



Master rad

Dinamički model signaliziranja i njegova primena u visokom obrazovanju

Vladislav Radak

Mentor: Vladimir Božin

Matematički fakultet
Univerzitet u Beogradu
Maj 2013.

Aniću i Božinu jer su mi pokazali put.

Mojim roditeljima, jer im je ovo, iz nekog razloga, trebalo.

Sadržaj

Uvod.....	Error! Bookmark not defined.
1. Opšti uvod u teoriju signaliziranja	Error! Bookmark not defined.
Tržište radne snage i skrining u edukaciji	Error! Bookmark not defined.
2. Osnovne primene signaliziranja i asimetričnih informacija na tržištu rada po Majklu Spensu	Error! Bookmark not defined.
Bookmark not defined.	
Uvodna pitanja.....	Error! Bookmark not defined.
Početne pretpostavke	Error! Bookmark not defined.
Signaliziranje aplikanta	Error! Bookmark not defined.
Krucijalne pretpostavke	Error! Bookmark not defined.
Povratna informacija poslate informacije i definicija ekvilibrjuma	Error! Bookmark not defined.
Ekvilibrjum signala	Error! Bookmark not defined.
Osobine ekvilibrjuma signala	Error! Bookmark not defined.
3. Dinamički model odluka studenata pri izboru univerziteta i tržište rada	Error! Bookmark not defined.
Motivacija i uvod.....	Error! Bookmark not defined.
Osnovni model	Error! Bookmark not defined.
Produktivnost i nadnice	Error! Bookmark not defined.
Kako studenti biraju univerzitet.....	Error! Bookmark not defined.
Primer racionalnih očekivanja.....	Error! Bookmark not defined.
Primer naivnog očekivanja kod studenata i racionalnog očekivanja kod poslodavaca ..	Error! Bookmark not defined.
not defined.	
Stupnjevi tranzicije.....	Error! Bookmark not defined.
Adaptivna očekivanja poslodavca i naivna očekivanja studenata	Error! Bookmark not defined.
Dinamika	Error! Bookmark not defined.
Zaključak	Error! Bookmark not defined.
Literatura:	Error! Bookmark not defined.
Biografija:	Error! Bookmark not defined.4

Uvod

Svedoci smo ubrzanog širenja matematike kao nauke ka svim horizontima i upliva iste u gotovo sve poznate naučne discipline i sve sfere života. Većina matematičara se pri svom obrazovanju i razvoju „oštri“ za primenu u ekonomiji i finansijama, medicini, bioiženjeringu... Matematika je lako prodrila u istraživačke segmente psihologije, sociologije, medicine, na njoj se zasniva čitavo svetsko finansijsko tržište, čak je i istorija kao nauka upisana na spisak onih koje neizbežno koriste matematička dostignuća. Kako najlakše objasniti ovakvu nepravednu podelu u nauci? Jedan od vrlo popularnih odgovora na to pitanje glasi da je sam Bog matematičar. Ako, kao Laplas, ne mislite da je božanstvo neophodna pretpostavka, možete to formulirati ovako: univerzum se prirodno izražava jezikom matematike. Sila gravitacije slabi s kvadratom rastojanja. Planete kruže oko sunca po elipsama. Svetlost putuje po pravcima, ili se bar tako mislilo pre Ajnštajna. Prema tom viđenju matematika se razvijala upravo kao simbolički pandan univerzuma. Stoga nas ne čudi da je matematika uspešna. Upravo je to razlog njenog postojanja. Univerzum čovečanstvu nameće matematiku.

Međutim koliko je matematika uspela da vrati svojim korenima? Zna se da veliki matematičari ne bi uspeli da nije bilo kompleksnog pedagoškog sistema koji je pojedince izdvojio iz mase, isto tako retko ćete čuti da uspešni matematičari tvrde da su imali drastično loše profesore, te da su uglavnom morali da se snalaze sami. Da li se matematika dovoljno koristi u samom obrazovanju i da li su se naučnici zapitali kako da unaprede sistem koji im je dao toliko?

Ko zna kako bi glasio odgovor na ovo pitanje da u čitavu priču nisu umešali svoje prste Džordž Akerlof i njegovi limuni 1970. godine, pa samo tri godine kasnije Majkl Spens sa sada već čuvenom teorijom asimetričnih informacija koja će promeniti lice moderne matematike, da bi im se kasnije pridružio Džozef Stiglic koji će dati završno poliranje teorije tržišta sa asimetričnim informacijama, sada već slobodno možemo reći grane nauke, koja će biti krunisana Nobelovom nagradom iz ekonomije 2001. godine.

Od tada je objavljeno desetine radova na tu temu koji su uglavnom pokušali da učine teoriju primenjivom, ili da podese kriterijume, da preciznije sagledavaju realni kontekst. Dobar deo njih ćemo

pomenuti, ali ćemo se zadržati na sledećem bitnom poglavlju u ovoj sferi, radu koji je svoj život započeo još 2011. od strane tima okupljenog oko Ivana Anića, Vladimira Božina i Branka Uroševića koji pokušavaju da odgovore na pitanja koja su retko kad bila postavljena.

Kako funkcioniše moderan visoko-obrazovni sistem? Kako se studenti odlučuju za univerzitete i da li tržište rada diktira upis ili upis diktira tržište rada? Kako poslodavci biraju buduće zaposlene? Da li postoji strategija svakog pojedinca, strategija univerziteta da bude primamljiviji i strategija tržišta rada da iskoristi sve potencijale radne snage? Ova i mnoga druga pitanja biće do detalja razjašnjena u trećem poglavlju, posle prva dva u kojima ćemo se baviti asimetričnim informacijama, signaliziranjem i skringom, a zatim detaljnom primenom signaliziranja i asimetričnih informacija na tržištu rada.

Modelovanjem ovih kompleksnih problema na jednom od najlukrativnijih tržišta – tržištu obrazovanja, o kome se jako puno priča poslednjih par godina, pokušaćemo da objasnimo fenomene koji muče moderno društvo dosta dugo, bez cilja da studente posmatramo kao polutke mesa na pijaci ili polovne baštanske mašine, a poslodavce kao robovlasnike, ne bi li smo otkrili koja strategija je primenjiva tako da svi dobiju: budući studenti pri izboru univerziteta, ali i poslodavci pri selektovanju kadra. Da li neka od ovih teorija može da dâ ideju univerzitetu kako da unapredi svoju reputaciju i privuče najbolje? Matematičkom fakultetu, Univerziteta u Beogradu sigurno ne, ali svako da ova teorija ima daleko širu i značajniju primenu.

1. Opšti uvod u teoriju signaliziranja

U srži tradicionalne teorije ekvilibrijuma jeste ideja da su ekonomija i sve njene posledice uslovljene najnižom cenom određenih informacija vezanih za proizvod tj. tržište, a samim tim da određeni agenti ne moraju imati nikakvu informaciju o ostalim agentima. Naravno, razvojem ovakve teorije došlo se do zaključka da je ključno da agenti poseduju neke informacije o karakteristikama proizvoda, tj. tržišta na kome se odvija razmena dobara. Mnogo suptilnije pitanje je, ukoliko se ova pretpostavka pokaže kao nepouzdana ili netačna, kako iskoristiti ili maksimizovati potencijane dobitke ostvarene u razmeni dobara.

U svom radu Akerlof (1970)¹ nudi prvi formalni model, ilustrujući na plastičnom primeru tržišta motornih vozila kako asimetrična informacija može izuzetno uticati na ekvilibrijum u trgovini. Akerlof razmatra populaciju vlasnika automobila, od kojih svaki razmatra jednu od dve opcije: kupiti novi automobil ili zadržati stari. On takođe polazi od realne pretpostavke da iako svi polovni automobili potencijalnim kupcima izgledaju slično, razlike ipak postoje. Samo trenutni vlasnik automobila poznaje sve njegove karakteristike. Imajući to u vidu, potencijalni kupci svoje znanje o polovnim vozilima „popunjavaju“ iskustvom iz prethodnih perioda kupovine kola. Na primer, ukoliko je kupac ranije kupovao polovne automobile iste starosti određenog proizvođača i bio zadovoljan dobijenim kvalitetom, očekivanje pri kupovini istog brenda će biti pozitivno i obrnuto. Jasno je da će zbog ovakog protoka informacija, prosečan kvalitet nekog automobila na tržištu diktirati njegovu cenu. Ukoliko je razlika u kvalitetu među vozilima drastična, vlasnici onih kvalitetnijih vozila će se odlučiti da svoje automobile zadrže, utičući direktno na smanjenje kvaliteta vozila na tržištu i samim tim preosečnu cenu. Kako Akerof naglašava, tada postoji realna mogućnost da ni jedna kola sem onih najlošijih (koje autor krsti „limuni“) ne budu na tržištu, tj. da se trguje isključivo lošim kolima.

Imajući ovo u vidu, razmotrimo najjednostavniju verziju Akerlofovog modela. Neka je tržišna vrednost kola kvaliteta t izražena kao

$$V(t) = \alpha + \beta t$$

¹ Džordž Artur Akerlof u svoj najpoznatijem radu (*Quarterly Journal of Economics*, 1970) „Tržište limuna: Neizvesnost kvaliteta i mehanizmi tržišta“ postavlja osnove asimetrične teorije informacija. 2001 godine biva nagrađen Nobelovom nagradom iz ekonomije zajedno sa Spensom i Stiglicom.

gde je t uniformno raspoređena na intervalu $[0,1]$. Uzimajući u obzir osnovna svojstva uniformne raspodele srednji kvalitet polovnih automobila koji imaju kvalitet t ili niži je

$$\bar{V}(t) = \alpha + \frac{1}{2}\beta t$$

Pretpostavimo da je očekivani višak od kupovine novog automobila, određenog klijenta s . Pretpostavimo, takođe da se truguje samo onim automobilima koji su kvaliteta t' i nižeg. Tada je prosečna tržišna cena tih automobila $\bar{V}(t')$. Ako prodavac iz grupacije t odluči da zadrži njegovo vozilo, tada će on imati vrednost $\bar{V}(t)$. Ako proda, on će dobiti očekivani višak za nova kola i za njegova kola iznos koji je jednak procečnoj tržišnoj ceni koja odgovara vozilima takvog kvaliteta $\bar{V}(t')$. Tada, njegov ukupni profit u transakciji prodaje njegovih starih kola i kupovine novih iznosi $\bar{V}(t') + s$. Odatle se nameće zaključak da je tipu t isplativije da zadrži svoja kola, pre nego da ih proda ako je zadovoljen uslov

$$V(t) > \bar{V}(t') + s \text{ te odatle sledi } \beta(t - \frac{1}{2}t') > s$$

Dakle svima onima sa visoko kvalitetnim vozilima je isplativije da se isključe sa tržišta polovnih vozila.

U specijalnom, graničnom, slučaju kada je s/β veoma malo, sledi da je marginalan tip t' takođe mali. Odatle sledi da se tržište polovnih vozila smanjuje i nestaje samo kada se trguje kolima veoma lošeg kvaliteta. I dok je takav ishod teorijski moguć, jasna observacija je ta da su korisnici visoko kvalitetnih automobila oni koji napuštaju tržište. Asimetrična informacija tada pogađa kako količinu vozila na tržištu, tako i njihov prosečni kvalitet.

Ovaj fenomen je dugi niz godina bio proučavan od strane industrije osiguranja. Razmotrimo primer godišnje uplate pre penzionisanja. Dok osiguravajuća kompanija može lako proveriti trenutno zdravstveno stanje, klijent (u ovom slučaju prodavac rizika) ima bolju informaciju o familijarnoj dugovečnosti nego osiguravajuća kompanija (kupac rizika). Prodavci rizika sa maksimalnom dugovečnošću isčekuju najveći profit za uloženi novac, jer će osiguravajuća kompanija duže isplaćivati premije. Dakle, iz ugla kupca rizika ovakvi slučajevi teško mogu biti isplativi, što je i jedan od razloga zašto je tržište suženo, a godišnje rate za penzione fondove izuzetno visoke.

Evidentno, neophodan uslov da dođe do kraha ovakvog tržišta jeste taj da cena kreiranja reputacije iskrenosti jeste previše visoka. Razvojni ekonomisti primećuju da takvi problemi prevlađuju u

ekonomijama gde su tržišne institucije više decentralizovane i gde postoji veći broj direktnih prodaja od strane manjih prodavaca. Na bolje razvijenim tržištima mala frekvencija prodaje bilo kog izolovanog prodavca čini izgradnju reputacije mnogo skupljom.

Tržište radne snage i skrining² u edukaciji

U svom radu koji se osvrće na uspehe i proboj signaliziranja i teorije signaliziranja „Srebrni signali: Dvadeset i pet godina signaliziranja i skrininga“ Džon C. Rajli iznosi desetak područja i nauka u kojima je signaliziranje našlo primenu, ili, čak, iz korena promenilo poimanje nekih aspekata. Jedan od njih svakako jeste i industrijska organizacija, koja je direktna prethodnica izlaganju o konkurentnosti na tržištu rada, signaliziranju u obrazovanju i na relaciji radnik – poslodavac.

Svakako, analizirajući objavljene radove u poslednjih trideset godina zvaničnog postojanja teorije signaliziranja, nailazimo na veliku primenu u teoriji koja izučava uzorke i posledice obrazovanja (uglavnom visokog) na tržištu radne snage. U većini slučajeva ta aplikacija nije direktna, već je samo produbljena teorija koja je značajno unapredila delovanje. Proučimo neke teorije koje su dale alternativnu formu ili produbile teoriju asimetričnih informacija Majkla Spensa.

Iako ekonomisti često poistovećuju signaling i skrining, suptilna razlika ipak postoji. Do signalinga dolazi prilikom npr. studentskog brazovanja – oni pokušavaju da pošalju signal koja je njihova produktivnost, dok sa druge strane poslodavci rade skrining populacije studenata u potrazi za produktivnošću za koju će dati platu. Može se slobodno reći da skrining jeste prirodna posledica signalinga i sledi posle nje.

Autori često daju paralele između industrijske organizacije i određenih fenomena koji se pojavljuju na tržištu rada, baš kao što smo ranije pokušali da osnove ove teorije pronađemo u tržištu polovnih automobila. Tako je osnovna teorija industrijske organizacije bila korišćena kako bi teoretičare sprovela kroz zamršeni lavirint i donela konketne zaključke, koji su kasnije imali izuzetno prostora da budu provereni empirijskim putem. Radi sažetka obimnog broja radova i prikazivanja esencije onoga što je objavljeno u prethodne tri decenije, fokusiraćemo se na tri glavne probojne tačke. Prvi niz radova pokušava da testira Spensovu teoriju signaliziranja i asimetričnih informacija u odnosu na tradicionalni

² Screening – engleska reč koja označava ekranizaciju, proveru, povratnu informaciju. Uz veliki entuzijazam autor ovog rada nije mogao da nađe prevod koji u potpunosti odgovara datom terminu te ga ostavljamo u originalnij transliteraciji.

ljuski edukacioni izbor. Drugi niz se fokusira na implikacije da određena radna snaga koristi znanje stečeno na trenutnom poslu kao signal za unapređenje (potragu za ponudom više pozicioniranog ili bolje plaćenog) radnog mesta. Treća grupa radova se koncentriše na uticaj na promene ugovora kod nisko kvalifikovane radne snage.

Obe teorije, teorija ljudskog kapitala i skrining model naglašavaju da bi zarade trebalo da rastu srazmerno visini edukacije. To znači da puko pretpostavljanje oblika funkcije zarade neće mnogo pomoći u objašnjanju uloge edukacionog skrininga. Pretpostavimo da je z određeni nivo edukacije određene individue. Neka θ predstavlja varijablu određenih individualnih mogućnosti. Pretpostavimo, takođe da osoba sa individualnim sposobnostima θ i nivoom edukacije z ima sledeću marginalnu produktivnost:

$$v = V(\theta, z) + \varepsilon,$$

gde ε predstavlja realizaciju nezavisne slučajne veličine $\tilde{\varepsilon}$ koja ima srednju vrednost 0. Takođe pretpostavimo da cena postizanja nivoa edukacije z iznosi $C(\theta, z)$. U teoriji ljudskog kapitala informacioni problemi su manje bitni. Individua mogućnosti θ bira $z^*(\theta)$ da maksimizuje svoj profit

$$U(\theta, z, w) = w - C(\theta, z), \text{ gde je } w = V(\theta, z) + \varepsilon$$

Pod slabim pretpostavkama izbor $z^*(\theta)$ biće monoton. Obrtanjem promenljivih možemo da pišemo $\theta = \theta^*(z)$. Tada će njegova zarada biti $w = V(\theta^*(z), z) + \varepsilon$. Odatle sledi da raspodela zarada uzma funkciju:

$$\tilde{w} = V(\theta^*(z), z) + \tilde{\varepsilon}$$

Kao što je već napomenuto kompanije koje ne posmatraju marginalnu produktivnost (u početnom period posla) plaćaće plate zaposlenima na osnovu nivoa i kvaliteta edukacije. Tada osoba θ može da maksimizuje svoj profit kao $\max\{w(z) - C(\theta, z)\}$. U ekvilibrijumu skrininga viši nivoi sposobnosti biraju više nivoe edukacije. Obrtanjem dobijamo monoton odnos među edukacijom i neposmatranom sposobnošću individue $\theta^s(z)$. Kompanije nude više plate do očekivane marginalne produktivnosti tako da očekivana plata bude:

$$w^s(z) = E\{V(\theta^s(z), z) + \tilde{\varepsilon}\} = V(\theta^s(z), z)$$

Rani empirijski radovi (P. Taubman, T. Vejls, 1973) bili su otežani zbog nedostatka modela ekvilibrijuma u skriningu. Od objavljivanja Spensovih radova većina empirijskih radova kreće sa pretpostavkom da je skrining važniji u nekim sektorima, a u ostalim manje. Ričard Lejart i Džordž Psarharpulos (1974) porede funkcije zarada studenata sa nekim nivoom edukacije (recimo diplomirani, bečelor) sa onima koji nemaju taj nivo. Oni raspravljaju da takvi nivoi edukacije imaju određenu moć i uticaj samo u svetu skrininga. Za potrebe istraživanja oni pretpostavljaju da ne postoji tako jak efekat.

Od svih empiriskih radova na ovu temu, najsvežiji pristup imaju istraživači Kevin Lang i Dejvid Krop (1986). Da bi ilustrovali centar težnje njihovih istraživanja nastavićemo sa parametrima opisanim u prethodnom primeru. Neka je marginalna produktivnost osobe tipa θ je osoba koja je postigla nivo edukacije z , $V(\theta, z) = \theta z$, dok cena njegove edukacije iznosi $C(\theta, z) = (1/2) \cdot (z^2 / \theta)$. Pretpostavimo, takođe, da svaki tip ima određenu istu mogućnost da zaradi nadnicu r , bez ikakvog visokog obrazovanja. Sa punom informacijom, tip je θ plaćen nadnicom koja je jednaka njegovoj marginalnoj produktivnosti. On zato bira edukacioni nivo $z^*(\theta) = \arg \text{Max}(\theta z - \frac{1}{2} \cdot z^2 / \theta)$. Tada se jasno može doći do zaključka $z^*(\theta) = \theta^2$ pa odatle sledi da je ukupni profit $U^*(\theta) = \frac{1}{2} \theta^3$. Pošto svi tipovi individua mogu da zarađuju r , onda najniži tip θ_0 takođe može zarađivati r pa odatle možemo zaključiti da važi: $U^*(\theta_0) = \frac{1}{2} \theta_0^3 = r$ pa sledi $\theta_0 = (2r)^{1/3}$. Tada se može zaključiti da je minimalni edukacioni nivo i nadnica:

$$(z_0, w_0) = ((2r)^{2/3}, 2r)$$

Za sve više tipove, nadnica za tip θ je $w^*(\theta) = V(\theta, z^*(\theta)) = \theta^3$. Odatle, pošto važi $z^*(\theta) = \theta^2$, funkcija nadnice postaje:

$$w^*(z) = z^{3/2}, z \geq z_0(r) \quad (1)$$

Sada posmatrajmo skrining ekvilibrijum. Takođe, pretpostavimo da je ishod isti za najniži tip koji bira visoko obrazovanje. Tako da važi $(z_0, w_0) = ((2r)^{2/3}, 2r)$. Ukoliko uzmemo u obzir funkciju nadnice $w(z)$, svaki od viših tipova biraju $w^S(\theta)$ da maksimizuju $\text{Max}\{w(z) - \frac{1}{2} z^2 / \theta\}$. Jasno zaključujemo da je prvi uslov koji treba da bude ispunjen jeste $w'(z) = z / \theta$. U ekvilibrijumu svaki tip ima nadnicu u visini njegove marginalne produktivnosti pa sledi $w = \theta z$. Kombinujući ove dve jednakosti dolazi se do

$w(z)w'(z) = z^2$ i još važi uslov (1). Direktnom integracijom i dodavanjem na skringing ekvilibrijum funkciju nadnice imamo

$$w^2(z) = \frac{2}{3}z^3 + \frac{1}{2}w_0^2, z \geq z_0, z \geq z_0(r) \text{ gde je } w_0 = 2r$$

Bitno je napomenuti da određene promene u spoljašnjem mogućnostima utiču na najniže nivoe, takve promene neće bitno uticati na nadnice za više nivoe u sistemu u kome vladaju potune informacije. Ipak, u skringing ekvilibrijumu, celokupna funkcija nadnica raste sa rastom nadnice u spoljašnjem okruženju. Do zaključka se dolazi intuitivno. Sa poboljšanim spoljnjim mogućnostima, minimalni tip za odlazak na studije je veći nego pre. Tako, neophodnost da određeni tip individue pošalje signal da je bolji od svih minimalnih tipova na tržištu rada je smanjena. Kao rezultat toga može doći do viška investiranja u obrazovanje. Ovo može biti postignuto povećanjem u funkciji nadnica.

Isto tako, važe isti nalazi ukoliko dolazi povećanja minimalnog edukacionog nivoa. Lang i Krop posmatraju uticaj prisustva ovakvih zakona na tržištu i dolaze do zaključka da može doći do značajnog “komešanja” kako je i pretpostavljeno skringing modelom.

2. Osnovne primene signaliziranja i asimetričnih informacija na tržištu rada po Majklu Spensu

Razvojem strogo definisanog, naprednog kapitalističkog društva u zapadnoj civilizaciji, došlo je do potrebe da se ponuda i potražnja zanimanja modeluju, tj. uredi. Vodeći ekonomisti su ostavljali utisak vezanih ruku, jer su im nedostajali instrumenti kako bi opisali određene fenomene u pomenutoj problematici. Iako je teorija asimetričnih informacija, ključni proboj na ovom polju, bila u potpunosti priznata tek 2001. dodelom Nobelove nagrade za ekonomiju Džordžu Akerlofu, Majklu Spensu i Džozefu E. Stiglicu, jedan od navedenih autora, Majkl Spens, je svoj prvi rad na temu signaliziranja na tržištu rada objavio još davne 1973. godine.

Uvodna pitanja

Signaliziranje (naš najbukvalniji prevod engleskog termina *signalling*) korene pronalazi u teoriji asimetričnih informacija (devijacija savršene informacije), koja nam govori da u nekim ekonomskim transakcijama nejednakosti u pristupu informacijama, talasa uravnoteženo tržište razmene dobara i usluga.

U svom radu iz 1973. koje će i biti glavna okosnica ovog izlaganja, Spens predlaže dve strane okupljene oko jednog problema mogu prići bliže rešenju, ako jedna strana može poslati signal koji može otkriti jedan deo neke relevantne informacije drugoj strani. Ta druga strana tada interpretira signal i podešava njene navike potražnje prema signalu – često nudeći cenu veću od one koja bi važila za slučaj da signala nije ni bilo. Naravno, u ovako jednostavnom modelu odmah se javlja nekoliko problema sa kojima će ove strane biti suočene, o kojima će kasnije biti reč.

Autor takođe naglašava da je njegov rad usmeren na jasno definisano tržište rada, ali, kako on naglašava, čitaocu će do kraja izlaganja u potpunosti biti jasno da se ovaj model može primeniti i na ostala tržišta gde se lako detektuje protok asimetričnih informacija kao što su organizacije koje primaju određene konkurente, unapređenja u raznim organizacijama, pozajmice i konzumentski krediti...

Spens u uvodu svog rada takođe predlaže sledeće: ako su podsticaji za istinitost rezultata slabi, tj. ako je konvencionalni kod signala slab, istraživač mora potražiti druge putanje po kojima se odvija transfer informacija. On pre svega pod ovim cilja na moć signala koje daju informacije o edukaciji, iskustvu na ranijim poslovima, rasi, polu, kao i nekim odrednicama koje određuje sam istraživač, a koje mogu dati više informacija o nekim ličnim karakteristikama pojedinca. Pitanje koje je posle postavljeno može se preneti na sledeći način:

- (1) Kako definisati i odrediti karakteristike ekvilibrijuma signala?
- (2) Kakva je interakcija među potencijalnim signalima?
- (3) Kakva je alokativna efikasnost samog tržišta?

Kasnije, u praksi, pojavila su se i pitanja koja su morala dobiti odgovore kako bi ova teorija uznapredovala. Samo neka od njih su:

- (4) Koliko vremena, energije ili para mora potrošiti pošiljalac signala kako bi isti poslao?
- (5) Kako strana koja prima signal (koji u suštini predstavljaju kupca u transakciji) veruje signalu koji prima, tačnije koje su metode provere validnosti jedne informacije.
- (6) Pod pretpostavkom da postoji ekvilibrijum među signalima pod kojima pošiljalac šalje isključivo validne informacije i primalac veruje tim informacijama, pod kojim uslovima će sistem napustiti ekvilibrijum?

Počete pretpostavke

Na tržištu rada potencijalni radnik traži način da proda svoje usluge poslodavcu za neku platu ili cenu po jedinici. Generalno gledano, poslodavci su spremni da plate više onim radnicima koji bolje rade. Dok pojedinac poznaje svoje mogućnosti, kompanija koja ih zapošljava ili procenjuje uglavnom nije u mogućnosti da kvantifikuje tu osobinu – odatle i asimetrija informacije između dve strane. Kredibilitet nečije edukacije se može koristiti kao signal nekoj kompaniji koja zapošljava, ukazujući na određeni nivo sposobnosti koje pojedinac može posedovati i samim tim suziti potencijalni disbalans informacija. Ovo se može pokazati kao benefit obema stranama, sve dok, naravno, signal pokazuje traženu karakteristiku (kao što, na primer, kriminalni dosije to ne može biti).

Spens je svoj model iz 1973 započeo sa jednostavnim hipotetičkim primerom. Pretpostavimo da imamo dve vrste zaposlenih, tj. budućih radnika - dobre i loše, kao i da imamo poslodavce koji su spremni da plate veće nadnice tj. plate dobrim radnicima u odnosu na one loše. Spens takođe pretpostavlja da za poslodavce ne postoji jednostavan način da procene koji radnik pripada kojoj od ove dve kategorije. Radnici koji pripadaju kategoriji loših, neće biti previše uznemireni zbog ovakve činjenice, verovatno iz razloga što će im se pružiti prilika da stignu do dobrih plata uz tok i težak rad dobrih.

Takođe, radnici koji pripadaju kategoriji dobrih znaju da zaslužuju da budu plaćeni više zbog njihove veće produktivnosti, pa je njihov zaključak da vredi investirati u određeni **signal**, u Spensovom slučaju **količinu i kvalitet edukacije**. Spens pretpostavlja da edukacija ne utiče direktno na produktivnost individue, ali postavlja sledeću hipotezu: pojedinac koji pripada kategoriji dobrih radnika će platiti manje za određenu jedinicu obrazovanja od lošeg radnika.

Cena koju on pominje u postavljanju ovakvog modela ne mora obavezno biti cena školarine na određenoj obrazovnoj instituciji, kao ni cena životnih troškova, jer se lako može odgovoriti argumentom da pojedinci koji pripadaju kategoriji boljih radnika u većem broju slučajeva upisuju prestižnije, samim tim skuplje univerzitete. Umesto toga Spens predlaže nešto što se zove oportunistni (mogući) troškovi (*opportunity cost*). Ovo je kombinacija svih monetarnih troškova, zatim psihološkog ulaganja, vremena truda itd. Ključna vrednost ovog signala jeste pravljenje razlike između cene signala između dobrog i lošeg radnika. Dakle cena za dobijanje identične akreditacije je značajno niža za kategoriju dobrih nego za kategoriju loših radnika.

Različite cene ne znače niti služe da odvrate radnike iz loše kategorije od zalaganja za dobijanje kredibiliteta. Sve što je potrebno da bi signal imao svoju vrednost tj. validnost jeste da grupa sa signalom pozitivno korelira sa onom grupom dobrih radnika koja prethodno nije bila predmet opservacije. Generalno gledano, nivo do koga signal koji je poslat korelira sa nepoznatim ili neposmatranim karakteristikama. Na primer, ukoliko kompanija želi da zaposli sveže diplomiranog studenta softverskog inženjerstva sa nekog univerziteta, sve dok studenti sa tog istog univerziteta proizvode softver koji je kasnije uspešan, nema razloga da poslodavci sumnjaju u buduće sposobnosti diplomca bez iskustva.

Signaliziranje aplikanta

Zbog jednostavnosti svog početnog modela, Spens odlučuje da strategija poslodavca bude oslobođena rizika. Na primer, poslodavac će u početku postaviti zarade na neki fiksni nivo, za radnike koji ispunjavaju njihove osnovne potrebe za atributima. Sa druge strane, radnici sada dobijaju početni signal – pokušavaju da pariraju zadatim parametrima (što plati, što traženim atributima) i to je signal koji oni dobijaju.

Ne postoji puno toga što potencijalni radnici, tj. aplikanti kako ih nazivamo, mogu uraditi po pitanju nadnica (plata) tj. cene svog rada. Oni je ne mogu menjati direktno, međutim njihovo oružije u pravljenju strategije jeste signal – ono čime oni mogu manipulirati. Naravno, postoji i cena podešavanja takvih signala, na primar cena edukacije. Zato ćemo to označiti kao promenjivu koju je lako kvantifikovati – *cena signaliziranja*. Naravno, aplikant bira prvo svoj način signaliziranja koji je najisplativiji, pa tek onda ulaže u njega, očekujući povrat investicije u vidu plate. Strategija aplikanta je jednostavna – njemu je cilj da maksimizira razliku između investicije i nagrade, tačnije između cene signaliziranja i plate.

Krucijalne pretpostavke

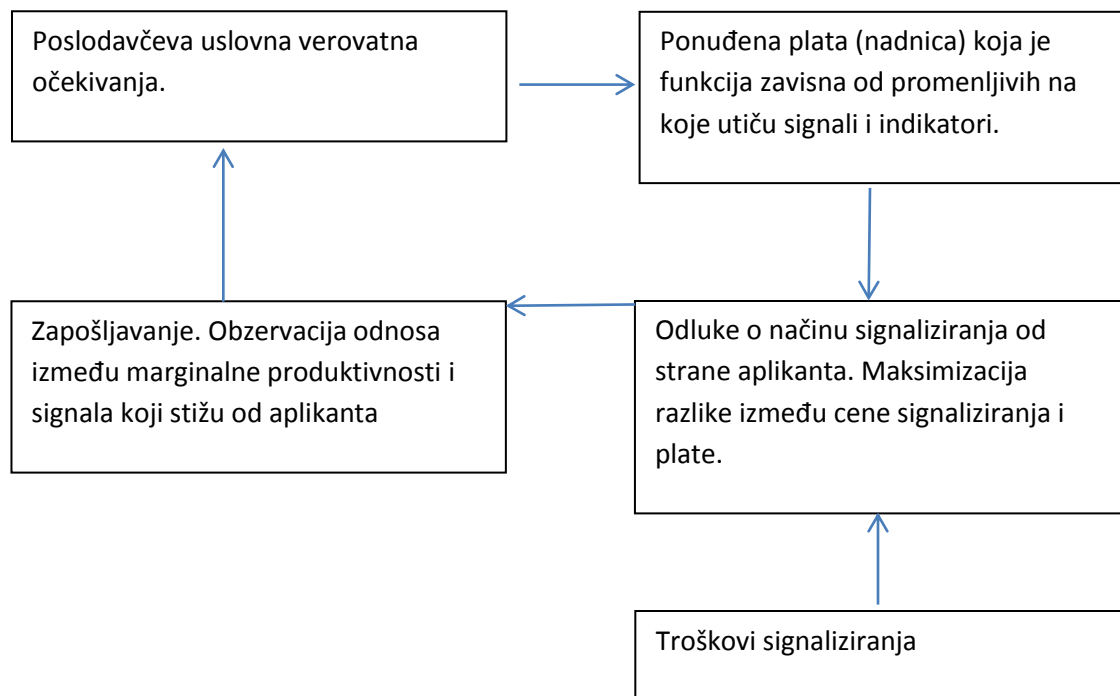
Autor tvrdi da nije teško uočiti da signal ne može jasno napraviti razliku jednog aplikanta od drugog ukoliko cena signaliziranja ne korelira negativno sa produktivnošću aplikanta. Do ovoga dolazi iz jednostavnih pretpostavki: ukoliko svi ulažu u isti signal, u našem slučaju u istu jedinicu obrazovanja, signal neće imati nikakvu cenu, jer neće moći da napravi razliku između dva aplikanta. Stoga pretpostavljamo da cena signaliziranja negativno korelira sa produktivnošću pojedinca koji u taj signal ulaže.

Šta više, ovo se može posmatrati kao bitan preduslov da bi mogla da se uspostavi strategija sa razmenom asimetričnih informacija. Takođe, treba imati u vidu da se gorepomenuta produktivnost oslanja na isključivo zatvorene sisteme profesija tj. poslova koje aplikant treba da obavlja i ne može se generalizovati. (Ako je cena edukacije softverskog inženjera bila niska, to ne znači direktno da je on odličan kompozitor klasične muzike ili kuvar).

Takođe, kao što smo napomenuli cena signaliziranja je širok pojam koji uključuje više aspekata, pored monetarnog tu su psihološko zalaganje ili provedeno vreme.

Povratna informacija poslate informacije i definicija ekvilibrijuma

Tokom perioda obnove informacije jasno je da poslodavac dobija „kompletniju sliku“ jer upoređuje kvalitete i produktivnost sa jedne i signale sa druge strane, pa kada poslodavčeva verovatnosna očekivanja više podešena, novi period može da počne. Ponuđena plata (nadnica) će sada imati različiti kvantitativni faktor nego ona koja je imala u prethodnom periodu. Ovo je objašnjeno slikom 1.



Slika 1: Povratne informacije na tržištu rada

Spens dolazi do zaključka da bi sada bilo poželjno posmatrati ovaj ciklični protok informacija na tržištu rada tokom vremena. Namaće se zaključak da je dosta komplikovano tretirati ovaj sistem sa kontinualnim vremenom. Ideja je da prelazak na diskretan sistem bude omogućen tako što poslodavac tokom jednog vremenskog cikla neće podešavati svoja „probabilistička očekivanja“, kako ih autor naziva, već će ih menjati tek posle nekog završenog ciklusa. Za ovo čak i nije teško naći pogodan primer. Naime u većini razvijenih zemalja poslodavci tempiraju svoje periode zapošljavanja novih pripravnika sa završetkom jedne školske godine, tačnije u isto vreme kada bi određena generacija u standardnim uslovima očekivanog završetka studija trebalo da diplomira. U tom slučaju bi cikl iznosio jednu godinu: poslodavac za to vreme ne bi zapošljavao, tačnije ne bi menjao svoju strategiju za formiranje ponuđenih nadnica koju bi kasnije menjao kao što je prikazano na slici 1.

Ekvilibrijum signala

Ekvilibrijum, ili makar definicija koja se koristi kako u matematici, tako i u ekonomiju predstavlja određeno stanje fluktuirajućeg ili cikličnog sistema gde se dva uticaja nalaze u ravnoteži.

Sukcesivni talasi novih aplikatana, tačnije osoba u potrazi za poslom, koji se prvi put pojavljuju na tržištu rada možemo posmatrati kao početak novog cikla tj. perioda. Poslodavčeva probabilistička očekivanja se modifikuju, ponuđene nadnice prate očekivanja, novi radnici bivaju raspoređeni na osnovu tih očekivanja i neko vreme posle toga, koje smatramo delom istog cikla, novi konkretni podaci u vidu produktivnosti koja jeste ili nije u korelaciji sa očekivanjima bivaju dostupni poslodavcu. U ovom slučaju autor smatra da nije od značaja u kom trenutku ćemo označiti početak cikla, sve dok je u istom tom odgovarajućem trenutku kraj. U ovom slučaju, ekvilibrijum jeste skup komponenti cikla koje regenerišu same sebe. Da li će i u kom trenutku ovaj cikl biti završen tj. da li postoji trenutak kada će ove komponente biti fiksne, ostavićemo za nastavak ovog izlaganja. Svakako, zaključak je, da podaci do kojih dolazi poslodavac menjaju nadnicu, od koje će zatim zavisiti ponašanje aplikanata u sledećem ciklu. Dakle jasno nam je da će ekvilibrijum zavisiti od međusobno zavisnih konstanti: „spoznaja“ poslodavca, promene nadnica, promene odluka aplikanata, promena politike zapošljavanja i naravno celokupni podaci sakupljeni od jedne i druge strane koje će predstavljati ulazne komponente za sledeći cikl.

Primera radi jedan cikl možemo posmatrati na četiri godine. Na početku određena grupa učenika upisuje studije bez ikakvog prethodnog znanja, tačnije signala od strane budućih poslodavaca. Po završenom fakultetu oni bivaju zaposleni od strane poslodavca koji će tokom vremena dobiti uvid u njihove sposobnosti i produktivnost. U narednom ciklu on će prilagoditi plate produktivnosti, dok će budući studenti pred upis znati da li im se isplati studiranje na tom fakultetu tj. da li će se investicija (novac, vreme, emocije) na kraju isplatiti.

Osobine ekvilibrijuma signala

U osnovnom definisanju postojanja i osobina ekvilibrijuma signala Spens predlaže predstavljanje pomoću specifičnog numeričkog primera³. On takođe sugeriše da indeksi neće imati uticaja, a da osobine sa kojima se budemo susretali možemo generalizovati.

Pretpostavimo da u ovom primeru imamo dve grupe koje se značajno razlikuju po produktivnosti koje apliciraju kod jednog poslodavca. Pojedinci iz grupe I imaju produktivnost 1, dok pojedinci iz grupe II imaju produktivnost 2.⁴ Grupa I uzima udeo q_1 u populaciji, samim tim grupa II će uzimati $1-q_1$. Takođe, pretpostavimo da je na početku igračima dostupan potencijalni signal na primer edukacija. Mi pretpostavljamo da signal edukacije merljiv nekim koeficijentom y . Kao što smo već napomenuli troškovi edukacije pojedinca su monetarni i psihički. Pretpostavimo da je cena edukacije svakog pojedinca iz grupe I, koja ima y jedinica (količinski) edukacije jednaka y (tačnije jedna monetarna jedinica za jednu jedinicu obrazovanja) i neka je cena edukacije takođe y jedinica svakog pojedinca iz grupe II $y/2$.

Predstavimo naše pretpostavke u sledećoj tabeli:

Grupa	Marginalna produktivnost	Udeo u populaciji	Cena edukacije za nivo y
I	1	q_1	y
II	2	$1-q_1$	$y/2$

Tabela 1: Podaci za osnovni model

³ U ovom delu podrazumevamo da karakteristike primera ne dokazuju osobone na generalnom, uopštenom planu. Ipak, numerički primer će nam sigurno lepo ilustrovati određene osobine.

⁴ U ovom poglavlju Spens naglašava da produktivnost razumemo kao „koliko je pojedinac vredan ili koristan poslodavcu“, ovo ne mora obavezno biti marginalna produktivnost.

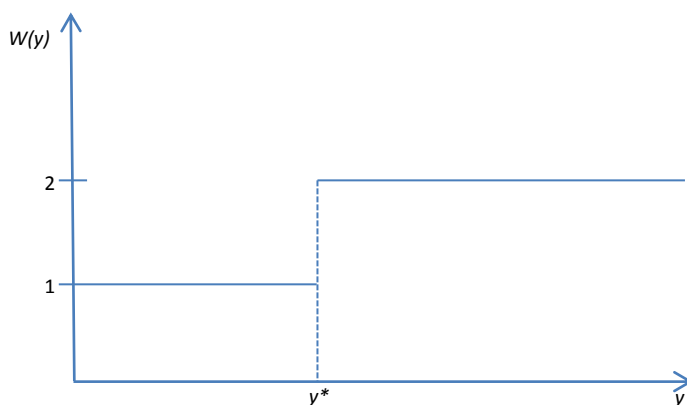
Kako bi smo našli ekvilibrijum mi ćemo pretpostaviti određena probilistička očekivanja poslodavca, a zatim videti da li će ona biti potvrđena mehanizmima povratnih informacija koje smo već naveli.

Uzmimo takođe da poslodavac pretpostavlja da postoji neki nivo edukacije y^* tako da ako je ispunjen uslov $y < y^*$ onda je produktivnost pojedinca 1 sa verovatnoćom jedan, a ako je $y \geq y^*$ onda je produktivnost 2 sa verovatnoćom 1. Tačnije

$$P\{pl = 1 | y < y^*\} = 1, P\{pl = 2 | y \geq y^*\} = 1$$

gde je sa pl označen nivo produktivnosti (*productivity level*).

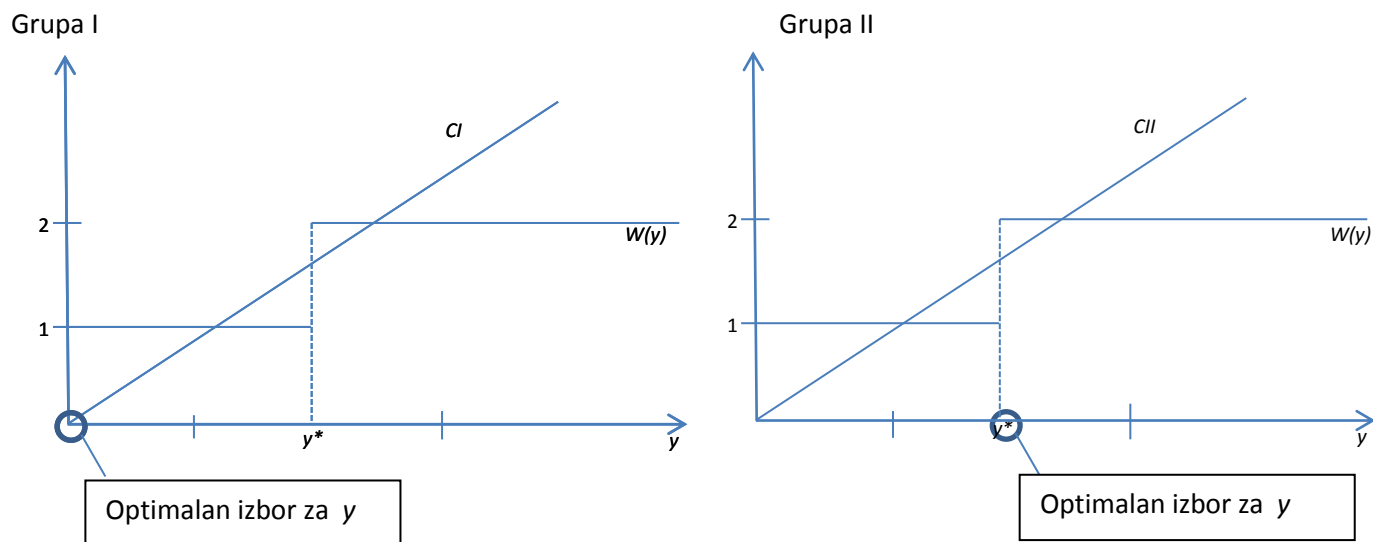
Ukoliko ovo jesu njegova početna očekivanja, onda će njegova strategija ponuđenih nadnica biti kao što je prikazano na grafiku 2.



Grafik 2: Ponuđene nadnice kao funkcija od nivoa edukacije

Znajući ponuđene nadnice članovi svake grupe će izabrati optimalne nivoe svoje edukacije. Posmatrajmo slučaj pojedinca koji želi da zadovolji uslov $y < y^*$. Idealna strategija tog pojedinca jeste da podesi $y = 0$ dok ne dostigne nivo edukacije y^* , jer nema benefita od povećavanja ulaganja y . Sa druge strane pojedinci koji žele da dostignu uslov $y \geq y^*$ će svoja ulaganja podesiti na $y = y^*$ jer je to minimalno ulaganje u edukaciju koje zadovoljava ovaj uslov. Odavde sledi da će svaki pojedinac izabrati opciju $y = 0$ ili $y = y^*$. Imajući u vidu poslodavčeve inicijalne pretpostavke ovo znači da će svi članovi grupe I podesiti svoja ulaganja na $y = 0$ kao i svi članovi grupe II na $y = y^*$. Dijagram opcija sa kojima se suočavaju ove dve grupe je prikazan na slici 3.

Dolazi se do zaključka da je aplikantima pored visine nadnice podjednako bitna visina troškova edukacije. Obe grupe biraju y kako bi maksimizovale razliku između uloženo u edukaciju i ponuđene nadnice. Još kada nam je dat y^* na dijagramu lako je zaključiti da će se grupa I opredeliti za $y = 0$, a grupa II za $y = y^*$: Prema tome poslodavčeva očekivanja su ispunjena i mi imamo ekvilibrijum signala.



Slika 3: Optimizovani izbor edukacije za obe grupe (podebljani kružići predstavljaju optimalan izbor za y)

Takođe možemo zaključiti, u algebarskom smislu, da će u cilju zadovoljenja poslodavčevih očekivanja grupa I ispunjavati uslov $y = 0$ ako $1 > 2 - y^*$.

Isto tako grupa II će ispuniti uslov $y = y^*$ ako važi $\frac{2 - y^*}{2} > 1$

Uzimajući oba ova uslova u obzir dolazimo do zaključka da su poslodavčeva inicijalna očekivanja u skladu sa pretpostavkama tržišta pod uslovom da parametar y^* zadovoljava $1 < y^* < 2$.

Autor naglašava da se kod ovog primera treba zadržati kako bi jasnije uočili neke specifične karakteristike ovakve vrste ekvilibrijuma. Jedna svakako jeste, da pretpostavljajući da se poslodavac vodi razmišljanjima kao što je navedeno u prethodnom primeru, postoji beskonačan broj vrednosti koje u ovom ekvilibrijumu može y^* da uzme. Samim tim, to znači da postoji beskonačan broj ekvilibrijuma i u svakom od njih poslodavac je u mogućnosti na napravi savršeni izbor među aplikantima u cilju

maksimalne produktivnosti ukoliko naravno zna nivo edukacije pojedinca. Ipak, zaključak koji se nameće jeste da je ova osobina tačna samo ukoliko je tačna pretpostavka da cena edukacije eksplicitno negativno korelira sa produktivnošću. Ipak, postoje i slučajevi ekvilibrijuma kada poslodavac nije siguran tj. kada ne može sa sigurnošću doneti najbolju odluku, o čemu će biti reči kasnije.

Treba uočiti da ovako definisan ekvilibrijum nije ekvivalentan tačnije nije "fer" sa stanovišta aplikanata. Povećavanje nivoa y^* će delovati na štetu aplikanata iz grupe II (povećavaće njihove troškove) dok neće uticati na aplikante iz grupe I.

Grupa I je u lošijem položaju nego da nema signaliziranja uopšte. Ako signal ne postoji svaki pojedinac će platiti bezuslovni očekivani marginalni proizvod koji je:

$$q_1 + 2(1 - q_1) = 2 - q_1$$

Grupa II takođe može biti u lošijem položaju nego da ne postoji signal. Pretpostavimo da je udeo grupe I u populaciji 0.5. Pošto je $y^* > 1$, a ukupna dobit pojedinca iz grupe II jeste $\frac{2 - y^*}{2}$ u ekvilibrijumu njegova dobit mora biti 1.5, a to je dobit kada ne postoji signal. Tako možemo zaključiti da bi svako preferirao slučaj kada razmena signala ne postoji.

Ono što je generalna pretpostavka materije o kojoj diskutujemo, bilo da se radi o teoriji signaliziranja, osnovnim tržištima ili pak bazičnim finansijskim modelima jeste činjenica da se svaka individua, do neke mere, ponaša iracionalno. Koalicije⁵, udedinjenja, pojedinih „igrača“ mogu da poremete već ustaljen ekvilibrijum signaliziranja. Početna proporcija ljudi u dve grupe q_1 i $(1 - q_1)$ nema efekta na pomenuti ekvilibrijum. Ovaj zaključak se može izvesti iz pretpostavke da se marginalna produktivnost individue u nekoj grupi ne menja sa povećanim brojem ljudi.

U datom ekvilibrijumu signaliziranja, edukacioni nivo y^* , koji zapravo definiše ekvilibrijum, jeste preduslov tj. zahtev tržišta kako bi se ispunio cilj bolje plaćenog posla, ili se tako makar čini spoljašnjem posmatraču. Ipak, što se individue tiče, jedini uslov da postane igrač jeste da ima svoj izvor informacija u igri signaliziranja. Gledano spolja, može se činiti da je edukacija produktivna. Ona i jeste

⁵ Šta su koalicije, Spens obrađuje u posebnom poglavlju. U ovom izlaganju mi nećemo zalaziti u dubinu prirode i razloga koalicija, već ćemo samo izučavati njihove posledice na igru signaliziranja i predstaviti određenje primere.

produktivna kada posmatramo individuu, ali u ovom primeru ne podiže stvarnu marginalnu produktivnost.⁶

Ovo se može objasniti sa više jednostavnih primera. Jedan od njih dolazi iz mogućeg iskustva kao menadžera projekta u jednoj softverskoj kompaniji. Signal koji je kompanija primala zapošljavajući programere sa različitih fakulteta (Matematički, Elektrotehnički) bio je primeren grupi, tj. marginalnoj produktivnosti grupe, nikako individui. Tako su, na primer, diplomci Elektrotehničkog fakulteta, imali mnogo veću marginalnu produktivnost, ostavljali bolji utisak kao grupa i samim tim bili bolje plaćeni nego programeri sa diplomom Matematičkog fakulteta. Ukoliko pretpostavimo da je i u jednom i u drugom slučaju nivo edukacije približno isti, y^* , maturantu koji se odlučuje za fakultet je mnogo bitnija informacija o marginalnoj produktivnosti grupe, tj. diplomaca fakulteta, nego na kom je nivou određena edukacija.

Pronicljivom čitaocu koji prelazi ove redove svakako na pamet može pasti pitanje odakle dolazi pretpostavka da se društveni i lični profiti razlikuju u ovom našem primeru. Odgovor treba tražiti u činjenici da profit društva nije nula. Oduvek postoji informacioni problem zajednice da locira prave ljude za pravi posao. Edukacija, u svojem kapacitetu za postizanje nekog signala nam samo do nekog nivoa pomaže da izvršimo lociranje na pravi način. Povećavanjem edukacionog nivoa posle nekog nivoa y^* ne pomaže u ovom sortiranju. Jednostavan primer bi bio sličan prethodnom: ukoliko imate zaposlenog diplomca Matematičkog fakulteta u oblasti programiranja, ne znači da će se njegova marginalna produktivnost povećati ukoliko, umesto rada u kompaniji, narednih nekoliko godina provde na doktorskim studijama.

Naravno, nije uvek slučaj da sve grupe gube zbog postojanja određenih signala. Na primer u signalnom ekvilibrijumu $y^* > 2q_1$ grupi II bi bilo bolje bez, jer da edukacija funkcioniše efektivno kao i konkretan signal bilo bi obrunuto. Tada, ukoliko je u našem primeru $q_1 > \frac{1}{2}$ tako da je grupa II u manjini, tada postoji ekvilibrijum signaliziranja u kojem su članovi grupe II poboljšali svoj položaj u odnosu na slučaj kada ne postoji razmena signala. Ne zaboravimo da je nadnica tj. plata u slučaju bez signala uniformna $2 - q_1$ za sve grupe.

⁶ Spens ipak naglašava da on ignoriše eksterne benefite edukacije u ovom modelu. Ova tvrdnja polazi od činjenice da edukacija zapravo ne doprinosi produktivnosti. Neko može tvrditi da produkt društva nije nula, ali cena signaliziranja zapravo predstavlja edukaciju kao kvantitativnu kategoriju, dakle efekat koji donekle može smanjiti cenu edukacije.

Postoji i način da se generalizuje ranije pomenuta analiza. Naime, pretpostavimo da cena signaliziranja grupe I jeste data funkcijom $a_1 y$, a da je za grupu II $a_2 y$, gde, naravno, pretpostavimo da važi $a_2 < a_1$. Uz jednostavniju računicu lako nalazimo da postoji ekvilibrijum signaliziranja gde je grupi II bolje nego bez signaliziranja⁷ sa uslovom

$$q_1 > a_2 / a_1$$

Koliko mala treba biti grupa II da bi imala benefita od signaliziranja zavisi od odnosa od marginalnih cena signaliziranja obe grupe.

Ovde je računica jasna. Sa datim cenama signaliziranja grupe će napraviti neophodan izbor da potvrde poslodavčeva uverenja uz činjenicu da je:

$$1 > 2 - a_1 y^* \quad \text{kao i}$$

$$2 - a_2 y^* > 1.$$

Posmatrajući nejednakosti po promenljivoj y^* dobijamo transformaciju:

$$\frac{1}{a_2} < y^* < \frac{1}{a_1}$$

Sada, ako je grupi II bolje za neki ekvilibrijum signaliziranja tada važi:

$$2 - \frac{a_2}{a_1} > 2 - q_1$$

$$\text{tj. } q_1 > \frac{a_2}{a_1},$$

što je i trebalo dokazati.

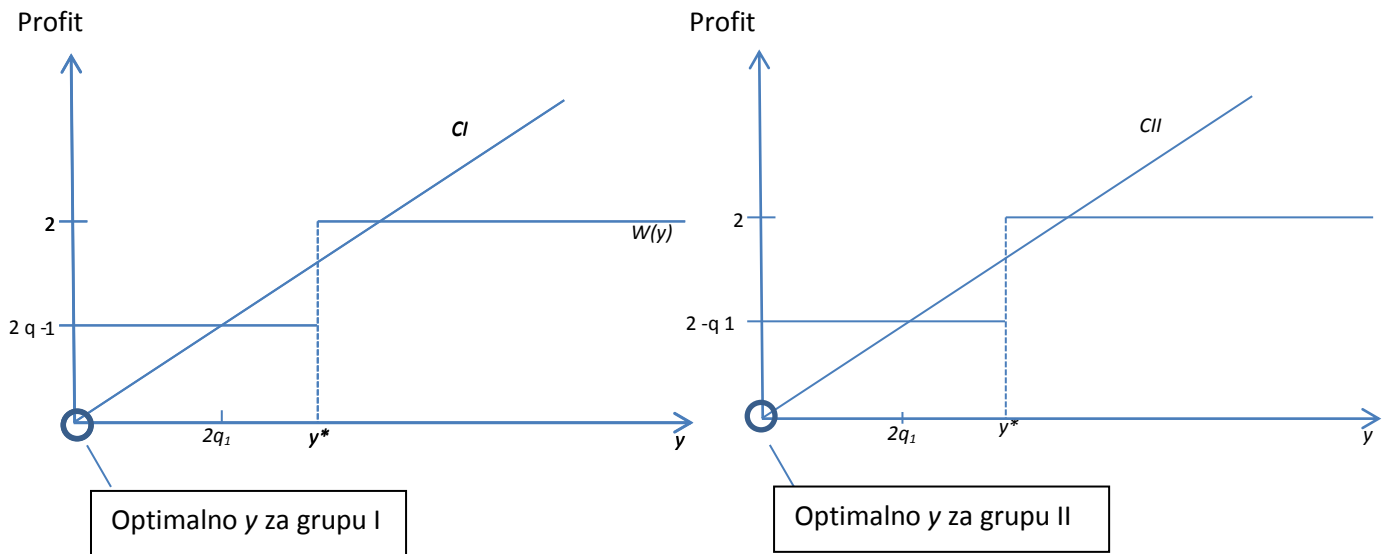
⁷ Analizirajno još detaljnije tvrdnju da postoji ekvilibrijum signaliziranja u kome je grupi II bolje. Ispostavlja se da uvek postoji ekvilibrijum signaliziranja u kojem je grupi II takođe gore.

Pre nego što zaključimo temu o signaliziranju na tržištu rada, treba pomenuti još jedan značajan ekvilibrijum u istom sistemu, sa dosta drugačijim osobinama i početnim pretpostavkama.

Pretpostavimo da su poslodavčeva očekivanja data u sledećoj formi:

Ukoliko je $y < y^*$	Grupa I sa verovatnoćom q_1
	Grupa II sa verovatnoćom $1 - q_1$
Ukoliko je $y \geq y^*$	Grupa II sa verovatnoćom 1

Kao i u prethodnom slučaju jedini nivoi za y koji mogu biti ubedljivo izabrani su $y = 0$ i $y = y^*$



Slika 2: Optimalne odluke signaliziranja za model sa dve grupe

Plata za $y = 0$ je $2 - q_1$ dok plata tj. nadnica za $y = y^*$ iznosi 2. Sa slike 2. jasno je da su obe grupe racionalno stavile $y = 0$ imajući u vidu da je $y^* > 2q_1$. Ako obe grupe učine tako, onda su poslodavčeva uverenja ispunjena i mi dobijamo ekvilibrijum.

Treba napomenuti da su poslodavčeva uverenja da je odnos između produktivnosti i edukacije $y \geq y^*$ potvrđena u neku ruku degenerisanom, ali u potpunosti prihvatljivom slučaju. U takvom slučaju ne postoje tačni podaci koji se odnose na ove nivoe edukacije pa odatle logičkim zaključivanjem sledi da ne postoje informacije koje bi tome protivrečile. Ovo je primer fenomena koji može imati mnogo širu potencijalnu važnost. Naime, poslodavčeva uverenja mogu naterati neke grupe da sa jednog tržišta rada pređu na neko drugo tržište. Ovakav fenomen je nemoguće predstaviti modelom jedan poslodavac – jedno tržište rada. Ali kada do toga dođe, takođe ne postoji povratna informacija za poslodavca koja bi mu omogućila da izmeni svoja uverenja.

Edukacija u ovom tipu ekvilibrijuma ne prenosi nikakve informacije. Šta više, mi smo reprodukovali nadnice i informacije kojima raspolaže poslodavac u modelu bez signala kao ekvilibrijum signaliziranja.

Kao što postoji ekvilibrijum signaliziranja u kome je svako „podešen“ na $y = 0$, isto tako postoji ekvilibrijum u kome svako postavlja $y = y^*$ za neko pozitivno y^* . Tada su neophodna poslodavčeva uverenja sledeća:

Ukoliko je $y < y^*$	Grupa I sa verovatnoćom 1
	Grupa II sa verovatnoćom $1 - q_1$
Ukoliko je $y \geq y^*$	Grupa I sa verovatnoćom q_1
	Grupa II sa verovatnoćom $1 - q_1$

Sledeći poznati način analize možemo doći do zaključka da ta uverenja mogu potvrditi sama sebe ukoliko je

$$y^* < 1 - q_1$$

Ponovo, nivo edukacije ne prenosi nikakvu informaciju, ali ovoga puta individue racionalno ulažu u edukaciju. Ako oni, kao individue, ne investiraju suočavaju se sa smanjenjem plata koje povlači činjenicu da će gubitci premašiti dobitke stečene uštedom na edukaciji.

Zanimljivo je naglasiti da poslednja mogućnost uopšte ne zavisi od korelacije između cene signaliziranja i produktivnosti. Pretpostavimo da je cena signaliziranja za obe grupe data sa nekim fiksnim y . Ukoliko pretpostavimo još da su poslodavčeva očekivanja data u gornjoj tabeli tada će svako racionalno izabrati $y = y^*$ pod uslovom da važi:

$$y^* < 1 - q_1$$

Ishod je isti. Zanimljiv je zaključak da zbog odsustva korelacije između cene edukacije i produktivnosti nivo edukacije ne može nikada biti efektivan signal u ekvilibrijumu ovog sistema, makar ne u smislu prenošenja bilo kakve korisne informacije.

Dosta smo se fokusirali na specifične modele bez prevelikog udubljalja u to kako igra signaliziranja može uticati na konkretno funkcionisanje određenih tržišta. Ovde ne mislimo na specifične numeričke primere, koji nisu od veće važnosti, već na potencijalne posledice i eventualne obrasce tj. šablone signaliziranja.

Promenljive karakteristike kod individue koje na bilo koji način možemo kvantitativno predstaviti kao što je nivo edukacije, koji je za nas samo potencijalni signal postaje pravi signal ukoliko je cena signaliziranja u negativnoj korelaciji sa nepoznatom produktivnošću određene individue. Zapravo negativna korelacija je potreban ali ne i dovoljan uslov da bi došlo do signala. Kako bi smo ovo proučili u kontekstu našeg modela pretpostavimo da y može da bude samo 1 ili 3. To znači da neko može postići nivo edukacije samo u ovim tačkama, tj u paketima od po jedan. Ako je ovo ispunjeno, tada ne postoji izvodljiva vrednost y^* koja može učiniti isplativim da se grupa II upusti u edukaciju. Tri paketa edukacije su mnogo, dok samo jedan paket neće napraviti razliku između grupe II i grupe I. Odatle sledi da efektivno signaliziranje ne zavisi samo od negativne korelacije između cene i produktivnosti već i od postojanja dovoljnog broja signala u odgovarajućem cenovnom rangi.⁸

⁸ U svom posebnom radu Spens tvrdi da mnogi signali na tržištima kredita i pozajmica efektivno postaju indeksi zato što cene signaliziranja preplave tj. prekriju dobitke pa dolazi do posledica da karakteristike kojima smo hteli da

Ekvilibrijum je u našem primeru definisan kao petlja povratne informacije⁹ u kojoj poslodavčeva očekivanja rastu i padaju u zavisnosti od produktivnosti i samim tim on prilagođava nadnice, koje, sa druge strane vode u investiranje u edukaciju i biranje nivoa edukacije svake individue. Posle zapošljavanja, jasno je da direktan odnos između edukacije i produktivnosti vodi ka korigovanju poslodavčevih očekivanja. Ovde ciklus počinje ponovo. Ekvilibrijum ćemo najbolje predstaviti kao skup uverenja koje u najmanju ruku nisu negirane postojećim podacima na kraju svakog ciklusa. Ova uverenja nastoje da istraju duž nekog vremenskog perioda, kako novi igrači na tržištu dolaze i pokreću cikluse.

Svakako da će podobnija i dublja analiza ovakvog Spensovog modela, sa ciljanom aplikacijom i više primera uslediti u nastavku ovog izlaganja.

manipulišemo zapravo prestaju da budu od važnosti. Posedovanje nekretnine jeste primer potencijalnog signala koji na tržištu kredita prestaje da bude signal i postaje indeks.

⁹ Još jedna nedoslednost našeg jezika. U pitanju je *feedback loop*, šema, koja ide u krug menjajući i prilagođavajući svoje elemente u zavisnosti od povratne informacije.

3. Dinamički model odluka studenata pri izboru univerziteta i tržište rada

Motivacija i uvod

Još od Spensovog modela objavljenog 1973. godine, koji smo detaljno analizirali u prethodnom poglavlju, kao i od potvrde valjanosti teorije dodelom Nobelove nagrade 2001. godine možemo reći da je teorija signaliziranja bila okidač za čitav niz radova koji imaju višestruku aplikaciju u modernim tržištima, od kojih naš fokus – tržište rada i tržište obrazovanja, jesu samo neki od njih. Džon C. Rajli u svom radu „Srebrni signali: Dvadesetpet godina skrininga i signaliziranja“ objavljenog juna 2001. nas vodi na dugačko i detaljno putovanje kroz evoluciju signaliziranja i skrininga, u kome pokušava da, u kratkim crtama, kompletira sve teorije bazirane na Akerlofovim i Spensovim temeljima. On navodi desetina modela, a mi smo za ovo izlaganje, još u prvom poglavlju, analizirali samo neke od njih koji će biti potrebni sa naredno predstavljanje dalje teorije.

Nastavak je sažetak novog pristupa dinamičkog modela studentskih odluka pri odabiru univerziteta motivisanog signalima koji dolaze sa tržišta rada, koji su kao nastavak osnovne teorije Spensa razvili Ivan Anić, Vladimir Božin¹⁰ i Branko Urošević¹¹ u svom radu koji u originalu glasi „A Dynamic Model of University Selection“¹².

Autori navode i preteče svog modela. Svakako da okosnicu novog modela čini Spensov rad, gde je naglašeno da postoje dva tipa radnika: jedna grupa sa niskom i druga sa visokom produktivnošću. Kao što smo već pisali, poslodavci postavljaju nivoe nadnica prema postignutim nivoima edukacije. Ono što se nameće kao logičan zaključak jeste činjenica da je cena edukacije manja za visoko produktivan tip individue, dok će sa tip sa niskom produktivnošću biti suočen sa višim cenama edukacije. Prema tome, nivo edukacije jeste prvi signal poslodavcu o nivou produktivnosti potencijalnog radnika. Poslodavac podešava nadnicu prema edukaciji, što će kasnije, u ekvilibrijumu, biti signal studentima za odabir edukacionog nivoa.

¹⁰ Matematički Fakultet, Univerzitet u Beogradu

¹¹ Ekonomski fakultet, Univerzitet u Beogradu, Narodna Banka Srbije

¹² Do zaključenja ovog rada gorepomenuto istraživanje još nije završeno niti publikovano iako su sam model i napisana teorija već napravili odjek u naučnim krugovima. Ostaje da vidimo koliko će se teorija koju izlažemo u nastavku, a koja jeste direktno predstavljanje modela ova tri autora razlikovati od njihovog krajnjeg izlaganja.

Sledeći trag objavljenih radova na sličnu temu¹³, da se uočiti da se većina njih zasniva na pretpostavci da će student sa verovatnoćom jedan završiti nivo studija na koji se upisao, što se kosi sa konkretnim primerima iz realnog života.

Dobro je poznato da završetak određenog nivoa obrazovanja nije sa verovatnoćom jedan, ali varira i od države do države, o čemu najbolje svedoče empirijska istraživanja izvedena od strane OECD –a (pogledati rezultate 2007, 2010), kao i istraživanje Longa (2006). Altonji (1993) efektno koristi ovakve zaključke predstavlajući obrazovanje tj edukaciju kao niz sekvenci od kojih svaka ima verovatnoću manju od jedan, tj završetak svake sekvence za određenu individuu nije garantovan. Jovanovic (1979) naglašava da dinamika određivanja nadnica može zavisiti od poslodavčevog sazajnog procesa, pošto je radnik započeo sa poslom i samim tim poslao signal o svom nivou produktivnosti. Ipak, odatle sledi da učenje radnika na poslu može “utišati” signal o edukacionom nivou i njegovom uticaju na nadnicu samo par godina posle početnog zaposlenja, kao i pri promeni radnog mesta (videti Farber and Gibbons (1996))¹⁴. Weiss (1983) sa druge strane nudi model po kome je nivoe produktivnosti određene individue moguće razgraničiti na samom početku studija, pa po njegovom mišljenju, poslodavci mogu ponuditi poslove studentima pre završetka studija, što se kosi sa racionalnim razmišljanjem. Za razliku od svih radova, model kojim se ovde bavimo predstavlja čitav proces edukacija kao jednu tačku u vremenu, a fokusira se na donošenje odluka različitih tipova studenata u različitim vremenskim trenucima.

U modelu koji predlažu Anić, Božin i Urošević se polazi od jednostavnih pretpostavki. Izučavaju se dva tipa budućih studenata: jedni sa visokom i drugi sa niskom produktivnošću koja se ne menja tokom vremena. Takođe se pretpostavlja da postoji dva tipa univerziteta (visokih škola, kurseva), od kojih je jedan sa višim edukacionim standardima i drugi sa nižim. Prvi je, naravno, teže završiti od drugog. Takođe, kao logičan zaključak se nameće da je onom tipu studenata sa višom produktivnošću lakše da završe, kako prvi tip univerziteta, tako i drugi, nego što bi to bilo tipu studenata sa nižom produktivnošću. Verovatnoća nezavršetka studija direktno povlači pojam cene edukacije.

Studenti biraju institucije za svoje obrazovanje temeljeno na njihovim uverenjima o budućoj plati. U ovom izlaganju su razmotrena dva načina kako se ova očekivanja formiraju: racionalno i sa naivnim očekivanjima. Sa racionalnim očekivanjima student razmišljaju o budućnosti. Oni znaju na čemu su temeljena razmišljanja i ponašanja poslodavca i uzimaju to u razmatranje pri proceni budućih zarada tj.

¹³ Noldeke and Van Damme (1990), Amaya (2009), Alos-Ferrer and Prat (2008)

¹⁴ U ovim modelima za dinamiku nadnica, plate se prilagođavaju očekivanoj produktivnosti radnika.

nadnica. Sa naivnim očekivanjima, student gledaju unazad. Oni gledaju poslednji informaciju vezanu za platu na tržištu i procenjuju nadnicu koja će im biti ponuđena po završetku studija.

Poslodavci ne mogu direktno da procene kvalitet individue. Umesto toga mi pretpostavljamo da oni pridruže određenu vrednost određenom nivou na nekom univerzitetu jednom godišnje. Poslodavci mogu da postave svoja očekivanja prema diplomcima nekog univerziteta kao racionalna ili adaptivna očekivanja. U predhodnom slučaju ovog ciklusa poslodavac postavlja svoja očekivanja u odnosu na univerzitet tj. procenjuje individuu na odnosu univerziteta i tako formira nadnice, dok kasnije on formira svoja očekivanja u odnosu na to kakav su utisak ostavili prethodni diplomci, tačnije kakvu je reputaciju razvila obrazovna institucija do tada.

U ovom modelu se razmatra dinamika upisivanja tj. odabira univerziteta kroz tri slučaja: prvi je kada su student i poslodavac vođeni racionalnim očekivanjima, drugi je kada student koriste naivna očekivanja dok su poslodavci racionalni i treći je kada se i jedni i drugi vode prethodnim iskustvima (kada student koriste naivna, dok poslodavci adaptivna očekivanja).

Gledano na duže staze, obrazovne institucije grade svoju popularnost na verovatnom odnosu završetka studija tj. proseku završavanja studija za svaku grupu studenata. Pokazuje se, takođe, da se ovakve škole bolje grade svoj imidž kako kod nisko produktivnih tako i kod visoko produktivnih studenata ako grade svoju komparativnu šemu na duže staze bez obzira na fluktuacije tržišta i formiranje studentskih očekivanja. Takođe važi i da što više spuštamo nivo racionalnosti igrača na tržištu to će nam trebati duže vremena da postignemo ekvilibrijum. Za primer gde je poslodavac vođen racionalnim očekivanjima, a studenti naivnim će nam biti potrebno do tri generacije da uspostavimo dugoročni ekvilibrijum. Sa druge strane ukoliko se studenti vode naivnim očekivanjima, a poslodavci adaptivnim, može doći do višestrukog ponavljanja središnjih ciklusa dok se ne dođe do dugoročnog ekvilibrijuma. Mnogo bitnije, dužina dolaženja do ekvilibrijuma zavisi od nivoa racionalizacije svakog igrača i kako su očekivanja igrača formirana. Kada ona nisu u potpunosti racionalna, krajnji ishod može zavisiti od odnosa upisanih studenata obe grupe u oba tipa obrazovne institucije.

Svakako da se kao dva logična ishoda nameću izbori da u prvom slučaju jedan od univerziteta privuče sve studente (ekvilibrijum nagomilavanja) ili, u drugom, da svi studenti veće produktivnosti upišu teži univerzitet, a da svi studenti niže produktivnosti upišu manje zahtevan univerzitet.¹⁵

Na kraju, dugoročni ekvilibrijum postoji u slučaju kada visoko produktivni studenti upisuju zahtevni univerzitet, dok se nisko produktivni studenti odlučuju za jedan od dva univerziteta. Treba napomenuti da ekvilibrijum racionalnog odlučivanja vodi u problem višestrukog ekvilibrijuma (za isti polazni skup parametara). O tome kako se postiže jedinstveni ekvilibrijum biće reči kasnije. Sa druge strane, ukoliko studenti koriste naivna očekivanja, a poslodavci bilo koje od dva navedena, za svaki skup početnih parametara biće postignut dugoročni ekvilibrijum. Ipak, dugoročni ishod može zavisiti od početne šeme upisivanja na univerzitetu.

Osnovni model

U ovom modelu mi ispitujemo odluke pri upisivanju budućih studenata. Kao i Spens (1973) pretpostavljamo da postoje dva tipa studenata, onih sa visokom i onih sa niskom produktivnošću. Oni biraju između dva univerziteta koji mogu da upišu, što ćemo obeležavati sa U_1 i U_2 respektivno. Prvi univerzitet neguje više standarde i zahtevniji je, pa je samim tim teže završiti ga, kako kod jednog, tako i kod drugog tipa studenata. Isto tako visko produktivni studenti će lakše završiti bilo teži bilo lakši univerzitet nego oni studenti sa nižom produktivnošću. Zbog jednostavnosti modela ćemo takođe pretpostaviti da svaka škola održava nivo svog kurikuluma, samim tim i nivo težine završavanja studija, kao i da je studentima dat izbor pri upisivanju (ne postoji diskriminacija na prijemnom ispitu) dok se selekcija vrši tokom studiranja (tačnije tokom studiranja studenti odlučuju da li će napustiti univerzitet koji su upisali).

Kao što smo već rekli, analizirajući Spensove (1973) zaključke, školovanje, a samim tim i izbor škole ne utiče na povećanje ili smanjenje produktivnosti individue, već samo može poslužiti kao signal poslodavcu. Pošto poslodavac ne može da zna kom tipu studenta pripada individua, svi diplomci datog univerziteta će primiti platu koja je u skladu sa poslodavčevim očekivanjima. Isto tako, radi jednostavnosti modela zarade studenata koji su napustili studije biće nula.

¹⁵ Iako je teorijski moguć slučaj u kome svi manje produktivni studenti upišu bolji univerzitet, a više produktivni manje zahtevan, na dužem periodu ovaj slučaj nije održiv.

U modelu koji navode ova tri autora jedna vremenska jedinica je dužina trajanja univerzitetskih studija (npr. u našem slučaju četiri godine). Na kraju perioda t studenti iz generacije t su ili napustili univerzitet bez diplomiranja ili su diplomirali. Posle tog perioda univerzitet upisuje generacija $t+1$. Odatle sledi da različita vremena t predstavljaju različite generacije studenata. Neka je $n_{H1}(t)$ broj visoko produktivnih studenata¹⁶ koji upisuju univerzitet U_1 u trenutku t . Definišimo sa $n_{H2}(t)$, $n_{L1}(t)$ i $n_{L2}(t)$ respektivno studente visoke produktivnosti koju upisuju manje zahtevan fakultet, nisko produktivne studente koju upisuju zahtevniji fakultet i nisko produktivne studente koji upisuju manje zahtevan fakultet. Takođe pretpostavljamo da ukupan broj visoko produktivnih studenata, kao i nisko produktivnih studenata ne može biti promenjen tokom vremena, tj. kao i Spens (1973) pretpostavljamo da fakultet ne utiče na produktivnost individue:

$$n_H = n_{H1}(t) + n_{H2}(t)$$

$$n_L = n_{L1}(t) + n_{L2}(t)$$

Tada je broj studenta u svakom univerzitetu u trenutku t dat sa

$$n_1(t) = n_{L1}(t) + n_{H1}(t)$$

$$n_2(t) = n_{L2}(t) + n_{H2}(t)$$

Naš zadatak je da odredimo kako se raspodela studenata iz oba tipa menja tokom vremena.

Označimo sa p_{H1} udeo onih studenata visoke produktivnosti koji uspešno diplomiraju na univerzitetu U_1 . Tako možemo slično definisati i p_{L1} , p_{H2} i p_{L2} . Po teoriji verovatnoće ove udele možemo posmatrati kao verovatnoću određenog tipa studenata da završi određeni univerzitet. Takođe pretpostavljamo da se ove verovatnoće ne menjaju tokom vremena.

Takođe, kao logičan zaključak, se nameće pretpostavka da visoko produktivni studenti u većem procentu (sa većom verovatnoćom) završavaju svaki univerzitet nego studenti sa niskom produktivnošću, tačnije važi:

$$p_{H1} > p_{L1} \text{ kao i } p_{H2} > p_{L2}$$

¹⁶ Indeks H dlazi od reči *high* (visoko, eng.) denotacija direktno preuzeta iz Anić, Božin, Urošević (2012)

Takođe, prepostavimo i da je svakom od dva tipa studenata teže da završi zahtevniji univerzitet, nego onaj manje zahtevan, tj. važi.

$$P_{H1} < P_{H2} \quad \text{kao i} \quad P_{L1} < P_{L2}.$$

Mi pretpostavljamo da su P_{H1} , P_{L1} , P_{H2} i P_{L2} takođe i brojevi studenta u svakoj navedenoj grupi, a n_H i n_L poznate činjenice.

Kako bi smo odredili dinamiku upisivanja na pomenute univerzitete, moramo prethodno modelovati ponašanje poslodavaca koji određuju plate, kao i studente, koji na osnovu njih odlučuju koji univerzitet će studirati. Ponašanje tih igrača zavisi od nivoa racionalnosti očekivanja kojima se vode. Početni model ćemo zasnovati da potpunoj racionalnosti sa obe strane, a kasnije ćemo oslabiti ovu pretpostavku.

Postoji nekoliko pristupa pri modelovanju ekonomskih agenata tj. igrača. Najjedostavniji je naivno ili statičko očekivanje u kome se poslednje ostvarivanje slučajne promenljive uzima kao očekivanje buduće vrednosti. Pristup adaptivnog očekivanja uzima u obzir sve prethodne vrednosti promenljive. Oba ova pristupa se zasnivaju na posmatranju prošlosti. Konačno, princip racionalnog očekivanja se zasniva na gledanje unapred, agent zna kako se ponašaju ostali agenti u modelu i koristi takve informacije da formira svoja očekivanja.

Produktivnost i nadnice

U sledećem segmentu izčavaćemo u kakvoj su korelaciji produktivnost i nadnice i kako to može da utiče na kreiranje osnovnog modela. Iako se kao logičan zaključak nameće činjenica da je uobičajena praksa da se visoko produktivni radnici bolje plaćaju, svedoci smo da prilikom zapošljavanja malo koji poslodavac može da pretpostavi nivo produktivnosti individue (ovde pričamo o tek svršenim studentima, ne o radnicima koji su na prethodnom radnom mestu poslali signal o svojoj produktivnosti). Po završetku studija studenti ulaze na tržište rada. Poslodavac ne poseduje aparat za procenu produktivnosti, već mu je samo poznata informacija o univerzitetu koji je pojedinac završio. Posle određenog kratkog vremena provedenog na radnom mestu poslodavac zaključuje nivo produktivnosti zaposlenog.¹⁷

¹⁷ Ovaj model učenja poslodavca neće biti obrađivan posebno. On je pojašnjen detaljno u Jovanović (1979)

Isto kao i u Spensu (1973) mi pretpostavljamo da određeni univerzitet ne menja produktivnost radnika.¹⁸

Samim tim, možemo označiti produktivnost visoko, tj. nisko produktivnih radnika S_H i S_L , respektivno, gde važi $S_H > S_L$.

Nadnica je ponuđena na osnovu poslodavčevih očekivanja o studentovoj produktivnosti, baziranoj na produktivnosti svih studenata koji dolaze sa istog univerziteta u toku jedne godine. Tada, u našem modelu aplikant koji je diplomirao na univerzitetu U_1 u trenutku t od tržišta dobija ponudu za nadnicu kao:

$$S_1(t) = q_{H1}(t)S_H + (1 - q_{H1}(t))S_L \quad (3.1)$$

Gde $q_{1H}(t)$ označava poslodavčeva očekivanja o broju koji predstavlja proporciju visoko produktivnih studenata prema broju svih studenata koji diplomiraju u trenutku t na prvom univerzitetu gde važi $0 \leq q_{1H}(t) \leq 1$. Slično tome, za studente univerziteta U_2 , u datom trenutku t tržište nudi plate:

$$S_2(t) = q_{H2}(t)S_H + (1 - q_{H2}(t))S_L, \quad (3.2)$$

Takođe, ovaj model pretpostavlja da su plate studenata koji su napustili univerzitet bez diplomiranja nula.

Poslodavac postavlja svoja očekivanja temeljena na racionalnim pretpostavkama, koja će nam varirati. Pri modelovanju poslodavčevog ponašanja Anić, Božin i Urošević razmatraju dva modela: sa poslodavčevim racionalnim i adaptivnim očekivanjima.

Kako studenti biraju univerzitet

Kada budući studenti biraju univerzitet, oni biraju univerzitet koji će im kasnije ponuditi najvišu moguću platu posle završetka¹⁹. Tada možemo zaključiti da će njihova odluka zavisiti kako i od očekivane plate tako i od verovatnoće da završi tj. diplomira.

¹⁸ Ova pretpostavka je nastala iz potrebe za uprošćavanjem i eksplicitnijim determinisanjem modela signaliziranja, a ne generalan stav. Logično je da školovanje svakako ima pozitivan efekat na produktivnost pojedinca.

¹⁹ Inače, cena studiranja se može posmatrati kao verovatnoća završetka fakulteta, tj. jedna prosečna plata pomnožena sa brojem godina „propuštenim“ u radu. Takođe može biti psiholiška investicija. Ipak modelovanje na ovaj način nije isto kao modelovanje kada je cena fiksna, jer se plate mogu menjati tokom vremena.

Mi pretpostavljamo da student zna svoj nivo produktivnosti (tačnije kojoj od ove dve grupe pripada) kao i očekivano vreme studiranja, pa je očekivanje visine plate temeljeno na njegovim uverenjima, i samim tim, može biti posmatrano kao racionalno.

Ukoliko su studentova očekivanja o visini plate ista za oba univerziteta njemu je sve jedno za koji univerzitet će se odlučiti. Ta situacija će omogućiti takozvanu mešovitu strategiju pri studentskim odlukama i dogodiće se ukoliko i studenti i poslodavci koriste racionalna očekivanja. Predstavimo listu mogućih mešovitih strategija izbora univerziteta:

M_1 – visoko produktivni studenti odlaze na univerzitet U_1 , dok se nisko produktivni dele ravnomerno na oba

M_2 – visoko produktivni studenti odlaze na univerzitet U_2 , dok se nisko produktivni dele ravnomerno na oba

M_3 – nisko produktivni studenti odlaze na univerzitet U_1 , dok se visoko produktivni dele ravnomerno na oba

M_4 – nisko produktivni studenti odlaze na univerzitet U_2 , dok se visoko produktivni dele ravnomerno na oba

M_5 – svi studenti se ravnomerno dele na oba univerziteta

Ipak, u slučaju da su očekivane zarade različite, tada će se svi student istog tipa odlučiti za jedan univerzitet. U tom slučaju, za neki trenutak t , možemo navesti četiri moguća ishoda:

C_1 – svi budući studenti (kako oni sa višom, tako i oni sa nižom produktivnošću) biraju U_1

C_2 – svi budući studenti biraju U_2

C_3 – studenti visoke produktivnosti biraju U_1 , studenti niske produktivnosti biraju U_2

C_4 – studenti visoke produktivnosti biraju U_2 , studenti niske produktivnosti biraju U_1 .

Ovi ishodi su sve mogućnosti pri ogoljenim strategijama koje studenti jedne generacije pri upisu mogu da naprave.

U ovom izlaganju, kao što smo već najavili, biće reči o dva pristupa za studente da procenjuju buduće plate koje će im biti ponuđene posle diplomiranja: racionalni i naivni. Pri prvoj pretpostavci student će

imati racionalna očekivanja i samim tim će u potpunosti biti upoznati sa igrom i načinom na koji poslodavac kreira platu.

Kao rezultat oni svoja saznanja implementiraju u proces odlučivanja. Takođe, studenti su svesni da i drugi studenti na isti ovaj način donose odluke. Sa druge strane, posle ovoga, ispitivaćemo model u kome studenti imaju naivna očekivanja u vezi sa ponudom za platu, jer će njihova očekivanja biti bazirana na informacijama koje se odnose na plate studenata koji pre njih diplomirali.

Ovaj sistem je u potpunosti određen skupom navedenih parametara $\Omega = \{S_H, S_L, P_{H1}, P_{L1}, P_{H2}, P_{L2}, n_H, n_L\}$, kao i početnom raspodelom upisanih studenata na ova dva univerziteta i tipom očekivanja kako studentat, tako i poslodavaca. Radi jednostavnosti predstavljanja daljeg razvoja modela, uvešćemo još neke oznake.

Uvedimo $Q(t)$ kao odnos dva tipa ranije pomenutih plata $S_2(t)$ i $S_1(t)$ kao $Q(t) = \frac{S_2(t)}{S_1(t)}$

Minimalna vrednost za $S_1(t)$ jeste, zapravo S_L . Isto tako, maksimalna vrednost za $S_1(t)$ može biti. Slično je i za $S_2(t)$. Odatle sledi da su minimalne i maksimalne vrednosti za $Q(t)$ date sledećim jednakostima:

$$Q_{\min} = \frac{S_L}{S_H} \text{ i } Q_{\max} = \frac{S_H}{S_L}.$$

Ukoliko svi studenti upišu univerzitet U_1 , ukupna očekivana produktivnost svih diplomiranih studenata biće:

$$\bar{S}_1 = \frac{n_H P_{H1}}{n_H P_{H1} + n_L P_{L1}} S_H + \frac{n_L P_{L1}}{n_H P_{H1} + n_L P_{L1}} S_L$$

U suprotnom slučaju, ukoliko svi studenti odluče da upišu univerzitet U_2 ukupna očekivana produktivnost svih diplomiranih studenata biće:

$$\bar{S}_2 = \frac{n_H P_{H2}}{n_H P_{H2} + n_L P_{L2}} S_H + \frac{n_L P_{L2}}{n_H P_{H2} + n_L P_{L2}} S_L$$

Ova dva tipa očekivanih plata možemo nazvati limitirajućim platama. Pošto nam je njihov odnos od velike važnosti za nastavak izučavanja modela označimo ga sa:

$$\bar{Q} = \frac{\bar{S}_2}{\bar{S}_1}$$

Za našu analizu je takođe bitan odnos verovatnoća uspešnog završavanja ova dva univerziteta, kako sa visoko, tako i za nisko produktivne studente. Označimo ta dva odnosa sa $R_H = \frac{P_{H1}}{P_{H2}}$ i $R_L = \frac{P_{L1}}{P_{L2}}$ sa pretpostavkom da mora važiti $R_H < 1, R_L < 1$.

Uvedimo još oznake $D_1 = \frac{P_{H1}}{P_{L1}}$ i $D_2 = \frac{P_{H2}}{P_{L2}}$ kao kvantitativnu meru nivoa diferencijacije između dva tipa za oba univerziteta. Što je veći odnos to je lakše naprednim studentima da završe određeni univerzitet u odnosu na nisko produktivne studente. Taj odnos prevashodno zavisi od zahtevnosti kurikuluma koji sam univerzitet predlaže, tj. zadaje svojim studentima, a služi kao signal poslodavcima za bolju distinkciju budućih radnika koji dolaze sa tog fakulteta. Što je su veći koeficijenti D_1 i D_2 to se povećava kvalitet signala koji univerzitet šalje poslodavcima, jer se povećava verovatnoća da njihov diplomac pripada tipu visoko produktivnih studenata.

Konačno, definišimo $R = \frac{R_L}{R_H} = \frac{P_{H2}}{P_{L2}} \cdot \frac{P_{H1}}{P_{L1}} = \frac{D_2}{D_1}$ kao odnos nivoa diferencijacije. Ekvilibrijum upisivanja u svakom slučaju će zavisiti od toga koji univerzitet ima jači tj. viši nivo diferencijacije, tačnije zavisice od promenljive R . Primetimo takođe da je uslov $D_1 < D_2$ ekvivalentan uslovu $R > 1$. Dokažimo sledeću lemu:

Lema 1: Slučaj kada je jeste $R > 1$ ekvivalentan slučaju kada je $\bar{Q} > 1$.

Ova lema nam govori o činjenici da univerziteti sa većim nivoima diferencijacije takođe imaju veću limitirajuću platu, tačnije ukoliko se svi studenti odlučuju da upišu isti univerzitet, sa stanovišta strategije im se isplati da odaberu univerzitet koji ima više nivoa diferencijacije između ova dva tipa studenata.

Dokaz:

Iz definicije promenljive \bar{S}_1 sledi:

$$\begin{aligned}\bar{S}_1 &= \frac{n_H p_{H1}}{n_H p_{H1} + n_L p_{L1}} S_H + \frac{n_L p_{L1}}{n_H p_{H1} + n_L p_{L1}} S_L = \frac{n_H R_H p_{H2}}{n_H R_H p_{H2} + n_L R_L p_{L2}} S_H + \frac{n_L R_L p_{L2}}{n_H R_H p_{H2} + n_L R_L p_{L2}} S_L = \\ &= \frac{n_H p_{H2}}{n_H p_{H2} + n_L R p_{L2}} S_H + R \frac{n_L p_{L2}}{n_H p_{H2} + n_L R p_{L2}} S_L.\end{aligned}$$

Ukoliko pretpostavimo da je funkcija f definisana kao

$$f(x) = \frac{n_H p_{H2}}{n_H p_{H2} + n_L p_{L2} x} S_H + x \frac{n_L p_{L2}}{n_H p_{H2} + n_L p_{L2} x} S_L$$

smanjuje funkciju od x , i važi $R > 1$, jeste ekvivalentno sa $f(R) < f(1)$ pa važi da je

$$\bar{S}_1 < \frac{n_H p_{H2}}{n_H p_{H2} + n_L p_{L2}} S_H + \frac{n_L p_{L2}}{n_H p_{H2} + n_L p_{L2}} S_L = \bar{S}_2. \blacksquare$$

Primer racionalnih očekivanja

U ovom odeljku rada bavićemo se primerom kada svi agenti imaju racionalna očekivanja. Specijalno, to znači da su parametri Ω poznati svim agentima od početka kao i da budući studenti i poslodavci znaju da obe strane koriste ova racionalna očekivanja. Sledi da mi modelujemo ponašanje studenata i poslodavaca kao igru između racionalnih agenata gde koncept Nešovog ekvilibrijuma može igrati bitnu ulogu. Pretpostavka racionalnosti znači da svi agenti pravilno analiziraju ponašanje jedni drugih u igri.

Kako bi smo odredili mogući ekvilibrijum, primenićemo pristup igre signaliziranja Čoa i Krepsa (1987).

Razmotrimo prvo sve moguće sekvence Nešovog ekvilibrijuma (takođe poznatog kao savršen Bajesov ekvilibrijum)

Lema 2: U opštem slučaju svi savršeni Bajesovi ekvilibriji su uslovi pod kojima mogu nastati, kao i sa studentskim profitima su dati u sledećoj tabeli 3.1²⁰:

Ekvilibrijum	Uslovi	Profit	
		Visoko produktivni studenti	Nisko produktivni studenti
Čisiti C_1	$\frac{S_L}{S_1} < R_H$ i $\frac{S_L}{S_1} < R_L$	$p_{H1}\bar{S}_1$	$p_{L1}\bar{S}_1$
Čisiti C_2	uvek	$p_{H2}\bar{S}_2$	$p_{L2}\bar{S}_2$
Čisiti C_3	$R_L < Q_{\min} < R_H$	$p_{H1}S_H$	$p_{L2}S_L$
Mešani M_1	$Q_{\min} < R_L < \frac{S_L}{S_1}$ i $R_L < R_H$	$p_{L2}D_1S_L$	$p_{L2}S_L$
Mešani M_4	$Q_{\min} < R_H < \frac{\bar{S}_2}{S_H}$ i $R_L < R_H$	$p_{H1}S_H$	$p_{L2}R_H S_H$

Tabela 3.1

U ovoj tabeli mi vidimo da sa svaki skup datih parametara postoji poseban perfektan Bajesov ekvilibrijum. Specijalno, primećujemo da se C_2 uvek pojavljuje pa se nameće zaključak da se preduslovi za svaki drugi ekvilibrijum preklapaju sa uslovom za C_2 . Kako bi smo postigli jedinstveni ekvilibrijum, primenićemo kriterijum eliminacije dominantnog ekvilibrijuma i D1 kriterijuma Čoa i Krepsa (1987). D1 kriterijum, bez detaljnijeg objašnjenja, je potreban kako bi se postigla jedinstvenost. Na primer ukoliko je ispunjeno

$$\frac{\bar{S}_2}{S_H} < R_L < R_H < \bar{Q} \text{ i } \frac{S_L}{S_1} < R_L$$

C_1 i C_2 slučajevi će ostati.

²⁰ Dokaz ove leme neće biti predstavljen u ovom izlaganju. Za detalje pogledati glavu 5., Anić, Božin i Urošević.

Teorema 1: U opštem slučaju uslovi za postizanje jedinstvenog ekvilibrijuma posle eliminacije dominantnog ekvilibrijuma i D1 kriterijuma su dati u tabeli 3.2

Tabela 3.2: Uslovi za krajnji, jedinstveni ekvilibrijum

Ekvilibrijum	Uslovi
Slučaj $R > 1$	
Čisti C_2	uvek
Slučaj $R < 1$	
Čisti C_1	$\frac{S_L}{S_1} < R_L$ and $\frac{\bar{S}_2}{S_H} < R_H$
Čisti C_2	$R_H < \frac{\bar{S}_2}{S_H}$
Čisti C_3	$R_L < Q_{\min}$ and $\frac{\bar{S}_2}{S_H} < R_H$
Mešani M_1	$Q_{\min} < R_L < \frac{S_L}{S_1}$ and $\frac{\bar{S}_2}{S_H} < R_H$

Dokaz: Kada je $R_H < \frac{\bar{S}_2}{S_H}$ tada visoko produktivni studenti biraju drugi univerzitet uvek pre prvog, činjeći izbor drugog dominantnim izborom, pa se C_2 onda smatra savršenim Bajesovim ekvilibrijumom. U ovom slučaju je M_4 uvek eliminisano i može se pojaviti samo u slučaju kada je $R_H < \frac{\bar{S}_2}{S_H}$. Kada je $R > 1$ tada će

C_2 uvek biti prioritetan od stane D1 uslova. Naime, u ekvilibrijumu C_1 prvi koji će se prebaciti na lakši univerzitet biće visoko produktivni studenti, jer je uverenje D1 zapravo uverenje da je plata na drugom univerzitetu C_1 , što predstavlja veću platu, a verovatnoća završetka univerziteta je veća, odatle sledi da je C_1 eliminisano.

Ukoliko je $R < 1$ iz uslova Leme 1. jasno je da se savršeni Bajesovi ekvilibrijumi C_1 , C_3 i M_1 nikad neće javiti zajedno. Odatle sledi da ih moramo razdvojiti od C_2 . Ukoliko je $R_H < \frac{\bar{S}_2}{S_H}$ videli smo već da je C_2 prioritetan ekvilibrijum.

Sa druge strane ukoliko je $R_H > \frac{\bar{S}_2}{S_H}$ ispunjeno testiranje na D1 eliminiše C_2 kada je $R < 1$, pošto će se visoko produktivni studenti odlučivati za prvi univerzitet a D1 predstavlja uverenje da je plata posle završetka prvog univerziteta S_H i samim tim isplativija, činjeći da prvi univerzitet bude preferiran od strane visoko produktivnih studenata.

Kada spojimo ove uslove sa uslovima iz Leme 1 dobijamo traženi dokaz. ■

Ovi ekvilibrijumi su dostignuti momentalno posle jedne generacije u primeru kada imamo racionalan pristup oba agenta. Iz tabele 3.2 možemo zaključiti da kada je ispunjeno $R > 1$ tj. kada manje zahtevan univerzitet bolje pravi razliku među visoko i nisko produktivnim studentima nego više zahtevna škola, svi studenti će se odlučiti za drugi univerzitet, ako se i studenti i poslodavci ponašaju racionalno. Rezultujući ekvilibrijum je ekvilibrijum nagomilavanja i zbog toga poslodavac ne može da razlikuje visoko produktivne od nisko produktivnih na osnovu toga koji su univerzitet završili (svi dolaze sa istog). S obzirom da su svi studenti izabrali drugi univerzitet, prvi, više zahtevan univerzitet će biti zatvoren jer ga niko neće upisivati.

Sa druge strane, kada prvi univerzitet (zahtevniji) bolje pravi razliku između produktivnih i manje produktivnih studenata situacija postaje znatno komplikovanija. U ovom slučaju kada je limitirajuća plata za drugi univerzitet značajno velika, ponovo će se svi studenti odlučiti za drugi univerzitet zbog veće verovatnoće završavanja te će prvi ponovo ostati bez studenata. Ukoliko je ipak plata obećana posle prvog univerziteta značajno veća od plate koja se studentima nudi posle drugog tada će svi visoko produktivni studenti diplomu tražiti na prvom, dok će nisko produktivni studenti biti suočeni sa izborom, što odgovara mešovitom ekvilibrijumu. Međutim, ako plata ponuđena posle drugog univerziteta jeste dovoljno visoka u odnosu na procenat napuštanja studija nisko produktivni studenti će svi doneti odluku

da upišu univerzitet U_2 pa je u ovom slučaju postignut ekvilibrijum C_3 koji odvaja studente, te samo pri ovakvom ishodu poslodavac može da razlikuje buduće radnike.

Primer naivnog očekivanja kod studenata i racionalnog očekivanja kod poslodavaca

Kao što smo već najavili u sledećem primeru će doći do popuštanja tj. snižavanja kriterijuma očekivanja, prvo kod samo jednog agenta na tržištu. Specijalno, za razliku od prethodnog modela gde su se studenti vodili racionalnom očekivanjima, u ovom primeru modela će njihova očekivanja biti naivna, što znači da će oni razmišljanja o budućoj plati pri upisu određenog univerziteta temeljeno na plati koja je prethodna generacija diplomiranih studenata dobila. Takva pretpostavka nije nešto najbliže što odgovara realnom ponašanju današnjih budućih studenata pri upisu fakulteta. Sa druge strane nastavićemo sa pretpostavkom da se poslodavci vode racionalnim očekivanjima – tačnije poslodavčev racio se interpretira kao njegova sposobnost da pretpostavi upis studenata, temeljeno na njegovom znanju o ponašanju studenata. Specijalno za ovaj slučaj, to znači da poslodavac zna da će studenti upisivati fakultete na osnovu plata koje su ponuđene u trenutku upisa, za respektivne diplome, te samim tim zna koje izbore će koji tip studenata napraviti. Tada, u ovom slučaju, plate koje poslodavac bude ponudio će u potpunosti odgovarati tipu studenata.

Plata koja se nudi studentima prve generacije i u ovom primeru nije determinisana našim racionalnim pretpostavkama. Postoje dva načina da se pristupi određivanju inicijalnih plata.

Prirodni pristup inicijalnim platama Pošto početni upis na ova dva tipa univerziteta ne može otkriti poslodavcu ništa o njihovoj produktivnosti, prirodna pretpostavka bi bila da poslodavac pretpostavi da je odnos ova dva tipa studenta na određenom univerzitetu isti kao i u populaciji. Specijalno, važi:

$$q_{H1}(1) = \frac{n_H P_{H1}}{n_H P_{H1} + n_L P_{L1}} \quad \text{i} \quad q_{H2}(1) = \frac{n_H P_{H2}}{n_H P_{H2} + n_L P_{L2}} \quad (3.3)$$

Iako deluje kao racionaln zaključak, ovaj primer zapravo leži izvan percepcija naših pretpostavki, jer pod ovim uslovima direktno sledi da su početne plate date sa:

$$S_1(1) = \bar{S}_1 \quad \text{i} \quad S_2(1) = \bar{S}_2.$$

Generalni pristup početnim platama: Poslodavac može imati i neke druge pretpostavke o odnosu dva tipa studenata na određenom univerzitetu, npr. na osnovu nekih istraživanja samog upisa itd. Drugi pristup jeste da se ništa ne pretpostavlja u početnom periodu, već da se početni odnosi o ovom odnosu dva tipa studenata posmatraju kao početni parametri.

U ovom slučaju plate $S_1(1)$ and $S_2(1)$ mogu biti određene (videti formule (3.1) and (3.2)) temeljene na procenama za $\hat{n}_{H1}(0)$, $\hat{n}_{H2}(0)$, $\hat{n}_{L1}(0)$ i $\hat{n}_{L2}(0)$ početnog upisivanja studenata (koje mogu nastati kao bilo koja procena ili nezavisno istraživanje poslodavca. Njih tretiramo kao početne parametre samo ako ispunjavaju $\hat{n}_{H1}(0) + \hat{n}_{H2}(0) = n_H$ and $\hat{n}_{L1}(0) + \hat{n}_{L2}(0) = n_L$) i ako važi:

$$q_{H1}(1) = \frac{\hat{n}_{H1}(0)p_{H1}}{\hat{n}_{H1}(0)p_{H1} + \hat{n}_{L1}(0)p_{L1}}, \quad (3.4)$$

$$q_{H2}(1) = \frac{\hat{n}_{H2}(0)p_{H2}}{\hat{n}_{H2}(0)p_{H2} + \hat{n}_{L2}(0)p_{L2}}, \quad (3.5)$$

Sem u početnom ciklusu studenti posmatraju trenutne plate ponuđene na tržištu rada diplomcima na ova dva univerziteta kao $S_1(t)$ i $S_2(t)$ i prema tome određuju svoje buduće zarade.

Očekivana plata za visoko produktivne studente je $p_{H1}S_1(t)$ ako izaberu univerzitet U_1 . Očekivane plate u drugim slučajevima se determinišu analogno. Ako važi $p_{H1}S_1(t) > p_{H2}S_2(t)$, visoko produktivni studenti biraju univerzitet U_1 u trenutku t . Ukoliko važi suprotna nejednakost visoko produktivni studenti će izabrati univerzitet U_2 . Slične pretpostavke mogu važiti i za nisko produktivne studente.

Razmotrimo slučaj jednog koraka u trenutku t . U takvom slučaju imamo četiri moguća ishoda. Prva dva C_1 i C_2 će predstaviti ekvilibrijum nagomilavanja, dok će druga dva C_3 i C_4 predstavljati ekvilibrijum razdvajanja. U ovom modelu ćemo ovakve ekvilibrijume u jednom koraku nazivati stupnjevima.

Ukoliko ni jedan student ne upiše dati univerzitet u trenutku t . Poslednja plata ponuđena diplomcu sa tog univerziteta određiće procenu za buduću platu.

Stupnjevi tranzicije

Kako bi smo analizirali dinamiku modela, hajde da pretpostavimo uslove pod kojima sistem ulazi u tranzicije, koje kasnije vode u takva stanja.

Kako bi sistem ušao u stanje C_1 potrebno i dovoljno je da očekivana plata za diplomce sa univerziteta U_1 u nekom trenutku bude veća nego očekivana plata za diplomce univerziteta U_2 . Ove uslove možemo predstaviti kao

$$p_{H1}S_1(t) > p_{H2}S_2(t)$$

$$p_{L1}S_1(t) > p_{L2}S_2(t)$$

Ovi uslovi su ekvivalentni uslovima $Q(t) < R_H$ and $Q(t) < R_L$. Ista stanja možemo postići tranzicijom u druge stupnjeve. Varijabla $Q(t)$ meri odnos plate u trenutku t ponuđene diplomcima manje zahtevnog univerziteta i plata ponuđenih diplomcima prvog univerziteta. Kada je odnos plata manji od nekog R_H , visoko produktivni studenti biraju napredniji fakultet. Slično tome, nisko produktivni studenti biraju zahtevniji univerzitet kada je odnos plata manji od R_L . Odatle sledi da su R_H i R_L granične vrednosti koje determinišu koje obrazovne institucije će studenti izabrati u nekom datom vremenu. Dok se $Q(t)$ menja tokom vremena, granične vrednosti se ne menjaju i zavise jedino od procenata uspešnosti studenata što opet zavisi od nivoa i kurikuluma koji univerziteti zadaju.

Navdene izbore studenata sa uslovima sumirali smo u tabeli 3.3:

Tabela 3.3: Mogući izbori studenata

Izbori studenata	C_1	C_2	C_3	C_4
Uslovi	$Q(t) < R_H$	$Q(t) > R_H$	$Q(t) < R_H$	$Q(t) > R_H$
	$Q(t) < R_L$	$Q(t) > R_L$	$Q(t) > R_L$	$Q(t) < R_L$

Prirodni pristup inicijalnim platama: Razmotrimo prvo pristup sa fiksnim procenama, datim formulama 3.3. U ovom slučaju početni parametri nisu od veće važnosti za dinamiku sistema. Sve moguće dinamike u ovom slučaju će biti predstavljene u teoremi 2, koja sledi direktno iz naše pretpostavke o početnim platama i tabele 3.3, kao i pretpostavke da sve plate ponuđene od strane poslodavca za neko $t > 1$ odgovaraju produktivnosti studenata u potpunosti.

Teorema 2: U ovom slučaju, kada je $R > 1$ sistem je u stanju C_2 od početka prirodnog pristupa inicijalnim platama. U slučaju $R < 1$ sve moguće dinamike sistema sa svojim uslovima, a koje se mogu pojaviti u ovakvom pristupu su date u tabeli 3.4.

Tabela 3.4: Sekvence stanja za $R < 1$ u prirodnom pristupu inicijalnim platama

Dugoročni ekvilibrjum	Slučaj	Dinamika						Uslov
		$t = 1$		$t = 2$		$t = 3$		
		Stanje	Q	Stanje	Q	Stanje	Q	
C_1	1	C_1	\bar{Q}	C_1	\bar{Q}	C_1	\bar{Q}	$\bar{Q} < R_L$
	2	C_3	$\frac{S_L}{S_H}$	C_1	$\frac{S_L}{S_1}$	C_1	$\frac{S_L}{S_1}$	$R_L < \bar{Q} < R_H, \frac{S_L}{S_1} < R_L$
C_2	3	C_2	\bar{Q}	C_2	\bar{Q}	C_2	\bar{Q}	$\bar{Q} > R_H$
C_3	4	C_3	$\frac{S_L}{S_H}$	C_3	$\frac{S_L}{S_H}$	C_3	$\frac{S_L}{S_H}$	$\bar{Q} < R_H, Q_{\min} > R_L$
$C_1 - C_3$ cikl	5	C_3	$\frac{S_L}{S_H}$	C_1	$\frac{S_L}{S_1}$	C_3	$\frac{S_L}{S_H}$	$\bar{Q} < R_H, Q_{\min} < R_L,$ $R_L < \frac{S_L}{S_1}$

(Poslednji slučaj predstavlja beskonačnu petlju između stanja C_1 i C_3)

Generalni pristup početnim platama:

Razmotrimo slučaju u kome se pretpostavlja da inicijalne plate zavise od početnih predviđanja o studentskom upisu, koji su, kao što smo ranije naglasili, predstavljeni kao parametri. (formule 3.4 i 3.5). Navedimo početne pretpostavke koje moraju da važe kako bi smo, u ovakvim uslovima, dobili početne plate. Svakako da važi $S_L \leq S_1(\mathbf{I}) \leq S_H$ i $S_L \leq S_2(\mathbf{I}) \leq S_H$, kao veza između dve ekstremne vrednosti, ali mora biti ispunjen još jedan uslov za početne plate, koji je dat lemom 3:

Lema 3: Važi jedan od dva slučaja:

(i) $\bar{S}_1 \leq S_1(1)$ i $\bar{S}_2 \geq S_2(1)$

(ii) $\bar{S}_1 \geq S_1(1)$ i $\bar{S}_2 \leq S_2(1)$.

Moguće dinamike sistema za primer generalnog pristupa početnim platama date su teoremom 3:

Teorema 3: Moguće dinamike stanja, zajedno sa uslovima u kojima se pojavljuju u primeru generalnog pristupa početnim platama date su u tabelama 3.5 za $R > 1$ i 3.6 za $R < 1$.

Tabela 3.5 Dinamike, stanja i uslovi za $R > 1$

Dugoročni ekvilibrjum	Slučaj	Dinamika						Uslov
		t = 1		t = 2		t = 3		
		Stanje	Q	Stanje	Q	Stanje	Q	
C_1	1	C_1	$\frac{S_2(1)}{S_1}$	C_1	$\frac{S_2(1)}{S_1}$	C_1	$\frac{S_2(1)}{S_1}$	$\frac{S_2(1)}{S_1} < R_H$
C_2	2	C_2	$\frac{\bar{S}_2}{S_1(1)}$	C_2	$\frac{\bar{S}_2}{S_1(1)}$	C_2	$\frac{\bar{S}_2}{S_1(1)}$	$Q(1) > R_L$
	3	C_1	$\frac{S_2(1)}{S_1}$	C_2	$\frac{\bar{S}_2}{S_1}$	C_2	$\frac{\bar{S}_2}{S_1}$	$Q(1) < R_H, \frac{S_2(1)}{S_1} > R_L$
	4	C_1	$\frac{S_2(1)}{S_1}$	C_4	$\frac{S_H}{S_L}$	C_2	$\frac{\bar{S}_2}{S_L}$	$Q(1) < R_H,$ $R_H < \frac{S_2(1)}{S_1} < R_L$
	5	C_4	$\frac{S_H}{S_L}$	C_2	$\frac{\bar{S}_2}{S_L}$	C_2	$\frac{\bar{S}_2}{S_L}$	$R_H < Q(1) < R_L$

(Poslednje stanje se ponavlja u beskonačnost)

Tabela 3.6 Dinamike, stanja i uslovi za $R > 1$:

Dugoročni ekvilibrjum	Slučaj	Dinamika						Uslovi
		t = 1		t = 2		t = 3		
		Stanje	Q	Stanje	Q	Stanje	Q	
C ₁	1	C ₁	$\frac{S_2(1)}{\bar{S}_1}$	C ₁	$\frac{S_2(1)}{\bar{S}_1}$	C ₁	$\frac{S_2(1)}{\bar{S}_1}$	$Q(1) < R_L, \frac{S_2(1)}{\bar{S}_1} < R_L$
	2	C ₂	$\frac{\bar{S}_2}{S_1(1)}$	C ₁	$\frac{\bar{S}_2}{\bar{S}_1}$	C ₁	$\frac{\bar{S}_2}{\bar{S}_1}$	$Q(1) > R_H, \frac{\bar{S}_2}{S_1(1)} < R_L$
	3	C ₂	$\frac{\bar{S}_2}{S_1(1)}$	C ₃	$\frac{S_L}{S_H}$	C ₁	$\frac{S_L}{S_1}$	$Q(1) > R_H, \frac{S_L}{S_1} < R_L,$ $R_L < \frac{\bar{S}_2}{S_1(1)} < R_H$
	4	C ₃	$\frac{S_L}{S_H}$	C ₁	$\frac{S_L}{\bar{S}_1}$	C ₁	$\frac{S_L}{S_1}$	$R_L < Q(1) < R_H, \frac{S_L}{S_1} < R_L$
	5	C ₁	$\frac{S_2(1)}{\bar{S}_1}$	C ₃	$\frac{S_L}{S_H}$	C ₁	$\frac{S_L}{S_1}$	$Q(1) < R_L, \frac{S_L}{S_1} < R_L,$ $R_L < \frac{S_2(1)}{\bar{S}_1} < R_H$
C ₂	6	C ₂	$\frac{\bar{S}_2}{S_1(1)}$	C ₂	$\frac{\bar{S}_2}{S_1(1)}$	C ₂	$\frac{\bar{S}_2}{S_1(1)}$	$Q(1) > R_H, \frac{\bar{S}_2}{S_1(1)} > R_H$
	7	C ₁	$\frac{S_2(1)}{\bar{S}_1}$	C ₂	$\frac{\bar{S}_2}{\bar{S}_1}$	C ₂	$\frac{\bar{S}_2}{\bar{S}_1}$	$Q(1) < R_L, \frac{S_2(1)}{\bar{S}_1} > R_H$
	8	C ₃	$\frac{S_L}{S_H}$	C ₁	$\frac{S_L}{\bar{S}_1}$	C ₂	$\frac{\bar{S}_2}{\bar{S}_1}$	$R_L < Q(1) < R_H,$ $Q_{\min} < R_L, \frac{S_L}{S_1} > R_H$
C ₃	9	C ₃	$\frac{S_L}{S_H}$	C ₃	$\frac{S_L}{S_H}$	C ₃	$\frac{S_L}{S_H}$	$Q(1) < R_H, Q_{\min} > R_L$
	10	C ₂	$\frac{\bar{S}_2}{S_1(1)}$	C ₃	$\frac{S_L}{S_H}$	C ₃	$\frac{S_L}{S_H}$	$Q(1) > R_H, Q_{\min} > R_L,$ $\frac{\bar{S}_2}{S_1(1)} < R_H$
C ₁ – C ₃ cikl	11	C ₁	$\frac{S_2(1)}{\bar{S}_1}$	C ₃	$\frac{S_L}{S_H}$	C ₁	$\frac{S_L}{S_1}$	$Q(1) < R_L, \frac{S_L}{S_1} > R_L,$ $\frac{S_2(1)}{\bar{S}_1} < R_H$
	12	C ₃	$\frac{S_L}{S_H}$	C ₁	$\frac{S_L}{\bar{S}_1}$	C ₃	$\frac{S_L}{S_H}$	$R_L < Q(1) < R_H,$ $Q_{\min} < R_L, R_L < \frac{S_L}{S_1} < R_H$

	13	C_2	$\frac{\bar{S}_2}{S_1(1)}$	C_3	$\frac{S_L}{S_H}$	C_1	$\frac{S_L}{S_1}$	$Q(1) > R_H, \frac{\bar{S}_2}{S_1(1)} < R_H,$ $Q_{\min} < R_L, R_L < \frac{S_L}{S_1}$
--	----	-------	----------------------------	-------	-------------------	-------	-------------------	--

Dokaz:

Ukoliko koristimo pretpostavku da poslodavac ponudama plate pravi savršeno predviđanje produktivnosti diplomiranih studenata, dok održava platu za univerzitet koji niko ne upisuje u tom trenutku, mi možemo pretpostaviti plate u narednom koraku. One su predstavljene u tabeli 3.6.

Tabela 3.6: Stanja i isplate za racionalan/naivan pristup

	Stanje u trenutku t			
	C_1	C_2	C_3	C_4
$S_1(t+1)$	\bar{S}_1	$S_1(t)$	S_H	S_L
$S_2(t+1)$	$S_2(t)$	\bar{S}_2	S_L	S_H

U ovom sistemu, u početnom stanju C_1 i pri uslovu $Q(1) = \frac{S_2(1)}{\bar{S}_1} < \min \{R_H, R_L\}$ sistem će ostati u ovom stanju beskonačno dugo. Slično, ako je sistem u početnom stanju C_2 pri uslovu $Q(1) = \frac{\bar{S}_2}{S_1(1)} > \max \{R_H, R_L\}$ sistem će ostati u ovom stanju takođe beskonačno. U suprotnom, ako smo u početnom stupnju u neka od ova dva stanja, doći će do promene i plate će biti određene sa poslednja dva stanja. Takođe, plate ne zavise od početnih stupnjeva ako počnemo od stanja C_3 i C_4 . ■

Imajući ovo u vidu, kao i zavisnosti svih vrednosti parametara u navedenom sistemu, dobićemo sekvence prvih par stanja, pa ćemo naći kretanja plata koje su sažete u tabelama 3.5 i 3.6. Posle prva tri stanja beskonačno će se ponavljati ili poslednje stanje ili poslednja dva stanja.

Teorema 4: Posle najviše dve generacije (dva cikla, tj. vremena $t=2$) u pristupu prirodnog inicijalnog zadavanja plata i posle najviše 3 generacije (tj. vremena $t=3$), doći će do jednog od sledećih ekvilibrijuma.

- (i) Svi studenti će se upisati u zahtevniji univerzitet (C_1)
- (ii) Svi studenti će se upisati u manje zahtevan univerzitet (C_2)

- (iii) Visoko produktivni studenti će se upisati zahtevniji univerzitet dok će nisko produktivni studenti upisati manje zahtevan univerzitet (C_3)
- (iv) Visoko produktivni studenti će upisati napredan univerzitet, dok će manje produktivni studenti u beskonačnost naizмениčno birati neki od ova dva univerziteta (cikl $C_1 - C_3$). Period ovog cikla dva stanja je $t=2$ tačnije stanje C_1 se uvek nastavlja stanjem C_3 i obrnuto.

Uslovi pod kojima nastaje dugoročni ekvilibrijum opisani su u tabelama 3.7. i 3.8:

Tabela 3.7: Uslovi za dugoročni ekvilibrijum za $R < 1$

Ekvilibrijum	Osnovni uslovi	Početni uslovi
Čist C_1	$\frac{S_L}{S_1} < R_L$	$Q(1) < R_L, \frac{S_2(1)}{S_1} < R_H$ ili $Q(1) > R_H, \frac{\bar{S}_2}{S_1(1)} < R_H$
Čist C_2	uvek	$Q(1) > R_H, \frac{\bar{S}_2}{S_1(1)} > R_H$ ili $Q(1) < R_L, \frac{S_2(1)}{S_1} > R_H$ ili $R_L < Q(1) < R_H, Q_{\min} < R_L, \frac{S_L}{S_1} > R_H$
Čist C_3	$R_L < Q_{\min} < R_H$	$\frac{\bar{S}_2}{S_1(1)} < R_H$ ili $Q(1) < R_H$
Cikl C_1-C_3	$Q_{\min} < R_L < \frac{S_L}{S_1}$	$Q(1) < R_L, \frac{S_2(1)}{S_1} < R_H$ ili $R_L < Q(1) < R_H, \frac{S_L}{S_1} < R_H$ ili $Q(1) > R_H, \frac{\bar{S}_2}{S_1(1)} < R_H$

Tabela 3.8: Uslovi za dugoročni ekvilibrijum za $R > 1$

Ekvilibrijum	Osnovni uslovi	Početni uslovi
Čist C_1	$\frac{S_L}{S_1} < R_H$	$\frac{S_2(1)}{S_1} < R_H$
Čist C_2	uvek	$\frac{S_2(1)}{S_1} > R_H$

Cikli ove dinamike su prvi put razmatrani od strane Spensa (1974). Obično, pojavljuju se cikli dva stanja.

Primitimo da u ovom modelu univerziteti mogu u potpunosti ostati bez studenata privremeno, ili čak trajno. Samo u slučaju ekvilibrijuma podele u čijem slučaju dolazi do ciklične dinamike kada će oba ostati profitabilna tj. u poslu.²¹ Pomenute teoreme 1, 2 i 3. pokazuju da postoje četiri moguća dugoročna ekvilibrijuma u ishodu pod pretpostavkama koje su date na početku.

Prva dva dugoročna ekvilibrijuma praktično znače da će jedan od univerziteta praktično ostati bez studenata. Treći ekvilibrijum je najprirodniji i njega najlakše možemo povezati sa realnim kontekstom – nisko produktivni studenti će izabrati univerzitet za koji je veća verovatnoća da će ga završiti dok će visoko produktivni studenti izabrati univerzitet sa višim kriterijumima. Ovaj ekvilibrijum je jedini dugoročni ekvilibrijum odvajanja. Na kraju, postoji i mogućnost u kome se upisivanje studenata odvija u ciklima. U našem slučaju to znači da će univerzitet sa nižim kriterijumima periodično ostajati bez studenata, posle čega će nisko produktivni studenti ponovo početi da ga upisuju.

²¹ Ovde se pretpostavlja da sve dok postoji šansa da univerzitet povрати deo svoje popularnosti do tada će biti odvojen tj. profitabilan.

Adaptivna očekivanja poslodavca i naivna očekivanja studenata

U ovom poglavlju nastavljamo sa smanjivanjem pretpostavki o racionalnosti agenata u igri, ovog puta pretpostavljajući da poslodavac ima adaptivna očekivanja (gleda unazad) za razliku od prethodnog modela gde smo pretpostavili da ima racionalna očekivanja (gleda u budućnost). Ovaj slučaj ima veze sa realnim kontekstom kada želimo da razmotrimo slučaj u kome poslodavac veruje u reputaciju škole. Naime, ako želimo da modelujemo njegovu procenu plate koje će ponuditi novopečenim diplomcima, pretpostavićemo da on uzima u obzir sve prethodne generacije sa nekog univerziteta i da osnovu tog iskustva on pretpostavlja koliko studenata svakog tipa dolazi sa nekog univerziteta. Poslodavac ima podatke za svakog radnika: koji je univerzitet završio, koji je njegov nivo produktivnosti i sa svakim novim zaposlenim studentom njegove procene se temelje na iskustvu iz prošlosti.²² Odatle sledi da će plate koje budu ponuđene u nekom trenutku biti temeljene na reputaciji koju je univerzitet izgradio do tog trenutka. Takođe, u ovom poglavlju studenti će nastaviti da budu vođeni naivnim očekivanjima budućih plata.

Uvedimo prvo osnovne oznake: ukupan broj visoko produktivnih studenata koji su se upisali na univerzitet U_1 u trenutku t je:

$$N_{H1}(t) = \sum_{\tau=1}^t n_{H1}(\tau) \quad (3.6)$$

Definišimo analogno i promenljive $N_{H2}(t)$, $N_{L1}(t)$ and $N_{L2}(t)$. Odatle sledi da je ukupan broj visoko produktivnih studenata koji su se upisali na univerzitet u trenutku t $N_H(t) = N_{H1}(t) + N_{H2}(t) = t\eta_H$. Slično definišimo i ukupan broj nisko produktivnih studenata $N_L(t) = N_{L1}(t) + N_{L2}(t) = t\eta_L$.

Pošto je ukupan broj studenata koji su upisali univerzitet U_1 do trenutka $t-1$, $N_{H1}(t-1)$, ukupan broj visoko produktivnih studenata koji su diplomirali na univerzitetu U_1 do trenutka t je $N_{H1}(t-1) \cdot p_{H1}$.

²² Opet pretpostavljamo da poslodavac može da zna produktivnost studenta tek pošto ga zaposli. Takođe, pretpostavljamo da ne postoji proteklo vreme između diplomiranja i zaposlenja (što znamo da je gotovo nemoguće u, posebno današnjem, realnom kontekstu), tačnije da se studenti zapošljavaju u istom trenutku kad diplomiraju.

Isto tako nalazimo da su ostali brojevi diplomiranih studenata iz obe grupe sa oba univerziteta dati sa:

$$N_{L1}(t-1) \cdot p_{L1}, N_{H2}(t-1) \cdot p_{H2} \text{ and } N_{L2}(t-1) \cdot p_{L2}.$$

Ovaj pristup je jedna verzija adaptivnih očekivanja u kojem je uzeto u obzir prethodno iskustvo sa radnicima koji su diplomirali na određenom univerzitetu tj. plate zavise od svih prethodnih diplomaca na tom univerzitetu. Nivoi plata koje se nude diplomcima ova dva univerziteta su dati formulama (3.1) i (3.2)

$$q_{H1}(t) = \frac{N_{H1}(t-1)p_{H1}}{N_{H1}(t-1)p_{H1} + N_{L1}(t-1)p_{L1}} \quad \text{i} \quad q_{H2}(t) = \frac{N_{H2}(t-1)p_{H2}}{N_{H2}(t-1)p_{H2} + N_{L2}(t-1)p_{L2}}$$

(analogno će biti i za očekivanja $q_{L1}(t)$ and $q_{L2}(t)$, za manje produktivne studente na oba univerziteta).

U ovim formulama predstavljaju poslodavčeva očekivanja o odnosu visoko produktivnih studenata koji su diplomirali na oba univerziteta, temeljena na adaptivnim očekivanjima o broju studenata oba tipa. Obratiti pažnju da ovde svaka generacija diplomiranih studenata nosi sa sobom istu količinu informacija.

Adaptivna očekivanja jesu, dakle, temeljena na ideji da plate ponuđene budućim radnicima reflektuju reputaciju univerziteta, tačnije do koje mere je jedan univerzitet, do nekog trenutka, u mogućnosti da privuče visoko produktivne studente. U tom smislu naše pretpostavke značajno oslikavaju realnost razmišljanja poslodavca.

Ispostavlja se da dokle god studenti koriste naivan pristup pri odlučivanju za univerzitet, poslodavčevo ponašanje će igrati malu ulogu na kratkim intervalima.

Kako bi smo detaljno proučili dinamiku u ovom slučaju obratimo pažnju prvo na sledeću lemu:

Lema 4: U svakom datom trenutku t , u pristupu adaptivan/naivan važi jedan od sledećih slučajeva:

- (i) $\bar{S}_1 \leq S_1(t)$ i $\bar{S}_2 \geq S_2(t)$
- (ii) $\bar{S}_1 \geq S_1(t)$ i $\bar{S}_2 \leq S_2(t)$.

Ovo jeste generalizacija Leme 3.

Dinamika

Ispitajmo dinamiku procesa kada studenti koriste naivna očekivanja, dok poslodavci koriste adaptivna. Specijalno, kao što ćemo videti, izmenom gledanja unazad sa gledanjem u budućnost očekivanja na strani poslodavca može drastično povećati vreme potrebno da se dostigne dugoročni ekvilibrijum. Podsetimo se da smo i u prošlom primeru imali studente koji su koristili naivna očekivanja. Iz rezultata dobijenih u tabeli (3.3) jasno je da da dinamiku možemo pratiti pomoću promenljive $Q(t)$ koja zavisi od plata kao i od odnosa verovatnoća da se završe ove dve škole. Kao i u prethodnom slučaju dinamika upisa na univerzitete će značajno zavisiti od R_H and R_L , tačnije od relativne distinkcije dva univerziteta – kako oni prave razliku između visoko i nisko produktivnih studenata.

Kratkoročna dinamika modela (po jedan korak) je opisana u teoremi 5 koja važi za sve vrednosti R

Teorema 5: U adaptivni/naivni slučaju važi sledeće

- (i) Ako je sistem u trenutku t u stanjima C_1 ili C_2 onda je $Q(t+1)$ između $Q(t)$ i \bar{Q} , tačnije Q teži \bar{Q} monotono.
- (ii) Ako je sistem u trenutku t u stanju C_3 onda je $Q(t+1)$ između $Q(t)$ i Q_{\min} , tačnije Q teži prema Q_{\min} .
- (iii) Ako je sistem u trenutku t u stanju C_4 onda je $Q(t+1)$ između $Q(t)$ i Q_{\max} tačnije Q teži prema Q_{\max} .

Sve dinamike dugoročnog ekvilibrijuma za adaptivni/naivni slučaj opisane su sledećom teoremom.

Teorema 6: Sva moguća stanja dinamike, zajedno sa preduslovima u kojima mogu da se nađu, a vezana su za adaptivni/naivni slučaj dati su u tabelama (3.9) i (3.10) respektivno za slučajeve kada je $R > 1$ i $R < 1$.

Tabela 3.9: Sekvence stanja za $R > 1$ u pristupu adaptivan/naivan

Dugoročni ekvilibrijum	Slučaj	Dinamika	Uslovi
C_1	1	$C_1 \rightarrow C_1 \rightarrow \dots$	$\frac{S_2(1)}{S_1} < R_H$
C_2	2	$C_2 \rightarrow C_2 \rightarrow \dots$	$Q(1) > R_L$
	3	$C_1 \rightarrow \dots \rightarrow C_1 \rightarrow C_2 \rightarrow C_2 \rightarrow \dots$	$Q(1) < R_H,$ $\frac{S_2(1)}{S_1} > R_L$
	4a	$C_1 \rightarrow \dots \rightarrow C_1 \rightarrow C_4 \rightarrow \dots \rightarrow C_4 \rightarrow C_2 \rightarrow C_2 \rightarrow \dots$	$Q(1) < R_H,$ $\frac{S_2(1)}{S_1} > R_L$
	4b	$C_1 \rightarrow \dots \rightarrow C_1 \rightarrow C_4 \rightarrow \dots \rightarrow C_4 \rightarrow C_2 \rightarrow C_2 \rightarrow \dots$	$Q(1) < R_H,$ $R_H < \frac{S_2(1)}{S_1} < R_L$
	5	$C_4 \rightarrow \dots C_4 \rightarrow C_2 \rightarrow C_2 \rightarrow \dots$	$R_H < Q(1) < R_L$

 Tabela 3.10: Sekvence stanja za $R < 1$ u pristupu adaptivan/naivan

Dugoročni ekvilibrijum	Slučaj	Dinamika	Uslovi
C_1	1	$C_1 \rightarrow C_1 \rightarrow \dots$	$Q(1) < R_L, \frac{S_2(1)}{S_1} < R_L$
	2	$C_2 \rightarrow \dots \rightarrow C_2 \rightarrow C_1 \rightarrow C_1 \rightarrow \dots$	$Q(1) > R_H, \frac{\bar{S}_2}{S_1(1)} < R_L$
	3a	$C_2 \rightarrow \dots \rightarrow C_2 \rightarrow E \rightarrow \dots \rightarrow E \rightarrow C_1 \rightarrow C_1 \rightarrow \dots$	$Q(1) > R_H, \frac{\bar{S}_2}{S_1(1)} < R_L$
	3b	$C_2 \rightarrow \dots \rightarrow C_2 \rightarrow E \rightarrow \dots \rightarrow E \rightarrow C_1 \rightarrow C_1 \rightarrow \dots$	$Q(1) > R_H, \frac{S_L}{S_1} < R_L,$ $R_L < \frac{\bar{S}_2}{S_1(1)} < R_H$

	4	$E \rightarrow \dots \rightarrow E \rightarrow C_1 \rightarrow C_1 \rightarrow \dots$	$R_L < Q(1) < R_H, \frac{S_L}{S_1} < R_L$
	5	$D \rightarrow \dots \rightarrow D \rightarrow C_1 \rightarrow C_1 \rightarrow \dots$	$Q(1) < R_L, \frac{S_L}{S_1} < R_L,$ $R_L < \frac{S_2(1)}{S_1} < R_H$
C₂	6	$C_2 \rightarrow C_2 \rightarrow \dots$	$Q(1) > R_H, \frac{\bar{S}_2}{S_1(1)} > R_H$
	7	$C_1 \rightarrow \dots \rightarrow C_1 \rightarrow C_2 \rightarrow C_2 \rightarrow \dots$	$Q(1) < R_L, \frac{S_2(1)}{S_1} > R_H$ i
	8a	$E \rightarrow \dots \rightarrow E \rightarrow C_2 \rightarrow C_2 \rightarrow \dots$	$R_L < Q(1) < R_H,$ $Q_{\min} < R_L, \frac{S_L}{S_1} > R_H$
	8b	$E \rightarrow \dots \rightarrow E \rightarrow C_2 \rightarrow C_2 \rightarrow \dots$	$R_L < Q(1) < R_H,$ $Q_{\min} < R_L, R_L < \frac{S_L}{S_1} < R_H$ i
	9	$C_1 \rightarrow \dots \rightarrow C_1 \rightarrow E \rightarrow \dots \rightarrow E \rightarrow C_2 \rightarrow C_2 \rightarrow \dots$	$Q(1) < R_L, \frac{S_2(1)}{S_1} > R_H$ i
C₃	10	$C_3 \rightarrow C_3 \rightarrow \dots$	$Q(1) < R_H, Q_{\min} > R_L$
	11	$C_2 \rightarrow \dots \rightarrow C_2 \rightarrow C_3 \rightarrow C_3 \rightarrow \dots$	$Q(1) > R_H, Q_{\min} > R_L,$ $\frac{\bar{S}_2}{S_1(1)} < R_H$
C₁ - C₃ cikl	12	$D \rightarrow D \rightarrow \dots$	$Q(1) < R_L, \frac{S_L}{S_1} > R_L,$ $\frac{S_2(1)}{S_1} < R_H$
	13	$E \rightarrow E \rightarrow \dots$	$R_L < Q(1) < R_H,$ $Q_{\min} < R_L, R_L < \frac{S_L}{S_1} < R_H$ i
	14	$C_2 \rightarrow \dots \rightarrow C_2 \rightarrow E \rightarrow E \rightarrow \dots$	$Q(1) > R_H, \frac{\bar{S}_2}{S_1(1)} < R_H,$ $Q_{\min} < R_L, R_L < \frac{S_L}{S_1}$

Koristeći ove nalaze možemo sumirati dugoročne ekvilibrijume.

Teorema 6: U pristupu adaptivan/naivan posle dužeg broja generacija može se pojaviti jedan od sledećih dugoročnih ekvilibrijuma:

- (i) Svi studenti će upisivati napredniji univerzitet (C_1)
- (ii) Svi studenti će upisati manje napredan univerzitet (C_2)
- (iii) Visoko produktivni studenti će upisivati zahtevniji univerzitet dok će manje produktivni studenti upisivati manje zahtevan univerzitet (C_3)
- (iv) Visoko produktivni studenti će upisati napredan univerzitet, dok će manje produktivni studenti u beskonačnost naizmenično birati neki od ova dva univerziteta (cikl $C_1 - C_3$). Period ovog cikla dva stanja je $t=2$ tačnije stanje C_1 se uvek nastavlja stanjem C_3 i obrnuto.

Uslovi pod kojima određujemo koji dugoročni ekvilibrijum će nastati su dati u tabelama (3.7) i (3.8) i isti su za adaptivan/naivan model. Jedina razlika između realan/naivan i adaptivan/naivan je da u slučaju adaptivan/naivan ekvilibrijuma potrebno mnogo više vremena nego u slučaju realan/naivan da dostigne dugoročni ekvilibrijum. Naime, za razliku od realan/naivan slučaja, adaptivan/naivan slučaju treba da prođe nekoliko generacija da bi prešao iz jednog stanja u drugo.²³

²³ Do ovog zaključka Anić, Božin i Urošević dolaze aplikacijom, tačnije simulacijama sa određenim početnim parametrima, za koje nema prostora u ovom izlaganju.

Zaključak

Primenom na kompleksnije modele lako se dolazi do zaključka da je većina ovako definisanih modela mogu opisati budućnost sistema i kako će se odvijati po koracima. Većina aplikacija i simulacija pokazuje isto, ali neke od njih daju i nelogične dugoročne ekvilibrijume, npr. da svi manje produktivni studenti upisuju napredni univerzitet, a svi visoko produktivni studenti manje zahtevan univerzitet, što je scenario sa kojim se retko kad možemo sresti u realnom kontekstu.

Ipak, ono što je značajno jeste da većina ekvilibrijuma odgovara realnom kontekstu, kao i neka usputna otkrića, kao da univerziteti koji prave bolju razliku između produktivnih i manje produktivnih studenata jesu traženiji od strane ovih prvih, jer njihova želja jeste da njihov signal poslodavcima bude što pozitivniji.

Takođe, zaključak koji se nameće jeste da u realnom kontekstu mali broj studenata koristi racionalni pristup, te se većina koristi naivnim (što je i slučaj sa autorom ovog rada koji je univerzitet upisivao 2006. godine birajući statistiku, finansijsku i aktuarsku matematiku, da bi 2007. godine došlo do globalnog sloma tržišta, te tržište rada drastično smanjuje cenu i potražnju ovakve struke). Sa druge strane istraživanjem bi se došlo do zaključka da poslodavci koriste kako adaptivni tako i racionalni pristup podjednako. Univerziteti bi, ukoliko bi se oslonili na ovakav model, morali da razviju dugoročnu strategiju, jer smo videli da izgrađivanje reputacije može da traje po nekoliko ciklova, a ako uzmemo u obzir da jedan cikl u proseku traje četiri godine, ta strategija bi trebalo da bude višedecenijska.

Najveće kritike ovakvog modela imaju svoje korene u matematici: prvo glasi ako se ne menja broj studenata na univerzitetu u stupnjevima, a dolazi do promene studenata tako da se menja odnos produktivnih i manje produktivnih studenata, kako to da se ne menja verovatnoća uspešnog završavanja studija, koja je baš definisana kao odnos ove dve promenljive. Ostale kritike uglavnom upućuju na to da pretpostavku da obrazovanje ne menja produktivnost studenta, što je jedna od glavnih uslova ovog modela.

Sve ove kritike, kao i pretpostavke koje nisu pokrivene u izlaganju Anića, Božina i Uroševića, kao i od strane njihovih prethodnika samo ukazuju na činjenicu da ova teorija ima još dovoljno prostora za usavršavanje i dalje proučavanje.

Literatura

Akerlof, G. (1970): "The Market for "Lemons": Quality Uncertainty and the Market Mechanism", *The Quarterly Journal of Economics*, 84, 488-500

Riley, J. G. (2001): "Silver Signals: Twenty-Five Years of Screening and Signaling," *Journal of Economic Literature*, 39, 432-478.

Taubman, Paul J. and Terence J. Wales (1973) "Higher Education, Mental Ability, and Screening," *J. Polit. Econ.* 81:1, 28–55.

Lang, Kevin and David Kropp (1986) "Human Capital versus Sorting: The Effects of Compulsory Attendance Laws," *Quart. J. Econ.* 101:3, 609–24

Layard, Richard and George Psacharopoulos (1974) "The Screening Hypothesis and the Returns to Education," *J. Polit. Econ.* 82:5, pp.985–99

Anić, I., Božin, V., Urošević, B. (2012): "A Dynamic Model of University Selection"

Long, M., F. Ferrier and M. Heagney. Stay, play or give it away? Students continuing, changing or leaving university study in first year. Melbourne: *Centre for the Economics of Education and Training*, 2006

Altonji, J. (1993): "The Demand for and Return to Education When Education Outcomes are Uncertain", *Journal of Labor Economics*, 11(1), 48-83.

OECD (2007), *Education at a Glance: OECD Indicators – 2007 Edition*, OECD, Paris.

OECD (2010), *Education at a Glance: OECD Indicators – 2010 Edition*, OECD, Paris.

Jovanovic, B. (1979): "Job Matching and the Theory of Turnover", *The Journal of Political Economy*, 87, 972-990.

Farber, H. S., and R. Gibbons (1996): "Learning and Wage Dynamics," *The Quarterly Journal of Economics*, 111, 1007-1047.

Weiss, A. (1983): "A Sorting-cum-learning Model of Education", *Journal of Political Economy*, 91, 420-442.

Noldeke, G., and E. Van Damme (1990): "Signalling in a dynamic labour market," *Rev. Econ. Stud.*, 57, 1–23.

Amaya, K.(2009): “Perfect Foresight Equilibrium Selection in Signaling Games”, MIT Working paper

Alos-Ferrer, C., and Prat, J. (2008): “Job Market Signaling and Employer Learning,”.

<http://ssrn.com/abstract=1294516>

Cho, I.K., and D. Kreps (1987): “Signaling games and stable equilibria,” *Quart. J. Econ.*, 102, 179–221.

Spence, A. M. (1974): *Market signaling, information transfer in hiring and related processes*, Harvard University Press, Cambridge.

http://en.wikipedia.org/wiki/Signalling_%28economics%29

http://en.wikipedia.org/wiki/Michael_Spence

http://en.wikipedia.org/wiki/George_Akerlof

http://en.wikipedia.org/wiki/Joseph_E._Stiglitz

Biografija:

Vladislav Radak je rođen 1987. u Beogradu. Završio je osnovnu školu „Vuk Karadžić“ i Matematičku gimnaziju. Matematički fakultet upisuje 2006. godine. Sarađivao je sa Ivanom Anićem i Vladimirom Božinom. Autor je romana „Plava vežbanka“ i „Noć mrtvih snova“, dok je sa Ivanom Anićem i Dragicom Pavlović Babić objavio stručnu knjigu „Formula života“ koja se bavi predstavljanjem singapurskog modela matematike naučnom i nastavnom kadru. Član je OECD/PISA tima za evaluaciju učeničkih postignuća od 2009. godine. Sa Andrijom Kostićem je sarađivao na radu „Tržište glinenih proizvoda“ prezentovanom na Simpozijumu operacionih istraživanja 2012. Predavao je na univerzitetima u Madridu, Lisabonu, Marburgu, Beogradu. Njegove knjige su predstavljene na sajmovima u Frankfurtu, Londonu, Sarajevu, Podgorici i Beogradu.