3.

Ispitivanje o klimi planeta Marsa. — Untersuchungen über das Klima des Planeten Mars.

Izvadak iz rasprave, priopćene u „Radu", knj. 213. (1916.), str. 64. Auszug aus der im „Rad" Bd. 213 (1916), S. 64, veröffentlichten Abhandlung.

Napisao — Von
Dr. M. Milankovitch.

Die meteorologischen Erscheinungen auf dem Planeten Mars sind einfacher als jene auf der Erde. Die Atmosphäre dieses Planeten zeichnet sich durch eine besondere Klarheit aus. Wolkenbildungen, welche bei der Anwendung mathematischer Theorien auf das Erdklima hinderlich sind, kommen in der Marsatmosphäre äußerst selten vor. Die bereits fast vollkommen eingeebnete Oberfläche dieses Planeten begünstigt nicht minder die theoretische Erforschung des Marsklimas, weil auf derselben die lokalen Einflüsse gering sind. Auch die in den seichten Marsmeeren entstehenden Strömungen haben bei weitem nicht jene Wirkung auf das Klima, wie die Meeresströmungen der Erde. Schließlich vermindert auch die geringere Masse der Marsatmosphäre die Wirkung der Luftströmungen. Dieser Planet bildet demnach ein ideales Objekt für die Anwendungen der Gesetze der mathematischen Physik. Es wird deshalb möglich sein, mit Hilfe der physikalischen Gesetze die wichtigsten Eigenschaften des Marsklimas und insbesondere die oberen Grenzen der Temperaturen der Marsoberfläche abzuleiten.

Bezeichnet man mit $I(x, t)$ die in die Marsatmosphäre unter dem Inzidenzwinkel z eindringende Sonnenstrahlung in der Höhe x (von der Planetoberfläche gerechnet) und im Momente t, so besteht die Absorptionsgleichung

$$(1) \qquad dI(x, t) = a_1(x)\, I(x, t) \sec z\, dx,$$

worin $a_1(x)\, dx$ das Absorptionsvermögen der Elementarschicht S (an der Stelle x und von der Dicke dx) für die Sonnenstrahlung bedeutet.

Wir nehmen dabei an, daß von der Sonnenstrahlung schon vor ihrem Eintritt in die Atmosphäre alle jene Beträge in Abzug gebracht wurden, welche durch Reflexion an den Molekülen, an den Wolken und an der Planetoberfläche selbst für den Wärmehaushalt des Planeten verloren gehen. Infolge dieser Reflexionen soll der Teil A (Energiealbedo genannt) der Sonnenstrahlung unbenützt in den Weltraum zurückwandern. Dann ist

$$I(\infty, t) = (1-A)\, I_m(t), \tag{2}$$

wo $I_m(t)$ die Intensität der Sonnenstrahlung vor dem Eintritt in die Marsatmosphäre bedeutet. Diese ist durch

$$I_m(t) = \frac{I_0}{\rho^2} \tag{3}$$

gegeben, worin ρ die Entfernung des Planeten von der Sonne, gemessen in Erdbahnhalbmessern, und I_0 die Solarkonstante bedeutet.

Durch Integration von (1) bekommt man

$$I(x, t) = (1-A)\, I_m\, e^{-\sec z \int_x^\infty a_1(x)\, dx}, \tag{4}$$

d. h. auf die Einheit der Planetoberfläche fällt die Strahlung auf

$$W(0, t) = (1-A)\, p_m^{\sec z}\, I_m(t) \cos z, \tag{5}$$

wobei

$$e^{-\int_0^\infty a_1(x)\, dx} = p_m \tag{6}$$

gesetzt wurde. Diese Größe wird der Transmissionskoeffizient der Atmosphäre bei alleiniger Berücksichtigung der Absorption genannt.

Die Größe $I_m(t) \cos z$ stellt die Strahlung dar, welche bei Abwesenheit der Atmosphäre auf die Einheit der Planetoberfläche auffallen würde. Bezeichnet man diese Strahlung mit $W_m(t)$, so ist

$$W(0, t) = (1-A)\, p_m^{\sec z}\, W_m(t). \tag{7}$$

Außer dieser Strahlung gelangt an die Planetoberfläche noch die von der Atmosphäre emittierte dunkle Strahlung. Die Intensität dieser gegen die Planetoberfläche gerichteten Strahlung an der Stelle x und im Zeitpunkte t sei mit $O(x, t)$ bezeichnet. In unendlicher Entfernung von der Planetoberfläche verschwindet diese Strahlung vollkommen, d. h. es ist

$$O(\infty, t) = 0, \tag{8}$$

während dieselbe an der Planetoberfläche die Intensität $O(0, t)$ aufweist. Im Ganzen wird demnach von der Planetoberfläche die Strahlung $(1-A)\, p_m^{\sec z}\, W_m(t) + O(0, t)$ absorbiert, und wenn man den unbedeutenden Wärmeumsatz vernachlässigt, so wird sich auf der Planetoberfläche jene Temperatur einstellen, bei welcher die Ausstrahlung $E(t)$ gleich der Einstrahlung ist. Es ist also

$$E(t) = (1-A)\, p_m^{\sec z}\, W_m(t) + O(0, t). \tag{9}$$

Außer den bereits erwähnten Strahlungen durchsetzt die Atmosphäre noch eine von unten kommende Strahlung, deren Intensität an der Stelle x und im Momente t mit $U(x, t)$ bezeichnet werden möge. Diese Strahlung setzt sich aus der dunklen Strahlung der Planetoberfläche und der dunklen, gegen den Weltraum gerichteten Strahlung der Atmosphäre zusammen. An der Planetoberfläche verschwindet diese zweite Komponente der Strahlung $U(x, t)$ und es ist deshalb

$$U(0, t) = E(t). \tag{10}$$

Bezeichnet $a_2(x)$ das Absorptionsvermögen einer Atmosphärenschicht von der Dicke Eins an der Stelle x für die dunklen Strahlungen $O(x, t)$ und $U(x, t)$, so absorbiert die Elementarschicht S_x von diesen Strahlungen pro Zeit- und Flächeneinheit die Beträge $O(x, t)\, a_2(x)\, dx$, bezw. $U(x, t)\, a_2(x)\, dx$.

Die der Einheit der äußeren Begrenzungsfläche zugeführte Sonnenstrahlung sei mit $W(x, t)$ bezeichnet. Sie ist nach dem vorherigen gleich $I(x, t) \cos z$, und es verbleibt von derselben in der Schicht S_x der Betrag $dI(x, t) \cos z$ oder

$$dW(x, t) = a_1(x) \sec z\, W(x, t)\, dx. \tag{11}$$

Die Schicht S_x absorbiert demnach im Ganzen eine Strahlung $[a_1(x) \sec z\, W(x,t) + a_2(x) O(x,t) + a_2(x)\, U(x,t)]\, dx$, während sie durch ihre beiden Begrenzungsebenen Strahlungen aussendet, deren jede mit $\varepsilon(x,t)\,dx$ bezeichnet werden soll. Der in der Schicht S_x verbleibende Überschuß dQ, wenn man von anderweitigen Verwandlungen der strahlenden Energie absieht, wird zur Erhöhung der Temperatur $u(x,t)$ dieser Schicht benützt. Bezeichnet man mit c die spezifische Wärme und mit $\rho(x)$ die Dichte dieser Schicht, so ist

$$(12) \qquad dQ = c\,\rho(x)\,\frac{du(x,t)}{dt}\,dx,$$

und man bekommt die Gleichung

$$(13) \qquad 2\varepsilon(x,t) + c\rho(x)\,\frac{du(x,t)}{dt} =$$
$$= a_1(x) \sec z\, W(x,t) + a_2(x)\, O(x,t) + a_2(x)\, U(x,t).$$

Weitere zwei Gleichungen werden auf die folgende Weise erhalten.

Beim Durchgang der Strahlung $O(x,t)$ durch die Schicht S_x wird diese Strahlung um den Betrag $a_2(x)\, O(x,t)\, dx$ geschwächt, d. h. in der Richtung $+x$ um diesen Betrag verstärkt. Außerdem wird diese Strahlung durch die Ausstrahlung der Schicht gegen die Planetoberfläche um den Betrag $\varepsilon(x,t)\,dx$ verstärkt, d. h. in der Richtung $+x$ um diesen Betrag geschwächt. Man hat deshalb

$$(14) \qquad \frac{dO(x,t)}{dx} = a_2(x)\, O(x,t) - \varepsilon(x,t).$$

Beim Durchgang der Strahlung $U(x,t)$ durch S_x wird diese Strahlung um den Betrag $a_2(x)\, U(x,t)\, dx$ geschwächt und um den Betrag $\varepsilon(x,t)\,dx$ verstärkt. Es ist also

$$(15) \qquad \frac{dU(x,t)}{dx} = -\, a_2(x)\, U(x,t) + \varepsilon(x,t).$$

Setzt man

$$(16) \qquad O(x,t) + U(x,t) = Y(x,t),$$
$$(17) \qquad O(x,t) - U(x,t) = Z(x,t),$$

so bekommt man aus (13) bis (15) die folgenden drei Gleichungen der Strahlungsvorgänge in den Planetatmosphären:

$$(18) \qquad \frac{dY(x,t)}{dx} = a_2(x)\, Z(x,t),$$

$$(19) \qquad \frac{dZ(x,t)}{dx} = a_2(x)\, Y(x,t) - 2\,\varepsilon(x,t),$$

$$(20) \qquad \frac{dZ(x,t)}{dx} = c\,\rho(x)\,\frac{du(x,t)}{dt} - \frac{dW(x)}{dx}.$$

Der analytische Zusammenhang zwischen den Größen $\varepsilon(x,t)$ und $u(x,t)$ wird durch das Kirchhoff'sche und das Stefan'sche Gesetz geliefert. Nach dem ersteren ist das Emissionsvermögen eines Körpers für eine Strahlenart bestimmter Wellenlänge gleich seinem Absorptionsvermögen für diese Strahlenart, multipliziert mit dem Emissionsvermögen des vollkommen schwarzen Körpers Nach dem zweiten Gesetz ist das Emissionsvermögen des vollkommen schwarzen Körpers gleich einer Konstante σ, multipliziert mit der vierten Potenz seiner absoluten Temperatur. Wird, wie man es gewöhnlich zu tun pflegt, vorausgesetzt, daß das Kirchhoff'sche Gesetz auch für zusammengesetzte Strahlungen gilt, und berücksichtigt man, daß die Atmosphäre nur dunkle Strahlungen emittiert, für welche man das Absorptionsvermögen $a_2(x)$ eingeführt hat, so ist

$$(21) \qquad \varepsilon(x,t) = a_2(x)\,.\,\sigma\,[273 + u(x,t)]^4.$$

Die Eigenschaften der Marsatmosphäre, welche eingangs erwähnt wurden, gestatten gewisse Vereinfachungen der voranstehenden Differentialgleichungen.

Die Durchsichtigkeit der Marsatmosphäre hat zur Folge, daß die Sonnenstrahlung in derselben nur wenig absorbiert wird. Selbst die viel dichtere Erdatmosphäre absorbiert, wenn sie wolkenfrei ist und nicht viel Wasserdampf enthält, beim normalen Durchgang kaum den zehnten Teil der Sonnenstrahlung. Nachdem die Marsatmosphäre dünner ist und auch viel weniger

Wasserdampf enthält, so ist $0{\cdot}90 < p_m < 1{\cdot}00$. Wir können demnach setzen

$$p_m = 1, \tag{22}$$

was $a_1(x) = 0$ und eine wesentliche Vereinfachung der voranstehenden Differentialgleichungen zur Folge hat. Außer diesen Gleichungen hat man noch wegen (9), (10) und (17) die Grenzbedingung

$$Z(0, t) = -(1-A)\, W_m(t), \tag{23}$$

und wegen (8), (16) und (17) die Grenzbedingung

$$Y(\infty, t) + Z(\infty, t) = 0 \tag{24}$$

zu berücksichtigen.

Für den stationären Bestrahlungszustand ist

$$\frac{du(x,t)}{dt} = 0, \tag{25}$$

und es folgt aus (20), (11) und (23)

$$Z(x) = -(1-A)\, W_m. \tag{26}$$

Mittels (18), (26) und (24) wird dann die Gleichung

$$Y(x) = (1-A)\, W_m + (1-A)\, W_m \int_x^\infty a_2(x)\, dx \tag{27}$$

erhalten, so daß man mittels (19) und (21) bekommt:

$$\sigma[273 + u(x)]^4 = \frac{1}{2}(1-A)\, W_m + \frac{1}{2}(1-A)\, W_m \int_x^\infty a_2(x)\, dx. \tag{28}$$

Berücksichtigt man, daß die Größe

$$e^{-\int_0^\infty a_2(x)dx} = p'_m \tag{29}$$

den Transmissionskoeffizienten der Atmosphäre für die Ausstrahlung des Planeten darstellt, so bekommt man die nachstehende Gleichung, welche die Temperatur $u(0)$ der Atmosphäre unmittelbar oberhalb der Planetoberfläche darstellt

$$\sigma[273 + u(0)]^4 = \frac{1 - \log\text{nat}\, p'_m}{2}(1-A)\, W_m. \tag{30}$$

Mittels (16), (17), (26), (27) und (9) bekommt man leicht

$$E = \frac{2 - \log\text{nat}\, p'_m}{2}(1-A)\, W_m. \tag{31}$$

Wendet man auch für die Emission E der Planetoberfläche das Kirchhoff-Stefan'sche Gesetz an, so ist

$$E = (1-R_1)\, \sigma\theta^4, \tag{32}$$

worin R_1 das Reflexionsvermögen und θ die absolute Temperatur der Planetoberfläche bedeutet. Es ist also

$$(1-R)\, \sigma\theta^4 = \frac{2 - \log\text{nat}\, p'_m}{2}(1-A)\, W_m, \tag{33}$$

welche Gleichung die Temperatur der Planetoberfläche angibt.

Im Falle eines periodisch variablen Bestrahlungszustandes wird die Bestrahlungsfunktion $W_m(t)$ in eine Fourier'sche Reihe entwickelt. Wir nehmen hier an, daß diese Reihe auf die ersten zwei Glieder beschränkt wird, d. h. daß

$$W_m(t) = a_0 + a_1 \cos\frac{2\pi}{T}t \tag{34}$$

ist, weil der allgemeine Fall aus diesem speziellen ohne Schwierigkeit abgeleitet werden kann.

In diesem Falle kann die Integration der Differentialgleichungen der Strahlungsvorgänge durchgeführt werden, wenn die Bestrahlungs- und Temperatur-Oszillationen klein sind. Dann ist

$$u = u_0 + \Delta u, \tag{35}$$

wo u_0 konstant und Δu klein ist. Entwickelt man nun den Ausdruck (21) in eine Binomialreihe und vernachlässigt dabei alle höheren Potenzen von Δu, so bekommt man

$$\varepsilon(x, t) = a_2(x)\, h\,[u(x, t) + v_0], \tag{36}$$

worin

$$\left\{\begin{aligned} h\, v_0 &= \sigma(273 + u_0)^4 - 4\sigma(273 + u_0)^3 u_0 = h\, v_0 \\ h &= 4\sigma(273 + u_0)^3 \end{aligned}\right. \tag{37}$$

gesetzt wurde.

Eine weitere Bedingung für die Integrabilität der erwähnten Differentialgleichungen ist

$$\rho(x) = \rho_0, \tag{38}$$

wo ρ_0 eine Konstante bedeutet. Diese Bedingung wird erfüllt, wenn wir uns auf die Untersuchung der Temperaturänderungen der untersten Atmosphärenschichten beschränken. In diesem Falle kann

$$a_2(x) = k\rho_0 \tag{39}$$

gesetzt werden, wo k den Absorptionskoeffizienten der untersten Atmosphärenschichten bedeutet.

Nun erhalten die Differentialgleichungen (18) bis (20) die Form

$$\frac{dY(x, t)}{dx} = k\rho_0\, Z(x, t), \tag{40}$$

$$\frac{dZ(x, t)}{dx} = c\rho_0 \frac{du(x, t)}{dt}, \tag{41}$$

$$\frac{du(x, t)}{dt} + 2\frac{kh}{c}[u(x, t) + v_0] = \frac{k}{c}\, Y(x, t). \tag{42}$$

Man hat demnach die Integrale der obigen Gleichungen zu finden, welche die Grenzbedingungen (23) und (24) befriedigen.

Durch Differentiation von (42) nach x und mit Benützung von (40) bekommt man

$$\frac{d^2u(x, t)}{dx\, dt} + 2\frac{kh}{c}\frac{du(x, t)}{dx} = \frac{k^2\rho_0}{c}\, Z(x, t). \tag{43}$$

Eine nochmalige Differentiation nach x ergibt mit Rücksicht auf (41)

$$\frac{d^3u(x, t)}{dx^2 dt} + \frac{2kh}{c}\frac{d^2u(x, t)}{dx^2} = k^2\rho_0^2 \frac{du(x, t)}{dt}. \tag{44}$$

Wird nun gesetzt

$$u(x, t) = C_1 e^{\alpha_1 t + \beta_1 x} + C_2 e^{\alpha_2 t + \beta_2 x} + C_3 x + C_4, \tag{45}$$

wo die Größen C, α und β konstant sind, so ist, wie leicht einzusehen, (45) ein Integral der Gleichung (44), wenn die Wertepaare α_1, β_1 beziehungsweise α_2, β_2 die Gleichung

$$\alpha\beta^2 + 2\frac{kh}{c}\beta^2 = k^2\rho_0^2\alpha \tag{46}$$

befriedigen.

Diesem Integrale entsprechen die folgenden Integrale der Gleichungen (41) und (40):

$$Z(x, t) = C_1 c\rho_0 \frac{\alpha_1}{\beta_1} e^{\alpha_1 t + \beta_1 x} + C_2 c\rho_0 \frac{\alpha_2}{\beta_2} e^{\alpha_2 t + \beta_2 x} + C_5, \tag{47}$$

$$Y(x, t) = C_1 k c\rho_0^2 \frac{\alpha_1}{\beta_1^2} e^{\alpha_1 t + \beta_1 x} + C_2 k c\rho_0^2 \frac{\alpha_2}{\beta_2^2} e^{\alpha_2 t + \beta_2 x} + C_5 k\rho_0 x + C_6, \tag{48}$$

worin, wie leicht abgeleitet werden kann,

$$C_5 = 2\frac{h}{k\rho_0} C_3, \quad C_6 = 2h(v_0 + C_4) \tag{49}$$

ist.

Es fragt sich nun, ob es möglich ist, den Größen α, β und C solche Werte zu erteilen, daß die Grenzbedingungen (23) und (24) befriedigt werden.

Die Größen $u(x, t)$, $Y(x, t)$ und $Z(x, t)$ sollen periodische Funktionen von t sein, und dies wird dann eintreten, wenn α_1 und α_2 imaginär sind.

Setzen wir also

$$\alpha_1 = + iN, \quad \alpha_2 = - iN, \tag{50}$$

so wird wegen (46)

$$\beta_1 = R + iP, \quad \beta_2 = R - iP, \tag{51}$$

worin

$$R = \pm \sqrt{\frac{k\rho_0}{\sqrt{2}} M + M^2}, \quad P = \pm \sqrt{\frac{k\rho_0}{\sqrt{2}} M - M^2} \tag{52}$$

$$\frac{k^2\rho_0^2}{2} \frac{c^2 N^2}{c^2N^2 + 4k^2h^2} = M^2 \tag{53}$$

ist.

Setzt man der Kürze halber

$$C_1 c\rho_0 \frac{\alpha_1}{\beta_1} = C_1', \quad C_2 c\rho_0 \frac{\alpha_2}{\beta_2} = C_2', \tag{54}$$

und wendet die Euler'schen Formeln

$$e^{\pm i(Nt + Px)} = \cos(Nt + Px) \pm i \sin(Nt + Px) \tag{55}$$

an, so bekommt man

$$Z(x, t) = \tag{56}$$

$$= e^{Rx}\left\{(C_1' + C_2')\cos(Nt + Px) + i(C_1' - C_2')\sin(Nt + Px)\right\} + \frac{2h}{k\rho_0} C_3.$$

Dieser Ausdruck wird die Gleichungen (23) und (34) befriedigen, wenn

$$C_1' + C_2' = -(1-A)a_1, \quad C_1' - C_2' = 0 \tag{57}$$

$$N = \frac{2\pi}{T} \tag{58}$$

$$\frac{2h}{k\rho_0} C_3 = -(1-A)a_0 \tag{59}$$

ist. Damit $Z(x, t)$ mit wachsendem x nicht unendlich werde, wird überdies notwendig sein, daß R negativ sei. Dann wird aber, wie leicht einzusehen, auch P negativ. Man hat deshalb in den Ausdrücken (52) vor dem Wurzelzeichen nur die negativen Vorzeichen zu verwenden. Auf diese Weise bekommt man

$$Z(x, t) = -(1-A)a_0 - (1-A)a_1 e^{Rx} \cos(Nt + Px), \tag{60}$$

$$u(x, t) = \tag{61}$$

$$-(1-A)\frac{a_1}{c\rho_0}\frac{2}{N} e^{Rx}\left\{P\cos(Nt + Px) + R\sin(Nt + Px)\right\} + C_3 x + C_4.$$

$$Y(x, t) = \tag{62}$$

$$-(1-A)a_1 kc \frac{2e^{Rx}}{R^2 + P^2}\left\{R\cos(Nt + Px) + P\sin(Nt + Px)\right\} +$$

$$+ C_5 k\rho_0 x + C_6.$$

Nachdem R negativ ist, so verschwinden in den obigen Ausdrücken die ersten Glieder der rechten Seite für $x = \infty$. Die Glieder

$$C_3 x = -(1-A)a_0 \frac{k\rho_0}{2h} x; \quad C_5 k\rho_0 x = -(1-A)a_0 k\rho_0 x$$

würden mit wachsendem x unendlich werden, wenn die Dichte der Atmosphäre bis in die Unendlichkeit konstant wäre. Wir haben jedoch die Änderung dieser Dichte nur für die untersten Schichten als vernachlässigbar angenommen, und da

$$\lim_{x=\infty} x\rho(x) = \rho_0 \lim_{x=\infty} x e^{-cx} = \frac{\rho_0}{c}$$

ist, so werden sich in den obigen Ausdrücken mit wachsendem x die Größen $\rho_0 x$ der Grenze $\frac{\rho_0}{c}$ nähern. Es ist deshalb

$$u(\infty, t) = C_4 - (1-A)\frac{a_0}{2h}\frac{k\rho_0}{c}, \tag{64}$$

$$Y(\infty, t) = C_6 - (1-A)\, a_0 \frac{k\rho_0}{c}; \tag{65}$$

und die Grenzbedingung (24) ergibt

$$C_6 = (1-A)\, a_0 + (1-A)\, a_0 \frac{k\rho_0}{c}. \tag{66}$$

Dadurch sind alle Konstanten C bestimmt.

Die Temperatur der untersten Atmosphärenschicht, welche eigentlich gesucht wird, ist demnach dargestellt durch

$$\begin{aligned} u(0, t) = (1-A)\frac{a_0}{2h} - v_0 + (1-A)\frac{a_0}{2h}\frac{k\rho_0}{c} + \\ + (1-A)\frac{a_0}{c\rho_0}\frac{T}{\pi}\left\{\sqrt{\frac{k\rho_0}{\sqrt{2}}M - M^2}\cos\frac{2\pi}{T}t + \right. \\ \left. + \sqrt{\frac{k\rho_0}{\sqrt{2}}M + M^2}\sin\frac{2\pi}{T}t\right\}. \end{aligned} \tag{67}$$

Die Temperatur der Planetoberfläche ist wegen

$$E(t) = \frac{1}{2}\Big[Y(0, t) - Z(0, t)\Big]$$

und (32) durch die Gleichung

$$\begin{aligned} E(t) = (1-A)\, a_0 + (1-A)\frac{a_0}{2}\frac{k\rho_0}{c} + \\ + (1-A)\frac{a_1}{2}\frac{\sqrt{2}\, c}{\rho_0}\left\{\left[\frac{\rho_0}{\sqrt{2}\, c} + \sqrt{\frac{k\rho_0}{\sqrt{2}}M + M^2}\right]\cos\frac{2\pi}{T}t + \right. \\ \left. + \sqrt{\frac{k\rho_0}{\sqrt{2}}M - M^2}\sin\frac{2\pi}{T}t\right\} \end{aligned} \tag{68}$$

gegeben.

Hinsichtlich der weiteren Einzelheiten und Folgerungen aus den obigen Gleichungen sei auf die Originalarbeit verwiesen.

Aus den vorstehenden theoretischen Ableitungen folgt, daß uns die Kenntnis der numerischen Werte der Größen A, p_m, p'_m, k, ρ_0 und c die Möglichkeit bieten würde, die wichtigsten Eigenschaften des Marsklimas rechnerisch zu bestimmen. Von jenen sechs Größen sind nur die einigermaßen genauen numerischen Werte der drei ersten Größen bekannt.

Den Wert von A können wir aus dem Lichtalbedo des Marses berechnen, welche Größe wir aus direkten Messungen kennen. Dieselbe beträgt 0·22 und setzt sich aus den Reflexionen an der Marsoberfläche und in der Marsatmosphäre zusammen. Die Lichtreflexion an der Marsoberfläche wird sich von derjenigen an der Erdoberfläche wenig unterscheiden; sie beträgt demnach[1] 0·13, so daß wir für die Lichtreflexion der Marsatmosphäre 0·09 erhalten. Das Reflexionsvermögen der Marsoberfläche für die gesamte Sonnenstrahlung wird demjenigen der Erde, d. h. gleich 0·08, gesetzt werden können[2]. Das Reflexionsvermögen der Marsatmosphäre für die gesamte Sonnenstrahlung dürfte (nach Arrhenius) etwa die Hälfte des Reflexionsvermögens für das Licht, also 0·04 betragen. Man bekommt demnach

$$A = 0{\cdot}08 + 0{\cdot}04 = 0{\cdot}12. \tag{69}$$

Für p_m wählen wir den Wert (22).

Der numerische Wert der Größe p'_m kann folgenderweise bestimmt werden.

Eine auffallende Erscheinung der Marsoberfläche sind die blendendweißen, höchstwahrscheinlich aus Schnee oder dickem Reif bestehenden Polarkappen. Auf der südlichen Hemisphäre, deren Sommer mit dem Periheldurchgang des Marses zusammenfällt, verschwindet die Polarkappe bisweilen ganz, voraus gefolgert werden kann, daß an dieser Hemisphäre zur Zeit des Sommersolstitiums die unterste Atmosphärenschicht etwas über 0° C erwärmt wird. Die Insolation des südlichen Marspoles zur Zeit des Sommersolstitiums beträgt aber

$$W_m = 0{\cdot}4312\ \frac{\text{Gramm} \times \text{Kalorien}}{\text{cm}^2 \times \text{Minute}} \tag{70}$$

[1] Arrhenius, Das Schicksal der Planeten, Leipzig, 1911. Seite 9.
[2] Abbot and Fowle, Annals of the astrophysical observatory of the Smithsonian Institution. Vol. II. Washington, 1908.

so daß man mit $\sigma = 0{\cdot}76 \times 10^{-10}$ (in denselben Einheiten), mit $u(0) = 0$ und mittels (30) den Wert

$$p'_m = 0{\cdot}30 \tag{71}$$

bekommt.

Mit den obigen Werten würde man mittels (33) eine Bodentemperatur von 32° C erhalten. Dieser große Temperatursprung ist nicht überraschend, weil man auch im Höhenklima der Erde, welches dem Marsklima sehr ähnlich sein dürfte, noch größere Unterschiede zwischen der Boden- und Lufttemperatur konstatieren könnte. Es ist jedoch mehr als wahrscheinlich, daß der tatsächliche Unterschied zwischen der Boden- und Lufttemperatur am Marspole geringer sein wird, als der oben berechnete Betrag, weil die vertikalen Luftströmungen die Lufttemperatur erhöhen und die Bodentemperatur erniedrigen werden. Aus diesem Grunde würde auch ein etwas höherer Transmissionskoeffizient das Verschwinden der südlichen Polarkappe erklären, und ein solcher würde auch mit den neuesten Untersuchungen über den Feuchtigkeitsgehalt der Marsatmosphäre in gutem Einklang stehen. Wir wollen trotzdem am Werte (71) keine Korrektur vornehmen, sondern wir begnügen uns damit zu konstatieren, daß weil p'_m und auch p_m tatsächlich kleiner sind als die von uns benützten Werte, die von uns errechneten Temperaturen der Marsoberfläche eher etwas zu groß sind und eine obere Grenze darstellen.

Mit Benützung der theoretischen Ergebnisse einer früher veröffentlichten Abhandlung[1] und mit einem Wert $I_0 = 1$ Grammkalorien pro Minute und cm² wurden die nachstehenden jährlichen Bestrahlungen in denselben Einheiten berechnet:

Geogr. Breite	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
Bestrahlung	0·1312	0·1295	0·1242	0·1155	0·1042	0·0906	0·0762	0·0654	0·0602	0·0587

[1] Milankovitch, *Über die Verteilung der Sonnenstrahlung auf der Erdoberfläche,* Berichte der k. serbischen Akademie, Bd. XC (1913).

Nachdem aber I_0 rund 2 Grammkalorien pro Minute und cm² beträgt, so bekommen wir die tatsächlichen Bestrahlungen der Marsbreiten, wenn wir die obigen Zahlen mit 2 multiplizieren. Dann bekommen wir mittels (33) die nachstehenden Bodentemperaturen der Breitenkreise der Marsoberfläche:

Geogr. Breite	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
Temperatur (Celsius)	—3°	—4°	—7°	—12°	—18°	—27°	—38°	—46°	—51°	—52°

Mit diesen Werten bekommt man für die ganze Marsoberfläche eine mittlere Temperatur von

$$-17^0\,\mathrm{C}.$$

Die Temperaturen der Marsmeere werden sich von den obigen mittleren jährlichen Temperaturen nicht viel unterscheiden, d. h. selbst in der tropischen Zone wird diese Temperatur unter dem Gefrierpunkt liegen. Daß diese Meere trotzdem nicht eingefroren sind, ist nach Arrhenius mit dem Umstand zu erklären, daß sie sehr salzig sind; eine konzentrierte Kochsalzlösung friert aber erst bei —22° C ein.