

30

7 ИЗДАЊА ЗАДРУГЕ ПРОФЕСОРСКОГ ДРУШТВА 7

ВЛАСТИМИР СТАЈИЋ
професор II београдске гимназије

АРИТМЕТИКА

ЗА I РАЗРЕД СРЕДЊИХ ШКОЛА

СА ДОДАЦИМА ЗА ЧИТАЊЕ

ПЕТО ИЗДАЊЕ

Овај је уџбеник препоручио Главни просветни савет Сбр. 318 од 3 јула 1928 год. и одобрио Г. Министар Просвете одлуком Сбр. 23597 од 18 јула 1928 год.

ЦЕНА 25 ДИНАРА

ПРОСВЕТА

ПРВИ ДЕО

Рачунање са неименованим и именованим целим бројевима

ГЛАВА I

ЦИФРЕ, БРОЈЕВИ, ДЕКАДНИ БРОЈНИ СИСТЕМ

1. Претходна питања и вежбања ради упознавања ученика.

1. Колико има клупа у нашој учионици?
2. Како се зове то што си нашао? Напиши га!
3. Како се зову поједини знаци које си написао?
4. Колико их има заједно са нулом? Напиши их!

Напомена. — Треба обратити нарочиту пажњу лепом писању цифара. Цифре се пишу усправно и треба да буду скоро двапута веће од слова.

5. Колико цифара има број који си написао?
6. Који је најмањи, а који највећи двоцифрени број?
7. Који број долази после највећег двоцифреног броја? Како се он пише? Колико у њему има десетица? Који број долази после овога?

8. Читај: 102, 120, 201, 444, 800, 901! Шта означавају поједине цифре у овим бројевима?

9. Кажи који је најмањи, а који највећи троцифрени број!

10. Који број долази иза највећег троцифреног броја? Помоћу којих се цифара он пише? Колико стотина садржи тај број?

11. Напиши: Две хиљаде осам стотина педесет и четири; девет хиљада сто седамдесет; четири хиљаде четири стотине; осам хиљада шездесет; две хиљаде шест; три хиљаде један!

12. Напиши број који садржи: 2X(хиљаде) 5C(стотина) 4Д(десетице) 8Ј(јединица); 5Х9С1Д4Ј; 8Х7Д2Ј;7Х1С; 2Ј4Д30С!

13. Како се зове број који је написан са један и четири нуле? Са три петице и иза њих две нуле?

14. Прочитај ове бројеве и покажи шта у њима означавају поједине цифре: 37 254; 70 840; 44 444; 45 002; 90 037; 240 507; 600 084; 709 040; 800 008; 800 800!

15. Којом речи исказујемо 10 пута по 100 000? Како се пише тај број?

16. Читај: 3 141 993; 2 000 000; 3 010 342; 7 777 777; 2 004 080; 9 000 462; 23 804 000!

17. Напиши ове бројеве цифрама: два милиона четири стотине тридесет и шест хиљада девет стотина четрдесет и девет; седамдесет милиона четири стотине осамдесет хиљада девет стотина четрдесет и пет; тридесет и три милиона седамдесет и седам хиљада шест стотина шездесет.

2. Закључци из претходних вежбања.

1. Број исказује извесну множину јединица.

2. Ако је дата врста јединице, на пр. 9 динара, 25 јабука, број се зове **именован**; ако то није случај, онда је број **неименован**, на пр. 5, 39.

3. Помоћу девет **арапских** цифара и знака 0 могу се сви бројеви написати.

4. За изговарање бројева није потребан велики број речи.

5. **Десет јединица** чине једну **десетицу**, тј. јединицу вишега реда. **Десет десетица** дају опет јединицу вишега реда, **стотину**. **Десет стотина** чине једну **хиљаду**, **десет хиљада** једну **десетицу хиљада**, **десет десетица хиљада** једну **стотину хиљада**, **десет пута по сто хиљада** чине један **милион** итд. **Хиљада милиона** зову се **милијарда**.

6. Свака цифра, поред своје **цифрарне вредности**, има и **месну вредност**, која изражава одговарајући ред. Прва цифра, почевши с десна налево, претставља увек јединице.

7. Једна цифра, која стоји лево од неке друге, даје најближи виши ред. То значи да је она постала спајањем по десет јединица онога реда који претставља цифра с десне стране.

8. Практично упутство за читање написаних бројева. — Ако број има највише три цифре, треба изговорити редом сваку цифру са именом реда који та цифра претставља. Ако број има више од три цифре, онда се он најпре подели у класе, почевши с десна налево. У сваку класу долазе по три цифре. Последња класа налево може имати две или једну цифру. Свака таква класа чита се редом као засебан број, тј. у њој се увек читају стотине, десетице и јединице, а при том изговара име класе. Прва класа, почевши с десна налево, претставља *просте јединице*, друга хиљаде, трећа милионе, четврта милијарде итд.

Број 42/345/704 чита се: четрдесет и два милиона три стотине четрдесет и пет хиљада седам стотина четири.

9. Практично упутство за писање изговорених бројева. — Ако број садржи само *просте јединице*, онда се редом напишу цифре стотина, десетица и јединица, при чему се још ваља старати да се напише нула онде где недостају јединице *извесног реда*. Ако број има више од три цифре, онда се редом пише свака класа, почевши са највишом. У случају да неке класе нема, њено место попуни се са три нуле.

Број тридесет и два милиона три стотине осам пише се: 32 000 308.

Напомена 1. — Треба избегавати уобичајено стављање тачке поред хиљаде и запете поред милиона. Ако ипак треба да имамо бољу прегледност, ми ћемо поједине класе писати мало више размакнуте.

Напомена 2. — Реч милион је талијанског, а милијарда француског порекла.

3. Ово што смо рекли о читању и писању бројева, боље и прегледније се види из приложене табеле:

Прва класа) јединице	1-ви ред
просте јединице) десетице	2-ги —
) стотине	3-ћи —
) јединице хиљада	4-ти —
Друга класа хиљаде) десетице хиљада	5-ти —
) стотине хиљада	6-ти —
) јединице милиона	7-ми —
Трећа класа милиони) десетице милиона	8-ми —
) стотине милиона	9-ти —

Четврта класа) јединице милијарди	10-ти —
милијарде) десетице милијарди	11-ти —
) стотине милијарди	12-ти —

У пракси се, углавном, употребљавају само ове четири класе.

4. Једнакост бројева. — За два броја кажемо да су једнаки ако свакој јединици једнога броја одговара по једна јединица другога броја. На пр., ако у разреду сваки ученик има по једно перо, рећи ћемо да је број пера једнак броју ученика.

5. Аксиом броја. — Кад посматрамо два броја, можемо уочити ово очигледно правило: ти су бројеви или једнаки, или је први већи од другог, или други већи од првог. Таква очигледна правила у математици зову се *аксиоми*. Ово правило зове се *аксиом броја*.

6. Једначине и неједначине. — Да бисмо назначили да су два броја једнака, употребљавамо знак $=$ (једнако). За неједнаке бројеве употребљавамо знак \neq (различито). Ако хоћемо да означимо да је један број већи, стављамо знак $>$ (веће). За означавање да је један број мањи, узимамо знак $<$ (мање од).

Тако на пр. пишемо:

$$86 = 86$$

и то зовемо *једначина*. Кажемо да је *једначина скуп бројева везаних знаком једнакости*.

$$143 \neq 138$$

читамо: сто четрдесет и три различито је од сто тридесет и осам.

$$\begin{aligned} 107 &< 110 && \text{(мање је од)} \\ 2350 &> 998 && \text{(веће је од)} \\ 2402 &> 2399 \\ 3 &< 5 \end{aligned}$$

$$0 < 1 < 2 < 3 < 4 < 5 < 6 < 7 < 8 < 9 < 10 \dots\dots\dots$$

За све ово кажемо да су *неједначине*, тј. скупови бројева везани знаком неједнакости.

7. Декадни бројни систем. — Изграђивање бројева, кад се за основу узме број *десет*, зове се *декадни бројни систем*. (Дека је грчка реч и значи десет).

Наместо десет могао би се узети и неки други број за основу. Тако бисмо могли добити и неки други бројни систем. Било је у старо време и других бројних система.

Декадни бројни систем су Арабљани примили од Индијанаца и пренели га на Запад у почетку дванаестог века. Мисли се да су Индијанци узели овај систем због тога, што имамо десет прстију на рукама. Декадни бројни систем је грандиозна творевина људског духа и служи корисно човечанству већ много столећа.

У последње време чују се мишљења да декадни систем можда није најсрећније изабран. Веле да би био бољи систем са основом 12. Мало се овај систем и назире у бројењу на тунца.

У новчаном промету опажа се систем 20. Јединица маријаш, 20 маријаша један динар, 20 динара један наполеон.

8. Природни бројни ред. — Ред бројева који се добије кад пођемо од један па додајемо стално јединицу, зове се *природни бројни ред*. Тај је ред бескрајан.

9. Аритметика. — Наука која нас учи како да рачунамо бројевима, зове се *аритметика*. (Реч *аритмос* је грчка реч и значи број).

Примери за усмено вежбање

Напомена. — Потребне податке треба увек исписати на табли, да би непрестано били пред очима ученика. Ученици да склопе књиге.

1. Именуј бројеве чије цифре заузимају назначена места:

	М	СХ	ДХ	Х	С	Д	Ј
а)	1	1	1	1	1	1	1
б)	2	5	8	4	2	6	3
в)	4	3	0	7	5	5	0
г)		8	0	0	4	2	9
д)	3	0	0	5	0	0	0
ђ)			4	0	3	0	2

2. Како гласи број који је написан са 2 и још 5 нула?
3. Који број добијамо кад код милиона прецртамо 2 нуле?
4. Који се број пише са 7 петица?
5. Који број долази у природном бројном реду иза 899? 999? 1 200? 1 999? 70 099? 99 999? 20 799? 100 009? 377 999?
6. Шта значи цифра једнога броја која стоји десно од хиљада? А шта она лево од хиљада?
7. Какву месну вредност има цифра 8 у бројевима: 58, 810, 8 450, 80 000, 485 972, 8 000 361?
8. Са колико се цифара (нулу рачунати као цифру) пише осам хиљада? Двеста хиљада? Седамдесет милиона? Једна милијарда?
9. Колико десетица има у 90; 840; 7 200; 10 100; 80 000?

Питања и вежбања

1. Шта је множина?
2. Ако саставимо заједно трешње, јагоде и кајсије, имамо ли тада множину? Какво име ћемо дати јединици?
3. Може ли се и на други начин доћи до броја, осим бројења разних ствари једне множине? (Мерење).
4. Колико нам треба стотина да саставимо једну десетицу хиљада?
5. Колико нам треба десетица да саставимо један милион?
6. Шта се зове класа јединица?
7. Којој класи припада јединица 11-ог реда?
8. Које су речи потребне да изговоримо све бројеве мање од хиљаде?
9. До кога броја можемо бројити, а да не употребимо више од 15 различитих речи?
10. Изговори број који се састоји из 100 десетица; од 1200 стотина?
11. Који је први број мањи од хиљаде?
12. Колико има бројева мањих од хиљаде?
13. Шта значи нула у једном написаном броју?
14. Који је најмањи седмоцифрени број?
15. Два троцифрена броја имају исте крајње цифре. Који је већи?
16. Упореди по величини бројеве: 435 и 532, 437 и 428, 435 и 432!

Практично упутство за упоређивање бројева по величини.

Од два броја већи је онај који има више цифара. Ако бројеви имају једнак број цифара, већи је онај чија је почетна цифра већа. Ако су им почетне цифре једнаке, већи је онај коме је друга цифра по реду већа. Ако су и друге цифре једнаке, гледа се на треће итд. Ако два броја имају све цифре по реду једнаке, онда су они једнаки.

17. Колико има троцифрених бројева? Колико четвороцифрених? Може ли да се генерализује одговор?
18. Који је највећи број написан цифрама 1, 2, 3, 4? Који је најмањи?
19. Шта се зове основа система за бројење?
20. Могу ли бити и други бројни системи осим декадног?
21. Колико има различитих цифара у систему са основном 8?
22. Који је то систем у коме би се употребило 11 цифара осим нуле?

За писмено вежбање

Напиши:

1. Десет хиљада педесет.
2. Један милион тридесет и шест хиљада пет стотина четрдесет и седам.
3. Двадесет милиона тридесет и шест хиљада четири стотине.
4. Једна милијарда двеста педесет девет милиона седам стотина шездесет хиљада пет стотина седамдесет и четири.
5. Напиши број који садржи: а) 3СХ 7ДХ 8Х 4С 1Ј; б) 2М 3ДХ 5Х 3С 9Ј; в) 29М 6Х 7Д 4Ј; г) 5ДМ 6СХ 4Х 5Д.
6. Напиши петоцифрени број који на почетку, у средини и на крају има јединицу, док су друге две цифре 4! Прочитај тај број!
7. Напиши шестоцифрени број код кога је на месту стотине хиљада и хиљада цифра 2, на месту ДХ и Д цифра 6, а на месту С и Ј цифра 8!
8. Напиши број који има свих 9 цифара обрнутим редом, а на крају две нуле! Прочитај тај број!
9. Један ученик нека чита, један нека пише на табли, а остали да пишу на својим свескама ове бројеве: 405, 1 020,

1 002, 12 205, 8 010, 14 045, 50 060, 89 642, 105 008, 180 009, 263 013, 380 902, 460 000, 810 011, 8 050 421, 11 000 305, 4 045 608 030!

10. *Шала*: Напиши 11 хиљада 11 стотина и 11.

Напомена. — Вежбај се у свакој прилици у погађању отприлике, колико има предмета у једној множини. После тога, по могућству, провери бројењем и добро уочи за колико си погрешно!

На пример: колико клупа има у учионици; колико динара на једној гомили; колико палидрваца у једној кутији, колико јабука у корпи коју гледаш; колико људи у једном скупу; колико ученика у ходнику; колико у дворишту итд.

ГЛАВА I

РИМСКЕ ЦИФРЕ

10. Правила за читање и писање бројева која смо досад проучили усвојена су данас у целом свету. Ипак је сачуван у неким случајевима римски начин писања бројева. Римске цифре се употребљавају за писање месеца у датумима, да се обележе стране у књизи, обично у предговорима; поред имена владара; на сатовима; за обележавање глава у књигама итд.

Ми ћемо укратко прећи правила за писање бројева римским цифрама.

Римске цифре су ове:

1	5	10	50	100	500	1000.
I	V	X	L	C	D	M

Да бисмо могли да пишемо бројеве помоћу римских цифара, треба да запамтимо ова три правила:

1. Више једнаких цифара, кад се напишу једна поред друге, претстављају збир тих цифара. Тако III значи 3, CC значи две стотине.

2. Једна цифра, кад стоји с десне стране друге веће, треба да се дода тој већој цифри; ако стоји с леве стране, треба да се одузме. Тако XI претставља 11, CCL претставља 250; XL значи 40.

3. Број изнад кога је написана једна хоризонтална црта претставља толико хиљада; две црте изнад броја значе милионе; три црте милијарде итд. Тако \overline{V} значи 5000; $\overline{\overline{V}}$ = 5 000 000.

Из ових правила излази да би се један број могао написати на више начина. Тако број 4 можемо писати IIII и IV. Узећемо увек онај начин писања који у себи садржи мањи број симбола. Ако у оба случаја имамо исти број симбола, узећемо оне који су мањи.

Пример: 453 CDLIII
 1781 MDCCCLXXXI

За писмено вежбање

1. Напиши римским цифрама бројеве:
125, 375, 20 431!
2. Напиши арапским цифрама бројеве:
CXXXIV CDXXI MDIX MMXII
MDCCLXVIII!
3. Напиши римским цифрама бројеве:
163, 998, 1 515, 1 845, 1 389, 1 459, 1 704, 1 815, 1 914, 1 918!
4. Једно шаљиво питање: колика је половина од XII?
5. Друго шаљиво питање: Како се може добити 20 одузимањем јединице од 19?

ГЛАВА II

САБИРАЊЕ

11. 1. Неко има у једној руци 9 динара, у другој 6 динара. Колико динара има у обема рукама?

2. Један путник пређе пре подне 18 километара, по подне 16 километара. Колико је прешао за цео дан?

3. Који је број за 9 већи од 97?

4. Именуј број који је толико исто велики, колико износе бројеви 7, 8 и 9!

Поступак којим решавамо задатке ове врсте зове се сабирање.

Задржимо се мало на првом задатку. Кад у једној руци имамо 9 динара, а у другој 6 динара, на питање колико има свега, ми *одмах*, нимало не размишљајући, одговарамо 15 динара. Међутим ми нисмо увек имали ту способност, да одмах одговоримо. Треба да се сетимо првог разреда основне школе, кад смо први пут решавали такве задатке. Онда је то био тежак задатак и решавало се лагано и поступно. Учитељ нам је то показивао на рачунаљци. Одвоји најпре 9 куглица, затим дода једну нову уз тих 9 и каже: то су **10** куглица; после тога дода још једну и каже: сад су **11**, и још једну, добијемо **12**, и још 1, **13**, и још 1, **14**, и још једну **15**. Нових додатих куглица је 6, раније је било 9, сада их свега има 15.

Шта смо ми тада у ствари радили? Просто бројили, почевши од 9 још за 6. Бројећи од 9 још за 6 јединица, дошли смо до броја 15.

Ми сад више не бројимо по један, него одмах кажемо 9 динара и 6 динара јесу **15** динара. У ствари и ово је бројење, само краће и брже. Ту смо способност стекли дугом праксом. Једноцифрене бројеве добројимо одмах.

Сабирање, дакле, није ништа друго неголи једно **скраћено бројење**. Бројеви који се сабирају зову се **сабирци**, а резултат сабирања **збир**. Знак сабирања је +, који се чита plus (плус). (Знак сабирања + је немачки, а знак једнакости = је енглески проналазак).

Напомена. — При писању знака сабирања треба најпре писати положену црту, па онда усправну.

12. Реч *збир* се употребљава у двојаким значењу. Или се том речи означава спој од више бројева знаком сабирања, на пр. $5 + 8$, или резултат сабирања, у овом случају **13**. Кад се збир употребљава у првом смислу, и ако треба да се доведе у везу још и са другим бројевима, ставља се у заграду: () (мала заграда), или [] (срења заграда), или { } (велика заграда). На пр.

$$(9 + 8 + 5) + 11 + (24 + 36).$$

13. Именовани бројеви, ако имају иста имена, сабирају се као и неименовани. На пр.

$$3 \text{ дана} + 4 \text{ дана} + 5 \text{ дана} = 12 \text{ дана.}$$

14. У сваком збиру сабирци могу променити места. Пример:

$$3 + 4 = 4 + 3.$$

15. Таблица сабирања. — Приложена таблица сабирања садржи по 10 бројева у сваком реду и сваком ступцу. Збир два броја, на пр. $5 + 7$, налази се на месту где се секу ред који почиње са 5 и стубац који почиње са 7.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Покажи на овој табlici, на разним примерима, да сабирци могу мењати места!

За усмено вежбање

Напомена. — Потребне податке треба исписати на табли. Ученици да затворе књиге.

1. Распоред часова једне ученице показује да она има за 6 дана редом 5, 6, 4, 5, 5 и 4 часа. Колико то она има часова недељно?

2. Неко плати за доручак 5 динара, за ручак 25 динара, а за вечеру 30 динара. Колики је целокупан издатак?

3. Сабрати на најбољи начин 19 и 15. Броју 19 додајемо један, добијамо 20; броју 20 додајемо 14, добијамо 34.

4. Сабери 29 и 13; 49 и 35; 99 и 72; 49 и 28; 89 и 67!

5. Слично као у претходним примерима сабери: 18 и 15; 38 и 23; 78 и 32; 98 и 33; 148 и 25! Искажи правило!

6. Сабери 27 и 26; 67 и 19; 87 и 25! Искажи правило!

7. Израчунај на све могуће начине премештањем сабирака: $17 + 18 + 19$; $15 + 24 + 51$; $32 + 48 + 20$!

8. Израчунај на најпростији начин: $9 + 47 + 11 + 23$! Споји овако: $(9 + 11) + (47 + 23)$!

9. Израчунај на најпростији начин: $36 + 59 + 34 + 41$; $79 + 68 + 21 + 32$; $87 + 55 + 45 + 13$!

10. Сабери: 109 и 48; 259 и 37; 439 и 162! Искористи правило о бројевима који се свршавају са 9!

11. Изврши сабирање: $201 + 39 + 113 + 87$! Искористи олакшице које смо досада учили!

12. Колико је: $70 + 80 + 90 + 120$; $3600 + 2400 + 1100 + 2900$; $1200 + 900 + 1700 + 2000 + 2200$; $2000 + 3600 + 4400$? Може ли се и овде исказати какво правило?

13. У збиру $200 + 3500 + 4400$ повећај један сабирак за 1200! За колико се онда збир повећао? Повећај сваки сабирак за 50! За колико се тада збир повећао?

14. Број за по 16 јединица, почевши од 3 до 99; од 11 до 107!

15. Број за по 18 јединица, почевши од 1 до 109; од 7 до 115!

16. Број за по 25 јединица, почевши од 21 до 121; од 7 до 132!

17. Број за по 30 јединица, почевши од 19 до 199; од 27 до 237!

18. Колико пута за пола дана избије часовник који откуца само целе сате.

19. Колико дана имају октобар, новембар, децембар и јануар заједно?

20. Једна кућа има у приземљу 8 прозора, а на сваком од три спрата по 9. Колико има свега прозора?

21. *Летење ждралова.* — Ждралови лете овако: напред лети један, иза овога два, у трећем реду три, у четвртном четири итд. Колико свега птица има у 15 редова?

16. Парни и непарни бројеви. — Бројеви који се добијају кад бројимо почевши од нуле по два, зову се *парни* бројеви. На пр. 2, 4, 6, 8, 10..... Бројеви који се добијају бројењем по два, почевши од 1, зову се *непарни* бројеви. На пр. 1, 3, 5, 7, 9.....

Израчунај усмено колики је збир свих парних бројева, почевши од 10 до 20 *закључно!*

17. Практично упутство за сабирање вишецифрених бројева. — *Најпогодније је да се бројеви напишу један испод другог тако, да цифре које претстављају јединице истог реда дођу тачно једна испод друге, у исти стубац. Тада се саберу јединице. Ако је њихов збир мањи од 10, треба га просто написати*

испод јединица. Ако у том збиру има јединица и десетица, онда се напише цифра јединица, а десетице се додају другом ступцу. Ако је тај збир састављен из самих десетица, напише се испод јединица нула, а десетице додају другом ступцу. Такав исти поступак продужи се и за остале ступце и напоследку испише сав број добијен у последњем ступцу, без обзира, да ли је мањи или већи од 10.

Ако је нека цифра нула, о њој се при сабирању не води рачуна.

Пример:	1 848	3
	379	4
	4 005	
	8 077	5
	14 309.	8

При томе се говори: осам и девет седамнаест и пет двадесет и два и седам двадесет и девет, девет пишем, два задржавам; 2 и 4, 6 и 7, 13 и 7, 20, нулу пишем, два задржавам; 2 и 8, 10 и 3, 13, 3 пишем и 1 задржавам; 1 и 1, 2 и 4, 6 и 8, 14; пишем 14.

18. Проба. — *Проба* једне рачунске радње зове се поступак којим се уверавамо да ли смо добили тачан резултат.

Пошто у збиру сабирци могу мењати места, то пробу сабирања треба да вршимо на тај начин, што ћемо поново извршити сабирање, само сад обрнутим редом од првога, тј. ако смо први пут сабирали одозго наниже, други пут треба сабирати одоздо навише.

Ако тако добијени резултати нису исти, значи да је једно сабирање погрешно; ако су исти, *вероватно* је да је нађени збир тачан, али није сигурно.

19. Ако треба сабрати много бројева, најбоље је поделити их у више засебних група, сабрати бројеве појединих група, а затим сабрати тако добијене збирове. Ради пробе може се изменити ред група, а по потреби извршити груписање и на други начин.

Може се још, ради веће сигурности, писати број који се „задржава“.

20. Усмено рачунање. — Већ смо усмено сабирали једноцифрене и двоцифрене бројеве. Сабирали смо и неке згодно иза-

бране вишецифрене бројеве. Све су то били случајеви где се збир лако могао погодити.

Ако би се показала потреба, да се усмено саберу два ма каква вишецифрена броја, треба овако поступити: *једноме се од тих бројева, најбоље већем, додају јединице другогач почевши од јединица највишега реда; тако на пр. да бисмо броју 525 додали 416 говорићемо 525 и 400 чине 925 и 10, 935 и 6, 941.*

За усмено вежбање

1. Сабери: 230 и 15, 430 и 27, 440 и 220, 360 и 211, 321 и 200!
2. Нађи збир бројева: 435 и 420, 580 и 118, 324 и 377, 8 200 и 142!
3. Нађи збир бројева: 3 500 и 215, 7 800 и 142, 1 523 и 125, 2 341 и 1 168!
4. Израчунај на најпростији начин: $899 + 101 + 667 + 333 + 1\ 000$; $125 + 900 + 1\ 100 + 875$!

Питања

1. Каква је рачунска радња сабирање?
2. Мења ли се збир ако се промени ред сабирака?
3. Имамо ли код сабирања једначине? Шта нам казују једначине при сабирању?
4. Сабирајући цифре у ступцу јединица добијемо 82. 2 ћемо писати испод ступца јединица, а шта ћемо радити са осталих 80 јединица?
5. Како гласи практично упутство за сабирање бројева?
6. Зашто се сабирање почиње с десне стране?
7. Може ли неки пут да отпочне сабирање и с леве стране?
8. Како гласи практично упутство за усмено сабирање?
9. Како се могу сабрати бројеви који се свршавају са 9, 8 и 7?
10. Ако се више бројева свршавају са две нуле, како се у том случају може извршити сабирање?
11. Шта је то проба једне рачунске радње?
12. Како се врши проба сабирања?
13. Збир цифара у ступцу јединица износи 113. Како ће се ово потписати?

14. Како се сабирају именовани бројеви?

15. Може ли да буде један сабирак неименован, а други именован број?

За писмено вежбање

Извршити сабирање: (Један ученик чита бројеве, један лише и сабира на табли, остали раде на својим свескама).

1.	235	2.	4 579	3.	20 088	4.	1 080 000
	247		3 075		66 666		290 581
5.	240	6.	39	7.	383	8.	1 001
	350		584		444		1 010
	460		1 007		555		1 100
9.	7	10.	78	11.	238	12.	2 024
	77		509		5 072		3 539
	777		2 713		1 425		8 051
	7 777		1 055		8 902		2 151
13.	2 009	14.	100	15.	314 159		
	2 090		2 000		2 718		
	2 900		30 000		4 771 213		
	9 002		400 000		60 206		
	9 020		5 000 000		497 157		

(У следећим примерима чините опите, да сам ученик чита задатак.)

16. Љуботен, највиши планински врх у Вардарској бановини, висок је 2,510 метара. Триглав, највиши врх у Дравској бановини, виши је за 326 метара од Љуботена. Колико је висок Триглав?

17. Мон-Блан, највиши планински врх у Европи, висок је 4 810 метара; Еверест, у Азији, највиши планински врх на свету, виши је од Мон-Блана за 4 030 метара. Колико је висок Еверест?

18. Један путник пређе пешице 95 километара, колима 110 километара и железницом 275 километара. Колико износи цело његов пут?

19. Пошто је из једног бурета најпре оточено 216 литара, затим 88 литара, остало је у њему још 215 литара течности. Колико је било литара у бурету у почетку?

20. Један трговац купи робе за 4 322 динара; за превоз је платио 45 динара; пошто треба да прода сву ту робу да би зарадио 873 динара?

21. У једној кући издато је приземље за 2 650 динара месечно, први спрат за 1 900 динара, други за 1 800 и трећи за 1 700 динара. Колика је целокупна месечна кирија?

22. На једној железничкој станици продато је за поједина тромесечја 8 766, 7 082, 6 590, 9 576 карата за возњу. Колико је продато за свако полгође, а колико за целу годину?

23. Годишњи издаци једне породице износе: 40 720 динара за стан, 2 345 динара за огрев и осветљење, 4 740 динара за одело, 576 динара за порез, 2 050 динара за школске потребе деце, 480 динара за осигурање од несрећних случајева, 16 029 динара за храну и друге потребе. Колико износи целокупан годишњи издатак?

24. Железничка пруга Загреб—Брод дугачка је 201 километар, Брод—Винковци 66 километара, Винковци—Београд 165 километара, Београд—Лапово 114 километара, Лапово—Ниш 134 километра, Ниш—Врање 110 километара, Врање—Скопље 98 километара. Колика је целокупна дужина пруге Загреб—Скопље?

25. Један богаташ осигура против пожара своју кућу у Београду на 742 800 динара, своју вилу на Топчидерском Брду на 217 250 динара, намештај у кући на 147 000, намештај у вили на 52 000. Колико то све укупно износи?

26. Становништво Краљевине Југославије овако је избројено по бановинама: Дравска 1 037 838 становника, Савска 2 236 739, Врбаска 828 556, Приморска 786 357, Дринска 1 354 200, Зетска 782 972, Дунавска 2 407 658, Моравска 1 211 812, Вардарска 1 386 091, Управа Београда 152 688. Колики је целокупан број становника у нашој држави?

27. Колико година има од оснивања Рима, кад је његово грађење отпочело 753 године пре Христовог рођења?

28. Састави од цифара 3, 4 и 6 свих шест могућих бројева и сабери их!

29. Збиру бројева 70 240 и 61 060 додати најмањи четвороцифрени број.

30. Који је број за 111 већи од збира бројева 7 543 и 8 348?

31. Да се збиру бројева 1 020, 987 и 31 242 дода збир бројева 888 и 6 666.

32. Да се броју 1 762 дода онај број који је за 202 већи од највећег троцифреног броја.

33. Сабрати не потписујући бројеве један испод другог, него онако како стоје написани:

$$\begin{array}{r} 421 + 639 =; \quad 3\ 245 + 4\ 837 =; \\ 2\ 354\ 893 + 67\ 842 =; \quad 2\ 358\ 923 + 4\ 656\ 891 =; \end{array}$$

34. Исто тако:

$$\begin{array}{r} 432 + 325 + 236 =; \quad 241 + 22 + 305 =; \\ 4\ 321 + 5\ 006 + 201 =; \quad 45\ 897 + 9\ 804 + 356\ 489 =; \end{array}$$

Како гласи овде практично упутство?

35. Сабери најпре бројеве који су написани у редовима, затим нађене збирове појединих редова; после тога сабери бројеве у појединим ступцима, а потом тако нађене збирове! Главни збир треба у оба случаја да буде исти.

$$\begin{array}{r} 3\ 592 + 40\ 008 + 12\ 640 + 99\ 720 = \\ + 328 + 52\ 427 + 9\ 876 + 58\ 428 = \\ + 9\ 500 + 88\ 455 + 240 + 54\ 720 = \\ + 2\ 222 + 3\ 486 + 2\ 944 + 2\ 484 = \\ \hline + \quad + \quad + \quad = \hline \end{array}$$

36. Израчунај као у претходном примеру:

$$\begin{array}{r} 137\ 284 + 4\ 005\ 395 + 29\ 840 + 3\ 456\ 280 = \\ + 9\ 287 + 995\ 430 + 2\ 859 + 1\ 285\ 266 = \\ + 492\ 502 + 770\ 000 + 9\ 088 + 80\ 540 = \\ + 268 + 54\ 920 + 4\ 336 + 245\ 800 = \\ \hline + \quad + \quad + \quad = \hline \end{array}$$

37.

$$\begin{array}{r} 89\ 834 + 2\ 005\ 347 + 30\ 207 + 10\ 092 \\ + 1\ 092 + 7\ 995\ 420 + 1\ 432 + 360 \\ + 90\ 208 + 58\ 204 + 51\ 203 + 2\ 360 \end{array}$$

21. **Почађали рукописи.** — У једном старом почађалом рукопису који су на много места и мишеви изгрисли, налазе се и неки рачунски задаци, али се бројеви не могу јасно да виде. Треба попунити цифре које су нестале. Места са којих су нестале цифре биће означена тачкама.

Покушај да нађеш праве цифре, које су у рукопису постојале. Извршена је рачунска радња сабирање.

38. $\begin{array}{r} 72 \\ 3 \dots 1 \\ \hline \end{array}$ 39. $\begin{array}{r} 3 \dots 86 \\ \dots 2 \dots 7 \\ \hline \end{array}$ 40. $\begin{array}{r} 213 \\ 8 \dots 4 \\ 28 \dots \\ \hline 46 \\ \hline 870 \end{array}$

22. Мађиски квадрати. — Овако се зове сваки квадрат подељен у преграде, у којима се налазе написани бројеви тако, да сабрани у хоризонталним редовима, или у вертикалним ступцима, или по дијагоналама, увек дају исти збир. Ето таквог једног квадрата са 9 преграда где је сталан збир 15; он је састављен од првих 9 бројева. Сматра се да је то најстарији, најраније склопљен мађиски квадрат. Приметимо да један мађиски квадрат остаје и даље мађиски ако му се сви бројеви повећају за један исти број, или ако му се сви бројеви помноже једним истим бројем. На тај начин можемо, кад нам је дат један мађиски квадрат, саставити колико хоћемо нових.

4	3	8
9	5	1
2	7	6

Овим се комбинацијама у старо време приписивала нарочита тајанствена моћ, и оне су се могле наћи скоро у свима амајлијама.

23. Ђаволски квадрати. — Мађиски квадрат постаје *ђаволски* ако је такав да кад га поделимо на једнаке или неједнаке правоугаонике, па деловима променимо места, састављајући их опет у квадрат, они остану и даље мађиски. Приложени квадрат је мађиски.

15	6	9	4
10	3	16	6
8	13	2	11
1	12	7	11

41. задатак. Провери да ли су ово мађиски квадрати:

5	1	2	3	4
3	4	5	1	2
1	2	3	4	5
4	5	1	2	3
2	3	4	5	1

0	5	10	15	20
10	15	20	0	5
20	0	5	10	15
5	10	15	20	0
15	20	0	5	10

5	6	12	18	24
13	19	25	1	7
21	2	8	14	20
4	15	16	22	3
17	23	4	10	65

42. Допуни доње слике тако да добијеш мађиске квадрате са збиром 34, а да употребиш само бројеве од 1 до 16!

	7	1	
9		2	15
2	13	11	
3			5

13			6
	8	15	
7			16
	5	14	

	3		13
5		11	
	6		12
4		14	

43. Приложени квадрат попуни бројевима од 1—25 тако, да добијеш збир 65!

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

24. Мађиски квадрати са појасима. — Такав је квадрат на приложеној слици:

9	25	26	23	18	10
16	1	35	34	4	21
20	32	6	7	29	17
24	8	30	31	5	13
15	33	3	2	36	22
27	12	11	14	19	28

Ако га изрежемо по дебље извученој линији, па скинемо спољни појас, остане опет мађиски квадрат.

44 задатак. Испитај да ли је следећи квадрат са појасима. Колико појаса има?

19	44	43	42	41	26	25	20
37	9	53	54	51	18	10	28
36	16	1	63	62	4	49	29
34	48	60	6	7	57	17	31
32	52	8	58	59	5	13	33
30	15	61	3	2	64	50	35
27	55	12	11	14	47	56	38
45	21	22	23	24	39	40	46

Handwritten calculations and a 4x5 magic square:

72	17	16	41	10	35	
5	25	18	13	12	11	29
30	6	24	49	18	36	12
13	31	7	25	13	19	27
37	17	32	1	26	10	20
21	34	8	31	2	27	14
46	15	40	9	34	3	28

4 x 25 = 100

45 задатак. Расмотри ове квадрате и види да ли су мађиски! Шта нам показују дебље извучене линије?

1	63	62	4	9	55	54	12
60	6	7	57	52	14	15	49
8	58	59	5	16	50	51	13
61	3	2	64	53	11	10	56
17	47	46	20	25	39	38	28
44	22	23	41	36	30	31	33
24	42	43	21	32	34	35	29
45	19	18	48	37	27	36	40

11	74	29	18	81	36	13	76	31
56	38	20	63	45	27	58	40	22
47	2	65	54	9	72	49	4	67
16	79	34	14	77	32	12	75	30
61	43	25	59	41	23	57	39	21
52	7	70	50	5	68	48	3	66
15	78	33	10	73	28	17	80	35
60	42	24	55	37	19	62	44	26
51	6	69	46	1	64	53	8	71

25. Паскалов троугао. — Направимо овакав један правоугли троугао:

1								
1	1							
1	2	1						
1	3	3	1					
1	4	6	4	1				
1	5	10	10	5	1			
1	6	15	20	15	6	1		
1	7	21	35	35	21	7	1	
1	8	28	56	70	56	28	8	1
1	9	36	84	126	126	84	36	9

Такав троугао зове се *Паскалов аритметички троугао*. Може се продужавати докле хоћемо једним врло простим поступком. Пронађи сам тај поступак!

Овај је троугао један врло важан троугао у математици. Има много интересантних особина. Неке ћемо овде споменути.

1. Ако бројимо хоризонталне редове одозго наниже, бројење почиње нулом, тј. кажемо нулти ред, први ред, итд. Последњи написани ред на слици биће шести.

46 задатак. Напиши Паскалов троугао који ће имати десет редова!

2. Ма у ком хоризонталном реду бројеви подједнако удаљени од средњег једнаки су.

3. Један ма који број у троуглу једнак је збиру бројева који стоје изнад њега, у претходном ступцу. На пр. број 6 је једнак збиру бројева који се налазе изнад њега, а у претходном ступцу, $3 + 2 + 1$.

4. Ако се саберу бројеви који се налазе на линији, паралелној са хипотенузом, почевши од јединице, која се налази с леве стране, налазимо као збир онај број троуглов који је одмах испод броја на коме смо се зауставили.

Још неке особине овог троугла изнећемо доцније.

ГЛАВА IV

ОДУЗИМАЊЕ

26. Код одузимања разликоваћемо две врсте задатака, па ће из тога произићи и два разна тумачења ове рачунске радње.

1 тумачење. — Задатак: Од 46 ученика у једном разреду нису дошли 7. Колико их је дошло?

Одговор: треба у природном бројном реду од броја 46 поћи за 7 јединица уназад. Тако се дође до броја 39. Дакле, дошло је 39 ученика. У овом је случају **одузимање скраћено бројење уназад**.

Број од кога се врши одузимање зове се **умањеник**, број који се одузима **умањилац** (умањитељ, умалитељ), а остатак који добијамо **разлика**. Знак одузимања је „—”, чита се *минус*.

$$\begin{array}{r} 77 \\ \text{умањеник} \end{array} - \begin{array}{r} 52 \\ \text{умањилац} \end{array} = 25 \\ \text{= разлика.}$$

27. Реч *разлика* употребљава се у два смисла. Или се њоме означава спој од два броја знаком „—”, као на пр. 8—5, или резултат одузимања, у овом случају 3. Кад се разлика употреби у првом смислу, и ако треба да се доведе у везу са другим бројевима, треба да се стави у заграду.

За усмено вежбање

1. Од 100 јаја потрошено је 19; колико је остало?
2. Из једног бурета од 100 литара оточено је 23 литара; колико је још остало?
3. Одузми од 100 бројеве: 87, 74, 69, 54, 48, 36, 25, 17!
4. У једној котарици има 200 ораха; најпре је извађено 30, затим још 60. Колико је остало?
5. Број почевши од 125 уназад за по 12, до броја 5; од 130 по 13 до броја 13; од 140 по 15 до 5; од 160 по 24 до 16; од 410 по 60 до 50!

28. 2 тумачење. — Задатак: један дечак има у својој касици 17 динара; колико му недостаје до 20?

Решење: Уместо да бројимо уназад од броја 20 до 17, можемо од мањег броја 17 да бројимо унапред за толико јединица док не дођемо до већег броја 20. Тада кажемо: 17 и 3 је 20. Дакле у овом случају примењујемо сабирање. Из познатог збира 20 и једног сабирка 17 одредили смо други сабирак 3.

Одузимање је рачунска радња помоћу које се из познатог збира и једног сабирка одређује други сабирак.

Збир — један сабирак = други сабирак.

За усмено вежбање

1. Неко пазари за 95 динара и плати новчаницом од 100 динара. Колико ће добити натраг, и како ће му на каси избројати?
2. Допуни број 67 до 80; 49 до 70; 179 до 200; 478 до 500; 955 до 1 000; 1 080 до 1 500; 1 440 до 2 000 1 970 до 3 000!

3. Колико треба додати

броју	59	да бисмо	добили	број	70;
„	275	„	„	„	300;
„	888	„	„	„	1 000;
„	111	„	„	„	160;
„	555	„	„	„	700?

Непознати број у математици најчешће се бележи латинским словом *x* (икс)).

4. Израчунај *x* у једначинама: $29 + x = 50$; $83 + x = 100$; $x + 176 = 200$; $360 = x + 140$; $400 = 250 + x$; $3\,700 + x = 12\,000$!

Шта је у овим последњим задацима умањеник, а шта умањилац?

5. Увери се на примеру 19—5 да се разлика повећава ако се умањеник повећава, а умањилац остаје исти; да се разлика смањује кад се умањеник смањује, а умањилац остаје исти!

6. У истом том примеру остави умањеник непромењен, а повећај и смањуј умањилац! Шта ће бити са разликом? Искажи правило!

7. У горњем примеру повећавај и умањеник и умањилац за један исти број! Разлика тада остаје иста.

8. Шта ће бити ако се умањеник и умањилац смање за исти број?

29. **Практично упутство за одузимање вишецифрених бројева.** — Да бисмо добили разлику два броја, треба написати мањи испод већег тако, да цифре истог реда дођу тачно једна испод друге. Свакој цифри умањеоца додаје се допуна до одговарајуће цифре умањеника, при чему се почиње од јединица. Ове по реду додате цифре претстављају тражену разлику.

Ако су две цифре једнаке, пише се као резултат додавања нула. Ако је цифра умањеоца нула, резултат је цифра умањеника.

Ако је нека цифра већа од одговарајуће цифре умањеника, цифра умањеника се повећава за десет, али због тога се мора и следећа цифра умањеоца повећати за један.

Пример 1. — 1 458—386. Оба броја написаћемо један испод другог на овај начин:

$$\begin{array}{r} 1\,X + 4\,C + 5\,D + 8\,J \\ \underline{\quad\quad\quad 3\,C + 8\,D + 6\,J} \end{array}$$

Видимо да не можемо одузети осам десетица од пет десетица. Тада се помажемо тиме, што и умањеник и умањилац повећавамо за један исти број. Умањенику додајемо 10 десетица, а умањиоцу једну стотину, што је једно исто. Разлика се при томе не мења. Тада имамо:

$$\begin{array}{r} 1 X + 4 C + 15 D + 8 J \\ 4 C + 8 D + 6 J \\ \hline 1 X + 0 C + 7 D + 2 J = 1\ 072. \end{array}$$

Пример 2. $5\ 139$

$-2\ 752$

$\hline 2\ 387.$

При томе се говори: два и **седам**, девет (седам се једновремено пише и изговара, ни у ком случају не сме се раније изговорити); 5 и 8, 13; 1 и 7, 8 и 3, 11; 1 и 2, 3 и 2, 5.

Почетници би могли и овако говорити; 2 и 7, 9; 5 и 8, 13; кад сам у умањенику наместо 3 узео 13, повећао сам умањеник са 10 десетица; да се не би тражена разлика променила, ја и умањилац повећавам за 10 десетица, или једну стотину; једна стотина и 7 јесу 8 и 3, 11; кад сам у умањенику на место 1 рекао 11, повећао сам умањеник за 10 стотина; да се разлика не би променила, ја и умањилац повећавам за 10 стотина или 1 хиљаду; једна хиљада и 2 јесу 3 и 2=5. Тако говорећи горњи је поступак у исто време и потпуно објашњен.

Напомена. — Искуство пак показује да се одузимање на овај начин, са додавањем, најлакше научи кад се задатак одузимања претстави у облику задатка сабирања онако, како смо радили код „почађалих рукописа”. На пример $1\ 458 - 386$ написаћемо овако:

$$\begin{array}{r} 386 \\ \dots \\ \hline 1\ 458 \end{array}$$

Да се одреде нестале цифре. Рачунска је радња сабирање.

Тада **сваки** ученик, без разлике, нађе на један њему занимљив начин одмах све цифре. Затим се објасни да код обичног одузимања само збир $1\ 458$ промени место и оде горе, а сав остали рад остане исти:

$$\begin{array}{r} 1\ 458 \\ 386 \\ \hline \dots \end{array}$$

30. Проба одузимања. — Да бисмо извршили пробу одузимања, треба да саберемо разлику и умањилац. Збир разлике и умањиоца треба да буде једнак умањенику. Или се разлика одузме од умањеника. Тада као резултат треба да се добије умањилац.

31. Практично упутство за усмено рачунање. — Ако хоћемо усмено да одуземо један вишецифрени број, треба поступно од већег одузети све делове мањег, при чему се почиње са цифрама највишег реда. На пример одузети 475 од 758 ; говорићемо: 400 од 758 остаје 358 ; 70 од 358 остаје 288 ; 5 од 288 остаје 283 .

Напомена. — Истоимени бројеви одузимају се као и неименовани. На пример 10 дана — 7 дана = 3 дана.

За усмено вежбање

(Потребни подаци пишу се на табли, а ученици затворе књиге.)

1. $32 - 9 =$; $47 - 24 =$; $66 - 19 =$; $99 - 28 =$;
 $40 - 17 = ?$

2. $60 - 36 =$; $75 - 42 =$; $80 - 45 =$; $200 - 128 =$;
 $700 - 350 = ?$

3. $1\ 000 - 666 =$; $1\ 200 - 960 =$; $4\ 000 - 2\ 500 =$;
 $10\ 000 - 8\ 400 = ?$

4. $90 + x = 120$; $36 = x = 70$; $79 + x = 120$; $40 + x =$
 $= 125.$

5. $60 - x = 36$; $100 - x = 82$; $220 - x = 50$; $2\ 000 -$
 $- x = 800?$

6. $x - 20 = 39$; $x - 48 = 72$; $x - 75 = 27$; $x - 120 = 200.$

7. Одузми 12 од бројева 25, 31, 50, 75, 80, 91, 100, 198,
140, 211, 400, 510, 1 000, 1 700!

8. Одузми од 100 бројеве: 15, 27, 32, 45, 48, 54, 72, 87,
(35 + 36), (69 + 28), (79 - 47), (120 - 89)!

9. У једној породици отац има 45 година, мати 39, син 15, кћи 11 година. За колико је отац старији од сваког члана породице? За колико је мати старија од сина, од кћери? За колико мати има више година од сина и кћери укупно? За колико је збир година оца и сина већи од збира година мајке и кћери?

10. У једној сеоској школи има укупно мушке и женске деце 87. Мушкараца има 43. Колики је број девојчица?

11. Израчунај разлику између 100 и 3 туцета! Између највећег и најмањег двоцифреног броја!

12. Од Ускрса до Духова протече 50 дана. Колико дана има од Духова до Ускрса?

13. Неко купи кућу за 200 000 динара и плати одмах 125 000. Колико је још остао дужан?

14. Неко купи 2 коња; једног за 1 200 динара, другог за 150 динара јевтиније. Колико је платио за оба коња? Колико добија кад их прода за 2 500 динара?

15. Колико је година протекло од проналаска штампарије 1439 године; колико од проналаска Америке 1492?

16. Колико је протекло од косовске битке 1389 године; од првог српског устанка 1804 године?

17. Колико је протекло од крунисања првог хрватског краља Томислава 925 године?

18. Колико је година протекло од рођења Приможа Трубара 1508 године?

19. Разлика два броја је 17, мањи број је 23, колики је већи?

20. Један дечак стоји на 16 басемаку неких степеница; за колико басемака треба да се попне, да би достигао 31? За колико треба да сиђе, да се спусти до 9?

21. Једна празна кеса тешка је 800 грама, а напуњена брашном 2 300 грама. Колико је тешко само брашно?

22. Једно наследство од 12 000 динара треба да се подели на два брата и једну сестру. Браћа добију по 3 600 динара; колико остаје за сестру?

23. Охридско Језеро је 690 метара над морем. Преспанско 906. Колика је висинска разлика између њих?

24. Који број треба ставити на место x у једначинама: $32 + x = 75$; $x + 27 = 48$; $37 + 83 = x$; $x - 24 = 36$; $140 - x = 88$; $x = 1\ 000 - 356$?

25. Изврши одузимање на најпростији начин:

$100 - (50 + 27) =$; $247 - (47 + 189) =$; $365 - (17 + 265) =$; $1\ 000 - (700 + 211) =$; $(87 + 39) - 87 =$; $(139 + 55) - 39 =$; $(247 + 37) - 147 =$; $(1\ 000 + 365) - 900 =$!

26. Исто тако изврши на најпростији начин назначене радње :

$259 + (200 - 59) =$; $365 + (1000 - 265) =$; $(129 + 64) - 119 =$;
 $(1\ 225 + 237) - 1\ 222 =$; $156 - 99 =$; $144 - 98 =$; $327 - 96 =$;
 $365 - 199 =$; $600 - 399 =$; $1\ 000 - 898 =$!

27. Одузми од 3000 бројеве: 2 330, 2 080, 1 990, 1 818, 1 560, $(350 + 750)$, $(4000 - 2700)$!

Питања

1. Каква је рачунска радња одузимање?
2. Шта је разлика два броја?
3. Како се добија умањеник из умањеоца и остатка (разлике)?
4. Како се мења разлика два броја кад се умањеник повећа или смањи?
5. Шта бива кад се то исто учини са умањеоцем?
6. Шта ће бити са разликом кад се умањеник и умањилац повећају за један исти број?
7. Како се мења разлика ако се умањеник и умањилац смање за један исти број?
8. Колика је разлика кад су умањеник и умањилац једнаки?
9. Искажи практично упутство за одузимање два броја!
10. Како се врши проба одузимања?
11. Шта се добија кад се од умањеника одузме разлика?
12. Како се може на табели сабирања из датог збира и једног сабирка наћи други сабирак?
13. Како се одузима кад се при куповини враћа новац (кусур)?

За писмено вежбање

<i>Почађали рукописи. Сабирање.</i>		1. 324	2. 3 274
	
		538	6 789
3. 354 469	4. 4 4	5. 156	6. 1 946
7. 3 989			
...
459 489	921	249	3 458
5 489			
8. 36 953	9. 39 803	10. 32 987	11. 5 232 286
...
40 543	40 053	64 968	8 120 402

$$\begin{array}{r} 12. \quad 2\,425\,006 \\ \dots\dots\dots \\ \hline 3\,800\,000 \end{array}$$

Извршити одузимање (Покушати да један ученик чита задатке уместо наставника):

$$\begin{array}{r} 13. \quad 3\,259 \\ \hline 1\,834 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 14. \quad 8\,100 \\ \hline 5\,555 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15. \quad 172\,800 \\ \hline 108\,957 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 16. \quad 200\,000 \\ \hline 98\,470 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 17. \quad 346\,592 \\ \hline 99\,999 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18. \quad 1\,000\,000 \\ \hline 487\,609 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 19. \quad 59\,286\,000 \\ \hline 27\,824\,360 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 20. \quad 888\,777 \\ \hline 777\,888 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21. \quad 22\,222\,222 \\ \hline 888\,888 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 22. \quad 59\,286\,000 \\ \hline 27\,824\,360 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 23. \quad 10\,000 \\ \hline 9\,999 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24. \quad 10\,000 \\ \hline 8\,888 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 25. \quad 10\,000 \\ \hline 7\,777 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 26. \quad 10\,000 \\ \hline 6\,666 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 27. \quad 10\,000 \\ \hline 999 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28. \quad 10\,000 \\ \hline 888 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 29. \quad 10\,000 \\ \hline 111 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 30. \quad 10\,000 \\ \hline 44 \end{array}$$

31. Изврши одузимање без потписивања: $840 - 365 =$;
 $1\,260 - 985 =$; $10\,000 - 7\,139 =$!

Искажи практично упутство!

$$32. (37\,285 - 25\,946) + (10\,200 - 8\,455) =$$

$$33. 20\,000 - (7\,859 - 3\,427) =$$

$$34. (36\,467 + 53\,533) - (108\,000 - 44\,555) =$$

35. Од пет стотина хиљада одузети двеста четрдесет и шест хиљада пет стотина осамдесет и девет.

36. Колика је разлика између 21 730 и 18 864?

37. За колико се разликују бројеви 32 000 и 9 837?

38. Исто за бројеве 450 000 и 397 280?

39. За колико је 4 800 веће од 3 064?

40. „ „ „ 60 000 „ „ 44 987?

41. „ „ „ 34 562 „ „ 18 987?

42. За колико је 2 400 мање од 3 240?

43. „ „ „ 3 456 „ „ 5 000?

44. „ „ „ 7 777 „ „ 10 000?

45. Израчунај x из следећих једначина: $325 + x = 840$;
 $x + 465 = 920$; $1\,240 + x = 2\,000$; $x - 600 = 255$; $248 - x = 359$;
 $1\,000 - x = 555$; $x - 1\,000 = 555$; $1\,000 - 555 = x$;
 $x - 5\,358 = 5\,633$!

46. Допуни 927 087 до милиона!

47. Смањи број 2 000 за 1 137, а остатак још за 487!

48. Колико се мора одузети од 2 450, да би претекло 1087?

49. Земља нема облик савршене лопте. Полупречник према половима износи 6 356 558 метара, а полупречник према полутару 6 378 233 метра. За колико је метара земља спљоштена према половима?

50. Даљина Сунца од Земље није увек иста, него се у току године мења. Највеће удаљење износи 21 224 620 миља, најмање 20 512 720 миља; за колико се разликују ове даљине?

51. Од ког броја треба одузети 739 да би остало 240? Који број треба одузети од 739 да остане 240? Шта се добије кад се 240 одузме од 739?

52. Одузми од 10 000 збир бројева 3 427 и 2 985!

53. Одузми од збира бројева 777 и 395 разлику та два броја!

54. Смањи 365 за 179, а додај остатку 999!

55. Колико треба додати броју 3 458 да би се добио највећи четвороцифрени број?

56. Колико треба додати броју 1 458 да би се добио најмањи петоцифрени број?

57. За колико треба повећати збир бројева 487 и 212 да се добије 900?

58. Од једне суме новаца добије А 450 динара, В 170 динара више него А, С за 294 мање од В. Колика је сума?

59. Неко купи кућу за 90 000 динара; за њену оправку изда још 12 000 динара. Колика је његова добит кад он ту исту кућу прода за 120 000 динара?

60. Смањи разлику бројева 1 000 и 666 за 333!

61. Повећај разлику бројева 400 и 177 за збир од 348 и 759!

62. Одузми од збира бројева 56, 109 и 258 разлику између 1 080 и 899!

63. У једном новчанику било је 9 новчаница од по 100 динара, 9 дводинараца и 8 динара. Ако се потроши 76 динара, колико ће још остати у новчанику?

64. Утврди какво је стање једне касе на крају недеље, кад је благајник у току недеље вршио наплате и исплате на овај начин:

	Примање	Издавање
Понедељак	6 384	6 091
Уторак	5 972	4 888
Среда	7 002	6 945
Четвртак	10 023	9 823
Петак	8 851	8 000
Субота	12 207	10 820

65. Збир бројева 397 488 и 517 649 да се допуни до једног милиона!

66. Дуг једне државе износи две милијарде динара. Ако се од тога отплати 17 439 000, 19 457 000, 28 700 000 и 32 990 000, колико дуга још преостаје?

67. Неко купи велико пољско добро заједно са лепим замком за 2 000 000 динара; шуме које иду уз то имање вреде 1 062 940 динара; њиве 309 545 и ливаде 298 785 динара. Колику вредност имају зграде?

68. За колико је број који садржи 3СХ 7Х 8С 4Д мањи од пола милиона?

69. Допуни 499 087 000 до милијарде!

70. Једна велика штампарија има у магацину 12 000 ваљака хартије. Она потроши за четири недеље 2 058, 1 740, 5 092 и 2 800 ваљака. Колико још преостаје?

71. Четири броја заједно чине један милион. Први је 100 234, други 65 297, трећи се пише са шест петица. Колики је четврти?

72. Један пароброд за три сата пређе уз воду пут од 22 480 метара; од тога пређе првога часа 10 080 метара, другог 1 120 више него првог. Колики је био пут трећег часа?

73. Једна локална железница имала је прихода у првој четврти године 207 480 динара; у другој 7 985 динара више него у првој; у трећој 1 800 више него у другој; у четвртој четврти 187 динара мање неголи у трећој. Колики је био годишњи приход?

74. Један кућевласник прими за први спрат своје куће годишње 27 000 динара, за други 23 500, за трећи 18 000. Његови су годишњи издаци за ту кућу: порез 4 950 динара,

оправке 3 600, вода 1 050, чишћење улице 880 динара. Колики је његов чист приход?

Почађали рукописи. Одузимање.	75. 8 . 7 2	76. 6 . 37
	. 3 5 4	. 8 2 .
	4 121	14 . 8

ГЛАВА V

АГРЕГАТ

32. Кад су више од два броја везана знацима сабирања и одузимања, онда такав један бројни израз зовемо **агрегат**. Поједини бројеви у њему зову се **чланови** агрегата. Они чланови испред којих стоји знак „+” зову се **позитивни**, а они чланови испред којих стоји знак „—” су **негативни**. Испред почетног члана обично не стоји никакав знак ако је тај члан позитиван.

Пример. Именуј позитивне и негативне чланове агрегата
 $28 - 6 + 15 - 19 - 7$.

33. Пошто ред којим иду чланови агрегата не утиче на резултат, то је:

$$28 - 6 + 15 - 19 - 7 = (28 + 15) - (6 + 19 + 7) = 43 - 32 = 11.$$

Одатле можемо одмах извести ово **практично упутство** за израчунавање агрегата: *Агрегат се израчунава кад се од збира позитивних чланова одузме збир негативних чланова.*

Ово правило важи уопште, али има случајева да се чланови агрегата могу и друкчије везивати.

Пример. $-48 + 57 - 57$. Треба везати $+ 57 - 57 = 0$ тако, да је одмах резултат 48.

За усмено вежбање

(Потребне податке писати на табли, а ученици да затворе књиге).

- | | |
|--------------------------|-------------------------------|
| 1. $7 - 8 + 9 =$ | 13. $18 + 12 - 12 - 18 + 7 =$ |
| 2. $15 + 13 - 9 - 10 =$ | 14. $-12 + 13 + 12 - 9 =$ |
| 3. $60 - 36 + 20 - 14 =$ | 15. $135 - 84 - 35 =$ |
| 4. $7 - 7 + 18 =$ | 16. $17 - 25 - 35 + 83 =$ |

5. $48 - 37 + 59 =$
 6. $100 - 80 + 27 =$
 7. $59 - 57 + 48 =$
 8. $7 - 8 - 9 - 10 + 20 =$
 9. $30 + 40 - 66 =$
 10. $1 - 8 - 11 + 29 =$
 11. $-4 + 5 + 18 - 16 =$
 12. $110 - 99 + 90 =$
 17. $1\ 200 - 273 - 900 =$
 18. $-8 - 13 - 9 + 50 - 10 =$
 19. $777 - 99 - 677 =$
 20. $1\ 000 - 900 + 25 =$
 21. $-487 + 600 + 517 =$
 22. $125 - 800 + 875 =$
 23. $-420 - 790 + 1\ 300 =$
 24. $10\ 000 - 6\ 000 + 1\ 500 - 500 =$

25. Неко има у новчанику 90 динара; он потроши најпре 45 динара; затим 30 и потом дода у новчаник 15 динара. Колико сад има новаца у новчанику?

26. Један луфтбалон попео се најпре 2 000 метара, затим се спустио за 1 100 метара, а потом је пао још за 750. На којој висини лебди сада?

27. Из једног бурета од 100 литара оточено је најпре 38, потом 15, а напослетку још 9 литара. Колико је још остало у бурету?

Питања

1. Шта је агрегат?
2. Како се зову поједини бројеви у агрегату?
3. Шта су то позитивни, а шта негативни чланови?
4. Какав је члан обично почетни члан агрегата?
5. Исажи практично упутство за израчунавање агрегата?
6. Може ли, покатак, да се отступи од општег правила?

За писмено вежбање

1. $348 - 598 + 267 =$
2. $762 - 859 + 834 + 600 + 57 =$
3. $1\ 888 - 1\ 057 + 2\ 222 - 1\ 305 =$
4. $-2\ 050 + 1\ 759 + 8\ 452 - 6\ 406 =$
5. $35 + 288 + 369 - 400 =$
6. $1\ 728 - 981 - 1\ 180 + 845 + 91 =$
7. $-4\ 230 + 13\ 456 - 2\ 590 - 3\ 000 =$
8. $34\ 800 - 4\ 895 + 10\ 005 - 229 - 29\ 681 =$
9. $60\ 000 - 37\ 259 - 4\ 208 + 12\ 657 =$

Да ли су тачни ови резултати:

10. $(2\ 900 - 1\ 891) - 45 - (610 - 569) = 923$

11. $20\ 000 - (24\ 000 - 15\ 000) - (7\ 200 + 2\ 800) + 4\ 000 = 5\ 000.$
12. $(360 + 583 - 600) - (1\ 000 - 888) - (10 - 11 + 5) = 227.$
13. $-1\ 000 + (1\ 000\ 000 - 990\ 000) - 8\ 000 - (6\ 555 - 5\ 555) = 0.$
14. $(1\ 200 - 885 - 175) - 360 + (1\ 500 - 115) - (237 - 99) = 1\ 027.$
15. $95\ 673 - 100\ 000 - 63\ 487 + 200\ 000 + 63\ 487 = 195\ 673.$

16. $435 - 335 + 900 - 875 + 75 = 200.$
17. $1\ 200 - 934 - 1\ 100 + 900 + 345 = 411.$
18. $1\ 700 + 834 - 1\ 700 - 734 - 100 = 0.$
19. $2\ 000 - 1\ 734 + 1\ 834 - 2\ 000 - 99 = 1.$
20. $2\ 736 - 2\ 734 - 365 + 48 + 465 - 48 = 102.$
21. $2\ 387\ 256 - 376 + 736\ 408 - 334\ 455 - 1\ 008\ 709 - 7\ 640 = 1\ 772\ 800.$
22. $999 - 10\ 757 - 538\ 018 + 769\ 432 - 2\ 646 = 219\ 010.$
23. $(411\ 111 - 66\ 789) - (1\ 089\ 730 - 950\ 647) - (3\ 709 + 50\ 120) = 160\ 410.$
24. $1\ 000\ 000 - (98\ 765 + 43\ 210) - (79\ 045 - 77\ 650) - (100\ 000 - 43\ 361) = 799\ 991.$
25. $(44\ 444 + 7\ 777) - 9\ 999 + (123 + 99\ 888) - 52\ 231 = 90\ 002.$
26. $(60\ 000 - 33\ 563 - 25\ 780) - (26\ 448 + 13\ 969 - 40\ 917) = 157.$

27. Један пешачки пук, у миру, броји 1 500 људи. Ако се од тога броја пусти кућама 679 људи, и прими нових 700, какво је онда бројно стање пука?

Напомена. — У овом као и у осталим примерима најпре напиши одговарајући агрегат! У овом случају: $1\ 450 - 679 + 700.$

28. Додај разлици бројева 9 600 и 7 959 збир бројева 389 и 511, затим тако добијени збир повећај још за 1 157! (3 698).

29. Од 1 920 кубних метара дрва најпре је продато 258, затим 400 и напослетку 385 кубних метара. Колико још преостаје? (877).

30. Од једног наследства добије А 4 500 динара, В за 1 800, а С за 2 500 динара мање од А. Колико износи целокупно наследство? (9200).

31. У једном воћњаку има 180 дрвета; од њих 87 јабука, 39 крушака, а остало трешње. Колико има трешња? (54).

32. Неко отпочне један посао са 20 000 динара капитала. У току године издаци су изнели 29 860 динара, а примање 33 462 динара. Осим тога он претрпи још једну штету од 1 500 динара. Колико има на крају године? (22 102).

33. Један цвећар имао је четири врсте ружа. Од појединих врста имао је 57, 46, 30 и 12 ружа. Он прода од прве врсте 39, од друге 28, од треће и од четврте по једно туце. Колико му остаје свега ружа? (54).

34. Колика је чиста имовина једног сељака кад се вредност зграда цени на 48 000 динара, стоке на 5 200, земље на 24 800, шума на 50 000, док дуг износи 80 000 динара? (48 800).

35. Један власник има 1 250 хектара шуме, 220 хектара ливаде, 70 хектара њиве. Кад прода 180 хектара шуме и 50 хектара ливаде, а за то купи још 210 хектара њиве, колика је тада његова целокупна имовина у земљишту? (1 520).

36. Један гостионичар има од једне врсте вина три бурета од по 100, 137 и 180 литара. Ако од првога потроши 30 литара, од другог 66 литара, од трећег 110, колико му још свега литара остаје?

37. Један фабрикант, са капиталом од 1 200 000 динара, добије прве пословне године 108 600 динара; друге 34 400; у трећој години изгуби 10 900 динара, а у четвртој 22 000 динара. Какво је сада његово имовно стање? (1 310 100).

38. За једну грађевину потребно је 12 800 цигала; донето је у три маха 2750, 3940 и 4800 цигала. Од овога је враћено 590 комада као неупотребљиво. Колико још цигала недостаје? (1 900).

39. У један посао уложи А 28 000 динара, В за 1 700 динара мање од А, а С 9 500 динара више од В. Колико су заједнички уложили? (90 100).

40. У једном подруму има 100 000 литара вина; од тога је продато у четири маха 13 250, 17 080, 29 770 и 27 800 литара вина, а за 41 200 литара новог насута. Колико сада има вина? (53 300).

ГЛАВА VI

МНОЖЕЊЕ

34. Претходна вежбања. — Чиме се нарочито одликују ови зборови: $5 + 5 + 5$, или $250 + 250 + 250 + 250$? Како се ово може друкчије написати?

Израчунавање оваквих зброва, где су сабирци једнаки, доводи до нове рачунске радње **множења**.

Помножити један број другим значи први број узети онолико пута као сабирак, колико други број има јединица. Број који треба ставити као сабирак зове се **множеник**, онај други **множилац**, (множителј), резултат множења **производ**.

Знак множења је „ \times ” или још чешће само тачка „ \cdot ”, која се ставља између бројева, не доле при дну, већ горе, на средини између цифара.

Пример: $7 \cdot 4 = 28$, чита се 7 помножено са 4 је 28.

Множеник · множилац = производ.

35. Речју *производ* означава се и свака веза између бројева, или бројних израза, помоћу знака множења.

На пример: $5 \cdot 4$ или $(14 - 4 + 5) \cdot (11 + 9)$.

36. Шта значи 3 динара · 5?

Може ли и множилац бити именован број?

Сме ли се при решавању задатка: Шта стају три метра платна кад један метар вреди 6 динара, написати 6 динара \times 3 метра?

Пример: Један радник заслужи за један дан 40 динара, колика је његова зарада за 6 дана?

Решење: За 6 радних дана добије радник 6 пута онолико, колико добије за један дан, дакле награда за 6 дана $= 40$ динара $\cdot 6 = 240$ динара.

Множилац је увек неименован број!

37. **Чиниоци.** — У једном производу могу множеник и множилац да промене места. Тако је $5 \cdot 3 = 3 \cdot 5$. Из ових разлога су множеник и множилац добили заједничко име **чиниоци** (**чини**тељи, **фактори**).

Доказ.

$$5 \cdot 3 = 5 + 5 + 5 = 15 \quad 3 \cdot 5 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15$$

○ ○ ○ ○ ○
○ ○ ○ ○ ○
○ ○ ○ ○ ○

○ ○ ○
○ ○ ○
○ ○ ○
○ ○ ○
○ ○ ○

38. Питагорина таблица множења. — У овој табlici садржи први ред девет цифара, једну за другом. Први стубац казује

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

колико пута треба сваку од тих цифара узети као сабирак. На месту где се одговарајући стубац и ред секу, налази се производ.

Да бисмо саставили овакву таблицу, треба да напишемо у првом реду девет првих бројева. Испод првог реда пишемо резултате које добијемо кад сваком броју тога реда додамо исти тај број; тако добијемо дру-

ги ред. Трећи ред добија се кад сваком броју првог реда додамо одговарајући број другог реда. За четврти ред сабирају се бројеви првог реда са одговарајућим бројевима трећег итд.

Питања

1. Какву правилност показују бројеви који следе један за другим у једном реду или ступцу?
2. Какви се нарочити производи налазе у дијагоналном реду који почиње са 1, а свршава се са 81? Зашто?
3. Какву особину показују десетице и јединице у редовима и ступцима који почињу са 5 и 9?
4. Покажи на овој табlici, на произвољно изабраним примерима, да чиниоци, у производу, могу мењати своја места!

39. Производ у коме је један чинилац 1 (јединица), једнак је другом чиниоцу. *Пример:*

$$3 \cdot 1 = 1 \cdot 3 = 1 + 1 + 1 = 3.$$

Производ у коме је један чинилац 0 (нула) има за резултат нулу. *Пример:*

$$0 \cdot 3 = 0 + 0 + 0 = 0.$$

40. Производ од више чинилаца. — Ако имамо да израчунамо производ од више чинилаца, онда се најпре помноже прва

два, тако добијени производ помножи се трећим чиниоцем, нови производ четвртим итд.

Ради упрошћавања, при рачунању, треба ред чинилаца згодно бирати. На пример:

$$4 \cdot 37 \cdot 25 = 4 \cdot 25 \cdot 37 = 100 \cdot 37 = 3700.$$

41. Степен. — Производ од више једнаких чинилаца зове се степен. Он се може и краће писати. На пример:

$5 \cdot 5 = 5^2$ изговара се 5 на квадрат, или на други степен.

$5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3$ „ „ 5 на куб или на трећи степен.

$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4$ „ „ 5 на четврти степен итд.

Квадрат једнога броја је производ два чиниоца једнака са тим бројем.

Куб једнога броја је производ три чиниоца једнака са тим бројем.

Степен једнога броја пише се тако, да се тај број напише једанпут, а изнад њега, мало удесно, стави други број **изложилац**. Изложилац казује колико пута треба тај број да се узме као чинилац.

36^2 претставља квадрат броја 36; 2 је изложилац.

45^4 претставља четврти степен броја 45; 4 је изложилац.

42. Множење са 10, 100, 1000... — Ако се један број помножи са 10, свака његова цифра добије 10 пута већу вредност, тј. свака цифра пређе у најближи виши ред. *Ово се постиже тиме што се броју који се множи допише једна нула.* Ако треба број помножити са 100, 1 000, 10 000... треба му дописати две, три, четири нуле итд.

Пример: $4\ 735 \cdot 10\ 000 = 47\ 350\ 000.$

43. Бројеви који се свршавају нулама. — Бројеви који се свршавају нулама множе се кад се измноже бројеви испред нула, па добијеном производу допише онолико нула, колико има скупа у свима чиниоцима.

Пример: $500 \cdot 70 = 35\ 000.$

За усмено вежбање

1. Колико износе двоструки бројеви: 78, 24, 36, 40, 45, 50, 60, 120, 180, 200, 500, 1 200, 1 500?

2. Колики су петоструки бројеви: 18, 24, 36, 40, 45, 50, 60, 120, 150, 180, 200, 500, 1 200, 1 500?

3. Колики су осмоструки горњи бројеви?
4. Колико износе десетоструки горњи бројеви?
5. Наместо ког збира стоји $10 \cdot 4? 20 \cdot 5?$
6. Израчунај на најбржи начин: $24 + 24 + 24 + 24 + 24!$
7. Колико су комада 36 пари? 47 пари? 9 туцета? 12 туцета? 15 туцета? 40 туцета?
8. Израчунај $13 \cdot 80 =$; $17 \cdot 700 =$; $28 \cdot 8 =$; $17 \cdot 9 =$;
 $8 \cdot 249 =$; $27 \cdot 6\,000 =$; $300 \cdot 160 =$; $540 \cdot 30 =$;
9. $41 \cdot 0 =$; $39\,180 \cdot 1 =$; $50 \cdot 60 =$; $100 \cdot 100 =!$
10. $60 \cdot 120 =$; $800 \cdot 90 =$; $900 \cdot 70 =$; $3\,000 \cdot 100 =!$
11. $18 \cdot 300 =$; $19 \cdot 5\,000 =$; $300 \cdot 600 =$; $4\,000 \cdot 600 =!$
12. $18 \cdot 5\,000 =$; $800\,000 \cdot 3 =$; $900\,000 \cdot 5 =!$
13. $300 \cdot 4\,000 =$; $3\,000 \cdot 3\,000 =$; $10 \cdot 100\,000 =!$
14. $120 \cdot 120 =$; $180 \cdot 9 =$; $205 \cdot 7 =$; $310 \cdot 6 =!$
15. Сваки од ових бројева подигни на квадрат: 8, 9, 10, 11, 12, 13, 20, 30, 40, 50, 60, 120, 200!
16. $2 \cdot 5 \cdot 5 =$; $6^3 =$; $8^3 =$; $8 \cdot 9 \cdot 10 =!$
17. $5 \cdot 9 \cdot 20 =$; $15 \cdot 8 : 5 =$; $30 \cdot 40 \cdot 50 =!$
18. $25 \cdot 19 \cdot 4 =$; $59 \cdot 0 \cdot 87 =$; $24 \cdot 15 \cdot 5 =!$
19. $3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 : 4 =$; $20 \cdot 17 \cdot 5 \cdot 3 =!$
20. $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 10 =$; $10 \cdot 17 \cdot 10 \cdot 6 \cdot 2 =!$
21. Помножи међу собом прва четири парна броја!
22. Колики је производ првих пет непарних бројева?
23. Двапут већи број од 24 да се помножи са 5!
24. Троструком 12 додати шестоструко 9!
25. Како се мења вредност производа $30 \cdot 15$ кад се један чинилац удвостручи или утростручи?
26. Од дванаестоструког 40 одузети тринаестоструко 30!
27. Шта стају:

40 килограма по 70 пара;	36 килограма по 90 пара
15 метара по 12 динара;	39 метара по 7 динара;
60 метара по 15 динара;	45 метара по 25 динара;
80 литара по 24 динара;	18 литара по 70 пара;
90 литара по 54 паре;	40 литара по 25 пара;
150 литара по 80 пара;	400 литара по 3 динара?
28. Један радник зарађује дневно по 27 динара. Колика је његова зарада за 4, 5, 8, 9 дана? Колика за три месеца?
29. Једна госпођа троши дневно 40 грама кафе. Колико потроши за недељу дана? Колико месеца јануара? Колико месеца новембра?

30. Из једне чесме истече 160 литара воде за један сат. Колико воде даје та чесма за 6 часова; од 5 ујутру до подне; од 8 ујутру до 6 часова увече?

31. Један путнички воз пређе *просечно* на сат 15 километара. Колики пут пређе за 6, 9, 12 часова?

32. У једном локалу троши се за сат 70 литара светлећег гаса. Колико се потроши за 7 сати; колико од 5—11 увече; од 6 увече до 6 ујутру?

33. Једној фабрици потребно је 170 тона угља. Ако је већ добила 7 вагона по 24 тоне, колико још тона треба да превезе?

34. Земља прелази на своме путу око Сунца сваког секунда пут од 30 километара. Колико километара пређе за 15, 30, 40 секунда? Колико за један минут? Колико за сат?

35. Неки ученик понесе у екскурзију 450 динара. Кад сваког дана потроши по 65 динара, колико му још преостаје после 6 дана?

36. Кад светлост пређе за један секунд 300 000 километара, колико пређе за 5, 10, 30, 40 секунда? Колико за један минут?

37. Неко измери себи пулс за минут 72 откуцаја. Колико је откуцаја за 5, 7, 30, 50 минута?

38. Кад чиновник има годишњу плату 41 400 динара, а троши месечно 3 000 динара, колика је његова годишња уштеда?

39. У једној учионици има два реда клупа; у првом реду има 7 клупа у којима седе по 4 ученика; у другом реду има 5 клупа са по 3 ученика. Колики је број ученика у тој учионици?

40. Један коњ добије дневно 4 килограма зоби и 3 килограма сена. Колико зоби и колико сена добију 4 коња за једну недељу?

41. Израчунај: $15 \cdot 8 - 10 \cdot 11 =$; $30 \cdot 5 - 12 \cdot 9 =$;
 $25 \cdot 8 + 9 \cdot 20 =!$

Увек најпре изврши множење, па онда сабирање и одузимање!

42. $30 \cdot 40 + 50 \cdot 50 =$; $50 \cdot 100 - 1\,200 \cdot 2 =!$

43. $1\,000 - 15 \cdot 60 - 16 \cdot 6 =!$ $70^2 + 10^2 - 4\,000 =!$

44. **Множење збира.** — Збир $16 \cdot 10 + 16 \cdot 4$ изражава да десетоструком броју 16 треба додати четвороструки исти тај

број. Очевидно је да број 16 треба узети $10 + 4 = 14$ пута као сабирак. Излази, дакле:

$$16 \cdot 10 + 16 \cdot 4 = 16 \cdot (10 + 4).$$

Пошто чиниоци у производу могу мењати места, то је

$$(10 + 4) \cdot 16 = 10 \cdot 16 + 4 \cdot 16.$$

Одатле имамо правило: *Један (назначени) збир множи се неким бројем кад се сваки сабирак помножи тим бројем, па се добијени производи саберу.*

45. Множење вишецифрених бројева. — Ово правило о множењу збира применићемо при множењу вишецифрених бројева. Разликоваћемо два случаја:

1. *Множеник је вишецифрен број, а множилац једноцифрен.*

Сваки се вишецифрени број може написати у облику збира:

$$367 = 300 + 60 + 7 = 3C + 6D + 7J.$$

Зато имамо:

$$367 \cdot 4 = (3C + 6D + 7J) \cdot 4$$

$$7J \cdot 4 = 28J = 2D + 8J$$

$$6D \cdot 4 = 24D = 2C + 4D; 2C + 4D + 2D = 2C + 6D$$

$$3C \cdot 4 = 12C = 1X + 2C; 1X + 2C + 2C = 1X + 4C$$

$$\text{Тако је } 367 \cdot 4 = 1X + 4C + 6D + 8J = 1468.$$

Отуда имамо ово **практично упутство за множење вишецифрених бројева једноцифреним**: *Један вишецифрени број множи се једноцифреним, кад се почевши од јединица свака цифра помножи тим бројем и сваки производ стави на истоимено место. Ако је који од ових производа двоцифрен број, његове се јединице напишу на одговарајуће место а десетице се додају производу најближег вишег реда.*

Пример: $1472 \cdot 3 = 4416$.

При томе се говори: 3 пута 2, **6**; 3 пута 7, 21, **1** пишем а 2 задржавам; 3 пута 4, 12 и 2 (задржано) 14, **4** пишем, а 1 задржавам; 3 пута 1, 3 и 1 (задржано) **4**.

2. *Множеник и множилац су вишецифрени бројеви.*

Пођимо од примера: $438 \cdot 267$.

$$438 \cdot 267 = 438 \cdot (200 + 60 + 7) = 438 \cdot 200 + 438 \cdot 60 + 438 \cdot 7 =$$

$$\begin{array}{r} 87\ 600 \\ 26\ 280 \\ 3\ 066 \\ \hline 116\ 964 \end{array}$$

$$\text{или } 438 \cdot 267 = 438 \cdot (7 + 60 + 200) = 438 \cdot 7 + 438 \cdot 60 + 438 \cdot 200 =$$

$$\begin{array}{r} 3\ 066 \\ 26\ 280 \\ 87\ 600 \\ \hline 116\ 946 \end{array}$$

Ако код појединих делимичних **п** производа изоставимо нуле, а чиниоце напишемо један испод другог, што је zgodније, имаћемо:

$$\begin{array}{r} 438 \\ 267 \\ \hline 3\ 066 \\ 26\ 28 \\ 87\ 6 \\ \hline 116\ 946 \end{array} \quad \text{или} \quad \begin{array}{r} 438 \\ 267 \\ \hline 876 \\ 2628 \\ 3066 \\ \hline 116\ 946. \end{array}$$

Отуда изводимо ово **практично упутство за множење вишецифрених бројева**: *Напишемо ~~м~~множеник, испод множеника множилац, и испод множиоца повучемо црту. Тада множимо множеник сваком цифром множиоца ~~о~~ идући с десна улево. Делимични производи се потписују ~~јед~~један испод другог тако, да се сваки потоњи помери за по једно место улево, тј. јединице једног делимичног производа потпишу се ~~ис~~под десетица претходнога. Ако у множиоцу има нула, њоме се ~~н~~не множи, али се пази да се следећи делимични производ помакне ~~е~~ за два места улево.*

Напослетку се тако добијени ~~дел~~делимични производи саберу.

Напомена 1. — Множење може ~~о~~тпочети и са највишом цифром множиоцем. У том се случај ~~у~~ делимични производи померају за по једно место удесно.

Напомена 2. — Пошто чиниоци ~~и~~ у производу могу мењати места, то ће се за множилац узети ~~о~~нај број који је подеснији. По правилу узима се увек број који ~~и~~ма мање цифара, при чему се нуле не узимају у обзир.

$$\begin{array}{r} 1 \text{ пример:} \\ 7\ 856 \\ 1\ 308 \\ \hline 62\ 848 \\ 2\ 356\ 8 \\ 7\ 856 \\ \hline 10\ 275\ 648 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \text{ пример:} \\ 546 \\ 3\ 002 \\ \hline 1\ 092 \\ 1\ 638 \\ \hline 1\ 639\ 092 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3 \text{ пример:} \quad 24\ 600 \\
 \quad \quad \quad 10\ 080 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 1\ 968 \\
 \quad \quad \quad 246 \\
 \hline
 \quad \quad 247\ 968\ 000
 \end{array}$$

46. **Проба множења.** — Проба множења може се извршити на тај начин, што се промени ред чинилаца. Ако је множење тачно, треба у оба случаја да добијемо исти производ.

47. **Проба са 9.** — Можемо употребити још једну пробу, тако звану *пробу са 9*. Нацрта се крст који гради четири угла, као што се то види на слици, па се поступа овако:



Сабирају се редом цифре множеника, а при том одузме 9, чим збир цифара достигне број 9, или буде већи од 9; резултат се напише у углу с леве стране. Овај се исти поступак понови са множиоцем, и резултат се напише у углу с десне стране. Затим се помноже та два тако написана броја и од збира цифара производа одузме 9, кад је тај збир већи или једнак броју 9. Ако је овај збир цифара мањи од 9, он се просто напише у углу горе. Најзад се са производом датих бројева поступи исто као и са чиниоцима и резултат се напише у последњем углу.

Ако су два броја у горњем и доњем углу неједнака, множење је нетачно; ако су ти бројеви једнаки, онда је *вероватно* да је множење тачно.

Узмимо за пример бројеве 472 и 203, чији је производ 95 816.

4 и 7, 11; одузмем 9, остаје 2; 2 и 2, 4; пишем 4 лево.

2 и 3, 5; пишем 5 десно.

Производ бројева 4 и 5 је 20; збир цифара је 2; пишем 2 горе.

У 95 816 изостављам 9, 5 и 8, 13; одузимам 9, остаје 4; 4 и 1, 5; 5 и 6, 11; одузимам 9, остаје 2; ово пишем доле; *вероватно* је да је извршено множење тачно.

$$\begin{array}{r}
 2 \\
 4 \quad 5 \\
 2
 \end{array}$$

Питања

1. Шта значи помножити два броја?
2. Шта је производ два броја? Како називамо тада те бројеве?
3. Може ли се узети множеник за множилац, и обрнуто?
4. Шта бива са производом два броја кад један од њих повећамо за 1?
5. Колики је производ кад је један чинилац нула?
6. Шта значи реч „производ“? Који су знаци за множење?
7. Како се гради Питагорина таблица множења?
8. Покажи да се седма линија у овој табlici може добити сабирањем друге и пете, или сабирањем треће и четврте!
9. Може ли се ова таблица применити и на бројеве веће од 9?
10. Како се множи са 10, 100, 1 000
11. Како гласи практично упутство за множење једноцифреним бројем.
12. Исклажи практично упутство, како се множе два ма каква броја!
13. Како се врши проба множења?
14. Како се врши проба са 9?
15. Како се множи збир (назначени)?
16. Како се множи разлика (назначена)?
17. Како се добија производ од више чинилаца?
18. Мења ли се производ од више чинилаца ако чиниоци измењају места?
19. Покажи да је последња цифра производа од више чинилаца иста као и последња цифра оног производа који добијамо кад се помноже само јединице појединих чинилаца!
20. Шта је квадрат једнога броја?
21. Шта је куб једнога броја?
22. Шта је то степен? Шта изложилац степена?
23. Којим се цифрама свршавају квадрати бројева?
24. Може ли се множење схватити као скраћено сабирање?

За усмено вежбање

1. Изврши ова множења:

$$\begin{array}{lll}
 400 \cdot 9 & 300 \cdot 7 & 5\ 000 \cdot 90 \\
 32 \cdot 40 & 23 \cdot 130 & 503 \cdot 200
 \end{array}$$

2. Помножи: $2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 8 =$; $3 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 5 =$; $10 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 20 =$; $21 \cdot 50 \cdot 3 \cdot 20 =$; $200 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 20 =$; $41 \cdot 50 \cdot 2 \cdot 200 =$!

За писмено вежбање

Изврши назначена вежбања! (Покушати да ученици читају задате бројеве).

- | | | | | | |
|----|-----------|----|--------------|----|-------------|
| 1. | 128 . 4 | 2. | 2 543 . 70 | 3. | 928 . 18 |
| | 345 . 6 | | 3 428 . 80 | | 3 428 . 43 |
| | 4 358 . 8 | | 324 . 15 | | 4 579 . 83 |
| | 4 567 . 9 | | 656 . 14 | | 31 416 . 46 |
| | | 4. | 60 544 . 500 | | |
| | | | 2 544 . 605 | | |
| | | | 2 544 . 705 | | |
| | | | 45 083 . 498 | | |

5. Нађи производ бројева: 5 400 и 3 200; 45 030 и 78 000; 54 900 и 305 000; 4 563 и 567; 33 608 и 678; 4 869 и 7 891.

6. Израчунај ове производе од више чинилаца:

$45 \cdot 7 \cdot 8$; $305 \cdot 71 \cdot 890$; $431 \cdot 104 \cdot 2 050$; $7 \cdot 4 \cdot 11 \cdot 8 \cdot 9$;
 $45 \cdot 30 \cdot 20 \cdot 15$; $435 \cdot 641 \cdot 849 \cdot 105$.

7. Израчунај и изврши пробу: $418 \cdot 236 =$; $444 \cdot 381 =$;
 $2 635 \cdot 743$; $41 112 \cdot 567 =$ $3 469 \cdot 304 =$; $59 346 \cdot 508 =$!

У овим примерима изврши пробу са 9:

- | | | |
|-----|---------------------------|---------------------------|
| 8. | $3 567 \cdot 69 897 =$; | $149 \cdot 54 862 =$. |
| 9. | $36 667 \cdot 5 984 =$; | $87 654 \cdot 1 431 =$. |
| 10. | $7 836 \cdot 1 042 =$; | $5 826 \cdot 2 004 =$. |
| 11. | $40 527 \cdot 30 004 =$; | $67 502 \cdot 10 005 =$. |
| 12. | $88 764 \cdot 20 302 =$; | $6 004 \cdot 4 668 =$. |
| 13. | $384 200 \cdot 7 610 =$; | $984 000 \cdot 3 600 =$. |

14. Колики је квадрат ових бројева: 45, 57, 108, 111, 314, 321, 432, 729, 840, 1 054, 2 408, 3 248, 10 200, 82 600?

15. Нађи куб ових бројева: 35, 98, 108, 321, 432, 1 054, 3 248!

16. Одреди производ чинилаца: 365 и 28; 512 и 900; 666 и 407; 330 и 880!

17. Који је број 15 пута већи од 269? 108 пута већи од 245? 1 138 пута већи од 60 206? 1 040 пута већи од 5 500?

18. Полупречник Земље износи 6 366 километара; даљина Месеца је од Земље 60 пута већа од Земљиног полупречника. Колика је даљина Месеца од Земље у километрима?

19. Сваки дан има 24 сата. Колико има свега сати у месецу јануару?

20. Сваки сат има 60 минута. Колико минута има један дан?

21. Израчунај производ од више чинилаца: $365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60$! Шта нам претставља овај производ?

22. Једна књига има 240 страна, свака страна по 38 редова, сваки ред просечно по 45 слова. Колико слова има на једној страни? Колико слова има у целој књизи?

23. Један зид могу да сазидају 13 зидара за 15 дана, радећи дневно по 9 часова. Колико би часова требало да ради један зидар да сврши тај посао?

24. Кад је пречник Земље 12 732 километра, а отстојање Сунца од Земље 11 700 Земљиних пречника, колико километара има од Земље до Сунца?

25. У једној се породици троши дневно 4 литра млека. Кад литар млека стаје 4 динара и 50 пара, колики је рачун за млеко месеца априла?

За понављање

(Сабирање, одузимање и множење)

(Покушати да ученици сами читају задатке).

1. Помножи збир бројева 392 и 587 са 2 000! (1 958 000).
2. Помножи збир бројева 1 000 и 647 са 541! (891 027).
3. Помножи збир бројева 555 и 434 са разликом тих истих бројева! (119 669).
4. За колико постане мањи производ $465 \cdot 124$ кад се сваки чинилац смањи за 60? (31 740).
5. Израчунај на два начина: $(120+58) \cdot 5 =$; $(750+275) \cdot 8 =$; $(900+435) \cdot 12 =$; $(405+38) \cdot 45 =$!
6. И ове радње изврши на два различна начина:
 $57 \cdot 9 + 57 \cdot 21 =$; $246 \cdot 7 + 246 \cdot 5 =$;
 $500 \cdot 24 + 500 \cdot 17 =$!
7. $39 \cdot 48 + 39 \cdot 52 + 39 \cdot 20 =$!
8. Изврши назначене радње:

$$(2\ 040 + 108) \cdot (45 + 38) =; \quad (2\ 085 + 305) \cdot (405 + 181) =!$$

$$(6450 + 289) \cdot (104 + 213) =; \quad (1\ 286 + 934) \cdot (502 + 806) =!$$

9. Изврши назначене операције:

$$(382 + 146) \cdot 7 =; \quad (405 + 143) \cdot (483 - 218) =;$$

$$(7\ 825 - 488) \cdot (405 + 103) =; \quad (4\ 842 - 389) \cdot (433 - 408) =!$$

10. Изврши назначене радње:

$$45 \cdot 36 + 48 \cdot 27 =; \quad 245 + 324 \cdot 48 - 482 =;$$

$$425 - 48 \cdot 2 + 49 \cdot 6 =!$$

Напомена. — Увек се прво изврши множење!

11. $(59 + 21) \cdot 50 - 40 \cdot (129 - 94) =!$

12. $(75 - 57) \cdot (1\ 000 - 769) - 15 \cdot 268 =!$

13. $549 \cdot (48 - 15) + (484 - 321) \cdot 18 =!$

14. $645 \cdot (48 + 17) \cdot (52 - 48) + (454 - 32) \cdot 18 =!$

Практично упутство. — *Треба прво извршити означене радње у заградама и заграде заменити тако добијеним резултатима; затим најпре извршити назначена множења, па онда сабирања и одузимања.*

15. Месечна је плата једног чиновника 3 450 динара. Колико прима годишње? Колика је његова годишња уштеда кад недељно троши 750 динара? (2 400).

16. За једну грађевину потребно је 20 000 цигала. Колико још недостаје кад је већ стигло 68 кола, свака са по 275 комада? (1 300).

17. На једним колима има натоварено 5 буради од по 235 килограма тежине, 7 сајдука по 96 килограма, 9 џакова по 136 килограма. Колики је целокупан терет на колима? (3 071).

18. Један богат сељак има 17 крава, од којих свака даје дневно по 6 литара млека. Од овога се 10 литара узме за домаћу потребу, а остало се продаје по 2 динара и 50 пара литар. Колики је недељни приход од млека? (1 610).

19. Неко купи једну шуму која је велика 850 хектара, за 3 000 000 динара. Он шуму посече и добије 580 кубних метара дрва за грађу, па то прода по 540 динара један кубни метар. Осим тога добије 2 250 кубних метара дрва, што се може употребити у разне корисне сврхе, и то све распрода по 200 динара метар. Остатак од 75 000 кубних метара распрода као дрво за гориво по 160 динара кубни метар. Земљиште прода по 1 900 динара хектар. Колика је његова добит?

20. Једном непознатом броју додамо 16; тај збир је три пута већи од 66; који је тај непознат број?

21. Један трговац купи 485 метара платна по 7 динара метар, купи још једну врсту и то 342 метра по 11 динара; платио је за друге трошкове 142 динара; колико је зарадио кад је све продао за 9 243 динара?

22. Три лица поделе једно наследство: први добије 5 000 динара више од другог; трећи прими два пута више неголи што износи део другог; колико је целокупно наследство ако је други добио 6 000 динара мање од трећег?

23. У један базен тече вода из две славине. Прва даје за сат 30 литара, друга 22 литра. Неко отвори прву славину у 8 сати ујутру. Тада је у базену већ било од раније 46 литара. У подне отворе и другу славину. У 2 сата по подне базен је већ био пун. Колико литара хвата тај базен?

24. Један часовник изостаје по 3 минута дневно. Колико сати он показује 3 марта у подне ако је тачно дотеран 25 фебруара у подне и ако је година проста? А ако је преступна?

25. Два бициклиста обилазе једну кружну стазу дугачку 2 385 метара. Први пређе за минут 365 метара, а други 418. Колико ће метара други прећи више од првога за 45 минута?

Покажи да ће се они по истеку овога времена наћи на истом месту ако је, у почетку, обојици била једна иста полазна тачка!

26. Један трговац је купио каву по 48 динара килограм, чај по 120 динара, а чоколаду по 36 динара један килограм. Он прода 12 килограма каве, три килограма чаја и 23 килограма чоколаде и прими 2 072 динара. Колико је зарадио?

27. Један комад платна од 13 метара купљен је по 41 динар метар. Трговац примети да су два метра неупотребљива, а остатак прода по 59 динар метар. Колико је зарадио?

28. Неко се погоди да прода своју земљу од 345 *ари* по 34 динара *ар*. Он не добије целокупну суму у новцу, него у замену прими другу земљу од 130 *ари* и извесну суму новаца. Колика је та сума кад један *ар* ове друге земље вреди 41 динар?

29. Из једног места А полази сваких 20 минута по један трамвај у правцу места В. Један трамвај који иде из места В сретне трамвај из А пет минута по свом поласку. Он успут

сретне још четири трамваја и стигне у место А 10 минута иза последњег сусрета. Пита се колика је раздаљина од А до В, када се зна да сваки трамвај пређе 1 500 метара за 5 минута.

30. Колико топовских зрна има у једној пирамиди која се састоји из 10 слојева? У првом слоју налази се једно зрно, у другом 2^2 , у трећем 3^2 , у четвртном 4^2 итд. У најнижем 10^2 .

31. Помножи 12 345 769 са 9, 18, 27 итд. Обрати пажњу на резултате! (В. задатак бр. 42)!

32. Страна једне књиге има 35 редова, а сваки ред по 46 слова. Колико би та страна имала више слова кад би имала по један ред мање, али зато у сваком реду по два слова више?

$$33. (1000 - 529 - 348) \cdot (37 + 58 + 63) = ?$$

$$34. (748 - 550 - 3041 + 4632) \cdot (1000 - 864) = ?$$

$$35. (12000 + 18000 - 24799) \cdot (1895 - 1095 - 539) = ?$$

$$36. (7069 + 4831) \cdot (91 + 279) \cdot (4807 - 3557) = ?$$

37. *Шала*: Један човек иђаше за Нови Сад. Среташе га 9 старих циганки, свака носаше по 9 џакова, у сваком џаку било је по 9 мачака, свака мачка имала је по 9 младунаца. Колико је свега њих ишло за Нови Сад?

48. **Бројеви миракули**. — Код бројева које ћемо сад показати дејствују неке чудотворне силе, те при рачунању са њима добијамо нарочито упадљиве и занимљиве резултате. Проверавајте резултате узимајући их за домаће задатке!

38. I миракул.

$$3 \cdot 37 = 111$$

$$11 \cdot 101 = 1111$$

$$3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 37 = 111111$$

$$3 \cdot 3 \cdot 37 \cdot 333 \cdot 667 = 111111111$$

$$3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 37 \cdot 101 \cdot 9901 = 111111111111$$

39. II миракул.

$$1.9 + 2 = 11$$

$$12.9 + 3 = 111$$

$$123.9 + 4 = 1111$$

$$1234.9 + 5 = 11111$$

$$12345.9 + 6 = 111111$$

$$123456.9 + 7 = 1111111$$

$$1234567.9 + 8 = 11111111$$

$$12345678.9 + 9 = 111111111$$

$$123456789.9 + 10 = 1111111111$$

40. III миракул.

$$9.9 + 7 = 88$$

$$98.9 + 6 = 888$$

$$987.9 + 5 = 8888$$

$$9876.9 + 4 = 88888$$

$$98765.9 + 3 = 888888$$

$$987654.9 + 2 = 8888888$$

$$9876543.9 + 1 = 88888888$$

$$98765432.9 + 0 = 888888888$$

$$987654321.9 - 1 = 8888888888$$

41. IV миракул.

$$1.8 + 1 = 9$$

$$12.8 + 2 = 98$$

$$123.8 + 3 = 987$$

$$1234.8 + 4 = 9876$$

$$12345.8 + 5 = 98765$$

$$123456.8 + 6 = 987654$$

$$1234567.8 + 7 = 9876543$$

$$12345678.8 + 8 = 98765432$$

$$123456789.8 + 9 = 987654321$$

42. V миракул. (В. задатак бр. 31!)

$$12345679.9 = 111111111$$

$$12345679.18 = 222222222$$

$$12345679.27 = 333333333$$

$$12345679.36 = 444444444$$

$$12345679.45 = 555555555$$

$$12345679.54 = 666666666$$

$$12345679.63 = 777777777$$

$$12345679.72 = 888888888$$

$$12345679.81 = 999999999$$

43. VI миракул.

$$11^2 = 121$$

$$111^2 = 12321$$

$$1111^2 = 1234321$$

$$111111111^2 = 123456789987654321$$

4. VII миракул. Образујмо редом степене броја 11 до четвртог:

$$11^2 = 121$$

$$11^3 = 1331$$

$$11^4 = 14641.$$

Цифре резултата образују Паскалов троугао. Збирови цифара појединих резултата износе 2^2 , 2^3 , 2^4 . Збир цифара по тоњег реда увек је двапута већи од збира цифара претходног реда.

45. VIII миракул.
 $9^2 = 81$
 $99^2 = 9801$
 $999^2 = 998001$
 $9999^2 = 99980001$
 $99999^2 = 9999800001$

46. IX миракул.
 $4^2 = 16$
 $34^2 = 1156$
 $334^2 = 111556$
 $334^2 = 11115556$
 $33334^2 = 1111155556$

Провери ове интересантне збирове:

<p>47.</p> $1 + 2 = 3 \quad \text{и}$ $1 + 2 + 3 = 6 \quad \text{и}$ $1 + 2 + 3 + 4 = 10 \quad \text{и}$ $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15 \quad \text{и}$	<p>48.</p> $1^3 + 2^3 = 3^2$ $1^3 + 2^3 + 3^3 = 6^2$ $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 10^2$ $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 = 15^2$
--	--

49. Питагорини бројеви: $3^2 + 4^2 = 5^2$.

50. Платоновни бројеви: $3^3 + 4^3 + 5^3 = 6^3$.

51. $11^3 + 12^3 + 13^3 + 14^3 = 20^3$.

Почађали рукописи. Множење.

52. ... 538 <hr style="width: 50%; margin-left: 0;"/> ... 2 202 <hr style="width: 50%; margin-left: 0;"/>	53. 2 8 <hr style="width: 50%; margin-left: 0;"/> 140.. .. 415 <hr style="width: 50%; margin-left: 0;"/>0	54. ... 7 ... <hr style="width: 50%; margin-left: 0;"/> 6 .. 203 <hr style="width: 50%; margin-left: 0;"/> .37..
---	---	---

49. Шифровани рачуни. — Некоме је било потребно да крије своје рачуне од осталог света, па је, уместо цифара за писање бројева, употребљавао слова. То се обично каже: употребљавао *шифру*. Ево таква његова два задатка множења:

55. $\begin{array}{r} \text{И С С . И Н} \\ \text{Н Т Т} \\ \hline \text{И С С} \\ \hline \text{И А Н Т} \end{array}$	56. $\begin{array}{r} \text{И Н У . Н У} \\ \text{Л Н У} \\ \hline \text{Н У С} \\ \hline \text{О И Н У} \end{array}$
--	--

Покушај да откријеш његову шифру! Свако слово стоји наместо једне цифре. У сваком задатку више истих слова стоје наместо једнаких цифара. (Само једно слово не мора у оба задатка да значи исту цифру).

50. Рачунске олакшице. — Имамо да је:

$$24 \cdot 10 = 24 + 24 + 24 + 24 + 24 + 24 + 24 + 24 + 24 + 24 + 24 = 240.$$

Како се из овога може лако израчунати: $24 \cdot 9$, $24 \cdot 8$, $24 \cdot 11$, $24 \cdot 12$?

Размисли на сличан начин и о овим производима:

$$24 \cdot 99, 24 \cdot 98, 24 \cdot 101, 24 \cdot 102!$$

Из ових примера изведи правило, како се лакше и брже множи бројем који је у близини бројева 10, 100, 1000.....

Пример 1. — $87 \cdot 99 = 87 \cdot (100 - 1) = 8700 - 87 = 8613.$

Пример 2. — $1728 \cdot 998 = 1728 \cdot (1000 - 2) = 1728000 - 3456 = 1724544.$

Пример 3. — $625 \cdot 103 = 625 \cdot (100 + 3) = 62500 + 1875 = 64375.$

51. Још неке олакшице. — Из $24 \cdot 8 = 24 \cdot 10 - 24 \cdot 2$ следује кад обрнемо: $24 \cdot 10 - 24 \cdot 2 = 24 \cdot (10 - 2) = 24 \cdot 8.$

На овај начин можемо решавати задатке ове врсте:

1. $72 \cdot 6 - 72 \cdot 4 = 72 \cdot 2.$
2. $256 \cdot 135 - 256 \cdot 35 = 256 \cdot 100.$
3. $210 \cdot 69 + 210 \cdot 31 = 210 \cdot 100.$
4. $59 \cdot 6 + 59 \cdot 3 - 59 \cdot 9 = 59 \cdot 9 - 59 \cdot 9 = 0.$

За усмено вежбање

1. Помножи са 99 бројеве: 12, 16, 19, 24, 32, 48, 84, 92!
2. Помножи са 98 бројеве: 13, 24, 36, 47!
3. Израчунај: $8 \cdot 97$; $12 \cdot 95$; $15 \cdot 96$!
4. Израчунај на два начина: $(72 - 17) \cdot 5$!
5. Израчунај најлакше: $16 \cdot 13 - 16 \cdot 9$; $27 \cdot 37 - 27 \cdot 34$!
6. $19 \cdot 7 + 19 \cdot 3 =$; $37 \cdot 19 + 37 \cdot 1 =$?
7. $43 \cdot 14 - 43 \cdot 4 =$; $39 \cdot 21 - 39 \cdot 20$?

За писмено вежбање

1. $24 \cdot 999 =$; $348 \cdot 999 =$; $2501 \cdot 990 =$?
2. $490 \cdot 998 =$; $268 \cdot 997 =$; $444 \cdot 996 =$?
3. $3559 \cdot 99 =$; $4297 \cdot 98 =$; $3274 \cdot 999 =$?
4. $98 \cdot 99 =$; $999^2 =$; $460 \cdot 990 =$?
5. $997 \cdot 534 =$; $5600 \cdot 98000 =$; $9000 \cdot 36000 =$?

$$6. 365 \cdot 137 =; 365 \cdot 38 =; 1\,095 \cdot 446 + 1\,095 \cdot 554 = ?$$

$$7. 216 \cdot 785 + 216 \cdot 215 - 216 \cdot 2 =; 139 \cdot 587$$

$$- 139 \cdot 447 =$$

$$8. \text{Изрчунај на најпростији начин: } 90 + 98 + 97 + 96 =$$

$$9. 999 + 997 + 995 + 993 =; 9\,999 + 9\,995 =$$

10. Изрчунај $x \cdot (x - 1) \cdot (x - 2)$, кад се место x напише 101!

$$11. 9 \cdot 9 \cdot 9 - 9 \cdot 9 \cdot 59 + 9 \cdot 9 \cdot 149 =$$

$$12. 142\,857 \cdot 7 \cdot (142 + 857) =$$

ГЛАВА VII

ДЕЉЕЊЕ

52. Задатак множења: „Из једног датог множеника и множиоца наћи производ”, допушта две обрнуте радње.

I. Дат је производ и множилац, тражи се множеник.

Пример: $x \cdot 5 = 30$, тј. колики мора бити сваки од 5 једнаких сабирака да бисмо достигли збир 30? Или да се 30 **подели** на 5 једнаких **делова** и да се одреди величина таквог једног дела.

За усмено вежбање

I. Три једнака дела твог лењира износе 15 сантиметара; колики је један такав део?

2. Колико је x у једначини $x + x + x + x = 12$?

3. Колику вредност има x у овим једначинама?

$$48 = x \cdot 4; \quad 70 = x \cdot 7; \quad x \cdot 12 = 60?$$

II. Дат је производ и множеник, тражи се множилац.

Пример: $6 \cdot x = 30$, тј. колико сабирака једнаких броју 6 дају збир 30? Или колико пута се 6 **садржи** у 30?

Ево неколико zgodних примера за овај случај:

1. Колико пута треба 7 узети као сабирак да добијемо 42?

2. Колико нам петпараца треба за један динар? Колико десетпараца дају два динара?

3. Колико сабирака садржи збир 80 кад је сваки сабирак 16?

4. Колику вредност има x у једначинама:

$$25 \cdot x = 100; \quad 160 = 80 \cdot x; \quad 1\,000 = 200 \cdot x?$$

53. Због тога што множеник и множилац могу да мењају своја места, оба горња задатка решавају се једном рачунском радњом **дељењем**.

Делити значи: из једног датог производа и једног датог чиниоца, тражити други чинилац.

Дати производ зове се **дељеник**, дати чинилац **делилац** (делитељ), тражени чинилац **количник**. Знак дељења је „ : ”, две тачке, или хоризонтална црта. Начин писања је тада:

Дељеник : **делилац** = **количник**.
(производ) (дати чинилац) (тражени чинилац)

$$\frac{\text{дељеник}}{\text{делилац}} = \text{количник.}$$

Од два горња примера први се пише $30 : 5 = 6$, други $30 : 6 = 5$.

Речју **количник** означава се и свака веза између бројева или бројних израза помоћу знака дељења.

$$\text{Пример: } 30 : 6, \quad \frac{30}{6}, \quad \frac{25 + 5}{6}, \quad (25 + 5) : 6.$$

За усмено вежбање

Напомена. — Потребни подаци исписују се на табли, а ученици затворе књиге.

1. Подели 144 са 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24, 36!

2. $78 : 3 =$; $87 : 3 =$; $126 : 9 =$; $196 : 7 =$; $300 : 12 =$!
 $1\,000 : 8 =$

3. Колика је половина од 54, 74, 98, 116, 134, 176, 198, 330?

4. Колика је четвртина од 68, 108, 148, 196, 300, 680, 1 400, 2 000?

5. Колика је седмина од 84, 98, 126, 196, 364, 560, 1 050, 5 600?

6. Колика је деветина од 108, 144, 198, 360, 333, 630, 1 080, 8 100?

7. Колико туцета има у 60, 96, 132, 168, 600 комада?

8. Којим бројем треба помножити 3 да добијемо 132?

9. Колико је x у једначини $5 \cdot x = 135$?

10. $6 \cdot x = 222$; $15 \cdot x = 330$; $18 \cdot x = 900$; $25 \cdot x = 1\,000$?

11. Колико пута се садржи 5 у 120, 175, 240, 365, 900?

12. „ „ „ „ 6 у 162, 210, 330, 450, 1500?

13. „ „ „ „ 12 у 108, 168, 192, 240, 300?

14. „ „ „ „ 24 у 120, 192, 216, 720, 1200?
 15. Чиме треба поделити 111 да би се добило 3?
 16. „ „ „ 112 „ „ „ „ 4?
 17. „ „ „ 200 „ „ „ „ 25?
 18. „ „ „ 450 „ „ „ „ 30?
 19. „ „ „ 600 „ „ „ „ 20?
 20. „ „ „ 1 000 „ „ „ „ 40?
 21. Дељеник делилац количник
- | | | |
|-----|----|----|
| 108 | 36 | x |
| 90 | x | 5 |
| 84 | x | 14 |
| x | 7 | 13 |
| 126 | x | 14 |
| 180 | x | 15 |
| x | 8 | 25 |
| 180 | 36 | x |
| x | 20 | 20 |

22. Чиме треба заменити x у једначинама:

$$90 : x = 6; \quad x : 90 = 6; \quad 90 : 6 = x$$

$$100 : 20 = x; \quad x : 20 = 100; \quad 100 : x = 20$$

$$84 : x = 21; \quad 222 : 37 = x; \quad x : 15 = 40$$

$$135 : x = 15; \quad 150 : x = 25; \quad x : 24 = 60?$$

23. Колико пута се може 50 одузети од 200? 40 од 240; 60 од 420; 80 од 640?

24. Производ два броја је 10 000 један чинилац је 100. Колики је други?

25. Подели збир бројева 47 и 37 са 12!

26. Подели разлику бројева 200 и 144 са 14!

27. Збир бројева 60 и 36 подели разликом тих истих бројева!

28. Подели 400 са 8, па затим добијени количник са 25!

29. Подели 1 000 производом бројева 50 и 5!

54. Пошто је $6 \cdot 1 = 6$, следује из тога

$$6 : 1 = 6 \text{ и } 6 : 6 = 1.$$

Кад је делилац 1, количник је једнак дељенику; кад су дељеник и делилац једнаки, количник је једнак јединици.

Из ових правила могу се извести и ови занимљиви резултати:

$$7 = 7 \cdot 1 = 7 \cdot \frac{5}{5} = 7 \cdot \frac{9}{9} \text{ итд.}$$

55. Нула помножена ма којим бројем даје нулу. Отуда нула подељена ма којим бројем даје опет нулу:

$$\frac{0}{\text{ма који број}} = 0.$$

56. Рекли смо да је дељење радња којом се из познатог производа и једног чиниоца тражи други чинилац. Из овога можемо одмах извести још два врло проста правила:

1. Ако се производ два броја, на пр. $9 \cdot 5$, подели једним чиниоцем, на пр. 9, добија се други чинилац 5.

2. Ако се количник, на пр. $\frac{18}{6}$, помножи делиоцем 6, добија се дељеник 18.

За усмено вежбање

Напомена. — Потребни подаци пишу се на табли, а ученици затворе књиге.

1. $10 : 10 =$; $12 : 12 =$; $19 : 1 =$; $100 : 1 =$

2. Колику вредност има x у једначинама: $8 : x = 8$; $45 = 45 : x$; $12 : x = 1$; $x : 17 = 1$; $17 : x = 17$?

3. $0 : 57 =$; $0 : 96 =$; $\frac{0}{101} =$; $\frac{8-8}{29} =$.

4. $\frac{20 \cdot 13}{20} =$; $\frac{21 \cdot 17}{17} =$; $(7 \cdot 19) : 7 =$.

5. $(8 \cdot 35) : 35 =$; $\frac{191 \cdot 1}{191} =$; $\frac{302}{302 \cdot 1} =$.

6. $\frac{39}{13} \cdot 13 =$; $\frac{32}{16} \cdot 16 =$; $(48 : 16) \cdot 16 =$.

7. $(96 : 24) \cdot 24 =$; $(35 : 35) \cdot 35 =$.

8. $(85 : 1) \cdot 6 =$; $\frac{0 \cdot 59}{60} =$.

9. $(144 : 12) : 12 =$; $(67 : 67) \cdot 67 =$.

10. $(1\,000 : 8) : 125$; $(67 \cdot 58) : 58 =$.

11. $36 : (180 : 5) =$; $(126 - 126) : 39 =$.

За писмено вежбање

1. $\frac{717 - 589}{16 \cdot 8} =$; $\frac{95 - 1\,045 : 11}{779} =$.

$$2. \frac{57 \cdot 11}{339 + 288} =; \frac{55 \cdot 39 - 1145}{(333 + 167) \cdot 2} =$$

$$3. \left(\frac{891}{9} \cdot 57 - 5643 \right) : 7 =; \frac{237 \cdot 85}{500 - 263} =$$

4. Колико је x у једначинама:

$$333 : (400 - 67) = x; \quad (2000 - 380) : x = 9;$$

$$(537 + 192) \cdot x = 27 \cdot 27; \quad x : (1125 : 9) = 1480 : 8?$$

$$5. \frac{67 \cdot (1000 - 673)}{469 : 7} =; \frac{289 - (289 : 17)}{272} \cdot 35 = ?$$

57. Дељење именованих бројева. — Код множења множе-ник може бити именован број, али множилац то не сме бити. Резултат добија назив множеника.

Пример: 3 динара \cdot 8 = 24 динара.

Код дељења је то мало друкчије. Видећемо то на два проста примера.

1. Дат је производ 24 динара и множилац 8, тражи се мно-женик.

Решење: 24 динара : 8 = 3 динара.

У овом случају је дељеник *именован* број, делилац *неименован*. Количник добија назив дељеника.

2. Познат је производ 24 динара и множеник 3 динара, тражи се множилац.

Решење: 24 динара : 3 динара = 8.

Говоримо 3 динара у 24 динара садрже се 8 пута. У овом случају су дељеник и делилац истоимени бројеви. Количник мора бити неименован. Овакво дељење је дељење у смислу **садржавања или мерења**.

Оно прво дељење је **деоба, раздељивање**.

Још један пример за први случај: 4 хектолитра вина стају 2 400 динара; колика је цена једном хектолитру?

Одговор: 2 400 динара : 4 = 600 динара.

Још један пример за други случај: 72 јабуке подељене су извесном броју ученица тако, да је свака добила по 3 јабуке. Колики је број ученица?

Одговор: 72 јабуке : 3 јабуке = 24.

Било је 24 ученице.

За усмено вежбање

1. 60 динара : 12 =; 90 килограма : 18 =; 144 ораха : 16 =

2. 98 пара : 7 =; 120 часова : 15 =; 365 дана : 5 =.

3. 240 килограма : 48 =; 330 метара : 11 =.

4. 52 динара : 13 =; 105 пара : 5 пара =.

5. 840 минута : 60 минута =; 169 килограма : 13 килограма =; 540 миља : 9 миља =.

6. Пошто је:

1 тона кад 4 тоне стају 108 динара;

1 метар кад 15 метара стају 195 динара;

1 литар кад 3 литра стају 84 паре;

1 поморанца кад 18 поморанци стају 12 динара и 60 пара?

7. 360 ораха подељено је на 20 дечака и 25 девојчица, свима подједнако. Колико је свако дете добило?

8. Једна шунка од 4 килограма плаћена је 180 динара. Пошто је један килограм?

9. Једна држаља стаје 3 динара; колико се таквих држаља може добити за 36 динара, 72 динара, 96 динара, 150 динара, 192 динара, 216 динара?

10. Туце флаша вина стаје 300 динара; пошто је једна флаша?

11. Један комад штофа има 117 метара; колико се одела могу начинити од тог комада кад је за свако одело потребно 3 метра?

12. Колико је дводинараца потребно да се исплати сума од 120 динара? Колико петодинараца? Колико новчаница од 10 динара?

13. Колико се пута може напунити један суд од 3 литра из бурета у коме има 102 литра?

14. Кад један бициклист пређе за један сат просечно 16 километара, колико му сати треба за 80 километара? За 112 километара? За 144 километра?

15. Из једне цеви истече за минут 15 литара воде; за које ће време истећи 90 литара? 120 литара? 180 литара? 240 литара?

16. 300 динара треба на столу поређати у групе тако, да у свакој групи буде по 5 комада исте врсте новца. Колико ће група бити ако су то све сами динари? Шта ће бити ако су само дводинарци? Петодинарци? Новчанице од 10 динара?

17. Неко купи једно имање за 135 000 динара и плати петину од тога у готовом новцу. Колико остаје дужан?

18. Један чиновник прима годишње 45 000 динара; колико добија за четврт године?

19. На колико дечака треба поделити 216 ораха кад сваки треба да добије по два туцета?

20. Колико су то дана 72, 120, 192, 240, 336 часова?

21. Човек удахне ваздух у себе за дан 21 600 пута; колико то дође на један сат? Колико на један минут?

22. Кад 20 подједнако вредних радника зараде заједно за недељу дана 720 динара, колико дође недељно на једног радника? Колика је надница једног радника?

23. Од 5 600 килограма сена потроши се дневно 28 килограма. Колико ће трајати ово сено?

58. Остатак код дељења. — Често се дешава да по свршеном дељењу добијемо остатак. На пр. $17 : 5 = 3$ и остатак је 2, јер не постоји ни један *цео* број који, узет 5 пута као сабирак, даје 17. Тада је $17 = 3 \cdot 5 + 2$.

59. Дељење вишецифрених бројева. — Разликоваћемо четири случаја:

1 случај. — Делилац и количник имају само по једну цифру. У овом случају треба знати резултате напамет. Те резултате можемо наћи у Питагориној табlici множења.

Нека нам је задато да поделимо 15 са 3. Ми ћемо тражити у ступцу који почиње са 3 број 15. Овај број се налази у реду који почиње са 5, према томе 15 је производ бројева 3 и 5; 5 је дакле тражени количник.

Ако имамо да поделимо 15 са 4, ми ћемо у ступцу који почиње са 4 тражити број 15. Овога броја у том ступцу нема. Тада посматрамо бројеве који су њему најближи и налазе се у ступцу који почиње са 4. Ти су бројеви 12 и 16. Између њих се налази број 15. Ми ћемо увек узети мањи број, у овом случају 12. Ред у коме се налази број 12 почиње са 3; према томе количник је 3 и *остатак* 3.

2. случај. — Дељеник је вишецифрен број, делилац једноцифрен.

Пример: $7\ 524 : 6$.

Њадићемо као код множења.

$$7\ 524 : 6 = (7X + 5C + 2D + 4J) : 6.$$

$$7X : 6 = 1X, \text{ остатак } 1X = 10C; 10C + 5C = 15C.$$

$$15C : 6 = 2C, \text{ остатак } 3C = 30D; 30D + 2D = 32D.$$

$$32D : 6 = 5D, \text{ остатак } 2D = 20J; 20J + 4J = 24J.$$

$$24J : 6 = 4J.$$

$$\text{Имамо: } 7\ 524 : 6 = 1X + 2C + 5D + 4J = 1\ 254.$$

Рачунање се изводи на овај начин:

$$\begin{array}{r} 7524 : 6 = 1\ 254 \\ \underline{15} \\ 32 \\ \underline{24} \\ 0 \end{array}$$

Напомена. — Ученици треба да се вежбају да деле једноцифреним бројем без икаквих потписивања, да напамет сврше потребне радње. На пример:

$$7\ 524 : 6 = 1\ 254.$$

При томе се говори: 6 у 7, 1; 6 у 15, 2; 6 у 32, 5; 6 у 24, 4. 3 случај. — Делилац је ма какав број, а количник има само једну цифру.

Пример: $423 : 65$.

Узмемо у делиоцу јединице највишег реда, то су у овом примеру десетице. поделимо 42, а то су десетице дељеника, са 6, тј. питамо се: 6 десетица у 42 десетице колико пута се садрже. Садрже се 7 пута. Пробамо 7 на тај начин, што помножимо делилац 65 са 7.

$$65 \cdot 7 = 455.$$

Производ 455 је већи од дељеника 423; тада пробамо 6:

$$65 \cdot 6 = 390.$$

Производ 390 је мањи од дељеника 423; он се одузме од дељеника. То се пише овако:

$$\begin{array}{r} 423 : 65 = 6 \\ 390 \\ \underline{33} \end{array}$$

6 је количник, а 33 остатак.

Отуда имамо ово **практично упутство** за дељење ма којим бројем, ако је количник једноцифрен број.

Да бисмо одредили количник који је једноцифрен број, треба у делиоцу узети цифру највишег реда и њоме поделити исте јединице дељеника. Цифром која се тако добије množимо делилац. Ако је производ мањи од дељеника, нашли смо количник. Ако то није случај, пробамо цифру која је за један мања, и тако продужавамо све док не нађемо цифру чији ће производ са делиоцем бити мањи од дељеника.

Назад се нађени задовољавајући производ одузме од дељеника и тако добије остатак.

У пракси се одузимање врши једновремено са множењем. На пример да поделимо 4 854 са 515.

$$\begin{array}{r} 4\ 854 : 515 = 9 \\ \underline{219} \end{array}$$

При томе говоримо: 5 стотина у 48 стотина садрже се 9 пута; 9 пута 5, 45 и 9 (које се једновремено и пише као остатак), 54, 5 задржавам; 9 пута 5, 45 и 1 задржано 46 и 2, 48.

Количник је 9, остатак 219.

Напомена. — Може се десети да прва цифра коју пробамо буде и сувише велика. Тада се она може снизити и за више јединица, да бисмо што пре добили тачну цифру.

Али може се десети да тако узмемо мању цифру од тачне. То ћемо опазити по томе, што ће у оваквом случају остатак бити већи од делиоца.

4 општи случај. — Дељеник, делилац и количник су ма какви бројеви.

Пример: 93 440 : 365.

Решење: 93 440 : 365 = (934С + 4Д) : 365;

934С : 365 = 2С, остатак 204С = 2 040Д; 2 040 Д + 4Д = 2 044 Д

730

204

2 044Д : 365 = 5Д, остатак 219Д = 2 190Ј.

1 825

219

2 190Ј : 365 = 6Ј.

Имамо 93 440 : 365 = 2С + 5Д + 6Ј = 256.

Обичан начин писања је овај:

$$93440 : 365 = 256$$

2044

2190

0.

Отуда имамо ово **практично упутство** за дељење бројева уопште: Одвојимо у дељенику с леве стране толико цифара, да добијемо број већи од делиоца, али да пазимо да не буде 10 пута већи. Тако добијамо први делимични дељеник. Тај први делимични дељеник поделимо делиоцем. Добијамо прву цифру количника и пишемо је одмах до знака једнакости. Од првог делимичног дељеника одузмемо производ делиоца и прве цифре количника. Добијамо први остатак. Десно од првог остатка допише се прва занемарена цифра у дељенику. Тако добијемо други делимични дељеник, који делимо делиоцем. Добијамо другу цифру количника и пишемо је десно од прве. Производ делиоца и друге цифре количника одузме се од другог делимичног дељеника. Добијамо други остатак. Десно од другог остатка допише се друга занемарена цифра из дељеника, и тако непрестано док се не употребе све цифре дељеника. Последњи остатак је остатак дељења.

Ако је неки делимични дељеник мањи од делиоца, у количнику се напише нула, а спусти следећа цифра из дељеника.

Још један пример, ради примене горњег практичног упутства.

$$43\ 897 : 417 = 105$$

02 197

112

При чему треба говорити: Одвајам три цифре, с лева у дељенику. 417 у 438 садржи се 1 пут; 1 пут 7, јесу 7 и 1, 8; 1 пут 1 је 1 и 2, 3; 1 пут 4 је 4 и 0, 4; спустим 9; 417 у 219 не може, пишем нулу у количнику; спустим 7; 417 у 2197, тј. 4 у 21, садржи се 5 пута; 5 пута 7, 35 и 2, 37, 3 задржавам; 5 пута 1, 5 и 3 задржано 8 и 1, 9; 5 пута 4, 20 и 1, 21.

Количник је 105, а остатак 112.

Напомена 1. — У овом примеру ми смо једновремено množили и одузимали. Са мало вежбања сваки може успети да избегне потписивање делимичних производа и њихово накнадно одузимање.

Напомена 2. — Ако је при дељењу неки делимични остатак нула, а све цифре које треба даље спуштати из дељеника такође нуле, онда се оне све одмах пренесу у количник.

Пример. $214\ 600 : 58 = 3\ 700$

$$\begin{array}{r} 40\ 6 \\ \hline 0. \end{array}$$

Напомена 3. — Ако се дељеник и делилац свршавају нулама, можемо при дељењу избрисати све нуле у делиоцу, и исти толики број нула у дељенику. Количник се неће променити. Тако можемо дељење упростити.

Пример: $36\ 000 : 2\ 400 = 360 : 24 = 15$.

Овај поступак постаје јасан ако дељење напишемо овако:

$$360C : 24C = 15.$$

Напомена 4. — Ако при оваквом дељењу имамо остатак, онда се он мења. Тачан остатак се добија кад се на нађеном остатку допише толико нула, колико смо прецртали.

Пример: $4\ 500 : 70$.

Ако прецртамо једну нулу, биће: $450 : 7 = 64$

$$\begin{array}{r} 30 \\ \hline 2. \end{array}$$

Количник је 64, а остатак не 2, већ 20. То се најбоље види ако извршимо дељење без прецртавања нула:

$$\begin{array}{r} 4\ 500 : 7 = 64 \\ \hline 300 \\ \hline 20. \end{array}$$

Количник је 64, остатак 20.

Напомена 5. — Видели смо да је количник исти кад смо делили 360 са 24 и 36 000 са 2 400. Кад посматрамо бројеве 360 и 36 000, видимо да је 36 000 веће 100 пута од 360. Исто тако 2 400 је 100 пута веће од 24. Отуда имамо два важна правила:

1. Количник се не мења ако се дељеник и делилац помноже једним истим бројем.

2. Количник се не мења ако се дељеник и делилац поделе једним истим бројем.

Напомена 6. — Лако можемо унапред погодити колико ће цифара имати количник. Број цифара количника једнак је броју

нула, које треба дописати десно делиоцу, да би се тако добио први већи број од дељеника.

На једном примеру то ћемо одмах видети боље. Тако количник броја 4 534 са 26 имаће три цифре. Ако броју 26 допишемо две нуле, добијемо број 2 600, који је мањи од 4 534. Ако му допишемо три нуле, добијамо 26 000, број који је већи од 4 534, тј. дељеник је већи од стоструког делиоца, а мањи од хиљадоструког. Количник је према томе већи од 100, а мањи од 1 000, има сигурно три цифре.

60. Проба дељења. — Пробу дељења вршимо обично кад помножимо делилац и количник као чиниоце, па том производу додамо остатак. Треба да се добије дељеник.

61. Проба са 9. — Како се дељеник може да сматра као производ, а делилац и количник као чиниоци, то и на дељење можемо применити пробу са 9.

Пример: Кад смо број 93 440 поделили са 365, добили смо 256. Сматраћемо 365 и 256 као чиниоце, а 93 440 као производ. Тада сабирамо цифре првог чиниоца:

3 и 6, 9, одузмем 9, нула; нула и 5, 5, пишем 5 у левом углу.

2 и 5, 7; 7 и 6, 13; 13 мање 9, 4. Пишем 4 у десном углу.

Множимо 5 и 4, 20, збир цифара 2 и 0, 2; пишем 2 у углу горе.

Сабирам цифре производа (дељеника), 9 и не узимам у обзир; 3 и 4, 7; 7 и 4, 11; 11 мање 9, 2; 2 пишем у последњем углу.

$$\begin{array}{r} 2 \\ 5 \quad 4 \\ \times \quad 2 \\ \hline \end{array}$$

Цифре у горњем и доњем углу једнаке су. Вероватно је да је дељење тачно.

Напомена. — Ако је дељење са остатком, онда пре пробе са 9 треба остатак одузети од дељеника.

За усмено вежбање

$$1. 230 : 10 = ; 4\ 800 : 400 = ; 200 : 40 = ; 5\ 0000 : 250 = .$$

$$2. 48\ 000 : 12\ 000 = ; 60\ 000 : 300 = ; 10\ 000 : 2\ 000 = .$$

3. $100\ 000 : 4\ 000 =$; $144\ 000 : 3\ 600 =$.
4. Колики је количник и остатак у овим задацима:
 $18 : 3 =$; $28 : 4 =$; $35 : 7 =$; $18 : 9 =$; $14 : 3 =$; $21 : 6 =$;
 $43 : 8 =$; $40 : 7 =$; $48 : 5 =$; $39 : 8 =$?
5. $53 : 11 =$; $60 : 13 =$; $70 : 15 =$; $90 : 19 =$; $100 : 24 =$;
 $120 : 36 =$; $144 : 60 =$; $200 : 70 =$; $400 : 90 =$.
6. $230 : 70 =$; $430 : 90 =$; $500 : 80 =$.
7. Од кога је броја половина 9, 11, 13, 15, 19, 27, 65, 135, 248?
8. Од кога је броја четвртина 12, 16, 17, 19, 25, 35, 66, 125, 255?
9. Колика је трећина онога броја чија је половина 6?
10. Колика је четвртина онога броја чија је трећина 8?
11. Колика је петина онога броја чија је трећина 15?
12. Колико се књига по 18 динара могу купити за 100 динара?
13. Кад један радник за 5 дана заради 120 динара, за које ће време зарадити 180 динара?
14. У једној породици било је дванаесторо деце, и то двапут више мушке него женске. Колико је било мушкараца, а колико женских?
15. У једном разреду било је 45 ђака. Добрих је било 4 пута више од слабих. Колико је било добрих, а колико слабих?

Питања

1. Каква је рачунска радња дељење?
2. Шта је дељеник, делилац, остатак?
3. Шта значи наћи половину, трећину, четвртину и петину неког броја?
4. Какав однос постоји између дељеника, делиоца и количника? Покушај да напишеш тај однос словима!
5. Кад се зна делилац, количник и остатак, како се може одредити дељеник? Пример: делилац 5, количник 4, остатак 3.
6. Кад се зна дељеник, количник и остатак, како се може одредити делилац? Пример: дељеник 23, количник 4, остатак 3.
7. Може ли се дељење схватити као скраћено одузимање?
8. Шта ће бити са количником ако се дељеник помножи једним бројем, а делилац остане непромењен?

9. Шта ће бити са количником ако се дељеник подели једним бројем, а делилац остане непромењен?
10. Шта ће бити са количником ако се делилац помножи неким бројем, а дељеник остане непромењен?
11. Како се мења количник ако се делилац подели неким бројем, а дељеник остане непромењен?
12. Хоће ли се променити количник ако се дељеник и делилац помноже једним истим бројем?
13. Мења ли се количник кад се дељеник и делилац поделе једним истим бројем?
14. Ако се дељеник повећа за двоструки делилац, шта ће бити са количником?
15. При једном дељењу остатак је 42, а делилац је мањи од 44. Погоди делилац!
16. Ако се дељенику дода разлика између делиоца и остатка, шта ће бити са количником?
17. Како можемо погодити колико ће цифара имати количник?
18. Кажите практично упутство за дељење бројева! Општи случај.
19. Шта значи кад добијемо остатак већи од делиоца?
20. Шта можемо радити ако се дељеник и делилац свршавају нулама?
21. Како се врши проба дељења?
22. Може ли се извршити проба дељења са 9, и како?
23. Кад се један број може без остатка да подели са 2, 5 и 10? У том случају каже се да је број *дељив* са 2, 5 и 10.

За писмено вежбање

Најпре одређуј број цифара количника, а затим извршуј пробе:

1. $1\ 728 : 8 =$; $\frac{1\ 050}{14} =$; $3\ 339 : 9 =$
2. $267\ 615 : 15 =$; $9\ 460 : 22 =$; $7\ 981 : 23 =$
3. $\frac{15\ 980}{34} =$; $837\ 584 : 88 =$; $281\ 232 : 62 =$
4. $11\ 564 : 49$; $\frac{1\ 000\ 000}{64} =$; $\frac{3\ 200}{80 \cdot 4} =$

5. $4\,508 : 495 =$; $29\,160 : 108 =$; $18\,252 : 234 =$;
 $185\,802 : 19 =$
6. $42\,157 : 197 =$; $31\,360 : 245 =$; $40\,320 : 315 =$
7. $70\,042 : 249 =$; $480\,000 : 768 =$ $1\,404\,683 : 1\,841 =$
8. $64\,534 : 243 =$; $1\,534\,975 : 395 =$; $45\,378 : 3\,942 =$
9. $604\,867 : 5\,903 =$; $6\,784\,967 : 6\,583 =$
10. $55\,122\,200 : 880 =$; $785\,772 : 828 =$
11. $3\,000\,000 : 37\,500 =$; $16\,000\,000 : 6\,400 =$
12. $61\,257\,180 : 762 =$; $350\,730\,240 : 3\,920 =$
13. $125\,652\,870 : 1\,743 =$; $389\,919\,552 : 5\,819 =$
14. $4\,000\,000 : 777 =$; $1\,000\,000 : 998 =$
15. $83\,776\,655 : 6\,006 =$; $200\,000\,000 : 114\,000 =$
16. $59\,420\,000 : 14\,600 =$; $30\,160\,000 : 20\,800 =$
17. $933\,696 : 1\,621 =$; $2\,093\,790 : 4\,915 =$
18. $2\,759\,454 : 3\,799 =$; $4\,420\,386 : 4\,506 =$
19. $1\,013\,040 : 9\,648 =$; $5\,796\,850 : 56\,280 =$
20. $8\,840\,772 : 27\,036 =$; $92\,115\,270 : 10\,218 =$
21. $3\,266\,966 : 29 =$; $3\,654\,783 : 209 =$
22. $1\,799\,721 : 49 =$; $1\,621\,720 : 468 =$
23. $1\,578\,192 : 183 =$; $1\,644\,696 : 318 =$
24. $16\,499\,010 : 286 =$; $11\,115\,686\,010 : 1\,243 =$
25. $131\,626\,854 : 2\,309 =$; $423\,918\,540\,000 : 88\,500 =$

26. Сума од 3 645 динара треба да се подели на 6 лица тако, да сваки добије подједнако. Може ли се тако цела сума да подели на једнак број динара? Колико свако лице добија? Колики је остатак, ако га има?

27. Колико има недеља у години?

28. Комад платна стаје 629 динара. Пошто је један метар кад се зна да у комаду има 17 метара?

29. Колики је множеник кад је производ за 1 мањи од милиона, а множилац је 27?

30. Израчунај делилац кад је дељеник 222 230, а количник 142!

31. Подели са 11 бројеве 111, 1 111, 11 111. Одреди остатак, ако га има!

32. Који број треба помножити са 399 да бисмо добили 594 909?

33. Број 931 392 подели на 99 једнаких делова!

34. Кад је неко за годину издао 4 380 динара, колики је издатак за један дан?

35. Колико пута се садржи 48 у 1 776; 365 у 65 700; 198 у 729 000?

36. Подели 50 976 000 са 3 600, затим добијени количник са 24.

37. Производ два броја је 11 125, један чинилац је 89, колики је други?

38. Којим бројем треба помножити 76 да бисмо добили 2 336 968?

39. Хиљадоструки број 876 треба поделити са 7 008!

40. Којим бројем треба поделити 11 011 да бисмо добили 91?

41. Грађење једне железнице од 44 километра дужине стало је 15 400 000 динара. Колико је плаћено просечно за један километар?

42. Када звук пређе за један секунд пут од 333 метра, после колико секунда ће се чути пуцањ на даљини од 5661 метра?

43. Из једног базена, у који може стати 33 558 литара, а који је напуњен до половине, истиче сваког сата по 987 литара. После колико часова ће се испразнити?

44. Полупречник Земље износи 6 370 километара, полупречник Сунца 694 330 километара. Колико пута је већи полупречник Сунца од полупречника Земље?

45. За 26 коња опремљено је за 17 недеља 11 050 килограма зоби. Колико килограма добије сваки коњ недељно?

46. У Београду је, школске 1927-8 године, било у средњим школама 7 029 ученика и ученица. За школске потребе у тој години издали су сви укупно 6 872 985 динара. Колико, просечно, потроши сваки ученик за једну школску годину?

47. Код једног осигуравајућег друштва, против пожара, за 1928 годину износи сума осигурања на зграде 9 987 890 200 динара. Ако је број чланова свих породица, чије су зграде осигуране, 120 100, по колико динара дође на сваког члана породице?

48. Квадрат једнога броја је 289, његов куб је 4 918. Који је тај број?

За понављање

(Сабирање, одузимање, множење и дељење).

1. Колико треба одузети од 144 да би се добио број у коме се 21 садржи без остатка?
2. $(3\ 000 - 84) : 54 =$; $(1\ 000\ 000 - 1) : 111 =$
3. $(24 \cdot 50) : 200 =$; $(483 + 246) : 81 =$
4. Подели збир бројева 880 и 680 оним бројем који је за 16 мањи од 120!
5. Додај количнику бројева 1 024 и 64 једанаести део од 6 666!
6. Одузми од количника бројева 4 000 и 25 шести део од 900!
7. Подели производ бројева 255 и 125 разликом бројева 120 и 75!
8. Неко је стар управо хиљаду недеља. Колико година и колико недеља има он? У којој је години живота?
9. Подели 69 816 са 14 и додај количнику осми део од 1 000!
10. Колико пута се садржи збир бројева 329 и 175 у 50 400?
11. Колико пута се садржи 360 у збиру бројева 1 280 и 880?
12. Колико пута се садржи разлика бројева 792 и 594 у њиховом збиру?
13. Који број је за 462 већи од 517-ог дела броја 19 646?
14. За колико треба смањити 32 000 да се добије 32-ги део од једног милиона?
15. Подели 200 000 са 64 и одузми од количника производ бројева 32 и 97.
16. За колико је количник бројева 11 001 848 и 1 244 мањи од 10 000?
17. Израчунај на два начина: $(28 + 49) : 7$; $(39 + 91) : 13$; $(1\ 700 + 1\ 500) : 100!$

Проблеми

1. Подели 54 897 динара на два лица тако, да прво лице добије 345 динара више неголи друго!
2. Подели 46 865 динара на три лица тако, да прво лице дорије 648 динара више од другог, а друго 348 динара више од трећег!

3. Један трговац купи 105 килограма каве по 36 динара килограм, 82 килограма чаја по 108 динара, и 60 килограма чоколаде. Платио је свега 16 236 динара. Колика је цена килограму чоколаде?

4. Један извор даје воде за 5 сати 420 литара; други 367 литара за 7 сати; трећи 528 литара за 8 сати. За које ће време сва три ова извора да напуне базен који хвата 3 015 литара, ако се једновремено пусти вода у базен из сва три извора?

5. Подели 3 357 динара међу три лица тако, да прво добије двапута више од другог, а да део трећег буде мањи за 453 динара од збира делова прва два лица!

6. Нађи три броја, знајући да је збир првога и другог 1 425, збир првога и трећег 1 191, збир другог и трећег 1 230!

7. Један ратни брод гони једну трговачку лађу. Даљина која их раздваја износи 33 336 метара. Пита се колико ће времена трајати гоњење, кад брод прелази на сат 14 миља а трговачка лађа 8 миља. Морска миља има 1 852 метра.

8. Оцу је 43 године, сину 11. После колико година ће отац бити трипута старији од сина?

Упутство: Разлика између очевих и синовљевих година је стална.

9. Једном броју додамо 2, тако добијени збир помножимо са 6; добијемо 54. Који је тај број?

10. Један човек купи берберског сапуна по 36 динара туце. На свако туце добије по један сапун бесплатно. Он препрода сваки сапун по 4 динара. Тако заради 64 динара. Колико је туцета купио?

11. Неко је купио 112 килограма каве и 47 килограма чаја. Кад је све то продао за 9 900 динара, зарадио је 1 376 динара. Пошто је плаћао килограм чаја, кад је каву платио по 36 динара?

12. Неко је купио 149 метара платна и 65 метара штофа за 7 110 динара. Колика је цена платна и штофа ако је метар штофа пет пута скупљи од метра платна?

13. *Шала*: Један пуж пење се уз дрво високо 19 стопа. За дан се попне 7 стопа, а за ноћ склизи натраг за 4 стопе. Ког

дељеник	делилац	количник
100	4	25
$96 = 100 - 4$	4	$24 = 25 - 1$
$92 = 100 - 8$	4	$23 = 25 - 2$
$112 = 100 + 12$	4	$28 = 25 + 3$
$87 = 90 - 3$	3	$29 = 30 - 1$
$264 = 240 + 24$	8	$33 = 30 + 3$

Из ње се лако види како се деле бројеви који се на згодан начин могу претставити у облику збира или разлике. Искажи правило!

Примери за вежбање: $396 : 4 =$; $792 : 8 =$; $1\ 990 : 5 =$; $864 : 16 =$; $(70 - 28) : 14 =$; $(91 - 26) : 13 =$

Како се множи бројевима који су у близини бројева 100, 1 000...?

64. Дељење производа неким бројем. — Ако пођемо од дељења $6 : 3 = 2$, па дељеник редом множимо са 2, 3, 4, 5, 6, 7... и количник ће постати 2, 3, 4, 5... пута већи. На пример

$$(6 \cdot 4) : 3 = 2 \cdot 4; \quad (6 \cdot 7) : 3 = 2 \cdot 7.$$

Из ових резултата можемо прочитати важно правило за дељење производа (назначеног) неким бројем. Види се да смо производ $(6 \cdot 4)$ поделили бројем 3, кад смо један чинилац, 6, поделили тим бројем, па добијени количник 2 помножили другим чиниоцем.

Други примери: $(12 \cdot 9) : 4 = 3 \cdot 9$; $(20 \cdot 9) : 5 = 4 \cdot 9$; $(36 \cdot 12) : 6 = 6 \cdot 12$ или $36 \cdot 2$; $(40 \cdot 8) : 8 = 40 \cdot 1$ или $5 \cdot 8$.

65. Из овог последњег примера види се да је број 40 и помножен са 8 и подељен са 8. Резултат је остао 40. То значи да се један број не мења кад се неким бројем и помножи и подели. У овом случају те две радње поништавају једна другу.

Примери за вежбање: $(36 \cdot 29) : 18 =$; $(14 \cdot 75) : 15 =$; $\frac{100 \cdot 37}{50} =$; $(144 \cdot 36) : 12 =$; $(658 \cdot 94) : 94 =$; $(230 \cdot 44) : 23 =$; $(3 \cdot 11 \cdot 7) : 21 =$; $(4 \cdot 8 \cdot 13) : 13 =$; $(7 \cdot 18 \cdot 19) : 19 =$

66. Множење са 25 и 125. — Кад приложени табелу читамо одозго наниже и одоздо навише, видимо најпре како се мења производ кад један чинилац постане 2, 4, 5... пута већи или мањи. Затим како се неки број множи са 5, 25 и 50.

1 чинилац	2 чинилац	производ
36	100	3 600
36	50	1 800
36	25	900
36	20	720
36	5	180

Број се множи са 25 кад се помножи са 100, па подели са 4.

Број се множи са 125 кад се помножи са 1 000, па подели са 8. Пример: $36 \cdot 125 = 36\ 000 : 8 = 4\ 500$.

За усмено вежбање

1. Помножи са 25 бројеве: 8, 9, 11, 13, 16, 18, 21, 24!
2. Помножи са 25 бројеве: 25, 29, 34, 42, 44, 57, 80, 106, 109!
3. Помножи са 50 бројеве: 28, 33, 41, 54, 63, 78, 86, 98, 124!
4. Помножи са 125 бројеве: 9, 12, 16, 18, 24, 25, 32, 36, 42, 90!

За писмено вежбање

1. $125^2 =$; $227 \cdot 125 =$; $(320 + 680) \cdot 125 =$
2. $3\ 300 \cdot 125 =$; $550 \cdot 1\ 150 =$; $79 \cdot 12\ 500 =$
3. $314 \cdot 25 =$; $25^3 =$; $834 \cdot 25 =$
4. $12 \cdot 125 \cdot 100 =$; $(37 \cdot 25 \cdot 87) : 37 =$; $125 \cdot 25 =$

67. Множење бројем који се згодно може написати у облику производа. — Множење два броја може се покатакд упростити тиме, што се множилац растави у два чиниоца.

Пример: $568 \cdot 35 = 568 \cdot 5 \cdot 7 = 2\ 840 \cdot 7 = 19\ 880$.

Напомена. — Множење бројем 25 може бити на начин како смо то већ имали, тј. да најпре помножимо са 100 па поделимо са 4; а можемо се послужити и овим правилом: да се број помножи са 5, па потом још једанпут са 5.

Слично томе можемо рећи за 50 и 125.

68. Дељење бројем који се може раставити на два чиниоца. — Дељење два броја може се исто тако упростити ако се делилац растави на два чиниоца.

Пример: $18\ 648 : 72 = (18\ 648 : 8) : 9 = 2\ 331 : 9 = 259$.

69. И при усменом сабирању и одузимању може растављање бити од користи.

Пример: 1. $73 + 78 + 79 = 70 \cdot 3 + (3 + 8 + 9) = 210 +$
 $+ 20 = 230$.

Пример: 2. $645 - 417 = (600 - 400) + (45 - 17) = 200 +$
 $+ 28 = 228$.

70. Множење са 11.

Пример $1\ 752 \cdot 11 = 1\ 752$
 $\quad\quad\quad 17\ 52$

 $\quad\quad\quad 19\ 272$

Из овог множења излази: Један број множи се са 11 кад се на првом месту у производу напишу јединице множеника, на другом месту збир јединица и десетица, на трећем збир десетица и стотина итд. Ако неки од ових збирова буде двоцифрен, његове се десетице додају следећем збиру.

Један двоцифрен број множи се (усмено) са 11 кад се између његових цифара стави њихов збир. Ако је овај збир већи од 9, онда се десетице тога збира додају десетицама множеника.

Како се множи број са 22, 33, 44...?

За усмено вежбање

1. Помножи са 11 бројеве: 15, 18, 24, 27, 36, 39, 44, 57, 69, 72, 78, 88, 94, 96.

2. $33 \cdot 110 =$; $450 \cdot 11 =$; $65 \cdot 1\ 100 =$

3. $17 \cdot 33 +$; $14 \cdot 44 =$; $9 \cdot 66 =$; $1\ 000 - 304 -$
 $305 - 306 =$

4. $11\ 000 : 44 =$ (подели најпре са 11); $800 : 32 =$

5. $900 : 36 =$; $35 \cdot 16 =$; $23 \cdot 35 =$; $15 \cdot 36 =$

За писмено вежбање

1. $581 \cdot 11 =$; $1\ 718 \cdot 11 =$; $4\ 562 \cdot 11 =$; $74\ 304 \cdot 11 =$

2. $23\ 605 \cdot 11 =$; $31\ 416 \cdot 11 =$; $556\ 674 \cdot 11 =$

3. $16\ 000 \cdot 64 =$; $22\ 000 \cdot 88 =$; $7\ 000 : 28 =$

4. $8\ 872\ 462 : 56 =$; $400\ 000 : 64 =$

5. $11^3 =$; $125 \cdot 44 \cdot 11 =$; $11 \cdot 25 \cdot 99 =$

ГЛАВА IX

СПАЈАЊЕ СВЕ ЧЕТИРИ РАЧУНСКЕ РАДЊЕ

71. Изрази првог и другог ступња. — Збирови и разлике називају се бројни изрази првога ступња, производи и количници су бројни изрази другог ступња. Ако дођу у рачун оба ступња, треба пазити на то да се прво изврши множење и дељење, па затим сабирање и одузимање. Због тога није потребно стављати у заграде производе и количнике кад су они чланови једног агрегата.

Пример: $100 - \widehat{780 : 15} + \widehat{12 \cdot 27} + 43 =$
 $= 100 - 52 + 324 + 43 = 467 - 52 = 415$.

Напомена. — Треба се чувати од такозване злоупотребе знака једнакости. У ову грешку падају ученици врло често. На пример, један невешт ученик овако пише: $3 + 6 + 8 + 15 = 3 + 6 = 9 + 8 = 17 + 15 = 32$. Загледај пажљивије, па ћеш видети колико је то погрешно!

72. Ако је више бројева везано само множењем и дељењем, израчунавање иде по реду како је у задатку написано.

Пример: $4 \cdot 36 : 12 : 3 = 144 : 12 : 3 = 12 : 3 = 4$.

За усмено вежбање

(Потребне податке и делимичне резултате писати на табли).

- | | |
|---|--|
| 1. $56 : 14 + 76 =$ | 13. $100 : (80 - 75) =$ |
| 2. $25 + 125 : 25 =$ | 14. $12 - 12 : (20 - 16) =$ |
| 3. $72 : 4 - 13 =$ | 15. $(40 - 15) \cdot (22 + 14) =$ |
| 4. $78 : 6 + 77 : 7 =$ | 16. $78 + 4 \cdot 11 =$ |
| 5. $24 - 124 : 31 =$ | 17. $144 : 12 + 4 \cdot 14 =$ |
| 6. $100 - 1\ 000 : 10 =$ | 18. $4 \cdot 12 - 16 : 4 =$ |
| 7. $100 : 20 : 5 =$ | 19. $4 \cdot 9 + 5 \cdot 9 =$ |
| 8. $144 : 12 \cdot 5 =$ | 20. $4 \cdot 15 : 12 + 35 =$ |
| 9. $7 \cdot 15 : 21 =$ | 21. $(55 + 54) \cdot (20 - 11) =$ |
| 10. $(60 - 36) : 8 =$ | 22. $25 \cdot 9 - 9 \cdot (50 - 26) =$ |
| 11. $(8 + 9 + 10) \cdot 6 =$ | 23. $(99 + 26) \cdot (45 + 11) =$ |
| 12. $(36 + 24) \cdot (20 - 8) =$ | 24. $(60 - 35) \cdot (111 - 12) =$ |
| 25. $4\ 800 : 2\ 400 + 3\ 000 : 150 - 2\ 000 : 400 =$ | |

За писмено вежбање

Напомена. — Ученици сами да читају задатке!

Да ли су тачни ови резултати:

1. $3\ 048 : 12 + 26 = 280$.
2. $16\ 176 : 16 : 3 = 337$.
3. $1\ 925 : 35 + 36 = 91$.
4. $12\ 249 \cdot 9 + 6 =$
5. $(170 - 50 \cdot 3) \cdot 70 + 6 \cdot 80 - 50 = 1\ 830$.
6. $(170 - 50) \cdot 3 + 6 \cdot 80 - 50 = 790$.
7. $(100 - 16) \cdot 4 - 4 \cdot 42 = 168$.
8. $987\ 654 \cdot 9 + 2 =$.
9. $(100 - 16 \cdot 4 - 4) \cdot 42 = 1344$.
10. $9\ 876\ 543 \cdot 8 + 1 =$
11. $9\ 900 : (280 : 5 + 162 : 9 \cdot 3) = 90$.
12. $(15 \cdot 18 - 2\ 520 : 28 + 57 \cdot 9) : 63 = 11$.
13. $(9^3 - 8^3 - 5^3) : 23 = 4$.
14. $(20^2 - 13 \cdot 14 + 112) : 33 = 10$.
15. $(3\ 397 : 79 + 222 \cdot 6) : 11 = 125$.
16. $100 \cdot (9\ 900 : 110 - 7 \cdot 18 + 1\ 200 : 25) = 1200$.
17. $(99 \cdot 77 - 7\ 523) : 25 + 26 = 30$.
18. $(60^3 - 48 \cdot 49 \cdot 50) - 120 \cdot 365 = 54\ 600$.
19. $(47 \cdot 999 + 73 \cdot 64) : 125 - 400 = 13$.
20. $774\ 747 : 273 \cdot 11 \cdot 50 - 4\ 261\ 866 : 987 - 264 \cdot 2\ 002 = 973\ 604$.
21. $9\ 400 : 25 - 24 \cdot 60 + 48 \cdot 900 = 42136$.
22. $180\ 000 : 1\ 000 : 98 - 11 =$
23. $(729 : 27 + 168 : 20) \cdot 9 - 15 \cdot 20 =$
24. $365 : (22 \cdot 5 - 222 : 6) + 990 : 165 = 11$.
25. $(257 - 57 : 3 + 3 \cdot 34 + 300 : 6) : 13 - 9 = 21$.
26. $(220 : 44 + 44) \cdot 10 : 70 + 19 \cdot 7 = 140$.
27. $1\ 000\ 000 : 160 - 15 \cdot 180 + 30\ 000 : 750 = 3590$.
28. $(9\ 702 : 147 + 850 : 25) : 100 + 100 = 101$.
29. $(94\ 170 : 365 + 43 \cdot 6) : 129 - 2 \cdot 2 = 0$.
30. $(1\ 000\ 000 : 125 - 6\ 500) \cdot 3 = 500$.
31. $450 - 150 : (1\ 620 : 18 - 225 : 15) = 448$.
32. $(450 - 150) : (333 : 37 - 7) = 150$.
33. $(45 \cdot 30 - 855 + 11 \cdot 99) : 66 = 24$.
34. $(1\ 000 - 125\ 476 : 247) : 41 + (88 \cdot 1\ 005 - 770 \cdot 82) : : 1\ 100 = 35$.
35. $(456 - 9\ 588 : 94 + 21) : (46\ 000 : 184 \cdot 67 - 131 \cdot 125) = 1$.

$$36. (2\ 943 - 14516 : 38 - 27354 : 141 - 532) : (691 + 10\ 464 : : 109) =$$

Податке у следећим задацима испиши најпре аритметичким језиком, па потом израчунај бројне изразе!

37. Збир бројева 129 и 71 да се помножи разликом тих истих бројева, и да се том производу дода 27 део од 783!

$$\text{Решење: } (129 + 71) \cdot (129 - 71) + 783 : 27 = \\ = 200 \cdot 58 + 29 = 11\ 600 + 29 = 11\ 629$$

38. Да се збир бројева 723 и 301 подели са 32, и да се количнику дода двострука разлика бројева 120 и 79. (114).

39. Од броја 12 000 одузми четвороструку разлику бројева 2 400 и 1 030! (6520).

40. Од 14 980 одузми разлику између производа и количника бројева 600 и 25! (4).

41. Додај броју 348 троструко 127, затим тај збир смањи за 29! (700).

42. Збир бројева 47,59 и 81 треба да се подели са 17, а овај количник да се помножи са 100. (1 100).

43. Одузми производ бројева 237 и 405 од најмањег шестозифреног броја и подели, затим, разлику са 55! (73).

44. Подели збир бројева 952, 3 408 и 9 852 са 209, допиши тако добијеном количнику две нуле и подели тако добијени број са 68! (100).

45. Смањи 200 за 137, разлици додај 42, и повећај збир још за 70! (175).

46. Који број треба додати разлици између 310 и 157 да би се добило 400? (247).

47. Који се број мора одузети од производа бројева 26 и 25 да би се добио количник бројева 1 600 и 32? (600).

48. Збир 2 броја је за 100 јединица мањи од једног милиона. Како гласи један од њих кад је други 70 820? (929 080).

49. Висина Ајфелове куле у Паризу, у метрима, дата је овим изразом:

$$849\ 375 : 375 - 396\ 396 : 143 - 1\ 029\ 260 : 20 - 439 \cdot \\ \cdot 7\ 070 + 4\ 000 \cdot 789$$

50. Колика је разлика између производа бројева 1 782 и 9 009 и количника бројева 6 873 867 и 819? (16 045 645).

$$51. [(6\ 222\ 226 : 719 - 1\ 859\ 975 : 325) : 977 \cdot 333 - 1\ 001] : 200 - 55 = (5)$$

$$52. [18\ 812\ 725 : 479 + 2\ 005 \cdot 105] : 4\ 996 + 50 \cdot 39] : : 40 - 38 = (12)$$

$$53. [(1\ 000\ 000 - 85\ 424) : 208 + 2\ 269] : 66 + 99 \cdot 11 =$$

$$54. (247 \cdot 3\ 005 + 1\ 057\ 486) : [49 \cdot (1\ 000 - 417)] = (163).$$

55. Неко остави, после смрти, имање од пола милиона динара. Од тога долази на добротворне циљеве 87 500, а остатак се подели подједнако на 5 рођака. Колико добија сваки рођак? (82 500).

56. Једна кола која су натоварена са 8 подједнако тешких буради, тешка су 1 635 килограма. Празна кола тешка су свега 483 килограма. Колико је тешко свако буре? (144).

57. Збира два броја додај разлику та два броја! Шта добијаш? Пример: 9 и 5. Обрати пажњу на резултат. (18).

58. Од збира два броја одузми разлику та два броја! Пример: 9 и 5. (10).

59. Производ два броја помножи количником та два броја! Пример: 10 и 5. Обрати пажњу на резултат! (100).

60. Производ два броја подели количником та два броја! Пример: 10 и 5. (25).

61. Провери тачност ових једначина:

$$(9 + 7) \cdot (9 - 7) = 9^2 - 7^2$$

$$(9 + 7)^2 = 9^2 + 7^2 + 2 \cdot 9 \cdot 7$$

$$(9 - 7)^2 = 9^2 + 7^2 - 2 \cdot 9 \cdot 7!$$

ГЛАВА X

РАЗНОВРСНИ ЗАДАЦИ ЗА ПОНАВЉАЊЕ. ПРОБЛЕМИ

за усмено вежбање

1. Ја имам у обема рукама 90 динара. У левој руци имам 10 више неголи у десној. По колико имам у свакој руци?

2. У једном разреду седе 38 ученика у 2 реда. У десном реду има 4 више него у левом. По колико ученика има у сваком реду?

3. У једном возу путују у 2 и 3 класи свега 147 путника. У 3 класи путују 67 путника више него у другој. По колико путника има у свакој класи?

4. Отац и мати имају заједно 82 године; по колико година има свако од њих кад је отац за 8 година старији од мајке?

5. У једном воћњаку има 100 дрвета јабука и крушака. По

колико има од сваке врсте кад је број крушака за 12 мањи од броја јабука?

6. Један дечак каже: „Кад број својих година удвостручим и производу додам три, добијам 27”. Колико је њему година?

7. Кад се осмоструком једном броју дода 4, добија се 100. Који је тај број?

8. Именуј број који

подељен са 7 даје количник 8,

„ „ 11 „ „ 6 и остатак 4,

„ „ 17 „ „ 5 и остатак 15!

9. Којим бројем треба поделити 50 да се добије количник 4, а остатак 2?

10. Једно одељење војника поређано је у 17 редова; у сваком реду по четири, при чему су тројица претекли. Колика је јачина тог одељења?

11. У колико редова од по 8 вежбача могу да се построје 50 ученика, кад два најбоља вежбача остану ван строја?

12. Кад је један ученик потрошио за четири узастопна дана 7, 10, 9 и 6 динара, колики је његов просечни дневни издатак био?

13. На једном трамвају продато је за четири узастопна дана 1 440, 1 060, 1 390 и 1 150 карата. Колико је просечно за дан продато?

14. Једнога дана термометар је показивао ујутру 4 степена, у подне 11 степени, увече 6 степени. Колика је средња дневна температура?

15. На једној ливади је за 4 узастопне године покошено 700, 550, 850 и 900 килограма сена. Колики је средњи годишњи принос?

16. Кад се у један празан резервоар сипа вода судом од 16 литара 25 пута, он се напуни до половине. Колико литара може стати у резервоар?

17. У једном резервоару има 40 литара воде. Кад се у тај резервоар наспе још 11 канти од по 13 литара, колико има тада воде у њему?

18. Помножи 36 са 11, додај производу 4, одузми од овога збира осми део његов, допиши количнику две нуле, подели тако добијени број са 5! Шта ћеш напослетку добити?

19. Од 500 одузми 365, подели разлику са 9, помножи количник са 6, додај 10, прецртај две нуле! Шта остаје?

20. Збир од 75 и 45 подели са 6, дигни добијени број на квадрат, том квадрату додај 600; напослетку подели са 50! Шта из тога излази?

21. Кад се један број повећа за 16, добије се трипут већи број. Који је та број?

за писмено вежбање

1. Пет сијалица трајале су 1 440, 981, 1 072, 1 708 и 1 564 часа. Колико је средње трајање једне сијалице? (1353).

2. На једном трамвају продато је за 7 дана једне недеље 960, 648, 732, 845, 708, 860, и 504 карте. Колико је продато просечно за један дан? (751).

3. Један бициклиста, приликом осмодневне вожње, прешао је сваког дана редом: 85, 97, 120, 108, 109, 117, 113, 91 километар. Колико је просечно дневно прелазео? (105).

4. Најмање удаљење Месеца од Земље је 363 300 километара, а највеће 405 500 километара. Израчунај средње отстојање! (384 400 km).

5. Производ два броја је за 1 445 мањи од 150 000. Један чинилац је 365, одреди други чинилац! (407).

6. Одреди разлику између броја који је 1 800 пута већи од 2 920 и оног броја који је за 1 080 већи од 2 920! (3 149 000).

7. Одузми највећи четвороцифрени број од онога броја који је за 7 777 мањи од најмањег шестоцифреног броја! (82 224).

8. Којим бројем морамо помножити 75 део производа бројева 150 и 225 да бисмо добили 9 000? (20).

9. Којим бројем треба поделити милион да бисмо добили количник 27 и остатак 28 000? (36 000).

10. Делилац је 27, количник 149, остатак 17. Колики је дељеник? (4 040).

11. Дељеник је 4 728, количник 12, остатак 348. Колики је делилац? (365).

12. Који број треба поделити са 99 да бисмо добили 99 као количник, а 9 као остатак? (9 810).

13. Кад се један број подели са 365, добије се количник 20, остатак 205. Који је тај број? (7 505).

14. Потражи онај број који, подељен са 400, даје количник 237, а остатак 179! (94 979).

15. Имамо два бурета вина, у једном 295 литара, у другом 117 литара. Колико треба из првог прелити у друго да би у оба било подједнако вина? (89).

16. Наполеон I рођен је 1769. Ако се овај број помножи са 5 463, а производ подели бројем 5 307, добија се година његове смрти. (1821).

17. Једно имање велико је 14 000 квадратних метара. Од тога треба одузети 1 820 квадратних метара за један пут, а остатак да се испарцелише за грађење кућа. Ако се имање издели на 28 једнаких плацева, колики ће сваки бити? (435).

18. За једну нову грађевину потребно је 10 080 цигала. За колико ће дана моћи да пренесе те цигле један кочијаш који пренесе својим колима дневно 4 пута по 360 цигала? (7).

19. Једна јахачка стаза има облик правоугаоника чија је дужа страна 55 метара, а краћа 25 метара. Колико пута треба један јахач да обиђе ту стазу да би направио пут од 4 000 метара? (Нацртај правоугаоник са странама од 55 и 25 милиметара!) (25).

20. У једном воћњаку било је 640 дрвета. Половина су биле шљиве, четвртина јабуке, петина крушке, а остало дуње. Колико је било шљива, колико јабука, колико крушака, а колико дуња? (320, 160, 128 и 32).

21. Да се разлика бројева 600 и 201 подели са 7, а добијеном количнику дода 15 део од 390! (83).

22. Од производа бројева 17 и 18 треба одузети половину разлике бројева 101 и 67, па тако добијену разлику поделити са 17. (17).

23. Од 370 бала сена троши се за храну стоке сваке недеље по 9 бала. Колико ће још остати после 34 недеље? (64).

24. Један базен, у коме може стати 4 320 литара воде, добије сваког сата из једног извора 1 892 литра, а за то време истече из њега по 1 352 литра. После колико ће се сати базен напунити? (8).

25. У једној војничкој штали налази се 540 коња. Кад сваки коњ добије дневно по 3 килограма зоби, колика је годишња потрошња зоби? Колико се плати за сву количину кад се килограм зоби плаћа два динара? (591 300, 1 182 600).

26. У касарни једног града има једновремено 1540 војника пешака, 680 коњаника, 500 артиљераца. Кад се од првог рода оружја отпусти 1 000 људи, од другог 420, од трећег 344, а за то прими 140 пионира, колики је тада целокупан број војника? (1096).

27. Из једног места крену једновремено један аутомобил и један бициклист. Први прелази за минут просечно 440 метара, а други 330 метара. Колико су они удаљени један од другог после 45 минута, а) кад иду истим правцем, б) кад се крену супротним правцем? (4950 и 34650).

28. Један брзи и један путнички воз крену једновремено из једне станице у супротним правцима. Први пређе за један секунд просечно 16 метара, други 11 метара. Колико су они удаљени један од другог после 125 секунда? (3375).

29. Два пријатеља путују један другом у сусрет. Један пређе за минут 100 метара, други 80 метара. За колико су се метара приближили један другом после 75 минута? (13 500).

30. Из једног истог места крену у 8 сати ујутру један бициклист и једне двоколице у истом правцу. Бициклист прелази за сат 18 километара, двоколице 7 километара. Колико су они једно од другог удаљени у 11 сати пре подне? (33).

31. Поделити 22 640 дин на три лица тако, да део другог лица буде трипут већи од дела првог лица, а да део трећег буде двапут већи од дела другог.

32. Поделити 260 ораха на три детета тако, да прво дете добије двапут више од другог, а треће дете добије 16 ораха мање од другог.

33. Плаћено је 104 динара за набавку 3 килограма шећера и 5 килограма каве. За другу једну набавку од 8 килограма шећера и 5 килограма каве плаћено је 144 динара. Колико је плаћен килограм шећера, а колико килограм каве, ако се претпостави да је у оба случаја била иста цена?

34. У једном предузећу било је 18 квалификованих и 28 неквалификованих радника. Сви они добијају за један дан 2 584 динара. Колика је надница једних и других кад је квалификовани радник окупљи за 20 динара?

35. Један извор даје 306 литара воде за 17 минута, други даје 364 литра за 13 минута. Колико други извор даје, за 12 минута, више од првог?

36. Један трговац купује за 224 динара 16 метара неког платна и продаје за 255 динара 15 метара. Колико метара треба да прода да би остварио добит од 345 динара?

37. У једној кутији има 144 пера, та пера поделе на овај начин: једном детету поклоне два пера, другом 4, а трећем 5; на овај начин наставе деобу докле је могуће. Колико ће пера добити свако дете, и колико ће остати у кутији?

38. Три лица поделе 5 860 динара на овај начин: прво лице добије 250 динара мање од другог; треће лице добије колико прво и друго заједно; колико добије свако лице?

39. Кад се један од чинилаца једног производа повећа за 7, производ се повећа за 1 645; збир чинилаца је 403; који су чиниоци?

40. Кад се један од чинилаца повећа за 13, производ се повећа за 3 302. Ако се други чинилац смањи за 6, производ се смањи за 4 452. Колики је збир чинилаца?

41. Три детета имају 3, 6 и 8 година; њихов отац има 39 година; после колико ће година очево доба старости бити једнако збиру дечјих година?

42. Два детета имају 6 и 9 година; колико година има њихов отац, кад се зна да ће он после 6 година имати двапут више него што ће бити збир дечјих година?

43. Два детета имају 6 и 10 година. Колико је стар њихов отац, кад се зна да је он имао трипут више од збира дечјих година у времену кад је старије дете имало двапут више година од млађег?

44. Известан број лица погоди један аутобус за излет тако, да сваки плати по 12 динара. Пет лица не дођу и због тога су остали морали да плате по 16 динара. Пошто је узет аутобус?

45. Један трговац купи комад платна по 36 динара метар. Три метра се искваре и не могу се продати. Остатак комада он распрода по 52 динара метар и заради 516 динара. Колико је метара платна купио?

46. При једном дељењу дељеник је 3 825. Разлика између делиоца и остатка је 63. Количник је 11. Одредити делилац и остатак.

47. Један послодавац држи 218 радника и радница. Надница радника је 48 динара, раднице 32 динара. За исплату петодневног рада потребна је сума од 44 800 динара. Колико има радника, а колико радница?

48. Два лица имају исте суме новаца. Пошто је прво лице потрошило 28 динара, а друго 144, првом је лицу остало три пута више неголи другом. По колико је динара имало свако лице?

49. Збир два броја је 672. Ако додамо већем 28, а одуземо од мањег 17, разлика тако добијених бројева је 213; који су ти бројеви?

50. Ако се један џак каве прода по 36 динара килограм, заради се 90 динара; ако се прода по 24 динара, штети се 90 динара. Колико килограма има у џаку, и пошто је плаћан један килограм?

51. За два комада платна плаћено је 3 060 динара. Метар првога комада стаје 21 динар; 5 метара овога вреде колико 8 метара другог комада. Колико је метара платна купљено кад се зна да су оба комада исте дужине?

52. Један суд напуњен водом тежак је 153 грама. Кад се напуни другом течношћу, која је 7 пута тежа од воде, тежи 555 грама. Колика је тежина суда кад је празан?

53. За 3 960 динара купљено је 38 метара штофа и 15 метара платна. Пет метара платна вреде исто толико, колико 2 метра штофа. Пошто је метар штофа и метар платна?

54. Три иста предмета А у равнотежи су са седам истоветних предмета В. Ми из другог таса пренесемо три предмета В на први тас и тако покваримо равнотежу. Кад смо на други тас додали 486 грама, равнотежа је поново воспостављена. Колика је тежина сваког предмета?

55. Петнаест радника за 20 дана доврше један посао до половине. После тога три радника се разболе. Колико ће времена требати осталим да доврше посао? Претпостављамо да сви радници раде подједнако брзо.

56. *Гаусов задатак*. — Гаус је највећи немачки математичар. Назван је Архимед 19 века. Он се још у основној школи показао као даровит у рачунању. Учитељ је свима ученицима давао исте задатке. Гаус је задатке врло брзо решавао, а после је као беспослен узнемиривао другове. Једном се учитељ реши да

га много запосли једним задатком. Нареди му да сабере редом све бројеве од 1 до 100. Али се Гаус и ту показао врло даровит. Уместо да сабере све бројеве од 1 до 100 он то сабирање претвори у множење и добије резултат 5 050.

Пронађи како је Гаус то радио!

57. *Шале*: Како се може доказати да је половина од 12 седам, а половина од 11 шест?

58. Који бројеви написани са две цифре постају већи кад им се с десне стране избрише по једна цифра?

ДРУГИ ДЕО

Вишеимени бројеви — Децимални бројеви

ГЛАВА XI

МЕРЕ — РЕДУЦИРАЊЕ

73. *Мере*. — У почетку, кад смо говорили о броју, рекли смо да се до броја долази кад хоћемо да одговоримо на питање колико има разних предмета у једној множини. Доцније, при решавању разних задатака, могли смо запазити да се до броја може доћи **мерењем**.

Ако хоћемо да дознамо колико је дугачка наша соба, ми узмемо метар и преносимо га од једног зида до другог. Том приликом *бројимо*. Број на коме се зауставимо даје нам одговор, колика је дужина собе. Ако је то 8, соба је дугачка 8 метара.

На један тас теразија ставимо предмет, а на други, рецимо, тег од 2 килограма и тако воспоставимо равнотежу. Тада ћемо рећи да је предмет тежак 2 килограма. Измерили смо тежину предмета и опет дошли до броја.

Дужину и тежину нећемо звати множина него **величина**. Метар и килограм који су нам служили за упоређивање зваћемо *јединица* за дужину, *јединица* за тежину.

74. *Редуцирање*. — За величине које се могу мерити постоји обично много разних мера и назива. На пр. за тежину

постоји тона, килограм, грам; за време година, месец, дан, итд.

Тона се назива *јединица вишега реда*, у односу на килограм, који је *јединица нижега реда*, пошто за једну тону треба 1000 килограма.

Из овога произлазе две врсте задатака:

1. Јединице вишега реда преобратити у јединице нижега реда.
2. Јединице нижега реда преобратити у јединице вишега реда.

Овај двоструки задатак зове се *редуцирање* (свођење).

Број који показује колико се јединица нижега реда садрже у једној јединици вишега реда, зове се **редукциони број**.

Напомена. — Потреба за редуцирање јавила се у пракси. Човеку је нарочито тешко да у својој свести ствара слике о великим бројевима. На пр. кад кажемо 25 000 сантиметара, нама је тешко претставити себи ту дужину. Овде се јавља потреба, да се јединице нижега реда преобрате у јединице вишега реда.

ГЛАВА XII

МЕРЕ ЗА ВРЕМЕ, КРУЖНИ ЛУК И УГАО. НОВАЦ

75. Дан. — Мере за време нису у складу са десетним системом бројења. Све до данас се одржала *стара* правила за мерење времена.

За основну јединицу можемо узети **дан**. То је време за које се земља окрене око своје осовине.

Дан се дели на *24 часа*.

Један час дели се на *60 минута*.

Један минут на *60 секунда*.

Време од 3 дана 6 часова 18 минута и 15 секунда бележићемо овако: $3^d 6^h 18^{mn} 15^s$.

Овако написани број зове се *вишеимени број*.

У астрономији дан је подељен на 24 часа. У обичном животу дан се дели на два периода од по 12 часова: један *пре подне* (*јутро*), који траје од поноћи до подне; други *по подне* (*вече*), који траје од подне до поноћи. Али ова друга подела се већ напушта. Тако уместо 2^h по подне каже се 14^h .

76. Година. — Дан је кратка јединица за један дужи период времена. Због тога је узета друга јединица, *година*. Земља обилази око Сунца. Време потребно за једно такво обилажење је година.

Како се година дели?

Кажи по колико дана имају поједини месеци!

Шта је stoleће?

Шта је недеља (седмица)?

77. Преступна година. — Свака четврта година има, уместо 365, 366 дана. Таква се година познаје по томе, што се број састављен из њених десетица и јединица увек може поделити са 4 без остатка. У преступној години фебруар има 29 дана. Година 1928 је преступна година.

78. Датум. — Хришћанско бројење времена почиње са Христовим рођењем. Претпоставља се да се Христос родио 1 јануара 1 године у поноћ. У почетку 2 године по Христовом рођењу протекла је једна година. Првог јануара 1928 године протекло је, према томе, 1927 година.

Један датум, тј. дан, месец и годину, по календару треба на овај начин протумачити: на пример велики светски рат завршен је 11 новембра 1918 године; то значи једанаестог дана, у једанаестом месецу, у 1918 години по Хр. р., тј. да је од Христовог рођења протекло 1917 година 10 месеци и 10 дана.

Први основни задатак. *Један вишеимени број преобратити у јединице најнижег реда.* Пример $3^h 14^{mn} 15^s$ преобратити у секунде. Најпре се сати претворе у минуте. У три сата има $60 \cdot 3 = 180$ минута. Овом броју 180 додамо датих 14 минута, па ћемо имати 194 минута. Кад ове минуте преобратимо у секунде, имаћемо $194 \cdot 60 = 11\,640$ секунда. Овом броју треба додати датих 15 секунда, па добијамо напоследку 11 655 секунда. При рачунању се обично пише овако:

$$\begin{array}{r} 3 \cdot 60 \\ \hline 180 \\ + 14 \\ \hline 194 \cdot 60 \\ \hline 11\,640 \\ + 15 \\ \hline 11\,655. \end{array}$$

Други основни задатак. Обрнуто: кад је број изражен јединицама најнижег реда, написати га са свима вишим јединицама које се у њему налазе. Нека имамо 11 655 секунда да претворимо у минуте и часове. Број минута у 11 655 секунда наћи ћемо ако видимо колико се пута садржи 60 у 11.655. Садржи се 194 пута и претиче 15 секунда. Број часова наћи ћемо кад 194 поделимо са 60. Количник је 3, а остатак 14. Резултат: $11\ 655^s = 3^h\ 14^{mn}\ 15^s$.

11 655	68	
665	194	60
255	14	3
15		

Кад се 11 655 подели са 60, добије се количник 194 остатак **15**; кад се 194 подели са 60, добије се количник **3**, остатак **14**. Истакнути бројеви дају резултат.

За усмено вежбање

- Колико је часова једнога дана протекло од 4 часа ујутру до 11 по подне,
 - 2 „ „ „ 3 „ „
 - 8 „ „ „ 5 „ „
 - 9 часова увече до 5 часова ујутру, следећег дана.
 - 10 „ „ „ 10 „ „ „ „
 - 11 „ „ „ 11 „ „ „ „
- Колико је часова протекло једнога дана у 9 сати пре подне? Колико у 3 по подне? Колико у 10 сати увече?
- Колико је то сати, кад је од поноћи протекло 4 сата и 45 минута? 7 сати и 30 минута? 11 сати и 15 минута? 16 сати, 18 сати? 20 часова и 30 минута?
- Колико је дана једне просте године протекло 11 јануара? Последњег јануара? 2 фебруара? 1 марта? 30 марта? 16 априла? 1 маја?
- Ако на пример, 21/III претставља 21 март, шта онда значи 4/IV, 11/VI, 1/VIII, 7/X, 31/XII?

6. На једном паробродском реду возње стоји Београд одл. 60⁵ — Панчево долазак 7²⁰. Колико траје возња?

7. Колико дана бројимо од 23 децембра 1921 до 2 јануара 1922 закључно?

8. Колико је година, месеци и дана од Христовог рођења протекло 15 јуна 1389? 18 маја 1806? 29 маја 1903 године?

9. Који се датум пише, кад је од Хр. р. протекло:

1 631 година	10 месеци	15 дана
1 700 „	0 „	17 „
1 799 „	11 „	2 „
1 876 „	11 „	27 „
1 901 „	2 „	18 „

10. Један дечак ступи у школу 1 септ. 1899 године и остаде у њој до 1 јула 1901. Колико је учио школу?

11. Брзи воз путује од Београда до Загреб 10 часова и 50 минута. Кад пође из Београда у 19 сати и 10 минута, кад ће стићи у Загреб?

12. Један трговац отпутује 14 априла и врати се кући после 3 месеца и 12 дана. Ког датума се вратио?

13. Колико је то месеци: 7 година? 9 година и 4 месеца? 11 година и 11 месеци? 15 година? 20 година и 10 месеци?

14. Преобрати у године и месеце: 27 месеци, 60, 100, 125, 168, 200 месеци!

15. Колико месеца (сваки се рачуна по 30 дана) и дана има у 49 дана, 90, 130, 165, 200, 300, 444, 500, 840 дана?

16. Преобрати у дане: 5 месеци и 10 дана; 6 месеци и 20 дана; 8 месеци и 9 дана; 10 месеци и 29 дана; 5 недеља и 3 дана; 23 недеље и 2 дана; 36 недеља и 6 дана!

17. Колико има часова у пола дана? Колико у два дана и 12 часова? У једној недељи? У 3 дана и 8 часова? У 10 дана и 10 часова? У 20 дана? 50 дана? У 120 минута? 300 минута? 900 минута? 3 600 секунда?

18. Претвори у минуте 1 четврт часа; 2 часа 30 минута; пола дана; 13 часова и 20 минута; 1 дан; 2 дана; 2 сата 30 минута; 33^a 3^h; 10^a 10^h; 240 секунда; 1 440 секунда; 6 600 секунда!

19. Колико су то секунда: 9 минута? 10^{mn} 10^{s} ? пола часа? 2^{h} 40^{mn} ? 10^{h} ?

За писмено вежбање

1. Једна сума новаца позајмљена је 24 априла, а примљена натраг после 70 дана. Ког датума је враћена?

2. Неко ступи у службу 1 фебруара 1901 године, а напусти 10 маја 1902. Колико је дана служио? *Напомена:* Од фебруара је један дан већ прошао, стога долазе у обзир још 27 дана, затим даљих 365 дана.

3. Колико дана једне године протече од 1 априла до 1 августа; од 19 јуна до 28 септембра: од 12/IV до 7/X; од 3/III до 4/IV; од 10/XI 1901 до 3/II 1902; од 29/IX 1901 до 2/IX 1902?

4. Колико је дана једне просте године протекло на дан 1 јула; 25 августа; 10/IX; 1/XI?

5. Зимски месеци су децембар, јануар и фебруар; пролећни март, април и мај; летњи јуни, јули и август; јесењи септембар, октобар и новембар. За колико је збир пролећних и летњих дана већи од збира јесењих и зимских?

6. Преобрати у дане: 7 година 11 месеци и 27 дана; 9 година 37 недеља; 12 година 19 недеља 5 дана!

7. Време од једног пуног месеца до другог износи 29^{d} 12^{h} 44^{mn} 35^{s} . Колико је то секунда?

8. Колико секунда има једна година кад се њена дужина рачуна 365^{d} 5^{h} 48^{mn} 47^{s} ?

9. Претвори у дане, часове и минуте: 9 068 минута; 2 000 минута; 300 000 минута; 1 673 220 секунда!

10. Колико недеља има у: 17 година 39 недеља; 25 година 25 недеља; 40 година 50 недеља?

11. У ком добу старости човек достигне 2 500 недеља?

12. Колико има дана у: 3 године 195 дана; 11 година; 25 година 200 дана; 24 480 минута?

13. Колико дана је већ прошло у овој години? Колико има још да прођу?

14. Колико часова, минута и секунда има у 10 000 секунда? 34 467 секунда? 222 222 секунда?

79. Сабирање и одузимање временских података. Практично упутство. — Ако су подаци различитог реда, на пр. дани, часови и минути, па их треба сабрати, онда се почиње бројевима најнижег реда. Ако се деси да који делимични збир садржи у себи јединице непосредно вишег реда, онда се оне додају збиру тог вишег реда.

И при одузимању почиње се најнижим редом. Ако се при томе деси да је неки делимични умањеник мањи од одговарајућег умањеноца, онда се узме једна јединица од умањениковог најближег вишег реда, претвори се у јединице најближег нижег реда и дода делимичном умањенику, који сад постаје већи од одговарајућег умањеноца, те се одузимање може извршити.

При овим рачунима истоимене величине потписивати једну испод друге.

Пример 1. — Сабрати 7 година 10 месеци 16 дана и 9 година 5 месеци 8 дана!

Године	месеци	дани
7	10	16
9	5	8
— 17	— 3	— 24

Пример 2. — У једној породици оцу је 44 године 8 месеци 8 дана, мајци 39 година 4 месеца 20 дана. Колика је разлика у старости?

Године	месеци	дани
44	8	8
— 39	4	20
— 5	— 3	— 18

Пример 3. — Часовник показује 7 сати 18 минута 20 секунда увече. Колико још часова, минута и секунда има да прођу тога дана?

Дан има	23 ^h	59 ^{mn}	60 ^s
Протекло је	19 ^h	18 ^{mn}	20 ^s
Остаје још	— 4 ^h	— 41 ^{mn}	— 40 ^s

Пример 4. — Један човек умро је 9 маја 1805 године. Тада је он имао тачно 45 година 5 месеци и 29 дана. Кад је рођен?

Године	месеци	дани
1804	4	8
— 45	5	29
<hr/> = 1758	<hr/> 10	<hr/> 9

Рођен је 10 новембра 1759 године.

Пример 5. — Један човек рођен је 28 новембра 1811 године, а умро је 10 марта 1864. Колико је живео?

Године	месеци	дани
1863	2	9
— 1810	10	27
<hr/> = 52	<hr/> 3	<hr/> 12

Живео је 52 године 3 месеца и 12 дана.

За писмено вежбање

1. У једној породици брату је сада 18 година 5 месеци; сестра је млађа за 2 године 9 месеци и 20 дана. Колико је њој година?

2. Неко се ожени кад је имао 28 година и 8 месеци. Његова жена имала је тада 23 године и 10 месеци. Колико ће жена имати година кад он буде славио свој 50 рођендан?

3. Једно помрачење Сунца отпочело је у 9 сати 21 минут и 40 секунда, а свршило се у пола 11. Колико је трајало?

4. Неко је отишао од куће у пола 10 пре подне, а вратио се у 5 сати и 20 минути по подне. Колико је био отсутан?

5. Израчунај колико ти је година данас!

6. Из једног извора истиче за минут 19 литара воде. Колико литара даје тај извор за време од 10 сати и 40 минута пре подне до пола шест по подне?

7. Првог јуна сунце излази у 4 сата и 20 минута, а залази у 8 сати и 4 минута. Колико траје дан, а колико ноћ?

80. Множење временских података. Практично упутство.

Број који исказује време као вишенмени, на пр. дани, часови, минути, множи се једним бројем кад се тим бројем помноже бројеви сваког реда, почевши од најнижег. При томе, ако се у добијеним производима нижега реда садрже јединице непосредно вишег реда, оне се преносе у одговарајући виши ред.

Пример: (3 часа 17 минута 25 секунда) · 6

Решење: $25^s \cdot 6 = 150^s = 2^{mn} 30^s$.

$17^{mn} \cdot 6 = 102^{mn} = 1^h 42^{mn}$, $1^h 42^{mn} + 2^{mn} = 1^h 44^{mn}$

$3^h \cdot 6 = 18^h$; $18^h + 1^h = 19^h$.

Према томе је (3 часа 17 минута 25 секунда) · 6 = $19^h 44^{mn} 30^s$.

За писмено вежбање

1. $(9^h 27^{mn} 25^s) \cdot 8 =$ 2. $(4^d 17^{mn}) \cdot 10 =$

3. $(2^r 11^m 18^d) \cdot 25 =$ 4. Један воз да би прешао

известан пут, треба да иде $3^h 29^{mn}$. Колико му времена треба да пређе 12 пута већи пут?

—5. У једној породици сину је 10 година 7 месеци и 8 дана; отац је четири пута старији. Колико има година отац?

6. Време за које Месец дође поново у правац одговарајуће звезде некретнице (сидерски месец) износи $27^d 7^h 43^{mn} 11^s$. Колико дана, часова итд. прођу за 12 таквих месеци?

7. Планета Сатурн обиђе око Сунца за 10 759 дана 5 часова 16 минути и 31 секунд. За које време обиђе она око Сунца 6 пута?

8. При дневном обртању Земље око њене осовине, које се изврши за $23^h 56^{mn} 4^s$, прелази једна тачка на екватору, у сваком секунду, пут од 465 метара. Колика је дужина екватора?

9. Једна сунчана година износи $365^d 5^h 48^{mn} 57^s$, док се грађанска година рачуна 365 дана. Колика разлика произиђе из тога за 4 године? Да ли је потпуно исправно, што се свакој четвртој години додаје по један дан више?

81. Дељење временских података. Практично упутство.

Ако треба поделити један вишенмени број, један времени податак, неименованим бројем, онда најпре подели јединице највишег реда, затим остатак преобрати у јединице нижег реда и додај јединицама нижег реда, тај збир дели делником итд.

Пример: (20 година 1 месец 18 дана) : 6

20 година : 6 = 3 године, остатак 2 године = 24 месеца, 24 месеца + 1 месец = 25 месеци.

25 месеци : 6 = 4 месеца, остатак 1 месец = 30 дана, 30 дана + 18 дана = 48 дана.

48 дана : 6 = 8 дана.

Резултат: (20 година 1 месец 18 дана) : 6 = 3 године 4 месеца 8 дана.

Ако је делилац такође именован број, онда треба и дељеник и делилац претворити у јединице најнижег реда које се јављају у задатку, па тако добијене бројеве поделити.

Пример. — Колико пута је млађа кћи од мајке кад је кћери 6 година 8 месеци 20 дана, а мајци 33 године 7 месеци и 10 дана?

Решење: (33 године 7 месеци 10 дана) : (6 год. 8 мес. 20 д.) = 12 100 дана : 2 420 дана = 5.

Кћи је 5 пута млађа од мајке.

За усмено вежбање

1. ($4^h 30^{mn}$) : 3 =
2. ($3^h 4^{mn}$) : 8 =
3. ($12^a 12^h$) : 10 =
4. Четвртина од $1^h 24^{mn}$ =
5. Трећина од $2^h 24^{mn}$ =?
6. ($2^h 6^{mn}$) : 15^{mn} =?
7. ($4^m 15^a$) : 9 дана =?
8. ($7^h 30^{mn}$) : 45^{mn} =?
9. 9 : ($1^r 6^m$) =?
10. 2^h : 30^{mn} =?

За писмено вежбање

1. ($19^h 3^{mn}$) : 6 =
2. 6 месеци : 9 =
3. ($39^a 18^h$) : 15 =?
4. ($100^h 48^{mn}$) : 36 =?
5. Један резервоар може да се напуни кад вода тече из једне цеви за $7^h 34^{mn} 30^s$. За које време би могао да се напуни тај резервоар кад би вода текла из 5 таквих цеви?
6. Један мотоциклист пређе пут Београд—Шабац за 5 сати 8 минута, а један пешак тај исти пут пређе за $20^h 30^{mn}$. Колико пута се брже креће бициклист од пешака?
7. Један мотоциклист обиђе један круг за $3^{mn} 55^s$. Колико пута ће тај круг обићи за $27^{mn} 25^s$?
8. Колико се пута један точак окрене за $2^h 17^{mn} 5^s$ кад за једно обртање треба 7 секунда?
9. Кад један београдски трамвај (топчидерац) обиђе целу своју линију бр. 3 за $1^h 30^{mn}$, колико ће тура направити од 6 ујутру до 9 увече?
10. Планета Венера обиђе око Сунца за 224 дана 16 часова 48 минута. Колико пута обиђе та планета око Сунца за 2 године 168 дана 19 сати и 12 минута?

82. Мерење круга. — Да бисмо мерили један кружни лук, делимо цео круг на 360 једнаких делова, који се зову *степени*. Степен се дели на 60 *минута*, а минут на 60 *секунда*.

Тако 3 степена 4 минута 17 секунда пишемо овако:

$3^{\circ} \quad 4' \quad 17''$

83. Мерење угла. — Углови се мере истим мерама као и круг. Прав угао има 90 степени и одговара четвртини круга, коју називамо *квадрант*.

Напомена 1. — На мере за лук и угао, као на вишеимене бројеве, могу се применити исте рачунске радње као што смо имали код мере за време.

Напомена 2. — Постоји тежња да се мере за лук и угао прилагоде десетном бројењу. Тако се прав угао дели на 100 делова који се зову *гради*. Сваки град се дели даље на 10, 100 и 1 000 једнаких делова.

За усмено и писмено вежбање

1. $45^{\circ} 12' 13'' - 40^{\circ} 6' 8'' = ;$
2. $(12^{\circ} 6' 3'') \cdot 5 = ;$
3. $(18^{\circ} 2' 30'') \cdot 6 = ;$
4. $(15^{\circ} 15' 15'') \cdot 4 = ?$
5. $(18^{\circ} 24' 30'') : 3 = ;$
6. $(10^{\circ} 25' 15'') : 5 = ?$
7. Преобрати у степене, минуте и секунде лук од $48 756''!$
8. Колико има секунда у $10^{\circ} 15' 2''?$
9. Мала казаљка на једном часовнику прешла је почевши од подне $14^{\circ} 1' 30''$. Колико је тада сати и колики је лук који одваја велику од мале казаљке?

Новац

84. Вишеимене бројеве имамо и кад бројимо новац. У Краљевини Југославији основна је јединица за новац *динар*. Један динар се дели на 100 *пара*. Паре као стоти делови од динара у пракси се не употребљавају, већ само у рачунима.

Веће јединице од динара, исковане од злата, јесу златник од 20 динара и златник од 10 динара.

Веће јединице исковане од сребра јесу петодинарац и дводинарац. Има од сребра и јединица од пола динара.

Постоје јединице мање од пола динара: од 5 пара (маријаш), од 10 пара и од 20 пара (грош). (Говоримо о новцу који је употребљаван у 1914 години. Велики светски рат донео је

доста поремећаја). У последње време пуштен је у промет метални новац од 25 пара.

Наши папирни новци јесу:

новчаница од 1 000 динара

„ „ 100 „

„ „ 10 „

Редукциони број за динаре и паре је 100.

85. Са вишеименим бројевима који изражавају новац могу се изводити све четири рачунске радње, као са бројевима који показују време. Тада се при сабирању, одузимању и множењу увек почиње јединицама најнижег реда и увек изврши редукција у јединице најближега вишега реда. Код дељења почиње се са јединицом највишега реда.

86. И док се времену подаци скоро увек исписују као вишеимени бројеви, дотле се за угодније писање динара и пара служимо **децималним** начином писања. При томе се бројеви који претстављају динаре и паре пишу један до другог, али се раставе запетом, а места где недостаје која јединица попуњују се нулама.

Примери: 5 динара 67 пара = 5,^{дин} 67; 9 динара и 2 паре = 9,^{дин} 02; 65 пара = 0,^{дин} 65.

Цифре које стоје десно од запете зову се **децимали**.

Бројеви као што су: 5,76; 9,02; 0,65 зову се **децимални бројеви**. О њима ћемо мало касније опширније говорити. При извођењу разних рачунских радњи са динарима и парама писаћемо, уместо 9,^{дин} 02, 902 паре или 9 динара и 2 паре. (Сви задаци да се раде само размишљањем, без употребе правила о децималним бројевима).

За усмено вежбање

1. Преобрати у паре: 3 динара, 27 динара, 10 динара 50 пара; 5,^{дин} 5 пара; 7,^{дин} 60; 10,^{дин} 05; 0,^{дин} 08!

2. Колико има динара и пара у: 305 пара; 740 пара; 3 000 пара; 19,^{дин} 48; 2,^{дин} 03; 2,^{дин} 30; 100,^{дин} 10?

3. 79 пара + 85 пара =; 1 дин 20 пара + 1 дин 80 пара =; 1,^{дин} 90 + 1,^{дин} 55 =; 270 пара + 7,^{дин} 75 =?

4. 3 дин 20 пара + 2 дин 85 пара =; 10,^{дин} 80 + 7,^{дин} 70 =; 2,^{дин} 05 + 0,^{дин} 97 =?

5. 2 дин 40 пара — 1 дин 60 пара =; 7 дин — 3,^{дин} 80 =?

6. 1,^{дин} 30 — 60 пара =; 10 дин — 7 дин 80 пара =?

7. 20,^{дин} — 6,^{дин} 60 — 6,^{дин} 40; 12,^{дин} — 3,^{дин} — 5,^{дин} 40 =; 1,^{дин} 08 — 75 пара =?

8. 7,^{дин} 60 + 2,^{дин} 60 — 10,^{дин} =; 100,^{дин} — 5,^{дин} 40 =?

9. Кад литар пива стаје 5 дин 70 пара, пошто су 10 литара? 15 литара? 100 литара?

10. Колико динара износи 400 цигарета по 30 пара комад? Колико 700 комада по 40 пара? Колико 2 000 комада по 15 пара?

11. Кад је литар вина 6 динара, пошто су 100 литара? 390 литара? 1 000 литара? 1 600 литара?

12. Кад 300 комада неке робе вреде 24 динара, пошто су 100 комада? Пошто је један комад?

13. Кад 1 000 цигарета стају 200 динара, пошто је један комад? (Размишљај: кад 1 000 комада вреде 200 динара, 100 комада стаје 20 динара, 1 комад 20 пара).

14. (4 дин 70 пара) · 5 =; 80 пара · 12 =; (11 дин 40 пара) · 5 =?

15. 49 пара · 25 =; 77 пара · 11 =; 68 пара · 200 =?

16. 12,^{дин} 20 · 5 =; 15,^{дин} 40 · 10 =; 15,^{дин} 40 · 100 =?

17. (3 дин 60 пара) : 12 =; (3 дин 60 пара) : 5 =; (3 дин 60 пара) : 20 =; 3,^{дин} 60 : 24 =; 3,^{дин} 60 : 36 =?

18. 6 дин : 5 =; 9 дин : 6 =; 11 дин : 10 =; 12 дин : 30 =

19. 10,^{дин} 50 : 7 =; (9 дин 60 пара) : 48 =?

20. Колико нам маријаша треба да исплатимо 1 дин 30 пара; 2 дин 20 пара? 4 динара? 5,^{дин} 90? 10,^{дин} 80?

21. Један радник зарађује дневно 30 дин. За колико ће дана његова зарада изнети 240 динара? 420 динара? 720 динара? 1 080 динара?

22. Један гостионичар на сваком литру пива заради 50 пара; колико литара треба да прода да би зарадио 6 динара? 9 динара? 14 динара? 31 динар?

23. Један књиџар заради на једној вежбанци по 50 пара; колико комада треба да прода да би зарадио 600 динара?

24. Туце дугмади стаје 4,^{дин} 20; пошто је један комад? Пошто 24 комада? 60 комада?

25. Колика је то сума новаца која је, узета четвороструко, мања од 50 динара за 7,^{дин} 60?

26. Једна госпођа имала је у торбици 7 динара. Она купи 2 килограма кромпира и, пошто плати, остане јој још 1,дин 80. Пошто је килограм кромпира?

За писмено вежбање

1. Неко изда за доручак 3 динара, за ручак 10 дин 60 пара, за вечеру 12 дин 50 пара. Колики је његов издатак за месец јануар?

2. У једној породици троши се годишње за гориво: 8 кубних метара букових цепаница по 160,дин 80; 5 кубних метара облица, које се плаћају по 134,дин 40 један метар, и 6 тона угља по 250 динара. Колики је целокупан издатак за гориво?

3. Један радник добије за сат 4 динара и 40 пара. Колико зарађује недељно кад сваког дана ради од 8^h—12^h и од 2^h—6^h?

4. Књижар купује оловке по 45 пара комад. Колико комада добије за 129 дин 60 пара?

5. Код једне мале поштанске станице, у унутрашњости, обављен је за недељу дана овакав посао:

	Уплате	Иоплате
Понедељак	2 139 дин 95 пара	1 004 дин
Уторак	3 000 „ — „	3 002 „ 90 пара
Среда	2 992 „ 25 „	2 599 „ 35 „
Четвртак	4 528 „ 38 „	3 907 „ 15 „
Петак	3 928 „ 35 „	4 000 „ — „
Субота	5 247 „ 26 „	5 160 „ 40 „

Колики је вишак у каси за ову недељу?

Рачуни зараде и губитка

За усмено вежбање

1. Куповна цена	продајна цена	зарада	губитак
57,дин 70	60 дин.	х	—
200 дин	187,дин 50	—	х
х	25 дин	3 дин	—
х	14,дин 40	90 пара	—

Куповна цена	продајна цена	зарада	губитак
12 дин	х	1,дин 20	—
1 240 „	х	2,дин 60	—
10 800 „	х	—	1 800 дин
20 000 „	х	—	12 500 „
28 720 „	29 000 дин	х	—
14,дин 60	15,дин 40	х	—
15,дин 40	14,дин 60	—	х

2. Неко купује туце јабука за 180 пара, а продаје стотину за 18 динара. Израчунај зараду на једном комаду; на 100 комада; на 1 200 комада!

3. Један пиљар купи 120 комада јаја; за свака 2 комада плати по 2 дин 20 пара. Он прода сваки комад по 1 дин 20 пара. Колика је његова зарада?

За писмено вежбање

1. Један трговац купи комад платна од 42 метра по 8,дин 5 метар. Он прода све платно за 411 дин 60 пара. Колика је његова зарада? (54,6).

2. Један кафеџија купи 480 литара вина за 4 608 динара. Он продаје вино по 10 дин 40 пара литар. Колико зарађује? (384).

3. Неки трговац купи једну шуму за 100 000 динара. Нареди да се шума исече и сва дрва, 3 360 кубних метара, распрода по 12 динара метар. Земљиште прода за 72 000 динара. Колика је његова зарада? (12 320).

4. Два лица имају заједно да плате дуг од 17 дин 20 пара. Прво лице дугује 3 дин 90 пара више од другог. Колико свако лице треба да плати? (6,65 и 10,55).

5. Једна сељанка прода 300 комада јаја по 15 динара 12 комада. Друга прода 266 комада и то по 7 комада за 10 динара. Која је од њих две више добила и за колико? (Друга 5 динара више).

6. Кад један гостионичар продаје дневно 160 литара пива по 4 дин 80 пара, за које ће време пазарити 168 960 динара? (220 дана).

7. Неко одвоји 400 динара за цигарете, али беше принуђен да одмах исплати један дуг од 303 динара. Остатак од ове суме

трошио је на цигарете по 4,^{дин} 60 дневно. Колико је имао од овог новца после три недеље? (0,40).

8. Пре рата, кад је живот био много јевтинији, приређен је један концерт и на каси је пало 453,^{дин} 50. Продато је било 35 карата по 3 динара, 50 по 2,^{дин} 50, 120 по 1 дин, а остале карте по 0,^{дин} 50. Колико је било продато ових последњих? (207).

9. **Слуга одличан рачунџија.** — Погађајући се са газдом, слуга рече: „Не тражим велику месечну плату. Платићете ми овако: за први дан једну пару, за други две паре, за трећи 4 паре итд., за сваки следећи дан двапута више од претходног дана”. Колико је изнела та његова мала плата за један месец?

ГЛАВА XIII

МЕТАРСКИ СИСТЕМ МЕРА

87. Основа готово свих мера које се данас употребљавају јесте *метар*. Из ове јединице за дужину изведене су мере за површину, запремину и тежину. Јединице нижега реда добијају називе од основне јединице, кад се напред ставе речи *деси* (10 пута мање), *санти* (100 пута мање), *мили* (1 000 пута мање). Јединице вишега реда добијају напред грчке речи *дека* (10 пута веће), *хекто* (100 пута веће) и *кило* (1 000 пута веће).

Мере за дужину

88. Јединица за дужину је *метар* (m). То је десетмилионити део четвртине земљиног меридијана. Десети део од метра је *десиметар* (dm), стоти део *сантиметар* (cm), хиљадити део *милиметар* (mm). Десет метара чини један *декаметар* (Dm), сто метара чине један *хектометар* (hm), хиљада метара један *километар* (km). Десет хиљада метара зову се *миријаметар* (Mm).

Декаметар, хектометар и миријаметар ретко се употребљавају. Због тога су у овој табели те јединице изостављене:

$$1 \text{ km} = 1\,000 \text{ m}$$

$$1 \text{ m} = 10 \text{ dm} = 100 \text{ cm} = 1\,000 \text{ mm}$$

$$1 \text{ dm} = 10 \text{ cm} = 100 \text{ mm}$$

$$1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$$

Код мера за дужину је редукциони број 10. Десиметар, сантиметар и милиметар у природној величини.



89. Бројеви којима се казују дужине могу се писати и као *вишеимени* и као *једноимени* бројеви.

Као једноимени бројеви могу се писати двојако. Или се све јединице вишега реда преобрате у најниже јединице и тако број добије једно име, или се употреби децималан начин писања. Тај број може добити име ма кога реда.

Из ових примера то ће се најбоље видети.

$$1. 2 \text{ m } 7 \text{ dm } 8 \text{ cm } 9 \text{ mm} = 2\,789 \text{ mm.}$$

$$2. 2 \text{ m } 8 \text{ cm} = 208 \text{ cm.}$$

$$3. 1 \text{ km } 4 \text{ m } 6 \text{ mm} = 1\,004\,006 \text{ mm.}$$

$$4. 4 \text{ m } 60 \text{ cm} = 4,^{\text{m}} 60; 2,^{\text{m}} 35 = 235 \text{ cm}; 36 \text{ dm} = 3,^{\text{m}} 6; 7 \text{ cm} = 0,^{\text{m}} 07.$$

$$5. 1,^{\text{m}} 345 = 1 \text{ m } 345 \text{ mm}; 0,^{\text{m}} 048 = 48 \text{ mm}; 765 \text{ mm} = 0,^{\text{m}} 765.$$

$$6. 3 \text{ km } 768 \text{ m} = 3,^{\text{km}} 768; 5 \text{ km } 5 \text{ m} = 5,^{\text{km}} 005; 976 \text{ m} = 0,^{\text{km}} 976.$$

90. **Децимални бројеви.** — Десиметар као децималан број пише се:

$$1 \text{ dm} = 0,^{\text{m}} 1$$

$$2 \text{ dm} = 0,^{\text{m}} 2$$

$$3 \text{ dm} = 0,^{\text{m}} 3$$

$$1 \text{ m } 4 \text{ dm} = 1,^{\text{m}} 4$$

Водећи рачуна да је десиметар десети део од метра, видимо да прва цифра десно од запете, у децималном броју, претставља *десете* делове од метра, *десете делове од целих јединица*.

Сантиметар као децималан број пише се:

$$1 \text{ cm} = 0,^{\text{m}} 01$$

$$2 \text{ cm} = 0,^{\text{m}} 02$$

$$3 \text{ cm} = 0,^{\text{m}} 03$$

$$1 \text{ m } 4 \text{ cm} = 1,^{\text{m}} 04$$

Из овога се види да друга цифра десно од запете претставља *стоте* делове од *целих* јединица.

На сличан начин можемо претставити и милиметре. Они би дошли на треће место десно од запете. То значи да трећа цифра претставља *хиљадите* делове од *целих* јединица.

Из овога видимо какви су то децимални бројеви:

Сваки децималан број има два дела, који су раздвојени запетом. Део с леве стране претставља целе јединице, а део с десне стране делове целих јединица. Прва цифра с десне стране од запете значи десете делове, друга стоте, трећа хиљадите итд. Свака даља цифра претставља 10 пута мање јединице од претходне. Прве цифре десно зову се десети, друге стоти, треће хиљадити итд.

91. Практично упутство за читање децималних бројева. Прво се прочита део с леве стране запете, као цео број, затим децимални део, такође као цео број, али се при том изговори ранг последње цифре.

Тако број 35, 432 чита се: 35 целих и 432 хиљадита.

Број 0,503 чита се: нула целих, 503 хиљадита.

92. Практично упутство за писање децималних бројева. Ако се при изговарању броја одвоји цели део од децималног, онда најпре напишемо цео број и одвојимо га запетом. Затим напишемо изговорени децимални део као цео број, пазећи при том да последња цифра заузме место на које треба да дође према свом рангу.

Ако нема целог дела, напише се нула и иза нуле запета.

Пример: Број 235 целих и 23 хиљадита пише се 235,023.

Ако при изговарању броја не изговарамо одвојено целе од децималног дела, као на пр. 3 209 стотих, онда треба написати цео изговорени број, затим ставити запету тако, да последња децимална цифра заузме место на које долазе децимални онога реда које та цифра претставља.

Примери: Број 3 209 стотих пише се: 32,09.

93. Упоредивање децималних бројева по величини.

Децималан број се не мења ако му с десне стране дописујемо нуле, или ако му избришемо нулу с десне стране, под условом да запета остане увек на истом месту.

Пример: $1,^m5 = 1,^m50 = 1,^m500$.

Ако хоћемо да видимо који је од два децимална броја већи, удесимо да добију једнак број децимала, дописујући једном од њих потребан број нула. Тада прецртамо запете и извршимо упоређивање као и код целих бројева.

Напомена 1. — Од два децимална броја увек је већи онај чији је цели део већи.

Напомена 2. — Ако су цели делови једнаки, већи је онај који има прву децималну цифру већу.

Тако је $43,651 > 43,6378$ или $436510 > 436378$.

94. Померање запете. — Ако у једном децималном броју померимо запету за једно место удесно, свака цифра изражаваће јединице 10 пута веће. Ако запету померимо за два места удесно, свака цифра добиће 100 пута већу вредност. Ако запету померимо за три места, свака цифра постане хиљаду пута већа итд. Нови број је, дакле, 10, 100, 1000 . . . пута већи од првобитног.

Тако је 43,56 десет пута веће од 4,356.

Ако запету померимо за 1, 2, 3 . . . места улево, свака цифра постане 10, 100, 1 000 . . . пута мања, па и сам број постане толико пута мањи.

Пример: 2,653 десет пута је мање од 26,53.

за усмено вежбање

1. $3m = dm$ (колико десиметара?) $5dm = cm$? $9cm = mm$?
 $4dm = mm$?
2. $2m 5cm = cm$; $2m 8dm 1cm = cm$; $4dm 1cm 8mm = mm$?
3. $5m 7dm = cm$; $8m 9cm = mm$; $2m 6dm = mm$?
4. $4m 8dm = mm$; $17m = cm$; $1m 1cm = mm$?
5. $2km 400m = m$; $10km = m$; $3hm 100m = m$?
6. $12km 13m = m$; $20km = m$; $3km 100m = m$?
7. $70mm = cm$; $68mm = cm$; $230mm = cm$?
8. $200mm = dm$; $345mm = dm$; cm ; mm ?
9. $5000mm = m$; $2400mm = m$; $10000mm = m$?
10. $520cm = m$; $609cm = m$; $1200cm = m$?
11. $1050cm = m$; $95cm = dm$; $370cm = dm$?
12. $314cm = m$; $3004cm = m$?
13. $2800mm = dm$; $22020mm = m$?
14. $7000m = km$; $2900m = km$; $3004m = km$?
15. $3040m = km$? $20008m = km$?
16. $34500dm = km$; $600000cm = km$?
17. $1000000mm = km$; $900000000mm = km$?
18. $10,^m 10 = m$; $17,^m 01 = m$; $0,^m 08 = cm$?
19. $18m 10cm = m$ (написати у облику децималног броја);
 $100m 1cm = m$; $99cm = m$?
20. $7,^m 215 = m$; $2,^m 020 = m$; $0,^m 004 = mm$?

21. $8\text{m } 888\text{mm} = \text{m}$; $6\text{m } 20\text{mm} = \text{m}$; $6\text{mm} = \text{m}$? (Све у облику децималног броја).
22. $4,^{\text{km}} 44 = \text{km m}$; $1,^{\text{km}} 070 = \text{km m}$; $0,^{\text{km}} 048 = \text{m}$?
23. $5\text{km } 900\text{m} = \text{km}$; $1\text{km } 11\text{m} = \text{km}$; $36\text{m} = \text{km}$?
24. $7\text{m } 7\text{dm} = \text{m}$; $48\text{dm} = \text{m}$; $4\text{dm } 5\text{cm } 8\text{mm} = \text{cm}$?

Питања

1. Како се мерењем долази до броја?
2. Кажите неке величине које меримо!
3. Шта су основне јединице, а шта изведене?
4. Какве су то јединице вишег и нижег реда?
5. Каква је радња редуцирање?
6. Шта је редуцициони број?
7. Зашто је потребно редуцирање?
8. Како је добијен метар?
9. Шта је метарски систем мера?
10. Које речи употребљавамо за ниже јединице од метра? Које за више јединице?
11. Шта је децималан број?
12. Кажите практично упутство за читање децималних бројева! Наведите неколико примера!
13. Кажите практично упутство за писање децималних бројева! Наведите неколико примера!
14. Шта бива са децималним бројем кад му се с десне стране дописују нуле? Примери!
15. Како упоређујемо по величини децималне бројеве?
16. Шта бива са једним децималним бројем ако му се запета помера удесно? А шта, кад се запета помера улево?
17. Исажите правило, како се децималан број дели са 10, 100, 1 000...!
18. Који је број 100 пута већи од бројева: 2,588; 18,7?
19. Који је број 100 пута мањи од бројева: 258,8; 18,7?

За писмено вежбање

1. Изрази у cm : $1\ 050\ \text{m}$; $2\ \text{km } 80\ \text{m } 90\ \text{cm}$; $10\ \text{km } 270\ \text{m } 40\ \text{mm}$; $5\ \text{m } 50\ \text{mm}$; $1\ \text{km } 200\ \text{m } 700\ \text{mm}$; $10\ \text{km } 10\ \text{mm}$!
2. Напиши у km m cm : $707\ 070\ \text{cm}$; $3\ 004\ 800\ \text{mm}$; $18\ 050\ \text{m } 60\ \text{mm}$!

3. Колико је m у децималном писању: $4\ \text{m } 44\ \text{cm}$; $7\ \text{m } 59\ \text{mm}$; $248\ \text{m } 4\ \text{dm } 7\ \text{cm } 8\ \text{mm}$?
4. Колико су km : $5\ \text{km } 347\ \text{m}$; $7\ \text{km } 8\ \text{m}$; $12\ 400\ \text{m}$; $5\ 935\ 000\ \text{cm}$; $100\ 000\ \text{mm}$; $1\ 000\ \text{cm}$?
5. Колико m су: $2,^{\text{km}} 345$; $0,^{\text{km}} 072$; $1,^{\text{km}} 080$?
6. Изрази у cm : $2,^{\text{km}} 70$; $2,^{\text{m}} 07$; $0,^{\text{m}} 27$; $2,^{\text{dm}} 8$; $0,^{\text{dm}} 006$; $55\ \text{mm}$; $8\ \text{mm}$; $2\ \text{m } 75\ \text{mm}$; $2\ \text{dm } 3\ \text{cm}$; $4\ \text{mm}$!
7. Напиши у m : $1\ 727\ \text{mm}$; $10\ 240\ \text{cm}$; $1\ \text{km } 20\ \text{m } 49\ \text{cm}$; $5\ \text{m } 8\ \text{dm } 7\ \text{cm}$; $1\ \text{m } 8\ \text{cm } 4\ \text{mm}$; $1\ \text{km } 1\ \text{cm}$!
8. Колико mm су: $2,^{\text{cm}} 4$; $0,^{\text{cm}} 9$; $1,^{\text{m}} 269$; $0,^{\text{m}} 080$?
9. Претвори у m : $2\ 738\ \text{cm}$; $5\ \text{dm } 9\ \text{cm}$; $2\ \text{m } 8\ \text{dm } 7\ \text{cm}$; $2\ \text{m } 8\ \text{cm } 7\ \text{mm}$; $2\ \text{dm } 8\ \text{dm } 7\ \text{mm}$!
10. Изрази у m са 3 децимала: $7\ \text{m } 60\ \text{cm}$; $10\ \text{m } 9\ \text{dm}$; $27\ \text{cm}$; $625\ \text{mm}$; $1\ \text{dm}$; $2\ \text{dm } 5\ \text{cm}$; $2\ \text{dm } 5\ \text{mm}$; $2\ \text{m } 5\ \text{dm}$; $2\ \text{km } 5\ \text{cm}$; $2\ \text{km } 5\ \text{mm}$!
11. Изрази у m са 1 десетним местом: $8\ \text{m } 40\ \text{cm}$; $17\ \text{dm}$; $90\ \text{cm}$; $1\ 300\ \text{mm}$; $800\ \text{mm}$!
12. $5,^{\text{m}} 080 = \text{mm}$; $0,^{\text{m}} 700 = \text{cm}$?
13. Исприши речима ове бројеве: 3,75; 4,07; 52,375; 503,27; 503,7081; 47,085; 59,0802; 601,003; 605,000 301.
14. Напиши бројеве:
Три целе јединице, четрдесет и пет хиљадитих.
Три стотине два цела и седам милионитих.
Две стотине педесет и шест десетих.
Седамнаест хиљадитих.
15. Напиши 1 000 пута веће бројеве од: 45,175; 3,405; 3,88; 17,008; 178,04; 179,3; 0,005; 0,7!

95. Сабирање и одузимање дужина. Сабирање и одузимање децималних бројева. — Дужине се могу сабирати и одузимати као вишеимени бројеви. Али најбоље је и најлакше ако се доведу на једноимене бројеве, пишући их у облику децималних бројева.

Практично упутство. — Сабирање и одузимање децималних бројева бива као и сабирање и одузимање целих бројева. Сабирају се или одузимају цифре истог ранга. Тако се на пр. сабирају трећи децимали са трећим, други са другим, први са првим. Затим се стави запета, па сабирање продужи са целим. У прво време могу се места која недостају попунити нулама.

Ако се сабирци напишу један испод другог, онда цифре истог реда треба написати једну испод друге, а тако исто и запете да дођу тачно једна испод друге.

У простим случајевима, ако су подаци дати и у облику вишеимених бројева, може се потражити решење одмах без преобраћања у једноимене бројеве.

Примери:

1. $4\text{m } 24\text{cm} + 5\text{m } 36\text{cm} = 9\text{m } 70\text{cm}.$
2. $20\text{m} - 14\text{m } 75\text{cm} = 5\text{m } 25\text{cm}.$
3. $2\text{m } 4\text{dm } 1\text{cm} + 3\text{m } 8\text{dm} = 2,\text{m } 41 + 3,\text{m } 80 = 6,\text{m } 21.$
4. $1\text{km } 742\text{m } 60\text{cm} - 958\text{m } 432\text{mm} = ?$

$$\begin{array}{r} \text{Решење:} \quad 1 \text{ } 742,\text{m } 600 \\ \quad \quad \quad - 958,\text{m } 432 \\ \hline \quad \quad \quad = 784,\text{m } 168 \end{array}$$

За усмено вежбање

1. $1\text{m } 4\text{dm} + 3\text{m } 5\text{dm} = \text{m } \text{dm}; 5\text{dm } 4\text{cm} + 6\text{cm} = \text{dm}; 5\text{dm } 4\text{mm} + 46\text{mm} = \text{cm}?$
2. $2\text{m } 80\text{cm} + 3\text{m } 20\text{cm} = \text{m}; 4\text{m } 90\text{cm} + 10\text{m } 20\text{cm} = \text{m } \text{cm}; 1,\text{m } 25 + 2,\text{m } 65 = ; 2,\text{dm } 4 + 0,\text{dm } 5 = ?$
3. $70\text{cm} + 99\text{cm} = \text{m } \text{cm}; 1\text{m } 8\text{cm} + 94\text{cm} = \text{m } \text{cm}; 9,\text{m } 60 + 0,\text{m } 54 = ; 3,\text{m } 90 + 5,\text{m } 87 = ?$
4. $50\text{mm} + 27\text{mm} = \text{cm } \text{mm}; 4\text{cm } 5\text{mm} + 35\text{mm} = \text{cm}; 3,\text{m } 37 + 63\text{cm} = \text{m}; 0,\text{m } 40 + 0,\text{m } 70 = \text{m}?$
5. $24\text{cm} + 760\text{mm} = \text{m}; 4\text{cm} + 59\text{mm} = \text{mm}?$
6. $9\text{dm} + 6\text{dm} + 2\text{cm} = \text{cm}; 4\text{dm} + 1\text{mm} = \text{mm}?$
7. $5\text{m} + 6\text{m} + 2\text{cm} = \text{cm}; 12\text{dm} + 20\text{cm} = \text{m } \text{cm}?$
8. $1\text{km } 600\text{m} + 2\text{km } 500\text{m} = ; 3\text{km} + 7800\text{m} = \text{km } \text{m}; 17\text{km } 350\text{m} + 22\text{km } 669\text{m} = \text{km}?$
9. $1\text{m} - 25\text{cm} = ; 8\text{m} - 6\text{m } 80\text{cm} = \text{m } \text{cm}?$
10. $5\text{dm} - 6\text{cm} = \text{cm}; 4\text{cm} - 4\text{mm} = \text{mm}?$
11. $80\text{cm} - 50\text{mm} = \text{cm}; 3\text{m } 50\text{cm} - 60\text{cm} = \text{m } \text{cm}?$
12. $1\text{m } 4\text{cm} - 84\text{cm} = \text{cm}; 1\text{m} - 9\text{dm } 4\text{cm} = \text{cm}?$
13. $2\text{m} - 1\text{m } 4\text{dm } 5\text{cm} = \text{cm}; 1\text{km } 4\text{m} - 750\text{m} = \text{m}?$
14. $1\text{km} - 720\text{m} = \text{m}; 1\text{km } 4\text{m} - 1003\text{m } 99\text{cm} = ?$
15. $3,\text{km } 90 - 2,\text{km } 888 = \text{km}; 1\text{km} - 0,\text{m } 333 = \text{km}?$
16. $554\text{mm} - 50\text{cm} = \text{mm}; 28\text{m} - 2000\text{cm} = \text{m}?$
17. $1\text{m} - 3\text{cm } 3\text{mm} = \text{cm } \text{mm}; 3\text{m} - 197\text{cm} = \text{mm}?$

17. $2\text{m} - 3\text{cm} = \text{m } \text{cm}; 1\text{m} - 1\text{cm} = \text{m } \text{cm}?$
18. $2000\text{m} - 1\text{km } 960\text{m} = \text{m}; 1\text{km} - 1\text{cm} = \text{m } \text{cm}?$
19. $800\text{m} + 800\text{cm} + 800\text{mm} = \text{m } \text{cm}?$
20. $7\text{m } 90\text{cm} + 4\text{m } 10\text{cm} - 11\text{m} = \text{m}?$
21. $2\text{m} - 189\text{cm} + 3\text{cm} = \text{m}; 1\text{m} - 0,\text{m } 78 + 8\text{cm} = \text{cm}?$
22. $2\text{km} - 1800\text{m} - 180\text{m} = \text{m}; 7\text{km} - 5,\text{km } 555 = \text{km}?$
23. $5\text{km } 900\text{m} + 6\text{km } 600\text{m} - 12500\text{m} = \text{km}?$
24. $2\text{m} - 1\text{m } 60\text{cm} - 32\text{cm} = \text{cm}?$
25. $1200\text{mm} - 1\text{m } 19\text{cm} = \text{mm}; 1\text{km} - 999,\text{m } 999 = \text{mm}?$

За писмено вежбање

1. У једном троуглу једна страна дугачка је $1\text{m } 25\text{cm } 8\text{mm}$, друга $3\text{m } 9\text{cm}$, трећа $2\text{m } 89\text{cm } 5\text{mm}$. Колики је збир свих страна, или обим троугла?

2. Једно земљиште има облик четвороугла. Једна страна дугачка је $31\text{m } 40\text{cm}$; друга је за $5\text{m } 50\text{cm}$ дужа; трећа је једнака с првом, а четврта је за $8\text{m } 10\text{cm}$ мања од друге. Колики је обим тог четвороугла?

3. Један врт има облик правоугаоника. Дужина му је $29\text{m } 30\text{cm}$, ширина половина од дужине. Колико је дугачка његова ограда? (Нацртај један сличан правоугаоник!)

4. Од једног комада платна, у коме има 60m , отсечено је $7\text{m } 50\text{cm}$, затим још $18\text{m } 85\text{cm}$ и напослетку $28\text{m } 25\text{cm}$. Колико је још остало платна у комаду?

5. Један пешак треба да пређе за 3 дана пут од 100km . Кад он првог дана пређе $23\text{km } 600\text{m}$, другог $9\text{km } 900\text{m}$ више неголи првог, колики пут треба да пређе трећег дана?

6. Железничка станица А удаљена је од В $7\text{km } 800\text{m}$ В од С $6\text{km } 950\text{m}$, С од Д $8\text{km } 850\text{m}$. Колики је пут од А до Д?

7. Једна госпођа купи 3 комада платна, у једном $37,\text{m } 80$, у другом $31,\text{m } 55$, у трећем $28,\text{m } 55$. Колико је платила за све, кад је 1m рачунат 10 динара?

$\begin{array}{r} 8. \quad 2,\text{m } 456 \\ \quad + 3,\text{m } 08 \\ \quad + 0,\text{m } 742 \\ \quad + 1,\text{m } 5 \\ \hline \quad = \end{array}$	$\begin{array}{r} 9. \quad 7,\text{km } 438 \\ \quad + 5,\text{km } 820 \\ \quad + 4\text{km} \\ \quad + 7,\text{km } 542 \\ \hline \quad = \end{array}$	$\begin{array}{r} 10. \quad 10,\text{m } 8 \\ \quad - 7,\text{m } 942 \\ \hline \quad = \end{array}$
---	--	--

11. $5,^m 342 + 9,^m 58 + 11,^m 004 + 7,^m 5 + 1,^m 05 = ?$
 12. $(8,^m 459 - 5,^m 578) + (2,^m 48 - 1,^m 91) + (17^m - 14,^m 268) = ?$
 13. $(9,^m 17 - 7,^m 043) + 4,^m 5 - (10,^m 849 - 7,^m 77) = ?$
 14. $7^m 125\text{mm} - 2,^m 28 - 5^m 48\text{cm} + 4^m 45\text{cm} = ?$
 15. $3,^{\text{km}} 048 + 2^{\text{km}} 267^m - 1,^{\text{km}} 946 - 697^m = ?$
 16. Изврши ова сабирања:
 $4,753 + 35,04 + 703,2$; $54,02 + 3,075 + 152,7$;
 $505,031 + 0,0752 + 4,71$; $0,003 + 0,0725 + 0,701!$
 17. Изврши ова одузимања:
 $4,853 - 3,17$; $66,8705 - 32,007$; $0,06 - 0,035$;
 $48,807 - 0,898$; $34,706 - 33,098$; $7,003 - 0,0871!$

96. Множење и дељење дужина (децималних бројева) једним целим бројем. — Множење и дељење дужина може се извршити као обично множење и дељење вишеимених бројева.

Множење дужина, написаних у облику децималног броја, једним целим бројем, врши се као и код целих бројева. У резултату треба одвојити онолико децимала, колико има у децималном броју.

Ако хоћемо да поделимо један децималан број целим бројем, радићемо као кад делимо цео број; само треба да пазимо да у количнику ставимо запету пре него што спустимо прву децималну цифру. Ако се дељење свршава са остатком, онда се том остатку допише нула и дељење настави.

Напомена 1. — Један други начин множења и дељења састојао би се у томе, да се вишеимени број преобрати у јединице најнижег реда, па потом изврши одговарајућа радња.

Напомена 2. — Ако је делилац већи од целог дела дељениковог, онда се у количнику одмах стави нула и одвоји запетом, а дељење настави као да је дељеник цео број.

Напомена 3. — Правилном изреченим у напомени 2 можемо се користити и у случају дељења два цела броја, кад је делилац већи од дељеника. Тада дељеник сматрамо као децималан број коме се стави запета десно од јединица, па затим, као децимале, допишемо нуле у произвољном броју.

Примери:

1. $(3^m 4^{\text{dm}} 5^{\text{cm}}) \cdot 5 = 345^{\text{cm}} \cdot 5 = 1\ 725^{\text{cm}} - 17,^m 25.$
 2. $2,^{\text{km}} 836 \cdot 12 = 34,^{\text{km}} 032.$

3. $(2^m 16^{\text{cm}}) : 18 = 12^{\text{cm}}$ или $0,^m 12.$
 4. $17,^m 395 : 7 = 2,^m 485.$
 5. $9,^m 8 : 8 = 1,^m 225.$
 6. $(21^m 2^{\text{dm}}) : (2^m 65^{\text{cm}}) = 2\ 120^{\text{cm}} : 265^{\text{cm}} = 8.$ (Нап. 1).
 7. $3 : 8 = ?$
 Решење: $3,000 : 8 = 0,375$

$$\begin{array}{r} \text{—} \\ 30 \\ \text{—} \\ 60 \\ \text{—} \\ 40 \\ \text{—} \\ 0 \end{array}$$

За усмено вежбање

1. $6^{\text{dm}} \cdot 5 = \text{m}$; $50^{\text{cm}} \cdot 4 = \text{m}$; $8^{\text{mm}} \cdot 20 = \text{cm}$?
 2. $40^m \cdot 200 = \text{km}$; $(3^{\text{km}} 200^m) \cdot 4 = \text{km m}$?
 3. $(4^{\text{dm}} 5^{\text{cm}}) \cdot 10 = \text{m dm}$; $7^{\text{mm}} \cdot 400 = \text{m cm}$?
 4. $(3^m 60^{\text{cm}}) \cdot 5 = \text{m}$; $(8^m 80^{\text{cm}}) \cdot 5 = \text{m}$?
 5. $(5^{\text{km}} 50^m) \cdot 9 = \text{km m}$; $(1^{\text{km}} 400^m) \cdot 20 = \text{km}$?
 6. $(4^{\text{cm}} 5^{\text{mm}}) : 5 = ?$; $(2^{\text{dm}} 8^{\text{cm}}) : 14 = ?$; $3^m : 10 = ?$
 7. $(6^m 80^{\text{cm}}) : 17$; $(1^m 2^{\text{dm}} 1^{\text{cm}}) : 11 = ?$
 8. $(1^{\text{km}} 200^m) : 60 = ?$; $(7^{\text{km}} 200^m) : 360 = ?$
 9. $(1^{\text{dm}} 2^{\text{cm}} 8^{\text{mm}}) : 16 = ?$; $(1^m 20^{\text{cm}}) : 30 = ?$ (Напом. 1).
 10. $(4^{\text{dm}} 9^{\text{cm}}) : 7^{\text{cm}} = ?$; $(3^m 40^{\text{cm}}) : 34^{\text{cm}} = ?$
 11. $(2^m 5^{\text{dm}}) : (2^{\text{dm}} 5^{\text{cm}}) = ?$; $4^m : 8^{\text{cm}} = ?$
 12. $8^m : (1^m 60^{\text{cm}}) = ?$; $4^{\text{km}} : 4^m = ?$
 13. $5,^m 17 \cdot 5 = ?$; $0,^m 48 \cdot 4 = ?$; $2,^{\text{km}} 333 \cdot 3 = ?$
 14. $3,^m 39 : 3 = ?$; $44,^m 4 : 6 = ?$; $0,^m 428 : 4 = ?$
 15. $1,^m 20 : 15^{\text{cm}} = ?$; $3,^{\text{km}} 2 : 160^m = ?$

За писмено вежбање

1. $(37^m 34^{\text{cm}} 5^{\text{mm}}) \cdot 8 = ?$; $(17^{\text{cm}} 8^{\text{mm}}) \cdot 800 = ?$
 2. $(7^{\text{km}} 283^m) \cdot 25 = ?$; $19^{\text{km}} 235 \cdot 6 = ?$
 3. Један воз прелази за секунд просечно $12,^m 50$; колики пут пређе за сат?
 4. Колико су m и cm високе једне степенице од 19 басамака, кад је сваки басамак висок 18^{cm} ?

5. Кад је за једно одело потребно $3^m 30$ штофа, колико је метара потребно за 4 туцета таквих одела?
6. $(2km 250m) : 90 = ; 124^m 20 : 27 = ?$
7. $(2km 168m 10cm) : 27 = ; 8km : 640 = ?$
8. Колико пута се може један канап, дужине $4km 375m$, да обавије око једног ваљка чији је обим $35cm$? (Даје ли рачун тачан резултат?) ($12 500$).
9. На један калем, обима $25mm$, треба да се намота жица $2km$ дужине. Колико ће бити завоја? ($80 000$).
10. Дуж једног пута, са обе стране, треба да се засаде дрвета тако, да једно од другог буду удаљена $5m 60cm$. Колико је потребно дрвета кад је дужина пута $1km 400m$ (500).
11. Једна улица, дугачка $1km 740m$, добија електрично осветљење. Колико сијалица треба наместити кад њихово међусобно отстојање треба да буде $36m 25cm$? (48).
12. Неко је, прешавши пут од $4km 160m$, направио $6 400$ корака. Колико је дугачак један корак? ($0,65$).
13. Колико корака, сваки по $75cm$, треба да направи један пешак, да би прешао пут од $6km 750m$? ($9 000$).
14. Један брзи воз пређе за минут $1km 50m$; колики пут пређе тај воз од пола 8 сати до $9^h 10^{mn}$? ($105km$).
15. Точак на једним колима има у обиму $2m 24cm$; колико пута се окрене на путу од $63km$? ($28 125$).
16. Велосипед оде напред $4^m 80$ док се педале окрену једанпут. Колико се km пређе кад се педале окрену $6 250$ пута?
17. Колики пут пређе један точак на аутомобилу за $1^h 45^{mn}$ кад за минут направи 140 обрта, а при сваком обрту оде напред за $3^m 20$? ($47km 40m$).
18. Један аутомобил прелази просечно $9^m 40$ за секунд. Колико километара пређе од $11^h 10^{mn}$ пре подне до 2^h по подне?
19. Један мањез има у обиму $87m 50cm$. Колико пута је један коњ оптрчао тај обим кад је направио пут од $3km 237^m 50$?
20. После колико секунда се чује пуцањ једнога топа, који је удаљен $17^km 982$, кад звук прелази у сваком секунду 333 метра? (54).
21. Колико је широк насип једног дуплог колосека железничке пруге кад је отстојање између оба колосека $1m 60cm$, отстојање између шина једног колосека $1m 435mm$, а изван

спољних шина, на обема странама, има још простора по $1m 24cm$? ($6m 95cm$).

22. Земља на своме путу око Сунца прелази просечно за секунд $29km 602m$. Колики пут направи за један сат? Колики за 365 дана и 6 часова?

23. За које би време један брзи воз ($80 \frac{km}{час}$) стигао са Земље на Месец ($385 200 km$); за које време на Сунце ($148 500 000km$)?

24. **Спори путник.** — За колико би година пуж ($1 \frac{mm}{sec}$) обишао целу Земљу ($40 000km$)?

Напомена. — Вежбај се у свакој прилици да погађаш отприлике дужине, па потом проверавај за колико си погрешно! Тако на пр. питај се: колико је дугачка клупа, колико висока; колико је дугачка табла, колико широка; колико је дугачка учионица, колико широка, колико висока; колико су висока врата, колико прозори; колико је висока столица, колико седиште на њој; колико је висока школска зграда, колико црква; колики је пут од куће до школе, колики од школе до цркве; колико људи могу стати око водоскока на Теразијама; колика је ширина реке (Саве, Дунава) итд.

Мере за површину

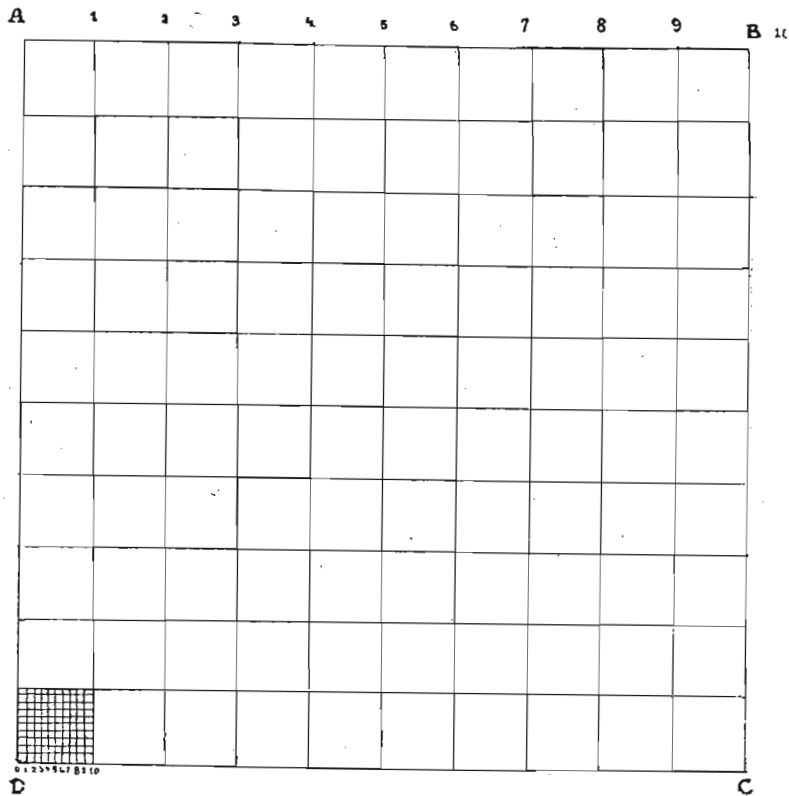
97. Јединица је **квадратни метар** (m^2). То је квадрат чија је свака страна дугачка $1 m$. Ако сваку страну поделимо на $10 dm$ и спојимо по две и две одговарајуће наспрамне тачке, то ће квадратни метар бити подељен на 100 мањих квадрата, којима је свака страна $1 dm$. Такав квадрат зове се квадратни десиметар (dm^2). Тако је 1 квадратни метар = 100 квадратних десиметара. Исто тако можемо, као што нам и слика показује, квадратни десиметар да поделимо на 100 квадратних сантиметара (cm^2). Најзад квадратни сантиметар може се даље поделити на 100 квадратних милиметара (mm^2).

Већа јединица од квадратног метра је *ар*. То је квадрат коме је свака страна $10m$; тако је $1 ar = 100m^2$.

Хектар је квадрат коме је свака страна $100m$. Тако је један хектар (ha) = $(100 \cdot 100) m^2 = 10 000 m^2 = 100a$.

Ар и хектар зову се друкчије *аграрне јединице*. Као аграрна јединица често се употребљава *јутро*. Једно јутро = $57^a 5464$.

Један квадратни километар (km^2) има $(1\,000 \cdot 1\,000) \text{ m}^2 = 1\,000\,000 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ a} = 100 \text{ ha}$.



98. Мере за површину могу се прегледно претставити оваквом једном табелом:

квадратни километар km^2	хектар ha	ар a	квадратни метар m^2
1	= 100	= 10 000	= 1 000 000
	1	= 100	= 10 000
		1	= 100

квад метар m^2	квад. десиметар dm^2	квад. сантиметар cm^2	квад. милиметар mm^2
1	= 100	= 10 000	= 1 000 000
	1	= 100	= 10 000
		1	= 100

Док је код мера за дужину редукициони број 10, дотле је код мера за површину 100.

99. При писању у облику децималних бројева, ако је површина изражена у квадратним метрима, на пр. $4,^{\text{m}^2} 658240$, број написан са прва два децимала 65 означаје десиметре квадратне; са два даља децимала (82) означени су квадратни сантиметри, а 40 значи квадратне милиметре.

Слично томе су:

$$3,^{\text{ha}} 597\,427 = 3\text{ha } 59\text{a } 74\text{m}^2\,27\text{ dm}^2.$$

Исто тако:

$$0,^{\text{a}} 246 = 24\text{m}^2\,60\text{dm}^2.$$

100. Као што видимо из претходних примера, мере за површину нису потпуно у складу са десетним бројењем. Али, ако у једном таквом броју не посматрамо узастопне цифре, него узимамо по две одвојено, видећемо да тако узете две цифре претстављају редом јединице 100 пута мање, како смо то већ утврдили. При читању и писању бројева који казују површине држаћемо се ових практичних упутстава:

Практично упутство за писање бројева који претстављају површине. — Исписују се редом по две цифре за сваку јединицу, почевши од највиших; ако број извесних јединица има само једну цифру, место испред те цифре попуњује се нулом; ако неких јединица уопште нема, на њихово се место напишу две нуле; само на месту највиших јединица може бити једна цифра.

Пример 1. — Написати 3 квадратна метра, 2 квадратна десиметра и 45 квадратних сантиметара.

Решење: Две цифре за квадратне метре јесу 03, за квадратне десиметре 02, за квадратне сантиметре 45. На првом месту може бити и само једна цифра. Према томе писаћемо:
 $3,^{\text{m}^2} 0245$.

Пример 2. — Написати 12 хектара и 3 квадратна метра.

Решење: На место хектара долазе цифре 12; на место ара, којих нема, 00; на место квадратних метара 03; ако узмемо за јединицу квадратни метар, писаћемо:
 $120\,003\text{m}^2$.

Ако узмемо за јединицу хектар, писаћемо:
 $12,^{\text{ha}} 0003$.

Практично упутство за читање бројева који претстављају површине: Написани број поделимо у класе од по две цифре, почевши од десетне запете налево и надесно; ако у последњој класи надесно има само једна цифра, допишемо нулу, пошто се тако вредност децималног броја не мења; затим изговоримо поједине класе заједно са одговарајућим именом.

Пример 1. — Прочитати 405,^a 031.

Решење: 4 | 05,^a | 03 | 10

4 хектара, 5 ара, 3 квадратна метра, 10 квадратних десиметара.

Пример 2. — Прочитати 1009,^m 36004.

Решење: 10 | 09,^m | 36 | 00 | 40

10 ара, 9 квадратних метара, 36 квадратних десиметара, 40 квадратних милиметара.

За усмено вежбање

- $5\text{m}^2 26\text{dm}^2 = \text{dm}^2$ (колико квадратних десиметара?)
 $7\text{dm}^2 8\text{cm}^2 = \text{cm}^2?$
- $12\text{m}^2 19\text{dm}^2 = \text{dm}^2$, $1\text{dm}^2 95\text{cm}^2 = \text{cm}^2?$
- $2\text{cm}^2 2\text{mm}^2 = \text{mm}^2$; $17\text{m}^2 18\text{dm}^2 19\text{cm}^2 = \text{cm}^2?$
- $20\text{m}^2 = \text{mm}^2$; $3\text{dm}^2 = \text{mm}^2$; $4\text{a} 56\text{m}^2 = \text{m}^2?$
- $2\text{ha} 88\text{a} = \text{a}$; $4\text{ha} 37\text{a} 50\text{m}^2 = \text{m}^2?$
- $1\text{ha} 2\text{a} 90\text{m}^2 = \text{m}^2$; $3\text{ha} 3\text{a} 2\text{m}^2 = \text{m}^2?$
- $17\text{ha} = \text{m}^2$; $9\text{ha} 10\text{a} = \text{m}^2$; $4\text{km}^2 = \text{ha}?$
- $2\text{km}^2 34\text{ha} = \text{a}$; $5\text{km}^2 27\text{ha} 30\text{a} 12\text{m}^2 = \text{m}^2?$
- $20\ 000\text{cm}^2 = \text{m}^2$; $17\ 860\ \text{cm}^2 = \text{m}^2\ \text{dm}^2\ \text{cm}^2?$
- $48\ 000\text{dm}^2 = \text{a}\ \text{m}^2$; $144\ 000\text{m}^2 = \text{ha}\ \text{a}$
- $25\ 000\ 000\text{cm}^2 = \text{a}$; $43\ 580\text{m}^2 = \text{ha}\ \text{a}\ \text{m}^2?$
- $60\ 081\text{a} = \text{km}^2\ \text{a}$; $25\ 303\ 580\text{m}^2 = \text{ha}\ \text{a}\ \text{m}^2?$
- $1\text{ha} = \text{cm}^2$; $1\text{km}^2 = \text{m}^2$; $2\ 000\ 000\text{mm}^2 = \text{m}^2?$
- $4\text{m}^2 + 8\text{m}^2 35\text{dm}^2 =$; $3,\text{m}^2 25 + 4,\text{m}^2 35 = ?$
- $5\text{cm}^2 8\text{mm}^2 + 70\text{mm}^2 =$; $7,\text{dm}^2 07 + 0,\text{dm}^2 77 = ?$
- $4\text{m}^2 70\text{dm}^2 + 2\text{m}^2 90\ \text{dm}^2 = ?$
- $3\text{ha} 80\text{a} + 9\text{ha} 70\text{a} =$; $5\text{m}^2 7\ 009\text{cm}^2 + 40\text{dm}^2 =$;
 $3,\text{a} 70 + 8,\text{a} 90 =$; $7,\text{m}^2 70 + 92,\text{m}^2 20 = ?$
- $3\text{dm}^2 + 3\text{cm}^2 =$; $5\text{m}^2 - 4\text{m}^2 80\text{dm}^2 = ?$
- $2\text{a} - 175\text{m}^2 =$; $22\text{a} - 20\text{a} 75\ \text{m}^2 = ?$
- $1\text{ha} - 99\text{m}^2 =$; $3\text{ha} 40\text{a} - 1\text{ha} 30\text{a} = ?$
- $1\text{km}^2 - 8\text{ha} =$; $2\text{ha} + 2\text{a} + 2\text{m}^2 = \text{m}^2?$

- $1\text{ha} - 1\text{m}^2 = \text{a}\ \text{m}^2$; $1\text{m}^2 - 1\ 000\text{cm}^2 = \text{dm}^2?$
- $1\text{a} - 1\ 050\text{dm}^2 = \text{m}^2\ \text{dm}^2$; $240\text{m}^2 - 1\text{a} 39\text{m}^2 = \text{m}^2?$
- $(5\text{m}^2 60\text{dm}^2) \cdot 5 =$; $(4\text{a} 80\text{m}^2) \cdot 10 = ?$
- $(2\text{ha} 40\text{a}) \cdot 20 =$; $(10\text{dm}^2 80\text{cm}^2) : 18 = ?$
- $(6\text{a} 60\text{m}^2) : 11 =$; $(2\text{ha} 56\text{a}) : 32\text{a} = ?$
- $69\text{a} : 23\text{m}^2 =$; $1\text{ha} : 1\text{m}^2 = ?$
- $(3\text{a} 60\text{m}^2) : 12\text{m}^2 =$; $1\text{km}^2 : 1\text{m}^2 = ?$
- $(25\text{m}^2 35\text{dm}^2) : 25\text{dm}^2 =$; $4\ 800\text{m}^2 : 6\text{a} = ?$
- Колико вреди једна ливада површине 1ha кад се 1m² рачуна 90 пара? Решење: Кад један квадратни метар стаје 90 пара, 1a ће стати 90 динара, а 1ha 9 000 динара.
- Колико стаје земљиште површине 80a кад се 1m² рачуна 5 динара 70 пара?
- Шта стаје земљиште површине 15a кад је квадратни метар 7 динара?
- У једном расаднику налазе се на сваком квадратном метру по 13 младих стабљика; колико их има на једном хектару?
- Од једне плехане табле величине 2m² 20dm² отсечено је 1m² 70dm². Колико још остаје?

Питања

- Шта је основна јединица за мерење површина?
- Које су изведене јединице?
- Какав однос постоји између разних извесних јединица?
- Како гласи практично упутство за писање бројева који претстављају површине?
- Како гласи практично упутство за читање бројева који показују површине?
- Мере ли се површине исто тако као и дужине?
- Каква је разлика између квадратног десиметра и десетог дела квадратног метра?

За писмено вежбање

- Неко купи три празна плаца за зидање, који леже један до другог. Први је велики 13a 48m², други 11a 54m², трећи 17a 88m². Колико износе сва три плаца укупно? (42a 90m²).

2. Једна башта подељена је на три дела; први је део велики $2a\ 7m^2\ 45dm^2$, други је за $84m^2$ и $10dm^2$ већи, а трећи за $90m^2\ 90dm^2$ мањи од првог. Колики је сваки део? Колика је површина баште?

$\begin{array}{r} 3. \quad 4, m^2\ 9284 \\ + 2, m^2\ 53 \\ + 1, m^2\ 748 \\ + 4, m^2 \\ \hline = \end{array}$	$\begin{array}{r} 4. \quad 0, ha\ 9275 \\ + 8, ha\ 205 \\ + 11, ha\ 72 \\ + 4, ha\ 5296 \\ \hline = \end{array}$	$\begin{array}{r} 5. \quad 6, m^2\ 25 \\ - 5, m^2\ 7239 \\ \hline = \end{array}$
---	--	--

$$6. (4, m^2\ 3485 - 1, m^2\ 76) + 236dm^2 - 1, m^2\ 9873?$$

$$7. 36ha\ 7a\ 40m^2 - 19ha\ 48a\ 5m^2 - 95a\ 47m^2 + 3ha\ 91a - 2ha\ 48m^2 = ?$$

$$8. 4m^2\ 97dm^2\ 8cm^2 + 10\ 280\ cm^2 - 505dm^2\ 55cm^2 + 5\ 300\ 009\ mm^2 = ?$$

$$9. (1a - 84m^2\ 6\ 200cm^2) + (42\ 950cm^2 - 2m^2\ 37dm^2) = ?$$

$$10. (304\ 050m^2 + 29ha\ 90a) - 49a\ 5\ 000dm^2 = ?$$

$$11. (3m^2\ 4dm^2) \cdot 70\ 000 = ha\ a?$$

$$12. 6ha : 64 = a\ m^2\ dm^2?$$

13. Једно имање велико је $1ha\ 24a$; од овога је уступљено за насип једне железничке пруге $37a\ 40m^2$. Колико је остало?

14. Колико је литара кише нападало на површину од $12a\ 50m^2$ кад количина кише на $1m^2$ износи 8 литара? ($10\ 000$).

15. Шта стаје један плац за грађење, површине $2a\ 45m^2$, кад се један квадратни метар плати 270 динара? ($66\ 150$).

16. Неко има $30ha\ 35a\ 60m^2$ у њивама; половину тога броја у ливадама, а пет пута толико под шумама. Колико износи целокупно његово имање? ($121ha\ 42a\ 40m^2$).

17. Од једне баште која је велика $1ha$ и $5a$ засађено је лубеницама $45a\ 20m^2$, дињама $39a\ 70m^2$, остатак разним поврћем. Колико је земљиште засађено поврћем? ($20a\ 10m^2$).

18. Једна башта велика је $8a$; од тога је употребљено за стазе $74m^2\ 80dm^2$; остало земљиште подељено је на четири једнака правоугаоника. Колики је сваки од та 4 дела? ($181m^2\ 30dm^2$).

19. У једној шуми, од $127ha\ 8a$ површине, долазе на један ар 27 дрвета. Колико има свега дрвета у тој шуми ($343\ 116$).

20. Колика је површина патоса једне учионице за 45 ученика кад је за свакога потребно $90\ dm^2$, а површина изван клупа треба да буде $17m^2\ 50dm^2$? ($58m^2$).

21. На колико се плацева може поделити површина од $405ha$ тако, да сваки плац буде велики $45a$? (900).

22. Једна шаховска табла има површину $5dm^2\ 76cm^2$. Колико је свако од 64 поља? ($9cm^2$).

23. Наша је краљевина велика $248\ 987\ km^2$. Број њених становника је $12\ 017\ 323$. По колико становника просечно долази на $1km^2$? (48).

Израчунавање правоуглих површина

101. У правоугле површине рачунамо површину правоугаоника и квадрата.

Задатак: Колико има квадратних метара под једне собе која је дугачка $5m$, а широка $4m$?

Решење: Цртеж је у размери 1 према 100; тј. једном сантиметру на цртежу одговарају $100cm$ истинске дужине и ширине. Ако AC и BD поделимо на 4 једнака дела од по $1m$ и одговарајуће подеоне тачке, на пр. E и F , вежемо правим линијама, добићемо четири једнаке пруге, од којих је свака дугачка по $5m$ а широка $1m$. Ако се подели AB и CD на пет једнаких делова, свака од четири правоугаоне пруге распашће се на пет једнаких квадрата, сваки по $1m^2$. Тако је површина правоугаоника $ABCD$

$$ABCD = 4 \cdot 5m^2 = 20m^2.$$

Површина правоугаоника добија се кад се измери дужина и ширина, па тако добијени бројеви помноже:

$$\text{површина} = \text{дужина} \cdot \text{ширина}$$

$$p = d \cdot ш.$$

На овај исти начин одређује се површина и кад бројеви, који нам казују дужину и ширину, нису цели бројеви.

Пример: Израчунај површину правоугаоника чија је дужина $d = 4, m\ 75$ а $ш = 1, m\ 76$.

Решење: $d = 4, m\ 75 = 475cm$, $ш = 1, m\ 76 = 176cm$. Замислимо дужину подељену на 475 делова, а ширину на 176 делова

од 1 cm, и одговарајуће подеоне тачке дужине и ширине спојене правим линијама. Тако добијамо $475 \cdot 176 \text{ cm}^2$. Стога је и у овом случају

$$p = d \cdot ш = 4,75 \cdot 1,76 \text{ m}^2 = 475 \cdot 176 \text{ cm}^2 = 83\,600 \text{ cm}^2 = 8,3600 \text{ m}^2$$

102. Множење децималног броја децималним бројем.

Овај резултат можемо и овако написати:

$$4,75 \cdot 1,76 \text{ m}^2 = 8,3600 \text{ m}^2$$

Или изоставивши називе:

$$4,75 \cdot 1,76 = 8,3600$$

Одавде видимо како се множи децималан број децималним бројем, што исказујемо овим **практичним упутством**:

Два децимална броја множе се као и цели бројеви, не водећи рачуна о запети. Али се зато у производу, почевши с десна, одвоје онолико децимала, колико их свега има у оба чиниоца.

103. Ако су дужина и ширина правоугаоника дате у јединицама различитог реда, оне се морају пре рачуна довести на јединице истог реда.

Пример: Колика је површина једнога правоугаоника који је дугачак 1m 4dm, а широк 60cm?

Решење: $d = 14 \text{ dm}$, $ш = 6 \text{ dm}$, отуда
 $p = 14 \cdot 6 \text{ dm}^2 = 84 \text{ dm}^2$.

Код квадрата је дужина једнака ширини. *Површина квадрата добија се кад се измери једна страна, па тако добијени број подигне на квадрат.*

За усмено вежбање

- Колика је површина правоугаоника кад је $d = 1,2 \text{ m}$, $ш = 0,9 \text{ m}$; $d = 80 \text{ cm}$, $ш = 45 \text{ cm}$?
- Колика је површина правоугаоника кад је $d = 1 \text{ m}$, $ш = 8 \text{ cm}$? $d = 1 \text{ m}$, $ш = 9 \text{ mm}$?
- Израчунај површину квадрата чија је страна 1m 50cm; 1,20; 80cm; 99mm!
- Школска табла у једној учионици висока је 80cm, а двапута толико дугачка; колика је њена површина?
- Једна плаката дугачка је 1m, а широка 70cm. Колика је њена површина?

6. Под једне собе дужине 7m, ширине 5m, треба намазати уљем. Колико ће требати да се плати кад мајстор тражи за један квадратни метар 4 динара?

7. Пошто је један комад земљишта дужине 39m, ширине 25m, кад се за један квадратни метар плати 20 динара?

За писмено вежбање

- Израчунај површину стола који је дугачак 85cm, а широк 54cm!
- Комад земље облика правоугаоника дугачак је 58,69, а широк 17,74. Колико садржи $\text{a m}^2 \text{ dm}^2$?
- Једна ливада дугачка је 72m и 31,24 широка. Колико она вреди кад се за квадратни метар плати 10,40?
- Два дворишта имају једнак обим, по 50m. Једно је правоугаоник дужине 16,50; друго је квадрат. Које има већу површину?
- Под једне собе, дужине 7,20, ширине 5m, треба да се покрије паркетом. Колики ће бити трошкови кад се за квадратни метар плаћа 92,50?
- Колико има да се плати за грађење једног тротоара, дужине 37,50, ширине 4,80, кад се за један квадратни метар плати 30 динара?
- Под једне собе, дужине 5,50, ширине 6,40, треба да се патоше даскама дужине 4m, ширине 4dm. Колико је дасака потребно?
- Под једне кухиње која је дугачка 5,2, а широка 4,2, треба да се покрије каменим плочицама, дужине 20cm, а ширине 12cm. Колико је таквих плочица потребно? (910).
- Фасада једне куће, дужине 18m, висине 13m, треба да се премаже масном бојом. Шта ће стати мазање кад се 1m² плаћа 18,50? За врата и прозоре треба одбити 26m². (3848).
- Једно правоугаоно школско двориште дугачко је 28m, широко 23m. Колико ара износи његова површина? Дуж једне његове стране по дужини и дуж једне стране по ширини треба да се постави гвоздена ограда. Шта ће стати постављање гвоздене ограде кад се за један метар плаћа 105,30?
- Изврши следећа множења: $4,05 \cdot 3,12$; $43,75 \cdot 1,7$; $28,02 \cdot 0,6$; $435,782 \cdot 67,05$; $8 \cdot 0,25$; $8 \cdot 0,125$! Проба са 9!

Мере за запремину

104. Јединица је *кубни метар* (kubus = коцка). То је коцка чија је ивица један метар. Према томе, свака од њених граничних површина је један квадратни метар. Ако поделимо два наспрамна квадратна метра на 100 квадратних десиметара, па спојимо темена свака два наспрамна, одговарајућа квадратна десиметра, добићемо 100 правоуглих паралелопипеда (квадара), од којих сваки има основу 1dm^2 , а висину 1m . Ако висину поделимо на 10dm и спојимо одговарајуће подеоне тачке, то ће такав један квадар бити подељен у 10 коцки чија ће ивица бити дугачка 1dm . Једна таква коцка зове се *кубни десиметар*. Тако је један кубни метар подељен на $100 \cdot 10 = 1\,000$ кубних десиметара.

Слика нам показује на који се начин кубни десиметар дели на 1 000 кубних сантиметара.

Исто тако је 1 кубни сантиметар = 1 000 кубних милиметара.

Кубни метар се може видети на свима дрварама.

105. За мерење запремине течности и неких чврстих тела, као што су жито, песак итд., служимо се *литром*, који је исто што и *кубни десиметар*. Десети део од литра зове се *десилитар*, стоти део *сантилитар*. Сто литара зову се *хектолитар*.

Литар се гради у облику ваљка.

106. Скраћенице су ове:

Кубни метар = m^3 , кубни десиметар = dm^3 , кубни сантиметар = cm^3 , кубни милиметар = mm^3 , литар = l , десилитар = dl , сантилитар = cl , хектолитар = hl .

Тако је:

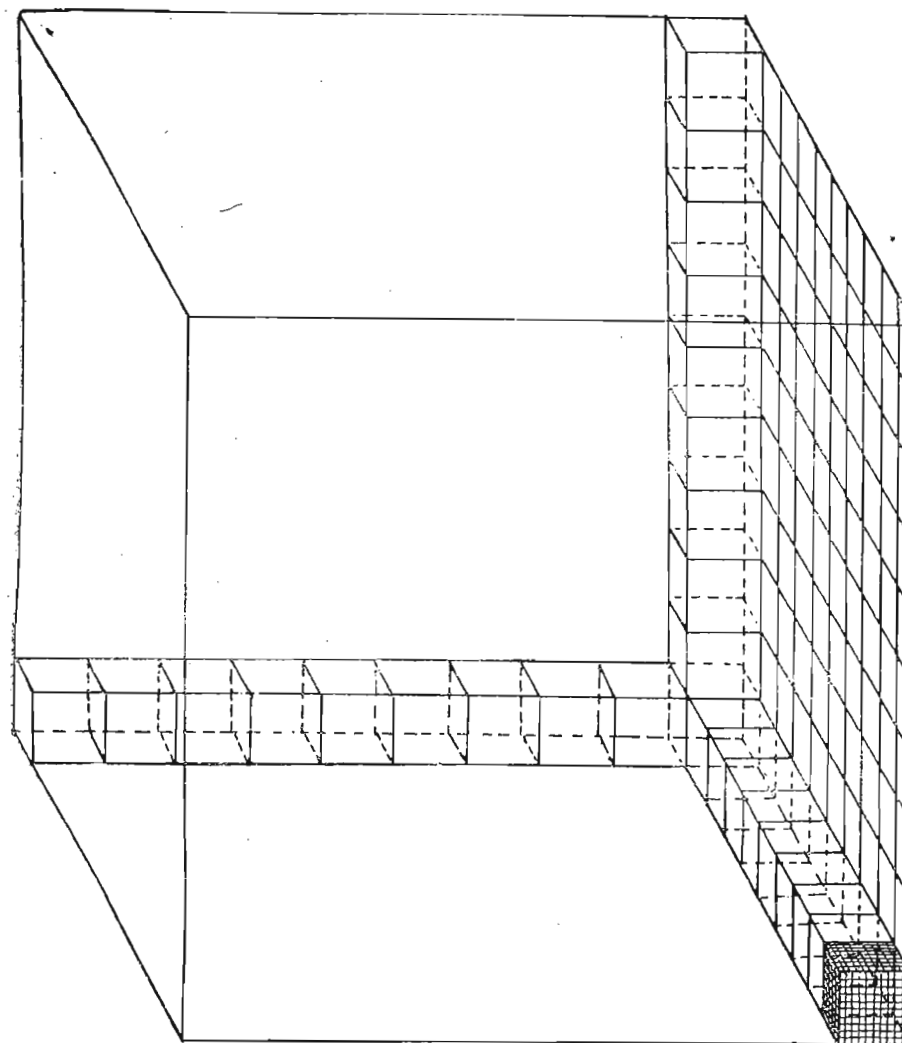
$$\begin{aligned} 1\text{m}^3 &= 1\,000\text{dm}^3 (l) = 1\,000\,000\text{cm}^3 = 1\,000\,000\,000\text{mm}^3 \\ 1\text{dm}^3 (l) &= 1\,000\text{cm}^3 = 1\,000\,000\text{mm}^3 \\ 1\text{cm}^3 &= 1\,000\text{mm}^3 \end{aligned}$$

$$1\text{m}^3 = 10hl$$

$$1hl = 100l$$

Редукциони број код мера за запремину је 1 000.

107. Ако се при писању мера за запремину служимо децималним бројевима, онда се слично поступа као и код мера за површину. Само док смо код мера за површину узимали по две



Кубни десиметар

цифре, дотле ћемо код мера за запремину узимати по три цифре.

Практично упутство за писање мера за запремину. — Пишу се редом по три цифре за сваку јединицу, почевши од највиших. Ако број извесне јединице нема три цифре, попуњује се нулама, које се пишу испред цифара које су дате; ако јединице извесног реда уопште не постоје, на место њихово пишу се три нуле. Само број, који казује јединице највишег реда, може имати две или једну цифру.

Пример 1. — Напиши: пет кубних метара и 14 кубних десиметара.

Решење: Три цифре за кубне метре јесу 005, за кубне десиметре 014, према томе је дати број:

$$5,^{\text{м}^3} 014.$$

Пример 2. — Написати 5 кубних метара и 14 кубних сантиметара.

Решење: Три цифре за кубне метре јесу: 005; кубних десиметара нема, пишемо 000; цифре за кубне сантиметре јесу 014. Дати број је:

$$5,^{\text{м}^3} 000014.$$

Практично упутство за читање мера за запремину. — Број се подели у класе од по три цифре, почевши од запете десно и лево; последња класа надесно допуни се нулама, ако је то потребно; последња класа налево може имати мање од три цифре. Тада се редом свака класа прочита као засебан број и при том изговори њено име.

Пример 1. — $3^{\text{м}^3} 04204$ чита се:

$$3,^{\text{м}^3} | 042 | 040$$

три кубна метра, 42 кубна десиметра, 40 кубних сантиметара.

Пример 2. $120,^{\text{м}^3} 003 0008$ чита се:

$$120,^{\text{м}^3} | 003 | 000 | 800$$

сто двадесет кубних метара, три кубна десиметра, осам стотина кубних милиметара.

Напомена 1. — Веће јединице од кубног метра код нас се уопште врло ретко употребљавају.

У науци, кад је потребно да се искажу веће запремине, као запремина Земље, Месеца, Сунца итд., покаткад се употребљавају мере као кубни километар, кубни миријаметар итд.

Напомена 2. — Код литра и његових јединица нижег реда имамо просто десетно бројење.

Напомена 3. — Литар и мере изведене од литра често се зову мере за капацитет.

За усмено вежбање

- $3\text{m}^3 360\text{dm}^3 = \text{dm}^3$ (колико кубних десиметара); $27\text{dm}^3 800\text{cm}^3 = \text{cm}^3?$
- $1\text{m}^3 468\text{dm}^3 500\text{cm}^3 = \text{mm}^3$; $2\text{dm}^3 = \text{mm}^3?$
- $1\text{m}^3 = \text{cm}^3$; $2\text{dm}^3 50\text{cm}^3 = \text{mm}^3$; $457\text{dm}^3 850\text{cm}^3 = \text{cm}^3?$
- $5\text{m}^3 50\text{cm}^3 = \text{cm}^3?$ $235\text{m}^3 457\text{dm}^3 850\text{cm}^3 = \text{cm}^3?$
- $5\text{hl} 80\text{l} = \text{l}$; $10\text{hl} 5\text{l} = \text{l}$; $2\text{m}^3 3\text{hl} 52\text{l} = \text{l}?$
- $354 000 \text{cm}^3 = \text{dm}^3$; $8\text{m}^3 432\text{dm}^3 700\text{cm}^3 = \text{cm}^3?$
- $1 080 \text{l} = \text{hl}$ l ; $2 200 \text{l} = \text{hl}$; $2 002 \text{l} = \text{l}?$
- $45 000\text{cm}^3 = \text{l}$; $6\text{l} 5\text{dl} = \text{cl}?$
- $3 120 \text{cm}^3 = \text{cm}^3$; $1\text{cm}^3 2\text{mm}^3 = \text{mm}^3?$
- $4 280 000\text{cm}^3 = \text{m}^3 \text{dm}^3$; $307 \text{dm}^3 = \text{hl}$ $\text{l}?$
- $25 476 000\text{cm}^3 = \text{m}^3 \text{dm}^3$; $2 301 \text{l} = \text{hl}$ $\text{l}?$
- Прочитати: $7, \text{dm}^3 080 145$; $0, \text{m}^3 420 056$; $2, \text{m}^3 84$.
- Написати у облику децималног броја:
 $4\text{dm}^3 842\text{cm}^3 600\text{mm}^3$; $2\text{m}^3 37\text{dm}^3 7\text{cm}^3$.
- $1\text{m}^3 750 \text{dm}^3 - 800\text{dm}^3 = \text{dm}^3$; $153\text{m}^3 400\text{dm}^3 + 7\text{m}^3 600\text{dm}^3 = \text{m}^3?$
- $1\text{dm}^3 750\text{cm}^3 + 3\text{dm}^3 750\text{cm}^3 = \text{dm}^3 \text{cm}^3?$
- $2\text{hl} 80\text{l} + 7\text{hl} 40\text{l} = \text{hl}$ $\text{l}?$
- $8\text{hl} - 80\text{l} = \text{hl}$ l ; $2\text{l} - 840\text{sm}^3 = \text{sm}^3?$
- $27 000\text{cm}^3 - 26\text{l} 900\text{cm}^3 = \text{cm}^3?$
- $(2\text{dm}^3 500\text{cm}^3) \cdot 8 = \text{dm}^3$; $80\text{l} \cdot 5 = \text{hl}?$
- $(2\text{hl} 50 \text{l}) \cdot 10 = ?$; $(3\text{hl} 40\text{l}) : 17 = ?$; $4\text{m}^3 : 800 = ?$
- $(10\text{m}^3 800\text{dm}^3) : 27 = ?$; $(1\text{m}^3 200\text{dm}^3) : 20 = ?$
- $1\text{l} : 100\text{cm}^3$; $2\text{hl} : 20\text{l}$; $1\text{m}^3 : 1\text{cm}^3 = ?$

Питања

- Шта је коцка? Шта је правоугли паралелопипед (квaдар)? Примери из живота!
- Шта је ваљак? Примери!
- Која је основна јединица за мерење запремине?
- Које су изведене јединице?

5. Колики је редукциони број код мера за запремину?
6. Како се чита број који претставља запремину?
7. Како се пише број који претставља запремину?
8. Шта је литар?
9. Које су мере изведене од литра?
10. Шта је десети део кубног метра?
11. Каква је разлика између сантилитра и кубног сантиметра?

За писмено бежбање

1. $7\text{m}^3 680\text{dm}^3 400\text{cm}^3 + 9\text{m}^3 90\text{dm}^3 800\text{cm}^3 =$
2. $237\text{dm}^3 100\text{cm}^3 - 190\text{dm}^3 800\text{cm}^3 =$
3. $2\text{m}^3 765\text{dm}^3 40\text{cm}^3 - 1\text{m}^3 900\text{dm}^3 800\text{cm}^3 =$
4. $29\text{hl } 77\text{l} + 19\text{hl } 30\text{l} =$; $19\text{hl} - 13\text{hl } 17\text{l} =$
5. $3\text{m}^3 - 2\text{m}^3 447\text{dm}^3 250\text{cm}^3$
6. $3\text{dm}^3 50\text{cm}^3 + 7\text{dm}^3 260\text{cm}^3 - 860\text{cm}^3 =$
7. $2\text{hl } 60\text{l} + 5\text{hl } 54\text{l} - 813\text{l} =$
8. $(3\text{dm}^3 450\text{cm}^3) \cdot 100 =$; $(3\text{m}^3 680\text{cm}^3) \cdot 25 =$
9. $(7\text{m}^3 840\text{dm}^3) \cdot 20 =$; $30\text{dm}^3 \cdot 800 =$
10. $(61\text{m}^3 365\text{dm}^3) : 15 =$; $(17\text{dm}^3 500\text{cm}^3) : 70 =$
11. $(1\text{m}^3 2\text{dm}^3) : 60 =$; $2\text{hl} : 50 =$
12. $(37\text{hl } 80\text{l}) : 420 =$; $3\text{m}^3 : 200 =$
13. $62\text{m}^3 : 248 =$; $(3\text{dm}^3 225\text{cm}^3) : 43 \text{cm}^3 =$
14. $8\text{m}^3 : (3\text{hl } 20) =$; $(1\text{hl } 60\text{l}) : 64\text{cm}^3 =$
15. Један кочијаш треба да пренесе 12m^3 шљунка. Колико пута треба да се врати, кад сваки пут натовари на кола 750dm^3 ? (16.)
16. Са једне омиле дрва, од 5m^3 , однето је први пут $2\text{m}^3 700\text{dm}^3$, други пут пола кубног метра. Колико је преостало?
17. Двадесет хектолитара пива треба разделити у бурад од 80l . Колико је буради потребно? (25).
18. Шта стају 4 бурета петролеума, свако по $2\text{hl } 50\text{l}$, кад се један литар плаћа 5, дин 40? (5400.)
19. Један гостионичар купи 4 нова бурета. Прво је од $2\text{hl } 70\text{l}$, друго је половина од тога, треће је 500l , а четврто 375l . Колико вина може стати у сва четири бурета (1280l .)
20. У једној кавани троши се, просечно, за недељу дана, $10\text{hl } 80\text{l}$ пива. Колико се у тој кавани потроши за четврт године?

21. У један празан резервоар, који хвата $12\text{m}^3 384\text{l}$, утиче вода сваког минута по 16l . За колико часова ће се напунити?

22. Напиши у облику децималног броја, колико је то литара: $0,3\text{m}^3 028 400$; $2\text{l } 420\text{cm}^3$; 75cm^3 ; $2 809\text{cm}^3 7 200\text{m}^3 =$; $1\text{m}^3 216\text{dm}^3 800\text{cm}^3!$

Израчунавање правоуглих запремина

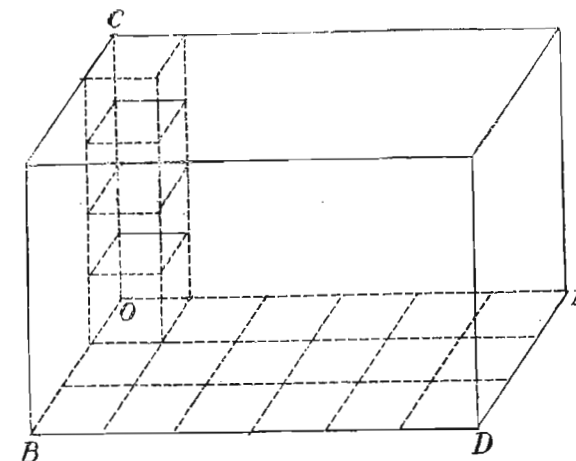
108. Под правоуглим запреминама разумемо запремину квадра и коцке.

Квадар или правоугли паралелопипед је тело ограничено са шест правоугаоника, од којих су свака два наспрамна једнака. Соба има обично облик правоуглог паралелопипеда.

Задатак: Одредимо запремину собе кад је дужина 6m , ширина 3m , а висина 4m .

Решење: Под собе је правоугаоник, дужине 6m , ширине 3m . Површина пода је према томе $6 \cdot 3\text{m}^2 = 18\text{m}^2$. По поду се могу поређати 18 кубних метара. Висина собе је 4m , значи таквих слојева може бити четири. Према томе у целој соби може стати $18 \cdot 4\text{m}^3 = 72\text{m}^3$.

Из поступка којим смо дошли до резултата види се да смо просто množили бројеве који нам казују колика је дужина, ширина и висина собе. Отуда имама ово **практично упутство** за одређивање запремине правоуглог паралелопипеда: *Треба измерити дужину, ширину и висину, па тако добијене бројеве помножити.* Слика показује умањену собу.



Код коцке је дужина = ширини = висини. Запремина коцке добија се кад се измери једна ивица, па подигне на куб.

Напомена. — Дужина, ширина и висина правоуглог паралелоипеда зову се једним именом *димензије* правоуглог паралелоипеда. Правоугли паралелоипед има три димензије.

За писмено вежбање

1. Наћи запремину коцке чија је ивица $3,4^m$.
2. Наћи запремину правоуглог паралелоипеда кад су његове димензије $8,5^m$, 24^m и 18^m .
3. Одреди запремину катедре, кутије за оловке и пера, цигле итд.
4. Један базен дугачак је 6^m , широк $2,5^m$ дубок 2^m . Колико хектолитара хвата тај базен?
5. Једна дрвара је дугачка 80^m , широка 15^m , а висока 8^m . Колика је њена вредност кад се рачуна кубни метар $120,4^m$ 50^m ?

Мере за тежину

106. Јединица за мерење тежине је *грам*. Један грам је тежина једног кубног сантиметра воде. Десети део од грама је *десиграм* (dg), стоти део *сантиграм* (cg), хиљадити део *милиграм* (mg).

Тежина $1\,000\text{cm}^3$ или 1l воде је $1\,000$ грама, или 1 *килограм* (kg). Тежина $1\,000\text{l}$ или 1m^3 воде је $1\,000$ килограма, или једна *тона* (t).

У обичном животу 100 килограма зову се *друкчије* један *товар* или *метарска цента*, а понегде и *квинтал* (q).

Често се чује мера једна *фунта*. То је пола од килограма или 500 грама. Фунта се бележи знаком Љ . Сто фунти је *обична цента*, бележи се са zt . *Метарска цента*, која је двапут већа од обичне цента, бележи се са dz (дупла цента).

Пример: $2\text{zt } 20 \text{ Љ} = 220 \text{ Љ} = 110\text{kg}$. $3,4^k 048 = 3\text{kg } 48\text{g}$; $1,75 = 1\text{t } 750\text{kg}$.

Покаткад се 10 грама зову *један декаграм* (Dg), 100 грама један *хектограм* (hg).

Као што се види, између мера за тежину и мера за запремину постоји врло тесна веза.

Мере за тежину у складу су са десетним бројењем.

За усмено вежбање

1. $3\text{kg} = \text{g}$; $100\text{kg } 800\text{g} = \text{g}$; $6,4^k 002 = \text{g}$?
2. $2\,200\text{g} = \text{kg } \text{g}$; $21\,000\text{g} = \text{kg}$; $20\,004\text{g} = \text{kg } \text{g}$?
3. $3\text{t } 762\text{kg} = \text{kg}$; $8\,000\text{kg} = \text{t}$; $16\,040\text{kg} = \text{t } \text{kg}$?
4. Написати као децималан број: $7\text{kg } 60\text{g}$; $7\text{kg } 6\text{g}$; $10\text{kg } 1\text{g}$.
5. $800 \text{ Љ} = \text{zt}$; $1\,002 \text{ Љ} = \text{zt } \text{Љ}$; $1\,212 \text{ Љ} = \text{zt } \text{Љ}$?
6. $2\,00\text{g} = \text{kg}$; $700\text{g} = \text{kg}$; $2\,400\text{g} = \text{kg } \text{g}$?
7. $5\,000\text{g} = \text{kg}$; $3\text{kg } 250\text{g} = \text{g}$; $10\text{kg } 80\text{g} = \text{g}$?
8. $1\text{товар} = \text{g}$; $40\,000\text{g} = \text{kg}$; $3\text{dz} = \text{kg}$?
9. $1\text{kg} - 950\text{g} =$; $2\text{kg} - 3 \text{ Љ} =$?
10. $3\text{kg } 800\text{g} - 1\text{kg } 300\text{g} =$; $5\text{kg} - 2\text{kg } 500\text{g} =$?
11. $1\,800\text{g} + 2\,200\text{g} - 3\text{kg} =$; $0,4^k 652 - 400\text{g} =$?
12. $1\,500\text{g} - 1\text{kg } 300\text{g} =$; $1\,200\text{g} - 1\text{kg } 100\text{g} =$?
13. $50\text{kg} - 43\text{kg } 500\text{g} =$; $2\,500\text{g} - 1\text{kg } 500\text{g} =$?
14. Колико kg и g теже 5l воде? $2\,200\text{cm}^3$ воде? 3hl воде? $2\text{hl } 25\text{l}$ воде?
15. Напиши у облику децималног броја, узевши kg за јединицу: 1g , 2g , 5g , 10g , 20g , 50g , 100g !

Питања

1. Како се зову справе за мерење тежине?
2. Како се уверавамо да два тела имају једнаке тежине?
3. Шта је *грам*?
4. У обичном животу, шта се чешће употребљава, *грам* или *килограм*?
5. Каква је веза између кубног десиметра, литра и килограма.
6. Какав је однос између хектолитра и товара?
7. Какав је однос између кубног метра и тоне?
8. Какав је однос између кубног милиметра и милиграма?

За писмено вежбање

1. Написати следеће бројеве као децималне бројеве узевши за јединицу 1^0 *грам*, 2^0 *килограм*: 345cg ; 248mg ; $1\text{Dg } 8\text{g}$; $15\text{hg } 74\text{g}$; $2\text{Dg } 7\text{g } 5\text{dg } 1\text{mg}$; $12\text{kg } 200\text{g } 8\text{mg}$; $12\text{kg } 70\text{g } 2\text{cg } 12,4\text{05}$; $35,4\text{dz } 875$; $1,7\text{t } 78$; $17,4\text{t } 085$.
2. $2\text{kg } 840\text{g} + 7\text{kg } 90\text{g} + 20\text{kg } 470\text{g} = \text{kg } \text{g}$?

3. $17\text{kg} - 9\text{kg } 864\text{g} = \text{kg g}$; $685\text{kg} + 515\text{kg} - 1\text{t} = ?$
 4. $(2\text{kg } 840\text{g}) \cdot 10 =$; $250\text{g} \cdot 500 =$; $(2\text{kg } 100\text{g}) \cdot 500 = ?$
 5. $36\text{mg} \cdot 2\,000 = \text{g}$; $(3\text{t } 200\text{kg}) : 8 =$; $(1\text{ tovar } 22\text{kg } 400\text{g}) : 18 = ?$
 6. $50\text{kg} : 400 = \text{g}$; $(2\text{kg } 800\text{g}) : 560 =$; $100\text{kg} : 800\text{g} = ?$
 7. $(21\text{kg } 600\text{g}) : (2\text{kg } 700\text{g}) =$; $(4\text{ товара } 20\text{kg}) : (2\text{kg } 100\text{g}) = ?$
 8. Једна боца пуна воде тешка је $1,^{\text{kg}} 875$; празна тежи 895g . Колика је њена запремина?
 9. Кад је литар ваздуха тежак $1\text{g } 29\text{cg}$, колику тежину има ваздух у једној учионици чија је запремина 420m^3 ?
 10. Колика је тежина $2\text{hl } 25\text{l}$ петролеума, кад је један литар тежак 840g ?
 11. Једна домаћица троши дневно 35g кафе. Колико ће јој трајати опремљених $5\text{kg } 40\text{g}$?
 12. На колико пакетића од по 125g може да се подели 8kg чаја?
 13. Један вагон може да носи терет од 9t . Кад се натовари са 25 шина по 166kg и 45 џакова са житом по 90kg , са колико се још килограма може оптеретити?
 14. Један сандук од гвожђа има облик шупље коцке; спољна ивица је $0,^{\text{m}} 45$, унутрашња $0,^{\text{m}} 40$. Колика је тежина тог сандука кад је кубни сантиметар гвожђа тежак $7,^{\text{g}} 2$?

Напомена. — Вежбај се у оцењивању, од ока, разних површина, запремина и тежина!

Дељење децималним бројем¹⁾

110. Видели смо како се децимални бројеви сабирају, одузимају и множе. Казали смо како се децимални број дели једним целим бројем. Имали смо доста примера и дељења децималним бројем, само је то било мало скривено.

Пример 1. — Узмимо задатак из прошлог вежбања под бр. 7:

$$(21\text{kg } 600\text{g}) : (2\text{kg } 700\text{g}) =$$

Ми смо задатке ове врсте решавали на тај начин, што смо вишеимени број преобраћали у јединице најнижег реда. Тако је

¹ Опширније, темељније и са свима потребним доказима говорићемо о децималним бројевима тек онда кад проучимо партију о обичним разломцима.

$$21\text{kg } 600\text{g} = 21\,600\text{g}$$

$$2\text{kg } 700\text{g} = 2\,700\text{g}$$

Затим смо вршили дељење:

$$21\,600 : 2\,700 = 8.$$

Ако бисмо горње податке исписали у облику децималних бројева, рачун изгледа овако:

$$21,^{\text{kg}} 600 : 2,^{\text{kg}} 700,$$

или ако изоставимо имена

$$21, 600 : 2, 700.$$

У том случају имали бисмо дељење децималног броја децималним бројем. И у овом случају резултат је 8; дакле, исти као кад смо имали дељење $21\,600 : 2\,700$. Овако радећи ми смо просто дељење децималних бројева претворили у дељење целих бројева, а да резултат остане исти.

До целих бројева дошли смо просто брисањем запета. Кад смо избрисали запете и дељеник и делилац постали су хиљаду пута већи. Према познатом правилу, код дељења количник се не мења ако се дељеник и делилац помноже једним истим бројем.

Пример 2. — У истом задатку број 7 имамо: $(4\text{ товара } 20\text{kg}) : (2\text{kg } 100\text{g}) = ?$

Ако претворимо све у грамове, имаћемо:

$$4\text{ товара } 20\text{kg} = 420\,000\text{g}$$

$$2\text{kg } 100\text{g} = 2\,100\text{g}$$

$$420\,000\text{g} : 2\,100\text{g} = 200.$$

Ако дељеник изразимо килограмима, а делилац напишемо у облику децималног броја, биће:

$$420\text{kg} : 2,^{\text{kg}} 100,$$

или ако напишемо без имена:

$$420 : 2,100.$$

Имамо да поделимо један цео број децималним бројем. И овде је резултат исти, 200, као кад смо делили $420\,000$ са $2\,100$. Очевидно је да смо и овде дељеник и делилац множили са $1\,000$, па добили дељење целих бројева.

У овом примеру могли смо у делиоцу избрисати нуле, јер, као што смо већ раније утврдили, вредност децималног броја се не мења ако му се с десне стране избришу нуле. Тада би рачун изгледао овако:

$$420 : 2,1.$$

У овом случају довољно је дељеник и делилац помножити само са 10, те ћемо имати:

$$4\ 200 : 21 = 200.$$

Пример 3. — $4,16 : 3,2 =$

Ако дељеник и делилац помножимо са 10, добићемо:

$$41,6 : 32 =$$

Сад имамо да делимо децималан број целим бројем:

$$41,6 : 32 = 1,3.$$

Пример 4. — $3,24 : 2,545$ (на два децимала!)

Ако дељеник и делилац помножимо са 1 000 добићемо:

$$3240 : 2\ 545 = 1,27$$

$$\begin{array}{r} 6950 \\ 18600 \\ \hline 785 \end{array}$$

$$18600$$

$$785$$

Овде би се дељење могло наставити, дописујући нулу остатку. Али како се у задатку каже да треба стати код другог децимала, то се ми ту и заустављамо.

Из свега овог изводимо ово **практично упутство** за дељење децималних бројева:

Да бисмо одредили количник два децимална броја, прецртамо запету у делиоцу, а запету у дељенику помакнемо за онолико места удесно, колико је било децимала у делиоцу. Ако дељеник има мањи број децимала од делиоца, допише му се потребан број нула. Ако је дељеник цео број, допише му се толико нула, колико има децимала у делиоцу.

Затим се дељење врши као са целим бројевима, пазећи да се у количнику стави запета чим се спусти прва децимална цифра од оних што су у дељенику преостале. Ако у дељенику нестане децималних цифара, а добије се остатак, онда се остатку допише нула и дељење настави.

Напомена. — Ако има изгледа да ће се дељење много продужити дописивањем нула, да ће се добити велики број децимала, онда се обично каже код ког се децимала треба зауставити.

За усмено вежбање

1. $4,503 : 10 =$; $0,035 : 100 =$; $1\ 483,7 : 100 = ?$

2. $3,25 : 0,1 =$; $48,07 : 0,01 =$; $6\ 508,3 : 0,001 = ?$

Искажи у виду правила како се дели са 0,1 0,01, 0,001!

3. $4,5 : 5 =$; $48,4 : 4 =$; $36,39 : 3 =$; $7,52 : 2 = ?$

4. $48 : 0,2 =$; $5,7 : 0,003 =$; $8,4 : 0,7 =$; $40,5 : 0,009 = ?$

5. $4,8 : 1,2 =$; $0,72 : 0,09 =$; $8,1 : 0,9 =$; $0,081 : 0,009 = ?$

За писмено вежбање

Одредити тачне количнике:

1. $75,35 : 0,5 =$; $82,075 : 2,5 =$; $75,0297 : 40 = ?$

2. $48,07 : 0,25 =$; $7,304 : 0,125 =$; (обрати добро пажњу на резултат, па покушај да утврдиш правило, шта значи поделити са 0,25 и 0,125); $4,08 : 6,25 = ?$

Код ових дељења зауставити се на трећем децималу:

3. $4,758 : 3,146 =$; $750,3 : 8,2 =$; $645,24 : 3,15 = ?$

4. $75,367 : 2,14 =$; $636,75 : 8,7 =$; $750,02 : 0,4 = ?$

5. $8,3 : 0,42 =$; $91,24 : 3,045 =$; $0,08 : 4,752 = ?$

Мешовити задаци. Проблеми

1. Један путник, идући друмом, начини од једног камена који показује километре до другог 1 250 корака. Колико је дугачак један његов корак?

2. Један врт, облика правоугаоника, дугачак је 46m, широк 29m. Колико метара износи његова ограда од летава? Шта стаје ова ограда кад се за један метар рачуна 12 динара? (При решавању овог задатка нацртај правоугаоник са хиљаду пута мањим странама, тј. са странама 46mm и 29mm, и напиши поред стране одговарајуће бројеве који показују стварну дужину!) (1800.)

3. Један мањеж има у обиму 37m 68cm. Колики пут пређе коњ кад га обиђе 45 пута? (1695m 60cm.)

4. Предњи точак на једним колима има обим 2m 40cm, задњи 3m 60cm. Колико се пута окрене сваки од њих на путу од 28km 800m? (12000 и 8000.)

5. Једна породица троши дневно 1kg 350g кромпира. Колико дана ће јој трајати 47kg 250g? (35.)

6. Колико се шина може натоварити на једна теретна кола, кад она могу носити 8t, ако је свака шина тешка 160kg?

7. Једна пећ за топљење гвожђа даје на сат 87,kg 50 гвожђа. Колико тона се добија од 6 сати ујутру до 10 сати увече? (1,4.)

8. Колико хектолитара кише је нападало на земљиште од 1 ha 5 a кад на квадратни метар долази 7 литара кише? (735.)

9. Један резервоар, чија је запремина 32m^3 400dm^3 , треба да се напуни водом из 3 цеви. За које ће се време напунити кад из прве цеви истече за један минут 39 литара, из друге 47, а из треће 49 литара? (240.)

10. Звук прелази за секунд 333 метра. После колико секунда ће се чути звук једног топовског пуцња кад је тај топ удаљен 4 km 995m?

11. Од једне ливаде, која је велика 60a, и за коју је плаћено 3126 динара, рачунато је 7a и 80m^2 по 2 динара један квадратни метар. Пошто је рачунат квадратни метар остатка? (0,30.)

12. Један теретни аутомобил пређе 99km за 2h 30min . Колики пут пређе за секунд? (11m.)

13. За исплату једног дуга неко изда 2 банкноте од 1 000 динара, 7 од 100 динара, 6 од 10 динара, 3 петодинарца, 9 дводинараца, 6 динара и 13 комада од пола динара. Колико је износио дуг?

14. Колику просечну брзину (пут, исказан у метрима или сантиметрима, за један секунд) има брзи воз Београд—Цариброд, који ту целу линију од 342km пређе за 9 сати 30 минута? (10m.)

15. Један бициклист пређе пут од 79km 200m за 4 часа. Колико километара и метара прелази просечно за један час? Колико метара и сантиметара пређе за секунд?

16. Неко размени њиву од 48a 60m^2 за башту величине 20a. Колико треба још у новцу да добије кад 1m^2 њиве вреди 9 динара, а 1m^2 баште 21 динар? (1740.)

17. Један винарски трговац има у свом подруму 20hl смеђеревског вина, које продаје по 4 дин 60 пара литар; 8hl и 50l неготинског вина по 5 динара литар; мостарског вина 8hl по 9 динара литар и 100 флаша шампања по 16,дин 50. Колику вредност има његова целокупна имовина у вину? (22300.)

18. Један месар купи једног вола који је жив мерен тежак 335kg и плати га по 4,дин 10 један килограм. Купи једно говече од 40kg и плати га 7,дин 50 један килограм. Затим купи две свиње по 70 килограма и плати један килограм 6,дин 50. Пла-

ћао је све, како се то каже, живу меру. Колико свега има да плати?

19. Један трговац купи 4 центе шећера по 6 динара један килограм. Он га распрода на фунте, и то по 6,дин 25 једну фунту. Колико је зарадио? (2600.)

20. Један винарски трговац купи литар вина по 6 дин 80 пара, а прода га по 1 дин 25 пара скупље. Колико је зарадио на 3hl 40l?

21. При грађењу једне мале куће раде 6 зидара и 4 надничара. Кад сваки зидар, при осмочасовном радном дану, добије на сат 7,дин 80, а надничар 6,дин 20, колико се укупно свима плаћа недељно?

22. Неко има три пуна бурета од 54, 50 и 36 литара. Осим тога има и једно празно буре. Он хоће сву течност да прелије у сва четири бурета тако, да у сваком буде подједнако течности. По колико треба да одузме од сва три бурета и да сипа у четврто, празно?

23. Један барометар показује ујутру 719mm, у подне 717mm, а увече 612mm. Колико је било средње барометарско стање тога дана?

24. Једно земљиште има 60a; од тога је одузето за улицу 12a 40m^2 , а остатак подељен на пет плацева. Колики је сваки од тих плацева? Колико вреди сваки, кад се квадратни метар плаћа по 225 дин?

25. У једној сали гори сваког дана 10 сијалица од пола 5 до 10 часова. Шта стаје осветлење недељно, кад се за један час горења за сваку сијалицу плати по 12 пара?

26. Један дечак начини за минут 120 корака; корак његов дугачак је 60cm. За које ће време прећи пут од 7km 560m?

27. Један сат иде четврт часа напред. Које је право време кад он показује 8h 10min ?

28. На леви тас теразија стављено је 800g, на десни 450g; колико треба пренети са левог таса на десни да би се постигла равнотежа?

29. Колико је тешка једна бакарна жица која се може обавити 259 пута око једног калема чији је обим 2dm, 8mm, кад је метар те жице тежак 19g?

30. Одузми од 10 000 троструки збир бројева 1 888 и 1342, затим подели разлику са 31!

Напомена. — У овом и у следећим задацима исте врсте најпре све радње назначити, све податке унети, па онда приступити поступном извршавању назначених радњи. На пр. овај задатак најпре овако написати:

$$10\ 000 - 3 \cdot (1\ 888 + 1\ 342)$$

31

што значи да најпре треба извршити сабирање у загради, па тај збир помножити са 3, добијени производ одузети од 10 000 и напослетку тако добијену разлику поделити са 31.

31. Одреди количник чији је дељеник збир од 1525 и 25-тог струког броја 59, док је делилац разлика између 359 и 17-тог дела од 1 003!

32. Колика је вредност једног производа коме је један чинилац 73-ћи део од 3 504, док је други чинилац збир од 405 и 606?

33. Да се збир бројева 909 и 990 подели са 211 и тако добијени количник помножи разликом бројева 1 010 и 888!

34. У једном трлу налази се 168 оваца; њихов број се повећа још за трећину. Ако се сада четвртина оваца прода по цену од 150 динара комад, колико је новаца примљено за ту четвртину?

35. Повећај производ бројева 47 и 11 за 23, подели збир са 27 и допиши количнику две нуле!

36. Смањи број 228 за његов шести део, подели затим разлику са 2 и повећај количник за 23!

37. Од седмог дела збира бројева 199 и 256 треба одузети тринаести део разлике бројева 500 и 396.

38. Од производа бројева 333 и 37 треба одузети количник тих истих бројева, а разлику поделити са 36.

39. Повећај број 420 за његов трећи, пети и седми део, подели затим збир са 11 и умањи количник за 64!

40. Један агрегат од 5 чланова, чији су позитиви чланови на првом и четвртном месту 57 и 108, а негативни су му чланови 54, 38 и 25, треба помножити са 25 и од производа одузети 1 000!

41. Колики је умањеник кад је умањилац 17-ти део од 799, а разлика 11-тог струко 53?

42. Којим бројем треба поделити двоструки збир од 449 3061 да се добије 360?

43. Који број треба поделити половином разлике од 467 и 277 да се добије 17-ти део од 255?

44. Један виноградар прода три врсте вина по 450 дин, 504,^{дин} 90 и 532,^{дин} 80 један хектолитар. Колика је просечна цена хектолитра?

45. Неко купи 2 товара кромпира по цену од 111,^{дин} 80 товар и 3 товара по 98,^{дин} 40. Колико је просечно платио за један товар?

46. Један пиљар купи 4 товара јабука по 81,^{дин} 20, 7 товара по 85,^{дин} 20, а три товара по 84 динара. Колика је средња цена једног товара?

47. Један продавац млека измеша 20 литара млека по 2,^{дин} 70, 25^л по 2 динара и 5^л по 3,^{дин} 20. Пошто је један литар тако измешаног млека?

48. Вук Ст. Караџић рођен је 26 октобра 1787 године у селу Тршићу, а умро у Бечу 26 јануара 1864. Колико је живео?

49. Време које протече од једног пуног месеца до другог износи 29^д 6^ч 44^{мин}. Кад смо 12 марта у 4^ч 32^{мин} по подне имали пун месец, кад ћемо га поново имати?

50. Кад часовник у Паризу показује подне, тада је у Петрограду 1^ч 51^{мин} после подне. Колико је часова у Паризу кад је у Петрограду 10^ч пре подне.

51. 9 844,^{дин} 20 треба поделити на три сина и једну кћер тако да кћи добије половину, а остатак да се на синове подједнако подели. Колико добије сваки?

52. Ако неко троши месечно 3 000 динара, он се годишње задужи 2 700 динара. Колико је његово годишње примање? Колико сме месечно да троши, па да се ништа не задужи?

53. Неко дугује 44 динара и 40 пара. Он исплати најпре једну трећину, затим од остатка четвртину. Колико још остаје дужан?

54. Колико лица могу сести око једног округлог стола, чији је обим 6^м 96^{см}, кад за свако лице треба по 58^{см}?

55. Колики пут пређе један пешак за 3^ч 45^{мин} кад за свака три секунда учини 2 корака од по 70^{см}?

56. Један трговац купи 24 комада свиле, сваки по 40 ^м и плати 53,^{дин} 50 метар. При продаји он заради 4 320 динара. Пошто је продавао један метар?

57. Један винарски трговац купи 45hl вина по 540 динара hl. Он прода од тога 21hl 50l по 6,дин 40 литар, а остатак по 6 динара литар. Колика је његова зарада?

58. Неко купи 34zt 12kg робе, плаћајући фунту по 1 дин 50 пара. Кад је препродао ту робу, зарадио је 171 дин 20 пара. Колика је продајна цена једне фунте?

59. У једној фабрици раде 85 људи и 36 жена. Они добијају недељно, укупно, 31 668 динара. Кад надница сваког радника износи 46 динара, колико добија дневно једна радница?

60. Неко начини једну поруџбину вина у флашама по 9 дин. 25 пара за једну флашу. Пре него што му је поруџбина испоручена, цена вину падне за 15 пара од флаше. Због тога је он имао да плати 7 дин и 20 пара мање. Колико је флаша наручио? На колику је суму гласио рачун?

61. Једно друштво од 21 лица, у коме је број деце био двапут већи од броја одраслих, имало је при једном излету да плати 294 динара. Кад на свако дете дође по 7,дин 50, по колико треба сваки старији да плати?

62. Да би исплатио дуг од 500 динара, један трговац преда своје повериоцу комад платна од 26m и дода му у готову још 32 динара. Пошто је рачунао један метар платна?

63. Један коњ у штали коњичке касарне добија дневно 4kg 250g зоби. Колико метарских центи потроше 800 коња за једну недељу? Колико времена ће трајати једна порција од 16 660 метарских центи?

64. Један трговац купи комад платна од 49m по 4,дин 40. Он од тога прода 31m по 4,дин 60, а остатак по 5,дин 50. Колико је зарадио?

65. У 4 џака има 4zt 27kg, у другом за четвртину више него у првом; у трећем половину од онога што има у првом и другом укупно. Колико жита има у четвртом џаку?

66. У једној породици троши се дневно 4 литра млека по 3,дин 20 литар. Колики је рачун за млеко у четвртој четврти године?

67. Један отац који је пре четврт године напунио своју 51 годину, управо је пет пута старији од своје кћери. Колико година има његова кћи?

68. Количнику бројева 138 700 и 190 треба да се дода 40-тоструко 281, па да се добијени збир подели са 63.

ГЛАВА XIV

ЗАДАЦИ ЗА ПОНАВЉАЊЕ ИЗ ЦЕЛОКУПНОГ МАТЕРИЈАЛА

Сабирање и одузимање целих бројева

Колико је x у једначинама:

$$1. (17\ 215 - 9\ 895) + x = 32\ 000.$$

$$2. (10\ 800 - 8\ 967) - x = 977.$$

$$3. x - (65\ 686 - 52\ 779) = 7\ 082.$$

4. Додај збиру бројева 7 842 и 6 968 разлику та два броја, па добијени збир допуни до 20 000!

5. Од збира бројева 10 907, 8 594 и 6 888 одузети разлику бројева 50 000 и 37 848.

6. Смањи 2 милиона за 7 080 и добијеној разлици додај збир бројева 666 778 и 555 678!

7. За колико је збир непарних бројева између 100 и 110 мањи од збира парних бројева између 100 и 111?

8. За колико је 12 000 веће од збира највећег и најмањег четвороцифреног броја?

9. Од кога броја треба да одуземо збир од 1 299 и 1 079 да бисмо добили као остатак највећи троцифрени број?

10. Аритметичка средина три броја је за 218 већа од првог броја, а за 274 мања од последњег. Последњи број је 1 000. Која су та три броја? За колико је трећи мањи од збира прва два?

Аритметичка средина три броја је трећина њиховог збира.

11. Збир 4 броја износи 12 900. Први број је 1 928, други је за 307 већи од првог, трећи је за 993 мањи од другог. Потражи четврти број!

12. Од три бурета прво хвата 97 литара више од другог, а друго 85 литара мање од трећег. Треће хвата 268 литара. Колико укупно литара могу да приме сва три бурета?

13. Један кућевласник изда први спрат своје куће за 2 340 динара, а други спрат за 2 100 динара месечно. Али како је хтео да од куће има месечно 4 800 динара, он подигне кирију првог спрата за 260 динара. За колико треба да подигне кирију другог спрата.

Множење и дељење

14. Средње отстојање Месеца од Земље износи 375 000 километара, а од Сунца до Земље има 149 милиона километара. Колико пута је већа даљина Сунца од Месечеве даљине? (Цео број!)

15. Сунце је 1 284 000 пута веће од Земље; Земља 49 пута већа од Месеца; колико је пута Сунце веће од Месеца?

16. За колико треба повећати квадрат броја 314 да бисмо добили 1 000.000?

17. Повећај разлику бројева 3 000 и 1 768 за производ бројева 25 и 59!

18. Који број треба да смањимо за 1 960 да добијемо за остатак производ бројева 169 и 180?

19. Који број, подељен са 217, даје за количник 99?

20. Који број, подељен са 365, даје количник 273 и остатак 355?

21. 27 180 треба поделити таквим бројем, да се добије количник за 245 мањи од 1 000.

22. Чиме треба помножити разлику бројева 300 и 153, да производ буде за 145 већи од 5 000?

23. Којим бројем треба поделити збир бројева 570, 540 и 510 да би количник био једнак разлици прва два сабирка?

24. Посада једне тврђаве износи 1 625 људи. Они имају брашна 136 000kg, али та порција треба да траје 168 дана. По колико грама сме дневно да троши један човек?

25. Једна удовица има месечну пензију 1 350 динара. Других прихода има годишње 7 550 динара. Колико сме недељно да троши ако за стан годишње треба да плати 5 550 динара?

26. Два брата зарађују недељно, један 390 динара, други 420 динара. За колико ће недеља заједно заслужити 29 970 динара?

27а) Једну основну школу посећује 750 деце; од тога има у 8 одељења 54, 54, 52, 52, 51, 51, 50, 50 ученика. У осталих 7 одељења има у сваком подједнак број. По колико ученика има у сваком од тих одељења?

27б) Човек дише 17 пута на минут. У 9 дисања он унесе 5 литара ваздуха у своја плућа. Колику ће количину ваздуха унети у плућа за 24 часа?

Време

28. Наполеон I умро је 5 маја 1821; он је 20 маја 1804 изабран за цара; тада је имао 34 године 9 месеци и 5 дана. Колико је година живео? Кад је рођен?

29. Колико недеља траје треће тромесечје?

30. Колико ти времена треба да избројиш до милиона? Претпостави да за 1 минут можеш избројати до 100, а да бројање траје 10 часова дневно!

31. Код одраслог човека пулс је 72 у минути. Колико ће откуцаја бити за један дан?

32. На једној реци речни саобраћај отворен је 10 марта а затворен 22 новембра. Колико је дана трајао саобраћај?

33. Једно речно купатило отворено је 16 маја, а затворено 3 октобра. Колико је трајала сезона купања.

34. Дванаест радника сврше један посао за 15 часова и 45 минута. За колико би дана тај исти посао свршио један радник кад му се радни дан рачуна 9 часова?

35. Две лађе крену једновремено из једног пристаништа, истим правцем. Прва прелази за један секунд 4m и 14cm, друга за минут 310 метара. Колико су једна од друге удаљене после 1^h 5^{mn}?

36. Путничком возу потребно је од једне станице до друге 9 минута. Од тога у првом и последњем минути пређе по 260m. Осталих минута путује брзином 12m у секунду. Колико је растојање између двеју станица?

37. Три једнаке цеви могу да напуне резервоар за један час 57 минута. Колико би времена требало само за једну цев да напуни тај резервоар? Колика је запремина резервоара кад кроз једну цев истиче 7 литара за минут?

38. За 4 коња једна порција хране трајала је од 12 марта до 17 априла. Колико би дана трајала та храна кад би се њоме хранила само два коња?

39. Један столар и један тапетар заслуже заједно 640 динара. Надница столарева је 56 динара, а тапетарева 62 динара. Колико је дана радио столар, кад је тапетар радио 4 дана?

Новац

40. На једној пошти било је у току дана уплата 1 583 динара 80 пара, а исплата 1 427 динара 94 паре. Увече је у каси

било 195 динара 30 пара. Какво је стање касе било тог јутра?

41. Један дечак уштеђује недељно 3,^{дин} 50; за колико ће недеља уштедети 238 динара? Кад је његов брат исту толику суму уштедио за 14 недеља, колико је он уштеђивао недељно?

42. Један зидар добије за сат рада 7,^{дин} 50; колико је часова дневно радио кад је за недељу дана заслужио 360 динара?

43. Један теретни воз има 12 вагона, сваки натоварен са по 9 750 kg угља. Колика је вредност угља кад 100 kg стају 64 динара. Колико је кола потребно за пренос тога угља кад се на свака кола може натоварити 1 560 kg.

44. Неко купи клавир на отплату за 36 месеци. Месечна је отплата 490 динара. За колико би месеци раније отплатио клавир кад би месечно отплаћивао 735 динара?

45. Једна породица од 4 лица налази се на летовалишту у једном планинском месту и плаћа дневно пансион за свако лице по 35,^{дин} 50 од 15 јула до 13 септембра. Шта стаје ово летовање кад путни трошак за свако лице износи по 46,^{дин} 50 и још други трошкови укупно 250 динара 50 пара?

46. Шест стотина динара треба да се поделе на четири лица тако, да А добије 195 динара 20 пара, В половину од тога више 47 динара 40 пара, С за 9 динара 70 пара мање неголи што износи половина збира А и В. Колико остаје за четврто лице?

47. Један платнарски трговац добијао је досада од фабрике платно по 7 динара 27 пара метар; убудуће мораће да плаћа један метар 8 динара и 4 паре; тако ће за комад платна плаћати 33 динара 11 пара више. Колико метара има у таквом једном комаду?

48. Неко купи 500m платна по 31,^{дин} 40; од тога прода 27m и заради по 6,^{дин} 20 по метру; остатак прода са губитком на сваком метру по 7,^{дин} 50? Колико је свега платио за платно?

49. У једној школи потрошено је за једну школску годину 34 кубна метра дрва. Сваки метар је плаћен по 130 динара 50 пара. Потрошено је и 11t 500kg угља. Свака тона плаћена је по 265 динара. Колики је целокупан издатак за огрев?

50. Муж и жена раде у једној фабрици. Његова надница је 52 динара, њена 47. Заједно за један месец зараде 1 698 динара. По колико су дана радили кад се зна да је жена радила 6 дана мање од човека?

Дужине

51. Кад поштанска кола прелазе за један секунд 2m 25cm, а ауто 8m 10cm, колико km пређе за један сат ауто више од поштанских кола?

Обоје крену у 7^h 40^{mn} у супротним правцима. Колико су удаљени једно од другог у 9^h 30^{mn} ?

52. Колико је шина, од 5m 40 cm дужине, потребно за пругу жељезничку дугачку 22km 977 m?

53. Један ученик може да дође у школу кроз две разне улице. Кроз прву начини 588 корака, кроз другу 645 корака. За колико је први пут краћи од другога, кад је учеников корак дугачак 55 cm?

54. Тело које слободно пада пређе у првом секунду 4m 90cm, у другом трипута већи пут, у трећем 5 пута, у четвртог секунду 7 пута већи пут неголи у првом. Колико износи његов пут за четири секунда? За колико је дужи пут који тело пређе у 3 и 4 секунду од пута који пређе у првом и другом секунду? Колики је пут у 5 и 6 секунду?

55. Један путнички воз који има брзину 12m 60cm приближује се станици, и због тога отпочиње да смањује брзину сваког секунда по 35cm. Колика је његова брзина после пола минута? Кад ће се тај воз зауставити?

56. Један ученик оде у посету своје стрицу. Он мора најпре да иде узбрдо 1 сат и 20 минута, затим да силази низбрдо 45 минута. Узбрдо пређе за 1 минут 60m, низбрдо 80m. Колики је цео пут? Колико му треба времена да се истим путем врати кући? (Зашто морамо узети да је пут са обе стране подједнако стрм — истог нагиба?)

Површине

57. Један правоугаони врт дугачак је 23m 80cm, а половиноу од тога широк. Колика је његова површина? Треба га оградити. За ограду се плаћа 19 динара метар. Колико ће изнети ограђивање кад се за врата одузме 2m 10cm, и за њих одвојено плати 168 динара ?

58. Два правоугаона плаца једнака су по површини. Један је дугачак 21m 60cm, широк 17m, 85. Други је широк 17m. Одреди његову дужину!

59. Колика је цена једног стакла огледалског, дужине 1m 5cm, ширине 90cm, кад један квадратни десиметар стаје 8 динара 50 пара.

60. Од 2a 50m² ливаде добије се 1 товар и 50kg сена. Колико се сена добије од 2 ha 80 a?

61. Од једног земљишта, које износи 51a 35m², одузета је за пут једна правоугаона пруга, дужине 27m 50cm, ширине 19m 80cm, и то бесплатно. Остатак је продат по цену 2 дин и 60 пара један квадратни метар. Колико је добијено за то земљиште?

62. Једна пешачка стаза дужине 45m, ширине 1m 40cm, треба да се калдрмише. Шта ће стати калдрма кад се за један квадратни метар плати 2,^{дин} 80? Колико ће бити скупља друга једна стаза, која је додуше 2m 50cm краћа, али 20cm шири?

63. Колико лица могу стати на површини од 45m² 54dm² кад је за свако лице потребно 13dm² 20cm²?

64. Кров једне куће чија је дужина (крова) 13m 20cm, ширина 8m 40cm, треба да се покрије плеханим таблама величине 1m² 26dm². Колико је табли за то потребно?

65. Једно поље продато је по 2 500 динара хектар; колика је укупна цена кад је његова површина 2,^{ha} 325?

66. Један хектар борове шуме доноси годишње 272 дин. Колики је приход од целе шуме, за 2 године, кад је њена величина 35 km²?

67. Површина једне сале је 55,^{m²} 5; у њој су намештене столице и сваки заузима 14^{dm²} 5. Осим тога остаје слободан простор 0,^a 12. Колико има столица у сали?

68. Једно земљиште величине 4,^a 55 продато је за 33 125 динара. Пошто је један квадратни метар?

69. Два земљишта продата су заједно за 27 000 динара. Површина једнога је двапута већа од површине другог. Изрази површине оба земљишта у квадратним метрима, знајући да је за један ар плаћено 120 динара!

70. Једна соба дугачка је 5,m 25. Облика је правоугаоника. За њено паркетирање плаћено је 1 848 динара. Колика је њена ширина кад се за квадратни метар паркета плаћа 88 динара?

71. Једна башта има облик правоугаоника, дужине 60m ширине 40m. Она је просечена кроз средину двома управним стазама, паралелним странама правоугаоника. Ширина стазе је

1,^m 50. Колика је површина која је остала за обрађивање? (Слика!)

72. Колика је површина квадрата чији је обим 23m?

73. Ако се повећа страна једног квадрата за 1,^m 3, његова површина порасте за 4,^{m²} 29. Колика је страна тога квадрата? (Задатак најпре претстави сликом!)

Запремине

74. Једна правоугла гомила песка дугачка је 2m 10 cm, широка 1m 40cm, висока 35cm. Колика је њена запремина?

75. На Земљи живи отприлике 1 милијарда 700 милиона људи. Да ли би било места за све људе у једном кубном километру, ако се рачуна да је за једног човека довољно простора 50cm дужине, 50cm ширине и 2m висине?

76. У једној учионици има 42 мастионице, од којих свака хвата по 35cm³ мастила. Колико је потребно годишње мастила кад се све мастионице 9 пута годишње напуне?

77. Један винарски трговац има у једном бурету 228 литара вина; он у то вино долије још 72 литра воде, па га тако распрода по 390 динара хектолитар. Тако заради 486 динара. Пошто је куповао литар вина?

78. Колико се флаша од 0,^l 78 може напунити са 3,^{m³} 9 течности? Колико ће преостати течности?

79. Треба да се туцаним каменом (туцаником) наспе пут ширине 11m, дужине 12,^{km} 03; насути слој треба да буде дебљине 0,^m 30. Материјал за посипање стаје 10,^{дин} 40 кубни метар. Шта ће стати целокупни материјал за насипање пута?

80. Један комад земље, облика правоугаоника, дужине 45m, ширине 35m, треба да се опкопа јарком, ширине 0,^m 50, дубине 0,45. Колика је запремина земље коју треба ископати? (Слика!)

81. Један празан резервоар, запремине 5 040 l, добија кроз једну цев на четврт сата 225 l, кроз другу за 5 минута 90 литара воде. Кроз трећу цев отиче вода за 5 секунда 1 l. За које ће се време напунити?

Тежине

82. Кад је један литар ваздуха тежак 1,^g 293, колико тежи 1m³ ваздуха. Колика је тежина ваздуха у једној учионици која је дугачка 7,^m 50, широка 6m, а висока 4m?

83. Једна кугла од плуте (2m у пречнику) има запремину 4m^3 190dm^3 . Колика је њена тежина кад је један кубни десиметар плуте тежак 240 грама?

84. Један празан лонац тежак је $1,^{\text{kg}} 800$. Колико ће бити тежак кад у њега наспемо 7 литара млека, ако је један литар млека тежак $1,^{\text{kg}} 030$?

85. Кад је за фарбање једног квадратног метра површине потребно $2,^{\text{s}} 7$ фарбе, колико фарбе је потребно за 300m^2 ?

86. Кад се са једне њиве од 1ha 85a добије 5t и 4 товара кромпира, колико се килограма и грама (цео број) добије од 1a ? Од колико квадратних метара се добија један товар?

87. 1000kg дрва за гориво вреде 140 динара; израчунати вредност једне гомиле дрва, наслаганих у облику правоуглог паралелопипеда, дужине 6m , висине 3m , у ширину дође само по једна цепаница дугачка $1,^{\text{m}} 10$? То су хрстова дрва, а зна се да један кубни метар хрстових дрва тежи 800 килограма.

88. Једна сребрна шипка тешка је $1,^{\text{kg}} 75$. Колика је њена запремина кад се зна да један кубни сантиметар сребра тежи $12,^{\text{s}} 5$?

89. Једна флаша напуњена је живом и тако тежи $11,^{\text{kg}} 15$; њен капацитет је $0,^{\text{l}} 85$. Колико је тешка празна кад се зна да 1 кубни сантиметар живе тежи $13,^{\text{s}} 62$?

90. Један кубни десиметар леда тежак је $0,^{\text{kg}} 93$. Колику запремину леда треба истопити да добијемо $2,^{\text{l}} 75$ воде?

ГЛАВА XV

ДОДАТАК ЗА ЧИТАЊЕ

Арапске и римске цифре

Досада смо споменули две врсте цифара које су још данас у употреби. То су арапске и римске цифре. За арапске цифре боље је речено индијанске, јер су се оне прво појавиле код Индијанаца. Арабљани су их примили од Индијанаца и пренели у Европу. Разуме се да Индијанци и Арабљани нису имали овакве цифре, као што их ми данас употребљавамо. Знаци за

писање бројева су се у току времена непрестано мењали, док нису добили данашњи облик.

Римске цифре су старије од арапских. Њима су се служили Римљани. После пропасти римског царства употребљаване су те цифре до 16 века. У Немачкој су употребљаване и у 16 веку.

Систем арапских цифара продро је у Европу у 12 веку. Као што видимо, требало је скоро 4 столећа док је потиснуо римски систем.

Римске цифре су мање подесне од арапских. Главни њихов недостатак је у томе што те цифре имају само цифарну вредност, а немају месну вредност. Због тога су римске цифре неподесне за рачунање. За извођење рачуна Римљани су, а после њих и други народи, употребљавали нарочите *табле* или *столове за рачунање*. Таква једна табла се види на приложеној слици.

Неколико пруга паралелних и нормалних према рачунџији, са потребним бројем куглица. Такву таблу за рачунање назвали су *абакус*.

Прву аритметику са арапским цифрама написао је Леонардо из Пизе 1202 године. Књига се звала *Liber abaci*. У њој је он изложио неке рачунске радње, потребне за ондашњи трговачки свет. Рачунање по тој књизи било је писмено, без абакуса.

	Х	М	С	Х	І
	●		●	●	
			●●	●●	●●
			●●	●●	●●
			●	●	●

На мисао о бројевима који казују делове од целих јединица, дошло се у Европи тек у 16 веку, иако се за овакве бројеве знало још код старих Египћана и Вавилоњана. Децималан број појављује се први пут године 1855 код нидерланђанског математичара Симона Стевена (*Simon Stevin* 1548 — 1620). Разуме се да су тада децимални бројеви друкчије писани. Ранг појединих цифара није био одређен њиховим местом, већ је свака цифра обележавана

нарочитим знаком. На пр. децималан број 94, 1 305 писали су овако:

94 1' 3" 0''' 5''''

или:

94 ① 1 ① 3 ② 0 ③ 5 ④

Данашњи начин писања, одвајање целог броја од децимала запетом или тачком, потиче од проналазача *логаритама* Швајцарца Јопста Биргиа (1550—1632) и Шкотланђанина Непера (Johan Napier 1550—1617), али је тек у 18 веку свуда уведен.

Ево неких индијанских цифара, нађених на многим натписима и у многобројним рукописима:

1	⌒	1	
2	∩	2	⌒
3	3	3	W
4	8	4	⌒
5	3	5	3
6	5	6	8
7	2	7	∩
8	∩	8	9
9	∩	9	⌒
0	o		

Цифре које су употребљавали западни Арабљани, тзв. *гобар* цифре:

Поступни развитак цифара у Европи у 12, 13 и 14 веку:

1	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	7	3	e	4	6	∧	8	9	o						
1	2	3	e	4	6	∧	8	9	o						
1	2	3	e	4	6	∧	8	9							
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0						

Цифре код Египћана

Египћани су најстарији народ у историји. Настањени у долини реке Нила, живели су као високо културан народ све док их у култури нису наследили стари Грци. У години 4241 пре Христовог рођења, календарска година је код њих имала 365 дана, онако исто као и данас.

Код њих се налазе најстарији знаци за бројеве, као и најстарије писмо. Њихово најстарије писање данас је познато под именом *јероглифи*. То је један врло тежобан и мучан начин писања. Ако су хтели да напишу име једне ствари, морали су је насликати. На пр. ако су хтели написати *змија*, морали су да нацртају змију; ако су хтели да напишу *ратник*, морали су да нацртају ратника.

Ево до сада најстаријих знакова за бројеве:

1	10	100	1000	10000	100000	1000000	10000000

За *један* употребљавана је усправна црта. За *десет* савијена рука, или нека врста потковице. За *сто* савијен палмин лист. *Хиљада* је претстављана лотовим цветом, што је и символ Нила, који Египћанима дарује плодност њихове земље. Јероглиф за 10 000 кажипрст, за 100 000 једна жабља ларва. Овим је требало да се означи врло велики број. Тих жабљих

ларви било је врло много при поплавама Нила, нарочито у муљу, кад Нил опадне. Знак за милион је слика козмичког бога који на својим плећима држи небо, а чије име значи бесконачност.

Број 375 пише се овако:



Број 15379:






Писање бројева код Вавилонаца и Асираца

Друго културно средиште у старо време било је у земљи која нам је позната из Св. писма, из Ст. завета. То је долина Тигра и Еуфрата. Ту је гајена једна висока култура паралелно са културом Египћана.

Као најстарији народи у овој земљи спомињу се Сумери и Семићани. За Сумере се сматра да су пронашли тзв. *клинасту азбуку*, којом су се доцније служили у тим земљама Асирци и Вавилоњани.

Сви знаци овога писања могли су се свести на три


основна облика: усправни клин  хоризонтални клин 

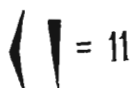
и угласта кука.  Код Вавилоњана се јавља и мисао о

месној вредности цифара. Они су творци шездесетног (сексагезималног) бројног система, који се још и данас одржао код мера времена и круга.










Они први уводе знак који потсећа на данашњу нулу.

Вертикални клинац  значи јединица, угласта кука

 значи 10. Ови се знаци сабирају кад стоје један поред

другога. Знак за 10 увек стоји испред 1. На пр.  = 11

Ове две ознаке према њиховом месту имају овакве вредности:

								
60^4	$10 \cdot 60^3$	60^3	$10 \cdot 60^2$	60^2	$10 \cdot 60$	60	10	1
(12 560 000)	(2 160 000)	(216 000)	(36 000)	(3 000)	(600)			

Цифре код старих Грка

Стари Грци су употребљавали слова као цифре. Код старијег начина писања обично су узимали она слова којима почиње име броја. Ово је старији начин писања:

1	Ι		
5	Γ = ἅ	од ἡεντῆ	50 Δ
10	Δ = δε	од δεκα	500 Ϛ
100	од (ἑ)κατόν	5000 Ϙ	
1000	Χ = χ	од χίλιοι	50000 ϙ
10000	Μ = μ	од μυριοί	

За новији начин писања бројева треба знати грчку азбуку, коју овде износимо заједно са именом сваког слова:

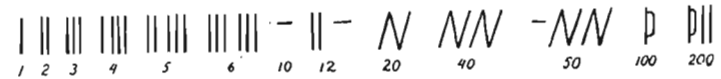
1	алфа	α	α	15	кси	ξ	
2	бета	β	β	16	омикрон	ο	ο
3	гама	γ	γ	17	пи	π	π
4	делта	δ	δ	18	[сан М]		
5	епсилон	ε	ε	19	[копа ς]		
6	[дигама	ς (ϝ	φ	20	ро	ρ	ρ
7	цета	ζ	ζ	21	сигма	σ	σ
8	(х) ета	η	ε	22	тау	τ	ω
9	тета	θ					
10	јота	ι	ι	23	ипсилон	υ	
11	капа	κ	κ	24	фи	φ	
12	ламбда	λ	λ	25	хи	χ	
13	ми	μ	μ	26	пси	ψ	
14	ни	ν	ν	27	омега	ω	

Слова су употребљавана за писање бројева на овај начин:

αΑ = 1	ιΙ = 10	ρΡ = 100
βΒ = 2	κΚ = 20	ςΣ = 200
γΓ = 3	λΛ = 30	τΤ = 300
δΔ = 4	μΜ = 40	υΥ = 400
εΕ = 5	νΝ = 50	φΦ = 500
ςΣ = 6	ξΞ = 60	χΧ = 600
ζΖ = 7	οΟ = 70	ψΨ = 700
ηΗ = 8	πΠ = 80	ωΩ = 800
θΘ = 9	ςϚ = 90	(π↑ одн. Π = 900

За писање хиљада употребљавана су слова и преко слова једна црта. На пр. — β значило је 2 000.

Феничанске цифре



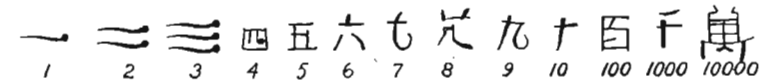
Писање бројева код Јевреја

И Јевреји су се служили словима. Овде су изнета слова, имена слова и број који поједина слова претстављају. Овако Јевреји још и данас пишу.

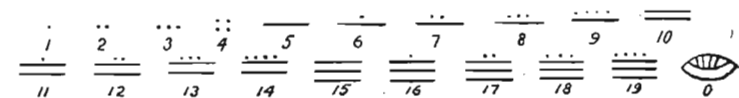
алеф	א = 1	јод	י = 10	коф	כ = 100
бет	ב = 2	каф	כּ = 20	реш	ר = 200
гимел	ג = 3	ламед	ל = 30	шин	ש = 300
далет	ד = 4	мем	מ = 40	тав	ת = 400
(х) е	ה = 5	нун	נ = 50	каф (завршно)	כּ = 500
вав	ו = 6	самек	ס = 60	мем (зав)	מּ = 600
цајин	ז = 7	ајин	צ = 70	нун (зав)	נּ = 700
хет	ח = 8	пе	פ = 80	пе (зав)	פּ = 800
тет	ט = 9	цаде	צד = 90	цаде (зав)	צדּ = 900

Писање бројева код Кинеза

Старе кинеске цифре, али које се још и данас употребљавају као штампане цифре:



Писање бројева код америчких Маја племена



Писање бројева код старих Словена

а. глагољицом

†	Ɑ	Ɱ	Ɐ	Ɒ	ⱱ	Ⱳ	ⱳ	ⱴ	Ⱶ	ⱶ	ⱷ	ⱸ	ⱹ	ⱺ	ⱻ	ⱼ	ⱽ	Ȿ	Ɀ
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30	40	50						
Ɀ	ⱽ	ⱼ	ⱻ	Ȿ	Ɀ	ⱽ	ⱼ	ⱻ	Ȿ	Ɀ	ⱽ	ⱼ	ⱻ	Ȿ	Ɀ	ⱽ	ⱼ	ⱻ	Ȿ
60	70	80	90	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000						

б. ћирилицом

А	В	Г	Д	Е	Ѕ	З	И	К	Л	М	Н	О	П	
1	2	3	4	5	6	7	10	8	20	30	40	50	70	80
Р	С	Т	У	Ф	Х	Ц	Ч	Ѧ	ѧ	Ѩ	ѩ	Ѫ	ѫ	
100	200	300	400	500	600	800	900	90	900	60	700	9	400	

Ми смо овде изнели начин писања бројева појединих старих народа, да бисмо указали на примитивност старог писања и на савршенство модерног.

Данашњи начин бројења и писања бројева изгледа нам тако прост и сам по себи разумљив, да лако заборављамо какво он дивљење заслужује. Нама је данас неразумљиво кад кажемо да један ученик првог разреда са неколико потеза оловке обави рачуне за које би у старо време, не ученику, него мајстору у рачунању, великом математичару, било потребно много дана, недеља, месеца, а можда се уопште до таквих рачуна није могло ни dospети.

Машине за бројење

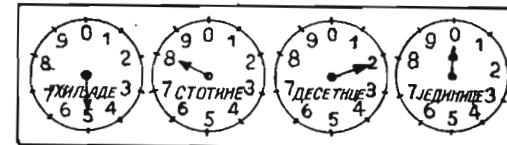
Да има таквих машина које броје исто као и човек, свакоме ће у први мах изгледати чудно. Али одмах ће се сетити да се оне свуда око нас налазе. Кад мало боље погледамо на електрични сат, који се обично поставља негде у забачени угао, иза врата, у мрак, опазићемо да се на њему виде неке цифре,

које с времена на време чита службеник електричне централе и према томе броју после нам саставља рачун за електрично осветлење. То је већ једна машина за бројење.

Исто имамо код сата на цеви водовода.

Састав машине за бројење је врло прост, а ми ћемо овде изнети два три модела најпростија.

На сл. 1 види се такав апарат са казаљкама, који ту управо показује број 5820.

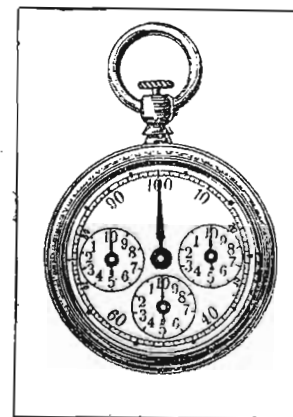


Сл. 1.

Па и наш џепни сат је једна справа за бројење. Само он не показује потрошњу воде или електричне струје, већ време изражено у секундима, почевши од подне и од поноћи. Код сата кругови са цифрама нису поређани један до другог, него се мали круг, који показује секунде, налази у већем, који служи за бројење и минута и часова. Битна разлика између апарата

на сл. 1 и џепног сата је у томе, што на сл. 1 имамо десетно бројење, а то код џепног сата није, јер се за мерење времена, као што знамо, употребљава други систем.

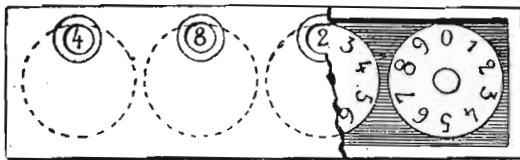
Али и апарати са десетним системом бројења могу се направити у облику џепног сата. Такве су справе на пр. *педометри*, тј. справе за бројење корака (сл. 2). Метнемо справу у џеп, идемо колико хоћемо, и кад станемо, ми само погледамо педометар и видимо колико смо корака начинили.



Сл. 2

Много су zgodнији од справе са покретним казаљкама апарати са покретним круговима, као што се види из сл. 3. На слици се јасно види склоп машине. Гледајући споља види се број 4820. Цифре броја су у округлим рупицама. Унутра су покретни

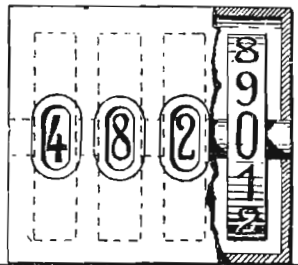
кругови који по обиму носе цифре од 0 до 9. На слици се те цифре виде с десне стране, пошто је у том делу скинута спољна облога. Овде дакле није случај да се казалька креће, а круг да стоји, већ рупица кроз коју читамо стоји непокретна, а поступно цифре пролазе кроз њу.



Сл. 3

Кругови са цифрама могу се заменити точкићима, као што

показује сл. 4. Овакав је склоп практичнији од претходног, пошто се међупростори између цифара могу избацити и на рачун тих међупростора направити крупније цифре. Овакви су обично електрични сатови.



Сл. 4

Бројење оваквим справама не мора почети увек од почетка, тј. од нуле. Ми обично забележимо број од кога почињемо, затим видимо број до кога смо дошли, па узмемо разлику између та два броја. Почиње се од почетка код сатова при научним мерењима, при споретским утакмицама итд.

Машине за бројење у практичном су животу врло много распрострањене. Споменућемо још једну која се почиње много употребљавати. То је машина за бројење на такси аутомобилу или колима. Та справа броји колико се пута за време возње обрну точкови, па према томе казује колики је пут пређен. Затим се та дужина у самој справи преобрати у новац и покаже нам се колико треба да платимо.

Има установа код којих је на самом улазу намештена справа која броји посетиоце. Обично је на улазу обртни крст. У сваки угао крста уђе по један посетилац, за то време се крст окрене за четвртину, а апарат при томе забележи један.

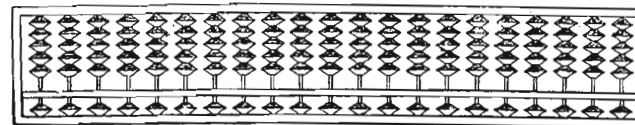
Машине за рачунање

Ако хоћемо да нешто брзо и сигурно израчунамо, ми обично узимамо или готове таблице са извршеним потребним рачунима или *машине за рачунање*.

Машина за рачунање је једна врло обична појава скоро у целом свету. Било их је и код најстаријих народа. Човек се одувек трудио да себи што више олакша.

У Београду се сада врло често виђа руска машина за рачунање *шчоти*. То је справа која много потсећа на нашу обичну рачунаљку која се употребљава по основним школама.

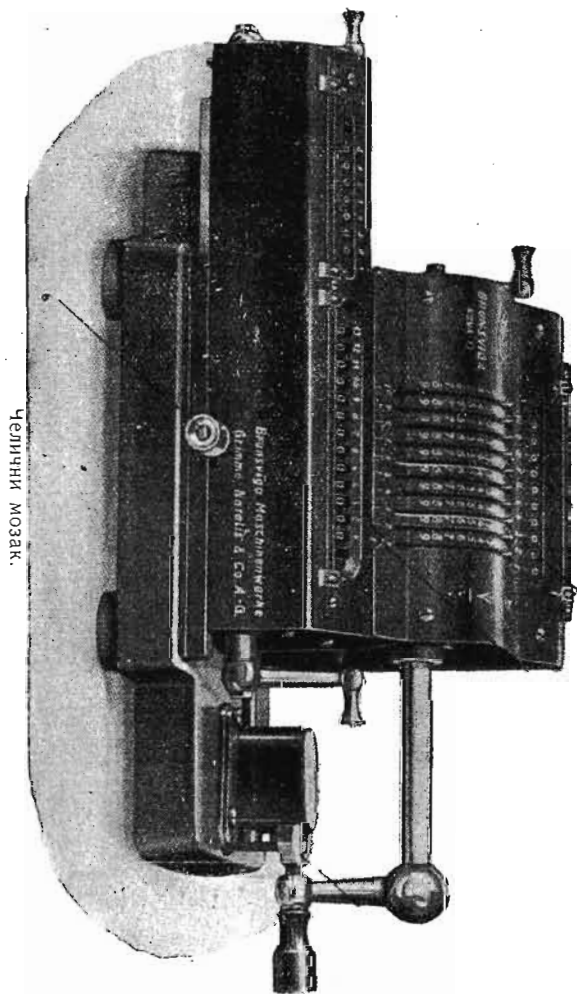
Врло популарне су кинеска *сванпан* и јапанска рачунаљка *соробан*. У Јапану се соробан употребљава свуда на трговима и по радњама. Јапанац на свом соробану брже нађе производ два броја неголи ма који рачунџија на хартији. На соробану почињу деца да уче рачунање одмах, још у првом разреду основне школе. Слика нам показује јапански соробан и једну учионицу где деца уче рачунање на соробану.



Данас имамо разних система веома усавршених машина за рачунање. Зову се и *аритметичке машине*. Има их које пом-

ноже два десетоцифрена броја за пола минута. Међутим утврђено је да је најбржем и највештијем рачунцији потребно 7 минута и 19 секунда да помножи број од 14 цифара бројем од 8 цифара.

Машине се не могу збунити, узбудити, нервирати; оне се никад не заморе, никад не греше.



Слика нам показује машину система Брунсвиг-а, названу челични мозак.

Последња слика је из једне старе аритметике из 1568 године.



Учитељ рачунања, у средини, објашњава руковање таблом за рачунање. Један ученик, с једне стране, решава задатак, други то исто ради са пером у руци.

САДРЖАЈ

ПРВИ ДЕО

Рачунање са неименованим и именованим целим бројевима

Глава I.	Цифре, бројеви, декадни бројни систем	3
Глава II.	Римске цифре	10
Глава III.	Сабирање	11
Глава IV.	Одузимање	23
Глава V.	Агрегат	33
Глава VI.	Множење	36
Глава VII.	Дељење	54
Глава VIII.	Рачуноке олакшице	73
Глава IX.	Спајање све четири рачунске радње	77
Глава X.	Разноврсни задаци за понављање. Проблеми	80

ДРУГИ ДЕО

Вишеимени бројеви. Децимални бројеви

Глава XI.	Мере. Редуцирање	87
Глава XII.	Мере за време. Кружни лук и угао. Новац	88
	Рачун зараде и губитка	100
Глава XIII.	Метарски систем мера	102
	Мере за површину	113
	Мере за запремину	122
	Мере за тежину	128
Глава XIV.	Задаци за понављање из целокупног материјала	139
Глава XV.	Додатак за читање	146
	Арапске и римске цифре	146
	Цифре код Египћана	149
	Писање бројева код Вавилоњана и Асираца	150
	Цифре код старих Грка	151
	Феничанске цифре	153
	Писање бројева код Јевреја	153
	Писање бројева код Кинеза	153
	Писање бројева код америчких Маја племена	153
	Писање бројева код старих Словена	154
	Машине за бројење	154
	Машине за рачунање	157