WISSENSCHAFTEN



VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften  
DDR-108 Berlin, Johannes-Dieckmann-Straße 10 · Postfach 1216

Faculty of Electrical Engineering  
University of Belgrade  
c/o Prof. Cvetković

P.O.Box 816

11001 Belgrade/Yugoslavia

Ihre Zeichen

Ihre Nachricht vom 27.3.80 Unsere Zeichen/Hausruf Dg/Vo Tag 10.04.1980

Betrifft Cvetković, Spectra of Graphs

Dear Sir,

We thank you for your letter dated 27.3.1980 concerning the exhibition in USA.

The publishing house

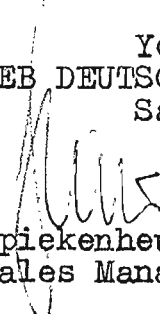
Academic Press, New York

has got the right for distribution in the non-socialist countries for your title.

Therefore we are sending the letter of Directors to this firm.

We are sure, Academic Press will also have got an invitation for this exhibition.

Yours sincerely  
VEB DEUTSCHER VERLAG DER WISSENSCHAFTEN  
Sales Department

  
Spielenheuer  
Sales Manager

  
Droge  
Exportation

Telefon:  
22900

Telegrammanschrift:  
Devauwe Berlin  
Fernschreiber: 11-2063 dww dd

Konto: Berliner Stadtkontor  
der Staatsbank der DDR  
108 Berlin, Behrenstraße 35-39  
Konto-Nr. 6651-16-627

Postscheckkonto:  
Berlin 7199-56-218 27

BN 901 3093 7



The University of Manitoba

Department of Mathematics and Astronomy

Winnipeg, Canada R3T 2N2

June 6, 1980

Prof. Dr. H. Sachs  
Sektion Mathematik  
Technische Hochschule Ilmenau  
63 Ilmenau  
German Democratic Republic  
D. D. R.

Dear Horst,

Dragos and I have been together here in Winnipeg for the past few weeks, and, among other things, we have been discussing things about our book. First, you might be interested to know that it was exhibited in both versions at the graph theory conference in Kalamazoo. It is supposed to be published by Academic Press this month, and they will send each of us two copies. Your copies will be sent to me, and I shall mail it on to you.

We have also discussed the possibilities for a second edition of the book. We agree that VEB would be a good publisher, and so if you wish to investigate what possibilities there are for them to do this, we would, of course, be most interested in the results. But even with this not having been done, we have some suggested changes for a second edition; a copy is enclosed. In addition we would like each author go over the chapters that he has written in order to suggest further changes. Does this seem agreeable to you? If so, we would like to have a plan for changing the chapters by the end of the year.

Let me know what you think of these ideas. Best wishes for the summer.

Sincerely yours,

*Michael and Dragos*

Michael Doob

Beograd June 23, 1980

Dear Michael,

I am appologizing for writing to you only one week after my arrival here; it took so much time to rest after a long trip, to read the old newspapers about Tito's funeral, to settle domestic things, to take a gain part at some meetings at my department etc.

First of all thank you very much once again for your hospitality. I am sure we had again a successful period of joint work.

My stay in Waterloo was also very good. Read, Bundy and Beruani told me a lot of things relevant to my project and we concluded to remain in touch and to make a cooperation depending on the progress which will be made in relation with my project. When I met Bundy he was just writing a letter to you and that is the reason why I have not written to you from Waterloo. Anyway, the time was very short since I lost one day going to Niagara Falls. This excursion was wonderful and I must say that I managed to fulfil my second wish. I saw the movie "The Empire Strikes Back" in New York.

The life in Yugoslavia, as I was expecting, is in essence the same as it was before. The nation was very well prepared for Tito's death. Economical difficulties still exist and serious efforts are being made on several levels to stabilize the economy. One measure may interest you. The official rate of dinars has been changed quite a bit. One US dollar is now about 27 dinars and one Canadian dollar is about 20 dinars.

Tito's funeral was really an extraordinary event in the life of the nation. The people were sad and many were crying publicly; many were wearing black suits! Delegations of over 100 countries, at most on the highest level, were here; they were representing about 90% of ~~the~~ all inhabited continents of the earth. Your prime minister was also here and his statement about Tito was given in the press. There were so many guests and so many people on the funeral that it was really a big organization task. Planes were landing each couple of minutes. All high guests were taken with all honors (with a military unit - but without music). It was an effort to find sufficient number of corresponding cars, etc. Everything has passed in the best order without any incident.

Remember that we saw the following sentence in your (or American) press: "After Tito there will be Tito". Now I know where it comes from. When speaking to high officers of the army, general Ljubičić, defense minister, said something like following:

At some places in the world some people are posing in these days the following question: "What shall be after Tito?" and our answer is simple: "There will be Tito!"

There are so many ~~that~~ interesting details that I simply cannot describe everything to you.

Enclosed are two reviews of our book written by I. Butuhan. The review in Serbo-Croatian is of the same spirit as another; I shall translate it for you when I have more time.

We all are very pleased with your nice presents. Mladen is at the seaside. That is an exchange between the schools from several parts of the country but he will see that world children festival in Šibenik which is just in the neighbourhood of the place where he is staying.

We shall all go to the seaside in the first half of August.

We wish you a nice summer. Kind regards to you, Judy, Lise and Brian. Yours sincerely  
Dora Dora

Dear Judy,

Thank you for your letter of June 7. Also, thank you so much for all ~~of~~ the gifts. I like the cologne spray you sent me, and some friends of mine ask me, "Where did you buy it? It is wonderful one!" Mladen likes his T-shirt and he didn't take it with him in Sibenth - he was afraid he will lose it there. I am still very sorry I couldn't visit you in Winnipeg. I have got a rest 14 days and I had to be back in Biograd on time. I hope to meet you again next summer in Belgrade. I would like to see Lisa and Brian. The same is with Mladen. He can speak English now and the other things! We shall get an apartment, and all of you can stay there, or in the old haus as you want. Trajko told me a lot of his stay in Winnipeg. He was so glad working with medical. He has enjoyed your company very much. I have to tell you once again Thank you for your hospitality and for everything you did for him.

Love to Lisa and Brian.

I wish you joy and happiness

Have a nice trip to Quebec.

Write me again, when you have some free time

Amiable regards

Erna



Belgrade, July 22, 1980

Dear Michael,

Thank you for your letter of July 1. I hope that you received in the meantime my letter of June 23.

I am glad that you sent to Academic Press our material on notices. Please send me a copy of the letter to AP.

My knowledge on the route of adjacency matrix is presented in our book on graph spectra on pages 232-236. Pay attention to the final remark on p. 236, saying that main theorems hold for non-bipartite graphs, too. In other papers, only mentioned here, Gutwerson, Trinajstić and I used eigenvectors to prove the theorems for general case (bipartite and non-bipartite).

Concerning bibliography, there is a computer in Belgrade with PL/I and the operating system VISUM. I shall try to get access to that computer.

As it usually happens on such occasions, my collaborators did less here in Belgrade than I was expecting. Nevertheless, I am sure you will pay a dinner when you come here! You may only choose the quality of the restaurant depending on the impression you will have about the system.

I have not yet received my copies from Academic Press but I hope they will come soon.

I received 15 reprints of our short paper on generalised line graphs which appeared in C.R. Acad.

Sci. Canada, Scienc' also received 15 copies. That was a quick publication really!

My book on matrices appeared a couple of weeks ago and I sent you one copy. I hope you received it in the meantime.

Mr. Singhi from Bombay announced that he is able to find all forbidden subgraphs for graphs with  $\lambda(G) \geq -2$ . I answered that we are working on the same problem and that we essentially solved it. I have not given him any details but I sent him published papers of mine which are related. I asked him to send me his related papers. It seems that Seidel was there and mentioned us to him. Do you know something about it. It seems that we should be working with project 3 although I think that we should first finish project 2.

Enclosed are instructions for writing programs for the system GRAPH. I would ask you to rewrite your program for finding automorphism groups of graphs according to these lines. It should be subroutine.

SUBROUTINE AUTOM(NP, NL, IRF, JAS, JAE, NAE)

According to instructions NP, NL, IRF is the input (a graph) and JAS, JAE, NAE is output. Automorphisms (permutations) should be put in vector JAS. Last positions of permutations should be given in JAE (in these case NP, 2·NP, 3·NP, ...). NAE is the number of automorphisms.

Please, send other programs whenever you have them. (Your contribution to the system GRAPH will not be wasted when deciding next year who will pay the dinner). Ask for clarification if the instructions are not clear.

Kind regards

Yours sincerely

Dooyos

PS. I would ask you to do a favor for me. Since some money of mine remained with you it occurred to me that you could pay subscription for Graph Theory Newsletter for the next academic year for me. (I can do that from here but it seems that they count pretty much for sending money). So please send on behalf of mine 6 US dollars to Western Michigan University, Department of Mathematics, Kalamazoo, Michigan 49008, USA and say that it is subscription for GTN for year 1980/81.

Thanking in advance

Jorge U

○

MICHAEL DOOB  
341 OXFORD STREET  
WINNIPEG, MANITOBA  
R3M 3H9

July 1, 1980

Dear Dragos

Well, once again we are communicating by mail. I am now in Quebec, and I shall be here for 3 weeks vacation.

I finished the rewriting of sections 4.1-4.3 of the book and sent them, along with the preface, contents, and parts of chapters 2 and 3, to Academic Press. I will, of course, let you know what replies I receive. I made a large number of changes to the text on determinants, and rewrote the proof of the theorem on  $\det(A + \lambda I)$ . I also added some examples. I'm going to work on Project #2 so we can finally get that paper published.

Can ~~you~~ you let me know which of the theorems on the rank of the adjacency matrix you have proved?

How was your trip back to Yugoslavia? And how did things go in Waterloo? Judy says that she hopes that the stockings and other things fit properly.

We finally had some rain in Winnipeg. We had received only 7 millimeters of rain the whole year, and there had already been damage to the

grain crop. In addition there wasn't even enough grass growing to feed cattle. But in two days we had 50 m.m. of rain, so the situation is somewhat better now.

The program for the bibliography is now running on the computer, but it may take a little time to find all of the (inevitable) errors. How is your computer project going. Was a lot done while you were in North America?

I received my copies of the Academic Press version of Spectra of graphs, and also the copies for Harst (which I mailed on to him). It looks fine.

Give my regards to Zora + Melodie. Judy sends hers too.

Sincerely

Wendell

Beograd, July 9, 1980

Dear Mr. Sachs,

A few weeks ago I came back from my trip to USA and Canada. I had to examine my students, there were many mails here waiting for me, I spent a lot of time reading newspapers about Tito's death, and in general you can imagine that after almost two months of absence I had to settle a lot of things.

I hope you received a card and a letter from Winnipeg. From that letter you know our conclusions about the second edition of the book. In addition we started collecting new references on spectra and they are already in Michael's computer. We decided also to put all the references from our book into the computer and then we shall be able to handle the references as we wish.

My trip to North America was quite nice. My wife followed me for two weeks. (She had to teach and was not able to be absent for some more time). She was in USA with me (New York - Ann Arbor - Kalamazoo). Then I was in Winnipeg for one month and in Wobesoo for a couple of days. (I did not miss to visit Niagara Falls!). I delivered a couple of lectures at different places; at the conference in Kalamazoo I presented my new paper "A project for using computers in further development of graph theory". In Winnipeg Michael and I did some

joint work on graphs with least eigenvalue  $-2$  and we were working on the manuscript of the book on matrices. (Next year Michael will come here for a couple of months and we hope to finish the manuscript by that time). By the way, the book on matrices has just come out here in Belgrade in Serbian). In Waterloo I discussed with Mr. Reed some topics related to algorithms.

My wife and I were very sorry for having not been here when President Tito died. It was certainly an important moment in the life of our country. On the other hand, the events have been well covered by the press and TV in USA. (By the way, this time they were telling pretty reasonable things about Tito and Yugoslavia). In every day life in Yugoslavia nothing has been changed; Tito's work is being continued. (At a party in Winnipeg I was asked at least 10 times: "What will happen now in Yugoslavia?" It is astonishing how the imagination of the people in the West is big concerning Yugoslavia).

That was a short report about my trip. The first half of August we shall spend somewhere at the sea side.

I hope you and your wife are fine. Best wishes for the summer.

Yours sincerely  
Dražen Pečarić