

Dj. TELEKI

PRILOG IZUČAVANJU ASTRONOMSKE REFRAKCIJE
I NJENIH ANOMALIJA NA OSNOVI AEROLOŠKIH
MERENJA IZVRŠENIH U BEOGRADU

B e o g r a d
1964

S A D R Ž A J

	strana
1. Uvod.....	1
2. Karakteristike atmosfere iznad Beograda.....	8
2.1. Osnovni podaci.....	8
2.2. Tačnost osnovnih podataka.....	9
2.3. Veze između osnovnih podataka.....	15
2.4. Uticaj Sunčeve aktivnosti na osnovno stanje.....	21
2.5. Sezonske i dnevne promene kod osnovnih podataka.....	26
2.6. Srednja atmosfera u oblasti Beograda.....	27
2.7. Podaci o visinskom vetru.....	30
2.8. Podaci o značajnim nivoima.....	32
2.9. Zaključak.....	34
3. Teorijske osnove računanja astronomske refrakcije.....	36
3.1. Uvod.....	36
3.2. Indeks prelamanja.....	37
3.3. Hromatska refrakcija.....	40
3.4. Osnovne veze u teoriji astronomske refrakcije.....	41
3.5. Rešenje integrala prave refrakcije.....	45
3.6. Rešenje integrala anomalija refrakcije... ..	48
3.7. Uticaj refrakcije na astrometrijska merenja.....	49
3.8. Izvodjenje nagiba slojeva iste gustine... ..	51
3.9. Zaključak.....	53
4. Prava refrakcija u Beogradu.....	55
4.1. Promena indeksa prelamanja sa visinom... ..	55
4.2. Promena vrednosti A sa visinom.....	57
4.3. Vrednosti prave refrakcije.....	59
4.4. Upoređenje sa vrednostima drugih autora... ..	61
4.5. Tačnost računanja prave refrakcije.....	63
4.6. Zaključak.....	64
5. Anomalije refrakcije u Beogradu.....	66
5.1. Srednji nagibi vazdušnih slojeva.....	66
5.2. Nagibi slojeva iste gustine za vreme nekih karakterističnih strujanja.....	68
5.3. Uticaj na astronomska merenja.....	73
5.4. Neke primedbe u vezi sa anomalijama refrakcije.....	76
5.5. Zaključak.....	77

	strana
6. Opšti zaključak.....	79
Literatura.....	82
Prilog I.....	86
Prilog II.....	89
Prilog III.....	92

1. U V O D

Refrakcija je bila i ostala jedan od ozbiljnih problema astrometrije. Osnovno je pitanje: kako se menja pravac svetlosnog zraka pri prolazu kroz Zemljinu atmosferu? Ovim pitanjem bavio se još Ptolomej, ali potpuno tačnog odgovora još ni danas nemamo. Veoma uverljivo možemo izračunati refrakcijski uticaj za male zenitske daljine, ali se nesigurnost osetno povećava smanjenjem visine. Za slučajeve kada je nebesko telo u blizini horizonta otkazuju sve postojeće teorije refrakcije.

Da bismo izračunali putanju svetlosnog zraka kroz atmosferu, potrebno je znati indeks prelamanja u svakoj njenoj tački. Ova vrednost zavisi od gustine datog sloja i talasne dužine svetlosti. U pitanju su, dakle, dva važna podatka: 1/ Promena gustine sa visinom - pitanje na koje meteorologija treba da da odgovor, i 2/ dispersija svetlosti i formula za računanje n indeksa prelamanja - problemi koji su u domenu optike.

Krajem prošlog veka je počelo ispitivanje gornjih slojeva atmosfere pomoću vazdušnih balona sa i bez posade koji su nosili odgovarajuće instrumente za merenje i registrovanje pritiska, temperature i vlažnosti. Postojanje tropopauze dokazano je 1902. godine. Pre Drugog svetskog rata američki vazdušni balon "Eksplorer II" dostigao je rekordnu visinu od 22 km (1938.), dok su za vreme rata specijalni baloni dostizali visinu i do 30 km /1/. Posle 1945. nastaje veoma brz razvoj u izučavanju gradje atmosfere - počinje intenzivno korišćenje radiosondi, raketa i veštačkih satelita specijalno konstruisanih u meteorološke svrhe. Zahvaljujući ovom brzom razvoju došli smo do neposrednih podataka o gustini atmosfere i na visinama od nekoliko stotina km. Definitivnih podataka još nema, treba još dugi niz godina da se u potpunosti upoznaju osobine ove dinamične sredine. Dosadašnja su ispitivanja, međutim, pokazala da uslovi u slojevima atmosfere ispod 20 km visine zavise od mesta i doba dana /1/ odnosno u

slojevima do 20-30 km imamo periodične i neperiodične promene meteoroloških elemenata. To znači da je nemoguće dati jednu jedinstvenu standardnu atmosferu za celu zemlju /2/.

Dispersionija svetlosti i problemi indeksa prelamanja analizirani su pod laboratorijskim uslovima. Barell i Sears /3, 4/ su, na primer, ispitivali promena indeksa prelamanja vazduha za talasne dužine od 2500 Å do 6500 Å pri temperaturama između 12° i 31° C i pri vazдушnim pritiscima između 100 i 800 mm Hg. Na osnovi teorijskih rasmatranja, izveli su zaključak da se dobijena formula može primeniti za sve temperature i pritiske. Jedna laboratorijska vrednost - dobijena pod idealnim stabilnim uslovima - prenosi se na nemirnu atmosferu - pitanje da li je to potpuno opravdano (veliki je uticaj atmosferske turbulencije raznih razmera). Nije idealno rešenje, ali zasad drugog izlaza nema. Pojavljuje se još jedan problem: preko kojih parametara odrediti popravku refrakcije za boju zvezda. Meljnikov /5/ smatra da sadašnji način računanja preko spektralne klase ne zadovoljava. Opšte uzevši, put za rešenje problema još nije potpuno jasan /6/.

Ovih nekoliko podataka mogu ilustrovati stanje i istorijat rešavanja problema vezanih - preko indeksa prelamanja - sa refrakcijom. Pošto ovi osnovni problemi nisu rešeni, ne možemo očekivati ni potpuno poznavanje promene pravca svetlosnog zraka.

Astronomska je praksa, međutim, zahtevala oslobadjanje astronomskih merenja od uticaja refrakcije. Pošto nije bilo mogućnosti da se struktura atmosfere upozna eksperimentalnim putem sve do ovoga veka, to se pribegavalo manje ili više verovatnim pretpostavkama o promeni optičke gustine ili indeksa prelamanja sa visinom u atmosferi. Tako su nastale razne teorije koje su proveravane u praksi. Izučavanju ovog problema dali su značajne priloge: Tycho Brahe, Kepler, D.Cassini, Picard, Newton, Biot, La Hire, Taylor, Bouguer, Simpson, Bradley, Mayer, Delambre, Euler, Lagrange, Bessel, Kramp, Laplace, Ivory, Gylden, Radau, Piazzzi, Oppolzer - da pomenemo samo najslavnija imena.

D.Cassini /7/ je bio prvi - tek u XVII veku - koji je postavio jednu teoriju refrakcije. On je pretpostavio da atmosfera u svim delovima ima istu gustinu, što znači da se zrak prelama samo jednom. Kasniji autori teorija refrakcije već se više približavaju objektivnoj stvarnosti, sa većom tačnošću prikazuju gradnju atmosfere. I to čisto teorijskim putem, bez ikakvih eksperimentalnih neposrednih podataka. Nesigurnost je, međutim, veoma velika, što najbolje ilustruje slučaj Newtona.

On je izradio dve teorije refrakcije i sastavio tablice, ali evo šta piše Flamsteed-u 1695. godine: "Ja ne nameravam pisati o refrakciji i ne želim da se tablica refrakcije rasprostranjuje" /8/. Tek je 26 godina kasnije dozvolio Halley-u da objavi njegove tablice refrakcije, ali bez ikakvog objašnjenja njenog nastanka. Naknadno je analizirano kako je Newton došao do svojih tablica /9/.

Laplace/10/ kasnije pokazuje da u izrazu za refrakciju koeficijent ispred $\operatorname{tg} z$, a praktično uzevši - do $z = 80^\circ$ - i ispred $\operatorname{tg}^3 z$, zavisi samo od prizemnih podataka. Pošto se radi o glavnom članu refrakcijskog reda, koji daje veoma veliki deo refrakcijskog uticaja, to je razumljivo da je ova Laplaceova teorema u velikoj meri odstranila nepoverenje prema mogućnosti uverljivog računanja refrakcije čisto teorijskim putem.

Stvaraju se nove teorije i nastaju nove tablice. Dve takve pokazale su dobro slaganje sa posmatračkim rezultatima i one su i danas u upotrebi. Šta više, praktično uzevši, samo su one u upotrebi! Reč je o Pulkovskim tablicama refrakcije, koje su zasnovane na Gylden-ovoj teoriji /11/ i o tablicama koje se objavljuju u "Connaissance des Temps" - u računatim po Radau-vljevoj teoriji/12/. Obe teorije izrađene su još u XIX veku.

U početku smo rekli da smo zemljinu atmosferu počeli upoznavati tek krajem XIX i prvih godina XX veka, a sad smo konstatovali da se u praksi koriste tablice zasnovane na teorijama iz XIX veka. Na osnovi svega onoga što smo dosad rekli, ovo upoređenje deluje veoma čudno. Da li je opravdano i danas koristiti ove tablice za refrakciju? Odgovor je svakako - ne, a to možemo potvrditi atgumetima u ovom radu.

Obe tablice daju veći deo refrakcijskog uticaja, a kod manje tačnih merenja možemo se zadovoljiti ovako dobijenim vrednostima. Međutim, sasvim je drugi slučaj kod merenja visoke tačnosti. Ovde se traži refrakcija sa tačnošću do na $0,01$ ili čak $0,001$. Da bismo dostigli ovu tačnost moramo uzeti u obzir i članove sa višim stepenima od $\operatorname{tg} z$, koji već zavise od gradje atmosfere i od mesnih karakteristika. Da bi se ublažile posledice nedostataka stvarnih vrednosti refrakcije, postupa se na taj način što se daju mesne popravke konstante refrakcije, a u nekim slučajevima se računaju anomalije refrakcije. Popravke konstante refrakcije, određene astronomskim putem, ne rešavaju problem. Onim zamerka što je dao Socher/13/

možemo dodati i to da se na ovaj način popravljiva vrednost prvog člana (sa $tg z$) koji zavisi samo od podataka prizemnog sloja. Uopšte se postavlja pitanje određivanja popravke konstante refrakcije na dosad uobičajeni način - što je ustvari neka popravka faktora koja zavisi od talasne dužine svetlosnog zraka. Što se tiče računanja anomalija refrakcije, ono ima potpunog smisla samo onda ako se zna u odnosu na šta se računa, tj. treba voditi računa o osnovnom modelu atmosfere na kome su zasnovane dotične tablice.

Kod tablica refrakcije u "Connaissance des Temps"-u postoji jedan poseban nedostatak: ne uzima se u obzir boja zvezde. Važnost ove popravke je istaknuta, međjutim, dovoljno jasno počev od Harzer-a /14/. Na zenitnoj daljini od 45° razlika refrakcije za zvezde spektralnih klasa A i M iznosi $0,06$. Ova veličina je osetno manja od srednje greške posmatranja, ali ako o njoj ne vodimo računa, tada uvodimo sistematsku grešku u deklinacije crvenih zvezda u odnosu na plave zvezde reda $0,1$ /15/.

Refrakcija je astronomski problem, ali ona u velikoj meri zavisi od nivoa meteoroloških i fizičkih znanja. Ako se u ovim oblastima postigne izvestan napredak, to svakako treba primeniti u teoriji refrakcije i oceniti njegov značaj. Na taj način sistematski treba poboljšavati računanje refrakcijskog uticaja. Samo je ovaj put pravilan, jer jedino na taj način možemo biti sigurni šta u našim merenjima dolazi od refrakcije, a šta iz drugih izvora. Ovo razdvajanje zasad je veoma teško, nekad skoro i nemoguće.

1918. godine van de Sande Bakhuyzen /16/ je bio prvi koji je pokušao odrediti refrakciju iz vertikalnih gradijenata temperature merenih instrumentima nošenim vazдушnim balonima. Iz podataka sakupljenih balonima je izračunao i gustinu vazduha na pojedinim površinama jednake optičke gustine.

Emden /17/ je dao stroge formule za izračunavanje refrakcije za razne klase politropne atmosfere. Refrakcija se dobija kao zbirni uticaj svih slojeva sa različitim vertikalnim gradijentima temperature. Emden-ove formule traže, dakle, poznavanje vertikalnih gradijenata temperature na svim visinama što svakako nije prost zahtev. Zato nije ni čudno što je ova teorija tek nedavno primenjena u praksi /18/.

1924. godina je početak nove ere u izučavanju astronomske refrakcije. Te godine su se pojavila dva veoma značajna rada Harzer-ova /14,19/. On je prvi put, u veoma strogoj formi obradio tada postojeći aerološki materijal u ukazao na

neke uticaje koji ranije nisu uzeti u obzir; uticaj doba godine i dana, uticaj vetra, uticaj boje zvezde. Najveći značaj Harzer-ovih istraživanja je u tome što je nedvosmisleno ukazao na mesni karakter refrakcijskog uticaja. Njegove tablice važe za Kilsku opservatoriju i nisu opšteg karaktera. Računanje refrakcije po njegovim tablicama je veoma zamorno (da bismo dobili refrakciju sa tačnošću Δ na 0,001 treba izvršiti 24 tablična ulaza, 9 množenja i jedno sabiranje), neke tablice više se ne mogu koristiti (tablice za uticaj dana i godine su pogrešne, a tablice za uticaj vetra nisu univerzalne niti su potpuno stroge), može se staviti niz primedaba i na način obrade aerološkog materijala - ali nezavisno od toga, Harzer je sa svojim novim idejama ukazao na put kojim treba vršiti dalja istraživanja.

Izrada Harzer-ovih tablica refrakcija trajala je ukupno šest godina. To jasno ukazuje na obimnost posla. Da bi dobio atmosfere podatke za Kil, morao je koristiti posmatranja na drugim stanicama. Na osnovi samih merenja i indirektno, računskim putem, obradio je atmosferu iznad pet izabrenih stanica sve do visine od oko 85 km. Stanice su na različitim geografskim širinama: -6° (Batavia), $+30^{\circ}$ (Atlantski okean), $+42^{\circ}$ (Severna Amerika), $+52^{\circ}5$ (Srednja Evropa), $+59^{\circ}75$ (Pavlovsk). Iz podataka sa ovih pet stanica uz izvesne pretpostavke, Harzer je odredio oblik, veličinu i položaj površina poznate konstantne vrednosti indeksa prelamanja koje se mogu nazvati optičkim. Na taj način je stvorio vezu između visinskog rasporeda indeksa prelamanja, s jedne strane, i geografske ^{širine} dužine iznad geoida, s druge strane. I za Kil su ovako izvedene potrebne vrednosti, jer nije bilo neposrednih merenja na tom mesto. Osim ovih podataka, Harzer je koristio niz drugih opštih i mesnih meteoroloških podataka.

Kasniji istraživači uglavnom ne slede put na koji je ukazao Harzer, nego i dalje stvaraju opšte izraze i tablice za refrakciju. Tako, recimo, Hagihara /20/, Willis /21/, i Blažko /22/ daju refrakciju na osnovi srednjih evropskih aeroloških podataka. Kašanin /23,24/ daje opštu srednju refrakciju na osnovi podataka o gustinu vazdušnih slojeva dobijenih raketama /25/. Garfinkel /26/ koristeći razvijanje u red po Lagrange-u i teoriju beta funkcija i primenom na integral refrakcije, refrakciju daje u formi koja brzo konvergira i po njegovom mišljenju, može se koristiti i za zenitske daljine veće od 90° . Model atmosfere je indeksa politropne klase $n_k=5$ ($\Gamma=5,7$ C/gpkm).

Ima, međjutim, nekih radova koji ne vrše uopštava-

nje nego strogo vode računa o mestu gde je dat presek atmosfere, što znači da se ističe mesni karakter refrakcije.

Tako Sugawa /27/ proverava ispitivanje Hagihara-e /20/ na osnovi radiosondažnih merenja izvršenih u Sendai oko 90 km južno od Astronomske opservatorije u Mizusawi. Sugawa smatra da se dobijeni rezultati nedovoljni, jer su korišćeni podaci samo najviše do 20 km visine.

Link i Nežnih /28/ na osnovi novijih aeroloških podataka, sastavili su tablice vazdušnih masa i refrakcije za četiri stanice koje se nalaze između ekvatora i $+73^{\circ}$ geografske širine. Naročiti teg stavljen je na refrakciju blizu horizonta.

Emden-ova teorija je našla prvu svoju primenu u astrogeodeskim radovima. Lösser /18/ je pomoću nje računao pravu refrakciju i anomalije refrakcije kod posmatranja Sunca na malim visinama. Za računanje refrakcije korišćeni su aerološki podaci bliskih stanica i to za trenutak koji je najbliži vremenu izvođenja serije geodeskih merenja. Uzima se, dakle, trenutna atmosfera. Izvođenje refrakcije za jednu seriju merenja traje najmanje dva puna sata.

Najidealnije bi bilo refrakciju računati iz trenutnih aeroloških merenja koristeći elektronske računске mašine. To je zasad praktično nemoguće. Zato je potrebno veoma savesno proučavati atmosferu iznad posmatračke stanice i na osnovi tih podataka dati najverovatniju pravu refrakciju i moguće anomalije.

Na Astronomske opservatoriji u Beogradu sada su u upotrebi dve vrste tablice za refrakciju i to: Pulkovske i one koje se objavljuju u "Connaissance des Temps"-u. Formulu Radau-a Djurković /29/ je transformisao na oblik koji omogućuje brže računanje. Za ovakvo računanje date su i tablice. Obe, dakle, zasnovane na teorijskim aproksimacijama.

Neke aspekte anomalija refrakcije na Astronomske opservatoriji u Beogradu analizirali su Brkić /30,31,32/ i Ševarlić /33,34,35/. Koristili su meteorološki materijal sakupljen na samoj Opservatoriji, tj. podatke podatkne prizemnog sloja.

Međutim, južno od Opservatorije, na oko 1,93 km, nalazi se, na skoro istoj nadmorskoj visini, Aerološka stanica Beograd - Zeleno Brdo. Na ovoj stanici vrše se sistematska radiosondažna merenja.

Blizina Aerološke stanice omogućila nam je da bliže upoznamo atmosferu iznad Beograda. Jedna analiza atmosfere zasnovana na merenim podacima pružiće dovoljno podataka i za

izradu jedne teorije beogradske refrakcije. U ovom radu, kao prvom u nizu, daćemo izraz za računanje prave refrakcije i za upoznavanje sistematskih anomalija refrakcije.

Cilj nam je, osim toga, da damo model za računanje refrakcijskih uticaja i da ukažemo na neophodnost izrade mesnih tablica refrakcije. Najzad, da ukažemo na neke još otvorene probleme na kojima se može i treba raditi. Smatramo posebno važnim zadatkom ukazati na neophodnost svestranijeg izučavanja problema astronomske refrakcije.

2. KARAKTERISTIKE ATMOSFERE IZNAD BEOGRADA

2.1. Osnovni podaci. - U Beogradu na Zelenom Brdu ($\varphi = +44^{\circ} 47'$, $L = -20^{\circ} 32'$, nadmorska visina 246 m) vrše se sistematska radiosondažna merenja instrumentima američke proizvodnje (elektronski teodolit GMD - 1A, meteorološki registrator FMQ-2, radiosonde AMT-4A i AMT-4B). Obrada vetra vrši se u dvominutnim intervalima. Rezultati radiosondažnih merenja objavljuju se u publikaciji "Aerološki godišnjak", u izdanju Saveznog hidrometeorološkog zavoda u Beogradu.

Podaci o visini datih površina (H), pritisku (p), temperaturi (t), relativnoj vlažnosti (U), i vetru na visini raspoređeni su u pomenutoj publikaciji u dve grupe. Prva grupa obuhvata podatke na standardnim izobarskim površinama na osnovi svih radiosondažnih merenja izvršenih u vremenskom intervalu $\theta \pm 3^h$ (θ označava redovan termin osmatranja po srednjeevropskom vremenu). Po pravilu sonda se spušta pola sata pre vremena θ , međutim, ako sondaža nije uspela, operacija se ponavlja kasnije. Standardne izobarske površine su: 1000, 850, 700, 500, 400, 300, 200, 150, 100, 70, 50, 30, i 20 mb. Osim toga daju se meteorološki podaci i za II i I tropopauzu i podaci u prizemnom nivou u trenutku puštanja radiosonde (pola sata pre vremena θ). Dati su dnevni i srednji mesečni podaci i obeleženi maksimumi i minimumi odgovarajućih elemenata u toku meseca. Srednje vrednosti za vetar su vektorske. Srednje mesečne vrednosti nisu date kada je u toku meseca bilo manje od 5 podataka za p, t i H, manje od 16 podataka za U i manje od 10 podataka za pravac i brzinu vetra. U drugoj grupi su dati podaci na značajnim nivoima. Sem nivoa značajnih zbog značajnih promena temperature i vlažnosti dat je nivo maksimalne i minimalne brzine vetra, kao i nivoi značajne promene pravca i brzine vetra.

Radiosondažna posmatranja na Zelenom Brdu počela su 8 marta 1955. U početku merenja su vršena samo jedanput

dnevno, u $\theta=04^h$ SEV. Počev od 1 aprila 1957. noćna merenja se obavljaju u $\theta=01^h$ SEV. Od 1 jula 1956. vrši se i dnevna sondaža, prvo u $\theta=16^h$ SEV, a zatim, počev od 1 aprila 1957., u $\theta=13^h$ SEV.

Astronomska opservatorija u Beogradu nalazi se 1,93 km severno od Aerološke stanice na Zelenom Brdu, na praktično istoj nadmorskoj visini (253 m). Zbog blizine te stanice možemo sa opravdanjem tvrditi da aerološki podaci sa Zelenog Brda reprezentuju atmosferu iznad Astronomske opservatorije u Beogradu. Ta činjenica omogućuje nam da bolje upoznamo refrakcijske uticaje u blizini naših astronomskih instrumenata. Da bi ova dejstva mogli upoznati pristupili smo pre svega izvodjenju srednje atmosfere Beograda i izučavanju drugih karakteristika ove atmosfere, koje dosad nisu bile obradjene.

Aerološke podatke uzeli smo iz "Aeroloških godišnjaka" od 1955. do 1962. godine/36/. Merenja u 04^h i 01^h SEV obradjena su zajedno - pod nazivom noćna sondaža - za vremenski razmak od aprila 1955. do kraja marta 1962. Obuhvaćeno je, dakle, sedam godina merenja. Dnevna sondaža - merenja u 16^h i 13^h SEV - zasnovana je na šestogodišnjem nizu merenja: od jula 1956. do kraja juna 1962. godine.

Od ukupno 16 nivoa za koje se daje aerološki materijal, koristili smo svega 12 nivoa. Nisu korišćeni podaci za 1000 mb (jer ovaj nivo veoma blizu prizemnom), i za 30 i 20 mb kao i II tropopauzu (jer ima veoma mali broj podataka). Za izabrane nivoe uzeli smo iz Aerološkog godišnjaka srednje mesečne vrednosti meteoroloških podataka H, t, p i U, a zatim smo iz njih obrazovali sedmogodišnje odnosno šestogodišnje srednje vrednosti. Tako smo dobili usrednjene mesečne podatke za dnevnu (Prilog I), i za noćnu (Prilog II) sondažu, a iz tih opšte srednje mesečne (Prilog III) vrednosti. Uz svaku srednju vrednost dajemo i broj podataka iz koje je dobijen. Vidimo da najveći broj podataka imamo kod prizemnog sloja, a najmanje na nivou od 50 mb. Kod noćne sondaže na nivou od 50 mb imamo 50%, a kod dnevne sondaže 30% manje osnovnih podataka nego u prizemnom sloju. Ovo je, medjutim, potpuno zadovoljavajuće, jer za upoznavanje nižih slojeva treba i više podataka.

Podatke u Prilogu I, II i III smatraćemo osnovnim za naša dalja istraživanja.

2.2. Tačnost osnovnih podataka. - Prema publikacijama /37,38/ radiosonde koje se koriste na Aerološkoj stanici

na Zeleđom Brđu mogu da se vrše merenja u sledećim rasponima: vazdušni pritisak između 1060 i 5 mb, temperaturu između -90° i $+60^{\circ}$ C, i relativnu vlažnost između 15 do 100%. Ove radiosonde mogu dostići visinu od 30 km i više. Brzina podizanja je oko 300-350 m u minuti. Visina izobarske površine može se odrediti sa tačnošću od oko 0,4 % merene visine sa minimalnom greškom od oko 10 m. Ove greške su granične vrednosti, jer zavise od visine na kojoj se mere. Do 500 mb tačnost merenja pritiska je ± 3 mb, a na i iznad 100 mb površine je $\pm 1,5$ mb. Do 24 km visine temperatura se može dati sa tačnošću od oko $\pm 0,5$ C, a na 30 km visine tačnost je dva puta manja: $\pm 1^{\circ}$ C. Najveća nesigurnost merenja je kod relativne vlažnosti, što se objašnjava nedostatkom odgovarajućeg mernog elementa.

Atmosfera je veoma dinamična sredina sa mogućnošćima veoma brzih promena. Zato je nemoguće očekivati da odgovarajuće srednje mesečne vrednosti ili dnevne vrednosti budu podudarne. Zbog toga nema nikakvog smisla da se izvede srednja greška određivanja osnovnih podataka. Ali da bismo stekli izvesnu sliku o realnosti i verovatnosti osnovnih podataka - da oni stvarne predstavljaju neku srednju vrednost - dali smo pregled odstupanja H, t, p i U na pojedinim nivoima i u pojedinim mesecima. Izvedeno je maksimalno odstupanje (razlika između odgovarajućih maksimalnih i minimalnih vrednosti) srednjih mesečnih vrednosti (d_1) i dnevnih vrednosti (d_2) svih merenih meteoroloških elemenata za svaki mesec i svaki nivo. Tablice 1 i 2 (na str. 11 i 12) sadrže godišnju ^{opštu} srednju vrednost podataka d_1 i d_2 , kao i njihove maksimalne i minimalne pojedinačne mesečne vrednosti - posebno za noćnu i dnevnu sondažu - za pojedine niveoe.

Da bismo mogli da procenimo veličinu dobijenih srednjih vrednosti d_1 i d_2 određen je procenat u odnosu na srednju godišnju vrednost tog meteorološkog elementa na datom nivou. Procenat kod temperature je računat u odnosu na vrednost izraženu u apsolutnim stepenima. Osim kod prizemnog nivoa, na ostalim nivoima je formirana srednja vrednost iz podataka noćne i dnevne sondaže. To nam je omogućeno veoma bliskim podacima za noćnu i dnevnu sondažu. Dobijene rezultate prikazujemo u Tablici 3 (na str.13).

Vidimo dosta jasno izraženu promenljivost meteoroloških elemenata na nivou I tropopauze. To je naročito osetljivo kod vrednosti H.

Tablica 1. Godišnje opšte srednje vrednosti (SV), maksimalne (M) i minimalne (m) pojedinačne mesečne vrednosti veličine d_1 (maksimalno odstupanje srednjih mesečnih vrednosti) meteoroloških elemenata t, H, U i p sa razne nivoa pri noćnoj (N) i dnevnoj (D) sondeži.

Nivo	SONDAŽA	Temperatura t° C			Visina H gpm			Relativna vlažnost U %			Pritisak p mb		
		SV	M	m	SV	M	m	SV	M	m	SV	M	m
Priz. nivo	N	5,2	7,7	2,8	-	-	-	18	29	10	07	15	03
	D	6,3	9,0	3,4	-	-	-	18	33	07	10	34	01
850 mb	N	5,0	8,8	2,6	59	123	96	17	32	08			
	D	5,3	13,9	2,7	58	127	21	15	30	07			
700 mb	N	4,3	6,9	1,3	72	149	26	22	30	15			
	D	4,4	10,7	1,6	70	152	25	16	32	04			
500 mb	N	3,7	5,1	0,8	103	205	68	17	31	08			
	D	3,8	7,1	1,2	97	213	50	14	24	07			
400 mb	N	3,7	6,2	1,3	124	238	41	16	24	08			
	D	3,2	5,4	1,0	117	251	37	12	21	03			
300 mb	N	3,0	4,6	1,1	144	264	49						
	D	2,7	5,2	1,1	139	281	51						
Itro- pop.	N	5,1	8,6	3,1	1232	2382	455				37	64	14
	D	5,0	7,7	2,3	1086	2253	487				34	63	11
200 mb	N	5,0	10,5	2,7	154	247	77						
	D	4,6	9,7	2,1	187	426	84						
150 mb	N	4,2	8,0	2,0	141	220	78						
	D	4,0	8,7	2,0	130	230	45						
100 mb	N	3,9	6,4	1,1	151	280	73						
	D	4,1	6,6	1,8	135	224	52						
70 mb	N	3,9	6,4	1,7	148	227	52						
	D	4,0	6,8	1,8	140	267	39						
50 mb	N	4,3	6,8	2,4	168	276	92						
	D	4,2	8,4	2,0	174	270	76						

Tablica 2. Godišnje opšte srednje vrednosti (SV), maksimalne (M) i minimalne (m) pojedinačne mesečne vrednosti veličine d_e (maksimalno ostupanje dnevnih vrednosti) meteoroloških elemenata t, H, U i p za razne nivoe pri noćnoj (N) i dnevnoj (D) sondaži.

NIVO	SONDAŽA	Temperatura			Visina			Relativna vlažnost			Pritisak		
		t° C			H gpm			U %			p mb		
		SV	M	m	SV	M	m	SV	M	m	SV	M	m
Priz. nivo	N	21,5	25,5	17,9				67	75	55	40	122	18
	D	24,9	30,2	17,4				69	84	53	35	61	23
850 mb	N	22,8	29,0	18,3	285	437	169	83	88	76			
	D	23,6	33,6	17,8	278	478	176	87	88	76			
700 mb	N	20,7	26,9	15,6	331	449	256	85	87	83			
	D	21,3	28,0	16,9	330	509	242	85	87	81			
500 mb	N	19,4	25,1	14,8	447	529	341	72	79	65			
	D	20,1	25,5	13,0	440	599	108	72	75	66			
400 mb	N	19,7	24,4	15,8	555	707	381	65	70	61			
	D	18,6	22,9	11,9	569	735	419	62	67	57			
300 mb	N	14,8	18,0	11,7	641	737	484						
	D	16,4	24,4	11,4	666	830	501						
Istro-pop.	N	27,2	33,6	18,8	6598	9410	4920				222	298	154
	D	26,6	28,9	22,9	6662	8160	4450				223	295	163
200 mb	N	22,4	29,7	16,4	625	756	472						
	D	23,5	30,7	17,2	617	740	455						
150 mb	N	20,7	30,7	14,3	536	648	388						
	D	19,0	25,8	14,0	544	661	406						
100 mb	N	15,3	21,5	10,7	560	1275	349						
	D	16,3	26,1	10,9	502	697	371						
70 mb	N	14,8	24,2	9,5	553	1030	300						
	D	14,2	22,8	6,9	479	740	310						
50 mb	N	14,1	24,5	7,3	512	650	331						
	D	14,8	27,8	8,3	531	852	343						

Tablica 3. Vrednost d_1 i d_2 pojedinih meteoroloških elemenata izraženi u procentima srednjih godišnjih vrednosti tih meteoroloških elemenata na datom nivou.

Nivo	temperatura		visina		vlažnost		pritisak	
	d_1	d_2	d_1	d_2	d_1	d_2	d_1	d_2
		%		%		%		%
Prizemni sloj - noćna	1,9	7,6			24	88	1	4
" " - dnevna	2,2	8,7			28	108	1	4
850 mb	1,9	8,3	4	19	24	127		
700 mb	1,6	7,8	2	11	32	144		
500 mb	1,5	7,8	2	8	37	167		
400 mb	1,4	8,0	2	8	37	168		
300 mb	1,2	6,9	2	7				
I tropopauza	2,3	12,6	10	60			15	97
200 mb	2,2	10,6	1	6				
150 mb	1,9	9,1	1	4				
100 mb	1,9	7,3	1	3				
70 mb	1,9	6,6	1	3				
50 mb	1,9	6,6	1	3				

Kod vrednosti temperature uočavamo malo kolebanje i u vrednostima d_1 i d_2 . Osim tropopauze, malo više se ističe nivo na 200 mb.

Visine standardnih izobarskih površina kolebaju se u dosta širokim granicama. To još više važi za podatke relativne vlažnosti.

Na osnovi Tablice 1, 2 i 3 možemo konstatovati da srednje mesečne i srednje godišnje vrednosti ne reprezentuju svaki sloj sa jednakom tačnošću. Najteže je predstaviti I tropopauzu. O ovim različitim stepenima stabilnosti podataka pojedinih slojeva svake treba voditi računa prilikom računanja refrakcijskih uticaja.

Verovatnoća srednjih vrednosti menja se ne samo od sloja do sloja, nego i iz meseca u mesec. Da bismo to pokazali formirali smo srednje vrednosti d_1 i d_2 svih slojeva u istom mesecu. Analizirana je i noćna i dnevna sondaža, sa i bez uticaja I tropopauze. Tablica 4 (na str.14) daje odnos između pojedinih mesečnih vrednosti i najmanje vrednosti utoku godine sa podatke t i H , kao najglavnijih elemenata. Svake kolona daje i iznos ovih jediničnih vrednosti.

Tablica 4. Odnos između srednjih vrednosti d_1 odnosno d_2 svih nivoa u istom mesecu i najmanjih odnosnih vrednosti u toku godine za podatke t i H posebno za noćnu i dnevnu sondažu, sa i bez uticaja I tropospuze. Dajemo apsolutne iznose i ovih najmanjih vrednosti koje su uzete za jedinicu.

Jedinična vrednost	d_1				d_2			
	sa tropopuzom bez tropopauze		tropopauzom bez tropop.		sa tropopuzom bez tropopauze		tropopauzom bez tropop.	
	NOĆNA	dnevna	noćna	dnevna	NOĆNA	dnevna	noćna	dnevna
	temperatura							
	2,5C	2,8C	2,2C	2,4C	15,8C	15,6C	13,8C	13,6C
I	1,6	1,9	1,7	2,1	1,5	1,5	1,6	1,6
II	2,5	2,2	2,5	2,3	1,5	1,5	1,5	1,6
III	2,4	2,5	2,5	2,7	1,3	1,4	1,4	1,4
IV	2,0	1,7	1,0	1,8	1,3	1	1,3	1
V	1,9	2,1	1,9	2,2	1,2	1,2	1,1	1,2
VI	1,3	1	1,3	1	1	1,1	1	1,1
VII	1,	1	1	1	1,1	1,1	1,1	1,1
VIII	1,7	1,3	1,7	1,3	1,1	1,2	1,1	1,2
IX	1,4	1,2	1,5	1,3	1,1	1,1	1,1	1,2
X	1,4	1,3	1,5	1,4	1,2	1,2	1,1	1,3
XI	1,8	1,5	1,9	1,6	1,2	1,4	1,2	1,4
XII	1,6	1,3	1,6	1,4	1,4	1,4	1,5	1,4
	visina							
Jedinična vrednost gpm	129	143	58	71	781	781	334	306
I	1,7	1,4	2,3	1,5	1,4	1,5	1,5	1,7
II	2,4	1,8	2,6	2,3	1,4	1,5	1,6	2,0
III	3,0	2,1	3,3	2,8	1,3	1,2	1,5	1,5
IV	2,0	1,4	2,6	1,6	1,3	1,1	1,6	1,6
V	2,0	1,9	2,2	2,0	1,2	1,3	1,3	1,5
VI	1,1	1,1	1,2	1	1	1	1	1
VII	1	1,2	1	1	1,6	1,4	1,1	1,2
VIII	2,3	2,0	1,4	1,1	1,4	1,4	1,1	1,3
IX	1,1	1	1,8	1,4	1,1	1,2	1,2	1,3
X	1,2	1,1	1,5	1,1	1,6	1,5	1,4	1,5
XI	1,8	1,6	2,3	2,1	1,6	1,5	1,5	1,7
XII	1,4	1	1,6	1,2	1,4	1,6	1,6	1,6

Odmah pada u oči da su letnji meseci najstabilniji u odnosu na neke usvojene srednje vrednosti. Kod d_1 naročito su nepovoljni februar i mart: kao što vidimo njihova dispersija je dva do tri puta veća nego u junu i julu. Kod d_2 možemo uočiti skoro potpunu simetriju u odnosu na sredinu godine.

Analiza podataka d_1 i d_2 za pojedine nivoe i za pojedine mesece veoma slikovito ilustriraju sve one teškoće koje se stvaraju prilikom korišćenja srednjih vrednostimeteoroloških

podataka. Srednje vrednosti ne reprezentuju svaki sloj i svaki mesec sa jednakom tačnošću i zato, ako je to moguće, treba koristiti neposredne merene podatke bez ikakvih usrednjenja. Ako pak moramo uzeti srednju vrednost, tada je neophodno da na neki način utvrdimo verovatnost tog podatka. O takvom uticaju treba da vodimo računa i kod izvodjenja refrakcijskog uticaja. Iz radova o refrakciji se vidi da dosad o tome nije vodjeno računa.

2.3. Veze izmedju osnovnih podataka.- U Prilozima I, II i III date su osnovne veze izmedju pojedinih meteoroloških elemenata u pojedinim slojevima, za razne delove godine. Da bi te veze bile što više uočljivije, izvršena je dalja obrada osnovnih podataka.

Tablica 5 (na str.16) prikazuje odnos T/T_0 , tj. vezu izmedju temperature prizemnog sloja i temperature vazduha na različitim izobarskim površinama. Prilikom računanja ove proporcije, temperature smo izrazili u apsolutnim stepenima. Na osnovi utabličениh vrednosti možemo izvesti ove osnovne zaključke: 1/ temperatura opada do tropopauze, a zatim stagnira, 2/ postoji jasno istaknuta sezonska promena; činjenica da ovakve promene postoje, govori o tome da sezonske promene temperature ^{na} pojedinim visinama nisu podudarne po amplitudi sa sezonskim promenama u prizemnom sloju, 3/ ni promene temperature na pojedinim visinama u toku dana nisu iste po veličini, što se vidi iz sistematske razlike podataka T/T_0 za noćnu i dnevnu sondažu; odnos T/T_0 uvek je veći za noćne podatke.

Sezonske i dnevne promene T/T_0 nisu zanemarljive veličine. Sezonske razlike mogu biti veće i od 0,05, što znači da se radi o odstupanju većem od 10°C . Dnevne razlike su reda veličina 0,01, ali mogu dostići i 0,02, što iznosi više od 5°C .

Može se konstatovati da prilikom računanja temperature u višim slojevima iz podataka prizemnog sloja, svakako treba uzeti u obzir momenat za koji se traži ta veza.

Kao što se vidi iz Tablice 6 (na str.17) sezonske i dnevne promene još više su istaknute kod odnosa U/U_0 . Naročitu pažnju treba da obratimo na razliku izmedju podataka dnevne i noćne sondaže. Vrednosti U/U_0 za podatke iz noćne sondaže stalno su manje od 1,000, što znači da relativna vlažnost sa visinom opada. Taj zaključak, međutim, nije tačan kod vrednosti U/U_0 iz dnevnih sondaža. U pojedinim mesecima relativna vlažnost se povećava sa visinom do izvesne granice i posle opada. Taj porast može da dostigne i 0,25 vrednosti U_0 što iznosi 20-25 %.

Tablica 5. Vrednosti T/T_0 (u jedinicama 0,0001) - odnos temperature vazduha na različitim izobarskim površinama i temperature prizemnog sloja za pojedine sondeže i za razne mesece.

MESEC	850 mb	700 mb	500 mb	400 mb	300 mb	I tropo-pauza	200 mb	150 mb	100 mb	70 mb	50 mb
Noćna sondeža											
I	9912	9637	9044	8611	8098	7779	7878	7955	7919	7900	7911
II	9829	9592	8998	8565	8052	7695	7786	7877	7819	7800	7815
III	9863	9566	8963	8537	7991	7659	7796	7876	7800	7756	7760
IV	9784	9429	8834	8398	7877	7579	7696	7756	7685	7646	7664
V	9780	9442	8855	8426	7874	7456	7557	7623	7588	7560	7585
VI	9776	9428	8859	8445	7904	7394	7477	7539	7487	7473	7546
VII	9781	9424	8890	8476	7934	7516	7598	7506	7393	7431	7523
VIII	9784	9439	8898	8491	7944	7427	7520	7441	7383	7448	7513
IX	9802	9487	8942	8526	7978	7420	7490	7465	7462	7507	7548
X	9863	9567	8986	8559	8006	7467	7531	7503	7492	7534	7570
XI	9892	9616	9031	8589	8033	7595	7638	7652	7602	7588	7584
XII	9909	9619	9027	8588	8073	7786	7793	7818	7775	7735	7702
Dnevna sondeža											
I	9829	9578	8983	8557	8056	7711	7812	7903	7885	7874	7878
II	9773	9513	8922	8497	7981	7628	7714	7808	7754	7736	7761
III	9765	9431	8847	8413	7887	7556	7691	7780	7713	7695	7716
IV	9634	9300	8722	8301	7772	7465	7587	7643	7584	7577	7604
V	9626	9337	8733	8307	7764	7376	7472	7548	7510	7483	7524
VI	9594	9256	8715	8307	7765	7291	7355	7423	7379	9386	7464
VII	9597	9267	8739	8336	7808	7395	7469	7375	7281	7331	7435
VIII	9598	9276	8739	8337	7810	7294	7388	7300	7267	7334	7424
IX	9612	9317	8783	8378	7841	7283	7348	7338	7341	7399	7460
X	9692	9408	8840	8425	7885	7357	7397	7383	7380	7435	7463
XI	9815	9541	8962	8528	7987	7539	7585	7607	7560	7550	7550
XII	9848	9574	8989	8552	8029	7690	7762	7794	7751	7708	7700

Serijske i dnevne promene visine H pojedinih slojeva takođe su veoma istaknute i jasno izražene.

Moguće je postaviti matematičke veze između različitih meteoroloških elemenata - sa manje ili više stepeni sigurnosti korelacije. Uzimajući opšte srednje godišnje vrednosti i koristeći metodu najmanjih kvadrata, između p/p_0 i T/T_0 moguće je postaviti sledeće veze:

od 850 mb do I tropopauze:

$$T/T_0 = 0,5926 + 0,7807 p/p_0 - 0,3903 (p/p_0)^2 \quad (1)$$

od I tropopauze do 50 mb:

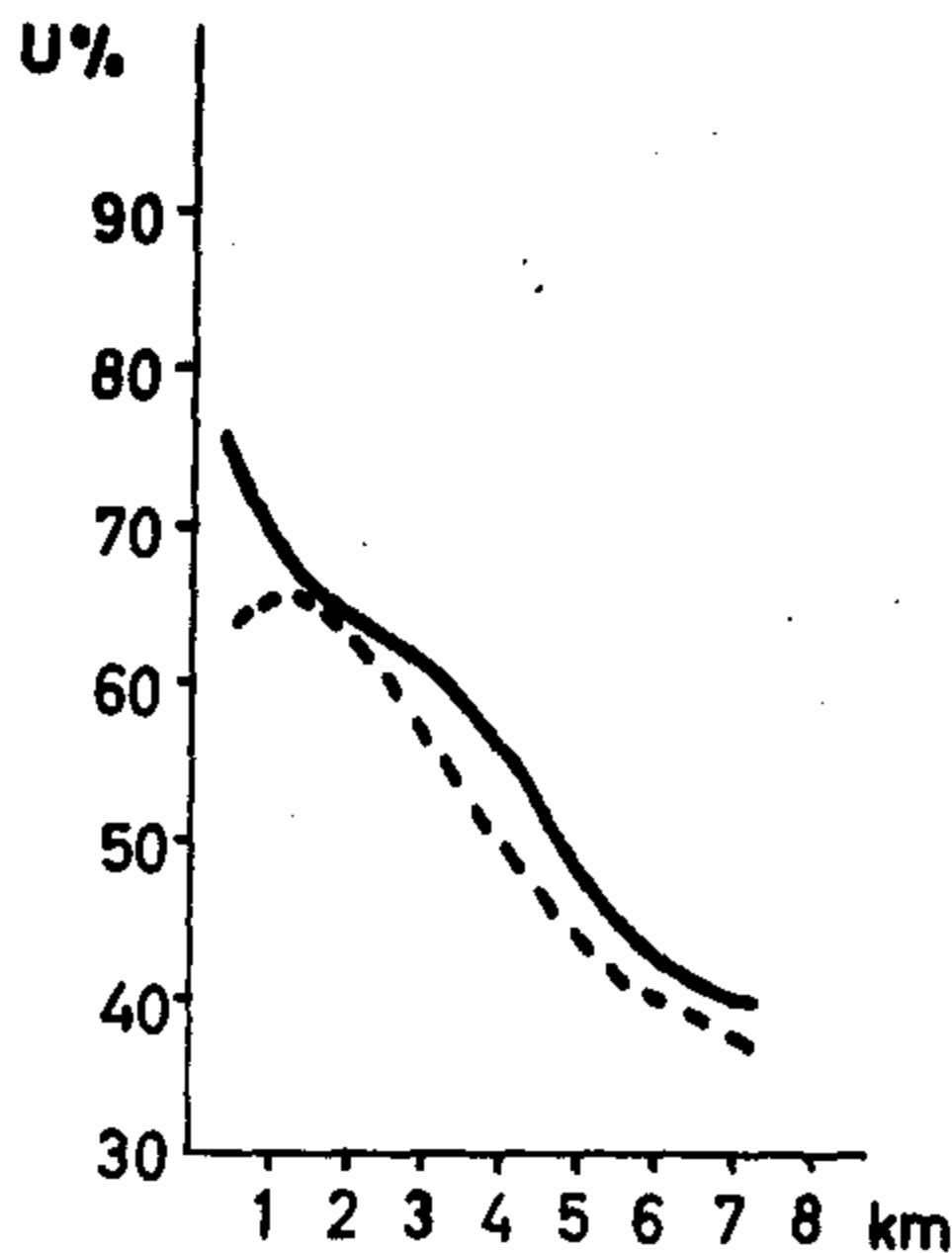
$$T/T_0 = 0,7583 \quad (2)$$

Veza (1) data je sa veoma visokim stepenom korelacije: $r_y \approx 1$.

Između podataka U/U_0 i H možemo postaviti dosta uverljivu vezu. Koristeći opšte srednje godišnje vrednosti, sa

Tablica 6. Vrednosti U/U_0 - odnos relativne vlažnosti na različitim izobarskim površinama i relativne vlažnosti u prizemnom sloju za pojedine sondaže i za razne mesece.

MESEC	Noćna sondaža				Dnevna sondaža			
	850 mb	700 mb	500 mb	400 mb	850 mb	700 mb	500 mb	400 mb
I	0,7738	0,6548	0,5595	0,5119	0,7901	0,6420	0,5556	0,5185
II	,7778	,6667	,5185	,5062	0,8514	0,6892	,5811	,5135
III	,8649	,8108	,6486	,6351	0,9844	0,8750	,7331	,6406
IV	,9178	,9178	,6712	,6164	1,1404	1,0702	,7193	,6667
V	,9210	,9079	,6053	,5921	1,1639	1,0492	,7049	,6393
VI	,9067	,8800	,5867	,5200	1,2593	1,0741	,7037	,6296
VII	,9178	,8630	,5616	,5068	1,2182	1,0364	,6545	,5818
VIII	,8857	,8429	,5286	,4714	1,2353	1,0196	,6667	,6274
IX	,8696	,7971	,5652	,5072	1,2200	0,9600	,7200	,6400
X	,8108	,7162	,5405	,5135	0,9516	0,7742	,5968	,5484
XI	,8372	,7442	,5233	,5000	0,8734	0,7595	,6582	,5443
XII	0,8214	0,7500	0,5714	0,5119	0,8193	0,7349	0,5542	0,5301



Sl.1. Promena relativne vlažnosti sa visinom u atmosferi iznad Beograda. Puna linija predstavlja srednju godišnju vrednost iz noćne, a isprekidana linija iz dnevne sondaže.

U/U_0 dobija se - sa $r_y = 0,93$ - ova veza:

$$U/U_0 = 0,281 + 2348,562 H^{-1} - 2092461,732 H^{-2} \quad (3)$$

za slojeve od 850 do 400 mb. Međutim, malo pre smo jasno istakli sasvim različit karakter U/U_0 noću i danju. Zato ako želimo dobiti sliku o jednom opštem srednjem toku, tada treba postaviti posebna

veze za dnevnu i noćnu sondažu. Za noćne podatke dobijamo:

$$U/U_0 = 0,272 + 2240,568 H^{-1} - 2064503,340 H^{-2} \quad (4)$$

a za dnevnu sondažu:

$$U/U_0 = 0,323 + 2235,894 H^{-1} - 1876782,708 H^{-2} \quad (5)$$

Obe su date sa $r_y = 0,94$.

Promenu relativne vlažnosti sa visinom, na osnovi srednje godišnje vrednosti iz noćne i dnevne sondaže, dajemo na Sl.1 (na str.17).

Da bismo istakli mesni karakter ovih podataka, mi ćemo ih uporediti sa rezultatima do kojih su došli drugi autori na osnovi drugih aeroloških podataka.

Humphreys /39/ na osnovi aerološkog materijala iz Srednje Evrope daje ove veze: od 1000 do 200 mb:

$$T/T_0 = 0,670 + 0,5925 p/p_0 - 0,2625(p/p_0)^2 \quad (6)$$

od 200 do 0 mb: $T/T_0 = 0,778$ (7)

Čadež /40/ daje ovu formulu, koristeći podatke za Lindenberga, za izračunavanje promene relativne vlažnosti sa visinom u slobodnoj atmosferi:

$$U/U_0 = 10^{-\frac{H_k}{50} \left(1 + \frac{H_k}{3,5}\right)} \quad (8)$$

gde je H_k visina u km.

Uporedićemo naše podatke sa podacima iz izraza (6), (7) i (8). Sledeća Tablica 7 daje O-C (izmereno minus izračunato) na osnovi ovde datih izraza. Vidimo da naše formule bolje prikazuju atmosferu iznad Beograda, što se može objasniti upotrebom mesnih podataka. Kod računanja relativne vlažnosti posebno treba naglasiti važnost i neophodnost upotrebe formula (4) i (5).

Tablica 7. Vrednosti O-C (izmereno minus izračunato) za podatke T/T_0 i U/U_0 , na osnovi izraza (1), (2), (3), (6), (7) i (8), sa pojedine nivea.

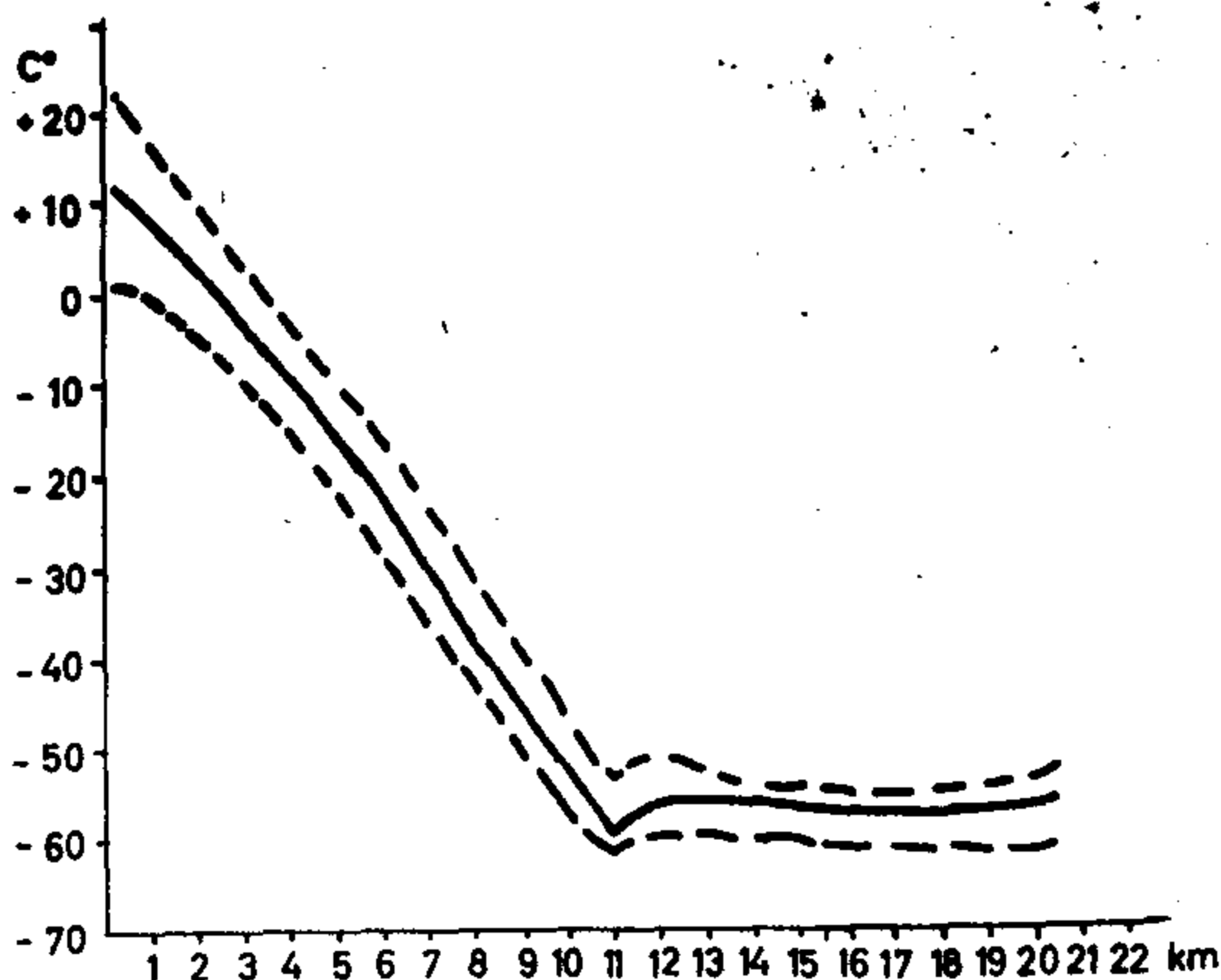
Nivo	T/T_0		U/U_0	
	O-C		(3)	(8)
	(1), (2)	(6), (7)		
850 mb	+0,0018	-0,0083	+0,028	+0,018
700 mb	- ,0035	- ,0117	+ ,018	+ ,051
500 mb	+ ,0013	- ,0137	- ,018	+ ,056
400 mb	+ ,0023	- ,0199	-0,022	+0,163
300 mb	- ,0001	- ,0322		
I tropopauza	- ,0009	- ,0417		
200 mb	+ ,0015	- ,0182		
150 mb	+ ,0033	- ,0164		
100 mb	- ,0009	- ,0206		
70 mb	- ,0002	- ,0199		
50 mb	+0,0036	-0,0161		

Kod računanja refrakcije vrlo često se koristi vertikalni gradijent temperature: $\Gamma = - dt/dH$. Zato ćemo i mi pokušati da damo matematičku vezu između t i H .

Ako uzmemo podatke slojeva između 850 mb i 300 mb - te granične vrednosti približno odgovaraju donjoj i gornjoj granici troposfere - tada za opšte godišnje uslove dobijamo ovu vezu:

$$t = + 13,3 - 5,1 H_k - 0,16 H_k^2 \quad (9)$$

gde H_k označava visinu u gpkm. Veza (9) data je sa koeficijentom korelacije $r_y \approx 1$. Vidimo da u troposferi Γ zavisi od visine, tj. između t i H veza nije linearna, što je i poznato /41/. To se može videti i na Sl.2, gde prikazujemo opštu godišnju vrednost i granične vrednosti temperature, na osnovi opštih mesečnih vrednosti.



Sl.2. Promena temperature sa visinom u atmosferi iznad Beograda. Puna linija daje opštu godišnju vrednost, a isprekidane linije predstavljaju granične vrednosti na osnovi opštih mesečnih vrednosti.

Da bi lakše mogli analizirati promenu vrednosti Γ u toku godine, mi ćemo pretpostaviti da između t i H postoji linearna veza. Vrednosti Γ računamo iz podataka samo graničnih slojeva troposfere: 850 i 300 mb. Zahvaljujući tom uprošćenju, lako dolazimo do srednje vrednosti Γ za noćnu i dnevnu sondužu (Tablica 8 na str. 20). Gradijent Γ je dat u jedinicama $^{\circ}C/gpkm$.

Vidimo da u troposferi postoji i dnevna i sezonska promena vrednosti Γ , koja je, praktično uzevši, uvek veća od $6,5 C/gpkm$. Ovaj rezultat potvrđuje zaključke Kiteoka-e i Nakamura-e /2/ da je na našim širinama gradijent Γ veći, naročito u letnjim mesecima, od $6,5 C/gpkm$, koliko uzima za osnovu međunarodna ICAN standardna atmosfera /42/.

Meteorologija klasifikuje atmosferske slojeve preko indeksa n_p politropne kalse (Treba reći da se ovakva klasifikacija

Mesec	Γ sondaža		Razlike noćna- dnevna
	noćna	dnevna	
I	6,57	6,46	+0,11
II	6,47	6,58	- ,11
III	6,84	6,96	- ,12
IV	7,00	6,87	+ ,13
V	7,05	6,99	+ ,06
VI	6,92	6,88	+ ,04
VII	6,80	6,71	+ ,09
VIII	6,78	6,70	+ ,08
IX	6,69	6,62	+ ,07
X	6,77	6,70	+ ,07
XI	6,75	6,68	+ ,07
XII	6,67	6,64	+ ,03
Sr.god.	6,79	6,75	+0,04

Tablica 8. Srednje mesečne vrednosti vertikalnih temperaturnih gradijenata Γ (između graničnih nivoa troposfere - 850 i 300 mb) za pojedine son- daže i njihova međusobna raz- lika. Vrednosti Γ dati su u jedinicama °C/gpkm.

retko primenjuje u meteorologiji). Između n_k i Γ postoji ova veza /43/:

$$n_k = \frac{E_{45}}{R \cdot \Gamma} - 1 = \frac{3,42}{E} - 1 \quad (10)$$

Se našim srednjim vrednostima Γ iz Tablice 8, for- mula (10) pokazuje da se vrednosti n_k za atmosferu iznad Beograda kreću između 3,85 i 4,29. Srednja godišnja vrednost n_k za noćnu sondažu je 4,04, a za dnevnu 4,07. Praktično uzevši možemo reći da je naša atmosfera indeksa politropne klase 4.

Razni autori tablica za refrakciju koriste atmos- fere različitih indeksa politropnih klasa. Gylden /11/ i Raadu /12/ koriste atmosferu indeksa klase približno 5, Bessel /18/ $n_k \approx \infty$ (izotermna atmosfera), Ivory /44/ $n_k=4$, itd. Oppolzer /45/ daje sledeći pregled veza između t i H_k prema teorijama koju su dali Gylden, Ivory i sam Oppolzer:

	<u>zim., $t_0 = -20^\circ\text{C}$</u>		
Gylden	$t = -20^\circ - 4,7694 H_k$	$+ 0,023 H_k^2$	
Ivory	$t = -20 - 5,702 H_k$	$- 0,215 H_k^2$	
Oppolzer	$t = -20 - 4,116 H_k$	$- 0,187 H_k^2$	
	<u>$t_0 = 0^\circ\text{C}$</u>		
Gylden	$t = - 5,145 H_k$	$+ 0,025 H_k^2$	
Ivory	$t = - 5,702 H_k$	$- 0,199 H_k^2$	
Oppolzer	$t = - 5,702 H_k$	$- 0,199 H_k^2$	
	<u>leto, $t_0 = +20^\circ\text{C}$</u>		
Gylden	$t = +20^\circ - 5,522 H_k$	$+ 0,027 H_k^2$	
Ivory	$t = +20 - 5,702 H_k$	$- 0,186 H_k^2$	
Oppolzer	$t = +20 - 6,943 H_k$	$- 0,193 H_k^2$	

Ove su veze zasnovane na čisto teorijskim rasmatranjima i vidimo da one predstavljaju atmosferu na sasvim različit način. I zato je i nemoguće na prost način upotrebiti tablice refrakcije zasnovane na različitim teorijama.

Ono što smo dosad kazali o vezi t i H_k , u našem posmatračkom materijalu važi samo za troposferu. Počev od tropopauze, kao što prikazuje Sl.2, nastaje zastoj u padu i izvesno malo kolebanje temperature vazduha. O ovoj značajnoj promeni temperaturnog toka vodićemo računa prilikom računanja refrakcijskih efekata. Autori starijih teorija nisu bili u mogućnosti da ovaj uticaj obračunaju.

Ova kratka analiza veza između naših osnovnih podataka imala je za cilj da da približnu sliku o osobinama atmosfere iznad Beograda. Zato smo, uglavnom, koristili samo srednje godišnje vrednosti. Detaljna analiza tražiće, svakako, korišćenje što edakvatnijih podataka koji usrednjenjem nisu izgubili deo svojih karakteristika.

2.4. Uticaj Sunčeve aktivnosti na osnovno stanje atmosfere. - Sunce svojim zračenjem presudno utiče na stanje atmosfere. Taj uticaj nije samo sezonskog ili dnevnog, nego i trenutnog i dugoperiodičnog karaktera. Eksplozije na Suncu i jedanaest odnosno dvadesetdve godišnje promene u aktivnosti Sunca svakako utiču i na stanje atmosfere. Pokušaćemo da iz našeg osnovnog materijala izdvojimo dugoperiodične uticaje Sunčeve aktivnosti.

Da bismo proučili ove uticaje, srednje mesečne podatke iz noćne sondaže podgrgli ^{ΔMO} analizi preko analitičkog trenda tipa

$$y = a + b\tau + c\tau^2 \quad (11)$$

gde y predstavlja dati meteorološki element, τ vreme izraženo u mesecima računato neprekidno od početka do kraja perioda analize, (7 godina) i a , b i c konstante /46/. Tablica 9 (na str.22) sadrži dobijene podatke a , b i c za H , t i U .

Osetnih odstupanja možemo naći samo kod vrednosti H . Ukupan uticaj članova sa τ i τ^2 nije veliki, jer su znaci koeficijenata b i c suprotni, što dovodi do međusobne kompenzacije.

Tablica 10 (na str.23) prikazuje vrednosti $b\tau + c\tau^2$ za pojedine slojeve u posmatranom periodu. U aprilu 1955. $\tau=0$, a na kraju perioda, marta 1962., $\tau=83$. Ista tablica sadrži i srednje mesečne relativne brojeve Sunčevih pega za date mesece na osnovi međunarodnih podataka /47/. ~~Na~~

Upoređujući naše podatke $b\tau + c\tau^2$ sa relativnim

Nivo	a	b	c
visina H (gou)			
Prizemni sloj	-	-	-
850 mb	1487	+0,307	-0,00448
700 mb	3038	+0,927	- ,01205
500 mb	5618	+0,810	- ,01089
400 mb	7235	+0,666	- ,00932
300 mb	9186	+1,306	- ,01594
I tropopauza	10963	+6,029	- ,08978
200 mb	11790	+0,781	- ,00773
150 mb	13444	+5,493	- ,05868
100 mb	16160	+1,456	- ,01142
70 mb	18454	+0,021	+ ,00245
50 mb	20521	+1,773	-0,01003
temperatura t (°C)			
Prizemni sloj	+11,1	-0,077	+0,00077
850 mb	+ 4,0	+ ,066	- ,00080
700 mb	- 3,1	- ,039	+ ,00039
500 mb	-20,1	,000	,00000
400 mb	-32,9	+ ,039	- ,00039
300 mb	-48,1	+ ,039	- ,00039
I tropopauza	-60,1	+ ,016	- ,00002
200 mb	-54,9	- ,072	+ ,00043
150 mb	-56,0	- ,054	+ ,00082
100 mb	-58,2	- ,014	+ ,00043
70 mb	-58,2	- ,014	+ ,00045
50 mb	-58,0	+0,169	-0,00227
Relativna vlažnost U (%)			
Prizemni sloj	78	+0,032	-0,00132
850 mb	70	- ,220	+ ,00226
700 mb	66	- ,250	+ ,00218
500 mb	48	- ,176	+ ,00144
400 mb	44	-0,111	+0,00083

Tablica 9. Vrednosti a, b i c iz izraza (11), na pojedinim izobaramskim površinama, za H, t i U.

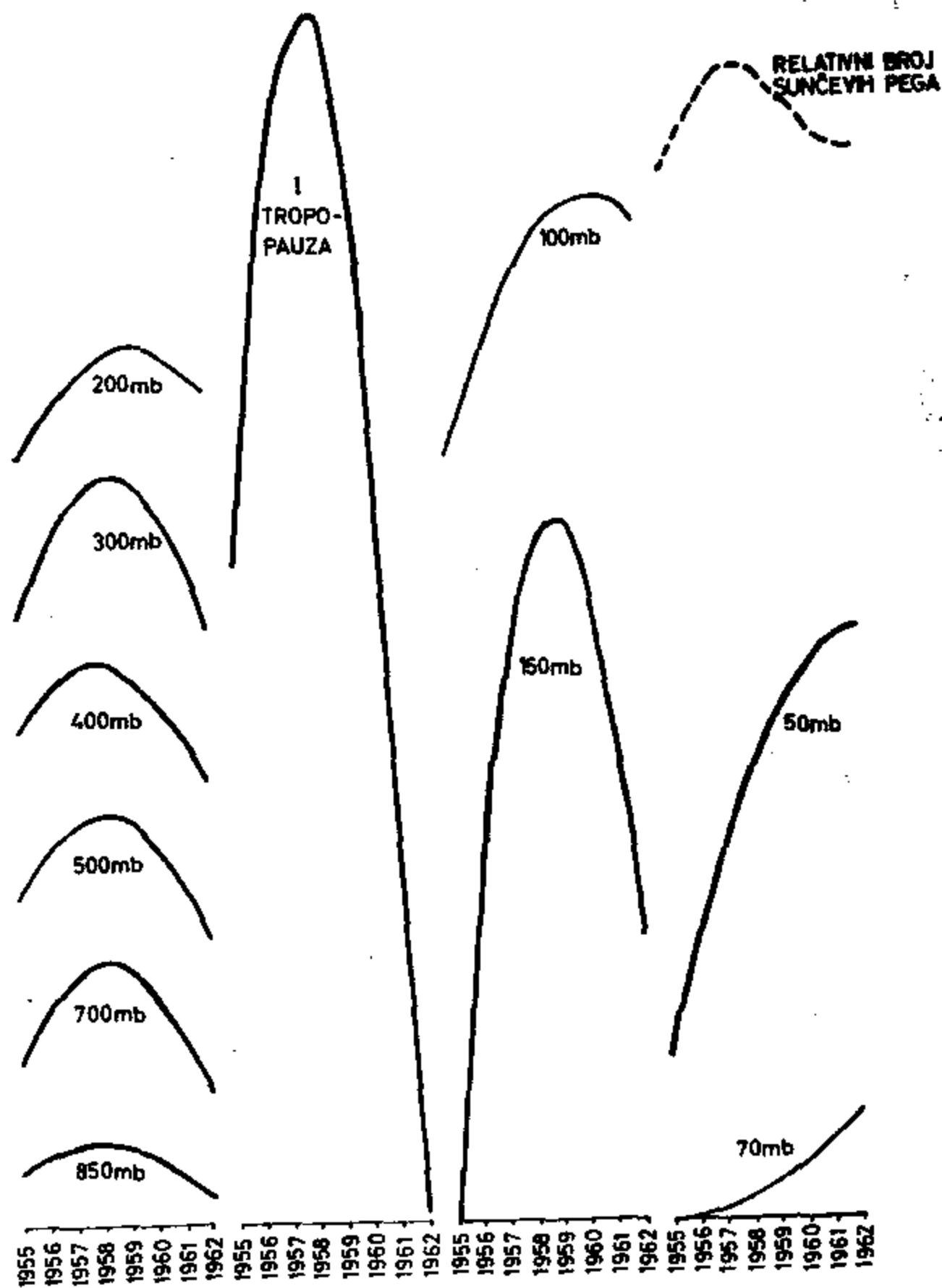
brojevima Sunčevih pega, vidimo da postoji izvesna korelacija. Najbolje je istaknuta kod podataka visine H, što ustvari predstavlja indikaciju o promeni vazdušnog pritiska. Predpostavlja se da Sunčeva aktivnost utiče na sve slojeve atmosfere - što se uostalom uočava i u ovoj našoj analizi - ali da se njen uticaj najlakše može izdvojiti kod podataka pritiska /37/.

Sl. 3 (na strani 24) daje uporedni pregled krivih $b + c$, prema Tablici 10, za visine pojedinih nivoa i krivu relativnih brojeva Sunčevih pega. Upoređujući ove krive, vidimo nedvoambislenu korelaciju sa aktivnošću Sunca kod svih nivoa, osim kod standardnih površina 100, 70 i 50 mb. Kod ostalih nivoa poplepanje sa maksimumom Sunčeve aktivnosti je veoma dobro. Korelacija krivih je istosmerna. Najveći uticaj je kod tropopauze.

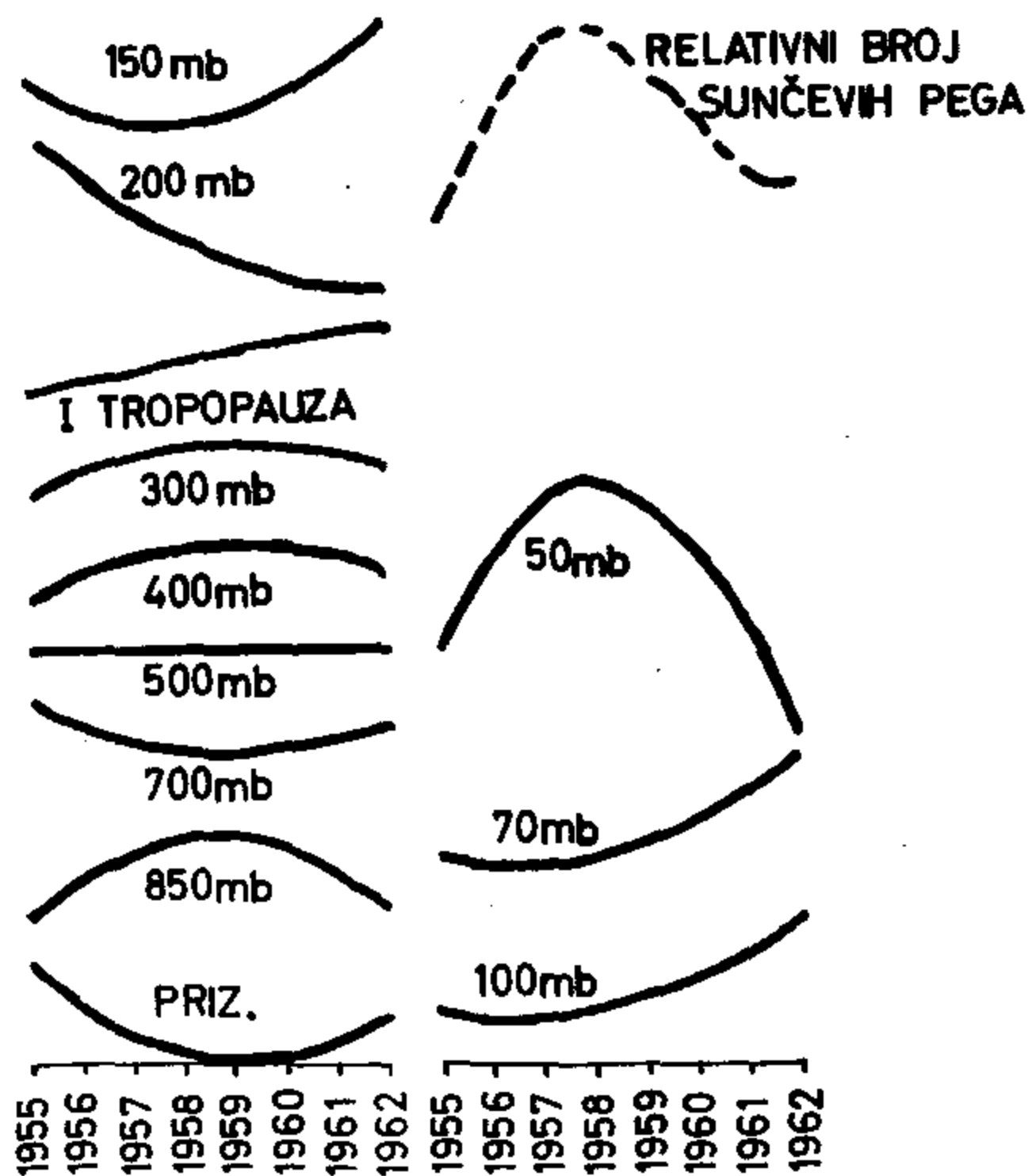
Tablica 10. Vrednosti $b_5 + c_5^2$ (iz izraza (11)) pojedinih meteoroloških elemenata u raznim godinama i na pojedinim nivoima. Poslednji stubac daje relativan broj Sunčevih pega u dato vreme.

Vreme	Priz. sloj	850 mb	700 mb	500 mb	400 mb
visina H (gpm)					
1955.IV.		0,0	0,0	0,0	0,0
1956.IV.		+3,0	+ 9,4	+ 7,6	+ 6,7
1957.IV.		+4,8	+15,3	+13,1	+10,6
1958.IV.		+5,2	+17,8	+15,1	+12,9
1959.IV.		+4,4	+16,7	+13,8	+10,5
1960.IV.		+2,3	+12,2	+ 9,4	+ 6,4
1961.IV.		-1,1	+4,2	+ 1,9	+ 0,3
1962.III.		-5,4	- 6,1	- 7,8	- 8,9
temperatura t (°C)					
1955.IV.	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1956.IV.	-0,8	+0,7	-0,5	0,0	+0,5
1957.IV.	-1,4	+1,1	-0,7	0,0	+0,7
1958.IV.	-1,8	+1,4	-0,9	0,0	+0,9
1959.IV.	-1,9	+1,4	-1,0	0,0	+1,0
1960.IV.	-1,8	+1,1	-0,9	0,0	+0,9
1961.IV.	-1,5	+0,7	-0,8	0,0	+0,8
1962.III.	-1,1	0,0	-0,5	0,0	+0,5
relativna vlažnost U (%)					
1955.IV.	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1956.IV.	+0,2	-2,3	-2,7	-1,9	-1,2
1957.IV.	0,0	-4,0	-4,8	-3,4	-2,2
1958.IV.	-0,5	-5,0	-6,2	-4,4	-2,9
1959.IV.	-1,5	-5,4	-7,0	-5,1	-3,4
1960.IV.	-2,9	-5,1	-7,2	-5,4	-3,7
1961.IV.	-4,5	-4,1	-6,7	-5,2	-3,7
1962.III.	-6,5	-2,7	-5,8	-4,7	-3,5

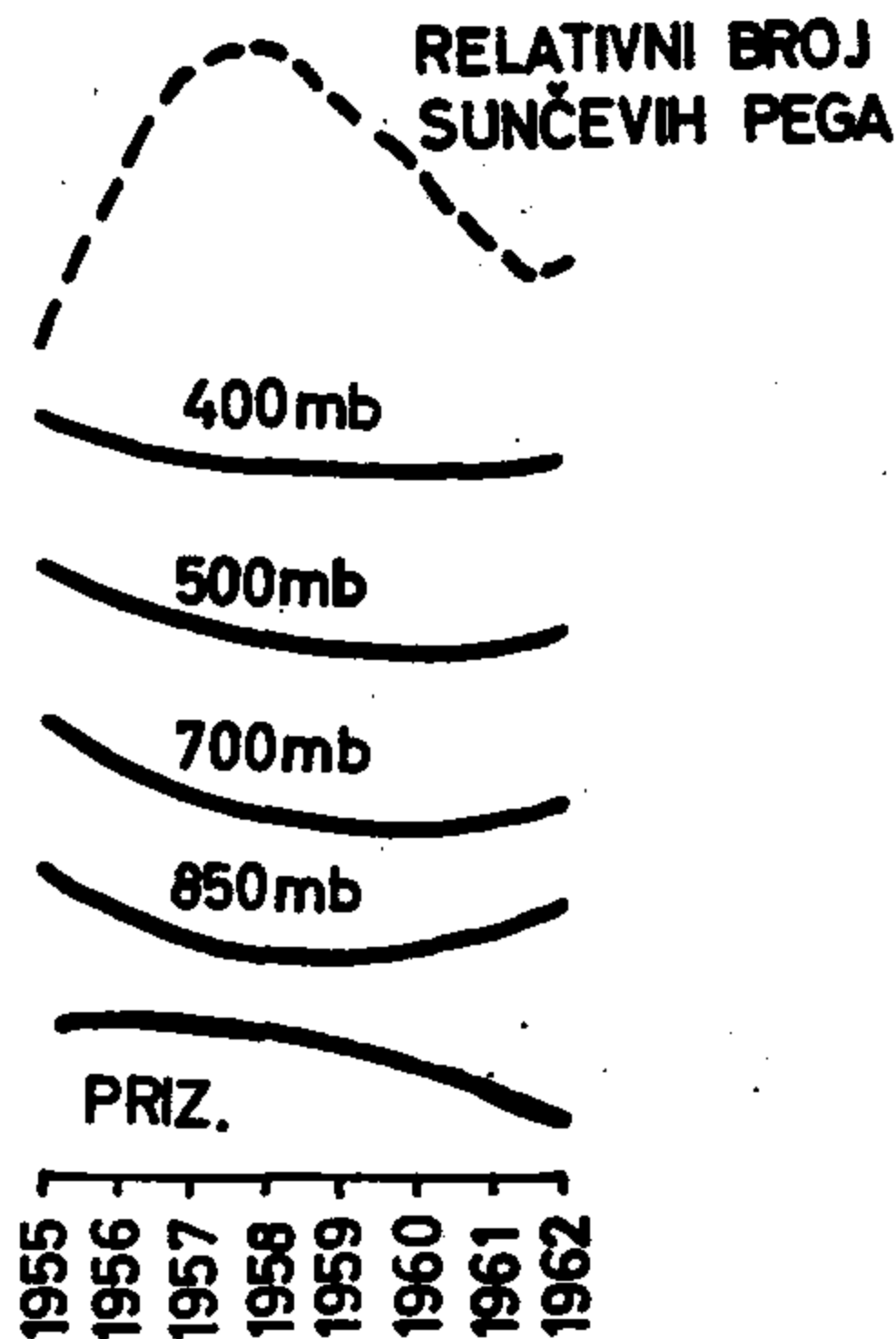
Vreme	300 mb	I. tr. pauza	200 mb	150 mb	100 mb	70 mb	50 mb	Rel. br. pega
visina H (gpm)								
1955.IV.	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	11
1956.IV.	+13,4	+ 59,4	+ 8,3	+ 57,5	+15,9	+ 0,5	+19,9	111
1957.IV.	+22,1	+ 93,0	+14,3	+ 98,0	+28,3	+ 1,9	+36,8	175
1958.IV.	+26,4	+100,6	+18,1	+121,7	+37,6	+ 4,0	+50,8	196
1959.IV.	+26,0	+ 82,6	+19,7	+128,5	+43,6	+ 6,6	+62,0	163
1960.IV.	+21,0	+ 38,5	+19,1	+118,4	+46,3	+10,1	+70,3	122
1961.IV.	+11,4	- 31,3	+16,1	+ 90,8	+45,6	+14,2	+75,6	61
1962.III.	- 1,4	-118,1	+11,6	+ 51,7	+42,1	+18,6	+78,1	46
temperatura t (°C)								
1955.IV.	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	11
1956.IV.	+0,5	+0,2	-0,8	-0,5	+0,1	-0,1	+1,7	111
1957.IV.	+0,7	+0,4	-1,5	-0,8	-0,1	-0,1	+2,7	175
1958.IV.	+0,9	+0,6	-2,0	-0,8	+0,1	+0,1	+3,2	196
1959.IV.	+1,0	+0,8	-2,4	-0,7	+0,3	+0,3	+2,7	163
1960.IV.	+0,9	+0,9	-2,8	-0,2	+0,7	+0,8	+1,9	122
1961.IV.	+0,8	+1,1	-3,0	+0,4	+1,2	+1,3	+0,4	61
1962.III.	+0,5	+1,2	-3,0	+1,1	+1,8	+1,9	-1,6	46



Sl.3. Uporedni pregled krivih $b\bar{z} + c\bar{z}^2$ (prema formuli (11)) za visine pojedinih nivoa i krive relativnog broja Sunčevih pega (isprekidana linija) za vremenski period od 1955. do 1962. Ova je slika sastavljena na osnovi odgovarajućih podataka za vrednost H iz Tablice 10.



Sl.4. Uporedni pregled krivih $b\bar{z} + c\bar{z}^2$ (prema formuli (11)) za temperature pojedinih nivoa i krive relativnog broja Sunčevih pega (isprekidana linija) za vremenski period od 1955. do 1962. Ova je slika sastavljena na osnovi odgovarajućih podataka za vrednost t iz Tablice 10.



Sl.5. Uporedni pregled krivih $b\tau + c\delta^2$ (prema formuli (11)) za relativnu vlažnost pojedinih nivoa i krive relativnog broja Sunčevih pega (isprekidana linija) za vremenski period od 1955. do 1962. Ova je slika sastavljena na osnovi odgovarajućih podataka za vrednost U iz Tablice 10.

Postavlja se pitanje: da li ovde uočeno sistematsko dejstvo na podatke H utiče i na astronomsku refrakciju? Uticaj svakako postoji ali ukupno dejstvo manje je od greške odredjivanja samih podataka. Najveća razlika između minimalne i maksimalne vrednosti je kod I tropopauze i iznosi 218,7 gpm. To je svega 2% od vrednosti μ iz Tablice 9. Međutim, videli smo u Tablici 3 i 4 da su podaci o odredjivanju visine I tropopauze dati sa većom nesigurnošću. Zato o njima nećemo voditi računa.

Kod podataka temperaturne promene su dovoljno male, procentualno manje nego kod podataka visine. Osim kod površine 500 mb, korelacija postoji sve do visine gde je standardna površina 300 mb. Ovo se može videti na Sl 4 (na str.24).

Podaci o relativnoj vlažnosti su - kao što smo rekli - dosta nesigurno odredjeni, tako da je kod njih teže naći neki efekat. To se, uostalom, vidi i na Sl.5. Dobro izražena korelacija je samo kod površine 850 mb. Razlika između maksimalne i minimalne vrednosti je 6,7%, što iznosi 9% vrednosti μ . Tablica 3 i 4 pokazuju da se U odredjuje sa osetno većom nesigurnošću.

Zbog svega toga, kao i zbog kratkog vremenskog intervala za analizu, zanemarimo pri računanju refrakcije sistematski uticaj Sunčeve aktivnosti na meteorološke elemente atmosfere. Ovo je prvi put da se taj efekat analizira. Međutim,

da tom pitanju treba posvetiti pažnju i treba detaljno ispitati moguće efekte Sunčeve aktivnosti na refrakciju. Veličina tih efekata zavisa je ne samo od stepena Sunčeve aktivnosti nego i od položaja posmatračke stanice na Zemlji, zbog različitog uticaja Sunca na meteorološke elemente. Mi smo ovde uporedili naše podatke sa relativnim brojem pega, koji zasad najbolje reprezentuju Sunčevu aktivnost. Međutim, Sunčevu aktivnost treba još šire posmatrati i te pokazatelje uporediti sa meteorološkim elementima za duži period. Tek će se tada dobiti potpuna slika o veličini uticaja Sunčeve aktivnosti na astronomsku refrakciju.

2.5. Sezonske i dnevne promene kod osnovnih podataka. - Podaci u Prilozima I, II i III sa dovoljno ubedljivošću reprezentuju sezonske promene osnovnih podataka. O promenama u toku dana ^{nemamo} tako potpunih podataka jer raspolažemo samo sa ukupno dve sondaže. Pošto dnevne promene meteoroloških podataka zavise od posmatračkog mesta, mi se nismo odlučili na korišćenje rezultata dobijenih na drugim mestima. Zato pod dnevnim promenama podrazumevamo samo promene između dnevnih i noćnih sondaža. Prema tome nismo u mogućnosti da damo potpunu sliku o promeni stanja atmosfere u toku dana, a samim tim, ni o promeni refrakcije. Za dobijanje približne slike, međutim, mogli bi se koristiti podaci dati u literaturi.

Kod dnevnih podataka aeroloških merenja treba posebno naglasiti problem instrumentalno-mernog karaktera. Meteorološke podatke o stanju u visokim slojevima atmosfere dobijamo preko radiosondi, koje su pod neposrednim zračenjem Sunca. Pitanje je da li ovo "zračenje" falsifikuje meteorološki podatak, tj. da li registrovani podatak odražava stvarno stanje. Zato kod podataka dnevne sondaže moguć je i izvestan mali uticaj i ove vrste.

Već smo konstatovali da su sezonske i dnevne promene pojedinih meteoroloških elemenata na raznim visinama različite, tj. da one ne odgovaraju promenama u prizemnom sloju. Do ovog zaključka dolazimo i pri analizi meteoroloških vrednosti odvojeno za pojedine slojeve.

Analizom utabličениh vrednosti i grafika promena meteoroloških elemenata možemo doći do ovih zaključaka:

1/ u vezi sa temperaturom: a/ u svakom sloju postoji sezonska promena temperature, b/ u prizemnom sloju i na površinama od 850, 700, 500, 400, i 300 mb kriva promene temperature, u toku jedne godine, je dosta pravilna lančanica sa maksimumom u avgustu; amplituda se smanjuje počev od prizemnog sloja,

c/ u i na I tropopauzi i na površini od 200 mb kriva promena je nepravilna sa maksimumom u julu, d/ kod površina od 150, 100, 70 i 50 mb krive su nepravilne bez istaknutog maksimuma, sa izraženijim minimumom u oktobru i novembru, e/ dnevne razlike su veoma istaknute u prizemnom sloju, manje na površinama od 100, 70 i 50 mb, dok kod ostalih razlike su još manje.

2/ u vezi sa pritiskom: a/ menja se visina svih standardnih površina, b/ amplituda sezonskih promena visine standardnih površina raste do nivoa 200 mb, a posle stagnira (650 gpm); amplituda promene visine I tropopauze je 1800 gpm, c/ oblik krive sezonskih promena: u početku dvostruke kriva sa dva maksimuma (II, IX ili VIII mesec) - tako je kod površina 850, 700, 500, 400 mb i u I tropopauzi - , a zatim je skoro pravilna lančanica, d/ postoji mala razlika u dnevnom toku, ali su noću standardne površine na manjim visinama, e/ pritisak u prizemnom nivou: nepravilna kriva sa izraženim minimumom u aprilu i maksimumom u februaru, f/ pritisak u tropopauzi: izraziti minimum pritiska u septembru, a maksimum je od januara do aprila.

3/ u vezi sa relativnom vlažnošću: a/ u prizemnom sloju - kriva je lančanica; istaknuta razlika između podataka noćne i dnevne sondaže; minimum vlažnosti u septembru; noću je vlažnost veća, b/ 850 mb - nepravilna kriva, amplituda oko 10-12%; skoro nema razlike između dnevnih podataka; minimum: septembar-oktobar, c/ 700 mb - nepravilna kriva; amplituda oko 22%; vidljiva razlika između noći i dana; minimum: septembar-oktobar, d/ 500 mb - nepravilna kriva, amplituda oko 20%; vidi se razlika između podataka dnevne i noćne sondaže; slabi minimum u VIII mesecu, e/ 400 mb - približno lančanica; amplituda oko 15%; slabi minimum u avgustu.

Ovi zaključci ne predstavljaju univerzalnu konstataciju o sezonskim i dnevnim promenama. Meteorološki elementi se stalno menjaju, pa prema tome moguće su izmene - manje ili više značajne - u karakteru sezonskih i dnevnih promena. Cilj ove analize je samo da ukaže na prirodu pojedinih vazdušnih slojeva i da pokaže stepen njihove raznorodnosti. Prilikom računanja refrakcije, o ovoj heterogenosti svakako treba voditi računa i nemoгуće zanemariti je.

2.6. Srednja atmosfera u oblasti Beograda. - Srednja atmosfera je uvek neki kompromis i predstavlja neko srednje stanje atmosfere. Ona nam služi za reprezentovanje atmosfere iznad neke date tačke ili oblasti u određenom vremenskom periodu i da

Visina gpm	pritisak		temperatura		vlažnost %
	mb	mm Hg	K	C	
0,2	988,1	741,1	284,8	+11,8	70
1,5	850	637,6	278,3	+ 5,3	66
3,0	700	525,0	269,5	- 3,5	59
5,6	500	375,0	253,2	-19,8	43
7,2	400	300,0	241,2	-31,8	38
9,2	300	225,0	226,0	-47,0	
11,8	200	150,0	216,4	-56,6	
13,6	150	112,5	216,4	-56,6	
16,2	100	75,0	216,4	-56,6	
18,5	70	52,5	216,4	-56,6	
20,6	50	37,5	216,4	-56,6	
24,9	25,2	18,9	216,4	-56,6	
29,9	11,5	8,6	216,4	-56,6	
31,8	8,4	6,3	216,4	-56,6	
34,8	5,4	4,0	240,0	-33,0	
39,8	2,8	2,1	276,7	+ 3,7	
44,7	1,6	1,2	313,3	+40,3	
49,6	0,9	0,7	350,0	+77,0	
54,6	0,6	0,4	350,0	+77,0	
59,5	0,3	0,2	350,0	+77,0	
64,4	0,2	0,2	319,4	+46,4	
69,3	0,1	0,1	288,9	+15,9	

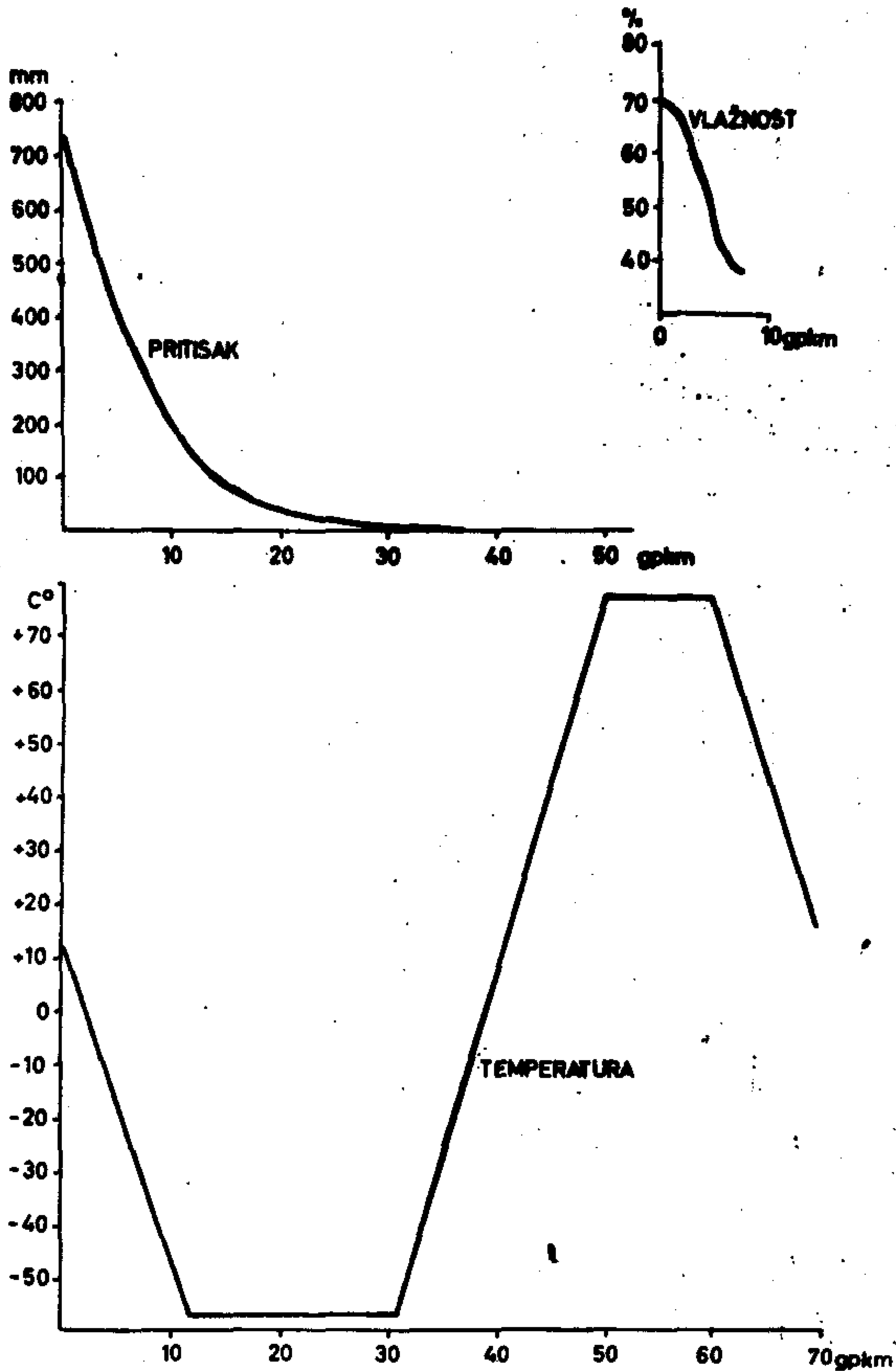
Tablica 11. Podaci o srednjoj atmosferi u oblasti Beograda.

na taj način ukaže na opšte karakteristike te atmosfere.

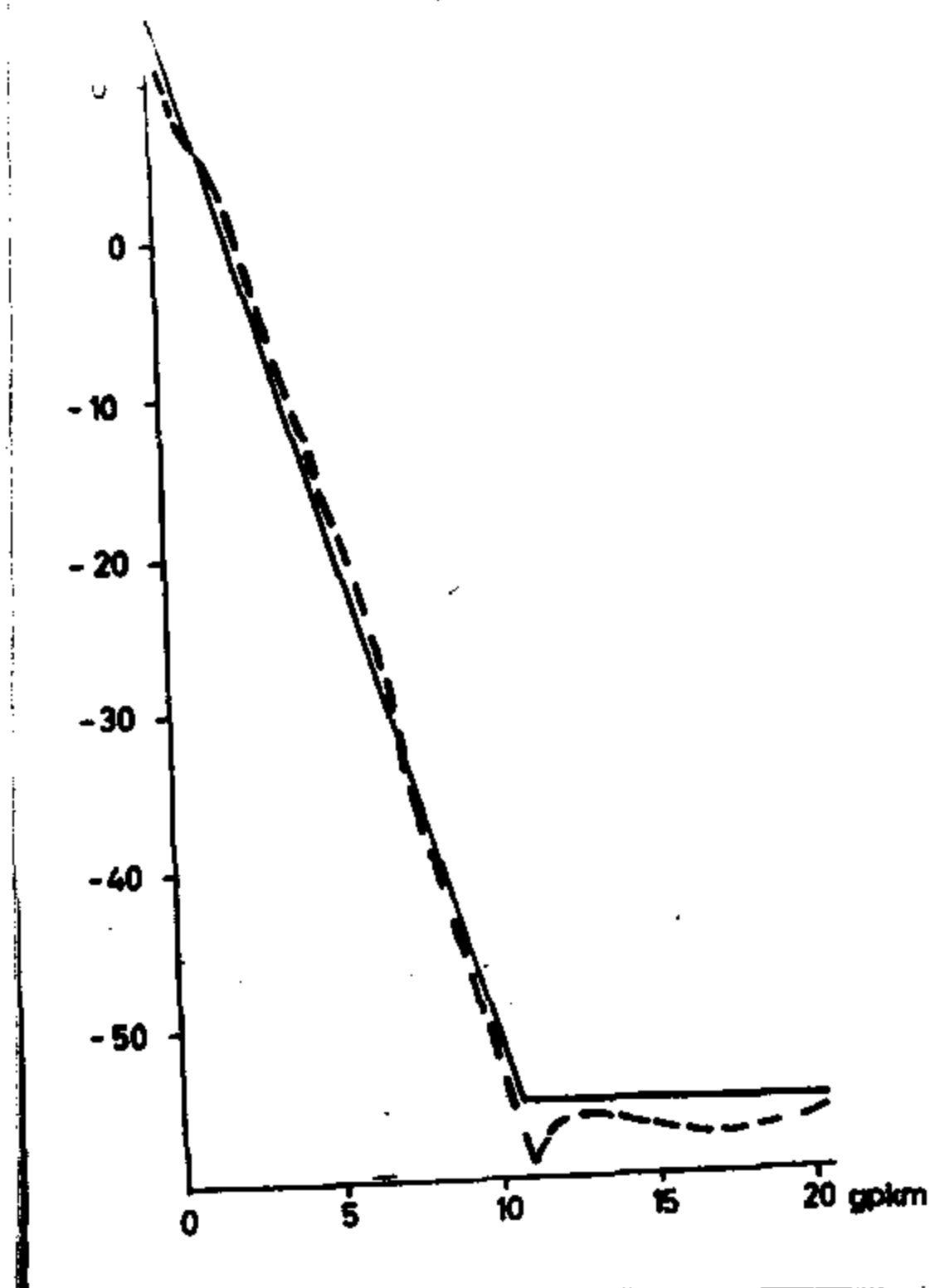
Kao elemente takve srednje atmosfere, mi ćemo koristiti opšte srednje godišnje vrednosti naših aeroloških podataka. Međutim, naša posmatranja dostižu visinu od svega 20 km - visinu do koje atmosferski slojevi daju oko 90% celokupnog refrakcijskog uticaja. Zato smo prisiljeni da na neki način reprezentujemo atmosferu i iznad 20 km visine.

Za temperaturu stratosfere usvajamo srednju temperaturu na standardnim površinama od 200, 150, 100, 70 i 50 mb - slojeva iznad tropopauze za koje imamo posmatračkih podataka: $-56,6^{\circ}\text{C}$ $216,4^{\circ}\text{K}$. NACA standard atmosfera /42/ za temperaturu stratosfere usvaja vrednost od $218,0^{\circ}\text{K}$, što je dosta bliske našoj vrednosti i zato smo odlučili da se vrednosti iznad stratosfere prihvatimo podatke NACA atmosfere. Na taj način srednja atmosfera u oblasti Beograda definisana je podacima u Tablici 11 i na Sl.6 (na str.29). Sledeća Sl.7 (na str.29) daje uporedni pregled promene temperature sa visinom u srednjoj atmosferi u oblasti Beograda i u NACA standard atmosferi.

Deo srednje atmosfere iznad 20 km visine koristimo i u zajednici sa sezonskim vrednostima podataka ispod te visine. Računaćemo tako kao da u toku godine i dana nema promena u meteorološkim elementima iznad 20 km visine. Na ovo uprošćenje odlučili



Sl. 6. Promena pritiska, temperature i relativne vlažnosti sa visinom u srednjoj atmosferi u oblasti Beograda.



Sl. 7. Promena temperature sa visinom u srednjoj atmosferi u oblasti Beograda (isprekidana linija) i u NACA standard atmosferi (puna linija).

smo iz ovih razloga: a/ iznad 20 km visine atmosfera učestvuje sa manje od 10% celokupnog refrakcijskog uticaja, i b/ podaci sa tih visina su veoma nehomogeni i nepotpuni, no i oni koji postoje govore o neznatnosti pomenutih promena.

2.7. Podaci o visinskom vetru.- Aerološka merenja daju potrebne podatke o visinskim vetrovima: pravac (dd) i brzina (ff). Pravac se daje u dekastepenima računat od severa u smeru kazaljke na časovniku, a brzina u m/sek. Za analizu koristimo srednje mesečne vrednosti vektora brzine koje dobijamo iz podataka srednjih vrednosti dd i ff za godine 1956. do 1960.

Tablica 12. Granične vrednosti pravca i brzine vetra u pojedinim slojevima, raspon i sredina ovih ekstremnih vrednosti, posebno za dnevnu i noćnu sondažu. Pravac se daje u dekastepenima računat od severa u smeru kazaljke na časovniku, a brzina u m/sek.

Nivo	noćna sondaža						dnevna sondaža					
	pravac			brzina			pravac			brzina		
	od-do	ras- pon	sr.	od-do	ras- pon	sr.	od-do	ras- pon	sr.	od-do	ras- pon	sr.
Prizemni sloj	11-29	18	20	0-09	9	4	00-36	36	18	0-07	7	4
850 mb	14-36	22	25	0-07	7	4	14-36	22	25	0-08	8	4
700 mb	19-36	17	28	1-09	8	5	18-36	18	27	1-13	12	7
500 mb	21-36	15	18	2-17	15	10	21-36	15	28	2-16	14	9
400 mb	23-36	13	30	2-20	18	11	21-36	15	28	0-20	20	10
300 mb	21-36	15	28	2-26	24	14	21-36	15	28	1-24	23	12
I tropopauza	22-33	11	28	5-26	21	16	22-35	13	28	4-28	24	16
200 mb	23-35	12	29	5-27	22	16	22-35	13	28	5-28	23	16
150 mb	23-33	10	28	6-26	20	16	23-32	9	28	5-25	20	15
100 mb	23-32	9	28	5-25	20	15	22-32	10	27	2-22	20	12
70 mb	4-34	30	19	0-20	20	10	06-32	26	19	1-22	21	12
50 mb	7-36	29	22	0-19	19	10	09-35	26	22	0-18	18	9

Tablica 12 sadrži granične vrednosti pravca i brzine vetra u pojedinim slojevima, raspon i sredinu iz ovih ekstremnih vrednosti. Ovaj tablični pregled daje dosta jasnu informaciju o visinskom vetru iznad Beograda.

Uzmimo pravac vetra. Uglavnom duvaju vetrovi iz W kvadranta. Povećanjem visine srednji pravac se menja od juga ka zapadu. Prilično se dugo zadržava na 28 dekastepeni, a zatim, u sloju od 70 i 50 mb, vraća se ka jugu. Prema teorijskim rasmatranjima /48/ pravac vetra sa visinom menja se na severnoj hemisferi udesno, tj. u negativnom smislu gledajući odozgo na dole, kada vazduh struji prema nižim temperaturama. Kad vazduh struji prema

višim temperaturama, sa visinom skreće ulevo. Naši rezultati, uglavnom, slažu se sa ovim.

U vezi sa podacima o pravcu vetra padaju u oči vrednosti raspona. Vidimo da je raspon sve uži polazeći od prizemnog sloja sve do standardne površine od 100 mb. Posle toga dolazi do naglog skoka i na površinama od 70 i 50 mb vetar duva u skoro svim pravcima. Interesantno je pomenuti da u toku noći vetar ima manje rasipanje pravca negò u toku dana.

Brzina se vetra povećava do nivoa I tropopauze (najjači vetrovi na našoj širini trebalo bi da su na oko 1 do 1,5 km ispod I tropopauze), a zatim blago opada. Osetna razlika pojavljuje se na površinama od 70 i 50 mb. Prema literaturi /37/, brzina vetra raste sa visinom do tropopauze, a zatim opada do oko 24 km, što se poklapa i sa dobijenim našim rezultatima. Interesantno je pomenuti da iznad 24 km visine brzina ponovo raste i zimi, uglavnom zadržava zapadni pravac, a leti istočni. Najjači su vetrovi oko I tropopauze (vidi Tablicu 12).

Povećanjem visine raspon veličine brzine i sama brzina se povećavaju približno sve do visine gde se nalazi I tropopauza. Zatim blage opada. Između dnevnih i noćnih podataka o vetru nema skoro nikakve razlike.

U prizemnom sloju i na površinama 70 i 50 mb postoji veoma istaknuta sezonska promena pravca i brzine vetra. U prizemnom sloju leti vetar najčešće duva iz NW kvadranta, a u jesen i u proleće najviše sa istoka; najmanja je brzina vetra u leto. U slojevima od 70 i 50 mb leti su vetrovi istočni, a zimi dolaze iz pravca NW; isto tako jako je istaknut sezonski hod u brzini vetra: najmanja prosečna brzina je u leto.

Ova kratka analiza daje približnu sliku o vetrovima u atmosferi iznad Beograda. Međutim, podaci o pravcu i brzini vetra ne daju potpunu sliku o procesima koji se odigravaju na različitim visinama. Imamo i tople i hladne vetrove, kod različitih vetrova različito se menja temperatura i vazdušni pritisak, pojedini vetrovi donose kiše, a drugi vedrine - sve su to takve karakteristike koje osetno menjaju stanje atmosfere, a samim tim utiču i na refrakcijske uticaje. Zato kod računanja anomalija refrakcije nije dovoljno uzeti u obzir isključivo samo pravac i brzinu vetra. Time mi nismo prešli iz srednje i mirne atmosfere u stvarnu. Vetar može biti samo indikator, a treba ga posmatrati i analizirati njegovo dejstvo u sklopu svih ostalih procesa. Mesto vetra treba posmatrati strujanje vazdušnih masa sa svim svojim osobinama.

Dobrilović /49/ je iscrpno analizirao slučaj kada je Jugoslavija kao celina zahvaćena nekim jednorodnim strujanjem. Analizirao je aerološke podatke Beograda, Zagreba i Splita do visine standardne površine od 500 mb u godinama 1955., 1956. i 1957. Analiza je zasnovana na diskusiji o meru i toplotnom stanju kao dva osnovna karakteristična obeležja strujanja. Pošlo se od činjenice da su naši prizemni karakteristični vetrovi ustvari samo specifične manifestacije makrostanja toplog i hladnog vazduha u najnižim slojevima, uslovljene u prvom redu reljefom naše zemlje i njenim geografskim položajem. Drugim rečima, može se reći da naši prizemni karakteristični vetrovi predstavljaju prirodni indikator makrostrujanja u najnižih nekoliko km iznad Jugoslavije.

Dobrilović detaljno analizira ove četiri grupe slučajeva koji se odnose na period 45% godine: I grupa 9 dana kada u Beogradu pri tlu struji hladan vazduh iz NW kvadranta, a u Splitu duva bura (skraćeno NW-B); II grupa - u Beogradu struji hladan vazduh iz NE kvadranta, a u Splitu duva bura (NE-B); III grupa - u Beogradu struji hladan vazduh iz SE kvadranta (hladna košava), a u Splitu duva bura (HK-B) i IV grupa - u Beogradu struji topliji vazduh iz S kvadranta (topla košava), a u Splitu duva jugo (TK-J). Pod slučajem ili pod danom podrazumeva se samo onaj dan u kome je u vremenu od 16^h SEV prethodnog dana pa do 16^h SEV toga dana duvao u Beogradu i Splitu, ili samo u Beogradu ili Splitu neki od pomenutih vetrova neprekidno najmanje 13 časova.

Za sve te grupe slučajeva data je analiza raspodele vazdušnog pritiska, temperature, vetra i padavina. Vidimo da te grupe imaju jasno izražene karakteristične osobine i njihove prirode su različite.

U daljem radu će se izvršiti analiza promena refrakcijskih uticaja u danima ove četiri grupe slučajeva.

2.8. Podaci o značajnim nivoima. - "Aerološki godišnjak" /36/ daje podatke i o značajnim promenama temperature i vlažnosti, nivoa maksimalne i minimalne brzine vetra, kao i podatke o nivoima koji su značajni zbog promene pravca i brzine vetra. Izvršena je kratka analiza ovih podataka sa ciljem da utvrdimo da li atmosfera Beograda pokazuje neke karakteristike koje nisu obuhvaćene prvom grupom podataka, tj. traženi su značajni nivoi koji imaju neke jasno istaknute karaktere. U tu svrhu su korišćeni podaci iz 1959. godine za grupe visina do 2000 m i došli do sledećih zaključaka:

1/ praktično uzevši značajni nivoi vezani su uvek za promene temperature,

2/ kod dnevnih podataka temperature, najviše promena ima u sloju između 500 i 600 m; u toku godine bilo je ukupno 75 takvih slučajeva, što iznosi oko 20% svih dana u godini,

3/ kod noćnih podataka temperature, najviše izmena ima u sloju između 400-500 m; u toku godine bilo je 92 takvih slučajeva (25% svih dana u godini),

4/ u prizemnom sloju do 500 m visine u toku noći je raspored temperature manje ujednačen nego u toku dana; iznad 500 m situacija je obrnuta,

5/ promene temperature u slojevima 400-500 m (noću) odnosno 500-600 m (danju) pokazuju izvesnu sezonsku periodičnost; najveći broj promena događa se u junu i julu.

Iz kompletnijeg aerološkog materijala za Beograd u Ol^h SEV, Lazić /50/ je izvela karakteristike inverzija u atmosferi iznad Beograda. Inverzijom se naziva pojava kad temperatura raste sa visinom, a sloj u kome se ona javlja - inverzioni sloj. Rad obuhvata: veličine inverzija - porast temperature u inverzionom sloju, debljine inverzija - razlika u visini vrha i baze inverzije i intenzitet inverzija - promene temperature na 100 gpm visine. Analiza je pokazala da

a/ javljanje inverzija ima jasno odredjen godišnji hod sa maksimumom u januaru i minimumom u aprilu i maju,

b/ od ukupnog broja osmotrenih inverzija u jednom mesecu 29-43% otpada na prizemne inverzije,

c/ prosečna debljina inverzije iznosi 200-300 gpm, a najčešće 100-200 gpm,

d/ najveću prosečnu ~~inverziju~~ debljinu imaju inverzije koje se javljaju iznad tla, a ispod 500 gpm visine, a najmanju one koje se javljaju u sloju 4000 do 5000 gpm,

e/ prizemne inverzije imaju veću debljinu u zimskoj polovini godine; visinske inverzije ne pokazuju odredjen godišnji hod debljina,

f/ jačina inverzija (kako veličina, tako i intenziteta) opada od prizemnog ka višim slojevima,

g/ u sloju ispod 2000 gpm inverzije su najjače ~~znatne~~, a najslabije leti; u višim slojevima nije izražen godišnji hod veličine i intenziteta.

Promene temperature ovakve vrste svakako imaju uticaja na pravac svetlosnog zraka i zato ih treba - sa refrakcijske tačke gledišta - detaljno analizirati. Ovakvih analize

2.9. Zaključak. Ova glava sadrži osnovne aerološke podatke koji će biti korišćeni pri analizi problema astronomske refrakcije. Za obradu su uzeta merenja Aerološke stanice u Beogradu na Zelenom Brdu, koja se nalazi 1,93 km južno od Astronomske opservatorije u Beogradu. Pod nazivom "noćna sondaža" obrađena su merenja u 04^h i 01^h SEV od aprila 1955. do marta 1962. - svega 7 godina. Dnevna sondaža - merenja u 16^h i 13^h SEV - zasnovana je na šestogodišnjem nizu merenja: od jula 1956. do kraja juna 1962. Korišćeni su srednji mesečni meteorološki podaci na standardnim izobarskim površinama od 850, 700, 500, 400, 300, 200, 150, 100, 70 i 50 mb i u I tropopauzi. Osnovni podaci dati su u Prilozima I, II i III.

U paragrafu 2.2 dat je pregled tačnosti merenja pomoću radiosondi i izvršena analiza kako srednje mesečne i srednje godišnje vrednosti meteoroloških podataka reprezentuju pojedine nivoe i meteorološko stanje u pojedinim delovima godine. Pokazalo se da srednja mesečna vrednost različito reprezentuje pojedine nivoe i razne mesece, što svakako izaziva izvestan uticaj na računatu vrednost refrakcije. O tačnosti osnovnih podataka sliku daju Tablice 1, 2, 3 i 4.

U paragrafu 2.3 date su neke osnovne veze između meteoroloških podataka u prizemnom sloju i odgovarajućih podataka na raznim nivoima. Pokazano je da ove veze imaju lokalni karakter, i da imaju sezonske i dnevne promene. Analiziran je vertikalni gradijent temperature i indeks politropne klase atmosfere iznad Beograda. Dobijeni rezultati upoređjeni sa podacima starijih teorija refrakcije. Ovom paragrafu pripadaju Tablice 5, 6, 7 i 8 i slike 1 i 2.

Sledeći paragraf 2.4. daje uticaj Sunčeve aktivnosti na osnovno stanje atmosfere. Srednje mesečne podatke meteoroloških elemenata iz noćne sondaže podvrgli smo analizi preko analitičkog trenda paraboličnog tipa (11) i ovako dobijene vrednosti uporedili smo sa krivom promena relativnih brojeva Sunčevih pega. Dobijene podatke dajemo u Tablicama 9 i 10. Pokazalo se da visine nivoskih površina imaju veoma jasno istaknute promene u funkciji od Sunčeve aktivnosti. To se lepo vidi i na Sl.3. Kod podatak temperature i vlažnosti korelacija je osetno manja (vidi Sl.4 i 5). Uopšte uzevši uticaji su mali i zato u ovom radu o tome nećemo voditi računa, ali svakako treba detaljno ispitati uticaj Sunčeve aktivnosti na astronomsku refrakciju.

Sezonske i dnevne promene osnovnih meteoroloških podataka date su u paragrafu 2.5. Istaknut je različiti karakter

tih promena na različitim nivoima.

Tablica 11 i Sl. 6 i 7, u paragrafu 2.6., daju podatke o srednjoj atmosferi u oblasti Beograda. Srednja atmosfera je dobijena na osnovi beogradskih aeroloških merenja i podataka međunarodne NACA standard atmosfere.

Analiza visinskih vetrova data je u 2.7. (Tablica 12). Istaknuta je i važnost izučavanja vazdušnih strujanja sa svim njegovim komponentama i dati su podaci o nekim strujanjima iznad Jugoslavije na osnovi analize Dobrilovića /49/.

Podaci o značajnim nivoima i o karakterističnim inverzijama u atmosferi iznad Beograda nalaze se u paragrafu 2.8.

Pošli smo od osnovnih aeroloških podataka i analizom smo istakli sve one karakteristike atmosfere iznad Beograda koje mogu imati uticaja na astronomsku refrakciju. Veličinu uticaja pojedinih atmosferskih faktora na astronomsku refrakciju treba da pokaže dalja analiza.

3. TEORIJSKE OSNOVE RAČUNANJA ASTRONOMSKE REFRAKCIJE

3.1. Uvod. - Svetlosni zraci koji dolaze sa nebeskih tela prelamaju se u Zemljinoj atmosferi. Usled ove pojave - koja se naziva astronomska refrakcija - posmatrač vidi nebesko telo u drugom položaju, u drugom pravcu nego da nema atmosfere. Sama razlika pravca takodje se naziva refrakcija.

Astronomska refrakcija ϱ zavisi od niza faktora, od zenitske daljine (z) posmatranog nebeskog tela, indeksa prelamanja (n) u pojedinim slojevima atmosfere i nagiba (β) vazdušnih slojeva,

$$\varrho = \Psi (z, n, \beta)$$

Indeks prelamanja možemo ovako predstaviti

$$n = F_1(\eta, \lambda) = F_2(\sigma, t, p, f, V, \lambda)$$

Znači da indeks prelamanja zavisi od funkcije F_1 gustine vazdušnog sloja (η) i talasne dužine (λ) odnosno preko funkcije F_2 od hemijskog sastava (σ), temperature (t), vazdušnog pritiska (p), pritiska vodene pare (f) i vetra (V) date sredine i λ talasne dužine zraka. Nagibi vazdušnih slojeva izazvani su postojanjem horizontalnih i vertikalnih gradijenata temperature (Γ_1) i pritiska (G_1),

$$\beta = M(\Gamma_1, G_1)$$

Verovatno je da ϱ , n i β zavise i od drugih, ovde nepoznatih faktora. O tim dosad nepoznatim uticajima, možemo reći, da oni nisu dominantni i da se njihovo ukupno dejstvo nalazi blizu uticaja grešaka određivanja osnovnih faktora date funkcije.

Nismo u mogućnosti da sa potpunom tačnošću damo funkcije M , F i Ψ . Razlog toga treba tražiti u nedostatku potpunijih znanja o atmosferi, u nemogućnosti da matematičkom tačnošću opišemo put svetlosnog zraka kroz atmosferu u datom trenutku. Zasad je nemoguće predvideti sve uticaje ove dinamične sredine i zato smo prisiljeni da pribegnemo izvesnim uprošćenjima

i aproksimativnim približenjima. Veliki deo refrakcijskog uticaja možemo odrediti sa velikom verovatnoćom, ali se borba vodi za male uticaje bez kojih je nemoguće povećati tačnost posmatračkih podataka.

I mi ćemo ići korak po korak, aproksimativnim približavanjem.

3.2. Indeks prelamanja.- Indeks prelamanja u velikoj meri karakteriše prirodu date sredine. Zato je ovaj podatak veoma važan pri fizičkim istraživanjima i optika ovom problemu posvećuje istaknutu pažnju. Zadatak je: odrediti tačnu vrednost indeksa prelamanja u zavisnosti od gustine date sredine, talasne dužine svetlosnog zraka i drugih aktivnih faktora.

Za vezu izmedju indeksa prelamanja i gustine date je više formula /51,52/. Newton, kao i Laplace, daje ovu vezu

$$\frac{n^2 - 1}{\eta} = \text{const.} = R_N \quad (12)$$

Dale i Gladstone (1858. godina) iz empirijskih rasmatranja izvode

$$\frac{n - 1}{\eta} = \text{const.} = R_G \quad (13)$$

Najbolje zasnovanu teorijsku vezu dali su, nezavisno jedan od drugoga, Lorenz i Lorentz (1888. godina)

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \frac{1}{\eta} = \text{const.} = R_L \quad (14)$$

Koeficijenti R_N , R_G i R_L karakterišu datu sredinu i skoro ne zavise od spoljnih uslova (temperature i pritiska) i agregatnog stanja.

Iskustva pokazuju /51/ da formula Lorentz-Lorenz-a u nizu slučajeva daje lešije rezultate nego napred navedena dva empirijska izraza. Vrednost R_L se može smatrati konstantnom pri promeni agregatnog stanja sredine, ali pri promeni temperature i pritiska pokazuje izvesne male kolebanje. Razlog treba tražiti u tome što je formula (14) samo prva aproksimacija, zasnovana na nizu uprošćujućih pretpostavki, ne uzimajući u obzir mikrostrukturu sredine. Treba konstatovati da dosad nije pronadjena takva veza izmedju indeksa prelamanja i gustine koja bi bila univerzalna.

Formula (14) može se uprostiti i dovesti na izgled Dale-Gladstone-a

$$n-1 = \frac{3}{2} R_L \eta = R_G \eta \quad (15)$$

Smatra se da ova veza najbolje odgovara sredini kao što je vazduh /45/.

Pojavu zavisnosti indeksa prelamanja od talasne dužine svetlosti nazivamo dispersijom svetlosti. Svetlosti raznih

talasnih dužina - raznih boja - prelamaju se različito. Promene nisu velike: pri temperaturi od 0° C i pritisku od 760 mm Hg, vrednost $(n-1)10^6$ je za svega 2,3% veća kod $\lambda=0,4000$ mikrona u odnosu na $\lambda=0,7000$ mikrona [53]. Medjutim, iskustvo pokazuje da o ovom fenomenu treba voditi računa i pri računanju astronomske refrakcije.

Da bi olakšali računanje vrednosti n date su integralne formule u zavisnosti od talasne dužine i gustine tj. od temperature, vlažnosti i pritiska. Ovde ćemo prikazati izraze do kojih su došli Barell, Sears i Masui.

Barell i Sears [3] na osnovi laboratorijskih istraživanja indeksa prelamanja vazduha pri temperaturi od 12° do 31° i pritiscima od 100 do 800 mm Hg dali su dve formule, od kojih, na osnovi teorijskih rasmatranja samih autora, najbolje je koristiti ovu

$$n_{t,p} - 1 = (n_{15,760} - 1) \frac{p (1 + \beta_t p)(1 + 15 \alpha)}{760(1 + 760 \beta_{15})(1 + \alpha t)} \quad (16)$$

gde su: $n_{15,760}$ - indeks prelamanja na temperaturi od 15° C i pri pritisku od 760 mm Hg,

$$\alpha = 0,003661$$

$$\beta_t = (1,049 - 0,0157 t) \cdot 10^{-6}$$

$$\beta_{15} = 0,8135 \cdot 10^{-6}$$

U granicama talasnih dužina 2500 Å i 6500 Å, vrednost $n_{15,760}$, po Barell-u [4], dobija se iz izraza

$$(n_{15,760} - 1)10^6 = 272,729 + 1,4814 \lambda^{-2} + 0,02039 \lambda^{-4} \quad (17)$$

Prema teorijskim rasmatranjima autora, formula (16) može se koristiti i u većim rasponima temperature i pritiska nego što su bili laboratorijski uslovi prilikom istraživanja. Ako vazduh sadrži i ~~xxx~~ vodenu paru, tada je vrednost $(n-1)$ manja za

$$(0,0624 - 0,000680 \lambda^{-2}) \frac{f}{1 + \alpha t} \quad (18)$$

gde je f pritisak vodene pare u mm Hg.

Za talasnu dužinu $\lambda_0 = 0,5753$ mikrona - koju uzimamo za osnovnu kod naših računanja - iz (16), (17) i (18) dobijamo ovu radnu formulu

$$(n-1)10^6 = 0,384793 \frac{p / 1 + (1,049 - 0,0157t)10^{-6} p / - 0,0604 f}{1 + 0,003661 t} \quad (19)$$

Za oblast vidljivog dela spektra Masui [54] daje ove veze

$$(n-1)10^6 = 272,40 + 1,650 \lambda^{-2} + \frac{C}{(1 + 0,00348(t-15))} \quad (20)$$

$$C = -(0,9845 + 0,00575 \lambda^2)(t-15) + (0,3588 + 0,00217 \lambda^2)(p-760) -$$

$$- (0,052 - 0,00045 \lambda^{-2}) f + (0,0145 + 0,00011 \lambda^2)(k-3)$$

gde je sa k obeležena 10^4 puta veća koncentracija ugljendioksida. Za talasnu dužinu $\lambda_0 = 0,5753$ mikrona dobijamo ovu radnu formulu

$$(n-1)10^6 = 277,38 + \frac{-1,0019(t-15)+0,3654(p-760)-0,051f + 0,0148(k-3)}{1 + 0,00348(t-15)} \quad (21)$$

U atmosferi iznad Beograda količina ugljendioksida menja se od $2,5 \cdot 10^{-4}\%$ do $4,0 \cdot 10^{-4}\%$ (podatak Aerološke stanice Beograd-Zelene brdo). Efekat ugljendioksida na refrakciju prema izrazu (21) je reda 10^{-8} , i zato se može zanemriti.

Formula Masui-a (21) daje veće vrednosti indeksa prelamanja nego izraz (19). Pri uslovima $p=760$ mm Hg i $t=15^\circ\text{C}$ i za talasne dužine 0,5200 do 0,6400 mikrona, formula (21) daje vrednost n koja je za $0,9 \cdot 10^{-6}$ (za oko 0,4%) veća. Na nivoskoj površini od 200 mb i pri λ_0 , razlika iznosi $+3 \cdot 10^{-6}$ (oko 1%).

Odlučili smo da ovom radu koristimo formule Barell-a i Sears-a. Razlozi su: 1/ za izraz (21) nisu date granice t i p u kojima se mogu koristiti, 2/ dispersiona formula Barell-a (17) već je proverena u praksi jer se koristi u Pulkovskim tablicama refrakcije (Četvrto izdanje, 1956).

Svakako bi bilo od interesa da se sve formule za računanje indeksa prelamanja, pa i Masui-ev izraz, provere u astronomskoj praksi i da se na taj način sudi o njihovoj verodostojnosti.

Na našu molbu ing. S. Marković je izradio nomogram za računanje vrednosti indeksa prelamanja po formuli (19), Ing. Dj. Radivojša i ing. V. Bojševski dali su tablicu za računanje po istoj formuli za pritiske od po 1 mm Hg počev od 1 do 760 mm Hg, za temperature od po 10°C počev od -70° do $+30^\circ\text{C}$, i za napon vodene pare od po 1 mm Hg počev od 0 do 60 mm Hg. Tablice su date u jedinicama 10^{-8} .

Kod računanja astronomske refrakcije od veoma je važnosti poznavanje zakonitosti promene indeksa prelamanja sa visinom u atmosferi. Pokazali smo iz aeroloških podataka - kao što će se videti kasnije - da između indeksa prelamanja i visine, odnesne vrednosti $s=r/r_0-1$, postoji ova veza

$$n - 1 = \epsilon \cdot e^{-as} \quad (22)$$

gde su ϵ i a konstante. Do ovog izraza možemo doći i teorijskim putem. Koristeći jednačinu gasnog stanja ($p = R \eta T$) i osnovnu jednačinu statike ($dp = -g \eta dH$) i predpostavljajući da se temperatura linearne menja sa visinom ($dT = -\Gamma dH$), moguće je pokazati da između gustine na datej visini η i prizemne gustine (η_0) postoji ovaj odnos

$$\frac{\eta}{\eta_0} = e^{-\frac{r_0}{T_s} (\Gamma_a - \Gamma)} \quad (23)$$

gde r_0 obeležava radijus Zemlje, $\Gamma_h = \frac{g}{R} = 0,034$ C/gpm vertikalni temperaturski gradijent u homogenoj atmosferi, Γ vertikalni gradijent vazdušnog sloja, a T_s je srednja temperatura sloja. Pošto je

$$n - 1 = \epsilon \frac{\eta}{\eta_0} \quad (24)$$

to sledi

$$n = 1 + \epsilon e^{-\frac{r_0}{T_s} (\Gamma_a - \Gamma)} \quad (25)$$

što znači da je

$$a = r_0 \frac{\Gamma_a - \Gamma}{T_s} \quad (26)$$

Krylov /9/ predpostavlja da je Newton prilikom računanja svojih drugih tablica refrakcije koristio vezu tipa (22). Stvarno do takve ~~de~~ takve veze moguće je doći teorijskim putem koristeći samo zakone koje je sam Newton postavio.

3.3. Hromatska refrakcija. - Kao što vidimo iz formula (17) i (18) refrakcija zavisi i od talasne dužine svetlosnog zraka. Za zvezde raznih boja različit je i refrakcioni uticaj; kod belo-plavih zvezda je veći a manji kod žute-crvenih. Ovakav uticaj možemo nazvati hromatskom refrakcijom /5/.

Koji su ti parametri pomoću kojih možemo odrediti hromatsku refrakciju zvezda različitih boja? Harzer /14/ je koristio Ostheff-ovu skalu kao vezu između boje i efektivne fotografske talasne dužine zvezda. Sunce pripada klasi 3,5 ove skale i njegove fotografske i vizuelne talasne dužine su 0,4260 i 0,5710 mikrona. Vizualne talasne dužine Harzer je dobio ~~množenjem~~ množenjem vrednosti efektivnih fotografskih talasnih dužina po Bergstrand-u sa koeficijentom 571/426. Treće izdanje Pulkevskih tablica refrakcije usvaja ovaj Harzer-ov način računanja, ali se efektivne talasne dužine daju prema merenjima Comstock-a i Lau-a. Na ovaj način efekat hromatske refrakcije po Harzer-u smanjuje se za oko 60% /55/. Četvrto izdanje Pulkevskih tablica refrakcije uvedi ovu popravku u funkciji od spektralne klase zvezda /6/. Pri sastavljanju ove tablice korišćena su Jeffers-ova merenja /56/ efektivnih talasnih dužina zvezda različitih spektralnih klasa pomoću velikog refraktora Lickske opservatorije, koji je bio snabdeven difrakcionom rešetkom. Iz ovih merenja Secher /13/ je interpolacijom i ekstrapolacijom dao potpunu tablicu veza između spektralne klase i efektivne talasne dužine zvezda i ovo je korišćeno pri Četvrtom izdanju Pulkevskih tablica refrakcije.

U vezi sa određivanjem efektivne talasne dužine

Spektr. klasa	λ_{eff}	$(n-1)10^6$	k
B	0,5722	277,444	1,0001910
B ₀	,5726	,437	1,0001658
B ₅	,5730	,430	1,0001405
A ₀	,5736	,420	1,0001045
A ₅	,5742	,410	1,0000684
F ₀	,5751	,394	1,0000108
F ₅	,5762	,376	0,9999459
G ₀	,5779	,348	0,9998499
G ₅	,5798	,316	0,9997296
K ₀	,5819	,282	0,9996070
K ₅	,5845	,240	0,9994556
M ₀	0,5860	277,216	0,9993691
M ₅			

Tablica 13. Efektivna talasna dužina (λ_{eff}) i vrednost $(n-1)10^6$ (na osnovi formule (17)) pojedinih spektralnih klasa. Vrednost k predstavlja odnos pojedinih vrednosti $(n-1)10^6$ i odgovarajuće vrednosti za $\lambda_0 = 0,5753$ mikrona.

postoje veliki problemi. Razna merenja daju različite vrednosti /55,13/, koje menjaju u osetnoj meri vrednost hromatske refrakcije. Meljnikov /5/ smatra da se kod refrakcionih tablica ne mogu koristiti argumenti kao što su klasa spektralnog tipa, efektivna talasna dužina i boja, nego mesto toga predlaže kao osnovu spektrofotometrijski gradijent. Koljčinskij /15/ navodi još probleme vezane za optiku posmatračkog instrumenta i za oko posmatrača.

Problem, dakle, veoma mnogostruk i još nije rešen. Dok se ove pitanje ne reši usvejićemo Secher-ove tablice /13/ za vezu izmedju spektralne klase zvezda i efektivne talasne dužine, i na osnovi toga ćemo računati hromatsku refrakciju.

U Tablici 13 dajemo osnovne podatke za naše računanje. Vrednosti $(n-1)10^6$ za temperaturu od 15° i za vazdušni pritisak od 760 mm Hg date su na osnovi formule (17). Vrednost k predstavlja odnos pojedinih iznosa $(n-1)10^6$ i odgovarajuće vrednosti za $\lambda_0 = 0,5753$ mikrona. Ova talasna dužina odgovara spektralnoj klasi F6.

Prema tome, množenjem sa k izraza (17) koji je dat za $\lambda_0 = 0,5753$ mikrona, dobijamo vrednost $(n-1)10^6$ za pojedine spektralne klase. Koeficijent k menja se izmedju krajnjih spektralnih klasa B₀ i M₅ za 0,0008219.

Izraz (18) praktično se ne menja za različite spektralne klase, ali zbog svoje male vrednosti ne pokazuje osetljive promene pri množenju sa k. Zato smatramo opravdanim da se (19) u celosti množi sa k prilikom prelaza na vrednosti drugih spektralnih klasa.

3.4. Osnovne veze u teoriji astronomske refrakcije.

Prema zakonu prelamanja, upadni i prelomljeni zrak kao i normala u tački preloma leže u istoj ravni. Na granici dveju prozvidnih

Sredina između upadnog (i) i prelomnog (I) ugla i apsolutnih indeksa prelamanja tih sredina postoji ova prosta veza

$$n_{n+1} \sin i_{n+1} = n_n \sin I_n \quad (27)$$

Ostale osnovne veze potrebne za naše računanje dobićemo uz pomoć Sl. 8 i 9 (na str. 42). Ova poslednja slika je samo deo Sl.8. Slovo O označava središte Zemljine kugle, A mesto posmatrača na Zemljinoj površini, S nebesko telo, Δ rastojanje tačke S od središta Zemlje, Z zenit, z_0 pravu zenitsku daljinu tačke S , z prividnu zenitsku daljinu tačke S , v geocentričnu zenitsku daljinu tačke S , r_1 rastojanje date tačke od centra Zemlje, \bar{u} paralaktički ugao, i_0 izmenjeni paralaktički ugao pod dejstvom refrakcije, β_i nagib vazdušnih slojeva u odnosu na koncentričnu sferu, a B i B' su neke tačke na granicama vazdušnih slojeva.

Na osnovi usvojenih oznaka, refrakcija (ξ) se dobija kao

$$\xi = z_0 - z \quad (28)$$

Iz trougla OBB' lako dobijamo

$$\frac{r_{n+1}}{r_n} = \frac{\sin (180 - i_n + \beta_n)}{\sin (I_n - \beta_{n+1})} \quad (29)$$

Ako su tačke B i B' blizu jedna drugoj, tada iz ovog trougla dobijamo još jednu vezu

$$r_n dv = dr \operatorname{tg} (I_n - \beta_{n+1}) \quad (30)$$

gde smo sa dv i dr označili diferencijalnu promenu geocentričnog ugla v i radijusa r .

Iz ovih osnovnih veza dobijamo potrebne izraze za računanje astronomske refrakcije.

Uzmimo izraze (27) i (29). Vrednost I_n iz (27) zamenimo u vezu (29). Imaćemo

$$\frac{r_{n+1}}{r_n} = \frac{\sin i_n \cos \beta_n - \cos i_n \sin \beta_n}{n_{n+1}/n_n \sin i_{n+1} \cos \beta_{n+1} - \sin \beta_{n+1} \sqrt{1 - (n_{n+1}/n_n \sin i_{n+1})^2}} \quad (31)$$

odnosno

$$r_{n+1} \frac{n_{n+1}}{n_n} \sin i_{n+1} = r_n \frac{n_n}{n_n} \sin i_n \frac{\cos \beta_n - \operatorname{ctg} i_n \sin \beta_n}{\cos \beta_{n+1} - \sin \beta_{n+1} \sqrt{(n_{n+1}/n_n \sin i_{n+1})^2 - 1}}$$

Zbog malog ugla β , razlomak na desnoj strani meže se napisati ovako

$$\frac{\cos \beta_n - \operatorname{ctg} i_n \sin \beta_n}{\cos \beta_{n+1} - \sin \beta_{n+1} \sqrt{(n_{n+1}/n_n \sin i_{n+1})^2 - 1}} = 1 - D_{n+1,n} \quad (32)$$

Tako da imamo

$$r_{n+1} n_{n+1} \sin i_{n+1} = r_n n_n \sin i_n (1 - D_{n+1,n}) \quad (33)$$

Postupno dobijamo i ostale veze

$$r_n n_n \sin i_n = r_{n-1} n_{n-1} \sin i_{n-1} (1 - D_{n,n-1}) \quad (34)$$

$$\dots\dots\dots$$

$$r_1 n_1 \sin i_1 = r_0 n_0 \sin z (1 - D_{1,0})$$

(indeksi o obeležava podatke prizemnog sloja). Sabiranjem ovih jednačina dobijamo

$$r_{n+1} n_{n+1} \sin i_{n+1} = r_0 n_0 \sin z - \sum_{i=0}^n D_{i+1,i} r_i n_i \sin i_i \quad (35)$$

Realno je pretpostaviti da su uglovi β_i različiti po znaku i po veličini, da su slojevi tako izmešani da se može uzeti

$$\sum_{i=0}^n D_{i+1,i} r_i n_i \sin i_i = 0 \quad (36)$$

Pod ovim uslovom dobijamo veoma važnu vezu

$$r_{n+1} n_{n+1} \sin i_{n+1} = r_0 n_0 \sin z \quad (37)$$

odnosno, u opštem obliku, možemo pisati veoma uverljivo

$$r n \sin i = \text{konstanta} = r_0 n_0 \sin z \quad (38)$$

Logaritamskim diferenciranjem odatle dobijamo

$$\frac{dr}{r} \operatorname{tg} i + \frac{dn}{n} \operatorname{tg} i + di = 0 \quad (39)$$

Ako uzmemo u obzir da je prema (30)

$$r \, dv = dr \operatorname{tg} (i - \beta) \quad (40)$$

i da zbog malih vrednosti β mesto i možemo pisati $(i - \beta)$, dobijamo

$$\frac{dn}{n} \operatorname{tg}(i - \beta) + dv \operatorname{tg} i = 0 \quad (41)$$

Integralimo ove jednačine na putu od posmatrača A do tačke S

$$\int_{n_0}^n \frac{dn}{n} \operatorname{tg} (i - \beta) + v_0 + i_0 - z = \int_{n_0}^n \frac{dn}{n} (\operatorname{tg}(i - \beta) + z_0 - z + i_0 - \bar{u}) = 0 \quad (42)$$

i konačno dolazimo do vrednosti

$$S = z_0 - z = \int_{n_0}^n \frac{dn}{n} \operatorname{tg}(i - \beta) - (i_0 - \bar{u}) \quad (43)$$

Znajući da je β mala vrednost razvićemo prvi izraz na desnoj strani u Tejlorov red po β i zanemarićemo članove sa višim stepenima β :

$$S = \int_{n_0}^n \frac{dn}{n} \operatorname{tg} (i) - \int_{n_0}^n \frac{dn}{n} \beta \sec^2 i - (i_0 - \bar{u}) \quad (44)$$

Koristeći vezu (38) ovaj naš izraz (44) dobija konačan izgled

$$\xi = \int_1^{n_0} \frac{dn}{n} \frac{r_0 n_0 \sin z}{\sqrt{1 - \left(\frac{r_0 n_0 \sin z}{r n}\right)^2}} - \int_1^{n_0} \frac{dn}{n} \beta \frac{1}{1 - \left(\frac{r_0 n_0 \sin z}{r n}\right)^2} - (i_0 - \bar{u}) \quad (45)$$

Tako smo dobili ukupan refrakcijski uticaj ξ . Prvi izraz na desnoj strani predstavlja poznati integral prave refrakcije. Dohiđa se pod pretpostavkom da su atmosferski slojevi koncentrični bez ikakvih međusobnih nagiba. Drugi član je integral anomalija refrakcije koji je dobiven pod pretpostavkom = sasvim realnom - da atmosferski slojevi nisu idealno postavljeni i da oni pokazuju tendenciju kolebanja oko jednog ravnotežnog položaja. Vrednost ξ je funkcija položaja. Vrednost $(i_0 - \bar{u})$ je paralaktička popravka.

Pokazaćemo da je paralaktička popravka ^{mala} i da je kod posmatranja zvezda potpuno zanemarljiva.

Iz (38) dobijamo

$$r_0 n_0 \sin z = \Delta \sin i_0 \quad (46)$$

jer je $n=1$. Iz trougla SAO, pak, sledi

$$r_0 \sin z_0 = \Delta \sin \bar{u} \quad (47)$$

Pošto su uglovi i_0 i \bar{u} mali, iz poslednjeg izraza dobijamo

$$i_0 - \bar{u} = \frac{r_0}{\Delta} (n_0 \sin z - \sin z_0) \quad (48)$$

gde je r_0/Δ horizontalna paralaksa nebeskog tela. Transformacijom možemo doći do ovog poznatog Hansen-ovog izraza /45,57/

$$i_0 - \bar{u} = \frac{r_0}{\Delta} \sin z / (n_0 - 1) - \xi \operatorname{ctg} z + \frac{\xi^2}{2} / \quad (49)$$

Pri normalnim atmosferskim uslovima (temperatura 0°C, p=760 mm Hg) i pri horizontalnoj paralaksi od 57'03", kod posmatranja Meseca uticaj člana $-(i_0 - \bar{u})$ u izrazu (45) iznosi /45/:

z	$-(i_0 - \bar{u})$
50°	-0,002
70	-0,010
80	-0,037
86	-0,171
90	-1,200

Kod posmatranja, Sunca ove vrednosti množe se sa 1/400, kod Erosa u maksimumu sa 1/40, a kod zvezda dejstvo ovog člana je potpuno zanemarljivo.

3.5. Rešenje integrala prave refrakcije. - Izraz

$$\xi_1 = \int_1^{n_0} \frac{dn}{n} \frac{A \sin z}{\sqrt{1 - A^2 \sin^2 z}} \quad (50)$$

gde je

$$A = \frac{r_0 n_0}{r n} \quad (50a)$$

da je vrednost prave refrakcije. To je vrednost koja je utabljena

u svim refrakcijskim tablicama sa manje ili više tačnosti. Ona predpostavlja idealan koncentričan raspored vazdušnih slojeva. I pored ove male verovatne predpostavke, prava refrakcija daje najveći deo stvarnog refrakcijskog uticaja.

Za rešenje ovog integrala razni autori koriste razne načine. Mi ćemo - oslanjajući se na rezultate koje smo dobili iz aeroloških merenja - integral rešiti na ovaj način.

Predpostavimo da između vrednosti n i A odnosno $s = r/r_0 - 1$ postoje ove veze

$$n = 1 + \xi \cdot e^{-as} \quad (22)$$

$$A = b e^{-cs} \quad (51)$$

gde su ξ , a , b i c konstante pozitivne vrednosti. Strogo uzevši ni jedan od ta dva izraza nije tačan. Nije tačan jer je veoma teško matematički prikazati jednu prirodnu pojavu, a i atmosfera, gde se ta pojava događa, veoma je dinamična sredina. Zato su i jedan i drugi izraz samo aproksimativni, koji sa dosta verovatnoće daju opšti tok pojave (odstupanja su u granicama tačnosti osnovnih aeroloških podataka). Mi smo se odlučili na dva izraza (mada između njih postoji matematička veza) da bi se dvostrukim oslanjanjem na neposredne merene podatke povećali moguću tačnost.

Pre nego što primenimo veze (22) i (51), integral prave refrakcije ćemo transformisati na drugi oblik.

Vrednost $A^2 \sin^2 z$ - osim za $z=90^\circ$ i $A=1$ - uvek je manja od 1. Zato je za $A < 1$ i $0 \leq z < \pi/2$:

$$(1 - A^2 \sin^2 z)^{-1/2} = 1 + 1/2 A^2 \sin^2 z + 3/8 A^4 \sin^4 z + 5/16 A^6 \sin^6 z + \dots \quad (52)$$

$$\begin{aligned} S_1 &= \int_{n_0}^{\infty} \frac{dn}{n} \frac{A \sin z}{\sqrt{1 - A^2 \sin^2 z}} = \int_{n_0}^{\infty} \frac{dn}{n} \sin z (1 + 1/2 A^2 \sin^2 z + 3/8 A^4 \sin^4 z + \\ &+ \dots) = \sin z \int_{n_0}^{\infty} A \frac{dn}{n} + 1/2 \sin^3 z \int_{n_0}^{\infty} A^3 \frac{dn}{n} + 3/8 \sin^5 z \int_{n_0}^{\infty} A^5 \frac{dn}{n} + \\ &+ \dots) = \sin z \int_{n_0}^{\infty} A d(\ln n) + 1/2 \sin^3 z \int_{n_0}^{\infty} A^3 d(\ln n) + 3/8 \sin^5 z \int_{n_0}^{\infty} A^5 d(\ln n) + \\ &+ \dots) \quad (53) \end{aligned}$$

Primenom metode delimične integracije dobijamo

$$\begin{aligned} S_1 &= \ln n_0 \sin z (1 + 1/2 \sin^2 z + 3/8 \sin^4 z + \dots) - \sin z \int_{n_0}^{\infty} \ln n dA - \\ &- 1/2 \sin^3 z \int_{n_0}^{\infty} \ln n d(A^3) - 3/8 \sin^5 z \int_{n_0}^{\infty} \ln n d(A^5) - \dots = \\ &= \ln n_0 \operatorname{tg} z - \sin z \int_{n_0}^{\infty} \ln n dA - 1/2 \sin^3 z \int_{n_0}^{\infty} \ln n d(A^3) - \\ &- 3/8 \sin^5 z \int_{n_0}^{\infty} \ln n d(A^5) - \dots = \ln n_0 \operatorname{tg} z - \sum_i m_i \sin^i z \int_{n_0}^{\infty} \ln n d(A^i) \quad (54) \end{aligned}$$

gde je $i=1,3,5,7,\dots$, a m_i odgovarajući koeficijent iz binomnog red (52).

Sve naše integrale možemo sveći na ovaj opšti oblik

$$I_i = \int_0^{\infty} \ln n \, d(A^i) \quad (55)$$

Da bismo rešili integral ovog tipa, primenićemo veze (22) i (51) čime dobijamo

$$I_i = \int_0^{\infty} \ln (1 + \varepsilon e^{-as}) \, d(b^i e^{-cis}) \quad (56)$$

a iz toga

$$I_i = -cib^i \int_0^{\infty} \ln (1 + \varepsilon e^{-as}) e^{-cis} \, ds \quad (57)$$

U radu /58/ daje se sledeći izraz za logaritamski beskrajni red

$$\ln (1+x) = x - 1/2 x^2 + 1/3 x^3 - 1/4 x^4 + \dots + (-1)^{n-1} x^n / n + R_n \quad (58)$$

Ako je $-1 < x < 1$ i n raste, ostatak R_n teži nuli.

Ovaj slučaj možemo u potpunosti primeniti na naš izraz $\ln (1 + \varepsilon e^{-as})$. Na taj način dobijamo

$$\begin{aligned} I_i &= -cib^i \int_0^{\infty} (\varepsilon e^{-as} - 1/2 \varepsilon^2 e^{-2as} + 1/3 \varepsilon^3 e^{-3as} - \dots) e^{-cis} \, ds = \\ &= -cib^i \int_0^{\infty} (\varepsilon e^{-(a+ci)s} - 1/2 \varepsilon^2 e^{-(2a+ci)s} + 1/3 \varepsilon^3 e^{-(3a+ci)s} - \dots) \, ds = \\ &= -cib^i \left(\frac{-\varepsilon}{a+ci} + \frac{1}{2} \frac{\varepsilon^2}{2a+ci} - \frac{1}{3} \frac{\varepsilon^3}{3a+ci} + \dots \right) = -\varepsilon \cdot w(i) \end{aligned} \quad (59)$$

Zamenom dobijene vrednosti (59) u (54) dobijamo rešenje integrala prave refrakcije u opštem obliku (60)

$$S_1 = \ln n_0 \, \text{tg } z + \varepsilon \sum m_i \sin^i z \, w(i) = \ln n_0 \, \text{tg } z + (n_0 - 1) \sum m_i \sin^i z \, w(i)$$

Ako refrakcioni uticaj želimo izraziti u lučnoj meri i koristiti Briggsove logaritme, tada ćemo mesto (60) pisati

$$S_1'' = m \, \text{lg } n_0 \, \text{tg } z + (n_0 - 1) \sum m_i \sin^i z \, w(i) \quad (61)$$

gde smo obeležili

$$m = \frac{206264,8}{0,434294} = 474942,8 \quad (61a)$$

$$w(i) = 20264,8 \, w(i) \quad (61b)$$

Formula (58) omogućuje da naš izraz (60) odnosno (61) uprostimo. Možemo napisati

$$\ln n_0 = (n_0 - 1) - 1/2 (n_0 - 1)^2 + \dots$$

Član $1/2 (n_0 - 1)^2$ je potpuno zanemarljiv (pri $n_0 - 1 = 300 \cdot 10^{-6}$ za $1/2 (n_0 - 1)^2$ dobijamo $4 \cdot 10^{-8}$) i zato možemo dati ovu formulu

$$S_1'' = \frac{n_0 - 1}{\sin l''} \left(\text{tg } z + \sum m_i \, w(i) \sin^i z \right) \quad (62)$$

koju usvajamo za naš osnovni izraz.

Ako želimo da talasnu dužinu 0,5753 mikrona zadržimo za osnovu naših računanja, tada dobijamo izraz

$$S_1'' = k \frac{n_{00} - 1}{\sin l''} \left(\text{tg } z + \sum m_i \, w(i) \sin^i z \right) \quad (63)$$

gde smo sa n_{00} obeležili indeks prelamanja u prizemnom sloju pri $\lambda = 0,5753$ mikrona. Vrednost k odgovara vrednostima iz Tablice 13.

Posmatrajući izraze (60), (61), (62) i (63) vidimo da prava refrakcija zavisi od indeksa prelamanja n_0 u prizemnom sloju, od zenitske daljine z nebeskog tela - kao promenljivih veličina, i od niza faktora, koje možemo smatrati poznatim vrednostima.

Vrednost n_0 dobijamo pomoću izraza (16), (17) i (18), odnosno, za $\lambda_0 = 0,5753$ mikrona izrazom (19). Jasne je da se n_0 može dobiti i preko drugih formula, ali će tada doći do izvesnih izmena u izrazima (42) i (51).

Ako je n_0 dato za normalne atmosferske uslove: $t = 0^\circ\text{C}$, $p = 760$ mm Hg i $f = 4$ mm Hg, tada će se tako dobijena vrednost S_2 zvati normalna refrakcija. Ako je n_0 dato za neke srednje atmosferske uslove (recimo srednje godišnje vrednosti), tada se dobijeni refrakcijski uticaj zove srednja refrakcija.

3.6. Rešenje integrala anomalija refrakcije. - Integral anomalija refrakcije, prema (45), ima ovaj oblik

$$S_2 = - \int_{n_0}^{\infty} \frac{dn}{n} \beta \frac{1}{1 - A^2 \sin^2 z} \quad (64)$$

Izraz $(1 - A^2 \sin^2 z)^{-1}$ razvićemo u Tejlorov red i dobićemo za (64):

$$S_2 = - \int_{n_0}^{\infty} \frac{dn}{n} \beta (1 + A^2 \sin^2 z + A^4 \sin^4 z + \dots) \quad (65)$$

što dovodi do

$$S_2 = - \int_{n_0}^{\infty} \beta d(\ln n) - \sin^2 z \int_{n_0}^{\infty} \beta A^2 d(\ln n) - \sin^4 z \int_{n_0}^{\infty} \beta A^4 d(\ln n) - \dots \quad (66)$$

Delimičnom integracijom dobijamo

$$S_2 = - \beta_0 \ln n_0 (1 + \sin^2 z + \sin^4 z + \dots) + \int_{n_0}^{\infty} \ln n d(\beta) + \sin^2 z \int_{n_0}^{\infty} \ln n d(\beta A^2) + \dots = - \beta_0 \ln n_0 \sec^2 z + \sum \sin^j z \int_{n_0}^{\infty} \ln n d(\beta A^j) \quad (67)$$

gde je $j=0,2,4,\dots$

Potrebno je, dakle, rešiti integral tipa

$$I_2 = \int_{n_0}^{\infty} \ln n d(\beta A^j) \quad (68)$$

Vrednosti n i A možemo, preko (22) i (51), izraziti u funkciji od s . Za β , međjutim, ne možemo postaviti jednu određenu i jasno definisanu analitičku vezu opšteg karaktera. Zato nam ostaje da integral (68) rešimo numeričkom integracijom ili pak da izvesnom procenom odredimo njegovu moguću veličinu.

Predpostavimo da je

za $0 < s < s_1$ nagib slojeva β_0 ,

za $s_1 < s < s_2$ nagib slojeva β_1 ,

.....

za $s_n < s < \infty$ nagib slojeva β_n ,

tada za I_2 dobijamo, pod uslovom da stavimo $\ln(1 + \epsilon e^{-as}) \approx \epsilon e^{-as}$,

$$I_2' = b^j c_j \frac{\epsilon}{a+cj} / \beta_0 + e^{-(a+cj)s_1} (\beta_1 - \beta_0) + \dots + e^{-(a+cj)s_n} (\beta_n - \beta_{n-1}) / \quad (69)$$

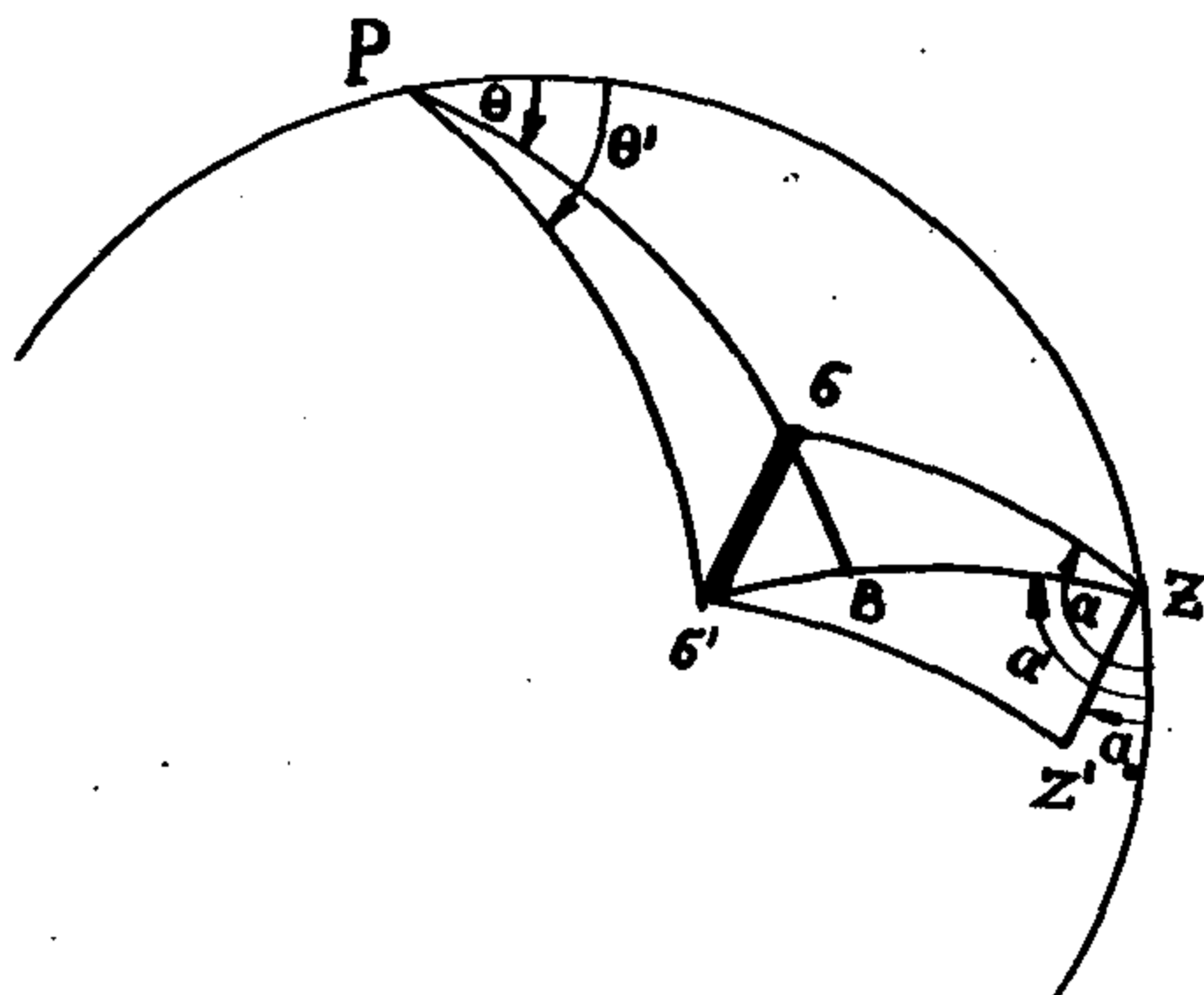
Posmatrajući izraz (69) vidimo da nagib najnižeg sloja (odnosno slojeva) ima najveći uticaj. Nagibi ostalih slojeva (odnosno grupa slojeva) deluju u diferencijalnom obliku sa koeficijentom $e^{-(a+cj)s_i}$ čija vrednost dosta brzo opada sa povećanjem s . Mogući uticaj nagiba atmosferskih slojeva ocenićemo na osnovi konkretnih vrednosti: β , ϵ , a , b , c i j .

3.7. Uticaj refrakcije na astrometrijska merenja.-

Kod astrometrijskih merenja susrećemo se sa merenjem vertikalnih i horizontalnih uglova i registracijom prolaza nebeskog tela kroz dati vertikal. Prava refrakcija - kod koje se predpostavlja podudarnost geografskog i refrakcijskog zenita - utiče isključivo samo na mereni vertikalni ugao. Kao što vidimo sa Sl.8, refrakcijski uticaj \int_1 umanjuje pravu zenitsku daljinu, odnosno povećava visinu nebeskog tela. Zato je

$$\begin{aligned} z_0 &= z + \int_1, \\ h_0 &= h - \int_1. \end{aligned} \quad (70)$$

Prava refrakcija ne utiče na azimut niti na trenutak prolaza nebeskog tela kroz određeni vertikal.



Sl. 10. Uticaj promene refrakcijskog zenita (Z, Z') na položaj nebeskog tela (δ, δ').

Drugi je slučaj ako postoji nagib vazdušnih slojeva, tj. u slučaju da se geografski i refrakcijski zenit ne poklapaju. Tada dolazi do izražaja refrakcijska anomalija ζ_2 , koja deluje ne samo na zenitsku daljinu, nego i na azimut i na trenutak prolaza. Refrakcijski zenit je centar simetrije refrakcijskih uticaja.

Pogledajmo Sl.10 (na str.49). Oznake su: P pol, Z zenit posmatračkog mesta, Z' refrakcijski zenit (tačka preseka normale vazdušnog sloja sa nebeskom sferom), δ položaj nebeskog tela pri dejstvu samo prave refrakcije, δ' položaj nebeskog tela pri postojanju nagiba vazdušnih slojeva, B tačka preseka normale na luk $\delta'Z$ iz tačke δ , $Z\delta = z$, $Z\delta' = z'$, $PZ = 90 - \varphi$, a_0 azimut refrakcijskog zenita, a' azimut tačke δ' , a azimut tačke δ , θ časovni ugao tačke δ , θ' časovni ugao tačke δ' .

Da bismo izračunali promene zenitske daljine usled postojanja nagiba slojeva, pogledaćemo trougao $Z\delta\delta'$. Normalna zenitska daljina z izmenila se za Δz , tako da je

$$z' = z + \Delta z \quad (71)$$

Vrednost $\Delta z = B\delta'$ dobićemo iz trougla $B\delta\delta'$, koji smatramo ravnim trouglom,

$$B\delta' = \Delta z = \widehat{\delta\delta'} \cos \angle \delta\delta'B \quad (72)$$

U slučaju nagiba vazdušnog sloja, tačke δ i Z premeštaju se u istom smeru i zato je ugao $\widehat{\delta\delta'B}$ jednak uglu $(a' - a_0)$, odnosno možemo bez velike greške uzeti da je jednak uglu $(a - a_0)$. Posle ovih upršćenja dobijamo

$$z' = z + \widehat{\delta\delta'} \cos (a - a_0) \quad (73)$$

$\widehat{\delta\delta'}$ nije ništa drugo ne odgovarajuća vrednost refrakcijske anomalije ζ_2 . U opštem slučaju $\cos (a - a_0)$ se menja od sloja do sloja, odnosno menja se zajedno sa β . Da bismo izračunali vrednost Δz mi ćemo koristiti naše formule (67) i (69) gde ćemo mesto β staviti $\beta \cos (a - a_{0i})$. Tako dobijamo

$$z' = z + \beta_0 \cos (a - a_{00}) \ln n_0 \sec^2 z - \sum \sin^j z I_2' \cos (a - a_{0i}) \quad (74)$$

Pomoću ovog izraza (74) možemo izvesti popravku vrednosti geografske širine po Taketovoj metodi pri postojanju nagiba vazdušnih slojeva. Između prave vrednosti širine φ' (oslobodjene uticaja dopunske refrakcije) i posmatrane vrednosti φ (računata pod pretpostavkom koncentričnih vazdušnih slojeva) postoji ova veza:

$$\varphi' = \varphi - \beta_0 \cos a_{00} \ln n_0 \sec^2 z + \sum \sin^j z I_2' \cos (a_{0i}) \quad (75)$$

Popravku za izmenjeni azimut takodje dobijamo iz trougla $Z\delta\delta'$. Možemo napisati

$$\sin \widehat{\delta\delta'} \sin \angle \delta\delta'B = \sin z \sin (a - a') \quad (76)$$

iz čega dobijamo

$$a - a' = \frac{\widehat{\delta\delta}' \sin \phi \widehat{\delta\delta}' B}{\sin z} = \frac{\widehat{\delta\delta}' \sin(a - a_0)}{\sin z} \quad (77)$$

Vidimo da u našim formulama (67) i (69) ugao β treba množiti sa $\sin(a - a_0)$, tako da će biti

$$a' = a - \beta_0 \sin(a - a_{00}) \ln n_0 \sec^2 z \operatorname{cosec} z + \sum \sin^{j-1} z I_2' \sin(a - a_{0i}) \quad (78)$$

Popravka časovnika dobija se preko veze

$$u = \alpha + t' - T' = \alpha - T' + t + \Delta t \quad (79)$$

gde je T' zabeleženi trenutak prolaza nebeskog tela kroz dati vertikal. Da bismo odredili Δt diferencijalićemo poznatu vezu (iz trougla P δ Z)

$$\sin z \sin a = \cos \delta \sin t \quad (80)$$

što daje

$$\Delta t = \frac{\sin z \cos a}{\cos \delta \cos t} \Delta a = \frac{\sin z \cos a}{\cos \delta \cos t} (a - a') \quad (81)$$

Uzimajući u obzir da se posmatranja vrše najčešće u meridijanu, za taj slučaj pomoću (78) dobijamo

$$\delta u = \Delta t = -\beta_0 \sin a_{00} \ln n_0 \sec^2 z \sec \delta + \sec \delta \sum \sin^j z I_2' \sin a_{0i} \quad (82)$$

Na taj način smo pomoću formula (74), (78) i (82) odredili popravke vrednosti z , a i u . Vidimo da β i ovde najveći uticaj ima nagib prizemnog sloja β_0 . Anomalije refrakcije na deluje na vrednost zenitske daljine ako je $a - a_{0i} = 90^\circ$, niti na vrednost a i u u slučaju $a - a_{0i} = 0$.

3.8. Izvodjenje nagiba slojeva iste gustine. - Za izračunavanje nagiba β postoji nekoliko formula /18,35,45,59,60,61,62,63,64/. Ove formule predstavljaju grubu teorijsku aproksimaciju realne pojave, koja je po svojoj fizičkoj suštini daleko složenija /35/. Predstavljaju grubu aproksimaciju zato što su izvedene pod uslovom mirne i stabilne atmosfere.

Iz podataka sinoptičkih karata nagib slojeva iste gustine može se dobiti pomoću izraza /63/

$$\beta = \frac{A}{\eta} G_s + B (-\Gamma_s) \quad (83)$$

gde su: $A = 0,34/k_0$

η - gustina vazduha u kg na m^3 ,

G_s - horizontalni gradijent pritiska u mb na 111,2 km,

$B = 1,26/k_0$

Γ_s - horizontalni gradijent temperature u $^\circ C$ na 111,2 km,

$k_0 = 1,25 + (\partial t / \partial h) / 27,3$

$\partial t / \partial h$ - promena temperature u vertikalnom pravcu u $^\circ C$ na 1 km.

Pravac gradijenata se smatra pozitivnim kad su upereni u smeru opadanja pritiska i temperature. Ugao β je dat u lučnim minutama.

Pod pretpostavkom politropne atmosfere i $\partial t / \partial h = 6,5$, dobijamo ovaj izraz /35,61/

$$\beta = +0,389 \frac{1}{\eta} G_s - 1,116 \Gamma_s \quad (84)$$

Vidimo da temperaturni član ima najveći uticaj i ne zavisi od visine sloja iznad Zemljine površine. Uloga barometarskog člana povećava se sa visinom.

Formula (84) pokazuje da pri $\Gamma_s = 1^\circ\text{C}/\text{km}$ nagib iznosi više od 2° . Pri $\Gamma_s = 1^\circ\text{C}/0,1 \text{ km}$ nagib je veći od 20° . Takvih nagiba u debljim atmosferskim slojevima nema, ali u najnižim slojevima atmosfere pod uticajem mesnih faktora (uticaj reljefa, temperaturskih uticaja zgrada, itd.) možemo očekivati veće temperaturske gradijente, a samim tim i veće refrakcijske anomalije koje se menja u toku dana. Ako u posmatračkom paviljonu postoji temperaturski gradijent od 1°C na 10 m, to izaziva premeštanje refrakcijskog zenita za $0,3$ i pri 60° zenitske daljine dovodi do dopunske refrakcije od $1,2$ /61/.

Inače su nagibi slojeva jednake gustine u troposferi opšte uzevši veoma mali, reda 1-2 lučne minute /61,63,64/.

Izraz (83) možemo dati i u funkciji geopotencijalnog gradijenta, znajući da je

$$G_s = - \frac{dp}{ds} = - \frac{dp}{d\phi} \frac{d\phi}{ds} = - \frac{\eta g dh}{g dh} \frac{d\phi}{ds} = +\eta \cdot G_\phi \quad (85)$$

Ako je geopotencijal (ϕ) dat u gpm, tada G_ϕ treba izraziti u jedinicama 0,098 gpm, ili, praktično uzevši, u dekagpm. Tako (83) postaje

$$\beta = A \cdot G_\phi + B (-\Gamma_s) \quad (86)$$

Ugao β moguće je izvesti i iz podataka o pravcu i brzini visinskog vetra /61,65/. Za računanje komponenata nagiba u pravcu meridijana i prvog vertikala mogu se koristiti ove približne formule /61/:

$$\begin{aligned} \beta \cos a_0 &= -0,063 \sin \varphi \left[8000 \frac{\Delta(V \sin P)}{\Delta h} - V \sin P \right] \\ \beta \sin a_0 &= +0,063 \sin \varphi \left[8000 \frac{\Delta(V \cos P)}{\Delta h} - V \cos P \right] \end{aligned} \quad (87)$$

gde V predstavlja brzinu vetra u m/sec, P pravac vetra (severni vetar $P=0^\circ$, istočni $P=90^\circ$, itd), dok $\Delta(V \sin P)/\Delta h$ i $\Delta(V \cos P)/\Delta h$ predstavljaju izmenu $V \sin P$ i $V \cos P$ sa visinom. Za Beograd ($\varphi = +44^\circ 48'$) koeficijent ispred izraza u zagradi iznosi 0,044.

Pri korišćenju podataka sinoptičkih karaka mi uzimamo aerološke podatke različitih stanica izravname na većoj

teritoriji. U drugom slučaju, pak, koristimo isključivo originalni materijal iznad posmatračkog mesta.

3.9. Zaključak. - Ova glava daje teorijske osnove računanja astronomske refrakcije - osnove na kojoj počiva ovaj rad.

U uvodu (paragraf 3.1.) je dat pregled svih onih faktora koji na izvestan način utiču na refrakciju. § 3.2. sadrži osnovna znanja o indeksu prelamanja i o izboru formule za računanje. U ovom radu koristimo formule Borell-a i Sears-a (16), (17) i (18).

O uticaju talasne dužine svetlosnog zraka na indeks prelamanja - o hromatskoj refrakciji - govorimo u paragrafu 3.3. Dat je pregled problema vezanih za ovo pitanje i na osnovi toga je izvršen izbor potrebnih parametara. Za vezu između spektralne klase i efektivne talasne dužine zvezda usvojene su vrednosti koje je dao Socher /13/. Tablica 13 daje vrednost k - odnos pojedinih $(n-1)10^6$ za razne spektralne klase i odgovarajuće vrednosti za našu osnovnu talasnu dužinu ($\lambda = 0,5753$ mikrona).

Osnovne veze u teoriji astronomske refrakcije prikazane su u paragrafu 3.4. Pri izvodjenju osnovnog izraza refrakcije nismo prepostavili - kako je to uobičajeno - da su vazdušni slojevi koncentrični, nego smo pošli od pretpostavke jedne dinamične sredine (Sl.8 i 9). U takvoj dinamičnoj sredini moguće je prepostaviti postojanje veze (36), što omogućuje dobijanje izraza (45). Ovaj izraz u najopštijoj formi daje vrednost refrakcije. Sadrži već dobro poznati integral prave refrakcije, zatim jedan integral koji zavisi od nagiba vazdušnih slojeva iste gustine - nazvali smo integral anomalija refrakcije - i konačno, paralaktički član.

U § 3.5. na novi način smo rešili integral prave refrakcije. Uzeli smo veze (22) i (51) - čiju realnost potvrđujemo u sledećoj glavi ovog rada na osnovi posmatranja - i dolazimo do konačnih izraza za pravu refrakciju (60), (61), (62) i (63).

Integral anomalija refrakcije rešen je u § 3.6. Izvodimo nove izraze za anomalije refrakcije (67) i (69), koji plastičnije pokazuju predominantan uticaj nagiba prizemnog vazdušnog sloja i diferencijalni karakter delovanja nagiba viših slojeva atmosfere.

U paragrafu 3.7. dajemo nove izraze za uticaj nagiba atmosferskih slojeva na merenu zenitsku daljinu, geografsku ^{daljinu} dužinu, azimut i trenutak prolaza kroz meridijan (vidi Sl.10). Ponovo ističemo da je dejstvo viših slojeva atmosfere skoro

potpuno zanemarljivo.

Način izvodjenja nagibe slojeva iste gustine opisali smo u paragrafu 3.8. Date su formule za računanje i istaknuti su problemi vezani za to.

Analize izvodjenja u ovoj glavi omogućuju nam da pristupimo numeričkom rešavanju problema astronomske refrakcije na osnovi aerođoških merenja.

4. PRAVA REFRAKCIJA U BEOGRADU

Na osnovi napred datih meteoroloških podataka i teorijskih osnova, ovde ćemo dati izraz za računanje prave refrakcije u Beogradu.

4.1. Promene indeksa prelamanja sa visinom. - Na osnovi meteoroloških podataka iz Priloga I, II i III i usvojenih podatak za visine između 20 i 70 km, izračunati su indeksi prelamanja pojedinih nivoima i visinama, posebno za svaki mesec. Korišćena je formula (19). Za talasnu dužinu uzeta je vrednost $\lambda = 0,5753$ mikrona.

Na visini od 70 km indeks prelamanja, po formuli (19), manji je od $1 \cdot 10^{-7}$.

Dobijene vrednosti za sve tri grupe podataka (noćna, dnevna i srednja sondaža) podvrgli smo analizi s ciljem da uspostavimo korelacijsku vezu između indeksa prelamanja i visine, odnosno vrednosti $n - 1$. Koristili smo izraz tipa

$$n-1 = \varepsilon e^{-as} \quad (22)$$

gde su ε i a konstantne vrednosti. Ovaj izraz pretvara se u linearnu regresionu jednačinu oblika

$$\lg (n-1) = u + v \cdot s \quad (88)$$

gde su u i v konstantne vrednosti. Ovu drugu jednačinu smo koristili kao radnu.

Podaci iz neposrednih merenja pokazali su da naša jednačina (22) veoma dobro prikazuje promenu indeksa prelamanja sa visinom. U svim slučajevima je $r_y = -0,99$, što govori o veoma dobroj korelaciji.

U cilju analize godišnjih promena, dobijene vrednosti konstanta ε i a izravnali smo metodom baricentara i dajemo ih u Tablici 14 (na strani 56) i na Sl.11 (na str. 57). Vidimo da postoji jasno istaknuta godišnja promena vrednosti ε i a . Amplitude godišnjih promena su: kod vrednosti $\varepsilon \cdot 10^6$ 2,2 (noćna), 3,1 (dnevna) i 2,9 (srednja), za a 1,0 (noćna i srednja) i 1,7

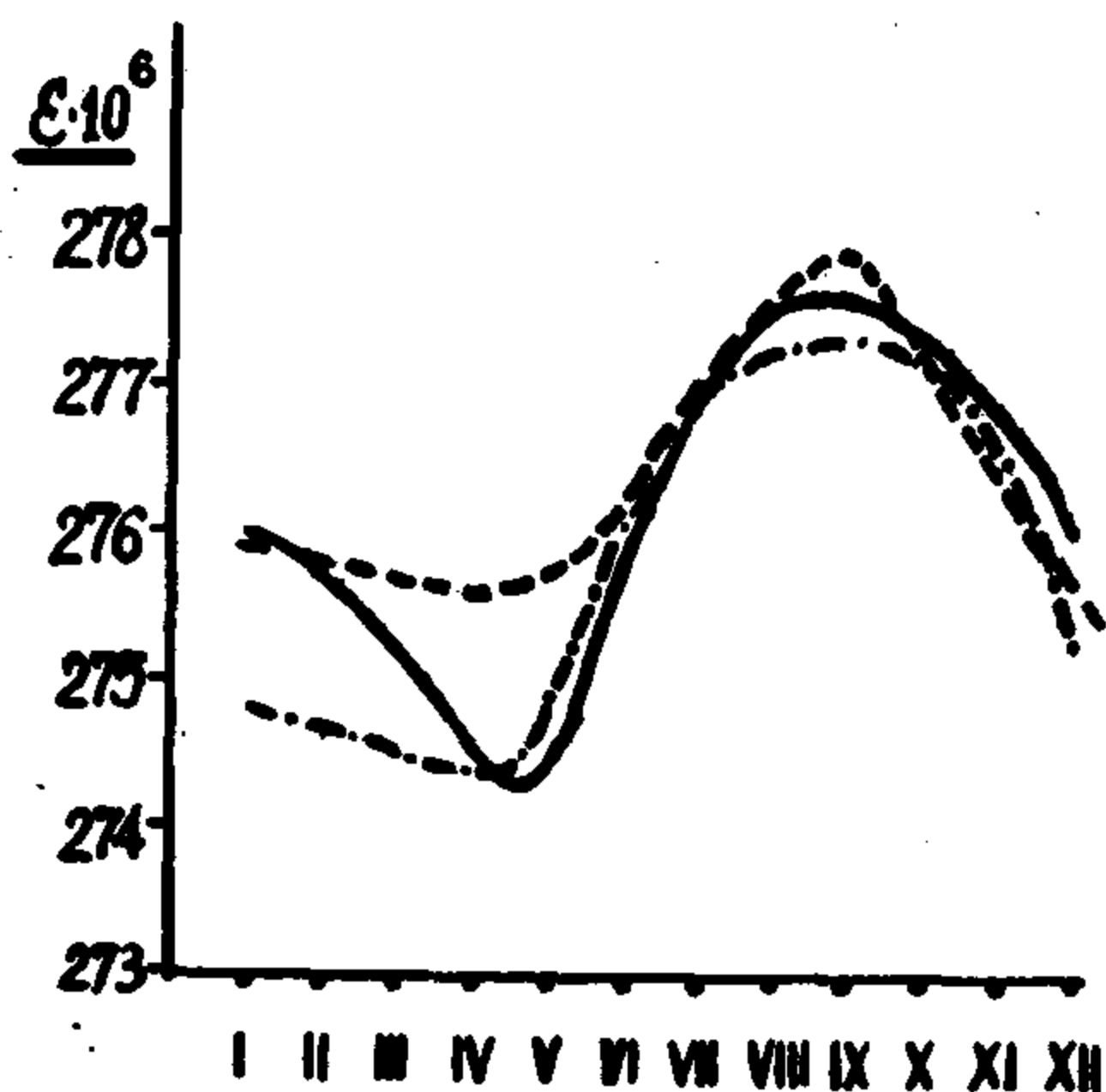
(dnevna). Kod neizravnatih podataka amplitude su između 3,4 i 4,1 (za $\epsilon \cdot 10^6$) odnosno 1,3 do 2,3 (za a). Krive nisu simetrične u odnosu na sredinu godine. Kod vrednosti ϵ maksimum je u septembru a minimum u aprilu. Kod a minimum je u maju i junu mesecu, a maksimum na kraju i na početku godine. Između dnevnih i noćnih podataka postoji jasno izražena razlika. Maksimalne amplitude ovih promena su 1,6 za $\epsilon \cdot 10^6$ i 1,8 za a .

Tablica 14. Vrednosti ϵ i a iz izraza (22) za razne mesece i za pojedine sondaže. Data je i razlika između podataka dnevne i noćne sondaže.

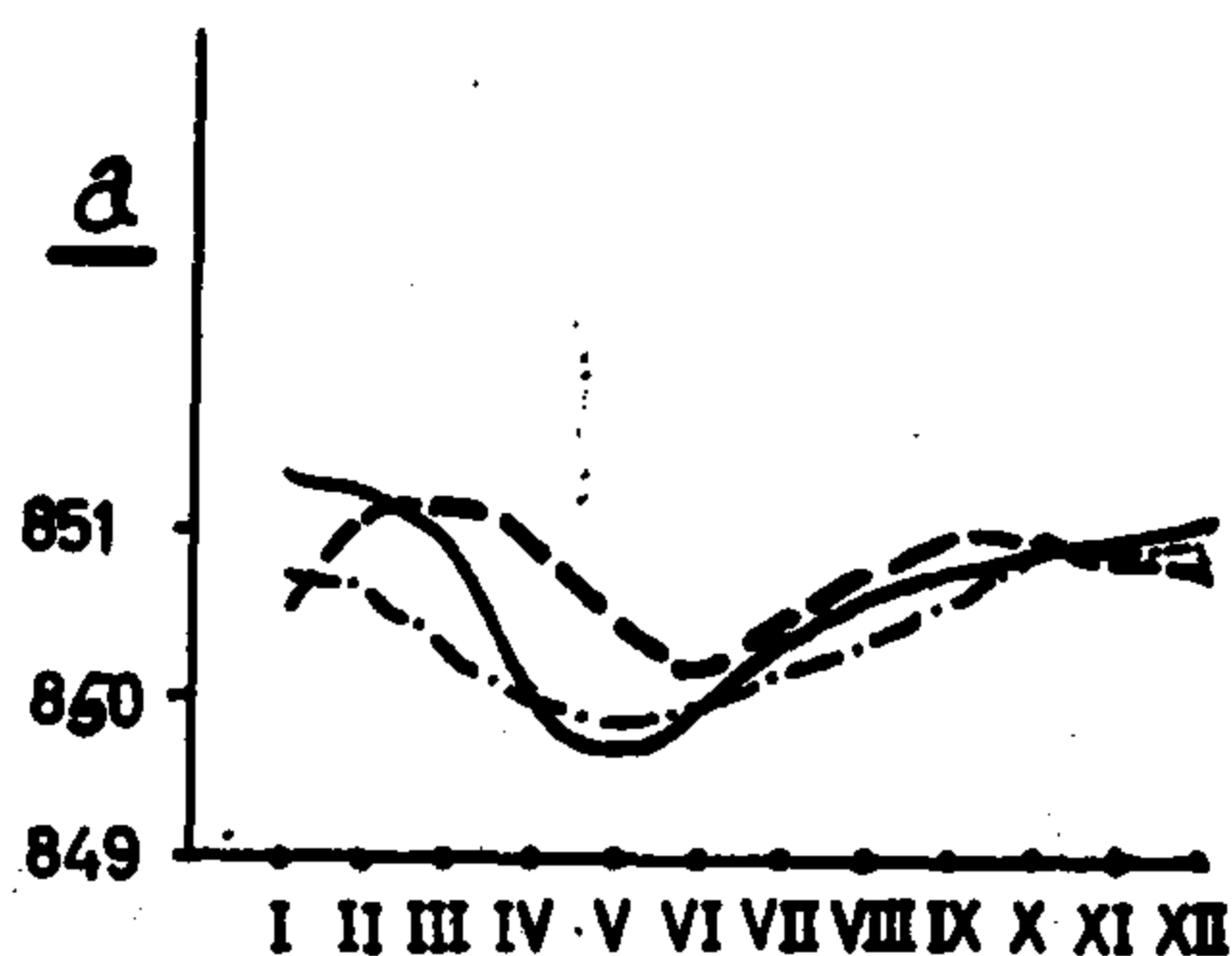
Mesec	$\epsilon \cdot 10^6$				a			
	dnev.	noćna	sr.	dn-noć.	dnev.	noćna	sr.	dn.-noć.
I	276,0	275,9	274,8	+0,1	851,3	850,5	850,7	+0,8
II	5,7	5,8	4,7	-0,1	51,2	51,1	50,6	+0,1
III	5,2	5,7	4,5	-0,5	50,8	51,1	50,2	-0,3
IV	4,5	5,6	4,4	-1,1	49,9	50,9	49,9	-1,0
V	4,5	5,7	4,9	-1,2	49,6	50,4	49,8	-0,8
VI	5,8	6,1	6,1	-0,3	49,9	50,1	49,9	-0,2
VII	6,8	6,9	6,8	-0,1	50,3	50,4	50,1	-0,1
VIII	7,5	7,5	7,2	0,0	50,6	50,7	50,3	-0,1
IX	7,6	7,8	7,3	+0,2	50,7	50,9	50,5	-0,2
X	7,3	7,1	7,3	+0,2	50,8	50,8	50,8	0,0
XI	6,8	6,4	6,6	+0,4	50,9	50,7	50,8	+0,2
XII	6,0	5,6	5,2	+0,4	50,0	50,7	50,7	+0,3
Sr.vr.	276,0	274,0	276,0	+2,0	850,4	849,7	850,4	+0,7

Da bismo proverili realnost dobijenih podataka, tj. sistematičnost nadjernih godišnjih krivih promena, mi smo koristili Abbe-ov kriterijum /66/. Pokazalo se da kod vrednosti $\epsilon \cdot 10^6$ sistematski karakter postoji već pri nivou rizika 0,001. Kod podataka a iz noćne sondaže postoji sistematičnost pri nivou rizika 0,05, dok kod ostala dva pri 0,001. Razlika dnevnih i noćnih podataka pokazuje sistematski uticaj pri nivou rizika 0,01.

Vidimo, dakle, da smo jednačinom oblika (22) veoma dobro prikazali promenu indeksa prelamanja sa visinom. Empirijskim putem izvedena vrednost a (≈ 850) može se dobiti i iz teorijskog izraza (26). Stavimo li u ovaj izraz: $r_0 = 6360337$ gpm (poluprečnik Zemlje na $\varphi = +44^\circ 48'$ i na $H = 246$ m), $\Gamma_h = 0,034$ C/m, $\Gamma = -0,1$ C/m (srednji vertikalni temperaturski gradijent za atmosferu do 70 km visine) i $T_s = 262^\circ$ K (srednja temperatura vazdušnog omotača do 70 km visine), dobijamo za a vrednost od 850.



Sl. 11. Godišnja promena vrednosti 10^6 i a iz formule (22) na osnovi podataka dnevne (puna linija), noćne (isprekidana linija) i srednje (isprekidana linija sa tačkama) sondaže.



Kao što smo već rekli, Krylov /9/ predpostavlja da je Newton prvi iskoristio vezu (22), i da je pri tom za a uzeo vrednost 800. Vidimo da iz neposrednih aeroloških podataka sleduje vrednost od oko 850. Ovo je prvi put - kako nam je poznato - da se ova Newton-ova predpostavka proverava iz direktnih merenja. Vidimo da je Newton-ova procena bila veoma dobra.

4.2. Promena vrednosti A sa visinom. - Na osnovi meteoroloških podataka izveli smo vrednosti A za sve tri grupe podataka, posebno za svaki mesec.

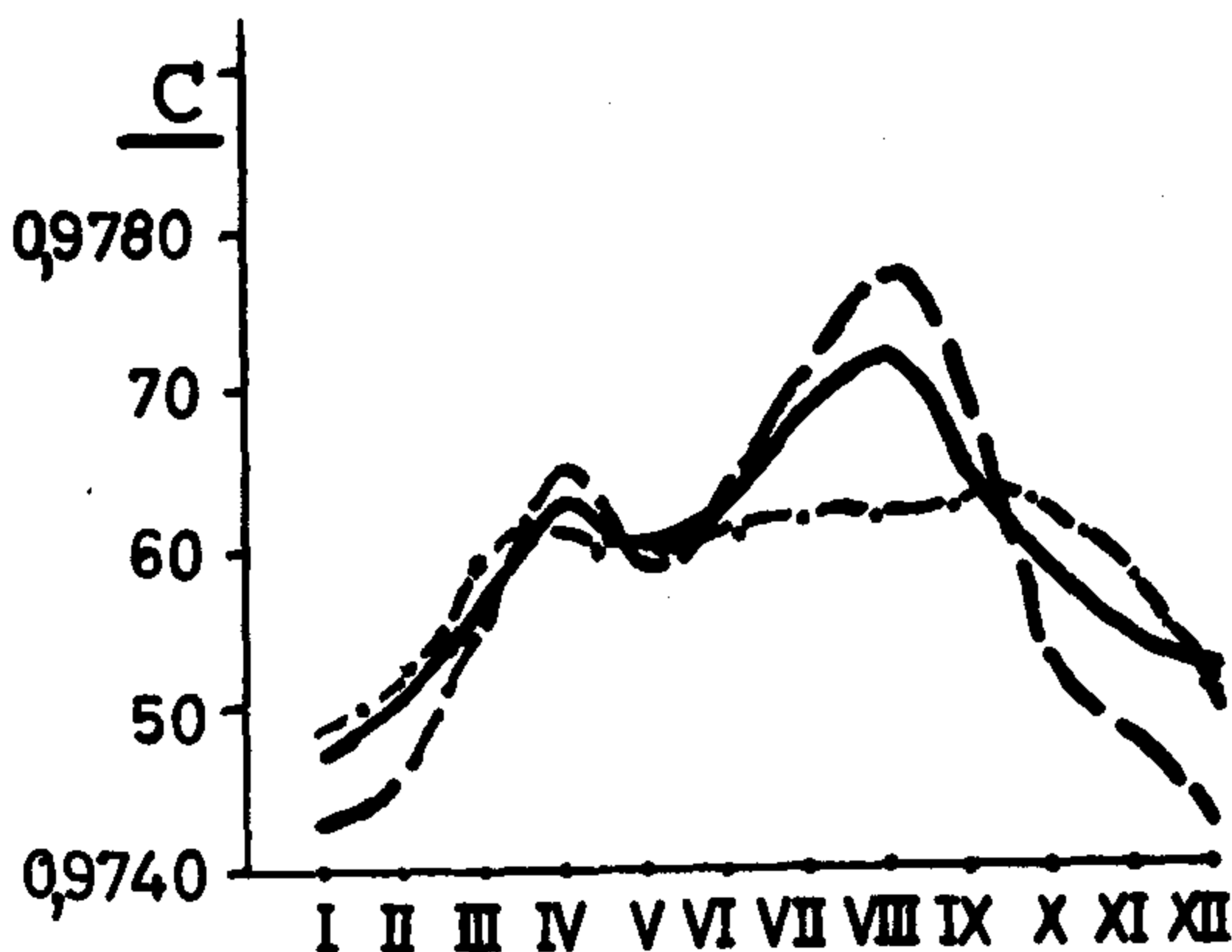
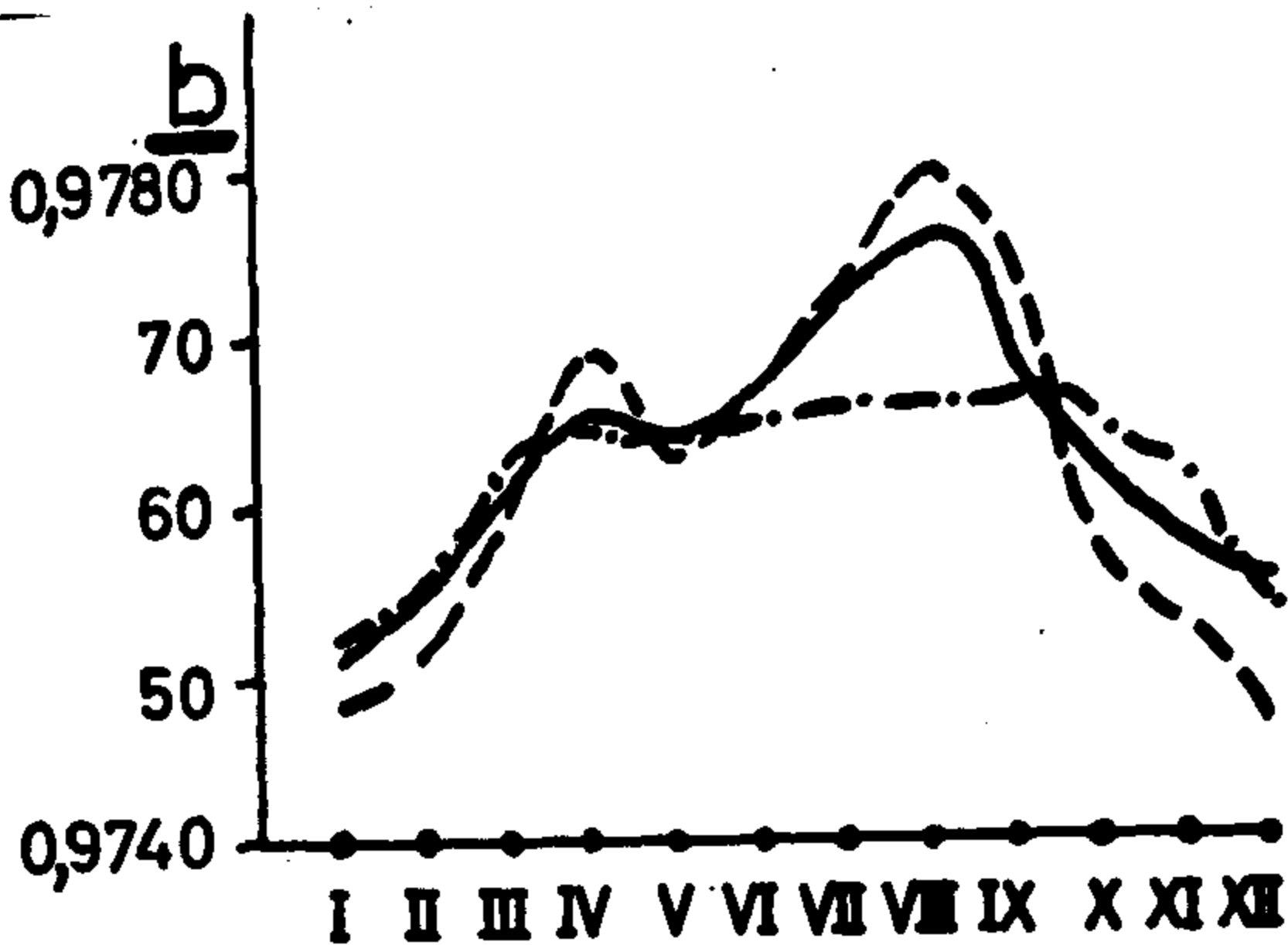
Predpostavili smo da izmedju A i s postoji ova veza

$$A = b e^{-cs}$$

(51)

Tablica 15. Vrednosti b i c iz izraza (51) za razne mesece i za razne sondaže.

mesec	b			c		
	888 dnevna	noćna	srednja	dnevna	noćna	srednja
I	0,97510	0,97477	0,97524	0,97467	0,97433	0,97481
II	548	507	554	506	464	512
III	607	596	630	566	555	589
IV	665	687	648	626	648	608
V	635	632	644	596	592	604
VI	670	672	648	631	633	609
VII	731	744	658	694	706	620
VIII	761	802	662	724	766	624
IX	680	729	667	642	692	629
X	615	559	655	575	519	615
XI	577	527	625	536	460	585
XII	565	471	540	523	427	497
Sr. vr.	0,97835	0,97503	0,97616	0,97799	0,97460	0,97575



Sl.12. Godišnja promena vrednosti b i c iz formule (51) na osnovi podataka dnevne (puna linija), noćne (isprekidana linija) i srednje (isprekidana linija sa tačkama) sondaže.

gde su \underline{b} i \underline{c} konstantne vrednosti. I ova jednačina se može pretvoriti u linearnu regresionu jednačinu, s kojom smo se služili pri radu.

Podaci iz neposrednih merenja pokazali su da jednačina (51) sa veoma visokom korelacijom ($r_y \approx -1$) predstavlja promenu vrednosti A sa visinom. To nas je i navelo da pomoću ove veze uprostimmo rešavanje integrala refrakcije.

Da bismo pokazali godišnje vrednosti promene A , mi smo \underline{b} i \underline{c} izravnali metodom težišta. Ovako izravnanate vrednosti sadrži Tablica 15 (na str.58) i Sl. 12 (na str.58).

Kao što se vidi postoji izvesno godišnje kolebanje vrednosti \underline{b} i \underline{c} . Abbe-ov kriterijum ukazuje na sistematski karakter ovih promena pri nivou rizika 0,01. Između dnevnih i noćnih sondaža, međjutim, nema nekih istaknutih razlika.

Pesmatrajući krive promene \underline{b} i \underline{c} vidimo da je maksimum negde u avgustu, sekundarni maksimum u aprilu, minimum u januaru, a sekundarni minimum u maju. Kod srednjih podataka tok krive nije istaknut kao kod noćnih i dnevnih podataka.

Grubo uzevši \underline{b} i \underline{c} su jednaki jedinici, tako da se može reći da je $\ln A = -s = 1 - r/r_0$.

4.3. Vrednosti prave refrakcije. - Pošto su nam poznate vrednosti \underline{a} , \underline{b} , \underline{c} i $\underline{\epsilon}$, mi smo u mogućnosti da na osnovi (59) izračunamo $w(i)$, a zatim, koristeći (63), i samu vrednost ξ_i^h . Svakako je potrebno da se pojedini elementi utabliče da bi se olakšala izračunavanja refrakcijskog uticaja. Potpuna analiza načina primene izraza (63), zajedno sa tablicama, biće, zbog njine obimnosti, predmet jednog posebnog rada. Ovde ćemo se zadržati na nekim opštim karakteristikama refrakcijskog uticaja za vrednosti zenitskih daljina do 60° . U granicama od 0° do 60° zenitske daljine obuhvaćene su skoro sva merenja u meridijanskoj astrometriji.

Osnovne vrednosti za računanje refrakcijskog uticaja pokazuju dnevna i sezonska kolebanja. Postavlja se pitanje kolika je veličina dnevne i sezone promene refrakcije? Šta se podrazumeva pod pojmovima dnevna i sezonska promena refrakcije? Ako pretpostavimo da pri svim našim merenjima u toku dana i godine imamo istu temperaturu, barometarski pritisak i vlažnost vazduha, tada se pitamo da li ima neke razlike u refrakcijskom uticaju pri posmatranju, na primer, u 0^h i 19^h , ili, recimo, u januaru i avgustu. Mislimo, dakle, na promene ovakve vrste. Inače u toku dana i u toku godine menjaju se vrednosti \underline{t} , \underline{p} i \underline{f} što već donosi

885

Sondaža	Mesec	z			
		15°	30°	45°	60°
Noćna	I			56,236	97,256
	VIII			56,234	97,245
	XII			56,236	97,256
Dnevna	I	15,081	32,487	56,236	97,255
	VIII			56,234	97,247
	XII			56,235	97,253
Srednje	I			56,236	97,255
	VIII			56,235	97,250
	XII			56,236	97,254
Pulkovske tabl.		15,054	32,430	56,122	96,986

Tablica 16. Vrednosti refrakcije na osnovi izraza (63) za $z=15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ i 60° i za pojedine sondaže u januaru, avgustu i u decembru. Poslednji red sadrži vrednost refrakcijskog iznosa prema Pulkovskim tablicama refrakcije.

Uzmimo srednje godišnje vrednosti temperature (+11,8 C), barometarskog pritiska (741,1 mm Hg) i relativne vlažnosti (70%) i pretpostavimo da vazduh može imati ovakve pokazatelje svakog trenutka u toku dana i u toku godine. Ovom meteorološkom stanju odgovara $(n_{-1}) = 0,0002732$. U Tablici 16 dajemo vrednosti za $z=15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ i 60° , i za pojedine sondaže u januaru, avgustu i u decembru. Izabrali smo ove mesece zato što je u avgustu uvek najveća apsolutna vrednost sezonskog uticaja. Kod podataka noćne sondaže u decembru je apsolutna vrednost sezonskog uticaja najmanja, dok kod podataka dnevne sondaže i srednje sondaže januar preuzima ovu ulogu. Dakle, ovi meseci predstavljaju mesece najvećeg i najmanjeg uticaja sezonske promene refrakcije. Na kraju Tablice dajemo vrednost refrakcijskog uticaja prema Pulkovskim tablicama.

Vidimo da do 30° znatne daljine ne postoji sezonski i dnevni uticaj. Na $z=45^\circ$ između januara i avgusta postoji sezonski uticaj od 0,002, i dnevni od 0,001. Uticaji se povećavaju kao što to pokazuju podaci za $z=60^\circ$. Kod noćnih podataka najveći sezonski uticaj je 0,011, a kod dnevnih 0,008. Dnevna razlika u januaru iznosi 0,001, u avgustu 0,002, i u decembru 0,003. Dnevni uticaj je, dakle, dosta malen - skor zanemarljiv, dok je sezonski uticaj znatan - dostiže vrednost od 0,01.

Harsner /14/ je bio prvi koji je dao tablice za računanje sezonske i dnevne promene refrakcije. Te promene su bile veoma velike i zato su i unete u Pulkovske tablice refrakcije (Treće izdanje). Za slučajeve iz naše Tablice 16 dobili bi ove

vrednosti: kod noćne sondaže razlika između avgusta i januara iznosi $0;240 \text{ tg } z$, a kod dnevne sondaže $0;139 \text{ tg } z$. Za dnevni period refrakcija se promeni za oko $0;150 \text{ tg } z$.

Banachiewicz je primetio da je Harzer progredžio u računanju dnevnog uticaja i zato je Harzer izradio nove tablice za računanje promene refrakcije dnevnog karaktera/67,68/. Sada se dnevni uticaj osetno smanjio (do $z=70^\circ$ dnevni uticaj se kretao u granicama od $+0;027 \text{ tg } z$ do $-0;045 \text{ tg } z$), ali prema Banachiewicz-u /69/ ni ove vrednosti ne mogu da zadovolje. Prema njegovom mišljenju osetan uticaj doba dana ne može se pripisati karakteristikama atmosfere, već drugim nepoznatim uzrocima. Harzer /70/ nije prihvatio ovu novu primedbu Banachiewicz-a. Koebcke /71/ ponovo analizira Harzer-ove tablice refrakcije i smatra da su iluzorne ne samo dnevne nego i sezonske promene refrakcije kako je to dao Harzer. Na osnovi kritike Banachiewicz-a i Koebcke-a, iz Pálkovskih tablica refrakcije izbačene su Tablice za dnevni i sezonski uticaj /72/.

Kasnije ovom problemu - kako nam je poznato - nije posvećena pažnja. Sugawa /27/ je izveo iz aerološkog materijala promenu refrakcije u toku godine ali zbog načina računanja nije moguće izdvojiti sezonske uticaje kako smo ih mi definisali. Zato smatramo da smo mi prvi dali odgovor, na osnovi kompletnog aerološkog materijala, na pitanje u vezi sa sezonskim i dnevnim promenama refrakcije. Vidimo da je Banachiewicz-eva primedba bila, praktično uzevši, opravdana, jer su dnevne promene skoro zanemarljive. I Koebcke je imao pravo kad je kritikovao veličinu sezonskih promena u Harzer-ovim tablicama. Time automatski sleduje opravdanost što su te tablice izbačene iz upotrebe.

Kao što smo videli iz Tablice 13 koeficijentat k menja se između krajnjih spektralnih klasa B_0 i M_5 za $0,0008219$. To znači da je amplituda hromatske refrakcije

$$\Delta \xi_1^h = 0,0008219 \frac{n_0 - 1}{\sin 1''} (\text{tg } z + \sum m_i w(i) \sin^i z) \quad (89)$$

Za srednje godišnje vrednosti meteoroloških podataka, kad je $n_0 - 1 = 273,2 \cdot 10^{-6}$ dobijamo

$$\Delta \xi_1^h = 0;046 (\text{tg } z + \sum m_i w(i) \sin^i z) \quad (90)$$

Vidimo, dakle, da hromatska refrakcija može u znatnoj meri da utiče na merene podatke.

4.4. Uporedjenje sa vrednostima drugih autora.-

U donjem redu Tablice 16 dajemo odgovarajuće vrednosti refrakcij-

skog uticaja prema Pulkovskim tablicama refrakcije. Vidimo da su naše vrednosti uvek veće. To je najvećim delom posledica veće vrednosti koeficijenta ispred $\operatorname{tg} z$ - prvog člana u refrakcijskom nizu. Za normalne atmosferske uslove koeficijent ispred $\operatorname{tg} z$ iznosi kod nas $60''295$, a kod Pulkovskih tablica $60''150$ (računata na osnovi podatka u radu /55/). To znači da odstupanje potiče od vrednosti n_0 , jer kao što znamo u našem osnovnom izrazu (60) koeficijent ispred $\operatorname{tg} z$ je $\ln n_0$ (izražen u radijanima). Sistem vrednosti n prema Borell-ovoj formuli (17) daje veće vrednosti (za oko $0,2 \cdot 10^{-6}$) nego odgovarajući Harzer-ov izraz /13/, a pošto Harzer-ove i Pulkovske tablice pokazuju dobro slaganje /55/ to je i razumljivo da su naše refrakcijske vrednosti veće od pulkovskih. Ova već opravdava odstupanja reda $0''04 - 0''05$ pri $z = 45^\circ$.

Odstupanja svakako ne potiču samo od sistema vrednosti n . Jedan od glavnih uzroka neslaganja treba tražiti i u različitom predstavljanju uticaja atmosfere kao celine na svetlosni zrak. U tome se i autori najviše razilaze.

Dosad je bio običaj da se nove tablice refrakcije uporede sa već postojećim, i da se na taj način sudi o njihovoj realnosti. To su uradili i Willis /21/ i Sugawa /27/ i Blažko /22/ i Löser /18/, koji su koristili aerološki materijal. Upoređenja su vršena u odnosu na Pulkovske i Radau-vljeve koje su dobijene su čisto teorijskim putem.

Willis-ove vrednosti refrakcije razlikuju se od pulkovskih u srednjem za oko $-0''106$. Ovu razliku autor pripisuje razlici gravitacije na dvema opservatorijama (Pulkovo i Vašington).

Sugawa je svoje vrednosti uporedio sa Radau-vljevim tablicama. Konstatovao je da su njegove vrednosti uvek manje od Radau-vljeva. Na $z = 45^\circ$ razlika je oko $4-5''$. Razlike su inače, grubo uzevši, proporcionalne sa $\operatorname{tg} z$. Autor nije u mogućnosti da kaže da li ta odstupanja potiču od esencijalne razlike između dva sistema ili uzrok treba tražiti u tome što je atmosfera posmatrana samo do 20 km visine.

Blažko je uzeo numeričke vrednosti samo prvih članova refrakcijskog niza i ovako dobijene vrednosti dobro se slažu sa vrednostima iz Pulkovskih tablica.

Löser, na osnovi Emden-ove formule refrakcije, dobio je veće vrednosti refrakcije nego što to daje Radau. Na $z = 60^\circ$ razlika iznosi $+0''01$, ali, prema Löser-u, ova razlika je veća jer nisu uzeta odgovarajući vertikalni temperaturni gradijenti. Korišćen je aerološki materijal do 30 km visine.

Vidimo da kod svih četiri autora postoje odstupanja

od klasičnih tablica. Da je Blažko uzeo u obzir i više članova refrakcijskog niza, on bi sigurno odstupio od Pulkovskih vrednosti i dobio bi veće iznose. Time je ustvari Blažko dokazao da su Pukovske tablice refrakcije samo prva aproksimacija relanog stanja.

Manje vrednosti refrakcije u tablicama Willis-a i Sugawa-e treba tražiti u zanemarivanju uticaja viših slojeva atmosfere. Slojevi do 20 km visine daju samo oko 93% ukupnog refrakcijskog uticaja /61/. Takvim zanemarivanjem možemo falsifikovati refrakciju na $z=45^\circ$ za oko 4-5" - a to je ono što je i Sugawa iskazao.

Refrakcija po Willis-u ne slaže se sa Pulkovskim podacima ni onda ako se izvrši prelaz na određenu geografsku širinu i nadmorsku visinu. Nije to, dakle, isključivi razlog odstupanja. Nažalost, iz Willis-ovog rada nije moguće u potpunosti suditi o tome do koje mere je uzet u obzir uticaj viših slojeva atmosfere. Ali pošto su korišćen^o aerološki podaci iz perioda od 1900 do 1912 (podatak iz rada /27/) treba predp^{ostav}eti da atmosfera nije u celini uzeta u obzir. Time bi se mogao objasniti jedan deo odstupanja.

Löser je dobio veće vrednosti refrakcije od klasičnih, ali bi te razlike bile još veće da je uzeo u obzir i slojeve iznad 30 km visine. Slojevima do 30 km visine, prema Zverjevu /61/, obuhvaćemo je svega 98,5 % celokupne normalne refrakcije.

Vidimo da se refrakcioni uticaj računat na osnovi aeroloških podataka razlikuje od klasičnih. To svakako ukazuje na to da je neophodno izvršiti reviziju načina računanja refrakcije. Mesto klasičnih teorijskih tablica refrakcije treba koristiti tablice zasnovane na stvarnim podacima o strukturi atmosfere. A pri tome uzeti u obzir i lokalne karakteristike atmosfere.

Refrakcijske tablice treba svakako proveriti u praksi. Pitanje je, međutim, da li se tablice mogu korigovati na osnovi astronomske merenja. Nije reč samo o linearnoj ^{promeni} refrakcionog uticaja (mislimo na promenu konstante refrakcije iz astronomske merenja ili na promenu vrednosti n kao što to predlaže Socher /13/) nego i o promenama unutar samih sistema refrakcije. Kako razdvojiti u astronomskim merenim podacima efekte refrakcije od drugih uticaja? Pitanje traži odgovor.

4.5. Tačnost računanja prave refrakcije. - Tačnost refrakcijskog uticaja računatog na osnovi formule (63) zavisi od tačnosti osnovnih podataka k , n_0 , z i $w(i)$.

Naši termometri daju temperaturu sa tačnošću od $\pm 0,1$ C, a barometar očitavamo sa tačnošću od $\pm 0,1$ mm Hg. Koliki je efekat ovih grešaka merenja na vrednost n_0 ? Promena je, prema formuli (19), reda $0,1 \cdot 10^{-6}$, što u vrednosti $(n_0 - 1) \text{ cosec } 1''$ izaziva promenu od $\pm 0,0206$, tako da se u refrakciji pojavljuje greška od

$$\pm 0,0206 (\text{tg } z + \sum m_i w(i) \sin^i z) \quad (19)$$

Da bi izbegli grešku veću od $\pm 0,001$ potrebno je da se izraz $(\text{tg } z + \sum m_i w(i) \sin^i z)$ daje sa tačnošću od $0,00001$, a kod većih vrednosti z i sa $0,000001$. To znači da nije dovoljno dati z sa tačnošću od jedne lučne minute.

Ako uzmemo u obzir i nesigurnosti u vrednostima k , $W(i)$ i u formuli za računanje n_0 , sigurno je da refrakciju ne možemo dati sa tačnošću većom od $0,01$. Najrealnije je pretpostaviti da refrakcioni uticaj poznajemo sa tačnošću od nekoliko stotih delova lučne sekunde.

Sve ovo ukazuje da računanju refrakcije treba posvetiti istaknutu pažnju. Problemi u vezi s tim ni izdaleka nisu rešeni.

4.6. Zaključak. - U ovoj glavi dali smo vrednost prave refrakcije u Beogradu na osnovi aeroloških podataka datih u 2. glavi ovog rada.

U 4.1. uspostavljena je korelacijska veza eksponencijalnog karaktera izmedju indeksa prelamanja i visine (odnosno vrednosti $s = r/r_0 - 1$). Pokazalo se da izraz (22) sa veoma visokim stepenom korelacije ($r_y = -0,99$) daje vezu izmedju n i s . Postoji jasno istaknuta sezonska i dnevna promena kod ove veze (vidi Tablicu 14 i Sl.11), čija je realnost proverena Abbe-ovim kriterijumom. Krylov /9/ pretpostavlja da je Newton prvi koristio vezu tipa (22), samo sa nešto izmenjenom vrednošću a . Ovo je prvi put da se ova Newton-ova pretpostavka proverava na osnovi neposrednih meteoroloških merenja. Empirijskim putem izvedena vrednost a može se dobiti i iz našeg teorijskog izraza (26).

Izmedju vrednosti $A (= r_0 n_0 / rn)$ i a uspostavljena je veoma visoka korelacija ($r_y \approx -1$) eksponencijalnog karaktera (paragraf 4.2.). I ovde postoji sezonska i dnevna promena (vidi Tablicu 15 i Sl.12), čija je realnost proverena.

U paragrafu 4.3. dajemo vrednost prave refrakcije u Beogradu za zenitske daljine do 60° . Ako pogledamo tablicu 16 vidimo da su dnevne promene male, skoro zanemarljive, a da su sezonske izmene osetnije. Na osnovi ove potpune analize možemo

reći da je Harzer imao pravo kada je pretpostavio da postoji sezonska i dnevna promena refrakcije, ali su isto tako imali pravo i Banachiewicz i Koebcke koji su osporili veličinu tih promena u Harzer-ovim tablicama. -Veličina amplitude hromatske refrakcije je oko $0,046 \text{ tg } z$.

Naše vrednosti refrakcije upoređili u § 4.4. sa vrednostima drugih autora. U Tablici 16 vidimo da su naše vrednosti refrakcije uvek veće od Pulkovskih. Koristeći dosadašnja ispitivanja refrakcije na osnovi aeroloških merenja drugih autora, pokazujemo da je neophodno izvršiti reviziju načina računanja refrakcije. Istovremeno ukazujemo na nedostatke dosadašnjih naliza refrakcije na osnovi aeroloških merenja. Ove analize nisu bile potpune.

U paragrafu 4.5. dajemo podatke o mogućoj tačnosti računanja prave refrakcije. Realno je pretpostaviti da sada refrakciju ne možemo dati sa tačnošću većom od $\pm 0,01$. To ukazuje da računanju prave refrakcije treba posvetiti istaknutu pažnju.

5. ANOMALIJE REFRAKCIJE U BEOGRADU

5.1. Srednji nagibi vazdušnih slojeva.- U tablici 12 dali smo podatke o vetru iznad Beograda. Srednji podaci o brzini i pravcu vetra mogu se smatrati reprezentativnim i zato ćemo ih iskoristiti za određivanje srednjih nagiba vazdušnih slojeva. Ovakvo dobijene vrednosti β usvojićemo za srednje godišnje nagibe slojeva.

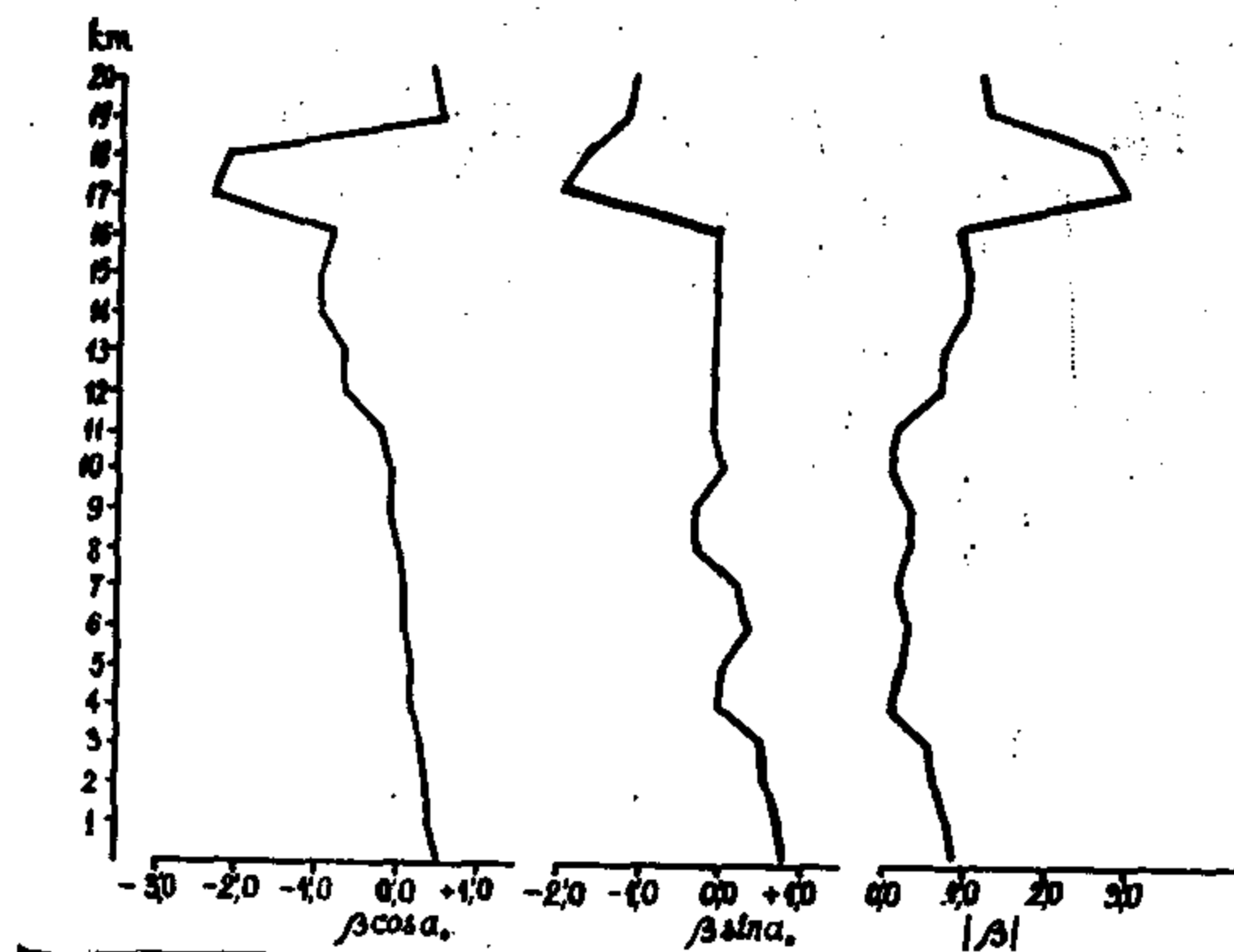
Visina km	$\beta \cos a_0$	$\beta \sin a_0$	a_0	$ \beta $
Tlo	+0,5	+0,8	58°	0,9
1	+0,4	+0,7	58	0,8
2	+0,4	+0,6	59	0,7
3	+0,3	+0,5	60	0,6
4	+0,2	0,0	00	0,2
5	+0,2	0,0	00	0,2
6	+0,1	+0,3	66	0,3
7	+0,1	+0,2	75	0,2
8	0,0	-0,3	270	0,3
9	-0,1	-0,3	256	0,3
10	-0,1	0,0	180	0,1
11	-0,2	-0,1	212	0,2
12	-0,7	-0,1	190	0,7
13	-0,7	-0,1	190	0,7
14	-1,0	-0,1	187	1,0
15	-1,0	-0,1	189	1,0
16	-0,9	-0,1	189	0,9
17	-2,3	-2,0	185	3,0
18	-2,1	-1,7	185	2,7
19	+0,5	-1,2	292	1,3
20	+0,4	-1,1	290	1,2

Tablica 17. Vrednosti

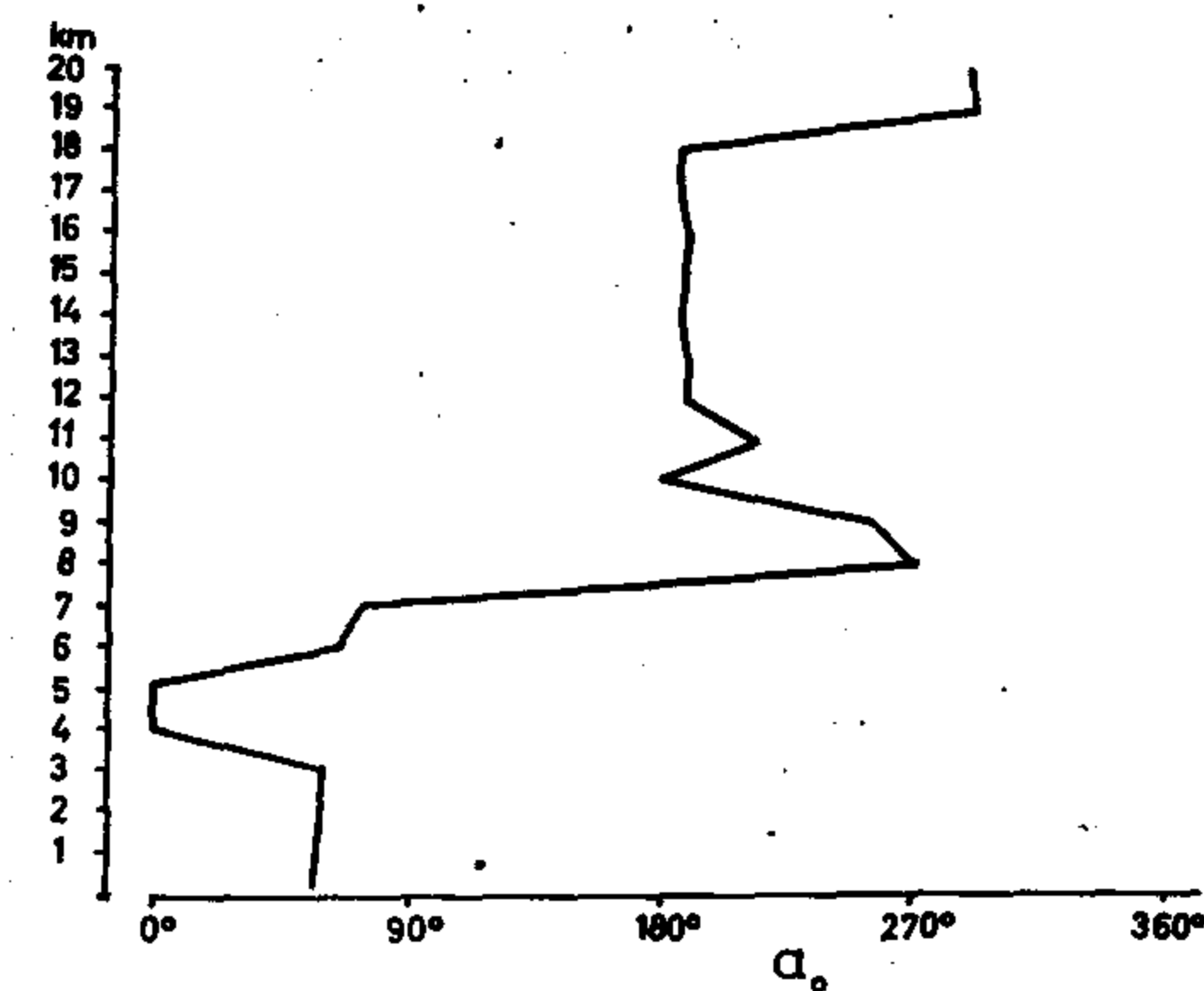
$\beta \cos a_0, \beta \sin a_0, a_0$ i $|\beta|$
na osnovi formula (87)
i podataka iz Tablice
12, na pojedinim visinama.

Koristeći podatke iz Tablice 12 i formulu (87), izračunali smo komponente $\beta \cos a_0$ (upravni meridijana) i $\beta \sin a_0$ (u ravni prvog vertikal a), kao i apsolutnu vrednost nagiba β i azimut refrakcijskog zenita a_0 . Ovi podaci su izvedeni za svaki km visine od tla do 20 km visine, i dati su u Tablici 17 i na Sl.13 (na str.67).

Pozitivne vrednosti $\beta \cos a_0$ označavaju da je u ravni meridijana severna strana vazdušnog sloja uzdignutija. Znak



Sl.13. Vrednosti
 $\beta \cos a_0$, $\beta \sin a_0$,
 a_0 i $|\beta|$, na osnovi
formula (87) i
podataka iz Tablice
12 na pojedinim
nivoima visinama.



+ kod $\beta \sin a_0$ pokazuje da u ravni prvog vertikalna istočna strana sloja uzdignutija. Na osnovi ovog kriterijuma odredili smo i vrednost ezimuta refrakcijskog zenita. Ako je, naprimer, severna strana sloja uzdignutija, to znači da je refrakcijski zenit južno od geografskog zenita.

Vidimo da do 7 km visine refrakcijski zenit je u prvom kvadrantu (azimut od 0 od 90°), od 7-8 km visine u trećem (azimut od 180° do 270°), a iznad toga u četvrom kvadrantu (azimut od 270° do 360°). Do 16 km visine nagib β je manji od $1,0$, a na 17 km dostiže svoj maksimum od $3,0$. Promena znaka $\beta \cos a_0$ i $\beta \sin a_0$ je na oko 8 km visine, što je sa meteorološke tačke gledišta potpuno opravdano.

Svakako da se ovo stanje slojeva menja iz časa u

čas, iz dana u dan, iz sezone u sezonu. Zbog promene temperatur-
skih uslova u toku dana dođazi do promne položaja slojeva iste
gustine. Kao što smo konstatovali kod analize naših osnovnih
meteoroloških podataka, dnevne razlike temperature jasno su
istaknute u prizemnom sloju, a manje na većim visinama. Zgrade,
teren i biljni pokrivač različito deluju na promene temperature,
što dovodi do različitih položaja prizemnih slojeva vazduha. Te
promene nagiba slojeva strogo su lokalnog karaktera i traže naro-
čita ispitivanja.

Postoji takodje i sezonska promena nagiba slojeva.
I ovde je najveći uticaj u prizemnom sloju. Javno je da su i ove
promene strogo lokalnog karaktera.

Uzimajući u obzir i dnevne i sezonske promene
nagiba slojeva, možemo konststovati da je vrednost I_2' po formuli
(69) pri normalnim uslovima atmosfere potpuno zanemarljiva veli-
čina, tako da ϑ_2 (67) zavisi samo od stanja prizemnog sloja. U
slučaju da i postoji neki ^{veliki} nagib prizemnog sloja β_0 , član I_2'
zavisiće isključivo od β_0 . Vrednost $\sum \sin^j z I_2' \cos a_{oi}$ odnosno
 $\sum \sin^j z I_2' \sin a_{oi}$ zanemarljiva je (dobija se iznos manji od
0,001) - za zenitske daljine do 60° - ako $\beta \cos a_0$ odnosno $\beta \sin a_0$
ne prelazi vrednost od $10''$. Pri normalnim srednjim atmosferskim
uslovima svakav nagib ne treba očekivati. Ovakav zaključak,
međjutim, mogu u potpunosti da izmene nepodesne karakteristike
terena i dejstva okolnih zgrada.

Brkić /30/, iz posmatračkih podataka sakupljenih
na pasažnom instrumentu Astronomske opservatorije u Beogradu,
izvodi srednji nagib slojeva od $3,4$. "refrakcionim dejstvom zgrade
Velikog refraktora moguće je objasniti ovaj nagib. Do sličnog
zaključka je došao i Ševarlić /35/ prilikom analize podataka
geografske širine Beograda. Smatra da u ranijim večernjim časo-
vima postoji nagib prizemnih izopikni od nekoliko lučnih minuta,
koji u toku noći, prelazeći kroz ravnotežno stanje, menja znak u
jutarnjim časovima. Ovo se može objasniti uticajem zgrada severno
od Astrogeodeskog paviljona. Uveče su slojevi nagnuti ka jugu,
a ujutru ka severu.

Pri nagibu od $3,4$ u potpunosti možemo zanemariti
član koji sadrži I_2' , tj. ne treba uopšte da vodimo računa o
položaju slojeva iznad Astrogedeskog paviljona, gde se nalaze
pasažni instrument i zenit-teleskop. Ovim zanemarljivanjem mi sigurno
nismo dostigli vrednost od $0,001$.

5.2. Nagibi slojeva iste gustine za vreme nekih
karakterističnih strujanja. - Kao što smo već rekli, Dobrilović

Grupa	\vec{V}_x		V_s	V_R	P	δ	g	q'
	o	m/s	m/s	m/s	o	m/s	%	%
Prizemni sloj								
I	340	14	3,99	3,18	309	3,76	80	72
II	60	10	4,61	4,53	54	3,42	98	87
III	120	20	6,03	5,72	125	4,66	95	85
IV	110	16	5,50	5,02	146	4,03	91	85
850 mb								
I	320	23	8,44	5,92	346	7,41	70	67
II	100	18	9,05	6,96	76	7,29	77	78
III	140	15	6,29	3,76	127	5,82	60	61
IV	220	22	8,26	6,83	224	6,51	83	80
700 mb								
I	320	33	9,88	5,35	334	9,93	54	53
II	340	27	9,22	4,79	53	9,71	52	50
III	300	18	7,07	1,73	209	8,04	24	24
IV	250	23	11,19	9,60	242	8,34	86	83
500 mb								
I	10	48	14,38	5,89	308	15,35	41	40
II	350	38	11,89	2,27	357	14,00	19	18
III	320	40	10,11	4,07	262	11,37	40	38
IV	250	46	16,38	14,14	251	12,10	86	83

Tablica 18.
Podaci o vetrovima na pojedinim nivoima za vreme nekih strujanja iznad Jugoslavije.

/49/ je detaljno analizirao slučajeve kada je Jugoslavija zahvaćena jednim jednorodnim strujanjem. Kod ove analize pošlo se uvek od karakterističnih prizemnih vetrova. Za četiri grupe slučajeva strujanja (karakteristike prizemnih vetrova tih slučajeva dali smo već ranije) Dobrilović daje podatke koje prikazujemo u Tablici 18. Oznake su: \vec{V}_x apsolutni maksimalni vektor vetra, $V_s = \sum V/N$ srednja brzina vetra, V je intenzitet vektora vetra \vec{V} , N broj slučajeva, $\vec{V}_R = \sum \vec{V}/N$ srednji vektor vetra, V_R intenzitet srednjeg vektora vetra, P azimut srednjeg vektora vetra, $\delta = \sum v^2/N$ standardna vektorska devijacija, v intenzitet vektora razlike $\vec{v} = \vec{V} - \vec{V}_R$, q postojanost vetra $q = V_R/V_s \cdot 100$, q' postojanost vetra $q' = \delta/V_R \cdot 100$.

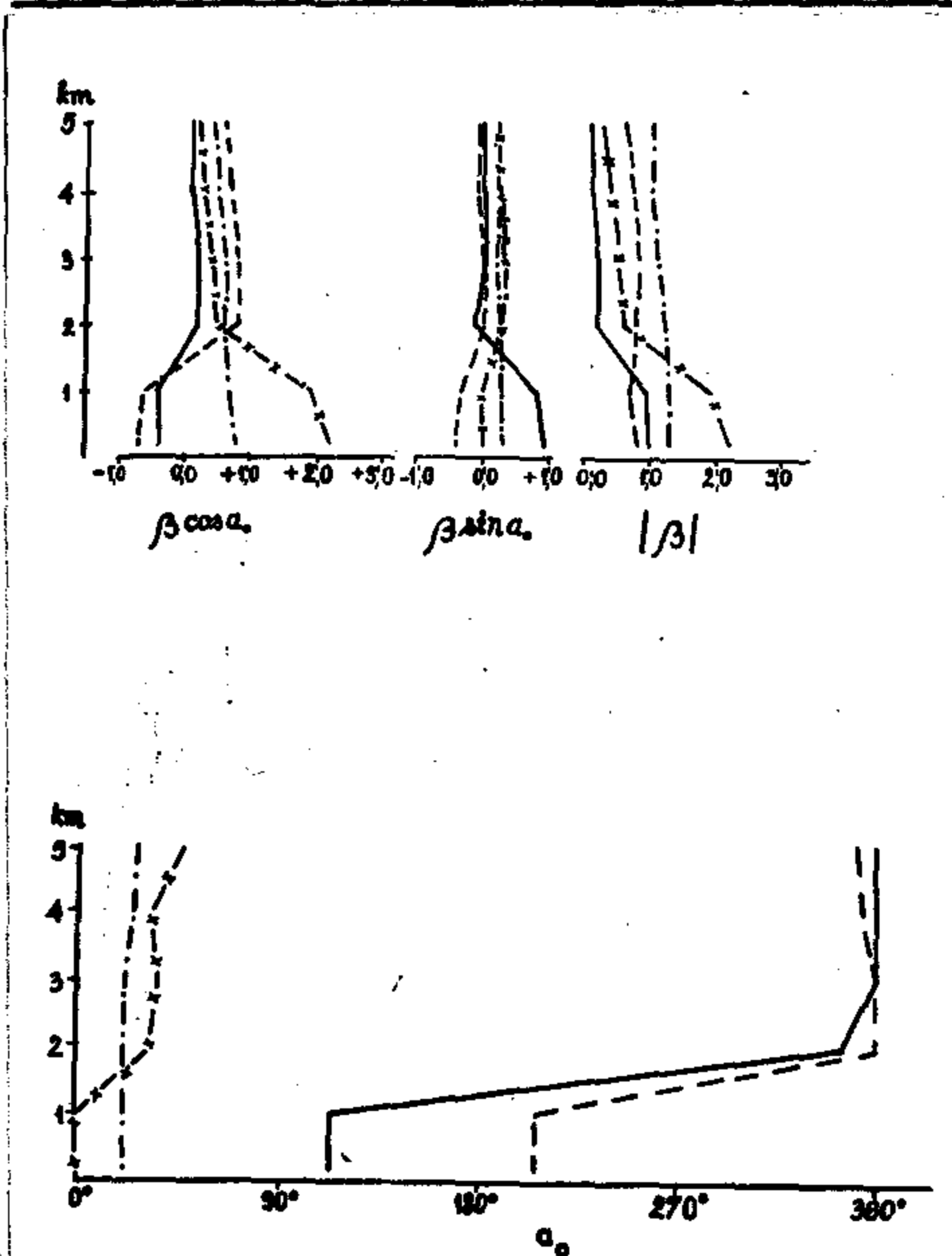
Tablica veoma slikovito ilustruje osobine ovih izabranih strujanja. Opšta karakteristika je da se brzina vetra povećava sa visinom i da se smer vetra uglavnom rasipa sa visinom. To pokazuju i vrednosti q i q' . Izuzetak čini IV. grupa. Kod nje je najmanje rasipanje smera i postojanost q i q' je ^{uvek} iznad 80%. Sa takvom stabilnošću ne može da se pohvali ni jedna druga grupa.

U vezi sa sezonskim promenama ovde datih veličina

Visina km	$\beta \cos a_0$	$\beta \sin a_0$	a_0	$ \beta $
I grupa				
Tlo	-0,4	+0,9	114°	1,0
1	-0,4	+0,8	115	0,9
2	+0,2	-0,1	344	0,2
3	+0,2	0,0	00	0,2
4	+0,1	0,0	00	0,1
5	+0,1	0,0	00	0,1
II grupa				
Tlo	-0,7	-0,7	207	0,8
1	-0,6	-0,3	208	0,7
2	+0,8	0,0	00	0,8
3	+0,8	0,0	00	0,8
4	+0,7	-0,1	353	0,7
5	+0,6	-0,1	352	0,6
III grupa				
Tlo	+0,8	+0,3	22	0,8
1	+0,7	+0,3	22	0,8
2	+0,6	+0,3	22	0,7
3	+0,6	+0,2	23	0,6
4	+0,5	+0,2	25	0,5
5	+0,4	+0,2	26	0,5
IV grupa				
Tlo	+2,2	0,0	00	2,2
1	+1,9	0,0	00	1,9
2	+0,5	+0,3	33	0,6
3	+0,4	+0,3	37	0,5
4	+0,3	+0,2	34	0,4
5	+0,2	+0,2	48	0,3

Tablica 19. Vrednosti

$\beta \cos a_0, \beta \sin a_0, a_0$ i $|\beta|$,
na osnovi formula (87) i
podataka o srednjem vektoru
vetra V_s i P iz Tablice 18,
na pojedinim visinama za
vremenih strujanja iznad
Jugoslavije.



Sl.14. Vrednosti $\beta \cos a_0,$
 $\beta \sin a_0, a_0$ i $|\beta|$, na
osnovi formula (87) i poda-
taka o srednjem vektoru
vetra V_s i P iz Tablice 18,
na pojedinim visinama za
vreme nekih strujanja iznad
Jugoslavije. Oznake su:

- I grupa
- - - II "
- . - . - III "
- x - x - IV "

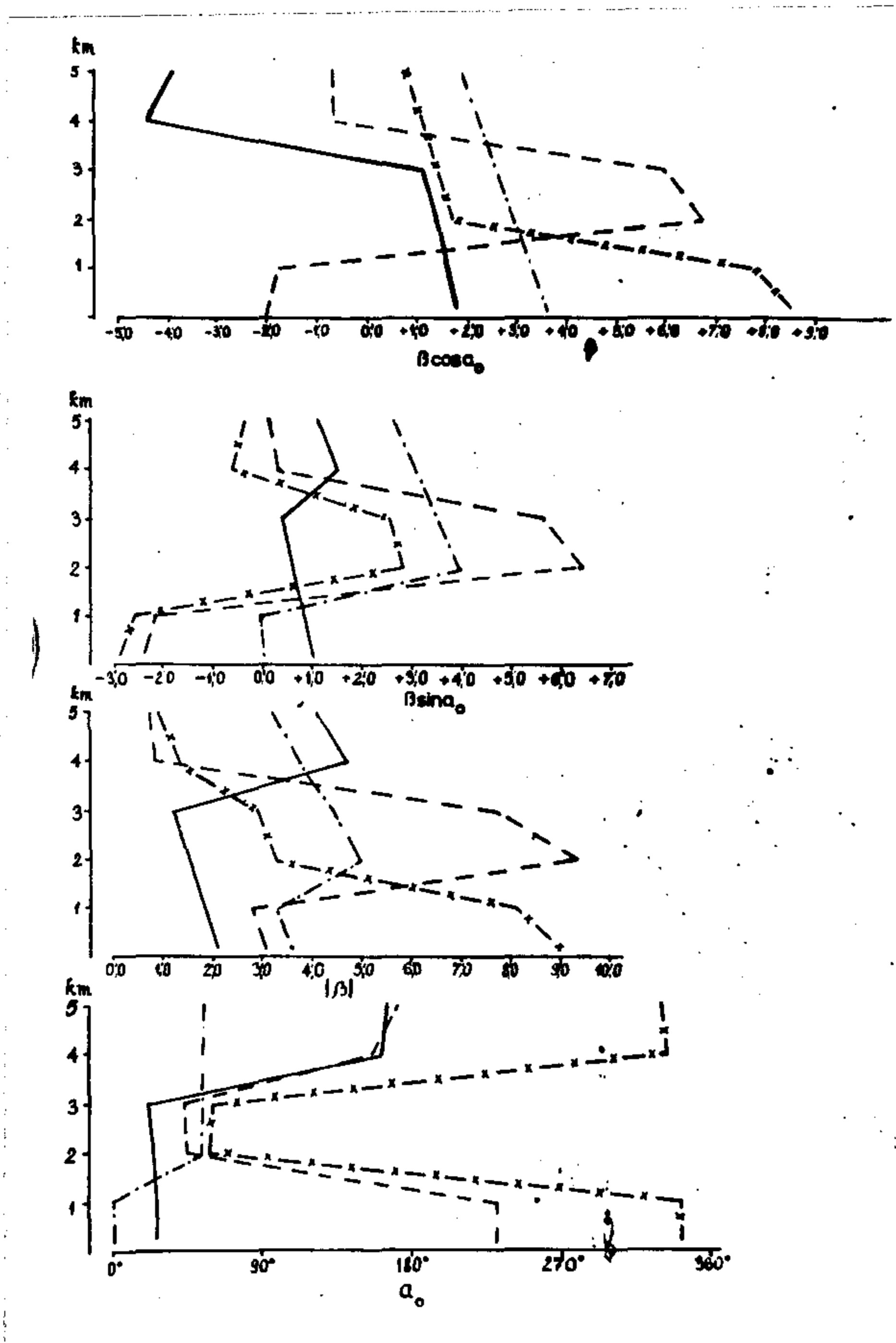
visina km	$\rho \cos a_0$	$\rho \sin a_0$	a_0	$ \beta $
I grupa				
Tlo	+1,8	+1,0	27°	2,1
1	+1,6	+0,8	27	1,8
2	+1,4	+0,6	24	1,5
3	+1,1	+0,4	21	1,2
4	-4,4	+1,5	162	4,7
5	-3,9	+1,1	165	4,1
II grupa				
Tlo	-2,0	-2,4	230	3,1
1	-1,8	-2,2	231	2,8
2	+6,7	+6,4	44	9,3
3	+5,9	+5,6	43	7,7
4	-0,7	+0,3	157	0,8
5	-0,7	+0,1	171	0,7
III grupa				
Tlo	+3,6	0,0	00	3,6
1	+3,3	0,0	00	3,3
2	+2,9	+3,9	54	4,9
3	+2,6	+3,5	53	4,4
4	+2,2	+3,0	54	3,7
5	+1,9	+2,6	54	3,2
IV grupa				
Tlo	+8,5	-2,9	341	9,0
1	+7,7	-2,6	342	8,1
2	+1,7	+2,8	59	3,3
3	+1,4	+2,5	60	2,9
4	+1,1	-0,6	333	1,3
5	+0,8	-0,4	331	0,9

Tablica 20. Vrednosti $\cos a_0$, $\sin a_0$, a_0 i $|\beta|$, na osnovi formula (87) i podataka o maksimalnom vektoru vetra V_x iz Tablice 18, na pojedinim visinama za vreme nekih strujanja iznad Jugoslavije.

treba reći sledeće: I grupa - smer vetra na određenoj visini nema sezonske promene; brzina vetra nema istaknutih promena sezonskog karaktera, ali ipak u hladnijim mesecima brzina je nešto veća; II grupa - postoji mali broj podataka, tako da je nemoguće dati detaljniju analizu; III grupa - ovo strujanje je samo u hladnijim mesecima; smer se ne menja u toku jeseni i zime, dok je brzina za oko 3 m/sek veća zimi; IV grupa - smer se menja, ali nije baš godišnjeg karaktera, najveće razlike su između zime i jeseni (zimi zapadnije za 30°, a u jesen 30° južnije od godišnjeg proseka); brzina je zimi veća a leti manja.

Temperatura vazduha do visine na kojoj se nalazi sloj od 300 mb svuda je manja pri strujanju grupa I i III, a u IV grupi veća od godišnjeg proseka. Vlažnost je na svim visinama veća u I grupi, a kod IV grupe je manja u donjim slojevima (do 700 mb), avveća u gornjim slojevima od godišnjih proseka.

Koristeći podatke o srednjem vektoru i podatke o maksimalnom vektoru vetrova, mi smo odredili, pomoću (87), nagibe slojeva iste gustine, položaj refrakcijskog zenita i komponente



Sl.15. Vrednosti
 $\beta \cos \alpha_0$, $\beta \sin \alpha_0$,
 α_0 i $|\beta|$, na osnovi
formula (87) i po
dataka o maksimalnom
vektoru vetra V_x
iz Tablice 18, na
pojedinih visinama
za vreme nekih stru-
janja iznad
Jugoslavije. Oznake
kao kod Sl.14.

u ravni meridijana i prvog vertikalna. Dobijene vrednosti za srednji vektor dajemo u Tablici 19 (na str.19) i na Sl.14 (na str.70), dok Tablica 20 (na str.21) i Sl.15 sadrži podatke dobijene iz maksimalnog vektora vetra.

Razmotrimo prvo podatke dobijene pomoću srednjeg vektora vetra pojedinih strujanja. Možemo uočiti razliku između karakteristika pojedinih strujanja, a i odstupanja u odnosu na srednje stanje slojeva koje smo opisali u prethodnom paragrafu. Očita odstupanja su u slučajevima do 2 km visine - i to kod sva četiri utabličena podatka. Najveći nagib se pojavljuje kod IV grupe i to sa takvim karakterom da utiče samo na vrednost zenitske daljine.

Pogledajmo sad kolike mogu biti vrednosti $I_2' \cos a_{oi}$ i $I_2' \sin a_{oi}$. Koristeći odgovarajuće podatke za ϵ , a , b i c za svako strujanje i uzevši u obzir dobijene vrednosti $\beta \cos a_0$ i $\beta \sin a_0$, vidimo da su ove vrednosti zanemarujuće male; samim tim su i vrednosti $\sum \sin^j z I_2' \cos a_{oi}$ odnosno $\sum \sin^j z I_2' \sin a_{oi}$ takve da ih možemo zanemariti i pri visokim zenitskim daljinama.

Zanemarivanje ne opterećuje refrakciju više od 0,001. Dakle, u vrednosti S_2 ostaje kao dejstvujući član samo $-\beta_0 \ln n_0 \sec^2 z \cos a_{00}$ odnosno $-\beta_0 \ln n_0 \sec^2 z \sin a_{00}$, tj. deluju faktori prizemnog sloja.

Maksimalni vektori dovode do većeg "nereda" - što je i potpuno razumljivo. Pojavljuju se osetni nagibi slojeva iste gustine. Razlike između grupe su još istaknutije. Najveće prizemne nagibe daje IV grupa.

I pored ovako velikih vrednosti $\beta \cos a_0$ i $\beta \sin a_0$, članovi $\sum \sin^j z I_2' \cos a_{oi}$ i $\sum \sin^j z I_2' \sin a_{oi}$ su, kao što smo videli, sigurno zanemarljivi do 60° zenitske daljine. Deluju, dakle, samo faktori prizemnog sloja i to preko prvog člana. Sezonske promene ne dovode do većih izmena.

Možemo zaključiti da ako oko posmatračkih paviljona nema nekih velikih uznemiravajućih faktora koji izazivaju nagibe slojeva iste gustine većih razmera nego što smo sad pokazali, tada prilikom računanja anomalije refrakcije jednačine (67), (74), (75), (78) i (82) mogu biti dati u ovim prostim formama:

$$S_2 = -\beta_0 \ln n_0 \sec^2 z \quad (92)$$

$$z' = z + \beta_0 \cos(a - a_{00}) \ln n_0 \sec^2 z \quad (93)$$

$$\varphi' = \varphi - \beta_0 \cos a_{00} \ln n_0 \sec^2 z \quad (94)$$

$$a' = a - \beta_0 \sin(a - a_{00}) \ln n_0 \sec^2 z \operatorname{cosec} z \quad (95)$$

$$\delta u = \Delta t = -\beta_0 \sin a_{00} \ln n_0 \sec^2 z \sec \quad (96)$$

Traži se, dakle, veoma dobro poznavanje karakteristika prizemnog sloja.

5.3. Uticaj na astronomska merenja. - Na osnovi formula (92) do (96) izračunavamo uticaje anomalija koristeći najveće odgovarajuće vrednosti iz Tablice 20. Za n_0 usvojicemo srednju vrednost 1,000276. Uzmimo $(a - a_{00}) = \sin(a - a_{00}) = 1$. Na taj način dobijamo ove ekstremne vrednosti:

$$S_2 = -9' \ln(1,000276) \sec^2 z = -0,149 \sec^2 z$$

$$z' = z + 9' \ln(1,000276) \sec^2 z = z + 0,149 \sec^2 z$$

$$\varphi' = \varphi - 8,5 \ln(1,000276) \sec^2 z = \varphi - 0,141 \sec^2 z$$

$$a' = a - 9' \ln(1,000276) \sec^2 z \operatorname{cosec} z = a - 0,149 \sec^2 z \operatorname{cosec} z$$

$$\delta u = \Delta t = 2,9 \ln(1,000276) \sec^2 z \sec \delta = 0,0032 \sec^2 z \sec \delta$$

Za primer uzimamo dve zvezde: jednu ekvatorsku ($\delta=0^\circ$, z u meridijanu jednako $44^\circ 48'$, z proizvoljno 60°), i jednu bliže zenitu ($\delta=35^\circ$, z u meridijanu $9^\circ 48'$, proizvoljno $z=60^\circ$). Dobijene vrednosti prikazujemo u Tablici 21, gde smo usvojili ove oznake: $\Delta z = z' - z$, $\Delta \varphi = \varphi' - \varphi$ i $\Delta a = a' - a$.

Tablica 21. Vrednosti ξ_2 , $\Delta z = z' - z$, $\Delta \varphi = \varphi' - \varphi$, $\Delta a = a' - a$ i Δt na osnovi formula (92) do (96), za $n_0 = 1,000276$, pri najvećim odgovarajućim vrednostima iz Tablice 20 - za razne deklinacije i zenitske daljine.

	ξ_2	Δz_φ	$\Delta \varphi$	Δa	Δt
$\delta=0^\circ$, $z=44^\circ 48'$	-0,296	+0,296	-0,280	-0,420	0,0064
$\delta=0$, $z=60^\circ$	-0,596			-0,688	
$\delta=35$, $z=9^\circ 48'$	-0,154	+0,154	-0,145	-0,905	0,0040
$\delta=35$, $z=60^\circ$	-0,596			-0,688	

Vidimo da su uticaji dovoljno veliki i svakako treba o njima voditi računa. Sve te vrednosti smo dobili iz maksimalnih podataka IV grupa. To znači kad duva topla košava (iz S kvadranta) tada su naša merenja najviše opterećena anomalijama refrakcije.

Da bi pokazali ^{možni} efekat anomalija refrakcije na merenu geografsku širinu (po Talkotovoj metodi) pri raznim strujanjima, mi smo prikupili geografske širine Beograda za dane kada postoji neko strujanje i za dane posle tog strujanja. Podatke dajemo u Tablici 22 (na str. 75), gde smo sa z_φ obeležili srednju vrednost razlike izmedju posmatrane vrednosti φ i vrednosti iz međunarodnih koordinata pola; ϵ_z je greška određivanja srednje vrednosti z_φ , a ϵ_0 obeležava grešku određivanja pojedinačnih vrednosti z_φ . II i III grupa imaju mali broj podataka, tako da je o njihovom efektu veoma teško suditi.

Ako pogledamo vrednosti z_φ , ϵ_z i ϵ_0 za dane kada postoji neko strujanje, vidimo da IV grupa ima najmanju grešku određivanja z_φ : $+0,04 \pm 0,02$. Kod ostalih grupa, a naročito kod grupe I, velike su greške određivanja z_φ , a i ϵ_0 . Ako sad pogledamo dane posle strujanja vidimo da su ϵ_z i ϵ_0 veoma izjednačene. Postavlja se pitanje: odakle ta velika razlika u dejstvu I i IV grupe? Već smo konstatovali da IV grupa strujanja ima izrazito veliku postojanost dok I gr. strujanja nema ovakve odlike.

Tablica 22. Podaci o efektu anomalija refrakcije na merenu geografsku širinu u Beogradu za dane kada postoji neko jednorodno strujanje iznad Jugoslavije i za dane posle tog strujanja.

Grupa	Ukupna broj obradjenih dana u /49/.	Dani karakterističnih strujanja posmatračkih				
		dana	%	z_{φ}	ϵ_z	ϵ_0
I	236	12	5	+0,05	$\pm 0,15$	$\pm 0,52$
II	18	4	22	-0,02	$\pm 0,10$	$\pm 0,20$
III	73	4	5	+0,01	$\pm 0,08$	$\pm 0,16$
IV	169	33	20	+0,04	$\pm 0,02$	$\pm 0,11$
		Dani posle karakterističnih strujanja				
I		29	12	+0,03	$\pm 0,02$	$\pm 0,11$
II		5	28	+0,08	$\pm 0,03$	$\pm 0,07$
III		4	5	0,00	$\pm 0,05$	$\pm 0,10$
IV		14	8	+0,06	$\pm 0,04$	$\pm 0,15$

Dani sa NW (I grupa) i S (IV grupa) strujanjem dijametralno se razlikuju po toku i razvoju vremenske situacije. Dok prvi predstavljaju period vremena u kome se nad Jugoslavijom završava ciklonika a nastaje i razvija se anticiklonska aktivnost, dotle obuhvataju period vremena u kome se završava anticiklonska i počinje ciklonska aktivnost. Strujanje hladnog vazduha donosi veće količine padavina od strujanja toplog vazduha /49/. U vezi sa IV grupom važno je konstatovati da topla košava dolazi u Beograd silazeći sa planina, rastura se, nastaje veliko vertikalno strujanje sa intenzivnom turbulencijom i zahvaljujući tome sloj do 1000 m visine je potpuno izemšan, praktično uzevši nema slojevitosti. To, međutim, nije slučaj sa strujanjem I grupe.

Kao što vidimo strujanja prve i četvrte grupe imaju sasvim druge karakteristike i po svemu sudeći S strujanje obezbeđuje dobre posmatračke uslove. To se usotalem vidi i iz broja posmatranja.

Uzime sad vrednje nagibe slejeva iz Tablice 19 i pogledajmo da li možemo opravdati postojanje vrednosti z_{φ} pomoću njihovog dejstva. Uzime (94), $n_0 = 1,000276$ i $z = 15^{\circ}$. Tada dobijamo podatke koje smo postavili u Tablici 23 (na str.76).

Kod strujanja I grupe vrednost z_{φ} ne možemo smanjiti, šta više još povećavamo. Drugi je slučaj kod ostalih grupa. Narocito je važno da smo kod IV grupe, gde ima dovoljan broj osnovnih podataka, uspeli da eliminišemo vrednost z_{φ} .

Grupa	z_{φ}	$\Delta\varphi$	$z_{\varphi} + \Delta\varphi$
I	+0,05	+0,01	+0,06
II	-0,02	+0,01	-0,01
III	+0,01	-0,01	0,00
IV	+0,04	-0,04	0,00

Tablica 23. Vrednost z_{φ} , $\Delta\varphi$ i njihov zbir za pojedine grupe strujanja.

Vrednost $\Delta\varphi$ data je na osnovi formule (94), $n_0 = 1,000276$, $z = 15^{\circ}$ i podataka iz Tablice 19.

5.4. Neke primedbe u vezi sa anomalijama refrakcije. - U vezi sa tačnošću osnovni aeroloških podataka (§ 2.2.) istakli smo da srednje mesečne vrednosti pojedinih meteoroloških elemenata ne reprezentuju mesece sa istom tačnošću. U tom pogledu naročito su nepovoljni februar i mart. Moguća odstupanja u mesečnim vrednostima a, b, c i ϵ u izrazima (22) i (51) smatraćemo kao anomalije refrakcije. Da bi dovoljno jasno mogli uočiti anomalije refrakcije ove vrste, potrebno je izvršiti brižljiviju analizu atmosferskih podataka iz detaljnijeg aerološkog materijala. Poseban teg treba dati izračunavanju inverzija temperature i njihovog uticaja na astronomsku refrakciju.

Naročito je važno i potrebno izučiti donji deo troposfere, sa posebnim tegom na najniži 1000 m-ski sloj. U okviru toga traže se posebna merenja o položaju i prirodi atmosferskih slojeva i van posmatračkog paviljona. Zašto se traže takva merenja? Evo nekoliko razloga u prilog ovom tvrdjenju.

1/ teorijskim putem, formulama (83) i (87) ne možemo sa dovoljnom sigurnošću utvrditi nagibe slojeva iste gustine do visine do 500 m, pa skoro ni do 1000 m visine /61/. Za izučavanje efekta trenja i uticaja mesnih faktora potrebno je imati neposredne posmatračke podatke.

2/ u nižim slojevima troposfere treba tražiti uzroke nastanku turbulentne i slučajne refrakcije /73/. Turbulentna refrakcija nastaje usled dejstva sloje debljine oko 1000 m na visini od oko 4 km, a uzrok slučajne refrakcije treba tražiti u blizini posmatračkog paviljona /74/. Veličina tih promena su: a/ perioda oko 1^s sa amplitudom od oko $1''$ na srednjim zenitskim daljinama, b/ perioda oko 1^m sa amplitudom većom od $1''$ na srednjim zenitskim daljinama /75/. Takvo dejstvo utiče ne samo na fotografska nego i na vizuelna astrometrijska merenja.

3/ istakli smo u prethodnom paragrafu važnost uticaja strujanja, sa svim svojim karakteristikama, na naša astrometrijska merenja. Takva ispitivanja treba nastaviti, što traži dobar poznavanje prilika u donjem delu troposfere.

4/ karakteristike vetrova na oko 500 m visine, koje su lokalnog karaktera, mogu da utiču i na astrometrijska merenja. Ikeda /76/ je, recimo, pokazao da se veći deo godišnje nepolarne promene latitude u Mizusawa-i može objasniti sezonskom promenom vetra na 500 m visine. Postavlja se pitanje veličine i realnosti takvog uticaja.

5/ veliki je efekat uslova oko posmatračkog instrumenta. Uticaje takve vrste na Astronomskoj opservatoriji u Beogradu pokazali su Brkić /30,31,32/ i Ševarlić /33,34,35/. Sam izgled paviljona može da izazove promene pri računanju refrakcije /77/.

Sve to govori u prilog neophodnosti brižljivih ispitivanja donjih slojeva troposfere iznad Beograda i meteoroloških uslova oko i neposredno iznad posmatračkih instrumenata. Potrebno je, dakle, specijalnim merenjima upoznati kompleksne karakteristike atmosfere iznad naših posmatračkih mesta. Samo na osnovi takvih sveobuhvatnih ispitivanja možemo očekivati da ćemo moći u velikoj meri isključiti refrakcijske uticaje atmosfere. U-poredjenje naših astrometrijskih merenja posebno sa brzinom vetra ili pravcem vetra ili gradijentom pritiska ili gradijentom temperature ili zajedno sa nekoliko faktora ne mogu nas u potpunosti zadovoljiti. A koliko su različiti atmosferski uslovi, rečito pokazuju ispitivanja astroklime prilikom odredjivanja mesta za nove opservatorije.

5.5. Zaključak.- Koristeći podatke o srednjem vetru iz Tablice 12, u § 5.1. dajemo srednji nagib vazdušnih slojeva iznad Beograda od tla do 20 km visine. U Tablici 17 i na Sl. 13 ^{vidimo} da se srednji nagib slojeva kreće najviše do 3,0 i da se položaj refrakcijskog zenita menja. Na osnovi dobijenih podataka zaključujemo da pri srednjim atmosferskim uslovima u Beogradu, na astrometrijska merenja utiče samo nagib prizemnog sloja.

U paragrafu 5.2. odredili smo nagibe slojeva do 5 km visine pri raznim karakterističnim strujanjima. Dobili smo dve vrste podataka: pri srednjem vektoru vetra (Tablica 19 i Sl. 14) i pri maksimalnom vektoru vetra (Tablica 20 i Sl. 15). I pri jednom i pri drugom slučaju efekat viših slojeva je zanemarljiv, tako da praktično deluje samo nagib prizemnog sloja.

U paragrafu 5.3. na primerima smo pokazali uticaj nagiba slojeva pri karakterističnim strujanjima na astrometrijska merenja (Tablica 21). Posebno smo analizirali uticaj na geografsku

širinu koristeći podatke sakupljene zenit-teleskopom u Beogradu. Konstatovali smo da NW i S strujanja imaju sasvim druge karakteristike (vidi Tablicu 22). Kad postoji južno strujanje u Beogradu, posmatrački uslovi su veoma dobri (što se i može objasniti) i uzimajući u obzir nagib prizemnog sloja moguće je iz posmatranja za širinu eliminisati $z\varphi$ član. O tome rečito govori Tablica 23.

U paragrafu 5.4. dokazujemo zašto je potrebno veoma brižljivo ispitati troposferu, a naročito njen donji deo. Smatramo da je bez brižljive i potpune analize osobina atmosfere iznad i oko posmatračke stanice nemoguće očekivati da ćemo moći u većoj meri isključiti refrakcijske uticaje atmosfere.

6. OPŠTI ZAKLJUČAK

U novije vreme astronomskoj refrakciji se posvećuje veoma malo pažnje. Naročito je zanemarena prava refrakcija, dok se anomalije refrakcije rade uglavnom, kao primeri mogućih uticaja bez stvarne primene. Sve ovo, jasno, ostavlja odredjeni pečat na rezultate astrometrijskih merenja. Problem astronomске refrakcije, međjutim, nije rešen i ima niz otvorenih pitanja. To nas je i navelo da na osnovi sadašnjih znanja nauke ispitamo ovaj problem. Razlozi za pristupanje ovim istraživanjima su:

1/ u astrometrijskoj praksi koriste se takve tablice refrakcije koje su izradjene u prošlom veku, kada još nije bilo neposrednih podataka o promeni gustine vazduha sa visinom.

2/ zasad nema potpune teorije refrakcije na osnovi aeroloških merenja (potrebe izrade jedne savremene tablice astronomске refrakcije istaknut je i izveštaju predsednika Komisije za pozicijsku astronomiju Medjunarodne astronomске unije XII kongresu Unije u Hamburgu, avgusta-septembra 1964 /78/).

3/ nije rešen problem dnevne i sezonske promene refrakcije.

4/ prema aerološkim istraživanjima uslovi u slojevima atmosfere ispod 20 km visine zavise od mesta, što bi značilo da svaka posmatračka stanica treba da ima posebne tablice refrakcije.

5/ Nije rešen problem uticaja nagiba vazdušnih slojeva na astrometrijska merenja (naročito je sporan efekat gornjih slojeva atmosfere).

6/ nisu odredjeni uticaji raznih faktora kao što su Sunčeva aktivnost, turbulencija, inverzija, strujanje vazdušnih masa i dr., kao ni većičina hromatske refrakcije.

Pošli smo od neposrednih aeroloških podataka sakupljenih u Beogradu i izveli smo opšte karakteristike atmosfere iznad Beograda. Ova obrada daje one podatke o atmosferi koji su

od interesa prilikom izučavanja problema astronomske refrakcije. Analizirana je tačnost, međusobne veze, sezonske i dnevne promene osnovnih aeroloških podataka, ispitano je dejstvo Sunčeve aktivnosti, visinskih vetrova i značajnih nivoa. Data je srednja atmosfera za oblast Beograda.

Treća glava ove studije sadrži teorijske osnove računanja astronomske refrakcije. Prilikom izvodjenja izraza za refrakciju atmosfera je posmatrana kao dinamična sredina, a ne kao što je to uobičajeno da je ona statična i mirna. Na osnovi takve pretpostavke dobijeni izraz za refrakciju ima opštiji karakter. Integrali prave refrakcije i anomalija refrakcije rešeni su na nov način, preko veza (22) i (51) a njihovu realnost potvrđuju neposredni aerološki podaci i teorijska razmatranja, što je dovelo i do novih izraza za računanje refrakcijskog uticaja. Od naročitog je interesa formula za računanje anomalija refrakcije koja veoma evidentno ukazuje na dominantan uticaj nagiba prizemnog sloja i na diferencijalni karakter uticaja nagiba viših vazдушnih slojeva. Dati su, na kraju, i novi izrazi za uticaj refrakcije na astrometrijska merenja.

Ova glava sadrži još podatke o indeksu prelamanja, o hromatskoj refrakciji i o računanju nagiba atmosferskih slojeva.

Aerološki podaci iz 2. glave i teorijske osnove iz 3. glave poslužili su nam da odredimo vrednost prave refrakcije, i anomalija refrakcije u Beogradu. Analizama ovih podataka posvećena je 4. i 5. glava ovog rada.

Prava refrakcija je ispitana do 60° zenitske daljine. Dobijene vrednosti refrakcijskog uticaja veće su od odgovarajućih vrednosti iz Pulkevskih tablica i pokazuju promene sezonskog i dnevnog karaktera. U vezi s tim ukazujemo na nedostatke dosadašnjih analiza refrakcije na osnovi aeroloških merenja, razmatramo problem sezonskih i dnevnih promena refrakcije i zaključujemo da je neophodno izvršiti reviziju načina računanja refrakcije. ■

Odredili smo nagibe vazдушnih slojeva pri raznim aerološkim situacijama, i pokazali da pri tom jedino utiču na refrakciju nagibi prizemnog sloja. Pošto nagib prizemnog sloja zavisi od niza faktora, to je neophodno izvršiti brižljiva ispitivanja atmosfere oko i iznad posmatračkog paviljona. Svakako treba dobro izučiti donji deo treposfere, a posebno onaj do 1000 m visine. Upoznavanjem karakteristika atmosfere dobijamo važnu pomoć za posmatrački rad, na što je sa nekoliko primera ukazano i u ovom radu.

Znači, da bi se povećala tačnost određivanja

refrakcijskog uticaja neophodno je potrebno vršiti ne samo brižljiva meteorološka merenja, nego je potrebno koristiti i rezultate meteoroloških istraživanja uopšte. Više se ne možemo zadovoljiti sa pojedničnim termometrom i barometrom u posmatračkom paviljonu. Traži se izučavanje potpune meteorološke slike u okolini i u samom posmatračkom paviljonu.

Pitanje od posebnog značaja je tačnost osnovnih podataka pomoću kojih se određuje refrakcijski uticaj. Videli smo da sa običnim termometrom pravu refrakciju možemo dati sa tačnošću od $\pm 0,02$ tg z. Ovaj podatak jasno ukazuje na neophodnost korišćenja savremenijih i tačnijih meteoroloških instrumenata.

Jednom rečju: ako želimo da naši refrakcijski uticaji budu stvarni, pojavljuje se potreba za intenzivnijim meteorološkim istraživanjima. Ovaj problem, zbog svoje velike važnosti, trebalo bi rešavati u međunarodnim okvirima.

Od isto tako velikog značaja je i izučavanje problema indeksa prelamanja. Važno je dobiti ne samo apsolutnu vrednost indeksa, nego i tačan relativan odnos pri ranim meteorološkim uslovima.

Ispitivanja u ovom radu, ukazuju da stare tablice refrakcije, koje su i sada u upotrebi treba zameniti novim, ali takvim koje će odgovarati karakteristikama atmosfere datog posmatračkog mesta. Računanje ovakvih tablica za Beograd, na osnovi analiza izvršenih u ovom radu, predstavlja prvi naredni korak u našem daljem radu na ovom problemu.

Sam toga treba i dalje nastaviti izučavanje problema astronomske refrakcije u Beogradu, jer bez dobro izučene refrakcije ne možemo očekivati osetno povećanje tačnosti naših astrometrijskih merenja.

U toku izrade ovog rada imao sam nekoliko konsultacija sa Dr. B. Ševarlićem, Dr. M. Čadežem, Dr. Z. Brkićem, Dr. B. Dobrilovićem i D. Vukmirovićem, kao i sa Dr. M. Zverjevom. Njihovi saveti pomogli su mi da uspešno završim ovaj zadatak i zato mi je prijatna dužnost da im se najiskrenije zahvalim.

Zahvalnost dugujem B. Kubičeli i N. Djokić saradnicama Astronomske opservatorije u Beogradu, koje su mi nesebično i savesno pomagale pri računskoj obradi. Veliku pomoć su mi pružili ing. S. Marković sa nomogramom i ing. Dj. Radivojša i ing. V. Bojčevski sa tablicama za računanje indeksa prelamanja i zato sam i njima zahvalan.

Septembar 1964.g.

LITERATURA

- /1/ Goody, R.M. "The Physics of the Stratosphere", Cambridge, 1954.
- /2/ Kitaoka, T. - Nakamura, S. "Some Considerations on the Standard Atmosphere", Geophysical Magazine, Vol.28, No4, 1958.
- /3/ Barell, H. + Sears, J.E. "Refraction and Dispersion of Air in the visible Spectrum", Transaction of the Royal Society, Series A, 238, 1, 1939.
- /4/ Barell, H. "The Dispersion of Air between 2500 Å and 6500 Å", Journal of the Optical Soc. of America, Vol.41, N^o5, 1951.
- /5/ Meljnikov, O.A. "O popravkah refrakcii dlja zvjozd raznogo cveta", Astronomičeskij žurnal, XXXIII, 2, 1956.
- /6/ Orlov, B.A. "O zavisimosti refrakcii ot spektraljnogo klasa zvjozdi", Trudy 11 vses. astr. konf., 1955.
- /7/ Cassini, D., Solar Ephemerides, Bologna, 1662.
- /8/ "An Account of the Rev-d John Flamsteed, the First Astronomer Royal, compiled from his own manuscripts and other authentic documents never before published, to which is added his catalogue of star corrected and enlarged by Francis Baily", London, 1835.
- /9/ Krylov, A.N. "Njutonova teorija astronomičeskoj refrakcii", Izd. AN SSSR, 1935.
- /10/ Oeuvres complètes de Laplace, Tom 4, 1880.
- /11/ Gylden, H. "Untersuchungen über die Constitution der Atmosphäre und der Strahlenbrechung in derselben", Mémoires de l'Acad. Imp. des Sciences de St. Petersburg, 1866.
- /12/ Badau, R. "Essai sur les réfractions astronomiques", Annales de l'Obs. de Paris, Mémoires, Tome XIX, 1889.
- /13/ Socher, H. "Brechzahl und Refraction der atmosphärischen Luft", Mitteilungen der Universitäts-Sternwarte Wien, Band 5, N^o8, 1951.
- /14/ Harzer, P. "Berechnung der Ablenkungen der Lichtstrahlen in der Atmosphäre der Erde auf rein meteorologisch-physikalischer Grundlage", Publikation der Sternwarte in Kiel, XIII, 1922-24.
- /15/ Koljčinskij, I.G. "O popravkah za cvet zvezdy k tablicam refrakcii", Trudy 10-j vses. astr. konf., 1954.
- /16/ Sande Bakhuyzen, H.G. van de, "Bestimmung der Refraktion auf der Grundlage des aus den Beobachtungen während Luftschiffahrten abgeleiteten Temperaturgradienten", Leiden, Ann.92, 1918/19.
- /17/ Emden, R. "Über astronomische Refraction", AN, Bd.219, Nr.5235, 1923.
- /18/ Löser, H.G. "Untersuchungen zur praktischen berechnung von Refractionsanomalien für die Zwecke der Orientierung nach Sonnenhöhen", Deutsche Geodetische Kommission, B, 36, 1957.
- /19/ Harzer, P. "Gebrauchstabellen zur Berechnung der Ablenkungen der Lichtstrahlen in der Atmosphäre der Erde für die Beobachtungen am grossen Kieler Meridiankreise", Publikation der Sternwarte in Kiel, XIV, 1924.

- /20/ Hagihara, Y. "On the Theory of Astronomical Refraction", A preliminary study", Japanese Journal of Astr. and Geoph., 14,1, 1936.
- /21/ Willis, J. "A Determination of Astronomical Refraction from Physical Data", Transactions, American Geoph. Union, Part II, 1941.
- /22/ Blažko, S.N. "Kurs Sferičeskoj astronomii", Moskva, 1948.
- /23/ Kašanin, R. "Réfraction astronomique moyenne", Notes et travaux de la Section d'astronomie de l'Institut mathématique, Beograd, Vol.II, No 10-20, 1958.
- /24/ Kašanin, R. "Srednja astronomska refrakcija", Glas SAN, CCXXXII, Odeljenje prir.-mat. nauka, nova serija, knjiga 15, 1958.
- /25/ Allen, C.W. "Astrophysical Quantities", University of London, The Athlone Press, 1955.
- /26/ Garfinkel, B. "An Investigation in the Theory of Astronomical Refraction", AJ, No 1148, Vol.L, No 8, 1944.
- /27/ Sugawa, C. "On the Numerical Integration of Astronomical Refraction", Publications of the Astr.Soc. of Japan, Vol. 7, No 4, 1955.
- /28/ Link, F. - Neužil, L. "Tables mondiales des réfractions et des masses d'air", Bulletin of the Astr. Inst. of Czechoslovakia, Vol.9, No 1, 1958.
- /29/ P.M.Djurković, "O astronomskoj refrakciji i njenoj primeni u raznim astronomskim merenjima" (rukopis)
- /30/ Brkić, Z.M. "L'influence de la réfraction zénithale sur la détermination du temps des passages méridiennes", Bulletin de l'Obs. astr. de Beograd, Vol.XXIV, No 3-4, 1959.
- /31/ Brkić, Z.M. "Prilog ispitivanjima sistematskih uticaja na astronomsko odredjivanje vremena", Publikacije Astronomske opservatorije u Beogradu, No 7, 1961.
- /32/ Brkić, Z. "Analiza sistematskih razlika časovnih stanja izvedenih iz večernjih i jutarnjih posmatranja", Zbornik Geodetskog instituta, Beograd, 2, 1959.
- /33/ Ševarlić, B. "Ispitivanje uticaja zenitske refrakcije na promene geografske širine Beograda", Zbornik Geodetskog instituta, Beograd, No 3, 1960.
- /34/ Ševarlić, B. "Uticaj brzine i pravca vetra na promene geografske širine", Zbornik Geodetskog instituta, Beograd, No 3, 1960.
- /35/ Ševarlić, B. "Prilog ispitivanju promena geografske širine Beograda", Publikacije Astronomske opservatorije u Beogradu, No 9, 1961.
- /36/ "Aerološki godišnjak" za 1955.do 1962. god., Izdanje Saveznog hidrometeorološkog zavoda, Beograd.
- /37/ "Handbook of Geophysics", Rev.edit., Macmillan Comp. New York, 1961.
- /38/ Vukmirović, D. "Priručnik za aerološka merenja, II deo, radiosondažna merenja", 1962.
- /39/ Humphreys, W.J. "Physics of the Air", Third.edit., 1940.
- /40/ Čadež, M. "Deutung der Sürinschen Formel für die Änderung des Wasserdampfdrucks mit der Höhe", Gerlands Beiträge zur Geophysik, 72 Heft 3, 1963.
- /41/ Hann-Süring "Lehrbuch der ..."

- /42/ "Smithsonian Meteorological Tables", Sixth Rev. Edit., 1951.
- /43/ Košmider, T. "Dinamičeskaja meteorologija", GONTI, Moskva, Leningrad, 1938.
- /44/ Ivory, J. "On the Astronomical Refraction", Phil. Trans., London, 1823.
- /45/ Oppolzer, E.v. "Strahlenbrechung, die astronomische", Handwörterbuch der Astronomie, Herausg. W. Valentiner, 3 Band, 2 Abt., Breslau, 1901.
- /46/ Laky, D. "Statisztikai módszerek", Közg. és jogi könyvkiadó, Budapest, 1959.
- /47/ "Quarterly Bulletin on Solar Activity", No 110-137.
- /48/ Čadež, M. "Uvod u dinamičku meteorološkiju", I. deo, Beograd, 1959.
- /49/ Dobrilović, B. "Visinsko strujanje iznad Jugoslavije i prizemni karakteristični vetrovi", Prirodno-matematički fakultet u Beogradu, Meteorološki zavod, Raspreve 3, 1960.
- /50/ Lazić, Lj. "Statistička obrada troposferskih inverzija prema osmatranjima aerološke stanice Beograd-Zeleno Brdo u Ol č za period 1958-1962 g." (rukopis)
- /51/ Šišlovskij, A.A. "Prikladnaja fizičeskaja optika", Fizmatgiz, Moskva, 1961.
- /52/ Müller-Pouillet's Lehrbuch der Physik", 11 Aufl., Zweiter band, 1926.
- /53/ Landolt-Börnstein "Zahlenwerte und funktionen", III Band, Astronomie und Geophysik, Springer Verlag, 1952.
- /54/ Masui, T. "Note sur l'indice de réfraction de l'air dans le spectre visible", Revue d'Optique, t.36, No 6, 1957.
- /55/ Dneprovsky, N. "Note on Prof. Harzer's "Refraction Tables" and their comparaison with those of Pulkovo and de-Ball", Bjuletenj Astronomičeskogo instituta, Leningrad, No 16, 1927.
- /56/ Jeffers, H.M. "Mesures of Double Stars", Lick Observatory Bulletin, XIX, No 518, 1945.
- /57/ Hansen, P.A. "Ueber den Einfluss der Strahlenbrechung auf Sonnenfinsternisse und Sternbedeckungen", AN, Bd.15, No 347, 1838.
- /58/ Courant, R. "Kurs diferencijalnog i integralnog računa", I knjiga, Naučna knjiga, Beograd, 1951.
- /59/ Redau, R. "Recherches sur la théorie des réfractions astronomiques", Annales de l'Obs. de Paris, Mémoires, Tome XVI, 1882.
- /60/ Stoyko, N. "Sur la mesure du temps et les problèmes qui s'y rattachent", Annales du Bureau des Longitudes, Tome X, 1933.
- /61/ Zverev, M.S. "K voprosu o včislenii refrakcionnyh anomalij po dannym aerologičeskijh nabljudenij", Astronomičeskij žurnal, XXIII, 2, 1946.
- /62/ Beljaev, N.A. "Sinoptičeskaja popravka astronomičeskoj refrakcii", Astronomičeskij žurnal, XXVI, 6, 1949.
- /63/ Beljaev, N.A. "Sinoptičeskie refrakcionnye anomalii v oblasti anticiklona na srednjej časti Evropejskoj terri-torii SSSR", Astronomičeskij žurnal, XXXI, 3, 1954.

- /64/ Sugawa, C. "On the Effect of the Anomalous Refraction on the Latitude Observations", Publ. of the Astr. Society of Japan, Vol.8, No 1, 1956.
- /65/ Sugawa, C. "On the Relation between the Wind Effect and the Anomalous Refraction in the Latitude Observations", Publ. of the Astr. Soc. of Japan, Vol.10, No 2, 1958.
- /66/ Linnik, Ju.V. "Metod naimenjših kvadratov...", Fizmatgiz, 1958.
- /67/ Harzer, P. "Berichtigung zu meiner "Berechnung der Ablenkung der Lichtstrahlen"", AN, Bd.240, Nr 5759, 1930.
- /68/ Harzer, P. "Verbesserte Gebrauchstabellen zur Berechnung der Einflusses der Tageszeit auf die Strahleneblenkungen in Kiel", AN, Bd.241, Nr.5779, 1931.
- /69/ Banachiewicz, T. "Sur les perturbations diurnes de la réfraction", Comptes rendus, Paris, T.192, janv.,1931.
- /70/ Harzer, P. "Über den Einfluss der Tageszeit auf die Strahlenablenkung", AN, Bd. 242, Nr.5792, 1931.
- /71/ Koebecke, F. "Some Remarks on Harzer's Refraction Tables", Poznan Reprint, No.25, 1951.
- /72/ Orlov, B.A. "O Pulkovskih tablicah refrakcii", Trudy 10-j vses.astr. konf., 1954.
- /73/ Danjon, A. - Couder, A. A. "Lunettes et Telescopes", Paris, 1935.
- /74/ Land, G. "Anomalies in Atmospheric Refraction", AJ, 59,1, 1213, 1954.
- /75/ Koljčinskiĭ, I.G. "O bistryh izmenenijah refrakcii i ih vlijanii v astronomii", Trudy 10-j vses.astr.konf.,1954.
- /76/ Ikeda, T. "The Effect of the Upper Wind on the Latitude Observations at Mizusawa", Publ. Int. Latitude Observatory, Mizusawa, Vol.II, No.3, 1957.
- /77/ Mihajlov, A.A. "Nekotorye soobraženija ob učete refrakcii", Astronomičeskij žurnal, No 4, 1961.
- /78/ International Astronomical Union, XII Gen. Assembly, Hamburg, "Agenda and Draft Reports", 1964.

PRILOG I

Osnovni podaci o srednjim mesečnim vrednostima pojedinih meteoroloških elemenata na raznim nivoima iz podataka dnevne sondaže, njihova srednja godišnja vrednost i broj polaznih podataka na osnovi kojih su dobijene te vrednosti. Pritisak (p) se daje u milibarima (mb), temperatura (t) u Celzijusovim stepenima ($^{\circ}\text{C}$), relativna vlažnost (U) u procentima (%), a visina standardnih površina (H) u geopotencijalnim metrima (gpm).

Mesec	H	p	t	H	t	H	t
	I tropopauza			200 mb		150 mb	
I	10420	241	-60,8	11576	-58,0	13400	-55,5
	180	180	180	176	176	175	174
II	10547	238	-61,4	11596	-59,0	13405	-56,4
	158	158	158	153	151	143	142
III	10383	245	-60,6	11616	-56,8	13451	-54,3
	176	176	176	177	176	170	170
IV	10452	244	-58,6	11704	-55,1	13546	-53,5
	172	172	172	168	167	162	161
V	10938	235	-58,2	11853	-55,4	13698	-53,2
	151	151	151	150	149	144	144
VI	11381	220	-57,4	12013	-55,5	13854	-53,5
	174	174	174	173	173	171	171
VII	11459	227	-53,8	12188	-50,8	13993	-53,6
	177	177	177	175	175	172	172
VIII	12060	207	-55,5	12221	-52,7	13998	-55,3
	174	174	174	177	176	167	165
IX	11917	205	-58,8	12046	-56,9	13864	-57,2
	174	174	174	176	176	168	166
X	11762	209	-61,6	11922	-59,1	13719	-59,7
	180	180	180	179	179	175	175
XI	11176	223	-61,0	11756	-59,7	13556	-59,1
	175	175	175	175	175	168	168
XII	10538	241	-60,0	11629	-59,0	13443	-57,1
	177	177	177	175	175	171	171
Sr. vr.	11092	228	-58,9	11846	-56,4	13663	-55,8
	2068	2068	2068	2054	2048	1986	1979
	100 mb			70 mb		50 mb	
I	15977		-56,0	18258	-56,3	20373	-56,2
	167		167	157	157	143	141
II	15965		-57,9	18226	-58,4	20338	-57,7
	134		134	123	123	105	104
III	16036		-56,2	18315	-56,7	20424	-56,1
	162		162	142	142	127	127
IV	16141		-55,2	18419	-55,4	20556	-54,6
	147		147	135	134	118	116
V	16303		-54,3	18599	-55,1	20732	-53,9
	135		135	122	122	100	100
VI	16454		-54,8	18748	-54,6	20896	-52,3
	167		167	155	155	135	135
VII	16577		-56,4	18860	-54,9	21004	-51,8
	163		163	147	147	122	122
VIII	16570		-56,3	18860	-54,3	21010	-51,6
	159		159	144	143	123	123
IX	16427		-57,1	18707	-55,4	20839	-53,6
	162		162	150	150	134	132
X	16252		-59,8	18505	-58,2	20606	-57,4
	167		165	146	146	128	128
XI	16086		-60,4	18328	-60,7	20402	-60,7
	152		152	136	135	116	116
XII	15997		-58,3	18241	-59,5	20337	-59,7
	158		158	140	140	124	123
Sr. vr.	16237		-56,9	18511	-56,6	20629	-55,4
	1873		1871	1697	1694	1475	1467

PRILOG II

Osnovni podaci o srednjim mesečnim vrednostima pojedinih meteoroloških elemenata na raznim nivoima iz podataka noćne sondaže, njihova srednja godišnja vrednost i broj polaznih podataka na osnovi kojih su dobijene te vrednosti. Pritisak (p) se daje u milibarima (mb), temperatura (t) u Celzijusovim stepenima ($^{\circ}\text{C}$), relativna vlažnost (U) u procentima (%), a visine stacionarnih površina (H) u geopotencijalnimetrima (gpm).

Mesec	p	t	U	H	t	U	H	t	U
prizemni sloj			850 mb			700 mb			
I	989,5 206	-0,1 206	84 206	1459 204	-2,5 202	65 198	2980 204	-10,0 201	55 195
II	991,6 167	1,6 167	81 167	1481 167	-3,1 166	63 165	3002 167	- 9,6 167	54 165
III	987,3 198	3,8 198	74 185	1458 197	0,0 197	64 184	29,89 197	- 8,2 195	60 192
IV	985,4 196	9,1 196	73 196	1459 196	3,0 195	67 194	3003 196	- 7,8 196	67 194
V	986,9 201	13,5 201	76 201	1491 201	7,2 200	70 200	3060 200	- 2,5 200	69 197
VI	987,2 204	17,1 204	75 204	1513 204	10,6 204	68 204	3101 204	0,5 202	66 202
VII	986,2 208	18,9 208	73 208	1507 206	12,5 205	67 205	3110 206	2,1 203	63 201
VIII	987,0 210	19,3 210	70 210	1521 209	13,0 207	62 205	3124 209	2,9 208	59 204
IX	989,8 203	15,4 203	69 203	1529 201	9,7 201	60 200	3115 201	0,6 198	55 194
X	990,1 207	10,9 207	74 207	1514 205	7,10 204	60 203	3087 205	-1,4 205	53 203
XI	989,5 201	5,6 201	86 201	1486 201	2,6 200	72 199	3035 201	-5,1 200	64 200
XII	988,5 211	2,5 211	84 211	1454 205	0,0 205	69 201	2987 205	-8,8 205	63 203
Sr.v.r	988,2 2412	9,9 2412	76 2399	1490 2398	5,2 2387	66 2358	3051 2396	-3,7 2380	61 2340
H 500 mb			400 mb			300 mb			
I	5496 204	-26,2 204	47 199	7069 204	-38,0 204	43 133	8989 198	-52,8 198	
II	5521 167	-25,9 167	42 165	7098 167	-37,8 167	41 109	9018 167	-51,9 167	
III	5522 196	-24,9 196	48 184	7107 196	-36,7 195	47 151	9031 192	-51,8 192	
IV	5545 192	-23,8 191	49 190	7136 192	-36,1 192	45 154	9068 189	-50,8 188	
V	5648 200	-19,3 199	46 196	7268 200	-31,6 200	45 197	9234 195	-47,4 195	
VI	5720 202	-16,0 200	44 192	7362 201	-28,8 200	39 173	9358 200	-43,7 200	
VII	5752 202	-13,5 202	41 197	7411 202	-25,6 200	37 193	9427 199	-41,4 199	
VIII	5771 207	-12,9 204	37 200	7434 207	-24,8 207	33 204	9457 201	-40,8 200	
IX	5740 201	-15,1 201	39 190	7384 201	-27,1 201	35 173	9394 199	-42,9 199	
X	5687 204	-17,9 204	40 198	7316 204	-30,0 203	38 196	9293 202	-45,7 202	
XI	5600 200	-21,4 200	45 197	7207 199	-33,7 199	43 165	9155 198	-49,2 198	
XII	5523 202	-24,3 201	48 200	7110 201	-36,4 201	43 170	9041 201	-50,6 199	
Sr.v.r	5629 2377	-20,0 2369	44 2308	7245 2374	-32,0 2369	40 2018	9209 2341	-47,2 2337	

Mesec	H	p	t	H	t	H	t
	I tropopauza			200 mb		150 mb	
I	10293	247	-60,7	11552	-58,0	13372	-55,9
	188	188	188	186	186	178	178
II	10358	242	-61,7	11580	-59,2	13398	-56,7
	163	163	163	160	160	153	153
III	10464	243	-61,0	11597	-57,2	13425	-55,0
	186	186	186	187	186	180	180
IV	10222	251	-59,2	11646	-55,9	13483	-54,2
	179	178	178	173	173	163	163
V	10974	231	-59,4	11836	-56,5	13669	-54,6
	188	188	188	182	182	173	173
VI	11385	221	-58,5	11979	-56,1	13814	-54,3
	193	193	193	191	190	188	188
VII	11411	226	-53,6	12095	-51,2	13953	-53,9
	189	189	189	187	185	181	179
VIII	11800	211	-55,9	12122	-53,2	13963	-55,5
	190	190	190	194	193	180	179
IX	11846	207	-59,0	12024	-57,0	13838	-57,7
	195	195	195	192	192	187	187
X	11621	212	-61,0	11895	-59,2	13690	-60,0
	191	191	191	192	190	190	190
XI	11092	224	-61,4	11732	-60,2	13529	-59,8
	193	193	193	193	193	182	182
XII	10546	240	-60,7	11616	-58,3	13428	-57,6
	186	186	186	189	189	172	172
Sr. vr.	11018	229	-59,3	11812	-56,8	13637	-56,3
	2241	2240	2240	2226	2219	2127	2124
	100 mb			70 mb		50 mb	
I	15942		-56,9	18217	-57,4	20332	-57,1
	163		163	143	143	105	105
II	15962		-58,3	18226	-58,8	20356	-58,4
	136		136	105	105	71	69
III	16002		-57,1	18289	-58,3	20390	-58,2
	167		166	115	115	78	77
IV	16059		-56,2	18343	-57,3	20463	-56,8
	151		151	123	123	89	89
V	16264		-55,6	18551	-56,4	20659	-55,7
	156		156	134	134	103	103
VI	16400		-55,8	18682	-56,2	20809	-54,1
	177		177	165	165	146	146
VII	16534		-57,2	18809	-56,1	20944	-53,4
	152		152	134	134	112	111
VIII	16532		-57,2	18816	-55,3	20948	-53,4
	161		160	126	126	105	105
IX	16395		-57,8	18661	-56,5	20785	-53,3
	157		157	125	125	101	100
X	16223		-60,3	18471	-59,1	20572	-58,1
	164		164	137	107	109	109
XI	16051		-61,2	18284	-61,6	20351	-61,7
	159		159	128	127	101	101
XII	15980		-58,8	18219	-59,9	20310	-60,8
	146		144	122	122	95	90
Sr. vr.	16200		-57,7	18474	-57,7	20600	-56,7
	1889		1885	1557	1556	1215	1205

PRILOG III

Osnovni podaci o srednjim mesečnim vrednostima pojedinih meteoroloških elemenata na raznim nivoima iz podataka grednje sondaže, njihova srednja godišnja vrednost i broj polaznih podataka na osnovi kojih su dobivene te vrednosti. Pritisak (p) se daje u milibarima (mb), temperatura (t) u Celzijusovim stepenima ($^{\circ}\text{C}$), relativna vlažnost (U) u procentima (%), a visine standardnih površina (H) u geopotencijalnim metrima (gpm).

Mesec	p t U			H t U			H t U		
	prizemni sloj			850 mb			700 mb		
I	989,6 393	1,0 392	83 392	1460 388	-2,5 386	64 382	2981 388	-9,7 383	54 377
II	991,5 335	3,0 335	77 335	1481 335	-2,5 332	63 331	3004 335	-9,4 334	52 332
III	987,2 382	5,9 382	69 368	1458 381	0,7 380	64 362	2990 381	-8,8 379	58 363
IV	985,5 376	11,5 376	65 376	1464 376	3,3 375	66 373	3010 376	-6,5 375	64 372
V	986,7 355	15,5 355	69 355	1492 355	7,2 355	70 354	3062 355	-1,9 354	67 351
VI	987,5 384	19,7 384	65 384	1519 384	10,6 384	68 384	3107 383	0,6 381	62 381
VII	986,5 391	21,5 391	65 391	1515 388	12,5 384	67 383	3117 388	2,4 383	60 380
VIII	987,2 395	22,1 395	61 395	1526 394	13,1 392	62 389	3130 394	3,2 393	56 386
IX	987,5 383	18,1 383	60 383	1534 381	9,7 381	60 380	3120 381	0,8 378	52 374
X	990,3 392	13,2 392	68 392	1517 390	7,0 389	60 388	3091 390	-1,3 390	51 387
XI	989,4 380	6,8 380	83 380	1486 380	2,8 379	71 375	3037 380	-4,9 379	62 377
XII	987,8 396	3,2 396	84 396	1454 387	0,0 386	68 382	2987 387	-7,9 386	62 383
Sr.v.r	988,1 4561	11,8 4561	70 4548	1493 4539	5,3 4523	66 4483	3054 4538	-3,5 4515	59 4463
I	H	500 mb		400 mb			300 mb		
I	5501 388	-26,0 388	46 380	7076 387	-37,8 387	42 273	9000 381	-51,7 381	
II	5524 335	-25,7 335	42 331	7104 333	-37,6 333	39 238	9024 329	-51,8 328	
III	5525 380	-24,6 379	46 364	7111 380	-36,6 378	44 303	9038 374	-51,6 374	
IV	5558 371	-23,2 367	45 364	7152 371	-35,4 371	41 318	9089 367	-50,3 366	
V	5651 354	-19,0 353	45 349	7272 354	-31,4 354	42 351	9240 348	-47,2 348	
VI	5728 381	-15,7 379	41 369	7372 380	-27,7 377	36 348	9371 379	-43,6 379	
VII	5760 384	-13,3 383	39 377	7421 384	-25,3 382	35 372	9438 379	-41,1 379	
VIII	5779 391	-12,7 388	36 384	7444 391	-24,6 390	32 387	9569 382	-40,5 380	
IX	5747 381	-14,9 380	38 369	7394 380	-26,9 380	33 351	9403 378	-42,7 378	
X	5692 388	-17,8 388	39 382	7324 388	-29,8 387	36 376	9302 386	-45,5 386	
XI	5604 379	-21,2 377	48 372	7212 377	-33,5 377	43 330	9166 376	-48,8 376	
XII	5524 384	-24,2 383	47 382	7112 383	-36,3 383	43 327	9044 382	-50,6 380	
Sr.vr.	5634 4516	-19,8 4500	43 4423	7252 4508	-31,8 4499	38 3974	9218 4461	-47,0 4455	

Mesec	H	p	t	H	t	H	t
	I tropopauza			200 mb		150 mb	
I	10355 368	244 368	-60,7 368	11564 363	-58,0 362	13386 353	-55,7 352
II	10451 321	240 321	-61,6 321	11588 313	-59,1 311	13401 296	-56,6 295
III	10425 362	244 362	-60,8 362	11606 364	-57,0 362	13438 350	-54,7 350
IV	10340 351	248 350	-58,9 350	11675 341	-55,5 340	13514 325	-53,8 324
V	10958 339	233 339	-58,9 339	11844 332	-56,0 331	13682 317	-54,0 317
VI	11383 367	220 367	-58,0 367	11995 364	-55,8 363	13833 359	-53,9 359
VII	11434 366	226 366	-53,3 366	12140 362	-51,0 360	13972 353	-53,8 351
VIII	11924 364	209 364	-55,7 364	12169 371	-53,0 369	13980 347	-55,4 344
IX	11879 369	206 369	-58,9 369	12034 368	-57,0 368	13850 355	-57,5 353
X	11689 371	210 371	-61,3 371	11908 371	-59,2 369	13704 365	-59,9 365
XI	11132 368	224 368	-61,2 368	11743 368	-60,0 368	13542 350	-59,1 350
XII	10542 363	240 363	-60,4 363	11622 364	-58,2 364	13435 343	-57,4 343
Sr.vr.	11054 4309	228 4308	-59,1 4308	11828 4280	-56,6 4267	13650 4113	-56,1 4103
	100 mb			70 mb		50 mb	
I	15960 330		-56,4 330	18238 300	-56,8 300	20356 248	-56,6 246
II	15964 270		-58,1 270	18226 228	-58,6 228	20345 176	-58,0 173
III	16019 329		-56,7 328	18303 257	-57,4 257	20411 205	-56,9 204
IV	16099 298		-55,7 298	18383 258	-56,3 257	20516 207	-55,6 205
V	16282 291		-55,0 291	18574 256	-55,8 256	20695 203	-54,8 203
VI	16426 344		-55,3 344	18714 320	-55,4 320	20851 281	-53,2 281
VII	16556 315		-56,8 315	18836 281	-55,5 281	20975 234	-52,6 233
VIII	16551 320		-56,8 319	18839 270	-54,8 269	20981 228	-52,4 228
IX	16411 319		-57,4 319	18686 275	-55,9 275	20816 238	-54,3 232
X	16238 331		-60,0 329	18488 283	-58,6 283	20590 237	-57,7 237
XI	16068 311		-60,8 311	18307 264	-61,1 262	20378 217	-61,2 217
XII	15989 304		-58,5 302	18231 262	-59,7 262	20325 219	-60,2 213
Sr.vr.	16218 3763		-57,3 3756	18493 3254	-57,1 3250	20616 2690	-56,0 2672

