MATEMATIČKI LIST

ZA UČENIKE OSNOVNE ŠKOLE

IV

3

BEOGRAD
1970.

SAVEZ DRUŠTAVA MATEMATIČARA, FIZIČARA I ASTRONOMA JUGOSLAVIJE

MATEMATIČKI LIST

za učenike osnovne škole

God. IV, broj 3 (1969/70)
Izlazi pet puta godišnje

IZDAJE DRUŠTVO MATEMATIČARA, FIZIČARA I ASTRONOMA SR SRBIJE

Beograd, Knez Mihailova 35/IV, p. p. 791.

V. Brkić-Devčić (Zagreb)

GRAFIČKO PRIKAZIVANJE NUMERIČKIH PODATAKA

1. Uvodne napomene

Sigurno ste vrlo često vidjeli u novinama, pojedinim knjigama, u kakvom časopisu ili na televiziji — pomoću nekih tablica (tabela), stupaca, krivulja, krugova ili drugih figura — prikazane razne masovne pojave iz prirode ili društva. Takve su pojave: kretanje cijena na tržištu, proizvodnja, potrošnja, natalitet, mortalitet, uspjeh učenika u školi,... Takve pojave proučava posebna grana nauke, tzv. s t a t i s t i k a.*

Statističkim izražavanjima koristi se medicina u otkrivanju uzroka bolesti; u poljoprivredi se ispituje utjecaj kiše i navodnjavanja, te sunčane svjetlosti i topline na prinose; u meteorologiji se na temelju statističkih podataka stvaraju dugoročne prognoze; stasistička istraživanja primenjuju se gotovo u svim naučnim disciplinama i područjima praktičnih djelatnosti (naročito u oblasti društvenog života). Možemo reći: *statistika je nauka koja proučava, istražuje i upoznaje zakonitosti masovnih pojava.*

Promjena jedne veličine u nekoj pojavi ne zbiva se bez veze sa promjenama drugih veličina u toj pojavi, već na neki način (po određenim zakonima) ovisi o tim drugim veličinama.

Podaci o nekoj pojavi najčešće se daju pregledno unošenjem u tablice, bilo vertikalne, bilo horizontalne. Iz takvih numeričkih tablica vidi se neko činjenično stanje o određenim veličinama ili se, pak, dâ zaključiti o tome kakva zavisnost postoji među nekim veličinama. Međutim, tablice ostaju skup suhoparnih brojeva sve dotle dok ne naučimo kako ih treba čitati, kako se treba njima služiti. O tome ovdje nećemo govoriti, jer vam je svakako poznato kako se čitaju jednostavnije numeričke tablice.

Ovdje želimo da objasnimo kako se numerički podaci (iz neke tablice), koji opisuju neku masovnu pojavu, prikazuju grafički.** Naime, vidćemo kako se količinski odnosi unutar raznih pojava (dati numeričkim tablicama) prikazuju geometrijskim i drugim likovima. Takvi prikazi, tzv. *grafikoni ili dijagrami*, na koje smo već navikli, znatno olakšavaju predodžbe o nekoj pojavi. Crtež brže, preglednije i lakše možemo shvatiti nego numeričke tabele.

Grafikoni se vrlo često koriste u prikazivanju statističkih rezultata, jer je prikaz grafikonom jednostavniji, pregledniji i shvatljiviji od prikaza tabelama (nizovima brojeva). Grafički prikazi olakšavaju uspoređivanje velikog broja statističkih podetaka sređenih u nizove i tabele. Oni postaju svakim danom potreba onih koji planiraju, oni su najpopularniji način da se prikaže uspjeh u izvršenju

---

* Postoje i specijalizirane ustanove, *zavodi za statistiku*, koje se bave skupljanjem i proučavanjem različitih podataka datih u obliku nizova brojeva unijetih u razne tablice.

** Uopšte uzev, *grafik* neke veličine je slika kojom prikazujemo kako se ta veličina mijenja.

planskih zadataka, nalazimo ih na zidovima tvorničkih radionica, u uredskim prostorijama, školama... Grafikonu nije svrha da u svemu zamijeni tablicu, koja je dala podatke, nego da *jasno i pregledno* izrazi odnose među veličanama; zato grafikoni nemaju onu tačnost koju imaju tablice: crtanjem, a pogotovu slikom, ne može se uvijek ni postići potpuna preciznost, podaci se moraju ponekad zaokruživati i sl.

Poznato je da je *V. I. Lenjin** pri proučavanju socijalnih pojava veliki značaj pridavao statistici i ona je često prisutna u njegovim djelima; statističke metode bile su mu moćno oružje u objašnjavanju nekih masovnih pojava. Na jednom mjestu on piše: „... *odlučio sam da pokušam prikazati sve osnovne etape „razmimoilaženja“ našeg kongresa u obliku dijagrama. Takav način mnogima će izgledati veoma čudan, ali ja sumnjam da je moguće naći neki drugi način izlaganja, koji bi stvarno generalizirao, koji bi bio tačniji i koji bi dovodio do što je moguće potpunijih i tačnijih zaključaka...*“

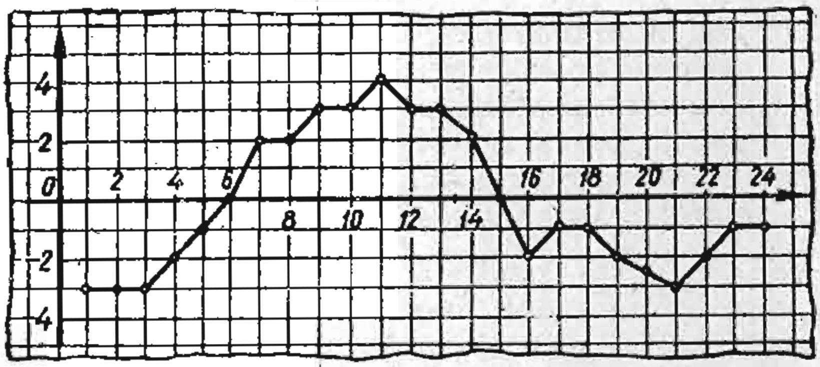
Ima više načina grafičkog prikazivanja. Dobro je naučiti ih sve, a upotrebljavati onaj koji nam se za određeni zadatak čini najzgodnijim. Pri tome valja nastojati da se dobije veće približavanje stvarnosti, što bolja pristupačnost grafikona shvaćanju širokih masa. Najčešće se primenjuju grafički prikazi *linijama i površinama*, a zatim *prikazi pomoću simboličkih likova* (crteži ljudi, životinja, kuća, proizvoda itd.) i *kartogrami* (uz pomcć geografskih karata prikazuje se raspoređenost neke pojave).

Obradit ćemo ih na konkretnim primjerima.

1. Linijski grafikoni

Grafikon se crta u pravokutom koordinatnom sistemu. Pri tome se na jednu osu nanose vrijednosti jedne veličine (na primjer, vremenski razmaci), a na drugu osu — odgovarajuće vrijednosti druge veličine (na primjer, temperature).

P r i m j e r 1. — Na sl. 1 prikazan je grafikon mijenjanja temperature u toku 6. I 1970. godine u Zagrebu.



Sl. 1. Grafikon promjena temperature za 6. 1. 1970.

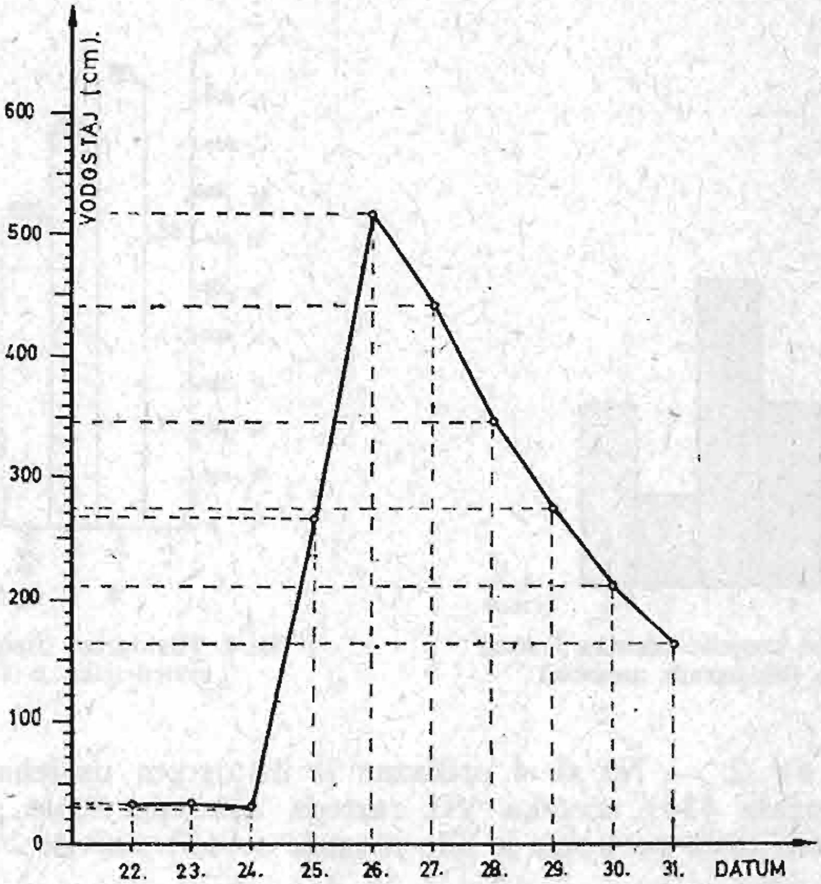
---

*Ove godine, 22. IV, navršava se 100 godina od rođenja *Vladimira Iljiča Lenjina*, osnivača prve u svetu socijalističke države, tvorca Komunističke partije Sovjetskog Saveza, vođe Oktobarske revolucije, genijalnog mislioca, rukovodioca i učitelja međunarodnog proleterijata, čoveka visoke kulture. Ovu stogodišnjicu proslaviće sve progresivne snage u svetu, jer Lenjin simbolizuje XX stoleće. (Ur.)

P r i m j e r 2. — U ovoj tablici dati su podaci koji prikazuju katastrofalnu poplavu Save u Zagrebu u vremenu 22—31. X 1964. godine:

Datum	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29,	30.	31.
Vodostaj (cm)	32	32	30	267	514	440	344	272	210	162

Nacrtajmo pripadni grafikon: uz svaki datum ucrtajmo visinu vodostaja Save tog dana (sl. 2).



Sl. 2. Prikaz vodostaja Save u vrijeme katastrofalne poplave u Zagrebu 1964. godine.

Kada smo spojili tačke, koje smo u koordinantnom sistemu označili, dobili smo jednu izlomljenu liniju. Ovakav linijski grafikon nazivamo *poligon frekvencije* (frekvencija = množina, učestalost nekog zbivanja u određenom razmaku vremena i sl.).

2. Površinski grafikoni

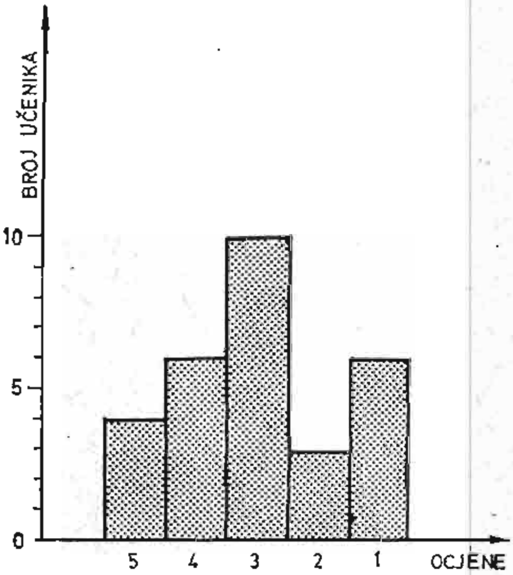
Kod povšinskih grafikona (grafičkih prikaza pomoću površina) površine raznih likova (većinom geometrijskih) odražavaju brojčane vrijednosti veličina. Pri tome možemo imati grafički prikaz jedne grupe pojava (pomoću stupaca ili drugih likova) i grafički prikaz strukture, tj. dijelova neke pojave (pomoću dijelova neke geomertijske figure, najčešće pomoću isječaka kruga).

1. *Grafički prikazi pomoću stupaca* (*histogram*). — Ovi su grafikoni slični već pomenutim linijskim grafikonima, samo što ovdje podatke iz tablice predočujemo pomoću pravokutnika (stupaca).

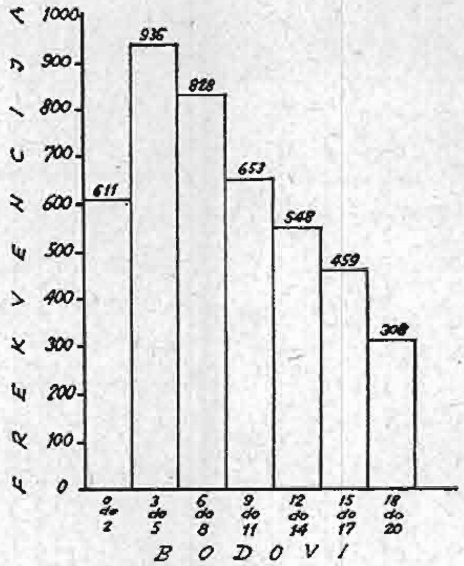
P r i m j e r 1. — U razredu od 29 učenika razred je završilo s odličnim uspjehom 4 učenika, s vrlo dobrim 6 učenika, s dobrim 10 učenika, s dovoljnim 3 učenika, a 6 učenika nije završilo razred.

Ove smo podatke prikazali *pravokutnicima* (sl. 3). Baza svakog pravokutnika (stupca) je 1, a visina jednaka ili proporcionalna brojevima koje prikazujemo. Budući da je baza 1, površina svakog stupca određena je njegovom visinom.

Ovakav površinski grafikon zove se *histogram*.



Sl. 3. Grafikon uspjeha učenika jednog razreda (histogram uspjeha)



Sl. 4. Histogram uspjeha na testu iz matematike u VII razredu

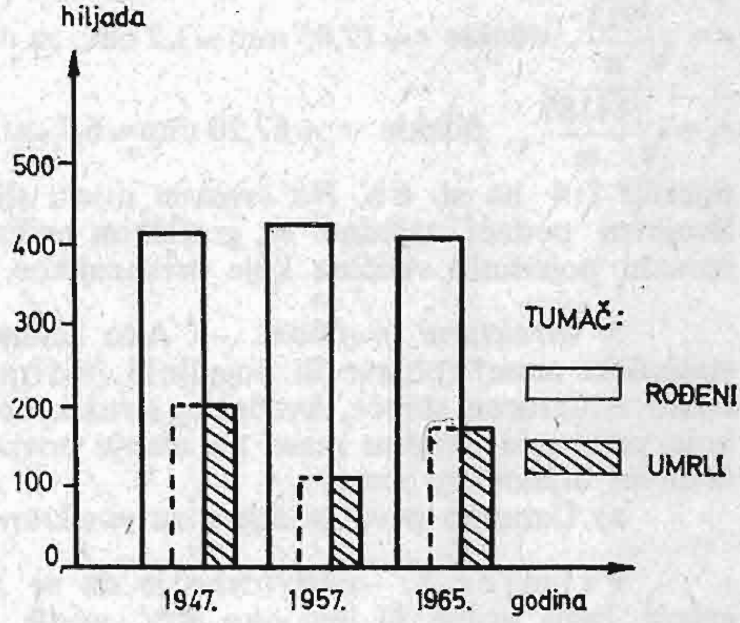
P r i m j e r 2. — Na sl. 4 prikazan je histogram uspjeha iz matematike što su ga pokazala 4343 učenika VII razreda osnovne škole prilikom jednog ispitivanja putem testa na kome je bilo moguće osvojiti najviše 20 bodova.

Ako želimo prikazati pojave (ili dijelove nizova pojava) koje su međusobno vezane za jedan podatak statističke mase, onda možemo upotrebiti i *dvostruke stupce* (ponekad i višestruke stupce), pri čemu se odgovarajući stupci iz oba niza stavljaju jedan do drugoga ili jedan iza drugoga tako da se djelimično prekrivaju. Ako su, na primjer, dvije pojave kao što su izvoz-uvoz, prihodi-rashodi, planirano-ostvareno, rođeni-umrli, proizvodnja-potrošnja. . . vezane za jednu zemlju ili preduzeće ili vrijeme, onda ćemo to prikazati dvostrukim stupcima,

P r i m j e r. — U Statističkom godišnjaku od 1966. godine čitamo ove podatke o prirodnom priraštaju stanovništa u Jugolsaviji:

Godina	rođeni	umrli
1947.	416799	199902
1957.	426701	109334
1965.	408228	170080

Te smo podatke prikazali grafički na sl. 5. Pri tome smo uzeli da stupac visine 1 predočuje 100000 stanovnika. Na taj način stupac visine 4,1 i baze 1 prikazuje broj rođenih 1947. godine; broj umrlih iste godine prikazuje stupac visine 2 i baze 1, koji je pomaknut za 1/2 u desno od prvog strpca. Iz ovakvog prikaza vidi se da se oba podatka odnose na 1947. godinu. Na isti način prikazali smo podatke koji se odnose na 1957. i 1965. godinu.

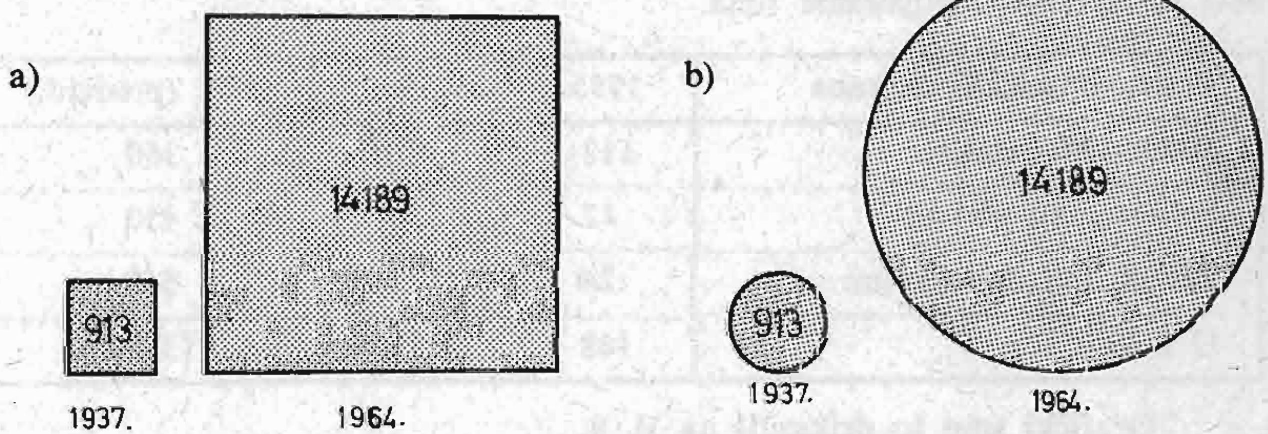


Sl. 5. Grafikon prirodnog priraštaja stanovništva u SFRJ

2. *Grafički prikazi pomoću kvadrata i krugova.* — Umjesto da podatke prikazujemo pomoću stupaca, možemo ih usporediti i tako što ćemo ih prikazati pomoću *kvadrata* ili *krugova*. To činimo naročito onda kad se ne radi o mnogo podataka. Kod prikazivanja pomoću površina kvadrata (krugova) treba uzeti u obzir da se površine kvadrata (kugova) odnose kao kvadrati njihovih stranica (radijusa, poluprečkika).

Primjer: — Proizvodnja elektroenergije u Jugoslaviji iznosila je 1937. godine 913 miliona kWh, a 1964. godine 14189 kWh. Usporedimo ta dva podatka grafički najprije pomoću kvadrata (sl. 6 a), a zatim pomoću krugova (sl. 6 b). Naravno, mogli smo to prikazati i pomoću stupaca (bilo bi ih svega dva).

Svaki od navedenih podataka prikazaćemo površinom kvadrata, uzimajući da 1 milion kWh bude predočen sa 1 mm². Iz $a^2 = 913$ dobijamo da će stranica prvog kvadrata biti $a = \sqrt{913}$ mm $= 30{,}22$ mm ≈ 3 cm. Isto tako, iz $b^2 = 14189$ dobijamo stranicu drugog kvadrata: $b = \sqrt{14189}$ mm $\approx 119{,}12$ mm ≈ 12 cm. Ovi kvadrati prikazani su na sl. 6 a u mjerilu 1:4.



Sl. 6. Proizvodnja elektroenergije u Jugoslaviji

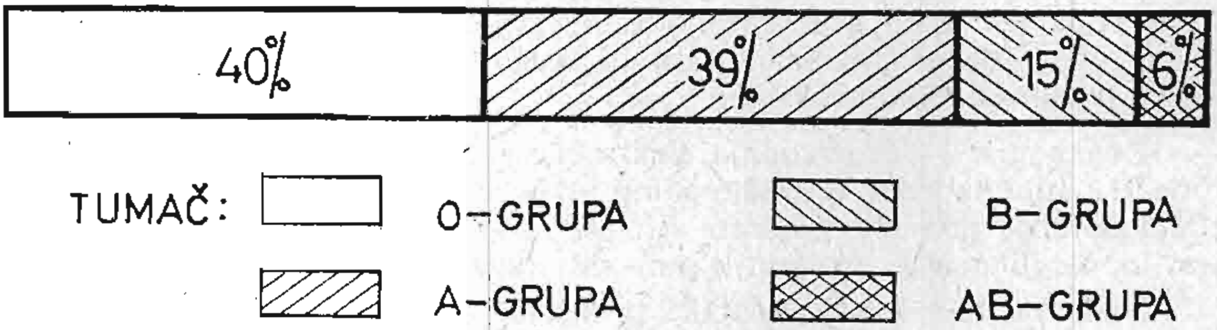
Ako te iste podatke želimo prikazati krugovima, moramo najprije izračunati radijus (poluprečnik) svakog kruga. Za prvi podatak: iz $r^2 \pi = 913$ slijedi

$r = \sqrt{\frac{913}{\pi}}$, odakle $r \approx 17{,}05$ mm $\approx 1{,}7$ cm; za drugi podatak: iz $r_1^2 \pi = 14189$ slijedi $r_1 = \sqrt{\frac{14189}{\pi}}$, odakle $r_1 \approx 67{,}20$ mm $\approx 6{,}7$ cm. I ove smo krugove prikazali u mjerilu 1:4 na sl. 6 b. Na svakom dijelu slike (krugu) napisali smo i podatke. Brojevni podaci zajedno sa grafičkim prikazom daju još bolji uvid u odnose između pojedinih veličina koje prikazujemo.

3. *Strukturni grafikoni.* — Ako želimo prikazati strukturu (građu) neke statističke mase* (pojave ili pojedinih podvrsta unutar grupe pojava), onda koristimo strukturne stupce, kvadrate, strukturne krugove itd. Dijeljenjem površine koja prikazuje ukupnu masu na manje površine mogu se jasnije uočiti pojedini sastavni dijelovi te mase.

a) Uzmimo prvo primjere za *strukturne stupce.*

Primjer 1. — Utvrđeno je da se svi ljudi mogu svrstati u 4 krvne grupe: ljudi grupe O ima oko 40%, grupe A oko 39%, grupe B oko 15%, a grupe AB oko 6%. To smo grafički prikazali na sl. 7, pri čemu smo strukturni stupac okrenuli u horizontalni položaj.



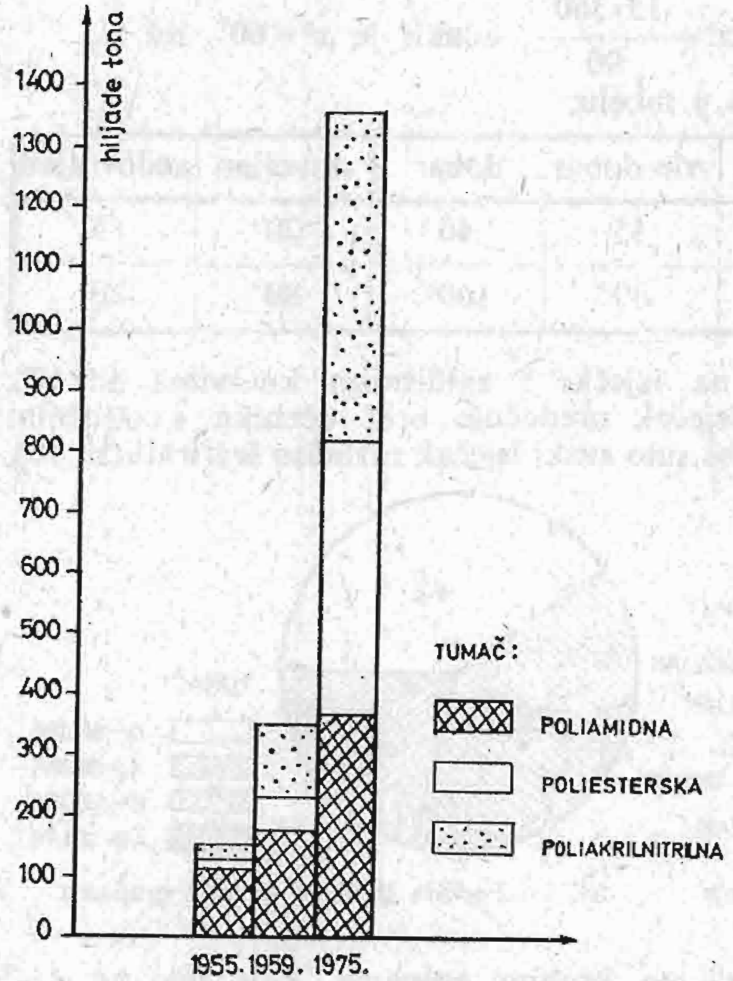
Sl. 7. Podjela ljudi po krvnim grupama

Primjer 2. — Prikažimo grafički podatke iz donje tabele koja prikazuje proizvodnju sintetičkih vlakana u USA i predviđanja za 1975. godinu. U tabeli je istaknuto kolika je proizvodnja pojedine vrste sintetičkih vlakana. Podaci su izraženi u hiljadama tona.

Vrsta sintetičkih vlakana	1955.	1959.	1975. (predviđ.)
Poliamidna vlakna	112	170	360
Poliesterska vlakna	12	55	450
Poliakrilnitrilna vlakna	24	102	540
Ukupno	148	327	1350

Grafički smo to prikazali na sl. 8.

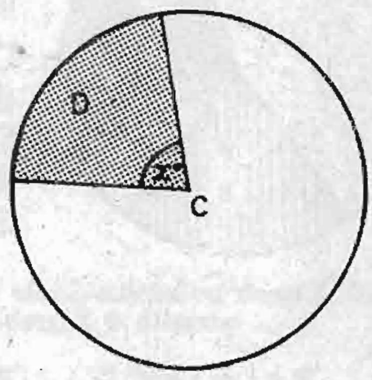
*) *Statistička masa* — skup svih elemenata (objekata, jedinki) jedne masovne pojave koji je predmet statističkog posmatranja.



Sl. 8. Proizvodnja sintetičkih vlakana u USA

Proizvodnju u pojedinoj godini prikazali smo pravokutnicima (stupcima) baze 1 i ukupne visine 148 (prvi stupac), 327 (drugi stupac) i 1350 (treći stupac). Svaki stupac podijeljen je tako da odgovara dijelovima statističke mase, tj. vrstama sintetičkih vlakana. Tako je prvi stupac podijeljen na dijelove 112, 12 i 24 (sl. 7).

b) Za grafičko prikazivanje strukture neke statističke mase češće se koriste *strukturni krugovi*, odnosno njihovi isječci (za dijelove te mase).



Sl. 9

Da bismo krug podijelili na dijelove proporcionalne dijelovima statističke mase treba izračunati koliko stupnjeva središnjeg kuta (ugla) pripada pojedinom dijelu te mase. Koristimo se činjenicom da se broj stupnjeva x^0 odnosi prema punom kutu 360° isto kao što se odnosi isječak D prema cijelom krugu C (sl. 9), tj. $x^0 : 360 = D : C$, odakle dobijamo:

$$x^0 = \frac{D \cdot 360^\circ}{C}.$$

Po ovoj formuli izvačunavamo koliko stupnjeva središnjeg kuta odgovara nekom dijelu statističke mase. Naravno, može se to za svaki pojedinačni slučaj računati i jednostavnim zaključivanjem (putem svođenja na jedinicu).

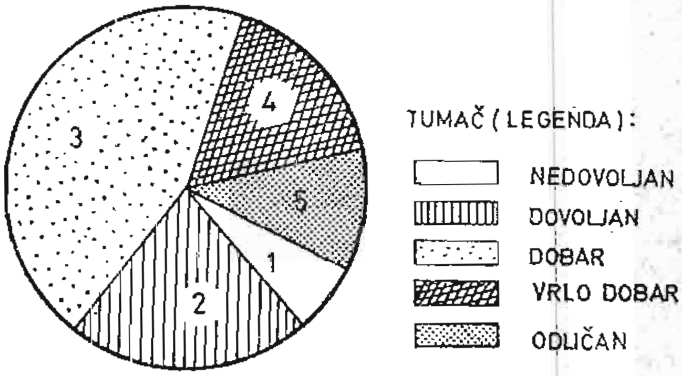
P r i m j e r 1. — Prikažimo pomoću strukturnog kruga ove podatke. Jedne školske godine od 90 polaznika Škole za obrazovanje odraslih u Zagrebu s odličnim uspjehom završilo je 10 polaznika, s vrlo dobrim 15 polaznika, s dobrim uspjehom 40, s dovoljnim uspjehom 20 polaznika, a 5 polaznika nije s uspjehom završilo razred,

Izračunajmo pripadne stupnjeve za svako obilježje. Uvrstimo u gornju formulu podatke za odličan uspjeh: $C = 90$, $D = 10$, tj. $x^0 = \frac{10 \cdot 360^\circ}{90}$, odakle slijedi $x^0 = 40°$; za vrlo dobar uspjeh: $x^0 = \frac{15 \cdot 360°}{90}$, odakle je $x^0 = 60°$, itd.

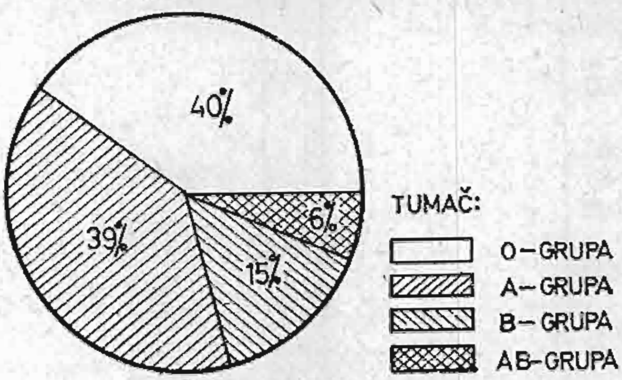
Upisat ćemo sve ove podatke u tabelu:

Obilježje	odličan	vrlo dobar	dobar	dovoljan	nedovoljan
Frekvencija	10	15	40	20	5
Broj stupnjeva	40°	60°	160°	80°	20°

Razdijelit ćemo sada krug na isječke s središnjim kutovima od 40°, 60°, 160°, 80° i 20°. Tada prvi isječak predočuje broj učenika s odličnim uspjehom, drugi s vrlo dobrim,... Još smo svaki isječak različito šrafirali (sl. 10).



Sl. 10. Uspjeh polaznika Škole za obrazovanje odraslih u Zagrebu



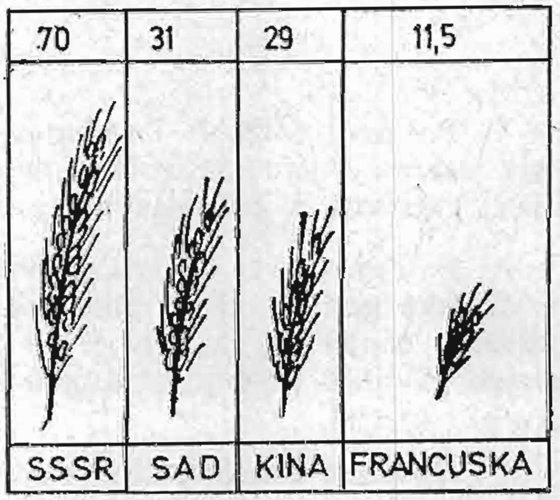
Sl. 11. Podjela ljudi po krvnim grupama

P r i m j e r 2. — Podjela ljudi po krvnim grupama, koju smo na sl. 7 prikazali pomoću strukturnog stupca, može se izrazati i uz pomoć strukturnog kruga (sl. 11). Pošto cio krug (360°) obuhvata 100% (sve ljude), to će 1% biti prikazan sa 3,6°, pa će procentima 40%, 39%, 15% i 6% odgovarati isečci s centralnim uglovima redom: 144°, 140,4°, 54° i 21,6°.

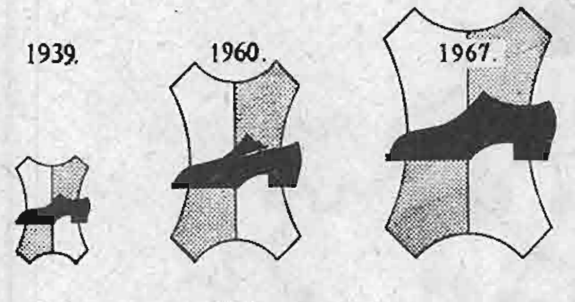
3. Grafički prikazi pomoću simboličkih slika i figura

Kod ovog vrlo popularnog i pristupačnog načina grafičkog prikazivanja, statističke podatke o nekoj pojavi i odnosima veličina u njoj predočavamo idealiziranim (simbličkim) figurama, najčešće nanizanim u redove, pri čemu jedna figura predstavlja jedinicu statističke mase. Takvi grafikoni (dijagrami) ponekad se zovu *piktogrami*. Kod ovakvih grafičkih prikaza treba paziti da se figure uvećavaju ili umanjuju uzimajući u obzir da linearno povećanje uzrokuje povećanje površine na kvadrat.

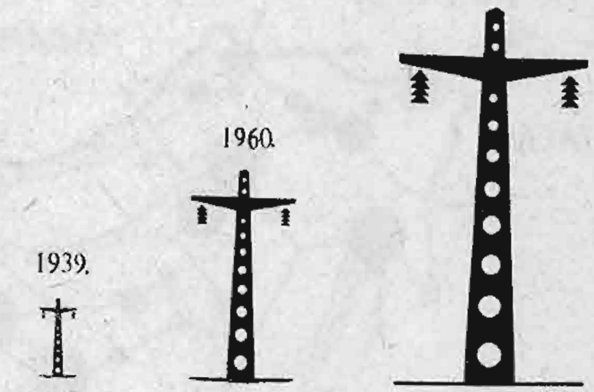
Grafikone ove vrste imamo na slikama 12—14.



Sl. 12. Proizvodnja pšenice u nekim zemljama 1958. god. (u milijunima tona)



Sl. 13. Proizvodnja kožne i gumene obuće u Jugoslaviji (u milionima pari)

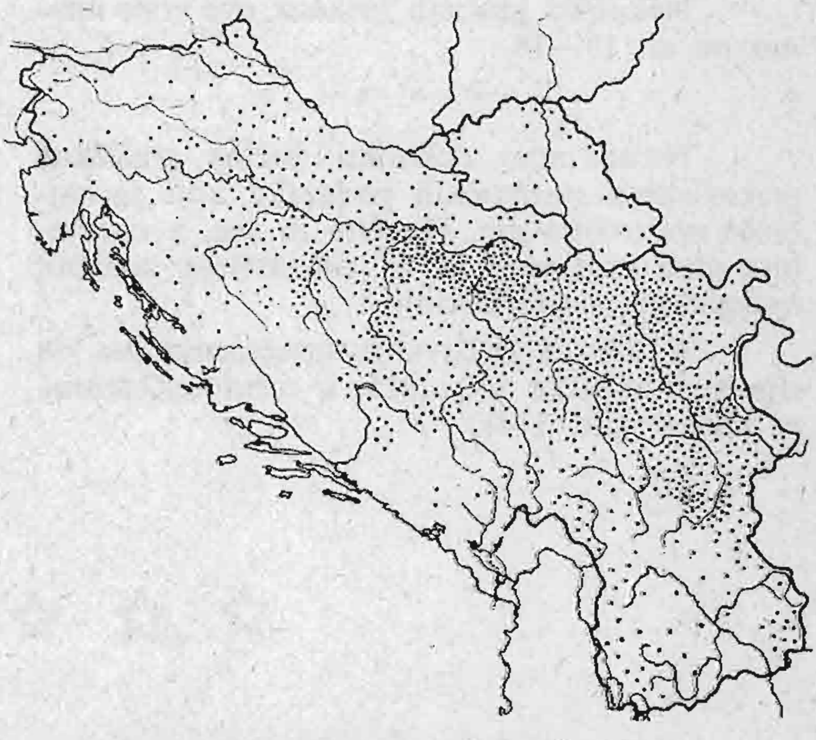


Sl. 14. Proizvodnja elekt. energije u Jugoslaviji (u milionima kWh)

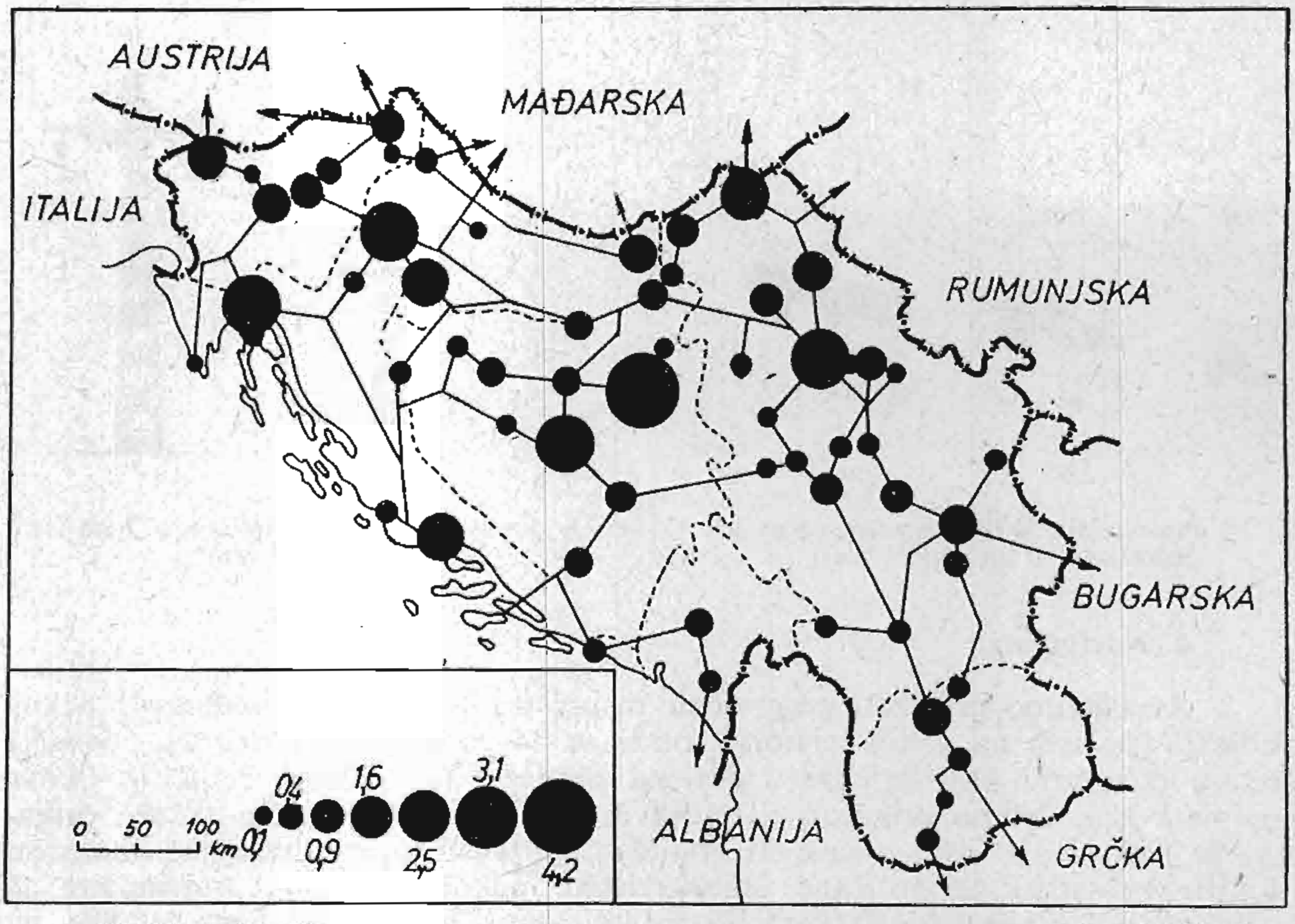
4. Kartogrami

Ako želimo prikazati geografsku rasprostranjenost (raspoređenost) nekog obilježja (pojave) na nekoj teritoriji, onda se na geografskoj karti tog područja ucrtaju dijagrami koji prikazuju dotična obilježja (ucrtavanje različitih likova predmeta koje želimo prikazati ili njihovih simbola; ucrtavanjem tačaka prikazuje se frekvencija neke pojave ili obilježja; ucrtavanjem kvadrata, pravokutnika ili krugova ističu se brojčane karakteristike nekog obilježja; šrafiranjem ili bojenjem pojedinih sektora karte ističe se zastupljenost određene pojave na odgovarajućem području; itd.). Pri tome, broj tačaka ili likova i njihova gustoća, površina ucrtanih geometrijskih i drugih likova, različite nijanse boja itd. treba da budu razmjerni intezitetu obilježja, odnosno numeričkim podacima, koji su

Sl. 15. Razmještaj velikih gradova (s više od 100000 st.) u Americi



Sl. 16. Rasprostranjenost šljiva u Jugoslaviji



Sl. 17. Robni promet 1962. godine na glavnim željezničkim stanicama u Jugoslaviji

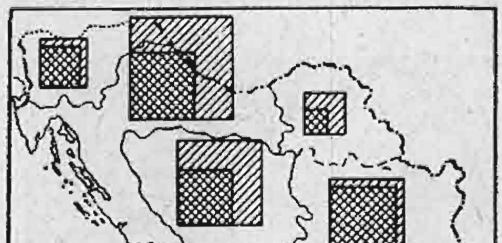
njima prikazani. Ovakvi crteži nazivaju se *kartogrami* (*dijagramske karte, piktografi* i sl.).

Nekoliko grafičih prikaza ove vrste imamo na sl. 15—18.

* * *

Naveli smo nekoliko načina grafičkog prikazivanja statističkih podataka koji se najčešće upotrebljavaju. Naučite ih sve, a upotrebite onaj koji vam je za postavljeni zadatak najzgodniji, najprikladniji.

U cilju uvježbavanja upućujemo vas da riješite i zadatke 513—515. u rubrici „*Odabrani zadaci*" (str. 114).



Sl. 18. Odnos livada i pašnjaka u Jugoslaviji

☆ ☆ ☆

Ј. Вукадиновић (Београд)

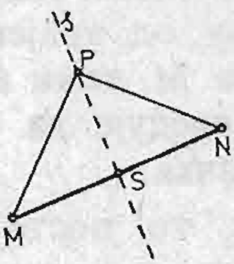
РЕШАВАЊЕ КОНСТРУКТИВНИХ ЗАДАТАКА

II

У прошлом броју „Мат. листа“ (стр. 5—8) решено је неколико конструктивних задатака у којима се користила особина основичине висине једнакокраког троугла. У овом чланку показаћемо неколико задатака који се могу решити помоћу особине симетрале дужи.

Шта је симетрала дужи и коју особину имају тачке на њој?

Симетрала дужи је права која пролази кроз средину дужи и нормална је на тој дужи. Нека је MN ма која дуж (сл. 1), а S њена средина; тада је права $s\,(s \perp MN,\ S \in s^{*)})$ њена симетрала. Карактеристична особина сваке тачке на симетрали дужи је да је на једнаком растојању од крајева дужи. Ако је P ма која тачка на правој s, тада су правоугли троугли MSP и NSP подударни, па је $MP = NP$, тј. тачка P је на једнаком растојању од крајева дужи M и N.



Сл. 1

На основу поменуте особине симетрале дужи може се решити више једноставних конструктивних задатака.

Овде ћемо изложити пет таквих задатака.

Задатак 1. — *На датој правој p одредити тачку која је је на једнаком растојању од датих тачака A и B.*

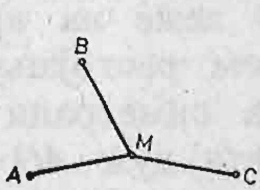
Овај задатак, дат у другом облику, решен је у прошлом броју, па нећемо поновити његово решење (зад. 1).

Задатак 2. — *На датом кругу p наћи тачку која је на једнаком растојању од двеју датих тачака A и B.*

И овај задатак, нешто друкчије формулисан, решен је у прошлом броју (зад. 2).

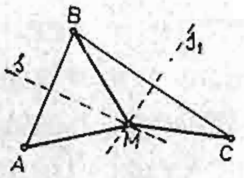
Задатак 3. — *Одредити тачку која је на једнаком растојању од три дате тачке A, B и C.*

Решење. — Најпре треба да се утврди како се може одредити тражена тачка. Обележимо са M тачку која је на једнаком растојању од датих тачака A, B и C (сл. 2). Пошто је она



Сл. 2

на једнаком растојању од тачака A и B, она лежи на симетрали дужи AB. Исто тако, тачка M је и на једнаком растојању од тачака A и C, па лежи на симетрали дужи AC. Значи, овако смо утврдили како може да се изведе *конструкција:*



Сл. 3

1) најпре се конструишу симетрале s и s_1 дужи AB и AC (сл. 3);

2) обележи се са M пресечна тачка симетрала s и s_1 и споји са датим тачкама A, B и C; тачка M је тражена тачка.

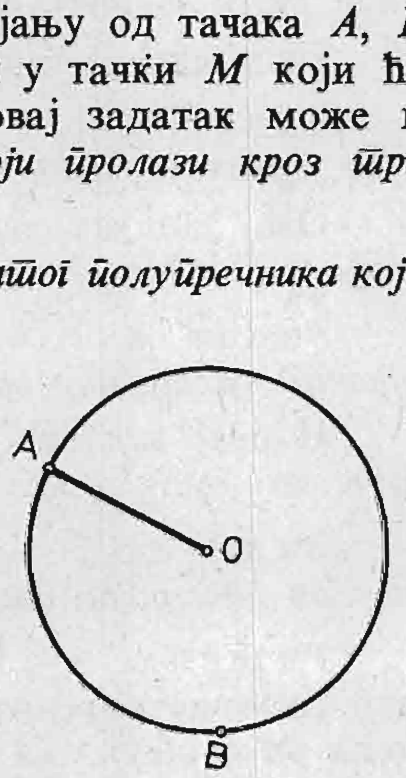
Како се може утврдити да је то заиста тражена тачка? Прави доказ се не састоји у упоређивању дужина дужи AM, BM и CM него се може извести на овај начин: Тачка M лежи на симетрали s дужи AB, а особина сваке тачке ове симетрале је да је на једнаком растојању од крајева дужи, па је $AM=BM$. На исти начин, пошто тачка M лежи на симетрали s_1 дужи AC, биће $AM=CM$. На крају, следује да је $AM=BM=CM$, тј. доказано је да је M тражена тачка.

Како се две праве секу само у једној тачки, то постоји само једна тачка M са овом особином, тј. задатак има само *једно* решење. Када се може десити да задатак нема решења? — Ако тачке A, B и C леже на једној правој тада је $s \parallel s_1$, па се тачка M не може одредити.

Пошто је тачка M на једнаком растојању од тачака A, B и C, може се конструисати круг с центром у тачки M који ће пролазити кроз точке A, B и C. Зато се овај задатак може и овако формулисати: *Конструисати круг који пролази кроз три дате тачке A, B и C.*

Задатак 4. — *Конструисати круг датог полупречника који пролази кроз две дате тачке.*

Решење. — Нека је круг k с центром O тражени круг (сл. 4), а тачке A и B, које леже на њему, дате тачке. Пошто је полупречник круга познат, довољно је одредити његов центар. Како тачке A и B леже на кругу, центар O је на једнаком растојању од ових тачака, па лежи на симетрали дужи AB. Пошто је позната дуж $AO=r$, познато је и растојање центра O траженог круга од дате тачке A.



Сл. 4

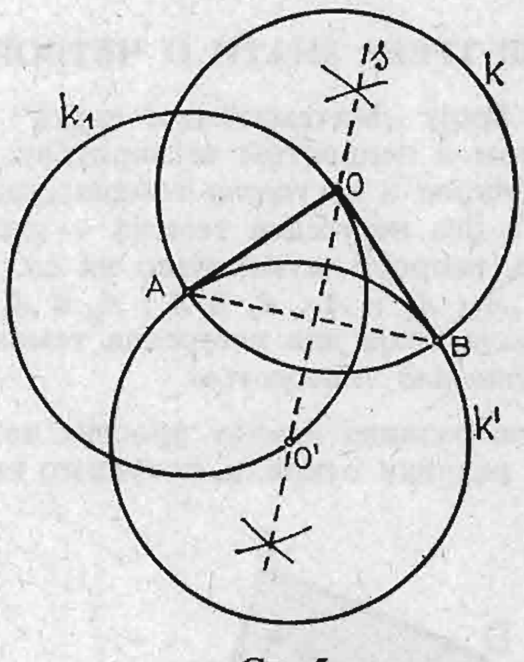
Све тачке које имају једнако растојање од тачке A леже на једном новом кругу с центром у тачки A и полупречником r. Одавде се може закључити да се тачка O налази у пресеку симетрале дужи AB и круга с центром у тачки A и полупречником који је једнак датој дужи.

Зато се може извести следећа *конструкција:*

1) прво се конструише симетрала s дужи AB (сл. 5);

2) затим се конструише круг k_1 с центром у тачки A чији је полупречник дата дуж $MN=r$;

3) обележе се са O и O' пресечне тачке симетрале s и круга k_1; конструишу се кругови k и k' с центрима у тачкама O и O' и полупречником r; добијени су тражени кругови.



Сл. 5

Пошто су добијена два круга, каже се да задатак има *два* решења.

Довољно је показати да је један од ова два круга тражени круг. Пошто тачка O лежи на кругу k_1, то је њено растојање од центра A овог круга једнако полупречнику, тј. $OA=r$, а ово значи да је растојање тачке A од центра O круга k једнако r, тј. тачка A лежи на кругу k. Како тачка O лежи на симетрали s, то је $OB=OA$ тј. $OB=r$, па значи да и тачка B лежи на кругу k. Према томе, круг k пролази кроз тачке A и B и полупречник му је једнак датој дужи, па је то тражени круг.

Из конструкције се види да су добијена два решења. То је у случају кад симетрала s сече круг k_1 у двема тачкама, а то ће бити ако је $r > \frac{1}{2} AB$. Симетрала s додирује круг k_1 ако је $r = \frac{1}{2} AB$; тада задатак има једно решење. Задатак неће имати решења ако је $r < \frac{1}{2} AB$, јер тада права s не сече круг k_1.

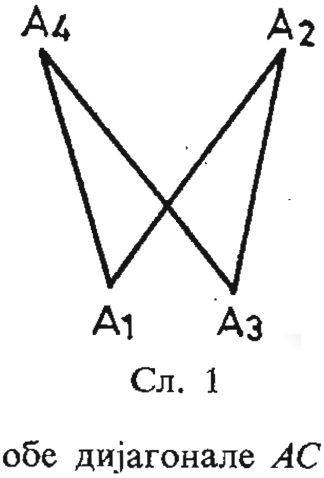
Задатак 5. — *Дата је тачка A и дуж BC. Конструисати круг који пролази кроз тачку A и има тетиву BC.*

Решење остављамо читаоцу.

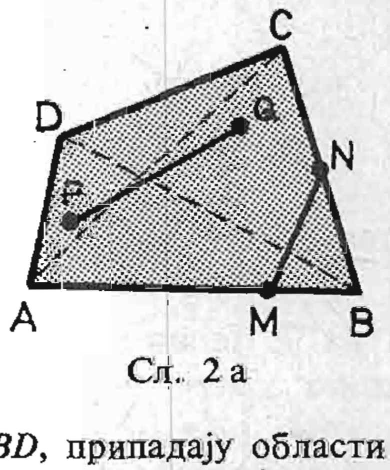
ШТА ЈОШ ТРЕБА ЗНАТИ О ЧЕТВОРОУГЛУ

1. У претходном броју „Математичког листа" (МЛ IV, 1—2, стр. 19) говорили смо о простом и непростом четвороуглу. Код било каквог четвороугла разликујемо *суседна* и *несуседна* темена; два суседна темена припадају истој страници, а два несуседна темена — разуме се — различитим страницама. На пример, непрост четвороугао на сл. 1 има следеће парове суседних темена: A_1 и A_2; A_2 и A_3; A_3 и A_4; A_4 и A_1 (пазите, A_1 и A_3 нису суседна темена). Дуж која спаја два несуседна темена четвороугла зове се као што је познато, *дијагонала четвороугла*.

2. У чему је битна разлика између простих четвороуглова на сл. 2 а и сл. 2 b? Да бисмо ту разлику открили, повуцимо им дијагонале; на сл. 2 а



Сл. 1



Сл. 2 а

Сл. 2 b

обе дијагонале AC и BD, припадају области четвороугла (а област простог четвороугла чине све оне тачке које се налазе на његовим страницама и све оне тачке које се налазе унутар тог четвороугла), што се кратко каже: обе дијагонале тог четвороугла налазе се *у четвороуглу*; међутим, на сл. 2 b једна дијагонала (B_1D_1) налази се ван тог *четвороугла*. Осим тога, на сл. 2 а дуж која спаја било које две две тачке у четвороуглу (нпр. PQ) или на четвороуглу (нпр. MN) *цела припада* области четвороугла, док на сл. 2 b има и таквих тачака да дуж која их спаја *не припада цела* области тог четвороугла (нпр. $M_1 N_1$ и $P_1 Q_1$), већ излази и ван четвороугла $A_1 B_1 C_1 D_1$.

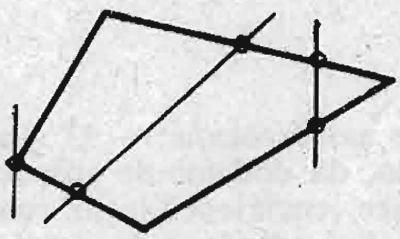
Тиме смо открили тражену битну разлику између четвороуглова на сл. 2; сви четвороуглови који — као и онај на сл. 2 а — имају горе поменуто својство су конвексни, а сви четвороуглови који имају исто својство као онај на сл. 2 b су неконвексни (или конкавни) четвороуглови. Дакле:

a) четвороугао са својством да дуж која спаја било које његове две тачке увек цела припада области тог четвороугла је *конвексан четвороугао* (в. нпр. сл. 2 а);

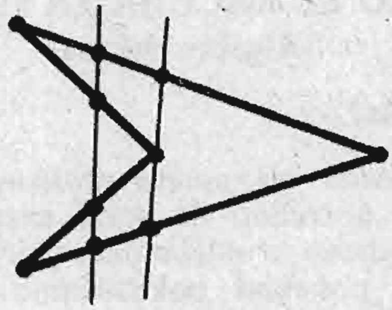
b) четвороугао који има и таквих тачака да дуж која их спаја не припада цела области тог четвороугла је *неконвексан четвороугао* (в. нпр. сл 2 b).

3. Слично четвороуглима, и остали многоугли су или конвексни или неконвексни; нацртајте по један конвексан и по један неконвексан петоугао и осмоугао.

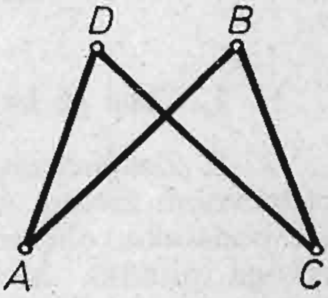
4. Уочимо само руб четвороугла, тј. затворену изломљену линију у равни састављену од четири дужи. С обзиром на карактеристично својство конвексних четвороуглова, јасно је да свака права која сече такав четвороугао а не пролази кроз два суседна темена има *највише две заједничке тачке* с тим четвороуглом (сл. 3 а); међутим, ако је четвороугао неконвексан, тада се увек може повући права која с тим четвороуглом има четири или три заједничке тачке — дакле, *више од две заједничке тачке* (сл. 3 b). — На основу овог последњег може се доказати да је сваки непрост четвороугао неконвексан.



Сл. 3 а



Сл. 3 b



Сл. 4

5. Набројмо добро вам познате конвексне четвороугле: квадрат, правоугаоник, ромб, ромбоид, трапез, трапезоид и, као посебан случај трапезоида, делтоид. Неконвексни четвороугли обично немају неко посебно име; изузетак чини неконвексан и непрост четвороугао на сл. 4, који има два пара супротних једнаких, али непаралелних страница ($AB = CD$, $BC = DA$); такав четвороугао зове се *антипаралелограм*.

6. Ево неколико питања и задатака (тачност својих одговора проверите у наредном броју „Математичког листа"):

1. Да ли је сваки прост четвороугао истовремено и конвексан? Да ли је сваки конвексан четвороугао истовремено и прост?

2. Може ли конвексан четвороугао бити непрост? Може ли неконвексан четвороугао бити: а) прост; б) непрост?

3. Да ли је довољно рећи само: конвексан четвороугао, уместо конвексан прост четвороугао? Да ли је уместо: конвексан прост четвороугао — довољно рећи само: прост четвороугао?

4. Каквих има неконкавних четвороуглова?

5. Ако прост неконвексан четвороугао има два пара једнаких страница, доказати да су му дијагонале нормалне. (Нацртајте најпре један такав четвороугао).

6. Ако су у простом неконвексном четвороуглу дијагонале нормалне, да ли такав четвороугао мора имати два пара једнаких страница?

7. Доказати да су дијагонале антипаралелограма паралелне.

8. Ако су дијагонале једног четвороугла паралелне, да ли тај четвороугао мора бити антипаралелограм?

9. Да ли постоји четвороугао с једнаким и паралелним дијагоналама?

10. Нацртајте прост и непрост неконвексан и осно симетричан четвороугао.

Напомена. — Одговори на питања треба да буду образложени.

(Наставиће се)

Д.

B. Marinković (Beograd)

AZBUKA KIBERNETIKE

(nastavak)

III. KAKO SE RAČUNA SA ISKAZIMA?

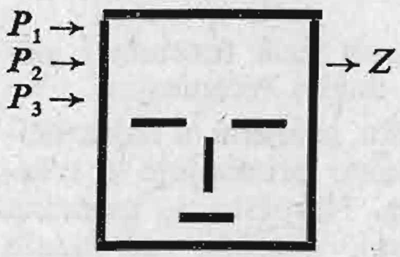
(Algebra iskaza)

1. Čime se bavi logika?

1. *Zaključivanje — jedan od puteva proširivanja naših znanja.* — U svakodnevnom životu, kada je potrebno da nešto saznamo, da dođemo do određenih podataka, obično pogledamo u udžbenike, priručnike, enciklopedije ili, pak, nekoga pitamo. Međutim, ponekad pokušavamo da do određenih podataka dođemo ne koristeći bilo čija znanja, već samostalno — na osnovu sopstvenog znanja i podataka kojima raspolažemo. U ovom slučaju to činimo bilo putem *opita*, bilo uz pomoć pravilnog *zaključivanja* (rasuđivanja, mišljenja). Teško je i zamisliti kako bi oskudna bila naša znanja ako ne bismo učili da rasuđujemo, da zaključujemo; ne bi, naravno, bilo ni kosmičkih letova, niti drugih dostignuća nauke i kulture.

2. *Kako zaključujemo?* — Pri zaključivanju imamo posla sa dve grupe podataka ili informacija: a) *pretpostavke* ili *premise* od kojih se polazi, tj. podaci kojima se do zaključivanja raspolaže, b) *zaključci* ili *posledice*, tj. podaci izvedeni upravo putem zaključivanja. Na taj način, iz onoga što znamo (pretpostavke) dobijamo neke nove podatke (zaključke) samo putem rasuđivanja (zaključivanja), bez direktnog korišćenja drugih informacija.

Misaonu delatnost čovekovu moguće je izučavati sa raznih stanovišta. Na primer, u fiziologiji i psihologiji izučava se kako u samom mozgu teče proces mišljenja, kako se na bazi već postojećih misli rađaju nove misli (zaključci). Međutim, ne mora nas interesovati šta se dešava u čovekovom mozgu dok on misli, dok rasuđuje, već možemo izučavati samo mišljenje kao gotov produkt mozga; naime, struktura mozga nas ne zanima (za nas je mozak u tom slučaju svojevrsna „crna kutija"), već samo struktura i forma njegovog zaključivanja.



Važno je jedino to kakve informacije (u vidu skupa pretpostavki, podataka) dospevaju u mozak i kakav zaključak on daje (pri tome, ako su pretpostavke tačne, zaključak ne može biti netačan). Na ovoj slici pretpostavke su označene sa P_1, P_2, P_3, a zaključak sa Z. Samo zaključivanje shematski se obično zapisuje ovako:

$$\frac{P_1, P_2, P_3, \ldots}{Z}.$$

3. *Logika nas uči pravilnom zaključivanju.* — Pretpostavke (premise) predstavljaju u neku ruku materijal koji se koristi u zaključivanju (rasuđivanju), a zaključci — gotovu produkciju zaključivanja. A kada je zaključivanje dobro, tj. pravilno? Ako uzmemo koju bilo ljudsku delatnost, onda ćete se svakako složiti s time da je ta delatnost dobra (kvalitetna), ako se putem nje od kvalitetnog materijala dobijaju kvalitetni proizvodi; na primer, krojač dobro šije odelo, ako on od dobrog štofa uvek sašije dobro odelo. To takođe možemo reći i za zaključivanje. Način na koji se dolazi do nekih zaključaka je dobar, ako on iz „dobrih" pretpostavki uvek daje „dobre" zaključke. A kada pretpostavke ili zaključke možemo smatrati „dobrim"? Odgovor je jednostavan: samo ako su istiniti, tj. ako odgovaraju stvarnosti. Prema tome, *pravilno je ono zaključivanje koje od tačnih pretpostavki uvek dovodi do tačnih zaključaka.*

Od davnina su ljudi postavljali pitanja: „Kako rasuđujemo? Kako da pravilno zaključujemo?" Pojedini mislioci pokušavali su da dođu do pravila (recepata, shema) pravilnog zaključivanja.

U svakidašnjem životu i raznim naukama, zaključivanja (rasuđivanja) mogu imati različitu sadržinu, ali jednu te istu formu, oblik. Evo dve tvrdnje: 1) Svi kvadrati su paralelogrami, svi paralelogrami su četvorougli; prema tome, svi kvadrati su četvorougli. 2) Svi konji su sisari, svi sisari su životinje; prema tome, svi konji su životinje. Ove tvrdnje različite su po sadržini, ali imaju jedan te isti oblik: „*Svi A su B, svi B* su *C; prema tome, svi A su C*". Tačnost zaključka ovde ne zavisi od konkretne sadržine (tj. da li je reč o kvadratima, četvorouglima, konjima i sl.), već samo od oblika (forme) polaznih pretpostavki i zaključka, a on (oblik) je u oba primera isti.

Nauka o opštim zakonima (pravilima, shemama) mišljenja, a posebno pravilnih rasuđivanja, zove se *logika*; a budući da ona izučava samo forme mišljenja (rasuđivanja, zaključivanja), ne uzimajući u obzir njegovu konkretnu sadržinu, to se ona često naziva *formalna logika.* Osnivač ove logike je čuveni grčki filozof *Aristotel* (384—322. god. pre n.e.). Logika se razvijala i usavršavala u toku mnogih vekova. Intenzivan razvitak u ovoj nauci započeo je tek od polovine prošlog veka, kada su se u njoj počele primenjivati matematičke metode, tj. kada je znameniti engleski matematičar *Džordž Bul* (G. Boole, 1815—1864) u knjizi *„Proučavanje zakona mišljenja"* pokušao, kako sam kaže „da ispita osnovne zakone pravilnog mišljenja, da ih izrazi simboličkim jezikom i na osnovu toga da izgradi metod ove nauke...". To je dovelo do toga da je logika postala samostalna i veoma sadržajna naučna disciplina.

Kao što je poznato, logičko, tj. pravilno mišljenje (rasuđivanje) naročito je karakteristično za matematiku. Dugo je logika služila matematici: matematika se oslanjala na zakone logike. Ali je došlo vreme kada je matematika počela služiti logici, jer naučnici koji se bave logikom koriste se dostignućima matematike, posebno njenim preciznim jezikom. Stvorena je nova matematička grana, nova nauka — *matematička logika*. Matematici je i sada potrebna precizna logika. Drugim rečima, najpre se matematička (simbolička) logika razvijala kao „matematika logike", zatim kao „logika matematike".

Matematičari su danas u mogućnosti da prevedu na jezik formula i jednačina logičke zaključke i sudove iskazane često veoma dugim rečenicama.

Matematička logika u današnje vreme nalazi široku primenu u najrazličitijim oblastima nauke i tehnike. U matematici se uspešno primenjuje u rešavanju kako teoretskih, tako i čisto praktičnih problema. Naročito je značajna njena primena u *kibernetici*. Složeni automatski sistemi, posebno rad raznih računara, ne mogu se ni zamisliti bez matematičke logike. Upravo, koristeći zakone matematičke logike, naučnici i inženjeri uspeli su da stvore *kompjutere* (elektronske računare ili „mozgove"), razne robote i slično-i tako ostvare viševekovnu ideju mehanizacije logičkog zaključivanja. Međutim, ove mašine (automati) ne mogu u svemu zameniti čoveka. Čovek je taj koji za njih stvara potreban program (daje „dnevnu zapovest") i tek tada one nepogrešivo i veoma brzo rešavaju i najkomplikovanije matematičke i logičke zadatke.

U daljem izlaganju upoznaćemo osnovni i najprostiji deo matematičke logike — takozvanu *logiku* ili *algebru iskaza*, koja se još naziva *iskazani račun*, *Bulova algebra* i sl.

4. *Algebra iskaza.* — Možda ćete se upitati: Zar postoji i takva algebra? Odmah možemo ogovoriti da postoji. I upravo je ova algebra neobično važna u kibernetici.

Kao i u svakoj algebri ili aritmetici i u ovoj moraju postojati objekti s kojima se računa? A sa čime se tu računa?

Odgovor je jednostavan: Sa *iskazima*, tj. rečenicama određene vrste (u kojima se nešto o nekome ili nečemu govori, saopštava).

2. Šta su iskazi?

(*Iskazi. Iskazne forme*)

1. *Iskaz.* — Reč „iskaz" svima vam je dobro poznata. Verovatno ste, ne jednom, tu reč upotrebljavali približno u istom smislu kao i reč „rečenica". Svaka rečenica je posebna jezička konstrukcija reči, koja izražava određenu misao (konstataciju, ubeđenje, nameru, želju, sumnju, mogućnost, zahtev, čulnu angažovanost). Svaka prosta rečenica ima neki određen samostalan sadržaj. Ako je rečenica prosta, onda njeni pojedini delovi ne mogu izražavati određene i jasne misli.*

Rečenica — izjava, u kojima se nešto saopštava, ima raznih: *potvrdnih* (»Neretva se uliva u Jadransko more«, »Muha je veća od slona«, »$2\cdot 2=4$«, »Broj 12 je deljiv sa 3 *i* broj 13 je deljiv sa 5«), *upitnih* (»Šta radiš?«, »Ko si?«), *uskličnih* (»Ura!«, »Dođi ovamo!«, »Svi na izbore!«), *bezličnih obrta reči* (»On, ako ide međutim kvadrat«) i dr.

A zar je svaka od njih objekat u algebri iskaza?

Naravno, nije svaka.

---

* U važnim razgovorima misli ne treba izražavati skraćeno, ne treba ispuštati nijedan deo rečenice. Međutim, u svakodnevnom životu, težeći da upotrebimo što manje reči, obično na to ne pazimo, često čak umesto punih naziva govorimo skraćenice i sl.

U iskaznoj algebri *iskazom ćemo nazivati samo onu potvrdnu rečenicu, koja ima jedno i samo jedno od ova dva svojstva: ili je* ***istinita*** *(tačna) ili je* ***neistinita*** *(netačna, lažna), ali ne i jedno i drugo istovremeno.* Drugačije rečeno, iskaz može da ima samo jednu *istinitosnu* vrednost: ili I (istinit, tačan) ili L (neistinit, netačan, lažan). Pri tome pretpostavljamo da u principu postoji mogućnost da se ustanovi da li je dati iskaz tačan ili nije (mada mi to možda i nismo u stanju). Misaoni sadržaj iskaza zove se sud.

Navodimo nekoliko primera iskaza — objekata iskazne algebre:

1) Neretva se uliva u Jadransko more

2) Broj 4 je manji od broja 6

3) Posle utorka je sreda

4) Postoji prirodan broj x takav da je $x<10$

5) Zbir unutrašnjih uglova svakog trougla je 180°

6) P. P. Njegoš je napisao roman »Na Drini ćuprija«

7) Broj 23 deljiv je brojem 2

8) $5\cdot5=20$

9) Za svaki broj a je $a^2=4$

10) Dijagonale pravougaonika su jednake i uglovi su mu oštri

11) Tačno kroz 1000 sati u Beogradu će padati kiša

12) »Snežni čovek« na Himalajima postoji.

Ovo su bili iskazi određene istinitosti: prvih pet iskaza (1—5) su istiniti, tačni (I); sledećih pet iskaza (6—10) su neistiniti, netačni, lažni (L); jedanaesta rečenica takođe je iskaz za koji će se kroz 1000 sati moći reći da li je tačan ili nije; poslednju rečenicu takođe smatrámo iskazom u navedenom smislu, jer je ona nesumljivo ili tačna ili netačna, mada ne znamo šta je od to dvoje u stvarnosti.

Upitne i usklične rečenice, kao i razne bezlične obrte reči ne smatramo iskazima (Kako si? Pomnoži 5 sa 3! Svi na izbore! Samo to!); govoriti o istinitosti ili neistinitosti takvih rečenica uopšte nema smisla.

Nisu iskazi ni ovakve rečenice: »Bitka na Neretvi« je dobar film; Matematika je zanimljiv predmet. Naime, nema niti može biti jedinstvenog mišljenja o tome da li su ove rečenice istinite ili nisu; na primer, za neke je matematika interesantan predmet, a za druge nije.

Rečenice: »Padao je sneg«, »Dužina puta je 10 km«, »$x+2=5$« — takođe nisu iskazi; da bi imalo smisla govoriti o njihovoj istinitosti ili neistinitosti potrebni su dopunski podaci, tj. potrebno je preciznije reći: kada i gde je padao sneg, o kojem konkretnom putu je reč, koji broj je označen sa x.

2. *Iskazna forma.* — Rečenica »$x+2=5$« nije iskaz, jer se ne može reći da li je istinita ili neistinita sve dok se promenljiva x ne zameni nekim konkretnim brojem ili dok se posebno ne naglasi da to važi za svaku vrednost ili samo za neke vrednosti x. Ako se pak umesto promenljive x stavi koja bilo njena vrednost, onda će se dobiti iskaz, istinit ili neistinit — zavisno od toga koji je broj zamenjen umesto x. Naime, svakoj vrednosti promenljive iz nekog skupa brojeva, odgovara u ovom slučaju ili istinit ili neistinit iskaz. Neka, na primer, vrednosti promenljive x u jednakosti $x+2=5$ budu prirodni brojevi: 1, 2, 3, 4,... Tada ćemo imati:

x	$x+2=5$	Kakav se iskaz dobija?
1	$1+2=5$	L (lažan)
2	$2+2=5$	L (lažan)
3	$3+2=5$	I (istinit)
4	$4+2=5$	L (lažan)
5	$5+2=5$	L (lažan)
...	....	....

U prvu kolonu pisali smo brojeve koje smo zamenjivali umesto x, u drugu — rezultat te smene u jednakosti $x+2=5$, a u treću — istinitosnu vrednost dobijenih iskaza.

Kao što vidite, rečenica »$x+2=5$« je istinit iskaz samo za $x=3$, jer je zaista $3+2=5$.

Takva rečenica, koja sadrži promenljive (jednu ili više) nije iskaz, već tzv. *iskazna forma* (ili forma za iskaz), koja postaje iskaz (istinit ili neistinit) kada se te promenljive zamene nekim njihovim vrednostima (najčešće, konkretnim brojevima).

I rečenice: 1) »Ona je plavuša« i 2) »Prirodan broj je deljiv sa 3« — pretstavljaju samo forme za iskaze: prva postaje iskaz (istinit ili neistinit) samo kad se umesto zamenice »ona« stavi ime neke određene žene (iz nekog skupa žena); druga rečenica postaće iskaz ako se umesto reči »prir. broj« stavi neki konkretan prir. broj. Te rečenice mogu se zapisati i ovako: 1) »Žena x je plavuša« i 2) »Prir. broj y je deljiv sa 3«.

Iz formi za iskaze mogu se dobiti iskazi ne samo zamenjivanjem promenljivih njihovim vrednostima, već i pomoću specijalnih reči, kao što su: »*svaki*« (ili njegovih sinonima — reči istog značenje: »svi«, »bilo koji« i sl.) i »*postoji*« (kao i pomoću reči: »neki«, »bar jedan« i sl.). Primenimo to na gornja dva primera. Imaćemo:

»Svaka žena je plavuša« — neistinit iskaz.

»Postoji žena koja je plavuša« — istinit iskaz.

»Svaki prir. broj y je deljiv sa 3« — neistinit iskaz.

»Neki prirodan broj y deljiv je sa 3« — istinit iskaz.

Šta mislite, da li je slovo y u poslednje dve rečenice — promenljiva? Nije, jer nema smisla umesto njega stavljati neki određeni prir. broj. Međutim, u rečenici »Prir. broj y deljiv je sa 3«, y je pretstavljalo promenjivu. *Takva* »bivša« promenljiva naziva se *vezana promenljiva.*

U daljem izlaganju pod »rečenicom« podrazumevaćemo »iskaz« ili »formu za iskaz«.

P r i m e d b a. — Svaki izraz koji sadrži promenljive zovemo *forma*. Na primer, $x+2$ je forma za broj. Ako se umesto promenljive x stave konkretni brojevi, dobiće se brojevi (a ne iskazi); recimo, za $x=3$ forma (izraz) $x+2$ postaje broj 5.

Potrebno je da dobro zapamtiš kakve rečenice možemo koristiti u iskaznoj algebri, a kakve ne.

3. *Označavanje iskaza. Iskazna slova.* — U običnoj algebri slovima označavamo brojeve, promenljive, ... Mi ćemo ovde slovima označavati i iskaze — objekte naše »algebre«. Tako ćemo umesto sa iskazima (čije su formulacije često veoma duge i nepodesne za »računanje«), operisati sa takozvanim *iskaznim slovima*, kojima smo označili date iskaze.

Primeri. — 1) A — Broj 4 je manji od broja 6
2) B — Broj 23 je deljiv sa 2
3) C — Dunav se uliva u Drinu
4) D — Kroz tačku M van prave p prolazi samo jedna prava koja ne seče pravu p.

Kao što smo istakli, svaki iskaz je ili istinit (tačan) ili neistinit (netačan), a jedno i drugo istovremdno ne može biti, tj. svaki iskaz ima istinitosnu vrednost ili ***istinit*** ili ***neistinit***. Prema tome, i svako iskazno slovo može imati samo dve vrednosti: ili *I* ili *L*.

Ako je iskaz A tačan, onda ćemo to zapisivati ovako: $A=1$. Ako je iskaz B netačan, onda ćemo to pisati ovako: $B=0$.

Koje su istinitosne vrednosti iskaza C i D u gornjim primerima?

Umesto 1 i 0, kao oznake za istinit (tačan) i neistinit (netačan, lažan), pored *I* i *L*, mogu se uzimati i drugi simboli, na primer: $\top$ i $\perp$ (čitaj:te i ne-te), $\uparrow$ i $\downarrow$ (Ovako su stari Rimljani palcem pokazivali gore ili dole, što je značilo odluku da li će osuđenik biti pomilovan ili ne).

Kao što vidite, u iskaznoj algebri iskazna slova (kao promenljive) mogu imati samo jednu od ove dve vrednosti: ili 1, ili 0.

U iskaznoj algebri uopšte nas ne interesuje sadržina iskaza (tj. nije bitno da li se radi o kvadratima, pticama i sl.), već samo njegova istinitosna vrednost (tj. da li je *I* ili *L*).

4. *Prosti i složeni iskazi.* — Većinu od svih napred navedenih iskaza (str. 107—109) nije moguće raščlaniti na druge iskaze; to su tzv. *prosti iskazi* (u njima se nešto govori samo o jednom događaju, pojavi, predmetu i sl.) Međutim, ima i iskaza koji su obrazovani od dva ili više prostih iskaza.

Kao što znate, u aritmetici — na primer — iz datih brojeva gradimo (pomoću određenih postupaka) druge brojeve; na primer, ako imamo kao polazne brojeve 8 i 5, onda možemo pomoću osnovnih računskih operacija dobiti redom brojeve: $8+5$, $8-5$, $8\cdot 5$ i $8:5$. tj. 13, 3, 40 i 1,6.

Slično tome, od datih iskaza mogu se obrazovati novi iskazi pomoću logičkih veznika (operacija) koji se izražavaju rečima: ***»ne«***, ***»i«***, ***»ili«***, ***»ako ... onda«***, ***»tada i samo tada, kada«*** i dr.

Istinitosna vrednost složenog iskaza zavisi od istinitosnih vrednosti iskaza od kojih je složeni iskaz sastavljen, kao i od načina na koji je to učinjeno.

Primer. — Od dva iskaza:

A: »Sunce izlazi na istoku«,

B: »Mesec je manji od Zemlje«

mogu se sastaviti sledeći iskazi:

*A **i** B*: »(Sunce izlazi na istoku) ***i*** (Mesec je manji od Zemlje)«;

*A **ili** B*: »(Sunce izlazi na istoku) ***ili*** (Mesec je manji od Zemlje)«;

Ako *A*, ***onda*** *B*: »Ako (Sunce izlazi na istoku), ***onda je*** (Mesec manji od Zemlje«);

A tada i samo tada, kada B: »(Sunce izlazi na istoku) ***tada i samo tada kada je*** (Mesec manji od Zemlje);

A, *a B*: »(Sunce izlazi na istoku), *a* (Mesec je manji od Zemlje)«;
A, *ali B*: »(Sunce izlazi na istoku), *ali* (Mesec je manji od Zemlje)«; itd.

Pomoću rečce »*ne*« ili skupine »*nije tačno da*« može se i iz jednog iskaza dobiti novi iskaz:

»Sunce *ne* izlazi na istoku«,

»Nije tačno da je Mesec manji od Zemlje«.

U gornjem primeru, da bismo istakli onu ulogu koju imaju upotrebljeni veznici, polazne iskaze stavili smo u zagrade.

Od svih veznika najčešće se upotrebljavaju »*i*«, »*ili*«, »*ako... onda*«, »*tada i samo tada, kada*« (poslednja dva se naročito mnogo upotrebljavaju u matematici). Svaki od ostalih veznika ili je blizak po smislu nekom od navedenih ili se može zameniti nekom njihovom kombinacijom s rečcom »*ne*«. Tako, na primer, veznici »a« i »ali« po smislu su bliski vezniku »i«. A umesto da se kaže »Ići ću ili na utakmicu ili u kino«, može se reći i nešto duže: »Ići ću na utakmicu i neću ići u kino, ili, ići ću u kino i neću ići na utakmicu«.

Veznici »*i*«, »*ili*«, »*ako... onda*«, »*tada i samo tada, kada*« i rečca »*ne*« nazivaju se *logičkim veznicima*, a obrazovanje novih iskaza pomoću njih nazivamo *logičkim operacijama*. U matematičkoj logici smisao pojedinih veznika precizira se tako da se u svim slučajevima bez dvoumljenja može reći da li je dobijeni složeni iskaz istinit ili nije.

Eto videli ste, sa kojim od svemogućih iskaza što ih ljudi upotrebljavaju, možemo vršiti operacije, tzv. logičke operacije. Zar operacije sa iskazima (rečenicama)! Upravo tako. A koje su to operacije? Sabiranje, množenje, negacija i druge.

O tome će biti reči u sledećem broju »Mat. lista«.

4. *Zadaci za vežbu*

1) Rečenica »$x+y=5$«, koja sadrži dve promenljive, nije iskaz. Ako se, pak, promenljive x i y zamene nekim konkretnim vrednostima, dobiće se tačni ili netačni iskazi. Neka x i y imaju vrednosti u skupu prirodnih brojeva. Popuni odgovarajuću tablicu (str. 108) i nađi sva rešenja jednačine $x+y=5$ u skupu prirodnih brojeva. Koliko ih ima?

2) Među sledećim rečenicama najpre utvrdite koje su »naše«, tj. koje su iskazi, a koje su samo forme za iskaz; za svaki iskaz navedite da li je istinit ili ne.

A: »$4+5=9$«; *B*: »20 je veće od 24«; *C*: »Molimo vas, ne pušite!«; *D*: »$2x-5=9$«; *E*: »Slonovi žive u Indiji i Africi«; *F*: »Koliko km ima do Beograda?«; *G*: »Jesen je najlepše godišnje doba«; *H*: »Dijagonale pravougaonika su jednake«; *I*: »Za svaki ceo broj x je $x^2 \geqslant 0$«; *J*: »Drina se uliva u Jadransko more«; *K*: »Zatvori svesku!«; *L*: »U ovoj rečenici ima ... slova«.

3) Od iskaza: *A* — »Ići ću u Beograd« i *B* — »Danas je nedelja« sastavi nove iskaze pomoću logičkih veznika.

4) U sledećim složenim iskazima (rečenicama) izdvojite elementarne (proste) iskaze i logičke veznike: 1. Svaki učenik mora učiti maternji jezik ili francuski jezik; 2. Presečna tačka dijagonala kvadrata je centar opisane kružnice oko kvadrata *i* centar upisane kružnice u kvadrat; 3. Ako je a deljivo sa 3 i b deljivo sa 3, onda je $a+b$ deljivo sa 3; 4. Ne postoji »snežni čovek«

Odgovori. — 1) Ima samo 4 rešenja: (1; 4), (2; 3); (3; 2) i (4; 1). 2) Iskazi određene istinitosti (»naši«) su: *A*, *B*, *E*, *H*, *I*, *J*; pri tome su *A*, *E*, *H* i *I* — tačni, a *B* i *J* — netačni iskazi. Forme za iskaz su: *D*, *L*. 3) Na primer: »Ići ću u Beograd *i* danas je nedelja«; »Neću ići u Beograd«; itd. 4) Logički veznici su: 1. »*i*«, 2. »*ili*«, 3. »*ako . . . onda*«, 4. »*ne*«.

(Nastaviće se)

Z A D A C I

Zadaci sa prijemnih ispita za upis u srednje škole

Beograd, 27. VI 1969. (drugi rok)

1. Izvrši računske operacije, odnosno uprosti izraz

$$2x(3x-4a)-3a(5a-6x)-10ax,$$

a zatim izračunaj njegovu numeričku vrednost za $x=-3$ i $a=2$. [—6]

2. Reši sistem jednačina:

$$\frac{x-1}{2}-\frac{2y}{3}=3\frac{1}{3}$$

$$0{,}2x+y+1=0 \qquad [x=2,\ y=-2]$$

3. Izračunaj površinu jednakokrakog trapeza čiji je obim 70 cm, a osnovice su mu 27 cm i 17 cm. [264 cm^2]

4. Bazen oblika kvadra ima dimenzije 12 m, 8 m i 2 m. Taj bazen može da se puni kroz cev kojom svakog časa u bazen pritiče 3000 litara vode. Za koje vreme će se kroz tu cev napuniti prazan bazen? [64 časa]

5. Prečnik osnove (baze) kupe je 8 cm, a njen osovinski presek je jednakostranični trougao. Izračunaj površinu i zapreminu te kupe!
[$P=48\pi\ cm^2$; $V=(64\pi\sqrt{3}/3)\ cm^3$]

Одабрани задаци

Ови задаци (а има их за сваки разред) треба да вам послуже за вежбу, припремање за пријемне испите и математичка такмичења. Задатке треба самостално да решите, а наведени резултати, упутства и решења нека вам служе за контролу.

Аритметика

493. Збир двају бројева је 495. Један од бројева завршава се нулом. Ако се та нула изостави (прецрта), добиће се онај други број. Нађи те бројеве. [450 и 45]

У п у т с т в о. — Први број је 10 пута већи од другог.

494. У скупштини, од 360 посланика, неки предлог је примљен са 30 гласова већине; колико је гласова било *за*, а колико *против*?

495. Суму од 12960 динара поделити на два дела тако да један део буде 15 пута већи од другог? [12150; 810]

496. Наћи четири узастопна парна броја чији је збир 4052.

Решење. — 1) Пошто су сви тражени бојеви парни и следују непосредно један иза другог, то је други број већи од првог за 2; трећи је већи од другог за 2, а од првог за 4; четрвти је већи од првог за 6. Заједно, други, трећи и четврти број, већи су од првог за $2+4+6=12$. 2) $4052-12=4040$ — четвороструки најмањи број. 3) $4040:4=1010$ — најмањи број. Тражени бројеви: 1010; 1012; 1014; 1016.

497. У свакој од две корпе био је једнак број јабука. Пошто је из једне корпе продато 150 јабука, а из друге 194 јабуке, онда је у првој корпи остало 3 пута више јабука него ли у другој. Колико је јабука било у свакој корпи?

Решење. — 1) $194-150=44$ (јабуке) — толико је јабука више продато из прве корпе. 2) Узмимо за јединицу број јабука које су остале у другој корпи, када је број преосталих јабука у првој корпи сачињавао 3 јединице; тада $3-1=2$ (јединице) износе 44 јабуке. 3) $44:2=22$ (јабуке) — остало у другој корпи. 4) $194+22=216$ (јабука) — по толико јабука је било у свакој корпи.

Покушајте да задатак решите и помоћу једначине.

498. Ученик је прочитао књигу за 3 дана. Првог дана он је прочитао 0,2 целе књиге и још 16 страница, другог дана 0,3 остатка и још 20 страница, а трећег дана је прочитао 0,75 новог остатка и последњих 30 страница. Колико је страница имала та књига?

Решење. — 1) $1-0{,}75=0{,}25$ новог остатка чини 30 страница. 2) $30:0{,}25=120$ (страница) — нови остатак. 3) $120+20=140$ (страница) чини 0,7 остатка, јер $1-0{,}3=0{,}7$. 4) $140:0{,}7=200$ (страница) — остатак. 5) $200+16=216$ (страница) чини 0,8 књиге, јер $1-0{,}2=0{,}8$. 6) $216:0{,}8=270$ (страница) — толико страница има цела књига.

499. Замислио сам број, од њега сам одузео 1,05, разлику сам помножио са 0,8, производу сам додао 2,84 и добијену суму поделио сам са 0,01; тако сам добио 700. Који сам број био замислио?

Решење. — *I начин*: 1) $700\cdot 0{,}01=7$ — добијени збир. 2) $7-2{,}84=4{,}16$ — производ. 3) $4{,}16:0{,}8=5{,}2$ — замишљени број умањен за 1,05. 4) $5{,}2+1{,}05=6{,}25$ — замишљени број.

II начин: Нека је x — тражени број; тада из

$$[(x-1{,}05)\cdot 0{,}9+2{,}84]:0{,}01=700 \text{ добијамо } x=6{,}25.$$

500. Дешифровати сабирање: ** + ** = *97.

501. Број 2* 44* дељив је са 180. Одредити цифре које треба да стоје уместо звездица! [28440]

502. Број 8** дељив је са 90. Наћи количник! [92]

503. Од цифара 2, 4, 5 и 7 састави (напиши) најмањи и највећи четвороцифрени број. Да ли ће сваки од тих бројева бити дељив са 3? А са 5?

504. Написати три различита разломка чији ће производ бити једнак 1.

505. Просечна тежина кишне капље износи 1/12 p. Одредити колико је кишних капљи пало на 1 m^2 земље, ако је дебљина слоја воде износила 2,2 mm? [26400]

Израчунај на најједноставнији начин (задаци 506—511):

506. $\frac{5}{6}+6\frac{5}{6}\cdot\left(11\frac{94}{1591}-6\frac{38}{1517}\right):8\frac{11}{43}$ [5]

Упутство. — Узети у обзир да је $1591=37\cdot43$ и $1517=37\cdot41$.

507. $\left(7\frac{101}{2527}-6\frac{1001}{1365}\right)\cdot3\frac{6}{23}+3\frac{6}{23}:\left(5-1\frac{187}{253}\right)$ [2]

Упутство. — Пре него што се приступи извођењу назначених операција, треба скратити неке од разломака:

$$\frac{101}{2527}=\frac{1}{25},\quad \frac{1001}{1365}=\frac{11}{15},\quad \frac{187}{253}=\frac{17}{23}.$$

508. $\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{42}+\frac{1}{56}+\frac{1}{72}+\frac{1}{90}+\frac{1}{110}+\frac{1}{132}$ [1/6]

Упутство. — Сваки од датих разломака (сабирака) прикажите као разлику двају разломака, на пример: $\frac{1}{20}=\frac{1}{4}-\frac{1}{5}$, $\frac{1}{30}=\frac{1}{5}-\frac{1}{6}$, итд.

509. $\frac{4}{5\cdot7}+\frac{4}{7\cdot9}+\frac{4}{9\cdot11}+\cdots+\frac{4}{59\cdot60}$ $\left[\frac{112}{305}\right]$

Упутство. — Види задатке 171. и 471.

510. $\frac{7^2}{2\cdot9}+\frac{7^2}{9\cdot16}+\frac{7^2}{16\cdot23}+\cdots+\frac{7^2}{65\cdot72}$ $\left[3\frac{29}{72}\right]$

511. $10101\cdot\left(\frac{5}{111\,111}+\frac{5}{222\,222}-\frac{4}{3\cdot7\cdot11\cdot13\cdot37}\right)$ [7/22]

Упутство. — Најпре треба са 10101 помножити сваки сабирак у загради, при чему извршити и могућа скраћивања добијених разломака.

512. Ево једног задатка старих Римљана.

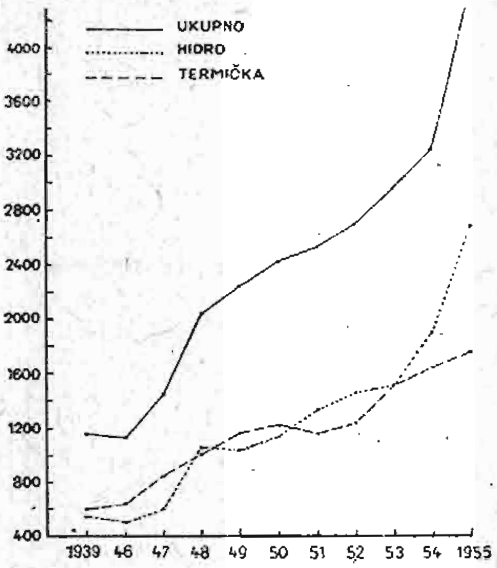
Неки човек, чија је жена била пред порођајем, на самрти је оставио следећу опоруку: ,,У случају да се роди син — нека му припадне 2/3, а мајци — 1/3 остављеног наследства; у случају да се роди ћерка — нека јој припадне 1/3, а мајци — 2/3 наследства“. Удова завештаоца (оставиоца) родила је близанце: дечака и девојчицу. Како ће се поделити наследство, а да ипак буду задовољени услови завештања?

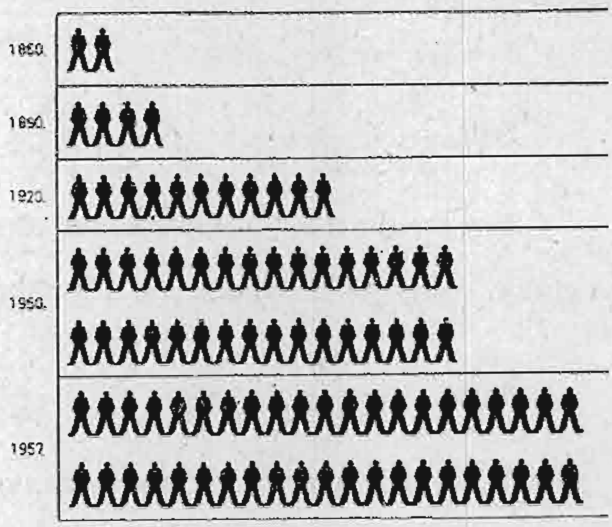
Решење. — Према завештању, мајка треба да добије два пута више него кћер, а син — два пута више него мајка, тј. делови наследства треба да стоје у односу 4:2:1. Према томе, наследство ће се поделити на $(4+2+1)$, тј. 7 једнаких делова, па ће четири таква дела добити син, два дела — мајка и један део — кћи.

513. Прикажи графички (ступцима, квадратима или круговима, структурним круговима и сл.) величину појединих делова света, ако:

Европа има	11,4	miliona km^2
Азија	41,9	,, ,,
Африка	30,0	,, ,,
Сев. Америка	22,4	,, ,,
Јуж. Америка	18,2	,, ,,
Аустралија са Океанијом	8,6	,, ,,
Антартик	14,0	,, ,,
Укупно копна има	146,5	miliona km^2

514. Са графика на сл. доле лево прочитај како се у наведеном периоду кретала производња електроенергије у нашој земљи!



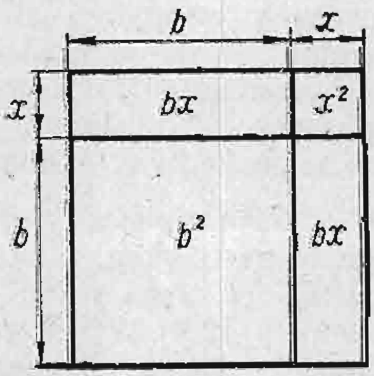


515. На овом је графикону (сл. горе десно) приказано како се мењао број становника у Загребу; једна фигура предочује 10000 становника. Одреди колико је становника било у Загребу у наведеним годинама и прикажи то другим врстама графикона (на пример: ступцима; дужима и сл.)

Алгебра

516. Израчунати $(-2{,}5)\cdot(-4)\cdot(-1)+5^3\cdot(-2)^3:(-1000)-(-2{,}4)\cdot\frac{5}{12}$.

517. Наћи бројну вредност израза $2a+b(c-|d|)$, ако је $a=-5{,}2$; $b=8{,}3$; $c=-6{,}8$; $d=-3{,}2$. [121]



518. Погледајте цртеж на десној страни. На основу тог цртежа објаснити зашто је

$$(b+x)^2=b^2+2\,bx+x^2.$$

Како бисте то речима исказали?

519. Уместо знака троугла, односно звездице, ставити одговарајућа слова (бројеве) тако да се добије ваљана једнакост:

a) $(a+\triangle)^2=a^2+4\,ab+\triangle^2$; [$2\,b$]

b) $(*+4\,k)^2=*^2+8\,k+16\,k^2$; [1]

c) $(*+\triangle)^2=16+2\cdot*\cdot\triangle+9\,c^2$; [$4$; $3\,c$]

d) $(\triangle+*)^2=u^2\,v^2+2\,uv+*$ [uv; 1]

520. Раставити на чиниоце: 249999!

Упутство. — Имамо $249999=250000-1=500^2-1^2=499\cdot501$.

521. Како ћете израчунати збир свих природних бројева од 1 до 100? Како ћете израчунати збир свих природних бројева од 1 до 10000? А како ћете наћи збир свих природних бројева од 1 до природног броја n? Доказано је, да је збир свих природних бројева од 1 до n закључно једнак $\frac{n(n+1)}{2}$.

Израчунајмо збир свих природних бројева од 1 до 1000. Због тога ћемо у изразу $\frac{n(n+1)}{2}$ уместо n ставити број 1000. Добићемо: $\frac{1000(1000+1)}{2}=$ $=500500$. Према томе, збир свих бројева од 1 до 1000 закључно биће 500500. То се пише овако: $1+2+3+\cdots+999+1000=500500$.

Израчунати збир природних бројева од 1 до n, где n има вредности наведене у првом реду следеће табеле; у доњем реду треба писати одговарајуће вредности збира.

n	8	11	24	30	1001	5000
$\frac{n(n+1)}{2}$						

522. При разматрању једнакости $x+30=45$ (једначина) могуће је поставити питање на неколико начина:

a) Којем броју треба додати број 30 да би се добио број 45?

b) Наћи број, који сабран са 30 даје 45.

c) Колики је непознати сабирак (x), ако је познат збир (45) и други сабирак (30)?

d) За коју вредност слова x ће једнакост $x+30=45$ бити тачна?

Која бисте питања могли поставити у вези са једначинама:

1) $23-x=15$, 2) $9\cdot y=36$, 3) $a:5=8$, 4) $9{,}6:z=0{,}12$.

523. Помоћу једначина могу се решавати најразноврснији задаци. Ради тога треба умети саставити једначину према условима задатка. Само решавање постављене једначине, обично не претставља неки посебан проблем...

Решите на тај начин задатке 493-499 и 524!

524. Кад се трећини једног парног броја дода збир наредна два парна броја добиће се 356. Који је то број? (150)

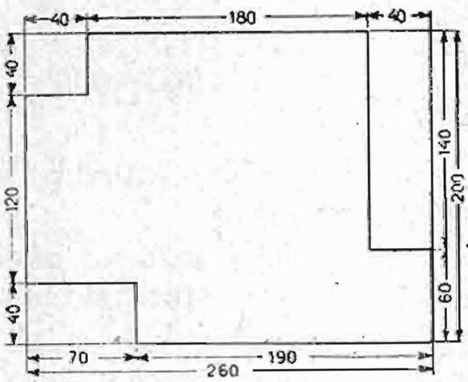
525. Нацртај ромб $ABCD$ тако да угао код темена A буде нешто мањи од 90°. Из произвољне тачке M на страници CD спусти нормалу на AB; нека та нормала пада у тачку N између A и B. Као што је познато, нормална дуж MN зове се висина ромба. — Ако оставимо странице ромба неизмењене, а оштри угао α постепено смањујемо, тада се смањује и висина ромба, а ромб постаје све више издужен.

Да ли постоји толико издужен ромб да висина спуштена било из које тачке на једној страници пада ван супротне странице ромба (тј., тачка N је ван дужи AB)?

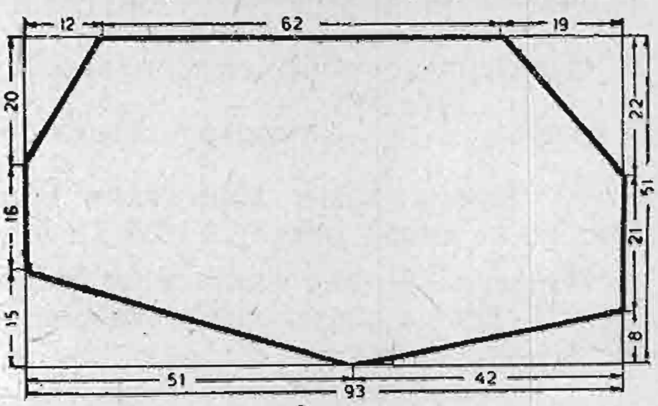
Ако постоји, докажи да постоји.

Ако не постоји, докажи да не постоји.

526. Треба пошумити земљиште облика као на сл. 1 (димензије су дате у метрима). Колико ће бити потребно садница за пошумљавање, ако је међусобна удаљеност садница 1,20 m, а размак између редова је 1 m?



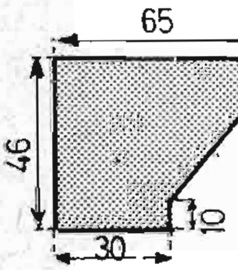
Сл. 1

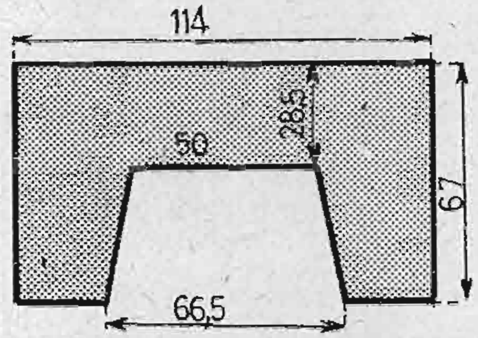


Сл. 2

527. Рибњак има облик неправилног седмоугла (седмерокута) (сл. 2). Израчунај његову површину, ако су димензије на слици дате у метрима!

528. Одредити површине осенчених фигура на доњој слици (димензије су дате у cm).





529. Једна шипка ваљкастог облика тежи 5 kp. Колико би тежила таква шипка, ако би била два пута дебља али и два пута краћа?

Р е ш е њ е. — Запремина шипке (ваљка) је $V = \pi r^2 H$, где је r полупречник, а H — дужина шипке. Ако би шипка била два пута дебља (полупречник $2r$), али и два пута краћа (дужина $H/2$), њена би запремина била $V_1 = \pi (2r)^2 \cdot \dfrac{H}{2} = 2 \cdot \pi r^2 H = 2V$, тј. била би два пута већа. Према томе и тежина шипке повећала би се два пута, па би износила 10 kp.

Konkursni zadaci*

78. Odrediti x iz $100:\{[(7x+24):5]\cdot 4+36\}=1$.

Ovaj zadatak bio je objavljen u ML IV. 1—2, ali ga zbog štamparske greške u većem broju primeraka ML, ponovo objavljujemo. Učenici koji su ranije poslali ispravna rešenja ne moraju to sada činiti, jer ćemo ta rešenja uzeti u obzir.

84. Pogledajte rebus na desnoj strani! Umesto crnih kružića stavite odgovarajuće cifre tako da naznačene aritmetičke operacije budu tačno izvršene. Imajte na umu još i to da je zbir brojeva prve kolone (stupca) jednak rezultatu koji se dobije kad se izvrše operacije u prvom horizontalnom redu (prvoj vrsti), zbir brojeva u drugoj koloni jednak je s rezultatom u drugoj vrsti, itd. Nijedan broj u ovom rebusu nije jednak nuli niti počinje cifrom nula (mada se nulom brojevi mogu završavati). Dajte potpuno obrazloženje svog odgovora!

$$
\begin{array}{rcrcrcrcr}
\bullet\bullet & : & 5 & + & \bullet & \times & 7 & = & 4\bullet \\
\bullet 4 & : & \bullet & - & 4 & \times & \bullet & = & \bullet \\
\bullet\bullet & - & 1 & - & \bullet & \times & 2 & = & \bullet\bullet \\
\bullet 3 & - & \bullet & + & \bullet\bullet & - & 5 & = & \bullet\bullet \\
\hline
\bullet\bullet & + & \bullet & + & \bullet 0 & + & \bullet\bullet & = & \bullet\bullet
\end{array}
$$

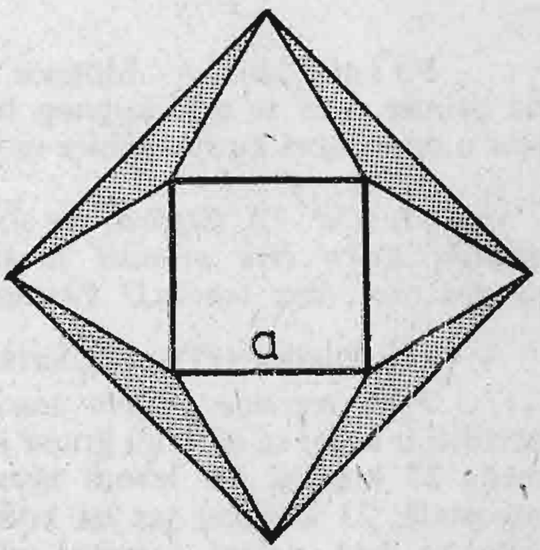
85. Koliko se različitih prirodnih desetocifrenih brojeva može zapisati pomoću deset cifara (1, 2, 3, . . . , 9 i 0), upotrebivši svaku cifru samo jedanput? Odgovor obrazloži!

86. Odrediti a, b i c ako je $\overline{abc}_7=\overline{cba}_9$, tj. treba naći trocifreni broj napisan u brojnom sistemu baze 7, ako se zna da se on i u sistemu baze 9 piše istim ciframa, ali samo u obrnutom poretku. Napisati taj broj i u dekadnom sistemu!

87. Naći četvorocifreni broj koji je jednak kvadratu broja kojeg čine njegove zadnje dve cifre (uzete istim redom).

88. Date su dve koncentrične kružnice; dužina tetive veće kružnice, koja dodiruje manju kružnicu, jednaka je 8 cm. Naći površinu kružnog prstena (vijenca) obrazovanog datim kružnicama.

89. Nad svakom stranicom kvadrata stranice a konstruisani su jednakostranični trouglovi, pa su vrhovi (temena) tih trouglova spojeni (v. sliku desno!).



a) Kolika je površina osenčenog dela slike u funkciji od a?

b) Koliko procenata površi većeg kvadrata je osenčeno?

c) Ako se od komada papira izreže figura koja na ovoj slici nije osenčena tako da bude $a=6$ cm i sastavi jednakoivična četvorostrana piramida (jednakobridna kvadratska piramida), kolika će biti njena površina (oplošje), a kolika zapremina (volumen)?

---

* Vidi uputstvo na sledećoj strani!

Uputstvo rešavateljima konkursnih zadataka

Rešite ove zadatke i rešenja pošaljite uredništvu „Matematičkog lista". Najbolja rešenja a takođe i imena svih učenika koji su sve zadatke ili neke od njih sasvim tačno rešili, objaviće se u listu,

Zadaci 78. i 84—87. dostupni su za rešavanje svim učenicima V—VIII r. Zadatak 88. dostupan je učenicima VII i VIII razreda, a 89. zadatak — učenicima VIII razreda.

Najboljim rešavateljima za svaki razred dodeliće se *nagrade* na kraju školske godine.

Fond za nagrade rešavateljima konkursnih zadataka ove godine je povećan.

Svako rešenje (s tekstom i rednim brojem zadatka) treba pisati na jednoj strani papira. Svako rešenje treba čitljivo potpisati punim imenom i prezimenom, navodeći razred i odeljenje, školu i mesto, na primer: *Mirjana Rakić*, uč. VI_1 raz. Osnovne škole „Filip Filipović", Čačak.

Zadatke rešavajte samostalno ne tražeći pomoći ni od koga. Slike crtajte precizno, a rešenja pišite obrazloženo i čitko. Neuredna, nečitljiva rešenja i rešenja (rezultati, odgovori) bez obrazloženja neće se uopšte uzimati u obzir.

Rešenja zadataka iz ovog broja poslati najkasnije do 15. IV 1970. godine.

Adresa: Matematički list, Beograd, p.p. 728

Na koverti obavezno naznačiti: *Konkursni zadaci.*

Molimo rešavatelje da se u svemu pridržavaju ovog **uputstva**. Rešenja šaljite običnom poštom (a ne preporučeno) kako se ne biste izlagali nepotrebnim troškovima!

Rešenja konkursnih zadataka iz „Matematičkog lista" IV. 1—2

76. *U pet kutija nalazi se ukupno 100 jabuka. U prvoj i drugoj kutiji ima 52 jabuke, u drugoj i trećoj 43, u trećoj i četvrtoj 34, a u četvrtoj i petoj kutiji ima 30 jabuka.*

Koliko ima jabuka u svakoj od tih kutija?

Ako se od ukupnog broja jabuka oduzme onoliko koliko ih ima skupa u prve dve i poslednje dve kutije (tj. u I, II, IV i V), dobiće se broj jabuka u trećoj kutiji; dakle: $100-(52+30)=100-82=18$ — broj jabuka u trećoj kutiji. Dalje je onda lako: $43-18=25$ — broj jabuka u drugoj kutiji, $52-25=27$ — broj jabuka u prvoj kutiji, $34-18=16$ — broj jabuka u četvrtoj kutiji, $30-16=14$ — broj jabuka u petoj kutiji. I zaista je: $27+25+18+16+14=100$.

Julijana Stanimirović, V_2 r. OŠ Grocka

Primedba. — Moguće su i druge varijante u rešavanju ovog zadatka; na primer, ako se od ukupnog broja jabuka oduzme onoliko jabuka koliko ih ima u prve četiri kutije, dobiće se broj jabuka u petoj kutiji: $100-(52+34)=14$, itd.

77. *Od 77 kuglica, na izgled sasvim jednakih, jedna je nešto lakša od ostalih. Kako ćete pronaći tu kuglicu vršeći samo četiri merenja na terazijama sa dva tasa (bez tegova)? Postupak objasnite!*

Sve kuglice (77) podelićemo na tri grupe: 27, 27 i 23 (kuglice).

Prvo merenje. — Na tasove terazija stavićemo po 27 kuglica i odmah utvrditi u kojoj se od triju grupa nalazi lakša (defektna) kuglica (tj. da li je ona među 27 kuglica na levom tasu ili među 27 kuglica na desnom tasu ili među preostale 23 kuglice; tas na kome je grupa sa lakšom kuglicom biće izdignut). Ako se ona nalazi u nekoj grupi od 27 kuglica onda tu grupu razlažemo na tri nove grupe od po 9 kuglica; ako je, pak, ona među one 23 kuglice, onda ćemo tu grupu razložiti na tri grupe: 9, 9 i 5 kuglica.

Drugo merenje. — I u jednom i u drugom slučaju na tasove terazija stavićemo po 9 kuglica i utvrditi u kojoj se od triju grupa nalazi lakša kuglica. Ako se ona nalazi u jednoj grupi od 9 kuglica, onda ćemo tu grupu razložiti na grupice od po 3 kuglice; ako se, pak, tražena kuglica nalazi među onih 5, onda njih delimo na grupice bilo od 1, 1 i 3 kuglice, bilo od 2, 2 i 1 kuglice.

Treće i četvrto merenje. — Postupajući na isti način kao i u prva dva merenja, odredićemo traženu (lakšu) kuglicu.

Napomena. — U slučaju da se prvim merenjem utvrdi da se lakša kuglica nalazi u grupi od 23 kuglice, može se dalje postupiti i tako da toj grupi dodamo još 4 kuglice (iz neke od one dve druge grupe), pa bismo tako opet imali da određujemo lakšu kuglicu u grupi od 27 kuglica. Itd.

Ima i drugih mogućnosti.

Vesna Milanović, VI_4 r. OŠ „NH Čajka“, Trstenik

78. *Odrediti x iz* $100:\{[(7x+24):5]\}\cdot 4+36=1$.

Zbog štamparske greške u formulaciji ovog zadatka (nedostajao je delilac 5 u srednjoj zagradi), on se sada ne uzima u obzir, već se ponavlja u ovom broju „Matematičkog lista“. Međutim, neki rešavatelji su otkrili u čemu je greška i zadatak su tačno rešili. Oni zadatak ne moraju ponovo rešavati; njihova imena objavićemo u narednom popisu rešavatelja.

79. *U jednakosti* $(3\cdot{*}{*}4)^2=492{*}04$ *umesto zvezdica staviti odgovarajuće cifre. Dati obrazloženje.*

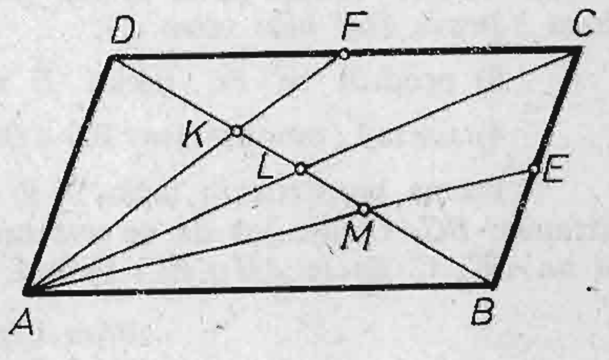
Pošto se na levoj strani nalazi činilac $3^2=9$, jer je $(3\cdot{*}{*}4)^2=3^2\cdot{*}{*}4^2$, to mora i desna strana date jednakosti biti deljiva sa 9, tj. zbir cifara u broju na desnoj strani mora biti deljiv sa 9. Kako zbir poznatih cifara na toj strani iznosi 19, to izlazi da nepoznata cifra mora biti 8. Dakle, broj na desnoj strani je 492804.

Kvadrat nepoznatog činioca (faktora) na levoj strani dobićemo ako 492804 podelimo sa 9; dakle, $492804:9=54756$. Tada će nepoznati broj biti kvadratni koren iz 54756, a on iznosi 234, jer $54756=2^2\cdot 3^4\cdot 13^2=(2\cdot 9\cdot 13)^2=234^2$.

Prema tome, imaćemo $(3\cdot 234)^2=492804$.

Jelica Pop-Lazić, VI_1 r. OŠ u Kumodražu kod Beograda

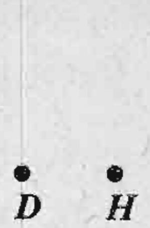
80. *U paralelogramu ABCD teme A spojeno je dužima sa središtima stranica BC i CD. U kojem odnosu povučene duži dele dijagonalu BD tog paralelograma? Obrazloži!*



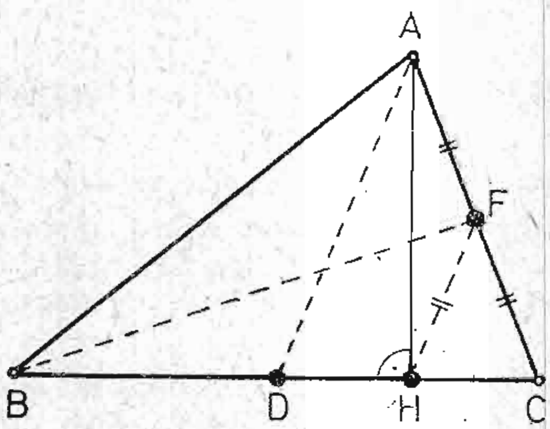
Pošto se dijagonale paralelograma *ABCD* u presečnoj tački *L* polove, to je $AL=LC$ i $DL=LB$. Duž DL je težišna linija u trouglu *ACD*, a *LB* — težišna linija u trouglu *ABC*. Ali i duži *AE* i *AF* takođe su težišne linije tih taouglova, jer su tačke E i F središta stranica BC i DC. Poznato je da presečna tačka težišnih linija (težište) deli svaku težišnu liniju u odnosu $2:1$, tj. deo težišne linije od temena do težišta dvaput je veći od preostalog dela težišne linije. Zato je $BM=2\,LM$ i $DK=2\,KL$. Znači, $DL=DK+KL=2\,KL+KL=3\,KL$ i $LB=MB+LM=2\,LM+LM=3\,LM$. Pošto je $DL=LB$, to je i $KL=LM$ (ako su dve duži jednake, onda su i njihove trećine jednake). Prema tome, $DK=KL=MB$, tj. dijagonala DB podeljena je tačkama K i M na tri jednaka dela.

Jasmina Nikitović, VII$_1$ r. OŠ „Dr D. Mišović", Čačak

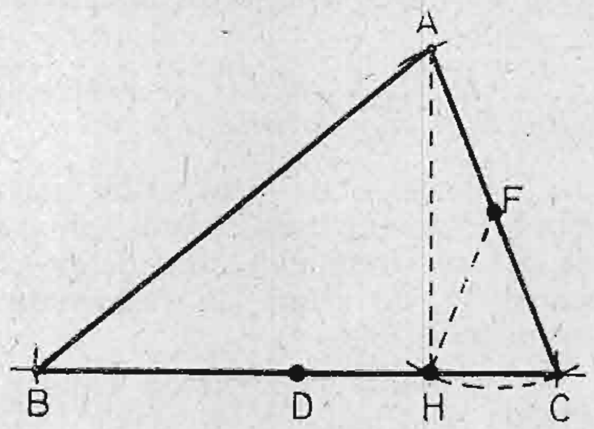
81. *U trouglu ABC iz temena A bile su povučene težišna linija AD i visina AH, a iz temena B bila je povučena težišna linija na suprotnu stranu (D i F — podnožja težišnih linija, H — podnožje visine). Zatim je trougao bio izbrisan, pri čemu su ostale samo tri tačke: D, F i H (vidi sliku desno!) Rekonstruišite (docrtajte) trougao ABC!*



Prvi način. — Pretpostavimo da je zadatak rešen (sl. 1). Težišna linija (HF), povučena u pravouglom trouglu AHC iz temena pravog ugla, jednaka je polovini hipotenuze AC tog trougla (jer je F ustvari centar opisane kružnice oko $\triangle AHC$). Zato je $FC=FA=FH$.



Sl. 1



Sl. 2

Na osnovu toga imamo sledeću *konstrukciju*:

1) najpre se povuče prava DH;

2) zatim se na toj pravoj odredi tačka C tako da bude $FC=FH$ (iz tačke F kao centra opiše se luk poluprečnika jednakog FH, jedan presek tog luka i prave DH biće teme C);

3) produži se FC preko F za duž $FA=FC$ i tako se dobije teme A;

4) najzad, prenošenjem $BD=DC$, odredi se i teme B traženog trougla ABC.

Prema konstrukciji tačka F je središte stranice AC, a tačka D — središte stranice BC. Ostaje još da se uverimo da je tačka H zaista podnožje visine iz A na BC, tj. da je $AH\perp BC$. Dokaz prepuštamo čitaocu.

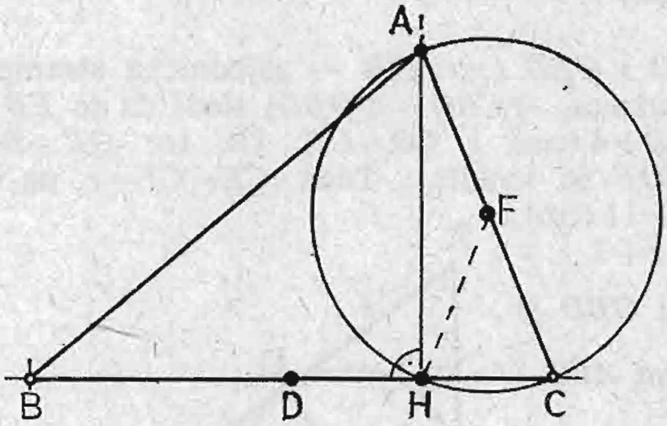
Bosa Čizmović, VII$_4$ r. OŠ „L. Simonović", Nikšić

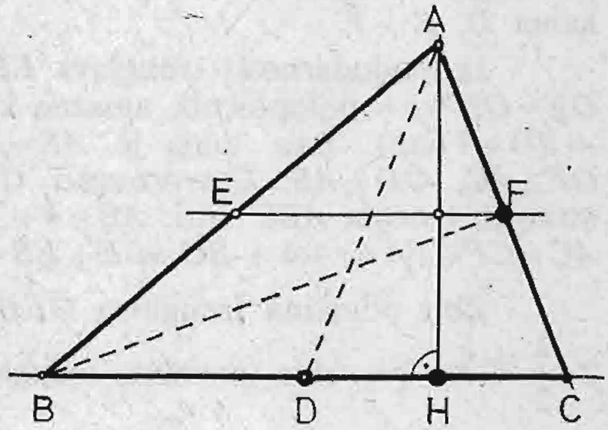
Drugi način. — Utvrdivši, kao i u prvoj varijanti, da je $FC=FA=FH$, imamo sledeću *konstrukciju*:

1) povuče se prava DH; 2) podigne se normala na DH u tački H; 3) iz tačke F kao centra opiše se kružnica poluprečnika jednakog FH (ne mora se opisivati cela kružnica, već jedan njen luk); njen drugi presek sa normalom u H na DH biće tačka A, a sa pravom DH — tačka C; 4) prenoseći $BD=DC$, dobijamo tačku B. Trougao ABC je traženi trougao.

Zaista, iz same konstrukcije proizilazi da je H podnožje visine iz temena A na stranicu BC i da su D i F središta stranica BC odnosno AC (tj. da su AD i BF tež. linije).

Vesna Gašparović, VII_2 r. OŠ „Ž. J. Španac", N. Beograd





Treći način (uputstvo). — Neka je FE prava paralelna sa pravom DH. Tada će tačke A i H biti simetrične u odnosu na FE (Zašto?). Time je položaj tačke A sasvim određen. Odredivši tačku A, nije onda teško dovršiti rekonstrukciju.

Tibor Purger, $VIII_a$ r. OŠ „Ady Endre", Kanjiža

Napomena. — Ovde smo naveli tri varijante rešenja zadatka, mada su naši čitaoci predložili i mnogo drugih.

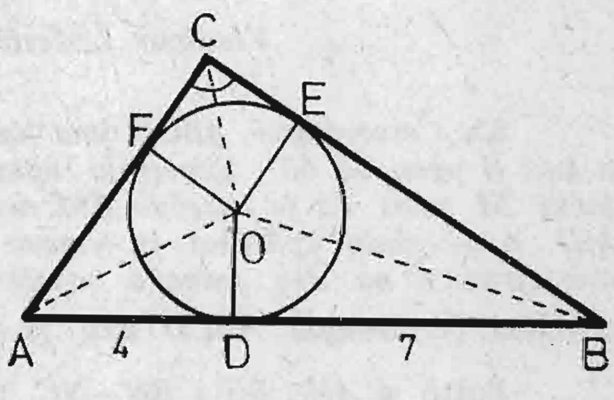
82. *Tačka u kojoj kružnica upisana u pravougli trougao dodiruje hipotenuzu deli hipotenuzu na delove od 4 cm i 7 cm. Odrediti površinu tog trougla.*

Neka je $\triangle ABC$ dati pravougli trougao, a D, E i F — tačke u kojima kružnica upisana u taj trougao dodiruje njegove stranice AB, BC i CA redom. Tada je $AD=4$ cm i $BD=7$ cm.

Četvorougao $CFOE$ je kvadrat stranice r, gde je r — poluprečnik upisane kružnice u $\triangle ABC$, tj. $OD=OE=OF=r$. Pošto je $AF=AD$ i $BE=BD$, to će katete datog trougla biti $AC=AF+FC=4+r$ i $BC=BE+EC=7+r$. Tada će površina trougla biti:

$$P=\frac{AC\cdot BC}{2}=\frac{(4+r)(7+r)}{2}=$$

$$=\frac{28+11r+r^2}{2}=14+\frac{11r+r^2}{2}.$$



Sl. 1

Međutim, prema Pitagorinoj teoremi (poučku) je $AC^2+BC^2=AB^2$, tj. $(4+r)^2+(7+r)^2=(4+7)^2$, odakle je $2r^2+22r=56$ ili $r^2+11r=28$.

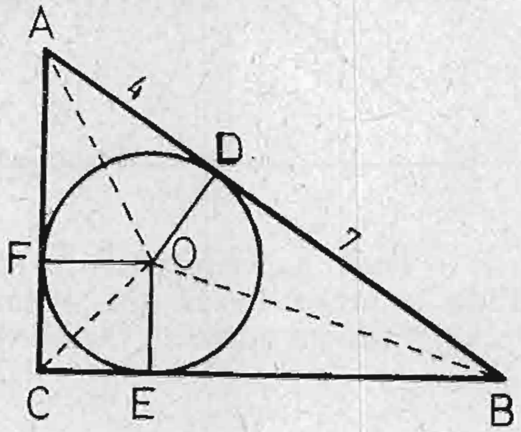
Ako dobijenu vrednost za r^2+11r zamenimo u gornjem izrazu za površinu, imaćemo: $P=14+\frac{28}{2}=28$.

Prema tome, tražena površina iznosi 28 cm².

Monika Gobec, VIII$_b$ r. OŠ Šmarje pri Jelšah.

Drugi način, — Neka (kao i u prethodnom slučaju) kružnica upisana u pravougli trougao ABC dodiruje njegove stranice AB, BC i CA redom u tačkama D, E i F.

Iz podudarnosti trouglova EBO i OBD (jer: OB — zajednička stranica, $OE=OD=r$ — poluprečnik upisane kružnice, $\sphericalangle EBO=\sphericalangle OBD$) sledi da je $EB=BD=7$ (cm). Isto tako je $AF=AD=4$ (cm) i $CE=CF$. Uz to: $OE\perp BC$, $OF\perp AC$, $OD\perp AB$. Četvorougao $CEOF$ je kvadrat. Tada $CE=CF=r$, pa će stranice trougla ABC biti: $AB=4+7=11$ (cm), $AC=CF+FA=r+4$ i $BC=CE+EB=r+7$.



Zbir površina trouglova OEB i OBD je $2\cdot\frac{1}{2}\cdot 7\cdot r=7r$, zbir površina trouglova AFO i AOD je $2\cdot\frac{1}{2}\cdot 4\cdot r=4r$, a površina kvadrata $CEOF$ je r^2. Prema tome, površina trougla ABC biće: $P_{ABC}=P_{CEOF}+P_{EBDO}+P_{AFOD}$,

$$P_{ABC}=r^2+7r+4r=r^2+11r.$$

Dakle, $P=r^2+11r$. (1)

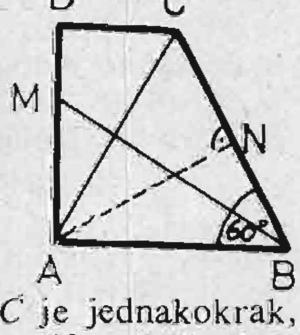
S druge strane, prema Pitagorinoj teoremi je $BC^2+AC^2=AB^2$, tj. $(r+7)^2+(r+4)^2=11^2$, odakle se (kao i u prvoj varijanti rešenja) dobija veza

$$r^2+11r=28. \quad (2)$$

Na osnovu jednakosti (1) i (2) očigledno je

$$P=28\ (\text{cm}^2).$$

Vladimir Liščević, VIII$_5$ r. OŠ „Ž. J. Španac", N. Beograd



83. *Četvorougao* **ABCD** *ima kod temena* **A** *prav ugao, a kod* **B** *ugao od 60°. Simetrala ugla* **B** *seče stranicu* **AD** *u tački* **M** *tako da je odsečak* **AM** *dva puta veći od odsečka* **MD**, *a normala spuštena iz temena* **A** *na stranicu* **BC** *deli ovu stranicu na dva jednaka odsečka. Izračunati stranice i površinu četvorougla* **ABCD** *ako je njegov obim* $O=5+\sqrt{3}$.

Pošto je $AN\perp BC$ i $BN=NC$, to je $AC=BC$, tj. $\triangle ABC$ je jednakokrak, a zbog $\angle B=60°$, $\triangle ABC$ jednakostraničan: $AB=BC=a$, $\angle CAB=60°$ $\angle CAB=30°$.

Kako je $MB \perp AC$, to je $\angle AMB = 60°$, što znači da je $\triangle ABM$ polovina jednakostraničnog trougla u kojem je $AB = a$ visina, a MA polovina stranice; zbog toga je:

$AB = a = MA\sqrt{3}$, $MA = a\sqrt{3}/3 = 2\,MD$, $AD = (3/2)\,MD = a\sqrt{3}/2$, što znači da je AD visina jednostraničnog trougla stranice $AC = a$, dakle: $\angle D = 90°$.

Iz $O = a + a + a/2 + a\sqrt{3}/2 = (5/2 + \sqrt{3}/2) \cdot a = a\,(5 + \sqrt{3})2$ dobijamo

$$a = 2; \text{ dakle: } AB = AC = 2,\ AD = \sqrt{3},\ CD = 1;\ P = 3\sqrt{3}/2.$$

Odri Peter, VIII r. OŠ ,,Bratstvo-jedinstvo'', Svetozar Miletić

Rešili konkursne zadatke iz „Matematičkog lista" IV. 1—2

Abazi Ćerim, VI_4 r. OŠ »3. oktobar« Bor: 81; *Abramović Anka*, OŠ »Orjenski bataljon« Bijela (Boka Kotorska) 77; *Adamov Milan*, $VIII_1$ r. OŠ »Braća Baruh« Beograd: 76; *Adžić Jovan*, $VIII_6$ r. OŠ »I. Gundulić« N. Beograd: 76, **79**, 80, 81, **82**, **83**; *Ahlin Marina*, $VIII_1$ r. OŠ »Ž. J. Španac« N. Beograd: **76**, **79**, **83**; *Aleksić Ljubica*, Va r. OŠ »V. Nježić« D. Vijačani kod Prnjavora (SR BiH): 76; *Aleksić Nenad*, $VIII_2$ r. OŠ »V. Dugošević« Beograd: **76**, 77, 79, 80; *Anđelić Gordana*, VI_1 r. OŠ »S. Marković« Rekovac: 76: *Anđelković Grujica*, $VIII_1$ r. OŠ »Đ. Jakšić« Konarevo kod Kraljeva: 76, 77, 79; *Antić Lalica*, $VIII_3$ r. OŠ »D. Stambolić« Svrljig: 76, 79, **81**; *Atanasković Dragana*, VII_1 r. OŠ »Braća Jerković« Železnik kod Beograda: 76, 79, 81; *Azanjac Mirjana*, $VIII_1$ r. OŠ »F. Filipović« Čačak: 76, 77;

Banjanac Milenko, $VIII_1$ r. OŠ »Đ. Jakšić« Konarevo kod Kraljeva: **79**; *Barši Đula*, VIIb r. OŠ »Z. Gložanski« Bečej: **76**, **77**, 80, **81**, **83**; *Batalo Branka*, VII_3 r. OŠ »B. P. Pinki« Srem. Mitrovica: 83 (pribl.); *Bebek Nedjeljka*, VIIc r. OŠ Metković: 76, 81; *Beguš Bratislav*, VI_1 r. OŠ »M. Pijade« Ćićevac: 76; *Belopavlović Milostina*, $VIII_4$ r. OŠ »IV kralj. bataljon« Kraljevo: 76, 81; *Beljin Gospoinka*, VIII r. OŠ »M. Tomić« Dobrinci: 76, 77, 81, 83; *Blagojević Slobodan*, VII_1 r. OŠ »Goce Delčev« Zemun: 76, 79, 81; *Blesić Branislava*, $VIII_2$ r. OŠ »V. Milićević« Grocka: 76; *Bogunović Sofija*, VIII r. OŠ »M, T.« Dobrinci: 76,77, 81; *Bojinović Dragan i Milić Milan*, VII_4 r. OŠ »Vojv. S. Stepanović« Kumodraž: 76, 81; *Bojović Goran*, $VIII_3$ r. OŠ »IV kralj. bat.« Kraljevo: 76, 77, **80**, **81**; *Bokalović Gordana*, $VIII_1$ r. OŠ »V. M.« Grocka: 76, **79**, 80, 81, 83; *Borić Milanko*, $VIII_1$ r. OŠ »Sv. Sava« Beograd: 80; *Borisavljević Zorica*, VII_2 r. OŠ »T. Rajić« Čačak: 76; *Božić Snežana*, $VIII_2$ r. OŠ »V. Karadžić« Ripanj: 76; *Božičković Goran*, $VIII_4$ r. OŠ »M. Bursać« Beograd: 76, **79**, 83: *Božinović Radmilo*, VII_1 r. OŠ »Braća Ribar« Beograd: 80; *Bošković Stanislava*, VI r. OŠ »M. T.« Dobrinci: 76, 77, 81; *Branislav Zoran*, VII_2 r. OŠ »G. Delčev« Zemun: **76**, **77**, **79**, **80**, **81**; *Breznik Vida*, VIIIa r. OŠ Ormož: 83; *Brkić Vesna*, V_1 r. OŠ »J . Veselinović« Šabac: 76, 77; *Bugarčić Milka*, VII_1 r. OŠ »Dr D. Mišović« Čačak: 76, 77, 79; *Bugarski Gordana*, VI_1 r. OŠ »V. Dugošević« Beograd: 77, 81; *Bugarski Snežana*, VII_5 r. OŠ »Dr D. Mišović« Čačak: **76**, 77; *Bukvić Biljana*, $VIII_1$ r. OŠ »B. P. Pinka« Srem. Mitrovica: 76, 79, 81, 83; *Burnjaković Sonja*, V_2 r. OŠ »Braća Jerković« Železnik: 76.

Crvenković Dragan, VI r. OŠ Skela kod Obrenovca: 76; *Cvetanović Slavica*, VII_2 r. OŠ »M. Hadžić« Vojka: 76, 77, 79, 81; *Cvetković Miomir*, $VIII_2$ r. OŠ »M. J. Cerovac« Vrčin: **76**, **80**; *Cvetković Zoran*, $VIII_3$ r. OŠ »28. novembar« Novi Pazar: 83; *Cvijetić Vlado*, VIII r. OŠ »P. M.« Husino kod Tuzle: 83 (pribl.); *Cvijić Miodrag*, VI_3 r. OŠ »25. maj« N. Beograd: 76, 77;

Čarnojević Vlastimir, $VIII_1$ r. OŠ »V. Dugošević« Beograd: **76**, 77, 79, 80, 83 (pribl.); *Čelebić Branislav*, VII_4 r. OŠ »Ž. Apostolović« Trstenik: **76**, **77**, **79**, **81**; *Čelebić Brankica*, VI_4 r. OŠ »Ž. A.« Trstenik: 76, 77, 79; *Čikoš Branislav*, VI_2 r. OŠ »M. H.« Vojka: 76, 77, 79: *Čizmović Bosa*, VII_4 r. OŠ »L. Simonović« Nikšić: 76, **79**, **81**; *Čkonjević Gordana*, VII_1 r. OŠ »Dr D. Mišović« Čačak: 76, 77; *Čobanović Đurđica*, VI_2 r. OŠ »M. H.« Vojka: 76;

Červez Sreten, $VIII_2$ r. OŠ Brod kod Foče: 76; *Ćirić Aleksandra*, VI_2 r. OŠ »M. Bursać« Beograd». 76, 77, **81**; *Ćirić Zorica*, $VIII_2$ r. OŠ »M. T.« Medveđa kod Trstenika: 76, 77, 82; *Ćirić Velibor*, VI_1 r. OŠ »M. T.« Medveđa: 76; *Ćurčin Natalija*, VII_1 r. OŠ »M. H.« Vojka: 76, 77, 81;

Demirović Muradif, $VIII_2$ r. OŠ »P. M.« Husino: 83; *Dević Božica*, VIII r. OŠ »M. T.« Dobrinci: 76, 77, 81; *Dević Sofija*, VII r. OŠ »M. T.« Dobrinci: 76, 77, 81; *Dimitrov Radoslav*, $VIII_2$ r. OŠ »Kadinjača« Loznica: 76, 77, 79, 80, 83 (pribl.); *Dišić Milica*, VII_2 r. OŠ »B. P. Pinki« Srem. Mitrovica: 76, 83 (pribl.); *Dojčinović Nenad*, $VIII_4$ r. OŠ »D. S.« Svrljig: 83; *Draganić Radoslava*, V_3 r. OŠ »M. H.« Vojka: 76; *Dragić Žika*, $VIII_1$ r. OŠ »S. Mihajlović« Brza Palanka: 76, 80, 81; *Drefvak Miroslav*, VII_3 r. OŠ »V. S. S.« Kumodraž: 81; *Dujin Snežana*, VI_1 r. OŠ »J. M.« Novi Bečej: 76; *Dunjić Dragan*, $VIII_1$ r. OŠ »Dr D. M.« Čačak: 76.

Đajić Gospa, OŠ »V. Nj.« D. Vijačani: 76; *Đin Ćira*, V_3 r. OŠ »J. Marinković« Novi Bečej: 76; *Đokić Lidija*, V_3 r. OŠ »V. M.« Grocka: 76; *Đorđević Dragica*, VI_3 r. OŠ »S. M.« Rekovac: 76; *Đorđević Vesna*, VII_3 r. OŠ »Ž. J. Španac« N. Beodrad: **81**; *Đorđević Zorica*, VI_4 r. OŠ »I. Gundulič« N. Beograd: **76**, 77, 79, 80, **81**; *Đorđević Slavoljub*, VII_2 r. OŠ »Ž. Popović« Loznica: 76; *Đukić Milena*, V_2 r. OŠ »V. M.« Grocka: **76**, 77; *Đuričin Luka*, OŠ »J. M.« Novi Bečej: 76; *Đurić Milenko*, VI_3 r. OŠ »M. H.« Vojka: 76, 77, 79; *Đurović Vlado*, VIb OŠ »O. B.« Bijela: 76.

Ercegovac Bratislav, VII r. OŠ »M. T.« Dobrinci: 76, 77, **81**; *Ercegovac Zorica*, VIII r. OŠ »M. T.« Dobrinci: 76, 77, 81, 83; *Eržen Andrej*, VIIIb r. OŠ »F. M.« Cerkno: 77, 83; *Fikojević Dušica*, $VIII_4$ r. OŠ »3. oktobar« Bor: 76; *Filipović Vitomir*, VIIa r. OŠ »Đ. J.« Međa (Banat): 76.

Gabrić Eva, V_1 r. OŠ »25. maj« Subotica: 76, 77; *Gagić Dušica*, VI r. OŠ »M. T.« Dobrinci: 76, 77, 81; *Gajin Radoslav* i *Gajin Sava*, VI r. OŠ »M. H.« Vojka: 76, 77, 79; *Gašparović Vesna*, VII_2 r. OŠ »Ž. J. Španac« N. Beograd: **76**, 79, **81**; *Gavrilović Zoran*, V_1 r. OŠ »Dr D. M.« Čačak: **76**, 77; *Geošev Jovica*, V_2 r. OŠ »M. P.« Opovo: 76; *Gilezan Silvia*, Va r. OŠ »N. Tesla« Zrenjanin: 76, 79; *Gligorijević Nenad*, $VIII_2$ r. OŠ »3. oktobar« Bor: 76, 83; *Glišić Milena*, VII_1 r. OŠ »Dr D. M.« Čačak: 76; *Gobec Monika*, VIIIb r. OŠ Šmarje pri Jelšah: **76**, 79, **82**, 83; *Goletin Zorica*, ?, OŠ »J. M.« Novi Bečej: 76, 81; *Goloskoković Jelica*, VIII r. OŠ »Ž. Đ.« Pričević kod Valjeva. 76; *Golubović Milena*, VI_5 r. OŠ »Vožd Karađorđe« Niš: 76; *Gostović Dragan*, VIIb r. OŠ »Z. Gložanski« Bečej: 76, 77, 79, 81; *Gradištanac Dragana*, $VIII_3$ r. OŠ »M. T.« Medveđa k/T: 76, 79, **80**, **81**, **82**; *Grebović Slavica i Spomenka*, V r. OŠ »S. Marković« Sjenica: 76, 77, 79; *Grebović Stanislava*, VII_1 r. OŠ »S. M.« Sjenica: 76, 77, 69. **80**, **81**; *Grupa mladih matematičara* VIII r. OŠ Generalski Stol: 76, 77, **81**, 82; *Havlas Danilo*, VIIIb r. OŠ Ormož: 76; *Humar Edvin*, OŠ »F. M.« Cerkno: 76, 77, 79.

Ibrakić Radmila, VI_1 r. OŠ »M. H.« Vojka: 76 ,77; *Ignjatović Jovanka*, VII_5 r. OŠ »S. St. Filipović« Beograd: 76, 77, 80, 81; *Ignjatović Miroslav*, VII_1 r. OŠ »V. Karadžić« Ripanj: 76; *Ilić Ivana*, $VIII_3$ r. OŠ »M. Pijade« Velika Plana: 75; *Ilić Mikica*, $VIII_1$ r. OŠ »V. M.« Grocka: **76**, 77, **79**, 80, 81, 83 (prib.); *Ilić Milina*, V_3 r. OŠ »V. K.« Ripanj: 76; *Ilić Mirjana*, VII_1 r. OŠ »Ž. J. Španac« N. Beograd: 76, 79; *Ilić Zoran*, VII_2 r. OŠ »B. S.« Vučje: 76; *Imbranjev Ljiljana*, VI_1 r. OŠ »J. M.« Novi Bečej: 76; *Indić Brankica* i *Slavica*, VI_3 r. OŠ »M. H.« Vojka: 76; *Isailović Milina*, $VIII_1$ r. OŠ »V. K.« Ripanj: 76; *Isidorović Milojka*, $VIII_1$ r. OŠ »M. J. C.« Vrčin. 76; *Ivanović Anđelka*, VI_4 r. OŠ »D. Obradović« Požarevac: **76**, **77**, **79**; *Ivanović Slobodan*, $VIII_2$ r. OŠ »V. M.« Grocka: 76, **77**, **79**, 80, 81, 82, 83.

Jakovljević Dragana, V_2 r. OŠ »M. P.« Vel. Plana: 76; *Jakovljević Milan*, VII_2 r. OŠ »Ž. Popović« Loznica: 76; *Jakovljević Milena*, V_1 r. OŠ »V. Dugošević« Beograd: 76, 77; *Jakšić Jasna i Vesna*, V_1 r. OŠ »V. Dugošević« Beograd: 76; *Janković Laza*, VI_3 r. OŠ »M. H.« Vojka: 76, 77, 79, 81; *Janković Verica* i *Mitrović Slobodan*, V_1 r. OŠ »V. S. S.« Kumodraž: 76; *Jevremović Biserka*, VII_2 r. OŠ »Karađorđe« Kušiljevo kod Svilajnca: 76, 77; *Jevremović Ljiljana*, $VIII_3$ r. OŠ »M. T.« Medveža k/T: 76, 79, 81, 82, 83 (pribl.); *Jeremić Miroslav*, V_1 r. OŠ »I. Gundulić« N. Beograd: **76**, **77**; *Jeremić Vinka*, VII_3 r. OŠ »M. J. C.« Vrčin: 76, 77; *Joksić Zorica*, VI_2 r. OŠ »S. M.« Rekovac: **76**; *Jovanović Aleksandar*, VII_3 r. OŠ »NH Čajka« Trstenik: 77; *Jovanović Dragana*, $VIII_1$ r. OŠ »Đ. Jakšić« Ćuprija: 76; *Jovanović Miroslav*, $VIII_1$ r. OŠ »Sv. Sava« Beograd: 76, 77, **79**, 80, **81**, **82**, **83**; *Jovanović Nevena*, $VIII_3$ r. OŠ »M. Bursać« Beograd: 76; *Juhas Slavica*, V_3 r. OŠ »J. M.« Novi Bečej: **76**; *Jureš Zoran*, VII_1 r. OŠ »Dr D. M.« Čačak: 76.

Kačarević Miroslav, V_3 r. OŠ »V. K.« Ripanj: 76; *Kadić Dubravka*, $VIII_3$ r. OŠ »H. Kikić« Sanski Most: 81; *Kekić Suzana*, V_1 r. OŠ »D. Obradović« Požarevac: 76; *Keroškić Stjepan*, VIIc r. OŠ Husino: 83 (pribl.); *Knežević Svetlana*, V_1 r. OŠ »V. M.« Grocka: 76; *Knežević Vladimir*, VI_3 r. OŠ »V. Dugošević« Beograd: 76, 77, **80**; *Kocoljevac Radoslava*, V r. OŠ »M. T.« Dobrinci: 76, 77; *Kokelj Ida*, VIIa r. OŠ Cerkno: 76, 77; *Kokotović Miodrag*, VIIIb r. OŠ »A. Š.« Sečanj: 76, 77, **80**, **81**, 83; *Kolaček Branislav*, $VIII_2$ r. ? Beograd: 76, 81 (2 načina); *Koturović Milanko*, VII_3 r. OŠ »Đ. J.« Konarevo: 77; *Kovačević Nevenka*, VIIa r. OŠ »P. M.« Husino: 77; *Kovačević Tomislav*, V_2 r. OŠ »I. Gundulić« N. Beograd: 76, 77, 79; *Krantić Olivera*, VI_1 r. OŠ »M. J. C.« Vrčin: 76, 77, 81; *Kubičela Edvard*, $VIII_3$ r. OŠ »M. Bursać« Beograd: 76, **80**, **81**; *Kuzmanović Mladen*, VII_1 r. OŠ »V. M.« Grocka: 76; *Kuzmanović Veselko (VIII) i Kuzmanović Vojin* (V), OŠ »V. Nj.« D. Vijačani: 76.

Labanji Livija, Vb r. OŠ »J. J Zmaj« Srbobran: **76**; *Lalić Verica*, VI_1 r. OŠ »J. M.« N. Bečej: 76; *Lazarević Zora*, VI_3 r. OŠ »F. Filipović« Čačak: **76**; *Lazović Pero*, VI_3 r. OŠ »Ž. A.« Trstenik: 76; *Leburić Ljubica*, Va r. OŠ »V. Nj.« D. Vijačani: 76; *Lemešić Dubravko*, VIc r. OŠ »M. Babić« Slav. Brod: **76**, **79**, **80**; *Leskovec Ivan*, VII_1 r. OŠ »P. Voranc« Ljubljana: 76; *Liščević Vladimir*, $VIII_5$ r. OŠ »Ž. J. Španac« N. Beograd: **76**, **77**, **79**, **80**, **81**, **82**, **83**; *Lukanović Gordana*, Va r. OŠ »V. Nj.« Vijačani: 76; *Lukić Anica*, VII_2 r. OŠ »V. Karadžić« Kruševac: 76; *Lukić Nevenka*, V_3 r. OŠ »V. Dugošević« Beograd: 77; *Lukić Branka*, VI_2 r. OŠ »M. H.« Vojka: 76; *Luković Milan*, V_4 r. OŠ »Bele Vode« Žarkovo (Beograd): 76; *Lupšić Olivera*, VI_4 r. OŠ »3. oktobar« Bor: 81.

Mačinković Slavka, Va r. OŠ »V. Nj.« D. Vijačani: 76; *Majstorović Miša*, VII_5 r. OŠ »R. Domanović« Kragujevac: 79, 80; *Maksimović Milan*, VI_3 r. OŠ »M. H.« Vojka: 76; *Maljugić Snežana*, V_3 r. OŠ »J. M.« N. Bečej: 76; *Mančić, Snežana*, V_2 r. OŠ »I. G. K.« Niška Banja: 76; *Mandić Svetlana*, Vb r. OŠ »S. B. P.« Pećinci: 76; *Mandić Vera*, $VIII_1$ r. OŠ »T. Rajić« Čačak: 76, 81; *Marić Dušan*, VII_5 r. OŠ »Dr D. M.« Čačak: 77; *Marinković Ljiljana*, VII_1 r. OŠ »M. J. C.«

Vrčin: 77, 80, 81; *Marinović Biserka*, V_3 r. OŠ »V. M.« Grocka: 76; *Marinović Marina*, V_3 r. OŠ »V. K.« Ripanj: 76; *Marinović Svetlana*, ? OŠ »V. Dugošević« Beograd: 76, 77; *Marković Dragan*, V_1 r. OŠ »Ž. A.« Trstenik: 76, 77; *Marović Momčilo*, VII_1 r. OŠ »M. Kosovac« Šabac: 76. 83; *Matematička sekcija* $VIII_2$ r. OŠ »V. Karadžić« Čačak: 76, 77, 79, 80; *Matić Zvezdana*, V_2 r. OŠ »V. M.« Grocka: 76; *Midović Zlata*, V_3 r. OŠ »V. K.« Ripanj: 76; *Mihailović Vesna*, VII_1 r. OŠ »Dr D. M.« Čačak: **76**; *Mihailović Mirjana*, VII_2 r. OŠ »V. Karadžić« Kruševac: 76, 80, **81**; *Mijić Vera*, VIIIa r. OŠ »S. B. P.« Pećinci: 76; *Mikić Marija*, VII_2 r. OŠ »M. Pavlović« Čačak: 76, 81; *Milankov Dobrivoj*, V_3 r. OŠ »J. M.« N. Bečej: 76; *Milanović Vesna*, VI_4 r. OŠ »NH Čajka« Trstenik: 77, 79, 80, 81; *Milanović Zoran*, V_2 r. OŠ »V. R.« Veliko Selo kod Beograda: 76, 77; *Milanović Zorica*, VI_2 r. OŠ »Ž. A.« Trstenik: 77, 79, 81; *Milašinović Nađa*, VI_2 r. OŠ »Ž. A.« Trstenik: 76, 79, 80, **81**; *Milenković Dragoslav*, $VIII_2$ r. OŠ »V. Dugošević« Beograd: 76, 77, 79, 83 (pribl.); *Milenković Ljubiša*, $VIII_2$ r. OŠ »V. S. S.« Kumodraž: 76, 79, 81; *Milenković Miroslav*, $VIII_3$ r. OŠ »IV kralj. bat.« Kraljevo: 76; *Miletić Ljubiša*, VI_1 r. OŠ »S. P. K.« Počekovina k/T: 76, 77; *Miletić Ljubivoje*, $VIII_1$ r. OŠ »Dr D. M.« Čačak: **76**, 77, 79, 80; *Milićević Nemanja*, V_3 r. OŠ »V. K.« Ripanj: 76; *Milosavljević Ljubiša*, VII_5 r. OŠ »Dr D. M.« Čačak: 76; *Milošević Đula*, Va r. OŠ »V. Nj.« D. Vijačani: 76; *Milošević Ljiljana*, VI_3 r. OŠ »Ž. J. Š.» N. Beograd: **76**; *Milošević Novica*, VI_2 r. OŠ »R. D.« Manojlovce k/L: 79, 80, **81**; *Milošević Svetozar*, VI_2 r. OŠ »M. H.« Vojka: 76, 77, 79; *Milošević Zorica*, $VIII_1$ r. OŠ »T. Rajić« Čačak: 76, 83; *Milovanović Gorica*, VIII r. OŠ »R. K.« Popina kod Trstenika: 76; *Milovanović Malina*, VII_1 r. OŠ »Braća Jerković« Železnik: 76, 79, 81; *Milovanović Srboljub*, $VIII_2$ r. OŠ »D. S.« Svrljig: 77, **79**; *Milutinović Jelena*, VII_2 r. OŠ »S. P. K.« Počekovina: 76; *Milutinović Svetlana*, VII_1 r. OŠ »V. K.« Kladovo: 76; *Miljević Bojana*, $VIII_1$ r OŠ »V. Dugošević« Beograd: 76, 83; *Miljković Ivanka*, VI_3 r. OŠ »Ž. A.« Trstenik: 76, 81; *Minović Zoran*, VII_3 r. OŠ »Đ. Salaj« Beograd: 76, 77, 79, 80, 81; *Miodragović Milenko*, V r. OŠ »R. K.« Popina (Vrnjci): 76, 77; *Mirčetić Dragan*, $VIII_1$ r. OŠ »Dr D. M.« Čačak: **76**, 77, **79**, **80**; 83; *Mirković Angelina*, $VIII_4$ r. OŠ »Ž. J. Španac« N. Beograd: 76, 77, 79, **81**, **82**; *Mirković Brankica*, VIIIa r. OŠ »S. B. P.« Pećinci: 76; *Mirović Mirjana*, V_2 r. OŠ »M. P.« Velika Plana: 76; *Mišković Janja*, VIII r. OŠ »M. T.« Dobrinci: 76, 77, 81; *Matić Dragana*, VI_1 r. OŠ »Ž. A.« Trstenik: 76, **79**; *Mitrović Divna*, VI_1 r. OŠ »Ž. A.« Trstenik: **76**, **77**; *Mitrović Golubica*, $VIII_2$ r. OŠ »V. M.« Grocka: 77; *Mitrović Mila*, VI_1 r. OŠ »V. Dugošević« Beograd: 77; *Mladenović Dušan*, VI_3 r. OŠ »S. M.« Rekovac: **76**; *Mladenović Filip*, VII_4 r. OŠ »Ž. J. Š.« N. Beograd: 76, 79; *Mlakar Anica*, VIIb r. OŠ »Dr F. M.« Cerkno: 76, 77; *Mozetić Siniša*, $VIII_4$ r. OŠ »N. Jeličić« Šabac: 76. 77, 79, **80**, **83**; *Mikić Mirjana*, Va r. OŠ »25. maj« Subotica: 76, 77; *Musulin Milan*, $VIII_6$ r. OŠ »S. St. Filipović« Beograd: 76, 79, 81, 83 (pribl.).

Nakovska Lila, VIb r. OU »K. Misirkov« Kumanovo: 76; *Nardin Andrej*, VIIIb r. OŠ Ormož: 81; *Nestorović Zoran*, V_3 r. OŠ »V. K.« Ripanj: 76; *Nikitović Jasminka*, VII_1 r. OŠ »Dr D. M.« Čačak: 76, 77, **79**, **80**; *Nikitović Milutin*, VI_3 r. OŠ »Dr D. M.« Čačak: 76; *Nikolajević Dušica*, VI_1 r. OŠ »M. J. C.« Vrčin: **81**; *Nikolić Georgina*, $VIII_2$ r. OŠ »7. oktobar« Čačak: 76; *Nikolić Gordana*, VI_2 r. OŠ »M. Bursać« Beograd: 76; *Nikolić Miroslava*, VI_1 r. OŠ »V. K.« Ripanj: 76; *Nikolić Zoran*, VII r. OŠ »S. P. K.« Počekovina: 77; *Ninčić Svetlana*, V r. OŠ »V. M.« Grocka: 76, 77; *Novaković Radoslava*, VIII r. »M. T.« Dobrinci: 76, 77, 81, 83.

Obradović Dragana, $VIII_2$ r. OŠ »M. T.« Medveđa k/T: 76. 79, 80, 81, 82, 83; *Odri Peter*, VIII r. OŠ »B. J.« Svetozar Miletić: 76, 77, **80**, **81**, **82**; *Opačić Filip i Liuba*, ? OŠ «S. B. P.« Pećinci: 76.

Pajić Radica, VIIIa r. OŠ »S. B. P.« Pećinci: 79; *Pajić Vojkan*, VIId r. OŠ »Ž. Z.« Boka (Banat): 76, 79; *Panišić Marina*, $VIII_1$ r. OŠ »B. P. Pinki« Srem. Mitrovica: 81, 83; *Pantelić Dejan*, VII_2 r. OŠ »G. Delčev« Zemun: 81; *Paranović Marica*, VIIIa r. OŠ »S. B. P.« Pećinci: 79; *Paunković Slavica*, V_2 r. OŠ »M. P.« V. Plana: 76; *Pavković Nikola*, VIIa r. OŠ »S. B. P.« Pećinci: 76, 77; *Pavlović Milorad*, $VIII_4$ r. OŠ »I. Gundulić« N. Beograd: 76, 77, **79**, **80**, **81**, **82**, 83; *Pavlović Miroslav*, V_1 r. OŠ »V. Dugošević« Beograd: 76. 77; *Perić Boris*, $VIII_2$ r. OŠ »D. S. V.« Despotovac: 76, 83 (pribl.); *Perić Milutin*, VII_2 r. OŠ »S. P. K.« Počekovina: 76, 77; *Perić Zoran*, VII_3 r. OŠ »M. H.« Vojka: 76. 77, 79; *Perić Živko*, VI_2 r. OŠ »M. H.« Vojka: 76, 77, 79; *Perović Dragan*, VII_2 r. OŠ »R. Žarić« Nikšić: 76, 77, 81; *Peševski Snežana*, VIb r. OU »K. Misirkov« Kumanovo: 77; *Petković Dragan*, VI_5 r. OŠ »Vožd. Karađorđe« Niš: 76; *Petrašinović Zorica*, $VIII_3$ r. OŠ «M.T.« Medveđa k/T: 76, 79, 82, 83; *Petrović Nenad*, VI_3 r. OŠ »V. M.« Grocka: 76, 79; *Petrović Slaviša*, V_2 r. OŠ »M. P.« Vel. Plana: 76; *Petrović Zoran*, VI_2 r. OŠ Skela k/O: 76; *Petrović Zorica*. VI_1 r. OŠ »J. M.« Novi Bečej: 76, 81; *Petrović Zorica*, V_2 r. OŠ »V. M.« Grocka: **76**, **77**; *Pilić Aleksandar*, VII_1 r. OŠ »Đ. Salaj« Beograd: 76; *Polenjak Rozalija (Vc) i Poljaković Marija (Vb)*, OŠ »25. maj« Subotica: 77; *Popara Zvezdana*, Va r· OŠ »A. Š.« Sečanj: 76; *Pop-Lazić Jelica*, VI_1 r. OŠ »V. S. S.« Kumodraž k/B: 76, 77, 79; *Popolovec Miran*, VIIIb r. OŠ Ormož: 80; *Popović Milenko*, VI_3 r. OŠ »M. H.« Vojka: 76, 77, 79, 81; *Popović Mladen*, VII_1 r. OŠ »D. P.« Dragovo: 76; *Popov Jovanka*, VII_1 r. OŠ »Đ. J.« Perlez (Banat): 76, 77, 79, 81; *Prolić Slobodanka*, V r. OŠ »V. Nj.« D. Vijačani: 76; *Protić Vesna*, VI_1 r. OŠ »V. M.« Grocka: 76, 77, **79**, 81; *Pršić Tomislav*, VI_1 r. OŠ »V. Karadžić« Kruševac: 76, 77; *Purger Tibor*, VIIIa r. OŠ »Ady Endre« Kanjiža: **76**, 77, **79**, 80, **81**, **83**; *Purhmajer Zorica*, VI_3 r. OŠ »S. Jovanović« Šabac: 76;

Radivojević Milijana, V_3 r. OŠ »V. K.« Ripanj: 76; *Radojčić Verica*, VI_2 r. OŠ »M. H.« Vojka: 76; *Radojičić Nebojša*, VII_2 r. OŠ »R. Ž.« Nikšić: 76, 77, 81; *Radojković Milan*, VI_1 r. OŠ »V. K.« Ripanj: 76; *Radonić Velibor*, Va r. OŠ »V. Nj.« D. Vijačani: 76; *Radovac Dušica*, VIII r.

OŠ »M. T.« Dobrinci: 76, 77; *Radovanović Rajica*, $VIII_3$ OŠ »F. K. Fića« Beograd: 76, 77, 79, 83 (pribl.); *Rajić Srbislava*, VII r. OŠ »M. T.« Dobrinci: 76, 77, 81; *Rašić Bogdanka*, VI_1 r. OŠ »M. H.« Vojka: 76; *Rašić Živana*, VII_2 r. OŠ »M. H.« Vojka: 76, 77, 79, 81; *Raut Branka*, VIIb r. OŠ »F. M.« Cerkno: 76, 77; *Reljić Pavle*, $VIII_4$ r. OŠ »M. Bursać« Beograd: 76, 77, 79, 81, 83; *Ristivojević Milan*, VI_3 r. OŠ »S. M.« Rekovac: 76, 77; *Ristović Snežana*, VII_2 r. OŠ. »Đ. J.« Konarevo k/K: 76, 77; *Rogović Milan*, VII_3 r. OŠ »7. oktobar« Čačak: **76**, 77, 79, 80; *Rojc Jože*, VIIIa r. OŠ »F. M.« Cerkno: 76, 77, 79, 83;

Salatić Dragica, V r. OŠ »M Bursać« Beograd: 76; *Salatić Sretena*, VI_2 r. OŠ »M. Bursać« Beograd: 76, 77, 81; *Samardžić Miroslav*, VIIb r. OŠ »A. Š.« Sečanj: 76; *Simović Vladana*, VI_1 r. OŠ »V. Dugošević« Beograd: 77; *Skadrić Steva*, VII_1 r. OŠ »V. K.« Ripanj: 76; *Smiljanić Biljana*, VI_2 r. OŠ »M. H.« Vojka: 76; *Smukov Mirjana*, VI r. OŠ »M. T.« Dobrinci: 76, 77, 81; *Spasojević Milutin*, $VIII_2$ r. OŠ »7. oktobar« Čačak: 76. **80**, **83**; *Srećković Dragan*, VII_2 r. OŠ »G. Delčev« Zemun: 76; *Srećković Milomir*, VII_3 r. OŠ »J. Veselinović« Šabac: 80; *Stamenković Nevenka*, $VIII_1$ r. OŠ »Dr I. Ribar« N. Beograd: 76, 79; *Stanimirović Julijana*, V_2 r. OŠ »V. M.« Grocka: **76**, **77**; *Stanković Dragica*, $VIII_3$ r. OŠ »3. oktobar« Bor: 76, 81; *Stanković Radovan*, V_3 r. OŠ »V. K.« Ripanj: 76; *Stanojević Dragan*, V_1 r. OŠ »D. Obradović« Požarevac: 76; *Stanojević Mirjana*, $VIII_2$ r. OŠ »V. Karadžić« Kruševac: 76, 79, 80; *Stefanović Svetlana*, VI_1 r. OŠ »Đ. Salaj« Beograd; 76; *Stevanović Ilinka*, V_1 r. OŠ »Vožd. Karađorđe« Kušiljevo: 76; *Stojanović Dragan*, VI_2 r. OŠ »7. oktobar« Čačak: 79; *Stojiljković Zoran*, VI_3 r. OŠ »17. oktobar« Svetozarevo: 81; *Stojković Ankica*, ? OŠ »Đ. J.« Konarevo: 76; *Stojšić Ljubica*, V r. OŠ »M. T.« Dobrinci: 76, 77; *Stošić Gorica*, $VIII_3$ r. OŠ »M. P.« V. Plana: 76; *Sudarević Jovanka*, Va r. OŠ »25. maj« Subotica: 77; *Suvajdžić Ljiljana*, VI_2 r. OŠ »B. Kidrič« Novi Sad: 76, 79; *Šarenac Snežana*, VIIa r. OŠ »Đ. J.« Međa (Banat): 76; *Šipetić Dragan*, VII_3 r. OŠ »7. oktobar« Čačak: 76, 80; *Štrbević Vesna*, VI_1 r. OŠ »V. Dugošević« Beograd: 77, 79, 81.

Tanasijević Gordana, ? OŠ »M. Bursać« Beograd: 76; *Tanasijević Olivera*, VI_1 r. OŠ »V. M.« Grocka: 76, 77; *Panić Maja*, VII_6 r. OŠ »S. St. Filipović« Beograd: 76; *Teodorović Zdenka*, V_4 r. OŠ »V. Karadžić« Čačak: 76, 77; *Terzin Ivanka*, V_3 r. OŠ »J. M.« Novi Bečej: 76; *Tiosavljević Slavica*, V_3 r. OŠ »V. Karadžić« Čačak: **76**. 77, 79; *Tocić Miroslav*, VI_2 r. OŠ »M. Bursać« Beograd: 76; *Todorović Stanislav*, $VIII_2$ r. OŠ »V. Dugošević« Beograd: 77; *Tomašević Branislava*, VI_2 r. OŠ »J. Veselinović« Šabac: 76, 77, 80; *Tomić Mirjana*, VI_3 r. OŠ »V. M.« Grocka: 76; *Tomić Stanka*, VIII r. OŠ »M. T.« Dobrinci: 76, 77, 81, 83; *Tomić Zoran*, $VIII_2$ r. OŠ »D. S.« Svrljig: 83; *Topić Verica*, VI_2 r. OŠ »N. H.« Vojka: 76; *Tošić Dragan*, VII_1 r. OŠ »Braća Jerković« Železnik: 81; *Tošić Jovica*, VI_1 r. OŠ »B. S.« Vučje: 76; *Tošić Ljiljana*, ? OŠ »R. K.« Popina (Vrnjci): 76, 79; *Trajkovski Mile*, VIIIb r. OU 11. oktomvri« Skopje: 76, 80; *Trkulja Milena*, VI_1 r. OŠ »V. K.« Ripanj: 76; *Turanov Jovanka*, Va r. OŠ »25. maj« Subotica: 76, 77. *Urošević Slavomir*, $VIII_2$ r. OŠ »Đ. J.« Kanarevo: 76, 77, 79, 83; *Urošević Vlada*, VI_3 r. OŠ »Dr D. M.« Čačak: **76**, 77.

Vasić Anđelko, VIIIb r. OŠ »P. Dokić« Maglaj: 77; *Vasilić Milovan*, $VIII_1$ r. OŠ »NH Čajka« Trstenik: 76, 77; *Vesić Dragan*, VI_3 r. OŠ »Dr D. M.« Čačak: 76, 77; *Veskov Snežana*, V_3 r. OŠ »J. M.« Novi Bečej: 76; *Vesković Dušanka*, $VIII_4$ r. OŠ »B. P. Pinki« Srem. Mitrovica: 76, 79; *Vidakov Milena*, VIIIb r. OŠ »S. B. P.« Pećinci: 76, 83; *Vidosavljević Biljana*, VI_2 r. OŠ »Sv. Sava« Beograd: 76, 79; *Vilušić Jozo*, VIIIb OŠ »P. M.« Husino: 83; *Vlahović Dragica*, $VIII_2$ r. OŠ »M. J. C.« Vrčin k/B: 80, 81; *Vlajković Slobodanka*, VI_1 r. OŠ »M. P.« Ćićevac: 76; *Vlajković Srđan*, VI_1 r. OŠ »S. Nikolajević« Beograd: 77, 79; *Vlajković Vladimir*, $VIII_1$ r. OŠ »S. Nikolajević« Beograd: 76, 77; *Vranić Dobrila*, $VIII_1$ r. OŠ »M. M. D.« Mrčajevci: 77; *Vučetić Marija*, V_1 r. OŠ »Dr D. M.« Čačak: 76; *Vučinić Miroslav*, $VIII_4$ r. OŠ »M. Bursać« Beograd: 76. 77, 79, 81, 83; *Vujadinović Dušanka*, VII_3 r. OŠ »B. P. P.« Srem. Mitrovica: 76, 81; *Vujašanin Gordana*, $VIII_4$ r. OŠ »IV k. bat.« Kraljevo: 76, 79; *Vujčić Siniša i Vujin Milica*, ?, OŠ »M. H.« Vojka: 76; *Vujčić Živko*, VII_1 r. OŠ M. H.« Vojka: 76, 77, 79; *Vukadinović Radivoje*, V r. OŠ »V. Nj.« D. Vijačani: 76; *Vukojević Ljiljana*, VI_2 r. OŠ »S. M.« Rekovac: 76; *Vuković Milka*, Va r. OŠ »V. Nj.« D. Vijačani: 76; *Vukomanović Radoš*, VII_1 r. OŠ »Ž. A.« Trstenik: 76, 77; *Vuksanović Branislava*, VI_3 r. OŠ »V. Dugošević« Beograd: 76, 77.

Zdravković Ljubica, $VIII_3$ r. OŠ »V. Dugošević« Beograd: 76, 77, 81; *Zelenjak Vlada*, VIII r. OŠ »B. P. Pinki« Srem. Mitrovica: 76, 77; *Zeljković Neđo*, VII_2 r. OŠ »Dr I. Ribar« N. Beograd: 77; *Zorić Zoran*, $VIII_2$ r. OŠ »V. Nj.« D. Vijačani: 76; *Žemberi Verona*, $VIII_2$ r. OŠ »B. R.« Boljevci: 76; *Živković Branislav*, $VIII_3$ r. OŠ »M. Bursać« Beograd: 76, 77, 79, 83.

Napomena. — Redni brojevi zadataka čija su rešenja kod pojedinih učenika naročito uspela štampani su masno. Komisija za pregled zadataka nije priznavala neobrazložene odgovore i rezultate. Bilo je i pogrešnih rešenja, naročito u zadacima 80, 82 i 83.

Primećeno je da neki rešavatelji zadatke nisu rešavali samostalno; naime, iz nekih škola prispelo je na desetine sasvim istovetnih rešenja. Ovo je naročito izrazito kod rešavatelja iz škola: »M. Hadžić« Vojka, »M. Tomić« Dobrinci, »V. Nježić« D. Vrjačani. Upozoravaju se rešavatelji konkursnih zadataka da Komisija u buduće takva rešenja neće uzimati u obzir.

Molimo rešavatelja konkursnih zadataka da se u svemu pridržavaju uputstva koje je navedeno ispod tekstova konkursnih zadataka.

МАТЕМАТИЧКА ТАКМИЧЕЊА

Задаци на међуопштинским такмичењима у СР Србији, 4. V 1969.

VII разред

1. Наћи x ако је

$$66{,}6:\left(5+3{,}2:\frac{0{,}8-0{,}4\,x}{0{,}5}\right)-7{,}15=0{,}25.$$

2. Аутомобил је пут од места A до места B прешао брзином од 60 km на час, а вратио се из B истим путем у A брзином 40 km на час. Одредити његову средњу (просечну) брзину на целом путу (тамо и назад).

3. Колико треба узети од 70%-ног, а колико од 90%-ног алкохола да би се добило 220 литара 85%-ног алкохола?

4. Дат је паралелограм $ABCD$. Нека је тачка M средиште странице BC, а тачка N средиште странице AD. Доказати да дужи AM и CN деле дијагоналу BD на 3 једнака дела. (Цртајте слику!)

5. У троугао ABC код кога је страница $AB=3$ dm а висина која јој одговара $h_c=1$ dm, уписан је једнакокрако-правоугли троугао, тако да му је теме правог угла на AB, а хипотенуза паралелна са страницом AB.

Одредити који део површине троугла ABC, изражен у процентима, заузима површина уписаног једнакокрако-правоуглог троугла.

Резултати и упутства. — **1.** $x=1$, добија се на основу дефиниција и особина рачунских операција. (*5 бодова*)

2. Нека је $AB=s$; време у одласку $s/60$, а у повратку $s/40$; укупно утрошено време $s/60+s/40=5\,s/120$. Ср. брзина=(цео пут) : (укупно утрош. време), тј. $V_{sr}=2\,s:5\,s/120=48$ (km/h). (*5 бодова*)

3. $x=55$ лит. 70% и $220-x=165$ лит. 90%. Добија се из једначине: $0{,}7\,x+0{,}9\,(220-x)=0{,}85\cdot 220$. (*5 бодова*)

4. Нека $P=BD\times CN$ и $Q=BD\times AM$. Кораци у доказу (варијанта): (1) $CN=AM$, следи из подудар. троуглова ABM и CDN, (2) $AMCN$-паралелограм, (3) NP сред. лин. троугла AQN и MQ-сред. лин. тр. DBC. Зато је: $DP=PQ=QB$. (*5 бодова*)

5. Нека је $A_1B_1C_1$ уписани троугао, C_1-на AB. Означи $A_1B_1=2\,x$, висина упис. троугла-одговара хипотенузи-је x. Из сличности троуглова CB_1A_1 и ABC излази $2\,x:3=(1-x):1$ одакле $x=0{,}6$ (dm). Тада је тражени однос $P_1/F=\left(\frac{1}{2}\cdot 1{,}2\cdot 0{,}6\right)\Big/\left(\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 1\right)=0{,}24$, односно 24%. (*5 бодова*)

VIII разред

1. Израчунати нумеричку (бројну) вредност израза

$$(a^2-25\,b^2)\,(a^2-10\,ab+25\,b^2)\ \text{за}\ a=11{,}75\ \text{и}\ b=0{,}35.$$

2. Збир два троцифрена броја је 999. Кад се први број напише испред другог добије се шестоцифрени број који је 6 пута већи од шестоцифреног броја који се добија дописивањем првог броја иза другог. Који су то бројеви?

3. Мотоциклист је пошао из града A у град B, где треба да стигне у уговорено време. Ако би ишао брзином од 35 km/h закаснио би 2 часа. Ако би, пак, ишао брзином од 50 km/h, онда би стигао 1 час пре времена. Колико су километара удаљени градови A и B и колико је времена потребно мотоциклисти да пређе тај пут да би стигао у уговорено време?

4. Правоугаоник $ABCD$, чије су странице $AB=12$ cm и $BC=6$ cm, подељен је дужима CE и CF (где је E на страници AB, а F на AD) на три дела EBC, $AECF$ и FCD, тако да су површине тих делова (EBC, $AECF$ и FCD) пропорционалне бројевима 4, 3 и 5. Колики је обим четвороугла $AECF$?

5. Једнакоивична тространа призма, којој је ивица a, пресечена је са равни која пролази кроз једну основну ивицу и средиште наспрамне бочне ивице.

Одредити: а) површину пресека,

б) однос запремина делова призме на које је она подељена пресеком.

Резултати и упутства. — **1.** Дати израз се растављањем на чиниоце трансформише у $(a-5b)^3(a+5b)$, па кад се ту замене дате вредности добија се $1000\cdot 13{,}5=13500$, (Свих *5 бодова* само кад је примењен овај рационалан поступак; ако се иде »пешке«—директ. замењивањем у дати израз — само 2 поена за тачан резултат).

2. Из система $x+y=999$, $1000x+y=6(1000y+x)$ добијамо да су тражени бројеви: $x=857$ и $y=142$. Заиста је $857142=6\cdot 142857$. (*5 бодова*)

3. *Аритметички:* AB-јединица; од A до B треба 1/35 час. у I случају, а 1/50 час. у II случају. Разлика $1/35-1/50=3/350$ треба да износи 3 часа. Значи. $AB=350$ km. Да стигне у уговор. време треба му 8 часова. *Алгебарски:* За непознату се може узети AB, те имамо као напред, тј. $x/35-x/50=3$, итд., може и време за које би прешао пут да стигне у уговорени тренутак, из $35(t+1)=50(t-1)$ излази $t=8$ (час.). Итд. (*5 бодова*)

4. $P_1:P_2:P_3=4:3:5$ и $P_1+P_2+P_3=12\cdot 6$ (дато), тј. $4k+3k+5k=72$, одатле $k=6$, те је $P_1=24$, $P_2=18$, $P_3=30$. Тада је $EB=8$, $DF=5$, па по Питагор. т. добијамо $CE=10$, $CF=13$ Обим четвор. $AECF$ је $AE+EC+CF+EA=4+10+12+1=28$, дакле: 28 cm. (*5 бодова*; уколико су само нађене површине делова EBC, $AECF$ и CDF — само 2 бода).

5. Пресек је једнакокр. тр. основице a и крака $\frac{a}{2}\sqrt{5}$ (по Пит. т.). Висина тог троугла (на осн.) је $h=a$, а површина $a^2/2$.

Запремине делова су: V_1 (пирамида)$=\frac{1}{3}\cdot\frac{a^2}{4}\sqrt{3}\cdot\frac{a}{2}=\frac{a^3}{24}\sqrt{3}$ и $V_2=\frac{a^2}{4}\sqrt{3}\cdot a-V_1=$ $=\frac{5a^2}{24}\sqrt{3}$. Тада $V_1:V_2=1:5$. (*5 бодова*: а) 2, в) 3)

КАЛЕНДАР МАТЕМАТИЧКИХ ТАКМИЧЕЊА УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА У СР СРБИЈИ ЗА ШКОЛСКУ 1969/70. ГОДИНУ

I ступањ такмичења (*школска такмичења*) одржати у школама до **22. III 1970. године.** Такмиче се ученици свих разреда.

II ступањ такмичења (*општинска такмичења*) одржаће се **12. IV 1970. године.** Учествују ученици свих разреда.

III ступањ такмичења (*међуопштинска такмичења*) одржаће се **10. V 1970. године.** Учествују ученици VI, VII и VIII разреда.

IV ступањ такмичења (*IV републичко такмичење*) одржаће се у Београду **31. V 1970. године.** Учествују ученици VII и VIII разреда.

Задатке за ова такмичења (изузев школских) саставља Републичка комисија за младе математичаре.

,,Математички лист“ је предложио да се **14. VI 1970. године** одржи *Прво савезно такмичење из математике* (само за ученике VIII разреда).

Сва такмичења почињу у 9 сати.

MATEMATIČKA RAZONODA

ZANIMLJIVOSTI O BROJEVIMA

Neobične jednakosti

I Kao dodatak primerima iz prethodnog broja (str. 79), navodimo još nekoliko sličnih:

$$\begin{aligned} 155 &= 1\cdot 5\dot{5} + 15\cdot 5 + 1\cdot 5\cdot 5 \\ 36 &= 3\cdot 6 + 3\cdot 6 \\ 1233 &= 12^2 + 33^2 \\ 8833 &= 88^2 + 33^2 \end{aligned}$$

III. U „Matematičkom listu" II 1. (str. 30) naveli smo nekoliko primera u kojima se stepenovanjem zbira cifara nekih brojeva sa 1, 2, 3, 4,... dobijaju upravo ti brojevi, na primer:

$$\begin{aligned} &9^2 = 81, \text{ pri čemu je } 8+1=9; \\ &27^3 = 19683, \quad 1+9+6+8+3=27; \\ &22^4 = 234256, \quad 2+3+4+2+5+6=22; \\ &35^5 = 52521875, \quad 5+2+5+2+1+8+7+5=35. \end{aligned}$$

Slično tome, imamo i ovo:

$$\begin{aligned} 45^2 &= 2025, & 20+25 &= 45; \\ 55^2 &= 3025, & 30+25 &= 55; \\ 297^2 &= 88209, & 88+209 &= 297. \end{aligned}$$

IV. Evo nekoliko zanimljivih proizvoda:

$$\begin{aligned} 2\cdot 819 &= 9\cdot 182, & 4\cdot 637 &= 7\cdot 364, \\ 3\cdot 723 &= 8\cdot 273, & 4\cdot 847 &= 7\cdot 484, \\ 4\cdot 217 &= 7\cdot 124, & 5\cdot 546 &= 6\cdot 455. \\ 4\cdot 427 &= 7\cdot 244, \end{aligned}$$

Kao što vidite, u proizvodima s desne strane znaka jednakosti cifre idu obrnutim redom.

V. 1. Pogledajte ove primere:

$$\begin{aligned} 1+2 &= 3, & 1^3+2^3 &= 3^2; \\ 1+2+3 &= 6, & 1^3+2^3+3^3 &= 6^2; \\ 1+2+3+4 &= 10, & 1^3+2^3+3^3+4^3 &= 10^2; \\ 1+2+3+4+5 &= 15, & 1^3+2^3+3^3+4^3+5^3 &= 15^2. \end{aligned}$$

Šta zapažate? Zbir (suma) dva, tri, četiri i pet prvih članova iz prirodnog niza brojeva (1, 2, 3, 4, 5, 6,...) jednaka je redom 3, 6, 10, i 15, a zbir kubova tih istih brojeva jednak je kvadratu njihovog zbira! I uopšte: *zbir kubova uzastopnih prirodnih brojeva, počinjući od 1, jednak je kvadratu njihovog zbira.*

2. Međutim, francuski matematičar *Liuvil* (J. Liouvill, 1809—1892) postavio je mnogo opštiji zadatak *da se nađu proizvoljni celi brojevi a, b, c, d,... čiji će zbir kubova biti jednak kvadratu njihovog zbira, tj.*

$$a^3+b^3+c^2+\ldots=(a+b+c+\ldots)^2 \qquad (*)$$

Među brojevima a, b, c,... može biti i jednakih.

Pronaći takve brojeve pogađanjem, na sreću, bez određenog pravila, beznadežno je. Ako ne verujete, učinite nekoliko pokušaja, a onda čitajte dalje!

Liuvilu je uspelo da dođe do vrlo zanimljivog rezultata, čija će vam suština biti jasna iz sledeća dva primera.

P r i m e r 1. — Uzmimo broj 6. On je deljiv sa 1, 2, 3 i 6. A koliko delilaca ima svaki od tih delilaca? Broj 1 ima *jedan* delilac, broj 2 — *dva* delioca (to su 1 i 2), broj 3 — *dva* delioca (1 i 3) i, na kraju, broj 6 — *četiiri* delioca (1, 2, 3 i 6). Upravo ti brojevi 1, 2, 2 i 4 (tj. brojevi delilaca) i zadovoljavaju relaciju oblika (*), tj. imamo:

$$\mathbf{1^3+2^3+2^3+4^3=(1+2+2+4)^2=81.}$$

P r i m e r 2. — Uzmimo broj 30. Njegovi delioci (činioci) su: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 15, 30. Broj delilaca za svaki od njih redom je: 1, 2, 2, 2, 4, 4, 4, 8. Imaćemo:

$$\mathbf{1^3+2^3+2^3+2^3+4^3+4^3+4^3+8^3=(1+2+2+2+4+4+4+8)^2}$$

Kao što vidite, postupak je jednostavan i oštrouman. Primenite ga sami i na druge brojeve!

VI. Navodimo nekoliko trocifrenih brojeva, koji su jednaki zbiru kubova svojih cifara:

$$\mathbf{153=1^3+5^3+3^3}$$
$$\mathbf{371=3^3+7^3+1^3}$$
$$\mathbf{370=3^3+7^3+0^3}$$
$$\mathbf{407=4^3+0^3+7^3}$$

VII. A šta kažete za sledeće jednakosti:

$$\mathbf{175=1^1+7^2+5^3,} \qquad \mathbf{1676=1^1+6^2+7^3+6^4,}$$
$$\mathbf{518=5^1+1^2+8^3,} \qquad \mathbf{1306=1^1+3^2+0^3+6^4,}$$
$$\mathbf{598=5^1+9^2+8^3} \qquad \mathbf{2427=2^1+4^2+2^3+7^4?}$$

VIII. A sada primer jedne jednakosti gde na obe njene strane cifre dolaze potpuno istim redosledom:

$$\mathbf{387420489=3^{(87+420-489)}},$$

IX. A kako vam se sviđa ovo: $\mathbf{54748=5^5+4^5+7^5+4^5+8^5}$?

Z a d a t a k. — Pokušajte da sami nađete takav ceo broj E da bude

$$\mathbf{E^5=A^5+B^5+C^5+D^5},$$

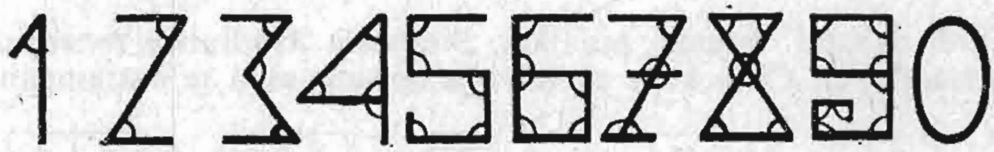
gde su A, B, C i D — takođe celi brojevi.

Zadatak je težak, ali se može rešiti. Izmislio ga je znameniti matematčar *Leonard Ojler* (L. Euler, 1707—1783).

Postanak arapskih cifara

Danas se uglavnom služimo arapskim ciframa. A da li ste kadgod razmišljali o razlozima zbog kojih te cifre imaju svoj današnji oblik? Postoji o tome više pretpostavki. O jednom pokušaju tumačenja oblika arapskih cifara pisali smo i u „Matematičkom listu" br. III, 2. str. 62. Sada navodimo još jedno slično tumačenje, prema kome *arapske cifre imaju značenje u zavisnosti od broja „uglova" koji obrazuju figuru dotične cifre.*

Zaista, ako pogledate na sledeću sliku, onda će vam začas izgledati da ovo tumačenje i nije lišeno smisla.



Tako, recimo, kod jedinice imamo samo jedan ugao, kod trojke — tri, kod petice — pet, itd. Kod nule nemamo nikakvog ugla, te zato ona i nema nikakvog (nekog) realnog sadržaja.

Ovo objašnjenje oblika cifara, dosta jednostavno i privlačno, odmah pleni čitaoca. Međutim, ovo i slična objašnjenja nemaju nekog naučnog značaja.

З Р Н Ц А

Минут за размишљање

1. Канта цилиндричног облика напуњена чистом водом тежи 5 kp, а кад је у њу вода усута само до половине — тежи 3,25 kp. Колико литара воде може стати у ту канту?

2. Написати најмањи позитиван број: a) трима двојкама, b) трима тројкама, c) трима четворкама!

3. Из једне тачке полетеле су три мухе. Када ће оне бити у једној равни(ни)?

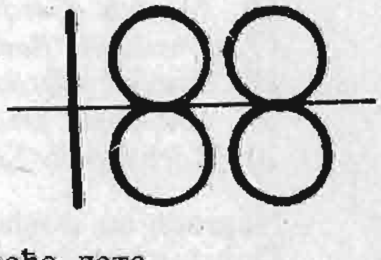
4. Три сељанке ишле су у град. Успут су сусреле три сељанке. Колико је свега сељанки ишло у град?

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА ИЗ РУБРИКЕ „ЗРНЦА" У „МАТЕМАТИЧКОМ ЛИСТУ" IV. 1—2.

Минут за размишљање. — **1.** Ево још неких решења:

1) $2+2+2+2:2=7$,
2) $22:2-2-2=7$,
3) $22:2-2\cdot 2=7$,
4) $2\cdot 2+2+2:2=7$,
5) $2^2+2+2:2=7$,

2. 100. **3.** Треба написати тај број и повући црту као на цртежу десно, а $\frac{100}{100}=1$.



4. 3! **5.** Има 8 страна.

Проверите свој посматрачки дар! — Он вуче треће дете.

Историја се понавља

— Тата, недавно си нам причао како си у школи имао слабу оцену из математике.

— Зашто си се тога одједном сетио?

— Па, тако, изгледа да се историја понавља!

* * *

REZULTATI KONKURSA ZA NAGRADNI ZADATAK BR. 12

Najpre dajemo rešenje zadatka. Preostale kvadratiće možemo popuniti kao na sledećoj slici. Cifre koje su već bile upisane sada su naštampane masnije.

4	·	9	:	**3**	+	2**0**	=	**3**2
8	:	**2**	+	32	—	6	=	**3**0
6	·	**2**	+	**1**2	:	2	=	1**8**
1**8**	—	1**3**	+	47	+	28	=	8**0**

Zaključno sa 1. 2. 1970. godine primljeno je 610 rešenja, od toga 558 tačnih.

Žrebom je odlučeno da se između onih koji su poslali tačno rešenje nagrade sa **po 20 dinara** sledeći učenici:

1. *Colović Sonja*, VII_2 r. OŠ »V. Karadžić«, Pirot
2. *Čelebić Brankica*, VI_4 r. OŠ »Ž. Apostolović«, Trstenik
3. *Hodžić Suada*, $VIII_4$ r. OŠ »Brčko Novo«, Brčko
4. *Ivanović Dragan*, $VIII_3$ r. OŠ »Goce Delčev«, Zemun
5. *Jondžić Davorin*, V_5 r. OŠ »21. maj«, Niš
6. *Kramarić Zlata*, VII_c r. OŠ »Stevo Šabić«, Bjelovar
7. *Kugić Rade*, VI_1 r. OŠ Banatsko Karađorđevo
8. *Majstorović Danica*, VI_2 r. OŠ »B. Radičević«, Vel. Livade
9. *Markov Željko*, V_1 r. OŠ »Đura Daničić«, Novi Sad
10. *Milanov Branislav*, $VIII_1$ r. OŠ »Vožd Karađorđe«, Niš
11. *Obradović Andrija*, $VIII_2$ r. OŠ »Đ. Jakšić«, Konarevo kod Kraljeva
12. *Obućina Radmila*, VII_1 r. OŠ »S. Sremac«, Borča kod Beograda
13. *Odar Jožica*, VI_a r. OŠ Bled
14. *Otašević Gordana*, V_3 r. OŠ »Karađorđe«, Beograd
15. *Planić Svetlana*, V_3 r. OŠ »S. Marković«, Kragujevac
16. *Popović Gordana*, VII_2 r. OŠ Prekadin, p. Beloljin
17. *Prvulović Radomir*, VIII r. OŠ »S. Mihajlović«, Brza Palanka
18. *Smrček Gordana*, VI_d r. OŠ »Stevo Šabić«, Bjelovar
19. *Todorović Dragica*, V_1 r. OŠ »Đ. Jovanović«, Selevac
20. *Zdravković Snežana*, VI_3 r. OŠ »M. S.«, Vinarce kod Leskovca

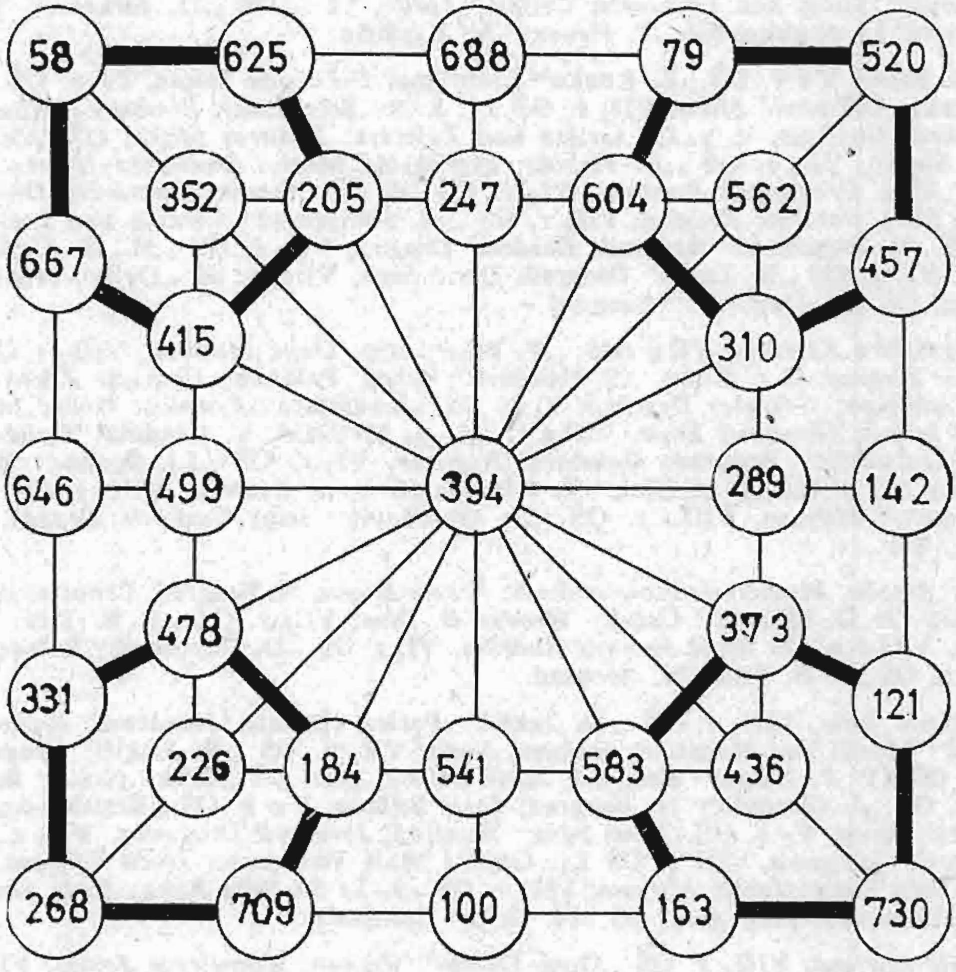
Nagrade su poslate poštom.

Dobitnicima nagrada čestitamo!

REZULTATI KONKURSA ZA NAGRADNI ZADATAK BR. 13
(Specijalni novogodišnji nagradni zadatak)

Zadatak je bio *da se u kružiće na datoj magičnoj figuri upišu brojevi* (*međusobno različiti*) *tako da suma* (*zbir*) *svakih pet brojeva bilo duž stranica spoljašnjeg ili unutrašnjeg kvadrata, bilo duž svih linija koje prolaze kroz centar cele figure, bilo u temenima četiri petougla istaknuta debljim linijama — bude uvek 1970!*

Zadatak ima više rešenja. Evo jednog od njih:



Primljeno je ukupno 420 rešenja: 215 tačnih i 205 pogrešnih.

Iz nekih škola odnosno mesta bilo je po nekoliko istovetnih rešenja pa je zato broj rešavatelja relativno veliki.

Nagrađeni su svi čitaoci, njih 215, koji su do 1. II 1970. godine poslali tačno rešenje i odgovarajući nagradni kupon. Pošto je nagradni fond za ovaj zadatak iznosio 5000 dinara, to nagrada iznosi 25 dinara (zaokrugljeno).

Nagrađeni su sledeći čitaoci:

Adamov Milan, uč. $VIII_1$ r. OŠ „Braća Ribar" Beograd; *Ajster Darko*, VI c r. OŠ „Bojana Ilicha" Maribor; *Aleksić Milojica*, VII_2 r. OŠ „Đ. Jakšić" Konarevo kod Kraljeva; *Aleksić Rodoljub*, $VIII_3$ r. OŠ „Braća Jerković", Železnik; *Anđelković Grujica*, $VIII_1$ r. OŠ „Đ. Jakšić" Konarevo kod Kraljeva; *Antić Lalica*, $VIII_3$ r. OŠ „D. Stambolić" Svrljig; *Antić Stojan*, VII_1 r. OŠ „B. Stanković" Orane kod Leskovca; *Aranđelović Aleksandra*, VI_3 r. OŠ „V. Karadžić" Beograd; *Atanasovska Viloeta*, VII a r. OU „K. Racin" Prilep.

Bajčić Dušan, VIII r. OŠ ,,Đ. Jovanović" Selevac: *Bajić Kosta*, $VIII_1$ r. OŠ ,,V. Dugošević" Beograd; *Bakalić Irina*, VI d r. OŠ ,,J. J. Zmaj" Kanjiža; *Balanji Janoš*, VIII a r. OŠ ,,S. Mihalj" Mužlja kod Zrenjanina; *Ban Boris*, $VIII_2$ r. OŠ ,,V. Masleša" Beograd; *Bandur Zorica*, $VIII_1$ r. OŠ ,,V. Đuričin" Jarkovac; *Bigović Zvonko*, VI a r. OŠ ,,20. oktobar" Vrbas; *Bin Ernest*, VII_2 r. OŠ. ,,S. Marinković" Novi Sad; *Blaževski Arsev Slave*, VIII b r. OU ,,K. Ohridski" Ohrid; *Bogdanović Ljiljana*, VI_1 r. OŠ ,,R. Kovačević" Lebane; *Bogunović Milan*, $VIII_2$ r. OŠ Ban. Karađorđevo; *Borovićanin Zlata*, VII_2 r. OŠ ,,Đ. J." Konarevo kod Kraljeva; *Bošković Uroš*, $VIII_1$ r. OŠ ,,V Karadžić" Čačak; *Branislav Zoran*, VII_2 r. OŠ ,,Goce Delčev" Zemun; *Branković Radica*, VII_5 r. OŠ ,,V. Pelagić" Leskovac; *Bugarski Zoran*, VIII b r. OŠ Boka (Banat); *Bujdić Desanka*, OŠ ,,S. Sinđelič" Beograd.

Cicić Vesna, V a r. OŠ ,,N. Tesla" Zrenjanin; *Cvetković Miroljub*, $VIII_3$ r. ,,M. Stojković" Umčari; *Cvetković Slobodan*, $VIII_3$ r. OŠ ,,F. Kljajić-Fića" Beograd; *Cvetković S. Stanko*, VI_3 r, OŠ ,,B. Stanković" Vučje kod Leskovca; *Cvijović Zoran*, VI r. OŠ ,,D. Jerković" Titovo Užice; *Čemalović Nirveta*, I a r. gimnazije ,,T. Hrovat" V. Kladuša.

Dereva Bojan, V a r. OŠ ,,Z. Runka" Ljubljana; *Dikanović Dikan*, IV r. OŠ ,,Jelena-Lela Subić" Seča Reka; *Dikanović Mika*, VII_2 r. OŠ ,,J. L. S" Seča Reka; *Dimitrov Dimitar*, Grljan kod Zaječara; *Dimitrov Gordana*, V_1 r. OŠ Grljan kod Zaječara; *Dimitrov Mitko*, OŠ Grljan kod Zaječara; *Dolenec Slavko*, VI a r. OŠ ,,A. Habuš" Marija na Muri; *Dončovski Branko*, VI b r. OU ,,Vančo Prke" Štip; *Draganović Svetlana*, VI_2 r. OŠ ,,B. S." Orane; *Dubravčić Dragutin*, VIII r. OŠ Generalski Stol; *Đorđević Dragica*, VII_2 r. OŠ ,,M. Smiljković" Vinarce kod Leskovca; *Đorđević Olivera*, OŠ ,,V. Dugošević" Beograd; *Đurđević Dragica*, VII_1 r. OŠ ,,N. H. Čajka" Trstenik; *Đurić Ljiljana*, VI_1 r. OŠ ,,R. Lakić" Beograd; *Đurić Sava*, $VIII_3$ r. OŠ ,,Dr B. Vrebalov" Melenci; *Džokić Ljiljana*, OŠ ,,V. Dugoševć" Beograd.

Gajdapdžijska Katerina, VII g odd. ,,V. Prke" Štip; *Gajić Miodrag*, $VIII_2$ r. OŠ ,,B. Jevtić" Kusadak; *Gajić Živorad*, II r. Gimn. ,,S. Đorđević" Smed. Palanka; *Gazvoda Zdenka*, V a r. OŠ ,,Z. Runka" Ljubljana; *Georgiev Desanka*, V_1 r. OŠ ,,Kadinjača" Loznica; *Gobec Monika*, VIII b OŠ Šmarje pri Jelšah; *Golubović Emir*, VIII a r. OŠ ,,I. Mržljak" V. Kladuša; *Golubović Katarina*, V_4 r. OŠ ,,V. Dugošević" Beograd; *Golubović Negovan*, VI_2 r. OŠ ,,Lj. Španac" Bela Palanka; *Golubović Zlatko*, VI r. OŠ ,,I. Mržljak" V. Kladuša; *Grković Radmila*, $VIII_3$ r. OŠ ,,J. J. Zmaj" Obrenovac; *Gudurić Mirjana*, VIII a r. OŠ ,,D. Obradović" Irig; *Gusković Dragan*, $VIII_2$ r. OŠ ,,B. Radičević,, Bor.

Fekete Amalia, Martonoš, Proleterska 6; *Fekete Ernest*, N. Beograd, Crnotravska 2; *Filipović Milan*, VI_1 r. OŠ Dr D. Mišović" Čačak; *Hromin B. Dina*, VII_6 r. OŠ ,,J. B. Tito" N. Beograd; *Hrovat Stanko*, VIII a r. OŠ Bled; *Ivanović Anđelka*, VI_4 r. OŠ ,,D. Obradović" Požarevac; *Ivanović Ljiljana*, VII_4 r. OŠ ,,J. B. Tito" N. Beograd.

Jakovljević Mile, $VIII_2$ r. OŠ ,,Đ. Jakšić" Perlez (Banat); *Jamaković Ramo*, VIII r. OŠ ,,M. Sokolović" Mesići kod Rogatice; *Janković Nada*, VII_1 r. OŠ ,,R. Lakić" Beograd; *Janković Vera*, $VIII_3$ r. OŠ ,,P. P. Njegoš" Beograd; *Jasak Mirko*, nast. OŠ ,,Brčko Novo" Brčko; *Jeremić Miroslav*, V_1 r. OŠ ,,I. Gundulić" N. Beograd; *Jocić Biljana*, V c r. OŠ ,,Bratstvo-jedinstvo" Vinkovci; *Jokanović Zoran*, V_2 r. OŠ ,,Sveti Sava" Beograd; *Jovanović Dragoslav*, VII_2 r. OŠ ,,M. S." Umčari; *Jovanović Jadranka*, VIII r. OŠ Lj. Gajić" Mali Požarevac; *Jovčić Ljiljana*, VII a r. OŠ ,,J. L. Subić" Seča Reka; *Jovčić Mirjana*, VIII r. OŠ ,,J. L. S" Seča Reka; *Jović Slobodan*, VI_2 r. OŠ ,,Njegoš" Požarevac; *Jung Aida*, OŠ ,,N. Tesla" Zrenjanin.

Knežević Mirjana, $VIII_2$ r. OŠ ,,Goce Delčev" Zemun; *Kocoljevac Jovica*, VI a r. OŠ ,,S. Bajić-Paja" Pećinci; *Koren Tatjana*, VIII b r. OŠ ,,NH J. Korenčiča" Miklavž pri Ormožu; *Kosanović Natalija*, VI b r. OŠ ,,N. Tesla" Zrenjanin; *Kostić Marija*, $VIII_4$ r. OŠ ,,M. Pijade" Niš; *Kovačev Georgi*, OU ,,J. B. Tito" Skopje; *Kovčin Vladimir*, VI_2 r. OŠ ,,S. Nikolajević" Beograd; *Kovačević Vera*, VII_4 r. OŠ ,,V. Karadžić" Čačak; *Kovač Margit*, VI r. OŠ ,,J. Atila" Martonoš; *Krajnčič Branko*, Ptujska ul. 6, Ormož; *Krivokapić Milan*, V_3 r. OŠ ,,V. Karadžić" Čačak; *Kržić Bojana*, V b r. OŠ ,,Z. Runko" Ljubljana; *Kudlik Klara*, VII a r. OŠ ,,10. oktobar" Subotica; *Kuzmanović Zoran*, VI_3 r. OŠ ,,S. Marković" Kragujevac.

Ladavac Ivan, učitelj, Grimalda br. 2, p. Cerovlje (Istra); *Lacko Erika*, V g r. OŠ ,,N. Tesla" Zrenjanin; *Lakobrija Dragan*, VI_2 r. OŠ ,,S. Marinković" Novi Sad; *Latinović Dragan*, OŠ ,,N. Tesla" Zrenjanin; *Lavrin Slavica*, VI c r. OŠ ,,S. Šabić" Bjelovar; *Lazarov Laze*, VII_4 odd. OU ,,Vančo Prke" Štip; *Liščević Vladimir*, $VIII_5$ r. OŠ ,,Ž. J. Španac" Novi Beograd; *Lovčević Branko*, VII_1 r. OŠ ,,N. Tesla" Novi Sad; *Lukić Jasmina*, VI_1 r. OŠ ,,Kadinjača" Loznica.

Mandić Miroslav i Bajagić Branko, $VIII_3$ r. OŠ ,,V. Perić-Valter" Sarajevo; *Maričić Marina*, VII_1 r. OŠ ,,V. Dugošević" Beograd; *Marinković Olivera*, VII_2 r. OŠ ,,J. L. S." Seča Reka kod Kosjerića; *Marušić Danica*, OŠ Generalski Stol; *Mihajlov Branislav*, $VIII_2$ r. OŠ ,,Đ. Jakšić" Perlez (Banat); *Mihić Milan*, $VIII_2$ r. OŠ Ban. Karađorđevo; *Milenković Aleksandar*, $VIII_6$ r. OŠ ,,Vančo Prke" Štip; *Milenković Milosavka*, OŠ ,,B. Sranković" Orane kod Leskovca; *Milenković Nenad*, V r. OŠ ,,J. Ilić-Jegor" Rgotina kod Zaječara; *Milenković Snežana*, $VIII_5$ r. OŠ ,,A. Šantić" Beograd, *Milenović Dejan*, VI_3 r. OŠ ,,V. Karadžić" Beograd; *Milinković Radivoj*, ul. Vidakovićeva 10, Zrenjanin; *Milivojević Milka*, VI_2 r. OŠ ,,S. Rodić" Bački Jarak; *Milojević Vinko*, $VIII_1$ r. OŠ ,,D. Stambolić" Svrljig; *Milosavljević Zoran*, $VIII_3$ r. OŠ ,,S. Jakovljević" Paraćin; *Miljanović Biljana*, VI_3 r. OŠ ,,J. Pančić" Beograd; *Miljković Suljo*, VIII a r. OŠ ,,I. Mržljak" V. Kladuša; *Mirković Angelina*, $VIII_4$ r. OŠ ,,Ž. J. Španac" N. Beograd; *Mirosavić Lj. Milena*, VII_5 r. OŠ ,,D. Jerković" Titovo Zžice; *Mitić Tomislav*, VI_1 r. OŠ ,,IV kraljevački bataljon" Kraljevo; *Mitrović Zoran*, VI_1 r. OŠ ,,B. Stanković" Vučje kod Leskovca; *Mladenović Dragan*, VII_1 r. OŠ ,,B. S." Orane kod Leskovca; *Mladenović Milovan*, nast. OŠ ,,V. Milićević" Grocka; *Mozetić Siniša*, $VIII_4$ r. OŠ ,,N. Jeličić" Šabac; *Mraović Rada*, V d r. OŠ ,,I. Rukavina-Siđo" Petrinja.

Naglić Josip, VII_3 r. OŠ ,,V. Karadžić" Surčin; *Nešić Sredoje*, VII_3 r. OŠ ,,Dr B. Vrebalov" Melenci; *Nikolić Vladeta*, VII a r. OŠ ,,J. L. S" Seča Reka.

Panić Milovan, $VIII_2$ r. OŠ ,,Andra Savčić" Valjevo; *Panović Ružica*, VI_2 r. OŠ ,,M. Kosovac" Šabac; *Pavić Aleksandar*, VI_2 r. OŠ ,,Nada Purić" Valjevo; *Pavlović Miroslav*, V_1 r. OŠ ,,V. Dugošević" Beograd; *Pejčić Slađana*, $VIII_1$ r. OŠ ,,D. Lalović" G. Koritnica kod Bele Palanke; *Pejić Jovan*, VII_1 r. OŠ ,,Đ. Jakšić" Perlez (Banat); *Perić Milan*, VI_2 r. OŠ ,,Maršal Tito" Medveđa kod Trstenika; *Petković Marica*, Beograd, ul. Braće Ribnikara 38; *Popić Slobodan*, VII_1 r. OŠ ,,M. Bursać" Beograd; *Pop-Lazić Jelica*, VI_1 r. OŠ ,,Vojv. Stepa Stepanović" Kumodraž kod Beograda; *Popov Jovanka*, VII_1 r. OŠ ,,Đ. Jakšić" Perlez (Banat); *Purger Tibor*, VIII a r. OŠ ,,Ady Endre" Kanjiža; *Purić Nihad*, VIII a r. OŠ ,,I. Mržljak" V. Kladuša.

Rabrenović Vukoman, Beograd, ul. Jenkova 1; *Radonić Petar*, VII_1 r. OŠ ,,Đ. Jakšić" Perlez (Banat); *Radosavljević Zorica*, VI_3 r. OŠ ,,F. Filipović" Čačak; *Ramšak Branko*, V r. OŠ ,,F. Rozmana Staneta" Maribor; *Ranković Milovan*, prof. Grocka, Bul. Oslobođenja 22; *Ratković Mile*, VII_2 r. OŠ ,,B. S." Orane; *Ristevski Riste*, IV_6 odd. OU ,,Vančo Prke" Štip; *Ristić Jovan i Dragan*, VII_3 i V_5 r. OŠ 21. maj" Niš; *Ristović Snežana*, VII_3 r. OŠ ,,Đ. Jakšić" Konarevo kod Kraljeva; *Rogulja Višnja*, VII_2 r. OŠ ,,Franjo Kluz" Sarajevo.

Sabo Tibor, V_3 r. OŠ ,,V. Nazor" Zrenjanin; *Samaluk Vitoslava*, V b r. OŠ ,,Z. Runko" Ljubljana; *Segerec Tomislav*, $VIII_2$ r. OŠ ,,Goce Delčev" Zemun; *Selak Munevera*, VIII b r. OŠ ,,V. Karadžić" Višegrad; *Selak Uzeir*, Višegrad, ul. Đ. Đakovića 1; *Simić Bora*, Vel. Popović kod Svetozareva; *Simić Ljiljana*, VII_2 r. OŠ ,,Ž. J. Španac" N. Beograd; *Simić Marko*, V r. OŠ ,,M. Tešić" Caparić kod Ljubovije; *Simić Zoran*, $VIII_3$ r. OŠ ,,M. Tito" Medveđa k/T; *Sokolović Dragan*, VI_4 r. OŠ ,,B. S." Vučje kod Leskovca; *Stamenković Momir*, V r. OŠ, s. Šerbanovac kod Soko Banje; *Stanković Mirko*, VII r. OŠ ,,Ž. Zrenjanin" Veliko Laole kod Petrovca na Mlavi; *Stanković Divna*, $VIII_1$ r. OŠ ,,D. Obradović" Vranje; *Stanojević Sladunka*, $VIII_4$ r. OŠ ,,D. Stambolić" Svrljig; *Stanojević Stanislav*, VI_2 r. OŠ ,,B. S." Orane kod Lebana; *Stanošević Slobodan*, I_1 r. Gimnazije ,,I. L. Ribar" Beograd; *Stefanović Spomenka*, $VIII_1$ r. OŠ ,,V. Karadžić" Požorevac; *Stevanović Zoran*, VII_2 r. OŠ ,,B. Stanković" Vučje kod Leskovca; *Stodić Nevenka*, VII_4 r. OŠ ,,Vančo Prke" Štip; *Stojanović Dušan*, VI_2 r. OŠ ,,J. Kursula" Varvarin; *Stojanović Slađana*, VII_1 r. OŠ ,,B. S." Vučje kod Leskovca; *Stojanović Slavoljub*, VII_1 r. OŠ ,,B. Stanković" Orane k/L; *Stojanović Verica*, VII_1 r. OŠ ,,R. Kovačević" Lebane; *Stojanović Živanka*, OŠ ,,R. Kovačević" Lebane; *Stojković Dragan*, VIII r. OŠ ,,D. Stambolić" Svrljig, *Stojov Sašo*, VII b r. OU ,,N. Naumovski-Borče" Madžari; *Stošić Dragan*, VII_2 r. OŠ ,,B. S." Orane k/L;

Šarkanović Sofija, VII r. OŠ ,,V. Pelagić" Pelagićevo kod Gradačca; *Šimon Blaženka*, VII_1 r. OŠ ,,J. J. Zmaj" Srem. Mitrovica; *Šubevski Goran*, VII_2 r. OŠ ,,Goce Delčev" Zemun; *Šućur Mirjana*, VII b r. OŠ ,,Nada Matić" Titovo Užice.

Tiosavljević Slavica, V_3 r. OŠ ,,V. Karadžić" Čačak; *Tolja Davor*, VI a r. OŠ ,,Centar" Rijeka; *Tomaž Lanko*, V a r. OŠ ,,Z. Runko" Ljubljana; *Tomić Milivoje*, VI_2 r. OŠ ,,B. S." Orane k/L; *Topalović Ljubomir*, tehničar, Laboratorija, ,,Zorka" Šabac: *Topić Marija*, OŠ ,,B. Kidrič" Ljubljana; *Trajković Vesna*, VII_3 r. OŠ ,,B. Stanković" Vučje k/L; *Trlek Želimir*, nast. OŠ ,,J. Kozarac" Strošinci; *Urošević Slavomir*, $VIII_2$ r. OŠ ,,Đ. Jakšić" Konarevo kod Kraljeva; *Usiljanin Živorad*, VII_2 r. OŠ ,,Đ. Jakšić" Konarevo k/K.

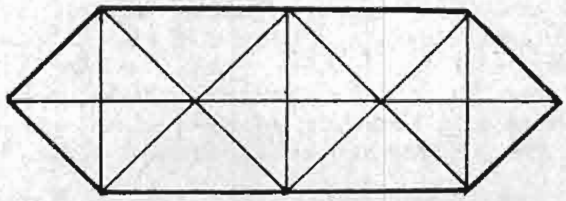
Valok Kata, VII_3 r. OŠ ,,V. Karadžić" Surčin; *Vasić Zdravka*, $VIII_2$ r. OŠ ,,M. Blagojević" Natalinci; *Vekić Stevo*, OŠ ,,B. Kidrič" Futog; *Velicki Miloje*, VI_6 r. OŠ ,,Lj. Nešić" Zaječar; *Veljković Dragan*, V_3 r. OŠ ,,V. Karadžić" Bdograd; *Videnović Tomislava*, VI r. OŠ ,,Đ. Salaj" Beograd; *Vidić Dejan*, VII_3 r. OŠ ,,Đ. Jakšić" Perlez (Banat); *Volašević Zoran*, VIII c OŠ ,,M. Trifunović-Učo" Bos. Šamac; *Vuco Zvonimir*, $VIII_2$ r. OŠ ,,Goce Delčev" Zemun; *Vučić Biljana*, VI_1 r. OŠ ,,Lj. Španac" Bela Palanka; *Vučić Jasmina*, VII r. OŠ ,,D. Lalović" G. Koritnica kod Bele Palanke; *Vujčić Svetlana*, $VIII_3$ r. OŠ ,,Vojv. S. Stepanović" Kumodraž; *Vujičić Ivan*, $VIII_2$ r. OŠ ,,Karađorđe" Topola (Oplenac); *Vukosavljević Tomislav*, VII_1 r. OŠ ,,Đ. Jakšić" Konarevo k/K.

Zivlaković Alenka, VI_2 r. OŠ ,,F. Prešeren" Kranj; *Žarin Mira*, VI_2 r. OŠ ,,Dr B. Vrebalov" Melenci; *Žanić Vinko*, VII a r. OŠ ,,I. L. Ribar" Vukovar; *Živanović Radmila*, $VIII_3$ r. OŠ ,,M. Vuković-Seljak" Barajevo.

Nagrade su poslate poštom.

REZULTATI KONKURSA ZA NAGRADNI ZADATAK BR. 14

Na ovom crtežu (v. desno) ima ukupno 38 trouglova.



Primljeno je preko 1400 rešenja, od toga 987 tačnih. (Uzeta su u obzir sva rešenja koja su stigla do 1. 2. 1970. godine).

Između onih koji su dali ispravan odgovor uz pomoć žreba odlučeno je da se nagrade sa **po 20 dinara** sledeći učenici:

1. *Babić Ivica*, VIII_b r. OŠ »Simo Šolaja«, Kupres
2. *Ćemalović Asim*, VIII_a r. OŠ »I. Mržljak«, Vel. Kladuša
3. *Dolenec Slavko*, VI_a r. OŠ »A. Habuš«, Marija na Muri
4. *Georgievski Stojan*, VIII r. OŠ Makedonska Kamenica
5. *Hromin Dina*, VII_5 r. OŠ »J. B. Tito«, Novi Beograd
6. *Kovčin Vladimir*, VI_2 r. OŠ »S. Nikolajević«, Beograd
7. *Krstevski Ljubiša*, VI_b r. OŠ »K. Misirkov«, Kumanovo
8. *Lukić Biljana*, V_1 r. OŠ »Kadinjača«, Loznica
9. *Mančić Mira*, VIII_2 r. OŠ »V. Milićević«, Grocka
10. *Milivojević Slavica*, VIII_1 r. OŠ »D. Stambolić«, Svrljig
11. *Milošević Novka*, V_b r. »Đ. Jakšić«, Međa (Banat)
12. *Petrović Radmila*, VI_1 r. OŠ Skela kod Obrenovca
13. *Seničar Peter*, VIII_f r. OŠ »Katje Rupena«, Novo Mesto
14. *Šimunović Nada*, VII_g r. OŠ »Velimir Škorpik«, Zadar
15. *Šljivić Rade*, VII_5 r. OŠ »R. Domanović«, Paraćin
16. *Teodorović Zdenka*, V_4 r. OŠ »V. Karadžić«, Čačak
17. *Titin Sofija*, V_a r. OŠ »N. Tesla«, Zrenjanin
18. *Trivić Vladan*, V_1 r. OŠ »20. oktobar«, Beograd
19. *Tutnjević Branko*, VII_b r. OŠ »I. G. Kovačić«, Našice
20. *Veljković Radoslav*, VI_1 r. OŠ »M. Pijade«, Niš

Nagrade su poslate poštom.

Dobitnicima nagrada čestitamo!

NAGRADNI ZADATAK BR. 15

Nacrtajte bilo kakav četvorougao, pa ga sa dve prave podelite tako da dobijete dva trougla i dva petougla.

Za pravilno rešenje ovog zadatka biće nagrađeno 20 učenika. Po potrebi odlučiće žreb. Rešenja treba poslati najkasnije **do 11. IV 1970. godine** na adresu: **Matematički list, Beograd, p.p. 728.** Ne zaboravite da na samom radu navedete svoje ime i prezime, razred, školu i mesto (za manja mesta i poštu). Na koverti *obavezno* naznačite: »Nagradni zadatak br. 15«. Rešenja i imena nagrađenih objavićemo u »Matematičkom listu« br. IV.4.

OSNOVAN NAGRADNI FOND PRI REDAKCIJI „MATEMATIČKOG LISTA"

Polazeći, s jedne strane, od činjenice da do sada nisu postojali stalni izvori finansiranja vannastavnog rada putem kojeg bi se povećavao interes mladih (pionira i omladine) za fundamentalne oblasti znanja i, s druge strane, imajući u vidu ogromnu ulogu matematike i matematičkih znanja u svim oblastima čovekove delatnosti, pri redakciji saveznog stručno-popularnog časopisa »MATEMATIČKI LIST« (namenjenog prvenstveno učenicima osnovne škole) osnovan je *Nagradni fond za popularizaciju matematike i stimuliranje mladih matematičara* (skraćeni naziv: *Nagradni fond ML*) iz kojeg će se finansirati niz akcija saveznog karaktera kojima je cilj da se popularise matematika i podiže matematičko obrazovanje naših mladih generacija na viši nivo.

To su sledeće akcije:

1. Tematski konkursi — javni konkursi svake godine za radove na teme u vezi sa popularizacijom matematike. Prvi takav konkurs biće objavljen već u aprilu 1970. godine. Pravo učešća imaju svi građani Jugoslavije.
2. Nadmetanje (takmičenje) mladih matematičara u rešavanju zadataka koji se redovno objavljuju u saveznom časopisu »Matematički list«.
3. Javna matematička takmičenja učenika, posebno: Savezno takmičenje iz matematike za učenike osnovnih škola.
4. Klubovi mladih matematičara i rad matematičkih sekcija.
5. Druge povremene akcije.

Dobrovoljnim prilozima i poklonima (u novcu, proizvodima, zaveštanjem i dr.) pravnih i fizičkih lica iz cele zemlje (radnih i društveno-političkih organizacija, naučnih i obrazovnih ustanova, udruženja i građana) obezbeđuju se sredstva Fonda iz koga će se finansirati pomenute akcije prema utvrđenom Pravilniku.

Pošto se kroz Fond nagrađuje znanje, podstiče učenje i rad, koji će našoj socijalističkoj zajednici biti od koristi, to se s pravom računa na udruženu saradnju i pomoć pomenutih kategorija pravnih i fizičkih lica i uopšte svih onih faktora kojima je stalo do naučno-tehničkog progresa našeg društva, u čemu solidno matematičko obrazovanje naših mladih ljudi ima fundamentalni značaj.

Uplate se vrše na žiro-račun broj 608-8-1433-10, »Matematički list« Beograd (Nagradni fond).

O primljenim uplatama i drugim poklonima, kao i o sprovođenju akcija u okviru Fonda, javnost (a pre svega darodavci) će biti redovno informisani.

* * *

U sledećem broju »Matematičkog lista« — **Veliki nagradni konkurs!**

VAŽNA OBAVEŠTENJA

1. Uredništvo poziva nastavnike i profesore matematike kao i ostale čitaoce da šalju svoje priloge za list: članke, odabrane zadatke, zadatke sa prijemnih ispita i matematičkih takmičenja, razne zanimljivosti. Poželjno je da svi rukopisi (osim učeničkih rešenja zadataka) budu pisani pisaćom mašinom s proredom, a crteži izrađeni na posebnoj čvršćoj hartiji. Rukopisi se ne vraćaju.

2. „Matemat. list" namenjen je *svim učenicima* V—VIII r. osnovne škole.

3. Prodajna cena pojedinom broju je 1,50 dinara. Godišnja pretplata (za svih 5 brojeva) iznosi 7,50 dinara. Naručioci za više od 10 kompleta imaju 10% *rabata* od prednje cene, a ukoliko unapred, tj. prilikom naručivanja, uplate celokupni iznos pretplate—imaju 20% *rabata* od prodajne cene (tj. plaćaju 1,20 din. po komadu, odnosno 6 dinara za komplet od pet brojeva). Nikakvi drugi odbici ne uvažavaju se.

Narudžbe se šalju na adresu lista, a novac na **žiro-račun „Matematičkog lista" broj 608-8-1433-10.** Pri tome **obavezno** treba navesti *tačnu adresu* na koju list treba dostavljati i jasno naznačiti na šta se narudžbina odnosno uplata odnosi (na koje brojeve i po koliko primeraka od svakog broja). Uplatnica sa navedenim podacima takođe može služiti kao narudžbenica.

4. Raspolažemo još izvesnim količinama svih brojeva lista iz šk. 1967/68. god. (br. II.1—5) i šk. 1968/69. god. (br. III.1—5) i isporučujemo ih odmah.

5. Mole se poverenici „Mat. lista" da izmire sva zaostala dugovanja.

6. Sve priloge, primedbe i narudžbe slati *isključivo* na adresu:

Matematički list, Beograd, p.p. 728.

S A D R Ž A J

CENA 1,50 DINARA