

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ

*Литература за уџбенику
инж. Данило Рашковић*

Др инж. ДАНИЛО РАШКОВИЋ

ТАБЛИЦЕ
ИЗ
ОТПОРНОСТИ МАТЕРИЈАЛА

ЈЕДНАЕСТО ИЗДАЊЕ

„ГРАЂЕВИНСКА КЊИГА“
БЕОГРАД 1979.

Решењем Ректора Универзитета у Београду бр. 1229/1 од 6.IV.1961. год.
а на основу закључка Комисије за универзитетске уџбенике од 3 априла
1961. год. штампано као стални уџбеник за студенте Машиинског факултета.

За издавача: МИЛАН ВИШЊИЋ, главни уредник
Д. ЛАЗИН, уредник – Ј. РИСТИЋ-ПРШЕНДИЋ, технички уредник
Тираж: 5.000 примерака

Штампа: Штампарија „Бакар“ Бор

ПРЕДГОВОР

Да би студенти при решавању задатака из *отпорности материјала* могли лакше користити разне нумеричке и практичне податке ове су Таблице издвојене из уџбеника *Збирка задатака из отпорности материјала*. Оне су усклађене са мојим уџбеницима *Отпорност материјала* и *Збирка задатака из отпорности материјала*, па су спроведена иста обележавања као и у уџбеницима.

Таблице су првенствено намењене студентима машинских факултета, али их могу користити и студенти других факултета, висших и виших школа па и техничких школа.

По жељи студената допуњене су Таблице еластичних линија и разни математички обрасци у циљу олакшања нумеричког решења сложених проблема из отпорности материјала и теорије осцилација. С обзиром на велику примену логаритмара додат је одељак о раду са логаритмаром.

Проф. др инж. М. Трбојевић брижљиво је прочитао рукопис и учинио ми корисне примедбе на чему му се најсрданије захваљујем.

Захваљујући „Грађевинској књизи“ у петом издању додата је проширена Таблица XIII. У шестом издању (из 1965. године) додата је Таблица XVIII „Подаци о стандардима према Југословенским стандардима ЈУС“, а у овом — осмом — издању и Таблице *хиперболичких функција за вредности од $x=0$ до $x=2\pi$* . Сем тога отклоњени су уочени штампарски недостаци.

Ради смањења трошкова штампања уџбеника нису се могле изменити мерне јединице појединих величина у духу Закона о мерним јединицама (Службени лист СФРЈ бр. 45/61), па при читању треба користити ознаке и јединице дате у табlici на наредној страни.

5. марта 1961. године
7. фебруара 1971. године
Београд

Д. Р.

МЕРНЕ ЈЕДИНИЦЕ ПРЕМА ЗАКОНУ О МЕРНИМ ЈЕДИНИЦАМА
(службени лист СФРЈ бр. 45/61)

Р. бр.	Мерна величина	Ознака	М е р н е ј е д и н и ц е
1.	Дужина	L	метар, $1 \text{ m} = 10 \text{ dm} = 100 \text{ cm} = 1000 \text{ mm}$; микрон (μ) = микрометар ($\mu \text{ m}$); милимикрон ($\text{m } \mu$) = нанометар (nm).
2.	Површина	A	1 m^2 ; ар, $1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2$; хектао, $1 \text{ ha} = 10^4 \text{ m}^2$; $1 \text{ km}^2 = 10^6 \text{ m}^2$; $1 \text{ dm}^2 = 10^{-2} \text{ m}^2$; $1 \text{ cm}^2 = 10^{-4} \text{ m}^2$; $1 \text{ mm}^2 = 10^{-6} \text{ m}^2$.
3.	Запремина	V	1 m^3 ; $\text{km}^3 = 10^9 \text{ m}^3$; $1 \text{ dam}^3 = 10^3 \text{ m}^3$; $1 \text{ dm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3$; $1 \text{ cm}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3$; литар, $1 \text{ l} = 1,000 \text{ 028 dm}^3 \approx 1 \text{ dm}^3$; бродска тона, $1 \text{ bt} = 2,832 \text{ m}^3$.
4.	Угао	rad \angle	степен, $1^\circ = \frac{1}{90} \angle$; минута, $1' = \frac{1^\circ}{60}$; секунда, $1'' = \frac{1'}{60}$; градус, $1^g = \frac{1}{100} \angle$; радијан; $= 1 \text{ rad} = \frac{180}{\pi} \angle = \frac{200}{\pi} \text{ gradusa}$.
5.	Време	T	секунда (s); минута (1 min = 60 s); сат или час (1 h = 60 min); дан (1 d = 24 h).
6.	Брзина	v	m/s; m min; km/h; чвор (knot) = 1 nmile/h = 1,852 km/h.
7.	Убрзање	a	m/s^2
8.	Маса	M, m	килограм (kg); тона, $1 \text{ t} = 10^3 \text{ kg}$; квинтал или метаоска centa, $1 \text{ q} = 100 \text{ kg}$; грам, $1 \text{ g} = 0,001 \text{ kg}$.
9.	Специфична маса — густина	$\rho = M/V$	kg/m^3 ; $1 \text{ g/cm}^3 = 10^3 \text{ kg/m}^3 = 1,000 \text{ 028 g/mm}^3$.
10.	Сила, тежина	$F; G$	њуџн (newton), $1 \text{ N} = 1 \text{ kgm/s}^2$; килопонд, $1 \text{ kp} = 9,806 \text{ 65 N}$; мегапонд, $\text{Mp} = 10^3 \text{ kp}$; понд, $1 \text{ p} = 0,001 \text{ kp}$; милипонд, $1 \text{ mp} = 10^{-6} \text{ kp}$.
11.	Специфич. теж.	$\gamma_m = G/V$	N/m^3 ; $1 \text{ kp/dm}^3 = 1 \text{ p/cm}^3 = 9 \text{ 806, 65 N/m}^3$.
12.	Напон, притисак	σ, τ, p	N/m^2 ; бар (bar); $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ N/m}^2$; kp/m^2 ; техничка атмосфера (at); нормална (физичка) атмосфера (1 atm); милиметар стубца живе (mm Hg) $1 \text{ atm} = 1,033 \text{ 227 at} = 1,013 \text{ 250 bar} = 101 \text{ 325,0 N/m}^2 = 760 \text{ mm Hg}$.
13.	Рад, енергија	A, E_k	џул (joule), $1 \text{ J} = 1 \text{ Nm}$; $1 \text{ kpm} = 9,806 \text{ 65 J}$; ватчас, $1 \text{ Wh} = 3 \text{ 600 J}$.
14.	Снага	P	ват (watt), $1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$; коњска снага, $1 \text{ KS} = 75 \text{ kpm/s} < 735,5 \text{ W}$.

Образовање множина и делова мерних јединица врши се додавањем пред-метка испред јединице:

тера (T) 10^{12} ;	кило (k) 10^3	деци (d) 10^{-1} ;	микро (μ) 10^{-6}
гига (G) 10^9 ;	хекто (h) 10^2 ;	центи (c) 10^{-2} ;	нано (n) 10^{-9}
мега (M) 10^6 ;	дека (da) 10;	мили (m) 10^{-3} ;	пико (p) 10^{-12} .

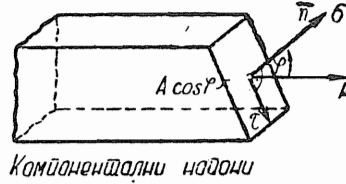
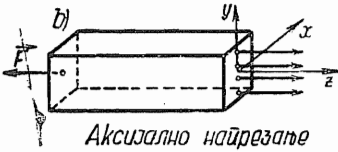
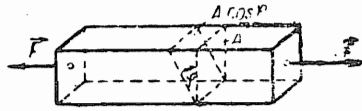
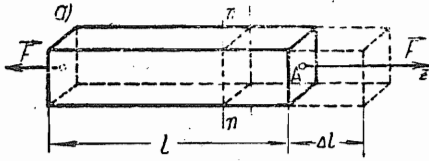
I. ТАБЛИЦА

а) ОБРАСЦИ

Р. бр.	Значење обрасца	Образац
1. Линеарно стање напрезања		
1	Напон за произвољну раван (са нормалом n)	$\vec{p}_n = \sigma_n \vec{n} + \tau_{nT} \vec{T} + \tau_{nN} \vec{N}$
2	Дилатација	$\epsilon_z = \frac{\Delta l}{l} = \frac{F}{EA} = \frac{F}{\mathcal{Q}} = \frac{\sigma_z}{E}$
3	Истезна крутост	$\mathcal{Q} = EA \quad \dim \mathcal{Q} = \dim F; \text{ [kg]}$
4	Попречна дилатација	$\epsilon_p = -\mu \epsilon_z$
5	Poisson'ов коефицијент	$\mu \approx 1/3$
6	Коефицијент еластичности	$m = 1/\mu; \quad \alpha = 1/E$
7	Контракција пресека	$\Psi^0/\% = \frac{A_0 - A'_0}{A_0} \cdot 100\%$
8	Издужење	$\Delta l = Fl/EA = Fl/\mathcal{Q}$
9	Нооке'ов закон	$\sigma = E \epsilon$
10	Напон за управни пресек	$\sigma_n = \sigma_z = F/A$
11	Степен сигурности*	$\nu = \sigma_M/\sigma_d$
12	Прираштај запремине штапа	$\Delta V = V' - V \approx (1 - 2\mu) \epsilon V$
13	Тврдоћа по Brinell'у	$H_B = 2 F/\pi D (D - \sqrt{D^2 - d^2})$ ($F = 3 \text{ t}; D = 10 \text{ mm}; d$ пречник основе сферног отсечка)

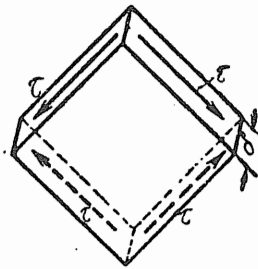
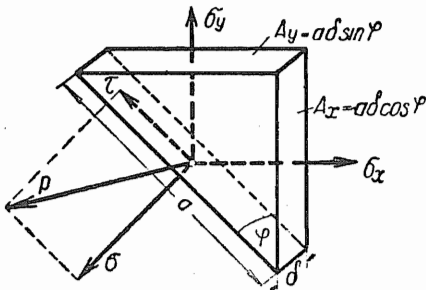
* $\nu = 4$ за мирно оптерећење (I).

14	<p>Напони за коси пресек</p> <p> тотални</p> <p> нормални</p> <p> тангенцијални</p> <p> екстремни</p> <p>једначина Mohr'овог круга</p>	$p_n = F/A' = (F/A) \cos \varphi = \sigma_z \cos \varphi$ $\sigma_n = 1/2 \sigma_z (1 + \cos 2 \varphi)$ $\tau_n = 1/2 \sigma_z \sin 2 \varphi$ $\sigma_{nmax} = \sigma_z \text{ за } \varphi = 0^\circ;$ $\tau_{nmax} = 1/2 \sigma_z \text{ за } \varphi = \pm 45^\circ$ $(\sigma_n - 1/2 \sigma_z)^2 + \tau_n^2 = (1/2 \sigma_z)^2$
15	<p>Издужење под утицајем сопствене тежине</p> <p>призматични штап</p> <p> напон</p> <p> издужење</p> <p>кружно конични штап</p> <p> напон</p> <p> издужење</p>	$G = \gamma_m A l$ $\sigma_z = \gamma_m (l - z); \quad \sigma_{zmax} = \gamma_m l \text{ за } z = 0;$ $\Delta dz = \epsilon dz = (\sigma_z/E) dz; \quad \Delta l = Gl/2EA = Gl/2\mathcal{A}$ $\sigma_z = 1/3 \gamma_m (l - z); \quad \sigma_{zmax} = 1/3 \gamma_m l$ $\Delta l = \gamma_m l^2/6E = Gl/2EA_0; \quad A_0 = A \text{ за } z = 0.$
16	<p>Утицај центрифугалне силе на напоне</p> <p>густина материјала</p> <p>нормални напон</p> <p>угаона брзина обртања</p> <p>број обртаја у мину</p>	$\rho = \gamma_m/g \quad [\text{kgm}^{-4} \text{sec}^2]$ $\sigma_c = 1/2 \rho \omega^2 (l^2 - z^2); \quad \sigma_{cmax} = 1/3 \rho \omega^2 l^2$ $\omega = 1/30 \pi n \quad [\text{sec}^{-1}]$ $n = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{2 \sigma_{cmax}}{\rho l^2}} \quad [\text{o/min}]$
17	<p>Утицај температурске промене на напоне</p> <p>дилатација</p> <p>напон (контактни)</p> <p>термички коефицијент ширења</p>	$\epsilon = \alpha (t_2^\circ - t_1^\circ) = \alpha \cdot \Delta t^\circ; \quad [t^\circ] = [^\circ\text{C}]$ $\sigma = E \epsilon = E \alpha \cdot \Delta t^\circ$ <p>α (таблица II)</p>



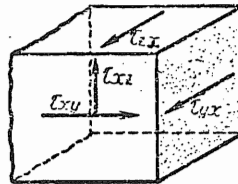
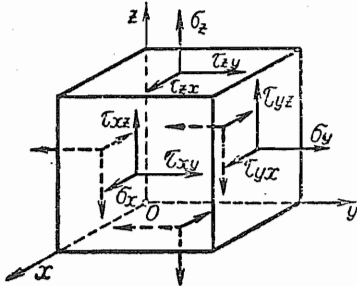
Аксилално напрезање

Компонентални надици

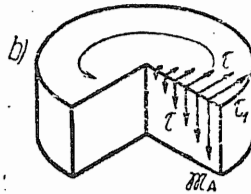
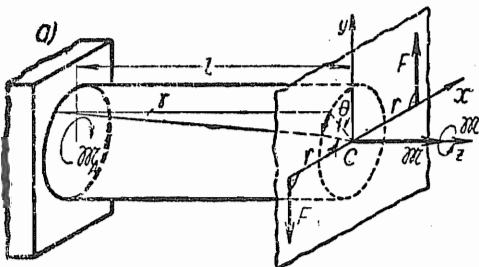


Напрезање у два правца

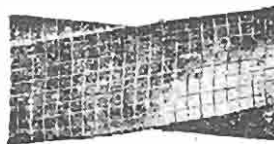
Чисто смицање



Напрезање у три правца



Увртање (Торзија)



2. Напрезања у два правца (Равно стање напрезања)

18	Компонентне дилатације	$\varepsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \mu \sigma_y); \varepsilon_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \mu \sigma_x)$
19	Нормални напони	$\sigma_x = \frac{E}{1 - \mu^2} (\varepsilon_x + \mu \varepsilon_y),$ $\sigma_y = \frac{E}{1 - \mu^2} (\varepsilon_y + \mu \varepsilon_x).$
20	Компонентни напони нормални тангенцијални Главни напони	$\sigma_n = \frac{1}{2} (\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2} (\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\varphi$ $\tau_n = \frac{1}{2} (\sigma_x - \sigma_y) \sin 2\varphi$ $\sigma_{nmax} = \sigma_x = \sigma_1 \quad \text{за } \varphi_m = 0^\circ$ $\sigma_{nmin} = \sigma_y = \sigma_2 \quad \text{за } \varphi_m = \frac{1}{2} \pi$ $\tau_{nmax} = \pm \frac{1}{2} (\sigma_x - \sigma_y) \quad \text{за } \varphi_m = \pm \frac{1}{4} \pi$
	Једначина Mohr'овог круга	$[\sigma_n - \frac{1}{2} (\sigma_x + \sigma_y)]^2 + \tau_n^2 = [\frac{1}{2} (\sigma_x - \sigma_y)]^2$
	Елипса напона	$\frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2} = 1$
21	Напрезање танких судова основна једначина сферни суд цилиндрички суд конични суд	$(\sigma_m/R_m) + (\sigma_c/R_c) = (p/\delta)$ $\sigma = pR/2\delta; \quad \sigma_m = \sigma_c = \sigma$ $\sigma_c = pR/\delta, \quad \sigma_m = \sigma_z = pR/2\delta$ $p = (H-z) \gamma_0; \quad \sigma_{cmax} = (\gamma_0 H^2 \operatorname{tg} \alpha) / 4 \delta \cos \alpha$ $\sigma_{mmax} = (3 \gamma_0 H^2 \operatorname{tg} \alpha) / 16 \delta \cos \alpha$

3. Смицање

22	Дилатације	$\varepsilon_x = -\varepsilon_y = \frac{1 + \mu}{E} \sigma_x, \quad \sigma_x = -\sigma_y = \sigma$
23	Нормални напони	$\sigma_x = \sigma = \frac{E}{1 + \mu} \varepsilon_x, \quad \sigma_y = -\sigma = -\frac{E}{1 + \mu} \varepsilon_y$

24	Компонентни напони у косом пресеку	
	нормални	$\sigma_n = \sigma \cos 2\varphi$
	тангенцијални	$\tau_n = \sigma \sin 2\varphi$
	екстремџи	$\sigma_{nmax} = \sigma$ за $\varphi = 0^\circ$; $\sigma_{nmin} = -\sigma$ за $\varphi = 90^\circ$ $\tau_{nmax} = \pm \sigma$ за $\varphi = \pm 45^\circ$
25	Клизање	$\gamma = 2\varepsilon_s = 2 \frac{1+\mu}{E} \tau = \frac{\tau}{G} = \frac{F}{GA} = \frac{F}{C}$
26	Смицајна крутост	$C = GA$
27	Модул клизања (сми- цајни модул)	$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \approx \frac{E}{2,6}$
28	Димензионисање	$\tau = F/A \leq \tau_{ds}$
29	Закивци	
	димензионисање	$\tau = F/NkA \leq \tau_{ds} \approx 4/5 \sigma_{de}$
	аксијална сила	$F = 1,57 r \delta \sigma_c = 2,5 Nd \delta \sigma_{de}$
	моћ ношења	$F_M = F = 0,785 d \delta \sigma_c$
	активна повр- шина лима	$A_e = (b-d) \delta$
	дозвољени на- пон	$\sigma_{de} = F/(b-d) \delta$
	специфични от- пор трења	$\sigma_{\mu} = F/A \leq \sigma_{d\mu}$

4. Напрезање у три правца (просторно стање напрезања)

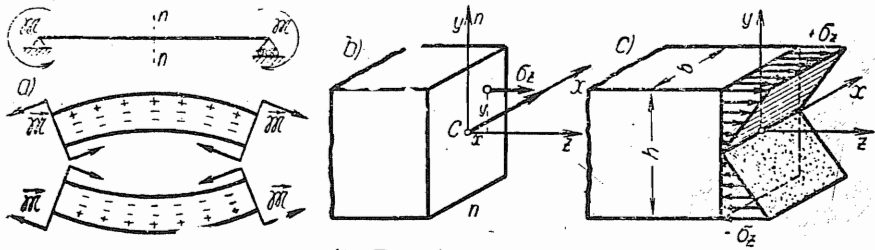
30	Затезање у три правца	
	дилатације	$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \mu (\sigma_y + \sigma_z)],$
		$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \mu (\sigma_z + \sigma_x)],$
		$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu (\sigma_x + \sigma_y)],$

	нормални напони	$\sigma_x = \frac{E}{\Delta} [(1-\mu) \varepsilon_x + \mu (\varepsilon_y + \varepsilon_z)],$ $\sigma_y = \frac{E}{\Delta} [(1-\mu) \varepsilon_y + \mu (\varepsilon_x + \varepsilon_z)],$ $\sigma_z = \frac{E}{\Delta} [(1-\mu) \varepsilon_z + \mu (\varepsilon_x + \varepsilon_y)]$ $\Delta = (1+\mu) (1-2\mu) = E\mu/\lambda$
31	Кубна дилатација	$\varepsilon_V = \Delta V/V = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \frac{1-2\mu}{E} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$
32	Хидростатички притисак	$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = -p$
33	Модул компресије	$K = -p/\varepsilon_V = \frac{E}{3(1-2\mu)} = \frac{2(1+\mu)}{3(1-2\mu)} G$
34	Инваријанте напона дилатација	$S_1^{(\sigma)} = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$ $S_1^{(\varepsilon)} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \varepsilon_V$
35	Lamé'ове константе	$G = \frac{E}{2(1+\mu)}; \quad \lambda = \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)} = \frac{2G\mu}{1-2\mu}$
36	Нооке'ов закон	$\sigma_x = \lambda S_1^{(\varepsilon)} + 2G \varepsilon_x, \quad \tau_x = G \gamma_x,$ $\gamma_x = \gamma_{yz}, \quad \tau_x = \tau_{yz};$ $\sigma_y = \lambda S_1^{(\varepsilon)} + 2G \varepsilon_y, \quad \tau_y = G \gamma_y,$ $\gamma_y = \gamma_{xz}, \quad \tau_y = \tau_{zx};$ $\sigma_z = \lambda S_1^{(\varepsilon)} + 2G \varepsilon_z, \quad \tau_z = G \gamma_z,$ $\gamma_z = \gamma_{xy}, \quad \tau_z = \tau_{xy};$
37	Напон за произвољну равну (са нормалом \vec{n})	$\vec{p}_n = p_x \vec{i} + p_y \vec{j} + p_z \vec{k} = p_{nx} \vec{i} + p_{ny} \vec{j} + p_{nz} \vec{k}$ $\vec{n} = \alpha \vec{i} + \beta \vec{j} + \gamma \vec{k}; \quad \alpha = \cos \alpha; \quad \beta = \cos \beta;$ $\gamma = \cos \gamma; \quad \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1$
38	Напони за координатне равни	$\vec{p}_x = \sigma_x \vec{i} + \tau_{xy} \vec{j} + \tau_{xz} \vec{k}$ $\vec{p}_y = \tau_{yx} \vec{i} + \sigma_y \vec{j} + \tau_{yz} \vec{k}$ $\vec{p}_z = \tau_{zx} \vec{i} + \tau_{zy} \vec{j} + \sigma_z \vec{k}$

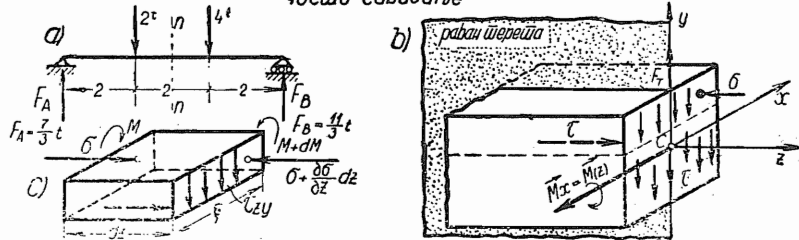
39	Cauchy-jeve једначине	$p_{nx} = (\vec{p}_n \vec{i}) = \alpha \sigma_x + \beta \tau_z + \gamma \tau_y$ $p_{ny} = (\vec{p}_n \vec{j}) = \alpha \tau_z + \beta \sigma_y + \gamma \tau_x$ $p_{nz} = (\vec{p}_n \vec{k}) = \alpha \tau_y + \beta \tau_x + \gamma \sigma_z$
40	Конјуговани напони	$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \tau_z$ $\tau_{yz} = \tau_{zy} = \tau_x$ $\tau_{zx} = \tau_{xz} = \tau_y$
41	Компонентни напони за произвољну ра- ван нормални тангенцијални	$\sigma_n = \sigma_x \alpha^2 + \sigma_y \beta^2 + \sigma_z \gamma^2 +$ $+ 2(\tau_x \beta \gamma + \tau_y \gamma \alpha + \tau_z \alpha \beta)$ $\tau_n = \sqrt{p_n^2 - \sigma_n^2}$
42	Lamé'ов елипсоид напона	$\sigma_x x^2 + \sigma_y y^2 + \sigma_z z^2 +$ $+ 2(\tau_{xy} xy + \tau_{yz} yz + \tau_{zx} zx) = 1$
43	Главни напони	$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3; \quad \tau_{12} = \tau_{23} = \tau_{31} = 0$
44	Главни елипсоид напона	$\frac{\xi^2}{\sigma_1^2} + \frac{\eta^2}{\sigma_2^2} + \frac{\zeta^2}{\sigma_3^2} = 1$
45	Секуларна једначина	$\begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma & \tau_z & \tau_y \\ \tau_z & \sigma_y - \sigma & \tau_x \\ \tau_y & \tau_x & \sigma_z - \sigma \end{vmatrix} = \sigma^3 - S_1 \sigma^2 + S_2 \sigma - S_3 = 0$
46	Скалари детерминан- те система инваријантне напона.	$S_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$ $S_2 = \begin{vmatrix} \sigma_y \tau_x \\ \tau_x \sigma_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_x \tau_y \\ \tau_y \sigma_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_x \tau_z \\ \tau_z \sigma_y \end{vmatrix} =$ $= \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_1 \sigma_3 + \sigma_2 \sigma_3,$ $S_3 = \begin{vmatrix} \sigma_x \tau_z \tau_y \\ \tau_z \sigma_y \tau_x \\ \tau_y \tau_x \sigma_z \end{vmatrix} = \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3.$
47	Главни правци	$\frac{\alpha^{(s)}}{K_{31}^{(s)}} = \frac{\beta^{(s)}}{K_{32}^{(s)}} = \frac{\gamma^{(s)}}{K_{33}^{(s)}}; \quad \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1$ $s = 1, 2, 3$
48	Кофактори секулар- не детерминанте	$K_{31}^{(s)} = \begin{vmatrix} \tau_z & \tau_y \\ \sigma_y - \sigma_s & \tau_x \end{vmatrix}; \quad K_{32}^{(s)} = - \begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma_s & \tau_y \\ \tau_z & \tau_x \end{vmatrix};$ $K_{33}^{(s)} = \begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma_s & \tau_z \\ \tau_y & \sigma_y - \sigma_s \end{vmatrix}$

49	Највећи тангенцијални напони	$\tau_I = \pm 1/2 (\sigma_2 - \sigma_3)$ $\tau_{II} = \pm 1/2 (\sigma_3 - \sigma_1)$ $\tau_{III} = \pm 1/2 (\sigma_1 - \sigma_2)$
5. Увијање		
50	Односи напона и деформација	$\frac{\tau}{\tau_{max}} = \frac{\gamma}{\gamma_1} = \frac{r}{R}$
51	Највећи тангенцијални напон	$\tau_{max} = \mathfrak{M}_t / I_0$
	за кружни пресек	$\tau_{max} = 2 \mathfrak{M}_t / R^3 \pi \approx 5 \mathfrak{M}_t / D^3$
	за кружно-прстенести пресек	$\tau_{max} = 2 \mathfrak{M}_t / R^3 \pi (1 - \psi^4); \quad \psi = r/R$
52	Угао увијања	
	у радијанима	$\theta = \gamma_1 l / R = l \tau_{max} / R G = \mathfrak{M}_t l / G I_0 = \mathfrak{M}_t l / \mathfrak{E}$
	у степенима	$\theta^\circ = \theta \cdot (180^\circ / \pi) \approx 57,3 \theta$
53	Торзиска крутост	$\mathfrak{E} = G I_0; \quad I_0 = 1/2 R^4 \pi; \quad I_0 = 1/2 R^4 \pi (1 - \psi^4)$
54	Снага	$P = \frac{\pi n}{30 \cdot 75} \mathfrak{M}_t \quad (\text{KS})$
55	Момент увијања	$\mathfrak{M}_t = 71620 \frac{P_{(\text{KS})}}{n} \quad (\text{kgcm})$ $\mathfrak{M}_t = 97310 \frac{P_{(\text{kW})}}{n} \quad (\text{kgcm})$
		(видети таблицу IV)
56	Торзиске опруге	
	Кружна завојна опруга	$\tau_{max} = \frac{F}{A} + \frac{\mathfrak{M}_t r}{I_0} \approx \frac{\mathfrak{M}_t r}{I_0}$
	Максимални напон	$\tau_{max} = \frac{16 FR}{d^3 \pi}$
	издужење (угиб)	$f = \frac{64 NFR^3}{G d^4} = CF$
	крутост опруге	$c = F/f = G d^4 / 64 R^3 N$

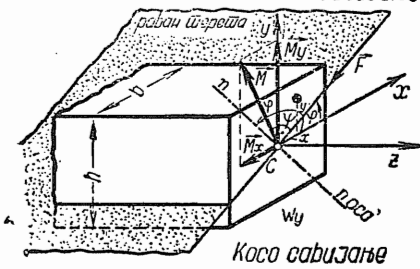
	број активних завојака	$N = \frac{G d^4}{64 c R^3} = \frac{G d^4 f}{64 F R^3} = \frac{G d f}{4 R^2 \pi \tau_{dl}}$
	Конична завојна опруга	$k = (R_2 - R_1) / 2 N \pi$
	издужење (угиб)	$f = \frac{F N \pi}{2 G I_0} (R_1^2 + R_2^2) (R_1 + R_2)$
	крутост опруге	$c = \frac{G d^4}{16 N (R_1^2 + R_2^2) (R_1 + R_2)}$
	број активних завојака	$N = \frac{G d^4 f}{16 F (R_1^2 + R_2^2) (R_1 + R_2)}$
6. Савијање		
57	Кривина	$\frac{1}{\rho} = \frac{M_{(z)}}{E I_x} \approx y''; \quad M_{(z)} = M_f - f(z)$
58	Нормални напон	$\sigma_z = \frac{M_{(z)}}{I_x} y = \sigma_f$
59	Највећи нормални напон (ивични)	$(\sigma_z)_{max} = \frac{(M_{(z)})_{max}}{W_x} = (\sigma_f)_{max} \leq \sigma_{df}$
60	Отпорни момент попечног пресека	$W_x = \frac{I_x}{y_{max}}$
61	Идеални отпорни момент	$W_i = 1/2 \cdot h \cdot A_p \quad (A_p \text{ површина појаса})$
62	Степен искоришће- ња профила	$\eta = \frac{W_x}{W_i} = \frac{W_x}{1/2 A h}$
	профили	за: круг 25%, правоугаоник 33%, танку дев 50%, танки квадратни оквир 67%. I од 61 до 65% C од 59 до 61% J од 57 до 60%
63	Лимани носач симетрични	$\eta \approx 63\%$ $W_x \approx 1/2 \eta A h \approx 0,315 A h,$ $I_x \approx 1/12 h^3 [A_r + 6(1-2u) A_p], \quad u = \delta/h$ $W_x \approx 1/6 h [A_r + 6(1-2u) A_p],$



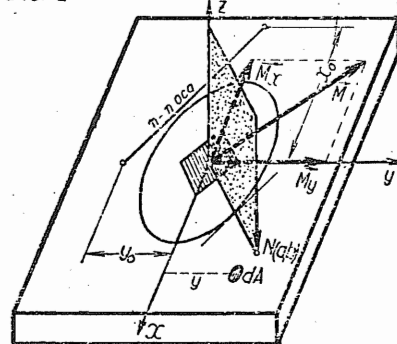
Число савијање



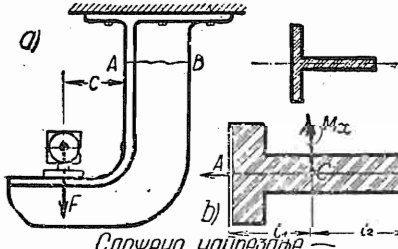
Савијање силама



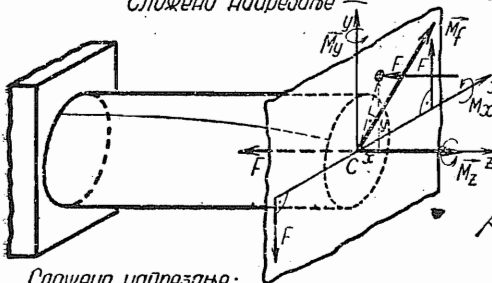
Косо савијање



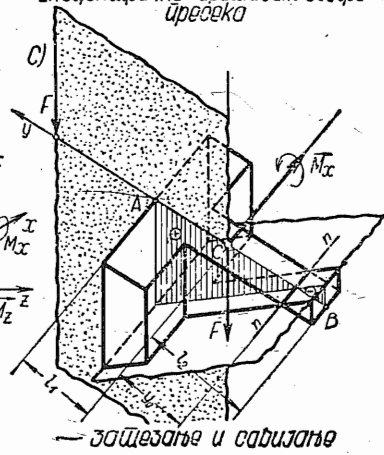
Ексцентрични прилицик. Језро пресека



Сложено напрезање



Сложено напрезање: ексцентрични прилицик и увијање



— увијање и савијање

	несиметрични	$I_x = 1/4 Ah^2 (\eta + a), \quad a = A_1/A$ $I_{\xi} = \frac{Ah^2}{4} \frac{a + \eta(1+a)}{1+a}$ $W_{\xi} = \frac{Ah}{2} \frac{a + \eta(1+a)}{1+2a}$
64	Редукована површина пресека	$A_{red} = I_x / (S_x^2 / \xi)_{max}$ <p>квадрат $\frac{2}{3} A$; правоугаоник $\frac{2}{3} A$; круг $\frac{3}{4} A$; лимани носач $A_{red} = k_0 A_r$; $k_0 = 2(1+6a)/3(1+4a) = 0,8 \div 0,9 < 1$ $a = A_p/A_r$ (однос површине појаса према површини ребра)</p>
65	Напони у косом пресеку нормални тангенцијални	$\sigma_n = 1/2 \sigma_z (1 + \cos 2\varphi) - \tau \sin 2\varphi$ $\tau_n = 1/2 \sigma_z \sin 2\varphi + \tau \cos 2\varphi$
66	Главни напони и правци	$\operatorname{tg} 2\alpha = -2\tau/\sigma_z$ $\sigma_{1,2} = 1/2 \sigma_z \pm 1/2 \sqrt{\sigma_z^2 + 4\tau^2}; \quad \tau_{1,2} = 0$
67	Највећи тангенцијални напони и њихови правци	$\operatorname{tg} 2\beta = \sigma_z/2\tau = -1/\operatorname{tg} 2\alpha$ $\tau_{I, II} = \pm 1/2 (\sigma_1 - \sigma_2)$
68	Мохров круг напона	$(\sigma_n - 1/2 \sigma_z)^2 + \tau_n^2 = 1/4 (\sigma_z^2 + 4\tau^2)$
69	Идеални облик греда	$\sigma_{jmax} = \frac{M_{fmax}}{W_x} = \frac{M(z)}{W(z)}$ $W(z) = \frac{W_x}{M_{jmax}} M(z) = f(z).$
7. Косо савијање		
70	Компонентни моменти	$\mathfrak{M}_x = \pm \mathfrak{M} \sin \varphi = M^{(y)};$ $\mathfrak{M}_y = \pm \mathfrak{M} \cos \varphi = M^{(x)}; \quad \varphi = \angle(x, s)$
71	Нормални напон	$\sigma_z = \frac{\mathfrak{M}_x}{I_x} y + \frac{\mathfrak{M}_y}{I_y} x = \mathfrak{M} \left(\frac{\cos \varphi}{I_y} x + \frac{\sin \varphi}{I_x} y \right)$

72	Једначина неутралне осе	$\sigma_z = 0; y = - \left(\frac{I_x}{I_y} \operatorname{ctg} \varphi \right) x = (\operatorname{tg} \psi) x;$
73	Највећи нормални напон	$\operatorname{tg} \psi = - \frac{i_x^2}{i_y^2} \operatorname{ctg} \varphi$ $\sigma_{z \max} = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y}$
8. Ексцентрични притисак		
74	Нападна тачка аксијалне притисне силе	$F; N_0(x_0; y_0)$
75	Нормални напон у тачки $N(x; y)$	$\sigma_z = - \frac{F}{A} - \frac{M_x}{I_x} y - \frac{M_y}{I_y} x =$ $= - \frac{F}{A} \left[1 + \frac{y_0}{i_x^2} y + \frac{x_0}{i_y^2} x \right]$
76	Једначина неутралне осе	$\frac{x_0}{i_y^2} x + \frac{y_0}{i_x^2} y + 1 = 0$
77	Отсечци неутралне осе на главним централним осама инерције	$a_0 = - \frac{i_y^2}{x_0}; \quad b_0 = - \frac{i_x^2}{y_0}$
78	Координате тачака контуре језгра	$x_j = - \frac{i_y^2}{a_0}, \quad y_j = - \frac{i_x^2}{b_0}$
79	Ивични напони код косог савијања код ексцентричног притиска	$\sigma_{\max} = - M/Ak, \quad k \text{ крак језгра}$ $\sigma_{\max} = - F(k + r_0)/Ak$
Облици језгра — таблица V		
9. Еластичне линије		
80	Диференцијална једначина проста греда конзола савојна крутост	$K_f = \frac{y''}{(1 + y'^2)^{3/2}} \approx y'' = \frac{M_f}{EI_x} = f(z)$ $y'' = -M/\mathfrak{B}; \quad M = M_{(z)}^l \quad + \curvearrowright (l)$ $y'' = -M/\mathfrak{B}; \quad M = M_{(z)}^d \quad + \curvearrowleft (d)$ $\mathfrak{B} = EI_x$
81	Инфлуентне функције за просту греду Гринове инфлуентне функције	$\varphi(z, a) + \chi(z, a);$ $\varphi = \frac{1}{6} \frac{Fz}{l} \frac{b}{l} \left[1 - \left(\frac{b}{l} \right)^2 - \left(\frac{z}{l} \right)^2 \right]$ $\varphi'(z, a) + \chi'(z, a);$

	за конзолу *	$\Psi(z, a) + \chi(z, a); \quad \chi = \frac{1}{6} \left(\frac{z-a}{l} \right)^3$ $\Psi'(z, a) + \chi'(z, a); \quad \Psi = \frac{1}{6} \left(\frac{z}{l} \right)^2 \left[3 \frac{a}{l} - \frac{z}{l} \right]$
82	Графоаналитичка метода фиктивно оптерећење нагиб угиб	$\mathfrak{F}_a = \int_0^l M dz; \quad \pm \mathfrak{B}y^{II} = M$ $\varphi = \mathfrak{F}_T / \mathfrak{B}; \quad \pm \mathfrak{B}y^{III} = dM/dz = F_T$ $f = \mathfrak{M} \mathfrak{F} / \mathfrak{B}; \quad \pm \mathfrak{B}y^{IV} = -q.$
83	Графичка метода коефицијент размере угиб	$u_f = 100 \frac{\bar{H}_1 \bar{H}_2}{\mathfrak{B}} u_L^3 u_F u_A \left(\frac{\text{cm}}{\text{cm}} \right);$ $u_L = \left[\frac{\text{m}}{\text{cm}} \right]; \quad u_F = \left[\frac{\text{t}}{\text{cm}} \right];$ $u_A = \left[\frac{\text{cm}^2}{\text{cm}} \right]; \quad \bar{H}_i = [\text{cm}]; \quad \mathfrak{B} = [\text{tm}^2]$ $f = u_f \bar{y}_e (\text{cm}); \quad \bar{y}_e = [\text{cm}]$
84	Угиб при косом савијању	$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$
85	Редукција дијаграма нападног момента	$y_1'' = M_1 / \mathfrak{B}_1; \quad y_2'' = M_2 / \mathfrak{B}_2$ $y_1'' = y_2'' = y'' = M^* / \mathfrak{B}_1; \quad M^* = M I_1 / I_2 = kM$ $y'' = M^* / \mathfrak{B}_1.$

Еластичне линије — таблица VI

10. Извијање

таблица IX

86	Ојлерова критична сила	$y'' = -Fy/EI_x = -k^2 y, \quad k^2 = F/EI_x$ $F_k = \pi^2 EI_{\min} / l_r^2$
87	Редукована дужина	$l_r = l; 2l; 0,5l \text{ и } \approx 0,7l$
88	Виткост штапа	$\lambda_r = l_r / i_{\min}$

11. Сложена напрезања

Хипотезе — таблица I b

b) ХИПОТЕЗЕ О ЧВРСТОЋИ*

Ред бр.	Х И П О Т Е З А	И з н о с		M _i з а
		напрезање у два правца	чисто смицање	
1	Највећег нормалног напона (Galilei, Lamé Navier Rankine)	$\frac{1}{2} (\sigma \pm \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}) \leq \frac{\sigma_{de}}{\sigma_{dc}}$	$\pm \tau \leq \frac{\sigma_{de}}{\sigma_{dc}}$	$M_i = \frac{3}{2} [M_f + \sqrt{M_f^2 + M_t^2}]$
2	Највећег тангенцијалног напона (Coulomb, Guest, Mohr)	$\pm \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq \frac{\sigma_{de}}{\sigma_{dc}}$	$\pm 2\tau \leq \frac{\sigma_{de}}{\sigma_{dc}}$	$M_i = \sqrt{M_f^2 + M_t^2}$
3	Највеће деформације (Mariotte, S. Venant, Grashof, Bach)	$\frac{1}{2} [(1-\mu)\sigma \pm (1+\mu)\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}] \leq \frac{\sigma_{de}}{\sigma_{dc}}$ $[0,35\sigma \pm 0,65\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}] \leq \frac{\sigma_{de}}{\sigma_{dc}}$	$\pm (1+\mu)\tau \approx \frac{\sigma_{de}}{\sigma_{dc}}$ $\approx 1,3\tau \leq \frac{\sigma_{de}}{\sigma_{dc}}$	$M_i = 0,35 M_f + 0,65 \sqrt{M_f^2 + M_t^2}$
4	Највећег деформационог рада промене облака (Huber; Hencky; Mises, Schliecher)	$\pm \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq \frac{\sigma_{de}}{\sigma_{dc}}$	$\pm \tau \sqrt{3} \leq \frac{\sigma_{de}}{\sigma_{dc}}$	$M_i = \sqrt{M_f^2 + \frac{3}{4} M_t^2}$
5	Еластичног граничног стања (Mohr)	$\frac{1-k}{2} \sigma + \frac{1+k}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq \frac{\sigma_{de}}{\sigma_{dc}}$ $k = \frac{\sigma_{de}}{\sigma_{dc}}$		

* Уџбеник, чд. 13, стр. 320

** За кружни и кружнопрстенасти попречни пресек

12. Методе деформационог рада

89	Деформациони рад	$A_d = \int (\vec{F} \cdot d\vec{s}) = \frac{1}{2} F \cdot \Delta l$
90	Специфични деформ. рад	$A'_d = A_d/V = 1/2 \sigma \epsilon$
91	Деф. рад аксијалног напрезања	
	специфични рад	$A'_{de} = \frac{1}{2} \sigma \epsilon = \frac{\sigma^2}{2E} = \frac{E \epsilon^2}{2}$
	тотални рад	$A_{de} = \frac{1}{2E} \int_V \sigma^2 dV$
	рад при издужењу призматичног штапа	
	силом F	$A_{de} = \frac{1}{2} F \Delta l = \frac{F^2 l}{2EA} = \frac{F^2 l}{2\mathfrak{A}}$
	сопственом тежином	$A_{de} = \frac{G^2 l}{6EA}$
92	Деф. рад при смицању	$A'_{ds} = \frac{1}{2} \tau \gamma = \frac{1}{2} \frac{\tau^2}{G} = \frac{G \gamma^2}{2}$
93	Деф. рад при увијању	$A_{dt} = \frac{1}{2} \mathfrak{M}_t \theta = \frac{\mathfrak{M}_t^2 l}{2GI_0} = \frac{GI_0 \theta^2}{2l}; GI_0 = \mathfrak{J}$
94	Деф. рад при савијању	
	услед момента	$A_{(df)}^{(M)} = \frac{1}{2E} \int_0^l \frac{M^2}{I_x} dz; M = M(z); I_x = \Psi(z)$
	услед трансверзалне силе	$A_{df}^{(FT)} = \frac{1}{2GI_x^2} \iint_A \left(\frac{S'_x}{\xi} \right) dA \cdot \int_0^l F_T^2 dz =$ $= \frac{\kappa}{2G} \int_0^l F_T^2 dz$
	смицајни коефицијент	$\kappa = \frac{A}{I_x^2} \iint_A \left(\frac{S'_x}{\xi} \right)^2 dA$
		за правоугаоник $\kappa = 6/5 = 1,2$
		за круг $\kappa = 10/9 = 1,1$

95	Деф. рад при равном напрезању (истезање у два правца)	$A'_d = \frac{1}{2} (\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y)$
		$A'_d = \frac{1}{2E} (\sigma_x^2 - 2\mu \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2) = f(\sigma_x, \sigma_y)$
		$A'_d = \frac{E}{2(1-\mu^2)} (\varepsilon_x^2 + 2\mu \varepsilon_x \varepsilon_y + \varepsilon_y^2) = \varphi(\varepsilon_x, \varepsilon_y)$
96	Деф. рад при просторном стању напрезања (истезање у три правца)	$A'_d = 1/2 (\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \sigma_z \varepsilon_z)$
		$A'_d = \frac{1}{2E} [\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - 2\mu (\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x)] = f(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$
	општији случај	$A'_d = \frac{E}{2(1+\mu)(1-2\mu)} [(1-\mu)(\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \varepsilon_z^2) + 2\mu(\varepsilon_x \varepsilon_y + \varepsilon_y \varepsilon_z + \varepsilon_z \varepsilon_x)] = \varphi(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z)$
		$A'_d = 1/2 (\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \sigma_z \varepsilon_z + \tau_x \gamma_x + \tau_y \gamma_y + \tau_z \gamma_z)$
		$A'_d = \frac{1}{2E} [\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - 2\mu (\sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x + \sigma_x \sigma_y)] + \frac{1}{2G} (\tau_x^2 + \tau_y^2 + \tau_z^2) = f(\sigma, \tau)$
	Рад утрошен на промену запремине и на промену облика затегнутог паралелепипеда средњи напон	$A'_d = G[\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \varepsilon_z^2 + \frac{\mu}{1-2\mu} \varepsilon_v^2] + \frac{1}{2} G (\gamma_x^2 + \gamma_y^2 + \gamma_z^2) = \varphi(\varepsilon; \gamma)$
	рад утрошен на промену запремине	$\sigma_{sr} = p = 1/3 (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$
	рад утрошен на промену облика	$A'_d{}^{(V)} = \frac{1-2\mu}{6E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2$
		$A'_d{}^{(O)} = \frac{1+\mu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]$
97	Слареугонова теорема	$A = A_d = 1/2 F f; \quad (\text{дијаграм рада је троугао})$
	рад концентрисаних сила	$A = \sum_{i=1}^n 1/2 F_i f_i$

	рад спрегова	$A = \sum_{i=1}^n 1/2 \mathfrak{M}_i \varphi_i$
	рад генералисаних сила	$A = \sum_{i=1}^n 1/2 Q_i q_i$
	генералисана сила	$Q_i = F, \quad Q_i = \mathfrak{M}$
	генералисана деформација	$q_i = f, \quad q_i = \varphi \text{ (или } \theta \text{)}$
	рад континуалног оптерећења	$A_{df} = 1/2 \mathfrak{B} \int_0^l (y'')^2 dz = 1/2 \int_0^l q(z) \cdot y dz = A;$ $y = f(z)$
98	Betti'jeва теорема о узајамности радова	$A_{df} = A_{11} + A_{22} + A_{12} = A_{22} + A_{11} + A_{21}$ $1/2 F_1 f_{11} + 1/2 F_2 f_{22} + F_1 f_{12} = 1/2 F_2 f_{21} +$ $+ 1/2 F_1 f_{11} + F_2 f_{21}$
99	Maxwell'ов закон о узајамности еластичних померања	$A_{12} = A_{21}, \quad F_1 f_{12} = F_2 f_{21}$
	утицајни коефицијенти	$F_1 f_{12} = F_1 \cdot \alpha_{12} F_2 = F_2 f_{21} = F_2 \cdot \alpha_{21} F_1$ $\alpha_{12} = \alpha_{21}; \quad \alpha_{ik} = \alpha_{ki}$
	укупно померање нападне тачке N_i силе F_i	$f_i = \sum_{k=1}^n \alpha_{ik} F_k$
	веза између сила и померања	$F_i = \sum_{k=1}^n \beta_{ik} f_k$
	дуални коефицијенти	$\beta_{ik} = \beta_{ki}; \quad \beta_{ik} = \frac{K_{ki}(\alpha_{ih})}{\Delta(\alpha_{ik})};$ $\Delta(\alpha_{ik}) \cdot \Delta(\beta_{ik}) = 1$
	деформациони рад	$A_{df} = 1/2 \sum_i \sum_k \alpha_{ik} F_i F_k = 1/2 \sum_i \sum_k \beta_{ik} f_i f_k$
100	Castigliano'ови обрасци	
	рад генералисаних сила	$A_d = \frac{1}{2} \sum Q_i q_i = f(Q_i) = \varphi(q_i)$
	генералисана сила	$\frac{\partial A_{df}}{\partial q_i} = \frac{\partial \varphi}{\partial q_i} = Q_i; \quad \frac{\partial A}{\partial f_i} = \sum_k \beta_{ik} f_k = F_i$
	генералисана деформација	$\frac{\partial A_{df}}{\partial Q_i} = \frac{\partial f}{\partial Q_i} = q_i; \quad \frac{\partial A_{df}}{\partial F_i} = \sum_k \alpha_{ik} F_k = f_i$
	специфични деф. рад	$A'_d = \Phi(\sigma, \epsilon) = f(\sigma) = \varphi(\epsilon)$
	напони	$\sigma = \frac{\partial A'_d(\epsilon)}{\partial \epsilon}; \quad \sigma = \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z; \quad \tau_x, \tau_y, \tau_z$

	<p>спец. деформације (дилатације и клизања)</p>	$\varepsilon = \frac{\partial A'_d(\sigma)}{\partial \sigma}; \quad \varepsilon = \varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z; \quad \gamma_x, \gamma_y, \gamma_z$
101	<p>Принцип најмањег деф. рада</p> <p>статичке непознате</p> <p>теорема Мепабгеа</p> <p>код извијања</p> <p>спољашњи рад</p> <p>деформациони рад</p> <p>услов екстремума</p> <p>критична сила</p>	$X = F_s; F_A, F_B, \mathfrak{M}_A \dots; A_d = f(F_t, \mathfrak{M}_i; F_s; \mathfrak{M}_s)$ $\frac{\partial A_d}{\partial X} = \frac{\partial A_d}{\partial F_s} = 0; \quad \frac{\partial A_d}{\partial \mathfrak{M}_s} = 0$ $A = F \int_0^l (ds - dz) \approx \frac{1}{2} F \int_0^l (y')^2 dz$ $A_d = \frac{1}{2} \int_0^l \mathfrak{B} (y'')^2 dz$ $A_d - A = \text{Min} = 0$ $F_k = \frac{\int_0^l \mathfrak{B} (y'')^2 dz}{\int_0^l (y')^2 dz}; \quad \mathfrak{B} = \mathfrak{B}(z)$

13. Савијање кривих штапова

102	Дилатација	$\varepsilon = (y \Delta d \varphi) / [(R_n + y) d \varphi]$
103	Нормални напон	$\sigma_z = \mathfrak{M} y / A e (R_n + y)$
104	екстремне вредности	$\sigma_{z \max} = -\mathfrak{M} u / S_n R_u; \quad \sigma_{z \min} = \mathfrak{M} s / S_n R_s;$ $S_n = A e$
	Деформациони рад	$A_{df} = \int_0^s \frac{M_f^2 ds}{2 E S_n R_c} + \int_0^s \frac{F_n^2 ds}{2 E A} + \int_0^s \frac{M_f F_n}{E A R_c} ds +$ $+ \frac{\kappa}{2 G A} \int_0^s F_T^2 ds$ $A_{df} = \int_0^s \frac{M_f^2 ds}{2 \mathfrak{B}} + \int_0^s \frac{F_n^2 ds}{2 \mathfrak{A}} \quad \text{за } R_c \approx R_n$ $R_c = R_n + e$

с) ОДНОСИ ЦОЛОВНИХ И МЕТАРСКИХ МЕРА

1) Мере за дужину:

1" = 1 in (inch)	= 2,54 cm,	1 m = 39,37 in
1 ft (foot)	= 30,48 cm,	1 m = 3,28084 ft
1 yd. (yard)	= 91,44 cm,	1 m = 1,09361 yd.

2. Претварање цоли у милиметре

цоли	mm	цоли	mm	цоли	mm	цоли	mm
1/64	0,397	17/64	6,747	33/64	13,097	49/64	19,447
2/64	0,794	18/64	7,144	34/64	13,494	50/64	19,844
3/64	1,191	19/64	7,541	35/64	13,891	51/64	20,241
4/64	1,588	20/64	7,938	36/64	14,288	52/64	20,638
5/64	1,984	21/64	8,334	37/64	14,684	53/64	21,034
6/64	2,381	22/64	8,731	38/64	15,081	54/64	21,431
7/64	2,778	23/64	9,128	39/64	15,478	55/64	21,828
8/64	3,175	24/64	9,525	40/64	15,875	56/64	22,225
9/64	3,572	25/64	9,922	41/64	16,272	57/64	22,622
10/64	3,969	26/64	10,319	42/64	16,669	58/64	23,019
11/64	4,366	27/64	10,716	43/64	17,066	59/64	23,416
12/64	4,763	28/64	11,113	44/64	17,463	60/64	23,813
13/64	5,159	29/64	11,509	45/64	17,859	61/64	24,209
14/64	5,556	30/64	11,906	46/64	18,256	62/64	24,606
15/64	5,953	31/64	12,303	47/64	18,653	63/64	25,003
16/64	6,350	32/64	12,700	48/64	19,050	1	25,400

3) Мере за површину:

1 sq. in. (square inch)	= 6,4516 cm ² ,	1 cm ² = 0,155 sq. in.
1 sq. ft. (square foot)	= 929,0300 cm ² ,	1 m ² = 10,764 sq. ft.
1 sq. yd. (square yard)	= 0,83613 m ² ,	1 m ² = 1,196 sq. yd.

4) Мере за запремину:

1 cub. in. (cubic inch)	= 16,387 cm ³ ,	1 cm ³ = 0,061024 cub. in.
1 cub. ft. (cubic foot)	= 0,028317 m ³ ,	1 m ³ = 35,315 cub. ft.
1 cub. yd. (cubic yard)	= 0,76455 m ³ ,	1 m ³ = 1,30775 cub. yd.

5) Мере за тежину:

1 lb. (pound)	= 0,45359 kg,	1 kg = 2,20462 lb.
1 ton (2240 lbs)	= 1016,05 kg,	1 t = 0,9842 ton

6) Мере за оптерећење:

1 lb. per yd. (pound per yard)	= 0,49605 kg/m,	1 kg/m = 2,01593 lb. per yd.
1 lb. per ft. (pound per foot)	= 1,48816 kg/m,	1 kg/m = 0,67197 lb. per ft.

7) Мере за напоне:

1 ton per sq. in	= 157,488 kg/cm ²	1 kg/mm ² = 0,63497 ton per sq. in.
1 lb. per sq. in	= 0,070307 kg/cm ²	1 kg/cm ² = 14,2233 lb. per sq. in.
1 lb. per sq. ft.	= 4,8825 kg/m ² ,	1 kg/m ² = 0,2048 lb. per sq. ft.

II. ТАБЛИЦА
КАРАКТЕРИСТИКЕ МАТЕРИЈАЛА

Материјал	Ознака	E	G	γ_m	$\sigma_{de}^{*)}$	σ_{dc}	σ_{ds}	σ_{dt}	σ_{df}	$\alpha \cdot 10^{-6}$
		kg/cm ²	kg/cm ²	t/m ³	kg/cm ²					m/m °C
Топљен челик, мек	Č	$2,1 \cdot 10^6$	$8,1 \cdot 10^5$	7,85	900 ÷ 1200	720 ÷ 960	600 ÷ 900	900 ÷ 1200		12,5
Топљен челик	Č	$2,2 \cdot 10^6$	$8,5 \cdot 10^5$	7,85	1200 ÷ 1800	960 ÷ 1440	900 ÷ 1400	1200 ÷ 1800		11
Топљен челик каљен	Č	$2,2 \cdot 10^6$	$8,5 \cdot 10^5$	7,85						11,2
Челик за опруге	Č	$2,2 \cdot 10^6$	$8,5 \cdot 10^5$	7,85			4000 ÷ 6000	2000 ÷ 7000		11,3
Челик са никлом	ČNi	$2,09 \cdot 10^6$		7,85	1200 ÷ 1800	900 ÷ 1440	900 ÷ 1440	1200 ÷ 1800		11,6
Ливено гвожђе	LG	$(7,5 \div 10) \cdot 10^5$	$(2,9 \div 4) \cdot 10^5$	7,3	100 ÷ 350	600 ÷ 900	200 ÷ 350	200 ÷ 500	200 ÷ 600	
Бакар (ваљан)	Cu	$1,15 \cdot 10^6$		9	400 ÷ 500	100 ÷ 400			200 ÷ 400	17
Алуминијум ливени	AL	$6,75 \cdot 10^5$		2,56	100 ÷ 120				100 ÷ 200	23,8
Месинг ваљан	Ms	$8 \cdot 10^5$		8,6	400 ÷ 600	320 ÷ 480	320 ÷ 480	400 ÷ 600		19
Дрво		$(0,9 \div 1) \cdot 10^5$		0,7 ÷ 0,9	100 ÷ 180	50 ÷ 90			100	
Камен		$(1 \div 3) \cdot 10^5$		2 ÷ 2,8	—	30 ÷ 60				
Бетон (1 : 6 : 8)		$(1 \div 2,5) \cdot 10^5$		2 ÷ 2,4	—	7 ÷ 10				
Армирани бетон		$(1,4 \div 2,1) \cdot 10^5$			—	35		40		

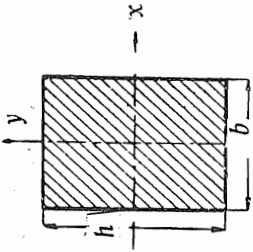
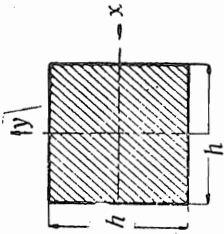
*) σ_d дозвољени (допуштени) напон; индекси: e за испезање (екстензију), c за притисак (компресију), s за смицање (секцију), t за увијање (торзију), f за сивијање (флексију), k за извијање.

Употребљавају се и ознаке $k_e, k_c, k_s, k_t, k_f, k_k$ kg/cm² (Д. Витас, Машински елементи, I књига).

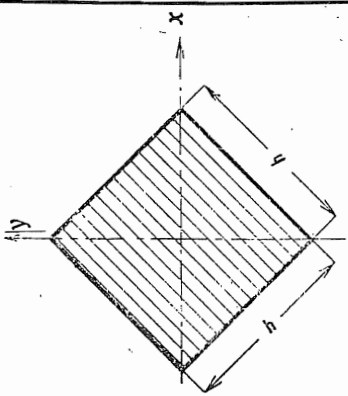
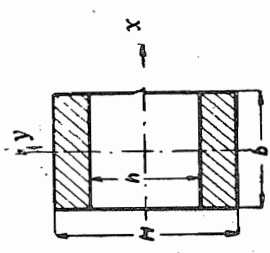
Вредности дозвољених напона вреде за случај мирног општећења (I); за случај једносмерног променљивог општећења (II) треба дати вредности можити са 2/3; за случај наизменичног променљивог оптерећења (III) треба множити са 1/3.

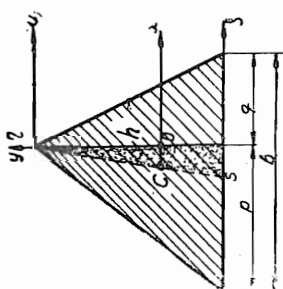
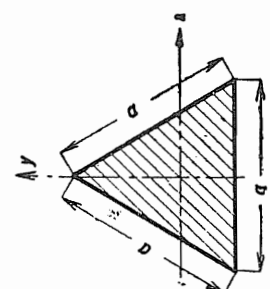
III. ТАБЛИЦА

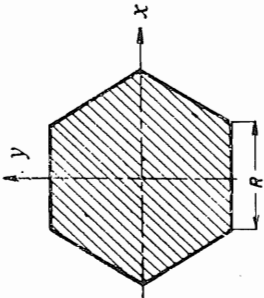
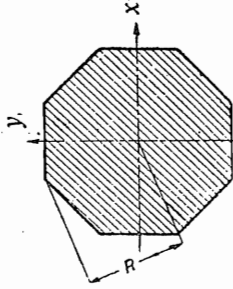
a) МОМЕНТИ ИНЕРЦИЈЕ И ОТПОРНИ МОМЕНТИ РАВНИХ ПРЕСЕКА (СЛИКА)

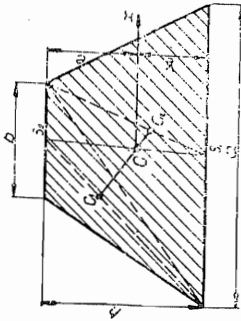
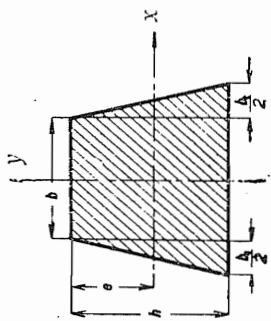
Ред. број	ПРЕСЕК	A		I_x		I_y		W_x		W_y		$S_{1/2}^*$	
		cm ²		cm ⁴		cm ⁴		cm ³		cm ³		cm ³	
1		bh		$\frac{bh^3}{12}$ $= \frac{Ah^2}{12}$	$\frac{hb^3}{12}$ $= \frac{Ab^2}{12}$	$\frac{bh^2}{6}$ $= \frac{Ah}{6}$	$\frac{hb^2}{6}$ $= \frac{Ab}{6}$	$\frac{bh^2}{8}$ $= \frac{Ah}{8}$	$\frac{hb^2}{6}$ $= \frac{Ab}{6}$	$\frac{bh^2}{8}$ $= \frac{Ah}{8}$	$e_1 = \frac{1}{2}h$ $e_2 = \frac{1}{2}b$		
2		h^2		$\frac{h^4}{12}$ $= \frac{A^2}{12}$	$\frac{h^4}{12}$ $= \frac{A^2}{12}$	$\frac{h^3}{6}$ $= \frac{Ah}{6}$	$\frac{h^3}{6}$ $= \frac{Ah}{6}$	$\frac{h^3}{8}$ $= \frac{Ah}{8}$	$\frac{h^3}{6}$ $= \frac{Ah}{6}$	$\frac{h^3}{8}$ $= \frac{Ah}{8}$	$e_1 = e_2 = \frac{1}{2}h$		

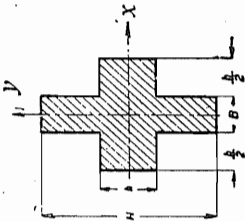
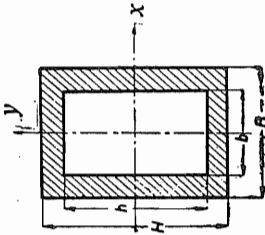
* $S_{1/2}$ је статички момент половине површине пресека (слике) за тежишну S_x осу

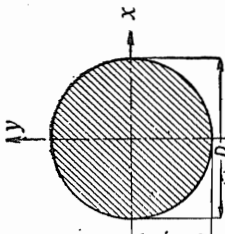
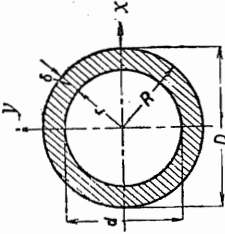
Рел. број	ПРЕСЕК	A		I_x		I_y		W_x		W_y		S_{I_0}	
		cm ²		cm ⁴		cm ⁴		cm ³		cm ³		cm ³	
3		$h^2 = a^2$ $h = a$	$\frac{h^4}{12} =$ $\frac{A^2}{12}$	$\frac{h^4}{12} =$ $\frac{A^2}{12}$	$i_x = i_y \approx 0,289h$	$\frac{\sqrt{2}h^3}{12} \approx$ $\approx 0,118 h^3$	$\frac{\sqrt{2}h^3}{12} \approx$ $\approx 0,118 h^3$	$\frac{\sqrt{2}h^3}{12}$	$\frac{\sqrt{2}h^3}{12}$				
4		$b(H-h) =$ $= bH(1-\psi)$ $\psi = \frac{h}{H}$	$\frac{b(H^3-h^3)}{12} =$ $\frac{bH^3(1-\psi^3)}{12}$ $i_x =$ $= \frac{\sqrt{3}}{6} H \sqrt{\frac{1-\psi^3}{1-\psi}}$	$\frac{b^3(H-h)}{12} =$ $\frac{b^3H(1-\psi)}{12}$ $i_y \approx 0,289b$	$\frac{b(H^3-h^3)}{6H} =$ $\frac{bH^2(1-\psi^3)}{6}$	$\frac{b^2(H-h)}{6} =$ $\frac{b^2H(1-\psi)}{6}$	$\frac{b(H^2-h^2)}{8}$	$\frac{b(H^2-h^2)}{8}$					

Ред. број	П Р Е С Е К	A cm ²	I _x cm ⁴	I _y cm ⁴	W _x cm ³	W _y cm ³	S ^{1/2} cm ³
7		$\frac{bh}{2}$ $(e = 1/3 h)$	$\frac{bh^3}{36}$ $= \frac{Ah^2}{18}$ $i_x = \frac{\sqrt{2}}{6} h$ $I_{\xi} = \frac{bh^3}{12} = \frac{Ah^2}{6}$	$\frac{1}{12} h (p^3 + q^3);$ $p + q = b$	$\frac{bh^2}{24} = \frac{Ah}{12}$ $I_u = \frac{bh^3}{4} = \frac{Ah^2}{2}$	$\frac{I_y}{p}$ $p > q$	$S_x = \frac{4}{81} bh^2 = \frac{8}{81} Ah$
8		$\frac{a^2 \sqrt{3}}{4};$ $h = \frac{a \sqrt{3}}{2}$	$\frac{a^4 \sqrt{3}}{96}$ $i_x = i_y \approx 0,2041 a$	$\frac{a^4 \sqrt{3}}{96} \approx 0,01802 a^4$	$\frac{a^3}{32}$	$\frac{a^3 \sqrt{3}}{48}$	$S_x = \frac{a^3}{27}$

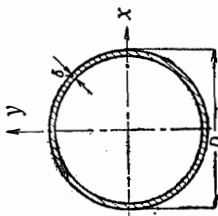
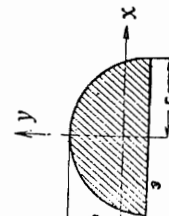
Пер. број	П Р Е С Е К	A		I_x		I_y		W_x		W_y		$S^{1/2}$	
		cm ²		cm ⁴		cm ⁴		cm ³		cm ³		cm ³	
9		$3 \frac{\sqrt{3}}{2} R^2 \approx 2,598 R^2$; $e = \frac{R\sqrt{3}}{2} \approx 0,866 R$	$\frac{5\sqrt{3}}{16} R^4 \approx 0,541 R^4$; $i_x = i_y = \frac{5\sqrt{6}}{12} R \approx 1,0206 R$	$\frac{5\sqrt{3}}{16} R^4 \approx 0,541 R^4$	$\frac{5}{8} R^3 \approx 0,625 R^3$; $\approx 0,541 R^3$	$\frac{5\sqrt{3}}{16} R^3 \approx 0,541 R^3$	$\frac{R^3}{2}$						
10		$2\sqrt{2} R^2 \approx 2,828 R^2$	$\frac{1+2\sqrt{2}}{6} R^4 \approx 0,638 R^4$; $i_x = i_y \approx 0,475 R$	$\frac{1+2\sqrt{2}}{6} R^4 \approx 0,638 R^4$	$0,6906 R^3$	$0,6906 R^3$	$0,5698 R^3$						

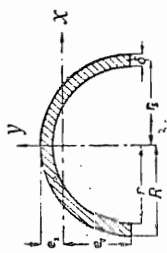
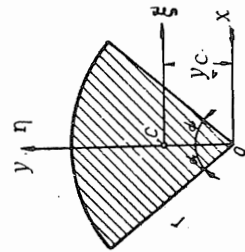
Ред. број	ПРЕСЕК	A cm ²	I_x cm ⁴	I_y cm ⁴	W_x cm ³	W_y cm ³	$S_{1/2}$ cm ³
11a		$\frac{(a+b)h}{2} \quad y_c = \frac{(a+2b)h}{3(a+b)}$	$\frac{(a^2 + 4ab + b^2)h^3}{36(a+b)}$		$\frac{I_x}{e}$		
11b		$\frac{2b+b_1}{2} \cdot h; \quad e = \frac{3b+2b_1}{2b+b_1} \cdot \frac{h}{3}$	$\frac{6b^2 + 6bb_1 + b_1^2}{2b+b_1} \cdot \frac{h^3}{36}$	$\frac{h}{12} \left[b^3 + \frac{b_1}{4}(b_1^2 + 4bb_1 + 6b^2) \right]$	$\frac{6b^2 + 6bb_1 + b_1^2}{3b+2b_1} \cdot \frac{h^3}{12} = \frac{I_x}{e}$	$I_y / \frac{1}{2}(b+b_1)$	$\frac{e^2}{6h}(3bh + eb_1)$

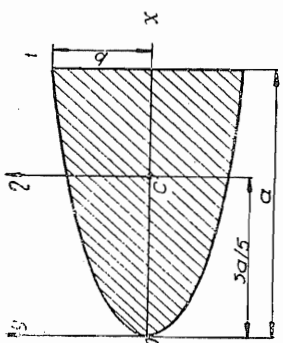
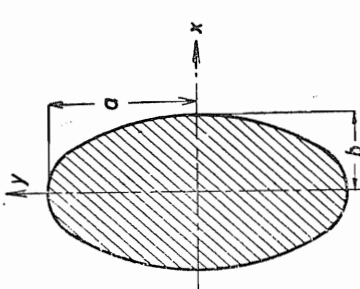
Ред. број	ПРЕСЕК	A		I _x		I _y		W _x		W _y		S _{1/3}	
		cm ²		cm ⁴		cm ⁴		cm ³		cm ³		cm ³	
12		$BH + bh$		$\frac{BH^3 + bh^3}{12}$		$\frac{(B+b)^3 h + (H-h) B^3}{12}$		$\frac{BH^3 + bh^3}{6H}$		$\frac{(B+b)^3 h + (H-h) B^3}{6(B+b)}$		$\frac{BH^2 + bh^2}{8}$	
13		$BH - bh$		$\frac{BH^3 - bh^3}{12}$		$\frac{B^3 H - b^3 h}{12}$		$\frac{BH^3 - bh^3}{6H}$		$\frac{B^3 H - b^3 h}{6B}$		$\frac{BH^2 - bh^2}{8}$	

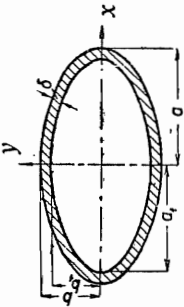
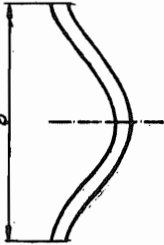
Ред. број	П Р Е С Е К	A	I_x	I_y	W_x	W_y	$S_{y/2}$
		cm^2	cm^4	cm^4	cm^3	cm^3	cm^3
14*		$D^2 \pi = r^2 \pi$	$\frac{D^4 \pi}{64} = \frac{r^4 \pi}{4} \approx 0,0491 D^4 \approx 0,7854 r^4$	$I_x = I_y = \frac{A r^2}{4}$ $i_x = i_y = \frac{D}{2} = \frac{r}{2}$	$W_x = W_y = \frac{\pi D^3}{32} = \frac{\pi r^3}{4} \approx 0,0982 D^3 \approx 0,7854 r^3 = \frac{A r}{4}$	$W_x = W_y = \frac{\pi (D^4 - d^4)}{32 D} = \frac{\pi R^4 - r^4}{4 R} = \frac{D^3 \pi}{32} [1 - \psi^4]$	$\frac{2 r^3}{3} = \frac{D^3}{12} \approx 0,083 D^3$ $\frac{2}{3} (R^3 - r^3) = \frac{1}{12} [D^3 - d^3] = \frac{D^3}{12} [1 - \psi^3]$
15		$(R^2 - r^2) \pi = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) = \frac{D^2 \pi}{4} (1 - \psi^2); \quad \psi = r/R$	$I_x = I_y = \frac{\pi (D^4 - d^4)}{64} = \frac{\pi (R^4 - r^4) \pi}{4} \approx 0,05 (D^4 - d^4) = \frac{D^4 \pi}{64} (1 - \psi^4)$ $i_x = i_y = \frac{D}{4} \sqrt{1 + \psi^2}$	$W_x = W_y = \frac{\pi (D^4 - d^4)}{32 D} = \frac{\pi R^4 - r^4}{4 R} = \frac{D^3 \pi}{32} [1 - \psi^4]$	$\frac{2}{3} (R^3 - r^3) = \frac{1}{12} [D^3 - d^3] = \frac{D^3}{12} [1 - \psi^3]$		

* Видети таблицу III б, страна 34.

Ред. број	ПРЕСЕК	A		I_x cm ⁴	I_y cm ⁴	W_x cm ³	W_y cm ³	$S_{1/2}$ cm ³
		cm ²	cm ⁴					
16		$\approx 2\pi R\delta$ $h = 1/2 D$	$I_x = I_y \approx R^3\pi\delta \approx \frac{D^3\pi\delta}{8}$ $i_x = i_y \approx \frac{\sqrt{2}}{2} R$	$W_x = W_y \approx R^2\pi\delta \approx \frac{D^2\pi\delta}{4}$	$\approx 2R^2\delta \approx \frac{D^2\delta}{2}$			
17		$\frac{r^2\pi}{2} = \frac{d^2\pi}{8}$ $e_1 = \frac{4r}{3\pi} \approx 0,2122d$ $e_2 = r - e_1 \approx 0,2878d$	$\frac{r^4}{8} \left(\frac{\pi}{\infty} - \frac{\infty}{9\pi} \right) \approx 0,1098 r^4 \approx 0,0069 d^4$	$\frac{r^4\pi}{8} = \frac{d^4\pi}{128} \approx 0,392r^4 \approx 0,025d^4$	$\approx 0,191r^3$	$\frac{r^3\pi}{8} \approx 0,392r^3$	$i_x = 0,132d; i_y = d/4$	$\approx 0,502r^3$

Ред. број	<p style="text-align: center;">П Р Е С Е К</p> 	A cm^2 $\frac{\pi}{2}(R^2 - r^2); e_1 = \frac{4(R^2 + Rr + r^2)}{3\pi(R+r)}$ $e_2 = R - e_1$	I_x cm^4 $0,1098(R^4 - r^4) -$ $-0,283R^2r^2 \frac{(R-r)}{(R+r)} \approx 0,3r_s^3\delta$	I_y cm^4 $\approx 0,392(R^4 - r^4) \approx 1,568r_s^3\delta$	W_x cm^3 I_y / e_2	W_y cm^3 $\approx \frac{0,392(R^4 - r^4)}{R}$	S_{I_x} cm^3 $\approx 0,637R^2\delta \left[2,14 + \frac{\delta}{R} \right]$	18
19		$r^2 \alpha$ $\alpha = \arccos \alpha$ $y_c = \frac{r \sin \alpha}{3\alpha}$	$\frac{r^4}{8}(2\alpha + \sin 2\alpha)$	$\frac{r^4}{8}(2\alpha - \sin 2\alpha)$	$I_{\xi} = \frac{r^4}{72\alpha}(18\alpha^2 + 9\alpha \sin 2\alpha - \sin^2 \alpha); W_{\xi} = I_{\xi} / y_c$	$\frac{I_y}{r \sin \alpha}$	$S_x = \frac{4r^3 \sin \alpha}{3}$	19

Ред. број	ПРЕСЕК	A		I_x		I_y		W_x		W_y		$S_{1/2}$	
		cm ²		cm ⁴		cm ⁴		cm ³		cm ³		cm ³	
20		$\frac{4ab}{3}$ $x_C = \frac{3a}{5}$	$\frac{4ab^3}{15} = \frac{Ab^2}{5}$ $I_t = \frac{32a^3b}{105}$	$\frac{4a^3b}{7} = \frac{3Aa^2}{7}$	$\frac{4ab^2}{15}$	$I_y = \frac{16a^3b}{15} = \frac{12Aa^2}{15}$	$y_C = \frac{3b}{8}$ $\frac{ab^2}{4}$	$\frac{2}{3} a^2 b$					
21		πab	$\frac{\pi a^3 b}{4} = \frac{Aa^2}{4}$ $i_x = \frac{a}{2}$	$\frac{\pi ab^3}{4} = \frac{Ab^2}{4}$ $i_y = \frac{b}{2}$	$\frac{\pi a^2 b}{4}$	$\frac{\pi ab^2}{4}$	$\frac{2}{3} a^2 b$						

Ред. број	ПРЕСЕК	A		I_x		I_y		W_x		W_y		$S_{1/2}$	
		cm^2	cm^4	cm^4	cm^4	cm^4	cm^4	cm^3	cm^3	cm^3	cm^3	cm^3	cm^3
22		$\approx \pi \delta (a+b)$	$\approx \frac{\pi b^2}{4} (b+3a) \delta$	$\approx \frac{\pi a^2}{4} (a+3b) \delta$	$\approx \frac{\pi b}{4} (b+3a) \delta$	$\approx \frac{\pi a}{4} (a+3b) \delta$	$\approx \frac{2}{3} b \delta (2a+b)$						
23	 <p>h висина профила δ дебљина профила</p>	<p>За 1 м ширине:</p> $A = 12,5 \delta \frac{b}{h} \left\{ 4 \frac{h}{b} \sqrt{1 + \left(\frac{h}{b} \right)^2} + \ln \left[4 \frac{h}{b} + \sqrt{1 + \left(\frac{h}{b} \right)^2} \right] \right\} (\text{cm}^2)$ $G = 0,8 A (\text{kg})$ $I = \frac{1280}{21} \frac{1}{b} (b_1 h_1^3 - b_2 h_2^3) \text{ cm}^4$ $W = 2 I / (h + \delta)$ $h_1 = \frac{h + \delta}{2}; h_2 = \frac{h - \delta}{2}; b_1 = \frac{b + 2,6 \delta}{4}; b_2 = \frac{b - 2,6 \delta}{4}$											

Ред. број	ПРЕСЕК	A cm ²	I _x cm ⁴	I _y cm ⁴	W _x cm ³	W _y cm ³	S ^{1/2} cm ³
24	<p>Општи случај</p>	<p>Транслација координатног система</p> $I_x = I_{x'} + 2 b S_{x'} + b^2 A, \quad I_x = I_{\xi} + y_c^2 A, \quad I_O = I_x + I_y$ $I_y = I_{y'} + 2 a S_{y'} + a^2 A, \quad I_y = I_{\eta} + x_c^2 A, \quad I_C = I_{\xi} + I_{\eta}$ $I_{xy} = I_{x'y'} + a S_{x'} + b S_{y'} + abA; \quad I_{xy} = I_{\xi\eta} + x_c y_c A$ $I_O' = I_O - 2 a S_{y'} - 2 b S_{x'} - (a^2 + b^2) A; \quad I_O = I_C + (x_c^2 + y_c^2) A.$	<p>Ротација система</p> $I_u = \frac{1}{2} (I_x + I_y) + \frac{1}{2} (I_x - I_y) \cos 2\varphi - I_{xy} \sin 2\varphi,$ $I_v = \frac{1}{2} (I_x + I_y) - \frac{1}{2} (I_x - I_y) \cos 2\varphi + I_{xy} \sin 2\varphi,$ $I_{uv} = \frac{1}{2} (I_x - I_y) \sin 2\varphi + I_{xy} \cos 2\varphi.$	<p>Инваријанте инерције</p> $I_O = I_u I_v = I_x + I_y = I_1; \quad I_u I_v - I_{uv}^2 = I_x I_y - I_{xy}^2 = I_2;$	<p>Главни правци $\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{2 I_{xy}}{I_x - I_y}$</p>	<p>Главни моменти инерције</p> $I_{1,2} = \frac{1}{2} (I_x + I_y) \pm \frac{1}{2} \sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4 I_{xy}^2} \quad I_{1,2} = 0$ $I_1 + I_2 = I_x + I_y = I_1, \quad I_1 I_2 = I_x I_y - I_{xy}^2 = I_2$	$i_u = \sqrt{\frac{I_u}{A}}; \quad \frac{x_c^2}{i_y^2} + \frac{y_c^2}{i_x^2} = 1 \text{ (елипса инерције).}$

б) ВРЕДНОСТИ МОМЕНТА ИНЕРЦИЈЕ
И ОТПОРНОГ МОМЕНТА КРУЖНОГ ПРЕСЕКА*



d	I	W	d	I	W	d	I	W
cm	cm ⁴	cm ³	cm	cm ⁴	cm ³	cm	cm ⁴	cm ³
1	0,0491	0,0982	51	332 086	13 023	101	5 108 055	101 150
2	0,7854	0,7854	52	358 908	13 804	102	5 313 378	104 184
3	3,976	2,651	53	387 323	14 616	103	5 524 830	107 278
4	12,57	6,283	54	417 393.	15 459	104	5 742 532	110 433
5	30,68	12,27	55	449 180	16 334	105	5 966 604	113 650
6	63,62	21,21	56	482 750	17 241	106	6 197 171	116 928
7	117,9	33,67	57	518 166	18 181	107	6 434 357	120 268
8	201,1	50,27	58	555 497	19 155	108	6 678 287	123 672
9	322,1	71,57	59	594 810	20 163	109	6 929 087	127 139
10	490,9	98,17	60	636 172	21 206	110	7 186 886	130 671
11	718,7	130,7	61	679 651	22 284	111	7 451 813	134 267
12	1 018	169,6	62	725 332	23 398	112	7 723 997	137 929
13	1 402	215,7	63	773 272	24 548	113	8 003 571	141 656
14	1 886	269,4	64	823 550	25 736	114	8 290 666	145 450
15	2 485	331,3	65	876 240	26 961	115	8 585 417	149 312
16	3 217	402,1	66	931 420	28 225	116	8 887 958	153 241
17	4 100	482,3	67	989 166	29 527	117	9 198 425	157 238
18	5 153	572,6	68	1 049 556	30 869	118	9 516 956	161 304
19	6 397	673,4	69	1 112 660	32 251	119	9 843 689	165 440
20	7 854	785,4	70	1 178 588	33 674	120	10 178 763	169 646
21	9 547	909,2	71	1 247 393	35 138	121	10 522 320	173 923
22	11 499	1 045	72	1 319 167	36 644	122	10 874 501	178 271
23	13 737	1 194	73	1 393 995	38 192	123	11 235 450	182 690
24	16 286	1 357	74	1 471 963	39 783	124	11 605 311	187 182
25	19 175	1 534	75	1 553 156	41 417	125	11 984 229	191 748
26	22 432	1 726	76	1 637 662	43 096	126	12 372 350	196 387
27	26 087	1 932	77	1 725 571	44 820	127	12 769 824	201 100
28	30 172	2 155	78	1 816 972	46 589	128	13 176 799	205 887
29	34 719	2 394	79	1 911 967	48 404	129	13 593 424	210 751
30	39 761	2 651	80	2 010 619	50 265	130	14 019 852	215 690
31	45 333	2 925	81	2 113 051	52 174	131	14 456 2 5	220 706
32	51 472	3 217	82	2 219 347	54 130	132	14 902 727	225 799
33	58 214	3 528	83	2 329 605	56 135	133	15 359 483	230 970
34	65 597	3 859	84	2 443 920	58 189	134	15 826 658	236 219
35	73 662	4 209	85	2 562 392	60 292	135	16 304 411	241 547
36	82 448	4 580	86	2 685 120	62 445	136	16 792 899	246 954
37	91 998	4 973	87	2 812 205	64 648	137	17 292 282	252 442
38	102 354	5 387	88	2 943 748	66 903	138	17 802 721	258 010
39	113 561	5 824	89	3 079 853	69 210	139	18 324 378	263 660
40	125 664	6 283	90	3 220 623	71 569	140	18 857 416	269 392
41	138 709	6 766	91	3 366 165	73 982	141	19 401 999	275 206
42	152 745	7 274	92	3 516 586	76 448	142	19 958 294	281 103
43	167 820	7 806	93	3 671 992	78 968	143	20 526 466	287 083
44	183 984	8 363	94	3 832 492	81 542	144	21 106 684	293 148
45	201 289	8 946	95	3 998 198	84 173	145	21 699 116	299 298
46	219 787	9 556	96	4 169 220	86 859	146	22 303 933	305 533
47	239 531	10 193	97	4 345 671	89 601	147	22 921 307	311 855
48	260 576	10 857	98	4 527 664	92 401	148	23 551 409	318 262
49	282 979	11 550	99	4 715 315	95 259	149	24 194 414	324 757
50	306 796	12 272	100	4 908 738	98 175	150	24 850 496	331 340

* Види табл. III, 14; стр. 28 ($d = D$).

с) НОМОГРАМ ЗА ОДРЕЂИВАЊЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИЈЕ ПРАВОУГАОНИКА*

НОМОГРАМ

$$\frac{bh^3}{12}$$

Логаритмишимо израз

$$I = \frac{1}{12} bh^3$$

добићемо

$$\log I = \log b + 3 \log h - \log 12$$

$$\text{односно} \quad 0 = u + 3v - w$$

где су

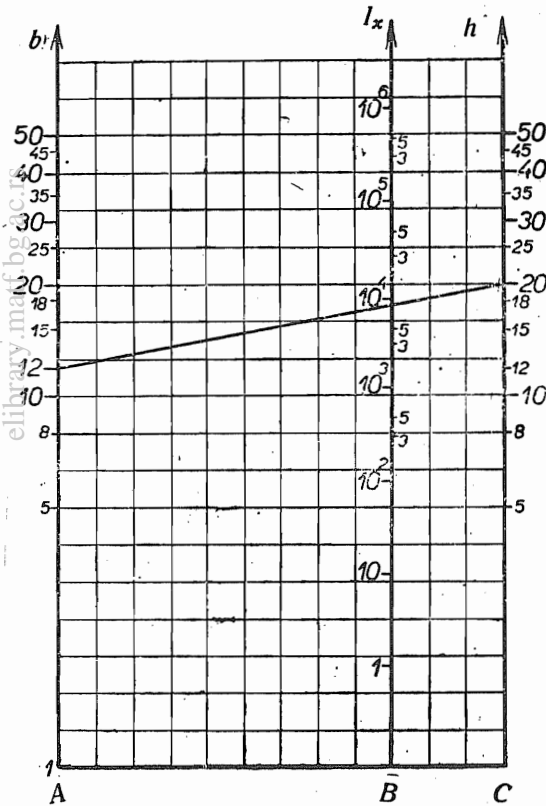
$$\theta = \log I, \quad u = \log b,$$

$$v = \log h, \quad w = \log 12.$$

Претпоставимо да b и h варирају од 5 до 50 см. Узмимо две произвољне тачке A и C на растојању $AC = 12$ см и међутачку B тако да је $AB : AC = 3 : 1$ и повуцимо паралелне осе: b , I и h .

Као модуљ логаритамске јединице узмимо 10 см. Како је $\log 5 = 0,699$ то је представљен на цртежу са $\log 5 = 0,699 \cdot 10 = 7$ см. Ова подела важи и за скалу h .

Да бисмо поделили скалу I уочимо да њен модуљ мора бити $\frac{100}{1+3} = 25 \text{ mm} = 2,5 \text{ cm}$. За $u = v = 0$ биће $\theta_0 = -w = -\log 12$, па је почетна тачка ове скале (1) одређена релацијом $(\log 12) \cdot 25 = 27 \text{ mm}$.



Примери: 1) За $b = 12$ см и $h = 20$ см је $I = 800$ см⁴. Та је kota удаљена од тачке B за $(\log 800) \cdot 25 + 27 = 125,5$ mm.

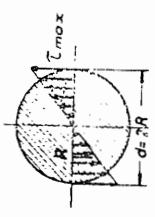
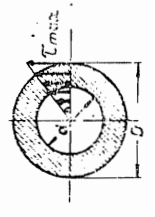
2) За $b = 18$ см и $I = 20736$ см⁴ је $h = 24$ см.

3) За $b = h = 12$ см је $I_x = 1728$ см⁴.

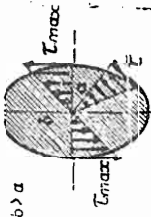
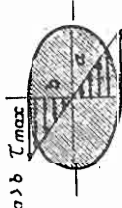
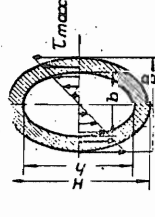


4) За $I_x = 600$ см⁴ је $b = h = 9,22$ см.

*) Н. А. Глаголев — Курс номографий. Москва, 1943, стр. 69.

IV. ТАБЛИЦА
 а) УВИЈАЊЕ ГРЕДА РАЗНОГ ПОПРЕЧНОГ ПРЕСЕКА *

ПРЕСЕК	τ	τ_{max}	M_t	θ
1 	$\frac{\tau_{max}}{R} = G\gamma$	$2M_t = \frac{16M_t}{R^3 \pi} d^3 \pi = R\theta G$ $\tau_{max} \leq \tau_{dl}$	$\frac{1}{2} R^3 \pi \tau_{max} = \frac{1}{16} d^3 \pi \tau_{max} \approx 0,2 d^3 \tau_{max} = \frac{1}{32} \pi d^4 G/l$	$\frac{M_t l}{G I_0} = \frac{\tau_{max} l}{G R} = \frac{2 M_t l}{G R^4 \pi} = \frac{32 M_t l}{G d^4 \pi}$
2 	$2 \frac{r}{D} \tau_{max} = \psi = d/D$	$\frac{2 M_t}{\pi (1 - \psi^4) R^3} = \frac{R\theta G}{l}$	$\frac{1}{16} (1 - \psi^4) D^3 \pi \cdot \tau_{max} = \frac{1}{32} (1 - \psi^4) \cdot D^4 \pi G (9/l)$	$\frac{\tau_{max} l}{G R} = \frac{2 M_t l}{(1 - \psi^4) R^4 \pi G} = \frac{32 M_t l}{(1 - \psi^4) G D^4 \pi}$

* Уџбеник, страна 67

Редни број	ПРЕСЕК	τ	τ_{max}	\mathfrak{M}_t	θ
3		$kb^2 \sqrt{\psi^4 y^2 + x^2}$ $\psi = \frac{a}{b}$ $k = \frac{2\mathfrak{M}_t}{\pi a^3 b^3}$	$\frac{2\mathfrak{M}_t}{\pi a^2 b}$	$\frac{1}{2} a^2 b \pi \tau_{max}$	$\frac{(a^2 + b^2) \mathfrak{M}_t l}{\tau_{max}^3 b^3 G \pi}$
4		"	$\frac{2\mathfrak{M}_t}{\pi a b^2}$	"	$\frac{\mathfrak{M}_t l}{G I^*}$ $I^* = \pi a^3 b^3 / (a^2 + b^2)$
5		$\psi = \frac{B}{H} = \frac{b}{h}$ $A = \frac{\pi}{4} \psi (B^2 - b^2)$	$\frac{16\psi}{\pi} \cdot \frac{B\mathfrak{M}_t}{B^4 - b^4}$	$\frac{\pi}{16} \frac{B^4 - b^4}{\psi} \tau_{max} = \frac{1}{\pi} \frac{1}{(1+\psi^2) \psi} \cdot (B^4 - b^4) G (\theta/l)$	$(1 + \psi^2) \frac{\tau_{max} l}{G B}$
6		"	$\frac{4,807}{h^3} \mathfrak{M}_t = 0,677 \frac{G \theta}{l}$	$\approx 0,208 h^3 \tau_{max} \approx 0,1404 h^3 G \frac{\theta}{l}$	$1,475 \frac{\tau_{max} l}{G h} \approx 7 \frac{\mathfrak{M}_t l}{h^4 G}$
7		$n = \frac{h}{b} > 1$ $\tau_1 = \eta_1 \tau_{max}$	$\frac{\mathfrak{M}_t}{\eta_2 b^2 h}$	$\eta_2 b^2 h \tau_{max} = \eta_2 b^3 h \frac{G \theta}{l}$	$\frac{\eta_2 \tau_{max} l}{\eta_3 b G}$

а) УВИЈАЊЕ ГРЕДЕ ПРАВОУГАОНОГ ПОПРЕЧНОГ ПРЕСЕКА. СЕН-ВЕНАНОВИ КОЕФИЦИЈЕНТИ

$n = h/b$	1	1,5	2	3	4	6	8	10	∞
η_1	1,000	0,858	0,796	0,753	0,745	0,743	0,743	0,743	0,743
η_2	0,208	0,231	0,246	0,267	0,282	0,299	0,307	0,313	0,333
η_3	0,140	0,196	0,229	0,263	0,281	0,299	0,307	0,313	0,333

Сен-Венанови коефицијенти могу се приближно одредити по обрасцима:

$$\eta_3 \approx \frac{1}{3} \left[1 - \frac{0,630}{n} + \frac{0,052}{n^5} \right], \quad \eta_2 \approx \frac{1+n^2}{0,35+n^2}$$

За одређивање угла увијања осталих попречних пресека примењује се образац

$$\theta = \frac{\mathfrak{M}_t l}{\mathfrak{Z}}$$

где је \mathfrak{Z} крутост при торзији (torsional rigidity). Крутост се одређује тако да се попречни пресек замени „еквивалентном елипсоидом“ исте површине и истог поларног момента инерције као и стварни пресек. На пример, за кружни попречни пресек крутост је $\mathfrak{Z} = G I_0$, а за правоугаони пресек је $\mathfrak{Z} = \eta_3 G b^3 h$ (таблица IV а-1 и 7).

За друге пресеке биће:

а) *равностранни троугао*, стране b :

$$\mathfrak{Z} = 0,6 G I_0; \quad \theta = \frac{46,2 \mathfrak{M}_t l}{G b^4}; \quad \tau_{max} = \frac{20 \mathfrak{M}_t}{b^3};$$

б) *правилан шестоугаоник* (по Weber-у), пречника уписаног круга d :

$$\mathfrak{Z} = 0,133 G A d^2; \quad A = \frac{\sqrt{3}}{2} d^2; \quad \tau_{max} = \frac{\mathfrak{M}_t}{0,217 A d};$$

в) *правилни осмоугаоник*, пречника уписаног круга d :

$$\mathfrak{Z} = 0,130 G A d^2; \quad A = 2\sqrt{3} (3 - 2\sqrt{2}) d^2; \quad \tau_{max} = \frac{\mathfrak{M}_t}{0,223 A d}.$$

с) ДИМЕНЗИОНИСАЊЕ ЛАКИХ ТРАНСМИСИОНИХ ВРАТИЛА

(кружни попречни пресек)

1° Према дозвољеној деформацији $\theta^0 = 1/4^0$ по дужном метру

$$d = 0,735 \sqrt[4]{\mathfrak{M}_t} = 12 \sqrt[4]{\frac{P}{n}} \text{ (cm)}; \quad \begin{array}{l} [\mathfrak{M}] = [\text{kgcm}] \\ [P] = [\text{KS}] \\ [n] = [\text{obrtaja/min.}] \end{array}$$

2° Према дозвољеном тангенцијалном напону

$$d \approx \sqrt[3]{\frac{5 \cdot 71620}{\tau_{dt}} \frac{P}{n}} \text{ (cm)}$$

односно

τ_{dt}	120	200	300	kg/cm^2	
d	$14,4 \sqrt[3]{\frac{P}{n}}$	$12 \sqrt[3]{\frac{P}{d}}$	$10,6 \sqrt[3]{\frac{P}{n}}$	cm	
Критеријум за димензи- онисање	$\frac{P}{n}$	$< 0,112$	< 1	$< 4,43$	према $\theta^0 = 1/4^0$
		$< 0,112$	> 1	$> 4,43$	према τ_{dt}

СТАНДАРДНИ ПРЕЧНИЦИ ТРАНСМИСИОНИХ ВРАТИЛА (mm):

25, 30, 36, 40, 45, 50, 56, 60, 70, 80, 90, 100
110, 125, 140, 160, 180, 200
220, 240, 260, 280, 300
315, 330, 355, 380, 400
420, 450, 480, 500.

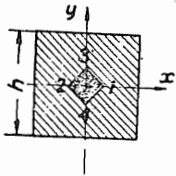
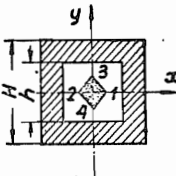
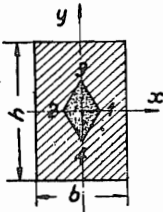
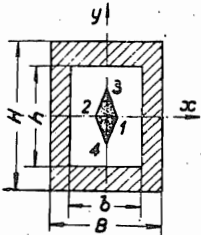
Пример. — За $\tau_{dt} = 300 \text{ kg/cm}^2$ биће:

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{12 \sqrt[4]{P/n}}{10,6 \sqrt[3]{P/n}} = \frac{1,132}{(P/n)^{1/12}}$$

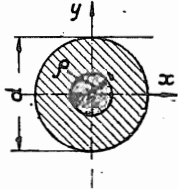
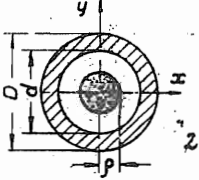
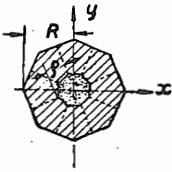
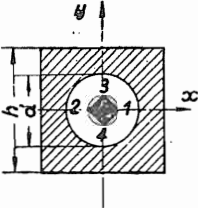
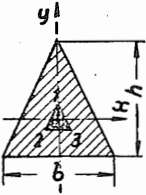
$d_2 > d_1$ ако је $1,132 > (P/n)^{1/12}$, тј.

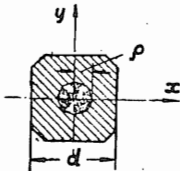
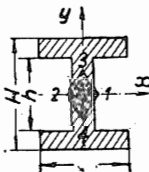
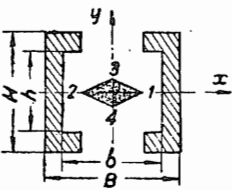
$12 \log 1,132 = 0,64620$ па је $P/n = N 0,64620 \approx 4,43$.

V. ТАБЛИЦА
ОБЛИЦИ ЈЕЗГРА ВАЖНИЈИХ ПРОФИЛА*

Ред. број	ПРЕСЕК	Координате темена језгра $x=x_j; y=y_j$
1		<p>1—2 $x = \pm 1/6 h; y = 0$</p> <p>3—4 $x = 0; y = \pm 1/6 h$</p>
2		<p>1—2 3—4</p> <p>$x = y \approx \pm 0,1666 (1 + \psi^2) H$</p> <p>$\psi = h/H$</p>
3		<p>1—2 $x = \pm 1/6 b; y = 0$</p> <p>3—4 $x = 0; y = \pm 1/6 b$</p>
4		<p>1—2 $y = 0$</p> <p>$x = \pm \frac{BH^3 - bh^3}{6H(BH - bh)}$</p> <p>3—4 $x = 0$</p> <p>$y = \pm \frac{B^3H - b^3h}{6B(BH - bh)}$</p>

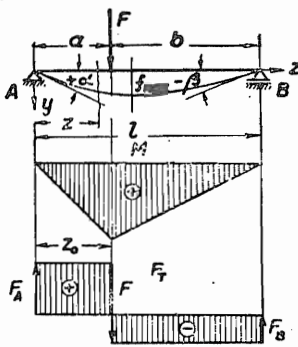
* Уџбеник, чл. 13.4, стр. 242

Ред. број	ПРЕСЕК	Координате темена језгра $x=x_j$; $y=y_j$
5		$\rho = \rho_j = \frac{1}{8} d = \frac{1}{4} R$ $d = 2 R$
6		$\rho = \rho_j = \frac{1}{8} (1 + \psi^2) D$ $\psi = d/D$
7		$\rho = \rho_j \approx 0,2256 R$
8		$1-2 \quad x = \pm \frac{2I}{Ah} y = 0$ $3-4 \quad x = 0$ $y = \pm \frac{2I}{Ah}$ $I_x = \frac{1}{12} h^4 - \frac{1}{64} d^4 \pi$
9		$1 \quad x = 0; \quad y = \frac{1}{6} h$ $2-3 \quad x = \pm \frac{1}{8} b; \quad y = -\frac{1}{12} h$

Ред. број	ПРЕСЕК	Координате темена језгра $x = x_j$; $y = y_j$
10		<p>Осмоугаоник</p> <p>1—2; 3—4</p> $\rho = \frac{2I}{Ad}$ <p>$A = d^2 - 2s^2$; s смањење стране квадрата.</p> $I = \frac{d^4}{12} - 4 \left[\frac{s^4}{36} + \frac{s^2}{2} \left(\frac{d}{2} - \frac{s}{2} \right)^2 \right]$
11		<p>1—2 $y = 0$</p> $x = \pm \frac{(H-h)B^3 + h(B-b)^3}{6B(BH-bh)}$ <p>3—4 $x = 0$</p> $y = \pm \frac{BH^3 - bh^3}{6H(BH-bh)}$
12		<p>1—2 $x = \pm \frac{2I_y}{AB}$; $y = 0$</p> <p>3—4 $x = 0$</p> $y = \pm \frac{2I_x}{AB}$ <p>где су: $A = (B-b)(B+b-b_1)$, b_1 растојање унутрашњих ивица профила и $B=H$, $b=h$.</p> $I_x = \frac{1}{12} [B^4 - b^4 - b_1(B^3 - b^3)],$ $I_y = \frac{1}{12} [B^4 - b^4 - b_1^3(B-b)].$

VI. ТАБЛИЦА
 ЕЛАСТИЧНЕ ЛИНИЈЕ
 СТАТИЧКИ ОДРЕЂЕНЕ ГРЕДЕ *

1 — Проста греда



$$F_A = F \frac{b}{l}, \quad F_B = F \frac{a}{l}$$

$$z < a \quad M = \frac{Fb}{l} z;$$

$$M_{max} = F \frac{ab}{l} \quad \text{за } z_0 = a.$$

$$z > a \quad M = \frac{Fb}{l} z \Big| - F(z-a),$$

1

$$\mathfrak{B}y'' = - \frac{F}{l} bz \Big| + F(z-a); \quad \mathfrak{B} = EI_x \text{ (савојна крушосћ)}$$

$$y' = \frac{Fl^2}{6\mathfrak{B}} \left\{ \frac{b}{l} \left[1 - \left(\frac{b}{l}\right)^2 - 3\left(\frac{z}{l}\right)^2 \right] \Big| + 3\left(\frac{z-a}{l}\right)^2 \right\},$$

$$y = \frac{Fl^3}{6\mathfrak{B}} \left\{ \frac{b}{l} \cdot \frac{z}{l} \left[1 - \left(\frac{b}{l}\right)^2 - \left(\frac{z}{l}\right)^2 \right] \Big| + \left(\frac{z-a}{l}\right)^3 \right\}.$$

За $a > \frac{1}{2}l > b$ биће највећи угиб

$$f_{max} = \frac{F}{3} \cdot \frac{l^3}{\mathfrak{B}} \cdot \frac{b}{l} \cdot \left\{ \frac{1}{3} \left[1 - \left(\frac{b}{l}\right)^2 \right] \right\}^{3/2} \quad \text{за } z_m = \sqrt{\frac{l^2 - b^2}{3}}.$$

* Уџбеник, чл. 9, стр. 114.

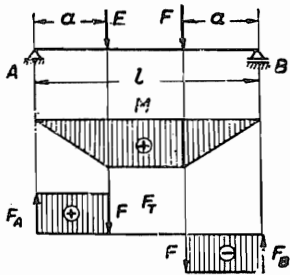
** За $z > a$ треба узети и део једначине десно од „масне“ црте — Clebsch-ова метода. Према овој методи за леви део греде ($z < a$) променљива је z , а за десни део греде ($z > a$) променљива је $z - a$.

Попречни пресек је константан, $I = I_x = const$. Такође је константна и савојна крутост $\mathfrak{B} = \mathfrak{B}_x = const$.

Координатна оса $+Ay$ усмерена је наниже.

1	<p>За $a < 1/2 l < b$ биће највећи угиб</p> $f_{max} = \frac{F}{3} \cdot \frac{l^3}{\mathfrak{B}} \cdot \frac{a}{l} \left\{ \frac{1}{3} \left[1 - \left(\frac{a}{l} \right)^2 \right] \right\}^{3/2} \quad \text{за } z_m = l - \sqrt{\frac{l^2 - a^2}{3}}$ $f_{(z=a)} = \frac{F}{3} \cdot \frac{l^3}{\mathfrak{B}} \cdot \left(\frac{a}{l} \right)^2 \cdot \left(\frac{b}{l} \right)^2$ <p>за $a > b$ $f_{(z=1/2 l)} = \frac{F}{48} \cdot \frac{l^3}{\mathfrak{B}} \cdot \frac{b}{l} \left[3 - 4 \left(\frac{b}{l} \right)^2 \right]$,</p> <p>за $a < b$ $f_{(z=1/2 l)} = \frac{F}{48} \cdot \frac{l^3}{\mathfrak{B}} \cdot \frac{a}{l} \left[3 - 4 \left(\frac{a}{l} \right)^2 \right]$,</p> $\alpha = \frac{Fl^2}{6 \mathfrak{B}} \cdot \frac{a}{l} \cdot \frac{b}{l} \left(1 + \frac{b}{l} \right), \quad \beta = -\frac{Fl^2}{6 \mathfrak{B}} \cdot \frac{a}{l} \cdot \frac{b}{l} \left(1 + \frac{a}{l} \right).$ <p style="text-align: center;">Вредности функција*</p> $\varphi = \frac{1}{6} uv(1+v); \quad \psi = \frac{1}{6} uv(1+u); \quad u = a/l, \quad v = b/l = 1-u$											
→ u	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	← v
φ · 10 ⁻⁴	0	285	480	595	640	625	560	455	320	165	0	ψ · 10 ⁻⁴
v →	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0	
1a	$a = b = 1/2 l \quad \left \quad F_A = F_B = 1/2 F; \right.$ $M = \frac{F}{2} z \left - F \left(z - \frac{l}{2} \right) \right.$ $M_{max} = 1/4 Fl \quad \text{за } z_0 = 1/2 l,$ $y = \frac{F}{12} \cdot \frac{l^3}{\mathfrak{B}} \left\{ \frac{z}{l} \left[\frac{3}{4} - \left(\frac{z}{l} \right)^2 \right] \right\} + \frac{1}{4} \left(2 \frac{z}{l} - 1 \right)^3 \Bigg\},$ $f_{max} = \frac{F}{48} \cdot \frac{l^3}{\mathfrak{B}} \quad \text{за } z_m = 1/2 l,$ $\alpha = \frac{F}{16} \cdot \frac{l^2}{\mathfrak{B}} = -\beta.$											

* $\varphi \cdot 10^4 = t$, где је t таблична вредност; на пример за $u=v=0,5$ је $\varphi = 625/10^4 = 0,0625 = 1/16$, па је $\alpha = Fl^2/16 \mathfrak{B}$ нагиб просте греде над левим ослоњем услед силе F на половини распона.



$$F_A = F_B = F;$$

$$M_{max} = Fa \quad \text{for } a = < z < l - a$$

$$\mathfrak{B} y'' = -Fz \mathbb{I} + F(z-a) + \mathbb{I} + F[z - (l-a)],$$

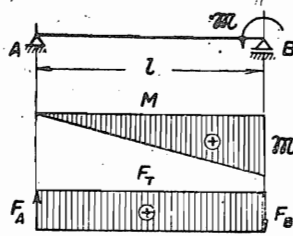
$$y = \frac{F}{6} \cdot \frac{l^3}{\mathfrak{B}} \left\{ \frac{z}{l} \left[3 \left(\frac{a}{l} \right) - 3 \left(\frac{a}{l} \right)^2 - \left(\frac{z}{l} \right)^2 \right] + \left[\left(\frac{z-a}{l} \right)^3 \mathbb{I} + \left[\frac{z-(l-a)}{l} \right]^3 \right] \right\}.$$

$$f_{max} = \frac{F}{6} \cdot \frac{l^3}{\mathfrak{B}} \cdot \frac{a}{l} \left[\frac{3}{4} - \left(\frac{a}{l} \right)^2 \right] \quad \text{for } z_m = \frac{1}{2} l;$$

$$f_{(z=a)} = \frac{F}{6} \cdot \frac{l^3}{\mathfrak{B}} \cdot \left(\frac{a}{l} \right)^2 \left[3 - 4 \left(\frac{a}{l} \right) \right];$$

$$\alpha = -\beta = \frac{F}{2} \cdot \frac{l^2}{\mathfrak{B}} \cdot \frac{a}{l} \left(1 - \frac{a}{l} \right).$$

	$a = \frac{1}{4} l$	$F_A = F_B = F;$
2a	$f_{max} = \frac{11}{384} \cdot \frac{Fl^3}{\mathfrak{B}}$	$\text{for } z_m = \frac{1}{2} l$
	$f_{(z=1/4 l)} = \frac{F}{48} \cdot \frac{l^3}{\mathfrak{B}};$	$\alpha = -\beta = \frac{3}{32} \cdot \frac{Fl^2}{\mathfrak{B}}.$
	$a = \frac{1}{3} l$	$F_A = F_B = F;$
2b	$f_{max} = \frac{46}{36^2} \cdot \frac{Fl^3}{\mathfrak{B}} = \frac{23}{648} \cdot \frac{Fl^3}{\mathfrak{B}}$	$\text{for } z_m = \frac{1}{2} l$
	$f_{(z=1/3 l)} = \frac{5}{162} \cdot \frac{Fl^3}{\mathfrak{B}};$	$\alpha = -\beta = \frac{1}{9} \cdot \frac{Fl^2}{\mathfrak{B}}.$



$$F_A = \frac{m}{l}; \quad F_B = -\frac{m}{l};$$

$$M_{max} = m \quad \text{za } z_0 = l$$

$$\mathfrak{B} y'' = -\frac{m}{l} z$$

3

$$y = \frac{m}{6} \cdot \frac{l^2}{\mathfrak{B}} \cdot \frac{z}{l} \left[1 - \left(\frac{z}{l} \right)^2 \right];$$

$$f(z=l/2) = \frac{1}{16} \frac{m l^2}{\mathfrak{B}}$$

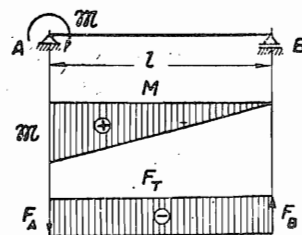
$$y' = \frac{m}{6} \cdot \frac{l}{\mathfrak{B}} \left[1 - 3 \left(\frac{z}{l} \right)^2 \right]$$

$$f_{max} = \frac{\sqrt{3}}{27} \cdot \frac{m l^2}{\mathfrak{B}}$$

$$\text{za } z_m = \frac{l}{\sqrt{3}} = \frac{l \sqrt{3}}{3}$$

$$\alpha = \frac{m}{6} \cdot \frac{l}{\mathfrak{B}}$$

$$\beta = -\frac{m}{3} \cdot \frac{l}{\mathfrak{B}} = -2\alpha$$



$$F_A = -\frac{m}{l}, \quad F_B = \frac{m}{l}$$

$$M = -\frac{m}{l} z + m = m \left[1 - \frac{z}{l} \right]$$

$$\mathfrak{B} y'' = m \left[\frac{z}{l} - 1 \right]$$

3a

$$\mathfrak{B} y' = \frac{m l}{6} \left[2 - 6 \left(\frac{z}{l} \right) + 3 \left(\frac{z}{l} \right)^2 \right]$$

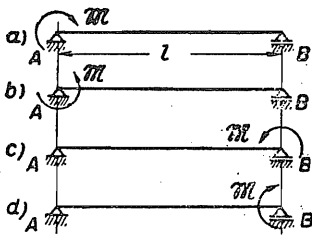
$$\mathfrak{B} y = \frac{m l^2}{6} \left[2 \left(\frac{z}{l} \right) - 3 \left(\frac{z}{l} \right)^2 + \left(\frac{z}{l} \right)^3 \right]$$

$$f_{max} = \frac{\sqrt{3}}{27} \frac{m l^2}{\mathfrak{B}}$$

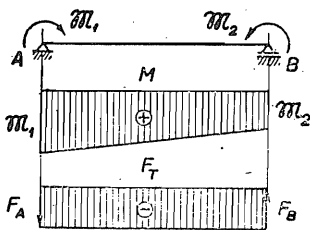
$$\text{za } z_m = \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \right) l$$

$$f(z=l/2) = \frac{1}{16} \frac{m l^2}{\mathfrak{B}}; \quad \alpha = \frac{m l}{3 \mathfrak{B}} = -2 \beta$$

3b



Слика	a	b	c	d
α	$\frac{\mathfrak{M}l}{3\mathfrak{B}}$	$-\frac{\mathfrak{M}l}{3\mathfrak{B}}$	$\frac{\mathfrak{M}l}{6\mathfrak{B}}$	$\frac{\mathfrak{M}l}{6\mathfrak{B}}$
β	$-\frac{\mathfrak{M}l}{6\mathfrak{B}}$	$\frac{\mathfrak{M}l}{6\mathfrak{B}}$	$-\frac{\mathfrak{M}l}{3\mathfrak{B}}$	$\frac{\mathfrak{M}l}{3\mathfrak{B}}$
f_{max}	$\frac{\sqrt{3}}{27} \frac{\mathfrak{M}l^2}{\mathfrak{B}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{27} \frac{\mathfrak{M}l^2}{\mathfrak{B}}$	као a)	као b)
z_m	$\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right) l$	као a)	$\frac{\sqrt{3}}{3} l$	као c)



$$F_A = -\frac{\mathfrak{M}_1 - \mathfrak{M}_2}{l} = -F_B$$

$$M = \mathfrak{M}_1 \left[1 - \left(\frac{z}{l} \right) \right] + \mathfrak{M}_2 \left(\frac{z}{l} \right)$$

$$\mathfrak{B} y'' = \mathfrak{M}_1 \left[\left(\frac{z}{l} \right) - 1 \right] - \mathfrak{M}_2 \left(\frac{z}{l} \right)$$

$$\mathfrak{B} y' = \frac{l}{6} \left\{ \mathfrak{M}_1 \left[2 - 6 \left(\frac{z}{l} \right) + 3 \left(\frac{z}{l} \right)^2 \right] + \mathfrak{M}_2 \left[1 - 3 \left(\frac{z}{l} \right)^2 \right] \right\}$$

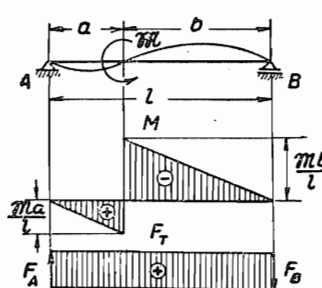
4

$$\mathfrak{B} y = \frac{l^2}{6} \frac{z}{l} \left[1 - \left(\frac{z}{l} \right) \right] \left\{ \mathfrak{M}_1 \left[2 - \left(\frac{z}{l} \right) \right] + \mathfrak{M}_2 \left[1 + \left(\frac{z}{l} \right) \right] \right\}$$

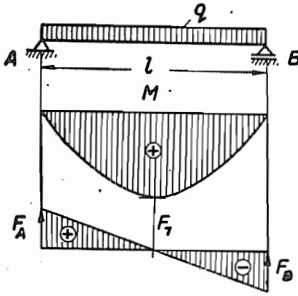
$$f_{(z=1/2l)} = \frac{l^2}{16\mathfrak{B}} (\mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2)$$

$$\alpha = \frac{l}{6\mathfrak{B}} (2\mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2), \quad \beta = -\frac{l}{6\mathfrak{B}} (\mathfrak{M}_1 + 2\mathfrak{M}_2).$$

У случају да неки спрег (или оба) има супротан смер од смера назначеног на слици, треба у обрасцима код дотичног спрега знак \mathfrak{M} или F_T заменити знаком минус.

	$ \mathfrak{M}_1 = \mathfrak{M}_2 = \mathfrak{M}$	$F_A = F_B = 0; \quad M = \mathfrak{M}$
4 a	$y' = \frac{\mathfrak{M} l}{2 \mathfrak{B}} \left[1 - 2 \left(\frac{z}{l} \right) \right];$ $y = \frac{\mathfrak{M} l^2}{2 \mathfrak{B}} \left[\left(\frac{z}{l} \right) - \left(\frac{z}{l} \right)^2 \right]$ $f_{max} = \frac{\mathfrak{M} l^2}{8 \mathfrak{B}} \quad \text{за } z_m = \frac{1}{2} l$ $\alpha = \frac{\mathfrak{M} l}{2 \mathfrak{B}} = -\beta.$	
5*		$F_A = \frac{\mathfrak{M}}{l} \quad F_B = -\frac{\mathfrak{M}}{l}$ $M = \frac{\mathfrak{M}}{l} z \left -\mathfrak{M} \right.$ $a > b \quad M_{max} = \mathfrak{M} \frac{a}{l}$ $a < b \quad M_{max} = -\mathfrak{M} \frac{b}{l}$ $\mathfrak{B} y'' = -\frac{\mathfrak{M}}{l} z \left + \mathfrak{M} \right.$
	$y = \frac{\mathfrak{M}}{6} \frac{l^2}{\mathfrak{B}} \left\{ \frac{z}{l} \left[1 - 3 \left(\frac{b}{l} \right)^2 - \left(\frac{z}{l} \right)^2 \right] \right + 3 \left(\frac{z-a}{l} \right)^2 \left. \right\}$ $a > b \quad f_{max} = \frac{\mathfrak{M}}{3} \frac{l^2}{\mathfrak{B}} \left[\frac{1}{3} - \left(\frac{b}{l} \right)^2 \right]^{3/2} \quad \text{за } z_m = \sqrt{1/3 l^2 - b^2}$ $a < b \quad f_{max} = \frac{\mathfrak{M}}{3} \frac{l^2}{\mathfrak{B}} \left[\frac{1}{3} - \left(\frac{a}{l} \right)^2 \right]^{3/2} \quad \text{за } z_m = l - \sqrt{1/3 l^2 - a^2}$ $\alpha = \frac{\mathfrak{M} l}{6 \mathfrak{B}} \left[1 - 3 \left(\frac{b}{l} \right)^2 \right]. \quad \text{За } a > \frac{1}{3} l \sqrt{3} \text{ нагиб } \beta \text{ мења знак.}$ $\beta = \frac{\mathfrak{M} l}{6 \mathfrak{B}} \left[1 - 3 \left(\frac{a}{l} \right)^2 \right]. \quad \text{За } a = b = \frac{1}{2} l \text{ је } \alpha = \beta = \frac{\mathfrak{M} l}{24 \mathfrak{B}}.$	

* Према Clebsch-овој методи за део $z < a$ променљива је z , а за део $z > a$ променљива је $z-a$.



6

$$F_A = F_B = \frac{1}{2} F_q = \frac{1}{2} q l;$$

$$M = \frac{q l}{2} z - \frac{q z^2}{2} = \frac{q l^2}{2} \left[\frac{z}{l} - \left(\frac{z}{l} \right)^2 \right]$$

$$M_{max} = \frac{1}{8} q l^2 \quad \text{за } z_0 = \frac{1}{2} l$$

$$\mathfrak{B} y'' = - \frac{F_q l}{2} \left[\frac{z}{l} - \left(\frac{z}{l} \right)^2 \right]$$

$$y' = \frac{F_q l^2}{24 \mathfrak{B}} \left[1 - 6 \left(\frac{z}{l} \right)^2 + 4 \left(\frac{z}{l} \right)^3 \right]$$

$$y = \frac{F_q \cdot l^3}{24 \mathfrak{B}} \left[\frac{z}{l} - 2 \left(\frac{z}{l} \right)^3 + \left(\frac{z}{l} \right)^4 \right]$$

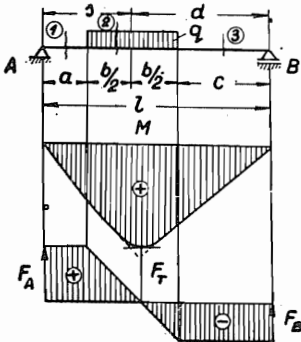
$$f_{max} = \frac{5}{384} \cdot \frac{F_q \cdot l^3}{\mathfrak{B}} \approx 0,01302 \frac{F_q l^3}{\mathfrak{B}} \quad \text{за } z_m = \frac{1}{2} l;$$

$$\alpha = -\beta = \frac{F_q \cdot l^2}{24 \mathfrak{B}} \approx 3,2 \frac{f_{max}}{l}.$$

Вредности функције

$$\varphi(u) = \frac{1}{24}(u - 2u^3 + u^4), \quad u = z/l; \quad y = F_q k \varphi; \quad k = l^3/\mathfrak{B}$$

\rightarrow u	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	
$\varphi(u) \cdot 10^5$	207	409	599	773	928	1059	1164	1240	1286	1302	$\varphi(u) \cdot 10^5$
	0,95	0,90	0,85	0,80	0,75	0,70	0,65	0,60	0,55	0,50	\leftarrow u



7

$$F_q = qb; \quad F_A = \frac{qbd}{l} = F_q \frac{d}{l}; \quad F_B = F_q \frac{s}{l}$$

$$s = a + \frac{1}{2}b; \quad d = c + \frac{1}{2}b; \quad e = a + b$$

$$0 < z < a \quad M = q \frac{bd}{l} z,$$

$$M_{max} = qb \frac{d}{l} a, \quad z_0 = a;$$

$$a < z < (a+b) \quad M = q \frac{bd}{l} z - q \frac{(z-a)^2}{2}$$

$$M_{max} = \frac{qbd}{2} \left[2 \left(\frac{a}{l} \right) + \left(\frac{b}{l} \right) \left(\frac{d}{l} \right) \right]$$

$$\text{за } z_0 = a + (F_A/q) = a + (bd/l);$$

$$(a+b) < z < l \quad M = q \frac{bd}{l} z - qb(z-s) = qb \frac{s}{l} (l-z).$$

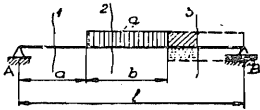
$$7 \quad y = \frac{qb}{24} \frac{l^3}{\mathfrak{B}} \left\{ \frac{d}{l} \cdot \frac{z}{l} \left[4 - \left(\frac{b}{l}\right)^2 - 4\left(\frac{d}{l}\right)^2 - 4\left(\frac{z}{l}\right)^2 \right] \right\} + \left(\frac{l}{b}\right) \left(\frac{z-a}{l}\right)^4 +$$

$$\left[+ 4\left(\frac{z-s}{l}\right)^3 + \left(\frac{z-s}{l}\right) \left(\frac{b}{l}\right)^2 - \left(\frac{l}{b}\right) \left(\frac{z-a}{l}\right)^4 \right]$$

$$\alpha = \frac{qb}{24} \frac{l^2}{\mathfrak{B}} \frac{d}{l} \left[4 - \left(\frac{b}{l}\right)^2 - 4\left(\frac{d}{l}\right)^2 \right];$$

$$\beta = -\frac{qb}{24} \frac{l^2}{\mathfrak{B}} \left\{ \frac{d}{l} \left[8 + 4\left(\frac{d}{l}\right)^2 + \left(\frac{b}{l}\right)^2 \right] - 12\left(\frac{l-s}{l}\right)^2 - \left(\frac{b}{l}\right)^2 \right\}.$$

Према Clebsch-овој методи треба за променљиве узети: у пресеку 1) z , у пресеку 2) $z-a$ и у пресеку 3) $z-e$, где је $e = a+b$. Како је $s = a + (b/2) = e - (b/2)$ то је $qb(z-s) = [q(z-a)^2/2] - [q(z-e)^2/2]$, те се момент у трећем пољу заиста може изразити помоћу момената у два претходна поља, па је укупно



$$M = \frac{qbd}{l} z \left[-\frac{q}{2} (z-a)^2 \right] + \frac{q}{2} (z-e)^2.$$

Ово лакше постижемо на тај начин што ћемо оптерећење продужити у следећем пољу и одузети га, како је показано на слици.

Двоструким интегралењем једначине

$$\mathfrak{B} y'' = -\frac{qbd}{l} z \left[+\frac{q}{2} (z-a)^2 \right] - \frac{q}{2} (z-e)^2$$

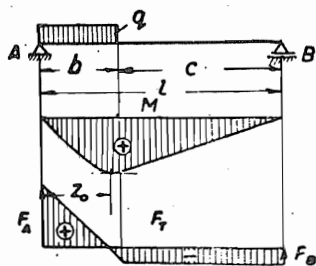
биће

$$\mathfrak{B} y' = -\frac{qbd}{2l} z^2 + C_1 \left[+\frac{q}{6} (z-a)^3 \right] - \frac{q}{6} (z-e)^3.$$

$$\mathfrak{B} y = -\frac{qbd}{6l} z^3 + C_1 z + C_2 \left[+\frac{q}{24} (z-a)^4 \right] - \frac{q}{24} (z-e)^4.$$

7	<p>Константе C_i одређујемо из услова да је $y=0$ за $z=0$ и $z=l$, па су</p> $C_2=0$ $C_1 = \frac{qbd l}{6} - \frac{q}{24l}(l-a)^4 + \frac{q}{24l}(l-e)^4; e = a+b;$ $\mathfrak{B} y = C_1 z - \frac{qbd}{6l} z^3 + \frac{q}{24}(z-a)^4 - \frac{q}{24}(z-e)^4$ $\alpha = C_1/\mathfrak{B}$ $\beta = \frac{1}{\mathfrak{B}} \left[C_1 - \frac{qbd l}{2} + \frac{q}{6}(l-a)^3 - \frac{q}{6}(l-e)^3 \right].$		
7a	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;"> $a = b = c = \frac{1}{3}l; e = \frac{2}{3}l;$ $s = d = \frac{1}{2}l$ </td> <td style="padding: 5px; text-align: right;"> $F_A = F_B = \frac{1}{6}ql; F_q = \frac{1}{8}ql$ </td> </tr> </table> $M = \frac{ql}{6} z \left -\frac{q}{2} \left(z - \frac{l}{3} \right)^2 \right + \frac{q}{2} \left(z - \frac{2}{3}l \right)^2$ $y = \frac{ql^4}{24 \mathfrak{B}} \left[\frac{13}{27} \frac{z}{l} - \frac{2}{3} \left(\frac{z}{l} \right)^3 \right] + \left(\frac{z}{l} - \frac{1}{3} \right)^4 - \left(\frac{z}{l} - \frac{2}{3} \right)^4$ $f(z = \frac{1}{3}l) = \frac{11}{1944} \frac{ql^4}{\mathfrak{B}} = \frac{176}{31104} \frac{ql^4}{\mathfrak{B}};$ $f(z = \frac{1}{2}l) = \frac{205}{31104} \frac{ql^4}{\mathfrak{B}}$ $\alpha = \frac{13}{648} \frac{ql^3}{\mathfrak{B}} = -\beta.$	$a = b = c = \frac{1}{3}l; e = \frac{2}{3}l;$ $s = d = \frac{1}{2}l$	$F_A = F_B = \frac{1}{6}ql; F_q = \frac{1}{8}ql$
$a = b = c = \frac{1}{3}l; e = \frac{2}{3}l;$ $s = d = \frac{1}{2}l$	$F_A = F_B = \frac{1}{6}ql; F_q = \frac{1}{8}ql$		
7b	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;"> $a = c = \frac{1}{4}l; b = \frac{1}{2}l$ $s = d = \frac{1}{2}l; e = \frac{3}{4}l$ </td> <td style="padding: 5px; text-align: right;"> $F_A = F_B = \frac{1}{4}ql; F_q = \frac{1}{2}ql$ </td> </tr> </table> $y = \frac{ql^4}{24 \mathfrak{B}} \left[\frac{11}{16} \frac{z}{l} - \left(\frac{z}{l} \right)^3 \right] + \left(\frac{z}{l} - \frac{1}{4} \right)^4 - \left(\frac{z}{l} - \frac{3}{4} \right)^4$ $f(z = \frac{1}{4}l) = \frac{5}{768} \frac{ql^4}{\mathfrak{B}} = \frac{40}{6144} \frac{ql^4}{\mathfrak{B}};$ $f(z = \frac{1}{2}l) = \frac{57}{6144} \frac{ql^4}{\mathfrak{B}}$ $\alpha = \frac{11}{384} \frac{ql^3}{\mathfrak{B}} = -\beta.$	$a = c = \frac{1}{4}l; b = \frac{1}{2}l$ $s = d = \frac{1}{2}l; e = \frac{3}{4}l$	$F_A = F_B = \frac{1}{4}ql; F_q = \frac{1}{2}ql$
$a = c = \frac{1}{4}l; b = \frac{1}{2}l$ $s = d = \frac{1}{2}l; e = \frac{3}{4}l$	$F_A = F_B = \frac{1}{4}ql; F_q = \frac{1}{2}ql$		

$$a = 0; \quad s = \frac{1}{2}b; \quad d = \frac{1}{2}l[2 - (b/l)]; \quad e = b$$



$$F_A = \frac{1}{2}F_q \left(2 - \frac{b}{l}\right) = \frac{qbd}{l}$$

$$F_B = \frac{1}{2}F_q \frac{b}{l} = \frac{qb^2}{2l}; \quad F_q = qb.$$

$$M = F_A z - \frac{qz^2}{2} \Big| + \frac{q}{2} (z-b)^2$$

$$M_{max} = \frac{1}{8}F_q b \left(1 - \frac{b}{l}\right)^2 \quad 3a \quad z_0 = b \left(1 - \frac{b}{2l}\right)$$

$$\mathfrak{B} y'' = -F_A z + \frac{qz^2}{2} \Big| - \frac{q}{2} (z-b)^2$$

$$\mathfrak{B} y' = -\frac{F_A z^2}{2} + \frac{qz^3}{6} + C_1 \Big| - \frac{q}{6} (z-b)^3$$

$$7c \quad \mathfrak{B} y = -\frac{F_A z^3}{6} + \frac{qz^4}{24} + C_1 z + C_2 \Big| - \frac{q}{24} (z-b)^4$$

$$\left. \begin{array}{l} z=0 \\ z=l \end{array} \right\} y=0; \quad C_2=0;$$

$$C_1 = \frac{F_A l^2}{6} - \frac{ql^3}{24} + \frac{q}{24l} (l-b)^4$$

$$y = \frac{ql^4}{24 \mathfrak{B}} \left\{ 2 \frac{b}{l} \left(2 - \frac{b}{l}\right) \left[\frac{z}{l} - \left(\frac{z}{l}\right)^3 \right] - \left[\frac{z}{l} - \left(\frac{z}{l}\right)^4 \right] + \right.$$

$$\left. + \left(1 - \frac{b}{l}\right)^4 \cdot \frac{z}{l} \Big| - \left(\frac{z-b}{l}\right)^4 \right\} =$$

$$= \frac{ql^4}{24 \mathfrak{B}} \left[\left(2 - \frac{b}{l}\right)^2 \cdot \left(\frac{b}{l}\right)^2 \cdot \frac{z}{l} - 2 \frac{b}{l} \cdot \left(2 - \frac{b}{l}\right) \cdot \left(\frac{z}{l}\right)^3 + \left(\frac{z}{l}\right)^4 \Big| - \left(\frac{z-b}{l}\right)^4 \right]$$

$$\alpha = \frac{q}{24} \cdot \frac{l^3}{\mathfrak{B}} \left(2 - \frac{b}{l}\right)^2 \cdot \left(\frac{b}{l}\right)^2; \quad \beta = -\frac{q}{24} \cdot \frac{l^3}{\mathfrak{B}} \left[2 - \left(\frac{b}{l}\right)^2 \right] \cdot \left(\frac{b}{l}\right)^2$$

$a=0, \quad b=1/2 l$
 $s=1/2 l, \quad d=3/4 l$

$F_A=3/8 ql, \quad F_B=1/8 ql; \quad F_q=1/2 ql$

7d

$$M = \frac{3}{8} qlz - \frac{qz^2}{2} \left| + \frac{q}{2} \left(z - \frac{l}{2} \right)^2 \right.$$

$$y = \frac{ql^4}{24 \mathfrak{B}} \left[\frac{9}{16} \left(\frac{z}{l} \right) - \frac{3}{2} \left(\frac{z}{l} \right)^3 + \left(\frac{z}{l} \right)^4 \right] - \left(\frac{z}{l} - \frac{1}{2} \right)^4$$

$$f(z=1/2 l) = \frac{5}{768} \frac{ql^4}{\mathfrak{B}}$$

$$\alpha = \frac{3}{128} \frac{ql^3}{\mathfrak{B}}; \quad \beta = -\frac{7}{384} \frac{ql^3}{\mathfrak{B}}$$

$a=0; \quad b=3/4 l=e;$
 $s=3/8 l; \quad d=5/8 l$

$F_A=15/32 ql; \quad F_B=9/32 ql; \quad F_q=3/4 ql$

7e

$$M = \frac{15}{32} qlz - \frac{qz^2}{2} \left| + \frac{q}{2} \left(z - \frac{3l}{4} \right)^2 \right.$$

$$y = \frac{ql^4}{24 \mathfrak{B}} \left[\frac{225}{256} \left(\frac{z}{l} \right) - \frac{15}{8} \left(\frac{z}{l} \right)^3 + \left(\frac{z}{l} \right)^4 \right] - \left(\frac{z}{l} - \frac{3}{4} \right)^4$$

$$\alpha = \frac{75}{2048} \frac{ql^3}{\mathfrak{B}}; \quad \beta = -\frac{69}{2048} \frac{ql^3}{\mathfrak{B}}$$

8

$q: q_0 = z: l; \quad F_q = 1/2 q_0 l$
 $F_A = 1/3 F_q; \quad F_B = 2/3 F_q$
 $F_T = F_A - \frac{1}{2} qz = \frac{q_0 l}{6} \left[1 - 3 \left(\frac{z}{l} \right)^2 \right]$
 $M = F_A z - \frac{qz^2}{6} =$
 $= \frac{q_0 l^2}{6} \left[\frac{z}{l} - \left(\frac{z}{l} \right)^3 \right]$

$M_{n \max} = \frac{2\sqrt{3}}{27} F_q l \approx 0,1283 F_q l$

3a $z_0 = \frac{l}{\sqrt{3}} \approx 0,5773 l$

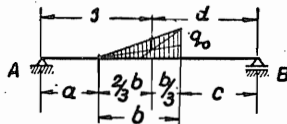
$$\mathfrak{B}y'' = -\frac{1}{3} F_q \cdot z \left[1 - \left(\frac{z}{l} \right)^2 \right]$$

$$y = \frac{F_q}{180} \cdot \frac{l^3}{\mathfrak{B}} \left[7 \left(\frac{z}{l} \right) - 10 \left(\frac{z}{l} \right)^3 + 3 \left(\frac{z}{l} \right)^5 \right].$$

$$8 \quad f_{max} \approx 0,01304 \frac{F \cdot l^3}{\mathfrak{B}} \approx 0,006522 \frac{q_0 l^4}{\mathfrak{B}} \quad \text{за } z_m = l \sqrt{1 - \sqrt{8/15}} \approx 0,5193 l.$$

$$f_{max} \approx \frac{5}{384} F_q \frac{l^3}{\mathfrak{B}} = \frac{5}{768} \frac{q_0 l^4}{\mathfrak{B}} \quad \text{за } z_m \approx \frac{1}{2} l \quad (\text{грешка } 1,8\%)$$

$$\alpha = \frac{7}{180} \frac{F_q l^2}{\mathfrak{B}} = \frac{7}{360} \frac{q_0 l^3}{\mathfrak{B}}; \quad \beta = -\frac{8}{180} \frac{F_q l^2}{\mathfrak{B}} = -\frac{8}{360} \frac{q_0 l^3}{\mathfrak{B}}.$$



$$q : q_0 = (z - a) : b; \quad F_q = \frac{1}{2} q_0 b;$$

$$F_A = \frac{F_q d}{l}; \quad F_B = \frac{F_q s}{l}; \quad s = a + \frac{2}{3} b; \quad d = c + \frac{1}{3} b$$

$$0 < z < a \quad M = \frac{F_q d}{l} z = \frac{q_0 b d}{2l} z$$

$$a < z < (a + b) \quad M = \frac{q_0}{6bl} [3b^2 dz - l(z - a)^3]$$

$$M_{max} = \frac{q_0 b d}{6l} [3a + 2b\sqrt{d/l}]$$

$$\text{за } z_0 = a + b\sqrt{d/l}$$

8a

$$(a + b) < z < l \quad M = \frac{q_0 b d}{2l} (l - z)$$

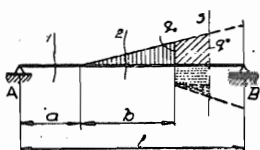
$$y = \frac{F_q}{1620} \frac{l^3}{\mathfrak{B}} \left\{ \frac{z}{l} \left[270 \left(\frac{s}{l} \right) \left(\frac{d}{l} \right) \left(\frac{l+d}{l} \right) - 45 \left(\frac{b}{l} \right)^2 \left(\frac{c}{l} \right) - 17 \left(\frac{b}{l} \right)^3 - \right. \right. \\ \left. \left. - 270 \left(\frac{d}{l} \right) \left(\frac{z}{l} \right)^2 \right] \right| + 27 \left(\frac{l}{b} \right)^2 \left(\frac{z-a}{l} \right)^5 + \\ \left. + \left[+ 45 \left(\frac{b}{l} \right)^2 \cdot \left(\frac{z-a}{l} \right) - 28 \left(\frac{b}{l} \right)^3 + 270 \left(\frac{x-s}{l} \right)^3 - 27 \left(\frac{l}{b} \right)^2 \left(\frac{z-a}{l} \right)^5 \right] \right\}$$

$$\alpha = \frac{F_q}{1620} \frac{l^2}{\mathfrak{B}} \left[270 \left(\frac{s}{l} \right) \left(\frac{d}{l} \right) \left(\frac{l+d}{l} \right) - 45 \left(\frac{b}{l} \right)^2 \left(\frac{c}{l} \right) - 17 \left(\frac{b}{l} \right)^3 \right]$$

$$\beta = - \frac{F_q}{1620} \frac{l^2}{\mathfrak{B}} \left[17 \left(\frac{b}{l} \right)^3 + 45 \left(\frac{b}{l} \right)^2 \left(\frac{a}{l} - 1 \right) - 270 \left(\frac{s}{l} \right) \left(\frac{d}{l} \right) \left(\frac{l+d}{l} \right) + 3 \cdot 270 \left(\frac{d}{l} \right) \left(1 - \frac{d}{l} \right) \right].$$

Према Clebsch-овој методи треба у појединим пресецима узети као променљиве

$$z, \quad z-a \quad \text{и} \quad z-e, \quad \text{где је} \quad e=a+b.$$



Због тога продужимо троугласто оптерећење у трећем пресеку и одузмимо га, онда постоји однос

$$q^* : q_0 = (z-a) : b,$$

па је момент одузетог оптерећења у трећем пољу

$$\frac{q_0 (z-e)^2}{2} + \frac{(q^* - q_0) (z-e)^2}{6}; \quad q^* - q_0 = \frac{q_0 (z-e)}{b}$$

те је укупни момент

$$M = F_A z \left| - \frac{q_0 (z-a)^3}{6b} \right| + \frac{q_0 (z-e)^2}{2} + \frac{q_0 (z-e)^3}{6b}.$$

Интегралењем добијамо

$$\mathfrak{B} y' = - \frac{F_A z^2}{2} + C_1 \left| + \frac{q_0 (z-a)^4}{24b} \right| - \frac{q_0 (z-e)^3}{6} - \frac{q_0 (z-e)^4}{24b}$$

$$\mathfrak{B} y = - \frac{F_A z^3}{6} + C_1 z + C_2 \left| + \frac{q_0 (z-a)^5}{120b} \right| +$$

$$+ \left| - \frac{q_0 (z-e)^4}{24} - \frac{q_0 (z-e)^5}{120b} \right|.$$

Константе одређујемо, из услова да је $y=0$ за $z=0$ и $z=l$, па је $C_2=0$ и

$$C_1 = \frac{F_q l^2}{120} \left[20 \frac{d}{l} - 2 \left(\frac{l}{b} \right)^2 \left(1 - \frac{a}{l} \right)^5 + 10 \frac{l}{b} \cdot \left(1 - \frac{e}{l} \right)^4 + 2 \left(\frac{l}{b} \right)^2 \left(1 - \frac{e}{l} \right)^5 \right]$$

$$8a \quad \mathfrak{B} y = C_1 z - \frac{F_q d}{6l} z^3 \Big| + \frac{F_q}{60 b^2} (z-a)^5 \Big| - \frac{F_q}{12b} (z-e)^4 - \frac{F_q}{60 b^2} (z-e)^5;$$

$$\alpha = C_1 / \beta$$

$$\beta = \frac{1}{\mathfrak{B}} \left[C_1 - \frac{1}{2} F_q d l + \frac{F_q}{12 b^2} (l-a)^4 - \frac{F_q}{3b} (l-e)^3 - \frac{F_q}{12 b^2} (l-e)^4 \right].$$

$$c=0; \quad b=l-a; \quad e=l$$

$$s = \frac{2l+a}{3}; \quad d = \frac{l-a}{3}$$

$$F_q = 1/2 q_0 (l-a)$$

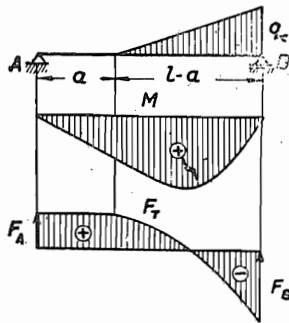
$$F_A = 1/3 F_q \left(1 - \frac{a}{l} \right)$$

$$F_B = 2/3 F_q \left(1 + \frac{a}{2l} \right)$$

$$M = \frac{1}{3} F_q \left\{ z \left[1 - \left(\frac{a}{l} \right) \right] \Big| - \frac{(z-a)^3}{(l-a)^2} \right\}$$

$$M_{max} = \frac{1}{3} F_q (l-a) \left\{ \left(\frac{a}{l} \right) + 2 \left(\frac{l-a}{3l} \right)^2 \right\}$$

$$3a \quad z_0 = a + (l-a) \sqrt{\frac{l-a}{3l}}$$



8b

$$y = \frac{F_q}{180} \cdot \frac{l^3}{\mathfrak{B}} \cdot \left\{ \left[7 + 6 \left(\frac{a}{l} \right) - 3 \left(\frac{a}{l} \right)^2 - 10 \left(\frac{z}{l} \right)^2 \right] \cdot \left(1 - \frac{a}{l} \right) \cdot \left(\frac{z}{l} \right) \Big| + \frac{3(z-a)^5}{l^3 (l-a)^2} \right\}$$

8b

$$\alpha = \frac{F_q}{180} \cdot \frac{l^2}{\mathfrak{B}} \left[7 + 6 \left(\frac{a}{l} \right) - 3 \left(\frac{a}{l} \right)^2 \right] \cdot \left(1 - \frac{a}{l} \right)$$

$$\beta = - \frac{F_q}{180} \cdot \frac{l^2}{\mathfrak{B}} \left[8 + 9 \left(\frac{a}{l} \right) + 3 \left(\frac{a}{l} \right)^2 \right] \cdot \left(1 - \frac{a}{l} \right)$$

$$a = 1/2 l; \quad b = 1/2 l; \quad c = 0$$

$$s = 5/6 l; \quad d = 1/6 l$$

$$F_q = 1/4 q_0 l; \quad F_A = 1/6 F_q; \quad F_B = 5/6 F_q$$

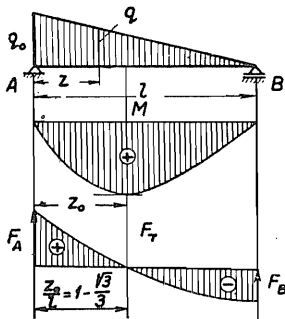
8c

$$M_{max} = \frac{F_q l}{36} \left[3 + 2 \sqrt{\frac{1}{6}} \right] \quad \text{3a} \quad z_0 = \frac{l}{2} \left(1 + \sqrt{\frac{1}{6}} \right)$$

$$y = \frac{F_q}{180} \cdot \frac{l^3}{8 \mathfrak{B}} \left\{ \frac{z}{l} \left[37 - 40 \left(\frac{z}{l} \right)^2 \right] \right\} + 3 \left(\frac{2z-l}{l} \right)^5$$

$$\alpha = \frac{37}{8 \cdot 180} \frac{F_q l^2}{\mathfrak{B}} = \frac{37}{5760} \frac{q_0 l^3}{\mathfrak{B}}; \quad \beta = - \frac{53}{8 \cdot 180} \frac{F_q l^2}{\mathfrak{B}} = - \frac{53}{5760} \frac{q_0 l^3}{\mathfrak{B}}$$

9



$$q : q_0 = (l - z) : l, \quad q = 2F_q (l - z) / l^2$$

$$F_q = 1/2 q_0 l, \quad F_A = 2/3 F_q, \quad F_B = 1/3 F_q$$

$$F_T = \frac{2}{3} F_q \left[1 - 3 \left(\frac{z}{l} \right) + \frac{3}{2} \left(\frac{z}{l} \right)^2 \right]$$

$$M = \frac{F_q l}{3} \left[2 \left(\frac{z}{l} \right) - 3 \left(\frac{z}{l} \right)^2 + \left(\frac{z}{l} \right)^3 \right]$$

$$M_{max} = \frac{2\sqrt{3}}{27} F_q l \approx 0,1283 F_q l$$

$$\text{3a} \quad \frac{z_0}{l} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0,4227$$

$$\mathfrak{B} y'' = - \frac{F_q l}{3} \left[2 \left(\frac{z}{l} \right) - 3 \left(\frac{z}{l} \right)^2 + \left(\frac{z}{l} \right)^3 \right]$$

$$\mathfrak{B} y' = \frac{F_q l^2}{60} \left[8 - 60 \left(\frac{z}{l} \right)^2 + 60 \left(\frac{z}{l} \right)^3 - 15 \left(\frac{z}{l} \right)^4 \right]$$

$$y = \frac{F_q}{180} \frac{l^3}{\mathfrak{B}} \left[8 \left(\frac{z}{l} \right) - 20 \left(\frac{z}{l} \right)^3 + 15 \left(\frac{z}{l} \right)^4 - 3 \left(\frac{z}{l} \right)^5 \right]$$

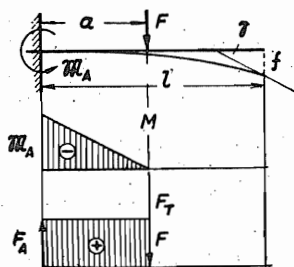
$$f_{max} \approx 0,01304 \frac{F_q l^3}{\mathfrak{B}} \quad \text{za } z_m = 0,4807 l$$

9

$$f_{(z=1/2 l)} = \frac{5}{384} \frac{F_q l^3}{\mathfrak{B}} = \frac{5}{768} \frac{q_0 l^4}{\mathfrak{B}};$$

$$\alpha = \frac{8}{180} \frac{F_q l^2}{\mathfrak{B}} = \frac{8}{360} \frac{q_0 l^3}{\mathfrak{B}}; \quad \beta = -\frac{7}{180} \frac{F_q l^2}{\mathfrak{B}} = -\frac{7}{360} \frac{q_0 l^3}{\mathfrak{B}}$$

2 — Конзола



$$F_A = F; \quad \mathfrak{M}_A = -Fa$$

$$M'_{(z)} = F_A z - Fa \quad | \quad -F(z-a) = \\ = -F(a-z) \quad | \quad -F(z-a)$$

$$\mathfrak{B} y'' = -M'_{(z)} = F(a-z) \quad | \quad +F(z-a)$$

$$\mathfrak{B} y' = F \left(az - \frac{z^2}{2} \right) + C_1 \quad | \quad + \frac{F(z-a)^2}{2}$$

10

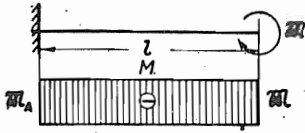
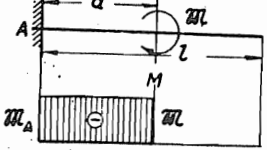
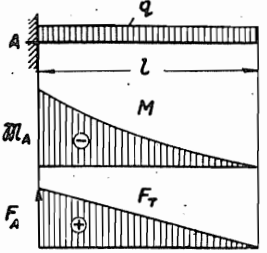
$$\mathfrak{B} y = F \left(\frac{az^2}{2} - \frac{z^3}{6} \right) + C_1 z + C_2 \quad | \quad + \frac{F(z-a)^3}{6}$$

$$\text{za } z=0, \quad y=y'=0; \quad C_1=C_2=0$$

$$y' = \frac{Fl^2}{2\mathfrak{B}} \left\{ \left[2 \frac{a}{l} \cdot \frac{z}{l} - \left(\frac{z}{l} \right)^2 \right] \quad | \quad + \left(\frac{z-a}{l} \right)^2 \right\}$$

$$y = \frac{Fl^3}{6\mathfrak{B}} \left\{ \left[3 \frac{a}{l} \cdot \left(\frac{z}{l} \right)^2 - \left(\frac{z}{l} \right)^3 \right] \quad | \quad + \left(\frac{z-a}{l} \right)^3 \right\}$$

10	$f_{(z=a)} = \frac{1}{3} \cdot \frac{F a^3}{\mathfrak{B}},$ $f_{(z=l)} = \frac{F}{6} \cdot \frac{l^3}{\mathfrak{B}} \cdot \left(\frac{a}{l}\right)^2 \cdot \left[3 - \left(\frac{a}{l}\right)\right].$ $\Upsilon_{(z=0)} = 0; \quad \Upsilon_{(z=a)} = \frac{F}{2} \cdot \frac{a^2}{\mathfrak{B}}; \quad \Upsilon_{(z=l)} = \frac{F}{2} \cdot \frac{l^2}{\mathfrak{B}} \left(\frac{a}{l}\right)^2$		
10a	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 40%; text-align: center;">$a = \frac{1}{2} l$</td> <td style="padding: 5px;">$F_A = F; \quad \mathfrak{M}_A = -\frac{1}{2} Fl$</td> </tr> </table> $y = \frac{F}{6} \frac{l^3}{\mathfrak{B}} \left\{ \left(\frac{z}{l}\right)^2 \left[\frac{3}{2} - \left(\frac{z}{l}\right) \right] + \left(\frac{z}{l} - \frac{1}{2}\right)^3 \right\}$ $f_{(z=\frac{1}{2}l)} = \frac{Fl^3}{24 \mathfrak{B}}; \quad \Upsilon_{(z=\frac{1}{2}l)} = \frac{Fl^2}{8 \mathfrak{B}}$ $f_{(z=l)} = \frac{5}{48} \frac{Fl^3}{\mathfrak{B}} = f_{(z=\frac{1}{2}l)} + \Upsilon_{(z=\frac{1}{2}l)} \cdot \frac{l}{2}$	$a = \frac{1}{2} l$	$F_A = F; \quad \mathfrak{M}_A = -\frac{1}{2} Fl$
$a = \frac{1}{2} l$	$F_A = F; \quad \mathfrak{M}_A = -\frac{1}{2} Fl$		
11	<div style="display: flex; align-items: flex-start;"> <div style="flex: 1;"> </div> <div style="flex: 2; padding-left: 20px;"> $F_A = F; \quad \mathfrak{M}_A = -Fl$ $\mathfrak{B} y'' = F \cdot (l - z)$ $y = \frac{F}{6} \cdot \frac{l^3}{\mathfrak{B}} \left\{ \left(\frac{z}{l}\right)^2 \left[3 - \left(\frac{z}{l}\right) \right] \right\}$ </div> </div> $\Upsilon_{(z=l)} = \frac{F}{2} \cdot \frac{l^2}{\mathfrak{B}}; \quad f_{(z=l)} = \frac{F}{3} \cdot \frac{l^3}{\mathfrak{B}}$		

<p>12</p>		$F_A = 0; \quad \mathfrak{M}_A = +\mathfrak{M}$ $\mathfrak{B} y'' = \mathfrak{M}; \quad \mathfrak{B} y' = \mathfrak{M} z$ $y = \frac{\mathfrak{M}}{2} \cdot \frac{z^2}{\mathfrak{B}} = \frac{\mathfrak{M}}{2} \frac{l^2}{\mathfrak{B}} \cdot \left(\frac{z}{l}\right)^2$ $Y_{(z=l)} = \frac{\mathfrak{M} l}{\mathfrak{B}}; \quad f_{max(z=l)} = \frac{\mathfrak{M}}{2} \cdot \frac{l^2}{\mathfrak{B}}$
<p>13</p>		$F_A = 0; \quad \mathfrak{M}_A = +\mathfrak{M}$ $M = \mathfrak{M} (-1 \parallel +1) = -\mathfrak{M} \parallel + \mathfrak{M} (z-a)^0$ $\mathfrak{B} y'' = \mathfrak{M} \parallel - \mathfrak{M} (z-a)^0$ $y = \frac{\mathfrak{M}}{2} \cdot \frac{l^2}{\mathfrak{B}} \left\{ \left(\frac{z}{l}\right)^2 \parallel - \left(\frac{z-a}{l}\right)^2 \right\}$ $f_{(z=a)} = \frac{\mathfrak{M}}{2} \frac{a^2}{\mathfrak{B}}$ $f_{(z=l)} = \frac{\mathfrak{M} a}{\mathfrak{B}} (l - \frac{1}{2} a) = \frac{\mathfrak{M} l^2}{2 \mathfrak{B}} \frac{a}{l} \left(2 - \frac{a}{l}\right)$ $Y = \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{B}} \left\{ z \parallel - (z-a) \right\}$ $Y_{(z=a)} = \frac{\mathfrak{M} a}{\mathfrak{B}}; \quad Y_{(z=l)} = +\mathfrak{M} \frac{a}{\mathfrak{B}}$
<p>14</p>		$F_A = F_q = ql; \quad \mathfrak{M}_A = -\frac{1}{2} F_q l,$ $M = -\frac{F_q l}{2} \left[1 - \left(\frac{z}{l}\right)^2 \right]^2$ $y'' = \frac{F_q l}{2 \mathfrak{B}} \left[1 - \left(\frac{z}{l}\right)^2 \right]^2$ $y' = \frac{F_q l^2}{6 \mathfrak{B}} \left[3 \frac{z}{l} - 3 \left(\frac{z}{l}\right)^2 + \left(\frac{z}{l}\right)^3 \right]$

14

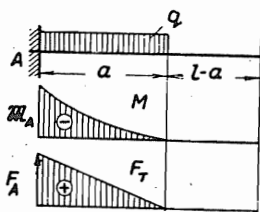
$$y = \frac{F_q}{24} \cdot \frac{l^3}{\mathfrak{B}} \cdot \left(\frac{z}{l}\right)^2 \cdot \left[6 - 4\left(\frac{z}{l}\right) + \left(\frac{z}{l}\right)^2\right].$$

$$f(z=l) = \frac{F_q}{8} \cdot \frac{l^3}{\mathfrak{B}} = \frac{ql^4}{8\mathfrak{B}}; \quad \gamma(z=l) = \frac{F_q}{6} \cdot \frac{l^2}{\mathfrak{B}} = \frac{ql^3}{6\mathfrak{B}}.$$

Вредности функције

$$\varphi(u) = \frac{1}{24}(6u^2 - 4u^3 + u^4), \quad u = z/l$$

u	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$\varphi(u) \cdot 10^5$	233	173	1834	3040	4427	5940	7534	9174	10834	12501



$$F_A = F_q = qa$$

$$\mathfrak{M}_A = -\frac{1}{2}F_q a = -\frac{1}{2}qa^2$$

$$M'_{(z)} = F_A z - \frac{qa^2}{2} - \frac{qz^2}{2} \left| + \frac{q}{2}(z-a)^2 \right.$$

$$\mathfrak{B} y'' = -M'_{(z)}$$

$$\mathfrak{B} y' = -\frac{F_A z^2}{2} + \frac{qa^2}{2}z + \frac{qz^3}{6} + C_1 \left| -\frac{q}{6}(z-a)^3 \right.$$

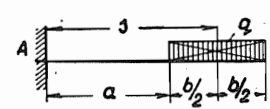
$$15 \quad \mathfrak{B} y = -\frac{F_A z^3}{6} + \frac{qa^2 z^2}{4} + \frac{qz^4}{24} + C_1 z + C_2 \left| -\frac{q}{24}(z-a)^4 \right.$$

$$z=0, \quad y=y'=0; \quad C_1=C_2=0;$$

$$y' = \frac{F_q a^2}{6\mathfrak{B}} \left\{ \left[3\frac{z}{a} - 3\left(\frac{z}{a}\right)^2 + \left(\frac{z}{a}\right)^3 \right] \left| -\left(\frac{z-a}{a}\right)^3 \right. \right\}$$

$$y = \frac{F_q a^3}{24\mathfrak{B}} \left\{ \left[6\left(\frac{z}{a}\right)^2 - 4\left(\frac{z}{a}\right)^3 + \left(\frac{z}{a}\right)^4 \right] \left| -\left(\frac{z-a}{a}\right)^4 \right. \right\}$$

$$f(z=a) = \frac{F_q a^3}{8\mathfrak{B}}; \quad \gamma(z=a) = \frac{F_q a^2}{6\mathfrak{B}};$$

15	$f_{(z=l)} = \frac{F_q a^3}{24 \mathfrak{B}} \left[4 \frac{l}{a} - 1 \right] = Y_{(z=a)}^k (l-a) + f_{(z=a)}^k$ $Y_{(z=l)} = \frac{F_q a^2}{6 \mathfrak{B}} = Y_{(z=a)}$		
15a	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; padding: 5px;">$a = 1/2 l$</td> <td style="width: 50%; padding: 5px;">$F_A = F_q = 1/2 ql$</td> </tr> </table> $y' = \frac{F_q l^2}{24 \mathfrak{B}} \left\{ \left[6 \frac{z}{l} - 12 \left(\frac{z}{l} \right)^2 + 8 \left(\frac{z}{l} \right)^3 \right] - \left(2 \frac{z}{l} - 1 \right)^3 \right\}$ $y = \frac{F_q l^3}{192 \mathfrak{B}} \left\{ 24 \left(\frac{z}{l} \right)^2 - 32 \left(\frac{z}{l} \right)^2 + 16 \left(\frac{z}{l} \right)^4 \right\} - \left(2 \frac{z}{l} - 1 \right)^4 \right\}$ $f_{(z=1/2 l)} = \frac{F_q l^3}{64 \mathfrak{B}} = \frac{ql^4}{128 \mathfrak{B}}; \quad Y_{(z=1/2 l)} = \frac{F_q l^2}{24 \mathfrak{B}} = \frac{ql^3}{48 \mathfrak{B}}$ $f_{(z=l)} = \frac{7}{192} \frac{F_q l^3}{\mathfrak{B}} = \frac{7 ql^4}{384 \mathfrak{B}}$	$a = 1/2 l$	$F_A = F_q = 1/2 ql$
$a = 1/2 l$	$F_A = F_q = 1/2 ql$		
15b	<div style="display: flex; align-items: flex-start;"> <div style="flex: 1;">  </div> <div style="flex: 2; padding-left: 20px;"> $F_q = qb; \quad F_A = qb; \quad \mathfrak{M}_A = -qbs;$ $s = a + 1/2 b = l - 1/2 b$ $M'_{(z)} = qbz - qbs \left[-1/2 q (z-a)^2 \right]$ $\mathfrak{B} y'' = -qbz + qbs \left[+1/2 q (z-a)^2 \right]$ </div> </div> $y' = \frac{F_q l^2}{6 \mathfrak{B}} \left\{ \left[6 \frac{s}{l} \frac{z}{l} - 3 \left(\frac{z}{l} \right)^2 \right] + \frac{l}{b} \left(\frac{z-a}{l} \right)^3 \right\}$ $y = \frac{F_q l^3}{24 \mathfrak{B}} \left\{ \left[12 \frac{s}{l} \left(\frac{z}{l} \right) - 4 \left(\frac{z}{l} \right)^3 \right] + \frac{l}{b} \left(\frac{z-a}{l} \right)^4 \right\}$ $Y_{(z=a)} = \frac{qbl^2}{2 \mathfrak{B}} \cdot \frac{a}{l};$ $f_{(z=a)} = \frac{qbl^3}{12 \mathfrak{B}} \left(\frac{a}{l} \right)^2 \left(3 + \frac{a}{l} \right);$		

15b	$Y_{(z=l)} = \frac{qbl^2}{6 \mathfrak{B}} \left[3 \left(1 - \frac{b}{l} \right) + \left(\frac{b}{l} \right)^2 \right]$ $f_{(z=l)} = \frac{qbl^3}{24 \mathfrak{B}} \left[2 \left(4 - 3 \frac{b}{l} \right) + \left(\frac{b}{l} \right)^3 \right].$
15c	$a = b = \frac{1}{2}l; \quad s = \frac{3}{4}l \quad F_A = F_q = \frac{1}{2}ql; \quad \mathfrak{M}_A = -\frac{3}{8}ql^2$ $y' = \frac{F_q l^2}{12 \mathfrak{B}} \left\{ \left[9 \frac{z}{l} - 6 \left(\frac{z}{l} \right)^2 \right] \right\} + 4 \left(\frac{z}{l} - \frac{1}{2} \right)^3 \}$ $y = \frac{F_q l^3}{24 \mathfrak{B}} \left\{ \left[9 \left(\frac{z}{l} \right)^2 - 4 \left(\frac{z}{l} \right)^3 \right] \right\} + 2 \left(\frac{z}{l} - \frac{1}{2} \right)^4 \}$ $Y_{(z=a)} = \frac{ql^3}{8 \mathfrak{B}}; \quad f_{(z=a)} = \frac{7ql^4}{192 \mathfrak{B}}$ $Y_{(z=l)} = \frac{7}{48} \frac{ql^3}{\mathfrak{B}}; \quad f_{(z=l)} = \frac{41}{384} \frac{ql^4}{\mathfrak{B}}.$
16	<p style="text-align: right;"> $q : q_0 = (l - z) : l$ $F_A = F_q = \frac{1}{2}q_0 l;$ $\mathfrak{M}_A = -\frac{1}{8}F_q l = -\frac{1}{6}q_0 l^2$ $M = -\frac{1}{6}q_0 (l - z)^3 / l = -F_q (l - z)^3 / 3 l^2$ $\mathfrak{B} y'' = \frac{1}{3} F_q l \left(1 - \frac{z}{l} \right)^3$ </p> $y = \frac{F_q}{60} \cdot \frac{l^3}{\mathfrak{B}} \cdot \left(\frac{z}{l} \right)^2 \left[10 - 10 \left(\frac{z}{l} \right) + 5 \left(\frac{z}{l} \right)^2 - \left(\frac{z}{l} \right)^3 \right].$ $Y_{(z=l)} = \frac{F_q}{12} \cdot \frac{l^3}{\mathfrak{B}} = \frac{q_0 l^3}{24 \mathfrak{B}}; \quad f_{(z=l)} = \frac{F_q}{15} \cdot \frac{l^3}{\mathfrak{B}} = \frac{q_0 l^4}{30 \mathfrak{B}}.$

16a



$$F_A = F_q = \frac{1}{2} q_0 a; \quad \mathfrak{M}_A = -\frac{1}{3} F_q a.$$

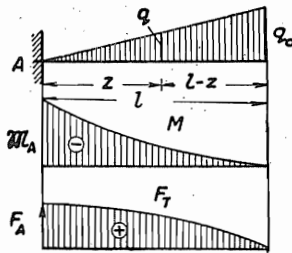
$$q : q_0 = (a - z) : a$$

$$\Upsilon_{(z=a)} = \frac{F_q}{12} \cdot \frac{a^2}{\mathfrak{B}};$$

$$f_{(z=a)} = \frac{F_q a^3}{15 \mathfrak{B}}$$

$$f_{(z=l)} = \Upsilon_{(z=a)} \cdot (l-a) + f_{(z=a)}^* = \frac{F_q a^2 l}{60 \mathfrak{B}} \left(5 \frac{a}{l} - 1 \right).$$

17



$$q : q_0 = z : l; \quad q = 2 F_q z / l^2;$$

$$F_A = F_q = \frac{1}{2} q_0 l; \quad \mathfrak{M}_A = -\frac{2}{3} F_q l = -\frac{1}{3} q_0 l^2;$$

$$F_T = F_q \left[1 - \left(\frac{z}{l} \right)^2 \right],$$

$$M'_{(z)} = F_q z - \mathfrak{M}_A - \frac{1}{6} q z^2 =$$

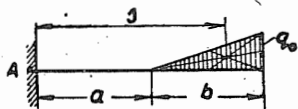
$$= -\frac{F_q l}{3} \left[2 - 3 \left(\frac{z}{l} \right) + \left(\frac{z}{l} \right)^3 \right]$$

$$\mathfrak{B} y'' = -M'_{(z)} = \frac{F_q l}{3} \left[2 - 3 \left(\frac{z}{l} \right) + \left(\frac{z}{l} \right)^3 \right]$$

$$\mathfrak{B} y' = \frac{F_q l^2}{12} \left[8 \left(\frac{z}{l} \right) - 6 \left(\frac{z}{l} \right)^2 + \left(\frac{z}{l} \right)^4 \right]$$

$$\mathfrak{B} y = \frac{F_q l^3}{60} \left[20 \left(\frac{z}{l} \right)^2 - 10 \left(\frac{z}{l} \right)^3 + \left(\frac{z}{l} \right)^5 \right].$$

$$f_{(z=l)} = \frac{11}{60} \frac{F_q l^3}{\mathfrak{B}}; \quad \Upsilon_{(z=l)} = \frac{1}{4} \frac{F_q l^2}{\mathfrak{B}}.$$



$$q_0 : q = b : (z-a), \quad s = a + \frac{2}{3}b = l - \frac{1}{3}b$$

$$F_A = \frac{1}{2} q_0 b = F_q;$$

$$\mathfrak{M}_A = -\frac{1}{2} q_0 b s = -F_q s;$$

$$M = -\frac{q_0 b}{2} \left(l - z - \frac{1}{3}b \right) \left| -\frac{q_0}{6b} (z-a)^3 \right.$$

$$\mathfrak{B} y'' = F_q \left[(s-z) \left| + \frac{1}{3b^2} (z-a)^3 \right. \right]$$

$$\mathfrak{B} y' = F_q \left[sz - \frac{z^2}{2} + C_1 \left| + \frac{1}{12b^2} (z-a)^4 \right. \right]$$

$$\mathfrak{B} y = F_q \left[\frac{sz^2}{2} - \frac{z^3}{6} + C_1 z + C_2 \left| + \frac{1}{60b^2} (z-a)^5 \right. \right].$$

$$z=0 \quad y=y'=0; \quad C_1=C_2=0$$

$$y' = \frac{F_q l^2}{12 \mathfrak{B}} \left[12 \frac{s}{l} \cdot \frac{z}{l} - 6 \left(\frac{z}{l} \right)^2 \left| + \left(\frac{l}{b} \right)^2 \left(\frac{z-a}{l} \right)^4 \right. \right]$$

$$y = \frac{F_q l^3}{60 \mathfrak{B}} \left[30 \frac{s}{l} \left(\frac{z}{l} \right)^2 - 10 \left(\frac{z}{l} \right)^3 \left| + \left(\frac{l}{b} \right)^2 \left(\frac{z-a}{l} \right)^5 \right. \right]$$

$$f_{(z=l)} = \frac{F_q l^3}{60 \mathfrak{B}} \left[30 \frac{s}{l} - 10 + \left(\frac{l}{b} \right)^2 \left(1 - \frac{a}{l} \right)^5 \right]$$

$$Y_{(z=l)} = \frac{F_q l^2}{12 \mathfrak{B}} \left[12 \frac{s}{l} - 6 + \left(\frac{l}{b} \right)^2 \left(1 - \frac{a}{l} \right)^4 \right].$$

$$a = b = \frac{1}{2}l; \quad s = \frac{5}{6}l \quad F_A = F_q = \frac{1}{2}q_0 l$$

$$y' = \frac{F_q l^2}{6 \mathfrak{B}} \left[5 \left(\frac{z}{l} \right) - 3 \left(\frac{z}{l} \right)^2 \left| + 2 \left(\frac{z}{l} - \frac{1}{2} \right)^4 \right. \right]$$

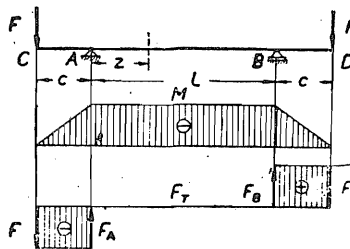
$$y = \frac{F_q l^3}{60 \mathfrak{B}} \left[25 \left(\frac{z}{l} \right)^2 - 10 \left(\frac{z}{l} \right)^3 \left| + 4 \left(\frac{z}{l} - \frac{1}{2} \right)^5 \right. \right]$$

17b

$$f_{(z=l)} = \frac{121}{480} \frac{F_0 l^3}{\mathfrak{B}}$$

$$\gamma_{(z=l)} = \frac{17}{48} \frac{F_0 l^2}{\mathfrak{B}}$$

3 — Грџа са прџустима



$$F_A = F_B; \quad M_A = M_B = Fc = \mathfrak{M}.$$

За AB тачна еластична линија је кружни лук полупречника

$$R = \mathfrak{B}/Fc.$$

$$y = f - [R - \sqrt{R^2 - (1/2 l - z)^2}].$$

$$f = y_{(z=1/2 l)} = - \frac{\mathfrak{M} l^2}{8 \mathfrak{B}} = - \frac{F l^3}{\mathfrak{B}} \frac{c}{8 l} = - \frac{l^2}{8 R}$$

$$f_c = f_D = \alpha c + f_c^k = \frac{\mathfrak{M} l}{2 \mathfrak{B}} c + \frac{Fc^3}{3 \mathfrak{B}} = \frac{F l^3}{6 \mathfrak{B}} \left(\frac{c}{l} \right)^2 \cdot \left[2 \left(\frac{c}{l} \right) + 3 \right].$$

18

Према Clebsch-овој методи треба у крајњој тачки C узети координатни почетак, па су моменти у појединим пољима

$$M = -Fz \mid + F(z-c) \mid + F(z-e); \quad e = c+l.$$

Интегралењем добивамо

$$\mathfrak{B} y'' = Fz \mid - F(z-c) \mid - F(z-e)$$

$$\mathfrak{B} y' = \frac{Fz^2}{2} + C_1 \mid - \frac{F(z-c)^2}{2} \mid - \frac{F(z-e)^2}{2}$$

$$\mathfrak{B} y = \frac{Fz^3}{6} + C_1 z + C_2 \mid - \frac{F(z-c)^3}{6} \mid - \frac{F(z-e)^3}{6}.$$

Константе одређујемо из услова: за $z=c$ и $z=l+c$ је $y=0$, па су

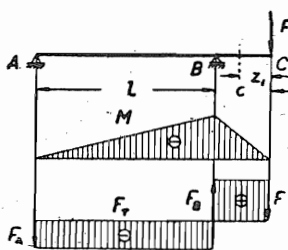
$$C_1 = -F \frac{c(l+c)}{2}; \quad C_2 = F \frac{c^2(3l+2c)}{6}$$

те је

$$y = \frac{Fl^3}{6\mathfrak{B}} \left[\left(3 + 2 \frac{c}{l} \right) \left(\frac{c}{l} \right)^2 - 3 \left(1 + \frac{c}{l} \right) \frac{c}{l} \cdot \frac{z}{l} + \left(\frac{z}{l} \right)^3 + \right. \\ \left. + \left| - \left(\frac{z-c}{l} \right)^3 \right| - \left(\frac{z-e}{l} \right)^3 \right]$$

$$f_{(z=0)} = f_c = C_2 = \frac{Fl^3}{6\mathfrak{B}} \left[\left(3 + 2 \frac{c}{l} \right) \left(\frac{c}{l} \right)^2 \right] = f_{(z=l+2c)} = f_D$$

$$f_{(z=1/2 l)} = - \frac{Fl^3}{8\mathfrak{B}} \cdot \frac{c}{l} = - \frac{Fl^2 c}{8\mathfrak{B}}$$



$$F_A = - \frac{Fc}{l}, \quad F_B = F \left(1 - \frac{c}{l} \right),$$

$$M_{AB} = -F \frac{c}{l} z$$

$$M_B = -Fc.$$

19 За део AB) $y = - \frac{Fl^3}{6\mathfrak{B}} \frac{c}{l} \left[\frac{z}{l} - \left(\frac{z}{l} \right)^3 \right]$

$$f_{max} = - \frac{\sqrt{3}}{27} \frac{Fl^3}{\mathfrak{B}} \frac{c}{l} \quad \text{за } z_m = \frac{l}{\sqrt{3}} \approx 0,577l.$$

За део CB) $y_1 = \frac{Fl^3}{6\mathfrak{B}} \left(\frac{c}{l} \right)^2 \left\{ - \left[2 + 3 \left(\frac{c}{l} \right) \right] \left(\frac{z_1}{c} \right) - \frac{c}{l} \left(\frac{z_1}{c} \right)^3 + 2 \left(1 + \frac{c}{l} \right) \right\}$

$$f_c = \beta c + f_c^k = \frac{Fl^3}{3\mathfrak{B}} \left(\frac{c}{l} \right)^2 \left(1 + \frac{c}{l} \right).$$

Према Clebsch-у биће

$$M = -\frac{Fc}{l}z \Big| + F\left(1 + \frac{c}{l}\right)(z-l)$$

па интегралењем добивамо

$$\mathfrak{B}y'' = \frac{Fc}{l} \left[z \Big| - \left(1 + \frac{l}{c}\right)(z-l) \right]$$

$$\mathfrak{B}y' = \frac{Fc}{l} \left[\frac{z^2}{2} + C_1 \Big| - \left(1 + \frac{l}{c}\right) \frac{(z-l)^2}{2} \right]$$

$$\mathfrak{B}y = \frac{Fc}{l} \left[\frac{z^3}{6} + C_1 z + C_2 \Big| - \left(1 + \frac{l}{c}\right) \frac{(z-l)^3}{6} \right]$$

19

Из услова за $z=0$ и $z=l$ је угиб $y=0$ следе константе

$C_2=0$; $C_1=-l^2/6$, па су

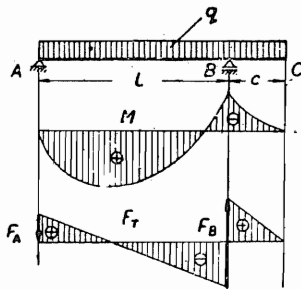
$$y' = \frac{Fl^2}{6\mathfrak{B}} \cdot \frac{c}{l} \left[-1 + 3\left(\frac{z}{l}\right)^2 \Big| - 3\left(1 + \frac{l}{c}\right) \left(\frac{z-l}{l}\right)^2 \right],$$

$$y = \frac{Fl^3}{6\mathfrak{B}} \cdot \frac{c}{l} \left[-\left(\frac{z}{l}\right) + \left(\frac{z}{l}\right)^3 \Big| - \left(1 + \frac{l}{c}\right) \left(\frac{z-l}{l}\right)^3 \right].$$

$$f_c = f_{(z=l+c)} = \frac{Fl^3}{3\mathfrak{B}} \left(\frac{c}{l}\right)^2 \left(1 + \frac{c}{l}\right)$$

$$\Upsilon_c = \Upsilon_{(z=l+c)} = \frac{Fl^2}{6\mathfrak{B}} \cdot \frac{c}{l} \cdot \left(3\frac{c}{l} + 2\right).$$

20



$$F_q = q(l+c),$$

$$F_A = \frac{ql}{2} \left[1 - \left(\frac{c}{l}\right)^2 \right]$$

$$F_B = \frac{ql}{2} \left[1 + 2\left(\frac{c}{l}\right) + \left(\frac{c}{l}\right)^2 \right]$$

$$M_{(z)} = F_A z - \frac{1}{2} q z^2 \quad (z < l)$$

$$M_B = -\frac{1}{2} q c^2 = -\frac{1}{2} q l^2 \left(\frac{c}{l}\right)^2 ;$$

$$z > l \quad M = F_A z + F_B (l - z) - \frac{qz^2}{2}$$

$$M = F_A z - \frac{qz^2}{2} \Big| + F_B (z - l)$$

$$\mathfrak{B} y = -\frac{F_A z^3}{6} + \frac{qz^4}{24} + C_1 z + C_2 \Big| - \frac{F_B (z - l)^3}{6}$$

$$z = 0; \quad z = l; \quad y = 0; \quad C_2 = 0; \quad C_1 = 1/24 q l^3 [1 - 2(c/l)^2],$$

$$y' = \frac{q l^3}{24 \mathfrak{B}} \left\{ \left[1 - 2 \left(\frac{c}{l} \right)^2 \right] - 6 \left[1 - \left(\frac{c}{l} \right)^2 \right] \left(\frac{z}{l} \right)^2 + 4 \left(\frac{z}{l} \right)^3 + \right. \\ \left. + \left[-6 \left[1 + 2 \frac{c}{l} + \left(\frac{c}{l} \right)^2 \right] \right] \left(\frac{z-l}{l} \right)^2 \right\};$$

$$y = \frac{q l^4}{24 \mathfrak{B}} \left\{ \left[1 - 2 \left(\frac{c}{l} \right)^2 \right] \frac{z}{l} - 2 \left[1 - \left(\frac{c}{l} \right)^2 \right] \left(\frac{z}{l} \right)^3 + \left(\frac{z}{l} \right)^4 + \right. \\ \left. + \left[-2 \left[1 + 2 \frac{c}{l} + \left(\frac{c}{l} \right)^2 \right] \right] \left(\frac{z-l}{l} \right)^3 \right\};$$

$$\alpha = \frac{q l^3}{24 \mathfrak{B}} - \frac{q l^3}{24 \mathfrak{B}} \left(\frac{c}{l} \right)^2 = \frac{q l^3}{24 \mathfrak{B}} \left[1 - 2 \left(\frac{c}{l} \right)^2 \right],$$

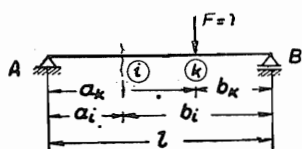
$$\beta = -\frac{q l^3}{24 \mathfrak{B}} \left[1 - 4 \left(\frac{c}{l} \right)^2 \right],$$

$$f_c = \beta c + f_c^k = \frac{q l^4}{24 \mathfrak{B} l} \left[3 \left(\frac{c}{l} \right)^3 + 4 \left(\frac{c}{l} \right)^2 - 1 \right];$$

$$\gamma_c = \beta c + \gamma_c^k = \frac{q l^3}{24 \mathfrak{B}} \left[-1 + 4 \left(\frac{c}{l} \right)^2 + 4 \left(\frac{c}{l} \right)^3 \right].$$

4 — Утицајни коефицијенти

21



Угиб пресека (i) услед дејства јединичне силе у пресеку (k)

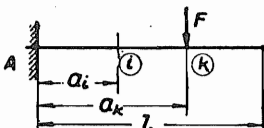
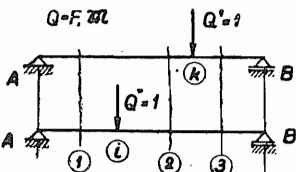
$$\alpha_{ik} = \alpha_{ki}$$

$$u = a_i/l,$$

$$a_i < a_k,$$

$$v = a_k/l$$

$$k = l^3/\mathfrak{B}$$

21	$\alpha_{ik} = \alpha_{ki} = k \varphi (a_i, a_k)$ $\varphi = \frac{1}{6} u (1 - \nu) (2\nu - \nu^2 - u^2)$ <p>$k = l^3/\mathfrak{B}$ је коефицијент гивкости греде, димензије [L/F], јединице см/kg, см/t.</p> <p style="text-align: right;">Таблица 1.</p>		
22	 <p style="text-align: right;">$\alpha_{ik} = \alpha_{ki} = k \psi (a_i, a_k); \quad k = l^3/\mathfrak{B}$</p> $\psi = \frac{1}{6} u^3 (3\nu - u)$ <p style="text-align: right;">Таблица 2</p>		
23	 <p>Утицајни коефицијенти за:</p> <ul style="list-style-type: none"> померања од сила $\alpha_{ik} = \alpha_{ki}$ померања од спрегова $\delta_{ik} = \delta_{ki}$ обртања услед сила $\nu_{ik} = \nu_{ki} = \delta_{ki}$ обртања услед спрегова $\gamma_{ik} = \gamma_{ki}$ <p>Q^1 јединична генералисана сила (сила или спрег) у пресеку (k)</p> <p>Q^* јединична генералисана фиктивна сила тражене деформације у пресеку (i) услед дејства $Q^1=1$ у пресеку (k).</p> <p>Ову силу треба увек узети у смеру тражене деформације пресека (i).</p>		
$\alpha_{ik} = \alpha_{ki}$	$\delta_{ik} = \delta_{ki}$	$\nu_{ik} = \nu_{ki} = \delta_{ki}$	$\gamma_{ik} = \gamma_{ki}$
$\sum \frac{1}{\mathfrak{B}} \int M_{(F)}^1 M_F^* dz$	$\sum \frac{1}{\mathfrak{B}} \int M_{\mathfrak{M}}^1 M_F^* dz$	$\sum \frac{1}{\mathfrak{B}} \int M_F^1 M_{\mathfrak{M}}^* dz$	$\sum \frac{1}{\mathfrak{B}} \int M_{\mathfrak{M}}^1 M_{\mathfrak{M}}^* dz$
<p>Знак збира показује да интеграле треба узети у сва три пресека где се мењају нападни моменти услед генералисаних сила Q^1 и Q^*.</p>			

elibrary.maf.bg.ac.rs

ТАБЛИЦА 1 — УТИЦАЈНИ КОЕФИЦИЈЕНТИ ПРОСТЕ ГРЕДЕ*

$\alpha_k = k \cdot \varphi$ (α_1, α_n) $= k \cdot \frac{1}{6} u (1 - v)$ ($2 \cdot v - v^2 - u^2$); $\varphi = \frac{1}{6} u (1 - v)$ ($2 \cdot v - v^2 - u^2$); $u = a_1/l$; $v = a_n/l$; $\alpha_{kt} = kt/10^5$

$v \backslash u$	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95
0,05	75	141	195	238	272	296	311	319	318	311	298	279	255	227	195	160	122	82	41
0,10	141	270	379	467	534	583	615	630	630	617	591	553	506	450	386	317	242	163	82
0,15	195	379	542	675	778	853	902	926	928	909	872	818	748	666	572	469	358	242	122
0,20	238	467	675	853	994	1097	1165	1200	1205	1183	1136	1060	977	870	748	613	469	317	160
0,25	272	534	778	994	1172	1305	1395	1444	1455	1432	1378	1296	1189	1059	911	748	572	386	195
0,30	296	583	853	1097	1305	1470	1584	1650	1671	1650	1592	1500	1378	1230	1059	870	666	450	227
0,35	311	615	902	1165	1395	1584	1725	1811	1845	1830	1772	1674	1541	1378	1189	977	748	506	255
0,40	319	630	926	1200	1444	1650	1811	1920	1971	1967	1912	1813	1674	1500	1378	1060	818	553	279
0,45	318	630	928	1205	1455	1671	1845	1971	2042	2053	2008	1912	1772	1592	1378	1136	872	591	298
0,50	311	617	909	1183	1432	1650	1830	1967	2053	2083	2053	1967	1830	1650	1432	1183	909	617	311
$v \backslash u$	0,95	0,90	0,85	0,80	0,75	0,70	0,65	0,60	0,55	0,50	0,45	0,40	0,35	0,30	0,25	0,20	0,15	0,10	0,05

* f значи табличну вредност; на пример, за $u=v=0,50$ биће $f=2083$, па је $\alpha_{tt} = kt/10^5 = 2083 \cdot k/10^5 = 0,0208 \cdot k = k/48$; угиб просте греде на половани распона услед јединичне силе.

ТАБЛИЦА 2 — УТИЦАЈНИ КОЕФИЦИЈЕНТ КОНЗОЛЕ*

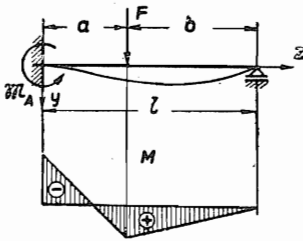
$$\alpha_{ik} = k \Psi(\alpha_i, \alpha_k) = k \cdot \frac{1}{6} u^2 [3v - u]; \quad \Psi = \frac{1}{6} u^2 (3v - u); \quad u = a_{ii}; \quad v = a_{ii}; \quad \alpha_{ik} = kt/10^6$$

$\frac{v}{u}$	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00	$\frac{v}{u}$
0,05	4	10	16	23	29	35	42	48	54	60	67	73	79	85	92	98	104	110	116	123	0,05
0,10	10	33	58	83	108	133	158	183	208	233	258	283	308	333	358	383	408	433	458	483	0,10
0,15	16	58	112	169	225	281	338	394	450	506	562	619	675	731	788	844	900	956	1010	1069	0,15
0,20	23	83	169	267	367	467	567	667	767	867	967	1067	1167	1267	1367	1467	1567	1667	1767	1867	0,20
0,25	29	108	225	367	521	677	833	990	1146	1302	1458	1615	1771	1927	2080	2240	2400	2550	2710	2860	0,25
0,30	35	133	281	467	677	900	1125	1350	1575	1800	2020	2250	2480	2700	2920	3150	3380	3600	3820	4050	0,30
0,35	42	158	338	567	833	1125	1429	1735	2040	2350	2650	2960	3267	3570	3880	4190	4490	4800	5100	5410	0,35
0,40	48	183	394	667	990	1350	1735	2133	2533	2933	3333	3733	4133	4533	4933	5333	5733	6133	6533	6933	0,40
0,45	54	208	450	767	1146	1575	2040	2533	3037	3540	4050	4560	5060	5570	6080	6580	7090	7590	8100	8610	0,45
0,50	60	233	506	867	1302	1800	2350	2933	3540	4167	4790	5420	6040	6667	7290	7920	8540	9160	9790	10420	0,50
0,55	67	258	562	967	1458	2020	2650	3333	4050	4790	5545	6300	7060	7810	8570	9330	10080	10840	11600	12350	0,55
0,60	73	283	619	1067	1615	2250	2960	3733	4560	5420	6300	7200	8100	9000	9900	10800	11700	12600	13500	14400	0,60
0,65	79	308	675	1167	1771	2480	3267	4133	5060	6040	7060	8100	9154	10210	11267	12320	13380	14440	15490	16550	0,65
0,70	85	333	731	1267	1927	2700	3570	4533	5570	6667	7810	9000	10210	11433	12660	13880	15110	16333	17560	18780	0,70
0,75	92	358	788	1367	2080	2920	3880	4933	6080	7290	8570	9900	11267	12660	14060	15470	16880	18280	19690	21100	0,75
0,80	98	383	844	1467	2240	3150	4190	5333	6580	7920	9330	10800	12320	13880	15470	17067	18667	20300	21900	23500	0,80
0,85	104	408	900	1567	2400	3380	4490	5933	7090	8540	10080	11700	13380	15110	16880	18667	20470	22300	24100	25900	0,85
0,90	110	433	956	1667	2550	3600	4800	6133	7590	9160	10840	12600	14440	16333	18280	20300	22300	24300	26300	28400	0,90
0,95	116	458	1010	1767	2710	3820	5100	6533	8100	9790	11600	13500	15490	17560	19690	21900	24100	26300	28580	30800	0,95
1,00	123	483	1069	1867	2860	4050	5410	6933	8610	10420	12350	14400	16550	18780	21100	23500	25900	28400	30800	33333	1,00

* k значи табличну вредност; на пример, за $u = v = 1$, је $t = 33333$, па је $\alpha_{ii} = kt/10^6 = 0,33333$ $k = k/3$; угиб конзоле на слободном крају услед јединичне силе.

VII. ТАБЛИЦА

СТАТИЧКИ НЕОДРЕЂЕНЕ ГРЕДЕ*



$$F_A = \frac{F}{2} \cdot \frac{b}{l} \left[3 - \left(\frac{b}{l} \right)^2 \right];$$

$$F_B = \frac{F}{2} \left(\frac{a}{l} \right)^2 \left(3 - \frac{a}{l} \right);$$

$$\mathfrak{M}_A = \frac{Fl}{2} \cdot \left(\frac{a}{l} \right) \cdot \left(\frac{b}{l} \right) \cdot \left(1 + \frac{b}{l} \right)$$

$$M_F = \frac{F}{2} \cdot \left(\frac{a}{l} \right)^2 \cdot \left(\frac{b}{l} \right) \cdot (3l - a)$$

1

$$0 < z < a \quad y = \frac{F}{12} \frac{l^3}{\mathfrak{B}} \frac{b}{l} \left(\frac{z}{l} \right)^2 \left\{ \left[3 - \left(\frac{b}{l} \right)^2 \right] \left(1 - \frac{z}{l} \right) - 2 \left(\frac{b}{l} \right)^2 \right\}$$

$$y' = \frac{F}{12} \frac{l^2}{\mathfrak{B}} \frac{b}{l} \frac{z}{l} \left\{ \left[3 - \left(\frac{b}{l} \right)^2 \right] \left[2 - 3 \left(\frac{z}{l} \right) \right] - 4 \left(\frac{b}{l} \right)^2 \right\}$$

$$a < z < l \quad y = \frac{F}{12} \frac{l^3}{\mathfrak{B}} \left(\frac{a}{l} \right)^2 \left(1 - \frac{z}{l} \right) \left[3 \frac{b}{l} - \left(2 + \frac{b}{l} \right) \left(1 - \frac{z}{l} \right)^2 \right]$$

$$y' = -\frac{F}{4} \frac{l^2}{\mathfrak{B}} \left(\frac{a}{l} \right)^2 \left[\frac{b}{l} - \left(2 + \frac{b}{l} \right) \left(1 - \frac{z}{l} \right)^2 \right]$$

$$f_{(z=a)} = \frac{F}{12} \cdot \frac{l^3}{\mathfrak{B}} \cdot \left(\frac{a}{l} \right)^3 \cdot \left(\frac{b}{l} \right)^2 \cdot \left(3 + \frac{b}{l} \right)$$

$$y'_{(z=a)} = \frac{F}{4} \cdot \frac{l^2}{\mathfrak{B}} \cdot \left(\frac{a}{l} \right)^2 \cdot \left(\frac{b}{l} \right) \cdot \left[2 - 4 \left(\frac{a}{l} \right) + \left(\frac{a}{l} \right)^2 \right]$$

* Карактеристичне величине узете су по апсолутној вредности. Предзнак се види на слици. Уџбеник, чл. 10, стр. 235.

$$\alpha = 0; \quad \beta = -\frac{F}{4} \cdot \frac{l^2}{\mathfrak{B}} \cdot \left(\frac{a}{l}\right)^2 \cdot \left(\frac{b}{l}\right).$$

По Clebsch-у биће

$$M = F_A z - \mathfrak{M}_A \mid - F(z-a)$$

$$\mathfrak{B}y'' = -F_A z + \mathfrak{M}_A \mid + F(z-a)$$

$$\mathfrak{B}y' = -\frac{F_A z^2}{2} + \mathfrak{M}_A z + C_1 \mid + \frac{F}{2}(z-a)^2$$

$$1 \quad \mathfrak{B}y = -\frac{F_A z^3}{6} + \frac{\mathfrak{M}_A z^2}{2} + C_1 z + C_2 \mid + \frac{F}{6}(z-a)^3$$

$$z=0; \quad y=y'=0; \quad C_1=C_2=0$$

$$y' = \frac{Fl^2}{4\mathfrak{B}} \left\{ 2 \frac{a}{l} \frac{b}{l} \left(1 + \frac{b}{l}\right) \frac{z}{l} - \frac{b}{l} \left[3 - \left(\frac{b}{l}\right)^2 \right] \left(\frac{z}{l}\right)^2 \mid + 2 \left(\frac{z-a}{l}\right)^2 \right\}$$

$$y = \frac{Fl^3}{12\mathfrak{B}} \left\{ 3 \frac{a}{l} \frac{b}{l} \left(1 + \frac{b}{l}\right) \left(\frac{z}{l}\right)^2 - \frac{b}{l} \left[3 - \left(\frac{b}{l}\right)^2 \right] \left(\frac{z}{l}\right)^3 + \right. \\ \left. + \left[2 \left(\frac{z-a}{l}\right)^3 \right] \right\}$$

$$a = b = \frac{1}{2}l$$

$$F_A = \frac{11}{16}F; \quad F_B = \frac{5}{16}F$$

$$\mathfrak{M}_A = \frac{3}{16}Fl; \quad M_F = \frac{5}{32}Fl = M_{max}$$

1a

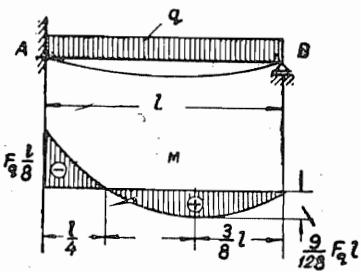
$$y' = \frac{Fl^2}{32\mathfrak{B}} \left[6 \left(\frac{z}{l}\right) - 11 \left(\frac{z}{l}\right)^2 \mid + 16 \left(\frac{z}{l} - \frac{1}{2}\right)^2 \right]$$

$$y = \frac{F}{96} \cdot \frac{l^3}{\mathfrak{B}} \cdot \left\{ \left(\frac{z}{l}\right)^2 \left(9 - 11 \frac{z}{l}\right) \mid + 16 \left(\frac{z}{l} - \frac{1}{2}\right)^3 \right\}$$

1a

$$f(z=1/2, \eta) = \frac{7}{768} \frac{Fl^3}{\mathfrak{B}}; \quad f_{max} \approx 0,009317 \frac{Fl^3}{\mathfrak{B}}; \quad z_m = \left(1 - \frac{\sqrt{5}}{5}\right) l \approx 0,5528 l$$

$$y'(z=1/2, \eta) = \frac{F}{128} \cdot \frac{l^3}{\mathfrak{B}}; \quad \alpha = 0; \quad \beta = -\frac{F}{32} \cdot \frac{l^3}{\mathfrak{B}}.$$



2

$$F_A = \frac{5}{8} F_q; \quad F_B = \frac{3}{8} F_q;$$

$$F_q = ql; \quad \mathfrak{M}_A = -\frac{F_q \cdot l}{8};$$

$$M(z=3/8, \eta) = \frac{9}{128} F_q l$$

$$y' = \frac{F_q l^2}{48 \mathfrak{B}} \left[6 \left(\frac{z}{l}\right) - 15 \left(\frac{z}{l}\right)^2 + 8 \left(\frac{z}{l}\right)^3 \right]$$

$$y = \frac{F_q l^3}{48 \mathfrak{B}} \left[3 \left(\frac{z}{l}\right)^2 - 5 \left(\frac{z}{l}\right)^3 + 2 \left(\frac{z}{l}\right)^4 \right].$$

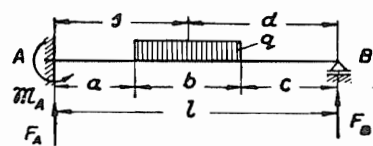
$$f_{max} \approx 0,00544 F_q \cdot \frac{l^3}{\mathfrak{B}} \quad \text{za } z_m \approx 0,58 l.$$

$$\alpha = 0; \quad \beta = -\frac{F_q l^3}{48 \mathfrak{B}}; \quad y' = 0 \quad \text{za } z \approx 0,58 l.$$

2a

$$s = a + \frac{1}{2} b = l - d$$

$$e = a + b$$



$$F_A = \frac{qb}{8} \left[8 - 12 \left(\frac{s}{l}\right)^2 + 4 \left(\frac{s}{l}\right)^3 - \left(\frac{b}{l}\right)^2 \left(\frac{d}{l}\right) \right]$$

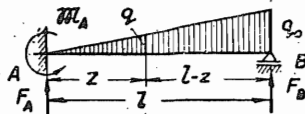
$$F_B = qb - F_A$$

$$\mathfrak{M}_A = \frac{qbl}{8} \left[-12 \left(\frac{s}{l}\right)^2 + 4 \left(\frac{s}{l}\right)^3 + \left(\frac{b}{l}\right)^2 \left(\frac{d}{l}\right) + 8 \left(\frac{s}{l}\right) \right].$$

$$\mathfrak{B} y'' = -M'(z) = -F_A z + \mathfrak{M}_A \left| + \frac{q(z-a)^2}{2} \right| - \frac{q(z-e)^2}{2}$$

$$2a \quad \mathfrak{B} y' = -\frac{F_A z^2}{2} + \mathfrak{M}_A z \left| + \frac{q(z-a)^3}{6} \right| - \frac{q(z-e)^3}{6}$$

$$\mathfrak{B} y = -\frac{F_A z^3}{6} + \frac{\mathfrak{M}_A z^2}{2} \left| + \frac{q(z-a)^4}{24} \right| - \frac{q(z-e)^4}{24}$$



$$F_A = \frac{9}{40} q_0 l = \frac{9}{20} F_q; \quad F_B = \frac{11}{40} q_0 l = \frac{11}{20} F_q$$

$$\mathfrak{M}_A = -\frac{7}{120} q_0 l^2 = -\frac{7}{60} F_q l; \quad F_q = \frac{q_0 l}{2}$$

$$M_{max} = \frac{q_0 l^2}{120 \sqrt{5}} (27 - 7\sqrt{5}) \approx$$

$$\approx 0,04229 q_0 l^2 < \mathfrak{M}_A$$

$$3a \quad z_0 = 0,5975 l$$

$$q : q_0 = z : l; \quad q = q_0 z/l$$

$$M = F_A z - \mathfrak{M}_A - \frac{q_0 z^3}{6l} = \frac{q_0 l^2}{120} [-7 + 27u - 20u^3]$$

3

$$\mathfrak{B} y'' = \frac{q_0 l^2}{120} [7 - 27u + 20u^3]; \quad u = \frac{z}{l}$$

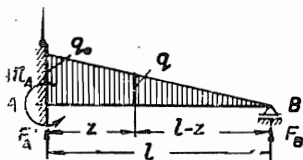
$$\mathfrak{B} y' = \frac{q_0 l^3}{240} [14u - 27u^2 + 10u^4]$$

$$\mathfrak{B} y = \frac{q_0 l^4}{240} [7u^2 - 9u^3 + 2u^5]$$

$$\alpha = 0; \quad \beta = -\frac{q_0 l^3}{80 \mathfrak{B}}$$

$$f_{max} \approx 0,003048 \frac{q_0 l^4}{\mathfrak{B}}$$

$$3a \quad z_m = 0,598 l$$



$$F_A = \frac{2}{5} q_0 l = \frac{4}{5} F_q, \quad F_B = \frac{1}{10} q_0 l = \frac{1}{5} F_q;$$

$$q = q_0 \left(1 - \frac{z}{l}\right)$$

$$\mathfrak{M}_A = -\frac{q_0 l^2}{15} > M_{max};$$

$$M = \frac{q_0 l^2}{30} \left(1 - \frac{z}{l}\right) \left[3 - 5 \left(1 - \frac{z}{l}\right)^2\right]$$

$$M_{max} = \frac{q_0 l^2}{15\sqrt{5}} \approx 0,02981 q_0 l^2;$$

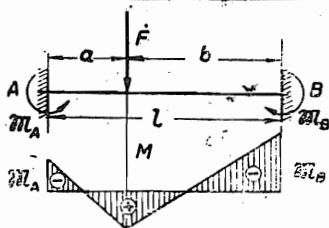
$$z_0 = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{5}}\right) l \approx 0,5528 l$$

$$y' = \frac{q_0 l^3}{120 \mathfrak{B}} u(2-u)(5u^2 - 10u + 4); \quad y' = 0 \text{ za } u = 0; \quad u' = 2; \quad u = 1 - \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$y = \frac{q_0 l^4}{120 \mathfrak{B}} (1-u)[1 - (1-u)^2]^2; \quad u = \frac{z}{l}$$

$$f_{max} = \frac{2}{375\sqrt{5}} \frac{q_0 l^4}{\mathfrak{B}} \approx 0,002385 \frac{q_0 l^4}{\mathfrak{B}}; \quad \alpha = 0; \quad \beta = -\frac{q_0 l^3}{120 \mathfrak{B}}$$

3a



$$F_A = F \cdot \left(\frac{b}{l}\right)^2 \left[3 \left(\frac{a}{l}\right) + \left(\frac{b}{l}\right)\right]$$

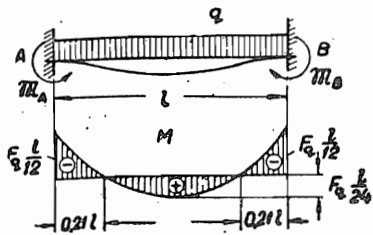
$$F_B = F \cdot \left(\frac{a}{l}\right)^2 \left[3 \left(\frac{b}{l}\right) + \left(\frac{a}{l}\right)\right]$$

4

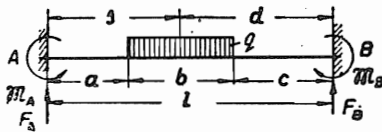
$$\mathfrak{M}_A = -Fa \left(\frac{b}{l}\right)^2; \quad \mathfrak{M}_B = -Fb \left(\frac{a}{l}\right)^2; \quad M_F = \frac{Fl}{8} \left(1 - 4 \frac{a}{l}\right)$$

$$0 < z < a \quad y' = \frac{Fl^2}{2\mathfrak{B}} \left(\frac{b}{l}\right)^2 \left(\frac{z}{l}\right) \left[2 \frac{a}{l} - \left(\frac{b}{l} + 3 \frac{a}{l}\right) \frac{z}{l}\right]$$

$$y = -\frac{Fl^3}{6\mathfrak{B}} \left(\frac{b}{l}\right)^2 \left(\frac{z}{l}\right)^2 \left[3 \frac{a}{l} - \left(\frac{b}{l} + 3 \frac{a}{l}\right) \frac{z}{l}\right];$$

	$f(z=a) = \frac{F}{3} \cdot \frac{l^3}{\mathfrak{B}} \cdot \left(\frac{a}{l}\right)^3 \cdot \left(\frac{b}{l}\right)^3;$ $y' = \varphi(z=a) = \frac{F}{2} \cdot \frac{l^3}{\mathfrak{B}} \cdot \left(\frac{a}{l}\right)^2 \cdot \left(\frac{b}{l}\right)^2 \left(\frac{b}{l} - \frac{a}{l}\right)$	$\alpha = \beta = 0$ $3a \ b > a.$
4a	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block; margin-bottom: 10px;"> $a = b = \frac{1}{2}l$ </div> $- \mathfrak{M}_A = - \mathfrak{M}_B = M_F = \frac{Fl}{8}$ $y = \frac{F l^3}{48 \mathfrak{B}} \left(\frac{z}{l}\right)^2 \left[3 - 4 \left(\frac{z}{l}\right) \right]$ $f(z=\frac{1}{2}l) = \frac{F}{192} \cdot \frac{l^3}{\mathfrak{B}};$	$F_A = F_B = \frac{1}{2}F$ $\alpha = \beta = y'(z=\frac{1}{2}l) = 0.$
5		$F_A = F_B = \frac{1}{2}F_q;$ $F_q = ql$ $\mathfrak{M}_A = \mathfrak{M}_B = - \frac{F_q l}{12}$ $M(z=\frac{1}{2}l) = \frac{F_q l}{24}$
	$y = \frac{F_q}{24} \cdot \frac{l^3}{\mathfrak{B}} \cdot \left(\frac{z}{l}\right)^2 \cdot \left[1 - \left(\frac{z}{l}\right) \right]^2$ $f_{\max} = \frac{F_q}{384} \cdot \frac{l^3}{\mathfrak{B}} \quad 3a \ z_m = \frac{1}{2}l$ $\alpha = \beta = y'(z=\frac{1}{2}l) = 0.$	

$$s = a + \frac{1}{2}b, \quad d = c + \frac{1}{2}b,$$



$$F_A = \frac{qb}{4} \left[4 \left(\frac{d}{l} \right)^2 \left(1 + 2 \frac{s}{l} \right) - \left(\frac{b}{l} \right)^2 \left(\frac{c}{l} - \frac{a}{l} \right) \right]$$

$$F_B = qb - F_A$$

5a

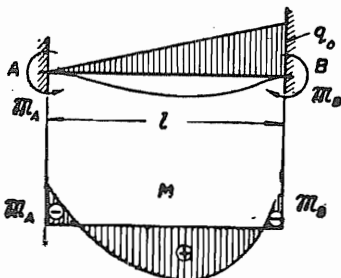
$$\mathfrak{M}_A = \frac{qbl}{24} \left[\left(\frac{b}{l} \right)^2 \left[-1 + 3 \left(\frac{a}{l} - \frac{c}{l} \right) \right] + 24 \left(\frac{d}{l} \right)^2 \left(\frac{s}{l} \right) \right]$$

$$\mathfrak{M}_B = F_A l - qbd + \mathfrak{M}_A; \quad e = a + b$$

$$\mathfrak{B}y'' = -F_A z + \mathfrak{M}_A \Big| + \frac{q(z-a)^2}{2} \Big| - \frac{q(z-e)^2}{2}$$

$$\mathfrak{B}y' = -\frac{F_A z^2}{2} + \mathfrak{M}_A z \Big| + \frac{q(z-a)^3}{6} \Big| - \frac{q(z-e)^3}{6}$$

$$\mathfrak{B}y = -\frac{F_A z^3}{6} + \frac{\mathfrak{M}_A z^2}{2} \Big| + \frac{q(z-a)^4}{24} \Big| - \frac{q(z-e)^4}{24}$$



$$F_A = \frac{3}{10} F_q; \quad F_B = \frac{7}{10} F_q;$$

$$F_q = \frac{1}{2} q_0 l; \quad \mathfrak{M}_A = -\frac{F_q l}{15};$$

$$\mathfrak{M}_B = -\frac{F_q l}{10}; \quad M_{(z=0.525l)} = \frac{F_q l}{23.3}$$

6

$$M_{(z)} = \frac{F_q l}{30} \left[-2 + 9 \left(\frac{z}{l} \right) - 10 \left(\frac{z}{l} \right)^3 \right]$$

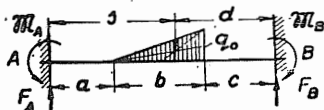
$$y' = \frac{F_q l^2}{60 \mathfrak{B}} \left[4 \left(\frac{z}{l} \right) - 9 \left(\frac{z}{l} \right)^2 + 5 \left(\frac{z}{l} \right)^4 \right]$$

$$y = \frac{F_q l^3}{60 \mathfrak{B}} \left[2 \left(\frac{z}{l} \right)^2 - 3 \left(\frac{z}{l} \right)^3 + \left(\frac{z}{l} \right)^5 \right]$$

$$l_{max} = \frac{F_q l^3}{382 \mathfrak{B}} \quad \text{sa} \quad z_m = \left(-\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{21}{20}} \right) l \approx 0,525 l.$$

$$s = a + \frac{2}{3}b, \quad d = c + \frac{1}{3}b$$

$$F_A = \frac{q_0 b}{540} \left[56 \left(\frac{b}{l} \right)^3 - 45 \left(\frac{b}{l} \right)^2 \cdot \left(1 - 2 \frac{a}{l} \right) + 270 \left(\frac{d}{l} \right)^2 \left(1 + 2 \frac{e}{l} \right) \right]$$



$$F_B = \frac{1}{2} q_0 b - F_A$$

6a

$$\mathfrak{M}_A = \frac{q_0 b l}{540} \left[\left(\frac{b}{l} \right)^2 \left(-30 + 45 \frac{a}{l} + 28 \frac{b}{l} \right) + 270 \frac{s}{l} \left(\frac{d}{l} \right)^2 \right]$$

$$\mathfrak{M}_B = F_A l + \mathfrak{M}_A - \frac{1}{2} q_0 b d.$$

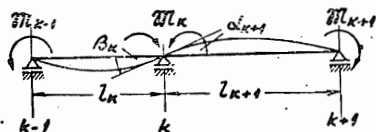
$$0 < z < a \quad y = -\frac{1}{6 \mathfrak{B}} [F_A z^3 + 3 |\mathfrak{M}_A| z^2],$$

$$a < z < (a+b) \quad y = \frac{1}{120 \mathfrak{B}} \left[\frac{q_0}{b} (z-a)^5 - 20 F_A z^3 + 60 |\mathfrak{M}_A| z^2 \right],$$

$$(a+b) < z < l \quad y = -\frac{1}{6 \mathfrak{B}} [F_B (l-z)^3 - 3 |\mathfrak{M}_B| (l-z)^2].$$

$$\mathfrak{B} = EI_x = \text{const.}$$

$$\beta_k = \alpha_{k+1}$$



$$\begin{aligned} \mathfrak{M}_{k-1} \cdot l_k + 2\mathfrak{M}_k \cdot (l_k + l_{k+1}) + \\ + \mathfrak{M}_{k+1} \cdot l_{k+1} = \\ = 6 \mathfrak{B} \left\{ \left[\sum (\alpha_{k+1}) - \sum (\beta_k) \right] \right\}. \end{aligned}$$

7*

Ова једначина важи за претпостављене смерове моме-
ната као на скици. За друге смерове она мења знак на де-
сној страни. Ознаке () показују да нагибе α_{k+1} (десне греде
на левом ослонцу) и β_k (леве греде на десном ослонцу) треба
узети са њиховим стварним предзнаком за свако појединачно
оптерећење услед концентрисане силе (F), континуалног
оптерећења (q) и спрега (\mathfrak{M}) изузев реактивних момената на
ослонцима (\mathfrak{M}_{k-1} , \mathfrak{M}_k , \mathfrak{M}_{k+1}).

* Уџбеник, чл. 10.5.1, страна 251.

7
elibrary.math.bg.ac.rs

Ако је континуални носач са n распона слободно ослоњен на $n+1$ ослонац ($k=0,1,\dots,n$) онда је $n+1-2=n-1$ њуша ситашички неодређен, па систем горњих једначина три момента има $n-1$ једначину, које формирамо од индекса $k=1$ до $k=n-1$. Реактивни momenti крајњих ослонаца су $\mathfrak{M}_0=0$ и $\mathfrak{M}_n=0$.

У случају да су крајеви носача уклешћени онда је $n+3-2=n+1$ њуша ситашички неодређен, па систем има $n-1$ једначину. У овоме су случају:

прва једначина $2 \mathfrak{M}_0 l_1 + \mathfrak{M}_1 l_1 = 6 \mathfrak{B} [\Sigma(\alpha_1)],$

последња једначина $\mathfrak{M}_{n-1} l_n + 2 \mathfrak{M}_n l_n = -6 \mathfrak{B} [\Sigma(\beta_n)],$

где су momenti уклешћења претпостављени као на горњој слици.

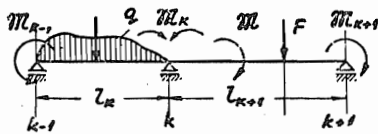
У случају да је леви (или десни) крај уклештен онда је носач n њуша ситашички неодређен и треба формирати систем од n једначина и то од индекса $k=0$ до $k=n-1$ (односно од $k=1$ до $k=n$), тј. треба систему једначина додати прву (односно последњу) једначину из претходног става.

$$\mathfrak{B}_k = EI_k \neq \mathfrak{B}_{k+1}$$

$$\beta_k = \alpha_{k+1}$$

$$\rho_k = \mathfrak{B}_k / \mathfrak{B}_{k+1}$$

7a

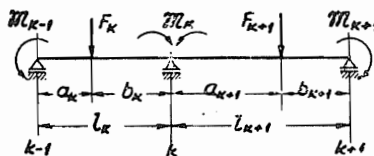


$$\frac{\mathfrak{M}_{k-1} l_k}{\mathfrak{B}_k} + 2 \mathfrak{M}_k \left(\frac{l_k}{\mathfrak{B}_k} + \frac{l_{k+1}}{\mathfrak{B}_{k+1}} \right) + \frac{\mathfrak{M}_{k+1} l_{k+1}}{\mathfrak{B}_{k+1}} = 6 \left[\Sigma(\alpha_{k+1}) - \Sigma(\beta_k) \right]$$

или

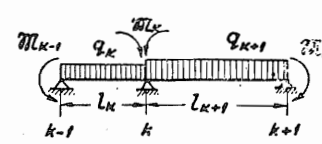
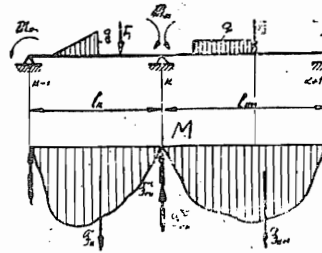
$$\mathfrak{M}_{k-1} l_k + 2 \mathfrak{M}_k (l_k + \rho_k l_{k+1}) + \mathfrak{M}_{k+1} l_{k+1} \rho_k = 6 \mathfrak{B}_k [\Sigma(\alpha_{k+1}) - \Sigma(\beta_k)]$$

7b



$$u = a/l, \quad v = b/l$$

$$\begin{aligned} & \mathfrak{M}_{k-1} l_k + 2 \mathfrak{M}_k (l_k + \rho_k l_{k+1}) + \mathfrak{M}_{k+1} l_{k+1} \rho_k = \\ & = [F_{k+1} l_{k+1}^2 \rho_k u_{k+1} v_{k+1} (1 + v_{k+1}) + F_k l_k^2 u_k v_k (1 + u_k)]. \end{aligned}$$

	$\rho_k = \mathfrak{B}_k / \mathfrak{B}_{k+1}$	
7c		$\mathfrak{M}_{k-1} l_k + 2 \mathfrak{M}_k (l_k + \rho_k l_{k+1}) +$ $+ \mathfrak{M}_{k+1} l_{k+1} \rho_k =$ $= \frac{1}{4} [\rho_k q_{k+1} l_{k+1}^3 + q_k l_k^3].$
7d	<p>Према графоаналистичкој методи нагиб тангенте еластичне линије у неком пресеку једнак је трансверзалној сили тога пресека услед фиктивног оптерећења подељеној крутошћу греде. Фиктивно оптерећење је оптерећење греде дијаграмом момента савијања. Како је трансверзална сила на левом ослоњу једнака отпору тога ослоња а на десном негативној вредности отпора ослоња, а то су нагиби над ослоњем k услед оптерећења</p> 	$\Sigma \alpha_{k+1} = \frac{\mathfrak{F}_{rk}^d}{\mathfrak{B}_{k+1}},$ $\Sigma \beta_k = - \frac{\mathfrak{F}_{rk}^l}{\mathfrak{B}_k}.$ <p>Због тога једначина три момента има облик</p> $\frac{\mathfrak{M}_{k-1} l_k}{6 \mathfrak{B}_k} + \frac{\mathfrak{M}_k l_k}{3 \mathfrak{B}_k} - \frac{\mathfrak{F}_{rk}^l}{\mathfrak{B}_k} = - \frac{\mathfrak{M}_k l_{k+1}}{3 \mathfrak{B}_{k+1}} - \frac{\mathfrak{M}_{k+1} l_{k+1}}{6 \mathfrak{B}_{k+1}} + \frac{\mathfrak{F}_{rk}^d}{\mathfrak{B}_{k+1}}$ <p>ОДНОСНО</p> $\mathfrak{M}_{k-1} \frac{l_k}{\mathfrak{B}_k} + 2 \mathfrak{M}_k \left(\frac{l_k}{\mathfrak{B}_k} + \frac{l_{k+1}}{\mathfrak{B}_{k+1}} \right) + \mathfrak{M}_{k+1} \frac{l_{k+1}}{\mathfrak{B}_{k+1}} =$ $= 6 \left[\frac{\mathfrak{F}_{rk}^l}{\mathfrak{B}_k} + \frac{\mathfrak{F}_{rk}^d}{\mathfrak{B}_{k+1}} \right]$

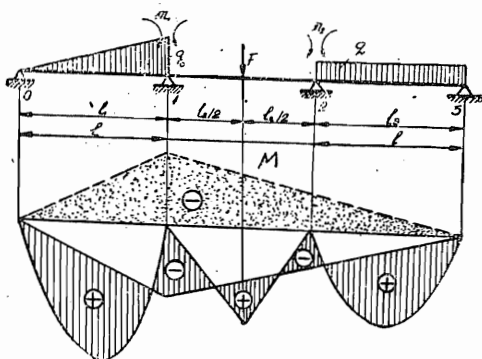
За случај да је

$$\mathfrak{B}_k = \mathfrak{B}_{k+1}$$

биће

$$\mathfrak{M}_{k-1} l_k + 2 \mathfrak{M}_k (l_k + l_{k+1}) + \mathfrak{M}_{k+1} l_{k+1} = 6 [\mathfrak{F}_{rk}^l + \mathfrak{F}_{rk}^d];$$

\mathfrak{F}_{rk}^l и \mathfrak{F}_{rk}^d јесу отпори ослоња k услед фиктивног оптерећења. Њих треба узети са њиховим знаком (+ ако су усмерени навише, — ако су усмерени наниже).



У случају да се смерови реактивних момената узму обратног смера од оног на слици, треба им у горњој једначини променити знак + на —.

Пример. — Носач је двапут статички неодређен, па су, због $\mathfrak{B}_k = \text{const.}$ једначине

$$2 \mathfrak{M}_1 (l_1 + l_2) + \mathfrak{M}_2 l_2 = 6 [\mathfrak{F}_{r1}^l + \mathfrak{F}_{r1}^d];$$

$$\mathfrak{M}_1 l_2 + 2 \mathfrak{M}_2 (l_2 + l_3) = 6 [\mathfrak{F}_{r2}^l + \mathfrak{F}_{r2}^d];$$

$$4 \mathfrak{M}_1 l + \mathfrak{M}_2 l = 6 \left[\frac{q_0 l^3}{45} + \frac{F l^2}{16} \right]$$

$$\mathfrak{M}_1 l + 4 \mathfrak{M}_2 l = 6 \left[\frac{F l^2}{16} + \frac{q l^3}{24} \right].$$

За

$$ql = 2F, \quad q_0 l/2 = 3F, \quad F = 4t, \quad l = 5 \text{ m},$$

биће

$$ql^2/8 = Fl/4 = 5 \text{ tm}, \quad 0,13 Fq^l = 7,8 \text{ tm}$$

па су реактивни моменти

$$\mathfrak{M}_1 = \frac{l}{15} \left[\frac{8}{15} q_0 l + \frac{3F}{8} - \frac{ql}{4} \right] = \frac{41 Fl}{200} = 4,1 \text{ tm};$$

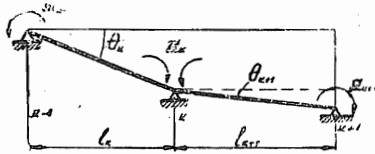
$$\mathfrak{M}_2 = \frac{21 Fl}{200} = 2,1 \text{ tm}.$$

7d

Када су ослоњци на *различитим висинама* онда се нагиби над ослоњцима повећавају за углове θ_k и θ_{k+1} које осе греда граде са хоризонталом.

Због тога једначина три момента има облик

7e*



$$\frac{M_{k-1} l_k}{B_k} + 2 M_k \left(\frac{l_k}{B_k} + \frac{l_{k+1}}{B_{k+1}} \right) + \frac{M_{k+1} l_{k+1}}{B_{k+1}} = 6 [(\Sigma \alpha_{k+1}) - (\Sigma \beta_k)] + 6 [\theta_{k+1} - \theta_k].$$

За $B_k = B_{k+1} = B$ биће

$$\begin{aligned} M_{k-1} l_k + 2 M_k (l_k + l_{k+1}) + M_{k+1} l_{k+1} = \\ = 6 B [(\Sigma \alpha_{k+1}) - (\Sigma \beta_k)] + 6 B [\theta_{k+1} - \theta_k]. \end{aligned}$$

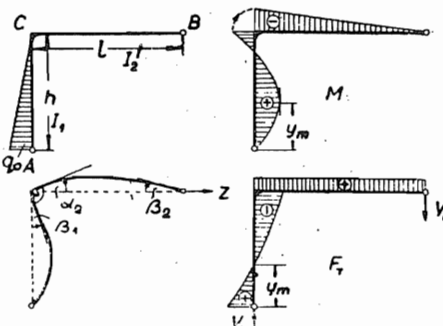
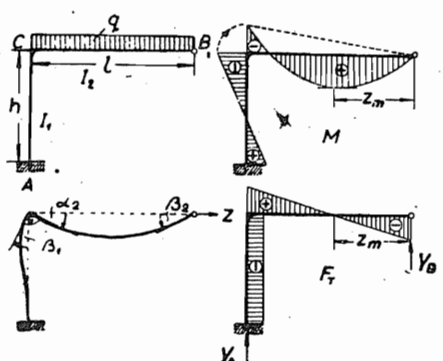
* Уџбеник чл. 10. 6, страна 259.

VIII ТАБЛИЦА
СТАТИЧКИ НЕОДРЕЂЕНИ ОКВИРИ (РАМОВИ)*

Редни број	ВРСТА ОКВИРА И ОПТЕРЕЂЕЊА	КАРАКТЕРИСТИЧНЕ ВЕЛИЧИНЕ**
	Ознаке: $k_1 = \frac{I_1}{h}$, $k_2 = \frac{I_2}{l}$	$k = \frac{I_2}{I_1} \frac{h}{l} = \frac{k_2}{k_1}$
1	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">$\beta_1 = \alpha_2$</div>	$2 \mathfrak{M}_C \left(\frac{h}{I_1} + \frac{l}{I_2} \right) = \frac{6 q l^3}{24 I_2}$ $2 \mathfrak{M}_C \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \right) = \frac{q l^2}{4 k_2}$ $\mathfrak{M}_C = \frac{1}{1+k} \cdot \frac{q l^2}{8}$ $\beta_1 = \alpha_2 = \frac{1}{E} \cdot \frac{1}{k_1 + k_2} \cdot \frac{q l^2}{24}$ $z_m = \frac{3+4k}{1+k} \frac{l}{8}$ $M_{max} = \frac{1}{2} q z_m^2$ $Y_A = \frac{q l}{2} + \frac{\mathfrak{M}_C}{l}; \quad Y_B = q l - Y_A.$ <p>Део AC: $F_T = \mathfrak{M}_C / h = Z_A = -Z_B.$</p>
2	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">$\beta_1 = \alpha_2$</div>	$M_F = M_{(z=a)} = F l \frac{a}{l} \frac{b}{l}$ $\mathfrak{M}_C = \frac{1}{1+k} \frac{F l a b}{2 l \cdot l} \left(1 + \frac{a}{l} \right)$ $M_{max} = M_F - \mathfrak{M}_C \frac{b}{l}$ $\beta_1 = \alpha_2 =$ $= \frac{1}{E} \frac{1}{k_1 + k_2} \frac{F l a b}{6 l \cdot l} \left(1 + \frac{a}{l} \right)$

* Уџбеник, чл. 10.8, стр. 262.

** Карактеристичне величине узете су по апсолутној вредности. Предзнак се види на слици.

2	$\beta_1 = \alpha_2$	$Y_A = \frac{Fb}{l} + \frac{\mathfrak{M}_C}{l}, \quad Y_B = F - Y_A.$ $\text{Deo } \overline{AC}: \quad F_T = \frac{\mathfrak{M}_C}{h} = Z_A = -Z_B.$
3	$\beta_1 = \alpha_2$ 	$2 \mathfrak{M}_C \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \right) = 6 (\alpha_2 - \beta_1) =$ $= -6 \beta_1 = \frac{42}{180} \frac{F_q h^2}{I_1} = \frac{7}{30} \frac{F_q h}{k_1}$ $2 \mathfrak{M}_C (1+k) = \frac{7}{30} F_q h k$ $F_q = \frac{1}{2} q_0 h$ $\mathfrak{M}_C = \frac{k}{1+k} \frac{7 F_q h}{60}$ $\beta_1 = \alpha_2 = - \frac{1}{k_1 + k_2} \frac{7}{180} \frac{F_q h}{E}$ $Y_A = \mathfrak{M}_C / l = -Y_B.$ $-Z_A = \frac{2}{3} F_q - \frac{\mathfrak{M}_C}{h} = Z_B.$
4	$\alpha_1 = 0; \quad \beta_1 = \alpha_2$ 	$\mathfrak{M}_A = \frac{1}{4+3k} \frac{q l^2}{4} = \frac{1}{2} \mathfrak{M}_C$ $z_m^q = \frac{3}{2} \frac{1+k}{4+3k} l$ $M_{max} = \frac{1}{2} q z_m^2$ $Y_A = \frac{q l}{2} + \frac{\mathfrak{M}_C}{l}; \quad Y_B = q l - Y_A$ $Z_A = (\mathfrak{M}_A + \mathfrak{M}_C) / h = -Z_B.$

elibrary.maf.bg.ac.rs

5

$\alpha_1=0, \beta_1=\alpha_2$

$$\mathfrak{M}_A = \frac{Fl}{4+3k} \frac{a}{l} \frac{b}{l} \left(1 + \frac{b}{l}\right) = \frac{1}{2} \mathfrak{M}_C$$

$$M_F = Fl \frac{a}{l} \frac{b}{l}$$

$$M_{max} = M_F - \mathfrak{M}_C \frac{b}{l}$$

$$Y_A = \frac{Fb}{l} + \frac{\mathfrak{M}_C}{l}, \quad Y_B = F - Y_A$$

$$Z_A = (\mathfrak{M}_A + \mathfrak{M}_C)/h = -Z_B$$

6

$\alpha_1=0; \beta_1=\alpha_2$

$$F_q = \frac{1}{2} q_0 h$$

$$\mathfrak{M} = \frac{16+9k}{4+3k} \frac{F_q h}{30}$$

$$\mathfrak{M}_C = \frac{k}{4+3k} \frac{F_q h}{5}$$

$$Y_A = \mathfrak{M}_C/l = -Y_B$$

$$y_m = h \left[1 - \sqrt{\frac{8+9k}{10(4+3k)}} \right]$$

$$-Z_A = \frac{2}{3} F_q + \frac{\mathfrak{M}_A - \mathfrak{M}_C}{h} = Z_B$$

7

$\alpha_1=0; \beta_1=\alpha_2; \beta_2=0$

$$\mathfrak{M}_A = \frac{1}{1+k} \frac{ql^2}{24} = \frac{1}{2} \mathfrak{M}_C$$

$$\mathfrak{M}_B = \frac{2+3k}{1+k} \frac{ql^2}{24}$$

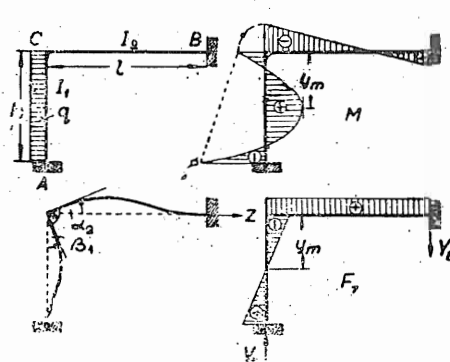
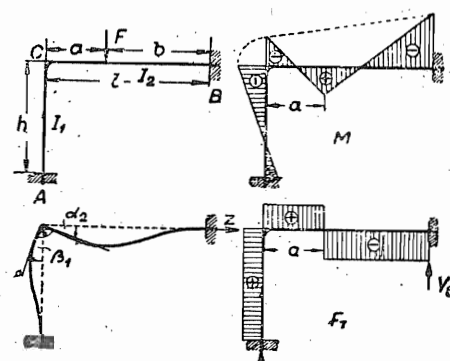
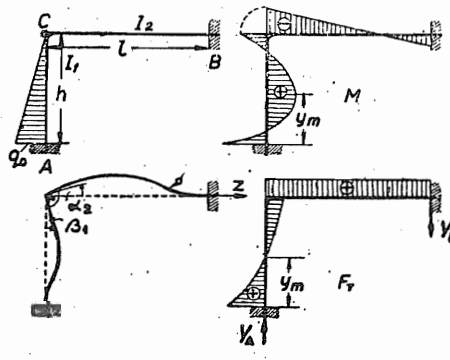
$$z_m = \frac{4+3k}{1+k} \frac{l}{8}$$

$$M_{max} = \frac{1}{2} q z_m^2 - \mathfrak{M}_C$$

$$Y_A = \frac{ql}{2} + \frac{1}{l} (\mathfrak{M}_C - \mathfrak{M}_B)$$

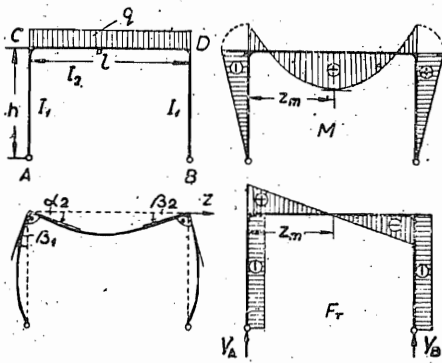
$$Y_B = ql - Y_A$$

$$-Z_A = \mathfrak{M}_A/h = Z_B$$

8	$\alpha_1=0; \beta_1=\alpha_2; \beta_2=0$ 	$\mathfrak{M}_A = \frac{3+2k}{1+k} \frac{qh^2}{24}$ $\mathfrak{M}_C = \frac{k}{1+k} \frac{qh^2}{12} = 2\mathfrak{M}_B$ $y_m = \frac{3+4k}{1+k} \frac{h}{8}$ $M_{max} = \frac{1}{2} qy_m^2 - \mathfrak{M}_C$ $Y_A = \frac{k}{1+k} \frac{qh^2}{8l} = -Y_B$ $-Z_A = \frac{1}{2} F_q + \frac{\mathfrak{M}_A - \mathfrak{M}_C}{h} = Z_B$
9	$\alpha_1=0; \beta_1=\alpha_2; \beta_2=0$ 	$\mathfrak{M}_A = \frac{1}{1+k} \frac{Fl}{2} \frac{a}{l} \left(\frac{b}{l} \right)^2 = \frac{1}{2} \mathfrak{M}_C$ $\mathfrak{M}_B = \frac{2a + (a+l)k}{1+k} \frac{F a b}{2 \cdot l \cdot l}$ $M_{max} = Fl \frac{a b}{l \cdot l} + \frac{1}{l} (\mathfrak{M}_C b - \mathfrak{M}_B a)$ $Y_A = F \frac{b}{l} + \frac{1}{l} (\mathfrak{M}_C - \mathfrak{M}_B)$ $Y_B = F - Y_A; \quad -Z_A = \frac{\mathfrak{M}_A}{h} = Z_B$
10	$\alpha_1=0; \beta_1=\alpha_2; \beta_2=0$ 	$\mathfrak{M}_A = \frac{4+3k}{1+k} \frac{F_q h}{30}, \quad F_q = \frac{1}{2} q_0 h$ $\mathfrak{M}_C = \frac{k}{1+k} \frac{F_q h}{15} = 2\mathfrak{M}_B$ $Y_A = \frac{3}{2} \frac{\mathfrak{M}_C}{l} = -Y_B$ $-Z_A = \frac{\mathfrak{M}_A - \mathfrak{M}_C}{h} = Z_B$

11

$$\beta_1 = \alpha_2; \quad \mathfrak{M}_C = \mathfrak{M}_D$$



$$2k + 3 = N$$

$$\mathfrak{M}_C = \frac{1}{3 + 2k} \cdot \frac{q l^2}{4} = \mathfrak{M}_D = \frac{q l^2}{4 N}$$

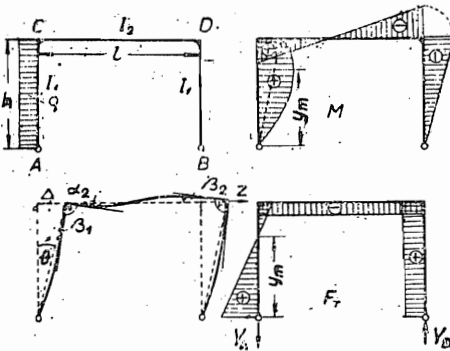
$$M_{max} = \frac{q l^2}{8} - \mathfrak{M}_C$$

$$Y_A = Y_B = \frac{1}{2} q l$$

$$Z_A = \frac{\mathfrak{M}_C}{h} = -Z_B$$

12*

$$\theta_1 = \theta_3 = \theta; \quad \theta_2 = 0$$



$$\beta_1 = -\frac{q h^3}{24 \mathfrak{B}_1}; \quad \alpha_2 = \beta_2 = 0$$

$$\mathfrak{M}_A = \mathfrak{M}_0 = 0; \quad \mathfrak{M}_C = \mathfrak{M}_1$$

$$\mathfrak{M}_D = \mathfrak{M}_2; \quad \mathfrak{M}_B = \mathfrak{M}_3 = 0$$

$$Z_C = -\left(\frac{q h}{2} + \frac{\mathfrak{M}_C}{h}\right); \quad Z_D = \frac{\mathfrak{M}_D}{h}$$

$$-2\mathfrak{M}_C(1+k) + \mathfrak{M}_D =$$

$$= \frac{q h^2}{4} k - 6E\theta k_2$$

$$-\mathfrak{M}_C + 2(1+k)\mathfrak{M}_D = 6E\theta k_2$$

$$Z_D + Z_C = 0; \quad +\mathfrak{M}_C + \mathfrak{M}_D = \frac{q h^2}{2}$$

па су за $N = 2k + 3$

$$\mathfrak{M}_C = \frac{q h^2}{4} \left(1 - \frac{k}{2N}\right); \quad \mathfrak{M}_D = \frac{q h^2}{4} \left(1 + \frac{k}{2N}\right); \quad \theta = \frac{2 + 5k}{48} \cdot \frac{q h^2}{E k_2}$$

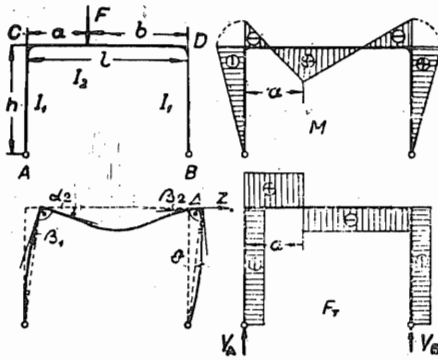
$$-Y_A = \frac{\mathfrak{M}_C + \mathfrak{M}_D}{l} = \frac{q h^2}{2l} = Y_B$$

$$-Z_A = \frac{q l}{2} + \frac{\mathfrak{M}_C}{h} = \frac{q h}{4} \left(3 - \frac{k}{2N}\right); \quad -Z_C = \frac{q h}{2} - \frac{\mathfrak{M}_C}{h}$$

$$Z_D = \frac{\mathfrak{M}_D}{h} = -Z_B; \quad \text{померање } \Delta = \theta h = \frac{2 + 5k}{48} \cdot \frac{q h^3}{E k_2}$$

* Према табlici VII, 7e. Трећа једначина следи из услова да су аксијалне силе у C и D супротне силе.

$$\theta_1 = \theta_3 = \theta; \quad \theta_2 = 0$$



$$\beta_1 = 0; \quad \alpha_3 = 0$$

$$\alpha_2 = \frac{F a b}{6 \mathfrak{B}_2} \left(1 + \frac{b}{l} \right)$$

$$\beta_2 = -\frac{F a b}{6 \mathfrak{B}_2} \left(1 + \frac{a}{l} \right)$$

$$2(1+k) \mathfrak{M}_C + \mathfrak{M}_D = \frac{F a b}{l^2} (b+l) - 6 E k_2 \theta$$

$$\mathfrak{M}_C + 2(1+k) \mathfrak{M}_D = \frac{F a b}{l^2} (a+l) + 6 E k_2 \theta$$

$$Z_D - Z_C = 0; \quad -\mathfrak{M}_C + \mathfrak{M}_D = 0$$

$$\mathfrak{M}_C = \mathfrak{M}_D = \frac{3 F l a b}{2 N l l}; \quad M_F = F l \frac{a b}{l l} - \mathfrak{M}_C$$

13
$$\theta = \frac{F a b}{12 \mathfrak{B}_2} \left[1 - 2 \frac{a}{l} \right]; \quad \Delta = h \theta$$

$$N = 2k + 3; \quad Y_A = F \frac{b}{l}; \quad Y_B = F \frac{a}{l}$$

$$Z_A = \frac{\mathfrak{M}_C}{h} = -Z_C; \quad -Z_B = +Z_A = Z_D.$$

Други начин. — Отстранимо зглобове А и В и заменимо их отпорима. Тада су СА и DB конзоле еластично укљештене у С и В, па су померања зглобовз А и В

$$f_A = \left[\alpha_2 - \frac{\mathfrak{M} l}{2 \mathfrak{B}_2} \right] h; \quad f_B = \left[-\beta_2 - \frac{\mathfrak{M} l}{2 \mathfrak{B}_2} \right] h$$

$$\mathfrak{M} = H h; \quad Z_A = -Z_B = H.$$

Повећање растојања АВ мора бити поништено хоризонталним силама Н па су померања и услов

$$f'_A = f'_B = \frac{H h^3}{3 \mathfrak{B}_1}; \quad f_A + f_B = f'_A + f'_B$$

односно хоризонтална компонента отпора

$$H = Z_A = -Z_B = \frac{3}{2} \frac{F l}{N h} \cdot \frac{a}{l} \cdot \frac{b}{l}$$

Моменти су

$$13 \quad \mathfrak{M}_C = \mathfrak{M}_D = \mathfrak{M} = H h = \frac{3 F l}{2 N} \cdot \frac{a}{l} \cdot \frac{b}{l}$$

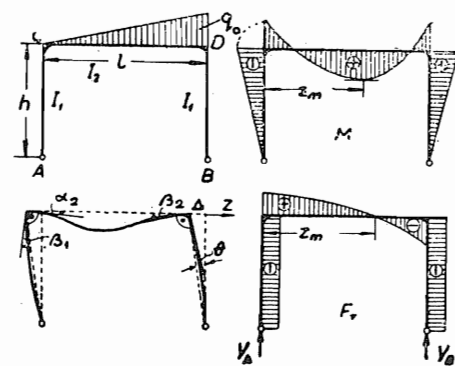
Нагиб код C , због еластичног укљештења, износи

$$\frac{\mathfrak{M}_C h}{3 \mathfrak{B}_1} + \theta = \alpha_2 - \frac{\mathfrak{M}_C l}{3 \mathfrak{B}_2} - \frac{\mathfrak{M}_D l}{6 \mathfrak{B}_2}; \quad \mathfrak{M}_C = \mathfrak{M}_D = \mathfrak{M} = H h$$

на су

$$\theta = \frac{F a b}{12 \mathfrak{B}_2} \left[1 - 2 \frac{a}{l} \right]; \quad \Delta = h \theta.$$

$$\theta_1 = \theta_3 = \theta; \quad \theta_2 = 0$$



$$\beta_1 = \alpha_3 = 0; \quad \alpha_2 = \frac{7}{180} \frac{F_q l^2}{\mathfrak{B}_2}$$

$$\beta_2 = -\frac{8}{180} \frac{F_q l^2}{\mathfrak{B}_2}$$

$$2(1+k) \mathfrak{M}_C + \mathfrak{M}_D =$$

$$= \frac{7}{30} F_q l - 6 E k_2 \theta$$

$$\mathfrak{M}_C + 2(1+k) \mathfrak{M}_D =$$

$$\frac{8}{30} F_q l + 6 E k_2 \theta$$

$$- \mathfrak{M}_C + \mathfrak{M}_D = 0$$

$$\mathfrak{M}_C = \mathfrak{M}_D = \frac{F_q l}{2 N};$$

* Према таблци VII, 7е. Трећа једначина следи из услова да су аксијалне силе у C и D супротне силе.

14

$$N = 2k + 3$$

$$\theta = \frac{7 F_q l^2}{180 I_2}; \quad \Delta = h \theta$$

$$Y_A = \frac{1}{8} F_q; \quad Y_B = \frac{2}{3} F_q; \quad Z_A = -Z_C = \mathfrak{M}_C/h = -Z_B = Z_D.$$

15

$\theta_1 = \theta_3 = \theta; \quad \theta_2 = 0$

$$\beta_1 = \frac{7 F_q h^2}{180 \mathfrak{B}_1}; \quad \alpha_2 = \beta_2 = 0$$

$$\alpha_3 = 0; \quad N = 2k + 3$$

$$-2(1+k) \mathfrak{M}_C + \mathfrak{M}_D =$$

$$= \frac{7}{30} F_q h k - 6 E k_2 \theta$$

$$- \mathfrak{M}_C + 2(1+k) \mathfrak{M}_D =$$

$$= 6 E k_2 \theta$$

$$\mathfrak{M}_C + \mathfrak{M}_D = \frac{2}{3} F_q h$$

$$\mathfrak{M}_C = \frac{60 + 33k}{60 N} F_q h$$

$$\mathfrak{M}_D = \frac{60 + 47k}{60 N} F_q h$$

$$\theta = \frac{-\mathfrak{M}_C + 2(1+k) \mathfrak{M}_D}{6 E k_3}$$

$$\Delta = h \theta$$

$$-Z_A = \frac{2}{3} F_q + \frac{\mathfrak{M}_C}{h}$$

$$-Z_C = \frac{1}{3} F_q - \frac{\mathfrak{M}_C}{h}$$

$$-Z_B = \frac{\mathfrak{M}_D}{h} = Z_D.$$

16. $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 0$

$\alpha_1 = 0; \quad \beta_1 = \alpha_2$

$\mathfrak{M}_A = \frac{1}{2+k} \frac{q l^2}{12} = \mathfrak{M}_B$

$F_q = 1/2 q l$

$k = k_2/k_1$

$\mathfrak{M}_C = \mathfrak{M}_D = 2\mathfrak{M}_A$

$M_{max} = 1/8 q l^2 - \mathfrak{M}_C$

$Y_A = Y_B = 1/2 q l$

$Z_A = 3/2 \frac{\mathfrak{M}_C}{h} = -Z_C = -Z_B = Z_D.$

elibrary.math.bg.ac.

17. $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 0$

$\alpha_1 = 0; \quad \beta_1 = \alpha_2.$

$8 \mathfrak{M}_A + 4 \mathfrak{M}_C = q h^2$

$4 k \mathfrak{M}_A + 4 (2k + 3) \mathfrak{M}_C = q h^2 k$

$\mathfrak{M}_A = \frac{3+k}{2+k} \frac{q h^2}{12} = \mathfrak{M}_B$

$\mathfrak{M}_C = \frac{k}{2+k} \frac{q h^2}{12} = \mathfrak{M}_D$

$y_m = \frac{1}{q} \left[\frac{q h}{2} + \frac{1}{h} (\mathfrak{M}_A - \mathfrak{M}_C) \right]$

$M_{max} = 1/2 q y_m^2 - \mathfrak{M}_A$

$F_A = F_B = 0.$

$N_1 = k + 2$
 $N_2 = 6k + 1$

18

$\mathfrak{M}_A =$

$$= \left[\frac{1}{2N_1} - \frac{2\left(\frac{b}{l}\right) - 1}{2N_2} \right] Fl \frac{ab}{ll}$$
 $\mathfrak{M}_C =$

$$= \left[\frac{1}{N_1} + \frac{2\left(\frac{b}{l}\right) - 1}{2N_2} \right] Fl \frac{ab}{ll}$$
 $\mathfrak{M}_D =$

$$= \left[\frac{1}{N_1} - \frac{2\left(\frac{b}{l}\right) - 1}{2N_2} \right] Fl \frac{ab}{ll}$$
 $\mathfrak{M}_B =$

$$= \left[\frac{1}{2N_1} + \frac{2\left(\frac{b}{l}\right) - 1}{2N_2} \right] Fl \frac{ab}{ll}$$

19

$k_1 = I_1/h, \quad k_2 = I_2/l, \quad F_q = 1/2 q_0 l$
 $2\alpha_2(k_1 + k_2) + \beta_2 k_2 -$
 $3\theta k_1 = 1/30 (F_q l/E)$
 $\alpha_2 k_2 + 2\beta_2(k_1 + k_2) -$
 $3\theta k_1 = -1/20 (F_q l/E)$
 $-\alpha_2 - \beta_2 + 4\theta = 0$

па су:

$\mathfrak{M}_A = 2E(\alpha_2 - 3\theta)k_1; \quad \Delta = h\theta$
 $\mathfrak{M}_C = 2E(2\alpha_2 - 3\theta)k_1$
 $\mathfrak{M}_D = 1/10 F_q l + 2E(\alpha_2 + 2\beta_2)k_2$

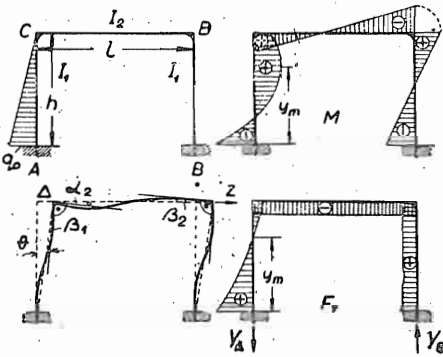
$z_m = l - \sqrt{\frac{2lY_A}{q_0}}$

19

$$Y_A = \frac{1}{3} F_q - \frac{\mathfrak{M}_C + \mathfrak{M}_D}{l}, \quad Z_A = \frac{\mathfrak{M}_A + \mathfrak{M}_C}{h}$$

$$Y_B = \frac{2}{3} F_q + \frac{\mathfrak{M}_C + \mathfrak{M}_D}{l}, \quad Z_B = \frac{\mathfrak{M}_B + \mathfrak{M}_D}{h}$$

20



$$k_1 = I_1/h, \quad k_2 = I_2/l, \quad F_q = \frac{1}{2} q_0 h$$

$$2\alpha_2(k_1 + k_2) + \beta_2 k_2 -$$

$$-3\theta k_1 = -\frac{1}{30}(F_q h/E)$$

$$\alpha_2 k_2 + 2\beta_2(k_1 + k_2) -$$

$$-3\theta k_1 = 0$$

$$-\alpha_2 k_1 - \beta_2 k_1 + 4\theta k_1 =$$

$$= \frac{1}{10}(F_q h/E)$$

на су:

$$\mathfrak{M}_A = -\frac{1}{10} F_q h + 2E(\alpha_2 - 3\theta)k_1$$

$$\mathfrak{M}_C = \frac{1}{15} F_q h + 2E(2\alpha_2 - 3\theta)k_1$$

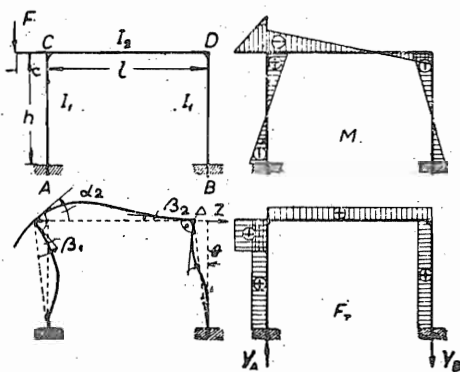
$$\mathfrak{M}_D = 2E(\alpha_2 + 2\beta_2)k_2$$

$$\mathfrak{M}_B = 2E(\beta_2 - 3\theta)k_1$$

$$\Delta = \theta h$$

$$Y_A = \frac{\mathfrak{M}_C + \mathfrak{M}_D}{l} = -Y_B$$

21



$$k_1 = I_1/h, \quad k_2 = I_2/l, \quad M = Fc$$

$$2\alpha_2(k_1 + k_2) + \beta_2 k_2 -$$

$$-3\theta k_1 = -M/2E$$

$$\alpha_2 k_2 + 2\beta_2(k_1 + k_2) - 3\theta k_1 = 0$$

$$-\alpha_2 - \beta_2 + 4\theta = 0$$

21

па су:

$$\mathfrak{M}_A = 2 E (\alpha_2 - 3 \theta) k_1$$

$$\mathfrak{M}_C = 2 E (2 \alpha_2 - 3 \theta) k_1$$

$$\mathfrak{M}_D = 2 E (\alpha_2 + 2 \beta_2) k_2$$

$$\mathfrak{M}_B = 2 E (\beta_2 - 3 \theta) k_1$$

$$\mathfrak{M}'_C = M - \mathfrak{M}_C.$$

Контрола $\mathfrak{M}_C + \mathfrak{M}'_C + M = 0.$

$$Y_A + Y_B = F$$

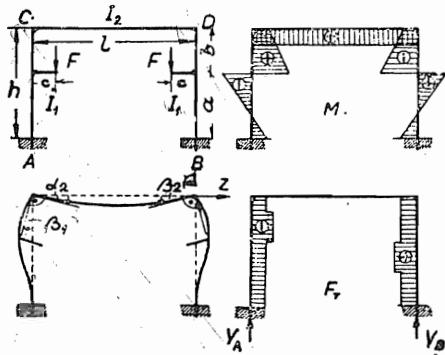
$$Z_A = \frac{\mathfrak{M}_A + \mathfrak{M}_C}{h} = -Z_B$$

$$Y'_C = \frac{\mathfrak{M}'_C + \mathfrak{M}_D}{l}$$

$$Y_A + Y'_C = F$$

$$\Delta = h \theta.$$

22



$$k_1 = I_1/h, \quad k_2 = I_2/l; \quad k = k_2/k_1$$

$$M = Fc$$

$$\alpha_2 = -\beta_2 = \beta_1$$

$$\alpha_2 = \frac{M a}{h^2} \frac{2h - 3a}{2k_1 + k_2} \cdot \frac{1}{2E}$$

$$\mathfrak{M}_A = \frac{M b}{h^2} (2h - 3b) - \frac{\alpha_2}{2E} k_1 = M \frac{b}{h} \left(2 - 3 \frac{b}{h} \right) -$$

$$\frac{M a}{h} \frac{2 - 3(a/h)}{2k_1 + k_2} = -\mathfrak{M}_B$$

$$\mathfrak{M}_C = M \frac{a}{h} \frac{k}{2+k} \left[2 - 3 \frac{a}{h} \right] = \mathfrak{M}_D$$

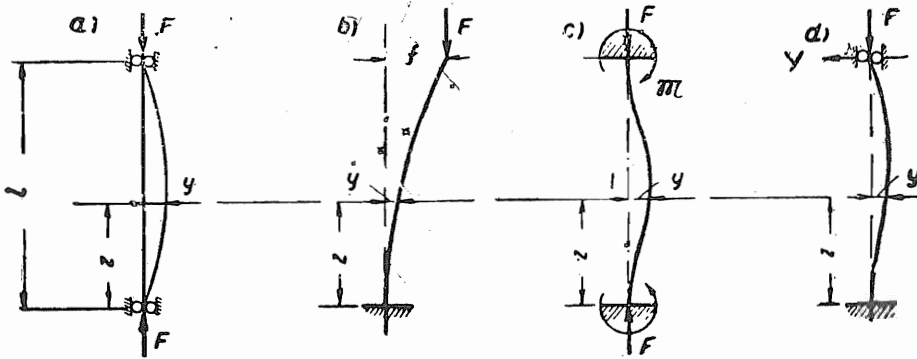
$$Z_A = \frac{\mathfrak{M}_A + M + \mathfrak{M}_C}{h} = -Z_B$$

$$Y_A = Y_B = F.$$

IX. ТАБЛИЦА

 а) КРИТИЧНИ НАПОН ПРИ ИЗВИЈАЊУ $\lambda = l/i, \lambda_r = l_r/i$

МАТЕРИЈАЛ	E kg/cm ²	Нееластично подручје Tetmajer		Еластично подручје Euler	
		λ	σ_k kg/cm ²	λ	σ_k kg/cm ²
Дрво	$1 \cdot 10^5$	< 100	$.293 - 1,94 \lambda$	> 100	$987 \cdot 10^3 \cdot (1/\lambda)^2$
Гвожђе ливено	$1 \cdot 10^6$	< 80	$7760 - 120 \lambda + 0,53 \lambda^2$	> 80	$9870 \cdot 10^3 \cdot (1/\lambda)^2$
Гвожђе варено	$2 \cdot 10^6$	< 112	$3030 - 12,9 \lambda$	> 112	$19740 \cdot 10^3 \cdot (1/\lambda)^2$
Гвожђе топљено	$2,15 \cdot 10^6$	< 105	$3100 - 11,4 \lambda$	> 105	$21220 \cdot 10^3 \cdot (1/\lambda)^2$
Челик топљен	$2,15 \cdot 10^6$	< 89	$3350 - 6,2 \lambda$	> 89	$22210 \cdot 10^3 \cdot (1/\lambda)^2$



Случај	a)	b)	c)	d)
F_k	$\frac{\pi^2 EI}{l^2}$	$\frac{\pi^2 EI}{4 l^2}$	$\frac{4\pi^2 EI}{l^2}$	$\frac{20,19 EI}{l^2} \approx \frac{2\pi^2 EI}{l^2}$
λ_r	l	$2l$	$0,5 l$	$0,7 l$

$I = I_{min}$ најмањи момент инерције попречног пресека; $i = i_{min}$;
 l_r слободна (редукована) дужина извијања.

* Уџбеник, чл. 12, стр. 285.

7 Таблице из Отпорности материјала

b) ВРЕДНОСТ КОЕФИЦИЈЕНТА ИЗВИЈАЊА ω


МАТЕРИЈАЛ $\lambda_r = l_r/l$	ω															
	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
Гвожђе варено	1,00	1,01	1,02	1,05	1,11	1,18	1,27	1,41	1,62	1,94	2,48	3,00	3,57	4,19	4,86	5,58
Ћ 37	1,00	1,01	1,02	1,05	1,10	1,17	1,26	1,39	1,59	1,88	2,36	2,86	3,41	4,00	4,64	5,32
Ћ 48	1,00	1,01	1,03	1,06	1,12	1,20	1,32	1,49	1,76	2,27	3,07	3,72	4,47	5,20	6,03	6,92
SI Ћ	1,00	1,01	1,03	1,07	1,13	1,22	1,35	1,54	1,85	2,39	3,65	4,29	5,11	6,00	6,95	7,98

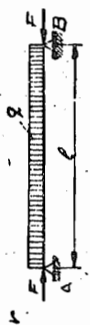

c) Практични обрасци за димензионисање пригнаних штапова (σ_k kg/cm²)

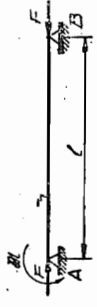
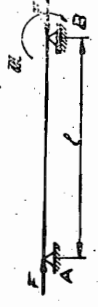
- 1) Rankine $\sigma_k = \sigma_{sc}(1 + \alpha\lambda^2)$, $\alpha = 0,00008$ за челик
- 2) American Institute of Steel Construction (1928. год.)
 $\sigma_k = 2268 \cdot 10^4 / (18\,000 + \lambda^2)$; за кратке штапове $\sigma_k \approx 1050$
- 3) American Railway Engineering Association
 $\sigma_k = 1120 - 4,9\lambda$, за $\lambda > 30$ и $\sigma_k = 980$ за $\lambda < 30$.
- 4) Jämsky — за челик $\sigma_k = 3387 - 14,83\lambda$, при $60 \leq \lambda \leq 100$
- 5) Johnson-ов параболни закон за челик $\sigma_k = 2800 + 0,093\lambda^2$
- 6) СССР — норме $\sigma_k = FIA \cdot \varphi$; φ коефицијент извијања
- 7) Југословенске норме (1932 год.)
за кратке $\sigma_k = (\sigma_c + 700) (1 - 1/273\lambda)$ и за витке штапове $\sigma_k = 2073 \cdot 10^4/\lambda$, где —
је σ_c граница гњечења.

д) САВИЈАЊЕ И ИЗВИЈАЊЕ

$$k^2 = F/\mathfrak{B}; \quad \mathfrak{B} = EI; \quad u = \frac{1}{2}kl = \frac{1}{2}l\sqrt{F/\mathfrak{B}} = \frac{1}{2}\pi\sqrt{F/F_k}$$

Р. бр.	Скица	Момент савијања $M_f =$	Еластична линија $y =$
1		$\frac{Y}{k} \left[\frac{\sin kb \sin kz}{\sin 2u} + \sin k(z-a) \right]$	$\frac{Y}{kF} \left[\frac{\sin kb \sin kz}{\sin 2u} - \frac{b}{l} kz + \right. \\ \left. + \sin k(z-a) + k(z-a) \right]$
1а	$a = b = \frac{1}{2}l$	$\frac{Y}{2k} \left[\frac{\sin kz}{\cos u} + 2 \sin(kz-u) \right]$ $M_{max} = \frac{Y \operatorname{tg} u}{H u}; \quad z_0 = \frac{l}{2}$	$\frac{Y}{2kF} \left[\frac{\sin kz}{\cos u} + \sin(kz-u) + \right. \\ \left. + (kz-u) \right]$ $f_{max} = \frac{Y l^3}{48 \mathfrak{B}} \cdot \frac{3(\operatorname{tg} u - u)}{u^3}$ $\alpha = -\beta = \frac{Y l^3}{16 \mathfrak{B}} \cdot \frac{2(1 - \cos u)}{u^2 \cos u}$

Р. бр.	Скица	Момент савијања $M_f =$	Еластична линија $y =$
2		$\frac{q l^2}{2} \left[\frac{z}{l} - \left(\frac{z}{l} \right)^2 \right] + Fy$ $M_{max} = \frac{q l^2}{8} \cdot \frac{2(1 - \cos u)}{u^2 \cos u}$	$\frac{q}{F k^3} \left[\cos kz + \frac{1 - \cos 2u}{\sin 2u} \sin kz - \frac{k^2 z}{2} (1 - z) - 1 \right]$ $f_{max} = \frac{5q l^4}{384 \mathfrak{B}} \frac{24(\sec u - 1 - 1/2 u^2)}{5u^4}$ $\alpha = -\beta = \frac{q l^3}{24 \mathfrak{B}} \frac{3(\operatorname{tg} u - u)}{u^3}$
3		$\frac{q_0}{k^2} \left[\frac{\sin kz}{\sin 2u} - \frac{k}{2u} z \right]$ $M_{max} \text{ за } \cos kz = \frac{\sin 2u}{2u}$	$\frac{q_0 l^2}{12 k^2 \mathfrak{B}} \left[2 \left(\frac{z}{l} \right)^3 - \frac{3}{u^2} \left(\frac{z}{l} \right) - 2 \left(\frac{z}{l} \right) + \frac{3 \sin kz}{u^2 \sin 2u} \right]$

Р. бр.	Скица	Момент савијања $M_f =$	Еластична линија $y =$
4		$- \mathfrak{M} \frac{\sin k(1-z)}{\sin 2u}$ $M_{(z=1/2)} = - \frac{\mathfrak{M}}{2 \cos u}$	$\frac{\mathfrak{M}}{k^2 \mathfrak{B}} \left[\frac{k(1-z)}{2u} - \frac{\sin k(1-z)}{\sin 2u} \right]$ $f_{(z=1/2)} = \frac{\mathfrak{M}}{2k^2 \mathfrak{B}} \left[1 - \frac{1}{\cos u} \right]$
5		$- \mathfrak{M} \frac{\sin kz}{\sin 2u}$ $M_{(z=1/2)} = - \frac{\mathfrak{M}}{2 \cos u}$	$\frac{\mathfrak{M}}{k^2 \mathfrak{B}} \left[\frac{kz}{2u} - \frac{\sin kz}{\sin 2u} \right]$ $f_{(z=1/2)} = \frac{\mathfrak{B}}{2k^2 \mathfrak{B}} \left[1 - \frac{1}{\cos u} \right]$

Х. УЗАЈАМНИ ПРИТИСАК ДВА ТЕЛА

(Hertz-ови обрасци)

1881. год. дао је немачки физичар Hertz решење проблема о узајамном притиску два еластична тела ограничена у близини додирних тачака било сферним било цилиндричним површинама, пречника D_1 и D_2 .

Услед узајамног притиска тела околина додирне тачке деформираће се и додир тела проширује се на малу површину у случају сферних површина ограничenu кругом, чији је полупречник ρ_k , док је у случају цилиндричних површина додирна површина узани правоугаоник са дужим странама паралелним изводницима цилиндара. Ширина овог правоугаоника износи ρ_k . У случају додира сферних површина највећи је напон притиска p_0 у тачки додира, највећи тангенцијални напон јавља се у тачки испод додирне тачке на удаљењу око $0,5 \rho_k$ а највећи напон затезања јавља се у тачкама додирног круга.

У случају додира цилиндричних површина са паралелним осама притисак се на површини додира мења по елиптичном закону.

У случају додира цилиндричних површина са укрштеним осама притисак се мења по закону елипсоида а површина додира је елипса.

У табелици Х дате су карактеристичне вредности са ознакама:

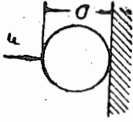
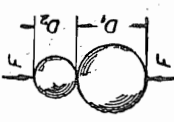
- F — притисак тела (kg),
- q — оптерећење по јединици дужине цилиндра (kg/cm),
- p_0 — највећи притисак по линији додира (kg/cm²),
- σ_{max} — највећи напон затезања (kg/cm²),
- τ_{max} — највећи тангенцијални напон (kg/cm²),
- w — померање у правцу паралелном притиску,
- ρ_k — полупречник кружне додирне површине односно ширина правоугаоне додирне површине,
- a, b — полуосе елиптичне додирне површине,
- D_1, D_2 — пречници додирних површина,
- E — модул еластичности,
- μ — Поасонов коефицијент.

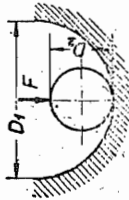
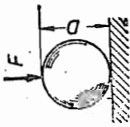
Скраћенице:

$$\lambda = \frac{D_1 D_2}{D_1 + D_2}, \quad \nu = \frac{D_1 D_2}{D_1 - D_2}; \quad k_i = \frac{1 - \mu_i^2}{E_i}.$$

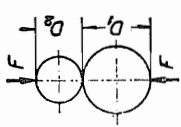
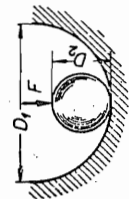
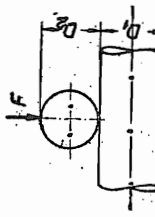
X. ТАБЛИЦА

УЗАЈАМНИ ПРИТИСАК СФЕРНИХ И ЦИЛИНДРИЧНИХ ТЕЛА (HERTZ-ОВИ ОБРАСЦИ)

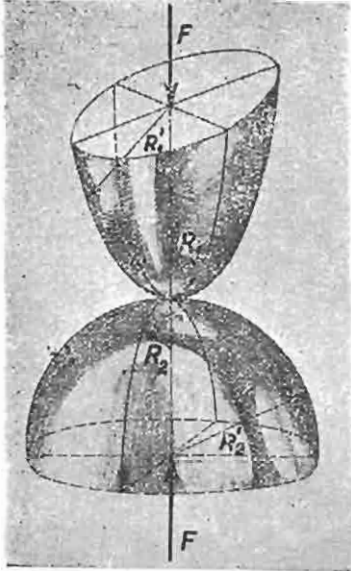
Редни број	Врста узјамног притиска	Полупречник додирне површине ρ_k	Највећи напон			Померање ² w
			притисак p_0	нормални σ_{max}	тангенти. τ_{max}	
kg/cm ²						
а) Сферна тела						
1		$0,721 \sqrt[3]{FD(k_1+k_2)}$	$0,918 \sqrt[3]{\frac{F}{D^2(k_1+k_2)^2}}$			
1a	$E_1 = E_2 = E$ $\mu_1 = \mu_2 = 0,3$	$0,881 \sqrt[3]{\frac{FD}{E}}$	$0,616 \sqrt[3]{F(E/D)^2}$	$0,133 p_0$	$1/3 p_0$	$1,55 \sqrt[3]{F^2/E^2 D}$
2		$0,721 \sqrt[3]{F\lambda(k_1+k_2)}$	$0,918 \sqrt[3]{\frac{F/\lambda^2}{(k_1+k_2)^2}}$			$1,04 \sqrt[3]{\frac{F^2(k_1+k_2)^2}{\lambda}}$
2a	$E_1 = E_2 = E$ $\mu_1 = \mu_2 = 0,3$	$0,881 \sqrt[3]{F\lambda/E}$	$0,616 \sqrt[3]{F(E/\lambda)^2}$	$0,133 p_0$	$1/3 p_0$	$1,55 \sqrt[3]{F^2/E^2 \lambda}$

Редни број	Врста узајамног притиска	Полупречник додирне површине ρ_k	Највећи напон			Померање w
			притиска P_0	нормални σ_{max}	тангенц. τ_{max}	
kg/cm ²						
3		$0,721 \sqrt[3]{Fv(k_1+k_2)^2}$	$0,918 \sqrt[3]{\frac{F}{v^2(k_1+k_2)^2}}$			
3a	$E_1 = E_2 = E$ $\mu_1 = \mu_2 = 0,3$	$0,881 \sqrt[3]{Fv/E}$	$0,616 \sqrt[3]{F(E/v)^2}$	$0,133 \rho_0$	$1/5 \rho_0$	$1,55 \sqrt[3]{F^2/E^2 v}$
b) Цилиндрична тела (q kg/cm)						
4		$1,6 \sqrt{qD(k_1+k_2)}$	$0,798 \sqrt{\frac{q}{D(k_1+k_2)}}$			Скраћење $\Delta D = \frac{4k}{\pi} \cdot q \cdot \left(\frac{1}{3} + \ln \frac{2D}{\rho_k} \right)$
4a	$E_1 = E_2 = E$ $\mu_1 = \mu_2 = 0,3$	$2,15 \sqrt{qD/E}$	$0,591 \sqrt{qE/D}$			
4b	$E = 2,1 \cdot 10^6$ kg/cm ² $\mu = 0,25$	$0,0015 \sqrt{qD}$	$846 \sqrt{q/D}$		$250 \sqrt{q/D}$	

 (на дубини 0,393 ρ_k од површине додира)

5		$1,6\sqrt{q(k_1 + k_2)}\lambda$	$0,798\sqrt{\frac{q}{\lambda(k_1 + k_2)}}$		
5a	$E_1 = E_2 = E$ $\mu_1 = \mu_2 = 0,3$	$2,15\sqrt{q\lambda/E}$	$0,591\sqrt{qE/\lambda}$		$\frac{2(1-\mu^2)}{E} \cdot q \cdot \left(\frac{2}{3} + \ln \frac{4D_1 D_2}{\rho^2 k} \right)$
6		$1,6\sqrt{q\nu(k_1 + k_2)}$	$0,798\sqrt{\frac{q}{\nu(k_1 + k_2)}}$		
6a	$E_1 = E_2 = E$ $\mu_1 = \mu_2 = 0,3$	$2,15\sqrt{q\nu/E}$	$0,591\sqrt{qE/\nu}$		
7		$a = \alpha^3 \sqrt{F\lambda(k_1 + k_2)}$ $b = \beta a$	$\frac{1,5F}{\pi a b}$		$\sqrt[3]{\frac{F^2 (k_1 k_2)^2}{\lambda (k_1 + k_2)}}$

8) Општи случај. — Ако су у тачки додира R_1 и R_1' главни полупречници кривина ($R_1 > R_1'$) тела (1) а R_2 и R_2' главни полупречници кривина ($R_2 > R_2'$) тела (2) онда су главне кривине у управним равнима $K_1 = 1/R_1$. Раван главне кривине $K_1 = 1/R_1$ гради са равни главне кривине $K_2 = 1/R_2$ угао φ . У овоме су случају



$$a = \alpha \sqrt[3]{\frac{F\delta}{k}}, \quad b = \beta \sqrt[3]{\frac{F\delta}{k}}$$

$$p_0 = \frac{1,5F}{\pi ab}, \quad w = \gamma \sqrt[3]{\frac{F^2}{k^2 \delta}}$$

где су

$$\delta = \frac{4}{K_1 + K_1' + K_2 + K_2'}$$

$$k = \frac{8}{3(k_1 + k_2)}$$

Коефицијенти α , β и γ одређују се помоћу вредности θ

$$\theta = \arccos \frac{\delta}{4} \sqrt{(K_1 - K_1')^2 + (K_2 - K_2')^2 + 2(K_1 - K_1')(K_2 - K_2') \cos 2\varphi}$$

(из таблице d).

с) Коефицијенти α , β и γ за случај 7

$\frac{D_1}{D_2}$	1	1,5	2	3	4	6	10
α	0,908	1,045	1,158	1,350	1,505	1,767	2,175
β	1	0,765	0,632	0,482	0,400	0,308	0,221
γ	2,080	2,060	2,025	1,950	1,875	1,770	1,613

d) Коэффициенти α , β и γ за случај 3

θ°	90°	85°	80°	75°	70°	65°	60°	55°	50°	45°	40°	35°	30°	20°	10°	0°
α	1,00	1,061	1,128	1,202	1,284	1,378	1,486	1,611	1,754	1,926	2,136	2,397	2,731	3,778	6,612	∞
β	1,00	0,944	0,893	0,846	0,802	0,759	0,717	0,678	0,641	0,604	0,567	0,530	0,493	0,408	0,319	0
γ	2,00	1,996	1,985	1,967	1,944	1,912	1,875	1,828	1,772	1,709	1,637	1,550	1,453	1,220	0,851	—

XI. ТАБЛИЦА

ВАЖНИЈИ МАТЕМАТИЧКИ ОБРАСЦИ

А) СТЕПЕНИ

- 1) $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$, 3) $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$
 2) $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$, 4) $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
 5) $(a \pm b)^n = a^n \pm \binom{n}{1} a^{n-1}b + \binom{n}{2} a^{n-2}b^2 \pm \binom{n}{3} a^{n-3}b^3 + \dots + (-1)^n b^n$
 6) $\binom{n}{0} = 1$, $\binom{n}{1} = n$, $\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2!}$, $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$; $0! = 1$.

$$\binom{n}{p} = \frac{n(n-1)(n-2) \cdot \dots \cdot [n-(p-1)]}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot p} = \frac{n!}{p!(n-p)!} = \binom{n}{n-p}$$

$$\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n$$
; $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$
 7) $(a^n - b^n) : (a - b) = a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1}$
 8) $(a^{2n} - b^{2n}) : (a + b) = a^{2n-1} - a^{2n-2}b + a^{2n-3}b^2 - \dots - b^{2n-1}$
 9) $(a^{2n+1} + b^{2n+1}) : (a + b) = a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + b^{2n}$.

В) ЛОГАРИТМИ

- 1) $\log_b a = c$, $b^c = a$ ($a > 0$, $b > 1$)
 2) $\log_b (ac) = \log_b a + \log_b c$; $\log_b \left(\frac{a}{c}\right) = \log_b a - \log_b c$
 3) $\log_b (a^n) = n \log_b a$; $\log_b \sqrt[n]{a} = \frac{1}{n} \log_b a$
 4) $\ln x = \log_e x = \ln 10 \cdot \log x = 2,302\,585\,093 \log x$; $\log x = \log_{10} x$
 5) $\log x = \log_{10} x = \log e \cdot \ln x = 0,434\,294\,481\,9 \ln x$.

С) ЈЕДНАЧИНЕ

Једначине првог степена

$$1) \quad \begin{cases} a_1 x + b_1 y = c_1 \\ a_2 x + b_2 y = c_2 \end{cases} \quad x = D_1 : D, \quad y = D_2 : D;$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}, \quad D_2 = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}, \quad D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \neq 0.$$

$$2) \quad \begin{cases} a_1 x + b_1 y + c_1 z = d_1 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z = d_2 \\ a_3 x + b_3 y + c_3 z = d_3 \end{cases} \quad x = D_1 : D, \quad y = D_2 : D, \quad z = D_3 : D$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}, \quad D_2 = \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}, \quad D_3 = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}; \quad D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \neq 0.$$

Квадратна једначина

$$3) \quad ax^2 + bx + c = 0, \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; \quad D = b^2 - 4ac$$

$$x^2 + px + q = 0, \quad x_{1,2} = -\frac{1}{2}p \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2 - q}$$

$$x_1 + x_2 = -p, \quad x_1 \cdot x_2 = q;$$

$$x^2 + px + q \equiv (x - x_1)(x - x_2) = 0.$$

Примери: $2x^2 + x - 1 = 0;$ $x^2 - 3x + 2 = 0.$

Кубна једначина

$$4) \quad z^3 + az^2 + bz + c = 0 = (z - z_1)(z - z_2)(z - z_3)$$

$$z_1 + z_2 + z_3 = -a, \quad z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1 = b, \quad z_1 z_2 z_3 = -c.$$

Сменом $z = x - \frac{1}{3}a$ добија се редукована кубна једначина

$$x^3 + px + q = 0; \quad p = \frac{3b - a^2}{3}; \quad q = \frac{27c + 2a^3 - 9ab}{27}.$$

Решење је

$$x = u + v$$

$$\begin{cases} 3uv + p = 0 \\ u^3 + v^3 = -q \end{cases}$$

$$\text{односно} \quad \begin{cases} u^3 v^3 = -\frac{1}{27} p^3 \\ u^3 + v^3 = -q \end{cases}$$

$$u = \sqrt[3]{-\frac{1}{2}q + \sqrt{(\frac{1}{2}q)^2 + (\frac{1}{3}p)^3}};$$

$$v = \sqrt[3]{-\frac{1}{2}q - \sqrt{(\frac{1}{2}q)^2 + (\frac{1}{3}p)^3}}.$$

Дискриминанта

$$D = -(27q^2 + 4p^3) = -4 \cdot 27 [(1/2 q)^2 + (1/3 p)^3] = -4 \cdot 27 \cdot \Delta;$$

$$\Delta = (1/2 q)^2 + (1/3 p)^3.$$

$D = 0$ сва три корена реална један је дупли,

$D < 0$ један корен реалан и два конјуговано комплексна,

$D > 0$ корени су реални и различити (несводљив случај — casus irreducibilis).

У овом случају се употребљава тригонометриска метода

$$u^3 = -1/2 q + \sqrt{(1/2 q)^2 + (1/3 p)^3} = r e^{i\varphi} = \alpha + i\beta = r (\cos \varphi + i \sin \varphi).$$

Како је

$D > 0$ то је $\Delta = (1/2 q)^2 + (1/3 p)^3 < 0$, па је p негативно

$$r^2 = (1/2 q)^2 - \Delta = -(1/3 p)^3$$

$$r \cos \varphi = -1/2 q$$

те су $r^2 = -1/27 p^3, \quad \cos \varphi = -\frac{q}{2r} = \frac{3q}{2p\sqrt{-1/3p}}$

$$x_1 = 2\sqrt{-1/3p} \cdot \cos(1/3\varphi); \quad x_2 = 2\sqrt{-1/3p} \cos\left(\frac{\varphi + 2\pi}{3}\right);$$

$$x_3 = 2\sqrt{-1/3p} \cdot \cos\left(\frac{\varphi + 4\pi}{3}\right).$$

Примери. — 1) $P_3(z) = z^3 - 4z^2 + 5z - 2 = 0; p = -1/3; q = -2/27; \Delta = 0; u = v = 1/3;$
 $x_1 = 2/3; z_1 = 2/3 + 1/3 = 2; P_2(z) = (z-2) = z^2 - 2z + 1 = P_2(z); P_2(z) = 0; z_2 = z_3 = +1.$

2) $P_3 = z^3 - 3z^2 + 4z - 2 = 0; p = 1; q = 0; D = -4 < 0; x^3 + x = 0; x_1 = 0; x_{2,3} = \pm i;$
 $z_1 = 1; z_{2,3} = 1 \pm i.$

3) $P_3 = z^3 + 12z^2 + 24z - 64 = 0; z = x - 4; x^3 - 24x - 32 = 0; \Delta = -256; D > 0;$
 $r = 16\sqrt{2}; \cos \varphi = 1/2\sqrt{2}; \varphi = 1/4\pi; x_1 = 4\sqrt{2} \cos(1/12\pi) = 2(\sqrt{3} + 1); x_2 = -4;$
 $x_3 = 4\sqrt{2} \cos(17/12\pi) = -2(\sqrt{3} - 1);$
 $z_1 = 2\sqrt{3} - 2; z_2 = -8; z_3 = -2\sqrt{3} - 2.$

4) *Једначина четвртог степена*

$$z^4 + az^3 + bz^2 + cz + d = 0,$$

сменом $z = x - 1/4 a$ своди се на $x^4 + px^2 + qx + r = 0;$

$$p = b - 3/8 a^2; q = 1/8 a^3 - 1/2 ab + c; r = -3/256 a^4 + 1/16 a^2 b - 1/4 ac + d.$$

Претходно треба решити кубну једначину

$$t^3 + 2p t^2 + (p^2 - 4r) t - q^2 = 0$$

(Ејлер-ова резолвенџа). Њени су корени t_1, t_2, t_3 па су

$$x_1 = \frac{1}{2}(\sqrt[3]{t_1} + \sqrt[3]{t_2} + \sqrt[3]{t_3}), \quad x_3 = \frac{1}{2}(-\sqrt[3]{t_1} + \sqrt[3]{t_2} - \sqrt[3]{t_3}),$$

$$x_2 = \frac{1}{2}(\sqrt[3]{t_1} - \sqrt[3]{t_2} - \sqrt[3]{t_3}), \quad x_4 = \frac{1}{2}(-\sqrt[3]{t_1} - \sqrt[3]{t_2} + \sqrt[3]{t_3}),$$

где је

$$\sqrt[3]{t_1} \cdot \sqrt[3]{t_2} \cdot \sqrt[3]{t_3} = -q.$$

Пример. $P_4(z) = z^4 - 8z^3 + 14z^2 + 8z - 15 = 0$; $p = -10$; $q = 0$; $r = 9$;

$P_4(x) = x^4 - 10x^2 + 9 = 0$; $t^3 - 20t^2 + 64t = 0$; $t_1 = 0$; $t_2 = 16$; $t_3 = 4$; $x_1 = 1$; -1 ; 3 ; -3 ;
 $z_1 = 3$; 1 ; 5 ; -1 .

Приближно решавање једначина

а) Метода тангенџе (Newton-Raphson). — Нека функција $y = f(x)$ у интервалу $[a, b]$ има $y' \neq 0$, $y'' \neq 0$.

У делу интервала $[a, b]$ у коме је $yy'' > 0$ повући тангенту на криву. Корен је пресек тангенте и осе Ox . Овај поступак треба поновити.

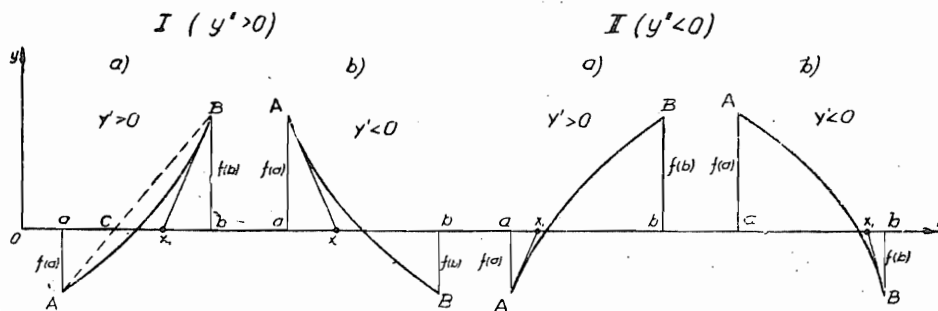
Случајеви.

I $y'' > 0$ а) $y' > 0$ тангенту повући из тачке $B[f(b)]$, па је приближна вредност корена

$$x_1 = b - \frac{f(b)}{f'(b)}, \quad \text{поправка} \quad h = -\frac{f(b)}{f'(b)}$$

б) $y' < 0$ тангенту повући из тачке $A[f(a)]$, па је

$$x_1 = a - \frac{f(a)}{f'(a)}, \quad \text{поправка} \quad h = -\frac{f(a)}{f'(a)}$$



II $y'' < 0$ а) $y' > 0$ тангенту повући из тачке A

б) $y' < 0$ тангенту повући из тачке B .

Поступак поновити из тачке $B_1 [x_1, f(x_1)]$ или $A_1 [x_1, f(x_1)]$ и добити нову вредност

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

а затим и истим начином и

$$x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})}, \dots, \quad x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})}$$

Пример. Wallis'ова једначина $y = x^3 - 2x - 5$, $y' = 3x^2 - 2$, $y'' = 6x$

x_i	y_i	y_i'	$h_i = -\frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$	$x_{i+1} = x_i + h$
2	-1	10	0,10	2,10
2,10	0,05	11,23	-0,005	2,095

b) *Метода сечице (regula falsi).* — Ако је $f(a) < 0$, $f(b) > 0$ повући сечицу AB , онда је у пресеку C са осом Ox приближна вредност корена

$$x_1 = a - \frac{f(a)}{f(b) - f(a)} (b - a) \quad \text{или} \quad x_1 = b - \frac{f(b)}{f(b) - f(a)} (b - a).$$

Поступак поновити.

Друга апроксимација биће

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f(b) - f(x_1)} (b - x_1).$$

Пример. — За горњу Wallis'ову једначину имали бисмо $f(2) = -1$, $f(2,5) = 5,6250$ па је прва приближна вредност корена $x_1 \approx 2 + (0,5/6,6250) = 2,0754$. Тачнија вредност корена је 2,095.

c) *Комбинована метода (Dandelin)* — Овде се користе обе претходне методе. Јер приближне вредности теже корену са различитих страна криве.

d) *Метода итерације (Gregory).* — Нека је x_0 прва приближна вредност $y = f(x)$, која је, као и $f'(x)$, непрекидна функција у околини вредности корена. Следеће су приближне вредности

$$x_1 = f(x_0), \quad x_2 = f(x_1), \dots, \quad x_n = f(x_{n-1}).$$

Ако је

$$|y'(x)| < 1$$

за све вредности x из интервала око корена, онда низ вредности x_1, x_2, \dots, x_n конвергира ка корену једначине.

Ако је $|y'(x)| > 1$ онда се прелази на инверзну функцију

$$x = \varphi(y),$$

јер, пошто је

$$|y'(x)| = \frac{1}{|x'(y)|} > 1, \text{ то је } |x'(y)| < 1.$$

Пример. $f(x) = x^3 - 2x - 3 = 0$ има корен у размаку $[1,5; 2]$ јер је $f(1,5) = -2,625 < 0$, $f(2) = 1 > 0$. Како су изводи $f'(x) = 3x^2 - 2$ то су $f'(1,5) = 2,375 > 0$ и $f'(2) = 10$, па је процес дивергентан, те инверзијом добијемо $\varphi(x) = \sqrt[3]{2x+3}$. Сада је $\varphi(1,5) = \sqrt[3]{6} = 1,8171$; тачнија је вредност $\varphi(1,8171) = \sqrt[3]{6,6342} = 1,8782$.

ИЗРАЧУНАВАЊЕ ВРЕДНОСТИ АЛГЕБАРСКИХ ПОЛИНОМА

Најлакше се врши по Хорнеровој схеми

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = \sum_{v=0}^n a_v x^v$$

x_0	a_n	a_{n-1}	a_{n-2}	\dots	a_2	a_1	a_0
		$+ b_n x_0$	$+ b_{n-1} x_0$	\dots	$+ b_3 x_0$	$+ b_2 x_0$	$+ b_1 x_0$
	b_n	b_{n-1}	b_{n-2}	\dots	b_2	b_1	$b_0 = f(x_0)$

та пример, напи за $x_0 = 1$ вредност полинома

$$f(x) = x^5 - 3x^4 + 2x^3 - 6x^2 + 3x + 4$$

$x_0 = 1$	1	-3	2	-6	3	4
		1	-2	0	-6	-3
	1	-2	0	-6	-3	$1 = f(x_0)$

$$(x^5 - 3x^4 + 2x^3 - 6x^2 + 3x + 4) : (x - 1) = x^4 - 2x^3 - 6x - 3 + \frac{1}{x-1}$$

Пример $f(x) = 1,2x^3 - 2,4x^2 + 3,1x - 4,2$ за $x_0 = 2$

$x_0 = 2$	1,2	-2,4	3,1	-4,2
		2,4	0	6,2
	1,2	0	3,1	$2 = f(x_0 = 2)$

Полином $f(x)$ уређен по степенима од x може се лако уредити и по степенима од $(x-x_0)$ помоћу Хорнерове схеме и написати у облику

$$f(x) = A_0 + A_1(x-x_0) + A_2(x-x_0)^2 + \dots + A_n(x-x_0)^n,$$

где су коефицијенти A_i облика

$$A_i = \frac{1}{i!} f^{(i)}(x_0).$$

Хорнеров поступак треба поновити онолико пута кога је реда x уз A_n .

На пример, развити полином

$$f(x) = x^4 - 8x^3 + 3x^2 + 8x + 12 \text{ по степенима } x-2.$$

$x_0 = 2$	1	-8	3	8	12	
		2	-12	-18	-20	
	1	-6	-9	-10	-8	
		2	-8	-34	-44	A_0
	1	-4	-17	-44		
		2	-4	-21		A_1
	1	-2	-21			
		2	2			A_2
	1	0				
		2				A_3
						A_4

$$f(x) = (x-2)^4 - 21(x-2)^3 - 44(x-2)^2 - 8.$$

Помоћу Хорнерове схеме могу се решавати алгебарске једначине. Ако је x_1 прва приближна вредност полинома $P_n(x) = 0$ онда мора бити

$$P_n(x) = P_{n-1}(x_1^{(0)}) \cdot (x - x_1^{(0)}) + P_n(x_1^{(0)}) = 0,$$

где је P_{n-1} полином за јединицу нижег реда од првобитног полинома $P_n(x) = 0$ а $P_n(x_1^{(0)}) \neq 0$, јер x_1 није тачна вредност његовог корена. Због тога поправку узимамо у облику

$$\Delta h = - \frac{P_n(x_1^{(0)})}{P_{n-1}(x_1^{(0)})} = - \frac{b_0}{c_1},$$

где су b_0 и c_1 последњи коефицијенти Хорнерове схеме првог и другог поступка. Приближна вредност корена је

$$x_1^{(1)} \approx x_1^{(0)} + \Delta h.$$

Поступак треба више пушта поновиши док се не добије жељена тачност корена. Делјењем полинома кореним чиниоцем снижава се ред полинома, па поступак треба обновити са овако добивеним полиномом!

Пример. $P(x) = x^2 - 9x^2 + 18x - 6 = 0$

$P(0) = -6$; $P(1) = 4$; $P(0,5) = 7/8$, $P(0,4) = -22/125$; $x_1^{(0)} = 0,4$

x_1	1	-9	18	-6	Δh
0,4		0,4	-3,44	5,824	$-\frac{-0,176}{11,68} = 0,015$
	1	-8,6	14,56	-0,176	
		0,4	-2,88		
0,415	1	-7,2	11,68		0,0008
		-9	18	-6	
	1	0,415	-3,5628	5,9910	
0,4158	1	-8,585	14,4372	-0,0090	-0,00002
		0,415	-3,3906		
	1	-8,170	11,0466		
	1	-9	18	-6	
		0,4158	-3,5693	6,0003	
	1	-8,5842	14,4307	0,0003	
		0,4158	-3,3964		
	1	-8,1684	11,0343		
$x_1 \approx 0,4158$, $x_2 \approx 2,2943$, $x_3 \approx 6,2899$ $\sum x_i = 9$, $\sum x_i x_k = 18$; $x_1 x_2 x_3 = 6$.					

ВАЖНИЈЕ ТРАНСЦЕНДЕНТНЕ ЈЕДНАЧИНЕ

1) $\operatorname{tg} x = x$

Корени: $x_0 = 0$; $x_1 = 4,4934$; $x_2 = 7,7253$; $x_3 = 10,9041$;

$x_4 = 14,0662$; $x_5 = 17,2208$; $x_n \approx (n - 1/2)\pi$ за $n > 5$.

2) $x \operatorname{tg} x = a$

a	0,01	0,10	0,50	1,00	1,50	2,00	3,00	4,00	5,00	10,00	100
$x_{m/n}$	0,10	0,31	0,65	0,86	0,99	1,08	1,19	1,26	1,31	1,43	1,568

3) $\alpha x \operatorname{ctg} \alpha x = \alpha \operatorname{ctg} \alpha$

$\alpha = \frac{\pi}{180} \alpha^\circ$	30°	60°	90°	120°	150°	180
x_{min}	8,62	4,38	3,00	2,36	2,07	2,00

4) $\operatorname{tg} x = \operatorname{Th} x$

$x_0 = 0; x_1 = 3,927; x_2 = 7,069; x_3 = 10,210; x_4 = 13,352; x_5 = 16,493$

$x_n \approx 16,493 + (n - 5)\pi$ за $n > 5$.

5) $\operatorname{tg} x = -\operatorname{Th} x$

$x_0 = 0; x_1 = 2,365; x_2 = 5,498; x_n \approx 5,498 + (n - 2)\pi$ за $n > 2$.

6) $\cos x \operatorname{Ch} x = 1$

$x_0 = 0; x_1 = 4,7300; x_2 = 7,8532; x_3 = 10,9956;$

$x_n \approx (n + 1/2)\pi$ за $n > 3$.

7) $\cos x \operatorname{Ch} x = -1$

$x_1 = 1,8751; x_2 = 4,6941; x_3 = 7,8548; x_4 = 10,9955;$

$x_n \approx (n - 1/2)\pi$ за $n > 4$.

D) РЕДОВИ

1) Аритметички $a, a + d, a + 2d, \dots, a_n$

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$S_n = 1/2(a + a_n)n = 1/2 n [2a + (n - 1)d].$$

2) Геометриски a, aq, aq^2, \dots, a_n

$$a_n = aq^{n-1}$$

$$S_n = a \frac{(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{qa_n - a}{q - 1}$$

3) $1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{n-1} = \frac{(1 - x^n)}{1 - x}$

4) $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + (n - 1) + n = \frac{n(n + 1)}{2} = \binom{n + 1}{2}$

- 5) $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + (n-1)^2 + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{3!}$
- 6) $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + (n-1)^3 + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2 = \binom{n+1}{2}^2$
- 7) $1^4 + 2^4 + 3^4 + 4^4 + \dots + (n-1)^4 + n^4 =$
 $= \frac{1}{30} n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)$
- 8) $1+3+5+7+\dots+(2n-3)+(2n-1) = n^2$
- 9) $1^2+3^2+5^2+\dots+(2n-1)^2 = \frac{1}{3} n(2n-1)(2n+1) = \binom{2n+1}{3}$
- 10) $1^3+3^3+5^3+\dots+(2n-1)^3 = n^2(2n^2-1) = \binom{2n^2}{2}$
- 11) $(1 \pm x)^n = 1 \pm \binom{n}{1}x + \binom{n}{2}x^2 \pm \binom{n}{3}x^3 + \dots \quad |x| < 1$
- 12) $\frac{1}{1 \pm x} = 1 \mp x + x^2 \mp x^3 + \dots$
- 13) $\frac{n}{\sqrt{(1+x)^m}} = 1 + \frac{m}{n}x + \frac{m(m-n)}{n \cdot 2n}x^2 +$
 $+ \frac{m(m-n)(m-2n)}{n \cdot 2n \cdot 3n}x^3 + \dots,$
- 14) $\frac{1}{\sqrt{(1+x)^m}} = 1 - \frac{m}{n}x + \frac{m(m+n)}{n \cdot 2n}x^2 -$
 $- \frac{m(m+n)(m+2n)}{n \cdot 2n \cdot 3n}x^3 + \dots,$
- 15) $e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots \quad |x| < \infty$
- 16) $\ln x = 2 \left[\frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{3} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^3 + \frac{1}{5} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^5 + \frac{1}{7} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^7 + \dots \right] \quad \text{za } x > 0$
- 17) $\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \dots, \quad |x| < \infty$
- 18) $\sin x = \frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots, \quad |x| < \infty$
- 19) $\operatorname{tg} x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{3 \cdot 5} + \frac{17x^7}{3^2 \cdot 5 \cdot 7} + \frac{62x^9}{3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9} + \dots, \quad |x| < \frac{1}{2}\pi$

$$20) \quad \text{Ch } x = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \dots, \quad x! < \infty$$

$$21) \quad \text{Sh } x = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \dots, \quad x! < \infty.$$

Е) ТРИГОНОМЕТРИСКЕ И ХИПЕРБОЛИЧКЕ ФУНКЦИЈЕ

$$1) \quad \text{arc } \alpha^{\circ} = \frac{\pi}{180} \alpha, \quad \text{arc } 1^{\circ} = \frac{\pi}{180} = 0,017453; \quad 1 \text{ rad} = 57^{\circ} 17' 44,8''$$

$$2) \quad \sin \alpha = \frac{\text{tg } \alpha}{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \alpha}}, \quad \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \alpha}}$$

$$3) \quad \sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta; \quad \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$4) \quad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta, \quad \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$5) \quad \text{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\text{tg } \alpha \pm \text{tg } \beta}{1 \mp \text{tg } \alpha \text{tg } \beta}, \quad \text{ctg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\text{ctg } \alpha \text{ctg } \beta \mp 1}{\text{ctg } \beta \pm \text{ctg } \alpha}$$

$$6) \quad \sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha \pm \beta}{2} \cos \frac{\alpha \mp \beta}{2}; \quad \cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}, \quad \text{tg } \alpha \pm \text{tg } \beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$$

$$7) \quad \sin n \alpha = \binom{n}{1} \sin \alpha \cos^{n-1} \alpha - \binom{n}{3} \sin^3 \alpha \cos^{n-3} \alpha + \binom{n}{5} \sin^5 \alpha \cos^{n-5} \alpha - \dots$$

$$\cos n \alpha = \cos^n \alpha - \binom{n}{2} \sin^2 \alpha \cos^{n-2} \alpha + \binom{n}{4} \sin^4 \alpha \cos^{n-4} \alpha - \dots$$

$$8) \quad \sin \alpha = \sqrt{\frac{1 - \cos 2\alpha}{2}}, \quad \cos \alpha = \sqrt{\frac{1 + \cos 2\alpha}{2}}$$

$$9) \quad a : \sin \alpha = b : \sin \beta = c : \sin \gamma; \quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha.$$

$$10) \quad \text{Ch } x = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}), \quad \text{Sh } x = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x}), \quad \text{Tgh } x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

$$11) \quad \cos(-\alpha) = \cos \alpha, \quad \sin(-\alpha) = -\sin \alpha,$$

$$\text{Ch}(-x) = \text{Ch } x, \quad \text{Sh}(-x) = -\text{Sh } x; \quad \text{Ch}^2 x - \text{Sh}^2 x = 1$$

$$12) \quad e^{\pm xi} = \cos x \pm i \sin x, \quad \cos x = \text{Ch } xi, \quad \sin x = \frac{1}{i} \text{Sh } xi, \quad i = \sqrt{-1}$$

$$13) e^{z+2k\pi i} = e^z, \quad z = x + iy = re^{\theta i}, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$14) \sqrt[n]{-1} = e^{(2k+1)\pi i/n}$$

$$15) z_1 \pm z_2 = (x_1 \pm x_2) + i(y_1 \pm y_2); \quad z_1 z_2 = r_1 r_2 e^{(\varphi_1 + \varphi_2) i}.$$

F) НЕОДРЕЂЕНИ ИНТЕГРАЛИ

$$1) \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C^*, (n \neq -1)$$

$$2) \int \frac{dx}{x} = \ln Cx$$

$$3) \int e^x dx = e^x$$

$$4) \int \sin x dx = -\cos x$$

$$5) \int \cos x dx = \sin x$$

$$6) \int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x$$

$$7) \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x$$

$$8) \int \frac{1}{1+x^2} dx = \arcsin \operatorname{tg} x$$

$$9) \int \operatorname{Sh} x dx = \operatorname{Ch} x$$

$$10) \int \operatorname{Ch} x dx = \operatorname{Sh} x$$

$$11) \int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right|$$

$$12) \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a}$$

$$13) \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a}} = \ln |x + \sqrt{x^2 \pm a}|$$

$$14) \int \sqrt{a^2 + x^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{a^2 + x^2} + \frac{a^2}{2} \ln (x + \sqrt{a^2 + x^2})$$

$$15) \int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \arcsin \frac{x}{a}$$

$$16) \int \sin^n x dx = -\frac{\sin^{n-1} x \cos x}{n} + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2} x dx$$

$$17) \int \cos^n x dx = \frac{\cos^{n-1} x \sin x}{n} + \frac{n-1}{n} \int \cos^{n-2} x dx$$

$$18) \int \sin^m x \cos^n x dx = \frac{\sin^{m+1} x \cos^{n-1} x}{m+n} + \frac{n-1}{m+n} \int \sin^m x \cos^{n-2} x dx$$

$$19) \int \sin mx \cos nx dx = -\frac{\cos (m+n) x}{2(m+n)} - \frac{\cos (m-n) x}{2(m-n)}, \quad (m \neq n)$$

* У даљим интегралима од бр. 2 треба узети још и произвољну константу C .

$$20) \int \sin mx \sin nx \, dx = \frac{\sin(m-n)x}{2(m-n)} - \frac{\sin(m+n)x}{2(m+n)}, \quad (m \neq n)$$

$$21) \int \cos mx \cos nx \, dx = \frac{\sin(m-n)x}{2(m-n)} + \frac{\sin(m+n)x}{2(m+n)}, \quad (m \neq n)$$

$$22) \int \operatorname{tg} x \, dx = -\ln \cos x, \quad 23) \int \operatorname{ctg} x \, dx = \ln \sin x$$

$$24) \int \frac{dx}{\sin x} = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2}, \quad 25) \int \frac{dx}{\cos x} = \ln \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right)$$

$$26) \int \operatorname{tg}^n x \, dx = \frac{\operatorname{tg}^{n-1} x}{n-1} - \int \operatorname{tg}^{n-2} x \, dx$$

$$27) \int \operatorname{ctg}^n x \, dx = -\frac{\operatorname{ctg}^{n-1} x}{n-1} - \int \operatorname{ctg}^{n-2} x \, dx$$

$$28) \int \frac{dx}{\sin^n x} = -\frac{\cos x}{(n-1)\sin^{n-1} x} + \frac{n-2}{n-1} \int \frac{dx}{\sin^{n-2} x},$$

$$29) \int \frac{dx}{\cos^n x} = \frac{\sin x}{(n-1)\cos^{n-1} x} + \frac{n-2}{n-1} \int \frac{dx}{\cos^{n-2} x},$$

$$30) \int x^m \sin x \, dx = -x^m \cos x + m \int x^{m-1} \cos x \, dx,$$

$$31) \int x^m \cos x \, dx = x^m \sin x - m \int x^{m-1} \sin x \, dx,$$

$$32) \int e^{ax} \sin bx \, dx = \frac{a \sin bx - b \cos bx}{a^2 + b^2} e^{ax},$$

$$33) \int e^{ax} \cos bx \, dx = \frac{a \cos bx + b \sin bx}{a^2 + b^2} e^{ax}$$

$$34) \int x^n e^x \, dx = e^x [x^n - nx^{n-1} + n(n-1)x^{n-2} - \dots + (-1)^n n!],$$

$$35) \int \frac{dx}{(ax^2 + bx + c)^n} = \frac{1}{(n-1)(4ac - b^2)} \frac{2ax + b}{(ax^2 + bx + c)^{n-1}} + \frac{2(2n-3)a}{(n-1)(4ac - b^2)} \int \frac{dx}{(ax^2 + bx + c)^{n-1}},$$

$$36) \int \frac{P^{(m)}(x)}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} \, dx = P^{(m-1)}(x) \sqrt{ax^2 + bx + c} + C \int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$$

$$37) \int \sqrt{ax^2 + bx + c} dx = \int \frac{ax^2 + bx + c}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx,$$

$$38) \int \frac{dx}{(x \pm \alpha) \sqrt{ax^2 + bx + c}}, \quad x \pm \alpha = \frac{1}{z},$$

$$39) \int R(e^{mx}) dx = \frac{1}{m} \int \frac{R(z)}{z} dz; \quad e^{mx} = z$$

$$40) \int R(\sin x, \cos x) dx = 2 \int R\left(\frac{2z}{1+z^2}, \frac{1-z^2}{1+z^2}\right) \frac{dz}{1+z^2};$$

$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = z, \quad dx = \frac{2 dz}{1+z^2}; \quad \sin x = \frac{2z}{1+z^2}, \quad \cos x = \frac{1-z^2}{1+z^2}$$

$$41) \int R(\operatorname{tg} x) dx, \quad \int R(\operatorname{ctg} x) dx, \quad \pm \int R(z) \frac{dz}{1+z^2}; \quad \operatorname{tg} x = z, \quad \operatorname{ctg} x = z;$$

$$42) \int R(x, \sqrt[n]{a+bx}) dx = \frac{n}{b} \int R\left(\frac{z^{n-1}}{b}, z\right) z^{n-1} dz, \quad a+bx = z^n.$$

Б) ОДРЕЂЕНИ ИНТЕГРАЛИ

а) Обични интеграли

$$1) \int_0^{\infty} \frac{dx}{a+bx^2} = \frac{\pi}{2\sqrt{ab}}$$

$$7) \int_0^{\infty} \frac{x^{n-1}}{x+1} dx = \frac{\pi}{\sin n\pi}, \quad (0 < n < 1)$$

$$2) \int_0^{\infty} \frac{\sin \alpha x}{x} dx = \begin{cases} 1/2\pi & \alpha > 0 \\ 0 & \alpha = 0 \\ -1/2\pi & \alpha < 0 \end{cases} \quad \text{за } \begin{cases} \alpha > 0 \\ \alpha = 0 \\ \alpha < 0 \end{cases}$$

$$8) \int_0^{\infty} e^{-ax} \cos bx dx = \frac{a}{a^2 + b^2},$$

$$3) \int_0^{\infty} \frac{\operatorname{tg} x}{x} dx = \frac{\pi}{2}$$

$$9) \int_0^{\infty} e^{-ax} \sin bx dx = \frac{b}{a^2 + b^2},$$

$$4) \int_0^{\infty} e^{-ax} dx = \frac{1}{a}$$

$$10) \int_0^{\infty} \frac{xe^{-x}}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^2}{6} - 1,$$

$$5) \int_0^{\infty} e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

$$11) \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \frac{x^3}{\operatorname{Ch} x} dx = \frac{\pi^4}{16},$$

$$6) \int_0^{\infty} x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}}, \quad (a > 0, n = 1, 2, \dots)$$

$$12) \int_{-1}^1 \frac{x^{2n}}{\sqrt{1-x^2}} dx = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2n} \pi,$$

$$13) \int_0^1 \frac{x^n}{(1-x)^n} dx = \frac{n\pi}{\sin n\pi}, \quad (n^2 < 1), \quad 14) \int_0^1 \arcsin(\sqrt{x}) dx = \frac{\pi}{4},$$

$$15) \int_0^{1/2\pi} \sin^{2n+1} x dx = \int_0^{1/2\pi} \cos^{2n+1} x dx = \frac{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2n}{3 \cdot 5 \cdot 7 \dots (2n+1)}; \quad (n \geq 0 \text{ цео број})$$

$$16) \int_0^{1/2\pi} \sin^{2n} x dx = \int_0^{1/2\pi} \cos^{2n} x dx = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2n} \frac{\pi}{2}; \quad (n > 0, \text{ цео број})$$

$$17) \int_0^{\pi/2} \sin^{2m+1} x \cos^{2n+1} x dx = \frac{1}{2} \frac{m! n!}{(m+n+1)!},$$

$$18) \int_0^{\pi} \ln \cos x dx = \int_0^{\pi} \ln \sin x dx = -\pi \ln 2.$$

b) Специјални интегрални

1) Интеграл синус

$$Si(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt = x - \frac{1}{3} \cdot \frac{x^3}{3!} + \frac{1}{5} \cdot \frac{x^5}{5!} - \frac{1}{7} \cdot \frac{x^7}{7!} + \dots \quad (|x| < \infty)$$

2) Интеграл косинус

$$Ci(x) = -\int_x^{\infty} \frac{\cos t}{t} dt = C + \ln x - \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{2!} - \frac{1}{4} \cdot \frac{x^4}{4!} + \frac{1}{6} \cdot \frac{x^6}{6!} - \dots \right]$$

3) Интеграл логаритам

$$Li(x) = \int_0^x \frac{1}{\ln t} dt = C + \ln |\ln x| + \ln x + \frac{1}{2} \cdot \frac{(\ln x)^2}{2!} + \frac{1}{3} \cdot \frac{(\ln x)^3}{3!} + \dots, \quad 0 < x < \infty$$

Ојлерова константа $C = 0,577\ 215665 = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\sum_{v=1}^n \frac{1}{v} - \ln n \right]$

4) Елиптички интеграли

a) прве врсте
$$\int_0^x \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2 t^2)}} = \int_0^{\varphi} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \varphi}} = F(\vartheta, k)$$

b) друге врсте
$$\int_0^x \frac{\sqrt{1-k^2 t^2}}{\sqrt{1-t^2}} dx = \int_0^{\varphi} \sqrt{1-k^2 \sin^2 \varphi} d\varphi = E(\vartheta, k)$$

c) потпуни интеграли

$$\mathfrak{K} = F(1/2\pi, k) = \frac{\pi}{2} \left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 k^2 + \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 k^4 + \frac{(1 \cdot 3 \cdot 5)}{(2 \cdot 4 \cdot 6)} k^6 + \dots \right], \quad k^2 < 1$$

$$\mathfrak{E} = E(1/2\pi, k) = \frac{\pi}{2} \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \frac{k^2}{1} - \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right) \frac{k^4}{3} - \frac{(1 \cdot 3 \cdot 5)}{(2 \cdot 4 \cdot 6)} \frac{k^6}{5} - \dots \right];$$

k је модул интеграла.

c) Приближна квадратура

1) Трапезно правило $b-a=h, \quad \frac{b-a}{n} = \Delta, \quad y_0 = f(a), \quad y_n = f(b)$

$$\int_a^b f(x) dx \approx \Delta \left[1/2 y_0 + \sum_{v=1}^{n-1} y_v + 1/2 y_n \right]$$

2) Симпсоново правило

$$\int_a^b f(x) dx \approx 1/6 \Delta \left[y_0 + 2 \sum_{v=1}^{n-1} y_{2v} + 4 \sum_{v=1}^n y_{2v-1} + y_{2n} \right]$$

3) Формула Чебишева

$$\int_0^1 f(x) dx \approx \frac{1}{3} [f(0,1464l) + f(0,5l) + f(0,8536l)]$$

4) Формула Гауса

$$\int_0^1 f(x) dx \approx l [0,0278 f(0,1127l) + 0,4444 f(0,5l) + 0,0278 f(0,8873l)].$$

Н) ОБИЧНЕ ДИФЕРЕНЦИЈАЛНЕ ЈЕДНАЧИНЕ

а) Првог реда

$$1) \int f(x) dx = \int \varphi(y) \cdot dy + C;$$

$$y dx = x dy; y = Cx.$$

- 2) *Хомогена* по x и y ; смена $y = xz$

$$y' = f\left(\frac{y}{x}\right); \quad y' = f(z) = z + xz'; \quad \frac{dx}{x} = \frac{dz}{f(z) - z};$$

$$xy' - x + y = 0; \quad -\frac{dx}{x} = \frac{dz}{2z-1}; \quad -x^2 + 2xy = C^2 = C_1$$

- 3) *Линеарна* $y' + Py = Q$; $P = P(x)$; $Q = Q(x)$.

$$\text{Смена } y = uv;$$

$$u'v + uv' + Puv = Q = u'v + (v' + Pv)u;$$

$$v' + Pv = 0; \quad dv/v = -P dx$$

$$y = e^{-\int P dx} \left[\int e^{\int P dx} Q dx + C \right].$$

$$y' \cos x + y \sin x = 1; \quad y' + Py = Q; \quad P = \operatorname{tg} x; \quad Q = 1/\cos x; \quad y = \sin x + C \cos x.$$

- 4) *Bernoulli-јева* $y' + Py = Qy^n$; $P = P(x)$; $Q = Q(x)$;

$$\text{смена } z = \frac{1}{y^{n-1}} = y^{1-n}; \quad z' = (1-n)y^{-n}y'; \quad z' + (1-n)Pz = (1-n)Q \text{ (линеарна).}$$

$$y' + \frac{y}{x} = \frac{\ln x}{x} y^2; \quad z = \frac{1}{y}; \quad z' = -y'/y^2; \quad z' - \frac{1}{x} z = -\frac{\ln x}{x}; \quad y = \frac{1}{1 + \ln x + Cx}$$

- 5) *Riccati-јева* $y' + Py + Qy^2 = R$; P ; Q ; $R = f_i(x)$.

$$\eta = \text{партикуларни интеграл}; \quad y = z + \eta; \quad y' = z' + \eta';$$

$$z' + (P + 2Q\eta)z + Qz^2 = 0 \quad \text{јер је } \eta' + P\eta + Q\eta^2 - R = 0$$

$$\text{Bernoulli-јева } z' + (P + 2Q\eta)z = -Qz^2.$$

$$y' - \frac{1}{1 - \sin x \cos x} y + \frac{\cos x}{1 - \sin x \cos x} y^2 = -\frac{\sin x}{1 - \sin x \cos x}; \quad \eta = \cos x$$

$$z' - \frac{1 + 2 \cos^2 x}{1 - \sin x \cos x} z = \frac{-\cos x}{1 - \sin x \cos x} z^2; \quad u = \frac{1}{z}; \quad u' + Pu = Q; \quad y = \frac{C + \cos x}{1 + C \sin x}.$$

- 6) *Са тошталним диференцијалом.* - а) $P dx + Q dy = 0$;

$$P = f(x; y); \quad Q = \varphi(x; y); \quad dU = P dx + Q dy = \frac{\partial U}{\partial x} dx + \frac{\partial U}{\partial y} dy = 0;$$

$$P = \frac{\partial U}{\partial x}; \quad Q = \frac{\partial U}{\partial y}; \quad \frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}; \quad U(x; y) = C$$

$$U = \int P dx + \int \left[Q - \frac{\partial}{\partial y} \int P dx \right] dy = C.$$

$$(2x-3y) dx + (2y-3x) dy = 0; \quad \partial P / \partial y = -3 = \partial Q / \partial x;$$

$$U = \int (2x-3y) dx + \int \left[(2y-3x) - \frac{\partial}{\partial y} (x^2 - 3xy) \right] dy = x^2 - 3xy + y^2 + C.$$

b) Интеграциони чинилац. $\partial P / \partial y \neq \partial Q / \partial x; \quad \lambda = \lambda(x, y)$

$$\lambda P dx + \lambda Q dy = 0; \quad \partial(\lambda P) / \partial y = \partial(\lambda Q) / \partial x$$

$$\lambda \left(\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x} \right) + P \frac{\partial \lambda}{\partial y} - Q \frac{\partial \lambda}{\partial x} = 0; \quad (\text{парцијална});$$

$$\lambda = \lambda(x); \quad \frac{d\lambda}{\lambda} = \frac{(\partial P / \partial y) - (\partial Q / \partial x)}{Q} dx;$$

$$\lambda = \lambda(y); \quad \frac{d\lambda}{\lambda} = \frac{(\partial P / \partial y) - (\partial Q / \partial x)}{-P} dy;$$

$$y dx - x dy = 0; \quad \frac{d\lambda}{\lambda} = -2 \frac{dx}{x} = -2 \frac{dy}{y}; \quad \lambda_1 = \frac{1}{x^2}; \quad \lambda_2 = \frac{1}{y^2}.$$

7) $y = f(x, y') = f(x, p); \quad p = y'; \quad dy = p dx$

$$dy = p dx = (\partial f / \partial x) dx + (\partial f / \partial p) dp; \quad \frac{dp}{dx} = \left[p - \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right) \right] : \left(\frac{\partial f}{\partial p} \right);$$

$$p = \varphi(x, C); \quad y = \theta(x, C).$$

$$y = 2px + \frac{1}{2}x^2 + p^2; \quad p = (C-x)/2; \quad y = (C^2 + 2Cx - x^2)/4.$$

8) $x = f(y, y') = f(y, p); \quad p = y'; \quad dy = p dx;$

$$dx = (\partial f / \partial y) dy + (\partial f / \partial p) dp; \quad \frac{dp}{dy} = \left[\frac{1}{p} - \frac{\partial f}{\partial y} \right] : \left(\frac{\partial f}{\partial p} \right);$$

$$p = \varphi(y, C); \quad x = \psi(y, C)$$

$$x = \frac{1-p^2}{2p} y; \quad 2Cx = y^2 - C^2.$$

9) Lagrange-ева $y = Px + Q; \quad P = f(p); \quad Q = \varphi(p); \quad p = y'$

$$y' = p = P'x \frac{dp}{dx} + P + Q' \frac{dp}{dx}; \quad P' = \frac{dP}{dp}; \quad Q' = \frac{dQ}{dp}$$

$$x' + \frac{P'}{P-p} x = \frac{-Q'}{P-p} \quad (\text{линеарна}) \quad x' + Px = Q; \quad x' = \frac{dx}{dp}.$$

$$\text{Општи интеграл} \quad \left\{ \begin{array}{l} y = Px + Q \\ x = e^{-\int P dp} [C + \int Q e^{\int P dp} dp] \end{array} \right.$$

$$y = p^2 x + p; \quad P' = 2p; \quad Q' = 1; \quad P = 2/(p-1); \quad Q = -1/(p^2 - p);$$

$$x = [C - p + \ln p] / (p-1)^2; \quad y = p^2 x + p.$$

10) Clairaut-ова $y = px + Q$; $P = p$; $Q = f(p)$.

$$y' = p = (x + Q') \frac{dp}{dx} + p; \quad \frac{dp}{dx} (x + Q') = 0.$$

a) $\frac{dp}{dx} = 0 \quad \left| \begin{array}{l} p = C \\ y = px + Q \end{array} \right. \} y = Cx + Q(C) \text{ (општи интеграл).}$

b) $x + Q' = 0 \quad \left| \begin{array}{l} y = px + Q \\ 0 = x + Q' \end{array} \right. \} \begin{array}{l} y = Cx + Q(C) \\ 0 = p + Q'(C) \end{array} \text{ (сингуларни интеграл).}$

$$y = px + p^{-1}; \quad y = Cx + C^{-1}; \quad \left| \begin{array}{l} y = Cx + C^{-1} \\ 0 = x - C^{-2} \end{array} \right. \} y^2 = 4x.$$

11) $f(p) = P_n p^n + P_{n-1} p^{n-1} + \dots + P_1 p + P_0 = 0$; $p = y'$; $P_i = f(x, y)$.

Решити по p ; систем једначина.

$$f(p) = xp^2 + (y - x^2)p - xy = 0; \quad p_1 = x; \quad p_2 = -\frac{y}{x}$$

$$(y^{-1/2} x^2 - C)(xy - C) = 0.$$

b) Вишег реда

1) $F[x, y', y'', \dots, y^{(n)}] = 0$, сменом $y' = p$; $y'' = p' = dp/dx$ снижава се ред за 1 рачунато по p .

2) $F[x, y^{(k)}, y^{(k+1)}, \dots, y^{(n)}] = 0$; $y^{(k)} = z$; $\Phi[x, z, z' \dots z^{(n-k)}] = 0$; снижава ред за k јединица.

3) $F[y, y', y'', \dots, y^{(n)}] = \Phi[y, p, q', \dots, q^{(n-1)}] = 0$; $p = y'$; $q' = dp/dy$.

4) $F[x, y, y', \dots, y^{(n)}] = 0$, хомогена по $y, y', \dots, y, y^{(n)}$;

сменом $y = e^{\int z dz}$; $y' = zy$; $y'' = (z^2 + z')y$; $y''' = (z^3 + z'' + 3zz')y; \dots$

постаје $\Phi[x, z, z', \dots, z^{(n-1)}] = 0$.

$$y y'' - y^2 - 6xy^2 = y^2 [(z^2 + z') - z^2 - 6x] = 0; \quad z' = 6x; \quad z = 3x^2 + C_1;$$

$$y = e^{\int z dz} = C_2 e^{x^3 + C_1 x}.$$

5) $F[y^{(n-1)}, y^{(n)}] = \Phi(z, z') = 0$; $y^{(n-1)} = z$.

6) $F[y^{(n-2)}, y^{(n)}] = \Phi(z, z'') = 0$; $y^{(n-2)} = z$.

7) $y'' = f(y)$; $2y' dx = 2dy$; $2y' dy' = 2f(y) dy$;

$$y'^2 = \int 2f(y) dy + C_1 = \varphi(y) + C_1; \quad y' = \sqrt{\varphi(y) + C_1} = dy/dx;$$

$$x + C_2 = \int dy / \sqrt{\varphi(y) + C_1}.$$

8) Хомогена са константним коефицијентима:

$$H(x) = A_n y^{(n)} + A_{n-1} y^{(n-1)} + \dots + A_k y^{(k)} + \dots + A_1 y' + A_0 y = \sum_0^n A_k y^{(k)} = 0;$$

$$y = C e^{\lambda x}; \quad y^{(k)} = C \lambda^k e^{\lambda x}.$$

Карактеристична једначина

$$K(\lambda) = A_n \lambda^n + A_{n-1} \lambda^{n-1} + \dots + A_1 \lambda + A_0 = \sum_0^n A_k \lambda^k = 0; \quad \lambda_1, \dots, \lambda_r, \dots, \lambda_n.$$

Решење
$$y = \sum_{r=1}^n C_r e^{\lambda_r x} = C_1 e^{\lambda_1 x} + C_2 e^{\lambda_2 x} + \dots + C_n e^{\lambda_n x} = \sum_{r=1}^n y_r.$$

$$y''' + 3y'' - y' - 3y = 0; \quad \lambda^3 + 3\lambda^2 - \lambda - 3 = 0; \quad \lambda_r = 1; \quad -1; \quad -3;$$

$$y = C_1 e^x + C_2 e^{-x} + C_3 e^{-3x}.$$

a) Прост корен $y_r = C_r e^{\lambda_r x};$

b) Корен m -ог реда $y_m = C_m x^m e^{\lambda m x};$

c) Коњуговано комплексни $y_r = C_r e^{(\alpha + \beta i)x}; \quad y_{r+1} = y_r' = C_s e^{(\alpha - \beta i)x};$

$$y_r + y_s = [C_r (\cos \beta x + i \sin \beta x) + C_s (\cos \beta x - i \sin \beta x)] = e^{\alpha x} [A \cos \beta x + B \sin \beta x]$$

d) Корен m -ог реда

$$e^{\alpha x} [(A_1 + A_2 x + A_3 x^2 + \dots + A_m x^{m-1}) \cos \beta x + (B_1 + B_2 x + \dots + B_m x^{m-1}) \sin \beta x]$$

$$\lambda_r = 1; \quad 2; \quad 2; \quad 2; \quad 3 \pm i; \quad (-2 + 4i)^3; \quad (-2 - 4i)^3$$

$$y = C_1 e^x + (C_2 + C_3 x + C_4 x^2) e^{2x} + e^{3x} (C_5 \cos x + C_6 \sin x) + e^{-2x} [(C_7 + C_8 x + C_9 x^2) \cos 4x + (C_{10} + C_{11} x + C_{12} x^2) \sin 4x].$$

9) Нехомогена са константним коефицијентима

$$N(x) = \sum_0^n A_k y^{(k)} = f(x); \quad y = \Sigma y_h + \Sigma \eta;$$

y_h = општи интеграл хомогене; η партикуларни интеграл нехомогене.

a) $f(x) = c; \quad \eta(x) = A$

b) $f(x) = P_m(x); \quad \eta(x) = P_s(x); \quad s = m + v; \quad v$ извод најнижег реда од $H(x) = 0;$

c) $f(x) = e^{mx}; \quad m \neq \lambda; \quad \eta = A e^{mx};$

d) $f(x) = e^{mx}; \quad m = \lambda^r; \quad \eta = A x^r e^{mx};$

e) $f(x) = \begin{cases} \sin mx; \\ \cos mx; \end{cases} \quad m i \neq \lambda; \quad \eta = A \sin mx + B \cos mx; \quad i = \sqrt{-1};$

$$f) f(x) = \begin{cases} \sin mx; \\ \cos mx; \end{cases} \quad mi = \lambda^r; \quad \eta = x^r (A \sin mx + B \cos mx)$$

$$g) f(x) = e^{mx} P(x); \quad y = e^{mx} z; \quad y' = (mz + z')e^{mx}; \quad y'' = (z'' + 2mz' + m^2 z)e^{mx}; \quad N(x) = \sum B_k z^{(k)} = P(x).$$

$$y''' + 3y'' - y' - 3y = 3x^2 + 10 \sin 3x; \quad \lambda^3 + 3\lambda^2 - \lambda - 3 = 0; \quad \lambda_r = 1; -1; -3;$$

$$\eta_1 = P_2 = ax^2 + bx + c; \quad \eta_2 = A \sin 3x + B \cos 3x$$

$$y = C_1 e^x + C_2 e^{-x} + C_3 e^{-3x} - \frac{1}{9} (9x^2 - 6x + 20) + \frac{1}{6} (\cos 3x - \sin 3x);$$

$$y''' - 2y'' - 4y' + 8y = x e^{2x} + 4x^2; \quad y = C_1 e^{-2x} + e^{2x} (C_2 + C_3 x - \frac{x^2}{32} + \frac{x^3}{24}) + \frac{1}{2} (1 + x + x^2).$$

1) ВЕКТОРСКО РАЧУНАЊЕ

a) Векторска алгебра

$$1) \vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a} = \vec{s}; \quad \vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}; \quad \vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k};$$

$$\vec{s} = s_x \vec{i} + s_y \vec{j} + s_z \vec{k} = (a_x + b_x) \vec{i} + (a_y + b_y) \vec{j} + (a_z + b_z) \vec{k};$$

$$2) \vec{b} = \lambda \vec{a}; \quad b_x = \lambda a_x; \quad b_y = \lambda a_y; \quad b_z = \lambda a_z$$

$$3) \vec{a} = a \vec{a}_0; \quad a = |\vec{a}| = (a_x^2 + a_y^2 + a_z^2)^{1/2}; \quad |\vec{a}_0| = 1.$$

$$4) \cos \alpha = a_x/a; \quad \cos \beta = a_y/a; \quad \cos \gamma = a_z/a;$$

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = (a_x^2 + a_y^2 + a_z^2)/a^2 = 1;$$

$$\vec{1} = a \vec{a}_0 = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} = a (\vec{i} \cos \alpha + \vec{j} \cos \beta + \vec{k} \cos \gamma).$$

$$\vec{a}_0 = \vec{i} \cos \alpha + \vec{j} \cos \beta + \vec{k} \cos \gamma;$$

$$5) (\vec{a} \vec{b}) = ab \cos \theta = ab \cos \theta = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z;$$

$$6) (\vec{a} \vec{a}) = a^2; \quad (\vec{i} \vec{i}) = (\vec{j} \vec{j}) = (\vec{k} \vec{k}) = 1; \quad (\vec{i} \vec{j}) = (\vec{j} \vec{k}) = (\vec{k} \vec{i}) = 0;$$

$$7) (\vec{a} \vec{b}) = (\vec{b} \vec{a}); \quad (\vec{a}, \vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} \vec{b}) + (\vec{a} \vec{c}); \quad (\lambda \vec{a}, \vec{b}) = \lambda (\vec{a} \vec{b}).$$

$$8) \vec{[a b]} = \vec{c} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = c_x \vec{i} + c_y \vec{j} + c_z \vec{k} = (ab \sin \theta) \cdot \vec{n}; \quad \vec{n} \perp \vec{a}, \\ \vec{n} \perp \vec{b}; \quad |\vec{n}| = 1.$$

$$c_x = \begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix}; \quad c_y = \begin{vmatrix} a_z & a_x \\ b_z & b_x \end{vmatrix}; \quad c_z = \begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix}.$$

$$9) \vec{[a b]} = -\vec{[b a]}; \quad \vec{[i j]} = \vec{k}; \quad \vec{[j k]} = \vec{i}; \quad \vec{[k i]} = \vec{j};$$

$$\vec{[i i]} = \vec{[j j]} = \vec{[k k]} = \vec{0}.$$

$$10) \vec{[a, b + c]} = \vec{[a b]} + \vec{[a c]}; \quad [\lambda \vec{a}, \vec{b}] = \lambda \vec{[a b]}.$$

$$11) (\vec{a} \vec{[b c]}) = (\vec{b} \vec{[c a]}) = (\vec{c} \vec{[a b]}) = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix};$$

$$(\vec{i} \vec{[j k]}) = 1.$$

$$12) (\vec{a b})^2 + \vec{[a b]}^2 = a^2 b^2;$$

$$13) (\vec{a b}) = 0 \text{ ортогоналност}; \quad \vec{[a b]} = 0 \text{ колинеарност и паралелност};$$

$$(\vec{a} \vec{[b c]}) = 0 \text{ компланарност}.$$

$$14) \vec{[a \vec{[b c]}}] = (\vec{a c})b - (\vec{a b})c$$

$$15) (\vec{[a b]}, \vec{[c d]}) = (\vec{a c})(\vec{b d}) - (\vec{a d})(\vec{b c})$$

$$16) \vec{[[\vec{a b}], \vec{[c d]}]} = \vec{c}(\vec{a} \vec{[b d]}) - \vec{d}(\vec{a} \vec{[b c]}).$$

b) Аналитичка геометрија

1. Тачка — 1) $\vec{OM} = \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} = r(\vec{i} \cos \alpha + \vec{j} \cos \beta + \vec{k} \cos \gamma)$; $M(x; y; z)$.

2) $\vec{M}_1(r_1); \vec{M}_2(r_2)$;

$$\vec{d} = \vec{M}_1 \vec{M}_2 = \vec{r}_2 - \vec{r}_1; \quad d = [(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2]^{1/2}$$

3) Транслација система

$$\vec{r} = \vec{r}_A + \rho; \quad x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} = (a + \xi)\vec{i} + (b + \eta)\vec{j} + (c + \zeta)\vec{k}$$

$$4) \text{ Ротација у равни } \vec{b} = \vec{a} \cos \varphi + [\vec{k} \vec{a}] \sin \varphi; \quad |\vec{b}| = |\vec{a}|;$$

$$\vec{i}' = \vec{i} \cos \varphi + \vec{j} \sin \varphi; \quad \vec{j}' = -\vec{i} \sin \varphi + \vec{j} \cos \varphi.$$

II. Раван — 1) $\vec{OM} = \vec{OP} + \vec{PM} = \rho \vec{n} + \vec{p} = \vec{r}; \quad (\vec{r} \vec{n}) = \rho; \quad \vec{n} = \vec{i} \cos \alpha + \vec{j} \cos \beta +$
 $\vec{k} \cos \gamma; \quad (\vec{r} \vec{n}) - \rho = x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma - \rho = 0.$

2) $\vec{q} = q \vec{n} = A \vec{i} + B \vec{j} + C \vec{k}; \quad s = \rho q = -D = \rho (A^2 + B^2 + C^2)^{1/2}$
 $(\vec{r} \vec{q}) - s = Ax + By + Cz + D = 0;$
 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1; \quad a = \frac{-D}{A}; \quad b = \frac{-D}{B}; \quad c = \frac{-D}{C}.$

3) Раван кроз три тачке $M_i(\vec{r}_i); \quad i = 1, 2, 3$

$$(\vec{M} \vec{M}_1 [\vec{M}_1 \vec{M}_2, \vec{M}_1 \vec{M}_3]) = (\vec{r} - \vec{r}_1 [\vec{r}_2 - \vec{r}_1, \vec{r}_3 - \vec{r}_1]) = 0.$$

4) Угао између равни $R_i(\vec{n}_i), \quad i = 1, 2; \quad \alpha = \cos \alpha, \dots$

$$\cos \theta = (\vec{n}_1 \vec{n}_2) = \alpha_1 \alpha_2 + \beta_1 \beta_2 + \gamma_1 \gamma_2 = \frac{(q_1 q_2)}{q_1 q_2} =$$

$$= \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2}{[A_1^2 + B_1^2 + C_1^2]^{1/2} \cdot [A_2^2 + B_2^2 + C_2^2]^{1/2}}$$

$$\perp (\vec{n}_1 \vec{n}_2) = (\vec{q}_1 \vec{q}_2) = A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2 = 0$$

$$\parallel [\vec{n}_1 \vec{n}_2] = [\vec{q}_1 \vec{q}_2] = 0; \quad A_1/A_2 = B_1/B_2 = C_1/C_2.$$

5) Раздаљина тачке $M_1(\vec{r}_1)$ од равни $R(\vec{n})$

$$(\vec{r}_1 \vec{n}) = \rho + d; \quad d = (\vec{r}_1 \vec{n}) - \rho = \frac{(\vec{r}_1 \vec{q}) - s}{q} = \frac{Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D}{[A^2 + B^2 + C^2]^{1/2}}$$

III. Права — 1) $M_1(\vec{r}_1); \quad L(\vec{u} = x \vec{i} + \beta \vec{j} + \gamma \vec{k}); \quad |\vec{u}| = 1$

$$\vec{r} = \vec{r}_1 + \lambda \vec{u}; \quad [\vec{r} - \vec{r}_1, \vec{u}] = 0; \quad \frac{x - x_1}{\alpha} = \frac{y - y_1}{\beta} = \frac{z - z_1}{\gamma};$$

$$\vec{\rho} = \lambda \vec{u} = a \vec{i} + b \vec{j} + c \vec{k}; \quad [\vec{r} - \vec{r}_1, \vec{\rho}] = 0;$$

$$\frac{x - x_1}{a} = \frac{y - y_1}{b} = \frac{z - z_1}{c}; \quad \rho^2 = a^2 + b^2 + c^2.$$

2) $M_1(\vec{r}_1); M_2(\vec{r}_2); \vec{\rho} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1; [\vec{r} - \vec{r}_1, \vec{r}_2 - \vec{r}_1] = 0.$

3) $M_i(\vec{r}_i); i = 1, 2, 3; \{\vec{r}_3 - \vec{r}_1, \vec{r}_2 - \vec{r}_1\} = 0$

4) $L_1(\vec{\rho}_1); L_2(\vec{\rho}_2); \cos \theta = \frac{(\vec{\rho}_1 \vec{\rho}_2)}{\rho_1 \rho_2} = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2}{(a_1^2 + b_1^2 + c_1^2)^{1/2} \cdot (a_2^2 + b_2^2 + c_2^2)^{1/2}};$

$\perp (\vec{\rho}_1 \vec{\rho}_2) = a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2 = 0;$

$\parallel [\vec{\rho}_1 \vec{\rho}_2] = 0; a_1/a_2 = b_1/b_2 = c_1/c_2.$

5) Раздаљина тачке $M_0(\vec{r}_0)$ од праве $L(\vec{\rho})$

$d^2 = (r_0 \sin \varphi)^2 = [\vec{r}_0 \vec{u}]^2 = [\vec{r}_0 \vec{\rho}]^2 / \rho^2.$

6) Укрштене (мимоилазне) праве $L_1(\vec{\rho}_1), L_2(\vec{\rho}_2)$

$\vec{r}_1 + \lambda_1 \vec{\rho}_1 + l = \vec{r}_2 + \lambda_2 \vec{\rho}_2; [\vec{\rho}_1 \vec{\rho}_2] = (\rho_1 \rho_2 \sin \varphi) \vec{u}; l = l \vec{u};$

$l = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 + \lambda_2 \vec{\rho}_2 - \lambda_1 \vec{\rho}_1; (l[\vec{\rho}_1 \vec{\rho}_2]) = (s[\vec{\rho}_1 \vec{\rho}_2]); s = r_2 - r_1$

$l = \frac{(s[\vec{\rho}_1 \vec{\rho}_2])}{\rho_1 \rho_2 \sin \varphi} = \frac{(s[\vec{\rho}_1 \vec{\rho}_2])}{\sqrt{[\vec{\rho}_1 \vec{\rho}_2]^2}}; (l \vec{\rho}_1) = (l \vec{\rho}_2) = 0.$

7) Нулта права $[\vec{r} - \vec{r}_1 - \lambda_1 \vec{\rho}_1, [\vec{\rho}_1 \vec{\rho}_2]] = 0:$

$\lambda_1 = \frac{1}{[\vec{\rho}_1 \vec{\rho}_2]^2} \begin{vmatrix} (s \vec{\rho}_1) & (\rho_1 \vec{\rho}_2) \\ \vec{\rho}_1 & \rho_2^2 \end{vmatrix}; \lambda_2 = \frac{1}{[\vec{\rho}_1 \vec{\rho}_2]^2} \begin{vmatrix} (s \vec{\rho}_1) & \rho_1^2 \\ (s \vec{\rho}_2) & (\rho_1 \vec{\rho}_2) \end{vmatrix};$

8) Пресек $P(\vec{\rho})$ правих $L_i(\rho_i); i = 1; 2$

$l = 0; (s[\vec{\rho}_1 \vec{\rho}_2]) = 0; s = r_2 - r_1; \vec{\rho} = r_1 + \lambda_1 \vec{\rho}_1 = r_2 + \lambda_2 \vec{\rho}_2.$

IV. Права и праван. — 1) $R_i; (\vec{r} \vec{q}_i) - s_i = 0; i = 1; 2;$

права као пресек равни

$\frac{\Delta_{12} x - \Delta_{24}}{\Delta_{23}} = \frac{\Delta_{12} y - \Delta_{14}}{-\Delta_{13}} = \frac{z}{1}; \Delta_{12} = \begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix};$
 $\Delta_{13} = \begin{vmatrix} A_1 & C_1 \\ A_2 & C_2 \end{vmatrix}; \Delta_{14} = \begin{vmatrix} A_1 & D_1 \\ A_2 & D_2 \end{vmatrix}; \Delta_{23} = \begin{vmatrix} B_1 & C_1 \\ B_2 & C_2 \end{vmatrix}; \Delta_{24} = \begin{vmatrix} B_1 & D_1 \\ B_2 & D_2 \end{vmatrix}.$

2) Угао између $L(\vec{\rho})$ и $R(\vec{q})$

$$\cos(\vec{q}, \vec{\rho}) = \sin \theta = Aa + Bb + Cc; \quad \perp Aa + Bb + Cc = 0; \quad \| A/a = B/b = C/c.$$

3) Продор $P(\vec{\rho})$ праве $L(\vec{\rho})$ кроз равну $R(\vec{q})$

$$(\vec{r}, \vec{q}) = s; \quad \vec{r} = \vec{r}_1 + \lambda \vec{\rho}; \quad (\vec{r}_1, \vec{q}) + \lambda (\vec{\rho}, \vec{q}) = s;$$

$$\vec{p} = \vec{r}_1 + \lambda \vec{\rho} = \vec{r}_1 - \frac{(\vec{r}_1, \vec{q}) - s}{(\vec{\rho}, \vec{q})} \vec{\rho}.$$

4) R кроз $M_0(\vec{r}_0)$ и $L(\vec{\rho})$ $(\vec{r} - \vec{r}_0, [\vec{r}_1 - \vec{r}_0, \vec{\rho}]) = 0.$

5) L кроз M_1 и \perp на $R(\vec{q})$ $[\vec{r} - \vec{r}_1, \vec{q}] = 0.$

6) L кроз $M_0 \parallel L_1(\vec{\rho}_1)$ $[\vec{r} - \vec{r}_0, \vec{\rho}_1] = 0.$

7) L кроз $M_0 \perp L_1(\vec{\rho}_1)$ $[\vec{r} - \vec{r}_0, [\vec{\rho}_1, [\vec{s}, \vec{\rho}_1]]] = 0; \quad \vec{s} = \vec{r}_0 - \vec{r}_1.$

c) Векторска анализа

1) $\vec{v} = \vec{v}(t) = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}; \quad x = x(t); \quad y = y(t); \quad z = z(t).$

2) $d\vec{v}/dt = \dot{\vec{v}} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}; \quad \dot{v}^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2.$

3) $\frac{d}{dt}(\vec{a}, \vec{b}) = (\dot{\vec{c}}, \vec{b}) + (\vec{a}, \dot{\vec{b}}); \quad \frac{d}{dt}(\vec{a}, \vec{a}) = 2(\vec{a}, \dot{\vec{a}}); \quad |\vec{a}(t)| = \text{const}; \quad \vec{a} \perp \dot{\vec{a}}.$

4) $\frac{d}{dt}[\vec{a}, \vec{b}] = [\dot{\vec{a}}, \vec{b}] + [\vec{a}, \dot{\vec{b}}].$

5) $\frac{d}{dt}(\vec{a}[\vec{b}, \vec{c}]) = (\dot{\vec{a}}[\vec{b}, \vec{c}]) + (\vec{a}[\dot{\vec{b}}, \vec{c}]) + (\vec{a}[\vec{b}, \dot{\vec{c}}]).$

6) $\frac{d}{dt}[\vec{a}[\vec{b}, \vec{c}]] = [\dot{\vec{a}}[\vec{b}, \vec{c}]] + [\vec{a}[\dot{\vec{b}}, \vec{c}]] + [\vec{a}[\vec{b}, \dot{\vec{c}}]],$

7) $\nabla = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}; \quad \nabla^2 = \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$

8) $\text{grad } U = \nabla U = \vec{i} \frac{\partial U}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial U}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial U}{\partial z}; \quad \Pi = -\text{grad } U(x, y, z).$

9) $\operatorname{div} \vec{v} = (\partial v_x / \partial x) + (\partial v_y / \partial y) + (\partial v_z / \partial z) = (\nabla \cdot \vec{v});$
 $\operatorname{div} \operatorname{grad} U = \Delta U.$

10) $\operatorname{rot} \vec{v} = [\nabla \vec{v}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix};$

$\operatorname{rot} \operatorname{grad} U = [\nabla \nabla] U = 0;$

$\operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{v} = (\nabla \cdot [\nabla \vec{v}]) = 0$

$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{v} = [\nabla [\nabla \vec{v}]] = \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{v} - \Delta \vec{v}.$

d) Диференцијална геометрија

1) $\vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k} = \vec{r}(t);$

$d\vec{r} = \vec{i} dx + \vec{j} dy + \vec{k} dz; \quad |d\vec{r}| = ds;$

$ds = [dx^2 + dy^2 + dz^2]^{1/2} = [x^2 + y^2 + z^2]^{1/2} dt.$

2) Природни триједар

$\vec{T} = \frac{d\vec{r}}{ds}; \quad d\vec{r} = \vec{T} ds; \quad \vec{K} = K \vec{N} = \frac{d\vec{T}}{ds} = \frac{d^2\vec{r}}{ds^2};$

$\vec{B} = [\vec{T} \vec{N}] = \frac{1}{K} \left[\frac{d\vec{r}}{ds} \frac{d^2\vec{r}}{ds^2} \right]; \quad \vec{N} = [\vec{B} \vec{T}] = -\frac{1}{K} \left[\frac{d\vec{r}}{ds} \left[\frac{d\vec{r}}{ds} \frac{d^2\vec{r}}{ds^2} \right] \right].$

3) Кривине

$\vec{K} = \frac{d\vec{T}}{ds} = K \vec{N}; \quad \vec{\mathfrak{L}} = \frac{d\vec{B}}{ds} = \pm \mathfrak{L} \vec{N} = -\frac{1}{K^2 ds^2} (d\vec{r} [d^2\vec{r} d^3\vec{r}]);$

$\vec{Q} = \frac{d\vec{N}}{ds} = -K \vec{T} - \mathfrak{L} \vec{B}; \quad Q^2 = K^2 + \mathfrak{L}^2.$

4) Френеови обрасци

$\frac{d\vec{T}}{ds} = \vec{K} = K \vec{N}; \quad \frac{d\vec{N}}{ds} = -K \vec{T} - \mathfrak{L} \vec{B}; \quad \frac{d\vec{B}}{ds} = \pm \mathfrak{L} \vec{N}.$

5) Једначине у тачки $M_0(\vec{r}_0)$

тангенте	$[\vec{r}-\vec{r}_0, \vec{T}] = 0;$
нормале	$[\vec{r}-\vec{r}_0, \vec{N}] = [\vec{r}-\vec{r}_0, d^2\vec{r}] = 0;$
бинормале	$[\vec{r}-\vec{r}_0, \vec{B}] = [\vec{r}-\vec{r}_0, [d\vec{r}, d^2\vec{r}]] = 0;$
нормалне равни	$(\vec{r}-\vec{r}_0, \vec{T}) = (\vec{r}-\vec{r}_0, d\vec{r}) = 0;$
оскулаторне равни	$(\vec{r}-\vec{r}_0, [\vec{T}, \vec{N}]) = (\vec{r}-\vec{r}_0, [d\vec{r}, d^2\vec{r}]) = 0;$
ректификационе равни	$(\vec{r}-\vec{r}_0, [\vec{T}, \vec{B}]) = 0.$

6) Површина

$$f(x, y, z) = 0; \quad z = \varphi(x, y)$$

$$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz = 0; \quad dz = p dx + q dy;$$

$$p = -(\partial f / \partial x) / (\partial f / \partial z);$$

Monge-ове ознаке

$$p = \partial z / \partial x; \quad q = \partial z / \partial y; \quad r = \partial^2 z / \partial x^2; \quad s = \partial^2 z / \partial x \partial y; \quad t = \partial^2 z / \partial y^2.$$

$$7) \text{ grad } f = \vec{i} \frac{\partial f}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial f}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial f}{\partial z} = |\text{grad } f| \vec{n};$$

$$\vec{n} = \alpha \vec{i} + \beta \vec{j} + \gamma \vec{k}$$

$$8) \text{ Тангенцијална равна } (\vec{r}-\vec{r}_0, \text{grad } f) = 0;$$

$$\text{ нормала површине } [\vec{r}-\vec{r}_0, \text{grad } f] = 0.$$

XII. ОСНОВИ НУМЕРИЧКОГ РАЧУНАЊА СА ПРИБЛИЖНИМ ВРЕДНОСТИМА

У Отпорности материјала у одређене обрасце уносимо задане бројне вредности и налазимо бројне вредности тражених величина. Многи коефицијенти, као на пример $E = 2,1 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$, G , добивају се оштом или мерењем а јавља се често и број $\pi \approx 3,1415927\dots$, итд. па пошто подаци нису апсолутно тачни не може се ни очекивати да ће резултат бити апсолутно тачан.

Разлика између тачне (N) и приближне вредности (n) назива се *апсолутна грешка* *ше приближне вредности*

$$\delta = N - n.$$

Она има димензију исту као и бројеви N и n а може бити позитивна или негативна.

Ако на пример измеримо пречник цилиндра 74 mm са тачношћу до 1 mm онда се пречник креће у границама $73,5 < d < 74,5$, тј. апсолутна грешка је у границама $-0,5 \leq \delta \leq 0,5$. Највећа вредност апсолутне грешке $\delta_{\max} = \Delta$ је 0,5 mm и зове се *апсолутна вредност грешке* или *горња граница апсолутне грешке*. Пошто се грешка δ често не може оценити то се увек рачуна са границом апсолутне грешке која се кратко назива *апсолутна грешка* (Δ). Тачна вредност броја (N) налази се онда у размаку

$$n - \Delta < N < n + \Delta.$$

Са бројем $n - \Delta$ подбацили смо број N а са бројем $n + \Delta$ пребацили смо број N . Број N треба апроксимирати оним од бројева $n - \Delta$ и $n + \Delta$ који даје мању апсолутну вредност грешке Δ . Тако на пример број $\frac{1}{3}$ можемо апроксимирати бројевима 0,3333 и 0,3334. У првом случају је грешка $+\frac{1}{3} \cdot 10^{-4}$ а у другом $-\frac{2}{3} \cdot 10^{-4}$. Према томе треба број $\frac{1}{3}$ узети приближно на четири децимале у облику 0,3333, јер је апсолутна грешка по апсолутној вредности мања и не износи $\frac{1}{2}$ од прве занемарене цифре броја 0,33333; тј. у овом случају узимамо за број $\frac{1}{3}$ вредност која подбацује (*заокруљавање бројева*). У случају броја $\frac{2}{3}$ узетимо вредност 0,6667 уместо вредности 0,6666; јер је апсолутна вредност грешке мања. У овом смо случају узели за број $\frac{2}{3}$ вредност која пребацује (*коректура*).

Из ових примера изводимо овај закључак: Ако је прва занемарена цифра мања од 5 треба узети вредност која подбацује (заокруљавање) а ако је прва занемарена цифра већа од 5 треба узети вредност која пребацује (коректура).

Апсолутна грешка не даје представу о степену тачности самог мерења. На пример, ако измеримо дужину греде 2,75 m онда је апсолутна грешка 0,01 m = 1 cm па износи 0,36%. Ако пречник жице износи 4 mm са тачношћу 0,1 mm онда је апсолутна грешка 0,1 mm, тј. 0,01 cm, што износи 2,5% од пречника. Због тога се при рачунању уводи *релативна грешка* која претставља количник апсолутне грешке и тачне вредности N , односно приближне вредности n , пошто прва није позната

$$\epsilon = \frac{\delta}{N} = \frac{N-n}{N} \approx \frac{N-n}{n}$$

Ова се грешка редовно изражава у процентима или промилима

$$\epsilon = \frac{\delta \cdot 100}{n} \% , \quad \epsilon = \frac{\delta \cdot 1000}{n} \text{‰} .$$

Тачна вредност броја може се написати у овом облику

$$N = n + \delta = n(1 + \epsilon)$$

Да би се уочиле границе грешки приближни бројеви пишу се тако да се задржавају тачне цифре и прва сумњива ако апсолутна грешка није већа од јединице реда сумњиве цифре. Тако на пример 2,254 m² значи да су прве три цифре тачне а четврта је сумњива. Како је $\delta = 0,001 \text{ m}^2 < 0,004$ то значи да су остале цифре одбачене. По броју цифара могу се утврдити и границе релативне грешке. Тако код *троцифреног* целог броја са првом цифром 1, на пример 145, апсолутна је грешка мања од 1, па је релативна грешка мања од 1%. Код свих осталих целих троцифрених бројева релативна је грешка мања од $\frac{1}{3}\%$. Код целих *четвороцифрених* бројева са првом цифром 1, на пример 1267, релативна грешка је $< \frac{1}{100}\%$ а код свих осталих *четвороцифрених* целих бројева је $< \frac{1}{2}\%$.

При рачунању са приближним бројевима намећу се две врсте проблема:

1) Из грешака података одредити грешку резултата, и обрнуто од захтеване тачности резултата одредити којом тачношћу треба узети податке, и

II) Скраћеним рачуном одредити приближну вредност резултата.

При овоме користимо два основна правила рачунања са приближним бројевима која гласе:

1^о Тачности аритметичких радњи и тачности додичних образаца морају бити у сагласности са тачношћу података и тачношћу која се захтева од резултата,

2^о Мали прираштаји неке величине морају се израчунавати непосредно избегавајући израчунавање одговарајућих вредности саме величине.

I. ОДРЕЂИВАЊЕ ГРЕШАКА РЕЗУЛТАТА

1 **Сабирање.** — Нека су тачне вредности

$$N_1 = n_1 + \delta_1, \quad N_2 = n_2 + \delta_2, \dots, \quad N_i = n_i + \delta_i$$

онда је

$$(N_1 + N_2 + N_3 + \dots) - (n_1 + n_2 + n_3 + \dots) = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \dots$$

$$\delta = \sum N_i - \sum n_i = \sum \delta_i$$

тј.: *Айсолућна грешка арићметичког збира једнака је алгебарском збиру айсолућних грешака сабирака.*

Како је

$$|\sum N_i - \sum n_i| \leq |\delta_1| + |\delta_2| + |\delta_3| + \dots$$

то је

$$\Delta \leq \sum_1^i \Delta_i$$

тј.: *Горња граница айсолућне грешке арићметичког збира није већа од збира горњих граница айсолућних грешака сабирака.*

2) **Одузимање.** — Нека је $N_1 = n_1 + \delta_1$ и $N_2 = n_2 + \delta_2$, онда је

$$N_1 - N_2 = (n_1 - n_2) + (\delta_1 - \delta_2),$$

па је

$$\delta = \delta_1 - \delta_2$$

тј.: *Айсолућна грешка разлике једнака је разлици айсолућних грешака умањеника и умањивоца.*

Ако су δ_1 и δ_2 истог знака онда је Δ мање од највеће апсолутне грешке. Најнеповољнији је случај ако су δ_1 и δ_2 различитог знака па узима да је

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$$

тј.: *Горња граница айсолућне грешке разлике једнака је збиру горњих граница айсолућних грешака умањеника и умањивоца.*

3) **Множење.** — Производ бројева блиских јединици игра велику улогу у поређењу са приближним вредностима.

Нека су α и β позитивни или негативни децимални разломци врло мали у поређењу са 1, онда је

$$(1 \pm \alpha)(1 \pm \beta) = 1 \pm \alpha \pm \beta \pm \alpha\beta \approx 1 \pm \alpha \pm \beta,$$

јер је производ $\alpha\beta$ мала величина другог реда у односу на 1 ако су α и β мале величине првог реда у односу на 1.

На пример, $1,032 \cdot 1,002 \approx 1,034$; $1,019 \cdot 0,998 \approx 1,017$; $0,999 \cdot 0,997 \approx 1 - 0,004 \approx 0,996$.

Величина δ назива се *малом величином првог реда у односу на величину n* ако постоји однос $q_1 < \frac{\delta}{n} < q_2$, где су q_1 и q_2 два права разломка (на пример $q_1 = 0,001$ и $q_2 = 0,0001$). Величина λ за коју важи однос $\frac{\lambda}{\delta} < q_1$ назива се *малом величином вишег реда у односу на n* . У већини случајева ове се мале величине (λ) не узимају у обзир (*рачунање до тачности малих величина другог реда*).

Према томе биће производ два броја

$$N_1 N_2 = (n_1 + \delta_1) (n_2 + \delta_2) = n_1 (1 + \varepsilon_1) n_2 (1 + \varepsilon_2) \approx n_1 n_2 (1 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2),$$

па је релативна грешка производа

$$\varepsilon = \frac{N_1 N_2 - n_1 n_2}{n_1 n_2} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2,$$

тј.: *Релативна грешка производа једнака је алгебарском збиру релативних грешака чиниоца (са тачношћу до малих величина другог реда у односу на јединицу).*

Најнеповољнији случај је када су грешке ε_1 и ε_2 *истог знака*, онда је

$$|\varepsilon| \leq |\varepsilon_1| + |\varepsilon_2|,$$

тј.: *Релативна грешка производа по апсолутној вредности није већа од збира апсолутних вредности релативних грешака чиниоца.*

Овај став важи и за произвољан број чиниоца.

При производу једног тачног (N) и једног приближног броја (n_1)

$$N N_1 = N n_1 (1 + \varepsilon_1), \quad \frac{N N_1 - N n_1}{N n_1} = \varepsilon_1$$

релативна грешка производа једнака је релативној грешки приближног броја.

4) **Дељење.** — Ако је α мала величина првог реда у односу на јединицу онда је

$$1 : (1 + \alpha) = 1 - \alpha + \alpha^2 - \alpha^3 + \dots \approx 1 - \alpha.$$

Када су α и β мале величине првог реда у односу на јединицу тада је количник бројева блиских јединици

$$\frac{1 \pm \alpha}{1 \pm \beta} \approx 1 \pm \alpha \mp \beta.$$

На пример: $1,003/1,002 \approx 1,001$; $1,024/0,998 \approx 1,026$; $0,998/1,004 \approx 1 - 0,006 \approx 0,994$.

Количник два броја N_1 и N_2 биће

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{n_1(1+\varepsilon_1)}{n_2(1+\varepsilon_2)} \approx \frac{n_1}{n_2}(1+\varepsilon_1-\varepsilon_2)$$

па је релативна грешка количника

$$\varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$$

тј.: Релативна грешка количника једнака је алгебарској разлици релативних грешака дељеника и делиоца.

Најнеповољнији је случај када су релативне грешке разног знака, тада је:

$$|\varepsilon| \leq |\varepsilon_1| + |\varepsilon_2|$$

тј.: Релативна грешка количника по апсолутној вредности није већа од збира апсолутних вредности релативних грешака дељеника и делиоца.

5) Степеновање и кореновање. — Ако је α мала величина првог реда у односу на 1, онда је

$$(1+\alpha)^2 \approx 1+2\alpha, \quad (1+\alpha)^3 \approx 1+3\alpha, \dots$$

па је

$$(1+\alpha)^k \approx 1+k\alpha$$

када изложилац k није много велики број.

Према томе је

$$N^k = n^k(1+\varepsilon)^k \approx n^k(1+k\varepsilon)$$

тј.

$$\varepsilon_s = \frac{N^k - n^k}{n^k} \approx k\varepsilon.$$

Релативна грешка састављена једнака је производу изложивоца и релативне грешке основе.

Ако је δ апсолутна грешка основе, онда је

$$N = n + \delta$$

па је

$$N^k = n^k + \binom{k}{1} n^{k-1} \delta + \binom{k}{2} n^{k-2} \delta^2 + \dots$$

те је апсолутна грешка степена

$$\delta_s = N^k - n^k \approx k n^{k-1} \delta.$$

Како је $\sqrt{1+\alpha} \approx 1 + \frac{1}{2} \alpha$, $\sqrt[k]{1+\alpha} \approx 1 + \frac{1}{k} \alpha$ биће

$$\sqrt[k]{N} = \sqrt[k]{n(1+\varepsilon)} \approx \sqrt[k]{n} \left(1 + \frac{1}{k} \varepsilon\right),$$

па је

$$\varepsilon_k \approx \frac{1}{k} \varepsilon$$

тј.: Релативна грешка корена k -ог изложивоца приближно је једнака количнику релативне грешке пошкорене количине и изложивоца.

На пример, $1,002^2 \approx 1,004$; $0,998^2 \approx 1 - 0,004 \approx 0,996$; $1,004^3 \approx 1,012$; $0,966^3 \approx 0,988$; $1,004^{1/2} \approx 1,002$; $1,006^{1/3} \approx 1,002$.

6) **Логаритми.** — Како је

$$\begin{aligned} \log(1+0,1) &= \log 1,1 \approx 0,04, & \log(1-0,1) &= \log 0,9 \approx -0,04, \\ \log(1+0,01) &= \log 1,01 \approx 0,004, & \log(1-0,01) &= \log 0,99 \approx -0,004, \end{aligned}$$

то је $\log(1 \pm \alpha) \approx \pm 0,4 \alpha$.

На пример, $\log 1,003 = 0,0012$; $\log 1,03 = 0,012$.

Према томе је

$$\log N = \log [n(1 + \varepsilon)] \approx \log n + 0,4 \varepsilon$$

тј. $\delta = \log N - \log n \approx 0,4 \varepsilon$.

Апсолутна грешка логаритма приближног броја једнака је 40% релативне грешке истог броја (0,4ε).

Релативна грешка троцифрених бројева је у границама $< \frac{1}{2}\%$ до $< 1\%$, па су апсолутне грешке њихових логаритама до 0,002 и 0,004. За њих је довољна таблица са три децимала.

Релативна грешка четвороцифрених бројева креће се у границама од $< \frac{1}{2}\%$ и $< 1\%$, па је апсолутна грешка њихових логаритама до 0,0002 и 0,0004 те је довољна таблица са четири децимала. Уопште можемо рећи:

Број цифара манјисе не мора бити већи од броја цифара приближног броја.

Логаритмар уствари претставља таблицу логаритама са три а делимично и са четири децимала.

7) **Функције.** — За функцију $u = f(x, y)$ биће $\Delta u = f(x_0, y_0) - f(x, y)$

тј.

$$\Delta u = \frac{\partial f}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial f}{\partial y} \Delta y + R = du + R \approx du.$$

Грешка функције једнака је пошталном диференцијалу исте функције.

Ф о р м у л а	Релативна грешка %	Ф о р м у л а	Релативна грешка %
$(1 \pm \alpha)(1 \pm \beta) \approx 1 \pm \alpha \pm \beta$	$\approx 100 \alpha \cdot \beta $	$\log(1 + \alpha) = 0,434 \alpha - 0,217 \alpha^2$	$\approx 33 \alpha^2$
$(1 \pm \alpha)^2 \approx 1 \pm 2\alpha$	$\approx 100 \alpha^2$	$\log \frac{1 + \alpha}{1 - \alpha} \approx 0,869 \alpha$	$\approx 33 \alpha^2$
$(1 \pm \alpha)^3 \approx 1 \pm 3\alpha$	$\approx 300 \alpha^2$	$\log N = 0,4343 \ln N$	$< 0,0015$
$(1 \pm \alpha)^n \approx 1 \pm n\alpha$	$\approx 100 \binom{n}{2} \alpha^2$	$\ln N = 2,303 \log N$	$< 0,02$
$\frac{1}{1 \pm \alpha} \approx 1 \mp \alpha$	$\approx 100 \alpha^2$	$\ln(1 + \alpha) \approx \alpha - \frac{1}{2} \alpha^2$	$\approx 33 \alpha^3$
$\frac{1 \pm \alpha}{1 \pm \beta} \approx 1 \pm \alpha \mp \beta$	$\approx 100 \beta - \alpha $	$\sin \alpha \approx \alpha - \frac{1}{6} \alpha^3$	$\approx \alpha^4$
$\sqrt{1 \pm \alpha} \approx 1 \pm \frac{1}{2} \alpha$	$\approx 13 \alpha^2$	$\sin \alpha \approx \alpha \approx 0,01745 \alpha^\circ$	за $\alpha^\circ < 14^\circ, \rho < 1$
$\sqrt[n]{1 \pm \alpha} \approx 1 \pm \frac{\alpha}{n}$	$\approx 100 \alpha^2 / 2n$	$\cos \alpha \approx 1 - \frac{1}{2} \alpha^2$	$\approx 4 \alpha^4$
		$\cos \alpha \approx 1$	$\alpha^\circ < 8^\circ, \rho < 1$

Формула	Релативна грешка %	Формула	Релативна грешка %
$(1 \pm \alpha)^{-1/n} \approx 1 \mp \frac{\alpha}{n}$	$\approx 100 \alpha^2 / 2n$	$\operatorname{tg} \alpha \approx \alpha + \frac{1}{6} \alpha^3$	$\approx 13 \alpha^4$
$\frac{1}{\sqrt{1+\alpha}} \approx 1 - \frac{\alpha}{2}$	$\approx 38 \alpha^2$	$\operatorname{tg} \alpha \approx \alpha \approx 0,01745 \alpha^0$	$\alpha^0 < 10^0, \rho < 1$
$e^\alpha \approx 1 + \alpha + \frac{1}{2} \alpha^2 \approx 1 + \alpha$	$\approx 17 \alpha^3$	$\operatorname{ctg} \alpha \approx \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{3} \alpha$	$\approx 2 \alpha^3$
$e^{x \pm \alpha} \approx e^x (1 \pm \alpha)$		$\sin(x \pm \alpha) \approx \sin x \pm \alpha \cos x$	
$a^\alpha \approx 1 + \alpha \ln a$		$\cos(x + \alpha) \approx \cos x \mp \alpha \sin x$	
$a^{x \pm \alpha} \approx a^x (1 \pm \alpha \ln a)$			
$10^\alpha \approx 1 + \alpha \ln 10 \approx 1 + (\alpha/M)$		$10^{x \pm \alpha} \approx 10^x (1 \pm \alpha \ln 10)$	

II. СКРАЋЕНО РАЧУНАЊЕ

На основу изведених образаца за израчунавање грешака код аритметичких радњи са приближним бројевима можемо вршити скраћена рачунања одбацујући сувишне цифре.

1) *Рачунање са бројевима блиским јединици*

$$(1 + \alpha)(1 + \beta) \approx 1 + \alpha + \beta, \quad \frac{1 + \alpha}{1 + \beta} \approx 1 + \alpha - \beta, \quad \frac{1 + \alpha}{1 - \beta} \approx 1 + \alpha + \beta$$

$$(1 + \alpha)(1 - \beta) \approx 1 + \alpha - \beta,$$

$$(1 \pm \alpha)(1 \pm \beta) \approx 1 \pm \alpha \pm \beta, \quad \frac{1 \pm \alpha}{1 \pm \beta} \approx 1 \pm \alpha \mp \beta$$

$$(1 \pm \alpha)^k \approx 1 \pm k\alpha, \quad \sqrt[k]{1 \pm \alpha} \approx 1 + \frac{\alpha}{k}$$

2) *Сабирање*. — Код сабирака треба одбацити све цифре којих има више него што их има код приближног броја највеће апсолутне грешке.

На пример, код збира

$$581,35 + 28,4 + 0,00427.$$

апсолутне грешке сабирака су 0,01; 0,1; 0,00001 па треба задржати по једну цифру, јер је код броја 28,4 цифра 4 сумњива. Према томе је:

$$581,4 + 28,4 + 0,0 \approx 609,8.$$

3) *Множење*. — а) Под значајним цифрама приближног броја подразумевају се све његове цифре, изузев нула, које служе да се одреди положај прве цифре различите од нуле.

На пример, бројеви 743, 74,3 и 0,743 имају по три значајне цифре. Због тога се приближни бројеви пишу у виду децималног броја мањег од 10 помноженим декадном јединицом. На пример, $2135 = 2,135 \cdot 10^3$; $0,0235 = 2,35 \cdot 10^{-4}$.

б) Под бројем знакова подразумева се број цифара испред десетне запете; код правог разломка он је негативан и једнак броју нула непосредно десно од десетне запете. На пример, 1,35 има један знак, 23,43 има два знака, 0,56 има нула знакова, а 0,034 има — (минус) један знак.

с) Када чиниоци имају различит број значајних цифара онда треба прекобројне одбацити тако да један чинилац има за једну цифру више него ли други.

д) Ако су $N_1 = n_1 + \delta_1$, $N_2 = n_2 + \delta_2$ онда је апсолутна грешка производа

$$\delta \approx n_1 \delta_2 + n_2 \delta_1.$$

е) Када чиниоци имају p и q знакова испред десетне запете онда производ има r знакова, и то

$$r = p + q - 1 \quad \text{ако је производ првих цифара слева оба чиниоца једноцифрен број (водити рачуна о утицају друге цифре),}$$

$r=p+q$ ако је производ првих цифара оба чиниоца двоцифрен број

На пример: $2,82 \times 3,41 = \dots$, $p=1, q=1, r=1$, јер је $2 \times 3 = 6$,
 $8,43 \times 6,23 = \dots$, $p=1, q=1, r=2$, јер је $8 \times 6 = 48$,
 $12,34 \times 2,85 = \dots$, $p=2, q=1, r=2$, јер је $1 \times 2 = 2$,
 $9,83 \times 1,24 = \dots$, $p=1, q=1, r=2$, јер је $9,8 \approx 10$.

f) Множење се изводи скраћено са коректурама. На пример,

$\begin{array}{r} 1\ 8,3\ 4 \\ 6\ 2\ 8\ 5\ 4 \\ \hline 7\ 3\ 3\ 6 \end{array}$	$4 \times 1 = 4, \quad r=2$ преокренути множилац множити са 4 као и обично брисати последње цифре оба чиниоца (4 и 4), поправка је $5 \times 4 = 20$, тј. $k=2$, па је $5 \times 3 + k = 15 + 2 = 17$
$\begin{array}{r} 9\ 1\ 7 \\ 1\ 4\ 6 \\ \hline 4 \\ \hline 1 \\ \hline 8\ 4,0\ 4 \end{array}$	$k=2$ потписати 7 под 6 и даље множити $k=2$ брисати 5 и 3, поправка је $8 \times 3 = 24$, тј. 2, $k=2$ брисати 8 и 8, поправка је $2 \times 8 = 16 \approx 20$, $k=1$ брисати 2 и 1, поправка је $6 \times 1 = 6 \approx 10$

Релативне грешке су

$$\varepsilon_1 < 1\text{‰}, \quad \varepsilon_2 < 0,03\text{‰}$$

па је $\varepsilon \approx 1,03\text{‰}$. Апсолутна грешка је $84 \times (1,03/1000) = 0,09$, па узимамо само два децимална места.

Посао убрзавамо што коректуре вршимо одмах На пример,

$\begin{array}{r} 3,28 \times 2,93 = \\ \hline 3\ 2\ 8 \\ 3\ 9\ 2 \\ \hline 6\ 5\ 6 \\ 2\ 9\ 5 \quad (k=7) \\ 1\ 0 \quad (k=1) \\ \hline 9,6\ 1 \end{array}$	$p=1, q=1, 3 \times 2 = 6, r=1$ $(\frac{1}{3} + \frac{1}{3})\text{‰} = \frac{2}{3}\text{‰}$ $\frac{2}{300} \cdot 9,6 = 0,06$
--	--

па је друга децимала сумњива.

4) Делјење. — а) Када дељеник и делилац имају различит број значајних цифара тада у једноме од њих треба задржати једну цифру више него ли у другом.

b) Ако су $N_1 = n_1 + \delta_1$, $N_2 = n_2 + \delta_2$ онда је апсолутна грешка количника

$$\delta \approx \frac{n_2 \delta_1 - n_1 \delta_2}{n_2^2}$$

c) Ако је p број знакова дељеника лево од десетне запете а q број знакова делиоца онда је број места количника

$r = p - q$ ако је прва цифра дељеника мања од прве цифре делиоца

$r = p - q + 1$ ако је прва цифра дељеника већа или једнака првој цифри делиоца.

На пример, $246,42 : 17,45 = \dots$ $p=3, q=2, 2 > 1, r=2$
 $67,45 : 23,43 = \dots$ $p=2, q=2, 6 > 2, r=1$

d) Дељење треба вршити као и обично до последње цифре дељеника а онда узимати коректуре бришући по једну цифру сдесна делиоца а узимајући коректуре.

Примери:

$5,348 : 2,124 = 2,518$ $p=1, q=1, 5 > 2, r=1$
 4248
 $1100 : 212$ ($5 \times 4 = 20$, $k=2$, па је $5 \times 2 = 10 + 2 = 12$)
 1062
 $38 : 21$ ($1 \times 2 = 2$, $k=0$)
 21
 $17 : 2$ ($8 \times 1 = 8$, $k=1$)
 $=$

И дељење убрзавамо вршећи коректуре *најамеи*.

На пример:

$534,862 : 17,24$ $r=2$ знака
 $53486 : 1724 = 31,021$
 1766
 42
 8

5) *Стејеновање и кореновање*. — а) Апсолутна грешка k -ог степена броја n износи приближно:

$$\delta_s \approx k n^{k-1} \delta.$$

b) Апсолутна грешка k -ог корена броја n износи $\delta_k = \frac{\left(\frac{1}{k} - 1\right)}{k} \delta$.

с) Степеновање на други и трећи степен, односно кореновање истим изложеницима, врши се у пракси помоћу троцифрне таблице степена квадрата и кубова или помоћу логаритмара.

Троцифрена таблица квадрата

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1,00	1,21	1,44	1,69	1,96	2,25	2,56	2,89	3,24	3,61
2	4,00	4,41	4,84	5,29	5,76	6,25	6,76	7,29	7,84	8,41
3	9,00	9,61	10,2	10,9	11,6	12,2	13,0	13,7	14,4	15,2
4	16,0	16,8	17,6	18,5	19,4	20,2	21,2	22,1	23,0	24,0
5	25,0	26,0	27,0	28,1	29,2	30,2	31,4	32,5	33,6	34,8
6	36,0	37,2	38,4	39,7	41,0	42,2	43,6	44,9	46,2	47,6
7	49,0	50,4	51,8	53,3	54,8	56,2	57,8	59,3	60,8	62,4
8	64,0	65,6	67,2	68,9	70,6	72,2	74,0	75,7	77,4	79,2
9	81,0	82,8	84,6	86,5	88,4	90,2	92,2	94,1	96,0	98,0

Троцифрена таблица кубова

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1,00	1,33	1,73	2,20	2,74	3,38	4,10	4,91	5,83	6,86
2	8,00	9,26	10,6	12,2	13,8	15,6	17,6	19,7	22,0	24,4
3	27,0	29,8	32,8	35,9	39,3	42,9	46,7	50,7	54,9	59,3
4	64,0	68,9	74,1	79,5	85,2	91,1	97,3	104	111	118
5	125	133	141	149	157	166	176	185	195	205
6	216	227	238	250	262	275	287	301	314	329
7	343	358	373	389	405	422	439	457	475	493
8	512	531	551	572	593	614	636	659	681	705
9	729	754	779	804	831	857	885	913	941	970

Ако је потребна трећа цифра онда се примењује линеарна интерполација.

На пример, $3,2^2 = 10,2$; $4,3^3 = 79,5$;

$6,23^2 = 38,8$, јер је $6,20^2 = 38,4$ а $6,30^2 = 39,7$;

разлика је $39,7 - 38,4 = 1,3$ а поправка $p = 1,3 \times 0,03 / 0,10 = 0,4$, па је $6,23^2 = 38,4 + 0,4 = 38,8$ у шта се уверавамо и непосредно множењем.

$6,23^3 = ?$ $6,20^3 = 238$, $6,30^3 = 250$, $p = 12 \times 0,3 = 4,65$

па добивамо $238 + 5 = 243$.

$\sqrt{75,7} = 8,7$; $\sqrt[3]{593} = 8,4$ (из таблице)

$\sqrt{57,2} = ?$; $\sqrt{56,2} = 7,5$; $\sqrt{57,8} = 7,6$,

поправка је $p = 1,0 + \frac{0,1}{1,6} = 0,06$, па је $\sqrt{57,2} = 7,5 + 0,06 = 7,56$.

d) Кореновање се може извршити и по овом обрасцу

$$x = \sqrt[k]{n} = \frac{(k-1)x_0^k + (k+1)n}{(k+1)x_0^k + (k-1)n} x_0,$$

где је x_0 прва приближна вредност корена.

На пример, узимајући $x_0=2$ биће

$$\sqrt[5]{5} = \frac{2^2 + 3 \cdot 5}{3 \cdot 2^2 + 5} \cdot 2 = 2,2352.$$

Уземо ли за прву приближну вредност $x_0 \approx 2,2$ добићемо $\sqrt[5]{5} \approx 2,2360$. Тачнија вредност је 2,2361.

6. *Логаритмовање и антилогаритмовање.* -- Како број цифара у мантиси не мора бити већи од броја цифара приближног броја чији се логаритам тражи, то се у техничкој пракси често користе логаритамске таблице са три и четири децимале, као што су наведене

Троцифрена таблица логаритама

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	000	041	079	114	146	176	204	230	255	279
2	301	322	342	362	380	398	415	431	447	462
3	477	491	505	519	531	544	556	568	580	591
4	602	613	623	633	643	653	663	672	681	690
5	699	708	716	724	732	740	748	756	763	771
6	778	785	792	799	806	813	820	826	833	839
7	845	851	857	863	869	875	881	886	892	898
8	903	908	914	919	924	929	934	940	944	949
9	954	959	964	968	973	978	982	987	991	996

Троцифрена таблица антилогаритама

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1,00	1,02	1,05	1,07	1,10	1,12	1,15	1,17	1,20	1,23
1	1,26	1,29	1,32	1,35	1,38	1,41	1,45	1,48	1,51	1,55
2	1,58	1,62	1,66	1,70	1,74	1,78	1,82	1,86	1,91	1,95
3	2,00	2,04	2,09	2,14	2,19	2,24	2,29	2,34	2,40	2,45
4	2,51	2,57	2,63	2,69	2,75	2,82	2,88	2,95	3,02	3,09
5	3,16	3,24	3,31	3,39	3,47	3,55	3,63	3,72	3,80	3,89
6	3,98	4,07	4,17	4,27	4,37	4,47	4,57	4,68	4,79	4,90
7	5,01	5,13	5,25	5,37	5,50	5,62	5,75	5,89	6,03	6,17
8	7,31	6,46	6,61	6,76	6,92	7,08	7,24	7,41	7,59	7,76
9	7,94	8,13	8,32	8,51	8,71	8,91	9,12	9,33	9,55	9,77

Поред оваквих таблица много се користи и *логаритмар*, који уствари претставља такву таблицу са 3, а делимично и са 4 места, те му је и таква тачност.

На пример, броју 3,6 одговара мантиса 556 а броју 2,3 мантиса 362. Њиховом производу одговара мантиса $556+362=918$. Како је таблична разлика мантиса $919-914=5$ за бројеве 830--820 то интерполацијом добијамо поправку $p=8$, па је производ 8,28.

За производ $7,8 \cdot 3,2$ је мантиса $892+505=1397$, односно 397 кад се одбаци 1. Њој одговара број 2494, па је производ $\approx 24,94$.

Примери. — 1) Одредити релативну грешку ако се пречник вретена $d=52,5$ mm мери:

- a) обичним шублером тачности 0,5 mm;
 b) шублером са нониусом тачности 0,1 mm;
 c) прецизним шублером тачности 0,01 mm;
 d) микрометром тачности 0,001 mm.

Решење. — $v_r < 1\%$; $< 0,2\%$; $< 0,02\%$; $< 0,002\%$.

$$2) \begin{array}{r} 1,02 \times 4,42 = \\ 2,44 \\ 408 \\ 41 \quad (4 \cdot 2 \approx 1) \\ 2 \\ \hline 4,51 \end{array} \quad 3) \begin{array}{r} 7,63 \\ 864 \\ \hline 3052 \\ 458 \quad (6 \cdot 3 \approx 2) \\ 61 \quad (6 \cdot 8 \approx 5) \\ \hline 35,71 \end{array} \quad \times 4,68 = 35,7084 \approx 35,71$$

$$4) \begin{array}{r} 0,983 \times 1,002 \\ 2001 \\ 983 \\ 2 \\ \hline 0,985 \end{array} \quad \begin{array}{r} 32167340 \times 842356 \\ 653248 \\ \hline 257338720 \\ 12866936 \\ 643347 \quad (k=1) \\ 96502 \quad (k=1) \\ 16084 \quad (k=4) \\ 1930 \quad (k=1) \\ \hline 270963519 \end{array}$$

$$6) \begin{array}{r} 4,917 : 2,314 = 2,125 \\ 289 : 231 \quad (1 \cdot 4 \approx 0) \\ 58 : 23 \quad (2 \cdot 1 \approx 0) \\ 12 : 2 \quad (5 \cdot 3 \approx 3) \\ \hline = \end{array}$$

$$7) \begin{array}{r} 126,275 : 8,134 = 15,524 \\ 44935 \\ 4265 \quad (5 \cdot 4 \approx 2) \\ 198 \quad (2 \cdot 3 \approx 2) \\ \hline 35 \quad (4 \cdot 1 \approx 0) \\ \hline 3 \end{array}$$

$$8) \begin{array}{l} 1,02 \times 1,01 \approx 1 + 0,02 + 0,01 \approx 1,03 \text{ тачније } (1,0302) \\ 0,983 \times 1,002 \approx 1 + 0,002 - 0,017 \approx 0,985; \quad 0,992 \times 0,999 \approx 1 - 0,009 \approx 0,991; \\ 9,81 \times 10,12 = (0,981 \times 1,012) 10^2 = 0,993 \cdot 10^2 \approx 99,3; \quad 102,5 \times 101,2 = (1,025 \times 1,012) \cdot 10^4 \approx 10370 \\ 992 \times 0,00988 = (0,992 \times 0,988) \cdot 10 \approx 9,80; \quad 9,99 \times 1,012 \approx (0,999 \cdot 1,012) \cdot 10 \approx 10,11; \\ 988 \times 1006 = (0,988 \times 1,006) \cdot 10^6 = 1,004 \cdot 10^6. \end{array}$$

$$9) \begin{array}{l} 1 : 1,02 \approx 1 - 0,2 \approx 0,98; \quad 1 : 0,98 \approx 1 + 0,02 \approx 1,02; \quad 0,972 : 1,152 \approx 0,820 \\ 1 : 0,995 \approx 1,005; \quad 1,05 : 1,03 \approx 1,02 \end{array}$$

$$10) \begin{array}{l} 1,024^2 \approx 1 + 2 \cdot 0,024 \approx 1,048; \quad 0,97^2 \approx 1 - 2 \cdot 0,03 \approx 0,94 \\ 1,03^3 \approx 1,09; \quad 0,98^3 \approx 0,94; \quad 0,99^4 \approx 0,96; \quad 9,97^3 = 0,997^3 \cdot 10^3 \approx 991. \end{array}$$

$$11) \begin{array}{l} \sqrt{1,02} \approx 1 + \frac{1}{2} \cdot 0,02 \approx 1,01; \quad \sqrt{0,98} \approx 1 - \frac{1}{2} \cdot 0,02 \approx 0,99; \\ \sqrt[3]{1,03} \approx 1,01; \quad \sqrt[3]{0,97} \approx 0,99; \quad \sqrt[4]{0,96} \approx 0,99; \end{array}$$

$$\sqrt[4]{101,4} = 10 \sqrt[4]{1,014} \approx 10,07.$$

III Логаритмар

Логаритмар је најпростији а једновремено и највише коришћени инструмент за рачунање. Он је уствари скуп логаритамских скала нанетих на самом инструменту од којих су неке непокренливе а неке покретливе. Због ових скала он претставља логаритамске таблице са три а делимично и са четири значајне цифре. Са њиме се изводе све

рачунске операције које су у вези са *обичним* (*Brigs-овим*) и *природним* (*Непер-овим*) *логаритмима*.

Логаритамска скала је скала функције $y = \log x$, где је $\log x = -\log_{10} x$ обичан логаритам броја x за основу 10. Број $\log x$ претстављамо на скали дужином, па је $y = u \log x$, где је u модул скале. Дужина (l) логаритамске скале обично се узима 125 mm, 250 mm, итд. Први се логаритмар назива „мали“ (цепни), други је обични и назива се „логаритмар од 25 см.“ Стварна дужина логаритмара је нешто већа, код обичног она износи 27 см (*линеарна скала*). Повећањем дужине логаритамске скале може се *донекле* поправити *тачност* логаритмара. Ако се аргумент мења у размаку $1 \leq x \leq 10$ онда је $y = 250 \cdot \log x$, па је $y_1 = 0$, $l = 25 \log 10 = 25$, тј. $l = u$, модул је једнак дужини скале и назива се *логаритамска јединица*. Ако је $1 \leq x \leq 100$ онда је $y = 25 \log x$, па је $y_1 = 0$, $l = u \log 100 = 2u$, па износи две логаритамске јединице. За $1 \leq x \leq 1000$ биће $l = u \log 1000 = 3u$ те износи *три* логаритамске јединице.

Око 1850 год. француски артиљериски официр *Amédée Mannheim* конструисао је први логаритмар који се и назива Манхајмов логаритмар. Он је био примитиван, јер су се њиме могле вршити основне рачунске операције повезане са логаритмима (множење, делење, степеновање целим експонентима). На модерним логаритмарима могу се вршити и сложеније рачунске операције али је суштина Манхајмовог логаритмара остала иста. Логаритмар се састоји из три дела: *непокретног лењира* (увлаке), *покретног лењира* (извлаке) и *свакленог клизача* са једном или више визирних (индексних) црта или *кончаница*. Сваки логаритмар има *четири основне скале* A, B, C и D . Скале A и B су потпуно једнаке и имају по две логаритамске јединице ($1 \leq x \leq 100$); такође су међусобно једнаке и скале C и D само имају по једну логаритамску јединицу. Скале A и D су на увлаци а B и C на извлаци (сл. 1а). На предњој бочној страни налази се *линеарна скала* (L) — *размерник дужине* 27 см. Логаритмар се налази у „*нормалном положају*“ када се бројеви 1 свих скала A, B, C и D поклапају на левом крају.

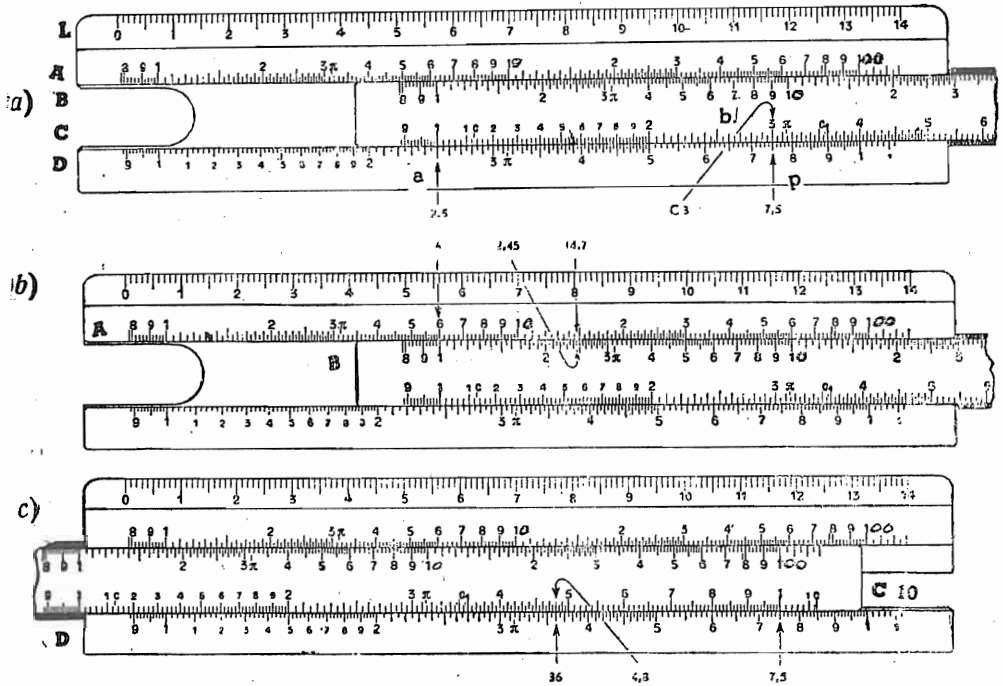
а) Множење и делење. — Производ два броја је $p = ab$, па је $\log p = \log a + \log b$. Како је $p = u \log p = u \log a + u \log b$ биће $p = a + b$. Дакле, множење се свело на сабирање логаритама, *чиниоца*. Према томе треба *чинилац* a (тј. a) узети на скали D увлаке испод индекса 1 скале C извлаке и *кончаницу* (обично *средњу*) поставити на *чинилац* b (тј. b) на скали C извлаке па испод ње на скали D увлаке прочитати резултат — производ — p (тј. p).

На сл. 1а показан је производ $p = 2,5 \cdot 3 = 7,5$.

Множење се може извршити и на скалама A и B . На слици 1 б је приказан производ $p = 6 \cdot 2,45 = 14,7$. Треба 1 скале B ставити испод *чиниоца* 6 скале A увлаке и *кончаницу* на *чинилац* 2,45 скале B па изнад ње на скали A увлаке прочитати производ $p = 14,7$.

Међутим, производ $7,5 \cdot 4,8$ не можемо извршити помоћу скала C и D а можемо помоћу скала A и B , па износи $p = 36$. Али је у

практи уобичајено да се производ врши на доњим скалама C и D па се може остварити на овај начин (сл. 1с): треба цифру 10 скале C ставити изнад чиниоца $a=7,5$ скале D и кончаницу на чинилац $b=4,8$



Сл. 1

скале C па испод ње на скали D прочитати производ 3,6 а он је уствари десет пуша већи, $p=10 \cdot 3,6=36$. Овде смо уствари уместо производа $p=ab$ узели производ $p/10=ab/10$, па је $\log(p/10)=\log a - (\log 10 - \log b)$ те смо и резултат множили са 10. Због овога се уводи појам броја места или броја знакова (m). Под бројем места (знакова) целих бројева и неправих децималних разломака подразумева се број цифара тога броја на месту целих (шј. број цифара лево од десетине зајеше); код правих децималних разломака овај је број негашиван и једнак броју нула десно од десетине зајеше до прве цифре различите од нуле.

На пример: 345 ($m=3$); 34,5 ($m=2$); 3,45 ($m=1$); 0,345 ($m=0$); 0,0345 ($m=-1$); 0,00345 ($m=-2$); 0,0003 ($m=-3$); 0,00003 ($m=-4$).

У горњим примерима биће $p=2,5 \cdot 3=7,5$; те су бројеви места чиниоца $m_1=m_2=1$ а производа $m=1$, па је $m=m_1+m_2-1$. У другом случају је $p=7,5 \cdot 4,8=36$, $m_1=m_2=1$ и $m=2$. Дакле, када се множи „с лева“ (тј. са 1 C) онда се број места умањује за 1 а када се множи „с десна“ (тј. са 10 C) онда се не умањује, па је

„с лева“ $m=(m_1)+(m_2)-1$; „с десна“ $m=(m_1)+(m_2)$.

Број места треба узети са својим предзнаком.

Примери: $11,04 \cdot 6,97 = 77,0$ ($m = 2 + 1 - 1 = 2$);
 $0,989 \cdot 31 = 30,7$ ($m = 0 + 2 = 2$);
 $0,563 \cdot 0,316 = 0,178$ ($m = 0 + 0 = 0$);
 $124 \cdot 0,021 = 2,604$ ($m = 3 - 1 - 1 = 1$).

Количник два броја је $q = \frac{a}{b}$, па је $\log q = \log a - \log b$. Како је $q = \frac{a}{b}$, $\log q = \log a - \log b$ биће $q = a \cdot b^{-1}$, те се делење своди на одузимање логаритама. Поступак је обрнут горњем: треба дељеник a (тј. a) узети на скали D а изнад њега ставити делилац b (тј. b) скале C па резултат прочитати на скали D испод индексне цифре 1 C или 10 C .

Број значајних места биће

„с лева (1 C)“ $m = (m_1) - (m_2) + 1$; „с десна (10 C)“ $m = (m_1) - (m_2)$.

Број места треба узимаћи са својим знаком.

На слици 1а приказан је количник бројева $q = 7,5 : 3 = 2,5$, ($m = 1 - 1 + 1 = 1$), а на сл. 1 с количник $q = 36 : 4,8 = 7,5$. ($m = 2 - 1 = 1$).

Због мале тачности делење се ређе врши на скалама A и B .

Код сложенијег случаја, на пример $x = a/b/c$, треба се руководити начелом да је резултат тачнији уколико се мање помери извлака.

На пример

$$x = 3,24 \cdot 6,31 / 4,58 = (3,24 / 4,58) \cdot 6,31 = 44,6, \quad (m = 1 - 1 + 1 = 1).$$

Уопште, за

$$x = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \dots a_n / b_1 \cdot b_2 \cdot b_3 \dots b_s$$

број места биће

$$m = \sum (m_a) - \sum (m_b) + \sum k,$$

где је k поправка због помицања извлаке. Она износи $k = +1$ ако је при намештању извлаке за делење коришћен индекс 1 скале C , односно $k = -1$ ако је коришћен за множење индекс 1 скале C .

На пример

$$x = 98,3 \cdot 17,2 \cdot 3,82 / 7,95 \cdot 15,3 = \{[(98,3 / 7,95) \cdot 27,2] / 15,3\} \cdot 3,82 = 84,04,$$

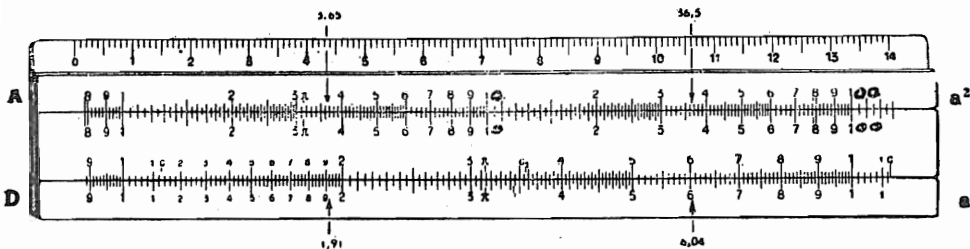
$y = +1 - 1 + 1 - 1 = 0$ (коришћење индекса 1 C),

$$\text{па је } m = (2 + 2 + 1) - (1 + 2) + 0 = 2.$$

На пример $\frac{1}{1} \frac{7}{7} \frac{3}{3} \frac{5}{5} \frac{2}{2} \frac{4}{4} \frac{6}{6}$

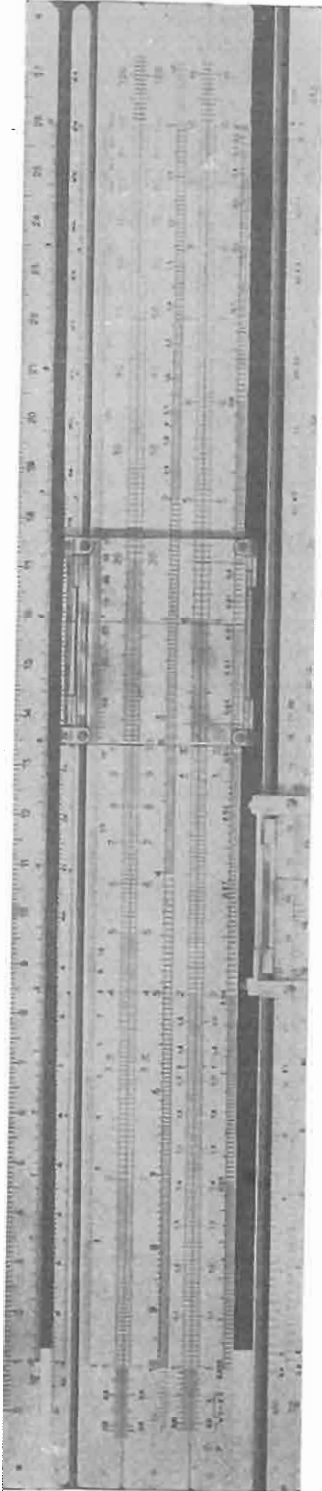
$$x = 0,437 \cdot 80,6 \cdot 0,00255 \cdot 6,08 / 1,728 \cdot 460 \cdot 0,09125 = 0,00753,$$

$$m = (0 + 2 - 2 + 1) - (1 + 3 - 1) + (1 - 1 + 1 - 1) = 1 - 3 + 0 = -2.$$



Сл. 2

b) Дизање на квадрат. — Ако је $s = a^2$ онда је $\log s = 2 \log a$, па је $s = 2u a$, те сваком броју a скале D одговара број a^2 скале A .



Сл. 3

Број места износи:

$$m_s = \begin{cases} 2m-1 & \text{за прву лог. јединицу скале } A \\ & \text{(од 1 до 10)} \\ 2m & \text{за другу лог. јединицу скале } A \\ & \text{(од 1 до 100)}. \end{cases}$$

На сл. 2 приказани су примери

$$1,91^2 = 3,65, \quad (m=2 \cdot 1 - 1 = 1);$$

$$6,04^2 = 36,5 \quad (m=2 \cdot 0 = 2).$$

Код правих децималних разломака треба се користити декадном јединицом.

На пример:

$$0,191^2 = (1,91 \cdot 10^{-1})^2 = 1,91^2 / 100 = 3,65 / 100 = 0,0365;$$

$$0,604^2 = (6,04 / 10)^2 = 36,5 / 100 = 0,365.$$

с) **Извлачење квадратног корена.** —

Ако је $k = \sqrt{a} = a^{1/2}$, онда је $\log k = 1/2 \log a$, па је $k = 1/2$ и a , те сваком броју a скале A одговара број \sqrt{a} скале D . Поступак је инверзан претходном. Код правих децималних разломака треба користити декадну јединицу.

На пример

$$\sqrt{4,98} = 2,224; \quad \sqrt{49,8} = 7,05; \quad \sqrt{0,498} = \sqrt{49,8/100} = 0,705;$$

$$\sqrt{0,0498} = \sqrt{4,98/100} = 2,224/10 = 0,2224.$$

а) **Дизање на куб и вађење кубног корена.** — Ако је $s = a^3$ онда је $\log s = 3 \log a$, па је $s = 3$ и a . Броју a скале D одговара број $s = a^3$ кубне скале K . На логаритмару „Darmstadt“ ова се скала налази изнад A скале (сл. 3). Она има три логаритамске јединице: па је број места трећег степена:

$$m_s = \begin{cases} 3m-2 & \text{за прву лог. јед. скале } K \\ 3m-1 & \text{„ другу „ } K \\ 3m & \text{„ трећу „ } K. \end{cases}$$

На пример

$$1,05^3 = 1,16 \quad (m_s = 3 - 2 = 1);$$

$$2,27^3 = 11,7 \quad (3 - 1 = 2);$$

$$6,15^3 = 233 \quad (m_s = 3).$$

Код правих децималних разломака треба се користити декадном јединицом.

На пример

$$0,105^3 = (1,05/10)^3 = 1,16/1000 = 0,00116, \quad (m=1-3=-2).$$

Обратно, сваком броју a скале K одговара број $\sqrt[3]{a}$ скале D .

На пример

$$\sqrt[3]{6} = 1,817; \quad \sqrt[3]{26} = 2,963; \quad \sqrt[3]{72} = 4,16;$$

$$\sqrt[3]{540} = 8,14; \quad \sqrt[3]{0,615} = \sqrt[3]{615/1000} = 8,504/10 = 0,85.$$

e) **Реципрочне вредности.** — Ако је $r=1/a$ онда је $\log r = -\log a$, па је $\overline{r} = -\overline{a} = -a$. За ове вредности постоји скала R која је између скала B и C извлаке. Њене су цифре *црвене* и нумерисане с десна на лево. Сваком броју a скале D одговара на скали R 10-то ст-рука вредност, $10(1/a)$, па је број места

$$m_r = -(m) + 1.$$

На пример

$$1/2=0,5 \quad (-1+1=0); \quad 1/2,75=0,364 \quad (-1+1=0); \quad 1/11,20=0,0893 \quad (-2+1=-1).$$

Ако нема скале R може се користити преокренута C скала која треба да дође до A скале.

f) **Логаритмовање.** — Код „Darmstadt“ логаритмара на предњој бочној страни налази се Lg скала са кончаницом која је продужење средње кончанице. Сваком броју a скале D одговара на скали Lg број $\log a$, и обратно сваком броју скале Lg одговара антилогаритам на скали D . При овоме треба водити рачуна о карактеристици. Она је једнака броју целих умањеном за 1.

На пример

$$\log 3=0,477; \quad \log 6,2=0,792; \quad \log 125=2,097; \quad \log a=0,35; \quad a=2,24.$$

g) **Тригонометријске функције.** — На овоме се логаритмару испод скале D налази тзв. „Пиџагорејска скала“ (P) са поделама од $0,995$ лево до 0 десно. Ознаке су означене *црвено*. Сваком броју x скале D одговара број $p = \sqrt{1 - (x/10)^2}$.

На пример

$$x=2/10, \quad p=0,979; \quad x=5/10, \quad p=0,866.$$

На задњој бочној страни налазе се две скале: горња \sin скала са поделом од $5,8^\circ$ до 90° и доња tg скала са поделом од $5,8^\circ$ до 45° . Сваки подеок исноси $0,1^\circ = 6'$. Свакој вредности угла α на овој скали (\sin или tg) одговара вредност $\sin \alpha$ односно $\text{tg} \alpha$ на D скали, узета испод средње кончанице.

На пример

$$\sin 20^\circ=0,342; \quad \sin 35^\circ=0,574; \quad \text{tg} 20^\circ=0,364; \quad \text{tg} 0,35^\circ=0,7.$$

Како је $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$ и $\text{ctg} \alpha = 1/\text{tg} \alpha$ то се вредности $\cos \alpha$ и $\text{ctg} \alpha$ могу прочитати одмах на P и R скали.

На пример

$$\cos 20^\circ=0,940; \quad \cos 35^\circ=0,810; \quad \text{ctg} 20^\circ=2,748; \quad \text{ctg} 35^\circ=1,428.$$

На истој бочној страни \sin скала служи и за одређивање вредности $\cos \alpha$ а tg скала за одређивање вредности $\text{ctg} \alpha$. Ове су скале означене десно са \cos и ctg *црвено* и имају *црвене поделе*. Вредности се одмах читају на D скали а једновремено се добива и вредност $\sin \alpha$ на P скали и $\text{tg} \alpha$ на R скали.

На пример

$$\begin{aligned}\cos 40^\circ &= \sin 50^\circ = 0,766; & \cos 76^\circ &= \sin 14^\circ = 0,242; \\ \sin 40^\circ &= \cos 50^\circ = 0,643; & \sin 76^\circ &= \cos 14^\circ = 0,970; \\ \operatorname{ctg} 70^\circ &= \operatorname{tg} 20^\circ = 0,364; & \operatorname{tg} 70^\circ &= 2,75.\end{aligned}$$

h) **Експоненцијалне скале.** — На *полеђици извлаке* овог логаритмара постоје три скале функције $y = e^x$. Њих означавамо овако: горњу са LL1 (са поделом од 1,01 до 1,2), средњу са LL2 (са поделом 1,1 до 3,2) и доњу са LL3 (са поделом од 2,5 до 10⁵). Према томе се вредност функције $y = e^x$ добива

$$\begin{aligned}\text{за } 0,011 \div 0,1 & \text{ скала LL1} & e^{0,01} &= 1,01; & e^{0,1} &= 1,105; \\ \text{за } 0,11 \div 1 & \text{ скала LL2} & e^{0,11} &= 1,116; & e &= 2,718; \\ \text{за } 1,01 \div 11,2 & \text{ скала LL3} & e^{1,01} &= 2,746; & e^{11,2} &= 73137 \cdot 7,3 \cdot 10^4.\end{aligned}$$

Да се одреди вредност функције e^x треба број x поставити на индекс 1 D (или 10 D), затим *логаритмар преокренути*, па испод кончанице левог (десног) исечка увлаке прочитати и то вредности

$$\begin{aligned}e^{0,0x} & \text{ на LL 1 скали,} \\ e^{0,1x} & \text{ на LL 2 скали и} \\ e^x & \text{ на LL 3 скали.}\end{aligned}$$

На пример

$$e^{0,04} = 1,0408, \quad e^{0,4} = 1,492, \quad e^4 = 54,60.$$

Како је

$$e^x = [e^{0,1x}]^{10} = a^{10} \quad \text{и} \quad e^x = [e^{0,01x}]^{100} = a^{100}$$

то сваком броју a скале LL 1 одговара број a^{10} скале LL 2 и број a^{100} скале LL 3, и обратно. Прелаз са једне на другу скалу увек је праћен експонентом 10.

i) **Претварање KS у kW и обратно.** — Клизач има три кончанице, *средњу дужу* и две *крајње краће*. Лева носи ознаку kW, средња q а десна KS (PS) и d . Како је

$$1 \text{ KS} = 1 \text{ PS} = 0,736 \text{ kW} \quad \text{и} \quad 1 \text{ kW} = 1,359 \text{ PS} \approx 1,36 \text{ PS}$$

то ове скале дају могућност претварања једних величина у друге, и обратно. Броју x (kW) на скали D испод леве кончанице одговара број y (PS) на истој скали испод десне кончанице, и обратно.

На пример

$$5 \text{ kW} = 6,80 \text{ KS}; \quad 7,4 \text{ KS} = 5,45 \text{ kW}.$$

j) **Израчунавање површине круга.** — Како је $q = d^2\pi/4$ то сваком броју d скале B узетом испод десне кончанице одговара на скали A број q узет испод средње кончанице.

На пример

$$d = 5 \text{ cm}, \quad q = 19,64 \text{ cm}^2; \quad d = 8,2 \text{ cm}, \quad q = 52,80 \text{ cm}^2.$$

Како је запремина ваљка $V = qL$, то се при познатом q може помоћу скала A и B добити и запремина.

k) Лучна мера угла. — У кругу постоји однос

$$s : 2r\pi = \alpha^{\circ} : 360^{\circ},$$

па је

$$s/r = \widehat{\alpha} = \alpha = (\pi/180^{\circ}) \alpha^{\circ} = \rho \alpha^{\circ}$$

лучна мера угла.

Вредност

$$\rho = \frac{\pi}{180} = 0,01745 = \frac{1,745}{100} = \text{arc } 1^{\circ}$$

јесте лучна мера једног степена. На скалама C , D и R ова се вредност налази између вредности 1,7 и 1,8. Према томе се проблем одређивања лучне мере неког угла своди на множење вредности ρ са бројном вредности угла α° у степенима. Ово се множење изводи на скалама C и D логаритмара. Обрнуто, када се зна лучна мера онда се угао одређује по обрасцу

$$\alpha^{\circ} = \frac{180^{\circ}}{\pi} \widehat{\alpha} = \rho^{-1} \widehat{\alpha} = \frac{\alpha}{\rho} = 57,3 \widehat{\alpha},$$

где је $1/\rho$ угао који одговара јединичној лучној мери (један радијан). При овоме треба водити рачуна о броју места, ρ има -1 место а $1/\rho$ има 2 места.

На пример

$$\text{arc } 3,2^{\circ} = \text{arc } 3^{\circ}12' = 0,0548, \quad (m = -1 + 1 - 1 = -1);$$

$$\text{arc } 40,3^{\circ} = \text{arc } 40^{\circ}18' = 0,703;$$

$$\text{arc } \alpha^{\circ} = 0,324, \quad \alpha^{\circ} = 18,57^{\circ} = 18^{\circ}34'12''.$$

XIII. ТАБЛИЦА

СТЕПЕНИ, КОРЕНИ, ПРИРОДНИ ЛОГАРИТМИ, РЕЦИПРОЧНЕ ВРЕДНОСТИ ПРИРОДНИХ БРОЈЕВА, ОБИМ И ПОВРШИНА КРУГА

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[n]{n}$	$\ln \varphi$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
1	1	1	1,0000	1,0000	0,0000	1000,000	3,142	0,7854	1
2	4	8	1,4142	1,2599	0,6932	500,000	6,283	3,1416	2
3	9	27	1,7321	1,4422	1,0986	333,333	9,425	7,0686	3
4	16	64	2,0000	1,5874	1,3863	250,000	12,566	12,5664	4
5	25	125	2,2361	1,7100	1,6094	200,000	15,708	19,6350	5
6	36	216	2,4495	1,8171	1,7918	166,667	18,850	28,2743	6
7	49	343	2,6458	1,9129	1,9459	142,857	21,991	38,4845	7
8	64	512	2,8284	2,0000	2,0794	125,000	25,133	50,2655	8
9	81	729	3,0000	2,0801	2,1972	111,111	28,274	63,6173	9
10	100	1000	3,1623	2,1544	2,3026	100,000	31,416	78,5398	10
11	121	1331	3,3166	2,2240	2,3979	90,9091	34,558	95,0332	11
12	144	1728	3,4641	2,2894	2,4849	83,3333	37,699	113,097	12
13	169	2197	3,6056	2,3513	2,5650	76,9231	40,841	132,732	13
14	196	2744	3,7417	2,4101	2,6391	71,4286	43,982	153,938	14
15	225	3375	3,8730	2,4662	2,7081	66,6667	47,124	176,715	15
16	256	4096	4,0000	2,5198	2,7726	62,5000	50,265	201,062	16
17	289	4913	4,1231	2,5713	2,8330	58,8235	53,407	226,980	17
18	324	5832	4,2426	2,6207	2,8904	55,5556	56,549	254,469	18
19	361	6859	4,3589	2,6684	2,9444	52,6316	59,690	283,529	19
20	400	8000	4,4721	2,7144	2,9957	50,0000	62,832	314,159	20
21	441	9261	4,5826	2,7589	3,0445	47,6190	65,973	346,361	21
22	484	10648	4,6904	2,8020	3,0910	45,4545	69,114	380,133	22
23	529	12167	4,7958	2,8439	3,1355	43,4783	72,257	415,476	23
24	576	13824	4,8990	2,8845	3,1781	41,6667	75,398	452,389	24
25	625	15625	5,0000	2,9240	3,2189	40,0000	78,540	490,874	25
26	676	17576	5,0990	2,9625	3,2581	38,4615	81,681	530,929	26
27	729	19683	5,1962	3,0000	3,2958	37,0370	84,823	572,555	27
28	784	21952	5,2915	3,0366	3,3322	35,7143	87,965	615,752	28
29	841	24389	5,3852	3,0723	3,3673	34,4828	91,106	660,520	29
30	900	27000	5,4772	3,1072	3,4012	33,3333	94,248	706,858	30
31	961	29791	5,5678	3,1414	3,4340	32,2581	97,389	754,768	31
32	1024	32768	5,6569	3,1748	3,4657	31,2500	100,531	804,248	32
33	1089	35937	5,7446	3,2075	3,4965	30,3030	103,673	855,299	33
34	1156	39304	5,8310	3,2396	3,5264	29,4118	106,814	907,920	34
35	1225	42875	5,9161	3,2711	3,5554	28,5714	109,956	962,113	35
36	1296	46656	6,0000	3,3019	3,5835	27,7778	113,097	1017,88	36
37	1369	50653	6,0828	3,3322	3,6109	27,0270	116,239	1075,21	37
38	1444	54872	6,1644	3,3620	3,6376	26,3158	119,381	1134,11	38
39	1521	59319	6,2450	3,3912	3,6636	25,6410	122,522	1194,59	39
40	1600	64000	6,3246	3,4200	3,6889	25,0000	125,66	1256,64	40
41	1681	68921	6,4031	3,4482	3,7136	24,3902	128,81	1320,25	41
42	1764	74088	6,4807	3,4760	3,7377	23,8095	131,95	1385,44	42
43	1849	79507	6,5574	3,5034	3,7612	23,2558	135,09	1452,20	43
44	1936	85184	6,6332	3,5303	3,7842	22,7273	138,23	1520,53	44
45	2025	91125	6,7082	3,5569	3,8067	22,2222	141,37	1590,43	45
46	2116	97336	6,7823	3,5830	3,8286	21,7391	144,51	1661,90	46
47	2209	103823	6,8557	3,6088	3,8502	21,2766	147,65	1734,94	47
48	2304	110592	6,9282	3,6342	3,8712	20,8333	150,80	1809,56	48
49	2401	117649	7,0000	3,6593	3,8918	20,4082	153,94	1885,74	49
50	2500	125000	7,0711	3,6840	3,9120	20,0000	157,08	1963,50	50

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
50	2500	125 000	7,0711	3,6840	3,9120	20,0000	157,08	1963,50	50
51	2601	132 651	7,1414	3,7084	3,9318	19,6078	160,22	2042,82	51
52	2704	140 608	7,2111	3,7325	3,9512	19,2308	163,36	2123,72	52
53	2809	148 877	7,2801	3,7563	3,9703	18,8679	166,50	2206,18	53
54	2916	157 464	7,3485	3,7798	3,9890	18,5185	169,65	2290,22	54
55	3025	166 375	7,4162	3,8030	4,0073	18,1818	172,79	2375,83	55
56	3136	175 616	7,4833	3,8259	4,0254	17,8571	175,93	2463,01	56
57	3249	185 193	7,5498	3,8485	4,0431	17,5439	179,07	2551,76	57
58	3364	195 112	7,6158	3,8709	4,0604	17,2414	182,21	2642,08	58
59	3481	205 379	7,6811	3,8930	4,0775	16,9492	185,35	2733,97	59
60	3600	216 000	7,7460	3,9149	4,0943	16,6667	188,50	2827,43	60
61	3721	226 981	7,8102	3,9365	4,1109	16,3934	191,64	2922,47	61
62	3844	238 328	7,8740	3,9579	4,1271	16,1290	194,78	3019,07	62
63	3969	250 047	7,9373	3,9791	4,1431	15,8730	197,92	3117,25	63
64	4096	262 144	8,0000	4,0000	4,1589	15,6250	201,06	3216,99	64
65	4225	274 625	8,0623	4,0207	4,1744	15,3846	204,20	3318,31	65
66	4356	287 496	8,1240	4,0412	4,1897	15,1515	207,35	3421,19	66
67	4489	300 763	8,1854	4,0615	4,2047	14,9254	210,49	3525,65	67
68	4624	314 432	8,2462	4,0817	4,2195	14,7059	213,63	3631,68	68
69	4761	328 509	8,3066	4,1016	4,2341	14,4928	216,77	3739,28	69
70	4900	343 000	8,3666	4,1213	4,2485	14,2857	219,91	3848,45	70
71	5041	357 911	8,4261	4,1408	4,2627	14,0845	223,05	3959,19	71
72	5184	373 248	8,4853	4,1602	4,2767	13,8889	226,19	4071,50	72
73	5329	389 017	8,5440	4,1793	4,2905	13,6986	229,34	4185,39	73
74	5476	405 224	8,6023	4,1983	4,3041	13,5135	232,48	4300,84	74
75	5625	421 875	8,6603	4,2172	4,3175	13,3333	235,62	4417,86	75
76	5776	438 976	8,7178	4,2358	4,3307	13,1579	238,76	4536,46	76
77	5929	456 533	8,7750	4,2543	4,3438	12,9870	241,90	4656,63	77
78	6084	474 552	8,8318	4,2727	4,3567	12,8205	245,04	4778,36	78
79	6241	493 039	8,8882	4,2908	4,3695	12,6582	248,19	4901,67	79
80	6400	512 000	8,9443	4,3089	4,3820	12,5000	251,33	5026,55	80
81	6561	531 441	9,0000	4,3267	4,3945	12,3457	254,47	5153,00	81
82	6724	551 368	9,0554	4,3445	4,4067	12,1951	257,61	5281,02	82
83	6889	571 787	9,1104	4,3621	4,4188	12,0482	260,75	5410,61	83
84	7056	592 704	9,1652	4,3795	4,4308	11,9048	263,89	5541,77	84
85	7225	614 125	9,2195	4,3968	4,4427	11,7647	267,04	5674,50	85
86	7396	636 056	9,2736	4,4140	4,4544	11,6279	270,18	5808,80	86
87	7569	658 503	9,3274	4,4310	4,4659	11,4943	273,32	5944,68	87
88	7744	681 472	9,3808	4,4480	4,4773	11,3636	276,46	6082,12	88
89	7921	704 969	9,4340	4,4647	4,4886	11,2360	279,60	6221,14	89
90	8100	729 000	9,4868	4,4814	4,4998	11,1111	282,74	6361,73	90
91	8281	753 571	9,5394	4,4979	4,5109	10,9890	285,88	6503,88	91
92	8464	778 688	9,5917	4,5144	4,5218	10,8696	289,03	6647,61	92
93	8649	804 357	9,6437	4,5307	4,5326	10,7527	292,17	6792,91	93
94	8836	830 584	9,6954	4,5468	4,5433	10,6383	295,31	6939,78	94
95	9025	857 375	9,7468	4,5629	4,5539	10,5263	298,45	7088,22	95
96	9216	884 736	9,7980	4,5789	4,5644	10,4167	301,59	7238,23	96
97	9409	912 673	9,8489	4,5947	4,5747	10,3093	304,73	7389,81	97
98	9604	941 192	9,8995	4,6104	4,5850	10,2041	307,88	7542,96	98
99	9801	970 299	9,9499	4,6261	4,5951	10,1010	311,02	7697,69	99
100	10000	1 000 000	10,0000	4,6416	4,6052	10,0000	314,16	7853,98	100

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
100	10000	1000000	10,0000	4,6416	4,6052	10,0000	314,16	7853,98	100
101	10201	1030301	10,0499	4,6570	4,6151	9,9010	317,30	8011,85	101
102	10404	1061208	10,0995	4,6723	4,6250	9,8039	320,44	8171,28	102
103	10609	1092727	10,1489	4,6875	4,6347	9,7087	323,58	8332,29	103
104	10816	1124864	10,1980	4,7027	4,6444	9,6154	326,73	8494,87	104
105	11025	1157625	10,2470	4,7177	4,6540	9,5238	329,87	8659,01	105
106	11236	1191016	10,2956	4,7326	4,6634	9,4340	333,01	8824,73	106
107	11449	1225043	10,3441	4,7475	4,6728	9,3458	336,15	8992,02	107
108	11664	1259712	10,3923	4,7622	4,6821	9,2593	339,29	9160,88	108
109	11881	1295029	10,4403	4,7769	4,6914	9,1743	342,43	9331,32	109
110	12100	1331000	10,4881	4,7914	4,7005	9,0909	345,58	9503,32	110
111	12321	1367631	10,5357	4,8059	4,7095	9,0090	348,72	9676,89	111
112	12544	1404928	10,5830	4,8203	4,7185	8,9286	351,86	9852,03	112
113	12769	1442897	10,6301	4,8346	4,7274	8,8496	355,00	10028,7	113
114	12996	1481544	10,6771	4,8488	4,7362	8,7719	358,14	10207,0	114
115	13225	1520875	10,7238	4,8629	4,7449	8,6957	361,28	10386,9	115
116	13456	1560896	10,7703	4,8770	4,7536	8,6207	364,42	10568,3	116
117	13689	1601613	10,8167	4,8910	4,7622	8,5470	367,57	10751,3	117
118	13924	1643032	10,8628	4,9049	4,7707	8,4746	370,71	10935,9	118
119	14161	1685159	10,9087	4,9187	4,7791	8,4034	373,85	11122,0	119
120	14400	1728000	10,9545	4,9324	4,7875	8,3333	376,99	11309,7	120
121	14641	1771561	11,0000	4,9461	4,7958	8,2645	380,13	11499,0	121
122	14884	1815848	11,0454	4,9597	4,8040	8,1967	383,27	11689,9	122
123	15129	1860867	11,0905	4,9732	4,8122	8,1301	386,42	11882,3	123
124	15376	1906624	11,1355	4,9866	4,8203	8,0645	389,56	12076,3	124
125	15625	1953125	11,1803	5,0000	4,8283	8,0000	392,70	12271,8	125
126	15876	2000376	11,2250	5,0133	4,8363	7,9365	395,84	12469,0	126
127	16129	2048383	11,2694	5,0265	4,8442	7,8740	398,98	12667,7	127
128	16384	2097152	11,3137	5,0397	4,8520	7,8125	402,12	12868,0	128
129	16641	2146689	11,3578	5,0528	4,8598	7,7519	405,27	13069,8	129
130	16900	2197000	11,4018	5,0658	4,8675	7,6923	408,41	13273,2	130
131	17161	2248091	11,4455	5,0788	4,8752	7,6336	411,55	13478,2	131
132	17424	2299968	11,4891	5,0916	4,8828	7,5758	414,69	13684,8	132
133	17689	2352637	11,5326	5,1045	4,8904	7,5188	417,83	13892,9	133
134	17956	2406104	11,5758	5,1172	4,8978	7,4627	420,97	14102,6	134
135	18225	2460375	11,6190	5,1299	4,9053	7,4074	424,12	14313,9	135
136	18496	2515456	11,6619	5,1426	4,9127	7,3529	427,26	14526,7	136
137	18769	2571353	11,7047	5,1551	4,9200	7,2993	430,40	14741,1	137
138	19044	2628072	11,7473	5,1676	4,9273	7,2464	433,54	14957,1	138
139	19321	2685619	11,7898	5,1801	4,9345	7,1942	436,68	15174,7	139
140	19600	2744000	11,8322	5,1925	4,9416	7,1429	439,82	15393,8	140
141	19881	2803221	11,8743	5,2048	4,9488	7,0922	442,96	15614,5	141
142	20164	2863288	11,9164	5,2171	4,9558	7,0423	446,11	15836,8	142
143	20449	2924207	11,9583	5,2293	4,9628	6,9930	449,25	16060,6	143
144	20736	2985984	12,0000	5,2415	4,9698	6,9444	452,39	16286,0	144
145	21025	3048625	12,0416	5,2536	4,9767	6,8966	455,53	16513,0	145
146	21316	3112136	12,0830	5,2656	4,9836	6,8493	458,67	16741,5	146
147	21609	3176523	12,1244	5,2776	4,9904	6,8027	461,81	16971,7	147
148	21904	3241792	12,1655	5,2896	4,9972	6,7568	464,96	17203,4	148
149	22201	3307949	12,2066	5,3015	5,0040	6,7114	468,10	17436,6	149
150	22500	3375000	12,2474	5,3133	5,0100	6,6667	471,24	17671,5	150

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
150	22500	3375000	12,2474	5,3133	5,0106	6,6667	471,24	17671,5	150
151	22801	3442951	12,2882	5,3251	5,0173	6,6225	474,38	17907,9	151
152	23104	3511808	12,3288	5,3368	5,0239	6,5790	477,52	18145,8	152
153	23409	3581577	12,3693	5,3485	5,0304	6,5360	480,66	18385,4	153
154	23716	3652264	12,4097	5,3601	5,0370	6,4935	483,81	18626,5	154
155	24025	3723875	12,4499	5,3717	5,0434	6,4516	486,95	18869,2	155
156	24336	3796416	12,4900	5,3832	5,0499	6,4103	490,09	19113,4	156
157	24649	3869893	12,5300	5,3947	5,0563	6,3694	493,23	19359,3	157
158	24964	3944312	12,5698	5,4061	5,0626	6,3291	496,37	19606,7	158
159	25281	4019679	12,6095	5,4175	5,0689	6,2893	499,51	19855,7	159
160	25600	4096000	12,6491	5,4288	5,0752	6,2500	502,65	20106,2	160
161	25921	4173281	12,6886	5,4401	5,0814	6,2112	505,80	20358,3	161
162	26244	4251528	12,7279	5,4514	5,0876	6,1728	508,94	20612,0	162
163	26569	4330747	12,7671	5,4626	5,0938	6,1350	512,08	20867,2	163
164	26896	4410944	12,8062	5,4737	5,0999	6,0976	515,22	21124,1	164
165	27225	4492125	12,8452	5,4848	5,1060	6,0606	518,36	21382,5	165
166	27556	4574296	12,8841	5,4959	5,1120	6,0241	521,50	21642,4	166
167	27889	4657463	12,9228	5,5069	5,1180	5,9880	524,65	21904,0	167
168	28224	4741632	12,9615	5,5178	5,1240	5,9524	527,79	22167,1	168
169	28561	4826809	13,0000	5,5288	5,1299	5,9172	530,93	22431,8	169
170	28900	4913000	13,0384	5,5397	5,1358	5,8824	534,07	22698,0	170
171	29241	5000211	13,0767	5,5505	5,1417	5,8480	537,21	22965,8	171
172	29584	5088448	13,1149	5,5613	5,1475	5,8140	540,35	23235,2	172
173	29929	5177717	13,1529	5,5721	5,1533	5,7804	543,50	23506,2	173
174	30276	5268024	13,1909	5,5828	5,1591	5,7471	546,64	23778,7	174
175	30625	5359375	13,2288	5,5934	5,1648	5,7143	549,78	24052,8	175
176	30976	5451776	13,2665	5,6041	5,1705	5,6818	552,92	24328,5	176
177	31329	5545233	13,3041	5,6147	5,1762	5,6497	556,06	24605,7	177
178	31684	5639752	13,3417	5,6252	5,1818	5,6180	559,20	24884,6	178
179	32041	5735339	13,3791	5,6357	5,1874	5,5866	562,35	25164,9	179
180	32400	5832000	13,4164	5,6462	5,1930	5,5556	565,49	25446,9	180
181	32761	5929741	13,4536	5,6567	5,1985	5,5249	568,63	25730,4	181
182	33124	6028568	13,4907	5,6671	5,2040	5,4945	571,77	26015,5	182
183	33489	6128489	13,5277	5,6774	5,2095	5,4645	574,91	26302,2	183
184	33856	6229504	13,5647	5,6877	5,2149	5,4348	578,05	26590,4	184
185	34225	6331625	13,6015	5,6980	5,2204	5,4054	581,19	26880,3	185
186	34596	6434856	13,6382	5,7083	5,2257	5,3763	584,34	27171,6	186
187	34969	6539203	13,6748	5,7185	5,2311	5,3476	587,48	27464,6	187
188	35344	6644672	13,7113	5,7287	5,2364	5,3192	590,62	27759,1	188
189	35721	6751269	13,7477	5,7388	5,2418	5,2910	593,76	28055,2	189
190	36100	6859000	13,7840	5,7489	5,2470	5,2632	596,90	28352,9	190
191	36481	6967871	13,8203	5,7590	5,2523	5,2356	600,04	28652,1	191
192	36864	7077888	13,8564	5,7690	5,2575	5,2083	603,19	28952,9	192
193	37249	7189057	13,8924	5,7790	5,2627	5,1814	606,33	29255,3	193
194	37636	7301384	13,9284	5,7890	5,2679	5,1546	609,47	29559,2	194
195	38025	7414875	13,9642	5,7989	5,2730	5,1282	612,61	29864,8	195
196	38416	7529536	14,0000	5,8088	5,2781	5,1020	615,75	30171,9	196
197	38809	7645373	14,0357	5,8186	5,2832	5,0761	618,89	30480,5	197
198	39204	7762392	14,0712	5,8285	5,2883	5,0505	622,04	30790,7	198
199	39601	7880599	14,1067	5,8383	5,2933	5,0251	625,18	31102,6	199
200	40000	8000000	14,1421	5,8480	5,2983	5,0000	628,32	31415,9	200

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
200	40000	8000000	14,1421	5,8480	5,2983	5,0000	628,32	31415,9	200
201	40401	8120601	14,1774	5,8578	5,3033	4,9751	631,46	31730,9	201
202	40804	8242408	14,2127	5,8675	5,3083	4,9505	634,60	32047,4	202
203	41209	8365427	14,2478	5,8771	5,3132	4,9261	637,74	32365,5	203
204	41616	8489664	14,2829	5,8868	5,3181	4,9020	640,88	32685,1	204
205	42025	8615125	14,3178	5,8964	5,3230	4,8781	644,03	33006,4	205
206	42436	8741816	14,3527	5,9059	5,3279	4,8544	647,17	33329,2	206
207	42849	8869743	14,3875	5,9155	5,3327	4,8309	650,31	33653,5	207
208	43264	8998912	14,4222	5,9250	5,3375	4,8077	653,45	33979,5	208
209	43681	9129329	14,4568	5,9345	5,3423	4,7847	656,59	34307,0	209
210	44100	9261000	14,4914	5,9439	5,3471	4,7619	659,73	34636,1	210
211	44521	9393931	14,5258	5,9533	5,3519	4,7393	662,88	34966,7	211
212	44944	9528128	14,5602	5,9627	5,3566	4,7170	666,02	35298,9	212
213	45369	9663597	14,5945	5,9721	5,3613	4,6948	669,16	35632,7	213
214	45796	9800344	14,6287	5,9814	5,3660	4,6729	672,30	35968,1	214
215	46225	9938375	14,6629	5,9907	5,3706	4,6512	675,44	36305,0	215
216	46656	10077696	14,6969	6,0000	5,3753	4,6296	678,58	36643,5	216
217	47089	10218313	14,7309	6,0092	5,3799	4,6083	681,73	36983,6	217
218	47524	10360232	14,7648	6,0185	5,3845	4,5872	684,87	37325,3	218
219	47961	10503459	14,7986	6,0277	5,3891	4,5662	688,01	37668,5	219
220	48400	10648000	14,8324	6,0368	5,3936	4,5455	691,15	38013,3	220
221	48841	10793861	14,8661	6,0459	5,3982	4,5249	694,29	38359,6	221
222	49284	10941048	14,8997	6,0550	5,4027	4,5045	697,43	38707,6	222
223	49729	11089567	14,9332	6,0641	5,4072	4,4843	700,58	39057,1	223
224	50176	11239424	14,9666	6,0732	5,4116	4,4643	703,72	39408,1	224
225	50625	11390625	15,0000	6,0822	5,4161	4,4444	706,86	39760,8	225
226	51076	11543176	15,0333	6,0912	5,4205	4,4248	710,00	40115,0	226
227	51529	11697083	15,0665	6,1002	5,4250	4,4053	713,14	40470,8	227
228	51984	11852352	15,0997	6,1091	5,4294	4,3860	716,28	40828,1	228
229	52441	12008989	15,1327	6,1180	5,4337	4,3668	719,42	41187,1	229
230	52900	12167000	15,1658	6,1269	5,4381	4,3478	722,57	41547,6	230
231	53361	12326391	15,1987	6,1358	5,4424	4,3290	725,71	41909,6	231
232	53824	12487168	15,2315	6,1446	5,4467	4,3103	728,85	42273,3	232
233	54289	12649337	15,2643	6,1534	5,4510	4,2919	731,99	42638,5	233
234	54756	12812904	15,2971	6,1622	5,4553	4,2735	735,13	43005,3	234
235	55225	12977875	15,3297	6,1710	5,4596	4,2553	738,27	43373,6	235
236	55696	13144256	15,3623	6,1797	5,4638	4,2373	741,42	43743,5	236
237	56169	13312053	15,3948	6,1885	5,4681	4,2194	744,56	44115,0	237
238	56644	13481272	15,4272	6,1972	5,4723	4,2017	747,70	44488,1	238
239	57121	13651919	15,4596	6,2058	5,4765	4,1841	750,84	44862,7	239
240	57600	13824000	15,4919	6,2145	5,4806	4,1667	753,98	45238,9	240
241	58081	13997521	15,5242	6,2231	5,4848	4,1494	757,12	45616,7	241
242	58564	14172488	15,5563	6,2317	5,4889	4,1322	760,27	45996,1	242
243	59049	14348907	15,5885	6,2403	5,4931	4,1152	763,41	46377,0	243
244	59536	14526784	15,6205	6,2488	5,4972	4,0984	766,55	46759,5	244
245	60025	14706125	15,6525	6,2573	5,5013	4,0816	769,69	47143,5	245
246	60516	14886936	15,6844	6,2658	5,5053	4,0650	772,83	47529,2	246
247	61009	15069223	15,7162	6,2743	5,5094	4,0486	775,97	47916,4	247
248	61504	15252992	15,7480	6,2828	5,5134	4,0323	779,11	48305,1	248
249	62001	15438249	15,7797	6,2912	5,5175	4,0161	782,26	48695,5	249
250	62500	15625000	15,8114	6,2996	5,5215	4,0000	785,40	49087,4	250

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
250	62500	15625000	15,8114	6,2996	5,5215	4,0000	785,40	49087,4	250
251	63001	15813251	15,8430	6,3080	5,5255	3,9841	788,54	49480,9	251
252	63504	16003008	15,8745	6,3164	5,5294	3,9683	791,68	49875,9	252
253	64009	16194277	15,9060	6,3247	5,5334	3,9526	794,82	50272,6	253
254	64516	16387064	15,9374	6,3330	5,5373	3,9370	797,96	50670,7	254
255	65025	16581375	15,9687	6,3413	5,5413	3,9216	801,11	51070,5	255
256	65536	16777216	16,0000	6,3496	5,5452	3,9063	804,25	51471,9	256
257	66049	16974593	16,0312	6,3579	5,5491	3,8911	807,39	51874,8	257
258	66564	17173512	16,0624	6,3661	5,5530	3,8760	810,53	52279,2	258
259	67081	17373979	16,0935	6,3743	5,5568	3,8610	813,67	52685,3	259
260	67600	17576000	16,1245	6,3825	5,5607	3,8462	816,81	53092,9	260
261	68121	17779581	16,1555	6,3907	5,5645	3,8314	819,96	53502,1	261
262	68644	17984728	16,1864	6,3988	5,5683	3,8168	823,10	53912,9	262
263	69169	18191447	16,2173	6,4070	5,5722	3,8023	826,24	54325,2	263
264	69696	18399744	16,2481	6,4151	5,5760	3,7879	829,38	54739,1	264
265	70225	18609625	16,2788	6,4232	5,5797	3,7736	832,52	55154,6	265
266	70756	18821096	16,3095	6,4312	5,5835	3,7594	835,66	55571,6	266
267	71289	19034163	16,3401	6,4393	5,5873	3,7453	838,81	55990,2	267
268	71824	19248832	16,3707	6,4473	5,5910	3,7313	841,95	56410,4	268
269	72361	19465109	16,4012	6,4553	5,5947	3,7175	845,09	56832,2	269
270	72900	19683000	16,4317	6,4633	5,5984	3,7037	848,23	57255,5	270
271	73441	19902511	16,4621	6,4713	5,6021	3,6900	851,37	57680,4	271
272	73984	20123648	16,4924	6,4792	5,6058	3,6765	854,51	58106,9	272
273	74529	20346417	16,5227	6,4872	5,6095	3,6630	857,65	58534,9	273
274	75076	20570824	16,5529	6,4951	5,6131	3,6496	860,80	58964,6	274
275	75625	20796875	16,5831	6,5030	5,6168	3,6364	863,94	59395,7	275
276	76176	21024576	16,6132	6,5108	5,6204	3,6232	867,08	59828,5	276
277	76729	21253933	16,6433	6,5187	5,6240	3,6101	870,22	60262,8	277
278	77284	21484952	16,6733	6,5265	5,6276	3,5971	873,36	60698,7	278
279	77841	21717639	16,7033	6,5343	5,6312	3,5842	876,50	61136,2	279
280	78400	21952000	16,7332	6,5421	5,6348	3,5714	879,65	61575,2	280
281	78961	22188041	16,7631	6,5499	5,6384	3,5587	882,79	62015,8	281
282	79524	22425768	16,7929	6,5577	5,6419	3,5461	885,93	62458,0	282
283	80089	22665187	16,8226	6,5654	5,6455	3,5336	889,07	62901,8	283
284	80656	22906304	16,8523	6,5731	5,6490	3,5211	892,21	63347,1	284
285	81225	23149125	16,8819	6,5808	5,6525	3,5088	895,35	63794,0	285
286	81796	23393656	16,9115	6,5885	5,6560	3,4965	898,50	64242,4	286
287	82369	23639903	16,9411	6,5962	5,6595	3,4843	901,64	64692,5	287
288	82944	23887872	16,9706	6,6039	5,6630	3,4722	904,78	65144,1	288
289	83521	24137569	17,0000	6,6115	5,6664	3,4602	907,92	65597,2	289
290	84100	24389000	17,0294	6,6191	5,6699	3,4483	911,06	66052,0	290
291	84681	24642171	17,0587	6,6267	5,6733	3,4364	914,20	66508,3	291
292	85264	24897088	17,0880	6,6343	5,6768	3,4247	917,35	66966,2	292
293	85849	25153757	17,1172	6,6419	5,6802	3,4130	920,49	67425,6	293
294	86436	25412184	17,1464	6,6494	5,6836	3,4014	923,63	67886,7	294
295	87025	25672375	17,1756	6,6569	5,6870	3,3898	926,77	68349,3	295
296	87616	25934336	17,2047	6,6644	5,6904	3,3784	929,91	68813,4	296
297	88209	26198073	17,2337	6,6719	5,6937	3,3670	933,05	69279,2	297
298	88804	26463592	17,2627	6,6794	5,6971	3,3557	936,19	69746,5	298
299	89401	26730899	17,2916	6,6869	5,7004	3,3445	939,34	70215,4	299
300	90000	27000000	17,3205	6,6943	5,7038	3,3333	942,48	70685,8	300

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
300	90000	27000000	17,3205	6,6943	5,7038	3,3333	942,48	70685,8	300
301	90601	27270901	17,3494	6,7018	5,7071	3,3223	945,62	71157,9	301
302	91204	27543608	17,3781	6,7092	5,7104	3,3113	948,76	71631,5	302
303	91809	27818127	17,4069	6,7166	5,7137	3,3003	951,90	72106,6	303
304	92416	28094464	17,4356	6,7240	5,7170	3,2895	955,04	72583,4	304
305	93025	28372625	17,4642	6,7313	5,7203	3,2787	958,19	73061,7	305
306	93636	28652616	17,4929	6,7387	5,7236	3,2680	961,33	73541,5	306
307	94249	28934443	17,5214	6,7460	5,7269	3,2573	964,47	74023,0	307
308	94864	29218112	17,5499	6,7533	5,7301	3,2468	967,61	74506,0	308
309	95481	29503629	17,5784	6,7606	5,7333	3,2363	970,75	74990,6	309
310	96100	29791000	17,6068	6,7679	5,7366	3,2258	973,89	75476,8	310
311	96721	30080231	17,6352	6,7752	5,7398	3,2154	977,04	75964,5	311
312	97344	30371328	17,6635	6,7824	5,7430	3,2051	980,18	76453,8	312
313	97969	30664297	17,6918	6,7897	5,7462	3,1949	983,32	76944,7	313
314	98596	30959144	17,7200	6,7969	5,7494	3,1847	986,46	77437,1	314
315	99225	31255875	17,7482	6,8041	5,7526	3,1746	989,60	77931,1	315
316	99856	31554496	17,7764	6,8113	5,7557	3,1646	992,74	78426,7	316
317	100489	31855013	17,8045	6,8185	5,7589	3,1546	995,88	78923,9	317
318	101124	32157432	17,8326	6,8256	5,7621	3,1447	999,03	79422,6	318
319	101761	32461759	17,8606	6,8328	5,7652	3,1348	1002,2	79922,9	319
320	102400	32768000	17,8885	6,8399	5,7683	3,1250	1005,3	80424,8	320
321	103041	33076161	17,9165	6,8470	5,7714	3,1153	1008,5	80928,2	321
322	103684	33386248	17,9444	6,8541	5,7746	3,1056	1011,6	81433,2	322
323	104329	33698267	17,9722	6,8612	5,7777	3,0960	1014,7	81939,8	323
324	104976	34012224	18,0000	6,8683	5,7807	3,0864	1017,9	82448,0	324
325	105625	34328125	18,0278	6,8753	5,7838	3,0769	1021,0	82957,7	325
326	106276	34645976	18,0555	6,8824	5,7869	3,0675	1024,2	83469,0	326
327	106929	34965783	18,0831	6,8894	5,7900	3,0581	1027,3	83981,8	327
328	107584	35287552	18,1108	6,8964	5,7930	3,0488	1030,4	84496,3	328
329	108241	35611289	18,1384	6,9034	5,7961	3,0395	1033,6	85012,3	329
330	108900	35937000	18,1659	6,9104	5,7991	3,0303	1036,7	85529,9	330
331	109561	36264691	18,1934	6,9174	5,8021	3,0212	1039,9	86049,0	331
332	110224	36594368	18,2209	6,9244	5,8051	3,0121	1043,0	86569,7	332
333	110889	36926037	18,2483	6,9313	5,8081	3,0030	1046,2	87092,0	333
334	111556	37259704	18,2757	6,9382	5,8111	2,9940	1049,3	87615,9	334
335	112225	37595375	18,3030	6,9451	5,8141	2,9851	1052,4	88141,3	335
336	112896	37933056	18,3303	6,9521	5,8171	2,9762	1055,6	88668,3	336
337	113569	38272753	18,3576	6,9589	5,8201	2,9674	1058,7	89196,9	337
338	114244	38614472	18,3848	6,9658	5,8231	2,9586	1061,9	89727,0	338
339	114921	38958219	18,4120	6,9727	5,8260	2,9499	1065,0	90258,7	339
340	115600	39304000	18,4391	6,9795	5,8290	2,9412	1068,1	90792,0	340
341	116281	39651821	18,4662	6,9864	5,8319	2,9326	1071,3	91326,9	341
342	116964	40001688	18,4932	6,9932	5,8348	2,9240	1074,4	91863,3	342
343	117649	40353607	18,5203	7,0000	5,8377	2,9155	1077,6	92401,3	343
344	118336	40707584	18,5472	7,0068	5,8406	2,9070	1080,7	92940,9	344
345	119025	41063625	18,5742	7,0136	5,8435	2,8986	1083,8	93482,0	345
346	119716	41421736	18,6011	7,0203	5,8464	2,8902	1087,0	94024,7	346
347	120409	41781923	18,6279	7,0271	5,8493	2,8818	1090,1	94569,0	347
348	121104	42144192	18,6548	7,0338	5,8522	2,8736	1093,3	95114,9	348
349	121801	42508549	18,6815	7,0406	5,8551	2,8653	1096,4	95662,3	349
350	122500	42875000	18,7083	7,0473	5,8579	2,8571	1099,6	96211,3	350

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
350	122500	42875000	18,7083	7,0473	5,8579	2,8571	1099,6	96211,3	350
351	123201	43243551	18,7350	7,0540	5,8608	2,8490	1102,7	96761,8	351
352	123904	43614208	18,7617	7,0607	5,8636	2,8409	1105,8	97314,0	352
353	124609	43986977	18,7883	7,0674	5,8665	2,8329	1109,0	97867,7	353
354	125316	44361864	18,8149	7,0740	5,8693	2,8249	1112,1	98423,0	354
355	126025	44738875	18,8414	7,0807	5,8721	2,8169	1115,3	98979,8	355
356	126736	45118016	18,8680	7,0873	5,8749	2,8090	1118,4	99538,2	356
357	127449	45499293	18,8944	7,0940	5,8777	2,8011	1121,5	100098	357
358	128164	45882712	18,9209	7,1006	5,8805	2,7933	1124,7	100660	358
359	128881	46268279	18,9473	7,1072	5,8833	2,7855	1127,8	101223	359
360	129600	46656000	18,9737	7,1138	5,8861	2,7778	1131,0	101788	360
361	130321	47045881	19,0000	7,1204	5,8889	2,7701	1134,1	102354	361
362	131044	47437928	19,0263	7,1269	5,8916	2,7624	1137,3	102922	362
363	131769	47832147	19,0526	7,1335	5,8944	2,7548	1140,4	103491	363
364	132496	48228548	19,0788	7,1400	5,8972	2,7473	1143,5	104062	364
365	133225	48627125	19,1050	7,1466	5,8999	2,7397	1146,7	104635	365
366	133956	49027896	19,1311	7,1531	5,9026	2,7322	1149,8	105209	366
367	134689	49430863	19,1572	7,1596	5,9054	2,7248	1153,0	105784	367
368	135424	49836032	19,1833	7,1661	5,9081	2,7174	1156,1	106362	368
369	136161	50243409	19,2094	7,1726	5,9108	2,7100	1159,2	106941	369
370	136900	50653000	19,2354	7,1791	5,9135	2,7027	1162,4	107521	370
371	137641	51064811	19,2614	7,1855	5,9162	2,6954	1165,5	108103	371
372	138384	51478848	19,2873	7,1920	5,9189	2,6882	1168,7	108687	372
373	139129	51895117	19,3132	7,1984	5,9216	2,6810	1171,8	109272	373
374	139876	52313624	19,3391	7,2048	5,9243	2,6738	1175,0	109858	374
375	140625	52734375	19,3649	7,2112	5,9269	2,6667	1178,1	110447	375
376	141376	53157376	19,3907	7,2177	5,9296	2,6596	1181,2	111036	376
377	142129	53582633	19,4165	7,2240	5,9323	2,6525	1184,4	111628	377
378	142884	54010152	19,4422	7,2304	5,9349	2,6455	1187,5	112221	378
379	143641	54439939	19,4679	7,2368	5,9375	2,6385	1190,7	112815	379
380	144400	54872000	19,4936	7,2432	5,9402	2,6316	1193,8	113411	380
381	145161	55306341	19,5192	7,2495	5,9428	2,6247	1196,9	114009	381
382	145924	55742968	19,5448	7,2558	5,9454	2,6178	1200,1	114608	382
383	146689	56181887	19,5704	7,2622	5,9480	2,6110	1203,2	115209	383
384	147456	56623104	19,5959	7,2685	5,9506	2,6042	1206,4	115812	384
385	148225	57066625	19,6214	7,2748	5,9532	2,5974	1209,5	116416	385
386	148996	57512456	19,6469	7,2811	5,9558	2,5907	1212,7	117021	386
387	149769	57960603	19,6723	7,2874	5,9584	2,5840	1215,8	117628	387
388	150544	58411072	19,6977	7,2936	5,9610	2,5773	1218,9	118237	388
389	151321	58863869	19,7231	7,2999	5,9636	2,5707	1222,1	118847	389
390	152100	59319000	19,7484	7,3061	5,9662	2,5641	1225,2	119459	390
391	152881	59776471	19,7737	7,3124	5,9687	2,5575	1228,4	120072	391
392	153664	60236288	19,7990	7,3186	5,9713	2,5510	1231,5	120687	392
393	154449	60698457	19,8242	7,3248	5,9738	2,5445	1234,6	121304	393
394	155236	61162984	19,8494	7,3310	5,9764	2,5381	1237,8	121922	394
395	156025	61629875	19,8746	7,3372	5,9789	2,5317	1240,9	122542	395
396	156816	62099136	19,8997	7,3434	5,9814	2,5253	1244,1	123163	396
397	157609	62570773	19,9249	7,3496	5,9839	2,5189	1247,2	123786	397
398	158404	63044792	19,9499	7,3558	5,9865	2,5126	1250,4	124410	398
399	159201	63521199	19,9750	7,3619	5,9890	2,5063	1253,5	125036	399
400	160000	64000000	20,0000	7,3681	5,9915	2,5000	1256,6	125664	400

elibrary.maf.bg.ac.rs

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
400	160000	64000000	20,0000	7,3681	5,9915	2,5000	1256,6	125664	400
401	160801	64481201	20,0250	7,3742	5,9940	2,4938	1259,8	126293	401
402	161604	64964808	20,0499	7,3803	5,9965	2,4876	1262,9	126923	402
403	162409	65450827	20,0749	7,3864	5,9989	2,4814	1266,1	127556	403
404	163216	65939264	20,0998	7,3925	6,0014	2,4753	1269,2	128190	404
405	164025	66430125	20,1246	7,3986	6,0039	2,4691	1272,3	128825	405
406	164836	66923416	20,1494	7,4047	6,0064	2,4631	1275,5	129462	406
407	165649	67419143	20,1742	7,4108	6,0088	2,4570	1278,6	130100	407
408	166464	67917312	20,1990	7,4169	6,0113	2,4510	1281,8	130741	408
409	167281	68417929	20,2237	7,4229	6,0137	2,4450	1284,9	131382	409
410	168100	68921000	20,2485	7,4290	6,0162	2,4390	1288,1	132025	410
411	168921	69426531	20,2731	7,4350	6,0186	2,4331	1291,2	132670	411
412	169744	69934528	20,2978	7,4410	6,0210	2,4272	1294,3	133317	412
413	170569	70444997	20,3224	7,4470	6,0235	2,4213	1297,5	133965	413
414	171396	70957944	20,3470	7,4530	6,0259	2,4155	1300,6	134614	414
415	172225	71473375	20,3715	7,4590	6,0283	2,4096	1303,8	135265	415
416	173056	71991296	20,3961	7,4650	6,0307	2,4039	1306,9	135918	416
417	173889	72511713	20,4206	7,4710	6,0331	2,3981	1310,0	136572	417
418	174724	73034632	20,4450	7,4770	6,0355	2,3923	1313,2	137228	418
419	175561	73560059	20,4695	7,4829	6,0379	2,3866	1316,3	137885	419
420	176400	74088000	20,4939	7,4889	6,0403	2,3810	1319,5	138544	420
421	177241	74618461	20,5183	7,4948	6,0426	2,3753	1322,6	139205	421
422	178084	75151448	20,5426	7,5007	6,0450	2,3697	1325,8	139867	422
423	178929	75686967	20,5670	7,5067	6,0474	2,3641	1328,9	140531	423
424	179776	76225024	20,5913	7,5126	6,0497	2,3585	1332,0	141196	424
425	180625	76765625	20,6155	7,5185	6,0521	2,3529	1335,2	141863	425
426	181476	77308776	20,6398	7,5244	6,0544	2,3474	1338,3	142531	426
427	182329	77854483	20,6640	7,5302	6,0568	2,3419	1341,5	143201	427
428	183184	78402752	20,6882	7,5361	6,0591	2,3365	1344,6	143872	428
429	184041	78953589	20,7123	7,5420	6,0615	2,3310	1347,7	144545	429
430	184900	79507000	20,7364	7,5478	6,0638	2,3256	1350,9	145220	430
431	185761	80062991	20,7605	7,5537	6,0661	2,3202	1354,0	145896	431
432	186624	80621568	20,7846	7,5595	6,0684	2,3148	1357,2	146574	432
433	187489	81182737	20,8087	7,5654	6,0707	2,3095	1360,3	147254	433
434	188356	81746504	20,8327	7,5712	6,0730	2,3042	1363,5	147934	434
435	189225	82312875	20,8567	7,5770	6,0754	2,2989	1366,6	148617	435
436	190096	82881856	20,8806	7,5828	6,0776	2,2936	1369,7	149301	436
437	190969	83453453	20,9045	7,5886	6,0799	2,2883	1372,9	149987	437
438	191844	84027672	20,9284	7,5944	6,0822	2,2831	1376,0	150674	438
439	192721	84604519	20,9523	7,6001	6,0845	2,2779	1379,2	151363	439
440	193600	85184000	20,9762	7,6059	6,0868	2,2727	1382,3	152053	440
441	194481	85766121	21,0000	7,6117	6,0890	2,2676	1385,4	152745	441
442	195364	86350888	21,0238	7,6174	6,0913	2,2624	1388,6	153439	442
443	196249	86938307	21,0476	7,6232	6,0936	2,2573	1391,7	154134	443
444	197136	87528384	21,0713	7,6289	6,0958	2,2523	1394,9	154830	444
445	198025	88121125	21,0950	7,6346	6,0981	2,2472	1398,0	155528	445
446	198916	88716536	21,1187	7,6403	6,1003	2,2422	1401,2	156228	446
447	199809	89314623	21,1424	7,6460	6,1026	2,2371	1404,3	156930	447
448	200704	89915392	21,1660	7,6517	6,1048	2,2321	1407,4	157633	448
449	201601	90518849	21,1896	7,6574	6,1070	2,2272	1410,5	158337	449
450	202500	91125000	21,2132	7,6631	6,1093	2,2222	1413,7	159043	450

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
450	202500	91125000	21,2132	7,6631	6,1093	2,2222	1413,7	159043	450
451	203401	91733851	21,2368	7,6688	6,1115	2,2173	1416,9	159751	451
452	204304	92345408	21,2603	7,6744	6,1137	2,2124	1420,0	160460	452
453	205209	92959677	21,2838	7,6801	6,1159	2,2075	1423,1	161171	453
454	206116	93576664	21,3073	7,6857	6,1181	2,2026	1426,3	161883	454
455	207025	94196375	21,3307	7,6914	6,1203	2,1978	1429,4	162597	455
456	207936	94818816	21,3542	7,6970	6,1225	2,1930	1432,6	163313	456
457	208849	95443993	21,3776	7,7026	6,1247	2,1882	1435,7	164030	457
458	209764	96071912	21,4009	7,7082	6,1269	2,1834	1438,8	164748	458
459	210681	96702579	21,4243	7,7138	6,1291	2,1787	1442,0	165468	459
460	211600	97336000	21,4476	7,7194	6,1312	2,1739	1445,1	166190	460
461	212521	97972181	21,4709	7,7250	6,1334	2,1692	1448,3	166914	461
462	213444	98611128	21,4942	7,7306	6,1356	2,1645	1451,4	167639	462
463	214369	99252847	21,5174	7,7362	6,1377	2,1598	1454,6	168365	463
464	215296	99897344	21,5407	7,7418	6,1399	2,1552	1457,7	169093	464
465	216225	100544625	21,5639	7,7473	6,1420	2,1505	1460,8	169823	465
466	217156	101194696	21,5870	7,7529	6,1442	2,1459	1464,0	170554	466
467	218089	101847563	21,6102	7,7584	6,1463	2,1413	1467,1	171287	467
468	219024	102503232	21,6333	7,7639	6,1485	2,1368	1470,3	172021	468
469	219961	103161709	21,6564	7,7695	6,1506	2,1322	1473,4	172757	469
470	220900	103823000	21,6795	7,7750	6,1527	2,1277	1476,5	173494	470
471	221841	104487111	21,7025	7,7805	6,1549	2,1231	1479,7	174234	471
472	222784	105154048	21,7256	7,7860	6,1570	2,1186	1482,8	174974	472
473	223729	105823817	21,7486	7,7915	6,1591	2,1142	1486,0	175716	473
474	224676	106496424	21,7715	7,7970	6,1612	2,1097	1489,1	176460	474
475	225625	107171875	21,7945	7,8025	6,1633	2,1053	1492,3	177205	475
476	226576	107850176	21,8174	7,8079	6,1654	2,1008	1495,4	177952	476
477	227529	108531333	21,8403	7,8134	6,1675	2,0964	1498,5	178701	477
478	228484	109215352	21,8632	7,8188	6,1696	2,0921	1501,7	179451	478
479	229441	109902239	21,8861	7,8243	6,1717	2,0877	1504,8	180203	479
480	230400	110592000	21,9089	7,8297	6,1738	2,0833	1508,0	180956	480
481	231361	111284641	21,9317	7,8352	6,1759	2,0790	1511,1	181711	481
482	232324	111980168	21,9545	7,8406	6,1779	2,0747	1514,2	182467	482
483	233289	112678587	21,9773	7,8460	6,1800	2,0704	1517,4	183225	483
484	234256	113379904	22,0000	7,8514	6,1821	2,0661	1520,5	183984	484
485	235225	114084125	22,0227	7,8568	6,1842	2,0619	1523,7	184745	485
486	236196	114791256	22,0454	7,8622	6,1862	2,0576	1526,8	185508	486
487	237169	115501303	22,0681	7,8676	6,1883	2,0534	1530,0	186272	487
488	238144	116214272	22,0907	7,8730	6,1903	2,0492	1533,1	187038	488
489	239121	116930169	22,1133	7,8784	6,1924	2,0450	1536,2	187805	489
490	240100	117649000	22,1359	7,8837	6,1944	2,0408	1539,4	188574	490
491	241081	118370771	22,1585	7,8891	6,1964	2,0367	1542,5	189345	491
492	242064	119095488	22,1811	7,8944	6,1985	2,0325	1545,7	190117	492
493	243049	119823157	22,2036	7,8998	6,2005	2,0284	1548,8	190890	493
494	244036	120553784	22,2261	7,9051	6,2025	2,0243	1551,9	191665	494
495	245025	121287375	22,2486	7,9105	6,2046	2,0202	1555,1	192442	495
496	246016	122023936	22,2711	7,9158	6,2066	2,0161	1558,2	193221	496
497	247009	122763473	22,2935	7,9211	6,2086	2,0121	1561,4	194000	497
498	248004	123505992	22,3159	7,9264	6,2106	2,0080	1564,5	194782	498
499	249001	124251499	22,3383	7,9317	6,2126	2,0040	1567,7	195565	499
500	250000	125000000	22,3607	7,9370	6,2146	2,0000	1570,8	196350	500

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
500	250000	125000000	22,3607	7,9370	6,2146	2,0000	1570,8	196350	500
501	251001	125751501	22,3830	7,9423	6,2166	1,9960	1573,9	197136	501
502	252004	126506008	22,4054	7,9476	6,2186	1,9920	1577,1	197923	502
503	253009	127263527	22,4277	7,9528	6,2206	1,9881	1580,2	198713	503
504	254016	128024064	22,4499	7,9581	6,2226	1,9841	1583,4	199504	504
505	255025	128787625	22,4722	7,9634	6,2246	1,9802	1586,5	200296	505
506	256036	129554216	22,4944	7,9686	6,2265	1,9763	1589,6	201090	506
507	257049	130323843	22,5167	7,9739	6,2285	1,9724	1592,8	201886	507
508	258064	131096512	22,5389	7,9791	6,2305	1,9685	1595,9	202683	508
509	259081	131872229	22,5610	7,9843	6,2324	1,9646	1599,1	203482	509
510	260100	132651000	22,5832	7,9896	6,2344	1,9608	1602,2	204282	510
511	261121	133432831	22,6053	7,9948	6,2364	1,9570	1605,4	205084	511
512	262144	134217728	22,6274	8,0000	6,2383	1,9531	1608,5	205887	512
513	263169	135005697	22,6495	8,0052	6,2403	1,9493	1611,6	206692	513
514	264196	135796744	22,6716	8,0104	6,2422	1,9455	1614,8	207499	514
515	265225	136590875	22,6936	8,0156	6,2442	1,9418	1617,9	208307	515
516	266256	137388096	22,7156	8,0208	6,2461	1,9380	1621,1	209117	516
517	267289	138188413	22,7376	8,0260	6,2480	1,9342	1624,2	209928	517
518	268324	138991832	22,7596	8,0311	6,2500	1,9305	1627,3	210741	518
519	269361	139798359	22,7816	8,0363	6,2519	1,9268	1630,5	211556	519
520	270400	140608000	22,8035	8,0415	6,2538	1,9231	1633,6	212372	520
521	271441	141420761	22,8254	8,0466	6,2558	1,9194	1636,8	213189	521
522	272484	142236648	22,8473	8,0517	6,2577	1,9157	1639,9	214008	522
523	273529	143055667	22,8692	8,0569	6,2596	1,9121	1643,1	214829	523
524	274576	143877824	22,8910	8,0620	6,2615	1,9084	1646,2	215651	524
525	275625	144703125	22,9129	8,0671	6,2634	1,9048	1649,3	216475	525
526	276676	145531576	22,9347	8,0723	6,2653	1,9011	1652,5	217301	526
527	277729	146363183	22,9565	8,0774	6,2672	1,8975	1655,6	218128	527
528	278784	147197952	22,9783	8,0825	6,2691	1,8939	1658,8	218956	528
529	279841	148035889	23,0000	8,0876	6,2710	1,8904	1661,9	219787	529
530	280900	148877000	23,0217	8,0927	6,2729	1,8868	1665,0	220618	530
531	281961	149721291	23,0434	8,0978	6,2748	1,8832	1668,2	221452	531
532	283024	150568768	23,0651	8,1028	6,2766	1,8797	1671,3	222287	532
533	284089	151419437	23,0868	8,1079	6,2785	1,8762	1674,5	223123	533
534	285156	152273304	23,1084	8,1130	6,2804	1,8727	1677,6	223961	534
535	286225	153130375	23,1301	8,1180	6,2823	1,8692	1680,8	224801	535
536	287296	153990656	23,1517	8,1231	6,2841	1,8657	1683,9	225642	536
537	288369	154854153	23,1733	8,1281	6,2860	1,8622	1687,0	226484	537
538	289444	155720872	23,1948	8,1332	6,2879	1,8587	1690,2	227329	538
539	290521	156590819	23,2164	8,1382	6,2897	1,8553	1693,3	228175	539
540	291600	157464000	23,2379	8,1433	6,2916	1,8519	1696,5	229022	540
541	292681	158340421	23,2594	8,1483	6,2934	1,8484	1699,6	229871	541
542	293764	159220088	23,2809	8,1533	6,2953	1,8450	1702,7	230722	542
543	294849	160103007	23,3024	8,1583	6,2971	1,8416	1705,9	231574	543
544	295936	160989184	23,3238	8,1633	6,2990	1,8382	1709,0	232428	544
545	297025	161878625	23,3452	8,1683	6,3008	1,8349	1712,2	233283	545
546	298116	162771336	23,3666	8,1733	6,3026	1,8315	1715,3	234140	546
547	299209	163667323	23,3880	8,1783	6,3045	1,8282	1718,5	234998	547
548	300304	164566592	23,4094	8,1833	6,3063	1,8248	1721,6	235858	548
549	301401	165469149	23,4307	8,1882	6,3081	1,8215	1724,7	236720	549
550	302500	166375000	23,4521	8,1932	6,3099	1,8182	1727,9	237583	550

elibrary.maf.bg.ac.rs

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
550	302500	166375000	23,4521	8,1932	6,3099	1,8182	1727,9	237583	550
551	303601	167284151	23,4734	8,1982	6,3117	1,8149	1731,0	238448	551
552	304704	168196608	23,4947	8,2031	6,3136	1,8116	1734,2	239314	552
553	305809	169112377	23,5160	8,2081	6,3154	1,8083	1737,3	240182	553
554	306916	170031464	23,5372	8,2130	6,3172	1,8051	1740,4	241051	554
555	308025	170953875	23,5584	8,2180	6,3190	1,8018	1743,6	241922	555
556	309136	171879616	23,5797	8,2229	6,3208	1,7986	1746,7	242795	556
557	310249	172808693	23,6008	8,2278	6,3226	1,7953	1749,9	243669	557
558	311364	173741112	23,6220	8,2327	6,3244	1,7921	1753,0	244545	558
559	312481	174676879	23,6432	8,2377	6,3261	1,7889	1756,2	245422	559
560	313600	175616000	23,6643	8,2426	6,3279	1,7857	1759,3	246301	560
561	314721	176558481	23,6854	8,2475	6,3297	1,7825	1762,4	247181	561
562	315844	177504328	23,7065	8,2524	6,3315	1,7794	1765,6	248063	562
563	316969	178453547	23,7276	8,2573	6,3333	1,7762	1768,7	248947	563
564	318096	179406144	23,7487	8,2621	6,3351	1,7731	1771,9	249832	564
565	319225	180362125	23,7697	8,2670	6,3368	1,7699	1775,0	250719	565
566	320356	181321496	23,7908	8,2719	6,3386	1,7668	1778,1	251607	566
567	321489	182284263	23,8118	8,2768	6,3404	1,7637	1781,3	252497	567
568	322624	183250432	23,8328	8,2816	6,3421	1,7606	1784,4	253388	568
569	323761	184220009	23,8537	8,2865	6,3439	1,7575	1787,6	254281	569
570	324900	185193000	23,8747	8,2913	6,3456	1,7544	1790,7	255176	570
571	326041	186169411	23,8956	8,2962	6,3474	1,7513	1793,8	256072	571
572	327184	187149248	23,9165	8,3010	6,3491	1,7483	1797,0	256970	572
573	328329	188132517	23,9374	8,3059	6,3509	1,7452	1800,1	257869	573
574	329476	189119224	23,9583	8,3107	6,3526	1,7422	1803,3	258770	574
575	330625	190109375	23,9792	8,3155	6,3544	1,7391	1806,4	259672	575
576	331776	191102976	24,0000	8,3203	6,3561	1,7361	1809,6	260576	576
577	332929	192100033	24,0208	8,3251	6,3578	1,7331	1812,7	261482	577
578	334084	193100552	24,0416	8,3300	6,3596	1,7301	1815,8	262389	578
579	335241	194104539	24,0624	8,3348	6,3613	1,7271	1819,0	263298	579
580	336400	195112000	24,0832	8,3396	6,3630	1,7241	1822,1	264208	580
581	337561	196122941	24,1039	8,3443	6,3648	1,7212	1825,3	265120	581
582	338724	197137368	24,1247	8,3491	6,3665	1,7182	1828,4	266033	582
583	339889	198155287	24,1454	8,3539	6,3682	1,7153	1831,6	266948	583
584	341056	199176704	24,1661	8,3587	6,3699	1,7123	1834,7	267865	584
585	342225	200201625	24,1868	8,3634	6,3716	1,7094	1837,8	268783	585
586	343396	201230056	24,2074	8,3682	6,3733	1,7065	1841,0	269703	586
587	344569	202262003	24,2281	8,3730	6,3750	1,7036	1844,1	270624	587
588	345744	203297472	24,2487	8,3777	6,3767	1,7007	1847,3	271547	588
589	346921	204336469	24,2693	8,3825	6,3784	1,6978	1850,4	272471	589
590	348100	205379000	24,2899	8,3872	6,3801	1,6949	1853,5	273397	590
591	349281	206425071	24,3105	8,3919	6,3818	1,6921	1856,7	274325	591
592	350464	207474688	24,3311	8,3967	6,3835	1,6892	1859,8	275254	592
593	351649	208527857	24,3516	8,4014	6,3852	1,6863	1863,0	276184	593
594	352836	209584584	24,3721	8,4061	6,3869	1,6835	1866,1	277117	594
595	354025	210644875	24,3926	8,4108	6,3886	1,6807	1869,2	278051	595
596	355216	211708736	24,4131	8,4155	6,3902	1,6779	1872,4	278986	596
597	356409	212776173	24,4336	8,4202	6,3919	1,6750	1875,5	279923	597
598	357604	213847192	24,4540	8,4249	6,3936	1,6722	1878,7	280862	598
599	358801	214921799	24,4745	8,4296	6,3953	1,6695	1881,8	281802	599
600	360000	216000000	24,4949	8,4343	6,3969	1,6667	1885,0	282743	600

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
600	360000	216000000	24,4949	8,4343	6,3969	1,6667	1885,0	282743	600
601	361201	217081801	24,5153	8,4390	6,3986	1,6639	1888,1	283687	601
602	362404	218167208	24,5357	8,4437	6,4003	1,6611	1891,2	284631	602
603	363609	219256227	24,5561	8,4484	6,4019	1,6584	1894,4	285578	603
604	364816	220348864	24,5764	8,4530	6,4036	1,6556	1897,5	286526	604
605	366025	221445125	24,5967	8,4577	6,4052	1,6529	1900,7	287475	605
606	367236	222545016	24,6171	8,4623	6,4069	1,6502	1903,8	288426	606
607	368449	223648543	24,6374	8,4670	6,4085	1,6475	1906,9	289379	607
608	369664	224755712	24,6577	8,4716	6,4102	1,6447	1910,1	290333	608
609	370881	225866529	24,6779	8,4763	6,4118	1,6420	1913,2	291289	609
610	372100	226981000	24,6982	8,4809	6,4135	1,6393	1916,4	292247	610
611	373321	228099131	24,7184	8,4856	6,4151	1,6367	1919,5	293206	611
612	374544	229220928	24,7386	8,4902	6,4167	1,6340	1922,7	294166	612
613	375769	230346397	24,7588	8,4948	6,4184	1,6313	1925,8	295128	613
614	376996	231475544	24,7790	8,4994	6,4200	1,6287	1928,9	296092	614
615	378225	232608375	24,7992	8,5040	6,4216	1,6260	1932,1	297057	615
616	379456	233744896	24,8193	8,5086	6,4232	1,6234	1935,2	298024	616
617	380689	234885113	24,8395	8,5132	6,4249	1,6208	1938,4	298992	617
618	381924	236029032	24,8596	8,5178	6,4265	1,6181	1941,5	299962	618
619	383161	237176659	24,8797	8,5224	6,4281	1,6155	1944,6	300934	619
620	384400	238328000	24,8998	8,5270	6,4297	1,6129	1947,8	301907	620
621	385641	239483061	24,9199	8,5316	6,4313	1,6103	1950,9	302882	621
622	386884	240641848	24,9399	8,5362	6,4329	1,6077	1954,1	303858	622
623	388129	241804367	24,9600	8,5408	6,4346	1,6051	1957,2	304836	623
624	389376	242970624	24,9800	8,5453	6,4362	1,6026	1960,4	305815	624
625	390625	244140625	25,0000	8,5499	6,4378	1,6000	1963,5	306796	625
626	391876	245314376	25,0200	8,5544	6,4394	1,5974	1966,6	307779	626
627	393129	246492883	25,0400	8,5590	6,4410	1,5949	1969,8	308763	627
628	394384	247676152	25,0599	8,5635	6,4425	1,5924	1972,9	309748	628
629	395641	248865189	25,0799	8,5681	6,4441	1,5898	1976,1	310736	629
630	396900	250047000	25,0998	8,5726	6,4457	1,5873	1979,2	311725	630
631	398161	251239591	25,1197	8,5772	6,4473	1,5848	1982,3	312715	631
632	399424	252435968	25,1396	8,5817	6,4489	1,5823	1985,5	313707	632
633	400689	253636137	25,1595	8,5862	6,4505	1,5798	1988,6	314700	633
634	401956	254840104	25,1794	8,5907	6,4521	1,5773	1991,8	315696	634
635	403225	256047875	25,1992	8,5952	6,4536	1,5748	1994,9	316692	635
636	404496	257259456	25,2190	8,5997	6,4552	1,5723	1998,1	317690	636
637	405769	258474853	25,2389	8,6043	6,4568	1,5699	2001,2	318690	637
638	407044	259694072	25,2587	8,6088	6,4583	1,5674	2004,3	319692	638
639	408321	260917119	25,2784	8,6132	6,4599	1,5650	2007,5	320695	639
640	409600	262144000	25,2982	8,6177	6,4615	1,5625	2010,6	321699	640
641	410881	263374721	25,3180	8,6222	6,4630	1,5601	2013,8	322705	641
642	412164	264609288	25,3377	8,6267	6,4646	1,5576	2016,9	323713	642
643	413449	265847707	25,3574	8,6312	6,4661	1,5552	2020,0	324722	643
644	414736	267089984	25,3772	8,6357	6,4677	1,5528	2023,2	325733	644
645	416025	268336125	25,3969	8,6401	6,4693	1,5504	2026,3	326745	645
646	417316	269586136	25,4165	8,6446	6,4708	1,5480	2029,5	327759	646
647	418609	270840023	25,4362	8,6490	6,4724	1,5456	2032,6	328775	647
648	419904	272097792	25,4558	8,6535	6,4739	1,5432	2035,8	329792	648
649	421201	273359449	25,4755	8,6579	6,4754	1,5408	2038,9	330810	649
650	422500	274625000	25,4951	8,6624	6,4770	1,5385	2042,0	331831	650

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
650	422500	274625000	25,4951	8,6624	6,4770	1,5385	2042,0	331831	650
651	423801	275894451	25,5147	8,6668	6,4785	1,5361	2045,2	332853	651
652	425104	277167808	25,5343	8,6713	6,4800	1,5337	2048,3	333876	652
653	426409	278445077	25,5539	8,6757	6,4816	1,5314	2051,5	334901	653
654	427716	279726264	25,5734	8,6801	6,4831	1,5291	2054,6	335927	654
655	429025	281011375	25,5930	8,6845	6,4846	1,5267	2057,7	336955	655
656	430336	282300416	25,6125	8,6890	6,4862	1,5244	2060,9	337985	656
657	431649	283593393	25,6320	8,6934	6,4877	1,5221	2064,0	339016	657
658	432964	284890312	25,6515	8,6978	6,4892	1,5198	2067,2	340049	658
659	434281	286191179	25,6710	8,7022	6,4907	1,5175	2070,3	341083	659
660	435600	287496000	25,6905	8,7066	6,4922	1,5152	2073,5	342119	660
661	436921	288804781	25,7099	8,7110	6,4938	1,5129	2076,6	343157	661
662	438244	290117528	25,7294	8,7154	6,4953	1,5106	2079,7	344196	662
663	439569	291434247	25,7488	8,7198	6,4968	1,5083	2082,9	345237	663
664	440896	292754944	25,7682	8,7241	6,4983	1,5060	2086,0	346279	664
665	442225	294079625	25,7876	8,7285	6,4998	1,5038	2089,2	347323	665
666	443556	295408296	25,8070	8,7329	6,5013	1,5015	2092,3	348368	666
667	444889	296740963	25,8263	8,7373	6,5028	1,4993	2095,4	349415	667
668	446224	298077632	25,8457	8,7416	6,5043	1,4970	2098,6	350464	668
669	447561	299418309	25,8650	8,7460	6,5058	1,4948	2101,7	351514	669
670	448900	300763000	25,8844	8,7503	6,5073	1,4925	2104,9	352565	670
671	450241	302111711	25,9037	8,7547	6,5088	1,4903	2108,0	353618	671
672	451584	303464448	25,9230	8,7590	6,5103	1,4881	2111,2	354673	672
673	452929	304821217	25,9422	8,7634	6,5118	1,4859	2114,3	355730	673
674	454276	306182024	25,9615	8,7677	6,5132	1,4837	2117,4	356788	674
675	455625	307546875	25,9808	8,7721	6,5147	1,4815	2120,6	357847	675
676	456976	308915776	26,0000	8,7764	6,5162	1,4793	2123,7	358908	676
677	458329	310288733	26,0192	8,7807	6,5177	1,4771	2126,9	359971	677
678	459684	311665752	26,0384	8,7850	6,5192	1,4749	2130,0	361035	678
679	461041	313046839	26,0576	8,7893	6,5206	1,4728	2133,1	362101	679
680	462400	314432000	26,0768	8,7937	6,5221	1,4706	2136,3	363168	680
681	463761	315821241	26,0960	8,7980	6,5236	1,4684	2139,4	364237	681
682	465124	317214568	26,1151	8,8023	6,5250	1,4663	2142,6	365308	682
683	466489	318611987	26,1343	8,8066	6,5265	1,4641	2145,7	366380	683
684	467856	320013504	26,1534	8,8109	6,5280	1,4620	2148,8	367453	684
685	469225	321419125	26,1725	8,8152	6,5294	1,4599	2152,0	368528	685
686	470596	322828856	26,1916	8,8194	6,5309	1,4577	2155,1	369605	686
687	471969	324242703	26,2107	8,8237	6,5323	1,4556	2158,3	370684	687
688	473344	325660672	26,2298	8,8280	6,5338	1,4535	2161,4	371764	688
689	474721	327082769	26,2488	8,8323	6,5352	1,4514	2164,6	372845	689
690	476100	328509000	26,2679	8,8366	6,5367	1,4493	2167,7	373928	690
691	477481	329939371	26,2869	8,8408	6,5381	1,4472	2170,8	375013	691
692	478864	331373888	26,3059	8,8451	6,5396	1,4451	2174,0	376099	692
693	480249	332812557	26,3249	8,8493	6,5410	1,4430	2177,1	377187	693
694	481636	334255384	26,3439	8,8536	6,5425	1,4409	2180,3	378276	694
695	483025	335702375	26,3629	8,8578	6,5439	1,4389	2183,4	379367	695
696	484416	337153536	26,3818	8,8621	6,5453	1,4368	2186,5	380459	696
697	485809	338608873	26,4008	8,8663	6,5468	1,4347	2189,7	381553	697
698	487204	340068392	26,4197	8,8706	6,5482	1,4327	2192,8	382649	698
699	488601	341532099	26,4386	8,8748	6,5497	1,4306	2196,0	383746	699
700	490000	343000900	26,4575	8,8790	6,5511	1,4286	2199,1	384845	700

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
700	490000	343000000	26,4575	8,8790	6,5511	1,4286	2199,1	38484,5	700
701	491401	344472101	26,4764	8,8833	6,5525	1,4265	2202,3	38594,5	701
702	492804	345948408	26,4953	8,8875	6,5539	1,4245	2205,4	38704,7	702
703	494209	347428927	26,5141	8,8917	6,5554	1,4225	2208,5	38815,1	703
704	495616	348913664	26,5330	8,8959	6,5568	1,4205	2211,7	38925,6	704
705	497025	350402625	26,5518	8,9001	6,5582	1,4184	2214,8	39036,3	705
706	498436	351895816	26,5707	8,9043	6,5596	1,4164	2218,0	39147,1	706
707	499849	353393243	26,5895	8,9085	6,5610	1,4144	2221,1	39258,0	707
708	501264	354894912	26,6083	8,9127	6,5624	1,4124	2224,2	39369,1	708
709	502681	356400829	26,6271	8,9169	6,5639	1,4104	2227,4	39480,5	709
710	504100	357911000	26,6458	8,9211	6,5653	1,4085	2230,5	39591,9	710
711	505521	359425431	26,6646	8,9253	6,5667	1,4065	2233,7	39703,5	711
712	506944	360944128	26,6833	8,9295	6,5681	1,4045	2236,8	39815,3	712
713	508369	362467097	26,7021	8,9337	6,5695	1,4025	2240,0	39927,2	713
714	509796	363994344	26,7208	8,9378	6,5709	1,4006	2243,1	40039,3	714
715	511225	365525875	26,7395	8,9420	6,5723	1,3986	2246,2	40151,5	715
716	512656	367061696	26,7582	8,9462	6,5737	1,3967	2249,4	40263,9	716
717	514089	368601813	26,7769	8,9503	6,5751	1,3947	2252,5	40376,5	717
718	515524	370146232	26,7955	8,9545	6,5765	1,3928	2255,7	40489,2	718
719	516961	371694959	26,8142	8,9587	6,5779	1,3908	2258,8	40602,0	719
720	518400	373248000	26,8328	8,9628	6,5793	1,3889	2261,9	40715,0	720
721	519841	374805361	26,8514	8,9670	6,5806	1,3870	2265,1	40828,2	721
722	521284	376367048	26,8701	8,9711	6,5820	1,3850	2268,2	40941,5	722
723	522729	377933067	26,8887	8,9752	6,5834	1,3831	2271,4	41055,0	723
724	524176	379503424	26,9072	8,9794	6,5848	1,3812	2274,5	41168,7	724
725	525625	381078125	26,9258	8,9835	6,5862	1,3793	2277,7	41282,5	725
726	527076	382657176	26,9444	8,9876	6,5876	1,3774	2280,8	41396,5	726
727	528529	384240583	26,9629	8,9918	6,5889	1,3755	2283,9	41510,6	727
728	529984	385828352	26,9815	8,9959	6,5903	1,3736	2287,1	41624,8	728
729	531441	387420489	27,0000	9,0000	6,5917	1,3717	2290,2	41739,3	729
730	532900	389017000	27,0185	9,0041	6,5930	1,3699	2293,4	41853,9	730
731	534361	390617891	27,0370	9,0082	6,5944	1,3680	2296,5	41968,6	731
732	535824	392223168	27,0555	9,0123	6,5958	1,3661	2299,6	42083,5	732
733	537289	393832837	27,0740	9,0164	6,5972	1,3643	2302,8	42198,6	733
734	538756	395446904	27,0924	9,0205	6,5985	1,3624	2305,9	42313,8	734
735	540225	397065375	27,1109	9,0246	6,5999	1,3605	2309,1	42429,3	735
736	541696	398688256	27,1293	9,0287	6,6012	1,3587	2312,2	42544,7	736
737	543169	400315553	27,1477	9,0328	6,6026	1,3569	2315,4	42660,4	737
738	544644	401947272	27,1662	9,0369	6,6039	1,3550	2318,5	42776,2	738
739	546121	403583419	27,1846	9,0410	6,6053	1,3532	2321,6	42892,2	739
740	547600	405224000	27,2029	9,0450	6,6067	1,3514	2324,8	43008,4	740
741	549081	406869021	27,2213	9,0491	6,6080	1,3495	2327,9	43124,7	741
742	550564	408518488	27,2397	9,0532	6,6094	1,3477	2331,1	43241,2	742
743	552049	410172407	27,2580	9,0572	6,6107	1,3459	2334,2	43357,8	743
744	553536	411830784	27,2764	9,0613	6,6120	1,3441	2337,3	43474,6	744
745	555025	413493625	27,2947	9,0654	6,6134	1,3423	2340,5	43591,6	745
746	556516	415160936	27,3130	9,0694	6,6147	1,3405	2343,6	43708,7	746
747	558009	416832723	27,3313	9,0735	6,6161	1,3387	2346,8	43825,9	747
748	559504	418508992	27,3496	9,0775	6,6174	1,3369	2349,9	43943,3	748
749	561001	420189749	27,3679	9,0816	6,6187	1,3351	2353,1	44060,9	749
750	562500	421875000	27,3861	9,0856	6,6201	1,3333	2356,2	44178,6	750

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
750	562500	421875000	27,3861	9,0856	6,6201	1,3333	2356,2	441786	750
751	564001	423564751	27,4044	9,0896	6,6214	1,3316	2359,3	442965	751
752	565504	425259008	27,4226	9,0937	6,6227	1,3298	2362,5	444146	752
753	567009	426957777	27,4408	9,0977	6,6241	1,3280	2365,6	445328	753
754	568516	428661064	27,4591	9,1017	6,6254	1,3263	2368,8	446511	754
755	570025	430368875	27,4773	9,1057	6,6267	1,3245	2371,9	447697	755
756	571536	432081216	27,4955	9,1098	6,6280	1,3228	2375,0	448883	756
757	573049	433798093	27,5136	9,1138	6,6294	1,3210	2378,2	450072	757
758	574564	435519512	27,5318	9,1178	6,6307	1,3193	2381,3	451262	758
759	576081	437245479	27,5500	9,1218	6,6320	1,3175	2384,5	452453	759
760	577600	438976000	27,5681	9,1258	6,6333	1,3158	2387,6	453646	760
761	579121	440711081	27,5862	9,1298	6,6346	1,3141	2390,8	454841	761
762	580644	442450728	27,6043	9,1338	6,6360	1,3123	2393,9	456037	762
763	582169	444194947	27,6225	9,1378	6,6373	1,3106	2397,0	457234	763
764	583696	445943744	27,6405	9,1418	6,6386	1,3089	2400,2	458434	764
765	585225	447697125	27,6586	9,1458	6,6399	1,3072	2403,3	459635	765
766	586756	449455096	27,6767	9,1498	6,6412	1,3055	2406,5	460837	766
767	588289	451217663	27,6948	9,1537	6,6425	1,3038	2409,6	462041	767
768	589824	452984832	27,7128	9,1577	6,6438	1,3021	2412,7	463247	768
769	591361	454756609	27,7308	9,1617	6,6451	1,3004	2415,9	464454	769
770	592900	456533000	27,7489	9,1657	6,6464	1,2987	2419,0	465663	770
771	594441	458314011	27,7669	9,1696	6,6477	1,2970	2422,2	466873	771
772	595984	460099648	27,7849	9,1736	6,6490	1,2953	2425,3	468085	772
773	597529	461889917	27,8029	9,1775	6,6503	1,2937	2428,5	469298	773
774	599076	463684824	27,8209	9,1815	6,6516	1,2920	2431,6	470513	774
775	600625	465484375	27,8388	9,1855	6,6529	1,2903	2434,7	471730	775
776	602176	467288576	27,8568	9,1894	6,6542	1,2887	2437,9	472948	776
777	603729	469097433	27,8747	9,1933	6,6554	1,2870	2441,0	474168	777
778	605284	470910952	27,8927	9,1973	6,6567	1,2854	2444,2	475389	778
779	606841	472729139	27,9106	9,2012	6,6580	1,2837	2447,3	476612	779
780	608400	474552000	27,9285	9,2052	6,6593	1,2821	2450,4	477836	780
781	609961	476379541	27,9464	9,2091	6,6606	1,2804	2453,6	479062	781
782	611524	478211768	27,9643	9,2130	6,6619	1,2788	2456,7	480290	782
783	613089	480048687	27,9821	9,2170	6,6631	1,2771	2459,9	481519	783
784	614656	481890304	28,0000	9,2209	6,6644	1,2755	2463,0	482750	784
785	616225	483736625	28,0179	9,2248	6,6657	1,2739	2466,2	483982	785
786	617796	485587656	28,0357	9,2287	6,6670	1,2723	2469,3	485216	786
787	619369	487443403	28,0535	9,2326	6,6682	1,2707	2472,4	486451	787
788	620944	489303872	28,0713	9,2365	6,6695	1,2690	2475,6	487688	788
789	622521	491169069	28,0891	9,2404	6,6708	1,2674	2478,7	488927	789
790	624100	493039000	28,1069	9,2443	6,6720	1,2658	2481,9	490167	790
791	625681	494913671	28,1247	9,2482	6,6733	1,2642	2485,0	491409	791
792	627264	496793088	28,1425	9,2521	6,6746	1,2626	2488,1	492652	792
793	628849	498677257	28,1603	9,2560	6,6758	1,2610	2491,3	493897	793
794	630436	500566184	28,1780	9,2599	6,6771	1,2595	2494,4	495143	794
795	632025	502459875	28,1957	9,2638	6,6783	1,2579	2497,6	496391	795
796	633616	504358336	28,2135	9,2677	6,6796	1,2563	2500,7	497641	796
797	635209	506261573	28,2312	9,2716	6,6809	1,2547	2503,8	498892	797
798	636804	508169592	28,2489	9,2754	6,6821	1,2531	2507,0	500145	798
799	638401	510082399	28,2666	9,2793	6,6834	1,2516	2510,1	501399	799
800	640000	512000000	28,2843	9,2832	6,6846	1,2500	2513,3	502655	800

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
800	640000	512000000	28,2843	9,2832	6,6846	1,2500	2513,3	502655	800
801	641601	513922401	28,3019	9,2870	6,6859	1,2484	2516,4	503912	801
802	643204	515849608	28,3196	9,2909	6,6871	1,2469	2519,6	505171	802
803	644809	517781627	28,3373	9,2948	6,6884	1,2453	2522,7	506432	803
804	646416	519718464	28,3549	9,2986	6,6896	1,2438	2525,8	507694	804
805	648025	521660125	28,3725	9,3025	6,6908	1,2422	2529,0	508958	805
806	649636	523606616	28,3901	9,3063	6,6921	1,2407	2532,1	510223	806
807	651249	525557943	28,4077	9,3102	6,6933	1,2392	2535,3	511490	807
808	652864	527514112	28,4253	9,3140	6,6946	1,2376	2538,4	512758	808
809	654481	529475129	28,4429	9,3179	6,6958	1,2361	2541,5	514028	809
810	656100	531441000	28,4605	9,3217	6,6970	1,2346	2544,7	515300	810
811	657721	533411731	28,4781	9,3255	6,6983	1,2331	2547,8	516573	811
812	659344	535387328	28,4956	9,3294	6,6995	1,2315	2551,0	517848	812
813	660969	537367797	28,5132	9,3332	6,7007	1,2300	2554,1	519124	813
814	662596	539353144	28,5307	9,3370	6,7020	1,2285	2557,3	520402	814
815	664225	541343375	28,5482	9,3408	6,7032	1,2270	2560,4	521681	815
816	665856	543338496	28,5657	9,3447	6,7044	1,2255	2563,5	522962	816
817	667489	545338513	28,5832	9,3485	6,7056	1,2240	2566,7	524245	817
818	669124	547343432	28,6007	9,3523	6,7069	1,2225	2569,8	525529	818
819	670761	549353259	28,6182	9,3561	6,7081	1,2210	2573,0	526814	819
820	672400	551368000	28,6356	9,3599	6,7093	1,2195	2576,1	528102	820
821	674041	553387661	28,6531	9,3637	6,7105	1,2180	2579,2	529391	821
822	675684	555412248	28,6705	9,3675	6,7117	1,2166	2582,4	530681	822
823	677329	557441767	28,6880	9,3713	6,7130	1,2151	2585,5	531973	823
824	678976	559476224	28,7054	9,3751	6,7142	1,2136	2588,7	533267	824
825	680625	561515625	28,7228	9,3789	6,7154	1,2121	2591,8	534562	825
826	682276	563559976	28,7402	9,3827	6,7166	1,2107	2595,0	535858	826
827	683929	565609283	28,7576	9,3865	6,7178	1,2092	2598,1	537157	827
828	685584	567663552	28,7750	9,3902	6,7190	1,2077	2601,2	538456	828
829	687241	569722789	28,7924	9,3940	6,7202	1,2063	2604,4	539758	829
830	688900	571787000	28,8097	9,3978	6,7214	1,2048	2607,5	541061	830
831	690561	573856191	28,8271	9,4016	6,7226	1,2034	2610,7	542365	831
832	692224	575930368	28,8444	9,4053	6,7238	1,2019	2613,8	543671	832
833	693889	578009537	28,8617	9,4091	6,7250	1,2005	2616,9	544979	833
834	695556	580093704	28,8791	9,4129	6,7262	1,1990	2620,1	546288	834
835	697225	582182875	28,8964	9,4166	6,7274	1,1976	2623,2	547599	835
836	698896	584277056	28,9137	9,4204	6,7286	1,1962	2626,4	548912	836
837	700569	586376253	28,9310	9,4241	6,7298	1,1947	2629,5	550226	837
838	702244	588480472	28,9482	9,4279	6,7310	1,1933	2632,7	551541	838
839	703921	590589719	28,9655	9,4316	6,7322	1,1919	2635,8	552858	839
840	705600	592704000	28,9828	9,4354	6,7334	1,1905	2638,9	554177	840
841	707281	594823321	29,0000	9,4391	6,7346	1,1891	2642,1	555497	841
842	708964	596947688	29,0172	9,4429	6,7358	1,1877	2645,2	556819	842
843	710649	599077107	29,0345	9,4466	6,7370	1,1862	2648,4	558142	843
844	712336	601211584	29,0517	9,4503	6,7382	1,1848	2651,5	559467	844
845	714025	603351125	29,0689	9,4541	6,7393	1,1834	2654,6	560794	845
846	715716	605495736	29,0861	9,4578	6,7405	1,1820	2657,8	562122	846
847	717409	607645423	29,1033	9,4615	6,7417	1,1806	2660,9	563452	847
848	719104	609800192	29,1204	9,4652	6,7429	1,1793	2664,1	564783	848
849	720801	611960049	29,1376	9,4690	6,7441	1,1779	2667,2	566116	849
850	722500	614125000	29,1548	9,4727	6,7452	1,1765	2670,4	567450	850

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
850	722500	614125000	29,1548	9,4727	6,7452	1,1765	2670,4	567450	850
851	724201	616295051	29,1719	9,4764	6,7464	1,1751	2673,5	568786	851
852	725904	618470208	29,1890	9,4801	6,7476	1,1737	2676,6	570124	852
853	727609	620650477	29,2062	9,4838	6,7488	1,1723	2679,8	571463	853
854	729316	622835864	29,2233	9,4875	6,7499	1,1710	2682,9	572803	854
855	731025	625026375	29,2404	9,4912	6,7511	1,1696	2686,1	574146	855
856	732736	627222016	29,2575	9,4949	6,7523	1,1682	2689,2	575490	856
857	734449	629422793	29,2746	9,4986	6,7534	1,1669	2692,3	576835	857
858	736164	631628712	29,2916	9,5023	6,7546	1,1655	2695,5	578182	858
859	737881	633839779	29,3087	9,5060	6,7558	1,1641	2698,6	579530	859
860	739600	636056000	29,3258	9,5097	6,7569	1,1628	2701,8	580880	860
861	741321	638277381	29,3428	9,5134	6,7581	1,1614	2704,9	582232	861
862	743044	640503928	29,3598	9,5171	6,7593	1,1601	2708,1	583585	862
863	744769	642735647	29,3769	9,5207	6,7604	1,1588	2711,2	584940	863
864	746496	644972544	29,3939	9,5244	6,7616	1,1574	2714,3	586297	864
865	748225	647214625	29,4109	9,5281	6,7627	1,1561	2717,5	587655	865
866	749956	649461896	29,4279	9,5317	6,7639	1,1547	2720,6	589014	866
867	751689	651714363	29,4449	9,5354	6,7650	1,1534	2723,8	590375	867
868	753424	653972032	29,4618	9,5391	6,7662	1,1521	2726,9	591738	868
869	755161	656234909	29,4788	9,5427	6,7673	1,1508	2730,0	593102	869
870	756900	658503000	29,4958	9,5464	6,7685	1,1494	2733,2	594468	870
871	758641	660776311	29,5127	9,5501	6,7696	1,1481	2736,3	595835	871
872	760384	663054848	29,5296	9,5537	6,7708	1,1468	2739,5	597204	872
873	762129	665338617	29,5466	9,5574	6,7719	1,1455	2742,6	598575	873
874	763876	667627624	29,5635	9,5610	6,7731	1,1442	2745,8	599947	874
875	765625	669921875	29,5804	9,5647	6,7742	1,1429	2748,9	601320	875
876	767376	672221376	29,5973	9,5683	6,7754	1,1416	2752,0	602696	876
877	769129	674526133	29,6142	9,5719	6,7765	1,1403	2755,2	604073	877
878	770884	676836152	29,6311	9,5756	6,7777	1,1390	2758,3	605451	878
879	772641	679151439	29,6479	9,5792	6,7788	1,1377	2761,5	606831	879
880	774400	681472000	29,6648	9,5828	6,7799	1,1364	2764,6	608212	880
881	776161	683797841	29,6816	9,5865	6,7811	1,1351	2767,7	609595	881
882	777924	686128968	29,6985	9,5901	6,7822	1,1338	2770,9	610980	882
883	779689	688465387	29,7153	9,5937	6,7833	1,1325	2774,0	612366	883
884	781456	690807104	29,7321	9,5973	6,7845	1,1312	2777,2	613754	884
885	783225	693154125	29,7489	9,6010	6,7856	1,1299	2780,3	615143	885
886	784996	695506456	29,7658	9,6046	6,7867	1,1287	2783,5	616534	886
887	786769	697864103	29,7825	9,6082	6,7878	1,1274	2786,6	617927	887
888	788544	700227072	29,7993	9,6118	6,7890	1,1261	2789,7	619321	888
889	790321	702595369	29,8161	9,6154	6,7901	1,1249	2792,9	620717	889
890	792100	704969000	29,8329	9,6190	6,7912	1,1236	2796,0	622114	890
891	793881	707347971	29,8496	9,6226	6,7923	1,1223	2799,2	623513	891
892	795664	709732288	29,8664	9,6262	6,7935	1,1211	2802,3	624913	892
893	797449	712121957	29,8831	9,6298	6,7946	1,1198	2805,4	626315	893
894	799236	714516984	29,8998	9,6334	6,7957	1,1186	2808,6	627718	894
895	801025	716917375	29,9166	9,6370	6,7968	1,1173	2811,7	629124	895
896	802816	719323136	29,9333	9,6406	6,7979	1,1161	2814,9	630530	896
897	804609	721734273	29,9500	9,6442	6,7991	1,1148	2818,0	631938	897
898	806404	724150792	29,9666	9,6477	6,8002	1,1136	2821,2	633348	898
899	808201	726572699	29,9833	9,6513	6,8013	1,1124	2824,3	634760	899
900	810000	729000000	30,0000	9,6549	6,8024	1,1111	2827,4	636173	900

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
900	810000	729000000	30,0000	9,6549	6,8024	1,1111	2827,4	636173	900
901	811801	731432701	30,0167	9,6585	6,8035	1,1099	2830,6	637587	901
902	813604	733870808	30,0333	9,6620	6,8046	1,1087	2833,7	639003	902
903	815409	736314327	30,0500	9,6656	6,8057	1,1074	2836,9	640421	903
904	817216	738763264	30,0666	9,6692	6,8068	1,1062	2840,0	641840	904
905	819025	741217625	30,0832	9,6727	6,8079	1,1050	2843,1	643261	905
906	820836	743677416	30,0998	9,6763	6,8090	1,1038	2846,3	644683	906
907	822649	746142643	30,1164	9,6799	6,8101	1,1025	2849,4	646107	907
908	824464	748613312	30,1330	9,6834	6,8112	1,1013	2852,6	647533	908
909	826281	751089429	30,1496	9,6870	6,8124	1,1001	2855,7	648960	909
910	828100	753571000	30,1662	9,6905	6,8134	1,0989	2858,8	650388	910
911	829921	756058031	30,1828	9,6941	6,8145	1,0977	2862,0	651818	911
912	831744	758550528	30,1993	9,6976	6,8156	1,0965	2865,1	653250	912
913	833569	761048497	30,2159	9,7012	6,8167	1,0953	2868,3	654684	913
914	835396	763551944	30,2324	9,7047	6,8178	1,0941	2871,4	656118	914
915	837225	766060875	30,2490	9,7082	6,8189	1,0929	2874,6	657555	915
916	839056	768575296	30,2655	9,7118	6,8200	1,0917	2877,7	658993	916
917	840889	771095213	30,2820	9,7153	6,8211	1,0905	2880,8	660433	917
918	842724	773620632	30,2985	9,7188	6,8222	1,0893	2884,0	661874	918
919	844561	776151559	30,3150	9,7224	6,8233	1,0881	2887,1	663317	919
920	846400	778688000	30,3315	9,7259	6,8244	1,0870	2890,3	664761	920
921	848241	781229961	30,3480	9,7294	6,8255	1,0858	2893,4	666207	921
922	850084	783777448	30,3645	9,7329	6,8266	1,0846	2896,5	667654	922
923	851929	786330467	30,3809	9,7364	6,8276	1,0834	2899,7	669103	923
924	853776	788889024	30,3974	9,7400	6,8287	1,0823	2902,8	670554	924
925	855625	791453125	30,4138	9,7435	6,8298	1,0811	2906,0	672006	925
926	857476	794022776	30,4302	9,7470	6,8309	1,0799	2909,1	673460	926
927	859329	796597983	30,4467	9,7505	6,8320	1,0788	2912,3	674915	927
928	861184	799178752	30,4631	9,7540	6,8330	1,0776	2915,4	676372	928
929	863041	801765089	30,4795	9,7575	6,8341	1,0764	2918,5	677831	929
930	864900	804357000	30,4959	9,7610	6,8352	1,0753	2921,7	679291	930
931	866761	806954491	30,5123	9,7645	6,8363	1,0741	2924,8	680752	931
932	868624	809557568	30,5287	9,7680	6,8373	1,0730	2928,0	682216	932
933	870489	812166237	30,5450	9,7715	6,8384	1,0718	2931,1	683680	933
934	872356	814780504	30,5614	9,7750	6,8395	1,0707	2934,2	685147	934
935	874225	817400375	30,5778	9,7785	6,8406	1,0695	2937,4	686615	935
936	876096	820025856	30,5941	9,7819	6,8416	1,0684	2940,5	688084	936
937	877969	822656953	30,6105	9,7854	6,8427	1,0672	2943,7	689555	937
938	879844	825293672	30,6268	9,7889	6,8438	1,0661	2946,8	691028	938
939	881721	827936019	30,6431	9,7924	6,8448	1,0650	2950,0	692502	939
940	883600	830584000	30,6594	9,7959	6,8459	1,0638	2953,1	693978	940
941	885481	833237621	30,6757	9,7993	6,8469	1,0627	2956,2	695455	941
942	887364	835896888	30,6920	9,8028	6,8480	1,0616	2959,4	696934	942
943	889249	838561807	30,7083	9,8063	6,8491	1,0605	2962,5	698415	943
944	891136	841232384	30,7246	9,8097	6,8501	1,0593	2965,7	699897	944
945	893025	843908625	30,7409	9,8132	6,8512	1,0582	2968,8	701380	945
946	894916	846590536	30,7571	9,8167	6,8522	1,0571	2971,9	702865	946
947	896809	849278123	30,7734	9,8201	6,8533	1,0560	2975,1	704352	947
948	898704	851971392	30,7896	9,8236	6,8544	1,0549	2978,2	705840	948
949	900601	854670349	30,8058	9,8270	6,8554	1,0537	2981,4	707330	949
950	902500	857375000	30,8221	9,8305	6,8565	1,0526	2984,5	708822	950

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
950	902500	857375000	30,8221	9,8305	6,8565	1,0526	2984,5	708822	950
951	904401	860085351	30,8383	9,8339	6,8575	1,0515	2987,7	710315	951
952	906304	862801408	30,8545	9,8374	6,8586	1,0504	2990,8	711809	952
953	908209	865523177	30,8707	9,8408	6,8596	1,0493	2993,9	713306	953
954	910116	868250664	30,8869	9,8443	6,8607	1,0482	2997,1	714803	954
955	912025	870983875	30,9031	9,8477	6,8617	1,0471	3000,2	716303	955
956	913936	873722816	30,9192	9,8511	6,8628	1,0460	3003,4	717804	956
957	915849	876467493	30,9354	9,8546	6,8638	1,0449	3006,5	719306	957
958	917764	879217912	30,9516	9,8580	6,8649	1,0438	3009,6	720810	958
959	919681	881974079	30,9677	9,8614	6,8659	1,0428	3012,8	722316	959
960	921600	884736000	30,9839	9,8648	6,8669	1,0417	3015,9	723823	960
961	923521	887503681	31,0000	9,8683	6,8680	1,0406	3019,1	725332	961
962	925444	890277128	31,0161	9,8717	6,8690	1,0395	3022,2	726842	962
963	927369	893056347	31,0323	9,8751	6,8701	1,0384	3025,4	728354	963
964	929296	895841344	31,0483	9,8785	6,8711	1,0373	3028,5	729867	964
965	931225	898632125	31,0644	9,8819	6,8721	1,0363	3031,6	731382	965
966	933156	901428696	31,0805	9,8854	6,8732	1,0352	3034,8	732899	966
967	935089	904231063	31,0966	9,8888	6,8742	1,0341	3037,9	734417	967
968	937024	907039232	31,1127	9,8922	6,8752	1,0331	3041,1	735937	968
969	938961	909853209	31,1288	9,8956	6,8763	1,0320	3044,2	737458	969
970	940900	912673000	31,1448	9,8990	6,8773	1,0309	3047,3	738981	970
971	942841	915498611	31,1609	9,9024	6,8783	1,0299	3050,5	740506	971
972	944784	918330048	31,1769	9,9058	6,8794	1,0288	3053,6	742032	972
973	946729	921167317	31,1929	9,9092	6,8804	1,0278	3056,8	743559	973
974	948676	924010424	31,2090	9,9126	6,8814	1,0267	3059,9	745088	974
975	950625	926859375	31,2250	9,9160	6,8824	1,0256	3063,1	746619	975
976	952576	929714176	31,2410	9,9194	6,8835	1,0246	3066,2	748151	976
977	954529	932574833	31,2570	9,9227	6,8845	1,0235	3069,3	749685	977
978	956484	935441352	31,2730	9,9261	6,8855	1,0225	3072,5	751221	978
979	958441	938313739	31,2890	9,9295	6,8865	1,0215	3075,6	752758	979
980	960400	941192000	31,3050	9,9329	6,8876	1,0204	3078,8	754296	980
981	962361	944076141	31,3209	9,9363	6,8886	1,0194	3081,9	755837	981
982	964324	946966688	31,3369	9,9396	6,8896	1,0183	3085,0	757378	982
983	966289	949862087	31,3528	9,9430	6,8906	1,0173	3088,2	758922	983
984	968256	952763904	31,3688	9,9464	6,8916	1,0163	3091,3	760466	984
985	970225	955671625	31,3847	9,9497	6,8926	1,0152	3094,5	762013	985
986	972196	958585256	31,4006	9,9531	6,8937	1,0142	3097,6	763561	986
987	974169	961504803	31,4166	9,9565	6,8947	1,0132	3100,8	765111	987
988	976144	964430272	31,4325	9,9598	6,8957	1,0122	3103,9	766662	988
989	978121	967361669	31,4484	9,9632	6,8967	1,0111	3107,0	768214	989
990	980100	970299000	31,4643	9,9666	6,8977	1,0101	3110,2	769769	990
991	982081	973242271	31,4802	9,9699	6,8987	1,0091	3113,3	771325	991
992	984064	976191488	31,4960	9,9733	6,8997	1,0081	3116,5	772882	992
993	986049	979146657	31,5119	9,9766	6,9007	1,0071	3119,6	774441	993
994	988036	982107784	31,5278	9,9800	6,9017	1,0060	3122,7	776002	994
995	990025	985074875	31,5436	9,9833	6,9027	1,0050	3125,9	777564	995
996	992016	988047936	31,5595	9,9866	6,9038	1,0040	3129,0	779128	996
997	994009	991026973	31,5753	9,9900	6,9048	1,0030	3132,2	780693	997
998	996004	994011992	31,5911	9,9933	6,9058	1,0020	3135,3	782260	998
999	998001	997002999	31,6070	9,9967	6,9068	1,0010	3138,5	783828	999

XIV. ТАБЛИЦА ТРИГОНОМЕТРИСКЕ ФУНКЦИЈЕ

Степен	Sinus							
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	
0	0,00000	0,00291	0,00582	0,00873	0,01164	0,01454	0,01745	89
1	0,01745	0,02036	0,02327	0,02618	0,02908	0,03199	0,03490	88
2	0,03490	0,03781	0,04071	0,04362	0,04653	0,04943	0,05234	87
3	0,05234	0,05524	0,05814	0,06105	0,06395	0,06685	0,06976	86
4	0,06976	0,07266	0,07556	0,07846	0,08136	0,08426	0,08716	85
5	0,08716	0,09005	0,09295	0,09585	0,09874	0,10164	0,10453	84
6	0,10453	0,10742	0,11031	0,11320	0,11609	0,11898	0,12187	83
7	0,12187	0,12476	0,12764	0,13053	0,13341	0,13629	0,13917	82
8	0,13917	0,14205	0,14493	0,14781	0,15069	0,15356	0,15643	81
9	0,15643	0,15931	0,16218	0,16505	0,16792	0,17078	0,17365	80
10	0,17365	0,17651	0,17937	0,18224	0,18509	0,18795	0,19081	79
11	0,19081	0,19366	0,19652	0,19937	0,20222	0,20507	0,20791	78
12	0,20791	0,21076	0,21360	0,21644	0,21928	0,22212	0,22495	77
13	0,22495	0,22778	0,23062	0,23345	0,23627	0,23910	0,24192	76
14	0,24192	0,24474	0,24756	0,25038	0,25320	0,25601	0,25882	75
15	0,25882	0,26163	0,26443	0,26724	0,27004	0,27284	0,27564	74
16	0,27564	0,27843	0,28123	0,28402	0,28680	0,28959	0,29237	73
17	0,29237	0,29515	0,29793	0,30071	0,30348	0,30625	0,30902	72
18	0,30902	0,31178	0,31454	0,31730	0,32006	0,32282	0,32557	71
19	0,32557	0,32832	0,33106	0,33381	0,33655	0,33929	0,34202	70
20	0,34202	0,34475	0,34748	0,35021	0,35293	0,35565	0,35837	69
21	0,35837	0,36108	0,36379	0,36650	0,36921	0,37191	0,37461	68
22	0,37461	0,37730	0,37999	0,38268	0,38537	0,38805	0,39073	67
23	0,39073	0,39341	0,39608	0,39875	0,40142	0,40408	0,40674	66
24	0,40674	0,40939	0,41204	0,41469	0,41734	0,41998	0,42262	65
25	0,42262	0,42525	0,42788	0,43051	0,43313	0,43575	0,43837	64
26	0,43837	0,44098	0,44359	0,44620	0,44880	0,45140	0,45399	63
27	0,45399	0,45658	0,45917	0,46175	0,46433	0,46690	0,46947	62
28	0,46947	0,47204	0,47460	0,47716	0,47971	0,48226	0,48481	61
29	0,48481	0,48735	0,48989	0,49242	0,49495	0,49748	0,50000	60
30	0,50000	0,50252	0,50503	0,50754	0,51004	0,51254	0,51504	59
31	0,51504	0,51753	0,52002	0,52250	0,52498	0,52745	0,52992	58
32	0,52992	0,53238	0,53484	0,53730	0,53975	0,54220	0,54464	57
33	0,54464	0,54708	0,54951	0,55194	0,55436	0,55678	0,55919	56
34	0,55919	0,56160	0,56401	0,56641	0,56880	0,57119	0,57358	55
35	0,57358	0,57596	0,57833	0,58070	0,58307	0,58543	0,58779	54
36	0,58779	0,59014	0,59248	0,59482	0,59716	0,59949	0,60182	53
37	0,60182	0,60414	0,60645	0,60876	0,61107	0,61337	0,61566	52
38	0,61566	0,61795	0,62024	0,62251	0,62479	0,62706	0,62932	51
39	0,62932	0,63158	0,63383	0,63608	0,63832	0,64056	0,64279	50
40	0,64279	0,64501	0,64723	0,64945	0,65166	0,65386	0,65606	49
41	0,65606	0,65825	0,66044	0,66262	0,66480	0,66697	0,66913	48
42	0,66913	0,67129	0,67344	0,67559	0,67773	0,67987	0,68200	47
43	0,68200	0,68412	0,68624	0,68835	0,69046	0,69256	0,69466	46
44	0,69466	0,69675	0,69883	0,70091	0,70298	0,70505	0,70711	45
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	Степен
Cosinus								

Тригонометриске функције (наставак)

Степен	Cosinus							Степен
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	
0	1,00000	1,00000	0,99998	0,99996	0,99993	0,99989	0,99985	89
1	0,99985	0,99979	0,99973	0,99966	0,99958	0,99949	0,99939	88
2	0,99939	0,99929	0,99917	0,99905	0,99892	0,99878	0,99863	87
3	0,99863	0,99847	0,99831	0,99813	0,99795	0,99776	0,99756	86
4	0,99756	0,99736	0,99714	0,99692	0,99668	0,99644	0,99619	85
5	0,99619	0,99594	0,99567	0,99540	0,99511	0,99482	0,99452	84
6	0,99452	0,99421	0,99390	0,99357	0,99324	0,99290	0,99255	83
7	0,99255	0,99219	0,99182	0,99144	0,99106	0,99067	0,99027	82
8	0,99027	0,98986	0,98944	0,98902	0,98858	0,98814	0,98769	81
9	0,98769	0,98723	0,98676	0,98629	0,98580	0,98531	0,98481	80
10	0,98481	0,98430	0,98378	0,98325	0,98272	0,98218	0,98163	79
11	0,98163	0,98107	0,98050	0,97992	0,97934	0,97875	0,97815	78
12	0,97815	0,97754	0,97692	0,97630	0,97566	0,97502	0,97437	77
13	0,97437	0,97371	0,97304	0,97237	0,97169	0,97100	0,97030	76
14	0,97030	0,96959	0,96887	0,96815	0,96742	0,96667	0,96593	75
15	0,96593	0,96517	0,96440	0,96363	0,96285	0,96206	0,96126	74
16	0,96126	0,96046	0,95964	0,95882	0,95799	0,95715	0,95630	73
17	0,95630	0,95545	0,95459	0,95372	0,95284	0,95195	0,95106	72
18	0,95106	0,95015	0,94924	0,94832	0,94740	0,94646	0,94552	71
19	0,94552	0,94457	0,94361	0,94264	0,94167	0,94068	0,93969	70
20	0,93969	0,93869	0,93769	0,93667	0,93565	0,93462	0,93358	69
21	0,93358	0,93253	0,93148	0,93042	0,92935	0,92827	0,92718	68
22	0,92718	0,92609	0,92499	0,92388	0,92276	0,92164	0,92050	67
23	0,92050	0,91936	0,91822	0,91706	0,91590	0,91472	0,91355	66
24	0,91355	0,91236	0,91116	0,90996	0,90875	0,90753	0,90631	65
25	0,90631	0,90507	0,90383	0,90259	0,90133	0,90007	0,89879	64
26	0,89879	0,89752	0,89623	0,89493	0,89363	0,89232	0,89101	63
27	0,89101	0,88968	0,88835	0,88701	0,88566	0,88431	0,88295	62
28	0,88295	0,88158	0,88020	0,87882	0,87743	0,87603	0,87462	61
29	0,87462	0,87321	0,87178	0,87036	0,86892	0,86748	0,86603	60
30	0,86603	0,86457	0,86310	0,86163	0,86015	0,85866	0,85717	59
31	0,85717	0,85567	0,85416	0,85264	0,85112	0,84959	0,84805	58
32	0,84805	0,84650	0,84495	0,84339	0,84182	0,84025	0,83867	57
33	0,83867	0,83708	0,83549	0,83389	0,83228	0,83066	0,82904	56
34	0,82904	0,82741	0,82577	0,82413	0,82248	0,82082	0,81915	55
35	0,81915	0,81748	0,81580	0,81412	0,81242	0,81072	0,80902	54
36	0,80902	0,80730	0,80558	0,80386	0,80212	0,80038	0,79864	53
37	0,79864	0,79688	0,79512	0,79335	0,79158	0,78980	0,78801	52
38	0,78801	0,78622	0,78442	0,78261	0,78079	0,77897	0,77715	51
39	0,77715	0,77531	0,77347	0,77162	0,76977	0,76791	0,76604	50
40	0,76604	0,76417	0,76229	0,76041	0,75851	0,75661	0,75471	49
41	0,75471	0,75280	0,75088	0,74896	0,74703	0,74509	0,74314	48
42	0,74314	0,74120	0,73924	0,73728	0,73531	0,73333	0,73135	47
43	0,73135	0,72937	0,72737	0,72537	0,72337	0,72136	0,71934	46
44	0,71934	0,71732	0,71529	0,71325	0,71121	0,70916	0,70711	45
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	
	Sinus							

Тригонометриске функције (наставак)

Crenen	Tangens							
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	
0	0,00000	0,00291	0,00582	0,00873	0,01164	0,01455	0,01746	89
1	0,01746	0,02036	0,02328	0,02619	0,02910	0,03201	0,03492	88
2	0,03492	0,03783	0,04075	0,04366	0,04658	0,04949	0,05241	87
3	0,05241	0,05533	0,05824	0,06116	0,06408	0,06700	0,06993	86
4	0,06993	0,07285	0,07578	0,07870	0,08163	0,08456	0,08749	85
5	0,08749	0,09042	0,09335	0,09629	0,09923	0,10216	0,10510	84
6	0,10510	0,10805	0,11099	0,11394	0,11688	0,11983	0,12278	83
7	0,12278	0,12574	0,12869	0,13165	0,13461	0,13758	0,14054	82
8	0,14054	0,14351	0,14648	0,14945	0,15243	0,15540	0,15838	81
9	0,15838	0,16137	0,16435	0,16734	0,17033	0,17333	0,17633	80
10	0,17633	0,17933	0,18233	0,18534	0,18835	0,19136	0,19438	79
11	0,19438	0,19740	0,20042	0,20345	0,20648	0,20952	0,21256	78
12	0,21256	0,21560	0,21864	0,22169	0,22475	0,22781	0,23087	77
13	0,23087	0,23393	0,23700	0,24008	0,24316	0,24624	0,24933	76
14	0,24933	0,25242	0,25552	0,25862	0,26172	0,26483	0,26795	75
15	0,26795	0,27107	0,27419	0,27732	0,28046	0,28360	0,28675	74
16	0,28675	0,28990	0,29305	0,29621	0,29938	0,30255	0,30573	73
17	0,30573	0,30891	0,31210	0,31530	0,31850	0,32171	0,32492	72
18	0,32492	0,32814	0,33136	0,33460	0,33783	0,34108	0,34433	71
19	0,34433	0,34758	0,35085	0,35412	0,35740	0,36068	0,36397	70
20	0,36397	0,36727	0,37057	0,37388	0,37720	0,38053	0,38386	69
21	0,38386	0,38721	0,39055	0,39391	0,39727	0,40065	0,40403	68
22	0,40403	0,40741	0,41081	0,41421	0,41763	0,42105	0,42447	67
23	0,42447	0,42791	0,43136	0,43481	0,43828	0,44175	0,44523	66
24	0,44523	0,44872	0,45222	0,45573	0,45924	0,46277	0,46631	65
25	0,46631	0,46985	0,47341	0,47698	0,48055	0,48414	0,48773	64
26	0,48773	0,49134	0,49495	0,49858	0,50222	0,50587	0,50953	63
27	0,50953	0,51320	0,51688	0,52057	0,52427	0,52798	0,53171	62
28	0,53171	0,53545	0,53920	0,54296	0,54673	0,55051	0,55431	61
29	0,55431	0,55812	0,56194	0,56577	0,56962	0,57348	0,57735	60
30	0,57735	0,58124	0,58513	0,58905	0,59297	0,59691	0,60086	59
31	0,60086	0,60483	0,60881	0,61280	0,61681	0,62083	0,62487	58
32	0,62487	0,62892	0,63299	0,63707	0,64117	0,64528	0,64941	57
33	0,64941	0,65355	0,65771	0,66189	0,66608	0,67028	0,67451	56
34	0,67451	0,67875	0,68301	0,68728	0,69157	0,69588	0,70021	55
35	0,70021	0,70455	0,70891	0,71329	0,71769	0,72211	0,72654	54
36	0,72654	0,73100	0,73547	0,73996	0,74447	0,74900	0,75355	53
37	0,75355	0,75812	0,76272	0,76733	0,77196	0,77661	0,78129	52
38	0,78129	0,78598	0,79070	0,79544	0,80020	0,80498	0,80978	51
39	0,80978	0,81461	0,81946	0,82434	0,82923	0,83415	0,83910	50
40	0,83910	0,84407	0,84906	0,85408	0,85912	0,86419	0,86929	49
41	0,86929	0,87441	0,87955	0,88473	0,88992	0,89515	0,90040	48
42	0,90040	0,90569	0,91099	0,91633	0,92170	0,92709	0,93252	47
43	0,93252	0,93797	0,94345	0,94896	0,95451	0,96008	0,96569	46
44	0,96569	0,97133	0,97700	0,98270	0,98843	0,99420	1,00000	45
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	Crenen
	Cotangens							

Тригонометриске функције (наставак)

Степен	Cotangens							
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	
0	∞	343,77371	171,88540	114,58865	85,93979	68,75009	57,28996	89
1	57,28996	49,10388	42,96408	38,18846	34,36777	31,24158	28,63625	88
2	28,63625	26,43160	24,54176	22,90377	21,47040	20,20555	19,08114	87
3	19,08114	18,07498	17,16934	16,34986	15,60478	14,92442	14,30067	86
4	14,30067	13,72674	13,19688	12,70621	12,25051	11,82617	11,43005	85
5	11,43005	11,05943	10,71191	10,38540	10,07803	9,78817	9,51436	84
6	9,51436	9,25530	9,00983	8,77689	8,55555	8,34496	8,14435	83
7	8,14435	7,95302	7,77035	7,59575	7,42871	7,26873	7,11537	82
8	7,11537	6,96823	6,82694	6,69116	6,56055	6,43484	6,31375	81
9	6,31375	6,19703	6,08444	5,97576	5,87080	5,76937	5,67128	80
10	5,67128	5,57638	5,48451	5,39552	5,30928	5,22566	5,14455	79
11	5,14455	5,06584	4,98940	4,91516	4,84300	4,77286	4,70453	78
12	4,70453	4,63825	4,57363	4,51071	4,44942	4,38969	4,33148	77
13	4,33148	4,27471	4,21933	4,16530	4,11256	4,06107	4,01078	76
14	4,01078	3,96165	3,91364	3,86671	3,82083	3,77595	3,73205	75
15	3,73205	3,68909	3,64705	3,60588	3,56557	3,52609	3,48741	74
16	3,48741	3,44951	3,41236	3,37594	3,34023	3,30521	3,27085	73
17	3,27085	3,23714	3,20406	3,17159	3,13972	3,10842	2,07768	72
18	3,07768	3,04749	3,01783	2,98869	2,96004	2,93189	2,90421	71
19	2,90421	2,87700	2,85023	2,82391	2,79802	2,77254	2,74748	70
20	2,74748	2,72281	2,69853	2,67462	2,65109	2,62791	2,60509	69
21	2,60509	2,58261	2,56046	2,53865	2,51715	2,49597	2,47509	68
22	2,47509	2,45451	2,43422	2,41421	2,39449	2,37504	2,35585	67
23	2,35585	2,33693	2,31826	2,29984	2,28167	2,26374	2,24604	66
24	2,24604	2,22857	2,21132	2,19430	2,17749	2,16090	2,14451	65
25	2,14451	2,12832	2,11233	2,09654	2,08094	2,06553	2,05030	64
26	2,05030	2,03526	2,02039	2,00569	1,99116	1,97680	1,96261	63
27	1,96261	1,94858	1,93470	1,92098	1,90741	1,89400	1,88073	62
28	1,88073	1,86768	1,85462	1,84177	1,82906	1,81649	1,80405	61
29	1,80405	1,79174	1,77955	1,76749	1,75556	1,74375	1,73205	60
30	1,73205	1,72047	1,70901	1,69766	1,68643	1,67530	1,66428	59
31	1,66428	1,65337	1,64256	1,63185	1,62125	1,61074	1,60033	58
32	1,60033	1,59002	1,57981	1,56969	1,55966	1,54972	1,53987	57
33	1,53987	1,53010	1,52043	1,51084	1,50133	1,49190	1,48256	56
34	1,48256	1,47330	1,46411	1,45501	1,44598	1,43703	1,42815	55
35	1,42815	1,41934	1,41061	1,40195	1,39336	1,38484	1,37638	54
36	1,37638	1,36800	1,35968	1,35142	1,34323	1,33511	1,32704	53
37	1,32704	1,31904	1,31110	1,30323	1,29541	1,28764	1,27994	52
38	1,27994	1,27230	1,26471	1,25717	1,24969	1,24227	1,23490	51
39	1,23490	1,22758	1,22031	1,21310	1,20593	1,19882	1,19175	50
40	1,19175	1,18474	1,17777	1,17085	1,16398	1,15715	1,15037	49
41	1,15037	1,14363	1,13694	1,13029	1,12369	1,11713	1,11061	48
42	1,11061	1,10414	1,09770	1,09131	1,08496	1,07864	1,07237	47
43	1,07237	1,06613	1,05994	1,05378	1,04766	1,04158	1,03553	46
44	1,03553	1,02952	1,02355	1,01761	1,01170	1,00583	1,00000	45
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	Степен
Tangens								

ТРИГОНОМЕТРИЈСКЕ И ХИПЕРВОЛИЧНЕ ФУНКЦИЈЕ

x	$\sin x$	$\cos x$	$\operatorname{tg} x$	e^x	e^{-x}	$\operatorname{Sh} x$	$\operatorname{Ch} x$	$\operatorname{Th} x$	x°
0,00	0,00000	1,00000	0,00000	1,00000	1,00000	0,00000	1,00000	0,00000	0
01	01000	99995	01000	01005	0,99005	01000	00005	01000	0° 34' 23"
02	02000	99980	02000	02020	98020	02000	00020	02000	1° 08' 45"
03	03000	99955	03001	03045	97045	03000	00045	02999	1° 43' 08"
04	03999	99920	04002	04081	96079	04001	00080	03998	2° 17' 31"
05	04998	99875	05004	05127	95123	05002	00125	04996	2° 51' 53"
06	05996	99820	06007	06184	94176	06004	00180	05993	3° 26' 16"
07	06994	99755	07011	07251	93239	07006	00245	06989	4° 00' 39"
08	07991	99680	08017	08329	92312	08009	00320	07983	4° 35' 01"
09	08988	99595	09024	09417	91393	09012	00405	08976	5° 09' 24"
0,10	0,09983	0,99500	0,10033	1,10517	0,90484	0,10017	1,00500	0,09967	5° 43' 46"
11	10978	99396	11045	11628	89583	11022	00606	10956	6° 18' 09"
12	11971	99281	12058	12750	88692	12029	00721	11943	6° 52' 32"
13	12963	99156	13074	13883	87810	13037	00846	12927	7° 26' 54"
14	13954	99022	14092	15027	86936	14046	00982	13909	8° 01' 17"
15	14944	98877	15114	16183	86071	15056	01127	14889	8° 35' 40"
16	15932	98723	16138	17351	85214	16068	01283	15865	9° 10' 02"
17	16918	98558	17166	18530	84366	17082	01448	16838	9° 44' 25"
18	17903	98384	18197	19722	83527	18097	01624	17808	10° 18' 48"
19	18886	98200	19232	20925	82696	19115	01810	18775	10° 53' 10"
0,20	0,19867	0,98007	0,20271	1,22140	0,81873	0,20134	1,02007	0,19738	11° 27' 33"
21	20846	97803	21314	23368	81058	21155	02213	20697	12° 01' 56"
22	21823	97590	22362	24608	80252	22178	02430	21652	12° 36' 18"
23	22798	97367	23414	25860	79453	23203	02657	22603	13° 10' 41"
24	23770	97134	24472	27125	78663	24231	02894	23550	13° 45' 04"
25	24740	96891	25534	28403	77880	25261	03141	24492	14° 19' 26"
26	25708	96639	26602	29693	77105	26294	03399	25430	14° 53' 49"
27	26673	96377	27676	30996	76338	27329	03667	26362	15° 28' 12"
28	27636	96106	28755	32313	75578	28367	03946	27291	16° 02' 34"
29	28595	95824	29841	33643	74826	29408	04235	28213	16° 36' 57"
0,30	0,29552	0,95534	0,30934	1,34986	0,74082	0,30452	1,04534	0,29131	17° 11' 19"
31	30506	95233	32033	36343	73345	31499	04844	30044	17° 45' 42"
32	31457	94924	33139	37713	72615	32549	05164	30951	18° 20' 05"
33	32404	94604	34252	39097	71892	33602	05495	31852	18° 54' 27"
34	33349	94275	35374	40495	71177	34659	05836	32748	19° 28' 50"
35	34290	93937	36503	41907	70469	35719	06188	33638	20° 03' 13"
36	35227	93590	37640	43333	69768	36783	06550	34521	20° 37' 35"
37	36162	93233	38786	44773	69073	37850	06923	35399	21° 11' 58"
38	37092	92866	39941	46228	68386	38921	07307	36271	21° 46' 21"
39	38019	92491	41105	47698	67706	39996	07702	37136	22° 20' 43"
0,40	0,38942	0,92106	0,42279	1,49182	0,67032	0,41075	1,08107	0,37995	22° 55' 06"
41	39861	91712	43463	50682	66365	42158	08523	38847	23° 29' 29"
42	40776	91309	44657	52196	65705	43246	08950	39693	24° 03' 51"
43	41687	90897	45862	53726	65051	44337	09388	40532	24° 38' 14"
44	42594	90475	47078	55271	64404	45434	09837	41364	25° 12' 37"
45	43497	90045	48306	56831	63763	46534	10297	42190	25° 46' 59"
46	44395	89605	49545	58407	63128	47640	10768	43008	26° 21' 22"
47	45289	89157	50797	59999	62500	48750	11250	43820	26° 55' 44"
48	46178	88699	52061	61607	61878	49865	11743	44624	27° 30' 07"
49	47063	88233	53339	63232	61263	50984	12247	45422	28° 04' 30"

x	$\sin x$	$\cos x$	$\operatorname{tg} x$	e^x	e^{-x}	$\operatorname{Sh} x$	$\operatorname{Ch} x$	$\operatorname{Th} x$	x°
0,50	0,47943	0,87758	0,54630	1,64872	0,60653	0,52110	1,12763	0,46212	28° 38' 52''
51	48818	87274	55936	66529	60050	53240	13289	46995	29° 13' 15''
52	49688	86782	57256	68203	59452	54375	13827	47770	29° 47' 38''
53	50553	86281	58592	69893	58860	55516	14377	48538	30° 22' 00''
54	51414	85771	59943	71601	58275	56663	14938	49299	30° 56' 23''
55	52269	85252	61311	73325	57695	57815	15510	50052	31° 30' 46''
56	53119	84726	62695	75067	57121	58973	16094	50798	32° 05' 08''
57	53963	84190	64097	76827	56553	60137	16690	51536	32° 39' 31''
58	54802	83646	65517	78604	55990	61307	17297	52267	33° 13' 54''
59	55636	83094	66956	80399	55433	62483	17916	52990	33° 48' 16''
0,60	0,56464	0,82534	0,68414	1,82212	0,54881	0,63665	1,18547	0,53705	34° 22' 39''
61	57287	81965	69892	84043	54335	64854	19189	54413	34° 57' 02''
62	58104	81388	71391	85893	53794	66049	19844	55113	35° 31' 24''
63	58914	80803	72911	87761	53259	67251	20510	55805	36° 05' 47''
64	59720	80210	74454	89648	52729	68459	21189	56490	36° 40' 09''
65	60519	79608	76020	91554	52205	69675	21879	57167	37° 14' 32''
66	61312	78999	77610	93479	51685	70897	22582	57836	37° 48' 55''
67	62099	78382	79225	95424	51171	72126	23297	58498	38° 23' 17''
68	62879	77757	80866	97388	50662	73363	24025	59152	38° 57' 40''
69	63654	77125	82534	99372	50158	74607	24765	59798	39° 32' 03''
0,70	0,64422	0,76484	0,84229	2,01375	0,49659	0,75858	1,25517	0,60437	40° 06' 25''
71	65183	75836	85953	03399	49164	77117	26282	61068	40° 40' 48''
72	65938	75181	87707	05443	48675	78384	27059	61691	41° 15' 11''
73	66687	74517	89492	07508	48191	79659	27849	62307	41° 49' 33''
74	67429	73847	91309	09594	47711	80941	28652	62915	42° 23' 56''
75	68164	73169	93160	11700	47237	82232	29468	63516	42° 58' 19''
76	68892	72484	95045	13828	46767	83530	30297	64108	43° 33' 41''
77	69614	71791	96967	15977	46301	84838	31139	64693	44° 07' 04''
78	70328	71091	98926	18147	45841	86153	31994	65271	44° 41' 27''
$\frac{1}{4}\pi = 0,7854$	0,70711	0,70711	1	2,19328	0,45594	0,86867	1,32461	0,65579	45°
79	71035	70385	1,00925	20340	45384	87478	32862	65841	45° 15' 49''
0,80	0,71736	0,69671	1,02964	2,22554	0,44933	0,88811	1,33743	0,66404	45° 50' 12''
81	72429	68950	05046	24791	44486	90152	34638	66959	46° 24' 34''
82	73115	68222	07171	27050	44043	91503	35547	67507	46° 58' 57''
83	73793	67488	09343	29332	43605	92863	36468	68048	47° 33' 20''
84	74464	66746	11563	31637	43171	94233	37404	68581	48° 07' 42''
85	75128	65998	13833	33965	42741	95612	38353	69107	48° 42' 05''
86	75784	65244	16156	36316	42316	97000	39316	69626	49° 16' 28''
87	76433	64483	18532	38691	41895	98398	40293	70137	49° 50' 50''
88	77074	63715	20966	41090	41478	99806	41284	70642	50° 25' 13''
89	77707	62941	23460	43513	41066	1 01224	42289	71139	50° 59' 36''
0,90	0,78333	0,62161	1,26016	2,45960	0,40657	1,02652	1,43309	0,71630	51° 33' 58''
91	78950	61375	28637	48432	40252	04090	44342	72113	52° 08' 21''
92	79560	60582	31326	50929	39852	05539	45390	72590	52° 42' 44''
93	80162	59783	34087	53451	39455	06998	46453	73059	53° 27' 06''
94	80756	58979	36923	55998	39063	08468	47530	73522	53° 51' 29''
95	81342	58168	39838	58571	38674	09948	48623	73978	54° 25' 52''
96	81919	57352	42836	61170	38289	11440	49729	74428	55° 00' 14''
97	82489	56530	45920	63794	37908	12943	50851	74870	55° 34' 37''
98	83050	55702	49096	66446	37531	14457	51988	75307	56° 09' 00''
99	83603	54869	52368	69123	37158	15983	53141	75736	56° 43' 22''

x	$\sin x$	$\cos x$	$\operatorname{tg} x$	e^x	e^{-x}	$\operatorname{Sh} x$	$\operatorname{Ch} x$	$\operatorname{Th} x$	x°
1,00	0,84147	0,54030	1,55741	2,71828	0,36788	1,17520	1,54308	0,76159	57° 17' 45"
01	84683	53186	59221	74560	36422	19069	55491	76576	57° 52' 07"
02	85211	52337	62813	77319	36059	20630	56689	76987	58° 26' 30"
03	85730	51482	66524	80107	35701	22203	57904	77391	59° 00' 53"
04	86240	50622	70361	82922	35345	23788	59134	77789	59° 35' 15"
05	86742	49757	74332	85765	34994	25386	60379	78181	60° 09' 38"
06	87236	48887	78442	88637	34646	26996	61641	78566	60° 44' 01"
07	87720	48012	82703	91538	34301	28619	62919	78946	61° 18' 23"
08	88196	47133	87122	94468	33960	30254	64214	79320	61° 52' 46"
09	88663	46249	91709	97427	33622	31903	65525	79688	62° 27' 09"
1,10	0,89121	0,45360	1,96476	3,00417	0,33287	1,33565	1,66852	0,80050	63° 01' 31"
11	89570	44466	2,01434	03436	32956	35240	68196	80406	63° 35' 54"
12	90010	43568	06596	06485	32628	36929	69557	80757	64° 10' 17"
13	90441	42666	11975	09566	32303	38631	70934	81102	64° 44' 39"
14	90863	41759	17588	12677	31982	40347	72329	81441	65° 19' 02"
15	91276	40849	23450	15819	31664	42078	73741	81775	65° 53' 25"
16	91680	39934	29580	18993	31349	43822	75171	82104	66° 27' 47"
17	92075	39015	35998	22199	31037	45581	76618	82427	67° 02' 10"
18	92461	38092	42727	25437	30728	47355	78083	82745	67° 36' 32"
19	92837	37166	49790	28708	30422	49143	79565	83058	68° 10' 55"
1,20	0,93204	0,36236	2,57215	3,32012	0,30119	1,50946	1,81066	0,83365	68° 45' 18"
21	93562	35302	65032	35348	29820	52764	82584	83668	69° 19' 40"
22	93910	34365	73275	38718	29523	54598	84121	83965	69° 54' 03"
23	94249	33424	81982	42123	29229	56447	85676	84258	70° 28' 26"
24	94578	32480	91193	45561	28938	58311	87250	84546	71° 02' 48"
25	94898	31532	3,00957	49034	28650	60192	88842	84828	71° 37' 11"
26	95209	30582	11327	52542	28365	62088	90454	85106	72° 11' 34"
27	95510	29628	22363	56085	28083	64001	92084	85380	72° 45' 56"
28	95802	28672	34135	59664	27804	65930	93734	85648	73° 20' 19"
29	96084	27712	46721	63279	27527	67876	95403	85913	73° 54' 42"
1,30	0,96356	0,26750	3,60210	3,66930	0,27253	1,69838	1,97091	0,86172	74° 29' 04"
31	96618	25785	74708	70617	26982	71818	98800	86428	75° 03' 27"
32	96872	24818	90335	74342	26714	73814	2,00528	86678	75° 37' 50"
33	97115	23848	4,07231	78104	26448	75828	02276	86925	76° 12' 12"
34	97348	22875	25562	81904	26185	77860	04044	87167	76° 46' 35"
35	97572	21901	45522	85743	25924	79909	05833	87405	77° 20' 57"
36	97786	20924	67344	89619	25666	81977	07643	87639	77° 55' 20"
37	97991	19945	91306	93535	25411	84062	09473	87869	78° 29' 43"
38	98185	18964	5,17744	97490	25158	86166	11324	88095	79° 04' 05"
39	98370	17981	5,47069	4,01485	24908	88289	13196	88317	79° 38' 28"
1,40	0,98545	0,16997	5,79788	4,05520	0,24660	1,90430	2,15090	0,88535	80° 12' 51"
41	98710	16010	6,16536	09596	24414	92591	17005	88749	80° 47' 13"
42	98865	15023	6,58112	13712	24171	94770	18942	88960	81° 21' 36"
43	99010	14033	7,05546	17870	23931	96970	20900	89167	81° 55' 59"
44	99146	13042	7,60183	22070	23693	99188	22881	89370	82° 30' 21"
45	99271	12050	8,23809	26311	23457	2,01427	24884	89569	83° 04' 44"
46	99387	11057	8,98861	30596	23224	03686	26910	89765	83° 39' 07"
47	99492	10063	9,88737	34924	22993	05965	28958	89958	84° 13' 29"
48	99588	09067	10,98338	39295	22764	08265	31029	90147	84° 47' 52"
49	99674	08071	12,34986	43710	22537	10586	33123	90332	85° 22' 15"

x	$\sin x$	$\cos x$	$\operatorname{tg} x$	e^x	e^{-x}	$\operatorname{Sh} x$	$\operatorname{Ch} x$	$\operatorname{Th} x$	x°
1,50	0,99749	0,07074	14 10142	4,48199	0,22313	2,12928	2,35241	0,90515	85° 56' 37"
$\frac{1}{2}\pi = 1,5708$	1,00000	0,00000	$\pm \infty$	4,81048	0,20788	2,30130	2,50918	0,91715	90°
60	0,99957	-0,02920	-34,23253	4,95303	0,20190	2,37557	2,57746	0,92167	91° 40' 24"
70	99166 -	12884 -	-7,69660	5,47395	18268	64563	2,82832	93541	97° 24' 10"
80	97385 -	22720 -	-4,28626	6,04965	16530	94217	3,10747	94681	103° 07' 57"
90	94630 -	32329 -	-2,92710	6,68589	14957	3,26816	3,41773	95624	108° 51' 43"
2,00	0,90930	-0,41615	-2,18504	7,38906	0,13534	3,62686	3,76220	0,96403	114° 35' 30"
10	86321 -	50485 -	-1,70985	8,16617	12246	4,02186	4,14431	97045	120° 19' 16"
20	80850 -	58850 -	-1,37382	9,02501	11080	4,45711	4,56791	97574	126° 03' 03"
30	74571 -	66628 -	-1,11921	9,97418	10026	4,93696	5,03722	98010	131° 46' 49"
$\frac{3}{4}\pi = 2,3562$	0,70711	-0,70711	-1	10,55072	0,09478	5,22797	5,32275	0,98219	135°
40	67546 -	73739 -	-0,91601	11,02318	09072	5,46623	5,55695	98367	137° 30' 36"
50	59847 -	80114 -	-0,74702	12,18249	08208	6,05020	6,13229	98661	143° 14' 22"
60	51550 -	85689 -	-0,60160	13,46374	07427	6,69473	6,76901	98903	148° 58' 09"
70	42738 -	90407 -	-0,42723	14,87973	06721	7,40626	7,47347	99101	154° 41' 55"
80	33499 -	92224 -	-0,35553	16,44465	06081	8,19192	8,25273	99263	160° 25' 41"
90	23925 -	97096 -	-0,24641	18,17415	05502	9,05956	9,11458	99396	166° 09' 28"
3,00	0,14112	-0,98999	-0,14255	20,08554	0,04979	10,01787	10,06766	0,99505	171° 53' 14"
10	+ 04158 -	99914 -	-0,04162	22,19795	04505	11,07645	11,12150	99595	177° 37' 01"
$\pi = 3,1416$	0,00000	-0,00000	0	23,14069	0,04321	11,54874	11,59195	0,99627	180°
20	-0,05837 -	-0,99829	05847	24,53253	04076	12,24588	12,28665	99668	183° 20' 47"
30	- 15775 -	98748	15975	27,11264	03688	13,53788	13,57476	99728	189° 04' 34"
40	- 25554 -	96680	26432	29,96410	03337	14,96536	14,99874	99777	194° 48' 20"
50	- 35078 -	93646	37459	33,11545	03020	16,54263	16,57282	99818	200° 32' 07"
60	- 44252 -	89676	49347	36,59823	02732	18,28546	18,31278	99851	206° 15' 54"
70	- 52984 -	84810	62473	40,44730	02472	20,21129	20,23601	99878	211° 59' 40"
80	- 61186 -	79097	77356	44,70118	02237	22,33941	22,36178	99900	217° 43' 26"
90	- 68777	72593	94742	49,40245	02024	24,69110	24,71135	99918	223° 27' 13"
$\frac{5}{4}\pi = 3,9270$	-0,70711	-0,70711	1	50,75402	0,01970	25,36716	25,38686	0,99922	225°
4,00	-0,75680	-0,65364	1,15782	54,59815	0,01832	27,28992	27,30823	0,99933	229° 10' 59"
10	- 81828 -	57482	42353	60,34029	01657	30,16186	30,17843	99945	234° 54' 46"
20	- 87158 -	49026	77778	66,68633	01500	33,33567	33,35066	99955	240° 38' 32"
30	- 91617 -	40080	2,28585	73,69979	01357	36,84311	36,85668	99969	246° 22' 19"
40	- 95160 -	30733	3,09632	81,45087	01228	40,71930	40,73157	99970	252° 06' 05"
50	- 97753 -	21080	4,63733	90,01713	01111	45,00301	45,01412	99975	257° 49' 52"
60	- 99369 -	11215	8,86017	99,48432	01005	49,73713	49,74718	99980	263° 33' 38"
70	- 99992 -	01239	80,71276	109,9472	00910	54,96904	54,97813	99983	269° 17' 25"
$\frac{3}{2}\pi = 4,7124$	-1,00000	0,00000	$\pm \infty$	111,3278	0,00898	55,65440	55,66338	0,99984	270°
80	- 99616	08750	-11,38487	121,5104	00823	60,75109	60,75932	99986	275° 01' 11"
90	- 98245	18651	-5,26749	134,2898	00745	67,14117	67,14861	99989	280° 44' 58"
5,00	-0,95892	0,28366	-3,38052	148,4132	0,00674	74,20321	74,20995	0,99991	286° 28' 44"
10	- 92581	37798	-2,44939	164,0219	00610	82,00791	82,01400	99993	292° 12' 31"
20	- 88345	46852	-1,88564	181,2722	00552	90,63336	90,63888	99994	297° 56' 17"
30	- 83227	55437	-1,50127	200,3368	00499	100,1659	100,1709	99995	303° 40' 03"
40	- 77276	63469	-1,21754	221,4064	00452	110,7009	110,7055	99996	309° 23' 50"
$\frac{7}{4}\pi = 5,4978$	-0,70711	0,70711	-1	244,1511	0,00410	122,0736	122,0776	0,99997	315°
50	- 70554	70867	-0,99558	244,6919	00409	122,3439	122,3480	99997	315° 07' 36"
60	- 63127	77557	-0,81394	270,4264	00370	135,2114	135,2152	99997	320° 51' 23"
70	- 55069	83471	-0,65973	298,8674	00335	149,4320	149,4354	99998	326° 35' 09"
80	- 46460	88552	-0,52467	330,2996	00303	165,1483	165,1513	99998	332° 18' 56"
90	- 37388	92748	-0,40311	365,0375	00274	182,5174	182,5201	99998	338° 02' 42"
6,00	-0,27942	0,96017	-0,29101	403,4288	0,00248	201,7132	201,7156	0,99999	343° 46' 29"
10	- 18216	98327	- 18526	445,8578	00224	222,9278	222,9300	99999	349° 30' 15"
20	- 08309	98654	- 08338	492,7490	00203	246,3735	246,3755	99999	355° 14' 02"
$2\pi = 6,2832$	0,00000	1,00000	0	535,4917	0,00187	267,7449	267,7468	0,99999	360°

ВАЖНИЈЕ ФУНКЦИЈЕ БРОЈА $p\pi/q$

x	x°	$\sin x$	$\cos x$	$\operatorname{tg} x$	e^x	e^{-x}	Shx	Chx	Thx
$\frac{\pi}{4} = 0,7854$	45	0,7071	0,7071	1	2,1933	0,4559	0,8687	1,3246	0,6558
$\frac{\pi}{2} = 1,5708$	90	1,0000	0,0000	$\pm\infty$	4,8105	0,2079	2,3013	2,5092	0,9172
$\frac{3\pi}{4} = 2,3562$	135	0,7071	-0,7071	-1	10,5507	0,0948	5,2280	5,3228	0,9822
$\pi = 3,1416$	180	0,0000	-1,0000	0	23,1407	0,0432	11,5487	11,5920	0,9963
$\frac{5\pi}{4} = 3,9270$	225	-0,7071	-0,7071	1	50,7540	0,0197	25,3672	25,3869	0,9992
$\frac{3\pi}{2} = 4,7124$	270	-1,0000	0,0000	$\pm\infty$	111,3178	0,0090	55,6639	55,6634	0,9998
$\frac{7\pi}{4} = 5,4978$	315	-0,7071	0,7071	-1	244,1511	0,0041	122,0735	122,0776	0,99997
$2\pi = 6,2832$	360	0,0000	1,0000	0	535,4917	0,0019	267,7449	267,7468	0,99999

XV. МАНТИСЕ BRIGGS-ОВИХ ЛОГАРИТАМА

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170						4	9	13	17	21	26	30	34	38
						0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	16	20	24	28	32	37
11	0414	0453	0492	0531	0569						4	8	12	15	19	23	27	31	35
						0607	0645	0682	0719	0755	4	7	11	15	19	22	26	30	33
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969					3	7	11	14	18	21	25	28	32
						1004	1038	1072	1106		3	7	10	14	17	20	24	27	31
13	1139	1173	1208	1239	1271						3	7	10	13	16	20	23	26	30
						1303	1355	1367	1399	1430	3	7	10	12	16	19	22	25	29
14	1461	1492	1523	1553							3	6	9	12	15	18	21	24	28
					1584	1614	1644	1675	1705	1732	3	6	9	12	15	17	20	23	26
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903					3	6	9	11	14	17	20	23	26
							1931	1959	1987	2014	3	5	8	11	14	18	19	22	25
16	2041	2068	2095	2122	2148						3	5	8	11	14	16	19	22	24
						2175	2201	2227	2253	2279	3	5	8	10	13	15	18	21	23
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430					3	5	8	10	13	15	18	20	23
							2455	2480	2504	2529	2	5	7	10	12	15	17	19	22
18	2553	2577	2601	2625	2648						2	5	7	9	12	14	16	19	21
						2672	2695	2718	2742	2765	2	5	7	9	11	14	16	18	21
19	2788	2810	2833	2856	2878						2	4	7	9	11	13	16	18	20
						2900	2923	2945	2967	2989	2	4	6	8	11	13	15	17	19
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	2	4	6	8	11	13	15	17	19
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	2	4	6	8	10	12	14	16	18
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	2	4	6	8	10	12	14	15	17
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	2	4	6	7	9	11	13	15	17
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	2	4	5	7	9	11	12	14	16
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	2	3	5	7	9	10	12	14	15
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	2	3	5	7	8	10	11	13	15
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	2	3	5	6	8	9	11	13	14
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	2	3	5	6	8	9	11	12	14
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	1	3	4	6	7	9	10	12	13
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	1	3	4	6	7	9	10	11	13
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5001	5024	5038	1	3	4	6	7	8	10	11	12
32	5052	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	1	3	4	5	7	8	9	11	12
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	1	3	4	5	6	8	9	10	12
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	1	3	4	5	6	8	9	10	11
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551	1	2	4	5	6	7	9	10	11
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670	1	2	4	5	6	7	8	10	11
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	1	2	3	5	6	7	8	9	10
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899	1	2	3	5	6	7	8	9	10
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	1	2	3	4	5	7	8	9	10
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	1	2	3	4	5	6	8	9	10
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	1	2	3	4	5	6	7	8	9
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	1	2	3	4	5	6	7	8	9
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	1	2	3	4	5	6	7	8	9
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	1	2	3	4	5	6	7	8	9
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618	1	2	3	4	5	6	7	8	9
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712	1	2	3	4	5	6	7	8	9
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	1	2	3	4	5	6	7	8	9
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	1	2	3	4	5	6	7	8	9
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067	1	2	3	4	5	6	7	8	9

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

XV. Мантисе Briggs-ових логаритама

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152	1	2	3	4	5	6	7	8	9
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235	1	2	3	4	5	6	7	8	9
53	7245	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316	1	2	3	4	5	6	7	8	9
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	1	2	3	4	5	6	7	8	9
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474	1	2	3	4	5	6	7	8	9
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551	1	2	3	4	5	6	7	8	9
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627	1	2	3	4	5	6	7	8	9
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701	1	1	2	3	4	4	5	6	7
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774	1	1	2	3	4	4	5	6	7
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846	1	1	2	3	4	4	5	6	6
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917	1	1	2	3	4	4	5	6	6
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987	1	1	2	3	4	4	5	6	6
63	7995	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055	1	1	2	3	4	4	5	6	6
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122	1	1	2	3	4	4	5	6	6
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189	1	1	2	3	4	4	5	6	6
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254	1	1	2	3	4	4	5	6	6
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319	1	1	2	3	4	4	5	6	6
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382	1	1	2	3	4	4	5	6	6
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445	1	1	2	3	4	4	5	6	6
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506	1	1	2	3	4	4	5	6	6
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567	1	1	2	3	4	4	5	6	6
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627	1	1	2	3	4	4	5	6	6
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686	1	1	2	3	4	4	5	6	6
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745	1	1	2	3	4	4	5	6	6
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802	1	1	2	3	4	4	5	6	6
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859	1	1	2	3	4	4	5	6	6
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915	1	1	2	3	4	4	5	6	6
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971	1	1	2	3	4	4	5	6	6
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025	1	1	2	3	4	4	5	6	6
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079	1	1	2	3	4	4	5	6	6
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133	1	1	2	3	4	4	5	6	6
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186	1	1	2	3	4	4	5	6	6
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238	1	1	2	3	4	4	5	6	6
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289	1	1	2	3	4	4	5	6	6
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340	1	1	2	3	4	4	5	6	6
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390	1	1	2	3	4	4	5	6	6
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440	0	1	1	2	3	3	4	5	6
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489	0	1	1	2	3	3	4	5	6
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538	0	1	1	2	3	3	4	5	6
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586	0	1	1	2	3	3	4	5	6
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633	0	1	1	2	3	3	4	5	6
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680	0	1	1	2	3	3	4	5	6
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727	0	1	1	2	3	3	4	5	6
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773	0	1	1	2	3	3	4	5	6
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818	0	1	1	2	3	3	4	5	6
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863	0	1	1	2	3	3	4	5	6
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908	0	1	1	2	3	3	4	5	6
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952	0	1	1	2	3	3	4	5	6
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996	0	1	1	2	3	3	4	5	6
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

XVI. ТАБЛИЦА

а) ЗНАЧАЈНЕ БРОЈНЕ ВРЕДНОСТИ

Број	π	$\log \pi$	Број	π	$\log \pi$	Број	π	$\log \pi$
π	3,14159265	0,49715	$1:2\pi$	0,15916	$\bar{1},20182$	$1:2g$	0,05097	$\bar{2},70730$
2π	6,28319	0,79818	π^2	9,86960	0,99430	\sqrt{g}	3,13209	0,49583
$4\pi:3$	4,18879	0,62209	$2\pi^2$	19,73921	1,29533	$\sqrt[3]{2g}$	4,42945	0,64635
$\pi:2$	1,57080	0,19612	$4\pi^2$	39,47842	1,59636	$\pi\sqrt{g}$	9,83976	0,99298
$\pi:3$	1,04720	0,02003	$\pi^2:4$	2,46740	0,39224	$\pi\sqrt[3]{2g}$	13,91536	1,14350
$\pi:4$	0,78540	$\bar{1},89509$	π^3	31,00628	1,49145	$\pi:\sqrt{g}$	1,00303	0,00132
$\pi:16$	0,19635 \approx 0,2	$\bar{1},29303$	$\sqrt{\pi}$	1,77245	0,24857	e	2,718282	0,43429
$\pi:32$	0,09818 \approx 0,1	$\bar{2},99202$	$\sqrt[3]{\pi}$	1,46459	0,16572	e^2	7,38906	0,86859
$\pi:64$	0,04909 \approx 0,05	$\bar{2},69099$	$1:\sqrt{\pi}$	0,56419	$\bar{1},75143$	$1:e$	0,367879	$\bar{1},56571$
$\pi:180$	0,01745	$\bar{2},24188$	g	9,81	0,99167	$1:e^2$	0,13534	$\bar{1},13141$
$180:\pi$	57,29578	1,75812	g^2	96,2361	1,98334	\sqrt{e}	1,64872	0,21715
$1:\pi$	0,31831	$\bar{1},50285$	$1:g$	0,10194	$\bar{1},00833$	$\sqrt[3]{e}$	1,39561	0,14476

b) ВНАЧАЈНЕ БРОЈНЕ ВРЕДНОСТИ

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$n\pi$	3,1416	6,2832	9,4248	12,5664	15,7080	18,8496	21,9912	25,1327	28,2743	34,1159
n/π	0,3183	0,6366	0,9549	1,2732	1,5916	1,9099	2,2812	2,5465	2,8648	3,1831
2^n	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$1/2^n$	0,5000	0,2500	0,1250	0,0625	0,0313	0,0156	0,0078	0,0039	0,0020	0,0020
3^n	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049
$1/3^n$	0,3333	0,1111	0,0370	0,0124	0,0041	0,0014	0,0005	0,0002	0,0001	0,00002
$n!$	1	2	6	24	120	720	5040	40320	362880	3628800
\sqrt{n}	1,0000	1,4142	1,7321	2,0000	2,2361	2,4495	2,6458	2,8284	3,0000	3,1623
$\sqrt[3]{n}$	1,000	1,2599	1,4422	1,5874	1,7100	1,8171	1,9129	2,0000	2,0801	2,1544
$\log n$	0,00000	0,30103	0,47712	0,60206	0,69897	0,77815	0,84510	0,90309	0,95424	1,00000
$\ln n$	0,00000	0,6932	1,0986	1,3863	1,6094	1,7918	1,9459	2,0794	2,1972	2,3026
$\arcs n^\circ$	0,0175	0,0349	0,0524	0,0698	0,0873	0,1047	0,1222	0,1396	0,1571	0,1745

НЕКЕ КОНСТАНТНЕ ВРЕДНОСТИ

π	=	3,14159 26535 89793 23846 26433 83279 50288 41971 69399 37510 58209 74944 59230 78164 06286 20899 86280 34825 34211 70679 82148 08651 32823 06647 09384 46095 50582 23172 53594 08128 48111 74502 84102 70193 85211 05559 64462 29489 54930
e	=	2,71828 18284 59045 23536 02874 71352 66249 77572 47093 69995 95749 66967 62772 40766 30'
γ	=	0,57721 56649 01532 86060 65120 90082 40243
$1 : \pi$	=	0,31830 98861 83790 67153 77675 26745 02872 40689 19291 48091 29
$\sqrt{\pi}$	=	1,77245 38509 05516 02729 81674 83341 14518 27975 49456 12238 7
$1 : \sqrt{\pi}$	=	0,56418 95835 47756 28694 80794 51560 77258
$\log e$	=	0,43429 44819 03251 82765 11289 18916 60508
$\ln 10$	=	2,30258 50929 94045 68401 79914 54684 36420
$\log \pi$	=	0,49714 98726 94133 85435 12682 88290 89887 36516 78324 38044 24461
$\ln \pi$	=	1,14472 98858 49400 17414 34273 51353 05871 16472 94812 915
e^π	=	23,14069 26327 79269 00572 90863 67948 54738 02661
$e^{-\pi}$	=	0,04321 39182 63772 24977 44177 37171 72801 12757 28109 81063
$e^{\pi/4}$	=	2,19328 00507 38015 45655 97697 59278 73822 34616 37642 0
$e^{-\pi/4}$	=	0,45593 81277 65996 23676 59212 94728 02941 94166 04365 238
$\sqrt{2}$	=	1,41421 35623 73095 04880 16887 24209 69807 85696 71875 37694 80732
$\sqrt{3}$	=	1,73205 08075 68877 29352 74463 41505 87236 69428 05253 81038 06281
$\sqrt{5}$	=	2,23606 79774 99789 69640 91736 68731 27623
$\sqrt{6}$	=	2,44948 97427 83178 09819 72840 74705 89139
$\sqrt{10}$	=	3,16227 76601 68379 33199 88935 44432 71853
$1 : e$	=	0,36787 94411 71442 32159 55237 70161 46086 74458 11131 03176 78345 07836 80169 74614 96
\sqrt{e}	=	1,64872 12707 00128 14684 86507 87814 16357 16537 76100 71014 80115 75079 31164 06610 21
$1 : \sqrt{e}$	=	0,60653 06597 12633 42360 37995 34991 18045 34419 18135 48718 69556 82892 15873 50565 19
$\sin 1$	=	0,84147 09848 07896 50665 25023 21630 29899 96225 63060 79737 11
$\cos 1$	=	0,54030 23058 68137 71740 09366 07442 97660 37323 10420 61792 22
$\text{Sh } 1$	=	1,17520 11936 43801 45688 23818 50595 60081 51557 17981 33409 59
$\text{Ch } 1$	=	1,54308 06348 15243 77847 79056 20757 06168 26015 29112 36586 37

ДЕКАДНИ ЛОГАРИТМИ БРОЈЕВА КОМБИНОВАНИХ СА БРОЈЕМ π

N	$\log N$	N	$\log N$
$\pi = 3,14159\ 265$	0,49714 99	$\pi^2 = 9,86960\ 440$	0,99429 97
$2\pi = 6,28318\ 531$	0,79817 99	$1/\pi^2 = 0,10132\ 118$	9,00570 30—10
$4\pi = 12,56637\ 061$	1,09920 99	$\sqrt{\pi} = 1,77245\ 385$	0,24857 49
$\pi/2 = 1,57079\ 633$	0,19611 99	$1/\sqrt{\pi} = 0,56418\ 958$	9,75142 51—10
$\pi/3 = 1,04719\ 755$	0,02002 86	$(3/\pi)^{1/2} = 0,97720\ 502$	9,98998 57—10
$4\pi/3 = 4,18879\ 020$	0,62208 86	$(4/\pi)^{1/2} = 1,12837\ 917$	0,05245 51
$\pi/4 = 0,78539\ 816$	9,89508 99—10	$\sqrt[3]{\pi} = 1,46459\ 189$	0,16571 66
$\pi/6 = 0,52359\ 878$	9,71899 86—10	$1/\sqrt[3]{\pi} = 0,68278\ 406$	9,83428 34—10
$1/\pi = 0,31830\ 989$	9,50285 01—10	$\sqrt[3]{\pi^2} = 2,14502\ 940$	0,33143 32
$1/(2\pi) = 0,15915\ 494$	9,20182 01—10	$(3/4\pi)^{1/3} = 0,62035\ 049$	9,79263 71—10
$3/\pi = 0,95492\ 966$	0,97997 14—10	$(\pi/6)^{1/3} = 0,80599\ 598$	9,90633 29—10

НЕКЕ ВРЕДНОСТИ ПРИРОДНИХ ЦЕЛИХ БРОЈЕВА ОД $n = 1$ ДО $n = 10$

n	$\frac{1}{n}$	\sqrt{n}	$\sqrt{10n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\sqrt[3]{10n}$	$\sqrt[3]{100n}$	e^n	$e^{n/10}$	e^{-n}	$e^{-n/10}$
1	1,000	1,00	3,16	1,00	2,15	4,64	2,718	1,105	0,368	0,905
2	0,500	1,41	4,47	1,26	2,71	5,85	7,389	1,221	0,135	0,819
3	0,333	1,73	5,48	1,44	3,11	6,69	20,09	1,350	0,0498	0,741
4	0,250	2,00	6,32	1,59	3,42	7,37	54,60	1,492	0,0183	0,670
5	0,200	2,24	7,07	1,71	3,68	7,94	148,41	1,649	0,00674	0,607
6	0,167	2,45	7,75	1,82	3,91	8,43	403,4	1,822	$2,48 \cdot 10^{-3}$	0,549
7	0,143	2,65	8,37	1,91	4,12	8,88	1096,6	2,014	$9,12 \cdot 10^{-4}$	0,497
8	0,125	2,83	8,94	2,00	4,31	9,28	2981	2,226	$3,35 \cdot 10^{-4}$	0,449
9	0,111	3,00	9,49	2,08	4,48	9,65	8103	2,460	$1,23 \cdot 10^{-4}$	0,407
10	0,100	3,16	10,00	2,15	4,64	10,00	22026	2,718	$4,54 \cdot 10^{-5}$	0,368

ВРЕДНОСТИ ФУНКЦИЈЕ e^{-x}

x	e^{-x}	x	e^{-x}	x	e^{-x}
1/10	0,90484	9/5	0,16530	25/4	0,00193
1/8	0,88250	2	0,13534	32/5	0,00167
1/6	0,84648	9/4	0,10540	7	0,00091
1/5	0,81873	5/2	0,08208	36/5	0,00075
1/4	0,77880	8/3	0,06948	8	0,00034
1/3	0,71653	3	0,04979	81/10	0,00030
2/5	0,67032	25/8	0,04394	49/6	0,00028
1/2	0,60653	16/5	0,04076	25/3	0,00024
2/3	0,51342	18/5	0,02732	9	0,00012
4/5	0,44933	4	0,01832	49/5	0,00006
9/10	0,40657	25/6	0,01550	10	0,00005
1	0,36788	9/2	0,01111	32/3	0,00002
9/8	0,32465	49/10	0,00745	11	0,00002
4/3	0,26360	5	0,00674	12	0,00001
3/2	0,22313	6	0,00248	13	0,00000
8/5	0,20190	49/8	0,00218	14	0,00000

c) КРУЖНИ ЛУК

Средишни угао α

$$\text{Дужина } l = r \alpha = \pi r \frac{\alpha^{\circ}}{180^{\circ}} = 0,0174533 \cdot r \cdot \alpha^{\circ} \approx \sqrt{s^2 + \frac{16}{3} h^2}$$

$$\text{Тетива } s = 2r \sin \frac{\alpha}{2} = 2 \sqrt{h(2r-h)}$$

$$\text{Висина } h = r \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2} \right) = \frac{s}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{4} = 2r \sin^2 \frac{\alpha}{4}$$

$$\text{Површина кружног отсечка } A = \frac{r^2}{2} \left(\frac{\pi \alpha^{\circ}}{180^{\circ}} - \sin \alpha \right)$$

$$\text{Површина кружног исечка } A = \frac{1}{2} r^2 \alpha = \pi r^2 \frac{\alpha^{\circ}}{360^{\circ}} = 0,00872665 r^2 \alpha$$

$$\operatorname{arc} 1^{\circ} = 0,017\,453\,292\,52;$$

$$\operatorname{arc} 1' = 0,000\,290\,888\,21;$$

$$\operatorname{arc} 1'' = 0,000\,004\,848\,14$$

$$\operatorname{arc} 57,296^{\circ} = \operatorname{arc} 206264,806'' = 1.$$

$$\log \operatorname{arc} 1^{\circ} = \overline{2},241\,877\,367;$$

$$\log \operatorname{arc} 1' = \overline{4},463\,726\,117;$$

$$\log \operatorname{arc} 1'' = \overline{6},685\,574\,867.$$

d) ПАРАБОЛИЧКИ ЛУК

$$\text{Површина } A = \frac{2}{3} s \cdot h \quad (s \text{ тетива, } h \text{ висина лука}).$$

$$\text{Дужина } O \approx s \left[1 + \frac{8}{3} \left(\frac{h}{s} \right)^2 - \frac{32}{5} \left(\frac{h}{s} \right)^4 \right] \quad \frac{h}{s} \text{ мали број}$$

e) ОБИМ ЕЛИПСЕ

$$O = 4aE\left(\frac{1}{2}\pi, \varepsilon\right) = 2a\pi \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \varepsilon^2 - \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 \frac{\varepsilon^4}{3} - \left(\frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}\right)^2 \frac{\varepsilon^6}{5} - \dots \right],$$

где је $E\left(\frac{1}{2}\pi, \varepsilon\right)$ пошћуни елиптички интеграл друге врсте, амплитуде $\frac{1}{2}\pi$ и модула $k = \varepsilon$, нумеричке ексцентричности, $\varepsilon = \sqrt{1 - (b/a)^2}$.

Приближни обрасци:

$$O \approx \pi \left[\frac{3}{2}(a+b) - \sqrt{ab} \right]; \quad O \approx \pi \left[\frac{1}{2}(a+b) + \sqrt{\frac{1}{2}(a^2+b^2)} \right],$$

$$O \approx 4 \left[0,9827 a + 0,3110 b + 0,2867 (b^2/a) \right].$$

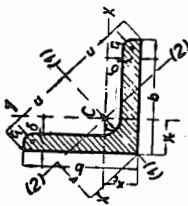
XVII. ТАБЛИЦА

П О Д А Ц И

О СТАНДАРДНИМ ПРОФИЛСАНИМ НОСАЧИМА
ПРЕМА НЕМАЧКИМ СТАНДАРДИМА DIN

1. РАВНОКРАКИ УГАОНИЦИ

DIN 1028



$$k = A^2/I_2$$

(коэффициент извijaња)*

$$r_1 = r/2$$

(закругљено на пола mm)

$$\gamma_m = 7,85 \text{ kg/dm}^3$$


(1)-(1) и (2)-(2)

главне осе инерције,

$\alpha = 45^\circ$

Ознака	Мере		Пре-сек	Те-жина	Распојања оса			З а о с у с а в и ј а њ а						$k = \frac{A^2}{I_2}$					
	b	δ			A	G'	$x_C = y_C$	u	v	I_x	W_x	I_x	I_y		I_1	I_2	W_1	W_2	I_1
	mm	mm	mm ²	kg/m	cm	cm	cm	cm ⁴	cm ³	cm ⁴	cm ⁴	cm ⁴	cm ⁴	cm ⁴	cm ³	cm ³	cm ⁴	cm ⁴	
15.15.3	15	3	0,82	0,64	0,48	1,06	0,67	0,15	0,15	0,43	0,24	0,54	0,06	0,09	0,27	0,27	11,2	0,28	13,8
15.15.4	15	4	1,05	0,82	0,51	1,06	0,73	0,19	0,19	0,42	0,29	0,53	0,08	0,11	0,28	0,28	13,8	0,28	13,8
20.20.3	20	3	1,12	0,88	0,60	1,41	0,85	0,39	0,28	0,59	0,62	0,74	0,15	0,18	0,37	0,37	8,36	0,47	8,56
20.20.4	20	4	1,45	1,14	0,64	1,41	0,90	0,48	0,35	0,58	0,77	0,73	0,19	0,21	0,36	0,36	11,1	0,47	10,3
25.25.3	25	3	1,42	1,12	0,73	1,77	1,03	0,79	0,45	0,75	1,27	0,95	0,31	0,30	0,47	0,47	6,50	0,47	6,50
25.25.4	25	4	1,85	1,45	0,76	1,77	1,08	1,01	0,58	0,74	1,61	0,93	0,40	0,37	0,47	0,47	8,56	0,47	8,56
25.25.5	25	5	2,26	1,77	0,80	1,77	1,13	1,18	0,69	0,72	1,87	0,91	0,50	0,44	0,47	0,47	10,3	0,47	10,3
30.30.3	30	3	1,74	1,36	0,84	2,12	1,18	1,41	0,65	0,90	2,24	1,14	0,57	0,48	0,57	0,57	5,33	0,57	5,33
30.30.4	30	4	2,27	1,78	0,89	2,12	1,24	1,81	0,86	0,89	2,85	1,12	0,76	0,61	0,58	0,58	6,78	0,58	6,78
30.30.5	30	5	2,78	2,18	0,92	2,12	1,30	2,16	1,04	0,88	3,41	1,11	0,91	0,70	0,57	0,57	8,50	0,57	8,50
35.35.4	35	4	2,67	2,10	1,00	2,47	1,41	2,96	1,18	1,05	4,68	1,33	1,24	0,88	0,68	0,68	5,75	0,68	5,75
35.35.6	35	6	3,87	3,04	1,08	2,47	1,53	4,14	1,71	1,04	6,50	1,30	1,77	1,16	0,68	0,68	8,46	0,68	8,46

$$\sigma_k = \frac{\pi^2 E I_{min}}{l^2 A} = \frac{\pi^2 E A}{l^2} \cdot k$$

Ознака 	М е р е		Пре-сек	Те-жина	Растојања оса		З а о с у с а в и ј а њ а						$k = \frac{A^2}{I_x}$		
	b	δ			A	G	$x_C = y_C$	ц	v	x-x-y-y		(1)-(1)		(2)-(2)	
			I _x	W _x						i _x	I ₁	i ₁	I ₂	W ₂	I ₂
mm	mm	mm	mm	kg/m	cm	cm	cm ⁴	cm ³	cm	cm ⁴	cm	cm ⁴	cm ³	cm	
40.40.4	4	4	3.08	2.42	1.12	2.83	1.58	4.48	1.56	1.21	7.09	1.86	1.18	0.78	5.10
40.40.5	5	6	3.79	2.97	1.16	2.83	1.64	5.43	1.91	1.20	8.64	2.22	1.35	0.77	6.47
40.40.6	6	6	4.48	3.52	1.20	2.83	1.70	6.38	2.26	1.19	9.98	2.67	1.57	0.77	7.52
45.45.5	5	7	4.30	3.38	1.28	3.18	1.81	7.83	2.43	1.35	12.4	3.25	1.80	0.87	5.69
45.45.7	7	7	5.86	4.60	1.36	3.18	1.92	10.4	3.31	1.33	16.4	4.39	2.29	0.87	7.82
50.50.5	5	6	4.80	3.77	1.40	3.54	1.98	11.0	3.05	1.51	17.4	4.59	2.32	0.98	5.02
50.50.6	6	7	5.69	4.47	1.45	3.54	2.04	12.8	3.61	1.50	20.4	4.89	2.57	0.96	6.19
50.50.7	7	7	6.56	5.15	1.49	3.54	2.11	14.6	4.15	1.49	23.1	5.24	2.85	0.96	7.15
50.50.9	9	9	8.24	6.47	1.56	3.54	2.21	17.9	5.20	1.47	28.1	5.67	3.47	0.97	8.85
55.55.6	6	8	6.31	4.95	1.56	3.89	2.21	17.3	4.40	1.66	27.4	6.24	3.28	1.07	5.50
55.55.8	8	8	8.23	6.46	1.64	3.89	2.32	22.1	5.72	1.64	34.8	7.24	4.03	1.07	7.24
55.55.10	10	10	10.1	7.90	1.72	3.89	2.43	26.3	6.97	1.62	41.4	8.35	4.65	1.06	9.03
60.60.6	6	6	6.91	5.42	1.69	4.24	2.39	22.8	5.29	1.82	36.1	9.43	3.95	1.17	5.06
60.60.8	8	8	9.03	7.09	1.77	4.24	2.50	29.1	6.88	1.80	46.1	12.1	4.84	1.16	6.74
60.60.10	10	10	11.1	8.69	1.85	4.24	2.62	34.9	8.41	1.78	55.1	14.6	5.57	1.15	8.44
65.65.7	7	9	8.70	6.83	1.85	4.60	2.67	33.4	7.18	1.96	53.0	13.8	5.27	1.26	5.48
65.65.9	9	9	11.0	8.62	1.93	4.60	2.73	41.3	9.04	1.94	65.4	17.2	6.30	1.25	7.03
65.65.11	11	11	13.2	10.3	2.00	4.60	2.83	48.3	10.8	1.91	78.8	24.2	7.31	1.25	8.42
70.70.7	7	9	9.40	7.38	1.97	4.95	2.79	42.4	8.43	2.12	67.1	17.6	6.31	1.37	5.92
70.70.9	9	9	11.9	9.34	2.05	4.95	2.90	52.6	10.6	2.10	83.1	26.4	7.59	1.36	6.44
70.70.11	11	11	14.3	11.2	2.13	4.95	3.01	61.8	12.7	2.08	97.6	26.0	8.64	1.36	7.87
75.75.7	7	8	10.1	7.94	2.09	5.30	2.95	52.4	9.67	2.28	83.6	28.8	21.1	1.45	4.85
75.75.8	8	10	11.5	9.03	2.13	5.30	3.01	58.9	11.0	2.26	93.3	28.5	24.4	1.46	5.42
75.75.10	10	12	14.1	11.1	2.21	5.30	3.12	71.4	13.5	2.25	113	28.3	29.8	1.45	6.67
75.75.12	12	12	16.7	13.1	2.29	5.30	3.24	82.4	15.8	2.22	130	27.9	34.7	1.44	8.04
80.80.8	8	8	12.3	9.66	2.26	5.68	3.20	72.3	12.6	2.42	115	30.6	29.6	1.55	5.11
80.80.10	10	10	15.1	11.9	2.34	5.68	3.31	87.5	15.5	2.41	139	30.3	35.9	1.54	6.35
80.80.12	12	12	17.9	14.1	2.41	5.68	3.41	102	18.2	2.39	161	30.0	43.0	1.53	7.45
80.80.14	14	14	20.6	16.1	2.48	5.68	3.51	115	20.8	2.36	181	29.6	48.6	1.54	8.63

99. 99. 9	9	11	15.5	12.2	2.54	6.36	3.59	116	180	2.74	184	3.45	47.8	13.3	1.76	5.03
99. 99. 11	11	15.5	16.7	14.7	2.62	3.70	3.70	138	21.6	2.72	218	3.41	57.1	15.4	1.75	5.08
99. 99. 13	13	21.3	17.1	2.70	3.81	3.81	138	158	25.1	2.69	250	3.39	65.9	17.3	1.74	7.21
99. 99. 16	16	26.4	20.7	2.51	3.37	3.37	186	186	50.1	2.66	294	3.34	79.1	19.9	1.73	8.79
100. 100. 10	10	19.2	15.1	2.82	3.99	3.99	177	177	24.7	3.04	280	3.82	73.3	18.4	1.95	5.03
100. 100. 12	12	22.7	17.8	2.90	4.10	4.10	207	207	29.2	3.02	328	3.80	86.2	21.0	1.95	5.98
100. 100. 14	14	26.2	20.6	2.98	4.21	4.21	235	235	33.5	3.00	372	3.77	98.3	23.4	1.94	6.98
100. 100. 20	20	36.2	28.4	3.20	4.54	4.54	311	311	45.8	2.93	488	3.67	134	28.5	1.93	9.72
110. 110. 10	10	21.2	16.6	3.07	4.34	4.34	239	239	30.1	3.36	379	4.23	98.6	22.7	2.16	4.56
110. 110. 12	12	25.1	19.7	3.15	4.45	4.45	280	280	35.7	3.34	444	4.21	116	26.1	2.15	5.43
110. 110. 14	14	29.0	22.8	3.21	4.54	4.54	319	319	41.0	3.32	505	4.18	133	29.3	2.14	6.32
120. 120. 11	11	25.4	19.9	3.36	4.75	4.75	341	341	39.5	3.66	541	4.62	140	29.5	2.35	4.61
120. 120. 13	13	29.7	23.3	3.44	4.86	4.86	394	394	46.0	3.64	625	4.59	162	33.3	2.34	5.45
120. 120. 15	15	33.9	26.6	3.51	4.96	4.96	446	446	52.5	3.63	705	4.56	186	37.5	2.34	6.18
120. 120. 20	20	44.2	34.7	3.70	5.24	5.24	562	562	67.7	3.57	887	4.48	236	45.0	2.31	8.26
130. 130. 12	12	30.0	23.6	3.64	5.15	5.15	472	472	50.4	3.97	750	5.00	194	37.7	2.54	4.64
130. 130. 14	14	34.7	27.2	3.72	5.26	5.26	540	540	58.2	3.94	857	4.97	223	42.4	2.53	5.40
130. 130. 16	16	39.3	30.9	3.80	5.37	5.37	605	605	65.8	3.92	959	4.94	251	46.7	2.52	6.15
140. 140. 13	13	35.0	27.5	3.92	5.54	5.54	638	638	63.3	4.27	1010	5.38	262	47.3	2.74	4.68
140. 140. 15	15	40.0	31.4	4.00	5.66	5.66	723	723	72.3	4.25	1150	5.36	298	52.7	2.73	5.37
140. 140. 17	17	45.0	35.3	4.08	5.77	5.77	805	805	81.2	4.23	1280	5.33	334	57.9	2.72	6.06
150. 150. 14	14	40.3	31.5	4.21	5.95	5.95	845	845	78.2	4.58	1340	5.77	347	58.3	2.94	4.68
150. 150. 16	16	45.7	35.9	4.29	6.07	6.07	949	949	88.7	4.56	1510	5.74	391	64.4	2.93	5.34
150. 150. 18	18	51.0	40.1	4.36	6.17	6.17	1050	1050	99.3	4.54	1670	5.70	438	71.0	2.93	5.94
160. 160. 15	15	46.1	36.2	4.49	6.35	6.35	1100	1100	95.6	4.88	1750	6.15	453	71.3	3.14	4.69
160. 160. 17	17	51.8	40.7	4.57	6.46	6.46	1230	1230	108	4.86	1950	6.13	506	78.3	3.13	5.30
160. 160. 19	19	57.5	45.1	4.65	6.58	6.58	1350	1350	118	4.84	2140	6.10	558	84.8	3.12	5.93
180. 180. 16	16	55.4	43.5	5.02	7.11	7.11	1680	1680	130	5.51	2690	6.96	679	95.5	3.50	4.52
180. 180. 18	18	61.9	48.6	5.10	7.22	7.22	1870	1870	145	5.49	2970	6.93	757	105	3.49	5.07
180. 180. 20	20	68.4	53.7	5.18	7.33	7.33	2040	2040	160	5.47	3260	6.90	830	113	3.49	5.63
200. 200. 16	16	61.8	48.5	5.52	7.90	7.90	2340	2340	162	6.15	3740	7.78	943	121	3.91	4.05
200. 200. 18	18	69.1	54.3	5.60	8.04	8.04	2600	2600	181	6.13	4150	7.75	1050	133	3.90	4.55
200. 200. 20	20	76.4	59.3	5.68	8.14	8.14	2850	2850	199	6.11	4540	7.72	1160	144	3.89	5.06

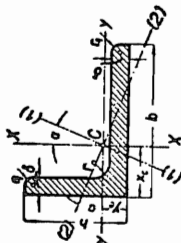
DIN 1029

2. РАВНОКРАКИ УГАОНИЦИ

$k = A^2 / I_{min}$ (коэффициент извијања)

нормалне дужине од 3 до 15 m

$r_1 = r/2$ (заокружено на пола mm)

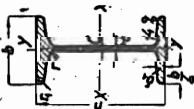


Ознака L	М е р е			Пресек A cm ²	Тежина G' кг/м	Распо- јања оса		З а о с у с а в и ј а њ а				$k = \frac{A^2}{I_2}$							
	h mm	b mm	t mm			xC cm	yC cm	x-x		y-y		I ₁ cm ⁴	I ₂ cm ⁴	I ₁ cm ⁴	I ₂ cm ⁴				
								I _x cm ⁴	W _x cm ³	I _y cm ⁴	W _y cm ³								
20.30.3	20	30	3	1.42	1.11	0.99	0.50	0.431	1.25	0.62	0.94	0.44	0.29	0.56	1.43	1.00	0.25	0.42	7.99
20.30.4	20	30	4	1.85	1.45	1.03	0.54	0.423	1.59	0.81	0.93	0.55	0.38	0.55	1.81	0.99	0.33	0.42	10.4
20.30.5	20	30	5	2.26	1.77	1.07	0.58	0.412	1.90	0.99	0.92	0.66	0.46	0.44	2.15	0.98	0.40	0.42	12.7
20.40.3	20	40	3	1.72	1.35	1.43	0.44	0.259	2.79	1.08	1.27	0.47	0.30	0.52	2.96	1.31	0.30	0.42	9.76
20.40.4	20	40	4	2.25	1.77	1.47	0.48	0.252	3.59	1.42	1.26	0.60	0.39	0.52	3.79	1.30	0.39	0.42	12.9
30.45.3	30	45	3	2.19	1.72	1.43	0.70	0.441	4.48	1.46	1.43	1.60	0.70	0.86	5.17	1.54	0.91	0.64	5.27
30.45.4	30	45	4	2.87	2.25	1.48	0.74	0.436	5.78	1.91	1.42	2.05	0.91	0.85	6.65	1.52	1.18	0.64	6.57
30.45.5	30	45	5	3.53	2.77	1.52	0.78	0.430	6.99	2.35	1.41	2.47	1.11	0.84	8.02	1.51	1.44	0.64	8.65
30.60.5	30	60	5	4.29	3.37	2.15	0.68	0.256	15.6	4.04	1.90	2.60	1.12	0.78	16.5	1.95	1.69	0.63	10.9
30.60.7	30	60	7	5.85	4.59	2.24	0.76	0.248	20.7	5.50	1.88	3.41	1.52	0.76	21.8	1.93	2.28	0.62	15.0
40.50.3	40	50	3	2.63	2.06	1.48	0.99	0.632	6.58	1.87	1.58	3.76	1.95	1.20	8.46	1.79	1.89	0.85	3.66
40.50.4	40	50	4	3.46	2.71	1.52	1.03	0.629	8.54	2.47	1.57	4.86	1.64	1.19	10.9	1.78	2.46	0.84	4.85
40.50.5	40	50	5	4.27	3.35	1.56	1.07	0.625	10.4	3.02	1.56	5.89	2.01	1.18	13.3	1.76	3.02	0.84	6.04
40.60.5	40	60	5	4.79	3.76	1.96	0.97	0.437	17.2	4.25	1.89	6.11	2.02	1.13	19.8	2.03	3.50	0.86	6.59
40.60.6	40	60	6	5.68	4.46	2.00	1.01	0.433	20.1	5.03	1.88	7.12	2.38	1.12	23.1	2.02	4.12	0.85	7.67
40.60.7	40	60	7	6.55	5.14	2.04	1.05	0.429	23.0	5.79	1.87	8.07	2.74	1.11	26.3	2.00	4.73	0.85	9.07

40. 80. 4	4	4.69	3.68	2.76	0.80	0.285	31.1	5.93	2.57	5.32	1.66	1.07	33.0	2.65	3.38	1.85
40. 80. 6	6	6.89	5.41	2.85	0.88	0.259	44.9	8.73	2.55	7.89	2.44	1.05	47.6	2.63	4.90	9.70
40. 80. 8	8	9.01	7.07	2.94	0.95	0.253	57.6	11.4	2.53	9.68	3.18	1.04	60.9	2.60	6.41	12.7
50. 65. 5	5	5.54	4.35	1.99	1.23	0.583	23.1	5.11	2.04	11.9	3.18	1.47	28.8	6.21	1.05	5.89
50. 65. 7	7	7.60	5.97	2.07	1.33	0.574	31.0	6.99	2.02	15.8	4.31	1.44	38.4	2.25	8.37	10.5
50. 65. 9	9	9.58	7.52	2.15	1.41	0.567	38.2	8.77	2.00	19.4	5.39	1.42	47.0	2.22	10.5	8.72
50. 100. 6	6	8.73	6.85	3.49	1.04	0.263	89.7	13.8	3.20	15.3	3.82	1.32	95.2	3.30	9.78	10.6
50. 100. 8	8	11.5	8.99	3.59	1.13	0.258	116	18.0	3.18	19.5	5.04	1.31	123	3.28	12.6	10.6
50. 100. 10	10	14.1	11.1	3.67	1.20	0.252	141	22.2	3.16	23.4	6.17	1.29	149	3.25	15.5	10.4
55. 75. 5	5	6.30	4.95	2.31	1.33	0.520	35.5	6.84	2.37	16.2	3.89	1.60	43.1	2.61	8.68	11.7
55. 75. 7	7	8.66	6.80	2.40	1.41	0.525	47.9	9.39	2.35	21.8	5.32	1.59	57.9	2.59	11.8	11.7
55. 75. 9	9	10.9	8.59	2.47	1.48	0.518	59.4	11.8	2.33	26.8	6.66	1.57	71.3	2.55	14.8	11.6
60. 90. 6	6	8.69	6.82	2.89	1.41	0.442	71.7	11.7	2.87	25.8	5.61	1.72	82.8	3.09	14.6	13.0
60. 90. 8	8	11.4	8.96	2.97	1.49	0.437	92.5	15.4	2.85	33.0	7.31	1.70	107	3.06	19.0	12.9
60. 90. 10	10	14.1	11.0	3.05	1.56	0.431	112	18.8	2.82	39.5	8.92	1.68	129	3.02	23.1	12.8
65. 75. 6	6	8.11	6.37	2.19	1.70	0.740	44.0	8.30	2.33	30.7	6.39	1.94	60.2	2.73	14.4	13.4
65. 75. 8	8	10.6	8.34	2.28	1.78	0.736	56.7	10.9	2.31	39.4	8.34	1.92	77.3	2.70	18.8	13.3
65. 75. 10	10	13.1	10.3	2.35	1.86	0.732	68.4	13.3	2.29	47.3	10.2	1.90	92.7	2.66	23.0	13.3
65. 80. 6	6	8.41	6.60	2.39	1.65	0.649	52.6	9.41	2.51	31.2	6.44	1.93	68.5	2.85	15.6	13.6
65. 80. 8	8	11.0	8.66	2.47	1.73	0.645	68.1	12.3	2.49	40.1	8.41	1.91	88.0	2.82	20.3	13.6
65. 80. 10	10	13.6	10.7	2.55	1.81	0.640	82.2	15.1	2.46	48.3	10.3	1.89	106	2.79	24.8	13.6
65. 80. 12	12	16.0	12.6	2.63	1.88	0.634	95.4	17.8	2.44	55.8	12.1	1.87	122	2.76	29.2	13.9
65. 100. 7	7	11.2	8.77	3.23	1.51	0.419	113	16.6	3.17	37.6	7.54	1.84	128	3.39	21.6	13.9
65. 100. 9	9	14.2	11.1	3.32	1.59	0.415	141	21.0	3.15	46.7	9.52	1.82	160	3.36	27.2	13.9
65. 100. 11	11	17.1	13.4	3.40	1.67	0.410	167	26.3	3.13	55.1	11.4	1.80	190	3.34	32.6	13.8
65. 115. 6	6	10.5	8.25	3.85	1.28	0.327	145	18.9	3.71	34.4	6.71	1.81	158	3.88	21.1	14.2
65. 115. 8	8	13.8	10.9	3.94	1.46	0.324	188	24.8	3.69	44.2	8.78	1.79	205	3.85	27.4	14.1
65. 115. 10	10	17.1	13.4	4.02	1.54	0.321	229	30.6	3.56	53.3	10.8	1.77	249	3.82	33.2	14.0
65. 130. 8	8	15.1	11.9	4.56	1.37	0.263	263	31.1	4.17	44.8	8.72	1.72	280	4.31	28.6	13.8
65. 130. 10	10	18.6	14.6	4.65	1.45	0.259	321	38.4	4.15	54.2	10.7	1.71	340	4.27	35.0	13.7
65. 130. 12	12	22.1	17.3	4.74	1.53	0.255	376	45.5	4.12	63.0	12.7	1.69	397	4.24	41.2	13.7
75. 90. 7	7	11.1	8.74	2.67	1.93	0.683	88.1	13.9	2.81	55.5	9.98	2.23	117	3.24	27.1	15.6
75. 90. 9	9	14.1	11.1	2.76	2.01	0.679	110	17.6	2.79	69.1	12.6	2.21	145	3.21	34.1	15.6
75. 90. 11	11	17.0	13.4	2.83	2.09	0.675	130	21.1	2.77	81.7	18.5	2.19	171	3.17	40.9	15.5
75. 100. 7	7	11.9	9.32	3.06	1.83	0.553	118	17.0	3.15	56.9	10.0	2.19	145	3.49	30.1	15.9
75. 100. 9	9	15.1	11.8	3.15	1.91	0.549	148	21.5	3.13	71.0	12.7	2.17	181	3.47	37.8	15.9
75. 100. 11	11	18.2	14.3	3.23	1.99	0.545	176	25.9	3.11	84.0	15.3	2.15	214	3.44	45.4	15.8
75. 130. 8	8	15.9	12.5	4.36	1.65	0.339	276	31.9	4.17	68.3	11.7	2.08	303	4.37	41.3	16.1
75. 130. 10	10	19.6	15.4	4.45	1.73	0.336	337	39.4	4.14	82.9	14.4	2.06	369	4.34	50.6	16.1
75. 130. 12	12	23.3	18.3	4.53	1.81	0.332	395	46.6	4.12	96.5	17.0	2.04	432	4.31	59.6	16.0

Ознака	Мере			Пресек A cm^2	Текнина Q kg/m	Расто- јања оса		Пложа) осе		З а о с у с а в и ј а њ а			(2)-(2)		$k = \frac{A^2}{I_3}$			
	h mm	b mm	r mm			x_c cm	y_c cm	$x-x$		$y-y$		I_1 cm^4	I_2 cm^4	I_1 cm^4		I_2 cm^4		
								I_x cm^4	W_x cm^3	I_y cm^4	W_y cm^3							
75.150.9	75	150	13	19.5	15.3	5.28	1.57	0.265	455	46.8	4.83	2.00	484	498	50.0	7.65		
75.150.11	75	150	11	10.5	25.6	5.37	1.65	0.261	545	56.6	4.80	1.98	578	4.85	1.59	9.35		
75.150.13	75	150	13	21.7	21.7	5.43	1.73	0.258	631	66.1	4.78	1.96	668	4.91	69.4	11.0		
75.170.10	75	170	10	23.7	18.6	6.21	1.52	0.214	709	65.7	5.47	1.93	739	5.59	58.5	9.56		
75.170.12	75	170	12	28.1	22.1	6.30	1.60	0.210	834	78.0	5.45	1.74	1.91	868	5.56	68.9	11.5	
75.170.14	75	170	14	32.5	25.5	6.39	1.68	0.207	955	90.0	5.42	1.17	20.0	1.88	99.2	13.4		
75.170.16	75	170	16	36.8	28.9	6.47	1.76	0.204	1070	102	5.39	1.88	1110	5.50	88.8	15.3		
80.120.8	80	120	8	15.5	12.2	3.83	1.87	0.441	226	27.6	3.82	2.29	261	4.10	45.8	7.2		
80.120.10	80	120	10	19.1	15.0	3.92	1.95	0.438	276	34.1	3.80	2.27	318	4.07	56.1	8.1		
80.120.12	80	120	12	22.7	17.8	4.00	2.03	0.433	323	40.4	3.77	1.91	2.25	371	4.04	66.1	7.79	
80.120.14	80	120	14	26.2	20.5	4.08	2.10	0.429	368	46.4	3.75	2.20	2.23	421	4.01	75.8	9.03	
90.110.9	90	110	9	17.3	13.6	3.30	2.32	0.652	204	26.5	3.43	1.83	2.66	264	3.90	62.2	4.83	
90.110.11	90	110	11	20.9	16.4	3.38	2.40	0.650	243	31.9	3.41	1.66	2.21	2.64	315	3.88	5.90	5.90
90.110.13	90	110	13	24.5	19.2	3.46	2.48	0.648	281	37.2	3.39	1.68	2.57	2.62	362	3.85	86.0	6.96
90.130.10	90	130	10	21.2	16.6	4.15	2.18	0.472	358	40.5	4.11	20.6	2.58	420	4.46	78.5	1.93	
90.130.12	90	130	12	25.1	19.7	4.24	2.26	0.466	420	48.0	4.09	165	2.44	2.56	492	4.43	92.6	6.81
90.130.14	90	130	14	29.0	22.8	4.32	2.34	0.465	480	55.3	4.07	28.1	2.54	560	4.40	106	1.91	
90.150.10	90	150	10	23.2	18.2	4.99	2.03	0.363	532	53.1	4.79	146	2.10	2.51	591	5.05	87.3	1.94
90.150.12	90	150	12	27.5	21.6	5.08	2.11	0.360	626	63.1	4.77	170	2.47	2.49	694	5.02	102	1.93
90.150.14	90	150	14	31.8	25.0	5.16	2.19	0.357	716	72.8	4.75	28.4	2.47	792	4.99	118	1.92	
90.250.10	90	250	10	33.2	26.0	9.49	1.57	0.156	2170	140	8.09	163	2.22	2220	8.18	113	1.84	
90.250.12	90	250	12	39.5	31.0	9.59	1.65	0.154	2570	167	8.06	191	2.20	2630	8.15	133	1.83	
90.250.14	90	250	14	45.8	36.0	9.68	1.74	0.152	2960	193	8.03	218	2.18	3020	8.12	152	1.82	
90.250.16	90	250	16	52.0	40.8	9.77	1.82	0.150	3330	219	8.01	243	2.16	3400	8.09	172	1.82	
100.150.10	100	150	10	24.2	19.0	4.80	2.34	0.442	552	54.1	4.78	198	2.86	637	5.13	112	2.15	
100.150.12	100	150	12	28.7	22.6	4.89	2.42	0.439	650	64.2	4.76	232	30.6	2.84	749	5.10	132	2.15
100.150.14	100	150	14	33.2	26.1	4.97	2.50	0.435	744	74.1	4.73	264	35.2	2.82	856	5.07	152	2.14
100.200.10	100	200	10	29.2	23.0	6.93	2.01	0.266	1220	93.2	6.46	210	2.63	2.68	1300	6.66	133	2.14
100.200.12	100	200	12	34.3	27.3	7.03	2.10	0.264	1440	111	6.43	247	2.67	1530	6.63	156	2.13	
100.200.14	100	200	14	40.3	31.6	7.12	2.18	0.262	1650	128	6.41	282	2.65	1760	6.60	181	2.12	
100.200.16	100	200	16	46.7	36.9	7.20	2.26	0.259	1860	145	6.38	316	2.63	1970	6.57	204	2.11	
100.200.18	100	200	18	51.0	40.0	7.29	2.34	0.256	2060	162	6.36	347	2.61	2180	6.54	227	2.11	

3. ДВОГУБО I ПРОФИЛИ



$S_{(y/2)}$ статички момент половине preseka. Нормалне дужине од 4 до 15 m.

$S_x = I_x / S_{(y/2)}$; $k = A^2 / I_{min}$; $r_1 \approx 0,6 \delta$

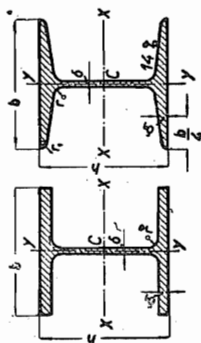
Ознака	М е р е				Пре-сек А	Тежи-на G'	З а о с у с а в и ј а њ а x-x				S _(y/2)		k = $\frac{A^2}{I_y}$		
	h	b	δ	δ ₁			r	I _x	W _x	I _x	I _y	W _y		I _y	S _x
	mm	mm	mm	mm	mm	kg/m	cm ⁴	cm ³	cm ⁴	cm ³	cm ⁴	cm ³	cm		
8	80	42	3,9	5,9	3,9	5,95	77,8	19,5	3,20	6,29	3,00	0,91	11,4	6,84	9,13
10	100	50	4,5	6,8	4,5	8,32	171	34,2	4,01	12,2	4,88	1,07	19,9	8,57	9,21
12	120	58	5,1	7,7	5,1	11,2	328	54,7	4,81	22,5	7,41	1,23	31,8	10,3	9,38
14	140	66	5,7	8,6	5,7	14,4	573	81,9	5,61	35,2	10,7	1,40	47,7	12,0	9,51
16	160	74	6,3	9,5	6,3	17,9	817	117	6,40	54,7	14,8	1,55	68,0	13,7	9,50
18	180	82	6,9	10,4	6,9	21,9	1450	161	7,20	81,3	19,8	1,71	93,4	15,5	9,57
20	200	90	7,5	11,3	7,5	26,3	2140	214	8,00	117	26,0	1,87	125	17,2	9,59
22	220	98	8,1	12,2	8,1	31,1	3060	278	8,80	162	33,1	2,02	162	18,9	9,68
24	240	106	8,7	13,1	8,7	36,2	4250	354	9,59	221	41,7	2,20	206	20,6	9,62
26	260	113	9,4	14,1	9,4	41,9	5740	442	10,4	288	51,0	2,32	257	22,3	9,90
28	280	119	10,1	15,2	10,1	48,0	7590	542	11,1	364	61,2	2,45	316	24,0	10,3
30	300	125	10,8	16,2	10,8	54,2	9800	653	11,9	451	72,2	2,56	381	25,7	10,6
32	320	131	11,5	17,3	11,5	61,1	12510	782	12,7	555	84,7	2,67	457	27,4	10,9
34	340	137	12,2	18,3	12,2	68,1	15700	923	13,5	674	98,4	2,80	540	29,1	11,2
36	360	143	13,0	19,5	13,0	76,2	19610	1090	14,2	818	114	2,90	638	30,7	11,5
38	380	149	13,7	20,5	13,7	84,0	24010	1260	15,0	975	131	3,02	741	32,4	11,7
40	400	155	14,4	21,6	14,4	92,6	29210	1460	15,7	1160	149	3,13	857	34,1	12,0
42 ^{1/2}	425	163	15,3	23,0	15,3	104	36970	1740	16,7	1440	176	3,30	1020	36,2	12,1
45	450	170	16,2	24,3	16,2	115	45850	2040	17,7	1730	193	3,43	1200	38,3	12,5
47 ^{1/2}	475	178	17,1	25,6	17,1	128	56480	2380	18,6	2090	235	3,60	1400	40,4	12,7
50	500	185	18,0	27,0	18,0	141	68740	2750	19,6	2480	268	3,72	1630	42,4	13,1
55	550	200	19,0	30,0	19,0	167	99180	3510	21,6	3490	349	4,02	2120	46,8	13,0
60	600	215	21,6	32,4	21,6	199	139000	4630	23,4	4670	434	4,30	2730	50,9	13,8

DIN 1025

4. PEINER'ОВИ И GREY-DIFFERDINGER'ОВИ ПРОФИЛИ

$S_x^{(1/2)}$ статички момент половине пресека

$s_x = I_x/S_x^{(1/2)}$; $k = A^2/I_{min}$; $r \approx 1,58$



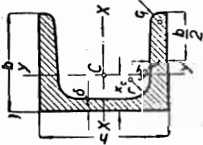
Ознака	М е р е				Пре-сек A	Тежи-на G'	З а о с у с а в и ј а њ а						$S_x^{(1/2)}$ cm ³	s_x cm	$k = \frac{A^2}{I_y}$
	h	b	δ	δ_1			r	x - x		y - y					
IP	mm	mm	mm	mm	mm	kg/m	I_x cm ⁴	W_x cm ³	I_x cm ⁴	I_y cm ⁴	W_y cm ³	I_y cm ⁴	cm ³	cm	
20	200	200	10	16	15	64,9	5950	595	8,46	2140	214	5,08	337	17,7	3,20
22	220	220	10	16	15	71,5	8050	732	9,37	2840	258	5,59	412	19,5	2,92
24	240	240	11	18	17	87,4	11690	974	10,5	4150	346	6,11	549	21,3	2,98
26	260	260	11	18	17	94,8	15050	1160	11,2	5280	406	6,61	649	23,2	2,76
28	280	280	12	20	18	113	20720	1480	12,0	7320	523	7,14	831	24,9	2,81
30	300	300	12	20	18	121	25760	1720	12,9	9010	600	7,65	959	26,8	2,63
32	320	300	13	22	20	135	32250	2020	13,7	9910	661	7,60	1130	28,5	2,96
34	340	300	13	22	20	137	36940	2170	14,5	9910	661	7,55	1220	30,3	3,05
38	360	300	14	24	21	150	45120	2510	15,3	10810	721	7,51	1410	32,0	3,39
38	380	300	14	24	21	153	50950	2680	16,2	10810	721	7,46	1510	33,8	3,49
40	400	300	14	26	21	164	-60640	3030	17,0	11710	781	7,49	1700	35,6	3,71
42 1/2	425	300	14	26	21	166	69480	3270	18,1	11710	781	7,43	1830	37,8	3,83
45	450	300	15	28	23	182	84220	3740	19,9	12620	841	7,38	2110	40,0	4,25
47 1/2	475	300	15	28	23	185	95120	4010	20,1	12620	841	7,32	2250	42,2	4,39
50	500	300	16	30	24	200	113200	4530	21,0	13530	902	7,28	2560	44,3	4,87

5. **С** ПРОФИЛИ

до № 30 нагиб 80°/0

преко № 30 нагиб 5°/0

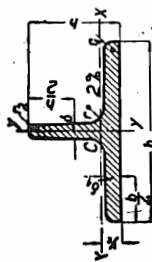
№ 30 нагиб 2°/0



Ознака	М е р е						Пре-сек А	Тежи-на G'	З а о с у с а в и ј а њ а						x _C	k = $\frac{A^2}{I_y}$
	h	b	δ	δ ₁	r	r ₁			I _x	W _x	I _x	W _x	I _y	W _y		
3	30	83	5	7	7	3,5	5,44	4,87	6,39	4,26	1,08	5,83	2,68	0,99	1,31	5,55
4	40	93	5	7	7	3,5	7,21	4,87	14,1	7,06	1,50	6,68	3,08	1,04	1,33	5,77
5	50	98	5	7	7	3,5	9,12	5,69	26,4	10,6	1,92	9,12	3,75	1,13	1,37	5,56
6 ^{1/2}	65	42	5,5	7,5	7,5	4	9,03	7,09	57,5	17,7	2,52	14,1	5,07	1,25	1,42	5,78
8	80	45	6	8	8	4	11,0	8,64	106	26,5	3,10	19,4	6,36	1,33	1,45	6,24
10	100	50	6	8,5	8,5	4,5	13,5	10,6	206	41,2	3,91	29,3	8,49	1,47	1,55	6,22
12	120	55	7	9	9	4,5	17,0	13,4	364	60,7	4,62	43,2	11,1	1,59	1,60	6,69
14	140	60	7	10	10	5	20,4	16,0	605	86,4	5,45	62,7	14,8	1,75	1,75	6,64
16	160	65	7,5	10,5	10,5	5,5	24,0	18,8	925	116	6,21	85,3	18,3	1,89	1,84	6,75
18	180	70	8	11	11	5,5	28,0	22,0	1350	150	6,95	114	22,4	2,02	1,92	6,88
20	200	75	8,5	11,5	11,5	6	32,2	25,3	1910	191	7,70	148	27,0	2,14	2,01	7,01
22	220	80	9	12,5	12,5	6,5	37,4	29,4	2690	245	8,48	197	33,6	2,30	2,14	7,10
24	240	85	9,5	13	13	6,5	42,3	33,2	3600	300	9,22	248	39,6	2,42	2,23	7,21
26	260	90	10	14	14	7	48,3	37,9	4820	371	9,99	317	47,7	2,56	2,36	7,36
28	280	95	10	15	15	7,5	53,3	41,8	6280	448	10,9	399	57,2	2,74	2,53	7,12
30	300	100	10	16	16	8	58,8	46,2	8030	535	11,7	495	67,8	2,90	2,70	6,98
32	320	100	14	17,5	17,5	8,75	75,8	59,5	10870	679	12,1	597	80,6	2,81	2,60	9,71
34	350	100	14	16	16	8	77,3	60,6	12840	734	12,9	570	75,0	2,72	2,40	10,5
36	381	102	13,34	16	16	8	79,7	62,6	15730	826	14,1	613	78,4	2,78	2,35	10,3
38 ¹	400	110	14	18	18	9	91,5	71,8	20350	1020	14,9	846	102	3,04	2,65	9,90

DIN 1024

6. ЈЕДНОГУБО Ј ПРОФИЛИ



$b : h = 2 : 1, \quad \delta = \delta_1$

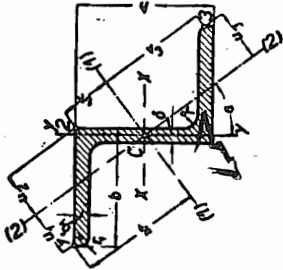
$k = A^2 / I_{min}$

$I_x = I_{min}$

Ознака I	М е р е						Пре- сек A	Тежи- на G'	УС	З а о с у с а в и ј а њ а							
	b	h	delta	r	r ₁	r ₂				x-x		y-y		I _x	I _y	W _x	W _y
										I _x	I _y	W _x	W _y				
6. 3.	60	30	5,5	5,5	3	1,5	3,64	0,67	2,56	1,11	0,75	8,62	2,87	1,36	8,35		
7. 3 1/2	70	35	6	7	3,5	1,5	4,66	0,77	4,49	1,65	0,87	15,1	4,31	1,59	7,86		
8. 4	80	40	7	8	4	2	5,94	0,88	7,81	2,50	0,99	28,5	7,13	1,90	8,01		
9. 4 1/2	90	45	8	9	4	2	7,91	1,00	12,7	3,63	1,11	46,1	10,2	2,12	8,19		
10. 5	100	50	8,5	10	4,5	2	12,0	1,09	18,7	4,78	1,25	67,7	13,5	2,38	7,70		
12. 6	120	60	10	11,5	5	2,5	17,0	1,30	38,0	8,09	1,49	137	22,8	2,84	7,61		
14. 7	140	70	11,5	13	6	3	22,8	1,51	68,9	12,6	1,74	258	36,9	3,36	7,55		
16. 8	160	80	13	14,5	6,5	3,5	29,5	1,72	117	18,6	1,99	422	52,8	3,78	7,44		
18. 9	180	90	14,5	16	7,5	3,5	37,0	1,93	185	26,2	2,24	670	74,4	4,25	7,40		
20. 10	200	100	16	16	8	4	45,4	2,14	277	35,2	2,47	1000	100	4,69	7,44		
100. 90	100	90	10	10	5	2,5	17,9	1,40	2,25	111	16,4	79,7	15,9	2,11	4,04		
120. 80	120	80	10	10	5	2,5	18,9	1,48	1,80	84,4	13,6	138	23,0	2,70	4,23		
200. 150	200	150	19	19	9,5	5	62,5	49,1	3,60	1020	88,7	4,05	1190	119	4,36	3,83	

7. **┐** ПРОФИЛИ

$I_x = I_{min}$



а) Основные мере

Ознака ┐	М е р е						Р а с т о ј а њ а о д о с е .								
	h мм	b мм	δ мм	δ ₁ мм	r мм	r ₁ мм	Пре- сек A см ²	Теж- на G' kg/m	Поло- жај осе (2)-(2) tg α	v ₁ см	u ₁ см	v ₂ см	u ₂ см	v ₃ см	u ₃ см
3	30	38	4	4,5	4,5	2,5	4,32	3,39	1,655	3,86	0,58	0,61	1,39	3,54	0,87
4	40	40	4,5	5	5	2,5	5,43	4,26	1,181	4,17	0,91	1,12	1,67	3,82	1,19
5	50	43	5	5,5	5,5	3	6,77	5,31	0,939	4,60	1,24	1,65	1,89	4,21	1,49
6	60	45	5	6	6	3	7,91	6,21	0,779	4,98	1,51	2,21	2,04	4,56	1,76
8	80	50	6	7	7	3,5	11,1	8,71	0,588	5,83	2,02	3,30	2,29	5,35	2,25
10	100	55	6,5	8	8	4	14,5	11,4	0,492	6,77	2,43	4,34	2,50	6,24	2,65
12	120	60	7	9	9	4,5	18,2	14,3	0,433	7,75	2,80	5,37	2,70	7,16	3,02
14	140	65	8	10	10	5	22,9	18,0	0,385	8,72	3,18	6,39	2,89	8,08	3,39
16	160	70	8,5	11	11	5,5	27,5	21,6	0,357	9,74	3,51	7,39	3,09	9,04	3,72
18	180	75	9,5	12	12	6	33,3	26,1	0,329	10,7	3,86	8,40	3,27	9,99	4,08
20	200	80	10	13	13	6,5	38,7	30,4	0,313	11,8	4,17	9,39	3,47	11,0	4,39

b) Моменти инерције и отпорни моменти*

Ознака	З а о с у с а в и ј а њ а															
	x-x		y-y		(1)-(1)		(2)-(2)		$k = \frac{A^2}{I_2}$	I_x	W	$\frac{F_h}{F_v} = \operatorname{tg} \gamma$	W	cm ³		
	I_x	W_x	I_y	W_y	I_1	W_1	I_2	W_2							I_2	I_2
3	5,96	3,97	13,7	3,80	1,78	18,1	4,69	2,04	1,54	1,11	0,60	12,1	7,35	3,97	1,227	1,26
4	13,5	6,75	17,6	4,66	1,80	28,0	6,72	2,27	3,05	1,83	0,75	9,67	12,2	6,75	0,913	2,26
5	26,3	10,5	19,7	5,88	1,88	44,9	9,76	2,57	5,23	2,76	0,88	8,76	19,6	10,5	0,752	3,64
6	44,7	14,9	23,8	7,09	1,95	67,2	13,5	2,81	7,60	3,73	0,98	8,23	28,8	14,9	0,647	5,24
8	109	27,3	31,3	10,1	2,07	142	24,4	3,58	14,7	6,44	1,15	8,38	55,6	27,3	0,509	10,1
10	222	44,4	39,1	14,0	2,24	270	39,8	4,31	24,6	9,26	1,30	8,55	97,2	44,4	0,438	16,8
12	402	67,0	47,0	18,8	2,42	470	60,6	5,08	37,7	12,5	1,44	8,79	158	67,0	0,392	25,5
14	676	96,6	54,3	24,3	2,54	768	88,0	5,79	56,4	16,6	1,57	9,30	239	96,6	0,353	38,0
16	1050	132	62,0	32,1	2,77	1180	121	6,57	79,5	21,4	1,70	9,51	358	132	0,330	52,9
18	1600	178	69,2	38,4	2,84	1760	164	7,26	110	27,0	1,82	10,1	490	178	0,307	72,4
20	2300	230	77,1	47,6	3,04	2510	213	8,06	147	33,4	1,95	10,2	674	230	0,293	94,1

* Центрифугални момент је дат по апсолутној вредности; стварно он је негативан.

XVIII. ТАБЛИЦА

ПОДАЦИ

О СТАНДАРДНИМ ПРОФИЛИСАНИМ НОСАЧИМА
ПРЕМА ЈУГОСЛОВЕНСКИМ СТАНДАРДИМА ЈУС

ОКРУГЛИ ЧЕЛИЦИ

— вруће ваљани —
Облик и мереJUS
C. B3. 021

Овај стандард је делимично измењено издање стандарта JUS C.B3.021 из 1960. године.
У овом стандарду примењене су јединице величина и њихове ознаке према JUS A.A1.040 (на при-
мер јединица тежине килопонд — кр).

1 Предмет стандарда

Овај стандард односи се на вруће ваљане округле шипке праве или савијене у котурове, а израђене од разних врста челика чије се карактеристике квалитета прописују посебним стандардима или договором.

Облик

2.1 Попречни пресек ових шипки је округлог облика као на слици. Одступање од округлог облика, тј. разлика између највећег и најмањег пречника истог пресека (овалност), мора лежати у границама толеранција за пречник.

2.2 Одступање праве шипке од праве линије не сме да прекорачи 6 mm/m.

2.3 Дозвољава се мала увртност дуж уздужне осе, уколико не утиче на употребљивост шипке.

Мере

3.1 Ове шипке нормално се израђују са пречницима и у границама дозвољених одступања пречника према табели.

3.2 Праве шипке (види тач. 5) испоручују се у дужинама 3000 до 15000 mm, а савијене у котурове (види тач. 5) испоручују се у дужинама 3000 до 15000 mm, а савијене у котурове (види тач. 5) испоручују се у фабрикационим дужинама. Праве шипке могу се испоручити и у фиксним дужинама са одступањем дужине: ± 100 , ± 50 , ± 25 , ± 10 , ± 5 mm, према избору поручиоца; ако се захтева одступање дужине само у једном смеру, важи апсолутни збир наведених одступања. Ако се одступање дужине не наведе, шипке ће се испоручити са одступањем ± 100 mm.

Уколико се другачије не уговори или посебним стандардом другачије не прописе, до 10% испоручене количине правих шипки може бити у шипкама краћим од 3000 mm или од уговорених, али у дужинама не мањим од 1000 mm.

4 Тежина

4.1 Тежине наведене у табели израчунате су на основу спеч. теж. челика 7,85 kp/dm³.4.2 Извагана тежина једне испоруке сме да се разликује највише за $\pm 6\%$ од тежине те испоруке, израчунате на основу тач. 4.1.

5 Испорука

Ове шипке могу бити испоручене:

— у пречницима изнад 16 mm — само у шипкама.

— у пречницима до 16 mm или у шипкама, или у котуровима.

На посебан захтев поручиоца шипке могу бити испоручене и у израваном стању

6 Материјал

Шипке обухваћене овим стандардом могу се израдити од свих врста вруће ваљаних челика, а првенствено се израђују од врста челика обухваћених стандардима: JUS C.Bo.500 — Угљенични конструкциони челици обични са гарантованим механичким особинама.

Технички прописи за израду и испоруку

JUS C.Bo.505 — Челици за аутомате. Технички прописи за израду и испоруку

JUS C.Be.020 — Челици за цементацију. Технички прописи за израду и испоруку

JUS C.B9.021 — Челици за побољшање. Технички прописи за израду и испоруку

7 Означаванье

У техничкој и другој документацији и у поруџбинама шипке обухваћене овим стандардом означавају се ознаком:

Округли челик d JUS C.B3.021, $\check{C} \dots$

где слово „ d “ означава пречник, а $\check{C} \dots$ врсту челика.

Уместо назива „округли челик“ може се употребити знак \check{C} .

Пример: округли челик пречника $d = 20$ mm израђен од челика врсте C.0300 означава се

Округли челик 20 JUS C.B3.021, $\check{C}.0300$



Пречник ¹⁾ mm		Тежина kg m
d	Дозвољено одступање ²⁾	
6	± 0,5	0,222
(7)		0,302
8		0,395
(9)		0,499
10		0,617
(11)		0,746
12		0,888
(13)		1,04
14		1,21
(15)		1,39
16		1,58
18		2,00
(19)		2,23
20		2,47
22		2,98
25	3,85	
28	± 0,75	4,83
(30)		5,55
32		6,31
(34)		7,13
36		7,99
(38)		8,90
40		9,87
42		10,9
45		12,5
48		14,2
50	15,4	
55	± 1,0	18,7
60		22,2
63		24,5
65		26,0
70		30,2
(75)		34,7
80		39,5
(85)	± 1,25	44,5
90		49,9
(95)		55,6
100		61,7
(110)	± 1,50	74,6
120		88,8
120	± 2,0	96,3

¹⁾ Пречнике у заградама треба избегавати.

²⁾ На захтев поручиоца округли челик може се испоручити само са плус или само са минус одступањем; у том случају одступање у одређеном смеру равно је апсолутном збиру дозвољених одступања.

КВАДРАТНИ ЧЕЛИЦИ

— врће ваљани —
Облик и мере

J U S
C B3.024

Овај стандард је делимично измењено из исте стандарта JUS C.B3.024 из 1960. године.
У овом стандарду примењене су јединице величина и њихове ознаке према JUS A.A1.040 (на пример јединица тежине килопонд — кр).

1 Предмет стандарда

Овај стандард односи се на врће ваљане квадратне шипке, праве или савијене у котурове, а израђене од разних врста челика чије се карактеристике квалитета прописују посебним стандардима или договором.

2 Облик

2.1 Попречни пресек ових шипки је квадратног облика са заобљеним ивицама као на сл. 1.

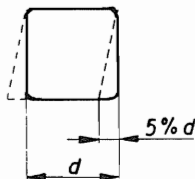


Сл. 1.

2.2 Ивице ових шипки могу имати следеће највеће полупречнике заобљења:

— за дебелине (d) до 15 mm	1 mm,
— за дебелине (d) изнад 15 до 25 mm	1,5 mm,
— за дебелине (d) изнад 25 до 50 mm	2,5 mm,
— за дебелине (d) изнад 50 mm	3,5 mm.

2.3 Одступање од правог угла не сме прекорачити 5% дужине стране (види сл.2.).



Сл. 2.

2.4 Дозвољава се мала уврнутост дуж подужне осе, уколико не утиче на употребљивост шипке.

2.5 Одступање шипке од праве линије не сме да прекорачи 6 mm/m.

3 Мере

3.1 Ове шипке нормално се израђују у дебелинама и у границама дозвољених одступања дебелине, према таблица

3.2 Праве шипке (види тач. 5) испоручују се у дужинама 3000 до 15000 mm, а савијене у котурове (види тач. 5) испоручују се у фабрикационим дужинама.

Праве шипке могу се испоручити и у фиксним дужинама са одступањем дужине: ± 100 , ± 50 , ± 25 , ± 10 , ± 5 mm, према избору поручиоца; уколико се захтева одступање дужине само у једном смеру, важи апсолутни збир наведених одступања. Ако се одступање дужине не наведе, шипке ће се испоручити са одступањем ± 100 mm.

Уколико се другачије не уговори, или посебним стандардом другачије не пропише, до 10% испоручене количине правих шипки може бити у шипкама краћим од 3000 mm или од уговорених, али у дужинама не мањим од 1000 mm.

4 Тежина

4.1 Тежине наведене у таблица израчунате су на основу спец. тежине челика 7,85 kр/dm³.

4.2 Извагана тежина једне испоруке сме да се разликује највише за 6% од тежине те испоруке, израчунате на основу тач. 4.1.

5 Испорука

Праве шипке испоручују се у свим дебелинама по табелици.
На захтев поручиоца, шипке дебелине 15 mm и мање могу се испоручити и у котуровима.
На посебан захтев поручиоца шипке могу бити испоручене и у изравнато стању.

6 Материјал

Шипке обухваћене овим стандардом могу се израдити од свих врста вруће ваљаних челика, а првенствено се израђују од врста челика обухваћеним стандардима:

JUS C.B9.500 — Угљенични конструкциони челици обични са гарантованим механичким особинама.

Технички прописи за израду и испоруку

JUS C.B0.505 — Челици за аутомате. Технички прописи за израду и испоруку

JUS C.B9.020 — Челици за цементацију. Технички прописи за израду и испоруку

JUS C.B9.021 — Челици за побољшање. Технички прописи за израду и испоруку

7 Означавање

У техничкој и другој документацији и у поруџбинама, шипке обухваћене овим стандардом означавају се знаком:

Квадратни челик d JUS C. B3.024, Č...

где слово „ d “ означава дебелину, а Č... врсту челика.

Уместо назива „квадратни челик“ може се употребити знак □.

Пример: квадратни челик дебелине $d = 20$ mm, израђен од челика Č. 0300, означава се:

Квадратни челик 20 JUS C.B3.024, Č.0300

Дебелина ¹⁾ mm		Тежина kg/m
d	Дозвољено одступање ²⁾	
8	± 0,5	0,502
(9)		0,636
10		0,785
(11)		0,950
12		1,13
(13)		1,33
14		1,54
(15)		1,77
16		2,01
18		2,54
20		3,14
22		3,80
25		4,91
28		6,15
32	8,04	
36	± 0,75	10,2
40		12,6
45		15,9
50		19,6
(55)		23,7
60		28,3
(65)	± 1	33,2
70		38,5
(75)		44,2
80		50,2
(85)	± 1,25	56,7
90		63,6
(95)		70,8
100	± 1,5	78,5
110		95,0
120		113,0
125	± 2	123,0

¹⁾ Мере у заградама треба избегавати.

²⁾ На захтев поручиоца квадратни челик може се испоручити само са плус или само са минус одступањем; у том случају одступање у одређеном смеру равно је апсолутном збиру дозвољених одступања.

ПЉОСНАТИ ЧЕЛИЦИ

— вруће ваљани —
Облик и мере

J U S
C. B3.025

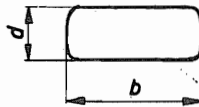
Овај стандард је делимично измењено издање стандарда JUS C.B3.025 из 1960. године.
У овом стандарду примењене су јединице величина и њихове ознаке према JUS A.A1.040 (на пример јединица тежине килонол — кр).

1 Предмет стандарда

Овај стандард односи се на вруће ваљане пљоснате шипке, израђене од разних врста челика чије се карактеристике квалитета прописују посебним стандардима или договором.

2 Облик

2.1 Попречни пресек ових шипки је правоугаоног облика, као на сл. 1.

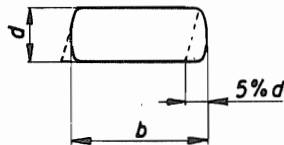


Сл. 1.

2.2 Ивице ових шипки могу имати следсће највеће полупречнике заобљења:

— за дебелине (d) до 15 mm	1 mm,
— за дебелине (d) изнад 15 до 25 mm	1,5 mm,
— за дебелине (d) изнад 25 до 50 mm	2,5 mm,
— за дебелине (d) изнад 50 mm	3,5 mm.

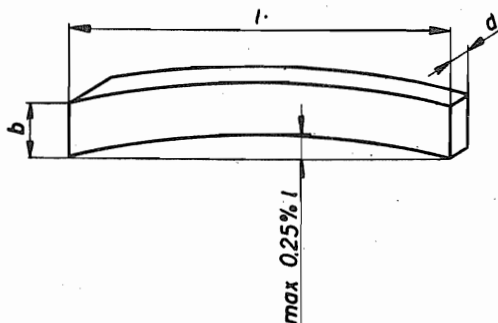
2.3 Одступање од правог угла не сме прекорачити 5% дебелине (види сл.2).



Сл. 2.

2.4 Дозвољава се мала уврнутост дуж подужне осе, уколико не утиче на употребљивост шипке.

2.5 Одступање шипке од праве линије, мерено на начин показан у сл. 3. не сме прекорачити 0,25% дужине шипке; према договору, на дужину до 1 m од краја шипке, ово одступање може изнети до 5 mm.



Сл. 3.

3 Мере

3.1 Ове шипке нормално се израђују у дебљинама и ширинама и у границама дозвољених одступања дебљине и ширине, према табlici.
Дебљина и ширина мере се: на челицима дебљине, односно ширине, до 40 mm на средњој линији, а на челицима изнад 40 mm на местима која су најмање 20 mm удаљена од ивица.

3.2 Ови челици испоручују се у шипкама дужине 3000 до 12000 mm. Шипке се могу испоручити и у фиксним дужинама са одступањем дужине ± 100 , ± 50 , ± 25 , ± 10 , ± 5 mm, према избору поручиоца; уколико се захтева одступање дужине само у једном смеру, важи апсолутни збир наведених одступања. Уколико се одступање дужине не наведе, шипке ће се испоручити са одступањем ± 100 mm. Уколико се другачије не уговори, или посебним стандардом другачије не пропише, до 10% испоручене количине може бити у шипкама крајним од 3000 mm или од уговорених, али у дужинама не мањим од 1000 mm.

4 Тежина

4.1 Тежине наведене у табlici израчунате су на основу спец. тежине челика $7,85 \text{ kp/dm}^3$.

4.2 Извагана тежина једне испоруке сме да се разликује највише за $\pm 6\%$ од тежине те испоруке израчунате на основу тач. 4.1.

5 Испорука

Ови челици испоручују се у шипкама.

На посебан захтев поручиоца шипке могу бити испоручене и у изравнато стању.

6 Материјал

Шипке обухваћене овим стандардом могу се израдити од свих врста вруће ваљаних челика, а првенствено се израђују од врста челика обухваћених стандардима: JUS C.B0.500 — Угљенични и конструкциони челици обични са гарантованим механичким особинама.

JUS C.B0.501 — Челици за носеће конструкције. Технички услови за израду и испоруку

JUS C.B0.505 — Челици за аутомате. Технички услови за израду и испоруку

JUS C.B9.020 — Челици за цементацију, Технички прописи за израду и испоруку

JUS C.B9.021 — Челици за побољшање. Технички прописи за израду и испоруку

7 Означавање

У техничкој и другој документацији и у поруџбинама шипке обухваћене овим стандардом означавају се ознаком:

— Пљоснати челик $b \times d$ JUS C.B3.025, Č . . .

где слова b и d означавају ширину, односно дебљину, а Č . . . врсту челика.

Уместо назива „пљоснати челик“ може се употребити знак \square .

Пример: пљоснати челик ширине $b=50$ mm, дебљине $d=10$ mm, израђен од челика C.0300, означава се:

Пљоснати челик 50×10 JUS C.B3.025, Č.0300

Ширина mm	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	20	25	30	40
	Деловина d mm																	
b	Дозвољено одступање ¹⁾																	
	$\pm 0,5$																	
Тежина kp/m^3																		
10	0,39	0,47	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
12	0,47	0,56	—	0,75	—	0,94	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
14	0,55	0,66	—	0,88	—	1,10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
15	0,59	0,71	—	0,94	—	1,18	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
16	—	0,75	—	1,01	—	1,26	—	—	1,63	—	—	—	—	—	—	—	—	—
18	0,71	0,85	—	1,13	—	1,41	—	(1,70)	(1,84)	—	—	—	—	—	—	—	—	—
20	0,78	0,94	1,10	1,26	1,41	1,57	—	(1,88)	(2,04)	—	(2,36)	—	—	—	—	—	—	—
22	0,86	1,04	1,21	1,38	—	1,73	—	(2,25)	(2,51)	—	2,59	—	—	—	—	—	—	—
25	0,98	1,18	1,37	1,57	—	1,96	—	2,36	(2,55)	—	2,94	—	—	—	—	—	—	—
28	1,10	1,32	1,54	1,76	—	2,20	—	2,64	(2,86)	3,08	3,30	(3,52)	—	—	—	—	—	—
30	1,18	1,41	1,65	1,88	2,12	2,36	—	2,83	(3,06)	3,30	3,53	(3,77)	—	—	4,71	5,89	—	—
32	1,26	1,51	1,76	2,01	—	2,51	—	3,01	(3,27)	3,52	3,77	(4,02)	—	—	5,02	—	—	—
35	1,37	1,65	1,92	2,20	2,47	2,75	—	3,30	(3,57)	3,85	4,12	(4,40)	—	—	5,50	6,87	—	—
40	1,57	1,88	2,20	2,51	2,83	3,14	—	3,77	(4,08)	4,40	4,71	(5,02)	—	(5,65)	7,07	8,83	10,6	—
45	1,77	2,12	2,47	2,83	3,18	3,53	—	4,24	(4,59)	4,95	5,30	(5,65)	—	(7,07)	7,85	9,81	11,8	(15,7)
50	1,96	2,36	2,75	3,14	3,53	3,93	(4,32)	4,71	(5,10)	5,50	5,89	(6,28)	—	—	8,20	10,13	12,15	—
52	2,04	2,46	—	3,28	—	4,10	—	4,92	—	6,05	6,15	—	—	7,38	8,20	10,13	12,15	—
55	2,16	2,59	3,02	3,45	3,89	4,32	(4,75)	5,18	(5,61)	6,59	6,48	(6,91)	—	7,77	8,64	—	13,0	—
60	2,36	2,83	3,30	3,77	4,24	4,71	(5,18)	5,65	(6,12)	7,14	7,07	(7,54)	—	8,48	9,42	11,8	14,1	18,8
63	2,47	2,97	3,46	3,96	4,45	4,95	5,44	5,94	6,43	6,92	7,42	7,91	—	8,90	9,89	12,4	14,8	19,8
65	2,55	3,06	3,57	4,08	4,59	5,10	(5,61)	(6,12)	6,63	7,69	7,65	8,16	—	9,18	10,2	12,8	15,3	20,4
70	2,75	3,30	3,85	4,40	4,95	5,50	(6,04)	6,59	(7,14)	8,24	8,24	(8,79)	—	9,89	11,0	13,7	16,5	22,0
75	2,94	3,53	4,12	4,71	5,30	5,89	(6,48)	(7,07)	7,65	8,79	8,83	9,42	—	10,6	11,8	14,7	17,7	—
80	3,14	3,77	4,40	5,02	5,65	6,28	6,91	7,54	8,16	9,89	9,42	10,0	—	10,6	11,3	12,6	15,7	25,1
90	3,53	4,24	4,95	5,65	6,36	7,07	7,77	8,48	9,18	11,0	10,6	11,3	—	12,0	12,7	14,1	17,7	21,2
100	3,93	4,71	5,50	6,28	7,07	7,85	8,64	9,42	10,2	12,1	11,8	12,6	—	13,3	14,1	15,7	19,6	31,4
110	4,32	5,18	—	6,91	7,77	8,64	9,50	10,4	11,2	13,2	13,0	13,8	—	14,7	15,5	17,3	21,6	34,5
120	4,71	5,65	6,59	7,54	8,48	9,42	10,4	11,3	12,2	—	—	14,1	—	16,0	17,0	18,9	23,6	37,7
125	4,91	5,89	6,87	7,85	8,83	9,81	10,8	11,8	12,8	—	—	14,7	—	17,7	19,6	24,5	29,4	39,2
130	5,10	6,12	—	8,16	9,18	10,2	11,2	12,3	13,3	—	—	15,3	—	18,4	20,4	25,5	30,6	40,8
140	5,50	6,59	—	8,79	9,89	11,0	12,1	13,2	14,3	—	—	16,5	—	19,8	22,0	27,5	33,0	44,0

¹⁾ Пласиране целине чије су тежине у заградама треба избегавати.

²⁾ На захтев поручиоца пласирати челик може се испоручити само са плус или само са минус одступањем; у том случају одступање у одређеном смеру равно је апсолутном збиру дозвољених одступања.

ЧЕЛИЧНИ РАВНОКРАКИ УГАОНИЦИ СА ЗАОБЉЕНИМ ИВИЦАМА

— вруће ваљани —
Облик и мере

J U S
С. В3. 101

*Овај стандард је делимично измењено издање стандарда JUS С.В3.101 из 1960. године.
У овом стандарду примењене су јединице величина и њихове ознаке према JUS А.А1.040 (иа пример
јединица тежине килопонд — кр).*

1 Предмет стандарда

Овај стандард односи се на вруће ваљане равнокраке угаонике, израђене од разних врста челика чије се карактеристике квалитета прописују посебним стандардима или договором.

2 Облик

- 2.1 Попречни пресек ових челика има облик равнокраког угаоника, као на слици.
- 2.2 На спољним ивицама ових угаоника дозвољавају се мала заобљења.
- 2.3 Ови угаоници испоручују се тако прави како излазе испод ваљака; на захтев поручиоца величина одступања од праве линије може се уговорити.
- 2.4 Одступање крака од правог угла, мерено на крајевима крака, може изнети 1,25% вредности крака, уколико се друкчије не договори. Мерење се врши на одстојању 1 m од краја.

3 Мере

- 3.1 Ови угаоници нормално се израђују са мерама и у границама дозвољених одступања мера, према таблци.
- 3.2 Ови угаоници испоручују се у шипкама дужине 3000 до 15000 mm. Шипке се могу испоручити и у фиксним дужинама са одступањем дужине ± 100 , ± 50 , ± 25 , ± 10 , ± 5 mm, према избору поручиоца. Уколико се одступање дужине не наведе, угаоници ће се испоручивати са одступањем дужине ± 100 mm. Ако се захтева одступање само у једном смеру, важи апсолутни збир наведених одступања.

4 Статичке величине

Израчунате статичке величине попречног пресека ових угаоника наведене су у таблци.

5 Тежина

- 5.1 Тежине наведене у таблци израчунате су на основу спец. тежине челика 7,85 kр/dm³.
- 5.2 Извагана тежина једне испоруке сме да се разликује највише за $\pm 4\%$ од тежине те испоруке, израчунате на основу тач. 5.1. Извагана тежина било које појединачне шипке у испоруци сме да се разликује највише за $\pm 6\%$ од тежине те шипке израчунате на основу тач. 5.1.

6 Материјал

Ови угаоници нормално се израђују од врста челика обухваћених стандардима:

JUS С.В0.500 — Угљенични конструкциони челици обични са гарантованим механичким особинама

Технички прописи за израду и испоруку

JUS С.В0.501 — Челици за носеће конструкције. Технички услови за израду и испоруку

7 Означавање

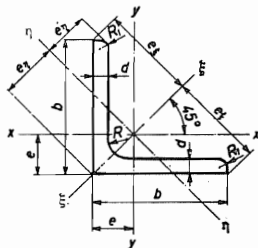
У техничкој и другој документацији и у поруџбинама, угаоници обухваћени овим стандардом означавају се ознаком:

Равнокраки угаоник $b \times b \times d \times l \pm T$ JUS С.В3.101, С...

где слова b , d и l означавају ширину, односно дебљину, односно дужину угаоника у mm, T толеранцију дужине, а С... врсту челика. Уместо назива „равнокраки угаоник“ може се употребити знак „L“.

Пример: равнокраки угаоник ширине $b=100$ mm, дебљине $d=10$ mm, уговорене дужине $l=5000$ mm и са уговореном толеранцијом ± 5 mm, израђен од челика С.0300, означава се:

Равнокраки угаоник $100 \times 100 \times 10 \times 5000 \pm 5$ JUS С.В3.101, С.0300



Одзнак	Мере λ , mm		Прецек A , cm ²	Тежина G , kP/m	Одељаци, cm			Степене израчунавања					Дополњено одступање израка, mm						
	b	d			R	R_1	e	e_ξ	e_η	e_ζ	$I_x = I_y$, cm ⁴	$W_x = W_y$, cm ³	$i_x = i_y$, cm	I_ξ , cm ⁴	I_η , cm ⁴	I_ζ , cm ⁴	W_η , cm ³	I_η , cm ⁴	b
20 × 20 × 3	20	3	3.5	2	1.12	0.88	0.60	1.41	0.85	0.70	0.39	0.28	0.59	0.62	0.74	0.15	0.18		
3	25	3	3.5	2	1.42	1.12	0.73	1.77	1.08	0.87	0.79	0.45	0.75	1.27	0.95	0.31	0.30	0.47	
4	25	4	3.5	2	1.85	1.45	0.76	2.11	1.18	0.89	1.01	0.58	0.74	1.61	0.93	0.40	0.37	0.47	
3	30	3	5	2.5	1.74	1.36	0.84	2.12	1.18	1.04	1.41	0.65	0.90	2.24	1.14	0.57	0.48	0.57	
30 × 30 × 4	30	4	5	2.5	2.27	1.78	0.89	2.12	1.24	1.05	1.81	0.86	0.89	2.85	1.12	0.76	0.61	0.58	
5	30	5	5	2.5	2.78	2.10	0.92	2.12	1.30	1.07	2.16	1.04	0.88	3.41	1.11	0.91	0.70	0.57	± 1
35 × 35 × 4	35	4	5	2.5	2.67	2.10	1.00	2.47	1.41	1.24	2.96	1.18	1.05	4.68	1.33	1.24	0.88	0.68	± 1 ± 0.5
4	40	4	6	3	3.08	2.42	1.12	2.83	1.58	1.40	4.48	1.56	1.21	7.09	1.52	1.86	1.18	0.78	
40 × 40 × 5	40	5	6	3	3.79	2.97	1.16	3.18	1.64	1.42	5.43	1.91	1.20	8.64	1.51	2.22	1.35	0.87	
45 × 45 × 5	45	5	7	3.5	4.30	3.38	1.28	3.18	1.81	1.58	7.83	2.43	1.35	12.4	1.70	3.25	1.80	0.77	
5	50	5	7	3.5	4.80	3.77	1.40	3.54	1.98	1.76	11.0	3.05	1.51	17.4	1.90	4.59	2.32	0.98	
50 × 50 × 6	50	6	8	4	5.69	4.47	1.45	3.89	2.21	1.94	17.3	4.40	1.66	27.4	2.08	5.24	2.57	0.96	
55 × 55 × 6	55	6	8	4	6.31	4.95	1.56	4.24	2.39	2.11	22.8	5.29	1.82	36.1	2.29	9.43	3.95	1.17	
60 × 60 × 6	60	6	8	4	6.91	5.42	1.69	4.24	2.50	2.14	29.1	6.88	1.80	46.1	2.26	12.1	4.84	1.16	
60 × 60 × 8	60	8	8	4	9.03	7.09	1.77	4.60	2.62	2.29	33.4	7.18	1.96	53.0	2.47	13.8	5.27	1.26	
65 × 65 × 7	65	7	9	4.5	8.70	6.83	1.85	4.60	2.79	2.47	42.4	8.43	2.12	67.1	2.67	17.6	6.31	1.37	
7	70	7	9	4.5	9.40	7.38	1.97	4.95	2.90	2.50	52.6	10.6	2.10	83.1	2.64	22.0	7.59	1.36	
70 × 70 × 9	70	9	9	4.5	11.9	9.34	2.05	5.30	3.01	2.65	58.9	11.0	2.26	93.3	2.85	24.4	8.11	1.46	± 1.5 ± 0.75
75 × 75 × 10	75	10	5	14.1	11.1	2.21	5.30	3.12	3.20	2.82	72.3	12.6	2.42	115	3.06	29.6	9.25	1.55	
8	80	8	10	5	12.3	9.66	2.26	5.66	3.31	2.85	87.5	15.5	2.41	139	3.03	35.9	10.9	1.54	
80 × 80 × 10	80	10	10	5	15.1	11.9	2.34	6.36	3.41	2.89	102	18.2	2.39	161	3.00	43.0	12.6	1.53	
12	80	12	10	5	17.9	14.1	2.41	6.36	3.59	3.18	116	18.0	2.74	184	3.45	47.8	13.3	1.76	
9	90	9	11	5.5	15.5	12.2	2.54	7.07	3.99	3.54	138	21.6	2.72	218	3.41	57.1	15.4	1.75	
90 × 90 × 11	90	11	11	5.5	18.7	14.7	2.62	7.07	4.10	3.57	177	24.7	3.04	280	3.82	73.3	18.4	1.95	
100 × 100 × 12	100	12	6	22.7	15.1	2.82	7.07	4.10	4.34	3.89	239	30.1	3.36	379	4.23	98.6	22.7	2.16	
10	110	10	12	6	21.2	16.6	3.07	7.78	4.45	3.93	280	35.7	3.34	444	4.21	116	26.1	2.15	
110 × 110 × 12	110	12	12	6	25.1	19.7	3.15	8.49	4.75	4.24	341	39.5	3.66	541	4.62	140	29.5	2.35	
11	120	11	13	6.5	25.4	19.9	3.36	8.49	4.86	4.27	394	46.0	3.64	625	4.59	162	33.3	2.34	
120 × 120 × 13	120	13	13	6.5	29.7	23.3	3.44	9.19	5.15	4.60	472	50.4	3.97	750	5.00	194	37.7	2.54	
12	130	12	14	7	30.0	23.6	3.64	9.19	5.26	4.63	540	58.2	3.94	857	4.97	223	42.4	2.53	
130 × 130 × 14	130	14	14	7	34.7	27.2	3.72	9.90	5.68	4.90	692	69.3	4.31	1100	5.44	282	49.7	2.75	
14	140	14	15	7.5	37.2	29.2	4.02	9.90	5.78	4.94	775	78.2	4.28	1230	5.40	318	55.0	2.74	
140 × 140 × 16	140	16	16	8	40.3	31.6	4.21	10.6	5.95	5.31	845	88.2	4.58	1340	5.77	347	58.3	2.94	
150 × 150 × 16	150	16	16	8	45.7	35.9	4.29	10.6	6.07	5.34	949	88.7	4.56	1510	5.74	391	64.4	2.93	
15	160	15	17	8.5	46.1	36.2	4.49	11.3	6.35	5.67	1100	95.6	4.88	1750	6.15	433	71.3	3.14	
160 × 160 × 17	160	17	17	8.5	51.8	40.7	4.57	11.3	6.46	5.70	1230	108	4.86	1950	6.13	506	78.3	3.13	
16	200	16	18	9	61.8	48.5	5.52	14.1	7.80	7.09	2340	162	6.15	3740	7.78	943	121	3.91	± 4
200 × 200 × 18	200	18	18	9	69.1	54.3	5.60	14.1	7.92	7.12	2600	181	6.13	4150	7.75	1050	133	3.90	± 1.25

3) Момент инерције, W - ортогони центар, I - инерциони момент, i - инерциони радиус, e - тежина, e_ξ , e_η , e_ζ - центарни одступања, b - ширина, d - дебелина, R - радиус, R_1 - радиус до спољне стране.

**ЧЕЛИЧНИ РАЗНОКРАКИ УГАОНИЦИ
СА ЗАОБЉЕНИМ ИВИЦАМА**

— вруће ваљани —
Облик и мере

J U S
С. В3. 111

*Овај стандард је делимично измењено издање стандарда JUS СВ.3.131. из 1969. године.
У овом стандарду примењене су јединице величина и њихове ознаке према JUS А.А1.040 (на пример
јединица тежине килопонд — кг).*

1 Предмет стандарда

Овај стандард односи се на вруће ваљане разнокраке угаонике, израђене од разних врста челика чије се карактеристике квалитета прописују посебним стандардима или договором.

2 Облик

- 2.1 Попречни пресеж ових угаоника има облик разнокраког угаоника, као на слици.
- 2.2 На спољним ивицама ових угаоника дозвољавају се мала заобљења.
- 2.3 Ови угаоници испоручују се тако прави како излазе испод ваљака; на захтев поручиоца величина одступања од праве линије може се уговорити.
- 2.4 Одступање крака од правог угла, мерено на крајевима крака, може изнети 1,25% вредности крака, уколико се другачије не договори. Мерење се врши на одстојању 1 m од краја.

3 Мере

- 3.1 Ови угаоници нормално се израђују са мерама према табlici 1 и у границама дозвољених одступања мера, према табlici 2.
- 3.2 Ови угаоници испоручују се у дужинама 3000 до 15000 mm. Угаоници се могу испоручити и у фиксним дужинама са одступањем дужине ± 100 , ± 50 , ± 25 , ± 10 , ± 5 mm, према избору поручиоца; уколико се одступање дужине не наведе, угаоници ће се испоручити са одступањем дужине ± 100 mm. Ако се захтева одступање само у једном смеру, важи апсолутни збир наведених одступања.

4 Статичке величине

Израчунате статичке величине попречног пресека ових угаоника наведене су у табlici 1.

5 Тежина

- 5.1 Тежине наведене у табlici 1 израчунате су на основу спец. тежине челика 7,85 kp/dm³
- 5.2 Извагана тежина једне испоруке сме да се разликује највише за $\pm 4\%$ од тежине те испоруке израчунате на основу тач. 5.1.
- 5.3 Извагана тежина било које шипке у испоруци сме да се разликује највише за $\pm 6\%$ од тежине те шипке израчунате на основу тач. 5.1

6 Материјал

Ови угаоници нормално се израђују од врста челика обухваћених стандардима:
JUS С.В0.500 — Угљенични конструкциони челици обични, са гарантованим механичким особинама.

Технички прописи за израду и испоруку

JUS С В0.501 -- Челици за носеће конструкције. Технички услови за израду и испоруку.

7

Означавање

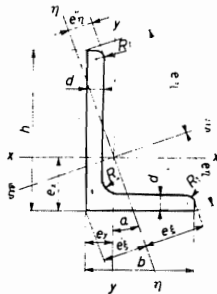
У техничкој и другој документацији и у поруџбинама угаоници обухваћени овим стандардом означавају се ознаком:

Разнокраки угаоник $h \times b \times d \times l \pm T$ JUS С.В3.111 С...

где слова h , b , d и l означавају висину, ширину, дебљину и дужину угаоника у мм, слово T толеранцију дужине а С... врсту челика. У место назива „разнокраки угаоници“ може се употребити знак „L“

Пример: разнокраки угаоник висине $h = 150$ мм, ширине $b = 100$ мм, дебљине $d = 10$ мм, уговорене дужине $l = 5000$ и са уговореном толеранцијом ± 5 мм, израђен од челика С.0300, означава се:

Разнокраки угаоник $150 \times 100 \times 10 \times 5000 \pm 5$ JUS С.В3.111, С.0300



ЧЕЛИЧНИ I- НОСАЧИ

вруне ваљани —
Облик и мере

ЈУС
С. В3. 131

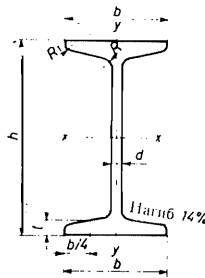
Овај стандард је јединично измeњeно из старe стандарта ЈУС СБ.3.131 из 1960. године. У овом стандарду применене су јединице величина и њихове ознаке према ЈУС А.А1.040 (иа пример јединица тежине килолон — кг).

1 Предмет стандарда

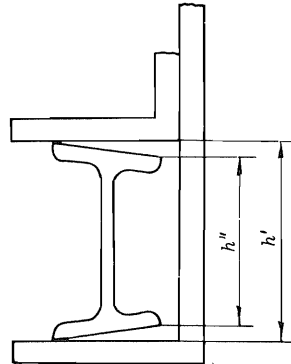
Овај стандард односи се на вруне ваљане I-носаче, израђене од разних врста челика чије се карактеристике квалитета прописују посебним стандардима или договором.

2 Облик

2.1 Попречни пресек ових носача има облик слова I, као на слици.



Сл. 1.



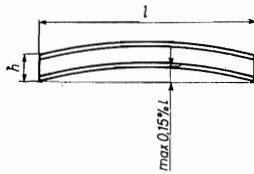
Сл. 2.

Таблица 1

Удебљинак носача (mm)	Мере (mm)					Пресек тежине		Статичке величине (J)									
	h	b ²⁾	d ²⁾	R	t	R _t	A cm ²	G kg m	I _x cm ⁴	W _x cm ³	i _x cm	I _y cm ⁴	W _y cm ³	i _y cm	I _p ³⁾ cm ⁴	S _x ⁴⁾ cm ³	S _x ⁵⁾ cm
8	80	42	3,9	5,9	2,3	7,58	5,95	77,8	19,5	3,20	6,3	3,00	0,91	0,9	11,4	6,84	
10	100	50	4,5	6,8	2,7	10,6	8,32	171	34,2	4,01	12,2	4,88	1,07	2,4	19,9	8,57	
12	120	58	5,1	7,7	3,1	14,2	11,2	328	54,7	4,81	21,5	7,41	1,23	3,2	31,8	10,3	
14	140	66	5,7	8,6	3,4	18,3	14,4	573	81,9	5,61	35,2	10,7	1,40	6,2	47,7	12,0	
16	160	74	6,3	9,5	3,8	22,8	17,9	935	117	6,40	54,7	14,8	1,55	10	68,0	13,7	
18	180	82	6,9	10,4	4,1	27,9	21,9	1450	161	7,20	81,3	19,8	1,71	13	93,4	15,5	
20	200	90	7,5	11,3	4,5	33,5	26,3	2140	214	8,00	117	26,0	1,87	17	125	17,2	
(22)	220	98	8,1	12,2	4,9	39,6	31,1	3060	278	8,80	162	33,1	2,02	20	162	18,9	
24	240	106	8,7	13,1	5,2	46,1	38,2	4250	354	9,59	221	41,7	2,20	27	206	20,6	
26	260	113	9,4	14,1	5,6	53,4	41,9	5740	442	10,4	288	51,0	2,32	32	257	22,3	
(28)	280	119	10,1	15,2	6,1	61,1	48,0	7590	543	11,1	364	61,2	2,45	40	316	24,0	
30	300	125	10,8	16,2	6,5	69,1	54,2	9800	653	11,9	451	72,2	2,56	60	381	25,7	
(32)	320	131	11,5	17,3	6,9	77,8	61,1	12510	782	12,7	555	84,7	2,67	78	457	27,4	
34	340	137	12,2	18,3	7,3	86,8	68,1	15700	923	13,5	674	98,4	2,80	90	540	29,1	
(36)	360	143	13,0	19,5	7,8	97,1	76,2	19610	1090	14,2	818	114	2,90	110	638	30,7	
(38)	380	149	13,7	20,5	8,2	107	84,0	24010	1250	15,0	975	131	3,02	125	741	32,4	
40	400	155	14,4	21,6	8,6	118	92,6	29210	1460	15,7	1160	149	3,13	160	857	34,1	

1) Величине носача наведене у заградама треба избегавати.
 2) Мерење ширине ножице „b“ и дебелине ребра „d“ врши се на одстојању 500 mm од краја носача.
 3) I_p — момент инерције, W — отпорни момент, I — полупречник инерције; индекси x, y означавају припадајућу осу савијања.
 4) I_p — поларни момент инерције.
 5) S_x — статички момент половине пресека.
 6) S_x — одстојање између средишта затезања и средишта притиска (S_x = I_x / S_x).

- 2.2 На спољним ивицама ножица ових носача дозвољавају се мала заобљења.
- 2.3 Одступање од правилности облика пресека, тј. разлика између највеће мере (h') и најмање мере (h''), мерена на начин приказан на сл. 2, сме изнети 3 mm на сваких 100 mm ширине ножице (b).
- 2.4 Ови носачи испоручују се тако прави како излазе изнад ваљака. Одступање ових носача од праве линије, мерено на начин показан на сл. 3, сме да прекорачи 0,15%, дужине носача. Остали захтеви (уврнутост, несиметричност ножица, итд.) могу се уговорити.



Сл. 3.

5 Мере

- 3.1 Ови носачи нормално се израђују са мерама према табlici 1 и у границама дозвољених одступања мера. Предвиђене су две категорије дозвољених одступања: категорија I, према табlici 2, и категорија II, према табlici 3. Категорија одступања мера мора се навести у поруџбини.

Таблица 2

Ознака величине носача	Дозвољено одступање, mm		
	висине носача h	ширине ножице b	дебљине ребра d
8 до 20	± 2	± 2	+ 1
22 до 40	± 3	± 3	- 0,5

Таблица 3

Ознака величине носача	Дозвољено одступање, mm		
	висине носача ¹⁾ h	ширине ножице b	дебљина ребра d
8 до 16	± 2	Ограничено дозвољеним одступањем тежине + 6%.	
18 до 22	$\pm 2,5$		
24 до 30	± 3		
32 до 40	± 4		

¹⁾ мерено по оси $y - y$.

Одступања осталих мера, која настају као последица абања ваљака, дозвољена су у границама одступања тежине.

- 3.2 Ови носачи испоручују се у дужинама 4000 до 15000 mm; носачи се могу испоручити и у фиксним дужинама са одступањем дужине ± 100 , ± 50 , ± 25 , ± 10 , ± 5 mm, према избору поручиоца; уколико се одступање дужине не наведе, носачи ће се испоручити са одступањем ± 100 mm. Ако се захтева одступање само у једном смеру, важи апсолутни збир наведених одступања.
- 4 Статичке величине
- Израчунате статичке величине попречног пресека ових носача наведене су у табlici 1.
- 5 Тежина
- 5.1 Тежине наведене у табlici 1 израчунате су на основу спец. тежине челика 7,85 kр/dm³.
- 5.2 Израгана тежина једне испоруке сме да се разликује од тежине те испоруке, израчунате на основу тач. 5.1, највише:

- за носаче са дозвољеним одступањима I категорије $\pm 3\%$,
- за носаче са дозвољеним одступањима II категорије $\pm 4\%$.

5.3 Извагана тежина било ког појединачног носача сме да се разликује највише за $\pm 6\%$ од тежине тог носача, израчуните на основу таб. 5.1.

6 Материјал

Ови носачи израђују се нормално од врста челика обухваћених стандардима:
JUS C.В0.500 — Угљенични конструкциони челици обични, са гарантованим механичким особинама.
Технички прописи за израду и испоруку.

JUS C.В0.501 — Челици за носеће конструкције. Технички услови за израду и испоруку.

7 Означавање

У техничкој и другој документацији и у поруџбинама, носачи обухваћени овим стандардом означавају се знаком:

I Носач (ознака величине) $\times l \pm T$ JUS C. В5.131, С...

где l и T означавају дужину, односно толеранцију, дужине носача у mm, а С... врсту челика.

Пример: носач висине $h=300$ mm, уговорене дужине $l=8000$ mm, са толеранцијом дужине $T=\pm 5$ mm, израђен од челика С.0360 означава се:

I — Носач $30 \times 8000 \pm 5$ JUS C.В5.131, С.0.360

ЧЕЛИЧНИ C-НОСАЧИ
— вруће ваљани —
Облик и мере

J U S
C. B5.141

Овај стандард је делимично измењено издање стандарда JUS CВ.3.131 из 1960. године.
У овом стандарду примењене су јединице величина и њихове ознаке према JUS АА1.040 (на при-
мер јединица тежине килонол — кр).

1 Предмет стандарда

Овај стандард односи се на вруће ваљане C-носаче, израђене од разних врста челика чије се карактеристике квалитета прописују посебним стандардима или договором.

2 Облик

2.1 Попречни пресек ових носача има облик слова U, као на слици 1.

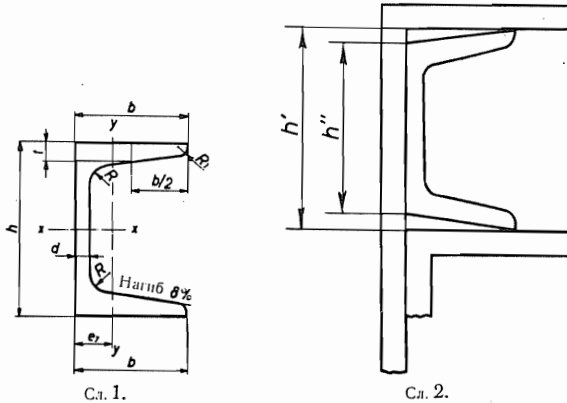
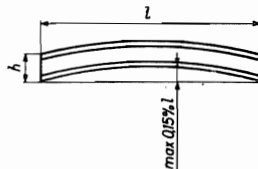


Таблица 1

Ознака величине носачу	М е р е					Пресек		Тезина кр/м	С т а т и ч к е в е л и ч и н е ³⁾									
	h	b ²⁾	d ²⁾	t = R	R ₁	A cm ²	G		I _x cm ⁴	W _x cm ³	i _x cm	I _y cm ⁴	W _y cm ³	i _y cm	I _P ⁴⁾ cm ⁴	S _x ⁵⁾ cm ³	s _x ⁶⁾ cm	e _y ⁷⁾ cm
6,5	65	42	5,5	7,5	4	9,03	7,09	57,5	17,7	2,52	14,1	5,07	1,25	1,65			1,42	
8	80	45	6	8	4	11,0	8,64	106	26,5	3,10	19,4	6,36	1,33	2,7	15,9	6,65	1,45	
10	100	50	6	8,5	4,5	13,5	10,6	206	41,2	3,91	29,3	8,49	1,47	3,1	24,5	8,42	1,55	
12	120	55	7	9	4,5	17,0	13,4	364	60,7	4,62	43,2	11,1	1,59	4,2	36,3	10,0	1,60	
14	140	60	7	10	5	20,4	16,0	605	86,4	5,45	62,7	14,8	1,75	6,5	51,4	11,8	1,75	
16	160	65	7,5	10,5	5,5	24,0	18,8	925	116	6,21	85,3	18,3	1,89	8,5	68,8	13,3	1,84	
18	180	70	8	11	5,5	28,0	22,0	1350	150	6,95	114	22,4	2,02	11	89,6	15,1	1,92	
20	200	75	8,5	11,5	6	32,2	25,3	1910	191	7,70	148	27,0	2,14	14	114	16,8	2,01	
(22)	220	80	9	12,5	6,5	37,4	29,4	2690	245	8,48	197	33,6	2,30	19	146	18,5	2,14	
24	240	85	9,5	13	6,5	42,3	33,2	3600	300	9,22	248	39,6	2,42	23	179	20,1	2,23	
26	260	90	10	14	7	48,3	37,9	4820	371	9,99	317	47,7	2,56	30	221	21,8	2,36	
(28)	280	95	10	15	7,5	53,3	41,8	6280	448	10,9	399	57,2	2,74	38	266	23,6	2,53	
30	300	100	10	16	8	58,8	46,2	8030	535	11,7	495	67,8	2,90	47	316	25,4	2,70	

1) Величине носача наведене у заградама треба избегавати.
 2) Мерење ширине ножице „b“ и дебљине ребра „d“ врши се на одстојању 500 mm од краја носача.
 3) I = момент инерције; W = отпорни момент; i = полупречник инерције; индекси x, y, означавају припа-
 дајућу осу савијања.
 4) I_P = поларни момент инерције.
 5) S_x = статички момент половине пресека.
 6) s_x = одстојање између средишта затезања и средишта притиска. (s_x = I_x : S_x).
 7) e_y = одстојање осе у—у.

- 2.2 На спољним ивицама ножица ових носача дозвољавају се мала заобљења.
- 2.3 Одступање од правилности облика пресека, тј. разлика између највеће мере (h') и најмање мере (h''), мерена на начин приказан на сл. 2. сме изнети 3 mm на сваких 100 mm ширине ножице (b).
- 2.4 Ови носачи испоручују се тако прави како излазе испод ваљка. Одступање ових носача од праве линије, мерено на начин приказан на сл. 3, не сме да прекорачи 0,15% дужине носача. Одступање ребра од праве линије, мерено по висини h , не сме да прекорачи 1 mm.
- Остали захтеви могу се уговорити.



Сл. 3.

3 Мере

- 3.1 Ови носачи нормално се израђују са мерама према табlici 1 и у границама дозвољених одступања мера. Предвиђене су две категорије дозвољених одступања: категорија I, према табlici 2, и категорија II, према табlici 3. Категорија одступања мера мора се навести у поруџбини.
- Одступања осталих мера која настају као последица абања ваљака, дозвољена су у границама одступања тежине.

Таблица 2

Ознака величине носача	Дозвољено одступање, mm		
	висине носача h	ширине ножице b	дебљине ребра d
6,5 до 16	± 2	± 2	+ 1 - 0,5
18 до 22	± 2	± 3	
24 до 30	± 3	± 4	

Таблица 3

Ознака величине носача	Дозвољено одступање, mm		
	висине носача h	ширине ножице b	дебљине ребра d
6,5 до 16	± 2	Ограничено дозвољеним одступањем тежине $\pm 6\%$	
18 до 22	$\pm 2,5$		
24 до 30	± 4		

- 3.2 Ови носачи израђују се и испоручују у дужинама 4000 до 15000 mm; носачи се могу испоручити и у фиксним дужинама са одступањем дужине: ± 100 , ± 50 , ± 25 , ± 10 , ± 5 mm према избору поруџиоца; уколико се одступање дужине не наведе носачи ће се испоручити са одступањем дужине ± 100 mm. Ако се захтева одступање само у једном смеру, важи апсолутни збир наведених одступања.
- 4 Статичке величине
- Израчунате статичке величине попречног пресека ових носача наведене су у табlici 1.
- 5 Тежина
- 5.1 Тежине наведене у табlici 1 израчунате су на основу спец. теж. челика 7,85 kp/dm³.
- 5.2 Извагана тежина једне испоруке сме да се разликује од тежине те испоруке израчунате на основу тач. 5.1, највише:
- за носаче са дозвољеним одступањима I категорије $\pm 3\%$,
 - за носаче са дозвољеним одступањима II категорије $\pm 4\%$.

5.3 Извагана тежина било ког појединачног носача сме да се разликује највише за $\pm 6\%$ од тежине тог носача, израчунате на основу тач. 5.1.

6 Материјал

Ови носачи израђују се нормално од врста челика обухваћених стандардима:
 JUS С.В0.500 — Угљенични конструкциони челици обични, са гарантованим механичким особинама.
 Технички прописи за израду и испоруку.
 JUS С.В0.501 — Челици за носеће конструкције. Техн. услови за израду и испоруку.

7 Означаванье

У техничкој и другој документацији и у поруџбинама, носачи обухваћени овим стандардом означавају се знаком:

Г-носач (ознака величине) $\times l \pm T$ JUS С.В5.141, С...

где l и T означавају дужину односно толеранцију дужине носача у mm, а С... врсту челика.

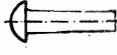
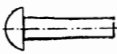
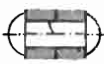

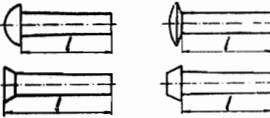
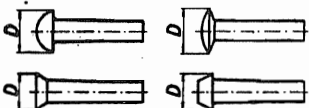
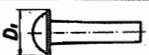
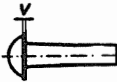
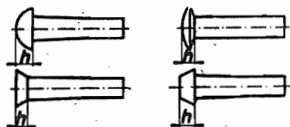
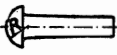
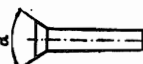
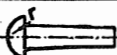
Пример: носач висине $h = 300$ mm, уговорене дужине $l = 8000$ mm, са толеранцијом дужине $T = \pm 5$ mm, израђен од челика С.0360 означава се са:





Г-носач $30 \times 8000 \pm 5$ JUS С.В5.141, С.0360

ЗАКІВЦИ

ДЕФИНИЦИЈЕ ПОЈМОВА И ОЗНАКЕ

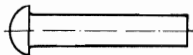
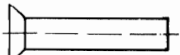
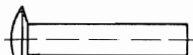
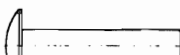
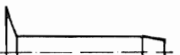
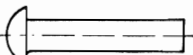
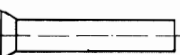
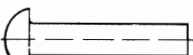
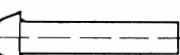
I U S
M. B3.001

Ред. број	Назив и дефиниција	Ознака	Приказ на слици
1	Глава закивка, тј. глава коју има закивак као полуфабрикат (готова глава)		
2	Труп закивка		
3	Завршна глава закивка, тј. глава која се добије закивањем закивка		
4	Називни пречник закивка, тј. пречник трупа закивка на одређеном одстајању x од главе	d	
5	Дужина закивка	l	
6	Пречник главе закивка	D	
7	Пречник венца закивка	D_1	
8	Дебљина венца закивка	v	
9	Висица главе закивка	h	
10	Полупречник заобљења главе	R	
11	Угао главе		
12	Полупречник заобљења између главе и трупа	r	

Ред. број	Назив и дефиниција	Ознака	Приказ на слици
13	Пречник закованог закивка (разлика је пречнику рупе за закивање)	d_1	
11	Дебљина споја	s	
15	Дубина закосења	a	
10	Дубина упуштања	t	

ПРЕГЛЕД
СТАНДАРДИЗОВАНИХ ЗАКИВАКА

JUS
M. B3.002

Илустрација	Назив стандарта	Означба
1. Закиви пречника испод 10 mm		
	Закиви са полукружном главом пречника 1 до 9 mm	JUS M. B3.011
	Закиви са шестоугаоном главом пречника 1 до 9 mm	JUS M. B3.012
	Закиви са сачином главом пречника 1,7 до 9 mm	JUS M. B3.013
	Закиви са шестоугаоном главом пречника 2 до 9 mm	JUS M. B3.014
	Закиви за ременице	JUS M. B3.031
2. Закиви пречника 10 mm и више		
	Закиви са полукружном главом, за посебне конструкције, пречника 10 до 37 mm	JUS M. B3.021
	Закиви са шестоугаоном главом, пречника 10 до 37 mm	JUS M. B3.022
	Закиви са полукружном главом, за оловке и суклове под притиском пречника 10 до 37 mm	JUS M. B3.023
	Закиви са шестоугаоном главом, за брувоградњу	JUS M. B3.025

ЗАКИВЦИ
СА ПОЛУОКРУГЛОМ ГЛАВОМ
ПРЕЧНИКА 1 до 9 mm

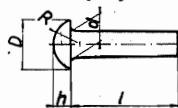
J U S
M. B3.011

Мере у mm

$$D \approx 1,75d$$

$$h \approx 0,7d$$

$$R \approx 0,9d$$



У саставницама и другој техничкој документацији, закивци по овом стандарту означавају се са:

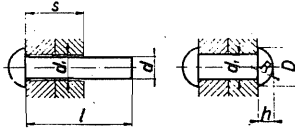
ЗАКИВАК $d \times l$ JUS M. B3.011 (ознака материјала)

Пример ознаке: Закивак пречника 4 mm, дужине 25 mm, од челика:

ЗАКИВАК 4×25 JUS M. B3.011 ČZ1

Називни пречник	d	1	1,4	[1,7]	2	2,6	3	[3,5]	4	5	6	7	8	9	
Димензије главе	D	1,8	2,3	3	3,5	4,5	5,2	6,2	7	8,8	10,5	12,2	14	15,8	
	h	0,7	1	1,2	1,4	1,8	2,1	2,5	2,8	3,5	4,2	4,9	5,6	6,3	
	$R \approx$	0,9	1,3	1,5	1,8	2,3	2,7	3,2	3,6	4,5	5,4	6,3	7,2	8,1	
Пречник закованог закива (пречник рупе)	d_1	1,1	1,5	1,8	2,2	2,8	3,2	3,7	4,3	5,3	6,4	7,4	8,4	9,5	
Дужина l		Тежина 1000 комада челичних закивака k_p (7,85 $kp \text{ dm}^3$)													
2		0,020													
3		0,026	0,061												
4		0,033	0,073	0,110											
5		0,039	0,085	0,128	0,187										
6		0,045	0,098	0,146	0,212	0,386	0,550								
8		0,122	0,182	0,261	0,469	0,661	0,969	1,304							
10			0,217	0,310	0,533	0,772	1,120	1,501	2,547	3,960					
12				0,361	0,636	0,882	1,271	1,698	2,854	4,404	6,385	8,857	11,96		
15					0,761	1,047	1,497	1,994	3,317	5,069	7,291	10,04	13,36		
18						1,215	1,724	2,290	3,779	5,735	8,197	11,22	14,85		
20							1,326	1,875	2,487	4,087	6,179	8,801	12,01	15,85	
22								2,026	2,684	4,395	6,622	9,405	12,80	16,85	
25								2,252	2,980	4,857	7,288	10,31	13,98	18,35	
28									3,276	5,319	7,953	11,22	15,17	19,85	
30									3,473	5,628	8,397	11,82	15,96	20,84	
[32]									3,670	5,935	8,841	12,42	16,75	21,84	
35									3,968	6,398	9,506	13,33	17,93	23,34	
[38]										6,860	10,17	14,24	19,11	24,84	
40										7,168	10,82	14,84	19,90	25,84	
[42]											11,06	15,44	20,69	26,83	
45											11,73	16,35	21,87	28,33	
[48]												17,26	23,05	29,83	
50												17,86	23,84	30,83	
55													25,82	33,32	
60														27,79	

- 1 У саставнице и другу техничку документацију уписује се називни пречник d , који је меродаван за поручбину и испоруку закивка. Међутим, за прорачуне носивости, као и за означавање рупа за закивке на цртежима, меродаван је пречник закованог закивка d_1 .
- 2 Закивци се нормално израђују од челика ČZ1, чврстоће 34 kg/mm^2 , а по нарочитом захтеву израђују се од челика ČZ2, чврстоће 44 kg/mm^2 , од бакара, месинга, алуминијевих легура или другог материјала, по споразуму са произвођачем.
- 2.1 Ближе податке о особинама материјала и испитивању закивака дају Технички прописи за израду и испоруку закивака JUS M. B3.003.
- 2.2 Тежине закивака од других материјала добијају се, ако се тежине челичних закивака из таблице помноже коефицијентима за прорачунавање и то: за бакар 1,135 (спец теж. 8,9 kp/dm^3); за месинг 1,083 (спец. теж. 8,5 kp/dm^3); за алумин. легуру 0,357 (спец. теж. 2,8 kp/dm^3).
- 3 Закивке, чији су пречници или дужине у заградама, треба избегавати.
- 4 Дозвољена одступања од мера наведених у табlici дата су у JUS M. B3.003.
- 5 Пречник закивка мора бити раван називном пречнику, у границама дозвољених одступања, на месту удаљеном 1 mm од главе за називне пречнике од 1 до 2,6 mm, а 3 mm од главе за називне пречнике од 3 до 9 mm.
- 6 Веза са другим стандардима:
 Дефиниције појмова и ознаке JUS M. B3.001
 Преглед стандардизованих закивака JUS M. B3.002
 Технички прописи за израду и испоруку закивака JUS M. B3.003
- 7 Дужине закивака, потребне за остварење спојева разних дебелина:
- 7.1 За спојеве са полуокруглом завршном главом закивка :



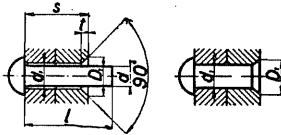
Димензије завршне главе исте су као димензије
готове главе

Мере у mm

Називни пречник <i>d</i>	1	1,4	1,7	2	2,6	3	3,5	4	5	6	7	8	9
Дељина споја <i>s</i>	Потребна дужина закивка <i>l</i>												
0,5	2												
1	3	3											
1,5	3	4	4	5									
2	4	4	5	5	6	6	8						
2,5	4	5	5	6	6	8	8	8	10				
3	5	5	6	6	8	8	8	10	10	12	15		
3,5	5	6	6	8	8	8	10	10	12	12	15	15	15
4	6	6	8	8	8	10	10	10	12	15	15	15	18
5	6	8	8	8	10	10	10	12	12	15	15	18	18
6		8	10	10	10	12	12	15	15	18	18	18	18
7			10	10	12	12	12	15	15	18	18	18	20
8			12	12	12	15	15	15	18	18	20	20	22
9				12	15	15	15	18	18	20	20	22	22
10				15	15	15	15	18	18	20	20	22	22
11				15	18	18	18	18	20	22	22	25	25
12					18	18	18	20	22	22	25	25	25
13						18	18	20	20	22	25	25	25
14						20	20	22	22	25	25	25	28

Називни пречник <i>d</i>	3,5	4	5	6	7	8	9
Дељина споја <i>s</i>	Потребна дужина закивка <i>l</i>						
15	20	22	22	25	25	28	28
16	22	25	25	25	28	28	30
17	22	25	25	28	28	28	30
18		25	28	28	30	30	32
19		25	28	30	30	30	32
20		28	30	30	32	32	35
22			32	32	32	35	35
24			35	35	35	38	38
26				38	38	40	40
28					40	40	42
30					42	42	45
32						45	45
34							48
36							50
38							50
40							55
42							55
44							60

7.2 За спојеве са укупаном завршном главом закивка :



Облик завршне главе одговара облику готове главе
закивка по

IUS M. B5.012

<i>d</i>	1	1,4	1,7	2	2,6	3	3,5	4	5	6	7	8	9
<i>D₁</i>	2	2,8	3,4	4	5,2	6	7	8	10	12	14	16	18
<i>l</i>	0,45	0,65	0,8	0,9	1,2	1,4	1,65	1,85	2,35	2,8	3,3	3,8	4,45

Називни пречник <i>d</i>	1	1,4	1,7	2	2,6	3	3,5	4	5	6	7	8	9
Дељина споја <i>s</i>	Потребна дужина закивка <i>l</i>												
1,5	3	3											
2	3	3											
2,5	4	4	4										
3	4	4	5	5									
3,5	5	5	5	6	6								
4	6	6	6	6	6	8							
5	6	6	8	8	8	8	8						
6	8	8	8	8	8	10	10	10					
7		8	10	10	10	10	12	12	12				
8		10	10	10	10	12	12	12	12	12			
9			12	12	12	12	15	15	15	15	15		
10			12	12	12	15	15	15	15	15	15	18	18
11				15	15	15	15	15	18	18	18	18	18
12				15	15	15	15	18	18	18	18	18	20
13				15	15	18	18	18	18	18	18	20	20
14				18	18	18	18	20	20	20	20	20	22
15				18	18	18	20	20	20	20	22	22	22
16				20	20	20	22	22	22	22	22	25	25

Називни пречник <i>d</i>	3,5	4	5	6	7	8	9
Дељина споја <i>s</i>	Потребна дужина закивка <i>l</i>						
17	20	22	22	22	22	25	25
18	22	22	25	25	25	25	24
20	25	25	25	28	28	28	24
22	25	28	28	30	30	30	30
24	28	30	30	32	32	32	32
26		32	32	32	35	35	35
28			35	35	35	35	38
30			35	35	38	38	40
32				38	40	40	40
34				40	42	42	42
36				42	45	45	45
38					45	48	48
40						48	50
42						50	50
44							55
46							55
48							60
50							60

8 Потребне дужине закивка израчунате су на бази називног пречника закивка и
рупе и заокружене навише на најближу стандардну дужину, која је предвиђена
у табlici на стр. 1 овога стандарда. При серијском закивању препоручује се
се потребна дужина закивка претходно провери општом.

ЗАКИВЦИ СА УКОПАНОМ ГЛАВОМ

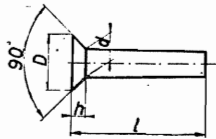
ПРЕЧНИКА 1 до 9 mm

J U S
M. B3.012

Мере у mm

$$D = 2d$$

$$h \approx 0,5d$$



У саставницама и другој техничкој документацији, закивци по оном стандарду означају се са:

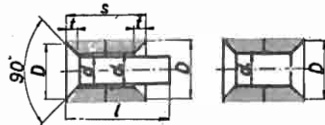
ЗАКИВАК $d \times l$ JUS M. B3.012... (ознака материјала)

Пример ознаке: Закивак пречника 6 mm, дужине 30 mm, од челика:

ЗАКИВАК 6×30 JUS M. B3.012 ČZ1

Називни пречник	d	1	1,4	[1,7]	2	2,6	3	[3,5]	4	5	6	7	8	9	
Димензије главе	D	2	2,8	3,4	4	5,2	6	7	8	10	12	14	16	18	
	h	0,5	0,7	0,8	1	1,3	1,5	1,8	2	2,5	3	3,5	4	4,5	
Пречник закованог зајавна (пречник рупе)	d_1	1,1	1,5	1,8	2,2	2,8	3,2	3,7	4,3	5,3	6,4	7,4	8,4	9,5	
Дужина l		Тежина 1000 комада челичних закивака \approx (7,85 kp dm ³)													
2		0,016													
3		0,023	0,047												
4		0,029	0,059	0,090											
5		0,035	0,071	0,108	0,156										
6		0,041	0,084	0,126	0,181	0,323	0,444								
8			0,108	0,162	0,230	0,406	0,555	0,784	1,052						
10				0,198	0,280	0,490	0,666	0,935	1,249	2,035	3,104				
12				0,233	0,329	0,573	0,777	1,086	1,447	2,363	3,548	5,032	6,847	8,99	
15					0,403	0,698	0,943	1,312	1,743	2,825	4,214	5,938	8,032	10,49	
18						0,823	1,110	1,539	2,039	3,287	4,880	6,844	9,217	11,98	
20						0,807	1,221	1,690	2,236	3,595	5,324	7,448	10,01	12,98	
22							1,321	1,841	2,434	3,903	5,768	8,052	10,80	13,98	
25								2,067	2,729	4,365	6,434	8,958	11,98	15,48	
28								2,294	3,026	4,827	7,100	9,864	13,17	16,97	
30								2,445	3,223	5,135	7,544	10,47	13,96	17,97	
[32]									3,420	5,443	7,988	11,07	14,75	18,97	
35									3,716	5,905	8,654	11,98	15,93	20,47	
[38]										6,367	9,320	12,88	17,12	21,98	
40										6,675	9,764	13,49	17,91	22,96	
[42]											10,20	14,09	18,70	23,96	
45											10,87	15,00	19,88	25,46	
[48]												15,90	21,07	26,65	
50												16,51	21,86	27,65	
55													23,83	30,45	
60													25,81	32,94	

- 1 У саставнице и другу техничку документацију уписује се називни пречник d , који је меродаван за поручбину и испоруку закивака. Међутим, за прорачуне носивости, као и за означавање рупа за закивке на цртежима, меродаван је пречник закованог закивака d_1 .
- 2 Закивци се нормално израђују од челика ČZ1, чврстоће 34 kg/mm², а по нарочитом захтеву израђују се од челика ČZ2, чврстоће 44 kg/mm², од бабра, месинга, алуминијевих легура, или другог материјала, по споразуму са произвођачем.
- 2.1 Ближе податке о особинама материјала и испитивању закивака дају Технички прописи за израду и испоруку закивака JUS M. B3.003.
- 2.2 Тежине закивака од других материјала добијају се, ако се тежине челичних закивака из таблице помноже коефицијентима за прорачунавање и то: за бакар 1,135 (спец. теж. 8,9 kp/dm³); за месинг 1,083 (спец. теж. 8,5 kp/dm³); за алум. легуре 0,357 (спец. теж. 2,8 kp/dm³).
- 3 Закивке, чији су пречници или дужине у заградама, треба избегавати.
- 4 Дозвољена одступања од мера наведених у таблицама дата су у JUS M. B3.003.
- 5 Пречник закивака мора бити једнак називном пречнику, у границама дозвољених одступања, на месту удаљеном 1 mm од главе за називне пречнике од 1 до 2,6 mm, а 3 mm, од главе за називне пречнике од 3 до 9 mm.
- 6 Веза са другим стандардима:
 Дефиниције појмова и ознаке JUS M. B3.001
 Преглед стандардизованих закивака JUS M. B3.002
 Технички прописи за израду и испоруку закивака JUS M. B3.003
- 7 Дужине закивака, потребне за остварење спојева разних дебелина:
- 7.1 За спојеве са укопаном завршном главом закивака:



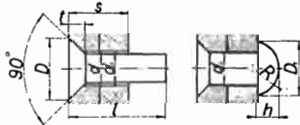
Облик завршне главе одошара облику готове главе

Мере у мм

Називни пречник <i>d</i>	1	1,4	1,7	2	2,6	3	3,5	4	5	6	7	8	9
Дебљина споја <i>s</i>	Потребна дужина закивка <i>l</i>												
1,5	3	3											
2	3	3											
2,5	4	4	4										
3	4	4	5	5									
3,5	5	5	5	6	6								
4	6	6	6	6	6	8							
5	6	6	8	8	8	8	8	8					
6	8	8	8	8	8	10	10	10	10				
7	8	10	10	10	10	10	12	12	12				
8		10	10	10	10	12	12	12	12				
9			12	12	12	12	12	15	15	15			
10				12	12	12	15	15	15	15	15	18	18
11					15	15	15	15	15	18	18	18	18
12						15	15	15	15	18	18	18	20
13							15	15	18	18	18	18	20
14								18	18	18	18	20	20
15									18	18	20	20	22
16										20	20	22	22

Називни пречник <i>d</i>	3,5	4	5	6	7	8	9
Дебљина споја <i>s</i>	Потребна дужина закивка <i>l</i>						
17	20	22	22	22	22	25	25
18	22	22	25	25	25	25	28
20	25	25	25	25	28	28	28
22	25	28	28	30	30	30	30
24	28	30	30	32	32	32	32
26		32	32	32	35	35	35
28			35	35	35	35	38
30				35	38	38	40
32					38	40	40
34						40	42
36							42
38							
40							
42							
44							
46							
48							
50							

7.2 За спојеве са полуокруглом завршном главом закивка



Димензије завршне главе исте су као димензије готове главе закивка по ЈУС М. В5.01

<i>d</i>	1	1,4	1,7	2	2,6	3	3,5	4	5	6	7	8	9
<i>D</i> ₁	1,8	2,5	3	3,5	4,5	5,2	6,2	7	8,8	10,5	12,2	14	15,8
<i>h</i>	0,7	1	1,2	1,4	1,8	2,1	2,5	2,8	3,5	4,2	4,9	5,6	6,5
<i>R</i>	0,9	1,3	1,5	1,8	2,3	2,7	3,2	3,6	4,5	5,4	6,3	7,2	8,1

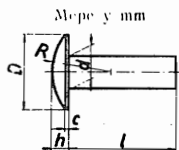
Називни пречник <i>d</i>	1	1,4	1,7	2	2,6	3	3,5	4	5	6	7	8	9
Дебљина споја <i>s</i>	Потребна дужина закивка <i>l</i>												
0,5	2												
1	3	3											
1,5	3	4	4	5									
2	4	4	5	5	6	6	8						
2,5	4	5	5	6	6	8	8	8					
3	5	5	6	6	8	8	8	10	10	12	12		
3,5	5	6	6	8	8	8	10	10	10	12	12	15	15
4	6	6	8	8	8	10	10	10	12	12	15	15	18
5	6	8	8	8	10	10	12	12	15	15	18	18	18
6		8	10	10	10	12	12	12	15	15	18	18	18
7			10	10	12	12	12	15	15	18	18	18	20
8				12	12	12	15	15	15	18	18	20	20
9					12	15	15	15	15	18	18	20	22
10						15	15	15	18	18	20	20	22
11							15	18	18	18	20	22	25
12								18	18	18	20	22	25
13									18	18	20	22	25
14										20	20	22	25

Називни пречник <i>d</i>	3,5	4	5	6	7	8	9
Дебљина споја <i>s</i>	Потребна дужина закивка <i>l</i>						
15	20	22	22	25	25	28	28
16	22	25	25	25	28	28	30
17	22	25	25	28	28	28	30
18		25	28	28	30	30	32
19			25	28	30	30	32
20				28	30	30	32
22					32	32	35
24						35	38
26							38
28							
30							
32							
34							
36							
38							
40							
42							
44							

8 Потребне дужине закивка израчунаје се на бази називног пречника закивка и,
руке и заокружене навише на најближу стандардну дужину, која је предвиђена у
таблици на стр. 1 овог стандарда.
При сервиском закивању препоручује се да се потребна дужина закивка прет-
ходно провери овчтом.

ЗАКИВЦИ СА ПЛОСНАТОМ ГЛАВОМ ПРЕЧНИКА 2 до 9 mm

JUS
M. B3.014

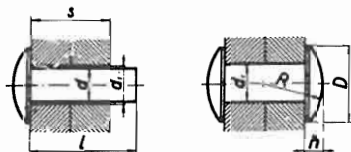


У саставницама и другој техничкој документацији, закивци по оном стандарду означају се са:
ЗАКИВАК $d \times l$ JUS M. B3.014..... (ознака материјала)
 Пример ознаке: Закивак пречника 4 mm, дужине 25 mm, mm, од челика:
ЗАКИВАК 4×25 JUS M. B3.014 ČZ1

Називни пречници	d	2	2,6	3	(3,5)	4	5	6	7	8	9
Димензије главе	D	4,5	5,9	6,8	7,8	9	11,2	13,5	15,8	18	20,2
	h	1,0	1,3	1,5	1,8	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5
	$R \approx$	3,6	4,6	5,4	6,1	7,1	8,8	10,7	12,5	14,2	16,0
	c	0,2	0,2	0,3	0,4	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
Пречник закованог заглава (пречник рупе)	d_1	2,2	2,8	3,2	3,7	4,3	5,3	6,4	7,4	8,4	9,5
Дужина l		Тежина 1000 комада челичних закивака kp (7,85kp dm)									
5		0,204	0,380								
6		0,229	0,422	0,598	0,807						
8		0,279	0,505	0,709	0,958	1,40	2,42				
10		0,329	0,588	0,820	1,11	1,60	2,73	4,30	6,33		
12		0,378	0,671	0,931	1,26	1,79	3,04	4,74	6,94	10,7	13,0
15			0,796	1,10	1,49	2,09	3,50	5,41	7,84	10,8	14,5
18				1,27	1,71	2,39	3,96	6,07	8,75	12,0	16,0
20				1,38	1,86	2,58	4,27	6,52	9,35	12,8	17,0
22					2,02	2,78	4,58	6,96	9,96	13,6	18,0
25						3,08	5,04	7,63	10,9	14,8	19,5
28							5,50	8,30	11,8	16,0	21,0
30								8,74	12,4	16,7	22,0
(32)									13,0	17,5	23,0
35									13,9	18,7	24,4
(38)									14,8	19,8	25,9
40										20,6	26,9
(42)										21,4	27,9
45										22,5	29,4

- 1 У саставнице и другу техничку документацију уписује се називни пречник d , који је меродаван за поруџину и испоруку закивака. Међутим, за прорачуне носивости, кно и за означавање рула за закивке на цртежима, меродаван је пречник закованог закивки d_1 .
 - 2 Закивци се нормално израђују од челика ČZ1, чврстоће 34 kg/mm², а по нарочитом захтеву израђују се од челика ČZ2, чврстоће 44 kg/mm², од бакара, месинга, алуминијевих легура или другог материјала, по споразуму са произвођачем.
 - 2.1 Ближе податке о особинама материјала и испитивању закивака дају Технички прописи за израду и испоруку закивака, JUS M. B3.003.
 - 2.2 Тежине закивака од других материјала добијају се, ако се тежине челичних закивака из таблице помноже коефицијентима за прерачунавање и то: за бакар 1,135 (спец. теж. 8,9 kp/dm³); за месинг 1,083 (спец. теж. 8,5 kp/dm³); за алумин. легуре 0,357 (спец. теж. 2,8 kp/dm³).
 - 3 Закивке чији су пречници или дужине у заградама, треба избегавати.
 - 4 Дозвољена одступања од мера наведених у табlici дата су у JUS M.B3.003.
 - 5 Пречник закивка мора бити раван називном пречнику, у границама дозвољених одступања, на месту удаљеном 1 mm од главе за називне пречнике 2 mm и 2,6 mm, а 3 mm од главе за називне пречнике од 3 до 9 mm.
- Веза са другим стандардима:
 Дефиниције појмова и ознаке JUS M. B3.001
 Преглед стандардизованих закивака JUS M. B3.002
 Технички прописи за израду и испоруку закивака JUS M. B3.003

7 Дужине закивка, потребне за остварање спојева разних добљина:



Облик завршне главе одговара облику готове главе.

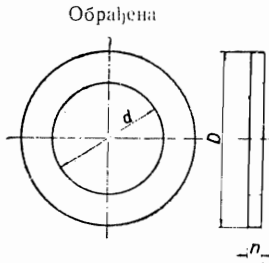
Мере у mm

Називни пречник d	2	2,6	3	3,5	4	5	6	7	8	9
Дебљина споја s	Потребна дужина закивка l									
1,5	5	6								
2	6	6	8	8	8					
2,5	6	8	8	8	10	12	12			
3	8	8	8	10	10	12	12	15		
3,5	8	8	10	10	10	12	15	15	18	
4	8	10	10	10	12	12	15	15	18	18
5	10	10	10	12	12	15	15	18	18	20
6	10	12	12	12	15	15	18	18	20	20
7	12	12	12	12	15	15	18	18	20	22
8		15	15	15	15	18	18	20	22	22
9		15	15	15	18	18	20	20	22	25
10			18	18	18	20	20	22	25	25
11			18	18	18	20	22	22	25	25
12			18	18	20	22	22	25	25	28
13			20	20	22	22	25	25	28	28
14			20	20	22	25	25	28	28	30
15				22	25	25	25	28	28	30
16				22	25	25	28	28	30	32
17					25	28	28	30	30	32
18						28	30	30	32	35
19						28	30	32	32	35
20							32	32	35	35
22								35	38	38
24								38	38	40
26									40	42
28									42	45
30									45	48

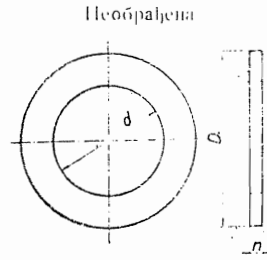
8 Потребне дужине закивка израчунава се на бази називног пречника закивка и рупе и заокружене навише на најближу стандардну дужину, која је предвиђена у табели на стр. 1 овога стандарда. При серијском закивању препоручује се, да се потребна дужина закивка претходно провери опитом.

**ПОДЛОЖНЕ ПЛОЧНИЦЕ
ЗА ЗАВРТЊЕ СА ЦИЛИНДРИЧНОМ И ПОЛУОКРУГЛОМ
ГЛАВОМ И СВОРЊАКЕ**

JUS
M. B2.015



Мере у mm



Пример ознаке:

Ознака подложне плочнице за завртње са цилиндричном и полуокруглом главом и сворњаке, необрађена, са рубом називног пречника $d = 15$ mm, од челика С... јесте

ПОДЛОЖНА ПЛОЧНИЦА 15—С...—JUS M. B2.015 НЕОБРАЂЕНА

Називни пречник d	D	n	Завртањ са навојем		За сворњаке	Тешина (7,85 кг дм ³) кр 1000 комада ≈
			метр.	Whitworth		
1,1	2,5	0,3	1			0,010
1,3	3	0,3	1,2			0,010
1,5	3	0,3	1,4			0,010
1,8	4	0,3	1,7			0,020
2,2	4,5	0,5	2			0,050
2,5	5	0,5	2,3			0,060
2,8	5,5	0,5	2,6			0,070
3,2	6	0,5	3		3	0,080
3,7	7	0,5	3,5			0,110
4,3	8	0,5	4		4	0,140
5,3	10	1	5	3/16"	5	0,443
6,4	11	1,5	6		6	0,740
8,4	15	1,5	8	5/16"	8	1,43
10,5	18	1,5	10	3/8"	10	1,98
13	20	2	12		12	2,85
13,5	21	2		1/2"	13	3,19
15	25	2	14		14	4,93
17	27	2	16	5/8"	16	5,42
19	30	2,5	18		18	8,31
21	33	2,5	20	3/4"	20	9,98

Називни пречник d	D	n	За сворњаке	Тешина (7,85 кг дм ³) кр 1000 комада ≈
26	40	4	25	22,7
(27)	40	4	(26)	21,5
29	42	4	28	22,8
31	45	5	30	32,9
33	50	5	32	43,4
36	52	6	35	52,2
41	55	6	40	62,0
46	62	6	45	64,2
52	68	8	50	94,4
57	75	8	55	117
62	80	8	60	126
67	90	10	65	222
72	95	10	70	236
77	100	10	75	251
82	105	12	80	323
(88)	110	12	(85)	325
93	115	12	90	338
(98)	120	12	(95)	355
104	125	14	100	414

Називне пречнике у заградама треба избегавати.

Материјал: по избору челик тріовачког квалитета С... JUS ...

месинг...

лаки метали...

Толеранције израде

Мере	Ознака толеранције	Вреднос толеранција за називне мере							
		преко 1 до 3	преко 3 до 6	преко 6 до 10	преко 10 до 18	преко 18 до 30	преко 30 до 50	преко 50 до 80	преко 80 до 120
d	H13	+0,140	+0,180	+0,220	+0,270	+0,330	+0,390	+0,460	+0,540
D	h13	-0,140	-0,180	-0,220	-0,270	-0,330	-0,390	-0,460	-0,540
n	j15	±0,200	±0,240	±0,290	±0,350	±0,420	±0,500	±0,600	±0,700

С А Д Р Ж А Ј

	Страна
I таблица — a) Обрасци	1
b) Хипотезе о чврстоћи	14
c) Односи цоловних и метарских мера	19
II таблица — Карактеристике материјала	20
III таблица — a) Моменти инерције и отпорни моменти равних пресека	21
b) Вредности момента инерције и отпорног момента кружног пресека	34
c) Номограм за одређивање момента инерције правоугаоника	35
IV таблица — a) Увијање греда разног попречног пресека	36
b) Увијање греде правоугаоног попречног пресека — Сен-Венанови коефицијенти	38
c) Димензионисање лаквих трансмисионих вратила (кружни попречни пресек)	39
V таблица — Облици језгра важнијих профила	40
VI таблица — Еластичне линије	43
Статички одређене греде	43
1. Проста греда	43
2. Конзола	58
3. Греда са препустима	66
4. Утицајни коефицијенти	69
VII таблица — Статички неодређене греде	73
VIII таблица — Статички неодређени оквири (рамови)	85
IX таблица — a) Критични напон при извијању	97
b) Вредност коефицијента извијања ω	98
c) Савијање и извијање	99
X таблица — Узајамни притисак два тела	102
Узајамни притисак сферних и цилиндричних тела	103
XI таблица — Важнији математички обрасци	108
A) Степени	108
B) Логаритми	108
C) Једначине	109
Приближно решавање једначина	111
D) Редови	116
E) Тригонометриске и хиперболичке функције	118
F) Неодређени интеграли	119
G) Одређени интеграли	121
H) Обичне диференцијалне једначине	124
I) Векторско рачунање	128

	Страна
XII Основи нумеричког рачунања са приближним вредностима	135
XIII таблица — Степени, корени, природни логаритми, реципрочне вредности природних бројева, обим и површина круга	156
XIV таблица — Тригонометријске функције	176
XV таблица — Мантисе Briggs-ових логоритама	181
XVI таблица — Значајне бројне вредности	183
XVII таблица — Подаци о стандардним профилисаним носачима према немачким стандардима DIN	187
XVIII таблица — Подаци о стандардним профилисаним носачима према југословенским стандардима JUS	201