

ОБЩИЙ КУРС ФИЗИКИ  
ТОМ III.

---

Г. С. ЛАНДСБЕРГ

**ОПТИКА**

ИЗДАНИЕ ЧЕТВЕРТОЕ,  
ПЕРЕРАБОТАННОЕ

*Допущено Министерством  
высшего образования СССР  
в качестве учебного пособия  
для государственных университетов*

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО  
ТЕХНИКО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ  
МОСКВА 1957



## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие к третьему изданию . . . . .	10
Из предисловия ко второму изданию . . . . .	11
Предисловие к первому изданию . . . . .	12

### ВВЕДЕНИЕ

Глава I. Краткое историческое введение . . . . .	13
§ 1. Основные законы оптики (13). — § 2. Главнейшие этапы развития оптических теорий (16).	
Глава II. Волны . . . . .	25
§ 3. Образование волны. Волновое уравнение (25). — § 4. Монохроматические колебания и волны. Понятие о разложении Фурье (28). — § 5. Энергия, переносимая электромагнитной волной (36). — § 6. Классификация волн. Понятие о поляризации (39).	
Глава III. Фотометрические понятия и единицы . . . . .	42
§ 7. Основные понятия (42). — § 8. Переход от энергетических величин к световым (49). — § 9. Единицы для световых измерений (50). — § 10. Световые измерения (фотометрия) (54).	

### ОТДЕЛ I

### ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

Глава IV. Когерентность . . . . .	61
§ 11. Введение (61). — § 12. Понятие о когерентности. Интерференция колебаний (61). — § 13. Интерференция волн (64). — § 14. Осуществление когерентных волн в оптике (66). — § 15. Основные характеристики интерференционных схем (68). — § 16. Различные интерференционные схемы (73). — § 17. Значение размеров источника света (77). — § 18. Значение поляризации интерферирующих волн (81). — § 19. Кажущиеся парадоксы в явлениях интерференции (82). — § 20. Оптическая длина пути. Таутохронизм оптических систем (84). — § 21. Интерференция монохроматических лучей (85).	
Глава V. Стоячие волны . . . . .	87
§ 22. Образование стоячих волн (87). — § 23. Световые стоячие волны. Опыты Винаера (90). — § 24. Фотография в натуральных цветах (93).	
Глава VI. Локализация полос интерференции . . . . .	94
§ 25. Цвета тонких пластинок (94). — § 26. Локализация интерференционной картины (полосы равной толщины) (97). — § 27. Допустимая толщина пленок (99). — § 28. Кольца Ньютона (99). — § 29. Интерференция в плоско-параллельных пластинках. Линии равного наклона (102).	

Глава VII. Интерференционные приборы и применения интерференции . . . . .	105
§ 30. Интерферометр Жамена (105).—§ 31. Интерферометр Майкельсона (109).—§ 32. Интерференционные приборы с многократно разделенными волнами (111).—§ 33. Интерференция при большой разности хода (117).—§ 34. Некоторые применения интерференционных методов исследования (120).	

## ОТДЕЛ II

## ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Глава VIII. Принцип Гюйгенса и его применения . . . . .	125
§ 35. Принцип Гюйгенса—Френеля (125).—§ 36. Зональная пластинка (130).—§ 37. Графическое вычисление результирующей амплитуды (132).—§ 38. Простейшие дифракционные проблемы (133).—§ 39. Спираль Корню и применение ее для графического решения дифракционных задач (138).—§ 40. Замечания относительно принципа Гюйгенса—Френеля (140).	

Глава IX. Дифракция в параллельных лучах (дифракция Фраунгофера) . . . . .	143
--	-----

§ 41. Дифракция Фраунгофера от щели (143).—§ 42. Влияние ширины щели на дифракционную картину (149).—§ 43. Влияние размеров источника (150).—§ 44. Дифракция от прямоугольного и круглого отверстия (152).—§ 45. Дифракция на двух щелях (154).—§ 46. Интерферометр Рэлея. Измерение углового диаметра звезд (156).—§ 47. Дифракционная решетка (160).—§ 48. Наклонное падение лучей на решетку (167).—§ 49. Фазовые решетки (169).—§ 50. Эшелон Майкельсона (170).—§ 51. Характеристика спектральных аппаратов и сравнение их между собой (173).—§ 52. Роль спектрального аппарата при анализе светового импульса (180).

Глава X. Дифракционные явления на многомерных структурах. . . . .	185
---	-----

§ 53. Дифракционная решетка как одномерная структура (185).—§ 54. Дифракция на двумерных структурах (186).—§ 55. Дифракционные явления на трехмерных структурах (188).—§ 56. Дифракция рентгеновских лучей (191).—§ 57. Дифракция световых волн на ультразвуковых волнах (192).

## ОТДЕЛ III

## ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ (ЛУЧЕВАЯ) ОПТИКА

Глава XI. Основные положения лучевой оптики . . . . .	196
---	-----

§ 58. Введение (196).—§ 59. Принцип Ферма (198).—§ 60. Основные определения. Закон преломления и отражения. Принцип взаимности (202).—§ 61. Преломление (и отражение) на сферической поверхности (205).—§ 62. Фокусы сферической поверхности (207).—§ 63. Изображение малых предметов при преломлении на сферической поверхности (209).—§ 64. Увеличение. Теорема Лагранжа—Гельмгольца (210).—§ 65. Центрированная оптическая система (212).—§ 66. Преломление в линзе. Общая формула линзы (213).—§ 67. Фокусные расстояния тонкой линзы (215).—§ 68. Изображение в тонкой линзе. Увеличение (217).—§ 69. Идеальные оптические системы (218).

**Глава XII. Погрешности, или аберрации, оптических систем . . . . . 225**

§ 70. Введение (225). — § 71. Каустическая поверхность. Характер ее симметрии (226). — § 72. Аберрации, обусловленные широкими пучками лучей (226). — § 73. Аберрации, обусловленные тонкими внеосевыми наклонными пучками лучей (229). — § 74. Астигматизм, обусловленный асимметрией системы (232). — § 75. Апланатизм. Условие синусов (233). — § 76. Аберрации, обусловленные зависимостью показателя преломления от длины волны (хроматические аберрации) (236).

**Глава XIII. Оптические инструменты . . . . . 241**

§ 77. Роль диафрагм (241). — § 78. Апертурная диафрагма, входной и выходной зрачки (243). — § 79. Диафрагма поля зрения. Люкн (245). — § 80. Фотографический аппарат (246). — § 81. Глаз как оптическая система (247). — § 82. Оптические инструменты, вооружающие глаз (251). — § 83. Проекционные устройства (259). — § 84. Спектральные аппараты (261). — § 85. Восприятие света. «Ночезрительная труба» М. В. Ломоносова (264).

**Глава XIV. Дифракционная теория оптических инструментов . . . . . 269**

§ 86. Разрешающая сила объектива (270). — § 87. Разрешающая сила микроскопа (272). — § 88. Электронный микроскоп (280). — § 89. Метод затемненного поля (ультрамикроскопия). Метод фазового контраста (285). — § 90. Дифракционные явления в спектрографах (хроматическая разрешающая сила) (289).

## ОТДЕЛ IV

## ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

**Глава XV. Естественный и поляризованный свет . . . . . 293**

§ 91. Поперечность световых волн (293). — § 92. Прохождение света через турмалин (295). — § 93. Поляризация при отражении и преломлении света на границе двух диэлектриков (297). — § 94. Ориентировка электрического вектора в поляризованном свете (300). — § 95. Закон Малюса (301). — § 96. Естественный свет (302).

**Глава XVI. Поляризация при двойном лучепреломлении . . . . . 303**

§ 97. Двойное лучепреломление и поляризация света при прохождении через кристалл исландского шпата (303). — § 98. Поляризационные приспособления (307).

**Глава XVII. Интерференция поляризованных лучей . . . . . 311**

§ 99. Опыты Френеля и Араго и их значение для упругой теории света (311). — § 100. Эллиптическая и круговая поляризация света (312). — § 101. Внутренняя структура естественного света (316). — § 102. Обнаружение и анализ эллиптически- и циркулярно-поляризованного света (318).

## ОТДЕЛ V

## ШКАЛА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

**Глава XVIII. Инфракрасные, ультрафиолетовые и рентгеновские лучи . . . . . 323**

§ 103. Инфракрасные и ультрафиолетовые лучи (323). — § 104. Открытие рентгеновских лучей и методы их получения и наблюдения (326). — § 105. Поглощение рентгеновских лучей (328). — § 106. Зависимость жесткости рентгеновских лучей от режима

трубки (330).—§ 107. Природа рентгеновских лучей (331).—  
§ 108. Дифракция рентгеновских лучей на кристаллической ре-  
шетке (332).—§ 109. Спектрография рентгеновских лучей (333).—  
§ 110. Сплошной рентгеновский спектр. Понятие о характеристиче-  
ских лучах (336).—§ 111. Оптика рентгеновских лучей (338).—  
§ 112. Шкала электромагнитных волн (339).

## ОТДЕЛ VI

## СКОРОСТЬ СВЕТА

- Глава XIX. Скорость света и методы ее определения . . . . . 341  
§ 113. Значение опытов по определению скорости света и первая  
попытка Галлея (341).—§ 114. Астрономические методы опреде-  
ления скорости света (342).—§ 115. Лабораторные методы опре-  
деления скорости света (346).—§ 116. Фазовая и групповая ско-  
рости света (351).
- Глава XX. Явление Допплера . . . . . 356  
§ 117. Введение (356).—§ 118. Явление Допплера в аку-  
стике (357).—§ 119. Явление Допплера в оптике (361).
- Глава XXI. Оптика движущихся сред . . . . . 365  
§ 120. Принцип относительности в механике и формулы преобра-  
зования Галлея (365).—§ 121. Электродинамика движущихся  
сред (367).—§ 122. Основы специальной теории относитель-  
ности (377).—§ 123. Формулы преобразования теории относитель-  
ности (379).—§ 124. Выводы из формул преобразования теории  
относительности (383).—§ 125. Релятивистская механика (391).—  
§ 126. Общие выводы (394).

## ОТДЕЛ VII

## ПРОХОЖДЕНИЕ СВЕТА ЧЕРЕЗ ГРАНИЦУ ДВУХ СРЕД

- Глава XXII. Отражение и преломление на границе двух диэлек-  
триков . . . . . 397  
§ 127. Взаимодействие электромагнитной волны и вещества (397).—  
§ 128. Отражение и преломление на границе двух диэлектриков  
(формулы Френеля) (401).—§ 129. Замечания по поводу формул  
Френеля (406).—§ 130. Поляризация света при прохождении через  
границу двух диэлектриков. Закон Брюстера (408).
- Глава XXIII. Полное внутреннее отражение . . . . . 412  
§ 131. Явление полного внутреннего отражения (412).—  
§ 132. Исследование отраженной волны. Эллиптическая поляриза-  
ция (413).—§ 133. Исследование преломленной волны (416).
- Глава XXIV. Основы металлооптики . . . . . 418  
§ 134. Характеристика оптических свойств металла (418).—  
§ 135. Оптические постоянные металлов и их определение (420).

## ОТДЕЛ VIII

## ОПТИКА АНИЗОТРОПНЫХ СРЕД

- Глава XXV. Основы кристаллооптики . . . . . 424  
§ 136. Анизотропные среды (424).—§ 137. Оптические свойства  
анизотропной среды (428).—§ 138. Поверхность волны (лучевая)  
и поверхность нормалей (432).—§ 139. Одноосные и двuosные кри-

сталды (435).—§ 140. Построение Гюйгенса для анизотропных сред (438).—§ 141. Экспериментальные данные о распространении света в одноосных кристаллах (441).—§ 142. Цвета кристаллических пластинок или интерференция поляризованных лучей (445).

**Глава XXVI. Искусственная анизотропия . . . . . 450**

§ 143. Введение (450).—§ 144. Анизотропия, возникающая при деформациях (451).—§ 145. Двойное лучепреломление в электрическом поле (явление Керра) (453).—§ 146. Двойное лучепреломление в магнитном поле (явление Коттон—Мутона) (460).

ОТДЕЛ IX

**МОЛЕКУЛЯРНАЯ ОПТИКА**

**Глава XXVII. Дисперсия и абсорбция света . . . . . 462**

§ 147. Трудности электромагнитной теории Максвелла (462).—  
§ 148. Дисперсия света. Методы наблюдения и результаты (464).—  
§ 149. Основы теории дисперсии (470).—§ 150. Поглощение (абсорбция) света (486).—§ 151. Ширина спектральных линий и затухание излучения (493).

**Глава XXVIII. Рассеяние света . . . . . 496**

§ 152. Прохождение света через оптически неоднородную среду (496).—§ 153. Молекулярное рассеяние света (502).—  
§ 154. Комбинационное рассеяние света (510).

**Глава XXIX. Вращение плоскости поляризации . . . . . 515**

§ 155. Введение (515).—§ 156. Вращение плоскости поляризации в кристаллах (516).—§ 157. Уточнение методов определения вращательной способности (518).—§ 158. Вращение плоскости поляризации в аморфных телах (520).—§ 159. Сахариметрия (522).—  
§ 160. Теория вращения плоскости поляризации (523).—§ 161. Магнитное вращение плоскости поляризации (527).

**Глава XXX. Явление Зеемана. Явление Штарка . . . . . 529**

§ 162. Сущность явления Зеемана (529).—§ 163. Элементарная теория явления Зеемана (531).—§ 164. Аномальный (сложный) эффект Зеемана (535).—§ 165. Обратный эффект Зеемана. Его связь с явлением Фарадея (536).—§ 166. Явление Штарка (538).

ОТДЕЛ X

**ДЕЙСТВИЯ СВЕТА**

**Глава XXXI. Фотоэлектрический эффект . . . . . 541**

§ 167. Введение (541).—§ 168. Законы фотоэффекта (543).—  
§ 169. Уравнение Эйнштейна. Гипотеза световых квантов (546).—  
§ 170. Обоснование гипотезы световых квантов в явлениях фотоэффекта (548).—§ 171. Зависимость силы фототока от длины волны (552).—§ 172. Фотоэффект в полупроводниках (555).—  
§ 173. Фотоэлементы и их применения (557).

**Глава XXXII. Явление Комптона . . . . . 559**

§ 174. Сущность явления Комптона и его законы (559).—  
§ 175. Теория явления Комптона (560).—§ 176. Эффект Доплера с точки зрения гипотезы световых квантов (563).

Глава XXXIII. Давление света . . . . .	565
§ 177. Экспериментальное изучение давления света (565).—	
§ 178. Давление света с точки зрения теории фотонов (569).—	
§ 179. Применение светового давления к объяснению некоторых космических явлений (570).	

Глава XXXIV. Химические действия света . . . . .	571
§ 180. Введение (571).—§ 181. Основные законы фотохимии (572).—§ 182. Сенсibilизированные фотохимические реакции (574).—§ 183. Основы фотографии (575).—§ 184. Сенсibilизация фотографических пластинок (577).—§ 185. Фотохимическая теория зрения (578).	

## ОТДЕЛ XI

## ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Глава XXXV. Законы теплового излучения . . . . .	583
§ 186. Тепловое излучение (583).—§ 187. Тепловое излучение и правило Прево (585).—§ 188. Закон Кирхгофа (587).—§ 189. Применение закона Кирхгофа. Абсолютно черное тело (591).—§ 190. Излучение нечерных тел (594).—§ 191. Закон Стефана—Больцмана (595).—§ 192. Закон смещения Вина (597).—§ 193. Формула излучения Планка (599).	

Глава XXXVI. Применения законов теплового излучения . . . . .	602
§ 194. Оптическая пирометрия (602).—§ 195. Источники света (607).	

## ОТДЕЛ XII

## ЛЮМИНЕСЦЕНЦИЯ

Глава XXXVII. Излучение атомов и спектральные закономерности . . . . .	612
§ 196. Линейчатые спектры (612).—§ 197. Обращение спектральных линий (614).—§ 198. Спектральный анализ по спектрам испускания и поглощения атомов (615).—§ 199. Спектральные закономерности (616).	

Глава XXXVIII. Модель атома Резерфорда—Бора . . . . .	621
§ 200. Первоначальная модель атома Дж. Дж. Томсона и опыты Резерфорда (621).—§ 201. Ядерная модель атома Резерфорда (624).—§ 202. Звтруднения теории Резерфорда. Постулаты Бора (627).—§ 203. Атом водорода (629).—§ 204. Спектры ионизованных атомов (633).	

Глава XXXIX. Экспериментальные основания теории атома и ее следствия . . . . .	635
§ 205. Опыты Фрайка и Герца и др. (636).—§ 206. Последовательное возбуждение спектральных линий (640).—§ 207. Резонансное излучение (644).—§ 208. Длительность возбужденного состояния (647).—§ 209. Возбуждение свечения нагреванием (648).—§ 210. Рентгеновские спектры, их классификация и истолкование (650).—§ 211. Спектр сложных атомов (656).	



Глава XL. Молекулярные спектры . . . . .	667
§ 212. Полосатые спектры молекул в видимой и ультрафиолетовой областях (667). — § 213. Инфракрасные спектры молекул (671).	
Глава XL1. Фотолюминесценция . . . . .	673
§ 214. Флуоресценция молекул (673). — § 215. Фотолюминесценция жидкостей и твердых тел. Спектральный состав люминесценции. Правило Стокса (675). — § 216. Длительность фотолюминесценции (680). — § 217. Определение люминесценции и критерий длительности. Излучение Черенкова (683). — § 218. Кристаллические фосфоры (688). — § 219. Люминесцентный анализ (689).	
Заключение . . . . .	692
Упражнения . . . . .	700
Предметный указатель . . . . .	751
Именной указатель . . . . .	756

---

*Памяти моей матери посвящаю***ПРЕДИСЛОВИЕ К ТРЕТЬЕМУ ИЗДАНИЮ**

Сохранив в основном общий характер книги и расположение материала, я внес в это новое издание некоторые изменения и исправления.

Я перенес главу, посвященную основным фотометрическим понятиям, во введение, желая использовать правильную терминологию уже при описании явлений интерференции и оставив в отделе лучевой оптики лишь вопросы, связанные с ролью оптических инструментов при преобразовании светового потока. Заново написаны многие страницы, посвященные интерференции, в изложении которой и во втором, переработанном издании осталось много неудовлетворительного. Я постарался сгруппировать вопросы кристаллооптики в отделе VIII, хотя и не считал возможным полностью отказаться от изложения некоторых вопросов поляризации при двойном лучепреломлении в отделе IV, ибо основные фактические сведения по поляризации мне были необходимы при изложении вопросов прохождения света через границу двух сред, с которых мне казалось естественным начать ту часть курса, где проблема взаимодействия света и вещества начинает выдвигаться на первый план. Я переработал изложение астрономических методов определения скорости света и добавил некоторые новые сведения о последних лабораторных определениях этой величины. Гораздо больше внимания уделено аберрации света. Рассмотрены рефлекторы и меннсковые системы Д. Д. Максудова. Значительным изменениям подверглось изложение вопроса о разрешающей способности микроскопа: я постарался отчетливее представить проблему о самосветящихся и освещенных объектах. Точно так же значительно подробнее разъяснен вопрос о фазовой микроскопии, приобретший значительную актуальность за последние годы.

Наконец, я считал нужным, идя навстречу выраженным пожеланиям, написать обширный параграф, относящийся к вопросам спектроскопии сложных атомов. Изложение спектроскопических проблем в сколько-нибудь приемлемом объеме слишком тесно переплетается с вопросами теории атома и потому выходит за рамки курса оптики. Полностью отказаться от изложения спектроскопии, конечно, невозможно. Поэтому я попытался найти компромиссное решение, кото-

рое, конечно, как всякий компромисс, далеко не удовлетворительно. Составлен ряд новых упражнений; часть старых — изъята.

При подготовке нового издания я внес довольно много более мелких изменений и выправил ряд замеченных дефектов. При этой работе большую помощь мне оказали замечания, любезно сделанные А. Н. Захаревским, Л. П. Морозом, Д. В. Сивухиным и В. М. Чулановским. Всем названным лицам я выражаю свою сердечную благодарность.

Акад. Г. С. Ландсберг

Луцино, сентябрь 1951 г.

### ИЗ ПРЕДИСЛОВИЯ КО ВТОРОМУ ИЗДАНИЮ

В настоящем, втором издании моего курса «Оптика» общий план и характер книги оставлены без изменений. Многочисленные сочувственные отклики, которые нашла книга у ряда моих коллег и специалистов, ведущих преподавание в вузах, побудили меня сохранить общий стиль книги. Я подверг, однако, переработке и изменению многие места курса, стремясь выправить имевшиеся недостатки.

Переработан или написан вновь ряд параграфов, относящихся к интерференции; сильно переработано изложение принципа Ферма; добавлены проблемы электронной оптики и написана заключительная глава, посвященная краткому изложению современного квантовостатистического представления о свете. Я исправил также некоторые недостатки, на которые обратил мое внимание чл.-корр. АН СССР Т. П. Кравец, проф. В. А. Фабрикант и проф. Б. Ф. Цомакион. Я пользуюсь случаем, чтобы принести им здесь мою благодарность. Выражаю также благодарность моим сотрудникам Г. П. Матулевич, М. В. Сущинскому и Х. Е. Стерину, взявшим на себя труд проверить упражнения и составить к ним ответы, и А. Е. Саломоновичу, который провел большую работу при окончательном редактировании книги.

К подготовке второго издания «Оптики» я приступил уже после кончины Л. И. Мандельштама и не мог воспользоваться его советами. Но воспоминание о Л. И. Мандельштаме, всегда живое в моей душе, сопровождало меня и при работе над этой книгой; в стремлении улучшить книгу отражалось и мое горячее желание, чтобы те, кому эта книга принесет некоторую пользу, почувствовали, как много значил Л. И. Мандельштам и для нашей науки, и для нашего преподавания.

Гр. Ландсберг

Москва, 21 VI 1946 г.

## ПРЕДИСЛОВИЕ К ПЕРВОМУ ИЗДАНИЮ

В основу настоящей книги положен курс лекций по общей физике, который я читал в течение ряда лет в Московском государственном университете.

Как и многие другие основные курсы, сложившиеся в Московском университете, этот курс находился под сильным влиянием акад. Л. И. Мандельштама, советами и указаниями которого я широко пользовался на протяжении многих лет, в течение которых нас связывают совместная работа и искренняя дружба. Я с особым удовольствием хочу отметить это обстоятельство и выразить Л. И. Мандельштаму мою глубокую признательность.

Университетское преподавание физики располагает мощным вспомогательным средством в виде физических демонстраций. При чтении курса я обращал большое внимание на эту сторону дела. В настоящей книге я старался конкретным описанием реальных экспериментов возместить невозможность иллюстрировать обсуждаемое демонстрационным опытом. Многочисленные демонстрации, при постановке которых я опирался на помощь коллектива физического кабинета МГУ, руководимого М. В. Колбановым, дали мне ценный материал для соответствующих описаний в тексте настоящей книги.

Наконец, я считаю своей обязанностью отметить работу ряда моих ассистентов, помогших мне превратить лекционные записи в книгу. Среди них я с особенной благодарностью вспоминаю покойного А. Г. Райского, оказавшего мне большую помощь при составлении первого наброска этой книги, изданного в свое время на правах рукописи.

*Гр. Ландсберг*

Москва, октябрь 1940 г.

# ВВЕДЕНИЕ

---

## ГЛАВА I

### КРАТКОЕ ИСТОРИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

#### § 1. Основные законы оптики

Уже в первые периоды оптических исследований были на опыте установлены следующие четыре основных закона оптических явлений:

1. Закон прямолинейного распространения света.
2. Закон независимости световых пучков.
3. Закон отражения света от зеркальной поверхности.
4. Закон преломления света на границе двух прозрачных сред.

Дальнейшее изучение этих законов показало, во-первых, что они имеют гораздо более глубокий смысл, чем может казаться с первого взгляда, и, во-вторых, что применение этих законов ограничено, и они являются лишь приближенными законами. Установление условий и границ применимости основных оптических законов означало важный прогресс в исследовании природы света.

Сущность этих законов сводится к следующему.

**1. Закон прямолинейного распространения света.** В однородной среде свет распространяется по прямым линиям.

Закон этот встречается в сочинении по оптике, приписываемом Евклиду (300 лет до нашей эры), и, вероятно, был известен и применялся гораздо раньше.

Опытным доказательством этого закона могут служить наблюдения над резкими тенями, даваемыми точечными источниками, или получение изображений при помощи малых отверстий. Соотношение между контуром предмета и его тенью при освещении точечным источником (т. е. источником, размеры которого очень малы по сравнению с расстоянием до предмета) соответствует геометрическому проектированию при помощи прямых линий (рис. 1). Аналогично рис. 2 иллюстрирует получение изображения при помощи малого отверстия, причем форма и размер изображения показывают, что проектирование происходит при помощи прямолинейных лучей.

Закон прямолинейного распространения может считаться прочно установленным на опыте. Он имеет весьма глубокий смысл, ибо

само понятие о прямой линии, по-видимому, возникло из оптических наблюдений. Геометрическое понятие прямой как линии, представляющей кратчайшее расстояние между двумя точками, есть понятие о линии, по которой распространяется свет в однородной среде. Отсюда берет начало практически с незапамятных времен контроль прямолинейности лекала или изделия по лучу зрения.

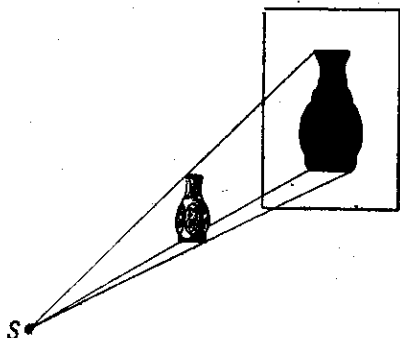


Рис. 1. Прямолинейное распространение света: образование тени при освещении точечным источником.

Более детальное исследование описываемых явлений показывает, что закон прямолинейного распространения теряет силу, если мы переходим к очень малым отверстиям. Так, в опыте, изображенном на рис. 2, мы получим хорошее изображение при размере отверстия около  $0,5 \text{ м.м.}$ ; изображение будет очень несовершенным при отверстии порядка  $0,02—0,03 \text{ м.м.}$

Изображения совсем не получатся и экран будет освещен практически равномерно при размерах отверстия около  $0,5—1 \text{ микрона.}$

Отступления от законов прямолинейного распространения света рассматриваются в учении о дифракции.

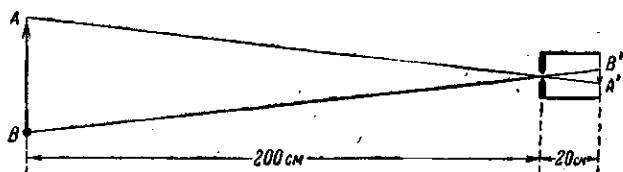


Рис. 2. Прямолинейное распространение света: получение изображения с помощью малого отверстия.

**2. Закон независимости световых пучков.** Световой поток можно разбить на отдельные световые пучки, выделяя их, например, при помощи диафрагм. Действие этих выделенных световых пучков оказывается независимым, т. е. эффект, производимый отдельным пучком, не зависит от того, действуют ли одновременно другие пучки или они устранены. Так, если на объектив фотоаппарата падает свет от обширного ландшафта, то, загораживая доступ части световых пучков, мы не изменяем изображения, даваемого остальными.

Более глубокое содержание этого закона выясняется в явлениях интерференции света (принцип суперпозиции, см. §§ 4 и 12).

**3. Закон отражения света.** Луч падающий, нормаль к отражающей поверхности и луч отраженный лежат в одной плоскости (рис. 3), причем углы между лучами и нормалью равны между собой: угол падения  $i$  равен углу отражения  $r$ . Этот закон также упоминается в «Оптике» Евклида. Установление его связано с употреблением полированных металлических поверхностей (зеркал), известных уже в очень отдаленную эпоху.

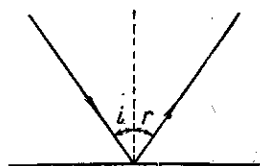


Рис. 3. К закону отражения.

**4. Закон преломления света.** Луч падающий и луч преломленный лежат в одной плоскости с нормалью к границе раздела. Угол падения  $i$  и угол преломления  $r$  (рис. 4) связаны соотношением

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n, \quad (1.1)$$

где  $n$  — постоянная, не зависящая от величины угла. Величина  $n$  — показатель преломления, определяется свойствами обеих сред, через границу раздела которых проходит свет, и зависит также от цвета лучей.

Явление преломления света было известно уже Аристотелю (350 лет до нашей эры). Попытка установить количественный закон принадлежит знаменитому астроному Птолемею (120 г. нашей эры), который принял измерение углов падения и преломления. Приводимые им данные измерений весьма точны. Птоломей учитывал влияние преломления в атмосфере на видимое положение светил (атмосферная рефракция) и даже составил таблицы рефракции. Однако измерения Птолемея относились к сравнительно небольшим углам, и поэтому Птоломей пришел к неправильному заключению о пропорциональности угла преломления углу падения. Значительно позже (около 1000 г.) арабский оптик Альгазен (Альхайтам) обнаружил, что отношение углов падения и преломления не остается постоянным, но правильного выражения закона дать не смог. Правильная формулировка закона преломления принадлежит Снеллию (1591—1626), указавшему в сочинении, оставшемся неопубликованным, что отношение косекансов углов падения и преломления остается постоянным, и Декарту, давшему в своей «Диоптрике» (1637 г.) современную формулировку закона преломления. Декарт установил свой закон около 1630 г.; были ли ему известны исследования Снеллия — неясно.

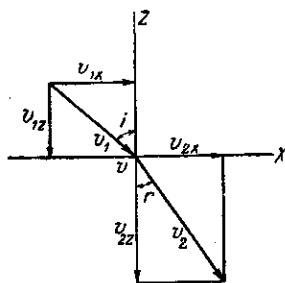


Рис. 4. К закону преломления.

обнаружил, что отношение углов падения и преломления не остается постоянным, но правильного выражения закона дать не смог. Правильная формулировка закона преломления принадлежит Снеллию (1591—1626), указавшему в сочинении, оставшемся неопубликованным, что отношение косекансов углов падения и преломления остается постоянным, и Декарту, давшему в своей «Диоптрике» (1637 г.) современную формулировку закона преломления. Декарт установил свой закон около 1630 г.; были ли ему известны исследования Снеллия — неясно.

Закон отражения и закон преломления также справедливы лишь при соблюдении известных условий. В том случае, когда размер отражающего зеркала или поверхности, разделяющей две среды, мал, мы наблюдаем заметные отступления от указанных выше законов (см. отдел о дифракции).

Однако для обширной области явлений, наблюдаемых в обычных оптических приборах, все перечисленные законы соблюдаются достаточно строго. Поэтому в весьма важном практически отделе оптики — учении об оптических инструментах — эти законы могут считаться вполне применимыми. Весь первый этап учения о свете состоял в исследованиях, относящихся к установлению этих законов, и в их применении, т. е. закладывал основы *геометрической*, или *лучевой*, оптики.

## § 2. Главнейшие этапы развития оптических теорий

Основные законы оптики были установлены, как мы видели, давно. Однако точка зрения на них менялась на протяжении последующих эпох.

Основное свойство света — прямолинейное распространение, — по-видимому, заставило Ньютона (конец XVII века) держаться теории истечения световых частиц, летящих прямолинейно, согласно законам механики (закон инерции). Громадные успехи, достигнутые Ньютоном в механике, оказали коренное влияние на его взгляды на оптические явления. Отражение света понималось аналогично отражению упругого шарика при ударе о плоскость, где соблюдается закон:  $\angle i = \angle r$ . Преломление Ньютон объяснял, так же как и Декарт, притяжением световых частиц преломляющей средой, благодаря чему меняется скорость световых частиц при переходе из первой среды во вторую.

Разложим скорость частицы в первой среде  $v_1$  на составляющие  $v_{1x}$  и  $v_{1z}$  (см. рис. 4); тогда скорость частиц, переходящих из первой среды во вторую, меняется под влиянием притяжений между световыми частицами и частицами среды. Притяжения эти направлены по нормали к границе раздела двух сред и поэтому изменяют соответственно нормальные составляющие скорости ( $v_{1z} \neq v_{2z}$ ), оставляя неизменными тангенциальные составляющие ( $v_{1x} = v_{2x}$ ). Если вторая среда является более плотной, то  $v_{2z} > v_{1z}$  и, следовательно,  $v_2 > v_1$ . Так как  $v_{1x} = v_1 \sin i$  и  $v_{2x} = v_2 \sin r$ , то из равенства  $v_{1x} = v_{2x}$  следует, что отношение

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_2}{v_1} = n$$

есть постоянная, не зависящая от угла падения, поскольку скорости  $v_1$  и  $v_2$  не зависят от направления распространения света (изотропные среды), но зависящая от цвета.

Указанная теория вкладывает определенный физический смысл в показатель преломления;  $n$  есть отношение скоростей световых



частиц во второй и первой средах, причем скорость света в более плотной среде оказывается большей, чем в менее плотной.

Во времена Ньютона еще не были сделаны прямые измерения скорости света в разных средах. Поэтому полученный вывод не мог быть проверен непосредственно. Впоследствии такие измерения были выполнены (Фуко, 1850 г.) и показали, что скорость света в плотных средах (вода, например) *меньше*, чем скорость света в воздухе, тогда как показатель преломления при переходе света из воздуха в воду равен 1,33, т. е. больше единицы. Таким образом, ньютоново толкование показателя преломления является неправильным. Однако более углубленный анализ механизма распространения света в веществе показывает, что этот вопрос не является столь простым (см. Заключение).

В эпоху Ньютона было выполнено определение скорости, с которой свет распространяется в межпланетном пространстве (Рёмер, 1676 г.). Это определение дало величину около 300 000 км/сек. Такое огромное значение скорости распространения света делало для многих современников Ньютона непримлемым его представление о свете, ибо казалось затруднительным допустить наличие частиц, несущихся с такой скоростью.

Нелишне, может быть, заметить, что в наше время это возражение потеряло силу: мы знаем корпускулы ( $\beta$ -лучи и космические частицы), скорость полета которых весьма близка к скорости света.

Точно так же не имеет для нас убедительности и другое возражение, которое было несколько позже (1746 г.) выдвинуто Эйлером. Согласно Эйлеру ньютоново представление теории истечения «должно представляться и смелым и странным, потому что, если Солнце испускает непрерывно и во все стороны потоки светового вещества, и притом с такой огромной скоростью, то следовало бы ожидать, что оно должно скоро истощиться или, по крайней мере, претерпеть заметные изменения в течение стольких столетий». Современные представления о взаимосвязи между массой и энергией заставляют признать непрерывное уменьшение массы Солнца в процессе излучения. Многие черты ньютоновых воззрений на природу света встречаются в современных представлениях, являющихся, однако, по существу, совершенно новыми и покоящихся на совершенно иной экспериментальной базе.

Современник Ньютона Гюйгенс выступил с другой теорией света («Трактат о свете», написан в 1678 г., издан в 1690 г.). Он исходил из аналогии между многими акустическими и оптическими явлениями и полагал, что световое возбуждение следует рассматривать как упругие импульсы, распространяющиеся в особой среде — в эфире, заполняющем все пространство как внутри материальных тел, так и между ними. Огромная скорость распространения света обуславливается свойствами эфира (его упругостью и плотностью) и не предполагает быстрых перемещений частиц эфира. Из наблюдений нзд

распространением волн по поверхности воды было известно, что сравнительно медленные движения частиц вверх и вниз могут давать начало волнам, быстро распространяющимся по поверхности воды.

Следует отметить, что хотя Гюйгенс говорил о световых волнах, он не вкладывал в это понятие того содержания, которое оно получило позже и которое мы принимаем и теперь. Он говорил, что свет распространяется сферическими поверхностями, и добавлял: «Я называю эти поверхности волнами по сходству с волнами, которые можно наблюдать на воде, в которую брошен камень». Гюйгенс не только не предполагал периодичности в световых явлениях, но даже прямо указывал: «...не нужно представлять себе, что сами эти волны следуют друг за другом на одинаковых расстояниях». В соответствии с этим он нигде не пользуется понятием длины волны и полагает, что свет распространяется прямолинейно, сколь бы малым ни было отверстие, через которое он проходит, ибо «отверстие это всегда достаточно велико, чтобы заключить большое количество непостоянных малых частиц эфирной материи». Таким образом, он не обращает внимания на явления дифракции, отмеченные Гримальди (опубликованные в 1665 г. в посмертном сочинении Гримальди) и Гуком (в период между 1672—1675 гг.). Точно так же он не упоминает в своем трактате о кольцах Ньютона — явлениях, в котором сам Ньютон усматривал доказательство периодичности световых явлений.

Таким образом, широко распространенное мнение, что Гюйгенс является создателем разработанной волновой теории света, которая может быть противопоставлена корпускулярной теории Ньютона, представляется неточным. Во времена Гюйгенса — Ньютона волновая теория была намечена лишь очень схематично. При этом наиболее важный элемент ее представлений — периодичность световых явлений — гораздо отчетливее сознавался именно Ньютоном, который, экспериментируя с так называемыми кольцами Ньютона (§ 28), выполнил даже измерения, на основании которых мы можем достаточно точно вычислить длины волн различных цветов.

Из идей Гюйгенса наибольшую ценность представляет общий принцип, носящий его имя и выдвинутый им как прием для отыскания направления распространения световых импульсов. При помощи этого принципа Гюйгенс объяснял не только обычные законы отражения и преломления, но даже явления двойного лучепреломления в исландском шпате, открытые в 1670 г. Бартолинусом.

Принцип Гюйгенса можно сформулировать следующим образом:

*Каждая точка, до которой доходит световое возбуждение, является в свою очередь центром вторичных волн; поверхность, огибающая в некоторый момент времени эти вторичные волны, указывает положение к этому моменту фронта действительно распространяющейся волны.*

В такой первоначальной форме принцип Гюйгенса говорит лишь о направлении распространения волнового фронта, который формально отождествляется с геометрической поверхностью, огибающей вторичные волны. Таким образом, речь идет собственно о распространении этой поверхности, а не о распространении волн, и выводы Гюйгенса относятся лишь к вопросу о направлении распространения света. В таком виде принцип Гюйгенса является, по существу, принципом *геометрической оптики* и, строго говоря, может применяться лишь в условиях пригодности геометрической оптики, т. е. когда длина световой волны бесконечно мала по сравнению с размерами волнового фронта. В этих условиях он позволяет вывести основные законы геометрической оптики (законы преломления и отражения). Рассмотрим для примера преломление плоской волны на границе двух сред, причем скорость волны в первой среде обозначим через  $v_1$ , во второй — через  $v_2$ .

Пусть  $i$  (рис. 5) — угол между  $OC$ , перпендикуляром к фронту волны, и  $OD$ , перпендикуляром к поверхности преломляющей среды. Пусть в момент  $t = 0$  точка  $C$  фронта волны достигла преломляющей среды и совпала с точкой  $O$ ; тогда за время  $\tau$ , потребное для того, чтобы точка  $A'$  фронта волны достигла (в точке  $B$ ) второй среды, из точки  $O$ , как из центра, вторичная волна распространяется на некоторое расстояние  $Of$ . Вторичные волны, имеющие центрами точки  $O_1, O_2$  и т. д., распространяются к указанному моменту на соответствующие расстояния, давая во второй среде элементарные сферические волны  $f_1, f_2, \dots$ . По принципу Гюйгенса действительное положение волнового фронта указывается огибающей элементарных волн, т. е. плоскостью  $Bf_2f_1f$ . Очевидно, что

$$OB = \frac{Of}{\sin r} = \frac{A'B}{\sin i};$$

подставляя сюда значения  $A'B = v_1\tau$  и  $Of = v_2\tau$ , получим:

$$v_1\tau \sin r = v_2\tau \sin i,$$

или

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2} = n.$$

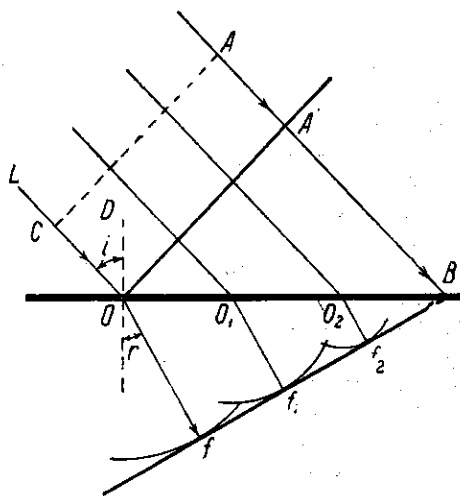


Рис. 5. Построение преломленной волны по Гюйгенсу.

Мы видим, что теория Гюйгенса дает объяснение закона преломления, причем оказалось, что значение показателя преломления легко привести в согласие с результатами опыта Фуко, произведенного более полутора столетия спустя (см. § 115).

Так же естественно объясняется с точки зрения принципа Гюйгенса закон отражения волн (см. Упражнения).

Таким образом, принцип Гюйгенса сводится к *геометрическому* методу построения. В нем не находит себе употребления понятие длины волны, благодаря чему остаются не истолкованными явления при малых размерах отверстия, ограничивающего световую волну; нет также объяснения тому факту, что звуковые волны не следуют, вообще говоря, закону прямолинейного распространения. Принцип Гюйгенса в этом первоначальном виде применим, следовательно, лишь в области геометрической оптики.

В течение всего XVIII века корпускулярная теория света (теория истечения) занимала господствующее положение в науке, однако острая борьба между этой и волновой теориями света не прекращалась. Убеденными противниками теории истечения были Эйлер («Новая теория света и цветов», 1746 г.) и Ломоносов («Слово о происхождении света, новую теорию о цветах представляющее», 1756 г.): они оба отстаивали и развивали представление о свете как о волнообразных колебаниях эфира.

В начале XIX века стала складываться последовательно развитая система волновой оптики. Главную роль при этом сыграли труды Юнга и Френеля. Френель (1815 г.) уточнил принцип Гюйгенса, дополнив его принципом интерференции Юнга, с помощью которого этот последний дал в 1801 г. удовлетворительное толкование явления цветов тонких пластинок. Принцип Гюйгенса — Френеля не только дал вполне удовлетворительное объяснение прямолинейному распространению света, но и позволил разрешить вопрос о распределении интенсивности света при прохождении света мимо препятствий, т. е. рассмотреть явления дифракции.

В дальнейшем изучение явлений поляризации света и интерференции поляризованных лучей (Френель и Араго) позволило установить особенности световых волн, которые были объяснены Юнгом и Френелем при помощи допущения, что световые волны *поперечны*, т. е. что направления колебаний в них перпендикулярны к направлению распространения.

Однако поперечные упругие волны возможны только в твердом теле, поэтому эфиру пришлось приписать свойства упругого твердого тела. Скорость распространения поперечных упругих волн в безграничном твердом теле определяется соотношением

$$c = \sqrt{\frac{N}{\rho}}. \quad (2.1)$$

где  $N$  — модуль сдвига, а  $\rho$  — плотность. Так как эфир не препятствует движению твердых тел, то  $\rho$  должно быть чрезвычайно мало; для получения нужных значений  $c$  необходимо в то же время приписать  $N$  очень большие значения. Для объяснения разной скорости света в различных средах приходилось считать, что свойства эфира различны в различных веществах, а в анизотропных веществах делать еще более сложные допущения (см., например, § 129). Наконец, упругий эфир приходилось наделять еще особыми свойствами, чтобы объяснить полное отсутствие продольных колебаний в световых волнах, установленное упомянутыми выше опытами Френеля и Араго. Сопоставление всех этих особенностей упругого твердого эфира обнаруживает существенные затруднения упругой теории света, которая, к тому же, не указывала никаких связей оптики с другими физическими явлениями и не позволяла связать оптические константы, характеризующие вещество, с какими-либо другими параметрами его.

Между тем Фарадею удалось показать, что оптические явления не представляют собой изолированного класса процессов и что, в частности, существует связь между оптическими и магнитными явлениями: в 1846 г. Фарадеем было открыто явление вращения плоскости поляризации в магнитном поле. С другой стороны, был обнаружен и другой замечательный факт: оказалось, что отношение электромагнитной единицы силы тока к электростатической равно  $3 \cdot 10^{10}$  см/сек, т. е. равно скорости света (Вебер и Кольрауш, 1856 г.). Наконец, теоретические исследования Максвелла показали, что изменения электромагнитного поля не остаются локализованными в пространстве, а распространяются в вакууме со скоростью, равной отношению электромагнитной и электростатической единиц тока, т. е. со скоростью света. Заключение это было подтверждено позднее опытами Герца (1888 г.). На основании своих исследований Максвелл (1865 г.) сформулировал заключение, что *свет есть электромагнитное явление*.

Согласно Максвеллу

$$\frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon\mu}, \quad (2.2)$$

где  $c$  — скорость света в пустоте, а  $v$  — скорость в среде, имеющей диэлектрическую постоянную  $\epsilon$  и магнитную проницаемость  $\mu$ . Так как  $c/v = n$  (показатель преломления), то

$$n = \sqrt{\epsilon\mu}. \quad (2.3)$$

Это соотношение дает связь между оптическими, электрическими и магнитными константами вещества.

Но из этого соотношения не видно, что  $n$  должно зависеть от длины волны света  $\lambda$ , тогда как из опыта известно, что существует дисперсия света, т. е.  $n$  меняется с изменением длины волны света:

$n = f(\lambda)$  \*). Объяснения этого факта теория Максвелла, ограничивающаяся для характеристики электромагнитных свойств вещества лишь макроскопическими параметрами ( $\epsilon$ ,  $\mu$ ), дать не могла. Необходимо было более детальное рассмотрение процессов взаимодействия вещества и света, покоящееся на углубленном представлении о структуре вещества. Это и было сделано Лорентцом, создавшим *электронную теорию* (1896 г.). Представление об электронах, входящих в состав атомов и могущих совершать в них колебания с определенным периодом, позволило объяснить явления испускания и поглощения света веществом, равно как и особенности распространения света в веществе. В частности, сделались понятными и явления дисперсии света, ибо диэлектрическая постоянная оказывается с электронной точки зрения зависящей от частоты электромагнитного поля, т. е. от длины волны  $\lambda$ .

Параллельно с развитием волновой теории света эволюционирует и понятие *эфира*. В представлениях Гюйгенса это понятие еще довольно расплывчато и неопределенно; Ломоносов уже пытается уточнить и углубить его, рассматривая различные типы возможных движений эфира («текущее, коловратное и зыблющееся»), причем явление света он связывает с «зыблющимся» движением эфира (колебания). Чрезвычайно интересно отметить, что Ломоносов считал возможным связать с эфиром и объяснения электрических явлений. В «Теории электричества» — книге, начатой в 1756 г., но не оконченной, он писал: «Так как эти явления (электрические) имеют место в пространстве, лишенном воздуха, а свет и огонь происходят в пустоте и зависят от эфира, то кажется правдоподобным, что эта электрическая материя тождественна с эфиром». И далее: «Чтобы это выяснить, необходимо изучить природу эфира; если она вполне пригодна для объяснения электрических явлений, то будет достаточно большая вероятность, что они происходят от движения эфира. Наконец, если не найдется никакой другой материи, то достовернейшая причина электричества будет движущийся эфир». В качестве одного из опытов, намеченных в «Теории электричества», значится: «Будет ли луч иначе преломляться в наэлектризованной воде или наэлектризованном стекле», т. е. один из основных электрооптических опытов, который был осуществлен лишь в конце XIX в.

Наибольшего развития волновые представления о свете в XVIII веке достигли у Эйлера. Согласно Эйлеру свет состоит в колебаниях эфира, подобно тому как звук есть колебания воздуха, причем различным цветам соответствуют колебания различной частоты. Сравнение скорости света со скоростью звука позволило Эйлеру утверждать, что эфир есть субстанция «значительно более тонкая и упругая, чем обыкновенный воздух». Эйлер, подобно Ломоносову, высказы-

\*) Объяснение дисперсии в рамках теории упругого эфира было дано путем специальных допущений (Коши, 1836 г.; Зелльмейер, 1871 г.).

вадет мысль, что источником всех электрических явлений служит тот же светоносный эфир. Согласно Эйлеру электричество есть не что иное, как нарушение равновесия эфира: тела, в которых плотность эфира становится больше, чем в телах окружающих, оказываются наэлектризованными положительно; отрицательная электризация связана с уменьшением плотности эфира. Эйлер не распространял свою теорию на магнитные явления, поскольку электрическая природа магнетизма не была еще известна. Эти соображения были развиты Эйлером в его знаменитых «Письмах к немецкой принцессе», написанных в 1760—1761 гг. и изданных в Петербурге (1768—1772 гг.) во время второго пребывания Эйлера в России, куда он прибыл уже после смерти Ломоносова, с которым он состоял в постоянной дружеской научной переписке. Поэтому не исключено, что указанные представления сложились у Эйлера под влиянием идей Ломоносова.

Эфир Френеля—Юнга (начало XIX века) в отличие от эфира Ломоносова—Эйлера был связан с истолкованием только оптических явлений. Несколько позже Фарадей для истолкования электрических и магнитных взаимодействий ввел также понятие гипотетической вещественной среды, состояние которой (упругие натяжения) должно было объяснить наблюдаемые на опыте эффекты взаимодействия между зарядами и между токами. Идеи Максвелла об электромагнитной природе света позволили объединить светоносный и электромагнитный эфир, сделав его носителем всех электромагнитных явлений. Возникновение электромагнитного поля, равно как и распространение его, представлялось как изменение состояния эфира, могущее распространяться от точки к точке с определенной скоростью.

Дальнейшее развитие электродинамики движущихся сред привело к представлению, что эфир, проникая во все тела, остается неподвижным при движении этих тел (Лорентц, см. § 121). Таким образом, вещественные черты эфира становятся все менее и менее ощутимыми. В представлении Лорентца (последние годы XIX века) эфир есть безграничная неподвижная среда, единственной характеристикой которой является лишь определенная скорость распространения в ней электромагнитных возмущений и, в частности, света ( $c = 2,9880 \cdot 10^{10}$  см/сек).

Однако представление об эфире как о неподвижной среде, которая могла, следовательно, быть избранной в качестве системы отсчета, позволяя, таким образом, выделить абсолютное движение, пришлось в противоречие с опытами (например опыт Майкельсона, см. § 121) и не могло быть сохранено. Электродинамика теории относительности, пришедшая на смену электродинамике Лорентца (см. § 122), вообще отказалась от представления об эфире, играющем роль материального носителя электромагнитных процессов. Электромагнитное поле, и в частности свет, являются сами по себе особой формой материи, имеющей много черт сходства, но и характерных различий с веществом в обычном смысле слова (электроны, и

позитронами, нейтронами, атомами и т. д.), и не нуждаются для своего истолкования в представлении о гипотетической среде — эфире. Материальная природа света весьма отчетливо проявляется в явлении светового давления, установленного на опыте исследования П. Н. Лебедева (см. § 177). То обстоятельство, что свет (электромагнитное поле) и вещество представляют собой две различные формы материи, с особенной отчетливостью проявляется в превращении кванта света в пару электрон — позитрон и, наоборот, в образовании светового кванта за счет объединения позитрона и электрона.

Наряду с теми трудностями, к которым приводила электронная теория Лоренца, опиравшаяся на представление о неподвижном эфире, выяснились и другие затруднения этой теории. Она оставляла неразъясненными многие особенности явлений, касающихся взаимодействия света и вещества. В частности, не получил удовлетворительного разрешения вопрос о распределении энергии по длинам волн в излучении накаливаемого черного тела. Накопившиеся затруднения вынудили Планка сформулировать теорию квантов (1900 г.), которая переносит идею прерывности (дискретности), заимствованную из учения о молекулярном строении вещества, на электромагнитные процессы, в том числе и на процесс испускания света. Теория квантов устранила затруднения в вопросах излучения света нагретыми телами; она по-новому поставила всю проблему взаимодействия света и вещества, понимание которой невозможно без квантовой интерпретации. Целый ряд оптических явлений, в частности фотоэлектрический эффект и вопросы рассеяния света, выдвинул на первый план корпускулярные особенности света. Процесс развития теории квантов, ставшей основой современного учения о строении атомов и молекул, продолжается и ныне.

Кратко очерченная нами картина развития руководящих оптических теорий показывает, как отразилась в истории оптики борьба двух (на первый взгляд взаимоисключающих) представлений на природу света — волновых и корпускулярных. Эта противоречивость представлений является выражением внутренней реальной противоречивости, присущей природе световых явлений, как и всем явлениям природы вообще. По мере развития наших знаний вскрываются и осознаются эти противоречия, и процесс этот ведет вперед к более глубокому пониманию. Этот общий путь диалектического развития науки находит себе конкретное выражение в истории оптики.

В первый период (Ньютон — Гюйгенс, до начала XIX века) противопоставление этих представлений имело характер взаимного исключения, и научный прогресс состоял в поисках той экспериментальной базы и создании такой развитой теории, которая позволила бы, углубляя эти противопоставления, яснее понять их природу. Второй период — от Френеля — Юнга до возникновения представления о световых квантах (1905 г.) — явился периодом все-



стороннего развития волновых представлений, одержавших, казалось бы, окончательную победу над корпускулярными.

Последний период состоит в накоплении новых, более тонких экспериментальных фактов, открываемых благодаря прогрессу экспериментальных методов; одновременно идет и развитие более углубленных теоретических представлений, связанных с созданием теории квантов. В этот период не только обосновываются корпускулярные воззрения наряду с установленными уже волновыми, но и возникают первые успешные попытки синтеза тех и других представлений (см. Заключение). Процесс этот еще далеко не завершен, но основные этапы диалектического развития науки с полной ясностью выступают в истории оптики. Как и во всех других областях научного прогресса, развитие оптики идет от неполного, неточного знания к более полному и более точному, раскрывая противоположности и преодолевая противоречия.

## ГЛАВА II

### ВОЛНЫ

#### § 3. Образование волны. Волиовое уравнение

Волновые процессы представляют собой весьма общий класс явлений. Образование волны обуславливается наличием связей между отдельными частями системы, в силу которых понятие изолированного процесса является, конечно, далеко идущей абстракцией. Сравнительно редки случаи, когда процесс, протекающий в какой-либо части пространства, можно рассматривать как изолированный. Обычно он вызывает соответствующие изменения в соседних точках системы, передавая им некоторое количество энергии. От этих точек возмущение переходит к смежным с ними и т. д., распространяясь от точки к точке, т. е. давая волну. В зависимости от природы связей, которые обуславливают указанное взаимодействие, мы имеем волну того или иного характера. Упругие силы, действующие между элементами любого твердого, жидкого или газообразного тела, приводят к возникновению упругих (акустических) волн в телах. Возмущение горизонтальной поверхности воды становится источником поверхностных волн вследствие связей между соседними участками воды, обусловленных силой тяжести и удобоподвижностью частиц жидкости. Небольшая деформация поверхности жидкости может дать начало капиллярным волнам, вызванным действием молекулярных сил, обуславливающих явления в поверхностном слое. Электромагнитное возмущение, возникшее в каком-либо месте пространства, в силу электромагнитных связей, выражающихся в законах электромагнетизма и электромагнитной индукции, становится источником таких же возмущений в соседних участках пространства, от которых

оно передается все далее и далее: возникает электромагнитная волна, которая (по Максвеллу) должна распространяться со скоростью света.

Несмотря на бесконечное разнообразие физических процессов, вызывающих волны, образование волн происходит по одному общему типу. Возмущение, происшедшее в какой-нибудь точке в известный момент времени, проявляется спустя некоторое время на некотором расстоянии от начальной точки, т. е. передается с определенной скоростью. Рассмотрим для простоты распространение возмущения по какому-либо одному направлению  $x$ ; мы можем изобразить возмущение  $s$  как функцию координаты  $x$  и времени  $t$ :  $s = f(x, t)$ . Легко видеть, что распространение возмущения со скоростью  $v$  вдоль направления  $x$  изобразится той же функцией, в аргумент которой  $t$  и  $x$  входят в виде комбинации  $(vt - x)$  или  $(t - \frac{x}{v})$ . Действительно, это строение аргумента показывает, что значение функции, которое она имеет в точке  $x$  в момент  $t$ , повторится в несколько более отдаленной точке  $x + dx$  к более позднему моменту  $t + dt$ , если только

$$vt - x = v(t + dt) - (x + dx). \quad (3.1)$$

Таким образом, возмущение за время  $dt$  переместится на расстояние  $dx$ , распространяясь со скоростью  $\frac{dx}{dt}$ . Из соотношения (3.1) следует, что  $\frac{dx}{dt} = v$ , т. е. эта скорость равна  $v$ .

Итак, *любая* функция от аргумента  $vt - x$  выражает распространение возмущения вдоль  $x$  в сторону возрастающих значений  $x$  с постоянной скоростью  $v$ . Аналогично, любая функция от аргумента  $vt + x$  описывает распространение импульса со скоростью  $v$ , но в противоположную сторону. Вид функции  $f$  позволяет определить *форму* возмущения для любого момента  $t$  и зависит от условий, вызвавших его возникновение.

Нетрудно показать, что дифференциальное уравнение, описывающее волновое движение, т. е. уравнение, решением которого будет любая функция от аргумента  $(vt - x)$  или  $(vt + x)$ , будет иметь вид

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 s}{\partial x^2}. \quad (3.2)$$

Действительно, простой подстановкой легко убедиться, что соотношение

$$s = f_1(vt + x) + f_2(vt - x), \quad (3.3)$$

где  $f_1$  и  $f_2$  — произвольные функции, является решением уравнения (3.2). Так как это уравнение есть дифференциальное уравнение второго порядка, то найденное решение, как содержащее *две* произвольные функции, является *полным* решением нашего уравнения. Это

решение представляет собой совокупность двух волн, распространяющихся со скоростью  $v$  навстречу друг другу. Само собой разумеется, что из самого дифференциального уравнения никогда нельзя заключить о специальной форме функций  $f_1$  и  $f_2$ . Поэтому дифференциальное уравнение типа (3.2) охватывает все виды проблем, приводящих к распространению волны (вдоль оси  $x$ ). Рассмотрим в качестве примера образование и распространение электромагнитной волны, изучаемое в курсах электричества.

Как известно, возникновение в каком-либо месте среды переменного электрического тока сопровождается появлением в окружающем пространстве переменного магнитного поля (электромагнетизм); это последнее ведет к образованию переменного электрического поля (электромагнитная индукция), обуславливающего переменные токи смещения в окружающем пространстве. Токи смещения обуславливают возникновение магнитного поля, так же как обычные (кондукционные) токи в проводнике создают вокруг себя магнитное поле. Таким образом, все новые и новые области пространства становятся ареной действия электромагнитных полей: возникшее где-либо электрическое колебание не остается локализованным, а постепенно захватывает все новые и новые участки среды, распространяясь в виде электромагнитной волны.

Явления электромагнетизма и электромагнитной индукции, обуславливающие этот процесс, находят свое краткое математическое выражение в уравнениях Максвелла, устанавливающих связь между изменениями напряженностей электрического ( $E$ ) и магнитного ( $H$ ) полей. Рассуждения Максвелла в соответствии с опытными данными показывают, что направления электрического и магнитного векторов оказываются взаимно перпендикулярными и перпендикулярными к направлению распространения электромагнитной волны. В простейшем случае плоской волны, когда направление осей координат таково, что электрическое поле ( $E$ ) направлено вдоль оси  $z$ , а магнитное поле ( $H$ ) — вдоль оси  $y$ , уравнения Максвелла имеют вид

$$\frac{\mu}{c} \frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{\partial E}{\partial x}, \quad (3.4)$$

$$\frac{\epsilon}{c} \frac{\partial E}{\partial t} = -\frac{\partial H}{\partial x}, \quad (3.5)$$

где  $\mu$  и  $\epsilon$  — соответственно магнитная проницаемость и диэлектрическая постоянная среды, а  $c$  — отношение электромагнитной и электростатической единиц силы тока, которое, как показали измерения, равно скорости света, т. е.  $3 \cdot 10^{10}$  см/сек.

Из этих уравнений с необходимостью следует, что возникшее в каком-либо месте электромагнитное поле распространяется в пространстве со скоростью  $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}$ . Действительно, дифференцируя

уравнение (3.4) по  $x$ , а уравнение (3.5) по  $t$  и исключая из них  $H$ , найдем:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{c^2}{\epsilon\mu} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2}, \tag{3.6}$$

т. е. дифференциальное уравнение волны, показывающее, что электрическое поле  $E$  распространяется в пространстве вдоль оси  $x$  со скоростью  $v = c/\sqrt{\epsilon\mu}$ . Таким образом, решением этого уравнения может быть выражение  $E = f(x - vt)$ , где  $f$  — произвольная функция.

Аналогичное заключение может быть получено и для величины магнитного поля  $H$ .

Между  $E$  и  $H$  легко установить связь; например, полагая  $E = f(x - vt)$ , найдем из уравнения (3.4)

$$\frac{\mu}{c} \frac{\partial H}{\partial t} = -f'(x - vt) = \frac{1}{v} \frac{\partial E}{\partial t} = \frac{\sqrt{\epsilon\mu}}{c} \frac{\partial E}{\partial t},$$

или

$$\sqrt{\mu} \frac{\partial H}{\partial t} = \sqrt{\epsilon} \frac{\partial E}{\partial t},$$

или

$$\sqrt{\mu} H = \sqrt{\epsilon} E + \text{const.} \tag{3.7}$$

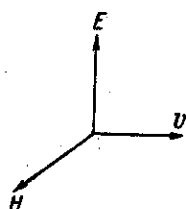


Рис. 6. Взаимное расположение векторов электрической ( $E$ ) и магнитной ( $H$ ) напряженностей и вектора скорости ( $v$ ) в электромагнитной волне.

Так как во всех электродинамических (а следовательно, и оптических) процессах постоянное поле роли не играет, то постоянную в последнем соотношении можно без ограничения общности положить равной нулю. Итак, имеем:

$$\sqrt{\mu} H = \sqrt{\epsilon} E. \tag{3.8}$$

Соотношение (3.8) показывает, что  $E$  и  $H$  связаны линейной зависимостью;  $E$  и  $H$  изменяются так, что они одновременно проходят через максимум и минимум. Таким образом, для электромагнитной волны (так же, как и для волн упругих) мы имеем совокупность *двух связанных векторов*, распространяющихся волнообразно с общей скоростью  $v = c/\sqrt{\epsilon\mu}$ . Взаимное расположение трех векторов  $E$ ,  $H$  и  $v$  соответствует правовинтовому расположению, показанному на рис. 6.

#### § 4. Монохроматические колебания и волны. Понятие о разложении Фурье

Итак, волна, распространяющаяся со скоростью  $v$  вдоль  $x$ , может быть изображена в виде

$$s = f\left(t - \frac{x}{v}\right) \tag{4.1}$$

Зафиксировав значение  $x$ , найдем, что вид функции  $f$  показывает, по какому закону изменяется с течением времени величина  $s$ , характеризующая возмущение, например напряженность электрического или магнитного поля. Вид функции  $f$  может быть, как уже сказано, произвольным. Особое значение имеет, как мы сейчас увидим, случай, когда  $f$  есть синусоидальная (или косинусоидальная) функция. В таком случае

$$s = a \sin \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x}{v} \right), \quad (4.2)$$

где  $a$  — амплитуда и  $T$  — период волны, а аргумент  $\frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x}{v} \right)$  носит название *фазы*. Значение  $s$  зависит, очевидно, от выбора начала отсчета времени  $t$  и координаты  $x$ . Поэтому для нескольких волн, имеющих одну и ту же амплитуду и период, значение  $s$  в данной точке  $x$  и в данный момент  $t$  может быть различно. Чтобы отразить это обстоятельство, удобно записать выражение синусоидальной волны в более общем виде:

$$s = a \sin \left[ \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x}{v} \right) + \varphi \right]. \quad (4.3)$$

$\varphi$  носит название *начальной фазы*. Если начальные фазы всех волн совпадают или мы имеем дело с одной волной, то можно положить  $\varphi = 0$  и сохранить для синусоидальной волны выражение (4.2).

Вид функций (4.2) показывает, что она периодична по времени с периодом  $T$ . Она обладает, кроме того, периодичностью и по аргументу  $x$ . Если дать  $x$  приращение  $\lambda = vT$ , то значение функции не изменится; действительно,

$$s = a \sin \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x + \lambda}{v} \right) = a \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{vT} - 1 \right) = a \sin \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x}{v} \right),$$

следовательно, расстояние по  $x$ , равное  $\lambda = vT$ , отделяет точки, находящиеся в данный момент времени в одной и той же фазе. Величина  $\lambda = vT$  называется *длиной волны*.

Выражение (4.2) можно переписать так:

$$s = a \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right). \quad (4.4)$$

Введем обозначения:  $2\pi/T = \omega$  — *круговая частота*,  $2\pi/\lambda = k$  — *волновое число*. Тогда (4.4) можно переписать в следующем виде:

$$s = a \sin (\omega t - kx). \quad (4.5)$$

Если вместо круговой частоты ввести число колебаний в секунду (частота)  $\nu = 1/T = \omega/2\pi$ , то

$$s = a \sin (2\pi\nu t - kx). \quad (4.6)$$

Наконец, вместо тригонометрических функций можно ввести показательные, что часто облегчает математическую трактовку

многих вопросов теории колебаний и волн. В основе этого лежит формула Эйлера

$$e^{i\psi} = \cos \psi + i \sin \psi^*).$$

Действительная ( $\text{Re } e^{i\psi}$ ) или мнимая ( $\text{Im } e^{i\psi}$ ) часть этого выражения в отдельности представляет собой тригонометрические функции  $\cos \psi$  или  $\sin \psi$ . Так как большинство математических операций легче производить с показательными функциями, чем с тригонометрическими, то вычисления рациональнее вести следующим образом: введя вместо косинуса или синуса показательную функцию, произвести с ней все необходимые вычисления и в конце вернуться, если это желательно, к тригонометрическим функциям, взяв соответственно действительную или мнимую часть.

Если  $\psi = \omega t$ , то  $a \cdot e^{i\omega t}$  изображает гармоническое колебание с амплитудой  $a$  и круговой частотой  $\omega$  (с периодом  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ). Если начальная фаза колебания равна  $\delta$ , то выражение колебания будет  $ae^{i(\omega t + \delta)} = ae^{i\delta} \cdot e^{i\omega t}$ . Обозначая  $ae^{i\delta} = C$ , мы представляем амплитуду в комплексной форме, причем в это выражение входит как обычная (действительная) амплитуда  $a$ , так и начальная фаза  $\delta$ . В самом деле, переходя в выражении  $Ce^{i\omega t}$ , где  $C = ae^{i\delta}$ , к действительной (или мнимой) части, найдем  $\text{Re}(Ce^{i\omega t}) = a \cos(\omega t + \delta)$  или  $\text{Im}(Ce^{i\omega t}) = a \sin(\omega t + \delta)$ . При переходе от амплитуды колебания к интенсивности надо образовать квадрат амплитуды, т. е. помножить  $C$  на сопряженное выражение  $C^*$ . Имеем:

$$CC^* = ae^{i\delta} \cdot ae^{-i\delta} = a^2.$$

Таким образом, интенсивность пропорциональна квадрату действительной части амплитуды.

Пользуясь показательной функцией, мы можем переписать выражение волны (4.5) в виде

$$s = ae^{i(\omega t - kx)} = ae^{-ikx} \cdot e^{i\omega t}, \quad (4.7)$$

а (4.6) —

$$s = ae^{i(2\pi\nu t - kx)} = ae^{-ikx} \cdot e^{i2\pi\nu t}. \quad (4.8)$$

Волну, выраженную в одной из форм (4.2)–(4.8), будем называть монохроматической волной.

Применительно к введенной терминологии можно сказать, что скорость распространения монохроматической волны есть скорость, с которой передается от точки к точке фаза монохроматического колебания. Действительно, скорость распространения фазы определяется при помощи того соотношения между  $x$  и  $t$ , при котором

\*) Из этой формулы следует  $e^{-i\psi} = \cos \psi - i \sin \psi$ ; поэтому

$$\cos \psi = \frac{e^{i\psi} + e^{-i\psi}}{2} \quad \text{и} \quad \sin \psi = \frac{e^{i\psi} - e^{-i\psi}}{2i}.$$

фаза остается неизменной, т. е. из требования  $\frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x}{v} \right) = \text{const}$ . Дифференцируя это соотношение, мы найдем, что скорость распространения фазы  $\frac{dx}{dt} = v$ . Поэтому  $v$  носит название *фазовой скорости* монохроматической волны. Пользуясь иным выражением монохроматической волны, мы можем найти другое выражение для фазовой скорости. Так, из соотношения (4.5) мы найдем условие для определения фазовой скорости:  $\omega t - kx = \text{const}$ , т. е.  $\frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k}$ , конечно, совпадающее с данным выше. Действительно,

$$\frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} = \frac{Tv}{T} = v.$$

Опыт показывает, что, по-видимому, только для пустого пространства (вакуума) фазовая скорость распространения световых волн является одной и той же для волн любого периода \*). Во всех же остальных средах фазовая скорость распространения монохроматической световой волны зависит от ее длины, т. е.  $v = \Phi(\lambda)$ . Такие среды принято называть *диспергирующими*. Это обстоятельство имеет очень большое значение при распространении импульса сложного вида. Такой импульс выражается функцией произвольного вида  $f(t)$ . Во многих оптических и акустических проблемах  $f(t)$  есть периодическая функция времени, хотя еще чаще она может и не быть периодической.

Рассмотрение общей задачи о распространении импульса произвольного вида очень упрощается тем обстоятельством, что любую функцию можно представить в виде суммы (вообще говоря, с бесконечным числом членов) некоторых определенных функций. Физически это означает, что *произвольный* импульс может быть представлен как сумма (бесконечно большого числа) импульсов *определенного* вида. Подавляющее большинство приемных устройств подчиняется *принципу суперпозиции*, который означает, что результат нескольких одновременных воздействий представляет собой просто сумму результатов, вызванных каждым воздействием в отдельности. Принцип суперпозиции применим в том случае, когда свойства принимающей системы не зависят от того, находится ли она уже под действием принимаемого возбуждения или нет, а эта независимость всегда имеет место, если воздействие не становится слишком сильным. Поскольку принцип суперпозиции применим, мы можем заменить произвольный импульс суммой его слагающих и рассматривать действие каждой слагающей отдельно. Рациональный выбор этих слагающих, т. е. рациональный выбор метода разложения сложного импульса, может чрезвычайно упростить рассмотрение задачи. Таким рациональным разложением является разложение на *монохроматические волны*, т. е. предста-

\*) См. подробнее гл. XXVII.

вление произвольной функции в виде совокупностей косинусов и синусов, введенное Фурье. Согласно теореме Фурье любая функция \*) может быть представлена с какой угодно точностью в виде суммы синусоидальных и косинусоидальных функций с соответственно подобранными амплитудами, периодами и начальными фазами. При этом, если исходная функция периодична (с периодом  $T$ ), то периоды слагающих синусов и косинусов находятся в простом кратном отношении  $T, \frac{T}{2}, \frac{T}{3}, \frac{T}{4}, \dots$  (представление в виде *ряда* Фурье). Если же функция не периодична, то в разложении содержатся не только кратные, но все возможные периоды (представление в виде *интеграла* Фурье). Практически весьма хорошее приближение получается обычно, если ограничиться небольшим числом членов ряда Фурье.

Пользуясь разложением Фурье, мы можем представить импульс в виде совокупности монохроматических волн.

Если среда не обладает дисперсией, т. е. все монохроматические волны распространяются с одной и той же фазовой скоростью, то совокупность колебаний в любой точке среды, складываясь, дает импульс первоначальной формы. В такой среде любой импульс распространяется без изменения вида, как целое, так что фазовая скорость является в то же время и скоростью импульса. Если же среда обладает дисперсией, то отдельные синусоидальные колебания приходят в какую-либо точку  $x_1$  к данному моменту  $t_1$  с различным изменением в фазах  $n$ , складываясь, дают импульс измененного вида. Импульс, распространяясь в диспергирующей среде, деформируется, и понятие о скорости его распространения становится гораздо более сложным. К этому вопросу мы вернемся в гл. XIX.

Таким образом, в диспергирующих средах, к числу которых принадлежат все среды (кроме вакуума), только синусоидальная (монохроматическая) волна распространяется без искажения и с определенной скоростью. В этом кроется причина того исключительного значения, которое имеет для оптики разложение Фурье в отличие от иных математически возможных разложений.

Следует подчеркнуть, что волна называется монохроматической, если не только *период*  $T$ , но и *амплитуда*  $a$  и *начальная фаза*  $\varphi$  суть величины, не зависящие от времени  $t$ . Волна, описываемая одним из выражений (4.2)—(4.6), при  $a$  непостоянном не будет монохроматической. Волны, возникающие при распространении импульсов, изображенных на рис. 7, 8, 9, амплитуда которых меняется с течением времени, являются примерами немонахроматических волн. Любая из соответствующих рис. 7—9 волн не отве-

\*) Математические условия, которым должна удовлетворять функция для того, чтобы ее можно было аппроксимировать по методу Фурье, удовлетворены во всех физических проблемах.



зает формуле  $s = a \sin(\omega t - kx)$  с  $a = \text{const}$  и может быть представлена по методу Фурье в виде суммы бесконечно длящихся синусоид и косинусоид. Другими словами, рассматриваемые волны представляют собой совокупность многих монохроматических волн различных периодов, а не просто монохроматическую волну.

Особый интерес представляет первый пример (рис. 7). В нем предполагается, что амплитуда сначала равна нулю, потом к моменту времени  $t_1$  делается равной  $a_1$ , остается *постоянной* все время от  $t_1$  до  $t_2$  и затем вновь становится равной нулю.

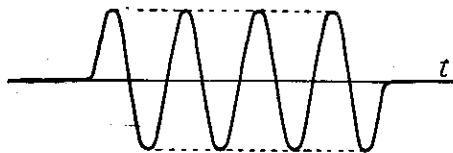


Рис. 7. Пример немонохроматической волны: «обрывок» синусоиды.

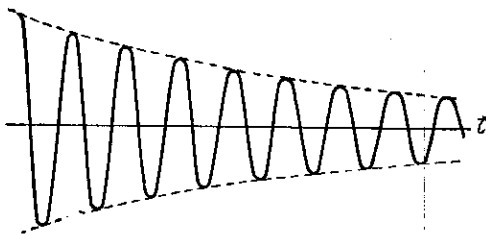
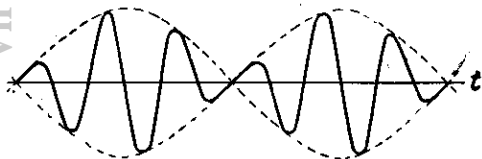


Рис. 8. Пример немонохроматической волны: затухающая «синусоида».

Понятно, что всякая реальная волна, как бы тщательно ни поддерживалось постоянство амплитуды, в лучшем случае соответствует рассматриваемому примеру, ибо ни одна реальная волна не длится

бесконечно долго, а начинается и кончается в определенные моменты времени. Значит, такая волна не является строго монохроматической, ибо ее амплитуда есть функция времени.

Рис. 9. Пример немонохроматической волны: наложение двух синусоид близкого периода («биения»).



Чем длиннее интервал  $t_2 - t_1$  по сравнению с периодом  $T$ , т. е. чем большее число волн данного

периода испускается за время работы источника, тем более монохроматическим он может считаться. Вообще, чем медленнее меняется амплитуда с течением времени, тем более монохроматична волна.

Рассмотрим следующий пример, показывающий, что синусоидальная волна с переменной амплитудой эквивалентна совокупности нескольких монохроматических волн.

Пусть дана волна, изображенная в виде

$$s = a \cos(2\pi nt - kx), \quad (4.9)$$

где  $a$  — величина, изменяющаяся с течением времени по закону

$$a = A(1 + \cos 2\pi mt),$$

т. е.  $m$  раз в течение секунды достигающая значения  $2A$  и столько же раз обращающаяся в нуль, пробегая по указанному закону все промежуточные значения. При этом  $A$  есть некоторая *постоянная* величина. В таком случае имеем:

$$\begin{aligned} s &= A(1 + \cos 2\pi mt) \cdot \cos(2\pi nt - kx) = A \cos(2\pi nt - kx) + \\ &+ A \cos 2\pi mt \cdot \cos(2\pi nt - kx) = A \cos(2\pi nt - kx) + \\ &+ \frac{A}{2} \cos \{2\pi(n+m)t - kx\} + \frac{A}{2} \cos \{2\pi(n-m)t - kx\}. \end{aligned}$$

Таким образом, наша волна есть не что иное, как совокупность трех строго монохроматических волн с амплитудами  $A$ ,  $\frac{A}{2}$  и  $\frac{A}{2}$  и с частотами  $n$ ,  $n+m$  и  $n-m$ . Совокупность этих трех монохроматических волн и составляет заданную немонахроматическую волну, изображенную выражением (4.9).

Пользуясь показательными функциями для выражения волны, можно упростить вычисления. Действительно,

$$\begin{aligned} s &= a \cdot e^{i(2\pi nt - kx)} = A \left( 1 + \frac{1}{2} e^{i2\pi mt} + \frac{1}{2} e^{-i2\pi mt} \right) e^{i(2\pi nt - kx)} = \\ &= A \cdot e^{i(2\pi nt - kx)} + \frac{A}{2} e^{i[2\pi(n+m)t - kx]} + \frac{A}{2} e^{i[2\pi(n-m)t - kx]}, \end{aligned}$$

т. е. представляет собой совокупность трех монохроматических волн с частотами

$$n, (n+m) \text{ и } (n-m).$$

Мы рассмотрели до конца приведенный выше пример ввиду крайней простоты математического разбора задачи. В случае иного, более сложного закона изменения амплитуды во времени (периодического или непериодического) физическая сущность явления остается той же самой, но математический анализ разыскания отдельных монохроматических волн, из которых можно сложить данную немонахроматическую, будет гораздо сложнее и требует, вообще говоря, применения теоремы Фурье.

Разобранный пример ясно показывает, что изменение амплитуды во времени влечет за собой нарушение монохроматичности волн и появление новых частот.

Изменение амплитуды во времени означает вариацию интенсивности и носит название *модуляции*. Модулировать можно не только

амплитуду, но и фазу волны. Модуляция фазы также означает нарушение монохроматичности.

В приведенном примере модуляция амплитуды происходила по простому синусоидальному закону. В реальных явлениях обычно модуляция происходит более сложным образом, вообще говоря, нерегулярно (хаотическая модуляция). Так, в любом источнике света излучение отдельных атомов, составляющих источник, нерегулярно меняется как по амплитуде, так и по фазе, испытывая хаотическую модуляцию\*).

В том случае, когда модуляция происходит по закону, выбранному в нашем примере, она означает превращение монохроматической волны частоты  $n$  в три монохроматические волны с частотами  $n$ ,  $n + m$ ,  $n - m$  и с соответствующими амплитудами. Такого рода воздействие на интенсивность волны, т. е. модуляция волны, сопровождающаяся расщеплением частоты монохроматической волны, играет большую роль во многих оптических явлениях. Следует отметить трудность непосредственного наблюдения в оптических опытах воздействия, подобного описанному выше, ибо частота оптических волн очень велика ( $n \approx 10^{14}$ ); поэтому требуются очень быстрые изменения интенсивности, происходящие огромное число раз в секунду, для того чтобы можно было получить заметное изменение частоты, т. е. чтобы  $n + m$  и  $n - m$  заметно отличались от  $n$ .

Столь частую модуляцию произвести технически очень трудно, вследствие чего и явления подобного рода наблюдать в оптике трудно. Тем не менее, они осуществляются как в искусственных опытах, так и в целом ряде естественных явлений (об этом см., например, в главе «Рассеяние света»).

Указанное явление очень легко осуществить в акустическом опыте, где мы имеем дело с небольшими частотами. Если взять камертон с частотой 100, то достаточно модулировать по указанному закону силу его звука два раза в секунду, для того чтобы получить сложную волну, эквивалентную трем волнам с частотами 98, 100 и 102. В этом легко убедиться простым опытом. Поставим друг против друга два камертона (рис. 10), имеющих частоты 100 и 98 (или 102). Они не настроены в унисон, и волны, испускаемые одним камертоном, не вызовут резонанса в другом. Но если,

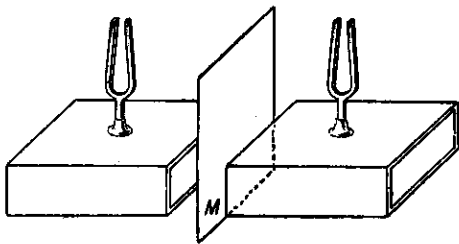


Рис. 10. Модуляция волны, испускаемой камертоном.

\* ) Подробный разбор явлений модуляции можно найти в книге Г. С. Горелика «Колебания и волны», Гостехиздат, 1950.

заставив звучать первый камертон, мы будем два раза в секунду вносить и убирать заслонку  $M$ , прикрывающую его резонансный ящик, т. е. будем модулировать дважды в секунду силу его звука, то модулированная волна будет эквивалентна (приблизительно) совокупности трех волн с частотами 100, 98 и 102 и второй камертон будет отзываться на одну из них. Опыт этого рода удается без всяких затруднений.

Аналогичный опыт модуляции переменного тока хорошо удается, если использовать для регистрации частоты язычковый частотомер. Когда городской синусоидальный ток постоянной силы действует на частотомер, то вибрирует язычок, соответствующий частоте тока (обычно  $\omega = 50$ ). Но если этот ток прерывается периодически  $\Omega$  раз в секунду или, еще лучше, если сила тока модулируется по синусоидальному закону с частотой  $\Omega$ , то, кроме язычка  $\omega$ , вибрируют и язычки, соответствующие частотам  $(\omega + \Omega)$  и  $(\omega - \Omega)$ .

Следует отметить, что мы ввели понятие монохроматической волны на примере *плоской* волны, для которой амплитуда  $a$  не зависит от координат. Однако это ограничение несущественно, а волна остается монохроматической при любом  $a$ , если только  $a$  не зависит от времени:  $a = f(x, y, z)$ . Так, например, в § 6 мы будем иметь дело с монохроматической сферической волной, амплитуда которой убывает по мере удаления от точки излучения.

### § 5. Энергия, переносимая электромагнитной волной

Электромагнитная волна представляет собой электромагнитное возмущение, распространяющееся, как упоминалось в § 3, в вакууме со скоростью  $c$ , а в среде — со скоростью  $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}$ , где  $\epsilon$  — диэлектрическая постоянная вещества, а  $\mu$  — его магнитная проницаемость. С этим электромагнитным возмущением связана энергия, плотность которой (т. е. энергия, заключенная в единице объема) выражается для электрического поля через  $\frac{\epsilon}{8\pi} E^2$ , а для магнитного — через  $\frac{\mu}{8\pi} H^2$ . В случае монохроматической волны  $E = E_0 \sin(\omega t - kx)$  и  $H = H_0 \sin(\omega t - kx)$ , так что энергия волны пропорциональна квадрату ее амплитуды. Это соотношение между энергией и амплитудой сохраняет свое значение и для любой другой волны, например для упругих волн, рассматриваемых в механике и, в частности, в акустике.

При распространении электромагнитной волны происходит перенос (течение) энергии, подобно тому как это имеет место при распространении упругой волны. Вопрос о течении энергии в упругой волне был впервые (1874 г.) рассмотрен Н. А. Умовым\*), который

\*) Н. А. Умов, Уравнения движения энергии в телах, Одесса, 1874; Избранные сочинения, Гостехиздат, 1950, стр. 151—200.

доказал общую теорему о потоке энергии в любой среде. Поток энергии в упругой волне может быть вычислен через величины, характеризующие потенциальную энергию упругой деформации и кинетическую энергию движения частиц упругой среды. Плотность потока энергии выражается с помощью специального вектора (вектор Умова). Аналогичное рассмотрение оказывается плодотворным и для электромагнитных волн. До известной степени можно уподобить энергию электрического поля потенциальной энергии упругой деформации, а энергию магнитного поля — кинетической энергии движения частей деформированного тела. Так же как и в случае упругой деформации, передача энергии от точки к точке в электромагнитной волне связана с тем обстоятельством, что волны электрической и магнитной напряженностей находятся в одной фазе. Такая волна называется *бегущей*. Движение энергии в бегущей упругой или электромагнитной волне удобно изображается при помощи вектора  $S$ , который можно было бы назвать вектором *потока энергии* и который показывает, какое количество энергии протекает в волне за 1 сек. через  $1 \text{ см}^2$ . Для электромагнитных волн вектор этот был введен Пойнтингом (1884 г.). Его уместно называть вектором Умова — Пойнтинга.

Нетрудно найти выражение этого вектора для простого случая, рассмотренного нами в § 3 и выражающего распространение плоской электромагнитной волны вдоль оси  $x$ . Умножив (3.4) на  $H$  и (3.5) на  $E$  и сложив, получим:

$$\frac{\partial(u)}{\partial t} = -\frac{c}{4\pi} \frac{\partial(EH)}{\partial x},$$

где  $u = \frac{1}{8\pi} (eE^2 + \mu H^2)$  есть плотность энергии. С другой стороны, рассматривая поток энергии  $S$ , входящий и выходящий из элементарного объема, найдем выражение изменения плотности энергии по времени  $\frac{\partial(u)}{\partial t} = -\frac{\partial S}{\partial x}$ . Отсюда

$$S = \frac{c}{4\pi} (EH), \quad (5.1)$$

что представляет собой численное выражение вектора Умова — Пойнтинга для электромагнитной волны \*). Что касается направления вектора Умова — Пойнтинга, то он перпендикулярен к

\*) Уравнения Максвелла не учитывают дисперсии. В случае диспергирующей среды окончательное выражение вектора Умова — Пойнтинга сохраняется, но примененный в тексте упрощенный вывод не пригоден.

Существенно заметить, что теорема Умова — Пойнтинга дает правильное выражение для потока энергии сквозь *замкнутую* поверхность. Поэтому формулировать ее как утверждение, что  $S_n d\sigma$  дает количество энергии, проходящее в единицу времени через площадку  $d\sigma$ , вообще говоря, нельзя. Такое толкование имеет смысл лишь тогда, когда размеры  $d\sigma$  велики по сравнению с длиной волны переменного поля.

плоскости, проходящей через векторы электрической и магнитной напряженностей, т. е. в векторной форме может быть написан в общем виде:

$$S = \frac{c}{4\pi} [EH]. \quad (5.2)$$

Своим направлением вектор Умова — Пойнтинга определяет направление переноса энергии волны и может быть во многих случаях принят за направление луча. Не следует, однако, забывать, что понятие луча есть понятие геометрической оптики и не имеет вполне соответствующего образа в области волновых представлений, для которых введен вектор Умова — Пойнтинга.

Если мы имеем монохроматическую электромагнитную волну, распространяющуюся вдоль  $x$ , то она представляет собой совокупность волн типа

$$E = \frac{a}{\sqrt{\epsilon}} \sin \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x}{v} \right) \quad \text{и} \quad H = \frac{a}{\sqrt{\mu}} \sin \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x}{v} \right) \quad (5.3)$$

в соответствии с (3.8). Волны (5.3) изображаются (рис. 11) так, что вектор  $E$  и вектор  $H$  одновременно достигают максимума и минимума, т. е. находятся в фазе, и энергия течет вдоль  $x$  (вектор  $\nu$ ).

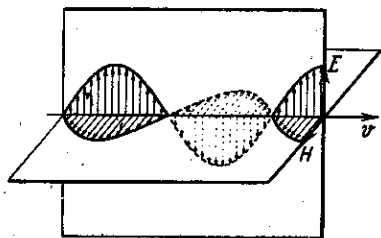


Рис. 11. Векторы  $E$  и  $H$  в бегущей волне находятся в фазе.

Из изложенной кратко теории Максвелла следует, что электромагнитное возмущение должно распространяться в диэлектрике со скоростью  $v = c/\sqrt{\epsilon\mu}$ . Для вакуума  $\epsilon = \mu = 1$ , т. е. скорость распространения электромагнитной волны в вакууме  $c = 3 \cdot 10^{10}$  см/сек, другими словами, совпадает со скоростью света. Это основное за-

ключение привело Максвелла к мысли, что свет представляет собой электромагнитное явление. Написанное выше соотношение Максвелла  $v = c/\sqrt{\epsilon\mu}$  позволяет определить также фазовую скорость света (электромагнитного возмущения) для любого диэлектрика. Так как  $c/v = n$  — показатель преломления среды, то, согласно Максвеллу,  $n = \sqrt{\epsilon\mu}$ , т. е. показатель преломления среды оказывается связанным с другими константами, характеризующими среду, именно, с диэлектрической постоянной  $\epsilon$  (магнитная проницаемость для большинства тел близка к единице; кроме того, для процессов столь большой частоты, какими являются световые волны, мы можем, как показывает исследование, величину магнитной проницаемости считать равной единице для любой среды).

Дальнейшее исследование показало, однако, что показатель преломления зависит от частоты (дисперсия), так что теория Максвелла

нуждается в усовершенствовании: нельзя пользоваться непосредственно значением диэлектрической постоянной, заимствованной из опытов с постоянным электрическим полем (статическая диэлектрическая постоянная), а надо принять в расчет значение диэлектрической постоянной, характеризующей среду под действием быстрой переменного электрического поля (динамическая диэлектрическая постоянная; см. гл. XXVII).

В настоящее время мы располагаем обширными данными, доказывающими тесную связь между оптическими и электромагнитными явлениями (электрооптика и магнитооптика), так что электромагнитная теория света является твердо обоснованной как с теоретической, так и с экспериментальной стороны.

### § 6. Классификация волн. Понятие о поляризации

При распространении монохроматической волны мы всегда можем найти геометрическое место точек, находящихся в *одной* фазе. Эта совокупность точек представляет собой поверхность, называемую *фронтом* волны. В частности, поверхностью общей фазы, т. е. фронтом волны, явится также и поверхность, все точки которой одновременно испытывают возмущение, вышедшее из источника в некоторый момент  $t$ . Это последнее определение фронта волны удобно применять и в том случае, когда мы имеем дело с совокупностью монохроматических волн, выходящих из источника с разными фазами (например монохроматическое излучение многих независимых атомов), или когда источник посылает немонохроматическую волну (импульс).

Если источник возмущения очень мал (точка) и скорость распространения возмущения во все стороны одинакова (изотропная среда), то, очевидно, фронт волны должен иметь вид сферической поверхности с центром в источнике. В таком случае волна называется *сферической*. Уравнение такой монохроматической сферической волны будет:

$$s = \frac{a_0}{r} \sin \omega \left( t - \frac{r}{v} \right) = \frac{a_0}{r} \sin (\omega t - kr), \quad (6.1)$$

где  $a_0$  — амплитуда на расстоянии  $r = 1$  см от источника. Выражение это показывает, что амплитуда сферической волны уменьшается пропорционально расстоянию от источника, а следовательно, интенсивность волны, пропорциональная квадрату амплитуды, уменьшается как квадрат расстояния от источника, ибо энергия, переносимая волной, распределяется на все возрастающую поверхность.

Строго говоря, сферическая волна соответствует источнику точечного размера, т. е. представляет абстракцию. Однако даже при источнике конечного размера фронт волны на достаточно большом расстоянии  $r$  будет сферической поверхностью с достаточным приближением.

В практической оптике для многих задач можно считать фронт сферическим, если расстояние  $r$  превосходит линейные размеры источника в десять раз или более. В этом случае закон убывания интенсивности с квадратом расстояния выполняется практически с достаточной точностью (см. § 7).

Фронт волны перемещается вдоль направления нормали к фронту. В случае сферической волны нормали эти совпадают с проведенными из источника радиусами-векторами, вдоль которых передается возмущение из источника и которые являются *лучами*. Таким образом, распространение фронта сферической волны происходит *вдоль лучей*. Совпадение направления распространения фронта волны и лучей, всегда имеющее место в изотропной среде, не соблюдается, вообще говоря, в случае анизотропных сред (см. § 138)\*.

Если  $r$  сделалось достаточно большим, т. е. источник находится очень далеко от области наблюдения, то фронт волны представляется частью сферической поверхности очень большого радиуса. Ее можно с достаточным приближением считать плоскостью. Волна, фронт которой представляется плоскостью, называется *плоской* волной. Если оси координат выбраны так, что плоскость фронта параллельна плоскости  $ZY$ , то уравнение такой плоской монохроматической волны имеет вид

$$s = a \sin \omega \left( t - \frac{x}{v} \right). \quad (6.2)$$

Действительно, из (6.2) следует, что поверхность одинаковой фазы определяется условием  $x = \text{const}$ , т. е. все точки плоскости, параллельной  $ZY$ , находятся в одинаковой фазе.

Фронт плоской волны перемещается параллельно самому себе, так что пути отдельных участков плоской волны параллельны между собой: плоская волна характеризует параллельный пучок лучей.

В соответствии с этим интенсивность волны, т. е. энергия, проходящая за 1 сек. через  $1 \text{ см}^2$  поверхности, остается неизменной для всех значений координаты  $x$ , а следовательно, и амплитуда волны  $a$  не зависит от  $x$ . Необходимо отметить, что плоская волна также является идеализацией. Действительно, для того чтобы источ-

---

\*) Под направлением распространения мы понимаем направление, вдоль которого распространяется фронт волны, т. е. направление, перпендикулярное к поверхности постоянной фазы. Направление это обычно совпадает с направлением распространения энергии (лучом или вектором Умова — Пойнтинга). Поэтому часто не делают различия между этими двумя направлениями. Однако в ряде случаев (например кристаллооптика, явление полного внутреннего отражения) эти два направления не совпадают. Так как векторы напряженности  $E$  и  $H$  всегда перпендикулярны к вектору Умова — Пойнтинга, то в упомянутых случаях по крайней мере один из этих векторов напряженности не перпендикулярен к направлению распространения, так что электромагнитная волна в этом случае не является строго поперечной. Исследование показывает, что заключение это относится к вектору  $E$ .



ник излучал плоскую волну, необходимо, чтобы он был удален бесконечно далеко. Так как всякий реальный источник излучает за 1 сек. конечную энергию, то при таком бесконечно удаленном источнике на ограниченный участок волны придется бесконечно малая энергия.

Возможны и другие методы образования плоской волны (параллельного пучка). Для этого можно, например, поместить источник в фокусе какой-либо оптической системы (коллиматор). Однако и в этом случае невозможно строго осуществить плоскую волну, передающую конечное количество энергии. Для того чтобы коллиматорное устройство давало строго параллельный пучок, необходимо, чтобы источник света был строго совмещен с фокусом системы, т. е. источник должен быть точечным в математическом смысле этого слова. Реальные источники, излучающие конечное количество энергии, протяженны и не могут быть точно совмещены с фокусом оптической системы. Наконец, сама оптическая система, не обладающая никакими погрешностями, не осуществима. В частности, наличие дифракции, которая принципиально неустранима, исключает возможность получения строго параллельных пучков. Получаемый при помощи коллиматорного устройства пучок не будет, следовательно, строго параллельным, а волна будет отличаться от плоской. Таким образом, строго плоская волна не имеет реального смысла. Практически световая волна, посылаемая звездами, может считаться плоской; Солнце, видимый угловой диаметр которого около  $1/2^\circ$ , дает волну, заметно отличную от плоской; выделив часть этой волны при помощи диафрагмы, размеры которой сколь угодно малы по сравнению с ее расстоянием до Солнца, мы вырежем пучок, крайние лучи которого составят между собою около  $1/2^\circ$  (дифракция во внимание не принимается). Хорошее коллиматорное устройство может обеспечить пучки, отступление которых от параллельных не превышает доли минуты, если источником служит маленькое ярко освещенное отверстие, диаметр которого меньше 0,1 мм. Такое коллиматорное устройство дает, конечно, сравнительно мало света.

Общие законы волнового движения относятся в одинаковой степени как к продольным, так и к поперечным волнам. Поэтому очень многие явления имеют место для тех и других волн. В одном отношении, однако, поперечные волны отличаются важной особенностью. Продольные колебания симметричны к линии распространения, т. е. действие их на любой воспринимающий прибор не может меняться, если прибор этот будет поворачиваться вокруг направления распространения. При поперечных же волнах условия действия волны

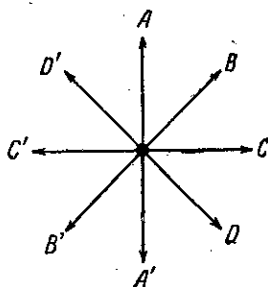


Рис. 12. Направления колебаний в естественной поперечной волне.

на прибор могут быть различны в зависимости от того, происходит ли поперечное колебание в той или иной плоскости, проходящей через линию распространения. На рис. 12 показаны некоторые из возможных направлений колебаний для поперечной волны, идущей от чертежа к наблюдателю.

Указанная особенность поперечных волн носит название *поляризации* их. Если направление поперечного колебания сохраняется в одной плоскости, то волну называют *плоско-* или *прямолинейно-поляризованной*. Возможны и другие, более сложные типы поляризации поперечной волны, при которых колебание вектора, оставаясь в плоскости, перпендикулярной к направлению распространения, имеет более сложный характер (конец вектора описывает эллипс или окружность — эллиптическая или круговая поляризация).

### ГЛАВА III

## ФОТОМЕТРИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ И ЕДИНИЦЫ

### § 7. Основные понятия

Воздействие света на глаз или какой-либо другой приемный аппарат состоит прежде всего в передаче этому регистрирующему аппарату энергии, переносимой световой волной. Поэтому, прежде чем рассматривать законы оптических явлений, мы должны составить себе представление об измерении света (фотометрии), которое сводится к измерению энергии, приносимой световой волной, или к измерению величин, так или иначе связанных с этой энергетической характеристикой. Прежде всего необходимо дать определения тем величинам, которые фигурируют в измерительной практике. Выбор этих величин обусловлен особенностями приемных аппаратов, непосредственно реагирующих на ту или иную из этих величин, а также возможностью осуществления эталонов для воспроизведения этих величин. При формулировке теоретических законов или практических выводов в разнообразных областях (теория излучения, светотехника, оплотехника, физиологическая оптика и т. д.) оказывается нередко удобным пользоваться то одними, то другими из введенных величин.

Этим объясняется многообразие фотометрических понятий, к рассмотрению которых мы переходим.

а) **Поток лучистой энергии,  $\Phi$ .** Представим себе источник света настолько малых размеров, чтобы на некотором расстоянии от него можно было считать поверхность распространяющейся волны сферической. Такой источник обычно называют *точечным*.

Расположим на пути лучистой энергии, идущей от нашего источника  $L$  (рис. 13), какую-нибудь малую площадку  $\sigma$  и измерим коли-

чество энергии  $\mathcal{E}$ , протекающее через эту площадку за время  $\tau$ . Для этой цели можно покрыть площадку веществом, поглощающим всю падающую энергию (сажа), и измерить поглощенную энергию. Отношение

$$\frac{\mathcal{E}}{\tau} = d\Phi, \quad (7.1)$$

показывающее количество лучистой энергии, протекающей через площадку  $\sigma$  за единицу времени, т. е. *мощность* сквозь поверхность  $\sigma$ , называется *поток*ом лучистой энергии через поверхность  $\sigma$ .

Так как лучистая энергия в однородной среде распространяется прямолинейно, то, проведя из точки  $L$  линейчатую поверхность, опирающуюся на контур площадки  $\sigma$ , мы получим конус, ограничивающий часть потока, протекающую через  $\sigma$ .

Если внутри среды поглощения энергии нет, то через любое сечение этого конуса протекает один и тот же поток. Сечение конуса сферической поверхностью с центром в  $L$  и с радиусом, равным единице, дает меру телесного угла конуса  $d\Omega$ . Если нормаль к поверхности  $\sigma$  составляет угол  $\varphi$  с осью конуса, а расстояние от  $L$  до площадки есть  $R$ , то

$$d\Omega = \frac{\sigma \cos \varphi}{R^2}. \quad (7.2)$$

Таким образом, выделенная нами часть потока приходится на телесный угол  $d\Omega$ . При этом мы предполагаем, что линейные размеры площадки  $\sigma$  малы по сравнению с  $R$ , так что  $d\Omega$  — небольшая величина и внутри  $d\Omega$  поток можно считать равномерным. Полный поток, идущий от  $L$  по всем направлениям, будет:

$$\Phi = \int d\Phi.$$

Поток есть основное понятие, необходимое для оценки количества энергии, проникающей в наши приборы. Знание потока существенно необходимо при расчете многих оптических устройств. Такой приемник, как, например, фотозлемент, непосредственно реагирует на поток (см. § 85).

б) *Сила света, I*. Величину потока, приходящегося на единицу телесного угла, называют *силой света*. Если поток  $\Phi$ , посылаемый нашим источником, равномерен, то

$$I = \frac{\Phi}{4\pi} \quad (7.3)$$

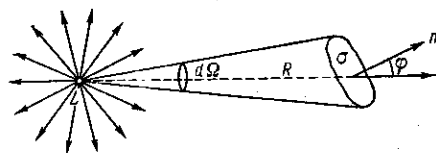


Рис. 13. К определению понятия «поток лучистой энергии».

есть *истинная* сила света по любому направлению. В случае неравномерного потока величина  $\frac{\Phi}{4\pi}$  представляет лишь среднюю силу света и называется *средней сферической силой света*. Для определения истинной силы света по какому-либо направлению надо выделить достаточно малый элементарный телесный угол  $d\Omega$  вдоль этого направления и измерить световой поток  $d\Phi$ , приходящийся на этот телесный угол.

Сила света по данному направлению определится соотношением

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega}. \quad (7.4)$$

Охарактеризовав выбранное направление углами широты  $\varphi$  и долготы  $\theta$  в некоторой полярной системе координат (рис. 14), можно обозначить силу света по данному направлению через  $I_{\varphi, \theta}$ . Величина эта есть функция  $\varphi$  и  $\theta$ . Из рис. 14 явствует, что

$$d\Omega = \sin \varphi \, d\varphi \, d\theta$$

и, следовательно,

$$d\Phi = I_{\varphi, \theta} \sin \varphi \, d\varphi \, d\theta,$$

а полный поток

$$\Phi = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\pi} I_{\varphi, \theta} \sin \varphi \, d\varphi. \quad (7.5)$$

Если  $I$  не зависит от  $\varphi$  и  $\theta$  (равномерный поток), то из этого общего соотношения следует:

$$\Phi = 4\pi I. \quad (7.6)$$

Общая величина полного светового потока характеризует излучающий источник и не может быть увеличена никакими оптическими системами. Действие этих систем может лишь сводиться к *перераспределению* светового потока, например большей концентрации его по некоторым избранным направлениям. Таким образом достигается увеличение силы света по данным направлениям при соответствующем уменьшении ее по другим направлениям. Таково, например, действие сигнальных аппаратов или прожекторов, позволяющих при помощи источников, обладающих средней сферической силой света в несколько сот свечей, создавать по оси прожектора силу света в миллионы свечей (см. упражнение 121).

Основной светотехнический эталон есть эталон силы света (см. § 9).

в) **Освещенность,  $E$ .** *Освещенностью  $E$*  называется величина потока, приходящегося на единицу поверхности. Так, освещенность

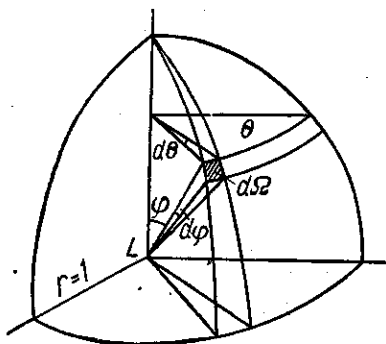


Рис. 14. К выводу выражения телесного угла в полярных координатах.

площадки  $\sigma$  (рис. 13) есть

$$E = \frac{d\Phi}{\sigma} = \frac{I d\Omega}{\sigma} = \frac{I \cos \alpha}{R^2} \quad (7.7)$$

[на основании (7.2)].

Полученное выражение показывает, что освещенность, создаваемая *точечным* источником\*), обратно пропорциональна квадрату расстояния от источника до поверхности и прямо пропорциональна косинусу угла, составляемого направлением светового потока (осью узкого конуса, внутри которого направляется поток) с нормалью к освещаемой поверхности. Это есть основной закон освещенности, создаваемой точечным источником.

Для *протяженных* источников мы можем разбить поверхность источников на элементарные участки (достаточно малые по сравнению с  $R$ ) и, определив освещенность, создаваемую каждым из них по закону обратных квадратов, проинтегрировать затем по всей площади источника, приняв, конечно, во внимание зависимость силы света от направления. Зависимость освещенности от  $R$  окажется при этом более сложной. Однако при достаточно больших (по отношению к величине источника) расстояниях можно пользоваться и законом обратных квадратов, т. е. считать источник точечным. Этот упрощенный расчет дает практически хорошие результаты, если линейные размеры источника не превышают  $1/10$  расстояния от источника до освещаемой поверхности. Так, если источником служит равномерно освещенный диск диаметром 50 см, то в точке, лежащей на нормали к центру диска, ошибка в расчете по упрощенной формуле для расстояния 50 см достигает приблизительно 25%, для расстояния 2 м не превышает 1,5%, а для расстояния 5 м составляет всего лишь 0,25%.

Изменяя при помощи линз и зеркал распределение светового потока, мы получаем возможность сконцентрировать его на определенных участках поверхности и, таким образом, повысить их освещенность, уменьшив одновременно освещенность других. Такое именно назначение имеют всевозможные арматуры (светильники), которыми обычно снабжаются источники света, предназначенные для освещения помещений, рабочих столов, улиц и т. д.

Так как в большинстве случаев мы воспринимаем несамосветящиеся предметы, то понятие освещенности приобретает очень важное значение. Большинство проблем светотехники сводится к созданию благоприятной освещенности. В «Нормах освещенности» даются требования, предъявляемые к рациональному освещению рабочих помещений.

---

\*) То-есть источником, размеры которого малы по сравнению с расстоянием до освещенной поверхности и поток от которого равномерен по всем направлениям.

г) **Яркость источника,  $V$ .** Для многих светотехнических расчетов можно, как мы видели, считать некоторые источники точечными, т. е. пренебрегать их размерами по отношению к расстояниям, на которых наблюдается их действие. Однако многие из этих источников настолько велики, что мы можем при обычных расстояниях наблюдения глазом различить их форму; другими словами, размеры поверхности источника лежат в пределах способности глаза или инструмента отличать протяженный предмет от точки. По отношению к таким источникам, составляющим громадное большинство, имеет смысл определение понятия *поверхностной яркости* (или просто *яркости*), неприменимого к источникам, лежащим за пределами разрешающей способности (например к звездам). Поверхностная яркость  $V$  есть величина, характеризующая излучение светящейся поверхности по данному направлению, определяемому углом  $\varphi$  с нормалью к светящейся поверхности.

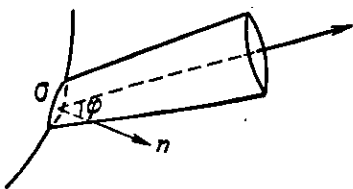


Рис. 15. К определению понятия «яркость протяженного источника».

Выделим пучок, опирающийся на элемент поверхности  $\sigma$  и образующий телесный угол  $d\Omega$ ; ось пучка составляет угол  $\varphi$  с нормалью к  $\sigma$  (рис. 15). Видимая поверхность элемента в направлении оси есть  $\sigma \cos \varphi$ . Пусть поток, посылаемый ею в телесный угол  $d\Omega$ , равен  $d\Phi$ . Нетрудно сообразить (и опыт подтверждает это), что посылаемый поток будет пропорционален *видимой* поверхности излучателя ( $\sigma \cos \varphi$ ) и величине телесного угла ( $d\Omega$ ). Коэффициент пропорциональности зависит от свойств излучающей поверхности и может быть различным для различных направлений ( $\varphi$ ) с нормалью. Обозначив этот коэффициент через  $V_\varphi$ , найдем:

$$d\Phi = V_\varphi \sigma \cos \varphi d\Omega$$

или

$$V_\varphi = \frac{d\Phi}{\sigma \cos \varphi d\Omega} \quad (7.8)$$

Коэффициент  $V_\varphi$  носит название *яркости* источника по направлению, определяемому углом  $\varphi$ . Итак, яркостью в данном направлении называется отношение потока, посылаемого в данном направлении единицей видимой поверхности внутрь малого телесного угла  $d\Omega$ , к величине этого телесного угла.

$V_\varphi$  есть величина, зависящая от направления; однако для некоторых источников она может от направления не зависеть. Такие источники называются источниками, *повинующимися закону Ламберта*. Строго говоря, таким источником является только абсолютно черное тело; матированная поверхность или мутная среда, каждый участок которых рассеивает свет равномерно во все стороны, могут являться

более или менее хорошими подобиями ламбертова источника. Такие среды можно назвать *идеально рассеивающими*, если они подчиняются закону Ламберта.

Освещенная поверхность, покрытая окисью магния, или колпак из хорошего молочного стекла, освещенный изнутри, могут служить примером источников, достаточно хорошо приближающихся к ламбертовым. Поверхность Солнца излучает по закону, довольно близкому к закону Ламберта, хотя еще Бугер экспериментально установил, что яркость Солнца несколько падает от центра к периферии, составляя на расстоянии  $\frac{3}{4}$  радиуса около 80% яркости в центре диска.

Рассмотрим светящийся плоский диск  $S$  (рис. 16) и светящуюся полусферу  $S'$ . Предположим, что обе поверхности подчиняются закону Ламберта и имеют одинаковую яркость  $B$ . Тогда световые потоки, посылаемые соответствующими участками диска и сферы по любому направлению, будут одинаковы, ибо видимые поверхности их равны, а яркости по условию не зависят от направления. Таким образом, светящийся диск неотличим от светящейся полусферы, если они подчиняются закону Ламберта. Например, Солнце при не очень тщательных наблюдениях кажется нам плоским диском равномерной яркости; это доказывает, что Солнце является источником, довольно хорошо подчиняющимся закону Ламберта.

Знание яркости существенно необходимо при исследовании самосветящихся предметов, в частности, источников света. Наш глаз реагирует непосредственно на яркость источника (см. § 10). Понятие яркости используется и в теории излучения (см. отдел XI).

д) **Светимость,  $S$ .** С понятием яркости тесно связано понятие *светимости*  $S$ , представляющей собой интегральную величину, т. е. суммарный поток, посылаемый единицей поверхности наружу по *всем направлениям* (внутри телесного угла  $2\pi$ ). Таким образом,

$$S = \frac{\Phi}{\sigma}, \quad (7.9)$$

если  $\Phi$  есть полный поток, посылаемый светящейся площадкой  $\sigma$  наружу по всем направлениям.

Светимость и яркость связаны между собой простым соотношением. Поток внутри телесного угла  $d\Omega$  по направлению  $\varphi$  будет:

$$d\Phi = B_{\varphi} \sigma \cos \varphi d\Omega = B_{\varphi} \sigma \sin \varphi \cos \varphi d\varphi d\theta,$$

так как

$$d\Omega = \sin \varphi d\varphi d\theta.$$

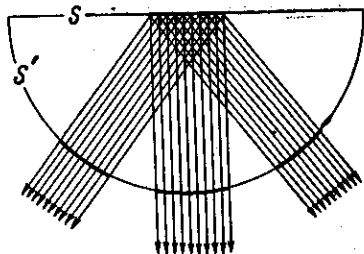


Рис. 16. Плоский диск и полусфера подчиняющиеся закону Ламберта кажутся одинаково яркими.

Чтобы получить поток с площадки  $\sigma$  наружу, надо это выражение проинтегрировать по всем значениям  $\varphi$  и  $\theta$ , определяющим направление внутрь полусферы, т. е. по  $\varphi$  от нуля до  $\frac{\pi}{2}$  и по  $\theta$  от нуля до  $2\pi$ . Итак, полный поток

$$\Phi = \int d\Phi = \sigma \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\frac{\pi}{2}} B_{\varphi} \sin \varphi \cos \varphi d\varphi = 2\pi\sigma \int_0^{\frac{\pi}{2}} B_{\varphi} \sin \varphi \cos \varphi d\varphi.$$

С другой стороны, тот же поток можно выразить через светимость  $S$ :

$$\Phi = \sigma S.$$

Таким образом, связь между светимостью и яркостью выражается соотношением

$$S = 2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} B_{\varphi} \cos \varphi \sin \varphi d\varphi. \quad (7.10)$$

Для источников, повинующихся закону Ламберта,  $B_{\varphi} = B$  не зависит от  $\varphi$ . В таком случае имеем:

$$S = 2\pi B \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \varphi \sin \varphi d\varphi = \pi B. \quad (7.11)$$

Светимость — очень удобное для многих расчетов понятие. Мы с ним встретимся также в теории излучения.

Соотношение  $\Phi = \sigma S$  показывает, что светимость  $S$  имеет ту же размерность, как и освещенность  $E$ , и представляет собой поток, отнесенный к единице поверхности. Светимость характеризует *свечение* поверхности, т. е. поток, *отходящий* от единицы поверхности; освещенность же характеризует *освещение* поверхности, т. е. поток, *приходящий* на единицу поверхности.

е) **Интенсивность светового потока,  $R$ .** Для характеристики светового поля можно ввести еще понятие *интенсивности* светового потока. Под интенсивностью понимают величину светового потока, протекающего через единицу видимого сечения по направлению, определяемому углом  $\varphi$  между направлением потока и нормалью к этому сечению, внутрь единичного телесного угла:

$$R = \frac{d\Phi}{\sigma \cos \varphi d\Omega}. \quad (7.12)$$

Таким образом, интенсивность светового потока играет для характеристики светового поля ту же роль, как и яркость для характеристики светящейся поверхности. Поэтому ее нередко называют также *яркостью светового потока*.



### § 8. Переход от энергетических величин к световым

Мы пользовались до сих пор для определения величины потока и всех связанных с ним величин обычными единицами энергии и мощности, например эргами и ваттами. Такого рода энергетические измерения и выполняются, когда приемником для света является универсальный приемник, например термоэлемент, действие которого основано на превращении поглощенной световой энергии в тепловую. Необходимо, однако, иметь в виду, что гораздо чаще мы используем в качестве приемников специальные аппараты, реакция которых зависит не только от энергии, приносимой светом, но также и от его спектрального состава. Такими весьма распространенными *селективными* приемниками являются фотопластинка, фотоэлемент и, особенно, человеческий глаз, играющий исключительно важную роль при восприятии и использовании света. В соответствии с этим при многочисленных световых измерениях необходимо принимать во внимание особенности глаза, заставляющие выделять определенный узкий участок длин волн из всего многообразия электромагнитных колебаний. Нередко термином «свет» называют именно узкий интервал, заключенный примерно между  $4000 \text{ \AA}$  и  $8000 \text{ \AA}$ . С этой точки зрения интерес представляет не просто восприятие энергии, а *световое восприятие ее*. Поэтому следует установить переход от энергетической величины к величинам, характеризующим световое восприятие.

Чувствительность глаза к свету различной длины волны может быть охарактеризована *кривой видности*. Абсциссами этой кривой служат длины волн  $\lambda$ , а ординатами — относительные чувствительности глаза,  $v_\lambda$ , т. е. величины, обратно пропорциональные монохроматическим мощностям, дающим одинаковое зрительное ощущение. Несмотря на субъективность таких оценок, воспроизводимость их достаточно хороша и кривая видности, как показывают измерения, не сильно меняется при переходе от одного наблюдателя к другому. Лишь у немногих людей глаза заметно отклоняются от нормы.

На основании многочисленных измерений установлен вид кривой видности, характеризующей средний нормальный глаз. Кривая видности имеет максимум при  $\lambda = 555 \text{ м}\mu$ , условно принимаемый за единицу. Кривая, утвержденная Международной осветительной комиссией, изображена на рис. 17. Численные значения ординат этой кривой приведены ниже в таблице.

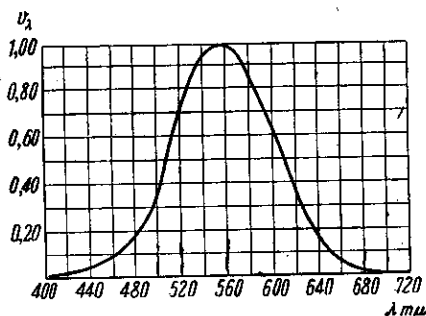


Рис. 17. Кривая видности.

Таблица значений видности  $\varphi_\lambda$ 

$\lambda$ в Å	$\varphi_\lambda$	$\lambda$ в Å	$\varphi_\lambda$	$\lambda$ в Å	$\varphi_\lambda$
4000	0,0004	5200	0,710	6400	0,175
4100	0,0012	5300	0,862	6500	0,107
4200	0,0040	5400	0,954	6600	0,061
4300	0,0116	5500	0,995	6700	0,032
4400	0,023	5600	0,995	6800	0,017
4500	0,038	5700	0,952	6900	0,0082
4600	0,060	5800	0,870	7000	0,0041
4700	0,091	5900	0,757	7100	0,0021
4800	0,139	6000	0,631	7200	0,00105
4900	0,208	6100	0,503	7300	0,00052
5000	0,323	6200	0,381	7400	0,00025
5100	0,503	6300	0,265	7500	0,00012
				7600	0,00006

Из таблицы значений видности явствует, что, например, для  $\lambda = 7600 \text{ Å}$  требуется мощность, примерно в 20 000 раз бóльшая, чем для  $\lambda = 5500 \text{ Å}$ , для того чтобы вызвать одинаковое по силе зрительное ощущение.

### § 9. Единицы для световых измерений

Принимая в качестве приемника световой энергии глаз, Международная осветительная комиссия (МОК) определила *световой поток как поток лучистой энергии, оцениваемой по зрительному ощущению*.

Таким образом, несмотря на введение понятия среднего глаза, существующий метод оценки сохраняет еще некоторую связь с психофизиологическими понятиями, ибо для измерения привлекается зрительное ощущение. Замена среднего глаза эквивалентным физическим приемником, например фотоэлементом с соответственно подобранной кривой чувствительности, позволила бы осуществить эти измерения вполне объективно, по силе возникающего фототока.

Для реализации определенного светового потока и других светотехнических величин служит условный световой эталон. Международным соглашением с 1 января 1948 г. введен новый воспроизводимый световой эталон, осуществляемый в виде абсолютно чёрного тела (см. § 189), применяемого при температуре затвердевания чистой платины ( $2046,6^\circ \text{K}$ ). Эталон должен быть осуществлен по определенной схеме с соблюдением определенных требований к чистоте платины. У нас в СССР такой эталон уже осуществлен фотометрической лабораторией Всесоюзного научно-исследовательского института метрологии, руководимой проф. П. М. Тиходевым.

января 1948 г. вся система световых единиц, принятая в СССР, опирается на этот новый государственный световой эталон.

Устройство и размеры излучателя, являющегося световым эталоном, показаны на рис. 18. Нагрев и расплавление платины производятся путем обогривания ее токами высокой частоты. Излучателем света является трубочка 2, стенки которой имеют по всей длине одинаковую температуру благодаря соприкосновению с разогретой платиной. Яркость излучателя при температуре затвердевания платины принята равной 60 новым стильбам. Этот новый стильб и соответствующие ему новая свеча, новый люмен и т. д. являются современными световыми единицами, установленными для измерения светотехнических величин.

1. Единица силы света — новая свеча (св), равная  $\frac{1}{60}$  силы света, излучаемого в направлении нормали с  $1 \text{ см}^2$  указанного светового эталона.

До введения нового эталона основной единицей силы света служила международная свеча (м. св), осуществляемая электрическими лампами специальной конструкции и равняющаяся 1,005 новой свече \*).

2. Единицей светового потока является люмен (лм) — поток, посылаемый источником света в  $1 \text{ св}$  внутрь телесного угла в  $1$  стерадиан. Если источник обладает силой света в  $1 \text{ св}$  по любому направлению, то он излучает полный световой поток, равный  $4\pi \text{ лм} = 12,5 \text{ лм}$ . Новый световой эталон по нормальному направлению излучает с  $1 \text{ см}^2$  поток, равный  $60 \text{ лм/стерадиан}$ .

3. Единица освещенности, фот (ф), есть освещенность, соответствующая потоку в  $1$  люмен, равномерно распределенному по площадке в  $1 \text{ см}^2$ :

$$1 \text{ ф} = \frac{1 \text{ лм}}{1 \text{ см}^2}.$$

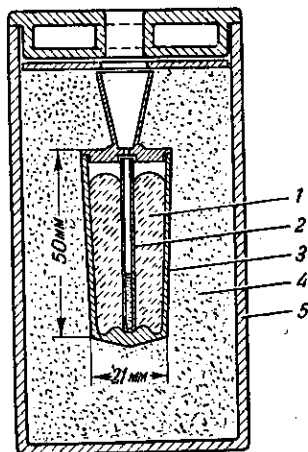


Рис. 18. Государственный световой эталон СССР.

1 — платина; 2 — трубочка из плавленной окиси тория; 3 — сосуд из плавленной окиси тория; 4 — засыпка из окиси тория; 5 — сосуд из кварца.

\*) Применяемая иногда в лабораторных измерениях фитильная лампа определенной конструкции, в которой горит чистый амилацетат, не может служить эталоном силы света. Эта так называемая свеча Гейнера составляет около 0,90 новой свечи. Распределение энергии свечи Гейнера по длинам волн хорошо изучено; именно поэтому она представляет интерес для лабораторных целей, как сравнительно легко осуществляемый источник света с хорошо известными характеристиками.

Для практических целей применяют  $1/1000$  фота, именуемую *миллифот* (*мф*). Хотя фот и миллифот приняты в качестве единиц освещенности МОК еще в 1929 г., но до сих пор обычно освещенность измеряют в люксах (*лк*), соответствующих потоку в 1 *лм*, равномерно распределенному на поверхности в 1 *м*<sup>2</sup>. Очевидно, 1 *лк* =  $10^{-4}$  *ф* =  $10^{-1}$  *мф*. Таким образом, 1 *лк* есть освещенность, создаваемая на поверхности шара радиусом в 1 *м*, в центре которого расположен излучающий равномерно во все стороны источник силой в 1 *св*. В соответствии с этим иногда вместо «люкс» говорят «метр-свеча».

Светимость, так же как освещенность, выражается в фотах или люксах, но здесь эта величина относится к *испускаемому* потоку, а не к *полученному*.

4. Единица *яркости* носит название *стильб* (*сб*). Это — яркость площадки, дающая силу света в 1 *св* с каждого квадратного сантиметра в направлении, перпендикулярном к площадке. Таким образом,

$$1 \text{ стильб} = \frac{1 \text{ св}}{1 \text{ см}^2}.$$

Для характеристики яркости освещенной поверхности, которая рассеивает свет и таким образом служит вторичным источником, часто применяется единица, именуемая *апостильб* (*асб*) или *люкс на белом*. Апостильб — это яркость идеального рассеивателя, на котором создана освещенность в один люкс. Идеальным рассеивателем называется поверхность, полностью рассеивающая весь падающий на нее поток, и притом равномерно по всем направлениям, так что яркость ее не зависит от направления (соблюдается закон Ламберта). Идеальный рассеиватель, освещенность которого доведена до одного люкса, рассеивает с каждого квадратного сантиметра во все стороны весь падающий на него поток, т. е.  $10^{-4}$  люмена с каждого квадратного сантиметра. Таким образом, на основании соотношения  $S = \pi V$  (см. § 7), он имеет яркость в  $\frac{1}{\pi \cdot 10^4} = 0,0000318$  стильба. Итак, апостильб = 0,0000318 стильба \*). Яркости различных светящихся тел очень сильно разнятся между собой. Нижеследующая таблица дает представление об этом разнообразии.

Яркость ночного безлунного неба . . . . .	около $10^{-8}$ <i>сб</i>
» неоновой лампы . . . . .	0,1 »
» полной луны, видимой сквозь атмосферу . . . . .	0,25 »
» пламени обычной стеариновой свечи . . . . .	0,5 »
» ясного дневного неба . . . . .	0,15 »
» пламени керосиновой лампы . . . . .	1,5 »

\*) В американской литературе чаще пользуются единицей *ламберт*, соответствующей яркости идеального рассеивателя, на котором создана освещенность в 1 фот. Таким образом 1 ламберт =  $10^4$  апостильбов = 0,318 стильба.

Яркость газосветной лампы . . . . .	5 <i>сб</i>
» угольного волоска лампы накаливания . . . . .	50—100 »
» металлического волоска лампы накаливания . . . . .	150—200 »
» спирали газонаполненной лампы накаливания . . . . .	500 »
» кратера обычной угольной дуги . . . . .	15 000 »
» Солнца . . . . .	около 150 000 »
» капиллярной ртутной дуги сверхвысокого давления . . . . .	до 40 000 »
» шаровой ртутной лампы сверхвысокого давления (СВДШ) . . . . .	до 120 000 »

Интенсивность, так же как яркость, выражается в стильбах. Располагая эталоном, дающим определенный световой поток, выражаемый в люменах, можно было бы определить этот поток в ваттах и установить связь между абсолютными и практическими единицами. Однако следует иметь в виду, что вследствие весьма различной чувствительности глаза к разным длинам волн сравнение характеризовало бы лишь экономичность примененного эталона и ничего не говорило бы об энергетической чувствительности глаза. Поэтому принято переходный множитель, определяющий в ваттах мощность, необходимую для получения светового ощущения, вызываемого потоком в 1 люмен, измерять для определенного узкого интервала длин волн, соответствующего максимуму чувствительности глаза, а именно,  $\lambda = 5550 \text{ \AA}$ . Этот фактор  $A$  носит название *механического эквивалента света*. По новым измерениям он равен

$$A = 0,00160 \text{ вт/л.м.}$$

Ввиду трудности измерения этой величины и необходимости усреднить результат многих наблюдателей точность определения  $A$  не превышает 2—3%.

Для удобства мы сопоставляем все световые единицы в таблице.

Световые единицы

Величина	Обозначение	Единица практическая	Символ	Единица абсолютная
Световой поток . . . . .	$\Phi$	люмен	<i>лм</i>	ватт
Сила света . . . . .	$I$	свеча	<i>св</i>	ватт/стерадиан
Яркость . . . . .	$B$	стильб	<i>сб</i>	ватт/стерадиан · $\text{см}^2$
Светимость . . . . .	$S$	фот	<i>ф</i>	ватт/ $\text{см}^2$
Освещенность . . . . .	$E$	фот, люкс	<i>ф, лк</i>	ватт/ $\text{см}^2$

Совокупность фотометрических понятий и величин, установленных в качестве единиц для соответствующих измерений, даст возможность охарактеризовать действие света на наши приборы и установки.

## § 10. Световые измерения (фотометрия)

Фотометрические измерения разделяют на *объективные* (производимые с помощью приборов, не требующих участия глаза, например с помощью фотоэлементов) и *субъективные* или *визуальные*, в которых измерения основаны на показаниях глаза.

Объективные (фотоэлектрические) фотометры за последние годы получают все большее и большее развитие, постепенно вытесняя визуальные методы измерения. Мы познакомимся более подробно с этими приборами в главе о фотоэффекте. Укажем только, что все они основаны на зависимости, в силу которой фотоэлектрический ток прямо пропорционален поглощенному фотоэлементом световому потоку. Поэтому шкалу электроизмерительного прибора, соединенного с фотоэлементом, можно градуировать непосредственно в тех или иных фотометрических единицах, например в люксах.

Визуальные измерения производятся непосредственно глазом. При этом надо иметь в виду, что глаз очень хорошо устанавливает равенство освещенностей двух каких-либо соприкасающихся поверхностей, но очень плохо непосредственно оценивает, во сколько раз освещенность одной поверхности больше освещенности второй. Поэтому все приборы, служащие для сравнения двух источников (так называемые *фотометры*), устроены так, что роль глаза сводится к установлению равенства освещенностей двух соприкасающихся полей, освещаемых сравниваемыми источниками. Для достижения равенства освещенностей применяются разнообразные приемы, ведущие к ослаблению освещенности, создаваемой более сильным источником. Принципиально наиболее простым является изменение расстояния от источника до фотометра и применение соотношения

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}. \quad (10.1)$$

Невозможность в очень широких пределах варьировать отношение расстояний заставляет прибегать к другим способам ослабления потока. К ним относится поглощение света фильтром переменной толщины (клином) (рис. 19) или сетками с большим или меньшим отношением площади ячеек и проволоки, введение в пучок вращающегося круга с секториальным вырезом большей или меньшей площади (рис. 20), а также поглощение света системой поляризационных призм (рис. 21).

Применение всех этих приспособлений требует тех или иных предосторожностей. Закон обратных квадратов справедлив лишь для точечных источников (§ 7, в); фильтры должны в одинаковой степени поглощать свет различной длины волны (нейтральные фильтры); сетки не должны отбрасывать теней и поэтому употребляются предпочтительно в соединении с линзами, вблизи кото-

рых они располагаются. Наконец, вращающиеся секторы меняют, по существу, не поток, а *время* его действия и, следовательно,

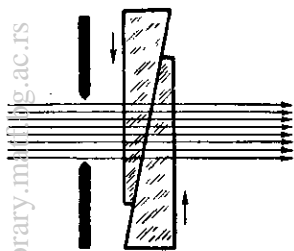


Рис. 19. Фотометрический ослабитель: поглощающий клин.

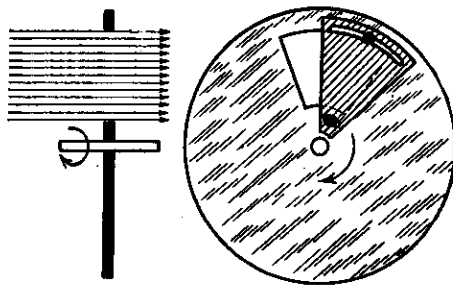


Рис. 20. Фотометрический ослабитель: вращающийся диск с вырезом.

пригодны лишь тогда, когда уменьшение среднего по времени значения потока эквивалентно уменьшению величины потока; это имеет место, как показали психофизиологические исследования, лишь при достаточной частоте прерывания (закон Тальбота).

Уравнивая тем или иным способом освещенности, создаваемые сравниваемыми источниками, мы находим отношение сил света источников

$$\frac{I_1}{I_2} = k.$$

Если сила одного из источников известна (эталонный источник), то таким образом можно изменить силу второго источника в выбранном направлении. Измерив силу источника по разным направлениям, можно вычислить и световой поток, освещенность и т. д. Установление равенства освещенностей делается глазом достаточно точно, если оба поля имеют одинаковый цвет. В противном случае сравнение не только затруднено, но иногда и вообще не имеет смысла. Для сравнения источников разного цвета (гетерохромная фотометрия) исходят из определения равенства освещенностей, основываясь на различных психофизиологических наблюдениях, которые и кладутся в основу измерений (например исчезновение явления мигания при освещении прерывистым светом разной интенсивности и разного цвета).

Существуют также фотометры, позволяющие непосредственно определять суммарный световой поток, а следовательно, и среднюю

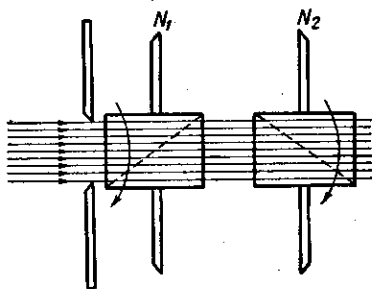


Рис. 21. Фотометрический ослабитель: система двух поляризационных призм.

сферическую силу света источника (шаровой фотометр или интегратор), освещенность поверхности (люксметр), яркость источника и т. д.

Во всяком фотометре рассматривается некоторое поле, одна часть которого освещена только одним источником, а другая — только другим. При этом надо позаботиться о том, чтобы обе сравниваемые части поля фотометра освещались соответственными источниками под одним и тем же углом; глаз наблюдателя также должен рассматривать оба поля под одинаковыми углами. Рис. 22 показывает, как осуществляется этот принцип в одной из простейших моделей фотометров.

Устройство этого фотометра крайне просто: глаз наблюдателя  $A$  рассматривает белую трехгранную призму  $MPN$ , помещенную внутри зачерненной трубки и освещаемую источниками  $L_1$  и  $L_2$ . Варьируя расстояния от источников до призмы, можно уравнивать освещенности поверхностей  $MP$  и  $PN$ . Для удобного измерения расстояний  $L_1P$  и  $L_2P$  приборы располагают на оптической скамье.

Более совершенно устроен фотометр Люммера — Бродхуна. Он представляет собой очень удачное осуществление принципа фото-

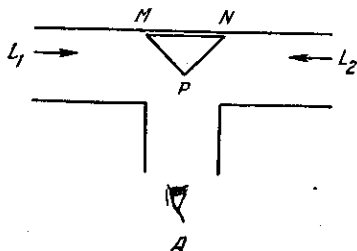


Рис. 22. Схема простейшего фотометра.

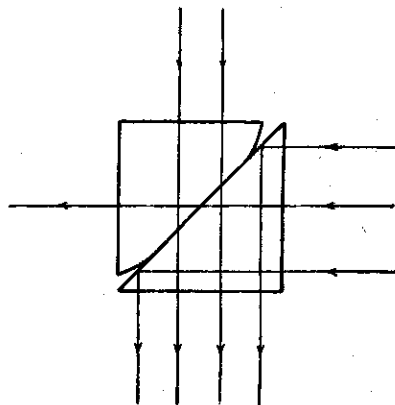


Рис. 23. Фотометрический кубик Люммера.

метра с масляным пятном. Существенную часть фотометра составляет кубик Люммера, входящий как составная часть и во многие другие фотометрические аппараты. Кубик Люммера (рис. 23) состоит из двух прямоугольных призм, у одной из которых грань, соответствующая гипотенузе, оставлена плоской только в центре, края же сошлифованы. Призмы тщательно приполированы и плотно прижаты друг к другу, так что в месте соприкосновения представляют как бы один кусок и ведут себя подобно прозрачному телу (оптический контакт).

Схема и вид фотометра с применением кубика Люммера показаны на рис. 24 и 25. Здесь  $L_1$  и  $L_2$  — два сравниваемых источника света;  $S$  — белый диффузно разбрасывающий свет экран,



вполне идентичный с обеих сторон;  $S_1$  и  $S_2$  — два вспомогательных зеркала;  $P_1P_2$  — кубик Льюмера;  $A$  — глаз наблюдателя и  $V$  — лупа, позволяющая взирать плоскость раздела кубика. При наблюдении мы видим центр кубика освещенным лучами, идущими от источника  $L_1$ , а внешняя часть поля освещается лучами от  $L_2$ , испытывающими полное внутреннее отражение на грани  $P_1P_2$ . Если освещенность экрана  $S$  с обеих сторон одинакова, то граница между полями исчезает. Определяя соответственные расстояния  $L_1S$  и  $L_2S$ , мы найдем отношение сил света источников.

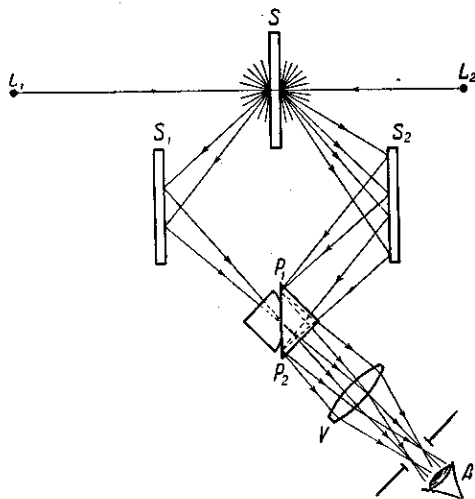


Рис. 24. Схема фотометра Льюмера — Бродхуна.  $L_1$ ,  $L_2$  — сравниваемые источники;  $S$ ,  $S_1$ ,  $S_2$  — рассеивающие экраны;  $P_1P_2$  — кубик Льюмера;  $V$  — лупа;  $A$  — глаз наблюдателя.

В осветительной технике очень важным является вопрос, как велика должна быть освещенность на данной плоскости или в данном месте рабочего помещения для разных видов работы: чтения, черчения, шитья и т. д.

Освещенность, как упоминалось выше, измеряется числом фотов или, чаще, числом люксов. Инструкциями инспекции по охране труда устанавливается определенное число люксов освещенности рабочего помещения. Наименьшая освещенность рабочей поверхности (стола) ни для какого вида работы не должна быть ниже 10 лк. Освещенность, при которой так же удобно шить, как при рассеянном дневном свете, составляет 60 лк. При освещенности порядка одного люкса можно с напряжением читать. Освещенность в одну-две десятых люкса создает при ясном небе полная луна. Этой освещенности достаточно летчику для прицельного бомбометания; такую освещенность, следовательно, нельзя допускать при светомаски-

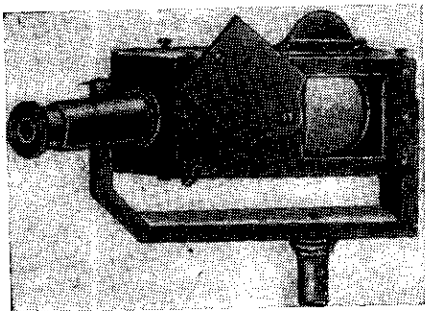


Рис. 25. Фотометр Льюмера — Бродхуна.

ровке. Освещенность в сотые доли люкса (молодая луна) позволяет производить некоторые виды работ ночью, например земляные

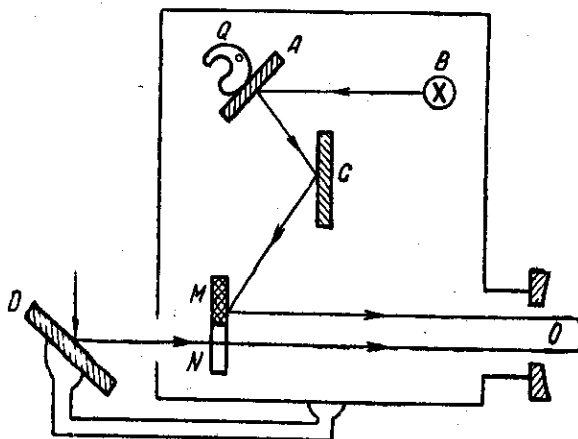


Рис. 26. Схема люксметра ГОИ.

работы. Освещенность в тысячные доли люкса (звездное небо), по-видимому, допустима при светомаскировке. Освещенность в десятитысячные доли люкса позволяет с трудом ориентироваться ночью.

Существуют специальные модели фотометров, которые приспособлены для непосредственного определения освещенности (люксметры). На рис. 26 схематически изображен простой люксметр, устройство которого было разработано в Государственном оптическом институте.

В последнее время в качестве люксметров с успехом применяются фотоэлементы, шкала которых проградуирована соответствующим образом (рис. 27).

Только точечный источник света дает по любому направлению одну и ту же силу, и, следовательно, для характеристики его достаточно произвести одно измерение на оптической скамье. Для действительных



Рис. 27. Фотозлектрический люксметр.

же источников сила света по различным направлениям различна, так что для полной характеристики распределения света от источника требуется производить измерения в различных азимутах.

Такого рода диаграммы (в полярных координатах) чрезвычайно показательны (рис. 28). В тех случаях, когда источником света слу-

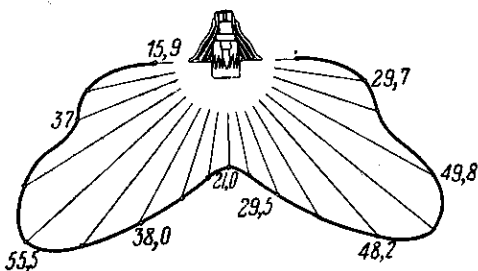


Рис. 28. Полярная диаграмма силы света лампы накаливания в арматуре. Цифры выражают силу света по данному направлению (в условных единицах).

жит лампа, помещенная в соответствующую арматуру (светильник) диаграммы могут приобретать весьма несимметрический вид (например для автомобильных фар).

Во многих случаях достаточно знать среднюю сферическую силу света, т. е. значение полного потока, посылаемого источником, а не его распределение по различным направлениям. Такое измерение может быть произведено в так называемых *интегральных фотометрах*. Одним из таких фотометров служит *шаровой фотометр* Ульбрехта (рис. 29). Исследуемый источник подвешивается внутри полого шара  $K$  (рис. 30), внутренняя поверхность которого покрыта белой матовой краской. Белый матовый экран  $S$  защищает отверстие  $O$  на поверхности шара от действия прямых лучей источника. Если отражение света от внутренней поверхности шара  $K$  следует закону Ламберта, то освещенность  $E$  отверстия  $O$  пропорциональна полному световому потоку  $\Phi$  лампы;

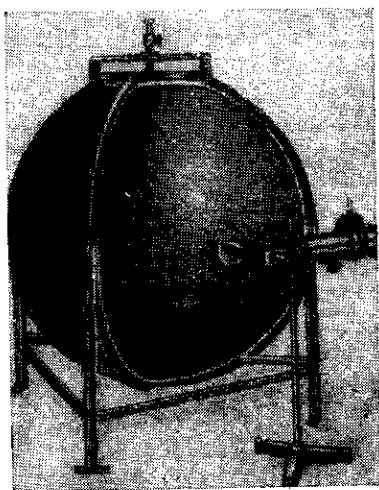


Рис. 29. Фотометрический шар, общий вид.

$E$  пропорциональна полному световому потоку  $\Phi$  лампы;

$$E = c\Phi, \quad (10.2)$$

где  $c$  — множитель пропорциональности, зависящий от размеров шара и его окраски. Этот множитель определяется эксперимен-

тально путем замены испытуемой лампы нормальной. Отверстие  $O$  покрыто пластинкой из молочного стекла.

Для измерения  $E$  определяют яркость этой пластинки обычным фотометром на оптической скамье или каким-либо иным. Обычно употребляют шары Ульбрехта не менее 1 м диаметром. Нередко применяются и большие шары.

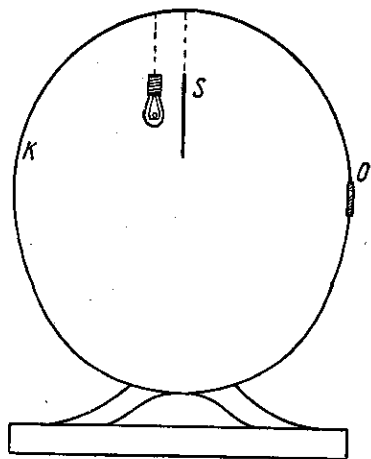


Рис. 30. Фотометрический шар, схематическое изображение разреза.

Своеобразной разновидностью визуального метода, пригодного для измерения самых малых яркостей, является метод, разработанный акад. С. И. Вавиловым и известный под названием «метода гашения». Основоположником этого метода С. И. Вавилов считал Франсуа Мари (1700 г.), но следует отметить, что лишь после тщательных исследований С. И. Вавилова метод этот приобрел характер важного способа оценки слабых интенсивностей. Метод поκειται на способности глаза довольно хорошо оценивать *пороговое* значение яркости, т. е. минимальную еще воспринимаемую отдохнувшим глазом яркость. Это пороговое значение оказывается для каждого наблюдателя довольно устойчивым. Метод гашения заключается в том, что каким-либо способом ослабляют наблюдаемую яркость до порогового значения. Зная, во сколько раз пришлось пронзвестн ослабление, наблюдатель может определить исходную яркость. Таким путем удастся оценивать яркости в десяти-тысячные апостильба и ниже, что почти недоступно никаким другим методам.

# ОТДЕЛ I

## ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

---

### ГЛАВА IV

#### КОГЕРЕНТНОСТЬ

##### § 11. Введение

Закон независимости световых пучков, упомянутый в § 1, означает, что световые пучки, встречаясь, не воздействуют друг на друга. Это положение было ясно сформулировано Гюйгенсом, который писал в своем «Трактате»: «Одно из чудеснейших свойств света состоит в том, что, когда он приходит из разных и даже противоположных сторон, лучи его производят свое действие, проходя один сквозь другой без всякой помехи. Этим вызывается то, что несколько зрителей могут одновременно видеть через одно и то же отверстие различные предметы...». Сам Гюйгенс прибавляет, что этот вывод нетрудно понять с точки зрения волновых представлений. Он является следствием «принципа суперпозиции» (см. § 4), в силу которого световой вектор одной световой волны просто складывается с вектором другой волны, не испытывая никакого искажения. При этом, однако, возникает следующий вопрос. В силу принципа суперпозиции при сложении векторов отдельных волн может получиться волна, амплитуда которой равна, например, сумме амплитуд складывающихся волн. А так как энергия волны пропорциональна квадрату амплитуды, то энергия результирующей волны не будет, вообще говоря, равна сумме энергий складывающихся волн, ибо квадрат суммы нескольких величин не равен сумме их квадратов. Обычный же опыт показывает, что освещенность, создаваемая двумя или несколькими световыми пучками, представляется простой суммой освещенностей, создаваемых отдельными пучками. Таким образом, обычные экспериментальные факты кажутся на первый взгляд противоречащими волновым представлениям.

##### § 12. Понятие о когерентности. Интерференция колебаний

Для выяснения этой фундаментальной проблемы напомним сведения, относящиеся к сложению колебаний и волн.

При сложении двух гармонических колебаний одного периода

$$e_1 = a_1 \sin(\omega t + \varphi_1) \quad \text{и} \quad e_2 = a_2 \sin(\omega t + \varphi_2), \quad (12.1)$$

происходящих по одному направлению, получится вновь гармоническое колебание того же периода

$$s = s_1 + s_2 = A \sin(\omega t + \theta), \quad (12.2)$$

амплитуда  $A$  и фаза  $\theta$  которого определяется из соотношений

$$A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (12.3)$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{a_1 \sin \varphi_1 + a_2 \sin \varphi_2}{a_1 \cos \varphi_1 + a_2 \cos \varphi_2} \quad (12.4)$$

(см. упражнения 13 и 14).

Выражение (12.3) показывает, что квадрат амплитуды результирующего колебания не равняется сумме квадратов амплитуд складывающихся колебаний, т. е. энергия результирующего колебания не равна сумме энергий складывающихся колебаний. Результат сложения зависит от *разности фаз* ( $\varphi_1 - \varphi_2$ ) исходных колебаний и может иметь любое значение в пределах от  $A^2 = (a_1 - a_2)^2$  (при  $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi$ ) до  $A^2 = (a_1 + a_2)^2$  (при  $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$ ).

Однако практически мы никогда не имеем дела с чистыми гармоническими колебаниями, изображаемыми (12.1), т. е. колебаниями, длящимися бесконечно с неизменной амплитудой. Обычно колебания время от времени обрываются и возникают вновь уже с иной, нерегулярно измененной фазой, т. е. не являются строго гармоническими. В таком случае и результирующая интенсивность ( $I \sim A^2$ ) также меняется с течением времени.

Наблюдая эту интенсивность, мы могли бы получить изменяющиеся значения; однако для этого необходимо применить для наблюдения прибор, который реагировал бы достаточно быстро, чтобы отмечать изменения  $I$ . В противном случае мы не сможем следить за всеми изменениями  $I$  и будем регистрировать только некоторое *среднее во времени* значение интенсивности  $I$ , обозначаемое  $\bar{I}$ , подобно тому как глаз не в состоянии следить за колебаниями яркости лампочки накаливания, питаемой переменным током, и отмечает некоторую постоянную *среднюю* яркость.

Вводя обозначение  $\psi = \varphi_1 - \varphi_2$ , вычислим среднюю интенсивность результирующего колебания за промежуток времени  $\tau$ :

$$\begin{aligned} \bar{A}^2 &= \frac{1}{\tau} \int_0^\tau A^2 d\tau = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau (a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos \psi) d\tau = \\ &= a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cdot \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \cos \psi d\tau. \end{aligned}$$

Если  $\psi$  остается неизменным в течение времени наблюдения  $\tau$ , то

$$\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \cos \psi d\tau = \cos \psi,$$

следовательно,

$$\bar{A}^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos \psi, \quad \text{т. е. } \bar{I} \neq I_1 + I_2.$$

При случайном же обрыве и возобновлении колебаний разность фаз имеет беспорядочный характер, многократно пробегая за время  $\tau$

все значения от нуля до  $2\pi$ . Поэтому  $\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \cos \psi d\tau$  стремится

к нулю, и мы имеем:

$$\bar{A}^2 = a_1^2 + a_2^2,$$

т. е.  $\bar{I} = I_1 + I_2$ .

Итак, при сложении двух колебаний одного периода надо различать два случая.

1. Разность фаз колебаний сохраняется неизменной за время  $\tau$ , достаточное для наблюдений. Интенсивность результирующего колебания отличается от суммы интенсивностей исходных колебаний и может быть больше или меньше ее в зависимости от разности фаз. В этом случае колебания называются *когерентными*. Сложение колебаний, при котором не имеет места суммирование интенсивностей, мы будем называть *интерференцией колебаний*.

2. Разность фаз колебаний беспорядочно меняется за время наблюдения. Интенсивность результирующего колебания равна сумме интенсивностей исходных колебаний. Колебания в этом случае называются *некогерентными*. При их сложении всегда наблюдается суммирование интенсивностей, т. е. интерференция не имеет места.

Как указывалось выше, строго гармонические колебания всегда вполне когерентны между собой, ибо, поскольку они длятся не обрываясь, имеющаяся у них разность фаз сохраняется без изменения сколь угодно долгое время. Поэтому при сложении гармонических колебаний всегда проявляется интерференция.

Итак, результат сложения *двух* гармонических колебаний зависит от соотношения между их фазами. При сложении большого числа колебаний с произвольными фазами результат будет, конечно, зависеть от закона распределения фаз. Предполагая для простоты, что все колебания имеют одинаковые амплитуды, равные  $a$ , найдем, что результирующая интенсивность может заключаться между  $n^2a^2$  и нулем. Однако, как показал Рэлей\*), при распределении фаз,

\*) Дж. В. Стрэтт (Рэлей), Волновая теория света, § 4, Гостехиздат, 1940. Изложенные рассуждения Рэрея можно найти в книге Г. С. Горелика, Колебания и волны, гл. X, § 2, Гостехиздат, 1950.

которые подвергаются вполне случайным изменениям, средняя интенсивность суммы таких колебаний за время, охватывающее достаточно большое число изменений фаз, равна  $na^2$ , т. е. в этом общем случае имеет место сложение интенсивностей. Этот вывод имеет самое непосредственное отношение к реальным источникам света. Результирующее колебание от отдельных испускающих центров (атомов), составляющих источник, создает освещенность, величина которой в данный момент и в данной точке зависит от соотношения фаз между отдельными центрами. Но наш глаз воспринимает лишь среднюю освещенность за некоторый достаточный для восприятия интервал времени и на некоторой достаточной по величине освещенной площадке. Это обстоятельство приводит к полному усреднению фазовых соотношений, в результате чего воспринимаемая освещенность окажется просто суммой освещенностей, создаваемых каждым светящимся центром нашего источника. Поэтому для любого реального случая мы вправе сказать, что две одинаковые свечи дают освещенность вдвое большую, чем одна.

### § 13. Интерференция волн

В соответствии с определением предыдущего параграфа мы говорим об *интерференции волн*, когда при их совместном действии не имеет места суммирование интенсивностей. Условием интерференции волн одной и той же длины является их когерентность, т. е. сохранение неизменной разности фаз за время, достаточное для наблюдения. В частности, *монохроматические волны*, т. е. волны, порождаемые гармоническими колебаниями, когерентны и могут интерферировать (если, конечно, они имеют одинаковый период). Способность когерентных волн к интерференции означает, что в любой точке, которой достигнут эти волны, имеют место когерентные колебания, которые будут интерферировать, если, конечно, ориентация и поляризация волн таковы, что направления колебаний совпадают между собой. Результат интерференции определяется разностью фаз интерферирующих волн в месте наблюдения; а эта последняя зависит от начальной разности фаз волн, а также от *разности расстояний*, отделяющих точку наблюдения от источников каждой из волн.

Пусть две когерентные волны исходят из источников  $S_1$  и  $S_2$  (рис. 31); колебания в них направлены перпендикулярно к плоскости чертежа и наблюдение производится в точке  $M$ . Допуская для простоты расчета, что в точке  $M$  обе волны имеют одинаковые амплитуды, найдем, что колебания в  $M$ , вызываемые первой и второй волнами, выразятся в виде

$$s_1 = a \cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{d_1}{\lambda} \right)$$



и

$$s_2 = a \cos \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{d_2}{\lambda} \right) - \varphi \right],$$

где  $d_1 = MS_1$  и  $d_2 = MS_2$ ,  $\lambda$  — длина волны, а  $\varphi$  — начальная разность фаз.

Складываясь в точке  $M$ , колебания дадут:

$$s = s_1 + s_2 = 2a \cos \left( \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \frac{\varphi}{2} \right) \cos \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{d_2 + d_1}{2\lambda} \right) - \frac{\varphi}{2} \right]. \quad (13.1)$$

Таким образом, колебание в точке  $M$  имеет амплитуду, равную  $2a \cos \left( \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \frac{\varphi}{2} \right)$ , и интенсивность, пропорциональную

$$4a^2 \cos^2 \left( \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \frac{\varphi}{2} \right).$$

Для когерентных волн  $\varphi$  постоянно, и, следовательно, различие интенсивности света в точках  $M$  зависит только от различия разностей расстояний  $d_2$  и  $d_1$ . Благодаря этой разности расстояний,

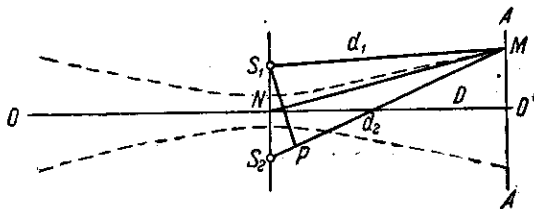


Рис. 31. К расчету разности фаз волн, идущих от двух когерентных источников.

или, как принято говорить, *разности хода* двух волн, колебания, вызванные этими волнами в точке их встречи, будут обладать *разностью фаз* даже в том случае, когда начальные фазы обеих волн были одинаковы. Разность фаз  $\psi$ , возникшая вследствие разности хода волн, есть

$$\psi = 2\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda}.$$

Выразим разность хода в длинах волн:  $\Delta = d_2 - d_1 = m\lambda$ , где  $m$  — любое число (целое или дробное). Соответствующая разность фаз  $\psi = 2\pi m$ . Если начальные фазы одинаковы ( $\varphi = 0$ ), то интенсивность двух интерферирующих волн с одинаковыми амплитудами выразится:

$$A^2 = 4a^2 \cos^2 \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} = 4a^2 \cos^2 m\pi. \quad (13.2)$$

Целым значениям  $m$  соответствует совпадение по фазе и интенсивность, равная  $4a^2$ . При  $m$  полуцелом фазы противоположны и интенсивность равна нулю. В общем случае  $m$  — дробное число.

При неравных амплитудах интенсивность выражается соотношением

$$A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos 2\pi t = (a_1 + a_2)^2 - 4a_1a_2 \sin^2 \pi t. \quad (13.3)$$

При целом  $t$  имеем максимумы  $A^2 = (a_1 + a_2)^2$ , при полуцелом  $t$  — минимумы  $A^2 = (a_1 - a_2)^2$ .

Таким образом, геометрическое место точек пространства, характеризующихся одинаковыми амплитудами (и интенсивностями), удовлетворяет условию  $\frac{d_2 - d_1}{\lambda} = \text{const}$ , т. е. представляет собой поверхность гиперболоида вращения с осью  $S_1S_2$ , фокусами которого служат точки  $S_1$  и  $S_2$  (на рис. 31 сечение одного из таких гиперболоидов плоскостью чертежа изображено пунктиром). В частности, средняя плоскость изображенная на чертеже линией  $OO'$ , будет изображать плоскость максимальной интенсивности.

Описанное распределение интенсивностей представляет собой интерференционную картину, соответствующую интерференции двух когерентных волн, начальная разность фаз между которыми равна нулю. Если бы начальная разность фаз отличалась от нуля, то мы имели бы такую же картину, однако смещенную относительно точек  $S_1$  и  $S_2$  в зависимости от величины  $\varphi$ .

В случае некогерентных волн каждому значению  $\varphi$  будет соответствовать своя интерференционная картина, которая с течением времени будет сменяться другой. Если эти смены происходят достаточно быстро, то мы не в состоянии наблюдать эти *мгновенные* интерференционные картины и воспринимаем некоторое среднее состояние, которое соответствует монотонному распределению интенсивностей около обоих источников  $S_1$  и  $S_2$ .

#### § 14. Осуществление когерентных волн в оптике

Опыт показывает, что когда два независимых источника света, например две свечи, или даже два различных участка одного и того же светящегося тела посылают световые волны в одну область пространства, то мы не наблюдаем интерференции и констатируем сложение освещенностей. После изложенного в предыдущих параграфах мы не можем, конечно, считать результаты такого опыта доказательством несостоятельности волновых представлений о свете. Отсутствие устойчивой (наблюдаемой) интерференционной картины может обозначать только, что наши источники не посылают когерентных волн. Это означает, следовательно, что посылаемые источниками волны немонохроматические (см. § 12). То обстоятельство, что даже с наилучшими в смысле монохроматичности источниками (свечение разреженных газов) мы не можем получить интерференции от независимых источников, есть доказательство того, что ни один источник не излучает строго монохроматического света.

Нетрудно понять физическую причину немонохроматичности действительного излучения, а следовательно, и некогерентности волн, испускаемых двумя независимыми источниками света. Действительно, излучение света происходит вследствие атомных процессов, и в двух самостоятельных источниках света мы будем иметь дело с излучением атомов, не связанных друг с другом. В каждом из таких атомов процесс излучения длится очень короткое время, обрываясь вследствие потери энергии благодаря излучению или вследствие помех и взаимодействий с окружающими атомами. Даже в наиболее благоприятных случаях, когда мешающее действие окружающих атомов сведено к минимуму (свечение сильно разреженных газов), длительность правильного излучения не превышает стомиллионных долей секунды. После прекращения свечения атом может вновь начать испускать световые волны, но, конечно, уже с новой начальной фазой. Поэтому разность фаз между излучениями двух таких независимых атомов будет изменяться при начале всякого нового акта испускания, т. е. через чрезвычайно короткие промежутки времени: такне источники некогерентны, и мгновенные интерференционные картины, ими даваемые, сменяются настолько быстро и беспорядочно, что мы наблюдаем только среднюю картину, т. е. равномерное распределение освещенности.

Итак, для получения двух когерентных волн излучение *различных независимых* атомов непригодно. Френель (18.16) показал, однако, что можно достигнуть цели, используя излучение одного и того же атома (или тесно расположенной группы) \*) для получения *двух систем* волн, которые, конечно, вследствие общности происхождения будут когерентными. Для этой цели необходимо испускаемое излучение расчлнить на два потока (путем отражения или преломления) и заставить их встретиться после того, как ими

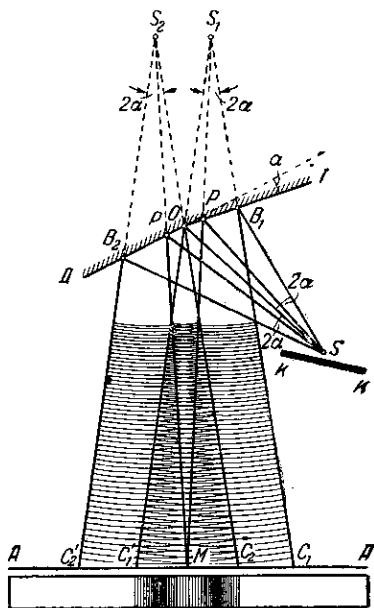


Рис. 32. Бизеркала Френеля.

\*) Если два светящихся атома находятся очень близко (на расстоянии, малом по сравнению с длиной волны) друг от друга, то они не являются независимыми: излучение одного может воздействовать на другой и они в известной степени могут оказаться когерентными, но в таком случае они практически совпадают по месту их положения.

пройдены различные пути,  $d_1$  и  $d_2$ . Таким образом мы заставим встретиться волны, вышедшие из одного и того же источника (атома), но в разное время и притом с таким малым запазданием одной относительно другой, что когерентность будет иметь место (обе группы волн принадлежат к одному акту испускания атома).

Френель практически осуществил этот прием, заставив свет от источника отражаться от двух зеркал, расположенных под углом, близким к  $180^\circ$  (бизеркала Френеля). Путь лучей показан на рис. 32. Прямые лучи от  $S$  не доходят до экрана  $AA$ , ибо их задерживает ширма  $KK$ . От каждого атома источника  $S$  к экрану  $AA$  приходят волны, идущие по двум путям разной длины и поэтому запаздывающие одна относительно другой. Волны, идущие от  $S$  и отражающиеся зеркалами  $I$  и  $II$ , представляют две системы когерентных волн, как бы исходящих из источников  $S_1$  и  $S_2$ , представляющих мнимые изображения  $S$  в зеркалах  $I$  и  $II$ . В различные точки экрана  $AA$  эти волны приходят с некоторой разностью фаз, определяемой различием в длине пути от  $S_1$  и  $S_2$  до соответствующей точки экрана. Поэтому освещенность экрана в разных точках различна, как это изображено на рис. 32.

### § 15. Основные характеристики интерференционных схем

Не только в описанном опыте, но и в любой интерференционной схеме дело сводится к получению двух источников когерентных волн с помощью приспособлений, дающих два изображения единого излучающего центра. Мы рассмотрим подробнее, одну схему, на которой очень отчетливо выступают все наиболее существенные детали.

Эта схема, известная под названием «билинзы Бийе», осуществляется с помощью линзы, разрезанной по диаметру; обе половины слегка разводятся, благодаря чему получаются два действительных изображения  $S_1$  и  $S_2$  светящейся точки  $S$ . Прорезь между полуплинзами закрывается экраном  $K^*$  (рис. 33).

Интерференция наблюдается в области, где перекрываются оба световых потока, идущих от  $S_1$  и  $S_2$ . Точка  $M$  интерференционного поля имеет освещенность, зависящую от разности хода двух интерферирующих лучей. На этой схеме ясно видно, что интерферирующие световые потоки определяются размерами телесных углов  $d\Omega$ , величина которых зависит от угла  $2\varphi = \angle Q_1 S_1 R_1 = \angle Q_2 S_2 R_2$  между крайними перекрывающимися лучами. Этот угол  $2\varphi$  мы назовем *апертурой перекрывающихся лучей*. Максимальное значение угла  $2\varphi$  соответствует условию  $S_1 Q_1 \parallel S_2 Q_2$  и  $S_1 R_1 \parallel S_2 R_2$ ; при этом экран

\*) Билинза Бийе может быть использована и так, что  $S_1$  и  $S_2$  оказываются мнимыми изображениями  $S$ . Для этой цели из середины линзы вырезается кусок и обе оставшиеся части сводятся вместе. Источник  $S$  располагается между главным фокусом и линзой.

расположен в бесконечности. Обычно угол  $2\varphi$  несколько меньше, ибо экран располагается на конечном расстоянии  $D$ , хотя и большим по сравнению с  $S_1S_2$ . Величина апертуры  $2\varphi$  определяет собой угловые размеры поля интерференции, *средняя* освещенность которого зависит от телесного угла  $d\Omega$ . В этом поле благодаря интерференции происходит перераспределение освещенности — образуются

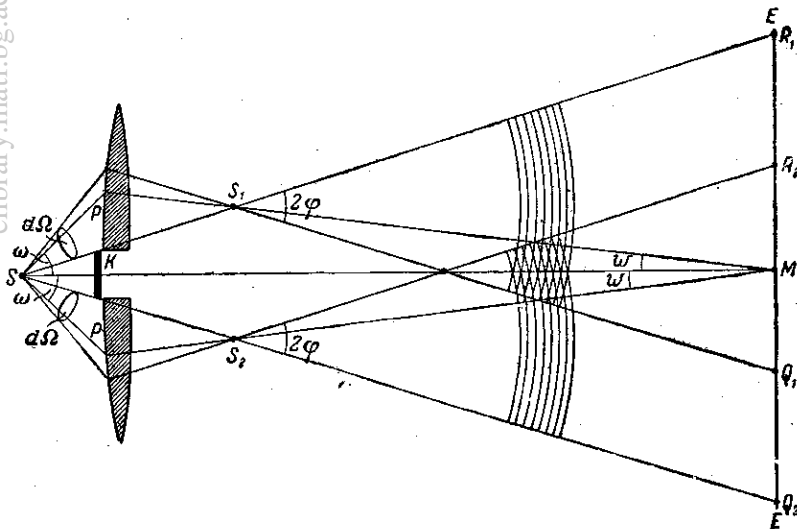


Рис. 33. Билинза Бийе.  $\angle R_1S_1Q_1 = \angle R_2S_2Q_2 = 2\varphi$  — апертура перекрывающихся пучков для бесконечно удаленного экрана;  $\angle PSP = 2\omega$  — апертура интерференции для центральной точки поля  $M$  экрана  $EE$ .

интерференционные полосы. Чем больше средняя освещенность, тем больше и различие между максимумами и минимумами освещенностей в этих полосах.

Угол  $2\omega$  между соответствующими лучами, идущими от  $S$  через каждую из двух ветвей интерферометра к  $M$ , представляет собой угол раскрытия лучей, определяющий интерференционный эффект в точке  $M$ . Практически то же значение имеет этот угол и для любой другой точки интерференционного поля. Этот угол мы будем называть *апертурой интерференции*. Ему соответствует в поле интерференции *угол схождения лучей*  $2\omega$ , величина которого связана с углом  $2\omega$  правилами построения изображений. При неизменном расстоянии до экрана  $2\omega$  тем больше, чем больше  $2\omega$ .

Величина апертуры интерференции  $2\omega$  тесно связана с допустимыми размерами источника. Теория и опыт (см. § 17) показывают, что с увеличением апертуры интерференции уменьшаются допустимые размеры ширины источника, при которых еще имеет место

отчетливая интерференционная картина. Но величина интерферирующих световых потоков определяется, согласно § 7 выражением  $\Phi = B\sigma d\Omega$  (принимая, что источник излучает по направлению, нормальному к своей поверхности). При заданной яркости источника  $B$  величина потока зависит от произведения  $\sigma d\Omega$ , причем  $\sigma$  согласно сказанному тем больше, чем меньше апертура интерференции, а  $d\Omega$  тем больше, чем больше апертура перекрывающихся пучков. При обсуждении вопроса, может ли данная интерференционная схема обеспечить хорошую освещенность интерференционной картины, надо учитывать, возможно ли осуществить одновременно большую апертуру перекрывающихся пучков ( $2\varphi$ ) и малую апертуру интерференции ( $2\omega$ ).

Основные черты интерферометра Бийе повторяются в любой интерференционной схеме, которую в общем виде можно изобразить рис. 34.

Точки  $S_1$  и  $S_2$  — изображения излучающего центра  $S$ , получаемые с помощью оптической системы интерферометра, не показанной на чертеже \*). Эти точки могут быть как действительными, так и мнимыми изображениями точки  $S$ . В частности,  $S$  может совпадать с одной из этих точек (схема Ллойда, см. рис. 37). Апертура интерференции  $2\omega$  и связанный с нею угол  $2\varphi$  определяют допустимый размер источника света, ширина которого на нашем чертеже обозначена через  $2b$ . Для расчета интерференционной картины в любом интерферометре достаточно знать взаимное расположение  $S_1$  и  $S_2$  и их положение относительно экрана  $EE$ . Если экран  $EE$  расположен перпендикулярно к линии  $S_1S_2$ , то, как явствует из § 13, интерференционные полосы будут представлять собой концентрические окружности (сечения гиперболоидов вращения с фокусами  $S_1$  и  $S_2$  плоскостью, перпендикулярной к оси). При расположении экрана  $EE$  параллельно линии  $S_1S_2$  полосы имеют вид гипербол, которые, если источник точечный (сферическая волна), мало отличаются благодаря условию  $OM \gg S_1S_2$  от параллельных прямых. Обычно в качестве источника применяют ярко освещенную узкую щель, параллельную плоскости симметрии системы (диаметру разреза биннзы Бийе, ребру бизеркал Френеля и т. д.). При таком линейном источнике (цилиндрические волны) интерференционные картины от разных точек источника будут сдвинуты друг относительно друга вдоль источника, давая на экране  $EE$  интерференционные полосы, параллельные щели, так что для решения задачи о распределении максимумов и минимумов можно ограничиться рассмотрением плоскости чертежа. Рассчитаем этот последний случай (см. рис. 34).

\*) Метод рассмотрения интерференционных схем с помощью правил построения изображений очень полезен при расчете сложных интерферометров. Последовательное развитие его принадлежит проф. А. Н. Захарьевскому и изложено им в книге: А. Н. Захарьевский, Интерферометры, М., 1952.

Пусть расстояние  $S_1S_2 = 2l$ , расстояние от  $S_1S_2$  до экрана  $OM = D$ , а расстояния от  $S_1$  и  $S_2$  до какой-либо точки экрана  $N$  — соответственно  $d_1$  и  $d_2$ . Если  $S_1$  и  $S_2$  синфазны ( $\varphi = 0$ ), то центральный максимум лежит на средней линии в точке  $M$  ( $S_1M - S_2M = 0$ ).

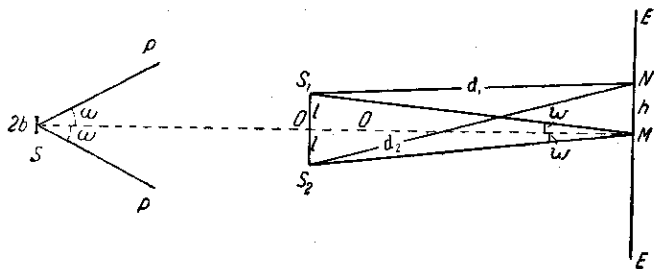


Рис. 34. Общая интерференционная схема.  $\angle PSP = 2\omega$  — апертура интерференции;  $S_1MS_2 = 2\omega$  — угол схождения лучей  $SP$ ;  $S_1S_2 = 2l$ ;  $MN = h$ ;  $OM = D$ . Для точки  $N$  разность хода  $\Delta = d_2 - d_1 = \frac{2h \cdot 2l}{d_1 + d_2}$ .

Из рис. 34 нетрудно определить разность хода  $\Delta = d_2 - d_1$  до любой точки экрана  $N$ , лежащей на расстоянии  $h$  от  $M$ :

$$d_2^2 = D^2 + (h + l)^2; \quad d_1^2 = D^2 + (h - l)^2;$$

$$d_2^2 - d_1^2 = (d_2 + d_1)(d_2 - d_1) = 2h \cdot 2l$$

или

$$d_2 - d_1 = \Delta = \frac{2h \cdot 2l}{d_1 + d_2}.$$

Разность хода  $\Delta$  составляет несколько длин волн и всегда значительно меньше  $d_1$  и  $d_2$ . Поэтому можно положить  $d_1 + d_2 = 2d$ , где  $d = d_1 + \frac{\Delta}{2} = d_2 - \frac{\Delta}{2}$ . Итак,

$$\Delta = h \frac{2l}{d}. \quad (15.1)$$

В большинстве случаев расстояние до экрана  $D$  гораздо больше, чем  $2l$ ; поэтому  $d \approx D$ , т. е.

$$\Delta = h \frac{2l}{D}. \quad (15.2)$$

Для дальнейших рассуждений мы будем предполагать, что свет, которым мы пользуемся, монохроматичен. Теперь, когда главное затруднение, связанное с немонохроматичностью волн (отсутствие когерентности), обойдено благодаря приему Френеля, мы не делаем принципиальной ошибки, считая наши волны монохроматическими,

и лишь упрощаем расчеты. В дальнейшем будет показано, какие изменения вносит в действительно наблюдаемую картину то обстоятельство, что волны не строго монохроматичны.

Пусть источник посылает волны длины  $\lambda$ . Разность хода, выраженная в длинах волн, есть  $\Delta = h \frac{2l}{D} = m\lambda$ , где  $m$  — любое число (целое или дробное), определяющее *порядок интерференции*. Согласно расчетам § 13 максимумы соответствуют целым значениям  $m$  и имеют интенсивность (при равных амплитудах интерферирующих волн)

$$A^2 = 4a^2 \cos^2 \pi m = 4a^2 \cos^2 \pi \frac{2l}{\lambda D} h. \quad (15.3)$$

Формула эта показывает изменение освещенности экрана в зависимости от значения  $h = m \frac{\lambda D}{2l}$ . Она дает максимумы при целых значениях  $m$  (0, 1, 2, ...) и минимумы — при полуцелых  $m$  ( $1/2, 3/2, \dots$ ).

Рис. 35 передает ход освещенности, выражаемый формулой (15.3).

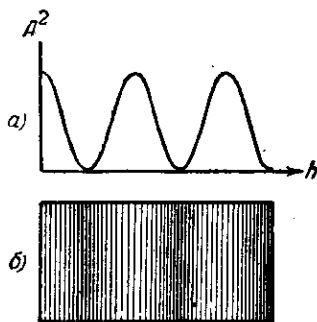
Расстояние между соседними максимумами или минимумами, соответствующее изменению  $m$  на единицу, т. е. равное

$$B = \frac{D}{2l} \lambda, \quad (15.4)$$

носит название ширины полосы. Эта формула показывает, что полосы будут тем шире, чем меньше расстояние  $2l$  между источниками при заданных  $D$  и  $\lambda$ . Ширину полосы нетрудно выразить также через угол схождения лучей  $2\omega$ , связанный с апертурой интерференции. Так как обычно угол  $2\omega$  мал, то из рис. 34 видно, что  $2l = 2\omega D$ , т. е.

$$B = \frac{\lambda}{2\omega}. \quad (15.5)$$

Рис. 35. Распределение освещенности экрана при интерференции двух лучей. *a* — график освещенности в функции координаты  $h$ ; *б* — схематическое изображение освещенности экрана.



Ширина полосы зависит от расстояния  $D$  до экрана, увеличиваясь безгранично по мере удаления экрана. Поэтому рационально ввести понятие об угловой ширине полос интерференции, понимая под ней угловое расстояние между соседними максимумами, наблюдаемое с места расположения источников. Угловая ширина полосы

$$\beta = \frac{B}{D} = \frac{\lambda}{2l}. \quad (15.6)$$

Она тем больше (интерференционная картина крупнее), чем меньше расстояние между источниками  $2l$ .



Осуществив интерференционный опыт, мы можем, измерив расстояния  $B$ ,  $D$  и  $I$ , найти длину световой волны  $\lambda$ . Такого рода измерения явились одним из первых определений длины световых волн, показавших, что крайние красные лучи приблизительно соответствуют длине волны  $\lambda_{\text{к}} = 8000 \text{ \AA} = 800 \text{ м}\mu = 0,8 \mu$ , а крайние фиолетовые —  $\lambda_{\text{ф}} = 4000 \text{ \AA} = 400 \text{ м}\mu = 0,4 \mu$ .

Как ясно из описания, картина будет представлять чередование резких черных полос, разделенных более светлыми промежутками, только в том случае, когда мы имеем дело с монохроматическим светом ( $\lambda$  имеет вполне определенное значение). Практически для интерференционного опыта достаточно покрыть источник цветным стеклом (светофильтром), выделяющим совокупность длин волн, незначительно отличающихся друг от друга по длине. Если же источник посылает белый свет, то интерференционная картина представит собой чередование цветных полос, причем полной темноты не будет нигде, ибо места минимумов для одной длины волны совпадают с местами максимумов для другой. Измеряя расстояния  $B$  между соседними максимумами для данного цвета, можно определить (приблизительно) длину волны, соответствующую этому цвету.

В других, более тонких интерференционных опытах монохроматизация света при помощи светофильтров недостаточна и надо прибегать к иным способам получения монохроматического света.

### § 16. Различные интерференционные схемы

Существенные черты общей интерферометрической схемы, изображенной на рис. 34, имеются во всех предложенных расположениях. Рассмотрим некоторые из них.

**а) Бизеркала Френеля** (рис. 32, см. стр. 67). Источниками когерентных волн служат  $S_1$  и  $S_2$ , два мнимых изображения  $S$ . Расстояние  $S_1S_2 = 2l$  тем меньше и, следовательно, интерференционная картина тем крупнее, чем меньше угол между зеркалами  $\alpha$  (см. упражнение 17). Максимальный телесный угол, в пределах которого могут еще перекрываться интерферирующие пучки, определяется углом  $2\varphi = \angle C_1S_1C'_1 = \angle C_2S_2C'_2$ , находимым из условий  $S_1B_1C_1 \parallel S_2OC_2$  и  $S_1OC'_1 \parallel S_2B_2C'_2$  (см. рис. 32). При этом экран должен быть расположен достаточно далеко (теоретически — бесконечно далеко).

На основании законов отражения угол  $2\varphi = 2\alpha$ , где  $\alpha$  — угол между зеркалами. Таким образом, апертура перекрывающихся пучков не может быть больше, чем  $2\alpha$ . Для экрана, расположенного на конечном расстоянии,  $2\varphi < 2\alpha$ . Значение ( $2\alpha$ ) имеет и апертура интерференции  $2\omega = \angle PSP$ , т. е. угол между парой интерферирующих лучей, сходящихся после отражения в какой-либо точке весьма

удаленного экрана. На рис. 32  $2\omega$  показано для центральной точки поля  $M$  экрана, расположенного на конечном расстоянии  $D$  от  $S_1S_2$ .

Таким образом, в бизеркалах Френеля и апертура перекрывающихся пучков (определяющая телесный угол интерферирующих потоков), и апертура интерференции имеют одинаковое значение и зависят от величины угла между зеркалами  $\alpha$ . На основании сказанного в § 15 отсюда следует, что бизеркала Френеля не могут обеспечить хорошей освещенности интерференционной картины, что делает эту установку мало пригодной для демонстрации. К тому же для получения достаточно широких полос интерференции надо работать при малых значениях угла между зеркалами, следя в то же

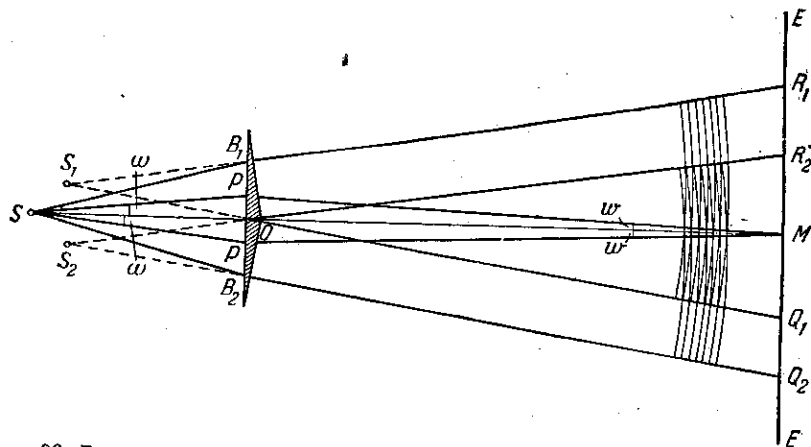


Рис. 36. Бипризма Френеля.  $\angle PSP = 2\omega$  — апертура интерференции для центральной точки поля  $M$  экрана  $EE$ ;  $\angle R_1S_1Q_1 = \angle R_2S_2Q_2 = 2\phi$  — апертура перекрывающихся пучков для бесконечно удаленного экрана.

время за тем, чтобы зеркала в месте соединения не образовывали ступеньку, которая становится источником дополнительной разности хода.

б) Бипризма Френеля (рис. 36). Максимальная апертура перекрывающихся пучков ( $2\phi$ ) соответствует бесконечно удаленному экрану и определяется условием

$$S_1B_1R_1 \parallel S_2OR_2 \text{ и } S_1OQ_1 \parallel S_2B_2Q_2.$$

При экране, расположенном на конечном расстоянии, эта апертура становится несколько меньше. Апертура интерференции  $2\omega = \angle PSP$  несколько меньше апертуры перекрывающихся пучков ( $2\omega$  показано для центральной точки поля  $M$  для экрана, расположенного на конечном расстоянии от  $S_1S_2$ ; для других точек поля  $2\omega$  практически имеет то же значение). Так как преломляющие углы бипризмы делаются очень малыми, для того чтобы обеспечить малое расстояние  $S_1S_2$  и, следовательно, широкие полосы интерференции,

то практически апертура интерференции не отличается от апертуры перекрывающихся пучков. Поэтому, так же как и при бисзеркала, расположение с бипризмой не является светосильным.

в) **Зеркало Ллойда** (рис. 37). Прямой пучок от источника интерферирует с пучком, отраженным от зеркала под углом, близким к прямому. Таким образом, источниками когерентных волн являются источник  $S$  и его мнимое изображение в зеркале  $S_1$ . Так как при скользящем отражении от зеркала, т. е. при угле

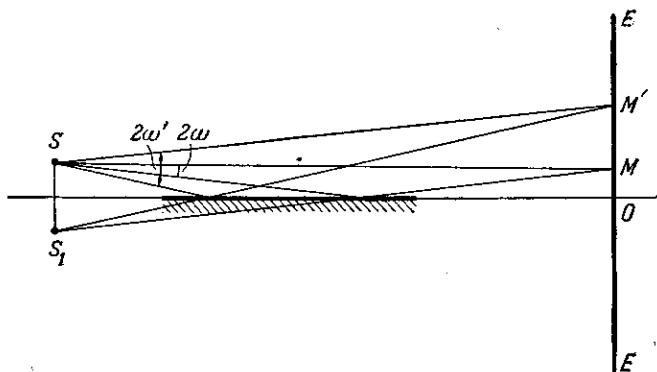


Рис. 37. Зеркало Ллойда. Апертура интерференции для точки  $M = 2\omega$ , для точки  $M' = 2\omega'$ . По мере удаления от плоскости зеркала апертура интерференции растет.

падаения, близком к  $90^\circ$ , происходит изменение фазы волны на  $\pi$ , то  $S$  и  $S_1$  не синфазны, а находятся в противоположных фазах. Таким образом, в схеме Ллойда вся интерференционная картина сдвинута на полполосы по сравнению с чисто геометрическим расчетом.

В отличие от схем Френеля в схеме Ллойда апертура интерференции  $2\omega$  сильно зависит от того, для какого места на экране исследуется интерференция. Она тем меньше, чем ближе это место к центру поля (к плоскости зеркала) (см. рис. 37). Поэтому для точек экрана, близких к плоскости зеркала, можно пользоваться сравнительно широкими источниками, и установка получается достаточно светосильной\*); однако при этом на некотором расстоянии от плоскости зеркала полосы размываются.

г) **Светосильное расположение (Р. Поль)** (рис. 38). Свет от источника  $S$  отражается от двух поверхностей тонкой плоскопараллельной пластинки (тонкий листок слюды), толщина которой  $l$  не превышает  $0,03$ — $0,05$  мм. Таким образом, источниками когерентных волн являются  $S_1$  и  $S_2$ , мнимые изображения  $S$ . Расстояние  $S_1S_2 = 2l$  (если пренебречь преломлением в слюде). Апертура

\*) См. также § 17.

интерференции  $2\omega = \angle PSQ$  зависит от места интерференционного поля, от угла  $\theta$ . Из чертежа (рис. 38) имеем:

$$2\omega = \angle PSQ = \frac{l}{A+K} \sin 2\theta,$$

где  $A = SO$  — расстояние от источника до слюды, а  $K = MN$  — расстояние от слюды до экрана.

Так как  $l (\approx 0,05 \text{ мм})$  гораздо меньше  $A + K (\approx 500 \text{ мм})$ , то даже при  $\theta = 45^\circ$  апертура интерференции будет очень мала. В соответствии с этим размер источника можно выбрать большим (например ртутная лампочка), дающим, следовательно, большой световой поток. Поэтому данное расположение отличается большой светосилой и может быть легко продемонстрировано. Угловой

размер интерференционного поля очень велик. Располагая листком слюды в несколько сантиметров, можно получить от небольшой ртутной лампы яркую интерференционную картину, покрывающую потолок и стены аудитории.

Так как расстояние  $A + K$  весьма значительно (несколько метров), то на экране получаются очень широкие полосы интерференции. Действительно (см. 15.5),

$$B = \frac{\lambda}{2\omega} = \frac{\lambda(A+K)}{l \sin 2\theta},$$

ибо угол схождения

$$2\omega = \frac{l \sin 2\theta}{A+K},$$

как легко видеть из чертежа.

Полагая  $A + K = 5 \text{ м}$ , найдем для  $\theta = 45^\circ$  и  $\lambda = 5 \cdot 10^{-5} \text{ см}$

$$B = 5 \text{ см.}$$

Размер источника ( $\approx 10 \text{ мм}$ ) гораздо больше, чем расстояние  $S_1S_2$  ( $\approx 0,1 \text{ мм}$ ), так что изображения источника почти полностью перекрываются, но это, конечно, не мешает делу.

д) Расположение Юнга. Принципиально иным образом осуществляется образование налагающихся когерентных волн в методе Юнга (рис. 39).

Источником света служит ярко освещенная щель  $S$ , от которой световая волна падает на две узкие щели  $S_1$  и  $S_2$ , освещаемые,

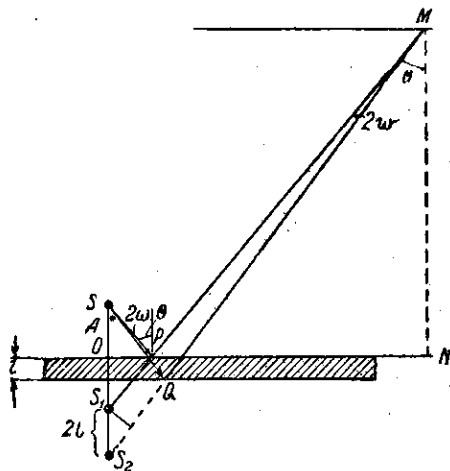


Рис. 38. Светосильное расположение.  $\angle PSQ = 2\omega$  — апертура интерференции для точки  $M$  удаленного экрана. Так как  $l$  очень мало, то  $Q$  расположено почти под  $P$ .

таким образом, различными участками одной и той же волны. Свет, проходящий через малые отверстия  $S_1$  и  $S_2$ , уклоняется от первоначального направления (дифракция), так что обе части этой волны перекрываются, давая начало интерференции, как и в других

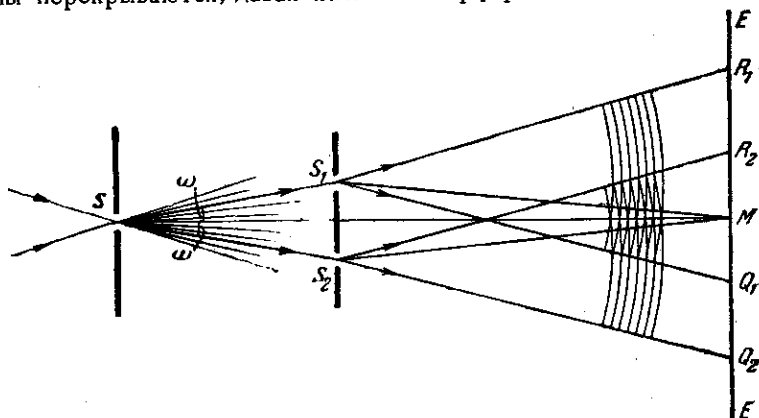


Рис. 39. Расположение Юнга.  $\angle S_1SS_2 = 2\omega$  — апертура интерференции для любой точки поля;  $\angle R_1S_1Q_1 = \angle R_2S_2Q_2 = 2\varphi$  — апертура перекрывающихся пучков для бесконечно удаленного экрана.

интерференционных схемах. При расположении Юнга апертура интерференции  $2\omega = \angle S_1SS_2$  определяется отношением расстояния между щелями  $S_1$  и  $S_2$  к расстоянию от  $S$  до  $S_1S_2$ .

Юнг первый наблюдал осуществленные таким образом явления интерференции (1802 г.) \*) и первый в ясной форме явления интерференции. Историческое значение этого опыта очень велико. Он, однако, несколько труднее для толкования, ибо в этом случае встреча двух участков волны делается возможной не благодаря явлениям отражения (бизеркало) или преломления (бипризма), а благодаря явлению дифракции. Этот опыт будет подробнее рассмотрен в отделе II.

### § 17. Значение размеров источника света

Мы уже неоднократно отмечали, что во всех практических интерференционных схемах большое значение имеют размеры источника света. Если размеры источника значительно меньше длины

\*) Сходный по расположению опыт был выполнен еще в 1665 г. Гримальди, который, однако, работал без щели  $S$ , пользуясь в качестве источника света непосредственно Солнцем. Расчет показывает, что в этих условиях при тех расстояниях между щелями, которыми пользовался Гримальди, явление интерференции не могло наблюдаться ввиду значительного углового размера источника света — Солнца (около  $1/2^\circ$ ). Полосы света и тени, наблюдавшиеся Гримальди, объясняются, по-видимому, явлениями контраста (см. упражнение 82).

световой волны, то, конечно, всегда получается резкая интерференционная картина, ибо разность хода от *любой* точки источника до какой-нибудь точки *M* интерференционного поля через оба плеча интерферометра всегда будет одна и та же. Однако на практике мы обычно имеем источники, размеры которых значительно превосходят длину световой волны. Согласно изложенному выше, интерферируют между собой волны, исходящие из соответствующих точек, являющихся изображениями одной и той же точки источника. Поэтому в случае источника, размеры которого сравнимы с расстоянием между соответствующими точками, мы получаем, по существу, наложение многих интерференционных картин, определяемых многими парами когерентных источников. Эти картины будут сдвинуты одна относительно другой так, что результирующая картина будет более или менее размыта и при значительной ширине источников практически перестанет наблюдаться.

Влияние размеров источника на резкость интерференционной картины можно выразить количественно, исходя из общей интерференционной схемы рис. 40, с помощью соотношения между шириной источника  $2b$  и апертурой интерференции  $2\omega$ .

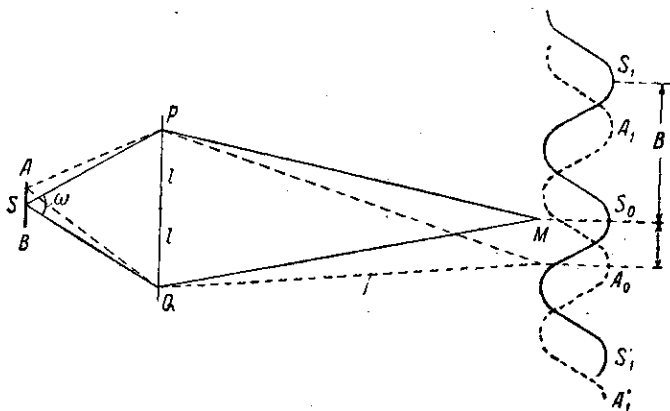


Рис. 40. К выводу условия  $2b \sin \omega \leq \frac{\lambda}{4}$ .

Пусть  $AB$  — протяженный источник ширины  $2b$ . Интерференционные максимумы, получаемые от точки  $S$  (середины источника) на удаленном экране, расположатся в точках  $S_0, S_1, S_1'$  и т. д., образуя полосы шириной  $B$ . Интерференционные максимумы от края источника (точка  $A$ , например) расположены в точках  $A_0, A_1, A_1'$  и т. д., смещенных на величину  $S_0A_0$ , зависящую от размеров источника и параметров схемы. Смещение это:  $S_0A_0 = SA \frac{PM}{SP}$ . Вводя обозначения, как и раньше, а именно,  $SA = b$ ;  $PQ = 2l$ ;  $PM = d$ ,

найдем  $S_0A_0 = b \frac{d}{l \sin \omega} = b \sin \omega \frac{d}{l}$ . Так как расстояние  $2l$  может быть довольно значительным, то для вычисления ширины полосы  $B$  надо использовать формулу (15.1), а не (15.2). Хотя ширина полосы несколько меняется по мере удаления от центра картины, ибо несколько меняется  $d$ , однако это изменение невелико и мы можем не принимать его в расчет.

Итак, ширина полосы  $B = \frac{d}{2l} \lambda$ . Если смещение одной системы полос (от  $S$ ) по отношению к другой (от  $A$ ) достигает половины ширины полосы ( $S_0A_0 = \frac{B}{2}$ ), то интерференционная картина от одной половины источника полностью смазывает картину от второй половины и интерференции не наблюдается. При большем значении смещения ( $S_0A_0 > \frac{B}{2}$ ) максимумы вновь выявляются. При  $S_0A_0 = B$  (совмещение максимумов) они становятся вновь отчетливыми; но при этом общий светлый фон растет, картина становится менее контрастной и постепенно исчезает.

Пользуясь формулой (15.3), можно количественно рассчитать изменение контрастности интерференционной картины по мере увеличения ширины источника (см. упражнение 37).

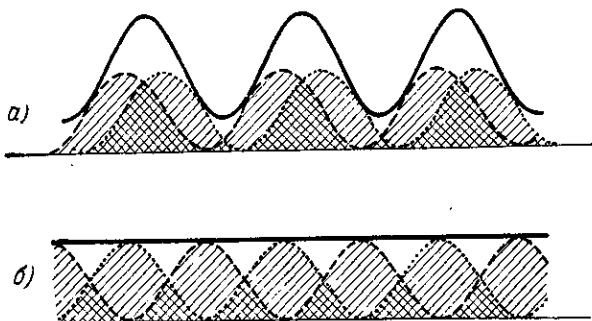


Рис. 41. Наложение интерференционных картин, сдвинутых друг относительно друга. Штриховым и точечным пунктиром даны кривые, соответствующие первой и второй интерференционным картинам; сплошная кривая соответствует результирующей картине:  $a$  — сдвиг на  $\frac{1}{4}$  полосы, отчетливые максимумы и минимумы еще наблюдаются;  $b$  — сдвиг на  $\frac{1}{2}$  полосы, равномерная освещенность.

Интерференционная картина остается достаточно резкой, если  $S_0A_0$  не превышает примерно  $\frac{1}{4}$  ширины полосы ( $S_0A_0 \leq \frac{B}{4}$ ) (рис. 41,  $a$ ,  $b$ ). Итак, условие хорошего наблюдения интерференции

от протяженного источника можно записать в виде  $b \sin \omega \cdot \frac{d}{l} \ll \ll \frac{1}{4} \frac{d}{2l} \lambda$  или

$$2b \sin \omega \ll \frac{\lambda}{4}. \quad (17.1)$$

Это условие, несмотря на его приближенный характер, может быть положено в основу расчетов допустимых размеров источника.

Ввиду важности соотношения (17.1) покажем возможность его приближенного обоснования еще одним, несколько более общим, способом. Наблюдаем интерференцию от протяженного ( $2b$ ) источника (рис. 42) с помощью какого-нибудь интерферометра, не показанного на чертеже. Лучи I и II, проходящие через два плеча нашего

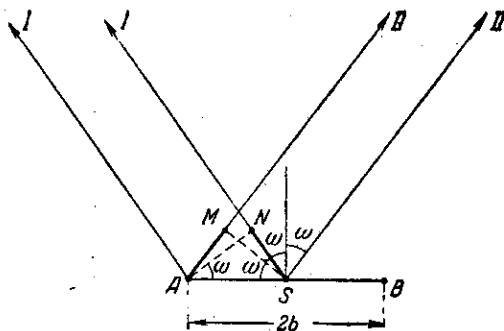


Рис. 42. К выводу условия  $2b \sin \omega \ll \frac{\lambda}{4}$ .

$$AM = SN = b \sin \omega; \quad \Delta = AM + SN = 2b \sin \omega.$$

интерферометра, определяют апертуру интерференции, равную  $2\omega$ . Пусть, например, лучи, исходящие из точки  $S$  (середина источника), приводят в какой-либо точке экрана к образованию максимума. Лучи, идущие из точки  $A$  на краю источника к той же точке экрана, будут иметь добавочную разность хода, равную  $(AM + SN)$ , ибо луч  $AII$  имеет путь, на  $AM$  *большой*, чем луч  $SII$ , а луч  $AI$  — путь, на  $SN$  *меньший*, чем  $SI$ .  $AM = SN = b \sin \omega$ . Таким образом, добавочная разность хода от точки  $A$  до рассматриваемой точки экрана составляет  $2b \sin \omega$ . Если  $2b \sin \omega \ll \frac{1}{4} \lambda$ , то еще не наблюдается значительной порчи интерференционной картины. Сказанное относительно  $A$  и  $S$  справедливо и для любой пары точек левой и правой половин источника, расстояние между которыми равно  $b$ .

Таким образом, условие  $2b \sin \omega \ll \frac{\lambda}{4}$  является условием, связывающим апертуру интерференции и размеры протяженного источ-



ника, при которых еще возможно отчетливое наблюдение интерференционной картины. В частности, если апертура интерференции достигает  $180^\circ$  ( $\omega = 90^\circ$ ), т. е. лучи, которые мы заставляем интерферировать, идут в противоположных направлениях, то источник должен быть меньше  $\frac{1}{4}$  длины волны.

Этот случай, изображенный на рис. 43, легко рассчитать непосредственно. Лучи, исходящие из середины источника (точка  $S$ ) и от какого-либо его края (точка  $A$ , например), придут в некоторую точку удаленного экрана с разностью хода  $A_1S_1 + A_2S_2 = 2b$ . Если  $2b = \frac{\lambda}{2}$ , то максимумы от точки  $S$  совпадут с минимумами от точки  $A$ ; то же имеет место и для любой пары соответственных точек левой

и правой половин источника  $AB$ . Таким образом, при  $2b = \frac{\lambda}{2}$  интерференционная картина от одной половины источника смажется картиной от второй его половины. Для сохранения хорошей видимости  $2b$  не должно превышать  $\frac{1}{4}\lambda$ , т. е.  $2b \leq \frac{1}{4}\lambda$  в согласии с условием (17.1) при  $\omega = 90^\circ$ .

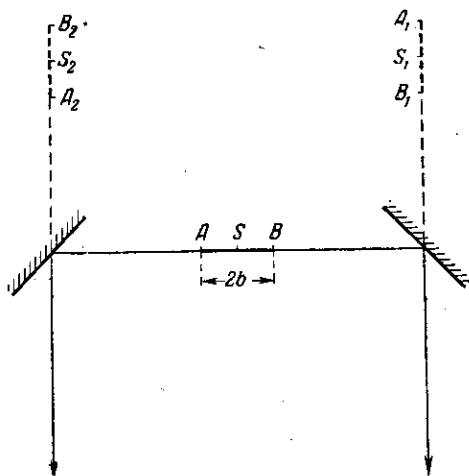


Рис. 43. Интерференция под углом, близким к  $180^\circ$ , возможна, если ширина источника

$$2b \leq \frac{\lambda}{4}.$$

### § 18. Значение поляризации интерферирующих волн

Как было указано в § 13, мы предполагаем, что оба интерферирующих колебания имеют одно и то же направление. В том случае, когда мы имеем дело с *продольными* волнами (например, звуковые волны в воздухе), при совпадении направлений волн совпадают и направления колебаний. В том же случае, когда волны *поперечны* (например, световые волны), возможно, что при совпадении направлений двух волн направления колебаний в них не совпадут. Действительно, в поперечной волне возможно колебание по *любому* направлению, перпендикулярному к направлению распространения волны.

Как уже упоминалось (см. Введение), свет называется *естественным*, если в нем имеют место колебания всех указанных

направлений. Если каким-либо приемом удалось ограничить колебания, сведя их к одному из направлений, перпендикулярных к направлению волны, то свет называется *поляризованным*. Таким образом, для осуществления интерференции световых лучей необходимо обеспечить встречу двух световых лучей, *поляризованных по одному направлению*. По всем данным, свет, посылаемый каким-либо атомом, представляет собой поляризованный свет. Однако наблюдаемое нами излучение всегда представляет свет, посылаемый одновременно очень большим числом атомов, т. е. свет со всеми возможными направлениями колебаний, или свет естественный. Кроме того, и каждый атом, начав испускать свет, прекращает это действие через очень короткий промежуток времени и вновь начинает испускать свет уже с новым направлением колебаний (и с новой начальной фазой). На опыте нам обычно приходится заставлять интерферировать естественный свет. Однако прием Френеля, состоящий в том, что мы расчленим одну волну на две, и здесь приходит на помощь. В интерференционных опытах мы заставляем встретиться волны, посланные почти одновременно одним и тем же атомом, т. е. сохраняющие одну и ту же начальную фазу и одно и то же направление колебаний.

Таким образом, наблюдение интерференции в естественном свете, представляющем смесь различно ориентированных поляризованных волн, оказывается возможным, ибо интерференция происходит между частями одной и той же поляризованной волны. При специальном расположении опыта можно наблюдать особенности в явлениях интерференции, связанные с поперечностью световых колебаний естественного света. Так, при наблюдении интерференции в опыте, изображенном на рис. 44, необходимо, чтобы направление колебаний было перпендикулярно к плоскости чертежа. Интересные особенности в структуре поля интерференции, обнаруживаемые с помощью поляризационных наблюдений, отметил С. И. Вавилов \*).

К вопросу об интерференции поляризованных лучей мы вернемся в гл. XVII.

### § 19. Кажущиеся парадоксы в явлениях интерференции

В случае двух когерентных источников, например источника и его изображения в зеркале, в окружающем пространстве будет иметь место распределение амплитуд различных значений от  $a_1 + a_2$  до  $a_1 - a_2$ . В частности, когда амплитуды, обуславливаемые обоими источниками, равны,  $a_1 = a_2 = a$ , то амплитуда результирующего колебания лежит между крайними значениями, нулем и  $2a$ , а соответствующие интенсивности — между нулем и  $4a^2$ .

\*) См., например, С. И. Вавилов, Микроструктура света, Изд. АН СССР, 1950.

Максимумы и минимумы освещенности, наблюдаемые в интерференционных картинах, не связаны, вообще говоря, с какими-либо превращениями лучистой энергии, т. е. в местах минимумов световая энергия отнюдь не переходит в другие формы, например в тепло. Дело сводится лишь к *перераспределению* светового потока, так что максимумы освещенности в одних местах компенсируются минимумами в других. Если подсчитать энергию, проходящую через замкнутую поверхность, окружающую источник и зеркало, а затем энергию, протекающую через ту же поверхность в отсутствии зеркала, то энергии в обоих случаях оказываются равными. Таким образом, конечно, никакого противоречия с законом сохранения энергии не наблюдается.

Однако можно представить себе более сложные случаи. Предположим, что расстояние между двумя когерентными источниками меньше  $\frac{\lambda}{2}$ , т. е.  $S_1 S_2 = 2l < \frac{\lambda}{2}$ . В таком случае, как легко видеть из рис. 31, мы нигде не найдем точек, в которых интенсивность равна нулю; действительно,  $d_1 - d_2$  всегда меньше  $2l$  и, следовательно, меньше  $\frac{\lambda}{2}$ , т. е. нигде не выполняется условие обращения в нуль амплитуды результирующего колебания. С другой стороны, во всех точках линии  $OO'$  имеем условие максимума, т. е. во всех точках этой линии интенсивность достигает  $4a^2$ . Уже из этого простого рассуждения видно, что вопрос о компенсации минимумов и максимумов в этом случае не так прост. И действительно, подсчет подтверждает, что в этом случае общая энергия, протекающая за единицу времени через замкнутую поверхность, окружающую оба когерентных источника, *больше*, чем было бы в случае некогерентных источников. В этом случае, конечно, нет никакого нарушения закона сохранения энергии. Мы имеем дело с действительным увеличением энергии, *испускаемой* за единицу времени парой когерентных источников благодаря воздействию их друг на друга. Энергия эта доставляется из тех запасов, которые питают наши источники. Если же эти запасы ограничены, то, очевидно, они благодаря указанному взаимодействию израсходуются за более короткий срок и источники раньше прекратят свое действие (затухание увеличится).

Подобные случаи особенно легко осуществить с радиотелеграфными электромагнитными волнами, длина которых значительна, так что нетрудно расположить два источника таких волн (антенны) на расстоянии, меньшем половины длины волны. Такого рода установки позволяют улучшить излучающее действие радиотелеграфной антенны и, кроме того, направить максимум излучения в определенных направлениях (направленное действие). Ими часто пользуются на практике.

## § 20. Оптическая длина пути. Таутохронизм оптических систем

Разобранные в настоящей главе случаи интерференции света дают возможность наблюдать это явление на специально осуществляемых опытах. Однако явление встречи двух или нескольких когерентных волн, между которыми наблюдается интерференция, имеет место, по существу, во всяком оптическом процессе. Распространение света через любое вещество, преломление света на границе двух сред, его отражение и т. д. суть такого рода процессы. Распространение света в веществе состоит в воздействии световой электромагнитной волны на электроны (и ионы), из которых построено вещество. Под действием световой волны эти заряженные частицы приходят в колебание и начинают излучать вторичные электромагнитные волны того же периода, что и падающий свет. Так как движение соседних зарядов обуславливается действием одной и той же световой волны, то эти вторичные волны связаны между собой по фазе, т. е. являются *когерентными*. Они интерферируют между собой, и эта интерференция позволяет объяснить явления отражения, преломления, дисперсии, рассеяния света и т. д. Мы познакомимся в дальнейшем с объяснением перечисленных явлений с указанной точки зрения. В настоящем же параграфе мы остановимся на одном частном случае из описанного ряда явлений.

Прежде всего заметим, что если в вакууме скорость волны  $c$  и длина ее  $\lambda_0$ , то для среды с показателем преломления  $n$  имеем соответственно  $v = \frac{c}{n}$  и  $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$ . В соответствии с этим, если одна волна проходит путь  $d_1$  в одной среде ( $n_1$ ) и путь  $d_2$  во второй среде ( $n_2$ ), то возникающая разность фаз  $\psi$  выразится так:

$$\psi = 2\pi \left( \frac{d_2}{\lambda_2} - \frac{d_1}{\lambda_1} \right) = 2\pi \frac{n_2 d_2 - n_1 d_1}{\lambda_0}.$$

Произведение показателя преломления на длину пути называется *оптической длиной* пути; вводя обозначение  $n_1 d_1 = (d_1)$ , мы можем написать выражение разности фаз в виде

$$\psi = 2\pi \frac{(d_2) - (d_1)}{\lambda_0}. \quad (20.1)$$

Если  $(d_1) = (d_2)$ , то  $\psi = 0$ ; таким образом, два пути световых лучей будут оптически эквивалентны друг другу, т. е. не внесут никакой разности фаз, если их оптические длины равны между собой. Такие пути называются часто *таутохронными*, т. е. совпадающими по времени, ибо свет по этим не равным по геометрической длине путям распространяется в одно и то же время. Условию таутохронизма удовлетворяют, в частности, все пути лучей, проходящих через какую-либо оптическую систему, например линзу, и дающих изобра-

жение  $S'$  источника  $S$ . Действительно, если бы отдельные лучи не были таутохронными, то части световой волны, распространяющиеся по разным путям, обладали бы некоторой разностью фаз и взаимно ослабляли бы друг друга при встрече в  $S'$ . Возможность получения интенсивного максимума в  $S'$ , который и есть изображение источника  $S$ , обуславливается взаимным усилением отдельных частей волны, пришедших в точку  $S'$  без разности фаз (по таутохронным путям). Пути, ведущие от  $S$  ко всякой другой точке пространства, не будут оптически равными, и во всех иных точках, кроме  $S'$ , взаимная интерференция поведет к ослаблению света. Таким образом, полученные изображения в линзе есть *интерференционный эффект*. Мы видим, следовательно, что линза не вносит разности хода между отдельными лучами, образующими изображение. Это относится и к любой оптической системе, дающей *изображение* источника.

Рис. 44 поясняет, каким образом пути лучей, идущих через середину и край линзы, могут быть таутохронными. Хотя геометрически путь  $SABS'$  короче пути  $SMNS'$ , но часть, приходящаяся на путь внутри линзы, соответственно больше ( $AB > MN$ ). Так как скорость света в материале линзы меньше, чем в воздухе, то запаздывание на участке  $AB$  компенсирует опережение на участках  $SA$  и  $BS'$  по сравнению с соответствующими участками пути  $SM$  и  $NS'$ . Условие таутохронизма есть

$$SA + nAB + BS' = SM + nMN + NS',$$

где  $n = \frac{n_2}{n_1}$  — относительный показатель преломления материала линзы.

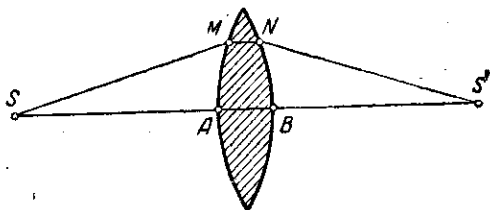


Рис. 44. Таутохронизм линзы.

## § 21. Интерференция немонохроматических лучей

Как уже упоминалось в § 15, интерференция немонохроматического света приводит к сложной картине, состоящей из совокупности максимумов и минимумов, соответствующих разным  $\lambda$ . Если  $\lambda$  имеет все возможные значения, то согласно формуле  $h = m \frac{D\lambda}{2l}$  *любой* точке экрана ( $h$ ) будет соответствовать большая или меньшая интенсивность какой-нибудь длины волны. Следовательно, в любой части экрана имеется значительная освещенность. Если бы в нашем источнике различные длины волн были представлены с одинаковой интенсивностью и приемное устройство было одинаково чувствительно ко всем длинам волн (например, идеально панхроматическая

фотопластинка), то мы не могли бы обнаружить никаких следов интерференционной картины.

Для того чтобы такое обнаружение было возможно, необходимо, чтобы разнообразие длин волн было ограничено и не превышало некоторого спектрального интервала заключенного между  $\lambda$  и  $\lambda + \Delta\lambda$ . Пользуясь формулой  $n = m \frac{D\lambda}{2l}$ , легко найти  $\Delta\lambda$ . Действительно, интерференция не будет наблюдаться, если максимум  $m$ -го порядка для  $(\lambda + \Delta\lambda)$  совпадает с максимумом  $(m + 1)$ -го порядка для  $\lambda$ .

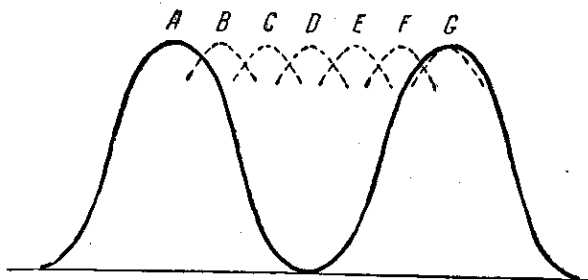


Рис. 45. Распределение максимумов интерференции немонохроматических лучей (от  $\lambda$  до  $\lambda + \Delta\lambda$ ). Сплошная кривая выражает распределение освещенности для длины волн  $\lambda$ , причем  $A$  — максимум  $m$ -го порядка,  $G$  — максимум  $(m + 1)$ -го порядка,  $B, C, D, \dots$  — максимумы  $m$ -го порядка для длин волн в интервале от  $\lambda$  до  $\lambda + \Delta\lambda$ .

В этих условиях весь провал между соседними максимумами будет заполнен максимумами неотличимых длин волн нашего интервала (рис. 45). Итак, условие неразличимости интерференционной картины есть

$$(m + 1)\lambda = m(\lambda + \Delta\lambda),$$

т. е.

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{m},$$

где  $m$  — целое число.

Другими словами, чем выше порядок интерференции ( $m$ ), тем уже должен быть спектральный интервал, при котором еще возможно наблюдение интерференции. Наоборот, чем менее монохроматичен свет, тем более низкие порядки интерференции доступны наблюдению.

Монохроматизацию света можно осуществить с помощью светофильтра или спектрального аппарата. При этом, конечно, безразлично, стоит ли монохроматизирующее приспособление *перед* интерферометром или *после* него. В первом случае мы уменьшаем спектральный интервал ( $\Delta\lambda$ ) интерферирующего света. Во втором мы с помощью монохроматора устраним из полученной интерференционной картины мешающие волны, так что на приемник (глаз, фотопластинка) падает

уже упрощенная и различимая интерференционная картина. Роль такого «монокроматора» может играть и непосредственно наш глаз благодаря его избирательной способности к различению цветов: при наблюдении глазом мы легко различаем максимум одного цвета от максимумов другого. Однако эта способность к различению у нашего глаза также ограничена, хотя и превосходит большинство физических приемников (фотоэлемент, фотопластинку и тем более вполне нейтральный термоэлемент). Особенно затруднительно для глаза различение оттенков при наличии непрерывного перехода. При этих условиях глаз вряд ли способен обнаружить различие, если  $\lambda$  меняется менее чем на несколько десятков (сотню) ангстрем\*). Вооружив глаз узким светофильтром или спектроскопом, мы получаем возможность наблюдать интерференцию при более высокой разности хода.

## ГЛАВА V СТОЯЧИЕ ВОЛНЫ

### § 22. Образование стоячих волн

Как было указано выше, необходимым условием получения устойчивой интерференционной картины является наличие двух накладывающихся когерентных волн. Метод получения двух когерентных волн, указанный Френелем, состоит в расщеплении каким-либо приемом падающей волны на две. Простой прием наложения двух когерентных волн, ведущий к весьма интересному и важному случаю интерференции, состоит в отражении волны, падающей нормально на стенку; отраженная волна при этом распространяется через те же участки среды, двигаясь в обратном направлении. Получающаяся при этом интерференционная картина зависит от соотношения фаз обеих волн (падающей и отраженной). Условия интерференции между падающей и отраженной волнами сходны для волн любых типов. Они подробно рассматриваются в курсах механики и акустики. Существенным является то обстоятельство, что в процессе отражения должно иметь место изменение фазы волны. Поэтому, если уравнение падающей волны есть

$$s_1 = a \sin(\omega t - kx), \quad (22.1)$$

то для волны, отраженной в точке  $x = 0$ , имеем:

$$s_2 = a \sin(\omega t + kx + \delta), \quad (22.2)$$

---

\*) Рэлей утверждал, что он способен различать оттенки, соответствующие двум компонентам желтой линии натрия, отличающимся на 6 Å. Это, по-видимому, предельная чувствительность глаза к оттенкам, проявляющаяся при одновременном наблюдении двух близких, но *дискретных* спектральных участков. При наблюдении сплошной совокупности различение цветов гораздо труднее.

где, как обычно,  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  и  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ . Перемена знака при  $x$  соответствует изменению *направления* распространения, а  $\delta$  означает изменение фазы при отражении. Результирующая волна имеет вид

$$s = s_1 + s_2 = 2a \cos\left(kx + \frac{\delta}{2}\right) \sin\left(\omega t + \frac{\delta}{2}\right). \quad (22.3)$$

Формула (22.3) показывает, что амплитуда колебаний равна  $2a \cos\left(kx + \frac{\delta}{2}\right)$ , т. е. различна для различных точек среды, меняясь от точки к точке по простому гармоническому закону. Член же, выражающий периодическое изменение во времени,  $\sin\left(\omega t + \frac{\delta}{2}\right)$ , не зависит от координаты, т. е. *колебание всех точек среды совершается с одинаковой фазой*.

Такого типа волны, все точки которых имеют одинаковую фазу, но амплитуды которых меняются периодически от точки к точке, называются *стоячими волнами* \*).

Из формулы (22.3) следует, что в стоячей волне имеется ряд точек, которым соответствует амплитуда, равная нулю. Эти точки определяются из условия  $kx + \frac{\delta}{2} = n \frac{\pi}{2}$ , где  $n = 1, 3, 5, \dots$  — нечетные числа. Точки эти расположены, очевидно, на расстоянии полуволны одна от другой и называются узловыми точками или *узлами* стоячей волны. Посредине между ними расположены места, соответствующие максимальным значениям амплитуды, а именно, значениям  $2a$ . Эти точки называются *пучностями*. Они определяются из условия  $kx + \frac{\delta}{2} = n \frac{\pi}{2}$ , где  $n = 0, 2, 4, \dots$  — четные числа. Что же касается величины  $\delta$ , определяющей изменение фазы при отражении, то необходимо иметь в виду следующее обстоятельство. Бегущая волна (электромагнитная, упругая и т. д.) представляет собой совокупность двух волн, соответствующих двум частям, из которых складывается

\*) То обстоятельство, что амплитуда выражается гармонической функцией

$$2a \cos\left(kx + \frac{\delta}{2}\right) = 2a \cos\left(2\pi \frac{x}{\lambda} + \frac{\delta}{2}\right),$$

показывает, что *знак* амплитуды остается неизменным в пределах полуволны и меняется на противоположный при изменении  $x$  на  $\frac{\lambda}{2}$ , т. е. при переходе от одной полуволны к другой. Другими словами, когда в пределах одной полуволны все  $s$  положительны, то в пределах соседней они отрицательны. Если бы мы пожелали считать амплитуду существенно положительной величиной, как это обычно делается, то указанное обстоятельство можно было бы выразить утверждением, что фаза колебания остается постоянной в пределах полуволны и меняется на  $\pi$  при переходе от одной полуволны к другой. Эту новую формулировку можно также рассматривать как определенное обстоятельство.



энергия распространяющейся волны (энергия электрическая и магнитная, потенциальная и кинетическая). В бегущей электромагнитной волне направления обоих векторов ( $E$  и  $H$ ) для каждого момента связаны определенным образом с направлением распространения ( $v$ ), образуя правовинтовую систему (см. рис. 6). Необходимым условием отражения, т. е. изменения направления распространения на противоположное, является возникновение между обоими векторами разности фаз в  $\pm\pi$ . Действительно, ведь в бегущей волне, образовавшейся в результате отражения, векторы  $E$ ,  $H$  и  $v$  вновь должны образовывать правовинтовую систему; а так как при этом изменилось направление  $v$ , то один из векторов  $E$  или  $H$  также должен скачком переменить направление по сравнению со вторым вектором, т. е. получить добавочное изменение фазы на  $\pi$ , или, как говорят, испытать потерю полуволны. В зависимости от условий на границе, где происходит отражение, эта потеря будет иметь место для того или другого вектора. Мы подробнее рассмотрим этот вопрос для электромагнитных (световых) волн в гл. XXII, пока же ограничимся лишь указанием, что для электромагнитных волн  $\delta = 0$  для магнитного вектора и  $\delta = \pi$  для электрического вектора, если диэлектрическая постоянная второй среды  $\epsilon_2$  больше, чем диэлектрическая постоянная первой  $\epsilon_1$ , т. е. если  $\epsilon_2 > \epsilon_1$ . Наоборот, при  $\epsilon_2 < \epsilon_1$  отражение сопровождается потерей полуволны для магнитного вектора, а электрический сохраняет свою фазу неизменной (рис. 46).

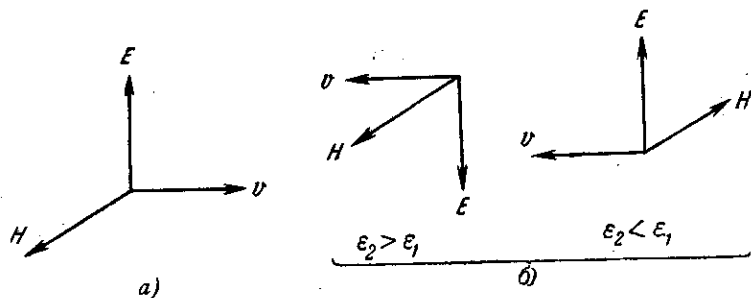


Рис. 46. Расположение векторов  $E$ ,  $H$  и  $v$  в падающей (а) и в отраженной (б) волне.

Это различие в  $\delta$  ведет к тому, что узлы одного из векторов совпадают с пучностями другого, как это показано на рис. 47.

Из рассмотрения члена  $\sin\left(\omega t + \frac{\delta}{2}\right)$  нетрудно видеть, что моменты прохождения через максимум вектора  $E$  и вектора  $H$  также отличаются друг от друга на четверть периода.

Эти особенности стоячей волны приводят к тому, что в ней мы не имеем непрерывного движения энергии в направлении распространения волны, как в волнах проходящих; энергия стоячей волны

локализована, переходя от области пучности  $E$  (где она имеет форму электрической) к области пучности  $H$  (т. е. обращаясь в магнитную) и обратно. Таким образом, вместо течения энергии мы имеем дело с колебаниями ее, сопровождающими переход энергии из одной формы в другую. Это обстоятельство и повело к образованию термина «стоячая волна».

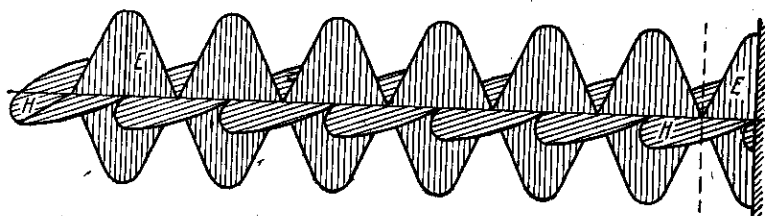


Рис. 47. Стоячая электромагнитная волна: узлы и пучности вектора  $E$  сдвинуты на четверть волны по отношению к узлам и пучностям вектора  $H$ .

Явление стоячих волн можно, конечно, наблюдать не только при отражении волн, но всякий раз, когда навстречу друг другу идут две когерентные волны одинаковой амплитуды. Простейший практический прием реализации этого условия есть отражение волны.

### § 23. Световые стоячие волны. Опыты Винера

Из изложенного выше следует, что в зависимости от условий опыта можно заранее предвидеть, где расположатся узлы электрической и магнитной сил. Этим обстоятельством можно воспользоваться, чтобы на опыте решить вопрос о том, какой из двух векторов, составляющих световую волну, электрический или магнитный, производит непосредственное действие на большинство приборов, предназначенных для обнаружения светового действия (глаз, фотографическую пластинку, флуоресцирующий экран, фотоэлемент и т. д.).

Соответствующий опыт для исследования действия на фотографическую эмульсию был выполнен Винером (1890 г.). Идею Винера легко понять, вообразив следующий опыт. Представим себе слой фотографической эмульсии, налитой на зеркальную металлическую поверхность. Падающий нормально на зеркало сквозь эмульсию монохроматический (приблизительно) свет отражается от металлического зеркала и дает систему стоячих волн, причем ближайший к зеркалу (первый) узел электрической силы расположится на поверхности зеркала, ибо в случае отражения от металла меняет фазу электрический вектор; первый узел магнитной силы расположится на расстоянии в четверть световой волны от нее. В толще фотографической эмульсии поле световой волны будет представлено системой

узлов и пучностей электрической и магнитной сил с соответствующими переходами от узлов к пучностям.

Фотографическое действие связано с воздействием электромагнитных сил на бромистое серебро, представляющее собой светочувствительную компоненту фотографической эмульсии. В соответствии со сложным характером распределения сил и разложение бромистого серебра должно произойти слоями: максимум разложения (почернения пластинки) должен приходиться на слой, соответствующие максимальным значениям сил. При этом, если фотографическое действие вызывается электрическим вектором, то, очевидно, на поверхности зеркала разложения бромистого серебра не должно быть и первый черный слой должен образоваться на расстоянии четверти волны от поверхности зеркала и далее через каждые полволны. Если же определяющую роль играет магнитная сила, то первый слой выделившегося серебра должен лежать в области первой пучности магнитной силы, т. е. на поверхности зеркала.

Опыт должен состоять в установлении распределения слоев выделившегося серебра в толще эмульсии. Трудность этого наблюдения, связанную с малыми расстояниями между пучностями и узлами, Винер обошел, применив прием «малого наклона», впервые указанный Ньютоном (см. § 28). Система стоячих волн получалась Винером

в воздухе при отражении монохроматического света от металлического зеркала. На рис. 48, представляющем схематическое расположение подобного опыта, показано положение очень тонкого (около  $\frac{1}{20}\lambda$ ) светочувствительного слоя, образующего малый угол  $\varphi$  с поверхностью зеркала  $MM$ . Стекла́нная пластинка, на которую нанесен светочувствительный слой, не показана на чертеже. Светочувствительный слой пересекается с плоскостями пучностей той или иной силы по параллельным прямым, след от которых изображен на нашем рисунке в виде черных пятен. Расстояние  $AB$  между этими прямыми по поверхности пластинки равно, очевидно,

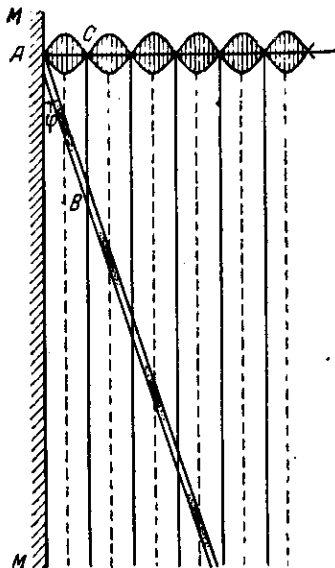


Рис. 48. Схема опыта Винера: выделение серебра происходит в пучностях вектора  $E$ .

$$AB = \frac{AC}{\sin \varphi} = \frac{\lambda}{2} \cdot$$

Если  $\varphi$  достаточно мало, то расстояние между местами почернения становится достаточно большим. В опытах Винера  $\varphi$  делалось около  $1'$ , так что  $AB \approx 1-2$  мм. При этих условиях можно заметить, что первая темная полоса не совпадает с зеркалом, а отстоит от него на четверть волны\*). Рис. 49 воспроизводит одну из фотографий Винера.

Опыт Винера, давая первое осуществление стоячих световых волн, показал также, что фотографическое действие световой волны связано с ее электрическим вектором. Позднее Друде и Нернст (1892 г.) повторили опыт Винера, заменив фотографический слой тонкой пленкой флуоресцирующего вещества, и также обнаружили, что максимум



Рис. 49. Воспроизведение одной из фотографий Винера.

действия лежит в областях пучностей электрической силы. Аналогичный опыт с фотоэлектрическим слоем был осуществлен Айвсом (1933 г.); и в этом случае, как и следовало ожидать, эффект вызывался электрическим вектором.

Результаты всех описанных и аналогичных опытов легко понять с точки зрения электронных представлений. Существенную часть атома любого вещества представляют собой электроны. Большинство процессов, наблюдаемых в веществе под действием света, связано с воздействием на эти электроны: при явлениях фотоэффекта имеет место вырывание электронов из освещаемого металла; при флуоресценции или фотохимических процессах (фотография, зрение) — возбуждение атомов и молекул или их ионизация, т. е. также воздействие на электроны, входящие в состав этих атомов и молекул. Так как электроны представляют собой электрические заряды, то сила, действующая на них, определяется в первую очередь электрическим полем, т. е. электрическим вектором электромагнитной волны. Магнитный вектор играет лишь второстепенную роль, и действие его непосредственно почти не сказывается.

В соответствии с изложенным электрический вектор электромагнитной волны нередко называют *световым* вектором. Когда говорят, что световая волна потеряла при отражении полуволны, то имеют в виду именно потерю полуволны световым (электрическим) вектором. Такая потеря имеет, например, место при отражении света, падающего нормально на границу воздух — стекло. Наоборот, на границе стекло — воздух световой (электрический) вектор не испытывает потери полуволны и образование стоячих волн происходит вследствие потери полуволны магнитным вектором.

\*) Точные определения положения темных полос делались по методу колец Ньютона (см. § 28).

## § 24. Фотография в натуральных цветах

Пользуясь явлением образования стоячих волн внутри фотографической эмульсии, Липпман (1891 г.) предложил следующий метод фотографирования в натуральных цветах. Пластина с толстым слоем эмульсии располагается так, что эмульсия касается поверхности ртутного зеркала. Изображение спектра бросается нормально на пластинку, свет отражается от зеркала и образуются стоячие волны, причем в пучностях электрической силы происходит максимальное разложение бромистого серебра (рис. 50 — схема опыта, рис. 51 — разрез эмульсии). Таким образом, вся толща эмульсии после обработки оказывается разбитой на ряд слоев тончайшими прослойками из металлического серебра, расстояние между которыми равно полуволне того цвета, который действовал на данное место пластинки.

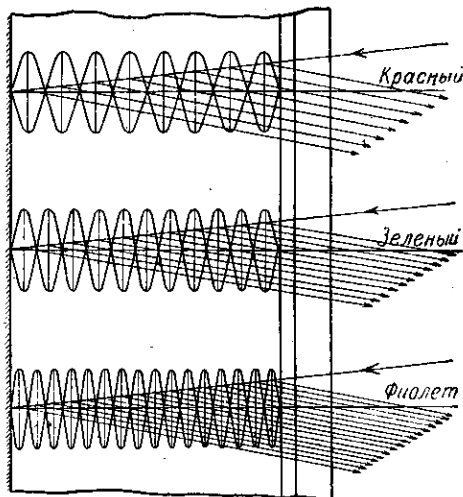


Рис. 50. Схема, поясняющая метод цветной фотографии Липпмана.

Будем теперь рассматривать обработанную таким образом пластинку, бросив на нее белый свет под тем же углом, под которым велось освещение.

От первой тонкой прослойки серебра отразится небольшое количество света; большая же часть его проникнет дальше, отразится частично от второй, третьей и т. д. прослоек. Разность хода между всеми отраженными от разных прослоек пучками будет равна двойному расстоянию между прослойками; она равна  $\lambda_1$  для той области, где прослойки разделены расстоя-

ниями  $\frac{\lambda_1}{2}$ , т. е. где при обработке действовал свет длины волны  $\lambda_1$ . Интерферируя между собой, пучки, отраженные от этой области, дадут макси-

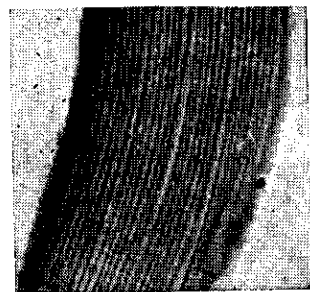


Рис. 51. Разрез эмульсии, обработанной по методу Липпмана.

мум для света с длиной волны  $\lambda_1$ . Наоборот, для всякого другого сорта волн ( $\lambda$ ) найдется такое число слоев  $m$ , которое даст

разность хода, равную *нечетному* кратному полуволны  $\frac{\lambda}{2}$ . Соответствующее  $m$  определится из условия  $m\lambda_1 = (2p + 1)\frac{\lambda}{2}$ . Таким образом, луч длины волны  $\lambda$ , отраженный от первого слоя, будет ослаблен лучом, отраженным от  $(m + 1)$ -го слоя; луч, отраженный от второго слоя, нейтрализуется лучом, отраженным от  $(m + 2)$ -го слоя, и т. д. Следовательно, в отраженном свете этот цвет  $\lambda$  будет более или менее исключен. Итак, препарированная по указанному методу пластинка приобретает способность избирательного отражения световых лучей и в отраженном свете будет давать то распределение цветов, которое было применено при ее приготовлении; пластинка дает возможность видеть в отраженном свете изображение в натуральных цветах. Механизм действия пластинки становится особенно ясным, если рассмотреть процесс отражения по методу § 52.

Современное техническое развитие цветной фотографии пошло по иному пути. В нем используется принцип светофильтров, для чего в эмульсию фотопластинки вводятся соответствующие красящие пигменты.

## ГЛАВА VI

### ЛОКАЛИЗАЦИЯ ПОЛОС ИНТЕРФЕРЕНЦИИ

#### § 25. Цвета тонких пластинок

Как было выяснено в § 17, резкие интерференционные картины будут иметь место лишь при точечных источниках. В этом случае при любом положении экрана, пересекающего систему поверхностей максимумов и минимумов, мы будем иметь отчетливую картину интерференционных полос, которые, таким образом, не имеют определенной области локализации и могут считаться *локализованными всюду*. Однако необходимое для этого условие точечности источника осуществляется лишь приближенно, а во многих случаях и совсем не выполняется. Особенно часто нам приходится иметь дело с протяженным источником при явлениях интерференции, наблюдаемых в естественных условиях, когда источником света служит участок неба, т. е. рассеянный дневной свет. Наиболее часто встречающийся и весьма важный случай подобного рода имеет место при освещении тонких прозрачных пленок, когда необходимое для возникновения двух когерентных пучков расщепление световой волны происходит вследствие отражения света на передней и задней поверхностях пленки.

Явление это, известное под названием *цветов тонких пластинок*, легко наблюдается на мыльных пленках (мыльных пузырях), на тончайших пленках масла (нефти), плавающих на поверхности воды

(например, около судов), на пленках прозрачных окислов, нередко наблюдаемых на поверхности старых стекол или на металлах (при закалке полированных стальных изделий — так называемые цвета побежалости), и т. д.

Когда на такую пленку падает свет (длина волны  $\lambda$ ), то он частично отражается от ее поверхности, частично проходит внутрь и вновь отражается от второй поверхности. Таким образом может осуществиться встреча двух когерентных волн с некоторой разностью хода. Часть волны идет по пути  $SADCO$  (рис. 52), другая — по пути  $SCO$ . В зависимости от разности фаз, приобретенных этими волнами, они дают в направлении  $CO$  тот или иной интерференционный эффект.

Разность хода, обусловленная запозданием одной из двух волн в толще такой пленки, может быть вычислена без труда. Лучи  $SA$  и  $SC$  на рис. 52, исходящие из какой-то точки источника, близки к параллельным, ибо размеры  $AC$  для тонкой пленки очень малы по сравнению с расстоянием от источника. Следовательно,

$$\Delta = (ADC) - (BC) = n \cdot 2AD - n'BC.$$

Здесь  $(ADC)$  и  $(BC)$  — оптические длины путей, а  $n$  и  $n'$  — показатели преломления пластинки и окружающей среды; очевидно,

$$BC = AC \sin i = 2AR \sin i = 2h \operatorname{tg} r \sin i,$$

где  $h = RD$  — толщина пластинки,  $i$  — угол падения и  $r$  — угол преломления. В соответствии с этим мы имеем:

$$AD = \frac{h}{\cos r} \quad \text{и} \quad n' \sin i = n \sin r.$$

Итак,

$$\Delta = \frac{2nh}{\cos r} - 2hn' \operatorname{tg} r \sin i = \frac{2hn}{\cos r} (1 - \sin^2 r) = 2hn \cos r. \quad (25.1)$$

В зависимости от  $h$ ,  $n$  и  $r$  мы получим в рассматриваемом направлении взаимное усиление или ослабление обоих интерферирующих лучей. Как указано выше, угол между лучами  $SA$  и  $SC$  очень мал, т. е. апертура интерференции весьма незначительна. В соответствии с условием (17.1) это означает, что при наблюдении интерференции

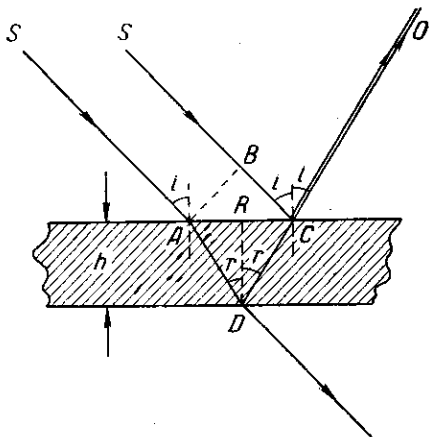


Рис. 52. Образование разности хода при отражении от передней и задней поверхностей пленки.

в тонких пленках можно пользоваться протяженным источником света. К этому вопросу мы еще вернемся в следующем параграфе.

Мы рассматриваем взаимную интерференцию двух лучей, хотя в действительности имеет место многократное отражение от каждой из поверхностей. В обычных условиях (пленка жидкости или стекла) эти повторные отражения дают очень мало света (при каждом отражении ослабление происходит примерно в 20 раз) и их можно не принимать в расчет. Но в некоторых случаях значение последующих отражений может быть весьма существенно, и, не учитывая его, мы рискуем впасть в грубую ошибку.

Однако к найденной разности хода необходимо добавить поправку. Обычно тонкая пластинка представляет собой тонкий слой какого-либо вещества (стекло, жидкость), окруженный с двух сторон воздухом. В таком случае волна в точке  $C$  испытывает отражение на границе воздух — среда, а в точке  $D$  — на границе среда — воздух. Как мы видели в § 22, различие в условиях отражения ведет к тому, что на одной из границ отражения теряется полволны (изменяется фаза на  $\pi$ ), на другой — нет. В рассматриваемом случае волна электрического вектора меняет фазу на верхней границе и не меняет ее на нижней, а волна магнитного вектора — наоборот (в случае слоя воздуха между двумя пластинками стекла имело бы место обратное). В любом случае один из векторов получает дополнительную разность фаз  $\pi$ , т. е. разность хода, вычисленная выше, изменится на  $\frac{\lambda}{2}$  и станет равной

$$\Delta = 2hn \cos r + \frac{\lambda}{2}.$$

В соответствии с этим положение максимумов и минимумов в интерференционной картине будет смещено на полполосы по сравнению с ожидаемым на основании вышеприведенного подсчета. Добавление  $\frac{\lambda}{2}$  к нашей формуле ничего не изменяет принципиально в наших рассуждениях о действии тонкой пластинки. Оно может и не иметь места, если тонкая пластинка окружена сверху и снизу разными веществами, подобранными соответствующим образом (например, пленка воды на поверхности стекла). Поэтому в дальнейших рассуждениях мы будем почти всегда опускать добавочный член  $\frac{\lambda}{2}$  и выражать разность хода через  $2hn \cos r$ . Для определения же положения максимумов и минимумов надо всегда иметь в виду возможность добавочной разности хода, которая обусловлена различием в условиях отражения.

Итак, при освещении тонкой пластинки монохроматическим светом мы должны ожидать, что от разных участков ее по разным направлениям будет отражаться больше или меньше света в зависимости от величины  $n$ ,  $h$  и  $r$  и длины волны  $\lambda$ .



Условие максимума и минимума отражения (без учета возможной потери полуволны) есть

$$2hn \cos r = k \frac{\lambda}{2}, \quad (25.2)$$

где  $k$  — целое число, причем четные значения  $k$  соответствуют максимумам, а нечетные — минимумам.

В случае освещения белым светом отраженный свет будет в зависимости от  $n$ ,  $h$  и  $r$  иметь ту или иную окраску.

### § 26. Локализация интерференционной картины (полосы равной толщины)

В § 25 уже упоминалось, что при наблюдении интерференции в тонких пластинках можно пользоваться протяженным источником, что обыкновенно и имеет место при наблюдениях в обычных условиях (например, пленки на поверхности воды). Результат будет существенно зависеть от условий наблюдения.

Представим себе, что для наблюдения мы собираем отраженные лучи при помощи линзы и проецируем их на экран. Если расположение линзы и экрана выбрано таким образом, что на экране получается изображение нашей светящейся поверхности (источника света), то интерференционной картины на нем мы не обнаружим. Действительно, изображение каждого участка источника получается при помощи широких пучков лучей; крайние из этих лучей для двух точек

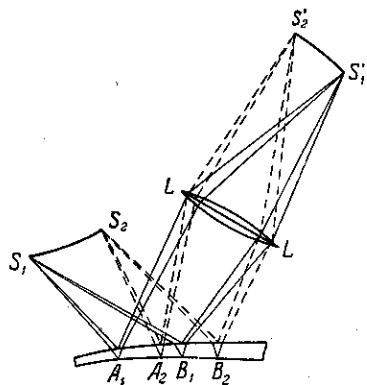


Рис. 53. К вопросу о локализации полос интерференции. На экран проектируется изображение источника: интерференционных полос не наблюдается.

источника  $S_1$  и  $S_2$  изображены на рис. 53. Каждый из таких пучков представляет совокупность лучей, отраженных от *различных* участков пленки, т. е. соответствует различным значениям  $r$  и  $h$ . Так как толщина пленки весьма прихотливо меняется от точки к точке, то, очевидно, различные элементы наших широких пучков будут соответствовать всевозможным значениям выражения  $2hn \cos r$ , так что интерференционный эффект, обусловленный одним элементом широкого пучка, компенсируется действием другого элемента; в результате изображение источника не будет носить следов интерференции, оставаясь равномерно окрашенным в случае монохроматического света или белым в случае белого света.

Но если линза расположена таким образом, что на экран проектируется изображение *самой пленки*, то дело меняется (рис. 54). Каждый участок пленки изображается на экране при помощи широкого пучка, собираемого линзой, но в этом случае отдельные элементы этого пучка образованы лучами, идущими от разных участков нашего источника и отраженными *в одном и том же месте пленки*. Поэтому для всех пар, на которые разбиваются лучи этого пучка благодаря отражению,  $h$  будет одно и то же.

Конечно, при очень большом разнообразии  $r$  условие

$$2hn \cos r = k \frac{\lambda}{2}$$

для разных лучей давало бы различную разность хода и наблюдение интерференции стало бы невозможным. Однако различие в  $r$  не столь значительно, ибо источник обычно удален от пленки, и поэтому условия наблюдения интерференции выполняются очень хорошо. Таким образом, при указанном способе наблюдения (наводка на по-

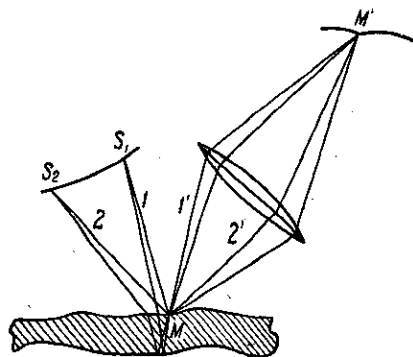


Рис. 54. К вопросу о локализации полос интерференции. На экран проектируется изображение пленки: наблюдаются интерференционные полосы (полосы равной толщины).

*верхность пленки*) пленка будет испещрена темными и светлыми полосами в случае монохроматического света или цветными полосами в случае белого света. Очевидно, для всех точек пленки, для которых  $h$  имеет одно и то же значение, условия образования максимума или минимума одинаковы (различия в  $r$ , как уже упоминалось, незначительны).

Следовательно, линии максимумов и минимумов проходят по точкам, соответствующим равной толщине пленки, и поэтому называются *полосами*, или *линиями, равной толщины*. Так как эти линии ясно выражены только при рассмотрении самой поверхности пленки или вообще тонкой пластинки (они представляются как нарисованные на поверхности пластинки), то их надо считать *локализованными на поверхности пластинки*. Локализация этих линий превосходно наблюдается на пластинке, осуществленной в виде тонкой пленки из застывшего коллодия: все причудливые неровности такой поверхности, потоки и пузырьки при освещении белым светом выступают в виде красивых пестрых деталей, когда мы фиксируем поверхность пленки. Если тонкая пластинка имеет форму клина, то, как легко видеть, полосы равной толщины представляют ряд прямых, параллельных ребру клина. Нетрудно наблюдать подобную картину, если осуществить тонкую пластинку в виде мыльной пленки, натянутой на вертикально расположенный

маркас: под действием силы тяжести пленка принимает вид клина и полосы равной толщины вырисовываются на поверхности пленки в виде горизонтальных прямых, слегка искаженных местными дефектами пленки.

Изложенное относительно способа наблюдения интерференции в тонкой пластинке при помощи линзы верно и при наблюдении при помощи другой оптической системы, например трубы или просто невооруженным глазом. Следует только иметь в виду, что, например, при наблюдении глазом мы используем обычно гораздо более узкие пучки, чем при проектировании при помощи линзы (диаметр человеческого зрачка — около 3—5 мм). Это означает, что работает не большой участок источника, поэтому локализация полос на поверхности пластинки не так отчетливо выражена: мы наблюдаем интерференционную картину и при не очень строгой аккомодации на пленку.

### § 27. Допустимая толщина пленок

Из соотношения  $\Delta\lambda = \frac{\lambda}{m}$  (см. § 21) следует, что интерференционные картины в белом свете могут наблюдаться только в очень тонких пленках. Действительно, при наблюдении глазом мы сможем различать цвета, разделенные интервалом  $\Delta\lambda \approx 100 \text{ \AA}$  (ср. § 21). Следовательно, допустимый порядок интерференции не может превышать  $m = 50$  (считая среднюю длину волны в белом свете  $5000 \text{ \AA}$ ). Из соотношения  $2hn \cos r = m\lambda$  получаем для стеклянной пленки ( $n = 1,5$ ) при нормальном падении ( $\cos r = 1$ ), что  $h = 8 \mu$ . Примерно те же значения получаются для мыльных пленок ( $n = 1,33$ ).

Таким образом, при наблюдении в белом свете допустимая толщина пленок не превосходит нескольких микронов. При освещении почти монохроматическими линиями ртутной лампы ( $\Delta\lambda \approx 0,1 \text{ \AA}$ ) можно наблюдать интерференционные полосы в пленках, примерно в 1000 раз более толстых.

### § 28. Кольца Ньютона

Особый исторический интерес представляет случай интерференции в тонкой пластинке, известный под именем *колец Ньютона*. Этот случай наблюдается, когда выпуклая поверхность линзы малой кривизны соприкасается в некоторой точке с плоской поверхностью хорошо отполированной пластинки, так что остающаяся между ними воздушная прослойка постепенно утолщается от точки соприкосновения к краям. Если на систему (приблизительно нормально к поверхности пластинки) падает пучок монохроматического света, то

световые волны, отраженные от верхней и нижней границ этой воздушной прослойки, будут интерферировать между собой. При этом получается следующая картина: в точке соприкосновения — черное пятно; оно окружено рядом концентрических светлых и черных колец убывающей ширины\*).

Нетрудно рассчитать размеры и положение колец Ньютона, предполагая, что свет падает нормально к поверхности пластинки, так что разность хода, обусловленная толщиной прослойки  $\delta$ , равна  $2\delta n$ , где  $n$  — показатель преломления прослойки. В случае воздуха  $n$  можно считать равным единице. Толщина  $\delta_m$ , соответствующая  $m$ -му кольцу, связана с радиусом этого кольца  $r_m$  и радиусом кривизны линзы  $R$  соотношением

$$\delta_m = \frac{r_m^2}{2R}$$

(см. упражнение 47).

Принимая во внимание различия в условиях отражения от верхней и нижней поверхностей прослойки (потеря полуволны), найдем условие образования  $m$ -го темного кольца

$$\Delta_m = 2\delta_m + \frac{\lambda}{2} = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (28.1)$$

или

$$\delta_m = m \frac{\lambda}{2}, \quad (28.2)$$

или

$$r_m = \sqrt{m\lambda R}, \quad (28.3)$$

где  $m$  — целое число. В частности,  $m = 0$  и  $r_m = 0$  соответствуют темноте (объяснение центрального темного пятна). Чем больше  $m$ , тем меньше различие ( $r_{m+1} - r_m$ ) между радиусами соседних колец,

\*) Объяснение образования колец во времена Ньютона представляло большие трудности. Гук видел причину образования колец в наличии двух отраженных лучков разной интенсивности. Ньютон подробно исследовал явление образования колец и установил зависимость размеров колец от кривизны линзы. Ньютону было ясно, что в указанном явлении проявляются свойства периодичности светового луча. В связи с этим он ввел понятие «о приступах легкого отражения и легкого прохождения», испытываемых световыми частицами. В этом понятии заключается попытка компромисса между волновыми и корпускулярными представлениями, характерная для воззрений Ньютона. Лишь много позднее (1802 г.) Юнг, введя понятие интерференции, дал объяснение явлению колец Ньютона. Юнг объяснил также наличие черного центрального пятна с помощью представления «о потере полуволны» вследствие различия условий отражения (исходя, конечно, из представления об упругих волнах) (1804 г.). Юнг подкрепил свое объяснение опытом, заполнив пространство между пластинкой из флинта ( $n_3$ ) и линзой из крона ( $n_1$ ) маслом с показателем преломления  $n_2$ , так что  $n_3 > n_2 > n_1$ , и получив вместо темного пятна светлое.

т. е. тем теснее кольца. Измерив  $r_m$  и зная  $m$  и  $R$ , можно из описанного опыта определить длину волны  $\lambda$ . Определения эти довольно точны и легко выполнимы.

Отчетливое наблюдение интерференции будет иметь место при малом  $\delta$  (тонкая пленка). Это обстоятельство не препятствует, однако, получению колец заметного радиуса, ибо  $r_m = \sqrt{2R\delta}$ , а  $R$  — радиус кривизны линзы — может быть взят значительным (обычно 100—200 см).

Нетрудно видеть, что условие, облегчающее наблюдение колец Ньютона, состоит в очень малом наклоне поверхности линзы к поверхности пластинки. Подобный прием был много лет спустя применен в опытах Винера. Как уже упоминалось в § 23, в одном из опытов, особенно отчетливо определяющих положение пучностей и узлов по отношению к поверхности пластинки, Винер пользовался расположением, данным Ньютоном, получив стоячие волны в пространстве между линзой и пластинкой и наблюдая следы пучностей в виде концентрических колец, подобных кольцам Ньютона.

Если падающий свет — монохроматический, то разным  $\lambda$  соответствуют разные  $r_m$ , т. е. вместо черных и светлых колец мы имеем систему цветных колец. Полагая в формуле (28.3)  $m = 1$ , найдем область цветов первого порядка, при  $m = 2$  — область второго порядка и т. д. Нетрудно видеть, что фиолетовый ( $\lambda = 4000 \text{ \AA}$ ) максимум второго порядка совпадает с темно-красным ( $\lambda = 8000 \text{ \AA}$ ) максимумом первого порядка; на красный максимум второго порядка накладывается фиолетовый максимум четвертого порядка и зеленый ( $\lambda = 5300 \text{ \AA}$ ) максимум третьего порядка и т. д. Так как, кроме того, каждое кольцо имеет заметную ширину, плавно переходя от максимума к минимуму, то даже в пределах первого порядка имеет место значительное наложение одних цветов на другие; в еще большей степени это имеет место у высших порядков. В результате этого наложения возникает своеобразное чередование оттенков, совершенно не напоминающее последовательности «радужных цветов».

Понятно, что в проходящем свете наблюдаются оттенки, дополнительные к оттенкам отраженной картины.

Приводим сокращенную таблицу (см. стр. 102) цветов колец Ньютона, наблюдаемых при нормальном падении.

При достаточно больших значениях  $m$  наложение цветных картин настолько сложно, что для глаза вся картина становится однородно белой в соответствии с изложенным в § 21. Рассматривая кольца Ньютона через хороший светофильтр или применяя небольшой спектроскоп, можно наблюдать картину и для сравнительно больших порядков интерференции, т. е. различать кольца при большом значении  $m$ .

## Последовательность цветов в кольцах Ньютона

Отраженный	Проходящий
1-й порядок	
Черный	Белый
Серо-синий	Коричнево-белый
Зелено-белый	Коричневый
Соломенно-желтый	Темно-фиолетовый
Ярко-желтый	Голубой
Коричнево-желтый	Серовато-голубой
Красновато-оранжевый	Голубовато-зеленый
Темно-красный	Желтовато-зеленый
2-й порядок	
Пурпуровый	Светло-зеленый
Небесно-голубой	Оранжевый
Светло-зеленый	Пурпуровый
Чисто-желтый	Цвета индиго
Темно-фиолетово-красный	Зеленый
3-й порядок	
Светло-синева-фиолетовый	Желтовато-зеленый
Зеленовато-голубой	Мясного цвета
Блестяще-зеленый	Фиолетовый
Карминово-красный	Чисто-зеленый
Фиолетово-серый	Желтовато-зеленый
и т. д.	

### § 29. Интерференция в плоско-параллельных пластинках. Линии равного наклона

Из условия  $\Delta = 2hn \cos r$  следует, что для плоско-параллельной пластинки ( $h$  — всюду одно и то же) разность хода зависит от угла наклона лучей. Если плоско-параллельную пластинку осветить монохроматическим пучком лучей, падающим на пластинку под *разными* углами (например, сходящимся пучком лучей), то каждому значению  $r$  будет соответствовать своя разность хода. Очевидно, что все лучи, соответствующие одному  $r$  и тому же значению  $r$ , т. е. имеющие одинаковый *наклон*, будут давать одну и ту же разность фаз. Таким образом, интерференционные максимумы и минимумы будут располагаться по направлениям, соответствующим одинаковому наклону лучей; поэтому они носят название *линий равного наклона*.

Рис. 55 показывает, что лучи 1 и 2, отразившись от верхней и нижней граней пластинки, будут параллельны между собой, ибо пластинка плоско-параллельна. В соответствии с этим явления интерференции будут наблюдаться только в месте их встречи, т. е. на достаточно большом расстоянии от пластинки (теоретически для идеальной пластинки — в бесконечности). Поэтому указанные интерференционные полосы *локализованы в бесконечности*; следовательно,

для наблюдения необходимо аккомодировать глаз на бесконечность или же собрать интерферирующие лучи при помощи линзы. Параллельные пучки 1 и 2 соединятся в фокусе  $O$  линзы  $L$ ; в это же место придут и всякие другие лучи, параллельные  $SA$ . Если в точку  $O$  поместить глаз наблюдателя, то вся поверхность плоско-параллельной пластинки будет для него освещена равномерно. Лучи, наклоненные под иным углом ( $S'A'$ ), дадут в фокальной плоскости линзы изображение в другой точке, в которой сойдутся, следовательно, лучи с иной разностью фаз, и глаз, помещенный в эту точку, увидит пластинку с иной освещенностью. На экране, помещенном в фокальной плоскости линзы  $L$ , изобразятся полосы равного наклона (кольца).

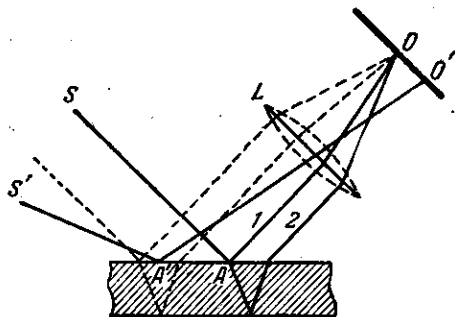


Рис. 55. К вопросу о локализации полос интерференции. На экран, расположенный в главной фокальной плоскости линзы  $L$ , проектируются линии равного наклона.

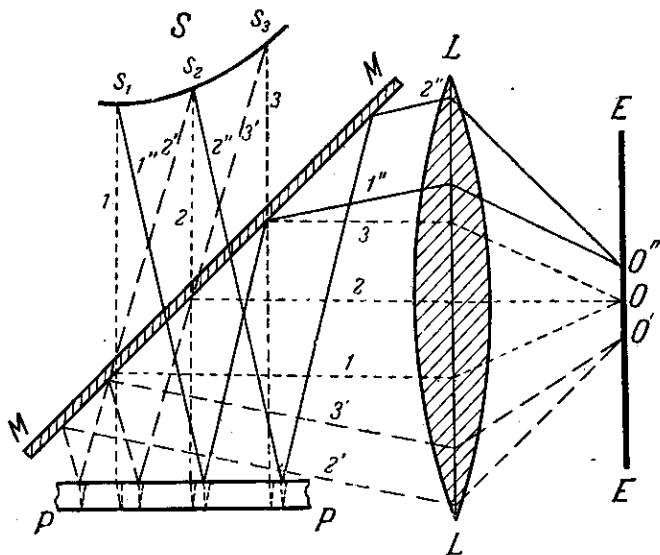


Рис. 56. Способ наблюдения колец равного наклона. Лучи, отраженные от стеклянной пластинки  $MM$ , собираются в фокальной плоскости линзы  $LL$ .

Удобный способ наблюдать кольца равного наклона в отраженном свете изображен на рис. 56, где  $MM$  — стеклянная пластинка,

пропускающая значительную часть лучей источника  $S$  на плоско-параллельную пластинку  $PP$  и отражающая часть лучей, идущих обратно от  $PP$ , в направлении к линзе  $LL$ , сводящей отраженные пучки на экран  $EE$ , расположенный в фокальной плоскости линзы. Каждая линия равного наклона есть результат интерференции лучей, идущих от источника практически параллельными пучками. Таким образом, апертура интерференции в этом случае близка к нулю, а следовательно, размер источника может быть весьма большим. Этот вывод также легко уяснить из рис. 56.

Лучи, выходящие из разных точек источника  $S_1, S_2, S_3, \dots$ , не будут когерентны между собой, и пучок лучей, исходящий из каждой из этих точек, испытав многократные отражения от пластинки  $PP$ , будет давать на экране свои собственные интерференционные кольца. Однако положение этих колец зависит не от положения светящейся точки на источнике, а только от наклона лучей; накладываясь друг

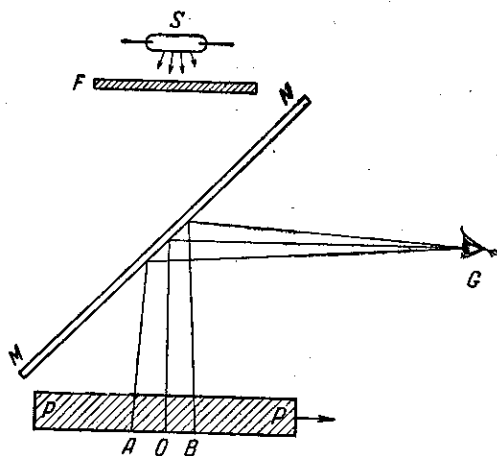


Рис. 57. Интерференционный метод контроля плоско-параллельности пластины.  $S$  — ртутная лампа;  $F$  — светофильтр;  $MM$  — стеклянная пластинка;  $PP$  — испытуемая пластинка;  $G$  — глаз наблюдателя.

на друга, интерференционные картины усиливаются. Так, например, центром всех колец будет точка  $O$ , в которой сходятся лучи, упавшие нормально на пластинку  $PP$ . Лучи эти, из какой бы точки источника они ни исходили, дают после отражения от пластинки пучок параллельных лучей  $1, 2, \dots$  и затем собираются линзой в точке  $O$  экрана. В фокальной плоскости линзы  $LL$  образуется система интерференционных колец с центром  $O$ .

Увеличение размеров источника позволяет увеличить общую интенсивность интерференционной картины, сохраняя прежнюю

отчетливость и резкость максимумов и минимумов. Конечно, если пластинка  $PP$  имеет значительную толщину, то система колец может быть наблюдаема только при достаточной монохроматизации светового источника, как это было разъяснено в § 27. При увеличении толщины пластинки расстояние между соседними максимумами, т. е. ширина интерференционных полос, становится меньше. То же будет наблюдаться при переходе к пластинке той же толщины, но с меньшим показателем преломления, например при замене стеклянной пластинки воздушным слоем той же толщины (см. упражнения 20 и 21).



Все эти выводы особенно легко получить, рассматривая точечный источник и определяя расстояние  $S_1S_2$  между изображениями источника в верхней и нижней поверхностях пластинки. Если пластинка не строго плоско-параллельна, но имеет в разных местах несколько различную толщину, то отраженне от разных мест пластинки даст несколько различные расстояния  $S_1S_2$ . Следовательно, интерференционные полосы, образовавшиеся благодаря отражению от разных мест пластинки, будут иметь несколько различную ширину и, следовательно, вся картина станет менее контрастной, чем при строго плоско-параллельной пластинке.

Если полосы равного наклона рассматривать глазом, аккомодированным на бесконечность, то благодаря малому размеру зрачка (3—5 мм) в центре поля зрения видна система колец, обусловленная действием небольшого участка пластинки  $AOB$  (рис. 57). При перемещении пластинки будет работать другой ее участок. Если пластинка строго плоско-параллельна, то толщина различных участков одинакова и размеры колец остаются неизменными при перемещении пластинки. В противном случае они меняются, увеличиваясь при переходе к более тонким участкам. Этот прием является одним из наилучших методов контроля плоско-параллельности пластинок. Источником света служит ртутная лампа; выделяя с помощью светофильтра одну из линий спектра этой лампы, обычно зеленую, получаем монохроматический источник ( $\Delta\lambda \approx 0,1 \text{ \AA}$ ), позволяющий исследовать пластинки значительной толщины.

## ГЛАВА VII

### ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫЕ ПРИБОРЫ И ПРИМЕНЕНИЯ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ

#### § 30. Интерферометр Жамена

Рассмотрим теперь прибор, существенная часть которого состоит из двух идентичных плоско-параллельных пластинок толщины  $h$  с показателем преломления  $n$  (рис. 58).

При падении на первую пластинку часть лучей отразится от передней грани пластинки, а часть, преломившись, отразится от задней грани; таким образом, из первой пластинки выйдут два пучка, идущих на некотором расстоянии друг от друга; каждый пучок, попадая на вторую пластинку, опять раздвоится, и из второй пластинки выйдут уже четыре пучка, но так, что второй и третий накладываются друг на друга. Разность хода в них равна (см. § 25)

$$\Delta = 2hn \cos r_1 - 2hn \cos r_2. \quad (30.1)$$

Если пластинки установлены параллельно друг другу, т. е.  $r_1 = r_2$ , то

$$\Delta = 0. \quad (30.2)$$

Если же пластинки составляют некоторый угол, то

$$\Delta = 2hn (\cos r_1 - \cos r_2). \quad (30.3)$$

Так как  $r_1$  мало отличается от  $r_2$ , то, обозначая  $r_1 \approx r_2$  через  $r$  и  $(r_2 - r_1)$  через  $\delta r$ , получим:

$$\Delta = 2hn \sin r \delta r.$$

Вводя вместо угла преломления  $r$  и разности  $\delta r = r_2 - r_1$  соответствующие выражения через угол падения  $i$  и разность  $\delta i = i_2 - i_1 = \varepsilon$ , где через  $\varepsilon$  обозначен угол между пластинками, найдем на основании закона преломления ( $n \sin r = \sin i$ ):

$$\delta r = \frac{\cos i}{n \cos r} \delta i.$$

При обычных условиях, когда  $i \approx 45^\circ$  и  $n = 1,5$ , получим:

$$\delta r \approx \frac{1}{2} \delta i = \frac{1}{2} \varepsilon.$$

Таким образом,

$$\Delta = 2hn \sin r \delta r \approx h \sin i \cdot \varepsilon,$$

где  $\varepsilon$  — угол между пластинками.

При освещении первой пластинки *параллельным* пучком лучей одной длины волны мы получим более или менее интенсивный свет в зависимости от разности хода  $\Delta$  выходящих лучей. При освещении белым светом пластинка будет казаться нам равномерно окрашенной. При освещении же *расходящимся* пучком лучей мы получим систему интерференционных полос, соответствующих данному  $r$ , т. е. полосы равного наклона. Мы получим максимум для лучей тех направлений, для которых  $\Delta = h \sin i \cdot \varepsilon = m \frac{\lambda}{2}$ , где  $m$  — четные числа. Для направлений, соответствующих нечетным значениям  $m$ , будет наблюдаться минимум. Угловое расстояние между полосами определяется изменением угла  $i$  на величину  $\Delta i$ , при котором разность хода меняется на  $\lambda$ , т. е.

$$h \cos i \varepsilon \Delta i = \lambda \quad \text{или} \quad \Delta i = \frac{\lambda}{h \cos i \cdot \varepsilon}.$$

Отсюда следует, что расстояние между полосами возрастает при увеличении длины волны и при уменьшении угла между пластинками. Разность расстояний между полосами для различных длин

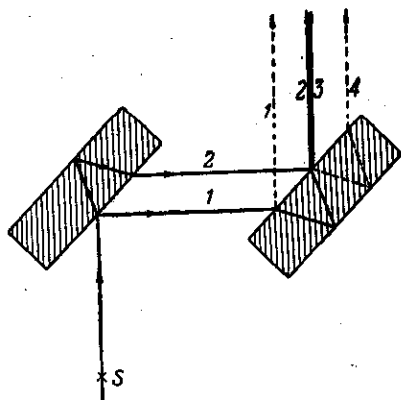


Рис. 58. Схема интерферометра Жамена.

волн очень мала для первых порядков интерференции, т. е. для интерференции, соответствующей разности хода в 1, 2, 3, ... полу-волны; с увеличением же порядка интерференции эта разность становится уже значительной. Поэтому центральная полоса, соответствующая разности хода  $\lambda$ , кажется нам белой, а соседние места минимумов — черными, т. е. места первых минимумов для всех длин волн (цветов) практически совпадают; полосы же, соответствующие большим разностям хода, представляются цветными, ибо для их минимум для одних длин волн совпадает с максимумом для других.

Прибор, основанный на описанном принципе, носит название интерферометра Жамена (рис. 59) и осуществляется в виде двух

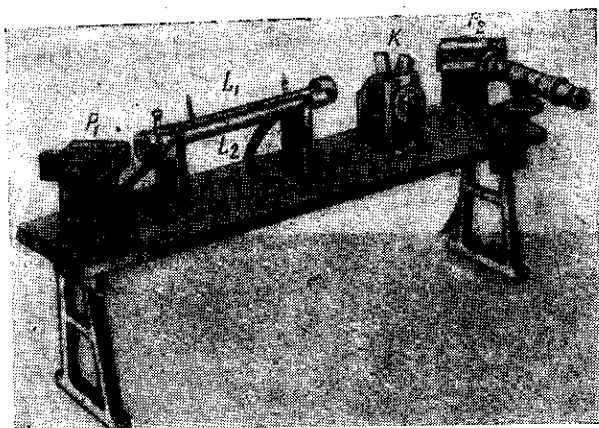


Рис. 59. Общий вид интерферометра Жамена.  $P_1, P_2$  — пластинки интерферометра;  $K$  — компенсатор; трубки  $L_1$  и  $L_2$  наполнены соответственно исследуемым веществом и веществом с известным показателем преломления.

хороших плоско-параллельных пластинок толстого весьма однородного стекла, смонтированных на массивной плите. Для установки пластинок на параллельность прибор снабжен специальными установочными винтами. Пластинки интерферометра Жамена обычно устанавливаются почти параллельно, так что наблюдается интерференция сравнительно низкого порядка (с небольшой разностью хода). Сами пластинки делаются толстыми (20 мм и более) с тем, чтобы по возможности далеко разделить пучки 1 и 2 и тем обеспечить возможность изменять условия на пути одного из лучей, не задевая другого (см. ниже). Можно заменить каждую из толстых пластинок двумя тонкими пластинками, отражающие поверхности которых металлизированы. Пластины эти располагаются на местах передней и задней поверхностей толстой пластины. Передняя пластинка покрывается полупрозрачным слоем металла, задняя — толстым, хорошо

отражающим слоем. Другими словами, получается «толстая пластина воздуха». Такая схема была применена Д. С. Рождественским с целью уменьшить вредное влияние медленного прогревания толстых пластин, отражающееся на устойчивости интерференционной картины. Другим преимуществом подобной схемы является уменьшение поглощения ультрафиолетового света.

Делая тонкие пластинки из кварца или флюорнта, можно получить интерферометр, пригодный для измерений в далекой ультрафиолетовой области.

Для того чтобы иметь возможность скомпенсировать значительную разность хода, которая может получиться благодаря различиям в трубках, помещенных на пути двух лучей, в приборе Жамена применяют компенсатор, состоящий из двух одинаковых стеклянных пластинок, наклон которых к лучу может плавно изменяться.

Вносимая такими пластинками добавочная разность хода равна  $\frac{n \cdot d}{\cos \varphi}$ , если  $n$  — показатель преломления стекла,  $d$  — толщина пластинки и  $\varphi$  — угол нормали пластинки с лучом. Изменяя  $\varphi$ , можно очень тонко и плавно компенсировать разность хода обоих пучков в толще пластинок.

Поместим на пути одного из лучей интерферометра Жамена слой какого-либо вещества с показателем преломления  $n_2$ , чем у окружающего воздуха, например тонкую пластинку стекла или слюды или столб какого-либо газа. Пусть толщина внесенного слоя равна  $l$  и показатель преломления  $n_2$ , тогда как показатель преломления воздуха равен  $n_1$ . Благодаря этому разность хода между интерферирующими лучами прибора изменится на  $n_2 l - n_1 l = l(n_2 - n_1)$ .

Если внесенная разность хода, выраженная в длинах волн  $\lambda$  исследуемого монохроматического света, равна  $m\lambda$ , то вся интерференционная картина сместится на  $m$  полос, где  $m$  может быть и дробным числом. Измерив это смещение, мы определим значение  $m$ . Опыт показывает, что смещение на  $1/10$  полосы ( $m = 1/10$ ) наблюдается вполне уверенно и без труда.

Пользуясь соотношением  $l(n_2 - n_1) = m\lambda$  и определив  $m$ , можем вычислить  $\Delta n = n_2 - n_1$  — изменение показателя преломления вещества при сделанной замене.  $l$  можно сделать довольно значительной (например, 10 см), так что при  $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$  см = 5000 Å наблюдаемое изменение  $\Delta n$  может ограничиться одной полумиллионной. В специальных установках наблюдались гораздо меньшие изменения показателя преломления.

Таким образом, интерферометр Жамена может быть использован для определения ничтожного изменения показателя преломления, например при изменении температуры газа или прибавлении посторонних примесей. В соответствии с этим его нередко называют *интерференционным рефрактометром*. Как показано выше, он крайне чувствителен к незначительным изменениям показателя преломления.

Однако определение абсолютного значения самого показателя преломления при помощи этого прибора довольно затруднительно. Обычно его применяют таким образом, что сравнивают интересующий нас газ с каким-либо хорошо изученным газом, например воздухом.

### § 31. Интерферометр Майкельсона

Существуют весьма многочисленные устройства, осуществляющие расположения, необходимые для получения интерференционных картин. Одним из приборов такого рода является интерферометр Майкельсона, сыгравший громадную роль в истории науки (см. § 121). Основная схема интерферометра Майкельсона изображена на рис. 60. Пучок от источника  $L$  падает на пластинку  $P_1$ , покрытую

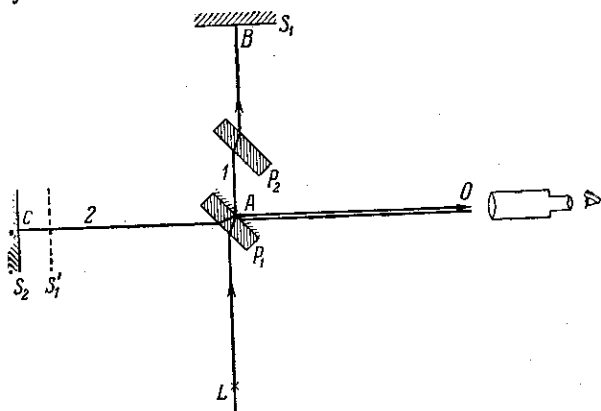


Рис. 60. Схема интерферометра Майкельсона.  $S_1$  и  $S_2$  — зеркала;  $P_1$  — разделительная пластинка;  $P_2$  — компенсационная пластинка.

тонким слоем серебра. Толщина слоя серебра подобрана так, что интенсивности отраженного света и света, прошедшего через пластинку, равны. Луч  $AB$ , прошедший через пластинку  $P_1$ , отражается от зеркала  $S_1$  и, попадая опять на пластинку  $P_1$ , частично проходит через нее, а частично отражается по направлению  $AO$ . Луч  $AC$  отражается от зеркала  $S_2$  и, попадая на пластинку  $P_1$ , частично проходит также по направлению  $AO$ . Так как обе волны,  $1$  и  $2$ , распространяющиеся по направлению  $AO$ , представляют собой расчлененную волну, исходящую из источника  $L$ , то они когерентны между собой и могут интерферировать друг с другом. Так как луч  $2$  пересекает пластинку  $P_1$  три раза, а луч  $1$  — один раз, то на его пути поставлена пластинка  $P_2$ , идентичная с  $P_1$ , чтобы компенсировать добавочную разность хода.

Наблюдаемая интерференционная картина будет, очевидно, соответствовать интерференции в воздушной пластинке, образованной зеркалом  $S_2$  и мнимым изображением  $S_1'$  зеркала  $S_1$  в пластинке  $P_1$ .

Если  $S_1$  и  $S_2$  расположены так, что упомянутая воздушная пластинка плоско-параллельна, то наблюдаемая интерференционная картина представится полосами равного наклона (круговыми кольцами), локализованными в бесконечности, так что наблюдение их возможно глазом, аккомодированным на бесконечность (или трубой, установленной на бесконечность, или на экране, расположенном в фокальной плоскости линзы).

Конечно, при этом можно пользоваться и протяженным источником (см. § 17). Чем больше различаются между собой расстояния  $AC$  и  $AB$ , тем толще эквивалентная воздушная пластинка. Если при перемещении одного из зеркал параллельно самому себе толщина этой пластинки убывает, то диаметр интерференционных колец растет и кольца, выходя из центра, расходятся к краям; при обратном движении зеркала кольца стягиваются к центру. Очевидно, перемещение зеркала на четверть волны будет соответствовать переходу от максимума к минимуму, т. е. смещению на полкольца.

Передвижение зеркала осуществляется при помощи микрометрического винта, перемещающего зеркало на специальных салазках.

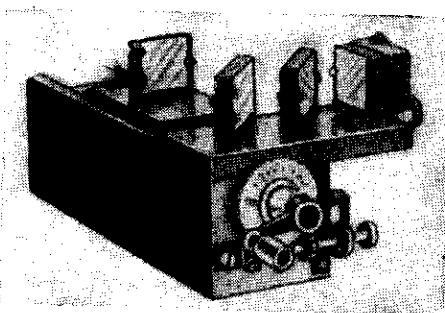


Рис. 61. Общий вид интерферометра Майкельсона.

Так как в больших интерферометрах Майкельсона (рис. 61) перемещение зеркала параллельно самому себе должно происходить на несколько десятков сантиметров, то понятно, что механические качества этого прибора должны быть исключительно высоки.

Для придания зеркалам правильного положения они снабжены установочными винтами. Нередко зеркала устанавливаются таким образом, что эквивалентная воздушная пластинка имеет вид клина. В та-

ком случае наблюдают интерференционные полосы постоянной толщины, располагающиеся параллельно ребру воздушного клина. При больших расстояниях между зеркалами разность хода между интерферирующими лучами может достигать огромных значений (свыше миллиона), так что будут наблюдаться полосы миллионного порядка. Понятно, что в этом случае необходимы источники света очень высокой степени монохроматичности. В. П. Линник сконструировал «микронинтерферометр», представляющий маленький интерферометр Майкельсона, надевающийся на обычный микроскоп. Этот прибор позволяет наблюдать и измерять мельчайшие неровности поверхности и может служить для исследования качества поверхности.

### § 32. Интерференционные приборы с многократно разделенными волнами

До сих пор мы имели дело только с двумя интерферирующими лучами, когда встречались только две волны с некоторой разностью фаз.

Однако в случае плоско-параллельной пластинки следует принять во внимание многократное отражение, ибо все вторичные когерентные пучки окажутся параллельными друг другу и будут интерферировать, давая полосы равного наклона, локализованные в бесконечности.

Разность хода двух соседних вышедших из пластинки лучей равна

$$2dn \cos r,$$

где  $d$  — толщина пластинки,  $n$  — показатель преломления пластинки и  $r$  — угол преломления.

Так как  $d$  и  $n$  — постоянные, то, очевидно, наблюдаемые полосы соответствуют заданному значению  $r$ , а следовательно, и  $l$ , т. е. являются полосами равного наклона.

Конечно, следует принять во внимание, что интенсивности пучков 1, 2, 3, ... неодинаковы. Действительно, пусть, например, коэффициент отражения равен 0,05, т. е. только 5% падающего света отражается, а 95% проходит. В таком случае интенсивность пучка 1 будет составлять 5% интенсивности падающего, интенсивность пучка 2 — 4,5%, а интенсивность пучка 3 — всего лишь около 0,01%. Другими словами, третий и следующие пучки практически отсутствуют. В зависимости от значения коэффициента отражения число лучей, интенсивность которых еще достаточно велика (число эффективных лучей), возрастает и, следовательно, в образовании интерференционной картины активное участие принимает тем большее число лучей, чем больше коэффициент отражения.

Поскольку разница фаз между соседними лучами равна

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} 2dn \cos r,$$

то интенсивность суммы интерферирующих лучей будет зависеть от величины  $\Phi$ . Если  $R$  означает коэффициент отражения, т. е. долю интенсивности отраженного пучка по отношению к падающему, а  $T$  — коэффициент пропускания, то распределение интенсивности в полосах выразится в зависимости от  $\Phi$  формулой

$$I = \frac{T^2}{(1-R)^2} \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2 \frac{\Phi}{2}} \quad (32.1)$$

(см. упражнение 41), причем интенсивность падающего на интер-

ферометр света принята за единицу. Так как  $\sin^2 \frac{\Phi}{2}$  меняется от 0 до 1, то интенсивность меняется непрерывно от  $I_{\max} = \frac{T^2}{(1-R)^2}$  до  $I_{\min} = \frac{T^2}{(1+R)^2}$ . Минимум нигде не достигает нуля, и численное значение минимума зависит от значений  $T$  и  $R$ . Если считать отражающий слой непоглощающим, т. е.  $T + R = 1$  (в общем случае

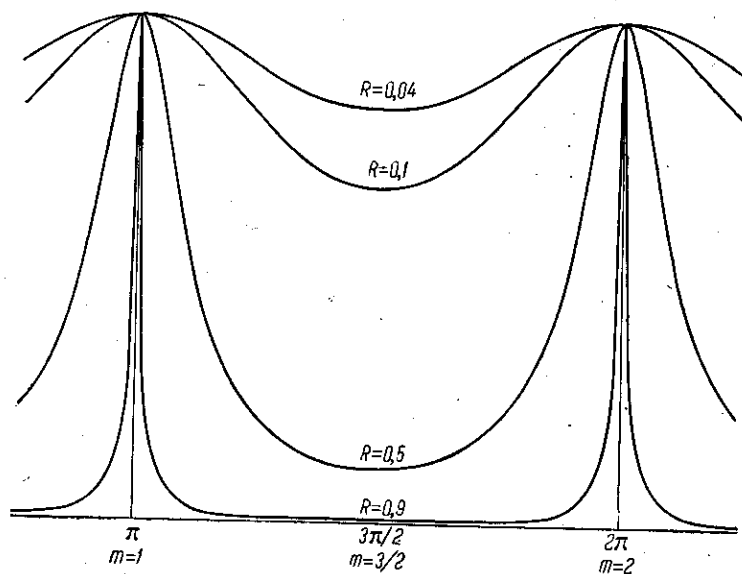


Рис. 62. Кривые распределения интенсивности в проходящем свете в зависимости от разности фаз ( $\Phi$ ) или доли порядка интерференции ( $m$ ) при разных коэффициентах отражения  $R$ . Коэффициент поглощения принят равным нулю,  $A = 0$ .

$T + R + A = 1$ , где  $A$  — коэффициент, указывающий долю поглощенной интенсивности), то  $I_{\max} = 1$ , т. е. интенсивность в максимуме равна интенсивности света, падающего на интерферометр, а  $I_{\min} = \frac{(1-R)^2}{(1+R)^2}$ , т. е. интенсивность в минимуме тем ближе к нулю, чем коэффициент отражения ближе к 1.

Выразив разность хода в длинах волн ( $\Delta = 2dn \cos r = m\lambda$ ) или разность фаз в долях  $2\pi$  ( $\Phi = 2\pi m$ , где  $m$  — порядок интерференционной полосы), найдем, что максимумы интенсивности соответствуют целым значениям  $m$ , а минимумы — полуцелым значениям  $m$  ( $\sin^2 \frac{\Phi}{2} = \sin^2 \pi m$  обращается в 0 при  $m$  целом и в 1 при  $m$  полуцелом); промежуточные значения  $m$  соответствуют направлениям между максимумами и минимумами. Таким образом, минимум лежит посередине между двумя максимумами.



Рис. 62 показывает графически распределение интенсивности по разным направлениям. Из формулы (32.1) и рис. 62 видно, что чем больше  $R$ , тем интенсивность в минимумах ближе к нулю и тем резче падение интенсивности вблизи максимумов.

Условия, обеспечивающие интерференцию многих близких по интенсивности пучков, осуществлены в двух важных приборах.

а) **Эталон Фабри—Перо.** Этот прибор представляет собой плоско-параллельную пластинку, обычно воздушную. Она образуется между двумя плоскими поверхностями тщательно отшлифованных и отполированных стеклянных или кварцевых пластинок, установленных так, чтобы поверхности, обращенные друг к другу, были строго параллельны (рис. 63)\*). Наружные поверхности обычно образуют небольшой угол с внутренними, с тем чтобы отраженный от них

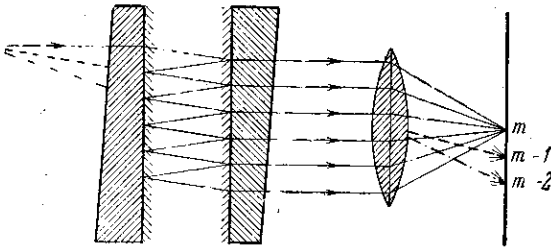


Рис. 63. Схема интерференционного эталона Фабри—Перо.

световой блнк не мешал наблюдению основной картины. Параллельность установки на определенном расстоянии достигается путем помещения между пластинками инварного\*\*) кольца. Кольцо это снабжено тремя выступами с каждой стороны, к которым пластинки прижимаются при помощи трех пружин. Выступы подшлифованы так, что зеркала устанавливаются параллельно друг другу. Небольшие отступления от параллельности устраняются нажимом, соответствующей пружины.

В хороших приборах поверхность пластинок делается плоской с точностью до  $\frac{1}{100}$  длины волны. Внутренние поверхности пластинок (между которыми заключается слой воздуха) серебрятся или покрываются каким-либо другим металлом с целью обеспечить достаточно высокий коэффициент отражения лучей. Интерференционная картина

\*) Подробный расчет показывает, что наличие стеклянных пластинок не влияет на разность хода между соседними лучами, которая оказывается равной  $\Delta = 2dn \cos r$  (см. 25.1), причем обычно можно с достаточным приближением считать показатель преломления воздуха  $n = 1$ .

\*\*) Инвар — специальная сталь (содержащая 36,4% Ni), имеющая при комнатной температуре крайне ничтожный коэффициент термического расширения:  $1,5 \cdot 10^{-6}$ . Иногда вместо инвара пользуются кольцам из плавного кварца, имеющего коэффициент расширения около  $0,5 \cdot 10^{-6}$ .

получается в виде колец равного наклона (рис. 64), ибо на эталон направляется расходящийся пучок света от широкого источника

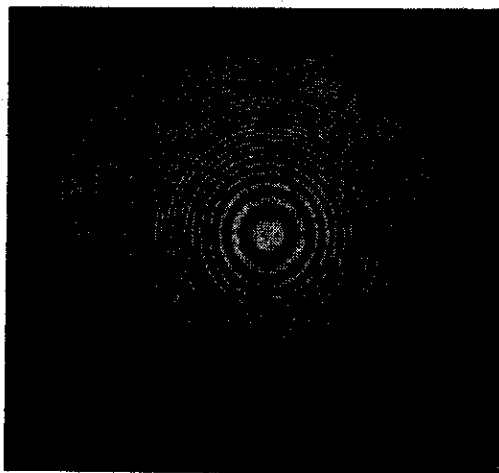


Рис. 64. Интерференционная картина (линии равного наклона), наблюдаемая в эталоне Фабри—Перо.

(на рис. 63 представлен ход *одного* из лучей этого пучка). Порядок

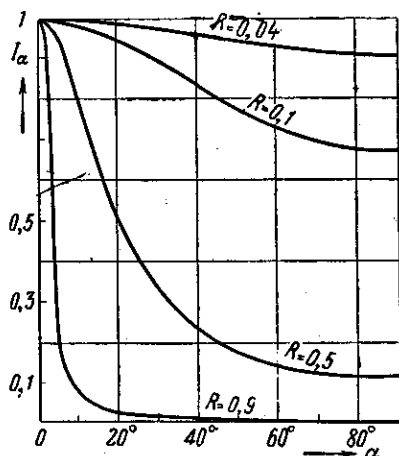


Рис. 65. Кривые резкости полос интерференции при различных значениях коэффициента отражения  $R$ .  $\alpha$  — угловое расстояние от центра интерференционной картины.

интерференции определяется расстоянием между пластинками (от 1 до 100 мм, в специальных эталонах — значительно больше, до 1 м). В соответствии с этим наблюдаемые порядки интерференции очень высоки. При  $d = 5 \text{ мм}$   $m \approx 20\,000$ .

Резкость интерференционной картины будет тем значительнее, чем больше коэффициент отражения от металлического слоя (рис. 65). Значение  $R = 0,04$  соответствует поверхности стекла, не покрытой металлом. При современных способах металлического покрытия коэффициент отражения удается довести до  $R = 0,90 - 0,95$ . В последнее время осуществляют покрытия, состоящие из нескольких слоев

материалов, обеспечивающие коэффициент отражения до 0,98. Обычно значения  $R$  несколько зависят от длины волны,

В прежних моделях интерферометр Фабри—Перо снабжался приспособлением, позволяющим менять расстояние между зеркалами. Это осуществляется примерно так же, как и в интерферометре Майкельсона. Само собой разумеется, что в раздвижном интерферометре не удастся осуществить той высокой точности, которая возможна с эталонами. Поэтому для точных измерений предпочитают пользоваться набором эталонов с кольцами разной толщины между зеркалами. Общий вид эталона Фабри—Перо показан на рис. 66.

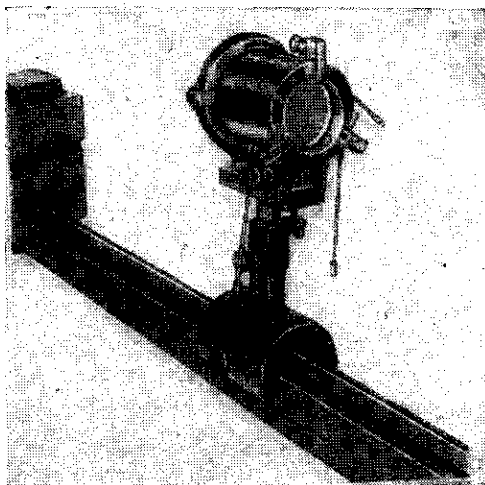


Рис. 66. Общий вид эталона Фабри—Перо.

Иногда эталон Фабри—Перо осуществляют в виде плоскопараллельной стеклянной пластинки, наружные поверхности которой покрываются отражающим слоем. Такие приборы дешевле и проще в употреблении. Однако они не могут обеспечить такого высокого качества работы, как эталоны с воздушной прослойкой. При применении эталона предпочитают работать в проходящем свете, где наблюдаются резкие максимумы на темном фоне; в отраженном свете получаются резкие минимумы, разделенные широкими расплывчатыми максимумами (см. упражнение 42), из-за чего возрастает вредное действие неизбежного рассеянного света.

Важное значение имеет вопрос об интенсивности проходящего через эталон света. Как видно из рис. 63, общее количество света, проходящего через эталон, убывает по мере роста коэффициента отражения  $R$ ; но интенсивность максимумов остается в случае отсутствия поглощения постоянной и равной интенсивности падающего пучка при любом значении  $R$ . Увеличение  $R$  крайне важно в том отношении, что оно увеличивает контрастность интерференционной картины, т. е. снижает минимумы при неизменных макси-

мумах. При наличии поглощения интенсивность в максимуме снижается. Формула (32.1) сохраняет свою силу, но при этом  $T \neq (1-R)$

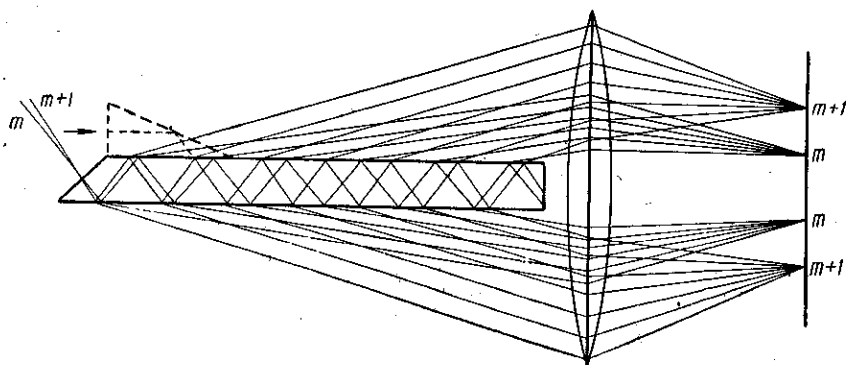


Рис. 67. Схема пластинки Люммера — Герке. Разница в углах сильно преувеличена.

и имеет место равенство  $T + R + A = 1$ . Выражение для интенсивности в максимуме принимает вид

$$I_{\max} = \frac{T^2}{(1-R)^2} = \frac{T^2}{(T+A)^2}.$$

При хорошем и свежем металлическом покрытии можно иметь  $A$  не больше 1%. В таком случае при  $R = 90\%$ ,  $T = 9\%$   $I_{\max}$  составляет 80% от интенсивности падающего света; при  $R = 95\%$ ,  $T = 4\%$   $I_{\max} = 65\%$ . На практике при металлических покрытиях обычно  $I_{\max}$  имеет меньшее значение. При многослойных диэлектрических покрытиях удается получить лучшие значения для  $I_{\max}$ , чем при металлических покрытиях.

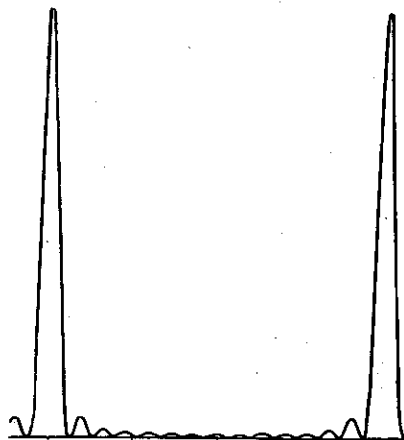


Рис. 68. График распределения интенсивности при интерференции многих лучей для пластинки Люммера — Герке.

Возможность варьировать в эталоне Фабри — Перо значения  $R$  и  $A$ , а также толщину воздушной прослойки делает этот прибор крайне гибким инструментом, представляющим большие преимущества по сравнению, например, с пластинкой Люммера — Герке.

б) **Пластинка Люммера — Герке** представляет собой пластинку из очень однородного стекла (или кристаллического кварца), сделанную плоско-параллельной с очень высокой степенью точности.

б) **Пластинка Люммера — Герке** представляет собой пластинку из очень однородного стекла (или кристаллического кварца), сделанную плоско-параллельной с очень высокой степенью точности.

Один конец пластинки срезан или снабжен добавочной призмочкой (рис. 67), чтобы обеспечить нормальное падение света на пластинку и уменьшить таким образом потери на отражение. Направление падающих лучей подобрано таким образом, чтобы на границе стекло — воздух угол был близок к углу полного внутреннего отражения, но несколько меньше его. При этих условиях свет почти полностью отражается от поверхности стекло — воздух и лишь малая часть его выходит из пластинки (через верхнюю или нижнюю стороны ее) по направлению, составляющему очень малый угол с поверхностью пластинки. Благодаря тому, что при каждом отражении свет почти полностью остается внутри пластинки и лишь малые части его выходят из нее, интенсивности последовательных лучей мало отличаются друг от друга. Таким образом, с пластинкой Льюмера — Герке можно осуществить до 10—15 близких по интенсивности лучей; при этом, конечно, длина пластинки должна быть довольно значительной (от 10 до 30 см, в зависимости от толщины пластинки).

Если на пластинку Льюмера — Герке падает свет от широкого источника, то падающие, а следовательно, и преломленные лучи соответствуют различным значениям  $r$ . В соответствии с этим мы получим в фокальной плоскости собирающей линзы (или в трубе, установленной на бесконечность) систему полос разного порядка  $m, m+1, m+2, \dots$ , соответствующих разным наклонам лучей  $r_m, r_{m+1}, r_{m+2}, \dots$ , определенным по формуле  $2dn \cos r = m\lambda$ . Распределение интенсивности изображается на рис. 68.

Рис. 69 воспроизводит фотографию интерференционной картины (линии равного наклона), полученной с пластинкой Льюмера — Герке и представляющей ряд узких ярких максимумов на темном фоне.

Рис. 69.

Обычно пластинка Льюмера — Герке имеет толщину от 3 до 10 мм и угол  $r$  не очень сильно отличается от  $45^\circ$ . Таким образом,  $m$  есть число, выражаемое десятками тысяч: в пластинке Льюмера — Герке наблюдаются интерференционные полосы весьма высокого порядка.

### § 33. Интерференция при большой разности хода

В приборе, подобном интерферометру Майкельсона или эталону Фабри — Перо, мы имеем дело с интерференцией лучей, обладающих огромной разностью хода (около полумиллиона длин волн). Поэтому для наблюдения интерференции требуется очень большая монохроматичность света. Физическая причина, в силу которой немонахроматический свет не может давать интерференционных картин при большой разности хода, лежит в следующем. Как мы видели в § 4, степень монохроматичности определяется длитель-

ностью правильного синусоидального колебания, имеющего место при излучении света. Другими словами, чем больше правильных синусоидальных колебаний с неизменной амплитудой свершится в атоме раньше, чем прекратится его излучение, тем более монохроматичен испускаемый им свет. Всякий обрыв правильного синусоидального излучения, т. е. обрыв цуга правильных синусоидальных волн, излучаемых атомами, есть уменьшение монохроматичности. Понятно, конечно, что если при излучении данной линии атом посылает совокупность нескольких десятков тысяч правильных синусоидальных волн, а затем излучение его обрывается (другими словами, если излучение это не очень близко к монохроматическому), то интерференция при разности хода в сто тысяч длин волн, очевидно, невозможна: когда подойдет начало (голова) цуга волн, идущих по более длинному оптическому пути, то цуг, следующий по более короткому пути, успеет уже полностью пройти и заменится цугом, посланным другими атомами или при другом акте испускания. Таким образом, когерентность встречающихся цугов не имеет места, и интерференцию наблюдать невозможно.

Очевидно, что чем длиннее цуг, испускаемый атомом, т. е. чем монохроматичнее свет, тем при большей разности хода возможна интерференция. В приборе Майкельсона удавалось наблюдать интерференцию при разности хода около полумиллиона длин волн, если источник света был выбран подходящим образом. Опыты этого рода могут служить для характеристики процессов при излучении атома. Обратное, располагая источником монохроматических волн, можно осуществить интерференцию при огромной разности хода и таким образом определить длину волны с очень большой точностью.

Создав источник света, в котором такое монохроматическое излучение может быть весьма хорошо воспроизведено, мы получаем возможность иметь воспроизводимый *эталон длины*. Выразив нормальный метр в длинах волн какой-либо линии такого источника, мы можем заменить эталон нормального метра подобным эталонным источником. Хотя Международный комитет по мерам и весам до сих пор не принял решения о признании определенной длины волны в качестве основного эталона длины, тем не менее весьма точные сравнения длины волны красной линии кадмия с длиной эталонного метра были выполнены Майкельсоном (1892 г.) и тщательно повторены позже рядом исследователей. Согласно этим измерениям длина волны красной линии кадмия определена в  $6438,4696 \text{ \AA}$  в сухом воздухе при температуре  $15^\circ\text{C}$  и давлении  $760 \text{ мм рт. ст.}$ , а нормальный метр равен  $1553161,13$  этих длин волн.

Для того чтобы источник испускал достаточно монохроматическую линию, нужно по возможности устранить все причины, возмущающие излучение. Свечение должно вызываться в парах низкого давления, чтобы избежать возмущения вследствие соударений ато-

мов, и при небольшом разрядном токе, чтобы ослабить возмущающее действие электрических полей (эффект Штарка), обусловленных ионами пара при значительной их концентрации. Наиболее трудно устранимы влияние эффекта Доплера (см. § 119), обусловленного тепловым движением излучающих атомов, и осложнение, вызванное структурой излучающего атома. Для ослабления эффекта Доплера желательно иметь в качестве излучателя вещество с атомами возможно большей массы, обладающее необходимой упругостью пара при возможно низкой температуре. Сложность излучаемых линий (так называемая сверхтонкая структура спектральных линий) обусловлена влиянием момента ядра атома на его электронную оболочку. Наличие ядерного момента (спина) связано с четностью или нечетностью атомного веса. Однако природные атомы почти всегда представляют смесь изотопов, что исключает возможность рационального теоретического выбора излучающего вещества. Путем экспериментального изучения Майкельсон выбрал указанную выше линию кадмия, которая до последнего времени являлась наиболее узкой и воспроизводимой, хотя исследования М. Ф. Романовой (1933 г.) показали, что и эта линия имеет сверхтонкую структуру.

Успехи ядерной физики сделали возможным искусственное получение отдельных изотопов. Так, при облучении золота нейтронами можно получить стабильный изотоп ртути с четной массой  $^{80}\text{Hg}_{198}$  \*), который не должен давать сверхтонкой структуры. В настоящее время уже определена длина волны зеленой линии, излучаемой таким изотопом:  $\lambda = 5460,7532 \text{ \AA}$  (Меггерс, 1951 г.). Метр содержит 1 831 249,21 этих длин волн. Точность определения, по-видимому, может быть еще повышена.

Так как атомный вес ртути почти в два раза больше атомного веса кадмия, а большая упругость паров ртути позволяет работать при значительно более низкой температуре, то линии ртути можно осуществлять с доплеровской шириной, примерно в два раза меньшей, чем в случае кадмия. Можно ожидать, что в недалеком будущем изотоп  $^{80}\text{Hg}_{198}$  будет получен в количествах, достаточных для изготовления доступных и весьма удовлетворительных эталонных ртутных ламп.

Получение очень монохроматической линии может быть достигнуто также путем выделения с помощью подходящего интерференционного монохроматора одной из компонент сложной линии. Такая работа выполнена Н. Р. Батарчуковой (1949 г.), которая осуществила монохроматор, позволяющий выделить из сложной зеленой

\*) Цифра сверху (80) означает порядковый номер элемента в таблице Менделеева, цифра внизу (198) — массовое число изотопа. Таким образом, ядро этого изотопа состоит из 80 протонов (заряд ядра в элементарных единицах равен его номеру) и 118 нейтронов, что соответствует массовому числу  $(80 + 118) = 198$ .

лении ртути компоненту, соответствующую изотопу  $\text{Hg}_{198}$ , получив таким образом источник, почти не уступающий лампам с выделенным изотопом.

В прилагаемой таблице даны значения длин волн некоторых особенно хорошо исследованных линий, которые принято считать за *нормали*. Значения эти приводятся для определенных внешних условий (а именно, для воздуха при  $15^\circ\text{C}$ , давлении  $760 \text{ мм Hg}$  и влажности в  $10 \text{ мм Hg}$ ), ибо при той точности, которой достигли интерферометрические измерения, вариации в температуре, давлении или влажности воздуха вносят измеримые изменения в значения длин волн.

Вещество	Цвет линии	Длина волны в $\text{Å}$
Гелий	Красная	6678,143
»	Зеленая	5015,675
»	Фиолетовая	4471,477
Кадмий	Красная	6438,4696
»	Зеленая	5085,804
»	Голубая	4799,9107
Криптон	Зеленая	5649,5924
Ртуть (изотоп $^{80}\text{Hg}_{198}$ )	Зеленая	5460,7532

### § 34. Некоторые применения интерференционных методов исследования

Приведенные в предшествующей таблице длины волн принято называть *нормальными первого рода*, так как определение этих длин волн выполнено путем сравнения их с длиной эталона нормального метра. Сравнение это сделалось возможным благодаря тому, что для столь монохроматических источников света интерференция наблюдается при огромной разности хода, соответствующей разности в миллион длин волн и более. Задача сравнения длины эталонного метра и длины световой волны была в первый раз решена Майкельсоном и Бенуа (1892—1893 гг.) и позже, несколько иным методом, вторично выполнена Бенуа, Фабри и Перо (1907 г.). В дальнейшем к вопросу об абсолютном значении длины волны линии кадмия исследователи возвращались неоднократно (вплоть до 1941 г., измерения М. Ф. Романовой). С 1927 г. красная линия кадмия ( $\lambda = 6438,4696 \text{ Å}$ ) принята в качестве спектроскопической нормали.

В настоящее время не только научные, но и технические измерения требуют определения длин с очень большой точностью. В качестве образцов (эталонов) для измерения длин с большой точностью применяются так называемые *концевые меры*, или *плитки Иогансона*, представляющие собой стальные пластинки различной



толщины, противоположные поверхности которых превосходно отполированы и сделаны строго плоскими и параллельными друг другу. Имея набор таких плиток, можно, плотно прижимая (притирая) их друг к другу, составлять комбинации различной длины, определенные с очень большой точностью, о которой дают представление следующие цифры:

Длина концевой меры в мм . . . . .	1,	10,	50,	100,	1000
Допустимые отклонения в $\mu$ . . . . .	0,1	0,1	0,2	0,3	2

Для достижения такой точности при изготовлении концевых мер и проверки их применяют интерференционные методы. Существует много разновидностей этих методов, сущность которых сводится к осуществлению интерферометра типа Майкельсона или Фабри—Перо, одной из отражающих поверхностей которого является поверхность исследуемой концевой меры, а толщина концевой меры определяет расстояние до второй отражающей поверхности (иногда вводятся еще дополнительные зеркала). Существуют разнообразные интерференционные компараторы этого рода, приспособленные для сравнения длин двух концевых мер или для абсолютного определения их. Компараторы такого рода, применяемые в лучших государственных метрологических лабораториях, позволяют определять меры до 100 мм с ошибкой от 0,010 до 0,005  $\mu$  и меры до 1000 мм с ошибкой от 0,1 до 0,05  $\mu$ .

Интерференционная методика позволяет наряду с точными измерениями расстояний определять также с большой точностью качество полированной поверхности. Чрезвычайно большая точность в изготовлении поверхностей зеркал, линз и призм является необходимым условием изготовления современных высокосортных оптических инструментов. В лучших оптических системах отклонение этих поверхностей от заданных не должно превышать десятых и даже сотых долей длины волны. Наиболее подходящими методами для испытания качества подобных поверхностей являются интерференционные методы, уже давно получившие широкое распространение в оптико-механической промышленности.

Обычно применение интерференционных методов основано на употреблении образцового эталона, сделанного с большой тщательностью. Накладывая со всеми необходимыми предосторожностями (устранение пылинок, выравнивание температуры) на заданную эталонную поверхность испытываемую (рис. 70), мы получаем между этими поверхностями тонкую воздушную прослойку, дающую в отраженном свете отчетливую интерференционную картину. По форме интерференционных полос и их ширине можно судить о недостатках изготовленной поверхности и видеть, какие участки отступают от заданной формы, в какую сторону (выпуклость или вогнутость), и приблизительно оценить величину отступлений. Если несовершенство испытываемой поверхности очень невелико, то интерферен-

ционные кольца будут широки, а при отсутствии отступлений вся испытываемая поверхность будет иметь равномерную окраску.

При испытании плоских поверхностей очень удобно сложить эталонную и испытываемую поверхности так, чтобы между ними осталась клинообразная воздушная прослойка очень малого угла (для этого достаточно с одной стороны несколько прижать друг к другу

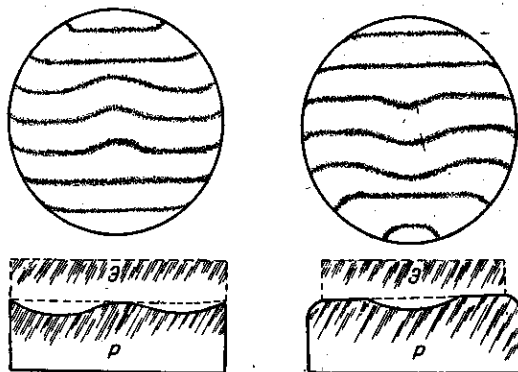


Рис. 70. Интерференционный метод контроля поверхности.  $P$  — испытываемая пластинка;  $\mathcal{E}$  — эталонная пластинка. Сверху — схематическое изображение интерференционной картины (линий равной толщины).

сложенные поверхности). Полосы равной толщины между идеальными плоскостями должны иметь вид прямых, параллельных ребру клина.

Малейшие отступления от плоскости ведут к искривлению этих прямых, очень заметному и характерному: по его виду легко отличить «впадину» от «бугра» и измерить отступление от плоскости с точностью до  $0,03 \mu$ . Меняя положение ребра клина (нажимая то с одной, то с другой стороны), можно быстро исследовать качество поверхности по всем направлениям.

При очень тщательных исследованиях поверхности следует применять почти нормальные пучки и пользоваться монохроматическим светом, для того чтобы повысить резкость интерференционных картин.

Если посеребрить поверхность испытываемой пластины и пробного стекла, то благодаря многократному отражению будут наблюдаться еще более узкие и резкие полосы, что позволяет повысить точность контроля до  $0,003 \mu$  (М. Ф. Романова, 1932 г., Толанский 1944 г.). Проверяемые поверхности отделяются при этом тонкой воздушной прослойкой.

Существуют интерферометры (В. П. Линник, Твайман), предназначенные для контроля качества готовых оптических систем

(объективы), причем контролируется не только качество обработки поверхности, но и однородность стекла, из которого изготовлена система.

При испытании поверхностей большого размера (до нескольких метров) пробное стекло, конечно, не применимо. В. П. Линник построил интерферометр, в котором свет падает очень наклонно на большую поверхность, благодаря чему очень уменьшается сечение отраженного пучка и становится возможным осуществлять интерференционные наблюдения. Интерферометр Линника позволяет контролировать с точностью до  $1 \mu$  прямолинейность поверхностей длиной до  $5 \text{ м}$ .

Интерференционные методы широко применяются также для контроля чистоты обработки металлических поверхностей. К приборам такого рода принадлежит микроинтерферометр В. П. Линника, упомянутый в § 31.

Явление интерференции в тонких пленках используется в ряде приборов как чувствительнейший метод, позволяющий судить о ничтожном изменении толщины какой-либо воздушной прослойки. Так, в dilatометре Физо — Аббе незначительное тепловое расширение влечет за собой изменение толщины воздушной прослойки между испытуемым телом и эталонным стеклом.

Dilatометр в наиболее совершенной форме состоит (рис. 71) из кольца  $K$  из кристаллического кварца (термические свойства которого хорошо известны), на котором лежит эталонная стеклянная пластинка  $P$ . Внутри кольца помещается испытуемое вещество  $R$  в виде столбика с правильно отполированными плоскостями. Тонкий воздушный зазор  $M$  (обычно клинообразный) между поверхностями освещается монохроматическим светом и дает интерференционную картину.

При нагревании вследствие различия в коэффициентах расширения  $K$  и  $R$  толщина зазора  $M$  меняется, благодаря чему происходит смещение интерференционных полос, отмечаемое при помощи марки  $m$ . Смещение полос на одну означает изменение разности хода на  $\lambda$ , т. е. изменение воздушного зазора на  $\lambda/2$ . Таким образом, наблюдая за интерференционной картиной, можно точно измерить изменение толщины зазора и отсюда вычислить коэффициент расширения. При точных измерениях этого рода приходится учитывать зависимость показателя преломления воздуха от температуры.

Метод контроля плоско-параллельных пластинок был описан в § 29.

Как уже упоминалось выше (см. § 30), интерференционные методы дают возможность с большой точностью определить ничтожные изменения показателя преломления, влекущие за собой изменение

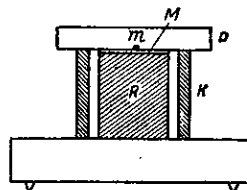


Рис. 71. Схема интерференционного dilatометра.

оптической длины пути и, следовательно, смещение интерференционной картины.

Кроме упомянутого уже рефрактометра Жамена, для этой цели служат многочисленные интерференционные рефрактометры, имеющие технический характер и приспособленные для измерения небольших вариаций показателя преломления газов и жидкостей, вызванных примесями (например, технический интерферометр для определения состава газов в шахтах или анализа ничтожных количеств солей, растворенных в воде). В последнее время интерференционная рефрактометрия начинает находить применение даже в клинических лабораториях для исследования изменений в составе крови, связанных с заболеваниями. Наконец, существует немало интерференционных рефрактометров, применяемых для определения показателей преломления твердых тел. Определенные показатели преломления этими методами при введении всех необходимых поправок удалось выполнить в последнее время с точностью до восьмого десятичного знака. Один из лучших приемов этого рода принадлежит И. В. Обреимову.

Интерференционные явления использованы также для очень точного определения углов. Здесь также оказывается возможным применение весьма разнообразных приемов. Так, для контроля правильности углов в стеклянных призмах используют явления в тонких пластинках (воздушный клин). Изготовив стандартный стеклянный угольник и накладывая его на грани призмы, можно по интерференционным картинам контролировать правильность угла призмы с точностью, соответствующей воздушному клину, катет которого не превышает  $0,03 \mu$ .

Майкельсон применил интерферометрическое наблюдение для оценки малых угловых расстояний между двойными звездами, а также для оценки углового диаметра звезд. Метод Майкельсона, равно как и применение его к определению размеров субмикроскопических частичек, будет изложен в отд. II, § 46. Наконец, понятно, что интерференционные методы, позволяющие с огромной точностью определять длину волны, могут служить для самых тонких спектроскопических исследований (тонкая структура спектральных линий, исследование формы и ширины спектральных линий, ничтожные изменения в строении спектральных линий). Значение интерференционных спектроскопов, их достоинства и недостатки будут обсуждены вместе с другими спектральными приборами (дифракционная решетка, призма) в отд. II, § 51.

## ОТДЕЛ II

# ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

### ГЛАВА VIII

## ПРИНЦИП ГЮЙГЕНСА И ЕГО ПРИМЕНЕНИЯ

### § 35. Принцип Гюйгенса — Френеля

Явления интерференции света во всем их многообразии служат убедительнейшим доказательством волновой природы световых процессов. Однако окончательная победа волновых представлений была невозможна без истолкования с волновой точки зрения фундаментального и хорошо подтвержденного опытом закона *прямолинейного распространения света*.

Волновые представления в той первоначальной форме, в которой их развивал Гюйгенс («Трактат о свете», 1690), не могли дать удовлетворительного ответа на поставленный вопрос. В основу учения о распространении света Гюйгенсом положен принцип, носящий его имя. Согласно представлениям Гюйгенса, свет, по аналогии со звуком, представляет собой волны, распространяющиеся в особой среде — эфире, проникающем все пространство, в частности заполняющем собой промежутки между частицами любого вещества, которые как бы погружены в океан эфира. С этой точки зрения естественно было считать, что колебательное движение частиц эфира передается не только той частице, которая лежит на «пути» светового луча, т. е. на прямой, соединяющей источник света  $L$  (рис. 72) с рассматриваемой точкой  $A$ , но всем частицам, примыкающим к  $A$ , т. е. световая волна распространяется из  $A$  во все стороны, как если бы  $A$  служило источником света. Поверхность, огибающая эти вторичные волны, и представляет собой поверхность волнового фронта. Для случая, изображенного на рис. 72, эта огибающая

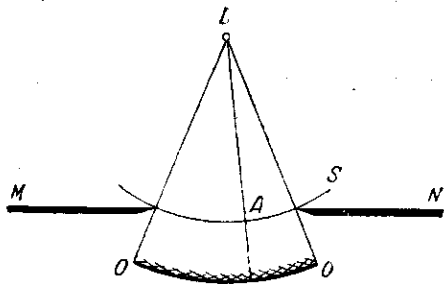


Рис. 72. К принципу Гюйгенса.  $L$  — источник;  $S$  — вспомогательная поверхность;  $OO'$  — огибающая вторичных волн, исходящих из  $S$ .

(жирная дуга) представится частью шаровой поверхности с центром в  $L$ , ограниченной конусом, ведущим к краям отверстия в экране  $MN$ . Как уже указывалось во Введении, «принцип Гюйгенса» позволил разъяснить вопросы отражения и преломления света, включая и сложную проблему о двойном лучепреломлении; но задача о прямолинейном распространении света, по существу, решена не была, ибо она не была поставлена в связь с явлениями отступления от прямолинейности, т. е. с явлениями дифракции.

Причина лежит в том, что принцип Гюйгенса в его первоначальной форме был принципом, областью применения которого являлась область геометрической оптики. Выражаясь языком волновой оптики, он относился к случаям, когда длину волны можно было считать бесконечно малой по сравнению с размерами волнового фронта. Поэтому он позволял решать лишь задачи о направлении распространения светового фронта и не затрагивал, по существу, вопроса об интенсивности волн, идущих по разным направлениям. Этот недостаток восполнил Френель, который вложил в принцип Гюйгенса физический смысл, дополнив его идеей *интерференции* волн. Благодаря этому огнибающая поверхность элементарных волн, введенная Гюйгенсом чисто формально, приобрела ясное физическое содержание как поверхность, где благодаря взаимной интерференции элементарных волн результирующая волна имеет заметную интенсивность.

Модифицированный таким образом принцип Гюйгенса — Френеля становится основным принципом волновой оптики и позволяет исследовать вопросы, относящиеся к интенсивности результирующей волны в разных направлениях, т. е. решать задачи о *дифракции* света (см. ниже). В соответствии с этим был решен вопрос о границах применимости закона прямолинейного распространения света, и принцип Гюйгенса — Френеля оказался применимым к выяснению закона распространения волн любой длины.

Для отыскания интенсивности (амплитуды) результирующей волны нужно, согласно Френелю, следующим образом формулировать принцип Гюйгенса.

Окружим источник  $L$  воображаемой замкнутой поверхностью  $S$  любой формы (рис. 73). Правильное значение интенсивности (амплитуды) возмущения в любой точке  $B$  за пределами  $S$  может быть получено так: устраним  $L$ , а поверхность  $S$  будем рассматривать как светящуюся поверхность, излучение отдельных элементов которой, приходя в  $B$ , определяет своей совокупностью действие в этой

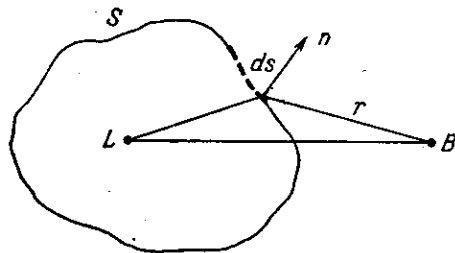


Рис. 73. К принципу Гюйгенса — Френеля.

точке. Излучение каждого элемента  $ds$  поверхности  $S$  надо представлять себе как сферическую волну (вторичная волна), которая принесит в точку  $B$  колебание (ср. (6.1))

$$\frac{a_0}{r} \sin(\omega t - kr - \varphi), \quad (35.1)$$

где  $a_0$  определяется амплитудой, а  $\varphi$  — фазой действительного колебания, дошедшего от  $L$  до элемента  $ds$ , находящегося на расстоянии  $r$  от точки  $B$ . При этом размеры элемента  $ds$  предполагаются настолько малыми, что  $\varphi$  и  $r$  для любой части его можно считать имеющими одни и те же значения. Другими словами, каждый элемент  $ds$  рассматривается как некоторый вспомогательный источник, так что амплитуда  $a_0$  пропорциональна площади  $ds$ . *Постулат Френеля*, позволяющий определить  $a_0$  и  $\varphi$  через амплитуду и фазу дошедшего до  $ds$  колебания, представляет собой некую *гипотезу*, пригодность которой может быть установлена сравнением делаемых с ее помощью заключений с результатами опыта. К этому вопросу мы еще вернемся в § 40.

Так как фазы всех вспомогательных источников определяются возмущением, идущим из  $L$ , то они строго согласованы между собой, и, следовательно, вспомогательные источники *когерентны*. Поэтому вторичные волны, исходящие из них, будут интерферировать между собой. Их совокупное действие в каждой точке может быть определено как интерференционный эффект, и, следовательно, идея Гюйгенса о специальной роли огибающей перестает быть допущением, а должна явиться лишь следствием законов интерференции. Согласно приведенному выше постулату Френеля вопрос о вспомогательных источниках, заменяющих  $L$ , решается однозначно, как только выбрана вспомогательная поверхность  $S$ . Выбор же этой поверхности вполне произволен; поэтому для каждой конкретной задачи ее следует выбрать наиболее удобным для решения способом. Если вспомогательная поверхность  $S$  совпадает с фронтом волны, идущей из  $L$  (представляет собой сферу с центром в  $L$ ), то все вспомогательные источники будут иметь одинаковую фазу. Если же выбор  $S$  сделан иначе, то фазы вспомогательных источников не одинаковы, но источники, конечно, остаются когерентными.

В том случае, когда между источником  $L$  и точкой наблюдения имеются непрозрачные экраны с отверстиями, действие этих экранов может быть учтено следующим образом. Мы выбираем поверхность  $S$  так, чтобы она всюду совпадала с поверхностью экранов, а отверстия в них затягивала произвольным образом, выбранным в зависимости от разбираемой проблемы. На поверхности непрозрачных экранов амплитуды вспомогательных источников должны считаться равными нулю; на поверхности же, проходящей через отверстия экранов, амплитуды выбираются в согласии с постулатом Френеля, т. е. так, как если бы экран отсутствовал. Таким образом,

предполагается, что материал экрана не играет роли, если только экран не прозрачен \*).

Вычисляя результаты интерференции элементарных волн, посылаемых вспомогательными источниками, мы приходим к значению амплитуды (интенсивности) в любой точке  $B$ , т. е. определяем распространение света. Результаты этих вычислений подтверждаются данными опыта. Таким образом, по методу Гюйгенса — Френеля удается получить правильное решение вопроса о распределении интенсивности света как в случае свободного распространения световых волн (прямолинейное распространение), так и в случае наличия задерживающих экранов (дифракция).

Первой задачей, которую должен был рассмотреть Френель, выдвинув новую формулировку принципа Гюйгенса, явилась задача о прямолинейном распространении света. Френель решил эту задачу путем рассмотрения взаимной интерференции вторичных волн, применив при этом чрезвычайно наглядный прием, заменяющий сложные вычисления и имеющий общее значение при разборе задач о распространении волн. Метод этот получил название метода зон Френеля.

Рассмотрим действие световой волны из точки  $A$  (источник) в какой-либо точке наблюдения  $B$ . Согласно принципу Гюйгенса — Френеля заменим действие источника  $A$  действием воображаемых источников, расположенных на вспомогательной поверхности  $S$ .

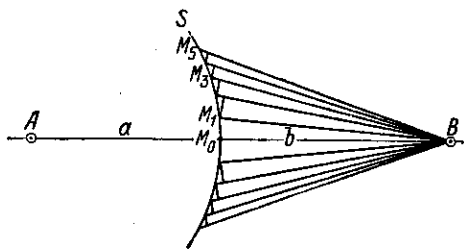


Рис. 74 Построение зон Френеля.

В качестве такой вспомогательной поверхности  $S$  выберем поверхность фронта волны, идущей из  $A$  (поверхность сферы с центром  $A$ , рис. 74). Вычисление результата интерференции вторичных

волн очень упрощается, если применить следующий указанный Френелем прием: для вычисления действия в точке  $B$  соединяем  $A$  с  $B$  и разбиваем поверхность  $S$  на зоны такого размера, чтобы расстояния от краев зоны до  $B$  отличались на  $\lambda/2$ , т. е.

$$M_1B - M_0B = M_2B - M_1B = M_3B - M_2B = \dots = \lambda/2$$

(рис. 74). Нетрудно вычислить размеры полученных таким образом

\*) Опыты самого Френеля подтвердили независимость результатов наблюдения от вещества непрозрачного экрана. Однако более тщательные опыты и детальная теория показывают, что материал экрана оказывает влияние на характер светового поля в непосредственной близости к краю экрана, т. е. на расстоянии, сравнимом с длиной волны.



зон. Рис. 75 дает для первой зоны:

$$r^2 = a^2 - (a - x)^2 = \left(b + \frac{\lambda}{2}\right)^2 - (b + x)^2.$$

Так как  $\lambda$  очень мало по сравнению с  $a$  или  $b$ , то находим:

$$x = \frac{b}{a+b} \cdot \frac{\lambda}{2},$$

и, следовательно, площадь сферического сегмента, представляющего первую, или центральную, зону, есть

$$2\pi a \cdot x = 2\pi a \frac{b}{a+b} \frac{\lambda}{2} = \frac{\pi ab}{a+b} \lambda.$$

Для площади сегмента, представляющего две первые зоны, найдем значение  $2 \frac{\pi ab}{a+b} \lambda$ , т. е. площадь второй зоны также равна  $\frac{\pi ab}{a+b} \lambda$ .

Практически ту же площадь будут иметь и все последующие зоны. Таким образом, построение Френеля разбивает поверхность сферической волны на равновеликие зоны, каждая из которых имеет площадь

$$\pi \frac{ab}{a+b} \lambda.$$

Для дальнейшего вычисления надо только принять во внимание, что действие отдельных зон на точку  $B$  тем меньше, чем больше

угол  $\varphi$  между нормалью к поверхности зоны и направлением на  $B$ . Таким образом, действие зон постепенно убывает от центральной зоны (около  $M_0$ ) к периферическим. Произвольное введение этого вспомогательного ослабляющего множителя есть один из недостатков метода Френеля.

Для получения окончательного результата можно рассуждать следующим образом: пусть действие центральной зоны в точке  $B$  выражается возбуждением колебания с амплитудой  $s_0$ , действие соседней зоны — колебанием с амплитудой  $s_1$ , следующей — с амплитудой  $s_2$  и т. д. Как указано, действие зон постепенно (хотя и медленно) убывает от центра к периферии, так что  $s_0 > s_1 > s_2 > s_3$  и т. д.; действие  $n$ -й зоны  $s_n$  может быть очень малым, если  $n$  достаточно велико. Кроме того, благодаря выбранному способу разбивки на зоны легко видеть, что действия соседних зон ослабляют друг друга. Действительно, так как

$$M_1B - M_0B = \lambda/2 \quad \text{и} \quad M_2B - M_1B = \lambda/2,$$

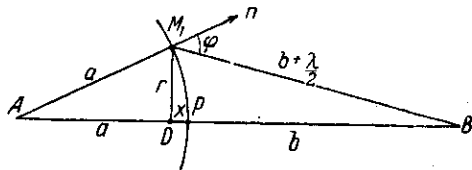


Рис. 75. Вычисление площади центральной зоны Френеля.

то воображаемые источники зоны  $M_0M_1$  расположены на  $\lambda/2$  ближе к  $B$ , чем соответственные источники зоны  $M_1M_2$ , так что посылаемые колебания дойдут до  $B$  в противоположных фазах. Таким образом, для точки  $B$  действие центральной зоны ослабится действием соседней зоны и т. д. Продолжая эти рассуждения, найдем, что окончательное значение амплитуды колебания, возбужденного в точке  $B$  всей совокупностью зон, т. е. всей световой волной, будет равно

$$\begin{aligned} s &= s_0 - s_1 + s_2 - s_3 + s_4 - s_5 + \dots = \\ &= s_0 - (s_1 - s_2) - (s_3 - s_4) - (s_5 - s_6) - \dots \end{aligned}$$

На основании условия  $s_0 > s_1 > s_2 > s_3 \dots$  видим, что все выражения в скобках положительны, так что  $s < s_0$ .

Итак, амплитуда  $s$  результирующего колебания, получающегося вследствие взаимной интерференции света, идущего к точке  $B$  от различных участков нашей сферической волны, меньше, чем амплитуда, создаваемая действием одной центральной зоны. Таким образом, действие всей волны на точку  $B$  сводится к действию ее малого участка, меньшего, чем центральная зона, площадь которой равна  $\frac{\pi ab}{a+b} \lambda$ . Длина световой волны  $\lambda$  весьма мала (для зеленого света  $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$  см). Поэтому даже для расстояний  $a$  и  $b$  порядка 1 м площадь действующей части волны будет меньше 1 мм<sup>2</sup>. Следовательно, распространение света от  $A$  к  $B$  действительно происходит так, как если бы световой поток шел внутри очень узкого канала вдоль  $AB$ , т. е. *прямолинейно*.

Это не значит, однако, что если мы поместим на линии  $AB$  любой небольшой непрозрачный экран, то до точки  $B$  свет не дойдет; ведь внесение такого экрана, который прикроет, например, первую зону, нарушит правильность наших рассуждений (см. § 38). Но если маленький экранчик имеет неровные края, зазубрины которых сравнимы с шириной зоны Френеля, по которой проходит его край, то он действительно загромождает источник.

### § 36. Зональная пластинка

Хорошей иллюстрацией, подтверждающей приведенный метод рассуждения Френеля, может служить опыт с зональной пластинкой. Радиус  $m$ -й зоны Френеля

$$r_m = \sqrt{m \frac{ab}{a+b} \lambda}$$

Приготовим экран, состоящий из последовательно чередующихся прозрачных и непрозрачных колец, радиусы которых удовлетворяют написанному соотношению для каких-либо значений  $a$ ,  $b$  и  $\lambda$ . Для этой цели можно, например, вычертить в крупном масштабе соответ-

ствующий рисунок и уменьшить его в виде фотографической копии до желаемого размера \*). Приготовленный таким образом экранчик носит название *зональной пластинки* (Соре, 1875 г.).

Изображения таких пластинок даны на рис. 76. Если поместить пластинку (рис. 76, а) в соответствующем месте сферической волны, т. е. расположить на расстоянии  $a$  от точечного источника и на расстоянии  $b$  от точки наблюдения, на линии, соединяющей эти две точки, то для света длины волны  $\lambda$  наша пластинка прикроет все

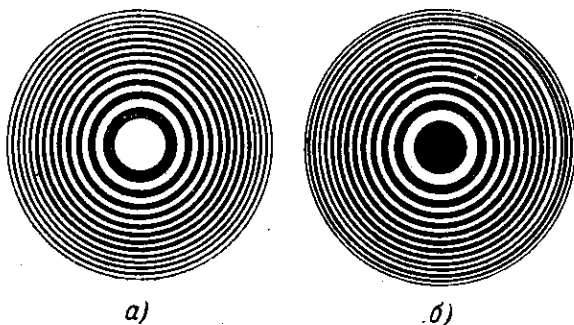


Рис. 76. Зональные пластинки. а — открыты четные зоны; б — открыты нечетные зоны.

четные зоны и оставит свободными все нечетные, начиная с центральной. Волна, профильтрованная через зональную пластинку, расположенную таким образом, должна давать в точке  $B$  результирующую амплитуду, выражаемую соотношением  $s = s_0 + s_2 + s_4 + s_6 + \dots$ , т. е. значительно большую, чем свободная, ничем не прикрытая волна; через такую решетку до точки  $B$  должно идти почти вдвое больше света, чем без нее. Опыт полностью подтверждает это заключение: зональная решетка увеличивает интенсивность света, приходящего к точке  $B$ , действуя подобно собирающей линзе (см. упражнение 77).

Еще большего эффекта (в четыре раза) можно достичь, если не задерживать свет четных зон, а сообщить ему изменение фазы на обратную. Такую пластинку изготовил Вуд, покрыв стекло тонким слоем лака и выгравировав на нем зонную пластинку так, что оптическая толщина нечетных зон отличалась от толщины четных на величину  $\frac{\lambda}{2}$ .

\*) Последовательность радиусов зональной пластинки подчиняется такому же закону, как и последовательность радиусов колец Ньютона в монохроматическом свете длины волны  $\lambda$  (см. § 28). Поэтому вместо вычерчивания таких колец их можно осуществить при помощи расположения Ньютона и в подходящем масштабе сфотографировать эту интерференционную картину.

### § 37. Графическое вычисление результирующей амплитуды

Рассмотрение вопроса о действии световой волны в точке  $B$ , равно как и многих других аналогичных вопросов, чрезвычайно удобно производить, пользуясь графическим методом сложения колебаний, обладающих некоторой разностью фаз. Для того чтобы графически изобразить действие *целой зоны*, следует разбить ее на равные *участки*, столь малые, чтобы фаза колебаний, вызываемых в точке  $B$  различными воображаемыми источниками этого участка, практически могла считаться постоянной. Тогда действие всего этого участка может быть выражено вектором, длина которого дает суммарную амплитуду, а направление определяет фазу, обуславливаемую этим участком. Действие соседнего участка может быть выражено вторым вектором, несколько повернутым относительно первого, так как фаза, определяемая совокупностью источников второго участка, будет немного отличаться от фазы, задаваемой первым участком. По длине же этот вектор практически не будет отличаться от первого, так как амплитуда колебания, вызываемого равно-

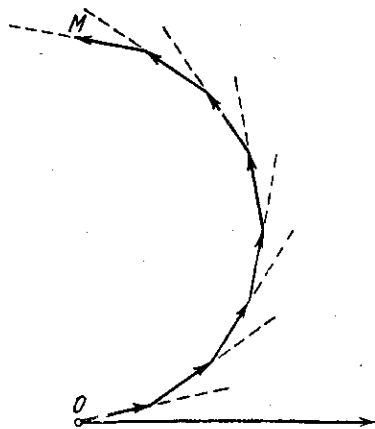


Рис. 77. Векторная диаграмма суммирования действия отдельных участков зоны.

великими участками волны, отличается только вследствие изменения наклона фронта волны к линии, проведенной к точке  $B$ , а для двух соседних участков это изменение ничтожно мало. Даже при переходе от одной зоны к следующей это действие изменения наклона, как мы видели, весьма незначительно. Таким образом, векторная диаграмма, определяющая действие ряда участков, составляющих целую зону, изобразится ломаной, представленной на рис. 77.

Здесь для определенности мы предполагали зону разбитой на 8 элементарных участков. Если разбить зону на бесконечно большое число бесконечно малых участков, то ломаная линия обратится в дугу, которая лишь очень мало будет отличаться от полуокружности. При этом дуга в точке  $M$  будет иметь направление, прямо противоположное направлению у точки  $O$ , так как фаза колебания в  $B$ , обусловленного действием последнего участка зоны, очевидно, противоположна фазе от начального участка. Таким образом, векторная диаграмма действия центральной зоны может быть выражена рис. 78, и результирующая, характеризующая колебание в  $B$ , вызванное действием одной центральной зоны, выражается вектором  $OM_1$ .

Для того чтобы учесть действие второй зоны, надо продолжить нашу векторную диаграмму. Теперь мы получим рис. 79, причем

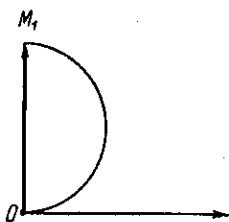


Рис. 78. Векторная диаграмма действия центральной (первой) зоны.  $OM_1$  — результирующий вектор.

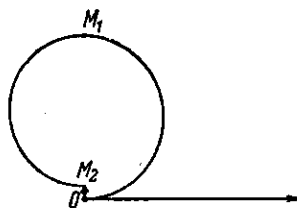


Рис. 79. Векторная диаграмма действия первой и второй зон.  $OM_2$  — результирующий вектор.

дуга  $M_1M_2$  имеет несколько меньший поперечник, чем  $OM_1$ , вследствие возрастающего наклона зоны. Продолжая наше построение, мы получим диаграмму действия всей волны, изображенную на рис. 80.

Результирующая, характеризующая действие всей волны, выражается вектором  $ON = s$ . Из рис. 80 легко видеть, что этот вектор равен половине вектора  $s_0$ , выражающего действие центральной зоны, и совпадает с ним по направлению. Другими словами, колебание в точке  $B$ , обусловленное всей волной, по фазе совпадает с колебанием, которое могла бы создать центральная зона, а по амплитуде составляет половину этого колебания. Приведенные рассуждения показывают, что действие (амплитуда) всей волны равнозначно половине действия центральной зоны, а не действию половины центральной зоны, как нередко утверждают. Действительно, действие половины центральной зоны выразилось бы вектором  $OK$ , т. е. отличается от найденного вектора  $ON$ .

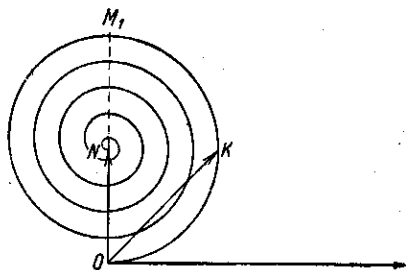


Рис. 80. Векторная диаграмма действия всей волны. Результирующий вектор  $ON$  равняется половине вектора, выражающего действие первой зоны. Вектор  $OK$  выражает действие половины первой зоны.

### § 38. Простейшие дифракционные проблемы

Применение метода Френеля позволяет предвидеть и объяснить особенности в распространении световых волн, наблюдающиеся, когда часть фронта идущей волны перестает действовать вследствие

того, что свет распространяется между препятствиями, прикрывающими часть волны. Эти явления *огибания* препятствий (экраны и отверстия в них) носят название явлений *дифракции*.

Рассмотрим несколько простых случаев. Мы будем при этом пользоваться гипотезой, положенной Френелем в основание его рассуждений, предполагая, что часть световой волны, прикрытая непрозрачным экраном, не действует совсем, а неприкрытые области волны действуют так, как если бы экрана совсем не было. Гипотеза эта не самоочевидна и в непосредственной близости к краям отверстий не вполне верна (см. § 35, примечание на стр. 128). Однако для большинства практически интересных случаев, когда размеры отверстия значительно больше длины волны  $\lambda$ , метод Френеля достаточно хорошо описывает явления. Причина лежит в том, что влияние материала экрана сказывается лишь в непосредственной близости к краю его, т. е. на расстояниях порядка длины волны. При достаточно больших отверстиях влияние этой краевой аоны незначительно и практически может не учитываться. В этих условиях метод Френеля может быть успешно использован.

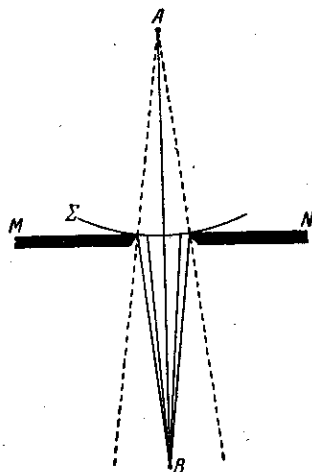


Рис. 81. Схема дифракции на круглом отверстии. Зоны построены для центральной точки поля  $B$ .

**а) Дифракция на круглом отверстии.** Пусть волна  $\Sigma$ , идущая из  $A$ , встречает на пути экран  $MN$  с круглым отверстием (рис. 81). Исследуем явление в точке  $B$ , лежащей на линии, соединяющей  $A$  с центром круглого отверстия.

Вспомогательная поверхность Френеля будет проходить по экрану  $MN$ , а внутри отверстия — по поверхности сферической волны. Разбивка на аоны Френеля, произведенная, как описано в § 35, покажет, что в зависимости от размера отверстия в нем уложится большее или меньшее количество зон. При небольшом размере отверстия и соответственных расстояниях до точек  $A$  и  $B$  число действующих аон может быть ограничено. Легко видеть, что если отверстие открывает всего лишь *одну* зону или небольшое *нечетное* число зон, то действие в точке  $B$  будет больше, чем

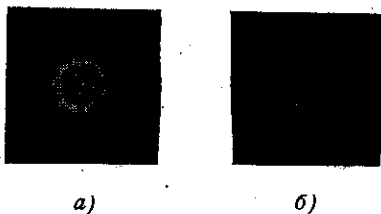


Рис. 82. Картины дифракции на круглом отверстии. *а* — отверстие открывает нечетное число зон: в центральной точке поля ( $B$  на рис. 81) — свет; *б* — отверстие открывает четное число зон: в центральной точке поля — темнота.

в отсутствие экрана \*). Максимум действия соответствует размеру отверстия в одну зону. Если же отверстие открывает *четное* число зон, то световое возбуждение в точке *B* будет *меньше*, чем при свободной волне. Наименьшая освещенность соответствует *двум* зонам (рис. 82).

Применяя графический метод, описанный в § 37, мы получим диаграммы, подобные изображенным на рис. 78, 79, 80, определяющие световое возбуждение в точке *B* в зависимости от числа зон, укладывающихся в отверстие.

Аналогичная картина будет наблюдаться для любой точки, лежащей на линии *AB*. Расчет картины в точках, лежащих в плоскости, перпендикулярной к *AB*, в стороне от этой линии, несколько сложнее. Легко видеть, что вследствие симметрии всего расположения около линии *AB* распределение света в указанной плоскости должно быть симметрично, т. е. область одинаковой освещенности должна располагаться кольцеобразно около точки *B*. При подходящих условиях опыта можно наблюдать несколько концентрических областей максимумов и минимумов освещенности, плавно переходящих друг в друга.

**б) Дифракция на круглом экране.** Для точки *B*, лежащей на линии, соединяющей источник *A* с центром экрана (рис. 83), построение Френеля дает первую зону от края экрана до линии пересечения поверхности волны с конусом, образующая которого равна  $b + \frac{\lambda}{2}$ , вторую зону — до конуса с образующей  $b + \lambda$ , и т. д.

Повторяя рассуждения § 35, получим, что амплитуда света в *B* равна половине амплитуды, обусловленной первой открытой зоной. Если размер экрана невелик (охватывает малое количество зон), то действие первой открытой зоны практически не отличается от действия центральной зоны свободной волны. Таким образом, освещенность в точке *B* (равно как и в других точках линии *AB*, достаточно удаленных от экрана) будет такой же, как и в отсутствие экрана. Вследствие симметрии всей картины относительно *AB* светлая точка в *B* окружена кольцевыми зонами чередующихся тени

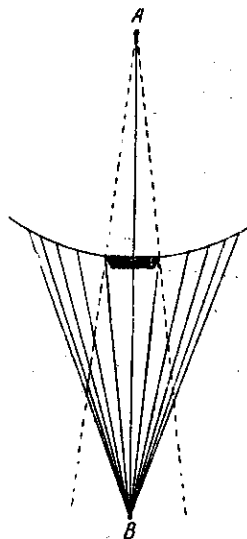


Рис. 83. Схема дифракции на круглом диске; зоны построены для центральной точки поля *B*.

\*) При этом, однако, размер отверстия еще гораздо больше  $\lambda$ , так что условия применимости метода Френеля соблюдены. Действительно, например, при  $a \approx b = 100 \text{ см}$  и  $\lambda = 5 \cdot 10^{-5} \text{ см}$  имеем  $r = \sqrt{\frac{a \cdot \lambda}{2}} = \sqrt{25 \cdot 10^{-4}} \text{ см} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ см} = 1000\lambda$ .

и света. По мере удаления от  $B$  в стороны кольца становятся все менее и менее резкими, пока вдали от  $B$  не получится равномерная освещенность. Фотография, приведенная на рис. 84, передает результаты соответствующего опыта.

Парадоксальное на первый взгляд заключение, в силу которого в самом центре геометрической тени должна находиться светлая точка, было выдвинуто Пуассоном в 1818 г., при рассмотрении мемуара Френеля в Парижской академии, как доказательство несостоятельности рассуждений Френеля. Однако Араго произвел соответствующий опыт и показал, что выводы Пуассона соответствуют действительности и, следовательно, лишь подтверждают теорию Френеля \*).

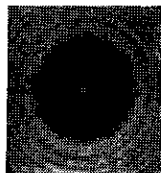


Рис. 84. Картина дифракции на круглом диске.

Для успеха опыта необходимо, чтобы край экрана хорошо совмещался с границами зоны, т. е. экран должен быть точным кругом. Удобными являются, например, стальные шарики от шарикоподшипников. Как уже упоминалось в § 35, в том случае, когда края экрана имеют неровности, сравнимые с размерами френелевой зоны, расчет и опыт показывают, что экранчик будет загораживать свет.

**в) Дифракция на краю экрана, на узкой щели, на узком длинном экране.** Мы рассматривали до сих пор препятствия такой формы, для которых построение кольцевых зон Френеля являлось удобным методом решения задачи. Практически большое значение имеют также иные случаи, например прохождение света через узкую щель или мимо экрана с резким прямолинейным краем, прикрывающим часть световой волны (полуплоскости). В этих случаях количественный расчет наблюдаемой картины по методу кольцевых зон Френеля неудобен, так как прямолинейный край экрана не выделяет целых зон, а пересекает их (рис. 85). Поэтому учет действия частично открытых или закрытых зон затруднителен.

Решение задачи может быть значительно упрощено, если разобьем поверхность волны на зоны несколько иным образом (рис. 86). Пусть  $A$  — светящаяся точка,  $B$  — точка наблюдения,  $\Sigma$  — поверхность сферической волны и  $D$  — бесконечный экран, край которого перпендикулярен к плоскости чертежа. Из точки  $B$  проведем в плоскости чертежа линии  $BM_0, BM_1, BM_2, \dots$  и  $BM'_1, BM'_2, \dots$ , отличающиеся по длине на  $\lambda/2$ . Через центр  $A$  и точки  $M_1, M'_1, M_2, M'_2$  и т. д. проведем плоскости, параллельные ребру экрана  $D$ , и

\*) Светлое пятнышко в центре геометрической тени, отбрасываемой шариками разного размера, наблюдал Маральди (1723 г.) и, по-видимому, еще раньше Делиль (1715 г.), хотя указания Делиля недостаточно ясны; однако этот опыт остался незамеченным и был забыт, ибо явление дифракции не было тогда понято.



разобьем таким образом поверхность волны дугами больших кругов на луки, подобно тому как поверхность Земли делится меридианами на пояса. В отличие от меридианной сетки поверхность волны разбивается на лунки дугами, расположенными на неравном расстоянии друг от друга, и в соответствии с этим площади лунок не будут равны между собой. Рассуждения, аналогичные приведенным в § 35, покажут, что расстояния  $M_0M_1$ ,  $M_1M_2$ , ..., а следовательно, и площади соответствующих лунок, относятся между собой приблизительно

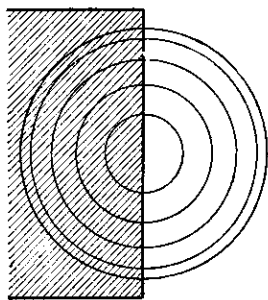


Рис 85. Пересечение зон Френеля экраном с прямой линией краем.

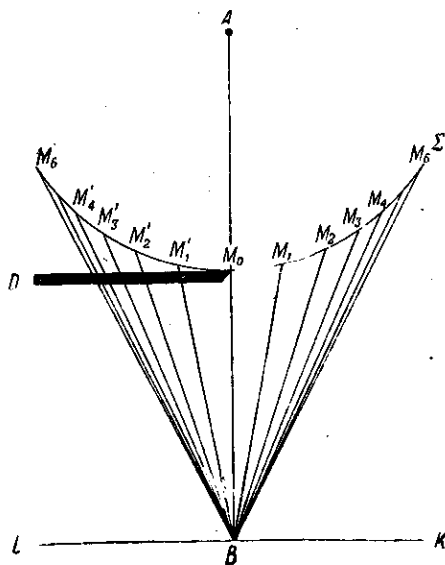


Рис 86. Разбиение фронта волны на луки, аналогичные зонам Френеля.

но как  $1:0,41:0,32:0,27:0,23:0,22:0,20:0,18:0,17$  и т. д. \*). Как видим, площади лунок по мере удаления от полосы  $M_0$  убывают сначала очень быстро, а затем медленнее. Световое возбуждение из соответствующих точек этих лунок достигает  $B$  в противоположных фазах, как и при зонах, разбитых по обычному построению Френеля; однако амплитуды, обусловленные действием первой, второй и т. д. лунок, убывают значительно быстрее, чем в случае, разобранным в § 35, ибо, кроме увеличения наклона фронта волны к линии  $MB$ , площади лунок заметно уменьшаются по мере удаления от полюса.

Пользуясь указанным разделением поверхности волны на зоны, мы с большим удобством можем выполнить решение задачи по плану, разобранным в пп. а) и б).

\*) Для простоты расчет выполнен для плоского фронта, что допустимо ибо кривизна  $\Sigma$  невелика.

### § 39. Спираль Корню и применение ее для графического решения дифракционных задач

Подобно тому как мы построили векторную диаграмму для учета действия различных кольцевых зон (см. § 37), можно построить графически диаграмму действия различных лунок. Очевидно, получится также кривая в форме спирали, однако вследствие различия в площадях лунок действие их по мере удаления от центральной точки волны (точка  $M_0$ ) быстро убывает, особенно вблизи  $M_0$ .

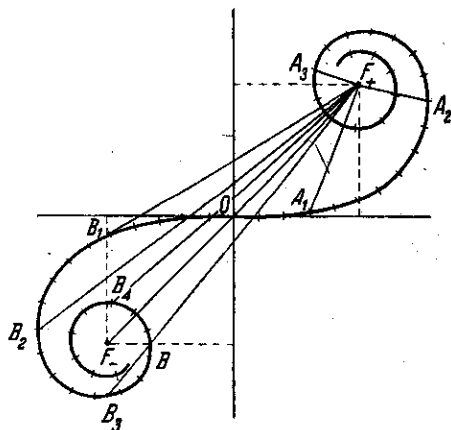


Рис. 87. Спираль Корню.

В соответствии с этим векторы, изображающие действия последующих участков каждой лунки, быстрее убывают по длине, чем в случае построения § 37, соответствующего разбиению на зоны Френеля, и спираль получается более пологой. Она изображена на рис. 87, причем точки  $F_-$  и  $F_+$  представляют полюсы, к которым спираль приближается асимптотически. Ветвь  $OB_1B_2 \dots F_-$ , выражающая действие левой половины волны, состоит из участков, параллельных соответствующим участкам ветви  $OA_1A_2 \dots F_+$ , изображающим

действие правой половины, ибо соответствующие части волны расположены симметрично относительно точки  $B$  (рис. 86), для которой ведется вычисление. Таким образом, обе ветви кривой симметричны, точка  $O$  является точкой перегиба, и прямая  $F_-OF_+$ , соединяющая полюсы спирали, образует угол  $45^\circ$  с касательной в точке  $O$ .

Диаграмма эта построена Корню и носит название спирали Корню. Она дает возможность графического решения дифракционных задач рассматриваемого типа, которые были аналитически решены Френелем с помощью интегралов специального вида, получивших название интегралов Френеля \*).

Пользуясь спиралью Корню, можно количественно решать задачи, подобные упомянутым выше, т. е. задачи о дифракции на препятствиях, ограниченных прямолинейными краями. Амплитуда колебания, обусловленная какой-либо частью световой волны, выражается векто-

\*) Описание геометрических свойств спирали Корню, метода ее построения в связи с интегралами Френеля можно найти в любом курсе теоретической оптики, например: П. Друде, Оптика, ОНТИ, 1935.

ром, замыкающим участок спирали, соответствующий данной части волны. Действие всей волны, т. е. волны, не закрытой никакими препятствиями, изобразится вектором  $F_+F_-$ , соединяющим концы спирали.

Рассмотрим в качестве примера применение спирали Корню к разбору вопроса о дифракции на краю экрана. Освещенность в точке  $B$  (рис. 88), лежащей на границе геометрической тени, определяется действием половины поверхности волны, ибо вторая половина прикрыта экраном; этому соответствует на нашей диаграмме вектор  $OF_+$ , соединяющий центр спирали с ее полюсом  $F_+$ . Так

как  $OF_+ = \frac{1}{2}F_+F_-$ , то амплитуда

в точке  $B$  равна половине, а освещенность — четверти освещенности, наблюдаемой в отсутствии экрана  $D$ . При переходе к области  $BK$  полюс волны смещается вправо, так что для точки  $B_2$  открыта вся правая половина волны и большая или меньшая часть левой половины. Поэтому амплитуда будет определяться вектором, соединяющим  $F_+$  со все более и более отдаленными точками спирали, т. е. вектором  $F_+B_1, F_+B_2, F_+B_3$  и т. д. Рис. 87 показывает, что векторы эти проходят через ряд максимумов больших, чем  $F_+F_-$ , и ряд минимумов меньших, чем  $F_+F_-$ , что соответствует смене максимумов и минимумов в освещенной части экрана. Падение освещенности в области геометрической тени  $BL$ , где экран  $D$  закрывает все большую и большую часть волны, происходит плавно, как видно из рис. 87, где изображены последовательные значения амплитуды:

$F_+A_1, F_+A_2, F_+A_3$  и т. д.

Имея в своем распоряжении правильно вычерченную спираль Корню в достаточно большом масштабе, можно найти количественное распределение освещенности с достаточной точностью.

Схема и фотография рис. 88 передают наблюдаемую дифракционную картину, под которой вычерчено теоретическое распределение освещенности. Аналогично можно исследовать действие узкой бесконечной щели или узкого экрана и т. д.

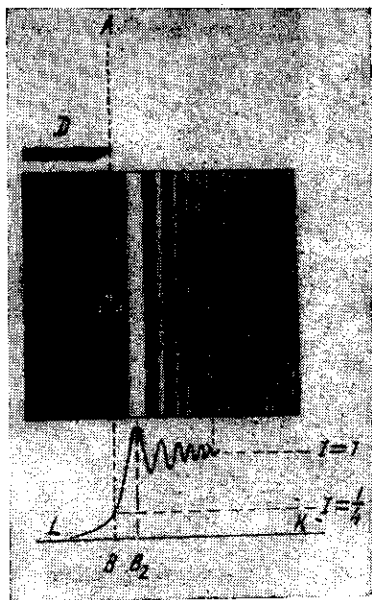


Рис. 88. Дифракция на краю экрана.

### § 40. Замечания относительно принципа Гюйгенса—Френеля

Рассмотренные выше примеры показывают с достаточной убедительностью, что вычисления (аналитические и графические), выполненные на основе постулата Френеля, дают правильное значение распределения освещенности при явлениях дифракции, т. е. позволяют правильно отыскать *амплитуду* результирующей волны, если размеры препятствий или отверстий значительно больше длины волны.

При этом, однако, необходимо сделать следующие замечания. Во-первых, при вычислении результатов интерференции элементарных волн приходится предполагать, что амплитуда, обуславливаемая вспомогательными источниками, зависит от угла наклона  $\varphi$  между нормалью к существующему участку вспомогательной поверхности и направлением в точку  $B$ , для которой ведется вычисление.

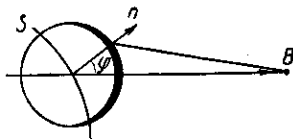


Рис. 89. Чертеж, представляющий зависимость амплитуды вторичных волн от угла  $\varphi$ .

Поверхность  $S$  подобна светящейся поверхности, так что амплитуда тем меньше, чем больше угол испускания. Она имеет наибольшее значение на радиусе, создающем с нормалью ( $\varphi = 0$ ), и обращается в нуль при  $\varphi = \pi/2$  (рис. 89).

Во-вторых, следует отметить, что во всех предшествующих рассуждениях мы стремились определить амплитуду результирующей волны, не затрагивая вопроса о ее фазе. Для большинства задач вопрос о фазе не имеет значения, ибо нас интересует интенсивность результирующей волны, которая пропорциональна *квадрату амплитуды*. Если же произвести и вычисление результирующей фазы, то оказывается, что она отличается на  $\pi/2$  от наблюдаемой. Это легко видеть, например, из рис. 80. Направление кризой в начальной точке  $O$ , выбранное за начало отсчета, дает в точке наблюдения значение фазы колебания, обусловленного действием центрального элемента первой зоны, т. е. то значение фазы, которое обуславливается распространением света по прямой  $LB$  (рис. 73). Это и есть то значение фазы, которое соответствует действительности. График же наш показывает, что результирующий вектор  $ON$  повернут на  $90^\circ$ , т. е. результирующая фаза отстает на  $\pi/2$ . Таким образом, постулат Френеля, правильно задавая амплитуды вспомогательных источников, неудачно определяет их фазы. Для того чтобы получить правильный результат и в отношении фазы, мы должны были бы в этой части изменить постулат Френеля и приписать вспомогательным источникам фазы, увеличенные на  $\pi/2$ .

Наконец, формулировка Френеля не устраняет трудности, характерной для принципа Гюйгенса в его первоначальной форме и состоящей в том, что из него следует наличие двух волн: одной,

идушей вперед, от источника света, другой, построенной так же, как огибающая элементарных волн, но направленной обратно, к источнику.

Отрицание обратной волны заключается до известной степени в допущении Френеля о зависимости амплитуды вторичных волн от угла  $\varphi$  между нормалью к вспомогательной поверхности и направлением на точку наблюдения. Согласно этому допущению амплитуда убывает по мере возрастания угла  $\varphi$  и становится равной нулю, когда абсолютная величина  $\varphi$  равна или больше  $90^\circ$ . Рис. 89 поясняет это допущение, причем убывание амплитуды представляется убыванием толщины кривой. Так как при  $\varphi > 90^\circ$  амплитуда обращается в нуль, то обратная волна невозможна. Однако, как уже указывалось, допущение относительно распределения амплитуд есть дополнительная гипотеза принципа Френеля. Можно сделать понятным отсутствие обратной волны следующими рассуждениями. Действительно, из каждой точки поверхности  $S$  возмущение распространяется и вперед и назад. Но *перед* поверхностью  $S$  возмущения еще нет, и действие сводится к образованию такого возмущения, которое мы и наблюдаем. *Сзади* же  $S$  возмущение уже пришло, и действие от  $S$  сводится к тому, чтобы это пришедшее возмущение компенсировать. В результате обоих действий — прямого и обратного — возмущение *проходит* через  $S$  и распространяется дальше в направлении к  $B$ .

Аналогией, поясняющей это рассуждение, может служить распространение толчка по ряду соприкасающихся шаров. Шар, на который налетел с одной стороны другой шар, деформируется и затем, стремясь расправиться, сам становится источником толчка, направленного как *вперед*, так и *назад*. Но толчок назад расходится на то, чтобы остановить налетевший сзади шар, а толчок вперед сдвигает передний шар в направлении первоначального толчка. В результате толчок передается от шара к шару, подвигаясь в одну сторону — вперед.

На стр. 134 мы уже упоминали, что постулат Френеля, служащий для характеристики вторичных волн, интерференция которых объясняет все процессы распространения волн, являясь некоторой гипотезой, догадкой Френеля. Проведение расчетов по методу Френеля и сравнение их с опытом показывают, что гипотезу эту надо несколько изменить: ввести дополнительный фактор, учитывающий наклон вспомогательной поверхности к направлению действия, обосновать добавочными рассуждениями отсутствие обратной волны и изменить начальную фазу вторичных волн на  $\frac{\pi}{2}$ . Если первые два дополнения привлекаются из соображений более или менее наглядных, то опережение фазы «считается иногда чем-то таинственным», как выражается Рэлей в своей «Волновой теории света». Конечно, поскольку постулат Френеля является не чем иным, как

некоторым рецептом, дающим общий метод решения задач волновой оптики, то очевидно, что и видоизменение этого постулата не представляет ничего особенного, просто более тщательный анализ показывает, что надо пользоваться несколько иным рецептом решения волновых задач, обеспечивающим лучшее согласие с опытом.

По существу, работами Френеля была поставлена на твердую почву волновая оптика, разъяснены в основных чертах все существеннейшие трудности, представляемые явлениями дифракции, и выяснено значение длины световой волны для этих явлений.

Впоследствии (1882 г.) Кирхгоф показал, что принцип Гюйгенса — Френеля может быть получен из дифференциальных уравнений оптики (из волновых уравнений); при этом все отмеченные нами поправки входят автоматически.

В теории Кирхгофа фактор, определяющий зависимость амплитуды от угла  $\varphi$ , вычисляется, исходя из общих положений теории, причем оказывается равным  $\frac{1 + \cos \theta}{\lambda}$ , т. е. обращается в нуль

лишь при  $\varphi = 180^\circ$ , а не при  $\varphi = 90^\circ$ , как предполагалось Френелем. То обстоятельство, что Френель получил правильный результат при неправильном допущении, объясняется неточностью его метода вычисления. Однако и теория Кирхгофа не свободна от некоторых математических и физических допущений. В частности, и в методе Кирхгофа не принимается во внимание влияние вещества экрана на световое поле вблизи него, что, как мы уже упоминали, не соответствует действительности, хотя и ведет лишь к незначительным ошибкам в тех случаях, когда размеры отверстий велики по сравнению с длиной волны. Однако, несмотря на это ограничение, метод Френеля — Кирхгофа имеет огромное значение для большого круга задач, являясь единственным практическим путем их решения.

Строго решение дифракционных задач как задач о распространении электромагнитных волн вблизи препятствий удалось лишь для сравнительно немногочисленных (4—5) случаев. Так, Зоммерфельд (1894 г.) решил задачу дифракции на краю идеально проводящего экрана. Расхождения между результатами теории Зоммерфельда и точными измерениями можно, по-видимому, отнести за счет невозможности точно осуществить на опыте условия теории (реальный экран не может быть сделан идеально проводящим, бесконечно тонким и обладать идеально острым краем, как предполагается при теоретическом рассмотрении). Сопоставление этого и некоторых других случаев, разобранных по методу, аналогичному методу Зоммерфельда, показывает, что приближенная трактовка на основе принципа Гюйгенса — Френеля дает достаточно хорошее приближение для не очень больших дифракционных углов. В соответствии с этим мы и в дальнейшем будем широко пользоваться методом Френеля, помня, конечно, об указанном ограничении.

## ГЛАВА IX

ДИФРАКЦИЯ В ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ЛУЧАХ  
(ДИФРАКЦИЯ ФРАУНГОФЕРА)

## § 41. Дифракция Фраунгофера от щели

До сих пор мы рассматривали дифракцию сферической волны, изучая дифракционную картину в точке, лежащей на конечном расстоянии от препятствия. Именно этот тип вопросов был исследован Френелем, поэтому дифракционные явления этого рода называют обычно дифракцией Френеля.

Фраунгофер (1821—1822 гг.) рассмотрел несколько иной тип явления. В расположении Фраунгофера труба наводилась на удаленный источник света (например, щель) и наблюдалось изображение его вблизи фокальной плоскости трубы через ее окуляр.

Перед объективом трубы помещался экран с отверстиями, в большей или меньшей степени прикрывающий объектив. Оказалось, что вид изображения зависит от размеров и формы этих отверстий. Только тогда, когда открыта достаточная часть объектива, изображение имеет вид, точно воспроизводящий форму наблюдаемого объекта. При уменьшении же работающей части объектива наблюдаемая картина в большей или меньшей степени искажается и может даже совсем не напоминать формы источника. Так, например, при наблюдении светящейся нити через объектив, прикрытый экраном с узкой щелью, наблюдается размытая полоса с несколькими максимумами и минимумами.

Таким образом, изображение, даваемое объективом, есть всегда дифракционная картина, возникающая благодаря ограничению светового пучка.

Это ограничение осуществляется так называемой апертурной диафрагмой объектива (см. § 78), роль которой в простейшем случае играет оправа какой-либо линзы объектива или специальная диафрагма. При значительном отверстии объектива (широкая апертурная диафрагма) наблюдаемая дифракционная картина хорошо воспроизводит вид объекта; при малых размерах апертурной диафрагмы изображение может сильно (до неузнаваемости) отличаться от объекта.

Так как наблюдение по описанному методу ведется в плоскости, сопряженной с плоскостью источника, т. е. в том месте, где свет собирается линзой трубы, то явление значительно выигрывает в яркости, и наблюдение дифракционной картины облегчается. Этот тип дифракции, где рассматривается дифракционная картина, образованная параллельными лучами, получил название дифракции Фраунгофера.

Хотя принципиально фраунгоферова дифракция не отличается от рассмотренной выше дифракции Френеля, тем не менее подробное

рассмотрение этого случая является весьма существенным. Математический разбор многих важных случаев дифракции Фраунгофера не труден и позволяет до конца разработать поставленную задачу. Практически же этот случай весьма важен, ибо он находит применение при рассмотрении многих вопросов, касающихся действия оптических приборов (дифракционной решетки, оптических инструментов и т. д.).

Условия, близкие к условиям Фраунгофера, можно осуществить, поместив малый источник света в фокусе линзы и собрав свет при помощи второй линзы в некоторой точке экрана, расположенного в ее фокальной плоскости. Эта точка служит изображением источника. Помещая между линзами экраны с отверстиями различной величины и формы, мы меняем характер дифракционной картины, являющейся изображением; в зависимости от размеров и формы отверстий часть света пойдет по тем или иным направлениям и будет собираться в различных точках приемного экрана. В результате изображение будет иметь вид пятна, освещенность которого меняется от места к месту. Решить задачу дифракции — значит найти это распределение освещенности на экране в зависимости от размеров и формы препятствий, вызывающих дифракцию. Мы ограничимся разбором наиболее простых и в то же время наиболее важных случаев, когда отверстие имеет форму прямоугольника и круга.

Наибольшее значение имеет случай, когда прямоугольное отверстие имеет незначительную ширину и бесконечную длину, т. е. является щелью. Практически, конечно, достаточно, чтобы длина была значительно больше ширины. Так, при ширине в  $0,01$ — $0,02$  мм длина в несколько миллиметров может считаться бесконечной. В этом случае изображение точки растянется в полоску с максимумами и минимумами, по направлению, перпендикулярному к щели, ибо свет дифрагирует вправо и влево от щели. При поворачивании щели около оси трубы вся картина будет также поворачиваться. Если в качестве источника взять светящуюся нить, параллельную щели, то различные точки нити будут некогерентными между собой источниками и общая картина будет простым наложением картин от точечного источника. Мы будем наблюдать изображение нити, растянутое в направлении, перпендикулярном к направлению щели, т. е. опять-таки можем ограничиться рассмотрением картины в одном измерении.

Пусть волна падает *нормально* к плоскости щели. Площадь щели может быть разбита на ряд узких параллельных полосок равной ширины. Каждая из таких полосок должна рассматриваться как источник волн, причем фазы всех этих волн одинаковы, ибо при нормальном падении плоскость щели совпадает с поверхностью волны; кроме того, и амплитуды наших элементарных волн будут одинаковы, ибо выбранные элементы имеют равные площади и одинаково наклонены к направлению наблюдения.



Эти два обстоятельства — равенство фаз \*) и равенство амплитуд — чрезвычайно упрощают как графическое, так и аналитическое решение рассматриваемой задачи.

Графически результат сложения для любой точки экрана может быть представлен векторными диаграммами рис. 90.

Диаграмма *a* соответствует направлению наблюдения  $\varphi = 0$  к первоначальному направлению волны, при котором элементарные волны не приобретают никакой разности фаз. Результирующая амплитуда  $s = A_0$ . Диаграмма *b*

соответствует направлению, при котором крайние элементы дают разность фаз, равную  $\pi$ , т. е. разность хода, равную  $\lambda/2$ . Из рис. 91 видно, что это направление соответствует условию:

$$ED = b \cdot \sin \varphi = \frac{\lambda}{2}, \text{ где } b \text{ означа}$$

ет ширину щели  $FE$ . Результирующая амплитуда выражается

вектором  $s = \frac{2A_0}{\pi}$ , ибо  $s$  является

диаметром полуокружности, длина которой равна  $A_0$ . Диаграмма *в*

соответствует разности хода лучей от крайних элементов, равной  $\lambda$ , т. е. соответствует направлению, определяемому усло-

вием:  $b \cdot \sin \varphi = \lambda$ . Результирующая равна нулю, т. е. в указан-

ном направлении света не будет. Нетрудно видеть, что нулевая

амплитуда будет соответствовать

также направлению, при котором разность хода от крайних элемен-

тов будет равна  $2\lambda$ ; следующий минимум соответствует разности хода  $3\lambda$  и т. д., т. е. минимумы

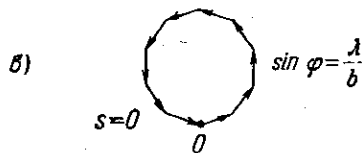
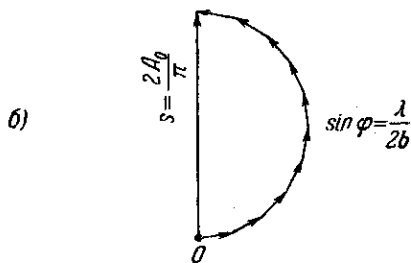
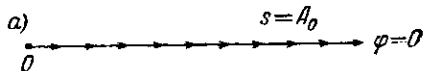


Рис. 90. Дифракция на щели: графическое вычисление результирующей амплитуды для разных направлений.

разность хода от крайних элементов будет равна  $2\lambda$ ; следующий минимум соответствует разности хода  $3\lambda$  и т. д., т. е. минимумы соответствуют направлениям

$$\sin \varphi = \frac{\lambda}{b}, \frac{2\lambda}{b}, \dots, \frac{n\lambda}{b},$$

где  $n$  — целое число.

Для аналитического расчета интенсивности по разным направлениям напишем выражение волны, посылаемой каждым элементом волны, и суммируем действие всех элементов. Амплитуда волны,

\*) При косом падении фазы вдоль поверхности щели не были бы постоянными, а изменялись бы по простому закону. Вычисление и в этом случае не представит большого труда.

обусловленной таким элементом, пропорциональна его ширине  $dx$ , т. е. равна  $c dx$ . Множитель  $c$  определится из условия, что по направлению  $\varphi = 0$  амплитуда волны, посылаемой всей щелью, равна  $A_0$ , т. е.  $cb = A_0$  или  $c = A_0/b$ . Таким образом, световое

возмущение в соответствующем участке щели выразится соотношением

$$ds = \frac{A_0}{b} dx \cos \omega t.$$

Для отыскания действия всей щели в направлении, определяемом углом  $\varphi$  с первоначальным направлением, необходимо учесть разность фаз, характеризующую волну, доходящие от различных элементов до пункта наблюдения  $B_\varphi$  (рис. 91).

Проведем плоскость  $FD$ , перпендикулярную к направлению дифрагированных лучей. Распределение фаз, которое будет иметь место на этой плоскости, определяет собой соотношение фаз элементарных волн, собирающихся в точке  $B_\varphi$ , ибо линза не вносит дополнительной разности фаз (таутохронизм, см. § 20). Таким образом, достаточно определить разность хода, возникающую на пути от плоскости  $FE$  до плоскости  $FD$ . Из рис. 91 видно, что разность хода между волнами, идущими от элементарной аоны при точке  $F$  (край щели) и от какой-либо точки  $N$  (лежащей на расстоянии  $x$  от края щели), есть  $NP = x \sin \varphi$ . Световое возмущение в точке  $P$  плоскости  $FD$  выразится через

$$ds = \frac{A_0}{b} dx \cos(\omega t - kx \sin \varphi), \quad (41.1)$$

где  $k = 2\pi/\lambda$  — волновое число. Результирующее возмущение в точке  $B_\varphi$  определится как сумма этих выражений, т. е. выразится интегралом по всей ширине щели (по всем значениям  $x$  от нуля до  $b$ ). Итак,

$$\begin{aligned} s &= \int_0^b ds = \int_0^b \frac{A_0}{b} \cos(\omega t - kx \sin \varphi) dx = \\ &= A_0 \frac{\sin\left(\frac{bk \sin \varphi}{2}\right)}{\frac{bk \sin \varphi}{2}} \cos\left(\omega t - \frac{kb}{2} \sin \varphi\right). \end{aligned} \quad (41.2)$$

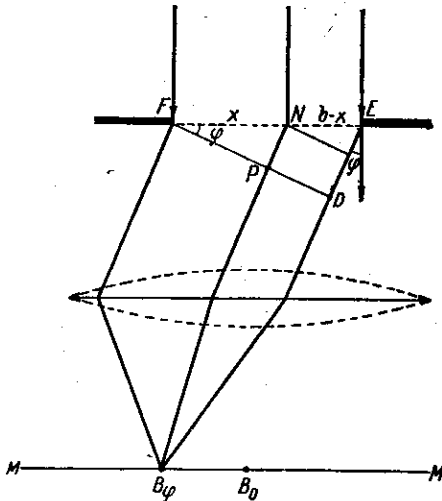


Рис. 91. Дифракция на щели: к аналитическому вычислению результирующей амплитуды.

Таким образом, результирующая волна, идущая в направлении  $\varphi$ , имеет амплитуду

$$A_{\varphi} = A_0 \frac{\sin\left(\frac{bk}{2} \sin \varphi\right)}{\frac{bk}{2} \sin \varphi} = A_0 \frac{\sin\left(\frac{b\pi}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\frac{b\pi}{\lambda} \sin \varphi}, \quad (41.3)$$

так как  $k = 2\pi/\lambda$ .

Во многих практических случаях, в частности при наблюдении в трубу, угол  $\varphi$  настолько мал, что можно положить  $\sin \varphi \approx \varphi$ , так что

$$A_{\varphi} = \frac{A_0 \sin \frac{b\pi\varphi}{\lambda}}{\frac{b\pi\varphi}{\lambda}}. \quad (41.3')$$

Выражение амплитуды волны, доходящей до экрана  $MM$ , показывает, что вдоль экрана (с изменением  $\varphi$ ) освещенность меняется, проходя через максимумы и минимумы.

Исследуем выражение (41.3).  $A_{\varphi}$  обращается в нуль для углов  $\varphi$ , удовлетворяющих условию  $\frac{b\pi}{\lambda} \sin \varphi = n\pi$ , где  $n = 1, 2, 3, \dots$  (целые числа), т. е. для

$$\sin \varphi = n\lambda/b. \quad (41.4)$$

Условие (41.4) определяет положение *минимумов*. Оно совпадает с условием, выведенным выше графическим путем.

При промежуточных значениях угла  $\varphi$  амплитуда достигает максимальных значений. Наибольший максимум имеет место, когда

$$\frac{b\pi}{\lambda} \sin \varphi = 0, \text{ т. е. } \varphi = 0; \text{ при этом } A_{\varphi} = A_0.$$

Следующие максимумы, значительно уступающие по величине главному, соответствуют значениям  $\varphi$ , определенным из условий

$$\begin{aligned} \frac{b\pi}{\lambda} \sin \varphi = 1,43\pi; \quad \frac{b\pi}{\lambda} \sin \varphi = 2,46\pi; \quad \frac{b\pi}{\lambda} \sin \varphi = 3,47\pi; \\ \frac{b\pi}{\lambda} \sin \varphi = 4,47\pi \text{ и т. д.} \end{aligned} \quad (41.5)$$

(см. упражнение 62). На рис. 92 показан ход кривой  $A_{\varphi}$  как функции  $\sin \varphi$  (сплошная линия). На том же рисунке показана кривая распределения интенсивности (пунктирная кривая)

$$I_{\varphi} = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{b\pi}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\left(\frac{b\pi}{\lambda} \sin \varphi\right)^2}, \quad (41.6)$$

где  $I_0 = A_0^2$  есть интенсивность света, идущего от щели  $b$  в направлении первичного пучка.

Как видно из рис. 92, величина вторичных максимумов быстро убывает. Численные значения интенсивностей главного и следующего максимумов относятся, как

$$1 : 0,045 : 0,016 \text{ и т. д.};$$

приближенно эти отношения можно выразить в виде

$$1 : \frac{4}{9\pi^2} : \frac{4}{25\pi^2} : \dots$$

Из установленных в настоящем параграфе формул ясно, что положение минимумов и максимумов зависит от длины волны  $\lambda$ . Поэтому

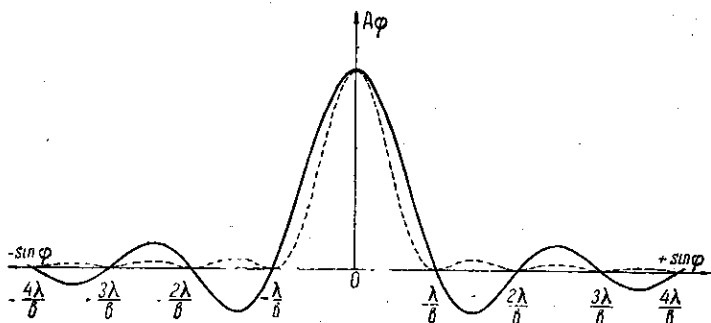


Рис. 92. Дифракция на щели: распределение амплитуды (сплошная кривая) и интенсивности (пунктирная кривая) в зависимости от направления.

дифракционная картина имеет описанный вид лишь для вполне монохроматического света. В случае белого света мы имеем совокупность соответствующих картин для разных цветов (сдвинутых одна относительно другой в соответствии с различием в  $\lambda$ ).

Центральный максимум ( $\varphi = 0$ ) будет, конечно, общим для всех длин волн, так что центр дифракционной картины представится в виде белой полосы, переходящей в цветную каемку. Вторичные максимумы для разных длин волн уже не совпадают между собой; ближе к центру располагаются максимумы, соответствующие более коротким волнам. Длинноволновые максимумы отстоят друг от друга дальше, чем коротковолновые. Однако максимумы эти настолько расплывчаты, что никакого сколько-нибудь отчетливого разделения различных длин волн (спектрального разложения) при помощи дифракции на *одной* щели получить нельзя. Все подробности картины можно выяснить, пользуясь формулой (41.6) или рис. 92.

При разборе задачи о дифракции на щели мы допускали, что по *всей ширине* щели амплитуда и фаза вторичных волн одинаковы. Другими словами, мы пренебрегали искажающим влиянием вблизи краев щели, что допустимо, если ширина щели ( $b$ ) значительно

больше длины волны ( $b \gg \lambda$ ). Таким образом, мы оставались в области применимости принципа Френеля—Кирхгофа, и наше решение имеет силу именно при этих условиях. Однако на практике нередко приходится иметь дело с дифракцией на щелях, ширина которых сравнима с длиной волны. В частности, современные дифракционные решетки (см. § 47) представляют совокупность щелей шириной в 1—2 микрона, т. е. сравнимых с длиной волны. Возникает вопрос, в какой мере метод Френеля—Кирхгофа пригоден в этих случаях? Для предельного случая, когда ширина щели мала по сравнению с длиной волны ( $b \ll \lambda$ ), удалось дать строгое решение задачи, не пользуясь гипотезой Френеля—Кирхгофа (Рэлей, 1897 г.). В этом случае для амплитуды вместо фактора  $\sin \frac{b\pi\varphi}{\lambda} / \frac{b\pi\varphi}{\lambda}$  получается иное выражение (через функции Бесселя), имеющее в общем ход, подобный изображенному на рис. 92, но несколько круче спадающий по мере роста  $\varphi$  и отличающийся в максимуме в  $\frac{b\pi^2}{4\lambda}$  раз от значения, даваемого формулой (41.3). Так, при  $b = \frac{1}{10} \lambda$  максимальная амплитуда оказывается в 4 раза меньше, чем по теории Кирхгофа. Для промежуточных случаев, когда ширина щели сравнима с длиной волны, общий ход решения, очевидно, будет еще больше приближаться к решению по теории Кирхгофа. Действительно, выполненный Морзе и Рубинштейном (1938 г.) расчет показывает, что при щелях шириной  $\approx \lambda$  и больше приближенно Кирхгофа может считаться достаточно удовлетворительным. Таким образом, даже для наиболее тонких современных дифракционных решеток пользование методом Кирхгофа не ведет к заметным ошибкам.

### § 42. Влияние ширины щели на дифракционную картину

Как показывает формула (41.4), расстояние минимумов от центра картины возрастает с уменьшением  $b$ . Таким образом, с уменьшением ширины щели центральная светлая полоса расширяется, захватывая все большую и большую область экрана.

Если  $b = \lambda$ , то  $\varphi_1 = 90^\circ$ , т. е. первый минимум соответствует углу  $90^\circ$ ; следовательно, он сдвинут на бесконечно удаленный край экрана ММ. Освещенность экрана падает от центра к краям постепенно, асимптотически приближаясь к нулю; ширина центральной светлой полосы возрастает беспредельно. Таким образом, с уменьшением  $b$  освещенность стремится стать равномерной по всему экрану (рис. 93).

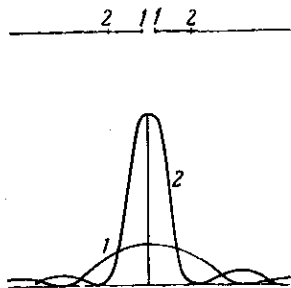


Рис. 93. Дифракция на щели: влияние ширины щели на распределение интенсивности. 1 — узкая щель; 2 — широкая щель.

Наоборот, при увеличении ширины щели положение первых минимумов приближается все теснее и теснее к центру картины, так что центральный максимум становится все резче и резче. При этом, как следует из (41.6), *относительная* интенсивность максимума остается неизменной; *абсолютная* же величина его возрастает, ибо возрастает энергия, проходящая через уширенную щель. При очень широкой щели (по сравнению с  $\lambda$ ) мы получаем в центре резкое изображение линейного источника.

### § 43. Влияние размеров источника

Во всяком реальном опыте источник имеет конечные размеры. Допустим, что угловой размер источника равен  $2\alpha$ . Это значит, что

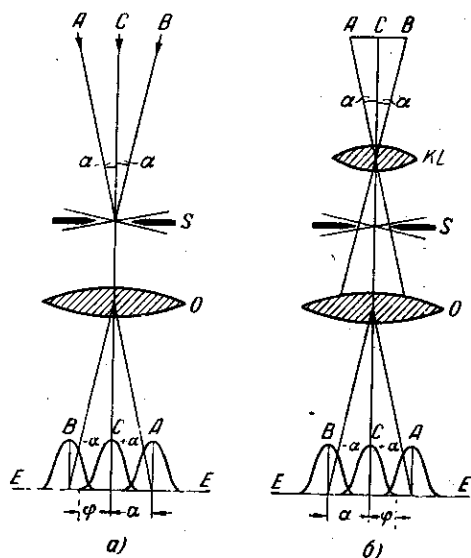


Рис. 94. Дифракция на щели: влияние размеров источника.  $2\alpha$  — угловая ширина источника;  $2\varphi \approx \frac{2\lambda}{b}$  — ширина центрального дифракционного максимума;  $a$  — источник  $AB$  расположен в бесконечности;  $b$  — источник расположен в главной фокальной плоскости коллиматорной линзы  $KL$ .

На рис. 94 показаны положения главных максимумов от краев источника, которые располагаются по обе стороны главного максимума от центральной точки нашего источника на угловых расстояниях  $\pm\alpha$ . Промежуточные точки источника дают максимумы, располагающиеся между  $A$  и  $B$ . Если щель широкая, так что  $\varphi = \frac{\lambda}{b}$

если мы производим опыт с удаленным источником (звезда, Солнце), то  $2\alpha$  есть угловой размер его, наблюдаемый из точки, расположенной в центре щели  $S$  (рис. 94, а); если наблюдение ведется с помощью коллиматора, то  $2\alpha$  есть угловой размер источника, наблюдаемого из центра коллиматорной линзы  $KL$  (рис. 94, б). И в том и в другом случае источник можно рассматривать как совокупность некогерентных и практически точечных источников, посылающих плоские волны, наклоненные в пределах угла  $2\alpha$ . Эти источники дадут ряд одинаковых дифракционных картин, смещенных друг относительно друга в пределах угла  $2\alpha$  (для простоты считаем отдельные источники одинаково яркими).

значительно меньше  $\alpha$ , то изображение источника геометрически почти подобно источнику и лишь слегка по краям окаймлено слабыми

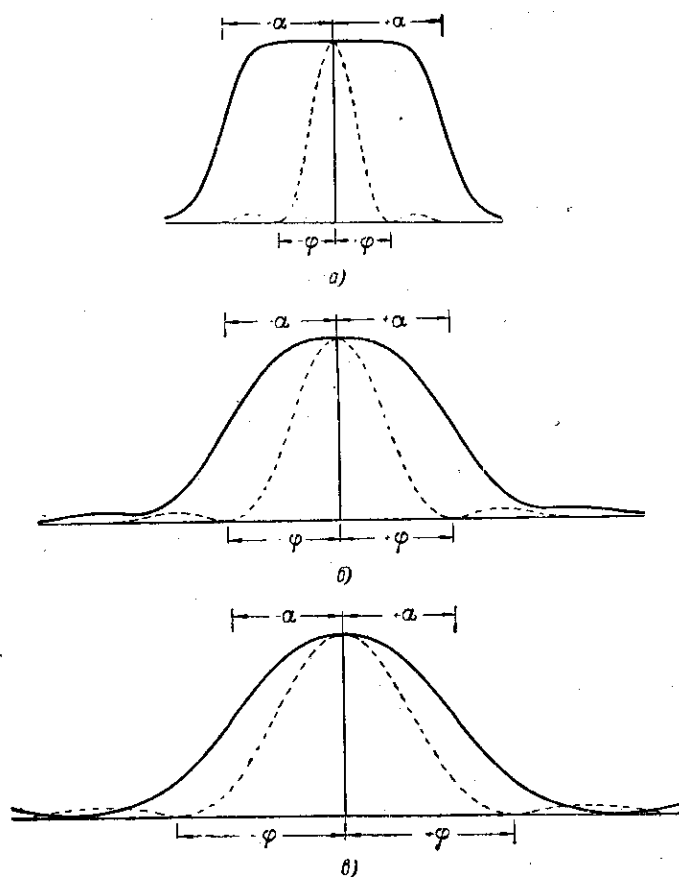


Рис. 95. Дифракция от источника с угловой шириной  $2\alpha$  на щели шириной  $b$ . Сплошная линия — изображение источника, пунктирная линия — изображение точки, расположенной в центре источника.  $a$  — широкая щель,  $\varphi = \frac{\lambda}{b} < \alpha$ ;

$b$  — щель более узкая,  $\varphi = \frac{\lambda}{b} = \alpha$ ; в — узкая щель,  $\varphi = \frac{\lambda}{b} > \alpha$ .

дифракционными полосами (вторичные максимумы). По мере уменьшения ширины щели  $\varphi$  увеличивается, приближаясь к  $\alpha$ . Изображение источника становится более расплывчатым и дифракционное уширение составляет все большую и большую часть геометрического изображения. При очень узкой щели, т. е. при  $\varphi$ , значительно большем  $\alpha$ , дифракционное уширение становится значительно больше,

чем геометрическая ширина изображения, так что наблюдаемая картина мало отличается от картины, даваемой точечным источником. Приблизительный характер явления изображен на рис. 95. Случай  $\varphi > \alpha$  соответствует рис. 95, в. При  $\varphi \gg \alpha$  пунктирная кривая, представляющая картину точечного источника, будет практически сливаться со сплошной кривой, дающей картину от источника шириной  $2\alpha$ .

#### § 44. Дифракция от прямоугольного и круглого отверстий

Если щель имеет ограниченную длину  $l$ , т. е. представляет собой прямоугольник со сторонами  $b$  и  $l$ , то, очевидно, и в направлении длины щели будет наблюдаться дифракционная картина. Общий вид, получаемый в этом случае, изображен на рис. 96. Форма отверстия изображается маленьким белым прямоугольником в правом углу



Рис. 96. Картина дифракции от прямоугольного отверстия. Форма отверстия показана белым прямоугольником в правом углу рисунка.

фотографии; источником света служит маленькая ярко освещенная дырочка (точечный источник), расположенная в фокусе большой линзы. Согласно изложенному в § 42, дифракционная картина шире по тому направлению, которое соответствует более короткой стороне прямоугольника.

В случае квадратного отверстия картина по обоим направлениям будет симметричной. При графическом решении волна разделяется на элементы в виде маленьких прямоугольников, получающихся от разбивки поверхности отверстия рядом линий, параллельных той и другой стороне прямоугольника. Направление дифрагированного пучка можно определить при помощи двух углов  $\psi$  и  $\varphi$  с первоначальным направлением, отсчитываемым соответственно в плоско-



стях, проходящих через первоначальное направление параллельно сторонам прямоугольника  $l$  и  $b$ . Направления, удовлетворяющие условиям  $l \sin \psi = n\lambda$  или  $b \sin \varphi = m\lambda$ , где  $m$  и  $n$  — целые числа, соответствуют, очевидно, минимумам интенсивности, т. е. черным полосам фотографии. Аналитическое рассмотрение задачи о прямоугольном отверстии не представляет трудностей и может быть выполнено по схеме § 41.

Результаты вычисления интенсивности выразятся формулой

$$I_{\varphi, \psi} = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}\right)^2} \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{\pi l \sin \psi}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi l \sin \psi}{\lambda}\right)^2}, \quad (44.1)$$

где  $I_0$  — интенсивность света, идущего по первоначальному направлению  $\varphi = 0$ ,  $\psi = 0$ .

Так как обычно  $\varphi$  и  $\psi$  невелики, то можно положить  $\sin \varphi = \varphi$  и  $\sin \psi = \psi$ , так что

$$I_{\varphi, \psi} = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi b \varphi}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi b \varphi}{\lambda}\right)^2} \frac{\sin^2\left(\frac{\pi l \psi}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi l \psi}{\lambda}\right)^2}. \quad (44.2)$$

Случай круглого отверстия представляет большие трудности для вычисления. При графическом решении задачи, разбив круглое отверстие на полоски параллельными линиями, заметим, что крайние полоски играют меньшую роль, чем в случае прямоугольного отверстия, где длина их такая же, как и для центральной полоски. Поэтому диаграмма будет составлена при помощи векторов неодинаковой длины в отличие от случая прямоугольника.

В соответствии с этим и численные результаты расчета амплитуды получаются несколько иные\*). Общий ход распределения интенсивности в дифракционной картине подобен случаю прямоугольного отверстия, но максимумы и минимумы располагаются, конечно, в виде кругов, и угловой радиус темных кругов определяется *приблизженно* соотношением

$$\sin \varphi = m \frac{0,61}{R} \lambda,$$

где  $R$  — радиус отверстия и  $m$  — целые числа. Таким образом, чем больше радиус отверстия, тем мельче дифракционная картина. Более точные значения угловых радиусов темных и светлых (максимумов) колец даны в следующей таблице на странице 154.

\*) При выполнении расчета задача приводится к бесселевым функциям.

Минимумы	Максимумы	Интенсивность
$\sin \varphi_1 = \frac{0,61}{R} \lambda$	$\sin \varphi'_1 = 0$	1
$\sin \varphi_2 = \frac{1,12}{R} \lambda$	$\sin \varphi'_2 = \frac{0,81}{R} \lambda$	0,0175
$\sin \varphi_3 = \frac{1,62}{R} \lambda$	$\sin \varphi'_3 = \frac{1,33}{R} \lambda$	0,0042
$\sin \varphi_4 = \frac{2,12}{R} \lambda$	$\sin \varphi'_4 = \frac{1,85}{R} \lambda$	0,0016

Последний столбец показывает относительную интенсивность в максимумах разного порядка. Из него видно, что уже в ближайшем максимуме интенсивность составляет менее 2% от центрального.

Случай дифракции на круглом отверстии имеет очень большое практическое значение, ибо все оправы линз и объективов имеют обычно круглую форму, так что при рассмотрении явлений в оптических инструментах всегда приходится считаться с дифракцией на круглом отверстии (см. гл. XIV).

### § 45. Дифракция на двух щелях

Рассмотрим опять явление дифракции на щели по схеме, изображенной на рис. 91. Положение дифракционных максимумов и минимумов не будет зависеть от положения щели, ибо положение

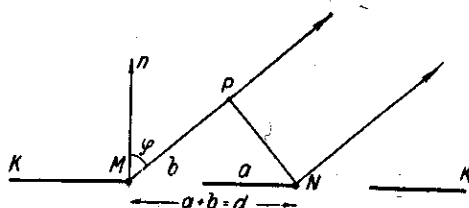


Рис. 97. Дифракция на двух параллельных щелях: определены положения главных максимумов и добавочных минимумов.  $b$  — ширина щели;  $a$  — расстояние между щелями.

максимумов определяется направлением, по которому идет большая часть испытавшего дифракцию света. Поэтому при перемещении щели параллельно самой себе никаких изменений дифракционной картины не должно наблюдаться. Если в перегородке проделаны две идентичные параллельные щели, то они дадут одинаковые накладывающиеся друг на друга

дифракционные картины, вследствие чего максимумы соответственным образом усиливаются. Однако в действительности картина окажется сложнее, ибо надо принять в расчет взаимную интерференцию волн, идущих от первой и второй щелей.

Предположим, что мы прорезали в перегородке  $KK$  (рис. 97) две щели шириной  $b$ , разделенные непрозрачным промежутком  $a$ ,

так что  $a + b = d$ . Очевидно, что минимумы будут на прежних местах, ибо те направления, по которым ни одна из щелей не посылает света, не получают его и при двух щелях. Кроме того, однако, возможны направления, в которых свет, посылаемый двумя щелями, взаимно уничтожается. Это будут, очевидно, направления, которым соответствует разность хода  $\frac{\lambda}{2}, 3 \frac{\lambda}{2}, \dots$  для лучей, идущих от соответственных точек обеих щелей. Эти направления определяются, как легко видеть из рис. 97, условием

$$MP = MN \sin \varphi = \frac{\lambda}{2}, 3 \frac{\lambda}{2}, \dots,$$

$$d \sin \varphi = \frac{\lambda}{2}, 3 \frac{\lambda}{2}, 5 \frac{\lambda}{2}, \dots \quad (45.1)$$

Наоборот, в направлениях, определяемых из условий:

$$d \sin \varphi = \lambda, 2\lambda, \dots, \quad (45.2)$$

действие одной щели усиливает действие другой, так что этим направлениям соответствуют *главные максимумы*. Таким образом, полная картина определяется из условий:

$$\text{прежние минимумы} \quad b \sin \varphi = \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots;$$

$$\text{добавочные минимумы} \quad d \sin \varphi = \frac{\lambda}{2}, 3 \frac{\lambda}{2}, 5 \frac{\lambda}{2}, \dots;$$

$$\text{главные максимумы} \quad d \sin \varphi = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots,$$

т. е. между двумя главными максимумами располагается один добавочный минимум. Расстояние между первичными минимумами (от одной щели) зависит от ширины щели  $b$ . Если  $b$  значительно меньше  $d$  (далекие и узкие щели), то между двумя первоначальными минимумами может расположиться значительное количество новых минимумов и максимумов.

Кривая рис. 98 показывает распределение интенсивностей. Пунктирная кривая соответствовала бы сложению интенсивностей обеих щелей, например, в том случае, если бы обе щели освещались некогерентными между собой пучками. Сплошная кривая дает действительное распределение интенсивностей. Общий световой поток сквозь щели, определяемый площадью, заключающейся между этими кривыми и осью абсцисс, должен, конечно, оставаться одинаковым в обоих случаях.

При увеличении расстояния между щелями отдельные максимумы станут уже и чаще, но указанная площадь останется неизменной. Так как для одной щели центральный максимум гораздо интенсивнее боковых, то и при наличии двух одинаковых щелей почти весь свет

сосредоточен в области центрального максимума, т. е. в пределах, определяемых условием:  $\sin \varphi = \pm \frac{\lambda}{b}$ , как это показывает рис. 98.

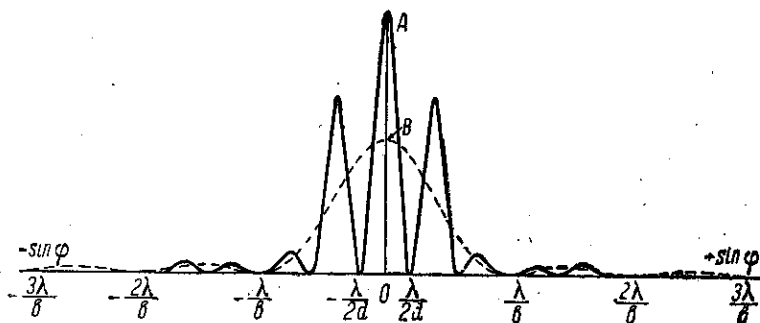


Рис. 98. Распределение интенсивности при дифракции на двух параллельных щелях шириной  $b$ , расположенных на расстоянии  $d$ . Пунктирная кривая относится к случаю освещения некогерентным светом, сплошная кривая — к освещению когерентным светом.  $OA = 2OB$ .

Таким образом, угловая ширина основной дифракционной картины равна  $2 \frac{\lambda}{b}$ .

#### § 46. Интерферометр Рэлея. Измерение углового диаметра звезд

Дифракция от двух щелей, представляющая переход к дифракционной решетке, имеет и непосредственный интерес по тем применениям, которые она получила в разных физических измерениях.

Известный интерференционный опыт Юнга, имеющий большое историческое значение (см. § 16), представляет собой случай дифракции на двух щелях. Рэлей использовал этот случай для построения простого интерференционного (или дифракционного) рефрактометра, в котором два интерферирующих луча получаются

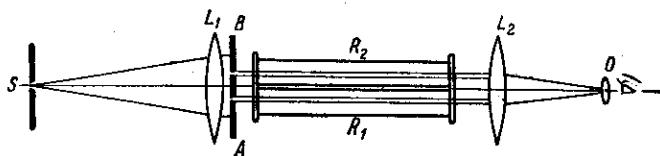


Рис. 99. Схема интерферометра Рэлея.

в результате дифракции от двух щелей. Схема расположения Рэлея изображена на рис. 99. Ярко освещенная щель  $S$  служит источником, расположенным в фокальной плоскости объектива  $L_1$ , прикрытого экраном  $AB$  с двумя щелями, за которыми располагаются трубки рефрактометра  $R_1$  и  $R_2$ . В фокальной плоскости второго

объектива  $L_2$  получается дифракционная картина, рассматриваемая в сильную лупу. При изменении показателя преломления вещества в одной из трубок картина смещается.

Главный недостаток прибора состоит в том, что при довольно значительном расстоянии между  $A$  и  $B$ , необходимым для помещения двух трубок  $R$ , дифракционная картина получается в виде очень тесно расположенных полос, для наблюдения которых требуются сильное увеличение и специальные приспособления для точного измерения смещения полос. Впрочем, в современном выполнении рефрактометр Рэлея является удобным техническим прибором.

Особенный интерес представляет применение дифракции на двух щелях к решению важнейшей астрономической задачи об определении углового расстояния двойных звезд или углового диаметра отдаленных звезд. Принцип такого измерения был выдвинут еще Физо в 1868 г. Майкельсон в 1890 г. указал на возможные принципиальные усовершенствования предложенного приема, но только в 1920 г. тому же Майкельсону удалось осуществить предполагаемое расположение и измерить диаметры некоторых звезд. Рис. 100 поясняет идею метода.

Пусть имеются две звезды на угловом расстоянии  $\theta$  друг от друга, столь малом, что в фокальной плоскости телескопа изображения этих звезд не могут быть различены. Если объектив телескопа прикрыт щитом с двумя щелями на расстоянии  $D$  друг от друга, то от каждой звезды будет получена дифракционная картина в виде мелких ярких полосок.

Система полос от каждого из двух источников сдвинута друг относительно друга на угловое расстояние  $\theta$ . Центральная полоса  $P_0$  сдвинута относительно ближайшей полосы своей системы  $P_1$  на угол  $\varphi$ , определяемый из условий  $D \sin \varphi = \lambda$  или  $\varphi = \frac{\lambda}{D}$ . Меняя расстояние между щелями  $D$ , можно изменять угол  $\varphi$ . Легко видеть, что когда  $\varphi = 2\theta$ , т. е. когда максимумы одной системы интерференционных полос приходятся на минимумы другой, тогда видимость этих полос наихудшая: полосы смываются. При дальнейшем изменении расстояния видимость вновь улучшается. Таким образом, измерение сводится к определению расстояния  $D_0$ , которому соответствует первое ухудшение видимости. Для данной длины волны  $\lambda$  искомого углового расстояния  $\theta = \lambda/2D_0$ .

Если вместо двух источников (двойная звезда) мы имеем источник с угловым диаметром  $\theta$ , то он дает интерференционную картину с более широкими полосами, изображенную на рис. 101, где заштрихована наблюдающаяся полоса, а пунктирными и сплошными линиями намечены полосы, которые обусловлены краями источника в отдельности, заштрихованная область дает ориентировочное представление о ширине полос. Таким образом, угловая ширина полосы есть  $\theta$ ,

и исчезновение видности должно иметь место при таком расстоянии  $D$ , при котором  $\varphi = \theta$ , т. е.  $\theta = \lambda/D$ . Итак, метод позволяет определить также и угловой диаметр источника (ср. также § 43).

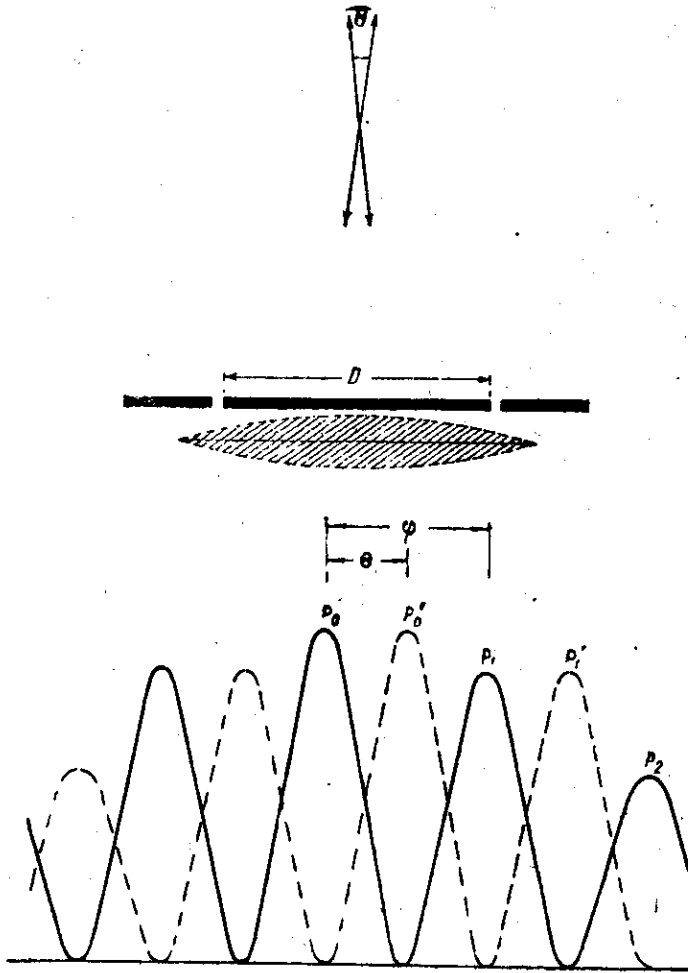


Рис. 100. Схема метода Физо — Майкельсона для определения углового расстояния между звездами или углового диаметра звезд.

Для простоты расчетов мы полагали источник в виде светящейся прямоугольной полоски. В случае равномерно светящегося диска условие исчезновения интерференционной картины будет

$$\theta = 1,22 \frac{\lambda}{D}. \quad (46.1)$$

Указанным методом Майкельсон в начале 1920 г. измерил угловое расстояние между компонентами двойной звезды Капеллы,

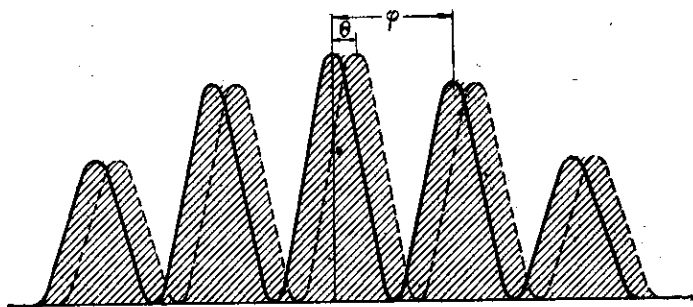


Рис. 101. К методу определения диаметра звезд: схематическое изображение интерференционной картины для источника с угловым диаметром  $\theta$ . Угол  $\varphi = \frac{\lambda}{D}$  определяется расстоянием между щелями.

сказавшееся равным  $0,042''$ . При помощи этого прибора можно было даже проследить орбитальное движение звезд друг относительно друга, ибо в зависимости от положения звезд должны быть соответствующим образом ориентированы и щели на объективе.

В декабре 1920 г. Майкельсон впервые измерил диаметр Бетельгейзе — звезды, принадлежащей к типу так называемых гигантов. Угловой диаметр Бетельгейзе оказался равным  $0,047''$ . Зная расстояние до звезды (звездный параллакс ее не превосходит  $0,03$ ), можно было вычислить, что линейный диаметр Бетельгейзе равен  $3,9 \cdot 10^8$  км, т. е. превосходит диаметр орбиты Земли ( $1,5 \cdot 10^8$  км). Для сравнения напомним, что диаметр Солнца равен  $1,4 \cdot 10^6$  км.

Как видно из теории метода Майкельсона, чувствительность метода тем больше, чем больше расстояние между щелями на объективе.

Так как самый большой из существующих рефлекторов имеет диаметр всего около 5 м, Майкельсон придумал способ увеличить расстояние между двумя пучками, заменив щели системой зеркал  $S_1S_3S_4S_2$ , действие которых понятно из рис. 102.

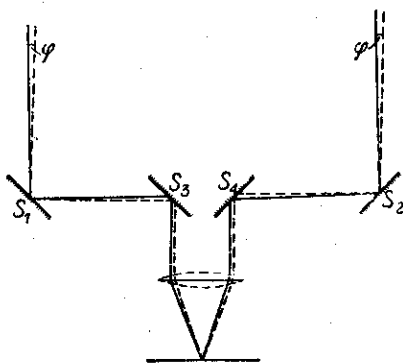


Рис. 102. Схема расположения зеркал для интерференционного метода определения диаметра звезд.

Расстояние  $S_1S_2$ , играющее роль расстояния  $D$  в аппарате Майкельсона, могло быть доведено до 6 м. Несмотря на крайнюю простоту идеи такого увеличения  $D$ , техническое выполнение ее крайне трудно, ибо расстояние между зеркалами  $S_1S_2$  должно быть переменным, а во время измерения положение их должно быть

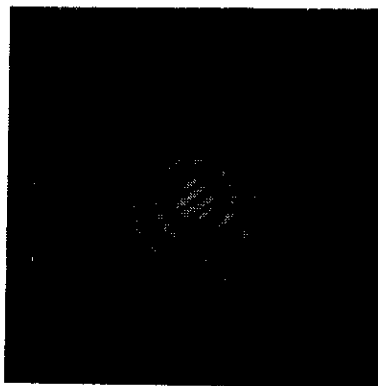


Рис. 103. Изображение одиночной звезды в приборе Майкельсона. Параллельные черные линии представляют собой результат интерференции от двух зеркал; они пересекают дифракционное изображение звезды в объективе телескопа, прикрытом экраном  $D$  (рис. 100). При соответствующем раздвижении зеркал  $S_1$  и  $S_2$  интерференционные полосы исчезают и остается дифракционное изображение звезды.

строго неизменным с точностью до длины волны. В настоящее время построен прибор Майкельсона, позволяющий доводить расстояние до 18 м и, следовательно, измерять углы до тысячной доли секунды. Интерференционная картина, даваемая одиночной звездой в приборе Майкельсона, изображена на рис. 103.

Принцип измерения диаметра звезд был применен (Зигмонди) также для измерения субмикроскопических частиц, размер которых не позволяет непосредственно различать их в микроскоп. И в этом случае диафрагма с двумя щелями, вырезающая пучки лучей, поступающие от наблюдаемой частицы в объектив микроскопа, создает в поле зрения дифракционную картину, так что частицы представляются в виде светлых полосок, параллельных линиям, соединяющей щели, и испещренных максимумами. Раздвигая щели, добиваемся исчезновения дифракционных максимумов и таким образом определяем поперечник

### § 47. Дифракционная решетка

Рассмотренные дифракции на двух щелях показывают, что в этом случае дифракционные максимумы становятся более узкими, чем в случае одной щели. Увеличение числа щелей делает это явление еще более отчетливым. Повторяя рассуждение § 45, найдем, что между каждыми двумя главными максимумами ( $d \sin \varphi = 0, \lambda, 2\lambda, \dots$ ) при трех щелях располагаются *два* добавочных минимума ( $d \sin \varphi = \frac{\lambda}{3}$  и  $\frac{2\lambda}{3}$ ;  $\frac{4\lambda}{3}$  и  $\frac{5\lambda}{3}$  и т. д.), при четырех щелях — *три* добавочных минимума и т. д.



В общем случае  $N$  щелей ширины  $b$  с промежутками  $a$  (период решетки  $d = a + b$ ) имеем:

$$\begin{array}{l} \text{прежние минимумы} \quad b \sin \varphi = \lambda, \quad 2\lambda, \dots \\ \text{главные максимумы} \quad d \sin \varphi = 0, \quad \lambda, \quad 2\lambda, \dots \\ \text{добавочные минимумы} \quad d \sin \varphi = \frac{\lambda}{N}, \frac{2\lambda}{N}, \dots, \frac{(N-1)\lambda}{N}, \frac{(N+1)\lambda}{N}, \dots \end{array}$$

т. е. между двумя главными максимумами располагается  $(N-1)$  добавочных минимумов, разделенных вторичными максимумами.

Конечно, с увеличением числа щелей растет интенсивность главных максимумов, ибо возрастает количество пропускаемого решеткой света. Однако самое существенное изменение, вносимое большим числом щелей, состоит в превращении расплывчатых максимумов в резкие узкие максимумы, разделенные практически темными промежутками, ибо вторичные максимумы очень слабы: самый сильный из наблюдаемых вторичных максимумов составляет не более 5% от главного (см. упражнение 67а). Резкость максимумов обеспечивает возможность надежно отличить близкие длины волн, которые изобразятся отдельными яркими полосками, а не будут перекрывать друг друга, как это имеет место при расплывчатых максимумах, получающихся с одной щелью или малым числом их.

То обстоятельство, что в результате интерференции большого числа лучей мы получаем резкий переход (малое изменение направления  $\varphi$ ) от максимума к соседнему минимуму, наглядно объясняется диаграммами рис. 90. Когда все складывающиеся  $N$  лучей находятся в одной фазе, мы получаем максимум, соответствующий амплитуде  $Na$  результирующего колебания, если  $N$  — число интерферирующих лучей и  $a$  — амплитуда каждого из них. Для получения минимума (диаграмма в рис. 90) необходимо, чтобы фаза последнего луча отличалась от фазы первого на  $2\pi$ . Следовательно, при наличии  $N$  лучей различие в фазе двух соседних лучей должно равняться  $\frac{2\pi}{N}$  (а различие в разности хода равно  $\frac{\lambda}{N}$ ), т. е. тем меньше, чем больше  $N$ .

Таким образом, между каждыми двумя главными максимумами, соответствующими разности хода  $d \sin \varphi = m\lambda$ , где  $m = 0, 1, 2, \dots$ , лежат по  $(N-1)$  добавочных минимумов, определяемых разностью хода  $d \sin \varphi = m\lambda + p \frac{\lambda}{N}$ , где  $p$  пробегает целые значения от 1 до  $(N-1)$  (см. также упражнение 67а). Угловое расстояние между главным максимумом и соседним минимумом определяется требованием, чтобы разность хода возросла на  $\frac{\lambda}{N}$ , т. е.  $\Delta(d \sin \varphi) = \lambda/N$ , или  $d \cos \varphi \Delta \varphi = \lambda/N$ . Отсюда  $\Delta \varphi = \frac{\lambda}{Nd \cos \varphi}$ . При не очень больших углах дифракции ( $\cos \varphi \approx 1$ ), что соответствует обычно не очень

большим порядкам дифракции (небольшим  $m$ ), резкость главных максимумов не зависит от порядка спектра и равна  $\Delta\varphi = \lambda/Nd$ . Из этой формулы следует, что резкость главных максимумов тем больше, чем больше  $Nd$ , т. е. чем больше *общая ширина* решетки. При *заданном* периоде решетки  $d$  резкость главных максимумов возрастает ( $\Delta\varphi$  уменьшается) с ростом числа штрихов  $N$ .

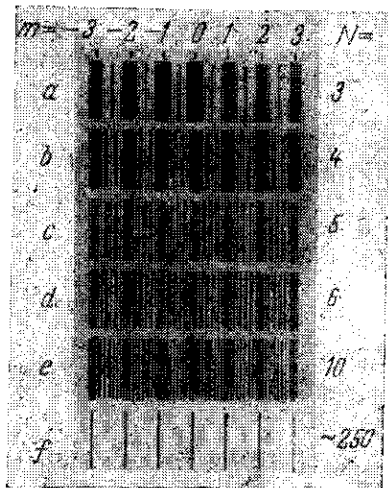


Рис. 104. Изменение характера дифракционного спектра в зависимости от числа щелей  $N$ .

все четные максимумы, причем, конечно, соответствующим образом усиливаются нечетные. При  $d = 3b$  исчезает каждый третий максимум и т. д.

Общая формула, передающая распределение амплитуды в зависимости от угла  $\varphi$ , гласит \*):

$$A = A_0 \frac{\sin \alpha \sin N\beta}{\alpha \sin \beta}, \quad (47.1)$$

где  $\alpha = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi$ ,  $\beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi$ ,  $N$  — число щелей и  $A_0$  — амплитуда, задаваемая одной щелью в направлении первичного пучка  $\varphi = 0$ . Формула (47.1) получается без труда, если суммировать действия отдельных щелей, принимая во внимание возникающую разность фаз (см. упражнение 67). Множитель  $A_0 \frac{\sin \alpha}{\alpha}$  определяет действие одной щели, а множитель  $\frac{\sin N\beta}{\sin \beta}$  выражает взаимодействие  $N$  щелей.

\*) Предполагая, что  $b \gg \lambda$ , т. е. соблюдены условия применимости теории Френеля — Кирхгофа (см. § 41).

Рис. 104 наглядно показывает уменьшение ширины главных максимумов (увеличение их резкости) по мере роста  $N$ . В хороших решетках  $N$  достигает  $10^5$ , благодаря чему спектр, изображаемый такой решеткой, состоит из очень резких линий, если источник испускает достаточно монохроматическое излучение.

Расстояние между главными максимумами для определенной длины волны  $\lambda$  определяется периодом решетки  $d$ , а распределение интенсивности между отдельными максимумами зависит от соотношения между  $b$  и  $d$ . В том случае, когда  $b$  и  $d$  соизмеримы, некоторые главные максимумы будут отсутствовать. Так, при  $d = 2b$  пропадают

Положение главных максимумов, определяемое из условия  $d \sin \varphi = m\lambda$ , соответствует максимальным значениям множителя  $\frac{\sin N\beta}{\sin \beta}$ , который при этом обращается в  $N$  (см. упражнение 67, а).

Таким образом, в главных максимумах амплитуда в  $N$  раз, а интенсивность в  $N^2$  раз больше, чем дает в соответствующем месте одна щель. Если бы действовали  $N$  некогерентных щелей, то интенсивность возросла бы только в  $N$  раз, т. е. была бы в  $N$  раз меньше, чем при когерентных пучках, обусловленных решеткой.

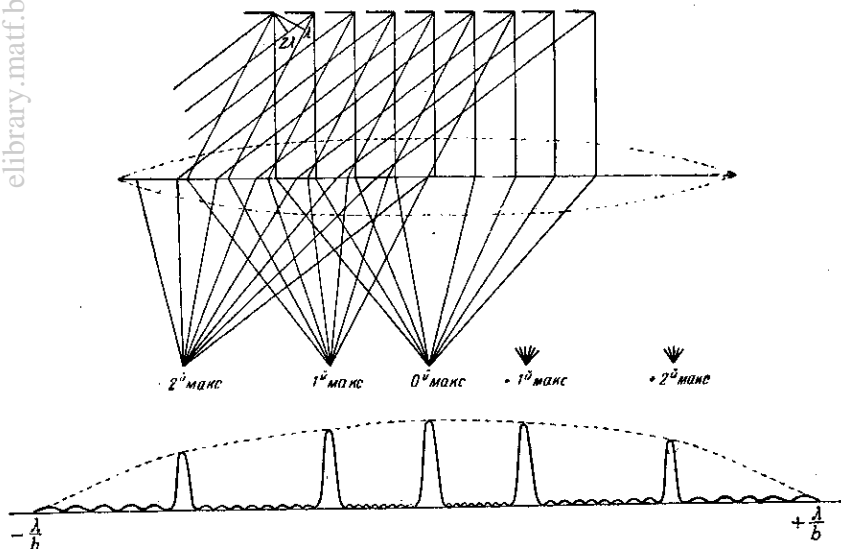


Рис. 105. К теории дифракционной решетки. Положение главных максимумов и распределение энергии по различным порядкам в щелевой решетке. Пунктирная кривая передает ход множителя  $f(\alpha)$ , выражающего распределение, обусловленное дифракцией на отдельной щели. Если  $b \gg \lambda$ , то  $f(\alpha) = \frac{\sin \alpha}{\alpha}$ . В противном случае  $f(\alpha)$  несколько иная функция (см. §41, конец).

При большом числе щелей ( $N$ ) высоты главных максимумов значительно больше, чем указывает пунктирная кривая.

Зато в случае решетки отдельные яркие главные максимумы разделены темными областями, а при  $N$  некогерентных щелях мы имели бы  $N$ -кратное наложение сравнительно широкой дифракционной картины от одной щели (ср. пунктирная кривая рис. 98, § 45, где  $N=2$ ). Формула (47.1) показывает, что в выражение распределения амплитуды входит множитель  $A_0 \frac{\sin \alpha}{\alpha}$ , дающий распределение, обусловленное одной щелью. Следовательно, при дифракции на решетке, так же как и при дифракции от двух щелей, почти весь свет сосредоточен в области центрального максимума, обусловленного

одной щелью. Так как ширина щели  $b$  обычно очень мала, то этот центральный максимум, угловая ширина которого равна  $2 \frac{\lambda}{b}$ , довольно широк, так что на его протяжении укладывается несколько главных максимумов решетки, соответствующих нескольким порядкам (рис. 105).

Из формулы (47.1) нетрудно определить распределение интенсивности по главным максимумам. Действительно, находя из соотношения  $d \sin \varphi = m\lambda$  значение  $\sin \varphi$ , соответствующее направлению на  $m$ -й (главный) максимум, подставляем эту величину в формулу (47.1) и возводим в квадрат, тогда

$$I_m \approx A^2 = \frac{A_0^2 N^2 d^2 \sin^2 \frac{\pi b m}{d}}{\pi^2 m^2 b^2} = \frac{A_0^2 N^2 d^2}{\pi^2 m^2 b^2} \sin^2 \frac{\pi b m}{d}, \quad (47.2)$$

причем  $b < d$ . В общем случае, когда  $b$  и  $d$  несоизмеримы,  $I_m$  уменьшается по мере увеличения  $m$ , т. е. интенсивности падают по мере перехода к спектрам высших порядков. При соизмеримых  $b$  и  $d$  величина  $\sin \frac{\pi b m}{d}$  проходит через нуль при некоторых значениях  $m$ . Спектры соответствующих порядков отсутствуют.

Приводимая таблица дает представление о распределении интенсивности по максимумам разных порядков для разных соотношений между  $b$  и  $d$ , причем интенсивность нулевого порядка принята за 100.

	Нулевой порядок	Первый порядок	Второй порядок	Третий порядок	Четвертый порядок
$d = 2b$	100	40	0	4,5	0
$d = 3b$	100	67,5	17	0	4,2

Положение главных максимумов можно определить путем элементарного рассмотрения явлений на дифракционной решетке, аналогично тому как это сделано для одной щели (см. § 41). Условие для положения главных максимумов  $d \sin \varphi = m\lambda$ , где  $m=0, 1, 2, \dots$ , легко вывести из рис. 105.

Это элементарное рассмотрение не дает, однако, необходимых данных относительно распределения энергии в дифракционной картине, в частности оставляет без ответа важный вопрос о роли числа штрихов решетки. Для некоторых вопросов, впрочем, такое рассмотрение вполне достаточно. Так, например, из условия  $d \sin \varphi = m\lambda$  следует, что спектры порядка большего, чем  $d/\lambda$ , не могут иметь места (о физическом смысле этого см. в упражнении 67в).

Рассмотрение действия дифракционной решетки показывает, что при большом числе щелей свет, прошедший через решетку, собирается в отдельных, резко очерченных участках экрана. Положение максимумов этих участков, определяемое формулой  $d \sin \varphi = m\lambda$ , зависит от длины волны  $\lambda$ . Другими словами, дифракционная решетка представляет собой спектральный прибор.

Чем меньше длина волны  $\lambda$ , тем меньшему значению угла  $\varphi$  соответствует положение максимума. Таким образом, белый свет

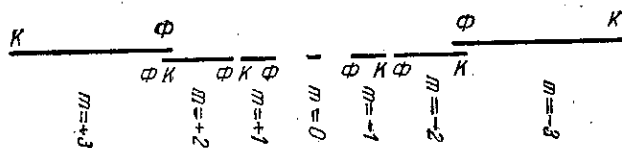
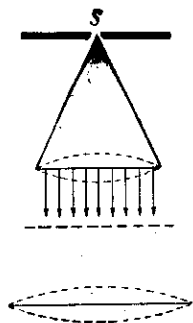


Рис. 106. Разложение белого света дифракционной решеткой. Красный конец спектра второго порядка перекрывается фиолетовым концом спектра третьего порядка.

растягивается в спектр так, что внутренним краем его являются фиолетовые, а наружным — красные лучи (рис. 106). Значение  $m=0$  определяет максимум по направлению  $\varphi=0$  для всех значений  $\lambda$ . Следовательно, в этом направлении (направление первичного пучка) собираются лучи всех длин волн, т. е. нулевой спектр представляет собой белое изображение источника.

Спектры первого, второго и т. д. порядков располагаются симметрично по обе стороны нулевого. Расстояние между соответствующими линиями спектров возрастает по мере увеличения порядка спектров. В зависимости от спектральной однородности анализируемого света, т. е. различия крайних длин волн, его составляющих, спектры высших порядков начинают накладываться друг на друга. Так, для солнечного света, даже если ограничиться лишь

видимой частью его излучения, спектры второго и третьего порядков частично перекрывают друг друга (см. упражнение 68). Применяя решетки с малым периодом и пользуясь спектрами высших порядков, мы можем получить значительные углы дифракции и таким образом очень точно измерить длины волн. Измерения Ангстрема (1868 г.) и, особенно, Роулэнда (1888 г.) привели к составлению превосходных атласов солнечного спектра, положения фраунгоферовых линий которого измерены с точностью до шестого десятичного знака.

Несмотря на высокое совершенство изготовления современных решеток, в них нередко наблюдаются некоторые незначительные искажения единого строго выраженного на всем протяжении решетки периода, существование которого мы предполагали при нашем рассмотрении. Это влечет за собой отступление от того распределения интенсивности по главным максимумам, которое приведено в формуле (47.2).

Сверх того, указанные нарушения влекут за собой появление добавочных максимумов, обычно не сильных (так называемые «дүхи»). Появление «дүхов» может приводить к ошибкам при анализе спектра дифракционной решеткой, ибо максимум, соответствующий «дүху», может быть принят за присутствие какой-то добавочной длины волны, в анализируемом спектре в действительности не имеющейся.

Техника изготовления дифракционных решеток совершенствовалась довольно медленно. Первая дифракционная решетка была построена, по-видимому, в 1785 г. американским астрономом Риттенгаузом, но не была использована ни им самим, ни кем-либо другим. Решетка была вновь открыта в 1821 г. Фраунгофером, который дал основы теории дифракции в параллельных лучах и осуществил при помощи дифракционного спектроскопа важнейшие открытия (в частности, открыл темные линии в сплошном спектре Солнца — фраунгоферовы линии).

Первые решетки Фраунгофер изготовлял из проволоки, намотанной на два параллельно расположенных винта. Таким образом он мог получить решетки с числом штрихов от 40 до 340 на дюйм\*). Для изготовления более совершенных решеток Фраунгофер перешел к нанесению штрихов на тонком золотом слое, покрывавшем стекло, а затем непосредственно на стекле (алмазом). Лучшая решетка Фраунгофера была шириной в  $1\frac{1}{2}$  дюйма и имела период около  $3\mu$  (8000 штрихов на дюйм).

\*) Уже с этими решетками Фраунгофер определил длину волны  $D$ -линии Na, равную 5886 Å. Общая ширина решеток Фраунгофера была невелика, так что разрешающая сила их не превосходила 500. Естественно, что с такой решеткой нельзя было разделить дублет натрия, состоящий из линий 5890 и 5896 Å.

Фраунгофер указал на принципиальную возможность изготовления отражательных решеток, хотя все его решетки работали как пропускающие.

Переход от примитивных решеток Фраунгофера к современным дифракционным решеткам явился сложной технической задачей, в решении которой принимали участие многие исследователи.

Важнейший шаг был сделан Роулэндом, построившим специальные машины для изготовления тончайших решеток большого протяжения. Кроме того, Роулэнд первый стал делать вогнутые отражательные решетки, выполняющие одновременно роль решетки и собирающей линзы. Решетки Роулэнда имеют до 20 000 штрихов на дюйм при большой ширине (до 10 см) и превосходном качестве.

Дальнейшие улучшения в машинах Роулэнда ввели Андерсон и Вуд, последовательно заменившие Роулэнда в его лаборатории. Из этой лаборатории и поныне выходят наиболее совершенные решетки, имеющие до 30 000 штрихов на дюйм (1200 штрихов на 1 мм). Дешевые копии с таких гравированных решеток получают путем изготовления отпечатков на желатине или на специальных пластмассах (*реплики*).

В СССР вполне хорошие отражательные решетки (600 и 1200 штрихов на 1 мм при размерах решетки 150 мм × 150 мм), а также реплики изготавливаются в Государственном оптическом институте (Герасимов).

### § 48. Наклонное падение лучей на решетку

В случае, если параллельный пучок падает на решетку под углом  $\theta$  (рис. 107), то для вычисления положения главных максимумов можно поступать так же, как и выше.

Полная разность хода для двух соответственных лучей есть:

$$AC - DB = d \sin \theta - d \sin \varphi.$$

Условия образования главных максимумов

$$d (\sin \theta - \sin \varphi_m) = m\lambda, \quad (48.1)$$

где  $m = 0, 1, 2, \dots$ . Преобразовывая, имеем:

$$2d \cos \left( \frac{\varphi_m + \theta}{2} \right) \sin \left( \frac{\theta - \varphi_m}{2} \right) = m\lambda.$$

Если решетка довольно груба, т. е. период ее  $d$  значительно больше  $\lambda$ , то углы дифракции малы, т. е. угол  $\varphi_m$  мало отличается от  $\theta$ . В таком случае можем положить:

$$\frac{\varphi_m + \theta}{2} = \theta \quad \text{и} \quad \sin \frac{\theta - \varphi_m}{2} = \frac{\theta - \varphi_m}{2}.$$

Итак, имеем:

$$d \cos \theta \cdot (\theta - \varphi_m) = m\lambda. \quad (48.2)$$

Сравним формулу (48.2) с формулой для нормального падения  $d \sin \varphi_m = m\lambda$  или  $d\varphi_m = m\lambda$  (если угол  $\varphi_m$  мал). Это сравнение показывает, что угол между нулевым максимумом и вторичными максимумами  $(\theta - \varphi_m)$  вычисляется так же, как если бы падение

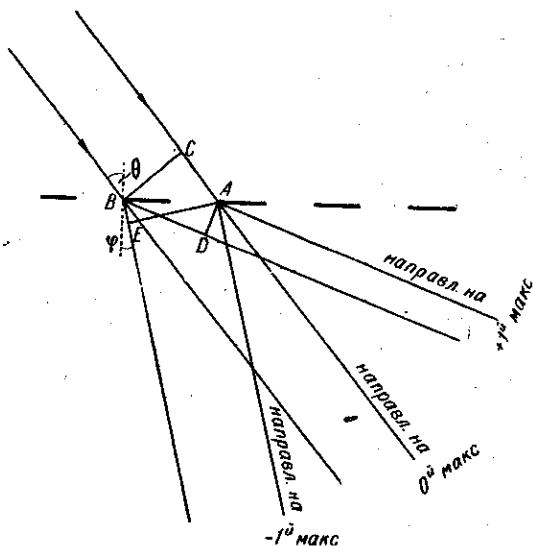


Рис. 107. Наклонное падение параллельного пучка на дифракционную решётку.

было нормальным, но решетка имела бы *уменьшенный период*, а именно  $d \cos \theta$ .

Если  $\theta$  близко к  $\pi/2$ , то мы имеем весьма заметное уменьшение периода. Таким образом, бросая на грубую решетку лучи под углом, близким к  $90^\circ$ , мы можем наблюдать отчетливую дифракционную картину. Например, миллиметровая линейка при очень косом падении позволяет наблюдать дифракционные спектры для видимого света.

Указанное обстоятельство нашло важное применение при исследовании дифракции рентгеновских лучей. Так как длины волн рентгеновских лучей обычно в тысячи раз меньше, чем волн видимого света, то все искусственно построенные решетки оказываются для рентгеновских лучей весьма грубыми:

$$\frac{d}{\lambda} \approx 1000.$$

Используя очень косое падение, удалось получить ясно выраженную дифракцию рентгеновских лучей со сравнительно грубой



решеткой ( $d \approx 0,02$  мм, Комптон и Дуан, 1925 г.). Впоследствии по этому методу были получены превосходные дифракционные спектры и с большой точностью были измерены длины волн рентгеновских лучей. Этот метод измерения является в настоящее время наиболее совершенным (ср. § 109).

### § 49. Фазовые решетки

Распределение энергии по спектрам разных порядков, приводимое в таблице § 47, показывает, что значительная часть энергии сосредоточена в спектре нулевого порядка; по мере перехода к высшим порядкам энергия быстро убывает. Благодаря этому спектральные приборы, снабженные дифракционными решетками, мало светосильны. Важным практическим усовершенствованием решеток явилось указанное Рэлеем и осуществленное Вудом изменение распределения по спектрам, основанное на введении дополнительной разности хода в пределах каждого штриха решетки. С этой целью решетку гравировали так, что каждая борозда имеет определенный профиль, благодаря чему при отражении (или прохождении) возникает добавочная разность хода от одного края

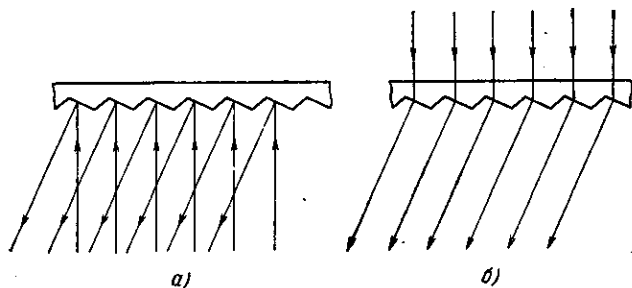


Рис. 108. Фазовые решетки со специальным профилем для концентрации энергии в отдельных спектрах различных порядков. *а* — отражательная решетка; *б* — пропускающая.

борозды до другого (рис. 108, *а* и *б*). Подбирая профиль бородады, удается сконцентрировать энергию в спектре того или иного порядка, ослабляя остальные, в том числе и самый яркий спектр нулевого порядка. Решетки подобного типа позволили сделать дифракционные спектрографы инструментом, приближающимся по светосиле к обычным призматическим спектрографам.

Решетки, изображенные на рис. 108, *а* и *б*, представляют, по существу, *фазовые* решетки, отдельные элементы которых отличаются не различием в отражательной или пропускной способности, влияющей на амплитуду волны, а своей способностью изменять *фазу* волны. В данном случае изменение фазы происходит вследствие

геометрической формы пластинки, отражающей или пропускающей волну. Можно воздействовать на фазу волны, осуществляя различие в показателе преломления пропускающего слоя при его неизменной толщине; такого рода фазовые решетки удается осуществлять, вызывая в прозрачном теле ультразвуковую волну (см. § 57). Недавно была осуществлена фазовая решетка, основанная на различном изменении фазы волны при отражении от стекла и металла (С. М. Рытов и И. Л. Фабелинский). Для этой цели на гипотенузную грань призмы были нанесены полоски серебра, разделенные полосками стекла. При падении света со стороны стекла (рис. 109) интенсивность света, отраженного от тех или иных полосок, практически одинакова (полное внутреннее отражение), но возникает различие в фазах, приводящее к образованию дифракционной картины.

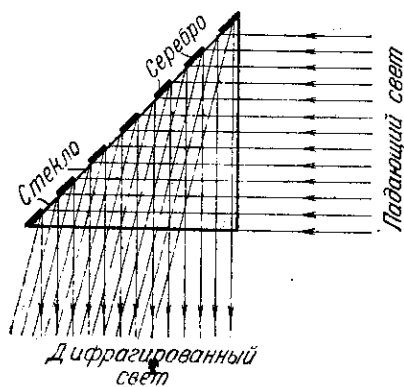


Рис. 109. Фазовая отражательная решетка, использующая различие в изменении фазы при полном внутреннем отражении от стекла и серебра.

Общая теория таких решеток представляет повторение теории, рассмотренной в § 47. Только вместо множителя

$$\frac{\sin \left[ \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi \right]}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi} = \frac{\sin \alpha}{\alpha},$$

представляющего собой распределение амплитуды при дифракции на одной достаточно широкой щели, войдет множитель более общего вида  $F(b, \lambda, \varphi)$ , также зависящий от ширины штриха ( $b$ ), длины волны ( $\lambda$ ) и угла дифракции ( $\varphi$ ), но передающий и особенности штриха (его профиль, отражающую или пропускающую способность и т. д.). Таким образом, формула (47.1) заменится:

$$A_{\varphi} = A_0 F(b, \lambda, \varphi) \frac{\sin N\beta}{\sin \beta}.$$

Специальный выбор особенностей штриха, определяющий вид функции  $F$ , и дает возможность концентрации энергии в отдельных порядках.

### § 50. Эшелон Майкельсона

Важной разновидностью фазовой решетки является ступенчатый эшелон Майкельсона, представляющий решетку со сравнительно небольшим числом отдельных «щелей» (число интерферирующих

пучков не превосходит 30). Так как при этом разность хода между отдельными пучками весьма велика ( $10\,000 \lambda$  и более), то в этом приборе мы получаем спектры весьма высоких порядков.

Эшелон представляет собой лестницу, сложенную из плоско-параллельных толстых (от 1 до 2 см) стеклянных пластинок, совершенно однородных, строго одинаковой толщины и с выступами одинаковой ширины (рис. 110).

Для качества эшелона существенно необходима чрезвычайная тщательность обработки пластинок, которые должны быть в высокой степени плоско-параллельными и однородными, так что, наложив их одну на другую и сжав, мы получаем как бы равномерную лестницу из сплошного куска однородного стекла.

Параллельный пучок, пронизывая всю толщину эшелона, испытывает на краях ступеней дифракцию. Разность хода, возникающая между отдельными лучами, зависит от толщины  $h$  и ширины  $s$  ступенек, от показателя преломления стекла  $n$  и угла дифракции  $\varphi$ .

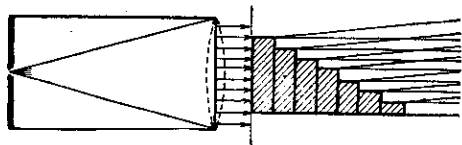


Рис. 110. Схема эшелона Майкельсона.

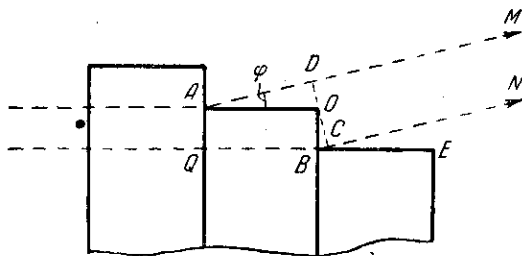


Рис. 111. Ход лучей в эшелоне Майкельсона.  
 $AO = QB = h$ ;  $OB = s$ ;  $AD = h \cos \varphi$ ;  $BC = s \sin \varphi$ .

Как нетрудно видеть из рис. 111, разность хода между лучами  $AM$  и  $BN$ , исходящими из соответственных точек ступенек, есть

$$\begin{aligned} \Delta &= (QB) + BC - AD = nh + s \sin \varphi - h \cos \varphi = \\ &= s \sin \varphi + h(n - \cos \varphi), \end{aligned}$$

где  $\varphi$  — угол дифракции. Ввиду малости  $\varphi$  можно считать  $\sin \varphi = \varphi$  и  $\cos \varphi = 1$ . Следовательно,

$$\Delta = s\varphi + h(n - 1).$$

Так же как и для решетки, условие нахождения главных максимумов есть  $\Delta = m\lambda$ , где  $m$  — целые числа. Итак,

$$s\varphi + h(n - 1) = m\lambda,$$

т. е.

$$\varphi = \frac{m\lambda - h(n-1)}{s} \quad (50.1)$$

Резкость максимумов, так же как и в решетке, определяется числом интерферирующих лучей, т. е. числом ступенек эшелона,

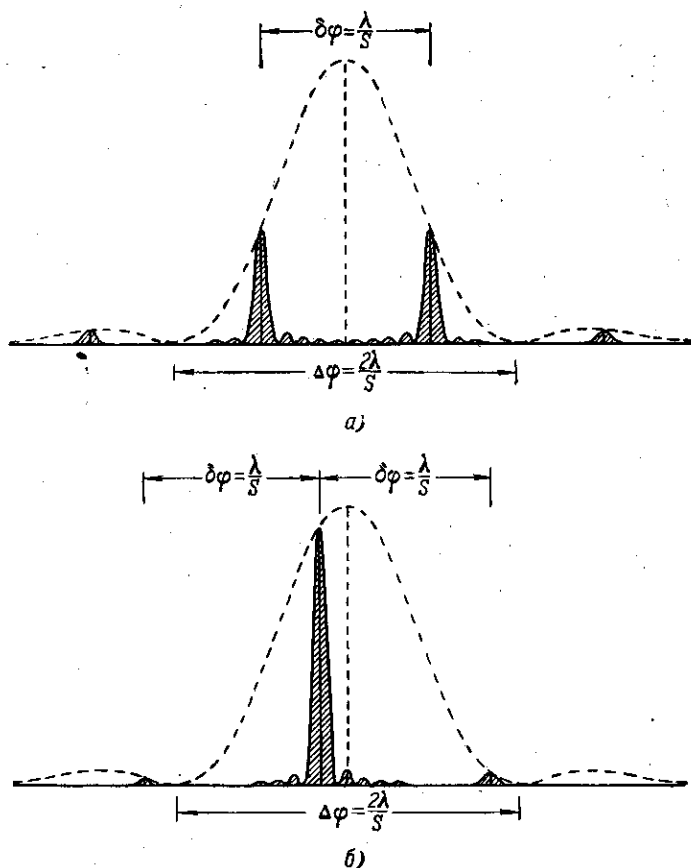


Рис. 112. Два возможных положения в эшелоне Майкельсона. *а* — в пределах угла  $\Delta\varphi = \frac{2\lambda}{s}$  укладываются два дифракционных максимума заметной интенсивности ( $m$ -го и  $(m+1)$ -го порядка), разделенные расстоянием  $\delta\varphi = \frac{\lambda}{s}$ ; *б* — в пределах угла  $\Delta\varphi$  укладывается один дифракционный максимум заметной интенсивности. (Расчет дан для эшелона из 10 пластинок.)

которое не превосходит 30—40. Зато разность хода (порядок интерференции) между двумя соседними лучами весьма велика; пре-

небрегая членом  $s\varphi$  ввиду его малости, найдем:

$$m = \frac{h(n-1)}{\lambda} \approx 10\,000$$

для  $h = 1$  см и  $n = 1,5$ .

Таким образом, эшелон может работать только при очень монохроматическом излучении. Расстояние между главными дифракционными максимумами соседних порядков, т. е. изменение  $\varphi$  при изменении  $m$  на единицу, очень невелико. Из формулы (50.1) имеем  $\delta\varphi = \frac{\lambda}{s}$ . Все эти дифракционные максимумы имеют заметную интенсивность только в пределах центрального максимума, обусловленного одной щелью (ср. §§ 45 и 47). Угловая ширина этого максимума есть  $\Delta\varphi = 2\frac{\lambda}{s}$ , ибо ширина «щели» равна  $s$ . Таким образом, в пределах поля заметной яркости  $\Delta\varphi$  может укладываться только один или два максимума соседних порядков, ибо расстояние между ними  $\delta\varphi = \frac{1}{2}\Delta\varphi$  (рис. 112, а и б).

### § 51. Характеристика спектральных аппаратов и сравнение их между собой

В настоящей главе рассмотрено действие некоторых спектральных аппаратов (дифракционная решетка, эшелон Майкельсона), дающих возможность определять с очень большой точностью длины волн или разницу в длинах волн двух близких спектральных линий. Аналогичная задача может быть решена также и при помощи интерференционных спектроскопов (пластинка Люммера — Герке, интерферометр Майкельсона, интерферометр или эталон Фабри — Перо), описанных в гл. VII.

Для того чтобы иметь возможность сравнить между собой действие этих различных аппаратов и выбрать, какой из них наиболее пригоден при решении той или иной физической задачи, необходимо установить определенные характеристики спектральной аппаратуры.

**1. Дисперсия спектрального аппарата D.** Основное назначение спектральных аппаратов состоит в установлении длины волны исследуемого света — задача, которая в большинстве случаев сводится к определению различия в длинах волн двух близких спектральных линий. Обычно положение спектральной линии в аппарате задается углом, определяющим направление лучей. Поэтому дисперсия определяется угловым расстоянием между линиями, отличающимися по длине волны на 1 Å. Если двум линиям, отличающимся по длине волны на  $\delta\lambda$ , соответствует разница в углах, равная  $\delta\varphi$ , то мерой дисперсии будет величина

$$D = \delta\varphi/\delta\lambda,$$

выражаемая, например, в угловых единицах на ангстрем (*угловая дисперсия*).

Так как мы часто наблюдаем положение линии на экране или фотопластинке, то удобно заменить угловое расстояние между линиями линейным расстоянием  $\delta s$ , выраженным, например, в миллиметрах. Если фокусное расстояние линзы, проектирующей спектр на экран, равно  $f$ , то, очевидно,  $\delta s = f \delta \varphi$ , так что *линейная дисперсия*

$$D^* = \delta s / \delta \lambda = f D$$

и выражается обычно в миллиметрах на ангстрем. На практике нередко указывают обратную величину, характеризуя дисперсию аппарата числом ангстремов, укладываемым на 1 мм фотопластинки.

Пусть мы имеем две близкие длины волны  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , точнее, два спектральных участка, настолько узких, что их можно охарактеризовать значениями  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ ; таковы, например, две линии, испускаемые ртутной лампой. Расстояние между максимумами  $\delta \varphi$  для  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  найдется из условия, определяющего положение максимумов:

$$d \sin \varphi = m \lambda. \text{ Действительно, дифференцируя, получаем:}$$

$$d \cos \varphi \cdot \delta \varphi = m \delta \lambda,$$

т. е.

$$D = \frac{\delta \varphi}{\delta \lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi}. \quad (51.1)$$

Таким образом, дисперсия тем больше, чем меньше период решетки  $d$  и чем выше порядок  $m$  наблюдаемого спектра.

Нетрудно также определить угловую дисперсию интерференционных приборов, которая, как показывает вычисление, обычно очень велика (см. упражнение 70).

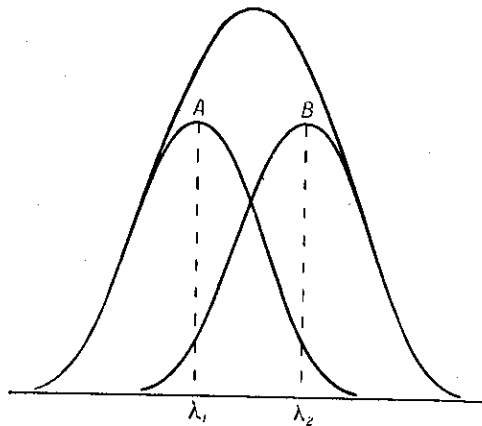


Рис. 113. Распределение освещенности при наложении двух близких спектральных линий.

**2. Разрешающая способность спектрального аппарата.** Наличие значительной дисперсии еще не обеспечивает возможности различия двух близких спектральных линий  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , как бы близки к монохроматическим они ни были. Действительно, дисперсия определяет угловое или линейное расстояние между максимумами двух длин волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , но в любом аппарате переход от максимума данной длины волны к минимуму происходит более или менее постепенно, в зависимости от устройства аппарата. Поэтому распределение освещенности на экране или фотопластинке имеет вид, изображенный на рис. 113.

*Наблюдаемое* распределение освещенности есть сумма освещенностей от  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  и изображено сплошной кривой. Таким образом, даже при большой дисперсии (большое расстояние  $AB$ ) нет возможности обнаружить наличие двух длин волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , если спадание освещенности происходит так полого, как это изображено на рис. 113.

Для того чтобы аппарат дал возможность установить наличие двух длин волн (*разрешить* две длины волны), необходимо, чтобы при заданном расстоянии между максимумами их очертания были достаточно резкими (рис. 114). В этом случае наличие двух максимумов (двух длин волн) выступает достаточно отчетливо, несмотря на то, что горбы от каждой из них в значительной степени перекрываются. Само собой разумеется, что возможность различения двух максимумов в этом случае зависит до известной степени от контрастной чувствительности того метода (визуального или фотометрического), которым исследуется распределение интенсивности вдоль спектра, от возможности надежно установить небольшое различие в интенсивности.

Таким образом, возможность разрешения двух линий является несколько неопределенной. Согласно предложению Рэля условно принято считать разрешение полным, когда два горба расположены, как показано на рис. 114, т. е. когда *максимум первого* горба совпадает с *минимумом второго*. То наименьшее различие в длинах волн  $\delta\lambda$ , которое удовлетворяет поставленному условию, и определяет собой способность спектрального аппарата к различию близких длин волн.

Критерий Рэля в указанной форме неприменим к интерференционным спектральным аппаратам, в которых, как мы видели, переход от максимума к минимуму имеет иной характер, нежели в дифракционной решетке\*). Поэтому удобнее придать критерию Рэля несколько иной вид. Если две смежные линии имеют одинаковую интенсивность и форму, то критерий Рэля означает, что минимум между линиями составляет около 80% от соседних максимумов. Такой контраст устанавливается вполне уверенно как при визуальных, так и при объективных (фотографических и электрических) методах регистрации. Исходя из этого, нередко предел разрешения определяют требованием, чтобы глубина седловины на интегральной кривой интенсивности двух близких и одинаково

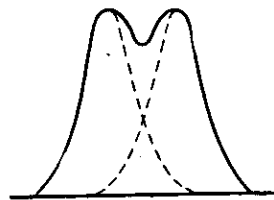


Рис. 114. Распределение освещенности для двух еще разрешимых спектральных линий (критерий Рэля).

\*) Различие обуславливается тем, что в дифракционных решетках (включая и решетку Майкельсона) суммируются  $N$  пучков равной интенсивности, тогда как в интерференционных спектроскопах суммируется бесконечное число постепенно ослабевающих пучков.

интенсивных линий составляла не менее 20% высоты соседних максимумов.

Условность критерия разрешения в этой формулировке выступает с еще большей отчетливостью. При суждении о возможности разрешения двух линий с сильно различающимися интенсивностями приходится исходить из ряда факторов, характеризующих каждый конкретный случай. Тем не менее, несмотря на условность критерия Рэлея, он оказывается весьма полезным для сравнения разрешающей способности различных приборов. Так, непосредственно ясно, что способность спектрального аппарата к различению близких длин волн тем больше, чем дальше максимумы, т. е. чем выше порядок  $m$  и чем резче максимумы (круче переход от максимума к минимуму).

За меру разрешающей способности спектрального аппарата принято считать отношение длины волны  $\lambda$ , около которой выполняется измерение, к указанному минимальному интервалу  $\delta\lambda$ , т. е.  $A = \lambda/\delta\lambda$ . Для определения  $A$  составим (например, для дифракционной решетки) условия, дающие положения максимумов  $m$ -го порядка для волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ :

$$d \sin \varphi'_m = m\lambda_1, \quad d \sin \varphi''_m = m\lambda_2. \quad (51.2)$$

Для перехода от  $m$ -го максимума  $\lambda_2$  к соответствующему минимуму необходимо изменить направление так, чтобы разность хода изменилась на  $\lambda_2/N$ , если  $N$  — число интерферирующих лучей (штрихов решетки) (см. § 47).

Таким образом, минимум  $\lambda_2$  наблюдается по направлению  $\varphi_m$ , удовлетворяющему условию

$$d \sin \varphi_m = m\lambda_2 + \frac{\lambda_2}{N}. \quad (51.3)$$

Условие Рэлея гласит:

$$\varphi'_m = \varphi_m.$$

откуда

$$m\lambda_1 = m\lambda_2 + \frac{\lambda_2}{N} \quad \text{или} \quad \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} = mN.$$

Так как  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  близки между собой, т. е.  $\delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$  — малая величина, то разрешающая сила равна

$$A = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN. \quad (51.4)$$

Таким образом, разрешающая способность решетки при заданном числе штрихов увеличивается при переходе к спектрам высших порядков. Максимальное значение  $A$  соответствует максимальному  $m$ , определяемому из условия, согласно которому синус угла дифракции не может превышать 1. Таким образом, из основной формулы ре-



шетки  $d \sin \varphi = m\lambda$  находим, что  $m_{\text{макс}} = d/\lambda$  и, следовательно, максимальная разрешающая способность решетки есть:

$$A_{\text{макс}} = \frac{\lambda}{\delta\lambda_{\text{мин}}} = \frac{Nd}{\lambda}. \quad (51.5)$$

Но произведение  $Nd = a$  есть *общая ширина* решетки. Следовательно, максимальная разрешающая способность решетки определяется ее общей шириной или, точнее, максимальной разностью хода, выраженной в длинах волн,  $\frac{Nd}{\lambda}$ , между лучами от первого и последнего штриха решетки.

Итак, максимальная разрешающая способность решетки не зависит от того, образована ли решетка большим числом штрихов ( $N_1$ ) малого периода ( $d_1$ ) или малым числом штрихов ( $N_2$ ) большого периода ( $d_2$ ), если только  $N_1 d_1 = N_2 d_2$ . В частности, если вместо решетки взять прямоугольное отверстие (широкую щель) шириной  $a$ , то угловая ширина основного максимума такого отверстия определится выражением  $\frac{\lambda}{a}$  (§ 41), т. е. такое отверстие обладает той же разрешающей способностью, что и решетка шириной  $a = Nd$ . Однако тонкая решетка (малое  $d_1$  и большое  $N_1$ ), обладая той же максимальной разрешающей способностью, что и грубая решетка (большое  $d_2$  и малое  $N_2$ ), при условии  $N_1 d_1 = N_2 d_2$  имеет громадное преимущество, ибо малому  $d$  соответствует большая угловая дисперсия. Кроме того, интенсивность в максимумах пропорциональна  $N^2$ , т. е. быстро возрастает при увеличении числа штрихов (при неизменной ширине щелей решетки). Если же попытаться увеличить пропускную способность грубой решетки за счет увеличения ширины щелей, т. е. увеличения прозрачной части ( $b$ ) каждого периода ( $d$ ), то получим решетку с большим  $b$ , т. е. с быстро спадающей огибающей (пунктирная кривая на рис. 105), что ведет к быстрому падению интенсивности спектров высших порядков. Поэтому практическую ценность представляют решетки малого периода с большим числом штрихов и большой общей шириной. Как уже указывалось, хорошие решетки Государственного оптического института имеют общую ширину до 150 мм и содержат около 100 000 штрихов при периоде 1/600 мм.

Формула (51.4) показывает, что разрешающая способность равна произведению порядка спектра  $m$  на число лучей, интерферирующих в приборе. Число это для дифракционной решетки равно числу штрихов; для пластинок Люммера — Герке или Фабри — Перо число условно считать число  $N$  равным числу отраженных лучей значительной интенсивности (число эффективных лучей), которое тем больше, чем больше коэффициент отражения  $R$  (§ 32); для интерферометра Майкельсона  $N = 2$ ; для эшелона Майкельсона  $N$  равно числу пластин и т. д.

Легко видеть, что большая разрешающая способность хорошей дифракционной решетки достигается за счет огромных значений  $N$  (общего числа штрихов решетки) при незначительном  $m$  (2 или 3), тогда как в интерференционных спектро스코пах  $N$  невелико (не более 20—30), но  $m$  очень велико (десятки тысяч). Произведение  $mN$  есть число длин волн, представляющее разность хода между крайними лучами прибора. Оно-то и определяет разрешающую силу любого прибора.

**3. Дисперсионная область  $G$ .** В реальных условиях опыта мы имеем дело не с монохроматическими волнами  $\lambda$ , а с некоторым спектральным участком, охватывающим длины волн от  $\lambda$  до  $\lambda + \Delta\lambda$ .

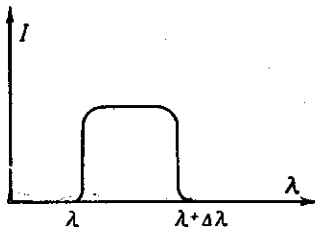


Рис. 115. Распределение освещенности в спектральном интервале от  $\lambda$  до  $\lambda + \Delta\lambda$ .

Наличие такого набора длин волн вносит значительное осложнение в работу спектральных аппаратов, особенно тех из них, в которых наблюдаются спектры высоких порядков, легко могущих перекрывать друг друга, если приходится работать с довольно широким спектральным интервалом. Таким образом, для каждого аппарата существует предельная ширина спектрального интервала  $\Delta\lambda$ , при которой еще возможно получение дискретных (неперекрывающихся) максимумов и минимумов. Этот интервал носит название

*дисперсионной области  $G$*  спектрального аппарата. Предположим для простоты, что исследуемый свет имеет спектральный состав, изображенный на рис. 115, и найдем  $G$  для дифракционной решетки.

Место максимума  $m$ -го порядка для *правого* края интервала (длина волны  $\lambda + \Delta\lambda$ ) определится из условия

$$d \sin \varphi_m^* = m (\lambda + \Delta\lambda). \quad (51.6)$$

Место максимума  $(m + 1)$ -го порядка для *левого* края интервала (длина волны  $\lambda$ ) дается выражением

$$d \sin \varphi_{m+1} = (m + 1) \lambda. \quad (51.7)$$

Максимумы соседних порядков начинают накладываться друг на друга, т. е. интерференционная картина становится неясной, при условии

$$\varphi_m^* = \varphi_{m+1},$$

т. е.

$$m (\lambda + \Delta\lambda) = (m + 1) \lambda$$

или

$$G = \Delta\lambda = \frac{\lambda}{m}.$$

Таким образом, дисперсионная область прибора зависит от порядка интерференции, наблюдаемой в данном приборе (ср. § 21).

Для интерференционных спектроскопов и для эшелона Майкельсона наблюдаемые максимумы всегда соответствуют огромной разности хода, т. е. суть максимумы *высокого порядка* ( $m$  — несколько тысяч и десятков тысяч), так что  $\Delta\lambda \approx \lambda/10\,000$ , т. е. для этих приборов характерна очень малая дисперсионная область, измеряемая долями ангстрема.

Для дифракционной решетки обычно наблюдают спектры второго или третьего порядков, т. е.  $m = 2$  или 3. В соответствии с этим дисперсионная область  $\Delta\lambda = \lambda/2$  или  $\lambda/3$  очень велика. В этом — огромное преимущество дифракционной решетки, которая позволяет анализировать даже *белый свет*, т. е. очень обширный спектральный интервал (в тысячи ангстремов), тогда как пластинка Люммера — Герке, например, не дает уже отчетливых максимумов, если падающий на нее свет представляет спектральный интервал, превышающий один ангстрем. Поэтому интерференционные спектроскопы пригодны только для анализа очень однородного света, например для спектральных линий, испускаемых разреженными газами. Они оказывают неоценимые услуги при анализе таких линий, позволяя устанавливать наличие нескольких компонент в такой линии (тонкая структура), оценивать ширину линии, наличие изменений (расщеплений) под действием внешних причин (например, эффект Зеемана) и т. д.

Следующий простой опыт делает очень наглядным значение дисперсионной области. Ртутная лампа \*) в момент зажигания содержит ртутные пары при низком давлении и испускает сравнительно узкие линии, дающие в небольшой пластинке Люммера — Герке реакые максимумы и минимумы. Через некоторое время лампа разогревается, плотность пара возрастает и линии становятся настолько широкими, что  $\Delta\lambda$  превышает  $G$  прибора: максимумы сливаются и интерференционная картина исчезает. Если, однако, начать энергично обдувать лампу вентилятором, то она охлаждается и максимумы вновь выступают.

**4. Сопоставление свойств спектральных приборов.** Сопоставление свойств различных спектральных аппаратов иллюстрируется приводимой ниже таблицей.  $G = \Delta\lambda$  означает область дисперсии, равную  $\lambda/m$ ,  $A = \lambda/\delta\lambda$  — разрешающую силу, равную  $mN$ . Таблица составлена для зеленых лучей ( $\lambda = 5000 \text{ \AA} = 0,5 \mu$ ).

\*) Особенно лампа старого типа с электродами из жидкой ртути, в которых плотность пара ртути сильно зависит от режима горения.

	$m$	$N$	$G$ в $\text{Å}$	$A$	Приближенно $\Delta\lambda$ в $\text{Å}$
Эталон Фабри — Перо, $d = 25$ мм, $\rho = 0,9$	$10^6$	20	0,05	$2 \cdot 10^6$	0,002
Интерферометр Майкельсона	$10^6$	2	0,005	$2 \cdot 10^6$	0,002
Пластика Люммера — Герке	$5 \cdot 10^4$	10	0,10	$5 \cdot 10^5$	0,01
Эшелон Майкельсона	$1 \cdot 10^4$	30	0,50	$3 \cdot 10^5$	$\sim 0,02$
Решетка дифракционная	3	$10^6$	$\sim 2000$	$3 \cdot 10^5$	$\sim 0,02$

Приведенные в таблице данные характеризуют хорошие инструменты указанного рода, хотя и не самые лучшие.

Из сопоставления видно, что хорошая дифракционная решетка имеет разрешающую способность, близкую к разрешающей способности хороших интерференционных спектроскопов, но обладает преимуществом несравненно большей области применения (области дисперсии). Ее недостаток — большая сложность в обращении, если желают получать рекордные, достижимые с решеткой результаты.

Комбинируя действие различных спектральных аппаратов, иногда удается повысить область дисперсии аппаратуры, не снижая разрешающей способности. На этих специальных случаях мы останавливаться не будем.

## § 52. Роль спектрального аппарата при анализе светового импульса

При помощи спектрального аппарата мы разлагаем сложный импульс в спектр, т. е. устанавливаем распределение энергии, сосредоточенной в этом импульсе, по различным частотам. Однако, как явствует из предыдущего параграфа, характер распределения энергии по частотам для спектральных приборов различной разрешающей силы оказывается различным. Таким образом, результат изучения импульса спектральным прибором зависит и от свойств импульса (от закона его изменения во времени, т. е. от формы и продолжительности импульса) и от свойств спектрального аппарата (его разрешающей способности).

Чем выше разрешающая способность прибора, тем меньше искажений он вносит в картину спектрального разложения энергии; наоборот, при малой разрешающей силе картина может в сильной степени определяться свойствами прибора и не передавать особенностей наблюдаемого импульса.

Следует, однако, помнить, что хотя при наличии прибора бесконечно большой разрешающей силы вид спектрограммы однозначно определялся бы формой импульса, обратное заключение несправедливо: располагая такой спектрограммой, мы не могли бы еще сделать заключение о форме импульса. Действительно, данные о распределении энергии импульса по частотам, доставленные такой идеальной спектрограммой, позволили бы воспроизвести только *коэффициенты* отдельных элементов ряда (интеграла), на которые согласно теореме Фурье может быть разложен импульс, ибо интенсивность отдельной спектральной линии определяется соответствующим коэффициентом разложения. Однако форма импульса зависит не только от значения этих коэффициентов, но также и от значения фаз отдельных компонент. Поэтому импульсы самой разнообразной формы могут соответствовать одним и тем же значениям коэффициентов Фурье и, следовательно, давать одно и то же спектральное разложение. Таким образом, задача о разложении данного импульса в спектр при помощи заданного аппарата решается однозначно. Воспроизведение же исходного импульса по спектру, даже полученному с помощью прибора бесконечной разрешающей силы, является неопределенной задачей.

Дифракционная решетка или другой спектральный аппарат является прибором, решающим по отношению к импульсу физическим путем ту самую задачу разложения его на синусоидальные компоненты, которую можно выполнить чисто математическим путем, если известно математическое выражение исходного импульса. С этой точки зрения утверждение, что монохроматический, в частности белый, свет, представляемый импульсом, состоит из совокупности монохроматических световых волн, имеет не больше смысла, чем утверждение, что шум есть совокупность правильных музыкальных тонов. Как из светового, так и из звукового импульса можно при помощи подходящего анализирующего инструмента выделить тот или иной простой тон (монокроматический свет). Однако степень монохроматизации тех составляющих, в которые наш прибор преобразует *изучаемый импульс*, зависит от свойств прибора и от его разрешающей силы. Поэтому-то анализ с помощью спектрального прибора может быть более или менее совершенным, в зависимости от того, какой инструмент был использован для преобразования импульса. Механизм такого преобразования особенно ясно выступает при рассмотрении действия решетки на импульс. Этот пример в то же время ясно показывает, насколько сильно вид спектра зависит от разрешающей способности спектрального аппарата.

Пусть короткий\*) импульс произвольной формы падает нормально на дифракционную решетку; рассмотрим действие на

\*) Импульс мы называли «коротким» в том смысле, что продолжительность его мала по сравнению с любым  $T$ .

воспринимающий аппарат, расположенный по направлению, задаваемому углом  $\varphi$  с нормалью (рис. 116). Все прозрачные элементы (щели) решетки одновременно станут источниками возмущения, направляемого в точку под углом дифракции  $\varphi$ . Однако, как легко видеть из чертежа, эти отдельные возмущения придут в  $P$  не одновременно, а с систематическим запаздыванием на величину  $\frac{d \sin \varphi}{c}$ , где  $d$  — период решетки, а  $c$  — скорость света. Таким образом, точка  $P$  будет получать возмущения, следующие друг за другом *периодически* через промежутки времени  $T = \frac{d \sin \varphi}{c}$ , причем для каждого направления  $\varphi$  будет свой период воздействия  $T$ . Таким образом, в любой точке  $P$

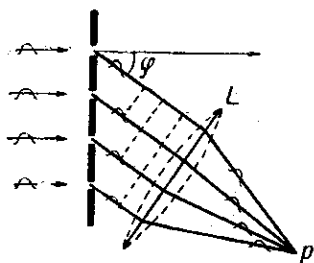


Рис. 116. Преобразование импульса при прохождении через дифракционную решетку в совокупность монохроматических волн.

воздействие имеет периодический характер, хотя импульс, упавший на решетку, был однократным. Чем больше щелей имеет решетка, тем длительнее периодическое воздействие. В случае идеальной решетки, обладающей бесконечным числом щелей (бесконечной разрешающей силой), периодическое воздействие тянется неограниченно долго. Такое бесконечное периодическое воздействие может быть по теореме Фурье представлено как совокупность *синусоидальных* колебаний с периодами  $T, \frac{T}{2}, \frac{T}{3}, \dots$  и с амплитудами, зависящими от характера этих периодических воздействий, определяемого формой и длительностью импульса и соотношением размеров прозрачных и непрозрачных мест решетки. Такое разложение периодических толчков на синусоидальные колебания означает, что явления в точке  $P$  происходят так, как если бы в точку  $P$  приходили монохроматические волны, длины которых равны соответственно  $\lambda_1 = cT = d \sin \varphi$ ;  $\lambda_2 = c \frac{T}{2} = \frac{1}{2} d \sin \varphi$ ;  $\lambda_3 = c \frac{T}{3} = \frac{1}{3} d \sin \varphi, \dots$  Мы видим, таким образом, что по направлению  $\varphi$  будут наблюдаться монохроматические световые волны, длины которых удовлетворяют условию  $d \sin \varphi = m\lambda$ , где  $m$  — целое число, т. е. условию, определяющему положение главных максимумов дифракционного спектра.

По направлению  $\varphi = 0$  импульсы от всех щелей приходят одновременно: периодические воздействия не возникают, и нулевой максимум остается «белым». Все эти выводы находятся в соответствии с обычной теорией дифракционных решеток (см. § 41). Это рассуждение показывает механизм воздействия дифракционной решетки на импульс, выдвигая на первый план физическую картину преобразования импульса в периодический процесс вместо математической операции

разложения непериодической функции, описывающей импульс, на гармонические составляющие.

Некоторое неудовлетворение оставляет, может быть, то обстоятельство, что для рассмотрения полученного *периодического* воздействия мы все же прибегали к математической операции разложения периодической функции на синусоиды. Можно, однако, и здесь пойти более физическим путем. Мы имели дело с обычной (щелевой) решеткой, т. е. решеткой, состоящей из периодических чередующихся прозрачных и непрозрачных мест. Другими словами, коэффициент *прозрачности* решетки  $\tau$  меняется вдоль решетки периодическими скачками от  $\tau=0$  до  $\tau=1$ , как это изображено на рис. 117, а.

Предположим теперь, что мы имеем решетку, прозрачность которой вдоль координаты  $x$  меняется по синусоидальному закону  $\tau = \sin \frac{2\pi}{d} x$ , где  $d$  — пространственный период решетки, т. е.  $\tau$  меняется от  $+1$  до  $-1$  (рис. 117, б). То обстоятельство, что  $\tau$  принимает отрицательные значения, т. е. отрицательными становятся амплитуды проходящего света, имеет очень простой смысл: это значит, что фазы волны с положительными и отрицательными амплитудами противоположны. Следовательно, наша решетка имеет амплитудно-фазовый характер: амплитуда на половине пространственного периода меняется от единицы до нуля, на второй половине амплитуда нарастает от нуля до единицы, но фаза изменена на обратную.

Повторяя вышеприведенные рассуждения (см. рис. 116) для такой решетки, получим, что до точки  $P$  (в направлении  $\varphi$ ) будет доходить световое возбуждение, меняющееся во времени по закону

$$\sin \frac{2\pi}{T} t,$$

где

$$T = \frac{d \sin \varphi}{c}.$$

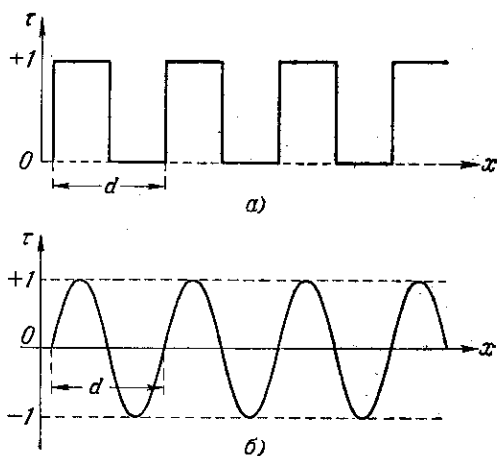


Рис. 117. Зависимость пропускной способности  $\tau$  решетки от координаты ( $x$ ), а — щелевая решетка периода  $d$ ; б — синусоидальная решетка периода  $d$ .

Действительно, до точки  $P$  с течением времени доходят возбуждения от точек, прозрачность которых меняется по закону  $\sin \frac{2\pi}{d} x$ , причем  $x$  нарастает пропорционально времени так, что за время  $T$  значение  $x$  изменяется на  $d$ , т. е.  $x = \frac{d}{T} t$ . Таким образом, возбуждение в  $P$  меняется по закону

$$\sin \frac{2\pi}{d} x = \sin \frac{2\pi}{d} \frac{d}{T} t = \sin \frac{2\pi}{T} t.$$

Если наша решетка бесконечна по протяжению (т. е. имеет бесконечно большую разрешающую способность), то это синусоидальное возбуждение не ограничено во времени и представляет строго монохроматический свет периода  $T$  или длины волны  $\lambda = cT = d \sin \varphi$ .

Итак, условие образования максимума в случае *синусоидальной* решетки имеет вид

$$d \sin \varphi = \lambda \quad (52.1)$$

вместо условия  $d \sin \varphi = m\lambda$ , характеризующего обычную дифракционную решетку. Основное различие состоит в том, что *дифракция на синусоидальной решетке приводит к образованию максимумов только первого порядка* ( $m = \pm 1$ ) в отличие от обычных решеток, где образуются нулевой максимум и максимумы различных порядков (Рэлей). Поэтому монохроматическая волна ( $\lambda$ ) будет на такой решетке дифрагировать только под углом  $\pm \varphi$ , определяемым из (52.1). Импульс произвольной формы, падая на синусоидальную решетку периода  $d$  с бесконечной разрешающей силой, преобразовывается в совокупность монохроматических волн, каждая из которых распространяется по своему направлению  $\varphi$ , определяемому условием (52.1). Соотношение интенсивностей (амплитуд) этих отдельных монохроматических волн зависит от вида импульса. Если решетка содержит не бесконечно большое число штрихов, то длительность отдельных цугов, идущих по разным направлениям  $\varphi$ , сокращается и выделенные из импульса волны перестают быть строго монохроматическими. Эти приблизительно монохроматические цуги, в которые ограниченная решетка преобразует импульс, определяются как видом импульса, так и размером решетки, т. е. при заданном периоде *числом* ее штрихов. Эти параметры характеризуют разрешающую способность решетки.

Для других спектральных аппаратов рассуждения несколько усложняются, но сущность дела остается той же самой \*) (см. также упражнение 81).

\*) Вопросы спектрального разложения и преобразующей роли спектрального аппарата подробно рассмотрены в книге Г. С. Горелика «Колебания и волны».



## ГЛАВА X ДИФРАКЦИОННЫЕ ЯВЛЕНИЯ НА МНОГОМЕРНЫХ СТРУКТУРАХ

### § 53. Дифракционная решетка как одномерная структура

Изложенное в § 52 (и в частности установленная Рэлеем особенность дифракции на синусоидальных решетках, дающих спектры только первого порядка) позволяет весьма общим и практически важным способом рассмотреть вопрос о дифракции на структурах любого вида. Какова бы ни была структура, в частности, если бы даже она не была периодической, явления дифракции имели бы место. Расчет дифракционной картины в таком практически очень распространенном случае был бы, однако, гораздо труднее. Рэлей указал чрезвычайно общий прием решения подобных задач.

В § 4 мы видели, что любая функция времени может быть представлена как совокупность синусоидальных функций времени с различными периодами, амплитудами и фазами. Аналогично, любая структура, свойства которой, например пропускная способность, есть функция пространственных координат, может быть представлена как совокупность синусоидальных структур (теорема Фурье). В частности, если пропускная способность структуры зависит только от одной координаты, например  $x$ , то пропускная способность отдельных синусоидальных структур представится в виде  $a \sin\left(\frac{2\pi}{d}x + \psi\right)$ , где  $a$  — амплитуда,  $d$  — пространственный период и  $\psi$  — фаза. Непериодическая структура представляется совокупностью синусоидальных структур с непрерывно меняющимся периодом (представление в виде интеграла Фурье). Периодическая структура с периодом  $d$  представится в виде суммы членов ряда, один из которых в общем случае может быть постоянной величиной, а остальные — синусоидальными функциями  $x$  с периодом, равным  $d, \frac{d}{2}, \frac{d}{3}, \dots$ , т. е. отдельные члены будут иметь вид  $a_n \sin\left(\frac{2\pi n}{d}x + \psi_n\right)$ , где  $n = 1, 2, 3, \dots$  (представление в виде ряда Фурье). Характер рассматриваемой структуры определяет значения амплитуд и фаз отдельных синусоидальных членов ряда. Таким образом, дифракция на сложной структуре может быть рассчитана путем рассмотрения дифракции на каждом отдельном члене. Постоянный член дает нулевой максимум, каждый из синусоидальных членов — по два максимума первых порядков ( $m = \pm 1$ ). Так как периоды синусоидальных структур различны, то и углы дифракции соответствующих максимумов первого порядка будут различны и в совокупности получится полная дифракционная картина всей структуры. С этой точки зрения максимумы высших порядков обычной дифракционной решетки есть максимумы первого порядка

соответствующей синусоидальной слагающей. Например, максимумы третьего порядка ( $m = \pm 3$ ) есть максимумы первого порядка ( $m = \pm 1$ ) на третьей синусоидальной структуре, период которой равен  $\frac{d}{3}$ . Таким образом, для изученной нами *одномерной* решетки (решетка, пропускная способность которой меняется только вдоль одной координаты) мы с помощью и этого более общего способа рассмотрения получаем согласный с опытом результат.

### § 54. Дифракция на двумерных структурах

Гораздо распространеннее случай, когда пропускная способность пластинки меняется не вдоль одного направления, а по всей поверхности нашей пластинки. Примером может служить пластинка беспорядочно запыленного стекла или окно, покрытое узорами мороза. Ясно, что такое изменение пропускной способности можно охарактеризовать как изменение по двум координатам нашей поверхности,

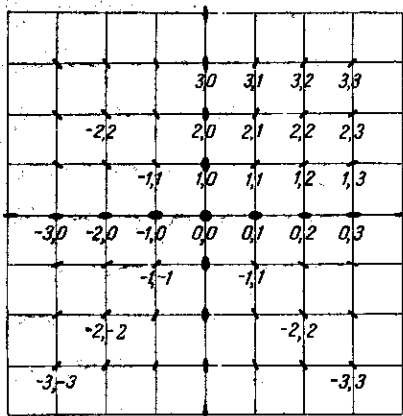


Рис. 118. Схематическое изображение распределения интенсивности при дифракции на двумерной решетке.

так что рассматриваемая структура будет *двумерной*. В простейшем случае это будет двумерная периодическая структура (двумерная решетка), в общем — совокупность многих двумерных решеток.

Рассмотрим двумерную решетку, представляющую собой скрещенные перпендикулярные решетки с периодами  $d_1$  и  $d_2$ . Подобный случай легко осуществить, поставив непосредственно одну за другой две обыкновенные дифракционные решетки, штрихи которых направлены перпендикулярно друг к другу.

Узкий пучок монохроматического света, пройдя через первую решетку с вертикальными штрихами, должен дать совокупность максимумов (нулевой и максимумы высших порядков) вдоль горизонтальной линии. Каждый луч, соответствующий этому максимуму, проходя через вторую решетку, распадается на совокупность лучей, дающих максимумы вдоль вертикальной линии. Полная картина спектра подобна изображенной на рис. 118. Индексы 0,0; 0,1; 1,1; 1,2 и т. д. около пятнышек показывают порядок спектра в первой и второй решетках; интенсивность их убывает по закону распределения интенсивности в решетке. Нетрудно дать элементарную теорию дифракции на такой решетке.

Пусть свет падает на такую решетку нормально. Выберем направление света за ось  $Z$ , а направления вдоль решеток за оси  $X$  и  $Y$  и охарактеризуем направление светового луча углами  $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$  для падающего луча и  $\alpha, \beta, \gamma$  — для дифрагированного луча.

В нашем случае  $\alpha_0 = \pi/2, \beta_0 = \pi/2, \gamma_0 = 0$ , т. е.  $\cos \alpha_0 = \cos \beta_0 = 0, \cos \gamma_0 = 1$ . Отклонение дифрагированного луча вдоль  $X$  поведет к образованию минимумов и максимумов света в зависимости от величины угла дифракции. Применяя теорию одномерной решетки, мы найдем, что положение главных максимумов должно удовлетворять условию

$$d_1 \cos \alpha = \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots, m_1 \lambda. \quad (54.1)$$

Аналогично дифракция в направлении оси  $Y$  дает главные максимумы по направлениям, определяемым из условия

$$d_2 \cos \beta = \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots, m_2 \lambda. \quad (54.2)$$

Таким образом, главные максимумы возможны только по направлениям, удовлетворяющим двум написанным выше условиям, причем каждой паре значений целых чисел  $m_1$  и  $m_2$  соответствует максимум того или иного порядка. По найденным таким образом значениям  $\alpha$  и  $\beta$  мы определим значения угла  $\gamma$  на основании геометрического соотношения

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1. \quad (54.3)$$

Таким образом, из трех условий:

$$d_1 \cos \alpha = m_1 \lambda,$$

$$d_2 \cos \beta = m_2 \lambda,$$

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1,$$

где  $m_1$  и  $m_2$  — целые числа, мы определяем для заданной структуры  $d_1$  и  $d_2$  и для данной длины волны  $\lambda$  значения углов  $\alpha, \beta, \gamma$ , по которым будут наблюдаться главные максимумы света. Если предположить, что наша решетка содержит большое число элементов (штрихов), то главные максимумы будут очень резки и в них сосредоточится почти вся световая энергия дифрагированных лучей. Таким образом, практически свет будет наблюдаться только по указанным дискретным направлениям, точнее, в небольшом телесном угле около указанных направлений.

В том случае, если решетки  $d_1$  и  $d_2$  не взаимно перпендикулярны, а составляют какой-либо угол между собой, то принципиально рассуждения наши останутся в силе, только геометрические соотношения изменятся. Положение максимумов (пятнышек) будет, конечно, зависеть и от угла между решетками. Таким образом, по расположению пятнышек можно судить о *структуре поверхности*: о величине периодов  $d_1$  и  $d_2$  и взаимном расположении решеток.

Если поверхностная структура не периодична, то следует применить для разбора задачи метод Рэлея. Картина получится более сложной.

В частности, если структура состоит из частиц, близких по размерам и форме, но всевозможно ориентированных (запыленная пластинка, морозные узоры на стекле), то такая структура эквивалентна совокупности простых решеток всех возможных ориентировок, а соответствующая дифракционная картина представится в виде ряда концентрических кругов. Явление легко наблюдать, рассматривая яркий источник сквозь такую пластинку.

### § 55. Дифракционные явления на трехмерных структурах

Наибольший интерес и практическое значение имеет дифракция на пространственных неоднородностях. В этом случае волна распространяется не в однородной среде, а в среде, в которую включены участки, где скорость волны отличается от скорости в остальных частях среды, т. е. участки с иным показателем преломления.

Если среда вполне оптически однородна, т. е. показатель преломления любого небольшого \*) участка равняется показателю преломления другого участка, то световая волна будет распространяться в ней без изменения направления.

В частности, плоская волна, распространяясь в такой среде, останется плоской. Это заключение можно подтвердить рассуждениями, подобными тем, которые служат, по Френелю, для объяснения прямолинейного распространения света. Если же однородность среды нарушена какими-либо включениями или вследствие каких-либо процессов, т. е. если в среде встречаются участки, сравнимые с длиной волны, показатель преломления которых отличается от показателя преломления остальной части, то на таких неоднородностях должны возникнуть дифракционные явления и часть света дифрагирует (отклоняется) от своего первоначального направления.

Действительно, части волны, идущие по участкам различного показателя преломления, распространяются с разной скоростью, так что фронт волны, т. е. поверхность одинаковой фазы, перестает быть плоским, и распространение света будет наблюдаться по всем направлениям.

Такого рода явления наблюдаются в большом масштабе в природе. Сюда относится, прежде всего, распространение света в тумане, имеющее очень большое значение для ориентировки судов в тумане. Именно эта практическая задача и дала первый повод для детального изучения этого явления (Тиндаль, 1868 г.). Явление дифракции на пространственных неоднородностях играет большую роль

\*) Небольшим явится участок, линейные размеры которого сравнимы с длиной световой волны.

в метеорологической оптике, обуславливая появление кругов и колец вокруг Солнца и Луны (так называемые гало и венцы). Происхождение их объясняется явлением дифракции солнечных или лунных лучей на мелких частицах, взвешенных в воздухе\*). Явление дифракции в дождевых каплях играет важную роль в образовании радуги.

Явление дифракции на пространственных препятствиях или неоднородностях очень легко наблюдать в тех случаях, когда число таких неоднородностей очень велико, а размеры их незначительны. В таком случае среду принято называть *мутной* и явление дифракции носит обычно название *рассеяния* света. В дальнейшем мы подробнее рассмотрим это явление, особенно для того случая, когда образование мути не связано с засорением среды посторонними частицами, а является следствием молекулярной структуры среды. Отметим при этом, что для волн обычного света молекулярное строение среды еще не обуславливает собой неоднородности, ибо размер молекул в тысячи раз меньше размеров световой волны. «Молекулярная мутность» есть результат случайного скопления значительного числа молекул, образующегося при беспорядочном тепловом движении их. Наоборот, для волн очень коротких, например для рентгеновских, уже само наличие молекул обуславливает неоднородность среды и ведет к дифракции (рассеянию).

Рассмотрение дифракции на пространственных неоднородностях любой формы представляет собой очень сложную задачу. Мы ограничимся поэтому простейшим случаем, когда неоднородности имеют правильный периодический характер, т. е. представляют собой то, что мы называем *решеткой*. Однако в этом случае периодическая структура среды имеет пространственный характер, т. е. решетка тянется по всем направлениям в среде. Мы можем представить ее как совокупность периодических структур по трем координатным направлениям и рассматривать дифракцию параллельных лучей на такой *пространственной* трехмерной решетке.

Пользуясь методом Рэлея (§ 53), можно рассмотреть дифракцию на любых пространственных структурах, в том числе и непериодических (рассеяние света).

Допустим, что наша среда вдоль оси  $X$  представляет собой периодическую структуру с периодом  $d_1$ , вдоль оси  $Y$  — решетку с периодом  $d_2$  и вдоль оси  $z$  — решетку с периодом  $d_3$ . Ограничимся случаем ромбических\*\*) кристаллов, для которых ребра элементарной ячейки ( $d_1$ ,  $d_2$  и  $d_3$ ) взаимно перпендикулярны друг к другу. Сюда,

\*) Следует отличать венцы или гало малого радиуса, которые образуются в результате *дифракции* на капельках, от больших круговых гало (с угловым размером в 22 и 46°), которые обусловлены *преломлением* в гексагональных кристалликах льда, взвешенных в воздухе.

\*\*) В общем случае триклинных кристаллов, когда ребра ячейки пересекаются под углами, отличными от прямого, рассмотрение задачи потребовало бы применения косоугольной системы координат.

конечно, относятся как частные случаи тетрагональная ( $d_1 = d_2, d_3$ ) и кубическая ( $d_1 = d_2 = d_3$ ) решетки. Направление распространения света задается тремя углами луча с осями координат, которые обозначим  $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$  для падающего и  $\alpha, \beta, \gamma$  — для дифрагированного луча.

Пусть свет падает вдоль оси  $Z$ , т. е.  $\alpha_0 = \beta_0 = \pi/2$  и  $\gamma_0 = 0$ . Рассмотрим какой-нибудь слой, параллельный плоскости  $XY$ , т. е. слой, для которого  $z = \text{const}$ . Этот слой представляет собой двумерную решетку, и свет, проходя через него, испытает дифракцию, рассмотренную в предыдущем параграфе. Для каждой длины волны  $\lambda$  получим максимумы по направлениям, заданным значениями углов  $\alpha, \beta, \gamma$ , определяемыми из условий

$$\begin{aligned} d_1 \cos \alpha &= m_1 \lambda, \\ d_2 \cos \beta &= m_2 \lambda, \\ \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma &= 1, \end{aligned}$$

где  $m_1, m_2$  — целые числа.

Однако в нашем случае среда представляет собой совокупность таких двумерных решеток, расположенных периодически вдоль  $Z$  с периодом  $d_3$ . Если каждый слой такой решетки достаточно прозрачен, то часть света испытает дифракцию на первом слое, а часть проникнет до следующего слоя и частично испытает аналогичную дифракцию на этом втором слое, остаток проникнет дальше и т. д. Таким образом, по найденному выше направлению ( $\alpha, \beta, \gamma$ ) будет распространяться несколько волн с известной разностью хода, и мы должны для окончательного результата учесть взаимную интерференцию этих волн.

Рис. 119. Схема дифракции на трехмерной структуре.

Результат легко получить из схематического рис. 119, где  $OZ$  — направление падающей волны;  $AM, BN, CQ, DS, \dots$  — направления волн, дифрагировавших у отдельных слоев, схематически изображенных маленькими площадками  $P_1, P_2, P_3, \dots$ ; направления  $AM, BN, \dots$  составляют угол  $\gamma$  с направлением  $OZ$ . Расстояние  $AB = BC = CD = \dots = d_3$  есть третий период нашей структуры. Между каждой парой лучей имеется разность хода, равная  $(AB - AM) = (BC - BN) = (CD - CQ) = \dots$ . Чтобы волны, отклоненные по указанному направлению каждым слоем, взаимно усиливали друг друга, необходимо, чтобы эта разность хода была равна целому числу волн.

Это добавочное условие выразится в виде

$$d_3 - d_3 \cos \gamma = m_3 \lambda.$$

Таким образом, от пространственной структуры с периодами  $d_1, d_2, d_3$  мы получим максимумы света только по направлениям, удовлетворяющим следующим *четырем* условиям:

$$d_1 \cos \alpha = m_1 \lambda, \quad (55.1)$$

$$d_2 \cos \beta = m_2 \lambda, \quad (55.2)$$

$$d_3(1 - \cos \gamma) = m_3 \lambda \quad (55.3)$$

где  $m_1, m_2, m_3$  — целые числа, и

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1 \quad (\text{геометрическое условие}). \quad (55.4)$$

Нетрудно видеть, что нельзя, вообще говоря, для *любой* длины волны получить направление ( $\alpha, \beta, \gamma$ ), для которого выполняются все эти условия. Действительно, исключая из этих уравнений  $\alpha, \beta, \gamma$ , найдем соотношение

$$\frac{m_1^2 \lambda^2}{d_1^2} + \frac{m_2^2 \lambda^2}{d_2^2} + \frac{(d_3 - m_3 \lambda)^2}{d_3^2} = 1, \quad (55.5)$$

которое показывает, какие значения должна иметь длина волны для того, чтобы в *данной* структуре при *заданном* первоначальном направлении образовались отчетливые дифракционные максимумы.

Итак, в отличие от дифракции на линейной и поверхностной решетках дифракция на заданной пространственной решетке дает максимум *не для всех длин волн*, а только для тех, которые удовлетворяют указанному условию.

Таким образом, если параллельный пучок всех длин волн (белый свет) бросить на *линейную* решетку, то получим максимумы для *каждой* длины волны, располагающиеся вдоль полоски, перпендикулярной к штрихам решетки (спектр). Если параллельный пучок белого света падает на *поверхностную* решетку, то получим максимумы для всех длин волн, располагающиеся в определенном порядке в плоскости, параллельной плоскости решетки (цветные пятна). Если же бросить свет всех длин волн на пространственную решетку, то получатся максимумы только для *некоторых* длин волн, удовлетворяющих выведенному выше условию. Волны другой длины рассеиваются равномерно по всем направлениям, не давая никаких максимумов.

По расположению максимумов и значению длин волн  $\lambda$ , которым они соответствуют, оказывается возможным однозначно воспроизвести ту пространственную решетку, которая обусловила дифракцию.

## § 56. Дифракция рентгеновских лучей

Рассмотренный случай дифракции на трехмерной решетке имеет исключительно важное значение. Он осуществляется практически при дифракции рентгеновских лучей на естественных кристаллах. Лучи Рентгена представляют собой электромагнитные волны, длина

которых в тысячи раз меньше длин волн обычного света. Поэтому устройство для рентгеновских лучей искусственных дифракционных решеток сопряжено с огромными трудностями. Мы видели, что трудность эта может быть обойдена путем применения лучей, падающих на решетку под углом, близким к  $90^\circ$ . Однако дифракция рентгеновских лучей была осуществлена задолго до опытов с наклонными лучами. По мысли Лауэ (1913 г.) в качестве дифракционной решетки для рентгеновских лучей была использована естественная пространственная решетка, которую представляют собой кристаллы. Атомы и молекулы в кристалле расположены в виде правильной трехмерной решетки, причем периоды таких решеток сравнимы с длиной волны рентгеновских лучей. Если на такой кристалл направить пучок рентгеновских лучей, то каждый атом или молекулярная группа, из которых состоит кристаллическая решетка, вызывает дифракцию рентгеновских лучей. Мы имеем случай дифракции на трехмерной решетке, рассмотренный выше. Действительно, наблюдаемые дифракционные картины соответствуют характерным особенностям дифракции на пространственной решетке.

Благодаря методу Лауэ решаются две задачи огромной важности. Во-первых, открывается возможность определения длины волны рентгеновских лучей, если известна структура той кристаллической решетки, которая служит в качестве дифракционной. Таким образом создавалась спектроскопия рентгеновских лучей, послужившая для установления важнейших особенностей строения атома (ср. § 109).

Во-вторых, наблюдая дифракцию рентгеновских лучей известной длины волны на кристаллической структуре неизвестного строения, мы получаем возможность установить характер этой структуры, т. е. взаимное расстояние и положение ионов, атомов и молекул, составляющих кристалл. Таким путем был создан структурный анализ кристаллических образований, легший в основу важнейших заключений молекулярной физики.

### § 57. Дифракция световых волн на ультразвуковых волнах

Пространственную решетку, на которой удобно наблюдать явления дифракции *видимых* световых волн, также удается осуществить. Сюда относятся, прежде всего, дифракционные явления на ультразвуковых волнах.

Как известно, в пластинке кварца или турмалина можно возбуждать механические колебания очень большой частоты (до  $10^8$  в секунду). Такая колеблющаяся пластинка будет излучать упругие (ультраакустические) волны, которые со скоростью звука распространяются в окружающей среде. Поместив колеблющийся кварц в какую-нибудь жидкость, например ксилол, мы получим ультразвуковые волны в этой жидкости. Упругая волна в жидкости



есть волна сжатия и разрежения, которая распространяется с определенной скоростью. Таким образом, жидкость, по которой распространяется ультразвуковая волна, представляет собой периодическую последовательность областей сжатия и разрежения, т. е. областей, характеризующихся также и различием в показателе преломления света. Поэтому для света жидкость, в которой идет ультразвуковая волна, представляет собой *фазовую* решетку (см. § 49), ибо при прохождении света через столб такой жидкости происходит изменение не

амплитуды, а фазы световой волны. Если заставить ультразвуковую волну отражаться от дна сосуда, то наложение проходящей и отраженной волн поведет к образованию *стоячей* ультразвуковой волны, которая также представляет собой периодическую структуру

переменной плотности и, следовательно, переменного показателя преломления света. Как в случае проходящей, так и стоячей ультразвуковой волны получающаяся фазовая решетка будет иметь период, равный *длине* ультразвуковой волны, как легко видеть из рис. 120. В случае ксилола скорость распространения ультразвуковых волн равна примерно 1000 м/сек, так что при частоте  $10^8$  в секунду длина ультразвуковой волны  $\lambda = 10^{-3}$  см = 10  $\mu$ . Мы получаем, следовательно, фазовую решетку с периодом 10  $\mu$ , вполне удобную для наблюдения дифракции световых волн. В самом кристалле, служащем для возбуждения волн, также устанавливается стоячая ультразвуковая волна, и, следовательно, колеблющийся кристалл также может служить фазовой дифракционной решеткой\*).

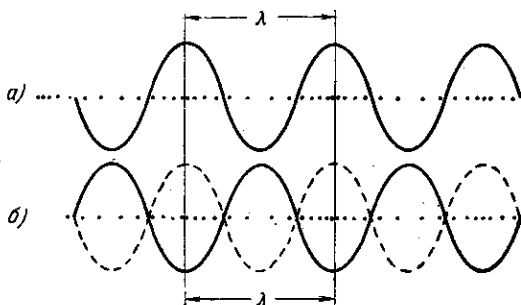


Рис. 120. Распределение плотности в бегущей (а) и стоячей (б) ультразвуковых волнах. Как в бегущей, так и в стоячей волне периодически повторяющиеся области сжатия и разрежения равны длине ультразвуковой волны в среде.

\* Для большинства жидкостей скорость ультразвуковых волн, не отличающаяся от скорости обычных звуковых волн, составляет около 1000—1500 м/сек. Для прозрачных твердых тел (стекло, кварц) скорости составляют 5000—6000 м/сек. Поэтому во всех этих веществах можно удобно осуществлять опыты по дифракции на ультразвуковых волнах с частотами колебаний до  $10^7$  и выше. При работе со стоячими волнами важно, чтобы интенсивность отраженной волны была близка к интенсивности проходящей. Поэтому лучше работать с веществами, где ультразвуковые волны слабо поглощаются. Из жидкостей такими слабопоглощающими являются ксилол и вода. Следует иметь в виду, что поглощение возрастает пропорционально квадрату частоты ультразвуковой волны.

Пропуская пучок параллельных лучей через сосуд с жидкостью, в которой возбуждена ультразвукаческая волна (рис. 121), мы получим на экране превосходный спектр, соответствующий периоду,

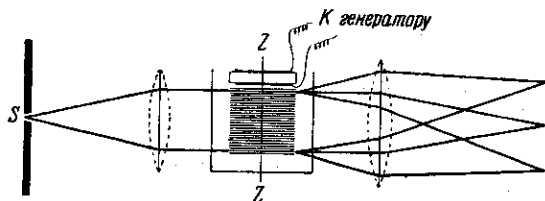


Рис. 121. Схема дифракции на ультразвукаческих волнах в жидкости.

вычисленному по частоте кварца и скорости ультразвуковой волны в жидкости (рис. 122).

Если пустить ультразвукаческие волны по трем направлениям, то мы получим пространственную решетку для световых лучей. Впрочем, даже при наличии расположения, указанного на рис. 121, когда ультразвукаческие волны идут в направлении оси Z, мы,

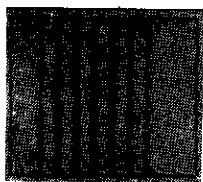


Рис. 122. Спектр, полученный с помощью дифракции на ультразвукаческой волне.

по существу, имеем пространственную решетку; но по двум направлениям X и Y период решетки есть нуль, т. е. имеются сплошные отражающие плоскости — зеркала. Закон отражения от этих зеркал (луч падающий и луч отраженный лежат в одной плоскости с нормалью к зеркалу и угол падения равен углу отражения) определит значения углов  $\alpha$  и  $\beta$  в соотношениях (55.1)—(55.4), а взаимная интерференция лучей, отраженных от системы зеркал, даст третье дифракционное условие для угла  $\gamma$ . Таким образом, и в этом случае мы имеем для трех углов три дифракционных условия и четвертое геометрическое. Явление пространственной дифракции (дискретные максимумы

для определенных длин волн) выступает здесь не так отчетливо, как в случае рентгеновских лучей, ибо размеры всего дифрагирующего столба в данном случае не особенно велики по сравнению с периодом решетки, так что мы, по сути дела, имеем случай перехода от плоской решетки к объемной.

Интересно отметить, что фазовая решетка, осуществляемая с помощью ультразвукаческих волн, отличается еще одной особенностью. Показатель преломления не только имеет пространственную периодичность, но и меняется периодически во времени, с периодом ультразвукаческой волны, т. е. примерно  $10^7$  —  $10^8$  раз в секунду. Это приводит к тому, что интенсивность дифрагированного света испытывает периодическое изменение с той же частотой, т. е.

модуляцию. Согласно изложенному в § 4, это означает, что если на ультраакустическую волну падает монохроматический свет частоты  $\nu (\approx 5 \cdot 10^{14})$ , то дифрагированный свет имеет измененную частоту, равную  $\nu \pm N$ , где  $N$  — частота примененной ультраакустической волны. Так как  $N$  не больше  $10^8$ , то это изменение частоты незначительно и составляет всего лишь несколько десяти-миллионных от первоначальной. Тем не менее это изменение было наблюдеено на опыте. С подобным явлением, имеющим гораздо большее научное и практическое значение, мы встретимся в вопросе о рассеянии света (см. § 154).

Изложенное рассмотрение применно к стоячей ультраакустической волне, где показатель преломления в каждой точке меняется в течение времени. Для бегущей ультраакустической волны изменение частоты легче всего представить как результат отражения света от движущихся поверхностей, которыми являются поверхности фронта бегущей волны, т. е. как результат явления Допплера (см. § 118). В волне, бегущей в одну сторону, изменение частоты дифрагированного света будет соответствовать увеличению частоты ( $\nu + N$ ), а в волне, бегущей навстречу, — уменьшению ( $\nu - N$ ). Стоячая волна, как совокупность двух бегущих навстречу, обуславливает изменение частоты, выражаемое формулой  $\nu \pm N$ . Несложный расчет показывает, что как по методу стоячих волн (модуляция), так и по методу бегущих волн (явление Допплера) мы получаем, конечно, одно и то же значение ( $N$ ) изменения частоты падающего света.

Изучение дифракции света на ультраакустических волнах стало важным методом исследования законов распространения этих волн в веществе и служит для исследования вопросов молекулярной физики (П. А. Бажулн) и для некоторых технических применений (ультраакустическая дефектоскопия (С. Я. Соколов).

# ОТДЕЛ III

## ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ (ЛУЧЕВАЯ) ОПТИКА

---

### ГЛАВА XI

#### ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ЛУЧЕВОЙ ОПТИКИ

##### § 58. Введение

Явления интерференции и дифракции света показывают, что свет распространяется согласно законам волновой теории. С помощью этих законов мы можем решать задачи о распространении света как в однородной среде, так и через любую оптическую систему, т. е. через совокупность различных сред, ограниченных теми или иными поверхностями и диафрагмами. Однако в очень большом круге вопросов, имеющих важное практическое значение, в частности в вопросе о формировании светового пучка (светотехника) и в вопросах об образовании изображения (оптотехника), решение может быть получено гораздо более простым путем, с помощью представлений *геометрической оптики*. Геометрическая оптика оперирует понятием отдельных световых *лучей*, подчиняющихся известным законам преломления и отражения и независимых друг от друга (см. Введение, § 1).

Понятие светового луча может быть получено из рассмотрения реального светового пучка, из которого при помощи диафрагм с отверстиями мы выделяем узкий параллельный пучок. Чем меньше диаметр этих отверстий, тем уже будет выделяемый пучок, и в пределе, переходя к отверстиям сколь угодно малым, мы можем надеяться получить световой луч как геометрическую линию. Мы знаем, однако, что подобный процесс выделения сколь угодно узкого пучка (луча) невозможен вследствие явления дифракции. Невозможное расширение реального светового пучка, пропущенного через диафрагму диаметра  $D$ , определяется углом дифракции порядка  $\alpha \approx \frac{\lambda}{D}$  (направление на 1-й минимум, см. § 41). Только в предельном случае, когда  $\lambda = 0$ , мы получаем, что подобное расширение не имеет места, и можем говорить о луче как о геометрической линии, направление которой определяет собой направление распространения световой энергии. Таким образом, световой луч есть абстрактное математическое понятие, а не физический образ, и геометрическая оптика есть лишь предельный случай реальной

волновой оптики, соответствующий исчезающе малой длине световой волны.

Соотношение  $\alpha \approx \frac{\lambda}{D}$  показывает, что угловое отклонение, нарушающее прямолинейность распространения света в однородной среде, может быть весьма мало, если размеры отверстия или экрана  $D$  велики по сравнению с длиной волны  $\lambda$ . Поэтому и в реальной оптике, где  $\lambda$  — конечная величина, отступления от законов геометрической оптики должны быть тем меньше, чем больше размеры  $D$ . В соответствии с этим в обычном опыте мы наблюдаем, например, образование резких теней при освещении предметов значительных размеров (см. § 1). Однако можно без труда показать, что дифракционное отклонение и в этом случае имеет место. Если мы отбросим тень на экран, расположенный на расстоянии  $R$  от предмета, то *линейные* размеры дифракционных полос будут иметь значение  $\approx \alpha R = \frac{\lambda}{D} \cdot R$  и при значительном  $R$  могут легко наблюдаться, даже когда  $D \gg \lambda$ .

Нетрудно сообразить, что две системы объектов (отверстий и экранов) дадут вполне сходные дифракционные картины, если расположение источника света, глаза наблюдателя и размеры отверстий и экранов таковы, что обоим объектам соответствует одинаковое число зон Френеля и их частей. Действительно, характер дифракционной картины определяется именно числом зон Френеля, а не абсолютными размерами экранов и отверстий.

В случае плоской волны (бесконечно удаленный источник) площадь зоны Френеля равняется  $\pi f \lambda$ , где  $f$  — расстояние до глаза наблюдателя, а радиус зоны  $r = \sqrt{f \lambda}$ . Таким образом, для равенства числа зон Френеля надо выбрать расстояние  $f$  таким, чтобы  $\frac{x}{r} = \frac{x}{\sqrt{f \lambda}}$ , где  $x$  — размер отверстия, имело одно и то же значение. Таково условие подобия дифракционных картин. Как видно,

при двух подобных объектах размером  $x_1$  и  $x_2$  можно наблюдать одинаковые дифракционные картины, выбрав расстояние до места

наблюдения  $f_1$  и  $f_2$  таким образом, чтобы  $\frac{f_1}{f_2} = \frac{x_1^2}{x_2^2}$ . Так, в опы-

тах В. К. Аркадьева на моделях можно было осуществить картину дифракции от руки, держащей тарелку, на экране, расположенном на расстоянии 11 км, с легко осуществимого расстояния 40 м, заменив руку и тарелку вырезанной из жести моделью в масштабе, уменьшенном в  $\sqrt{\frac{11\,000}{40}} \approx 16,5$  раза.

Рис. 123, б показывает, как при освещении параллельным пучком света выглядела бы на экране, расположенном на расстоянии  $R = 11$  км. тень от руки, держащей тарелку. Из рисунка видно,

что о геометрическом подобии тени и объекта не может быть и речи. Однако в обычных условиях наблюдения подобные искажения не дают себя знать и применение законов геометрической оптики приводит к построениям, которые, как показывает опыт, вполне удовлетворительно решают вопрос о распространении света и образовании изображения. Таким образом, для обширного круга важных задач светотехники и оплотехники мы имеем возможность пользоваться геометрической оптикой лучей.

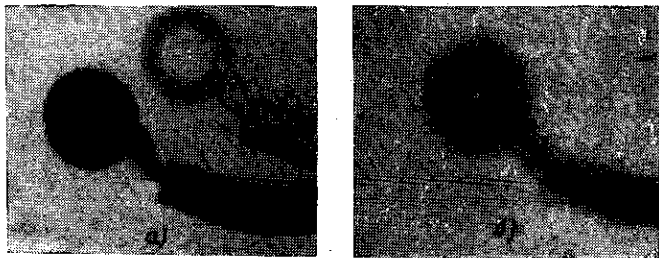


Рис. 123. *a* — тень от руки, держащей тарелку, отбрасывается на близко расположенный экран; тень и объект геометрически подобны; *b* — тень от руки, держащей тарелку, отбрасывается на экран, расположенный на большом расстоянии (11 км); тень искажена дифракцией. (Фотография В. К. Аркадьева, выполненная на модели, рассчитанной по принципу подобия.)

Однако при пользовании законами лучевой оптики нельзя забывать, что они — лишь первое приближение к действительности и что без дифракционных явлений не обходится ни один случай распространения света. Необходимо, следовательно, понимать волновой (дифракционный) смысл этих лучевых (геометрических) построений. В соответствии с этим становится ясно, что законы лучевой оптики имеют ограниченное применение, и надо уметь ориентироваться, при каких условиях применение этих законов допустимо и будет практически находиться в соответствии с опытом. При этом оказывается, что даже в практической оптике наиболее тонкие вопросы (например, вопрос о разрешающей силе оптических инструментов) решаются при помощи теории дифракции.

### § 59. Принцип Ферма

В том предельном случае, когда справедлив переход к геометрической оптике, т. е. в случае исчезающе малой длины волны, распространение волнового фронта может быть найденно простым построением. Пусть поверхность  $F$  (рис. 124) изображает собой поверхность равной фазы (волновой фронт) к некоторому моменту  $t$ .

В каждой точке  $M$  этой поверхности построим сферу радиусом  $dn = v\tau$ , где  $v$  есть скорость распространения волны в данном месте, а  $\tau$  — бесконечно малый промежуток времени. Поверхность  $F'$ , огибающая эти маленьке сферы, есть также поверхность равной фазы, ибо все точки ее будут иметь к моменту  $(t + \tau)$  те же фазы, как и точки поверхности  $F$  к моменту  $t$ . Отрезки прямых  $dn$ , соединяющие точки  $M$  с точкой касания соответствующей сферы и огибающей, представляют собой элементы луча, перпендикулярные к поверхности фронта \*).

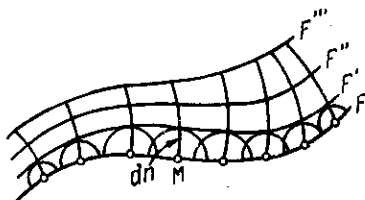


Рис. 124. К принципу Ферма: последовательное построение волнового фронта.

Продолжая это построение, мы можем шаг за шагом определить поверхность равной фазы и в то же время построить направление лучей, представляющих собой кривые, в которые переходят ломаные, составленные из отрезков  $dn$ , если  $\tau$  выбрано бесконечно малым.

С помощью указанного построения можно доказать следующее важное положение: *действительный путь распространения света (луч) есть путь, для прохождения которого свету требуется минимальное время по сравнению с любым другим мыслимым путем между теми же точками.* Действительно, выполнив построение, описанное выше (рис. 125), мы увидим, что от точки  $A$  до точки  $B$  вдоль луча свет проходит за время  $\tau = \tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_n$ , где  $\tau_i = \frac{dn_i}{v_i}$ , т. е.

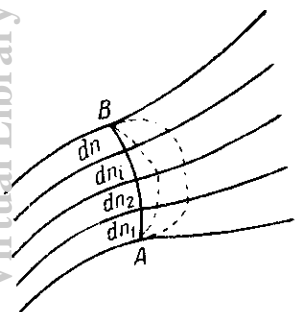


Рис. 125. К принципу Ферма: действительный путь света ( $AB$ ) соответствует минимальному времени распространения.

$$\tau = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{dn_i}{v_i} = \int_A^B \frac{dn}{v}.$$

Всякий же другой мыслимый путь будет состоять из отрезков, для прохождения которых потребуется время  $\tau_i$ , если этот отрезок совпадает с нормалью к фронту, или время, *большее*  $\tau_i$ , если отрезок отличается от нормали. Таким образом, действительный путь распространения света (луч) соответствует минимальному времени распространения.

Эта теорема, доказанная нами для волновой теории в том приближении, когда справедлива геометрическая оптика ( $\lambda = 0$ ), пред-

\* ) Мы ограничиваемся для простоты рассуждений случаем изотропной среды, когда луч и нормаль к фронту совпадают (см. § 136).

ставляет в геометрической оптике *аксиому*, именуемую принципом *кратчайшего оптического пути* (или минимального времени распространения). Она была сформулирована Ферма как общий закон распространения света (принцип Ферма, около 1660 г.). Действительно, нетрудно видеть, что для однородной среды этот принцип приводит к закону прямолинейного распространения согласно геометрической аксиоме о том, что прямая есть кратчайшее расстояние

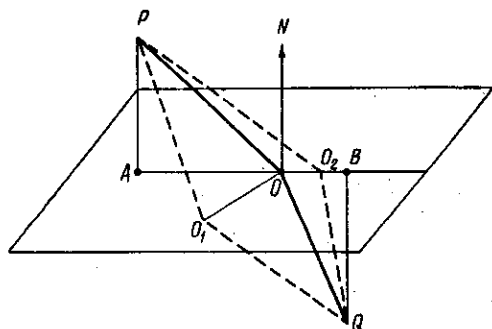


Рис. 126. Вывод закона преломления из принципа Ферма.

между двумя точками; для случая же перехода через границу различных сред этот принцип дает законы отражения и преломления света. Пусть свет, исходя из точки  $P$ , приходит в точку  $Q$ , преломляясь на плоской границе раздела двух сред (рис. 126). Проведем через  $P$  и  $Q$  плоскость нормально к границе раздела (плоскость падения). Любой путь  $PO_1Q$ , лежащий вне плоскости падения, пройдет светом за большее время, чем путь  $POQ$ , проведенный в плоскости падения так, чтобы  $O$  явилось следом перпендикуляра, опущенного из  $O_1$  на плоскость падения. Действительно, как в первой, так и во второй среде длины путей, проходящих через  $O_1$ , соответственно больше, чем через  $O$  ( $PO_1 > PO$  и  $QO_1 > QO$ ).

Итак, в согласии с принципом Ферма, путь, требующий минимального времени, должен лежать в плоскости падения (первый закон преломления). Для того чтобы из всех путей от  $P$  до  $Q$ , лежащих в плоскости падения, выбрать путь, требующий минимального времени, исследуем, как меняется это время в зависимости от положения точки  $O$  на линии пересечения плоскости падения и плоскости раздела.

Положение точки  $O$  определено длиной отрезка  $AO = x$ , где  $A$  — след перпендикуляра, опущенного из  $P$  на плоскость раздела. Время распространения света по пути  $POQ$  есть:

$$t = \frac{PO}{v_1} + \frac{OQ}{v_2},$$

где  $v_1$  и  $v_2$  — скорости света в первой и во второй средах. Обозначив  $PA = h_1$ ,  $QB = h_2$  и  $AB = p$ , найдем, что

$$t = \frac{\sqrt{h_1^2 + x^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{h_2^2 + (p-x)^2}}{v_2}.$$



Условие, определяющее, при каком значении  $x$  это время будет минимально, есть равенство нулю  $\frac{dt}{dx}$ . Из него следует:

$$\frac{1}{v_1} \frac{x}{\sqrt{h_1^2 + x^2}} - \frac{1}{v_2} \frac{p-x}{\sqrt{h_2^2 + (p-x)^2}} = 0,$$

$$\frac{\sin i}{v_1} - \frac{\sin r}{v_2} = 0,$$

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2} = \text{const} \left( = \frac{n_2}{n_1} \right).$$

Таким образом, из принципа Ферма вытекает закон преломления световых лучей. Аналогично можно рассмотреть задачу об отражении (см. упражнение 28).

Интересно отметить, что принцип Ферма приводит к утверждению, что в среде с большим коэффициентом преломления ( $n_2 > n_1$ ) скорость света меньше ( $v_2 < v_1$ ), т. е. находится в согласии с представлениями Гюйгенса и противоречит теории Ньютона (см. Заключение). Обоснования принципа Ферма не были, однако, достаточно безупречными для того, чтобы, опираясь на него, можно было делать выбор между теориями света.

Для того чтобы принцип Ферма выражал действительное положение дела, ему надо дать более общую формулировку, чем это было сделано самим Ферма; именно, условие  $\frac{dt}{dx} = 0$ , выделяющее действительный путь, есть условие экстремума, т. е. может

быть не только условием минимума, но и условием максимума или стационарности, т. е. действительный путь может быть минимальным, максимальным или равным всем остальным возможным путям, проведенным от  $P$  к  $Q$  через границу раздела двух сред. Примером минимального пути являются разобранные выше случаи прохождения лучей через плоскую границу. Примером стационарного значения времени служит случай отражения лучей от внутренней поверхности эллипсоида вращения, в одном из фокусов которого расположена светящаяся точка  $P$  (рис. 127). Изображение  $Q$  получается в другом фокусе, причем согласно свойству эллипсоида  $(PO + OQ)$  есть постоянная для всех положений  $O$ . Отражение от

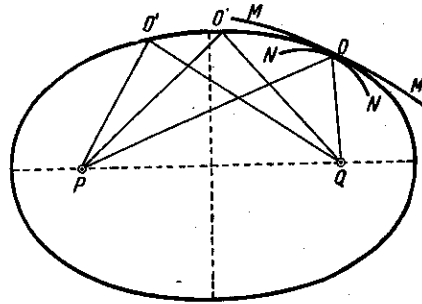


Рис. 127. К принципу Ферма: действительный путь света соответствует экстремальному времени распространения.

поверхности меньшей кривизны ( $MM$ ), например от плоскости, касательной к эллипсоиду, соответствует минимуму, а отражение от поверхности большей кривизны ( $NN$ ) — максимуму длины пути (или времени) (ср. упражнение 29).

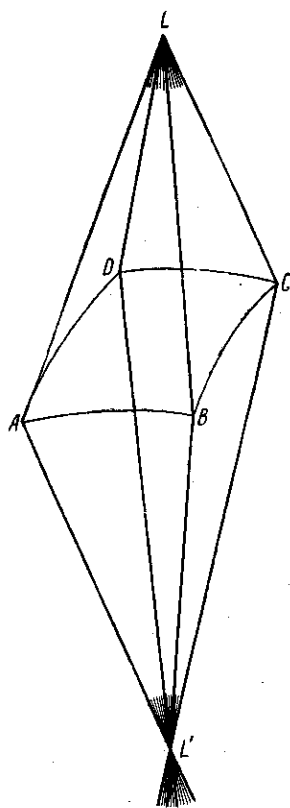


Рис. 128. Стигматическое изображение точки  $L$ : при прохождении через оптическую систему гомоцентричность пучка сохраняется.

### § 60. Основные определения. Закон преломления и отражения. Принцип взаимности

Пользуясь представлениями лучевой оптики, мы рассматриваем каждую светящуюся точку источника как вершину расходящегося пучка лучей, именуемого *гомоцентрическим*, т. е. имеющим общий центр. Если после отражения и преломления этот пучок превращается в пучок, сходящийся также в одну точку, то и этот последний является гомоцентрическим пучком и центр его является *изображением* светящейся точки. При сохранении гомоцентричности каждая точка источника дает одну точку изображения. Такие изображения называются *точечными* или *стигматическими* (рис. 128). В силу обратимости (взаимности) световых лучей (см. ниже) изображение можно рассматривать как источник, а источник — как изображение. Поэтому при стигматическом изображении центры наших пучков называются *сопряженными* точками той оптической системы, в которой происходит преобразование расходящегося гомоцентрического пучка в сходящийся. Соответственные лучи и пучки также называются *сопряженными*. Поверхность, нормальная к лучам, называется *волновой поверхностью* \*). В указанном смысле волновая поверхность имеет чисто геометри-

ческий смысл и не имеет того глубокого содержания, которое мы вкладывали в нее раньше. Волновая поверхность гомоцентрического пучка в однородной и изотропной среде есть, очевидно, сферическая поверхность.

Если в результате отражения и преломления пучок перестает быть гомоцентрическим, то волновая поверхность перестает быть сферой. Стигматичность изображения теряется, и точка уже не

\*) См. § 6.

изображается точкой (рис. 129). Так как обычной задачей практической оптики является задача получения изображений, точно передающих форму источника, то важнейшим вопросом лучевой оптики является выяснение условий сохранения гомоцентричности пучков.

В основе всех построений лучевой оптики лежат законы преломления и отражения света. Мы рассмотрели во Введении содержание этих законов и показали, какой смысл вкладывает в них волновая теория. Здесь мы воспроизведем лишь математическую формулировку этих законов, придав ей такое выражение, которое позволяет рассматривать вопросы преломления и отражения совместно, так что из формул, касающихся преломляющих систем (линз), могут быть сразу получены заключения и для отражающих систем (зеркал).

Однако предварительно покажем, что при явлениях преломления и отражения соблюдается закон *взаимности* или *обратимости* световых лучей.

Пусть среда 1 отделена от вакуума тонкой *плоско-параллельной* пластинкой среды 2 (рис. 130);  $n_1$ ,  $n_2$  и  $N_{21}$  — абсолютные и относительные показатели преломлений соответствующих сред. Из рис. 130 ясно, что

$$\frac{\sin i}{\sin \alpha} = n_2; \quad \frac{\sin \alpha}{\sin r} = N_{21}.$$

Отсюда

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n_2 N_{21}.$$

Последняя формула справедлива при *любой толщине* среды 2.

Перейдем к предельному случаю, когда среда 2 становится исчезающе тонкой, т. е. к случаю непосредственного преломления из вакуума в среду 1. Тогда имеем:  $\frac{\sin i}{\sin r} = n_1$ . Сопоставляя эти

две формулы, найдем  $N_{21} = \frac{n_1}{n_2}$ . Повторяя эти рассуждения для случая, когда тонкий слой среды 1 отделяет среду 2 от вакуума,

найдем  $N_{12} = \frac{n_2}{n_1}$ , или

$$N_{12} = \frac{1}{N_{21}},$$

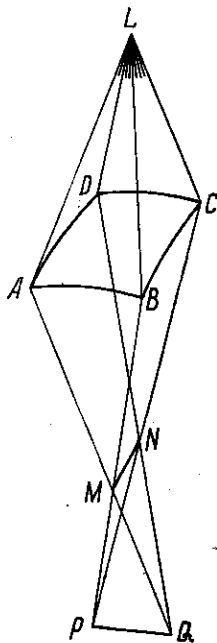


Рис. 129. Астигматическое изображение точки  $L$ : при прохождении через оптическую систему гомоцентричность пучка нарушается.

т. е. показатель преломления первой среды относительно второй ( $N_{12}$ ) равен обратному значению показателя преломления второй среды относительно первой ( $N_{21}$ ).

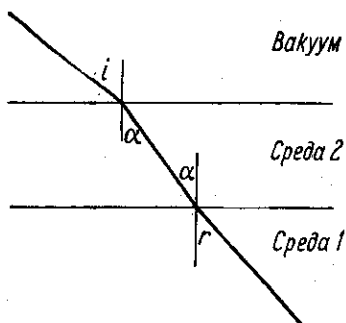


Рис. 130. К выводу закона взаимности при преломлении.

Отсюда непосредственно следует, что при преломлении на границе двух сред лучи остаются взаимными, т. е. при изменении направления лучей на обратное их взаимное расположение не меняется (рис. 131). В законе отражения этот принцип обратимости светового пути также действителен, как легко видеть из рис. 132 без дальнейших объяснений. Принцип взаимности сохраняет, конечно, свою силу при каком угодно числе преломлений и отражений, поскольку он соблюдается при каждом из них. Таким образом, принцип взаимности справедлив для всех задач, связанных с построением изображений.

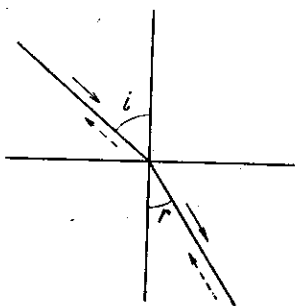


Рис. 131. Ход лучей при преломлении света.

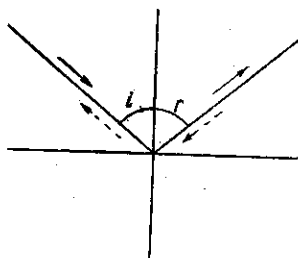


Рис. 132. Ход лучей при отражении света.

Закон преломления при переходе из первой среды во вторую (см. рис. 131) гласит:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = N_{12} = \frac{n_2}{n_1} \quad (60.1)$$

или

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r.$$

Закон отражения (рис. 132) выражается соотношением \*)

$$i = -r. \quad (60.2)$$

\*) Знак минус означает, что углы  $r$  и  $i$  отсчитываются в разные стороны от нормали к поверхности.

Его можно получить из предыдущей формулы, положив  $n_1 = -n_2$ , откуда

$$\sin i = -\sin r, \quad i = -r.$$

Итак, закон отражения получается из закона преломления, если положить  $n_2 = -n_1$ . Таким образом, любую формулу, выведенную для преломляющих систем, можно использовать для описания явлений в отражающих системах.

### § 61. Преломление (и отражение) на сферической поверхности

Предположим, что две среды с показателями преломления  $n_1$  и  $n_2$  разделяются сферической поверхностью  $\Sigma$  (рис. 133). На линии  $LL'$ , проходящей через центр нашей сферы  $O$ , поместим точечный источник света  $L$ . Рассмотрим узкий гомоцентрический конус лучей, падающий из  $L$  на поверхность раздела двух сред.

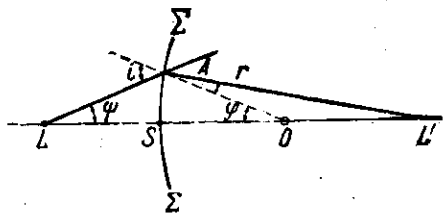


Рис. 133. Преломление параксиальных лучей на сферической границе двух сред.

Мы предполагаем пучок настолько узким, т. е. угол  $\psi$  настолько малым, что практически можно считать отрезок  $LS$  равным  $LA$ ,  $L'S$  равным  $L'A$  и т. д. Такой узкий пучок будем называть *параксиальным*\*). Итак, условие параксиальности пучка есть:

$$LS \approx LA \quad \text{и} \quad L'S \approx L'A.$$

Возьмем какой-либо луч из этого пучка, например  $LA$ , падающий на  $\Sigma$  под углом  $i$ , построим сопряженный ему преломленный луч  $AL'$  (угол преломления  $r$ ) и найдем положение точки, в которой преломленный луч пересечет ось системы.

$$\text{Из } \triangle ALO: \frac{LO}{LA} = \frac{\sin i}{\sin \varphi},$$

$$\text{из } \triangle OAL': \frac{AL'}{OL'} = \frac{\sin \varphi}{\sin r}.$$

откуда

$$\frac{LO}{LA} \cdot \frac{AL'}{OL'} = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (61.1)$$

В дальнейшем все отрезки вдоль оси будем отсчитывать от точки  $S$ , считая положительными отрезки, откладываемые от  $S$

\*) Линия  $LL'$  называется обычно осью (axis) данной системы. Отсюда название — параксиальный (приосевой).

*вправо* (в направлении распространяющегося света), и отрицательными — *влево*. Таким образом,  $AL \approx SL = -a_1$ ,  $AL' \approx SL' = a_2$ ,  $AO = SO = R$  (радиус нашей сферы). В таком случае  $LO = -a_1 + R$ ,  $OL' = a_2 - R$ . Из формулы (61.1) получим:

$$\frac{-a_1 + R}{-a_1} \cdot \frac{a_2}{a_2 - R} = \frac{n_2}{n_1},$$

или

$$-n_1 a_1 a_2 + n_1 R a_2 = -n_2 a_1 a_2 + n_2 a_1 R.$$

т. е.

$$n_1 \left( \frac{1}{a_1} - \frac{1}{R} \right) = n_2 \left( \frac{1}{a_2} - \frac{1}{R} \right) = Q.$$

Последняя формула показывает, что произведение  $n \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{R} \right)$  при преломлении сохраняет свою величину  $Q$ . Его называют *нулевым инвариантом Аббе*. Для многих целей этой формуле удобно придать вид

$$\frac{n_1}{a_1} - \frac{n_2}{a_2} = \frac{n_1 - n_2}{R}. \quad (61.2)$$

Соотношение (61.2) позволяет найти длину  $a_2 = SL'$ , если задано  $a_1 = LS$ , т. е. позволяет отыскать положение точки  $L'$  по заданному  $L$ . При выводе его мы, кроме закона преломления, пользовались еще допущением, что луч  $LA$  принадлежит к параксиальному пучку. Следовательно, соотношение справедливо для *любого луча параксиального пучка*. Из формулы (61.2) видно, что при заданных параметрах задачи ( $n_1, n_2, R$ )  $a_2$  зависит только от  $a_1$ . Таким образом, все лучи параксиального гомоцентрического пучка, выходящего из  $L$ , пересекают ось в одной и той же точке  $L'$ , которая является, следовательно, стигматическим изображением источника  $L$ . Итак, гомоцентрический пучок при преломлении на сферической поверхности остается гомоцентрическим, если он удовлетворяет условию параксиальности. Основное уравнение (61.2) охватывает все случаи преломления лучей на сферической поверхности. Пользуясь установленным выше правилом знаков, мы можем разобрать случай выпуклой ( $R > 0$ ) или вогнутой ( $R < 0$ ) поверхности.

Точно так же в зависимости от того, будут ли  $a_1$  и  $a_2$  иметь разные знаки или одинаковые, мы будем иметь случаи, когда изображение располагается с противоположной по сравнению с источником стороны преломляющей поверхности или лежит по одну сторону с ним. В первом случае точка, именуемая изображением, есть действительно точка пересечения преломленных лучей. Такое изображение называется *действительным*. Во втором случае, очевидно, преломленные лучи, идущие во второй среде, остаются расходящимися и не образуют реального пересечения. В этом случае название *изображения* относится к той воображаемой точке, которая представляет собой место пересечения предполагаемого про-

должения преломленных лучей. Такое изображение называется *мнимым*. Наши рассуждения и формула (61.2) показывают, что гомоцентрический пучок после преломления направлен так, что он или пересекается в одной точке (действительное изображение), или может быть представлен как пересекающийся в одной точке (мнимое изображение). Именно в этом смысле он и остается *гомоцентрическим*. Так как для всех наших рассуждений нам важно знать *направление* световых лучей, то при всех построениях мы одинаково можем пользоваться как действительным, так и мнимым изображением.

Формула (61.2) показывает также, что если бы источник был в  $L'$ , то изображение расположилось бы в  $L$  (взаимность).

### § 62. Фокусы сферической поверхности

Из основного уравнения (61.2)

$$\frac{n_1}{a_1} - \frac{n_2}{a_2} = \frac{n_1 - n_2}{R}$$

следует:

при  $a_1 = -\infty$

$$a_2 = \frac{n_2 R}{n_2 - n_1} = f_2, \quad (62.1)$$

при  $a_2 = \infty$

$$a_1 = -\frac{n_1 R}{n_2 - n_1} = f_1, \quad (62.2)$$

т. е.  $f$  зависит только от радиуса кривизны поверхности  $R$  и показателей преломления  $n_1, n_2$  обеих сред.

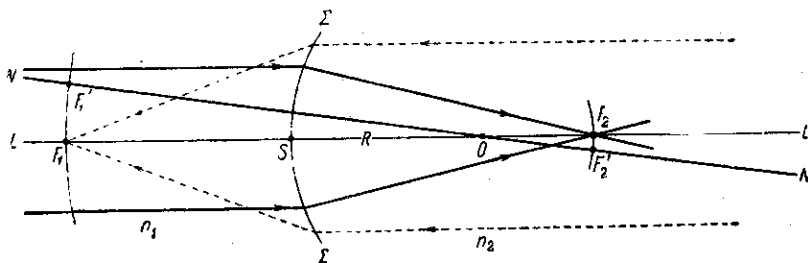


Рис. 134. Фокусы сферической поверхности.

Величины  $f_1$  и  $f_2$  суть постоянные длины, характеризующие преломляющую поверхность. Они называются ее *фокусными расстояниями*:  $f_1$  — переднее фокусное расстояние (точка  $F_1$  — передний фокус);  $f_2$  — заднее фокусное расстояние (точка  $F_2$  — задний фокус) (рис. 134).

Таким образом, фокусом сферической поверхности называется точка, в которой сходятся после преломления параллельные лучи

(т. е. лучи, идущие из бесконечно удаленной точки). Понятно, что фокусы, так же как и изображения, могут быть действительными и мнимыми, т. е. представлять точку пересечения преломленных лучей (бывших до преломления параллельными) или их предполагаемых продолжений. Так, если вогнутая сторона поверхности раздела обращена к среде, имеющей меньший показатель преломления, то оба фокуса будут мнимыми. В этом легко убедиться как из анализа формул (62.1) и (62.2), так и из построения.

Параллельные лучи, идущие справа налево вдоль  $ON$  (рис. 134), сойдутся в фокусе  $F'_1$ , расположенном на линии  $ON$  и лежащем также на расстоянии  $f_1$  от преломляющей поверхности. Геометрическое место точек  $F_1F'_1\dots$  образует сферическую поверхность с радиусом  $R + f_1$ , концентрическую с преломляющей сферой (центр в точке  $O$ ). Эта поверхность носит название передней фокальной поверхности. Аналогично построим заднюю фокальную поверхность радиуса  $f_2 - R$ . Малые участки этих поверхностей (для параксиальной области) могут быть приняты за плоскости (фокальные плоскости).

Фокусные расстояния сферической поверхности не равны между собой, ибо  $n_1 \neq n_2$  (рис. 134). Рассматриваемый случай легко осуществить на опыте, взяв широкую стеклянную трубку и заклеив один ее конец часовым стеклом, имеющим сферическую форму. Если нальем в трубку воду или, еще лучше, бензол, показатель преломления которого практически совпадает с показателем преломления часового стекла, то получим сферическую границу раздела между воздухом ( $n_1 = 1,00$ ) и бензолом ( $n_2 = 1,49$ ). На этом простом аппарате легко убедиться, в согласии с (62.1) и (62.2), что

$$\frac{f_2}{f_1} = -\frac{n_2}{n_1}. \quad (62.3)$$

Важным практическим примером одной преломляющей сферической поверхности является система, эквивалентная глазу и носящая название «приведенный глаз» (см. § 81). В качестве второго примера рассмотрим сферическое зеркало. Согласно сказанному в § 60 наша формула (61.2) может быть применена и к случаю отражения, если только положить  $n_2 = -n_1$ . В таком случае имеем:

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} = \frac{2}{R}, \quad (62.4)$$

т. е. известную формулу сферического зеркала. Фокусное расстояние такого зеркала определится по формуле (62.1). Найдем  $F = R/2$ , и, следовательно, формуле зеркала можно придать вид

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} = \frac{1}{F}. \quad (62.5)$$



В случае зеркала изображение будет действительным, если оно лежит по одну сторону с источником, и мнимым, если оно расположено за зеркалом.

Случаи вогнутого и выпуклого зеркал отличаются лишь знаком  $R$ . Легко видеть, что фокус вогнутого зеркала — действительный, а фокус выпуклого зеркала — мнимый.

Чтобы получить законы плоского зеркала, достаточно положить  $R = \infty$ . В этом случае найдем  $a_1 = -a_2$ , т. е. изображение точки в плоском зеркале — мнимое и симметрично расположенное.

### § 63. Изображение малых предметов при преломлении на сферической поверхности

Пользуясь свойствами параксиальных гомоцентрических пучков, можно построить изображение небольших площадей при преломлении на сферической поверхности. Представим себе сферическую поверхность, около центра которой расположена небольшая диафрагма  $DD$ , выделяющая узкие пучки, имеющие характер параксиальных по отношению к соответствующим осям. Параксиальный гомоцентрический пучок после преломления остается гомоцентрическим, т. е. дает изображение своей вершины. Соответствующим

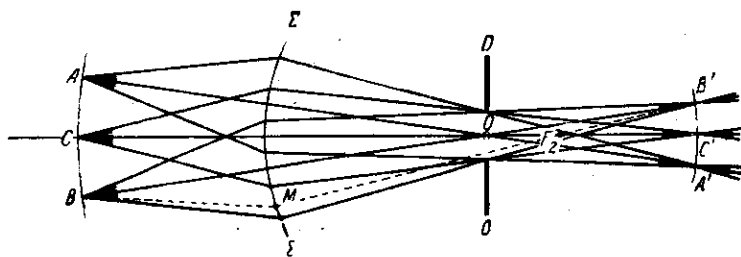


Рис. 135. Изображение малого предмета ( $ACB$ ) при преломлении на сферической поверхности.

образом изобразится любая точка светящейся дуги  $ACB$  (или части сферы) (рис. 135) с центром в  $O$ . Для отыскания изображения всех точек  $ACB$  применим формулу

$$\frac{n_1}{a_1} - \frac{n_2}{a_2} = \frac{n_1 - n_2}{R}.$$

Так как для всех точек  $ACB$  все  $a_1$  имеют одно и то же значение, то и все  $a_2$  одинаковы; элемент сферы с радиусом  $R + a_1$  отобразится в виде элемента сферы с радиусом  $a_2 - R$  с общим центром  $O$ . Для графического отыскания точки  $B'$ , например, можно провести луч  $BM \parallel CO$ ; тогда преломленный луч должен пройти через фокус  $F_2$ ; луч же  $BO$  проходит без преломления. Пересечение  $MF_2$  и  $BO$  и определит положение  $B'$ .

Ввиду того, что  $AB$  и  $A'B'$  очень малы, вместо дуг (элементов сферы) можно брать хорды (элементы плоскости). Таким образом, в сферической системе малая площадка, перпендикулярная к оси, изобразится при помощи параксиальных лучей в виде площадки, также перпендикулярной к той же оси.

Плоскость предмета  $AB$  и плоскость его изображения  $A'B'$  называются плоскостями, *сопряженными* по отношению к данной оптической системе.

### § 64. Увеличение. Теорема Лагранжа — Гельмгольца

Выберем в качестве светящегося предмета линию  $A_1B_1$ , перпендикулярную к оси, и построим ее изображение  $A_2B_2$  (рис. 136).

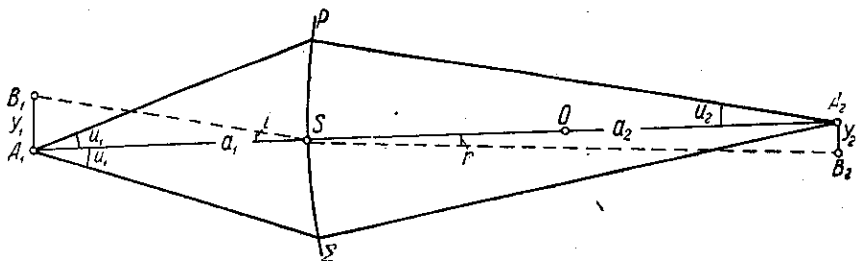


Рис. 136. К выводу уравнения Лагранжа — Гельмгольца для параксиальных лучей:  $y_1 n_1 \sin u_1 = y_2 n_2 \sin u_2$ .

Отношение линейных размеров изображения ( $y_2 = A_2B_2$ ) и предмета ( $y_1 = A_1B_1$ ) носит название *линейного* или *поперечного* увеличения  $V = \frac{y_2}{y_1} = \frac{A_2B_2}{A_1B_1}$ . Приписывая  $A_1B_1$  и  $A_2B_2$  знаки (как обычно в геометрии), получим, что увеличение *положительно*, если изображение *прямое*, и *отрицательно*, если изображение *перевернутое*.

Из треугольников  $A_1B_1S$  и  $A_2B_2S$  имеем:

$$\frac{y_1}{a_1} = \operatorname{tg} i, \quad \frac{y_2}{a_2} = \operatorname{tg} r.$$

При малых размерах  $A_1B_1$  и  $A_2B_2$

$$\frac{\operatorname{tg} i}{\operatorname{tg} r} = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1},$$

т. е.

$$\frac{n_1 y_1}{a_1} = \frac{n_2 y_2}{a_2} \quad \text{или} \quad \frac{y_2}{y_1} = V = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{a_2}{a_1}. \quad (64.1)$$

Для преломляющей системы  $n_1$  и  $n_2$  всегда положительны, так что знак  $V$  определится знаком отношения  $a_2/a_1$ . Для расположений, соответствующих действительному изображению (рис. 136),  $a_1$  и  $a_2$

имеют разные знаки, т. е.  $V$  отрицательно, и изображение перевернутое; для мнимых изображений — наоборот.

Для зеркал  $\frac{n_1}{n_2} = -1$ , т. е.  $V = -\frac{a_2}{a_1}$ . В случае действительного изображения  $a_1$  и  $a_2$  имеют одинаковые знаки, т. е.  $V < 0$ , и изображение перевернутое; в случае мнимого изображения знаки  $a_1$  и  $a_2$  различны,  $V > 0$ , изображение прямое. Для плоского зеркала ( $a_1 = -a_2$ )  $V = 1$ , т. е. изображение прямое и натуральной величины.

Сопряженные плоскости называются *главными*, если для них  $V = 1$ , т. е. изображение получается прямым и в натуральную величину объекта. Нетрудно видеть, что для сферической поверхности главные плоскости совпадают между собой и представлены плоскостью, касательной к сфере в точке  $S$ , т. е.  $a_1 = a_2 = 0$  (см. упражнение 89). В соответствии с этим и фокусные расстояния сферической поверхности следует считать как расстояния от главных плоскостей до фокусов. На рис. 136 изображены также углы  $u_1$  и  $u_2$ , определяющие *максимальное* раскрытие (апертуру) пучков, падающих на поверхность  $\Sigma$  (углы  $u_1$ ), и сопряженных им изображающих пучков (углы  $u_2$ ). Предельное значение этих углов определяется требованием соблюдения условий параксиальности. В этих условиях  $A_1P \approx A_1S = a_1$  и  $A_2P \approx A_2S = a_2$ , так что

$$u_1 = \text{tg } u_1 = \frac{PS}{a_1};$$

$$u_2 = \text{tg } u_2 = \frac{PS}{a_2};$$

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{a_2}{a_1}.$$

На основании (64.1) имеем:

$$\frac{n_1 a_2}{n_2 a_1} = \frac{n_1 u_1}{n_2 u_2} = V = \frac{y_2}{y_1}$$

или

$$y_1 n_1 u_1 = y_2 n_2 u_2. \quad (64.2)$$

Так как при всех значениях углов  $u$ , лежащих в пределах апертуры параксиальных лучей, отношение  $\frac{a_2}{a_1}$  остается постоянным, то соотношение (64.2) показывает, что увеличение небольшого предмета  $A_1B_1$  сохраняется неизменным, какой бы частью параксиального пучка ни было образовано изображение. Другими словами, не только изображение точки на оси (§ 61), но и изображение *небольшого предмета*, расположенного около оси, передается параксиальным пучком без искажения. Соотношение (64.2) носит название теоремы *Лагранжа — Гельмгольца*.

Мы вывели это соотношение для области параксиальных лучей. При употреблении пучков со значительной апертурой оно приобретает более общий вид:

$$y_1 n_1 \sin u_1 = y_2 n_2 \sin u_2 \quad (64.3)$$

(условие синусов Аббе, см. § 75). Условие Лагранжа — Гельмгольца или условие синусов налагает ограничение на свободу преобразования световых пучков при помощи оптических систем, связывая апертуру и размер предмета с апертурой и размером изображения. Из него вытекает, что преобразование данного оптического пучка при помощи оптической системы в другой пучок любого *наперед заданного строения* невозможно. Строение преобразованного пучка может быть только таким, какое допускает условие Лагранжа. Это важное *принципиальное* ограничение приобретает особое значение в вопросах фотометрии и концентрирования лучистой энергии при помощи оптических систем.

### § 65. Центрированная оптическая система

Случай преломления на *одной* сферической поверхности сравнительно редок. Большинство реальных преломляющих систем содержит по крайней мере две преломляющие поверхности (линза) или больше двух.

Система сферических поверхностей называется *центрированной*, если центры всех поверхностей лежат на одной прямой (рис. 137), которая называется *главной оптической осью* системы.

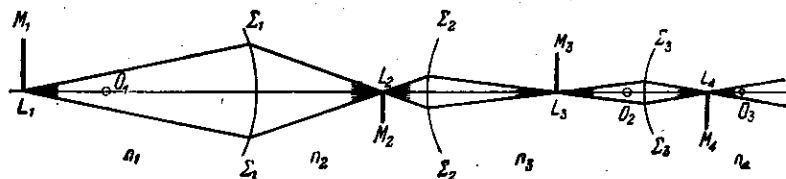


Рис. 137. Центрированная оптическая система.

Для точки  $L_1$ , лежащей на оси, пучок параксиальных лучей сохраняет гомоцентричность, т. е. соберется в точке  $L_2$ , из которой также пойдет параксиально и, следовательно, сохранит гомоцентричность и т. д.

Итак, *гомоцентрический параксиальный пучок остается гомоцентрическим* при произвольном числе преломлений (и отражений) в центрированной сферической системе; таким образом, точка  $L_1$  дает стигматическое изображение (действительное или мнимое) в центрированной системе.

Подобным же образом, повторяя рассуждения §§ 63 и 64, можно показать, что небольшой участок плоскости, расположенный в пер-

вой среде перпендикулярно к оптической оси центрированной системы, изобразится в последней преломляющей среде сопряженной плоскостью, также перпендикулярной к оптической оси, причем изображение остается геометрически подобным объекту. Наличие двух фокусов и двух фокальных поверхностей, установленное для одной сферической поверхности, сохраняется также и для всякой центрированной системы поверхностей. Точно так же для центрированной системы поверхностей сохраняется сила и теорема Лагранжа, т. е.

$$y_1 n_1 u_1 = y_2 n_2 u_2 = y_3 n_3 u_3 = \dots$$

Для центрированной системы сохраняется смысл и понятие главных плоскостей, как таких сопряженных плоскостей, в которых объект и изображение имеют одинаковые величину и направление. Но в то время как для одной преломляющей сферической поверхности обе главные плоскости сливались в одну, касающуюся сферической поверхности в ее вершине  $S$ , для центрированных поверхностей эти две плоскости, вообще говоря, не совпадают. Фокусные расстояния системы, так же как и в случае одной сферической поверхности, есть расстояния от соответствующей главной плоскости до фокуса.

### § 66. Преломление в линзе. Общая формула линзы

Большое значение имеет простейший случай центрированной системы, состоящей всего из двух сферических поверхностей, ограничивающих какой-либо прозрачный хорошо преломляющий материал (обычно стекло) от окружающего воздуха. Такая система представляет, очевидно, обычную *линзу*.

Линза называется *тонкой*, если обе ее вершины можно считать совпадающими, т. е. если толщина линзы  $d$  мала по сравнению с  $R_1$  и  $R_2$ , радиусами кривизны ограничивающих поверхностей, а следовательно, и по сравнению с расстояниями  $SA_1$  и  $SB$ . На рис. 138 для

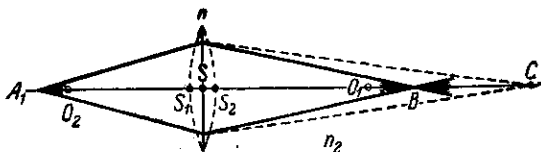


Рис. 138. Преломление в тонкой линзе.

яности линза изображена толстой. В дальнейших расчетах будем полагать, что точки  $S_1$  и  $S_2$  сливаются, и обозначим их буквой  $S$ . Все расстояния будем отсчитывать от этой точки  $S$ , которая практически совпадает с  $S_1$  и  $S_2$ .  $S$  носит название *оптического центра* линзы. Любой параксиальный луч, проходящий через  $S$ , практически не испытывает преломления. Действительно, для таких лучей

участки обеих поверхностей линзы можно считать параллельными, так что луч, проходя через них, не меняет направления, но лишь смещается параллельно самому себе (преломление в плоско-параллельной пластинке), а так как толщиной линзы мы пренебрегаем, то смещение это ничтожно и луч практически проходит без преломления. Луч, проходящий через оптический центр, мы назовем *осью* линзы. Та из осей, которая проходит через центры обеих поверхностей, называется *главной*, остальные — *побочными*.

Преломление на первой сферической поверхности создало бы без второй сферической поверхности в сплошном стекле с показателем преломления  $n$  изображение  $C$  на расстоянии  $SC = a$  (рис. 138) от вершины, так что

$$\frac{n_1}{a_1} - \frac{n}{a} = \frac{n_1 - n}{R},$$

где  $a_1 = SA_1$ ,  $R_1$  — радиус кривизны первой поверхности линзы.

Для второй поверхности  $C$  является как бы мнимым источником света. Построение изображения этого источника на второй преломляющей поверхности линзы даст точку  $B$  на расстоянии  $a_2 = SB$  от линзы. Здесь опять применима формула

$$\frac{n}{a} - \frac{n_2}{a_2} = \frac{n - n_2}{R},$$

где  $R_2$  — радиус второй поверхности.

Так как  $n_1 = n_2$  (воздух с двух сторон линзы), то имеем:

$$\frac{n_1}{a_1} - \frac{n}{a} = \frac{n_1 - n}{R_1}, \quad \frac{n}{a} - \frac{n_1}{a_2} = \frac{n - n_1}{R_2}.$$

Складывая второе уравнение с первым, получим:

$$n_1 \left( \frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} \right) = (n - n_1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right),$$

или, введя относительный показатель преломления  $N = n/n_1$ ,

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} = (N - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right). \quad (66.1)$$

Эта общая формула линзы годна для линз выпуклых и вогнутых при любом расположении источника и соответствующем расположении фокуса. Нужно только принять во внимание знаки  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ , считая их положительными, если они отложены *вправо* от линзы, и отрицательными, если они отложены *влево* от линзы (как было сделано при выводе формулы). Если знаки  $a_1$  и  $a_2$  одинаковы, то одна из сопряженных точек — мнимая, т. е. в ней пересекаются не самые лучи, а их воображаемые продолжения.

### § 67. Фокусные расстояния тонкой линзы

Если светящаяся точка, лежащая на главной оси, удаляется от линзы ( $a_1$  возрастает по абсолютной величине), то изображение перемещается. Положение изображения, соответствующее предельному случаю, когда источник удален в бесконечность, носит название *фокуса* линзы. Таким образом, фокус есть точка, сопряженная бесконечно удаленной точке главной оси, или, что то же, — место схождения лучей, параллельных главной оптической оси. Расстояние от линзы до фокуса есть *фокусное расстояние* тонкой линзы. Плоскость, проходящая через фокус перпендикулярно к главной оси, называется *фокальной плоскостью*.

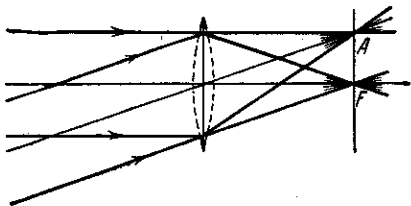


Рис. 139. Положение фокусов, расположенных на главной и побочной оптических осях тонкой линзы.

$AF$  — фокальная плоскость линзы.

Если лучи идут из бесконечности параллельным пучком, но под углом к главной оси (вдоль побочной оси), то они пересекаются в соответствующей точке  $A$  фокальной плоскости (рис. 139). Таким образом, фокальная плоскость есть плоскость, сопряженная бесконечно удаленной плоскости.

Для определения фокусных расстояний имеем следующие соотношения:

при  $a_1 = -\infty$

$$a_2 = f_1 = \frac{1}{(N-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)}, \quad (67.1)$$

при  $a_2 = \infty$

$$a_1 = f_2 = -\frac{1}{(N-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)}, \quad (67.2)$$

т. е.

$$f_1 = -f_2. \quad (67.3)$$

Итак, фокусные расстояния линзы равны по величине \*) и противоположны по знаку, т. е. фокусы лежат по разные стороны от линзы.

В зависимости от знака и величины  $R_1$  и  $R_2$ , а также от знака  $(N-1)$ ,  $f_1$  может быть того же знака, что и  $a_1$ , или обратного,

\*) Если линза помещена так, что по обе стороны ее располагаются разные среды ( $n_1 \neq n_2$ ), то формула усложняется. В этом случае фокусные расстояния  $f_1$  и  $f_2$  относятся между собой, как  $n_1 : n_2$  (см. упражнение 94). Примером может служить хрусталик глаза человека.

т. е. фокус может быть мнимый или действительный. То же относится и к  $f_2$ , причем нетрудно видеть, что если первый фокус — мнимый, то и второй будет мнимым, и наоборот.



Рис. 140. Различные типы тонких линз: а — собирательные; б — рассеивающие.

Если фокусы действительны, т. е. если параллельные лучи после преломления в линзе сходятся, пересекаясь в действительной точке, то линза называется *собирательной*, или *положительной*. При мнимых фокусах параллельные лучи после преломления в линзе становятся расходящимися. Поэтому такие линзы называются *рассеивающими*, или *отрицательными*.

Если материал тонкой линзы преломляет сильнее, чем окружающая среда (например, стеклянная линза в воздухе), то собирательными линзами будут линзы двояковыпуклые, плосковыпуклые и вогнутовыпуклые (положительный мениск), т. е. линзы, утолщающиеся к середине (рис. 140, а); к рассеивающим линзам принадлежат двояковогнутые, плосковогнутые и выпукловогнутые (отрицательный мениск), т. е. линзы, утончающиеся к середине (рис. 140, б). Если материал тонкой линзы преломляет меньше, чем окружающая среда (например, воздушная полость в воде), то линзы вида рис. 140, а будут рассеивающими, а вида рис. 140, б — собирательными.

Вводя фокусное расстояние линзы, придадим формуле линзы вид

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} = \frac{1}{f}.$$

Зависимость между  $a_1$  и  $a_2$  графически изображена на рис. 141.

Иногда принимают в расчет абсолютные значения  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $R_1$ ,  $R_2$  и  $f$ . Тогда формула линзы принимает вид

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} = \pm \frac{1}{f}, \tag{67.4}$$

где  $f = \frac{1}{(N-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)}$ , причем знак плюс соответствует собирательной, а знак минус — рассеивающей линзе.

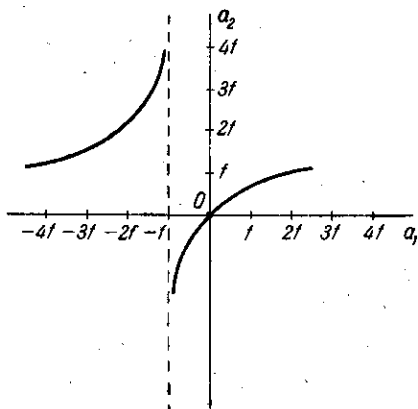


Рис. 141. Графическая зависимость между  $a_1$  и  $a_2$  при данном  $f$  для идеальной тонкой линзы.



## § 68. Изображение в тонкой линзе. Увеличение

Пусть малый объект вблизи оси изображается системой центрированных сферических поверхностей. Построение можно выполнить при помощи параксиальных пучков, как в § 63. Поскольку доказано, что для параксиальных лучей изображение точки стигматично (т. е. гомоцентричность пучка сохраняется), то для построения ее изображения достаточно найти точку пересечения каких-либо *двух* лучей.

Наиболее простое построение выполняется при помощи лучей, указанных на рис. 142. Один из них — луч  $CF_2B_2$ , сопряженный с лучом  $B_1C$ , параллельным оптической оси; этот луч проходит через задний фокус  $F_2$ ; другой — луч  $DB_2$ , сопряженный с лучом  $B_1F_1D$ , проведенным через передний фокус  $F_1$ ; этот луч идет параллельно главной оптической оси. Третий луч вдоль побочной оптической оси  $B_1SB_2$  проходит через оптический центр линзы (точку  $S$ ), — он идет, не преломляясь. Построение этих лучей выполняется без затруднений. Всякий другой луч, идущий из  $B_1$ , нужно было бы строить при помощи закона преломления, что гораздо сложнее. Но из свойства гомоцентричности следует, что после выполнения построения любой преломленный луч пройдет через точку  $B_2$ . Так как построение изображения точки  $B_1$  сводится к *геометрической*

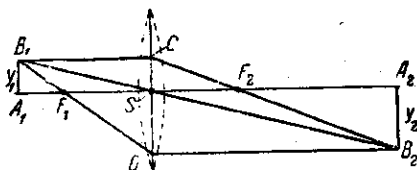


Рис. 142. Построение изображения в тонкой линзе.

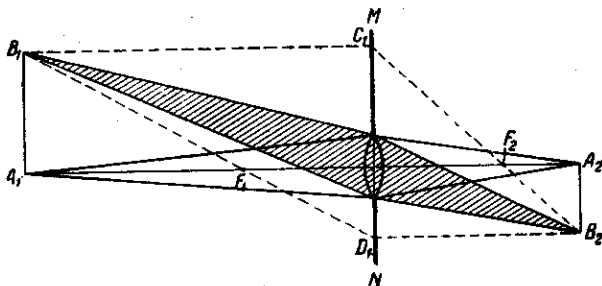


Рис. 143. Ограничение пучков в тонкой линзе.

задаче отыскания точки  $B_2$ , то нет надобности, чтобы выбранные простейшие пары лучей имели *реальный* характер. В частности, когда  $A_1B_1$  больше размеров линзы (например, фотографирование), лучи  $B_1C$ ,  $B_1D$  (рис. 143) не проходят через линзу, но могут быть использованы для построения изображения. Реальные лучи, участвующие в построении изображения, ограничены оправой линзы  $MN$ ,

но сходятся, конечно, в той же точке  $B_2$ , ибо линза предполагается достаточно хорошей, так что проходящие через нее пучки остаются гомоцентрическими.

Определив поперечное *увеличение*, как и в § 64, при помощи соотношения  $V = \frac{B_2 A_2}{B_1 A_1} = \frac{y_2}{y_1}$ , найдем из рис. 142, что

$$V = \frac{SA_2}{SA_1} = \frac{a_2}{a_1}. \quad (68.1)$$

Аналогично изложенному в § 64 найдем, что для действительных изображений  $V < 0$ , т. е. изображение обратное, а для мнимых —  $V > 0$ , т. е. изображение прямое.

Главными плоскостями линзы, как и всякой системы, являются те сопряженные плоскости, для которых  $V = 1$ . Для тонкой линзы эти плоскости сливаются в одну, проходящую через оптический центр перпендикулярно к оптической оси (т. е.  $a_1 = a_2 = 0$ ) (см. Упражнения). Таким образом, фокусные расстояния линзы, которые должны отсчитываться от главных плоскостей, в случае тонкой линзы могут отсчитываться от ее поверхности.

Тонкая линза как система двух центрированных поверхностей представляет простейшую оптическую систему, дающую довольно несовершенное изображение. В большинстве случаев мы прибегаем к построению более сложных систем, характеризующихся наличием большого числа преломляющих поверхностей и не ограниченных требованием близости этих поверхностей (тонкости линзы). Однако даже простые тонкие линзы имеют очень большое значение на практике, главным образом в виде очковых стекол. В громадном большинстве случаев очки представляют собой просто тонкие линзы.

Для классификации очковых стекол обычно применяется понятие оптической силы линзы. *Оптической силой* называется величина, обратная фокусному расстоянию линзы. Если фокусные расстояния измерять в метрах, то оптическую силу принято выражать в *диоптриях*, считая ее положительной или отрицательной в зависимости от того, собирающая или рассеивающая линза. Так, например, рассеивающая линза с фокусным расстоянием в 20 см ( $f = -\frac{1}{5}$  м) имеет оптическую силу в —5 диоптрий.

### § 69. Идеальные оптические системы

Гаусс (1841 г.) дал общую теорию оптических систем, получившую дальнейшее развитие в трудах многих математиков и физиков. Теория Гаусса есть теория идеальной оптической системы, т. е. системы, в которой сохраняется гомоцентричность пучков и изображение геометрически *подобно* предмету. Согласно этому определению всякой точке пространства объектов соответствует в идеаль-

ной системе точка пространства изображений; эти точки носят название *сопряженных*. Точно так же каждой прямой или плоскости пространства объектов должна соответствовать сопряженная прямая или плоскость пространства изображений. Таким образом, теория идеальной оптической системы есть чисто геометрическая теория, устанавливающая соотношение между точками, линиями, плоскостями.

Изложенное в § 65 показывает, что идеальная оптическая система может быть осуществлена с достаточным приближением в виде центрированной оптической системы, если ограничиться областью вблизи оси симметрии, т. е. параксиальными пучками. В теории Гаусса требование «тонкости» системы отпадает, но лучи по-прежнему предполагаются параксиальными. Разыскание физической системы, которая приближалась бы к идеальной даже при пучках значительного раскрытия, есть задача прикладной геометрической оптики.

Линия, соединяющая центры сферических поверхностей, представляет ось симметрии центрированной системы и называется *главной оптической осью* системы. Теория Гаусса устанавливает ряд кардинальных точек и плоскостей, задание которых полностью описывает все свойства оптической системы и позволяет пользоваться ею, не рассматривая реального хода лучей в системе.

Пусть  $MM$  и  $NN$  — крайние сферические поверхности, ограничивающие нашу систему, и  $O_1O_2$  — ее главная ось (рис. 144). Проведем луч  $A_1B_1$ , параллельный  $O_1O_2$ ; точка  $B_1$  есть место входа

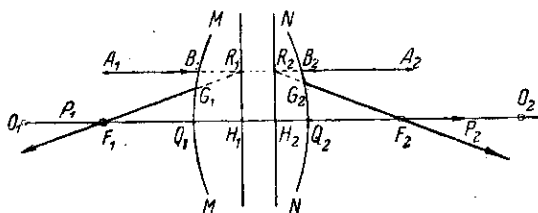


Рис. 144. Главные плоскости ( $H_1R_1$  и  $H_2R_2$ ) и фокусы ( $F_1$  и  $F_2$ ) оптической системы.

этого луча в систему. Согласно свойству идеальной системы лучу  $A_1B_1$  соответствует в пространстве изображений сопряженный луч  $G_2F_2$ , выходящий из системы в точке  $G_2$ . Как идет луч внутри системы, нас не интересует. Второй луч  $P_1Q_1$  выберем вдоль главной оси. Сопряженный ему луч  $Q_2P_2$  будет также идти вдоль главной оси. Точка  $F_2$  как пересечение двух лучей  $G_2F_2$  и  $Q_2P_2$  есть изображение точки, в которой пересекаются лучи  $A_1B_1$  и  $P_1Q_1$ , сопряженные с  $G_2F_2$  и  $Q_2P_2$ . Но так как  $A_1B_1 \parallel P_1Q_1$ , то точка, сопряженная  $F_2$ , лежит в бесконечности. Таким образом,  $F_2$  есть *фокус* (второй или задний) нашей системы. Плоскость, проходящая через фокус перпендикулярно к оси, носит название *фокальной*.

Повторяя эти рассуждения для лучей  $A_2B_2$  (представляющего продолжение  $A_1B_1$ ) и  $P_2Q_2$ , найдем точку  $F_1$ , являющуюся передним фокусом нашей системы, причем точка  $G_1$  есть точка выхода луча, сопряженного с  $A_2B_2$ . Продолжим теперь  $F_1G_1$  и  $F_2G_2$  до пересечения с продолжениями  $A_1B_1$  и  $B_2A_2$  и отметим точки пересечения  $R_1$  и  $R_2$ . Легко видеть, что  $R_1$  и  $R_2$  являются сопряженными. Действительно,  $R_1$  есть точка пересечения лучей  $A_1B_1R_1$  и  $F_1G_1R_1$ , которым сопряжены соответственно лучи  $R_2G_2F_2$  и  $R_2B_2A_2$ , пересечением которых является  $R_2$ . Из построения ясно также, что  $R_1$  и  $R_2$  лежат на одном расстоянии от главной оси, т. е.  $R_1H_1 = R_2H_2$ , или линейное поперечное увеличение

$$V = \frac{R_1H_1}{R_2H_2} = +1.$$

Специальными рассуждениями можно показать, что и *любая* точка линии  $R_1H_1$  сопряжена с точкой на линии  $R_2H_2$ , лежащей на той же высоте от  $O_1O_2$ , как и выбранная. То же относится и к плоскостям, проведенным через  $R_1H_1$  и  $R_2H_2$  перпендикулярно к главной оси, ибо вся система симметрична относительно оси.

Итак, мы отыскивали две плоскости  $R_1H_1$  и  $R_2H_2$ , точки которых сопряжены и изображаются с увеличением, равным  $+1$ , т. е. плоскость  $R_1H_1$  изображается на  $R_2H_2$  прямо и в натуральную величину (рис. 145). Такие плоскости называются *главными плоскостями* (см. § 64). Таким образом, мы показали, что идеальная

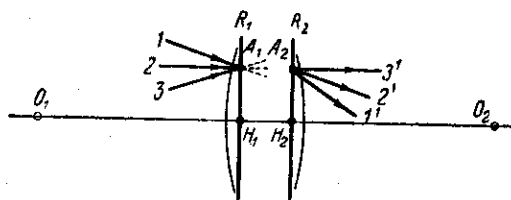


Рис. 145. К доказательству существования главных плоскостей.

система обладает главными плоскостями, и указали метод их отыскания. Точки  $H_1$  и  $H_2$  пересечения главных плоскостей с осью носят название *главных точек* системы. Расстояния от главных точек до фокусов называются *фокусными расстояниями* системы:  $f_1 = F_1H_1$  и  $f_2 = F_2H_2$ .

Определяя положение сопряженных точек их расстояниями ( $a_1$  и  $a_2$ ) от соответствующих главных плоскостей и сохраняя правило анаков, установленное в § 61, мы легко найдем ряд соотношений, определяющих положение сопряженных точек в данной системе и

играющих роль формул системы. Важнейшие из этих формул (см. упражнение 95) имеют вид

$$\frac{f_1}{a_1} + \frac{f_2}{a_2} = 1; \quad x_1 x_2 = f_1 \cdot f_2; \quad \frac{f_1}{f_2} = -\frac{n_1}{n_2}; \quad V = \frac{x_2}{f_2} = \frac{f_1}{x_1}, \quad (69.1)$$

где  $x_1 = a_1 - f_1$  и  $x_2 = a_2 - f_2$ , т. е. расстояния сопряженных точек, отсчитываемые от соответствующих фокусов. Для распространенного случая, когда  $n_1 = n_2$  (источник и его изображение лежат в одной среде, например, в воздухе), имеем:

$$\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} = \frac{1}{f}; \quad x_1 x_2 = -f^2; \quad f_1 = -f_2 = f. \quad (69.2)$$

Пользуясь правилом знаков, мы можем описать все свойства как собирательных, так и рассеивающих систем, ввести понятие мнимых точек и мнимых изображений и т. д.

Главные плоскости и главные точки могут лежать и внутри и вне системы, совершенно несимметрично относительно поверхностей, ограничивающих систему, например даже по одну сторону от нее (рис. 146). Напоминаем еще раз, что фокусные расстояния отсчитываются от главных плоскостей; поэтому даже когда  $|f_1| = |f_2|$ , расстояния от фокусов до поверхностей, ограничивающих систему, могут быть весьма различны (пример: линзы-менски, изображенные на рис. 146).

Кроме линейного увеличения, система может быть также охарактеризована *угловым* увеличением. Под угловым увеличением  $W$  понимают отношение тангенсов углов  $u_1$  и  $u_2$ , составляемых сопряженными лучами  $A_1 M_1$  и  $A_2 M_2$  с оптической осью (рис. 147), т. е.

$$W = \frac{\operatorname{tg} u_2}{\operatorname{tg} u_1}.$$

Из рис. 147 видно, что  $W = \frac{a_1}{a_2}$  (ибо  $M_1 H_1 = M_2 H_2$ ), в то время как линейное увеличение  $V = \frac{n_1 a_2}{n_2 a_1}$  (см. § 64), т. е.

$$W \cdot V = \frac{n_1}{n_2}.$$

Для обычно встречающегося случая, когда предмет и изображение расположены в одной среде ( $n_1 = n_2$ ), имеем:

$$W \cdot V = 1.$$

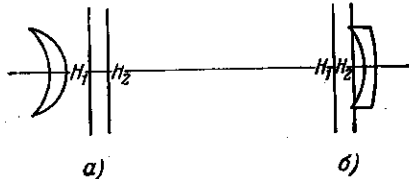


Рис. 146. Расположение главных плоскостей в линзах-менсках:  
а — собирающий мениск;  
б — рассеивающий мениск.

Как угловое, так и линейное увеличение системы различно для разных точек оси; при этом чем *больше* линейное увеличение, тем *меньше* угловое, т. е. при увеличении размеров изображения лучи, его образующие, составляют меньший угол. Это обстоятельство имеет важное значение при рассмотрении роли оптических инструментов в световом восприятии (см. § 85).

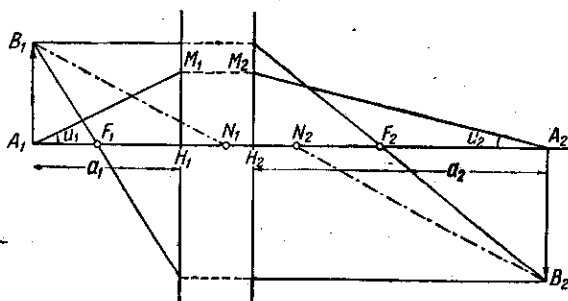


Рис. 147. К определению углового увеличения системы.

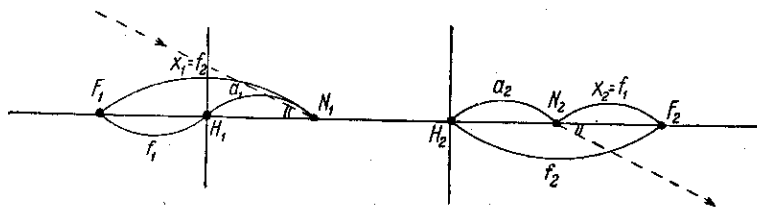


Рис. 147а. Положение узловых точек  $N_1$  и  $N_2$ .

Подобно тому как сопряженные плоскости, для которых линейное увеличение  $V = 1$ , имеют особое значение (*главные плоскости*), также и сопряженные точки, в которых угловое увеличение  $W = 1$ , являются особенными точками системы. Точки эти называются *узлами* и характеризуются тем, что сопряженные лучи, проходящие через узлы, параллельны между собой, ибо  $u_1 = u_2$ . Нетрудно показать, что в каждой системе такой парой точек будут точки  $N_1$  и  $N_2$ , расположенные от первого и второго фокусов соответственно на расстояниях, равных второму и первому фокусным расстояниям (см. рис. 147а), т. е. так, что  $x_1 = N_1F_1 = f_2$  и  $x_2 = N_2F_2 = f_1$ . Легко видеть, что точки  $N_1$  и  $N_2$  — сопряженные, ибо они удовлетворяют уравнению системы (69.1)  $x_1 \cdot x_2 = f_1 \cdot f_2$ . Кроме того, из рис. 147а видно, что их расстояния относительно главных плоскостей равны соответственно  $N_1H_1 = a_1 = f_2 - f_1$  и  $N_2H_2 = a_2 = f_2 - f_1$ , т. е.  $a_1 = a_2$  и, следовательно, для этих точек  $W = \frac{a_1}{a_2} = 1$ . Итак, указанные нами точки  $N_1$  и  $N_2$  являются сопряженными и удовлетворяют требованию  $W = 1$ , т. е. являются узловыми точками системы.

Плоскости, проходящие через узлы перпендикулярно к оптической оси, называются *узловыми плоскостями*. Шесть плоскостей (две фокальные, две главные и две узловые) и шесть точек главной оси, им соответствующие (фокусы, главные точки, узлы), называются *кардинальными плоскостями* и *точками*. Общее расположение кардинальных точек  $F_1, N_1, H_1, F_2, N_2, H_2$  показано на рис. 148.

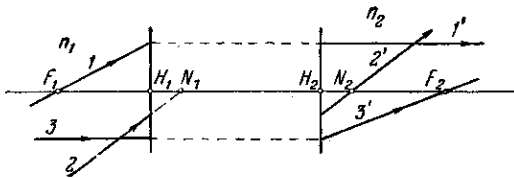


Рис. 148. Кардинальные точки и плоскости системы.  
 $F_1$  и  $F_2$  — главные фокусы;  $N_1$  и  $N_2$  — узлы;  
 $H_1$  и  $H_2$  — главные точки (главные плоскости).

В том случае, когда по обе стороны системы располагается одна и та же среда, мы будем иметь, как сказано выше, равные фокусные расстояния  $f_1 = f_2$ . Узловые точки теперь сливаются с главными, ибо  $F_1 N_1 = F_1 H_1 = f$ , и система характеризуется положением всего лишь четырех точек и плоскостей.

Зная свойства кардинальных плоскостей и точек, мы можем без труда построить изображение в любой системе, пользуясь двумя лучами, исходящими из одной точки. В частности, для линз отпадает требование тонкости. Рис. 149 показывает, как можно построить изображение в толстой линзе, если дано расположение ее главных

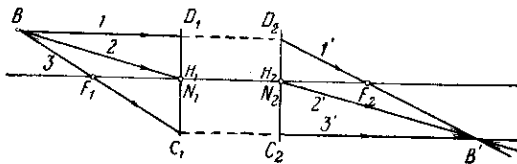


Рис. 149. Построение изображения в системе с использованием кардинальных точек.

плоскостей и фокусов. На рис. 149 проведены лучи, построение которых особенно просто определяет положение точки  $B'$ , сопряженной с точкой  $B$ . В силу гомоцентричности пучка любой другой луч из  $B$  пройдет через  $B'$ .

Луч 1, проведенный параллельно главной оси, имеет в качестве сопряженного луч  $1'$ , пересекающий вторую главную плоскость на высоте  $H_2 D_2 = H_1 D_1$  и проходящий через фокус  $F_2$ . Луч 2, идущий через узел  $N_1$ , имеет сопряженный луч  $2'$ , проходящий через второй узел параллельно лучу 2. Луч 3, проходящий через фокус  $F_1$  и пересекающий главную плоскость на высоте  $H_1 C_1$ , пройдет на

той же высоте ( $H_2C_2 = H_1C_1$ ) через вторую главную плоскость и пойдет параллельно главной оси. Для построения изображения можно ограничиться двумя лучами из трех.

Легко видеть, что разобранный выше тонкая линза может рассматриваться как частный случай толстой линзы, в которой точки  $H_1$  и  $H_2$  совпадают и главные плоскости сливаются. Узловые точки, совмещенные с  $H_1$  и  $H_2$ , также совпадут, образуя оптический центр линзы. Построение изображения произойдет, как и раньше, при помощи каких-либо двух простейших лучей (ср. также рис. 142, § 68).

Вводя понятие главных и узловых плоскостей оптической системы, мы ввели одновременно и представления о линейном *поперечном* увеличении  $V$  и *угловом* увеличении  $W$ . Обычно приходится иметь дело с изображением *пространственных* предметов, отдельные точки которых лежат на разных расстояниях от главной плоскости. Поэтому рационально ввести еще и *продольное* увеличение ( $U$ ), показывающее отношение длины изображения ( $\Delta x_2$ ) к длине изображаемого малого отрезка ( $\Delta x_1$ ), если последний расположен вдоль оси. Понятно, что приходится говорить об увеличении малых по длине отрезков, ибо продольное увеличение для разных точек оси отличается очень значительно. Итак,

$$U = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}.$$

Выражение для  $U$  легко найти, пользуясь формулами (69.1). Имеем:

$$x_1 \Delta x_2 + x_2 \Delta x_1 = 0,$$

или

$$U = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\frac{x_2}{x_1} = -\frac{f_1 f_2}{x_1^2} = -\frac{x_2^2}{f_1 f_2} = -V^2 \frac{f_2}{f_1} = \frac{n_2}{n_1} V^2,$$

так как

$$V = \frac{x_2}{f_2} = \frac{f_1}{x_1} \quad \text{и} \quad \frac{f_2}{f_1} = -\frac{n_2}{n_1}.$$

Сопоставляя значения  $U$ ,  $V$  и  $W$ , находим:

$$U = \frac{n_2}{n_1} V^2; \quad VW = \frac{n_1}{n_2}$$

и, следовательно,

$$U \cdot W = V. \tag{69.3}$$

Поперечное увеличение важно для характеристики систем, проектирующих изображение на экран или фотопластинку (проекционные и фотографические объективы). Угловое увеличение важно при рассмотрении удаленных объектов, когда стремятся увеличить угловые размеры рассматриваемых объектов (телескопические системы, см. § 82). Продольное увеличение характеризует резкость изображения пространственного объекта на экран (так называемую «глубину оптической системы»).



## ГЛАВА XII

## ПОГРЕШНОСТИ, ИЛИ АБЕРРАЦИИ, ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

## § 70. Введение

В предыдущей главе были изложены основы построения изображения в центрированных системах, справедливые при выполнении следующих условий:

- 1) предполагалось, что свет поступает в систему в виде парааксиальных пучков;
- 2) пучки составляют небольшие углы с главной осью системы;
- 3) показатель преломления постоянен для всех лучей, т. е. среда не имеет дисперсии или свет достаточно монохроматичен.

Все три условия не соблюдаются в практической оптике. Мы обычно имеем дело со светом сложного спектрального состава и должны учитывать зависимость показателя преломления от длины волны (дисперсия). Ограничение пучками, слабо наклоненными к оси, означало бы отказ от получения изображения точек, лежащих в стороне от главной оси системы, а применение лишь парааксиальных пучков вело бы к использованию лишь незначительных световых потоков.

Устранение всех этих крайне стеснительных для практики ограничений приводит, однако, к тому, что появляются многочисленные недостатки изображения. Тщательное изучение этих недостатков повело к чрезвычайному усовершенствованию современных оптических систем, в которых нередко почти полностью устранены многие из возможных погрешностей, или аберраций.

Главная задача оптической системы состоит в образовании *правильного* изображения объекта, который в простейшем случае представляет собой плоскую картину, расположенную перпендикулярно к оптической оси системы. Правильное изображение требует соблюдения следующих условий:

1) Каждая точка плоскости должна изображаться стигматически.

2) Все точки изображения должны лежать в плоскости, перпендикулярной к оси системы.

3) Масштаб изображения (увеличение) должен быть постоянен на всем изображении.

Нарушение первого и второго из этих условий ведет к уменьшению резкости изображения, нарушение второго и третьего — деформирует изображение.

Наконец, своеобразная трудность возникает в связи с тем обстоятельством, что изображаемые объекты обычно бывают пространственными, а не плоскими; получаемое же изображение (на фотопластинке, в глазу или в трубе) — практически плоское (см. § 77).

### § 71. Каустическая поверхность. Характер ее симметрии

Поверхность, огибающая совокупность лучей преломленного пучка, носит название *каустической поверхности* (*каустики*), а ее сечение любой плоскостью, проходящей через луч, — *каустической кривой*. Если пучок при прохождении через оптическую систему сохранил гомоцентричность, то каустика вырождается в точку, представляющую вершину гомоцентрического пучка. Нарушение гомоцентричности означает большее или меньшее искажение каустической поверхности. Можно классифицировать различные aberrации по ха-

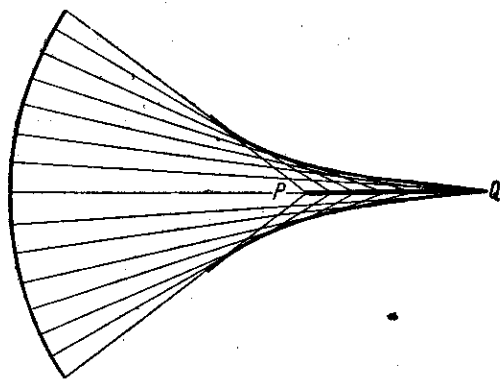


Рис. 150. Сечение каустической поверхности.

рактеру понижения симметрии каустической поверхности. Так, при сферической aberrации (§ 72, а) каустика приобретает вид поверхности, обладающей осью симметрии, но не имеющей центра симметрии. Рис. 150 изображает одну из таких форм, где жирные линии представляют каустическую кривую в плоскости рисунка, а сама каустика получается вращением рисунка относительно оси  $QP$ . Aberrация астигматизма (§ 73, а и 74)

соответствует дальнейшему понижению симметрии каустической поверхности, которая не имеет больше оси симметрии, а имеет лишь две взаимно перпендикулярные плоскости симметрии.

Aberrация комы (§ 72, б) означает, что каустическая поверхность обладает лишь одной плоскостью симметрии, проходящей через светящуюся точку и оптическую ось.

### § 72. Aberrации, обусловленные широкими пучками лучей

**а) Сферическая aberrация.** Предположим, что на оси оптической системы расположена светящаяся точка  $L$ , посылающая широкий пучок лучей на оптическую систему (линзу). Для того чтобы яснее проследить за действием различных зон линзы, прикроем ее картонным диском, снабженным небольшими отверстиями, расположенными по диаметру диска, как показано на рис. 151.

Параксиальный пучок через центральное отверстие ( $I$ ) дает изображение точки в  $L'$ ; пучки, проходящие через более удаленные зоны (2, 3 и т. д.), дадут изображения в точках  $L''$ ,  $L'''$ , ... Явление можно хорошо наблюдать в запыленном воздухе. Если картон с отверстиями устранить, то пучки, проходящие через промежуточные зоны,

дадут изображения в промежуточных точках, так что точка  $L$  изобразится на оси линией  $L' \dots L'''$ , а на любом экране, перпендикулярном к оси, получится изображение в виде диска с различным распределением освещенности. Таким образом, при значительной ширине пучка стигматичность изображения не имеет места даже для точки на оси. Этот вид ошибки носит название *сферической aberrации*, хотя он характерен не только для сферических поверхностей.

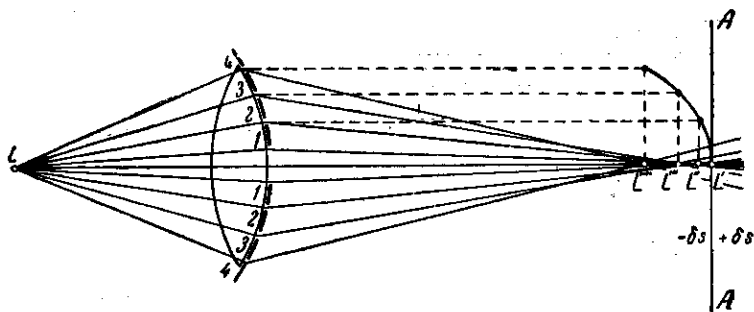


Рис. 151. Сферическая aberrация и ее графическое изображение.

За меру сферической aberrации принимают расстояние между  $L'$  и  $L'''$  для соответствующих зон (продольная aberrация). Удобное графическое изображение сферической aberrации дано на рис. 151, где положительные  $\delta s$  откладываются вправо от линии  $AA'$ .

Величина сферической aberrации зависит от кривизны поверхностей линзы и показателя преломления, а также от того, какой из поверхностей несимметричная линза обращена к источнику. Так, двояковыпуклая линза из крона ( $n = 1,5$ ) с отношением радиусов кривизны 1:6, обращенная более выпуклой стороной к параллельным лучам, почти свободна от aberrации. Почти так же хороша плосковыпуклая линза. Благодаря сферической aberrации светящаяся точка дает на экране изображение в виде небольшого кружка (*кружок рассеяния*), освещенного, вообще говоря, неравномерно. При перемещении экрана вдоль оптической оси размеры кружка рассеяния и распределение освещенности в нем меняются. Если экран совпадает с плоскостью  $AA'$  (рис. 151), т. е. проходит через фокус  $L'$  параксиальных лучей, то кружок рассеяния имеет вид светлой точки со сравнительно большим и слабым ореолом; при перемещении экрана от  $L'$  к  $L'''$  размеры ореола уменьшаются, но освещенность его растет; при некотором положении экрана кружок рассеяния имеет наименьшие размеры (примерно в четыре раза меньше, чем в плоскости  $L'$ ) при почти равномерной освещенности; при дальнейшем перемещении экрана наблюдается быстрое расплывание освещенной части.

Отличительной особенностью сферической aberrации является то, что она сохраняется даже при положении светящейся точки на оси системы, когда все остальные aberrации (в монохроматическом свете) исчезают.

Положительные (собирающие) линзы имеют aberrацию, изображенную на рис. 151, т. е.  $\delta s < 0$  для всех зон; отрицательные (рассеивающие) линзы имеют aberrацию противоположного знака. Поэтому,

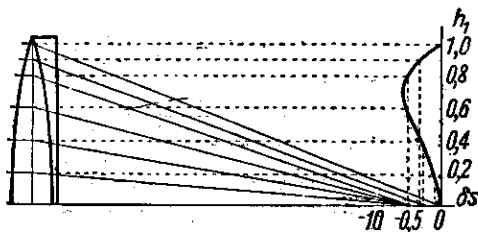


Рис. 152. Сферическая aberrация исправленной системы.

комбинируя такие простые линзы, можно значительно исправить сферическую aberrацию. Соответствующий пример изображен на рис. 152. Строго говоря, сферическая aberrация может быть вполне исправлена только для какой-нибудь пары узких зон, и притом лишь для определенных двух сопряженных точек. Однако

практически исправление может быть весьма удовлетворительным даже для двухлинзовых систем, упомянутых выше. Подобные двухлинзовые системы могут быть очень хорошо исправлены в отношении сферической aberrации. Так, небольшой астрономический объектив с диаметром 80 мм и фокусным расстоянием 720 мм дал максимальное значение  $\delta s = -0,011$  мм.

Для исправления сферической aberrации зеркал (например, прожекторов) им обычно придают не сферическую форму, а вид параболоида вращения, располагая источник в фокусе; в таких зеркалах при тщательном выполнении сферическая aberrация может быть сделана очень малой. Хорошо исправленными могут быть отражатели, обе поверхности которых сферические, но разной кривизны; задняя, посеребренная, имеет меньшую кривизну. Отраженный свет испытывает дополнительное преломление в стекле отражателя, который играет роль рассеивающей линзы (тоньше в середине), рассчитанной так, чтобы исправить aberrацию задней поверхности. Такие зеркала употребляются в настоящее время только в небольших сигнальных аппаратах (диаметром не свыше 100 мм).

**б) Кома.** Если светящаяся точка, посылающая широкий пучок, находится не на оси системы, то каустика принимает более сложный вид. Покроем линзу экраном, в котором прорезана узкая щель в виде кольца большого диаметра с центром на оси. Светящаяся точка  $L$  помещена вне оси. Широкий пучок, проходя через систему, дает на экране изображение  $L$  в виде довольно сложной асимметричной фигуры (рис. 153).

Устранив экран и заставив работать всю линзу, мы в качестве изображения точки получим неравномерно освещенное пятнышко,

## § 73] АБЕРРАЦИИ, ОБУСЛОВЛЕННЫЕ ТОНКИМИ ВНЕОСЕВЫМИ ПУЧКАМИ ЛУЧЕЙ 229

несколько напоминающее комету с хвостом. Отсюда произошло название этого вида aberrации (кома *кома* — прядь волос; комета — волосатая звезда).

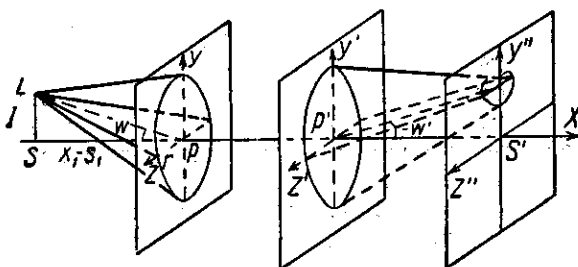


Рис. 153. Кома.

Нередко кома имеет и более сложный вид. Соответствующим подбором совокупности частей системы кома может быть значительно ослаблена.

### § 73. Аберраций, обусловленные тонкими внеосевыми наклонными пучками лучей

а) Астигматизм наклонных пучков. Если пучок лучей, исходящий из точки, падает на систему, составляя угол с осью, то он может терять гомоцентричность. Для того чтобы яснее представить себе характер искажения, наблюдающегося в этом случае, введем некоторые дополнительные обозначения. Плоскости, проходящие через ось системы, носят название *меридиональных* плоскостей. Мы будем предполагать, что центральный луч элементарного пучка (ось пучка) находится в меридиональной плоскости. Тогда из такого пучка можно мысленно выделить плоскую ленточку лучей, лежащих в меридиональной плоскости и называемых *меридиональными*, или плоскую ленточку лучей, расположенных в перпендикулярной плоскости и называемых *сагиттальными* (рис. 154).

Наклонные пучки при достаточном раскрытии не дают стигматического изображения точки  $L$ . Пучок после преломления имеет вид, подобный показанному на рис. 129. Изображением точки  $L$  служат две фокальные линии. Одна из них ( $L_s L_s$ ) образуется в результате преломления сагиттальных лучей и ориентирована в меридиональной плоскости; другая ( $L_m L_m$ ), получающаяся при преломлении меридиональных лучей, ориентирована в перпендикулярной плоскости (рис. 154). Фокальные плоскости ( $I$  и  $III$ ), в которых лежат эти два прямолинейных изображения, расположены на разных расстояниях от главной плоскости системы. Таким образом, и в этом случае точка  $L$  изображается пятном рассеяния, форма которого зависит от положения экрана. В плоскости  $I$  пятно рассеяния имеет вид отрезка

прямой, лежащей перпендикулярно к меридиональной плоскости; в плоскости III фигура рассеяния вырождается в прямую, расположенную в меридиональной плоскости; в плоскости II, лежащей посредине между I и III, фигура рассеяния имеет вид круга; в промежуточных плоскостях — вид эллипсов различного эксцентриситета.

Если источником служит не точка, а отрезок линии, то изображение ее может быть вполне удовлетворительным в одной из плоскостей I или III, в зависимости от ориентировки изображаемого отрезка. Изображения отрезков, расположенных в меридиональных плоскостях, будут резкими в плоскости III, где изображения каждой точки ориентированы в меридиональной плоскости и, следовательно, сольются в удовлетворительное изображение всей линии;

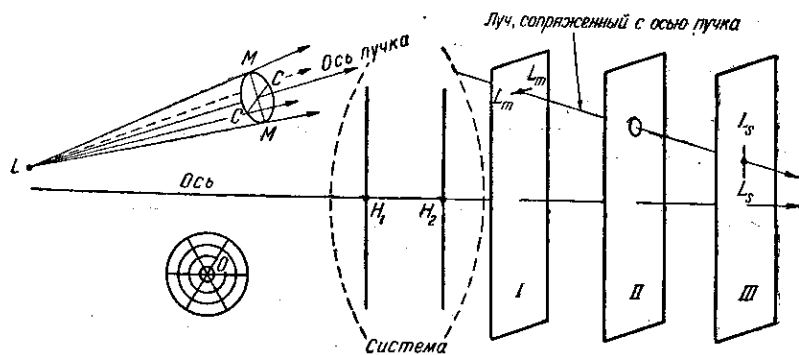


Рис. 154. Астигматизм наклонных пучков.  $LMM$  — меридиональное сечение;  $L_mL_m$  — меридиональная фокальная линия;  $LCC$  — сагиттальное сечение;  $L_sL_s$  — сагиттальная фокальная линия.

отрезки в виде дуг (колец), лежащие в плоскости, перпендикулярной к оси (и, следовательно, пересекающие все меридиональные плоскости под прямым углом), дадут по той же причине удовлетворительное изображение в плоскости I. Сетка, удобная для демонстрации описанных явлений, изображена в левом углу рис. 154. Расположив сетку так, чтобы точка O лежала на оси, мы получим в плоскости I более или менее удовлетворительное изображение концентрических кругов, а в плоскости III — радиальных линий. Радиальные и круговые линии центральной части сетки изображаются одинаково резко в одной плоскости.

б) **Искривление плоскости изображения.** Изображение сетки, показанное на рис. 154, позволяет наблюдать одновременно с потерей стигматичности еще одну особенность, связанную с наклонными пучками. При определенном положении экрана резкость изображения разных колец (или резкость радиусов вдоль их длины) может быть различна. Перемещая экран, мы можем улучшить изображение одних участков, ухудшая изображение других. Этот опыт показы-

вает, что изображение представляет собой не плоскость, перпендикулярную к оптической оси, а изогнутую поверхность. При этом степень изгиба для меридиональных пучков и для пучков сагиттальных различна. Рис. 155 показывает характер этого искривления:  $QO$  — ось системы,  $M$  — оси наклонных пучков,  $OS$  — плоскость неискривленного изображения, соответствующая параксиальному пучку,  $OS_m$  и  $OS_s$  — изогнутые поверхности изображения, обусловленные наклонными пучками.  $OS_m$  и  $OS_s$ , конечно, касаются линии  $OS$  в точке  $O$ , т. е. в параксиальной области.

Астигматизм системы исправляется путем специального подбора конструктивных элементов системы, т. е. радиусов поверхностей,

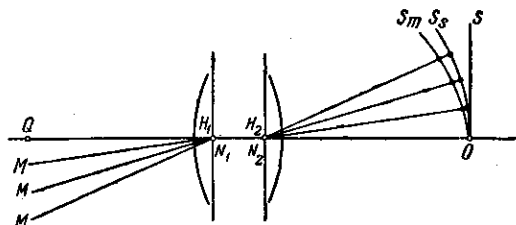


Рис. 155. Искривление плоскости изображения.  $QO$  — ось системы;  $M$  — оси наклонных пучков;  $OS_m$  — искривленная поверхность изображения, обусловленная меридиональными наклонными пучками;  $OS_s$  — искривленная поверхность изображения, обусловленная сагиттальными наклонными пучками.

показателей преломления и расстояний между поверхностями. Одновременно с уничтожением астигматизма обычно стремятся устранить и искривление плоскости изображения, что особенно важно для фотографии, где требуется получение резкого изображения на плоской светочувствительной поверхности. Хорошие фотографические объективы этого типа — анастигматы — имеют значительное поле зрения (свыше  $50^\circ$ ) и дают плоское изображение.

**в) Дисторсия изображений.** Когда лучи, посылаемые предметом в систему, составляя большие углы с ее оптической осью, то изображение, даваемое даже узкими пучками лучей, может обнаруживать еще один вид искажения. Оно обусловлено тем, что увеличенное  $V$  такой системы при больших углах зависит от угла пучка с осью системы и, следовательно, меняется от центра изображения к периферии. Этот вид aberrации носит название *дисторсии* и ведет к тому, что изображения оказываются не подобными предмету. Типичные виды дисторсии (подушкообразная и бочкообразная) приведены на рис. 156, где  $a$  изображает предмет (квадратичная сетка),  $b$ ,  $в$  — искаженные изображения.

Дисторсия обычно не очень вредит наблюдению, но может быть очень опасна, если при помощи оптической системы производятся

съмки, предназначенные для промеров (например, в геодезии или, особенно, в аэрофотограмметрии). Поэтому объективы для таких работ очень тщательно исправляются на дисторсию. Так, например,

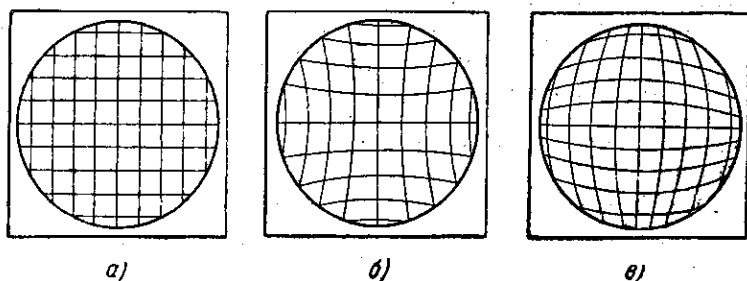


Рис. 156. Дисторсия изображения; *a* — неискаженное изображение; *b* — подушкообразная дисторсия; *в* — бочкообразная дисторсия.

хороший объектив, рассчитанный М. М. Русиновым, предназначенный для картографических аэросъемок, при поле зрения в  $120^\circ$  дает ошибку в определении направления на объект, не превышающую  $10''$ .

#### § 74. Астигматизм, обусловленный асимметрией системы

Очень важный для практики случай астигматизма наблюдается, когда симметрия системы по отношению к пучку нарушена в силу устройства самой системы. Представим себе пучок лучей, исходящий из  $L$  и собираемый линзой. На пути сходящегося пучка поместим *цилиндрическую линзу*, т. е. линзу, одно из сечений которой

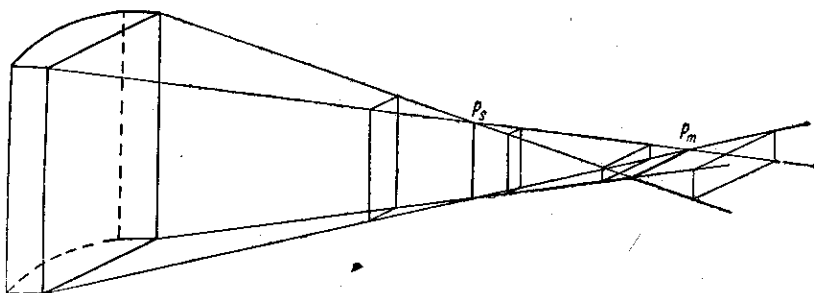


Рис. 157. Астигматизм цилиндрической линзы.  $P_s$  — сагиттальная фокальная линия;  $P_m$  — меридиональная фокальная линия. (Если цилиндрическая линза имеет круглое сечение, то прямоугольные сечения пучка заменятся соответствующими эллиптическими.)

(например, вертикальное) прямолинейное, а второе — круговое. Таким образом, цилиндрическая линза имеет лишь две плоскости симметрии, вертикальную и горизонтальную, но не обладает осью симметрии,



как это имеет место для падающего светового пучка. При прохождении через такую систему осевая симметрия преломленного пучка также нарушится, и мы получим астигматическое изображение.

Характер астигматического пучка виден из рис. 157. Астигматический пучок при пересечении плоскостями, перпендикулярными к оси, дает ряд прямоугольных сечений. В точках  $P_s$  и  $P_m$  эти прямоугольники переходят в прямые (фокальные линии), параллельные плоскостям симметрии системы.

Астигматизмом такого происхождения нередко обладает человеческий глаз, что проявляется в неспособности такого глаза видеть одинаково резко систему взаимно перпендикулярных полос на испытательных таблицах. Для исправления этого недостатка служат цилиндрические очки, компенсирующие природный астигматизм глаз.

Весьма отчетливо проявляется астигматизм при преломлении расходящегося пучка, падающего на плоскую границу (рис. 158) (см. упражнение 97). Астигматизм проявляется также, когда на пути лучей помещена призма, которая тоже является оптической системой, не имеющей осевой симметрии. Таким образом, призма может нарушать гомоцентричность пучка. Это обстоятельство имеет большое значение при построении спектральных аппаратов. Теория показывает, что призма не вносит астигматизма, если она расположена в параллельном пучке лучей; при этом расположении исчезает также и кома, вносимая призмой, если на нее падают сходящиеся или расходящиеся лучи. Когда лучи, падающие на призму, не параллельны, то астигматизм может быть сведен к минимуму, если призма стоит в положении минимального отклонения, хотя кома при этом не устраняется.

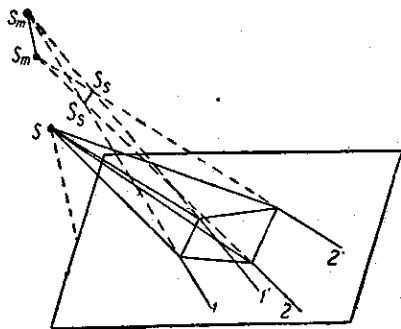


Рис. 158. Астигматизм при преломлении через плоскую границу.  
S — светящаяся точка.

### § 75. Апланатизм. Условие синусов

Пусть для какой-нибудь точки  $S$  (рис. 159), лежащей на оптической оси, устранена сферическая aberrация, так что  $S$  изображается в  $S'$  резко, несмотря на применение широких пучков. Отсюда еще не следует, что небольшой участок поверхности  $\sigma$ , проходящий через  $S$  и перпендикулярный к оси, будет изображаться резко и без искажений. Для такого правильного изображения необходимо, чтобы различные зоны системы давали одно и то же увеличение. В противном случае точки нашего участка, не лежащие на оси, будут изображаться различными частями нашего широкого пучка на

различных расстояниях от оси, т. е. для этих внеосевых точек нашего элемента не будет сохраняться стигматичность изображения. Аббе нашел, что требование постоянства увеличения различными зонами системы выполняется, если удовлетворено следующее условие:

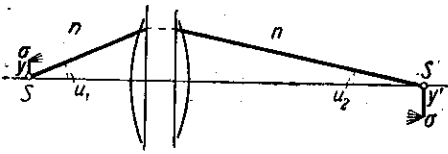


Рис. 159. Апланатические точки системы.

$$\frac{n_1 \sin u_1}{n_2 \sin u_2} = \frac{y_2}{y_1} = V, \quad (75.1)$$

где  $n_1$  и  $n_2$  — показатели преломления среды со стороны

объекта и изображения,  $V = \frac{y_2}{y_1}$  — увеличение, которое должно, следовательно, оставаться постоянным для любой пары сопряженных лучей, исходящих из точки, лежащей на оси, и ограниченных углами  $u_1$  и  $u_2$  с осью системы.

Рис. 160 показывает, что «условие синусов» Аббе есть следствие физического требования, согласно которому для получения резкого изображения волны, идущие от объекта к изображению, должны проходить через разные зоны системы без разности фаз.

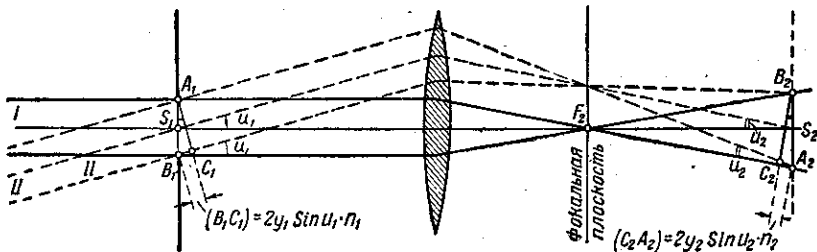


Рис. 160. К выводу условия синусов.

Для простоты рассуждений мы выбираем в качестве объекта небольшое отверстие диафрагмы радиуса  $y_1$ , освещаемое слева параллельными пучками. На рис. 160 представлены два таких пучка, дающих изображения диафрагмы через две различные зоны оптической системы, через центр ее (пучок I) и через край (пучок II). Если пучки I и II отображают  $A_1B_1$  с одинаковым увеличением, то изображение  $A_2B_2$  будет резким; следовательно,  $A_2$  и  $B_2$  представляют собой точки, куда световые волны доходят через разные зоны системы в одной фазе. Точки  $A_1$  и  $B_1$ , равно как и  $A_2$  и  $B_2$ , лежат соответственно на поверхности волны, распространяющейся по направлению I, т. е. находятся в одной фазе. Путь волны II от  $B_1$  к  $B_2$  имеет по сравнению с путем от  $A_1$  к  $A_2$  оптическую разность хода, равную

$$(B_1C_1) - (C_2A_2) = 2y_1 \sin u_1 \cdot n_1 - 2y_2 \sin u_2 \cdot n_2.$$

Для того чтобы и в пучке II  $A_2$  и  $B_2$  находились в одной фазе необходимо, чтобы

$$(B_1C_1) - (C_2A_2) = 0,$$

т. е.

$$2y_1 \sin u_1 \cdot n_1 = 2y_2 \sin u_2 \cdot n_2,$$

или

$$\frac{n_1 \sin u_1}{n_2 \sin u_2} = \frac{y_2}{y_1} = V$$

(условие синусов).

Из изложенного ясно, что при соблюдении условия синусов точки, лежащие вблизи оси, изображаются широкими пучками резко, т. е. у системы устранена aberrация комы (§ 72). При этом следует подчеркнуть, что угол  $u_1$  может принимать большие значения, т. е. апертура пучка не ограничена, но величина  $y_1$  предполагается малой.

Если среда по обе стороны системы одна и та же, например воздух, то  $n_1 = n_2$ , и условие синусов принимает вид

$$\frac{\sin u_1}{\sin u_2} = \frac{y_2}{y_1}. \quad (75.2)$$

Две точки  $S$  и  $S'$ , для которых устранена сферическая aberrация и соблюдено условие синусов, называются *апланатическими*.

На оси системы возможна только одна пара апланатических точек. Поэтому соблюдение апланатизма имеет особое значение для систем, где объект располагается всегда приблизительно около определенной точки. Такой системой является объектив микроскопа. Действительно, в микроскопе рассматриваемый объект малого размера всегда помещается вблизи фокальной плоскости объектива и посылает в объектив очень широкие пучки. Условие синусов и было сформулировано Аббе при исследовании путей улучшения микроскопических объективов.

Аббе указал также простой способ выяснить, в какой мере выполнено условие синусов. Для этой цели пробный рисунок (испытательный объект), изображенный на рис. 161, рассматривают сквозь систему глазом (или отображают на экран), расположенным в одной из апланатических точек системы  $A_2$ . Если условие синусов выполнено, то удастся найти такое положение испытательного объекта за второй апланатической точкой  $A_1$ , при котором наблюдатель видит его изображение в виде прямоугольной сетки.

Испытав много микрообъективов, сделанных «наугад» старыми мастерами, Аббе обнаружил, что у всех хороших объективов условие

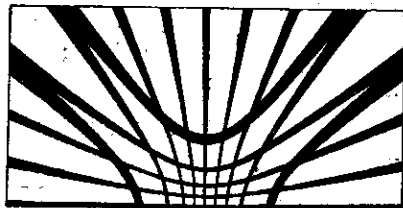


Рис. 161. Испытательный объект для проверки выполнения условия синусов.

синусов выполнено. Для малых углов  $u$ , когда можно положить  $\sin u = u$ , условие Аббе совпадает с теоремой Лагранжа—Гельмгольца (см. § 64) и, следовательно, всегда осуществляется. В случае же широких пучков для соблюдения условия синусов необходимо специальное осуществление оптической системы, причем условие это будет выполнено только для определенных пар точек.

### § 76. Аберрации, обусловленные зависимостью показателя преломления от длины волны (хроматические аберрации)

а) Зависимость показателя преломления от цвета. При всех предшествующих построениях лучевой оптики мы считали показатель преломления величиной постоянной, в то время как в действительности он зависит от цвета, т. е. от длины волны света.

Первые экспериментальные исследования этой зависимости принадлежат Ньютону, который произвел (1672 г.) знаменитый опыт с разложением белого света на цвета (спектр) при преломлении в призме. Наблюдение преломления в призме и доныне остается одним из удобных способов

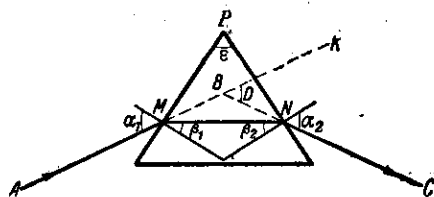


Рис. 162. Преломление в призме. Угол отклонения  $D = \alpha_1 + \alpha_2 - \epsilon$ .

определения показателя преломления вещества призмы и изучения зависимости показателя преломления от цвета (дисперсия).

1) Преломление в призме. Пусть преломляющий угол призмы будет  $\epsilon$  (рис. 162); угол отклонения луча  $\angle KBC = D$ . Из  $\triangle MBN$  имеем:

$$D = \alpha_1 - \beta_1 + \alpha_2 - \beta_2 = (\alpha_1 + \alpha_2) - (\beta_1 + \beta_2);$$

из  $\triangle MNP$ :

$$\epsilon = \beta_1 + \beta_2.$$

Поэтому

$$D = \alpha_1 + \alpha_2 - \epsilon.$$

При симметричном ходе ( $\alpha_1 = \alpha_2$ )  $D$  принимает минимальное значение (см. упражнение 101). В этом случае

$$n = \frac{\sin \frac{D_{\text{мин}} + \epsilon}{2}}{\sin \frac{\epsilon}{2}}. \quad (76.1)$$

Соотношение (76.1) обычно применяется для определения  $n$  по измеренным с помощью гониометра углам  $\epsilon$  и  $D_{\text{мин}}$ .

Мы рассматривали ход лучей, плоскость падения которых перпендикулярна к ребрам призмы; эта плоскость носит название

главного сечения призмы. Если лучи падают под углом к главному сечению, то они преломляются тем сильнее, чем больший угол составляет плоскость падения с главным сечением.

2) Зависимость  $n$  от  $\lambda$  (дисперсия). В прозрачных средах показатель преломления  $n$  растёт с уменьшением длины волны  $\lambda$ . Для прозрачных тел зависимость (в видимой части спектра) имеет вид:

$$n_{\lambda} = a + \frac{b}{\lambda^2} + \frac{c}{\lambda^4} + \dots \quad (76.2)$$

Для многих тел можно ограничиться соотношением

$$n_{\lambda} = a + \frac{b}{\lambda^2} \quad (76.3)$$

(формула Коши).  $a, b, c, \dots$  — постоянные, характеризующие вещество. Для окрашенных тел или для тех длин волн, которые поглощаются в обычно прозрачном веществе, формула Коши теряет силу, нарушается даже ход зависимости  $n$  от  $\lambda$  (см. гл. XXVII).

3) Мера дисперсии есть разность показателей преломления ( $n_{\lambda_1} - n_{\lambda_2}$ ) для разных значений  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . Преломление характеризуют обычно значением показателя преломления для  $\lambda = 5893 \text{ \AA}$  (среднее значение длин волн двух близких желтых линий натрия), обозначая его символом  $n_D$ . Мерой дисперсии служит *средняя дисперсия*, определяемая как разность

$$n_F - n_C,$$

где  $n_F$  относится к  $\lambda = 4861 \text{ \AA}$  (синяя линия водорода,  $F$ ), а  $n_C$  относится к  $\lambda = 6563 \text{ \AA}$  (красная линия водорода,  $C$ ).

Нередко преломляющее вещество характеризуют величиной *относительной дисперсии*, под которой понимают отношение

$$\frac{n_F - n_C}{n_D - 1},$$

где  $n_D$  относится к  $\lambda = 5893 \text{ \AA}$ . В практических каталогах обычно фигурирует величина, обратная относительной дисперсии, т. е.

$$\nu = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C}$$

— так называемый *коэффициент дисперсии*, или *число Аббе*. Вещества с малой дисперсией характеризуются большим значением  $\nu$  (например, для флюорита  $\nu = 95$ ); вещества с большой дисперсией имеют малое  $\nu$  (для тяжелых сортов стекла имеем  $\nu = 20$ ). Обычно (но не всегда) дисперсия растёт вместе со средним значением показателя преломления.

Для стекол возрастание дисперсии идет обычно параллельно с увеличением удельного веса стекла. Тяжелые сорта стекол (флинты) характеризуются большой дисперсией, легкие (кроны) — малой. В настоящее время имеется очень много разных сортов стекол (см. упражнение 103).

б) Ахроматические призмы и призмы прямого зрения. Пользуясь различием в дисперсии, можно компенсировать хроматизм, не уничтожая преломления (ахроматические призмы), и уменьшить или полностью компенсировать для одного из лучей отклонение, не уничтожая дисперсии (сложные призмы и призмы прямого зрения). Устройство таких призм показано на рис. 163, 164 и 165.

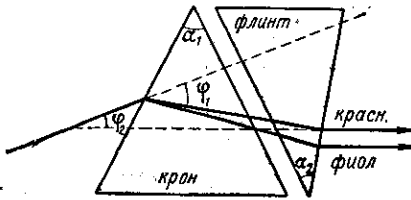


Рис. 163. Ахроматическая пара призм.

У ахроматической призмы дисперсия компенсирована, отклонение, хотя и уменьшенное,  $\varphi_2 < \varphi_1$ , осталось (рис. 163). У сложной спектральной призмы, изображенной на рис. 164, дисперсия остается

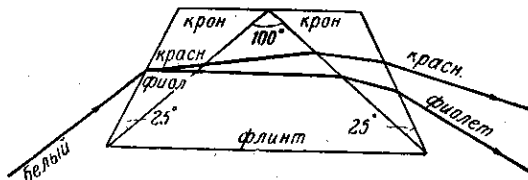


Рис. 164. Сложная спектральная призма.

очень значительной благодаря большому преломляющему углу внутренней призмы из флинта; отклонение же в соответствии со сравнительно небольшим углом внешних граней уменьшено по сравнению

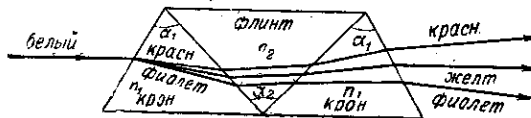


Рис. 165. Спектральная призма прямого зрения.

с простыми трехгранными призмами. Наличие накладок из кроны позволяет увеличивать угол внутренней призмы, который лимитируется явлением полного внутреннего отражения.

Призма прямого зрения показана на рис. 165. Соответствующим подбором углов  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  и показателей преломления  $n_1$  и  $n_2$  можно добиться, чтобы какой-либо луч, соответствующий определенной

длине волны, проходил без преломления (см. упражнение 102), дисперсия же осталась значительной.

в) **Хроматическая aberrация и ахроматизация линз.** Фокальное расстояние линзы определяется соотношением

$$\frac{1}{f} = (N - 1) \cdot \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right); \quad (76.4)$$

таким образом,  $f$  для данной линзы (т. е. определенных  $R_1$  и  $R_2$ ) тем меньше, чем больше  $N$ ; отсюда возникает хроматическая aberrация положения, или *продольная хроматическая aberrация*, т. е. искажение, в силу которого даже для параксиальных лучей немонохроматический пучок имеет целую совокупность фокусов вдоль отрезка оси  $O_1O_2$  (рис. 166 сильно утрирован). В соответствии

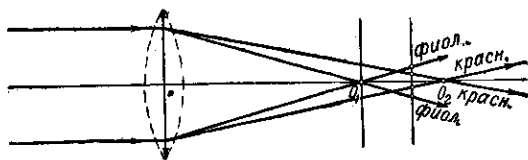


Рис. 166. Хроматическая aberrация простой линзы.

с этим точка на оси изображается кружком-цветных колец, последовательность которых зависит от местоположения экрана. Чем меньше дисперсия стекла, тем меньше продольная хроматическая aberrация.

Ньютон на основании своих опытов ошибочно полагал, что величина относительной дисперсии, входящая в расчет ахроматизированной системы, не зависит от материала линз, и пришел отсюда к выводу о невозможности построения ахроматических линз. В соответствии с этим Ньютон считал, что для астрономической практики большое значение должны иметь рефлекторы, т. е. телескопы с отражательной оптикой. Однако Эйлер, основываясь на отсутствии заметной хроматической aberrации для глаза\*), высказал мысль о существовании необходимого разнообразия преломляющих сред и рассчитал, каким образом можно было бы корректировать хроматическую aberrацию линзы. Доллон построил (1757 г.) первую ахроматическую трубу. В настоящее время имеются десятки сортов стекол с разными показателями преломления и разной дисперсией, что дает очень широкий простор расчету ахроматических систем. Труднее обстоит дело с ахроматизацией систем, предназначенных для ультрафиолетового света, ибо разнообразие веществ, прозрачных для ультрафиолета, ограничено. Удастся все же строить ахроматические линзы, комбинируя кварц и флюорит или кварц и каменную соль.

\*) Впрочем, хроматическая aberrация глаза не так мала (см § 81).

Обычное устройство простой ахроматической линзы показано на рис. 167. К двояковыпуклой линзе из кронгласа присоединяется (приклеивается) соответствующим образом рассчитанная рассеивающая линза из флинтгласа (см. упражнение 103). Добавочная линза удлиняет фокусные расстояния первой линзы. При этом больше

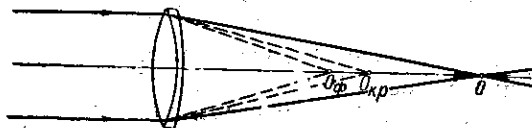


Рис. 167. Ахроматическая линза.

увеличивается фокусное расстояние лучей, сильнее преломляемых (короткой длины волны), так что фокус  $O_f$  отодвигается больше, чем фокус  $O_{кр}$ . Выбирая соответствующим образом параметры, мы заставляем *совпасть* фокусы двух (или даже трех) длин волн. Однако при современных сортах стекол не удается добиться совпадения фокусов для всех видимых лучей. В результате имеет место остаточный хроматизм, называемый *вторичным спектром*. Для тонких линз совпадение положения фокуса для разных длин волн означает также уравнивание фокусных расстояний, т. е. *полную* ахроматизацию. Для толстых же линз (систем) совпадение фокусов еще не означает совпадения фокусных расстояний, ибо эти последние отсчитываются от главных плоскостей, положения которых для разных длин волн могут быть различны. А различия в величине фокусных расстояний означает различие в увеличении для разных длин волн, благодаря чему предметы конечных размеров дают изображение с цветной каймой. Эта вторая хроматическая ошибка носит название *хроматической разности увеличений*, и для ее устранения необходим специальный расчет. Системы, у которых исправлены обе хроматические погрешности для всех расстояний объекта, носят название *стабильно ахроматизованных*.

Ахроматизация для визуальных наблюдений (труба) выполняется так, что совпадают фокусы красного и синего лучей ( $\lambda_{с} = 6563 \text{ \AA}$  и  $\lambda_{к} = 4861 \text{ \AA}$ ); ахроматизация для систем, предназначенных для фотографирования (фотографические объективы), выполняется с расчетом соединения фокусов для длин волн  $\lambda_{g} = 4341 \text{ \AA}$  и  $\lambda_{D} = 5893 \text{ \AA}$ , сильно действующих на sensibilizированную фотографическую пластинку.

Аббе (1886 г.) ввел для микроскопии *апохроматы*, т. е. объективы, где соединены фокусы для трех сортов лучей и вместе с тем устранена сферическая aberrация для разных цветов (уничтожена *хроматическая разность сферической aberrации*, называемая обычно *сферохроматической aberrацией*). Апохроматы Аббе имеют боль-



шие преимущества перед *ахроматами*, где коррегированы два сорта лучей. Остающаяся в апохроматах хроматическая разность увеличений устраняется в микроскопе путем применения специальных окуляров (компенсационные окуляры).

**Заключение.** Из изложенного ясно, что устранение многочисленных aberrаций возможно лишь путем устройства специально рассчитанных сложных оптических систем. Однако одновременное исправление всех недостатков может оказаться крайне сложной и даже неразрешимой задачей. Поэтому нередко идут на компромисс, рассчитывая оптику, предназначенную для определенной цели. При этом устраняются те из недостатков, которые особенно опасны для поставленной задачи, и мирятся с неполным устранением других.

Так, для объективов астрономических труб, где источником служат точки, расположенные вблизи оси, важно соблюдение условий синусов и устранение сферической и хроматической aberrации для точек в центре поля; для микрообъективов и фотообъективов, предназначенных для фотографирования широкого поля зрения, необходимо, кроме соблюдения условия синусов, устранение aberrаций, искажающих поле (дисторсия, искривление поля и т. д.), а также хроматической aberrации. Объективы, предназначенные для наблюдения объектов малой яркости, должны иметь возможно большее относительное отверстие, и это вынуждает мириться с некоторыми aberrациями, неизбежными при работе с очень широкими пучками. Исправление хроматизма для приборов, предназначенных для визуальных наблюдений и для фотоаппаратов, рассчитано на разные спектральные области применительно к тому обстоятельству, что максимум чувствительности глаза лежит в желто-зеленой части спектра, а чувствительность фотопластинок обычно сдвинута в более коротковолновую область. Объектив коллиматора спектрального аппарата должен быть очень хорошо исправлен на хроматическую aberrацию, тогда как объектив камеры может быть совсем не ахроматизован, но в нем весьма вредны астигматизм наклонных пучков и кома; впрочем, обычно оптика спектрографа рассчитывается как целое, так что недостаток одной ее части в большей или меньшей степени компенсируется за счет другой части.

### ГЛАВА XIII ОПТИЧЕСКИЕ ИНСТРУМЕНТЫ

#### § 77. Роль диафрагм

Реальные оптические системы дают удовлетворительное изображение только при известном ограничении ширины действующих пучков лучей. Но даже и для идеальных систем, которые могли бы давать правильные изображения плоского предмета при любом угле раскрытия пучков, их ограничение имеет существенное значение.

Любая оптическая система — глаз вооруженный и невооруженный, фотографический аппарат, проекционный аппарат — в конечном счете рисует изображение практически на плоскости (экран, фотопластинка, сетчатка глаза); объекты же в большинстве случаев трехмерны. Однако даже идеальная система, не будучи ограниченной, не давала бы изображений трехмерного объекта на плоскости. Действительно, отдельные точки трехмерного объекта находятся на

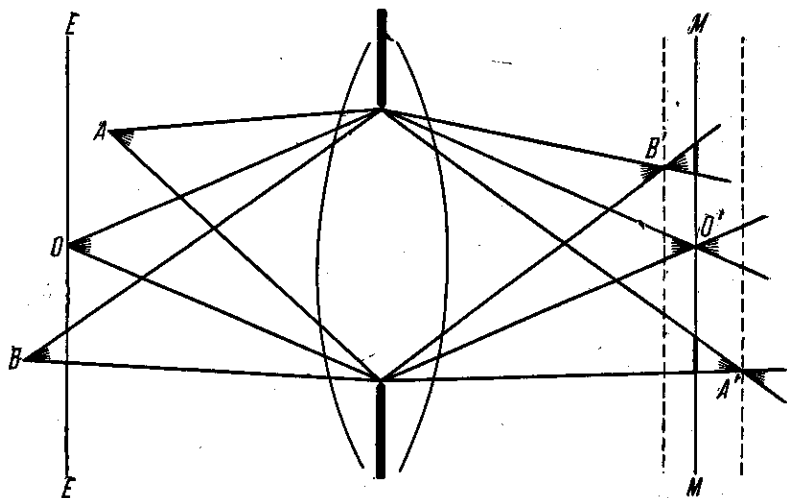


Рис. 168. Влияние диафрагмы на глубину фокуса.

разных расстояниях от оптической системы, и им соответствуют различные сопряженные плоскости. Светящаяся точка  $O$  (рис. 168) дает резкое изображение  $O'$  в плоскости  $MM$ , сопряженной с  $EE$ . Но точки  $A$  и  $B$  дают резкие изображения в  $A'$  и  $B'$ , а в плоскости  $MM$  проектируются светлыми кружками, размер которых зависит от ограничения ширины пучков. Если бы система не была ничем ограничена, то пучки от  $A$  и  $B$  освещали бы плоскость  $MM$  равномерно, т. е. не получилось бы никакого изображения предмета, а лишь изображение отдельных точек его, лежащих в плоскости  $EE$ .

Чем уже пучки, тем отчетливее изображение пространственного предмета на плоскости. Точнее, на плоскости изображается не сам пространственный предмет, а та плоская картина, которая является проекцией предмета на некоторую плоскость  $EE$  (плоскость установки), сопряженную относительно системы с плоскостью изображения  $MM$ . Центром проекции служит одна из точек системы (центр входного зрачка оптического инструмента).

### § 78. Апертурная диафрагма, входной и выходной зрачки

Таким образом, наличие ограничивающих диафрагм, роль которых может играть край (оправа) линзы, существенно для всякого оптического инструмента: от величины и положения диафрагм зависят отчетливость изображения, правильность рисунка и светосила инструмента.

Диафрагма, ограничивающая пучок действующих лучей, носит название *апертурной диафрагмы*. Как уже указывалось, ее роль может выполнять оправа какой-либо линзы или специальная диафрагма  $BB$ , если эта диафрагма сильнее ограничивает пучки света, чем оправы линз. Апертурная диафрагма  $BB$  нередко располагается между отдельными компонентами (линзами) сложной оптической системы (рис. 169), но может быть расположена и перед системой или после нее.

Если  $B$  — действительная апертурная диафрагма (рис. 169), а  $B_1$  и  $B_2$  — ее изображения в передней и задней частях системы, то

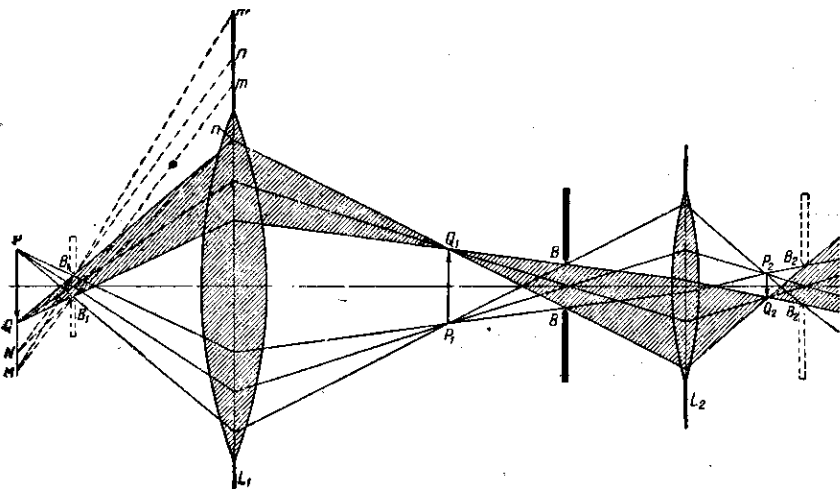


Рис. 169.  $BB$  — апертурная диафрагма,  $B_1B_1$  — входной зрачок и  $B_2B_2$  — выходной зрачок системы.

все лучи, прошедшие через  $B$ , пройдут через  $B_1$  и  $B_2$ , и наоборот, т. е. любая из диафрагм  $B$ ,  $B_1$ ,  $B_2$  ограничивает активные пучки. Действительно, луч, прошедший через край  $B_1$ , обязательно пройдет через соответствующий край  $B$ , ибо эти точки сопряжены.

*Входным зрачком* называется то из действительных отверстий или их изображений, которое сильнее всего ограничивает входящий пучок, т. е. видно под наименьшим углом из точки пересечения оптической оси с плоскостью предмета. *Выходным зрачком* называется отверстие или его изображение, ограничивающее выходящий

из системы пучков. Очевидно, входной и выходной зрачки являются сопряженными по отношению ко всей системе.

Роль входного зрачка может играть то или иное отверстие (оправа оптики, специальная диафрагма) или его изображение (дей-

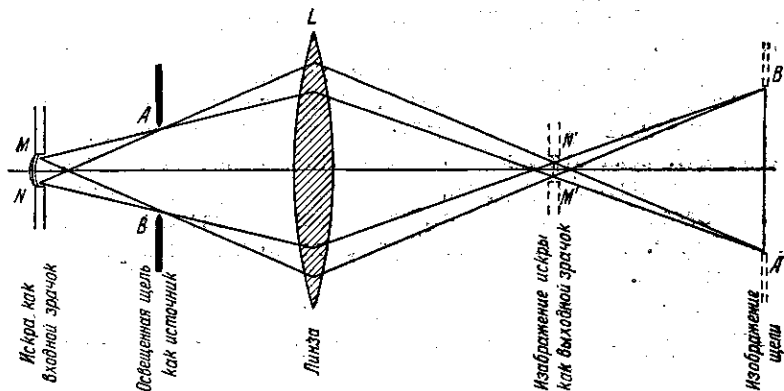


Рис. 170. Граница источника света играет роль входного зрачка системы.

ствительное или мнимое). В некоторых важных случаях изображаемый предмет есть освещенное отверстие (например, щель спектрографа), причем освещенно обеспечивается непосредственно источником света, расположенным недалеко от отверстия, или при помощи

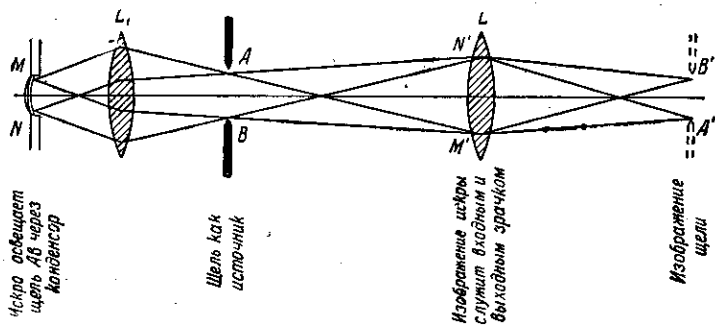


Рис. 171. Граница изображения источника света играет роль входного и выходного зрачков системы.

вспомогательного конденсора. В таком случае в зависимости от расположения роль входного зрачка может играть граница источника (рис. 170) или его изображения (рис. 171), или граница конденсора (рис. 172) и т. д. Если апертурная диафрагма лежит перед системой, то она совпадает со входным зрачком, а выходным зрачком явится ее изображение в этой системе. Если она лежит сзади

системы, то она совпадает с выходным зрачком, а входным зрачком является ее изображение в системе. Если апертурная диафрагма ( $BB$ ) лежит внутри системы (см. рис. 169), то ее изображение ( $BB$ ) в передней части системы служит входным зрачком, а изображение ( $BB$ ) в задней части системы — выходным. Угол, под которым виден радиус входного зрачка из точки пересечения оси с плоскостью предмета называется «апертурным углом», а угол, под которым виден радиус выходного зрачка из точки пересечения оси с плоскостью изображения, есть угол *проекции*. Лучи, проходящие через центр  $O$  апертурной диафрагмы, носят название *главных лучей*.

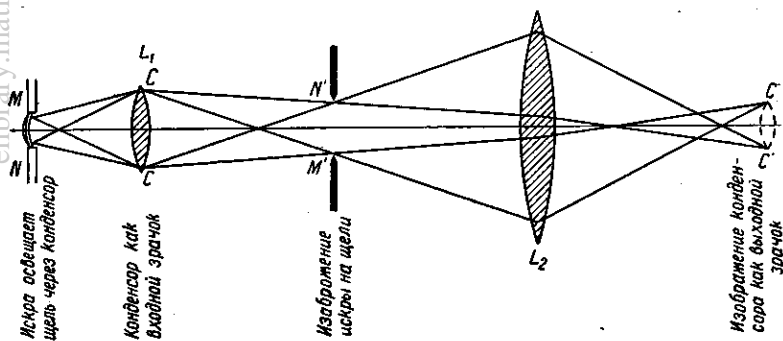


Рис. 172. Граница конденсорной линзы играет роль входного зрачка системы.

Главный луч должен проходить и через центры входного и выходного зрачков системы, ибо эти точки сопряжены с центром апертурной диафрагмы.

### § 79. Диафрагма поля зрения. Люки

Апертурная диафрагма, а следовательно, и входной и выходной зрачки определяют собой ширину (отверстие) активных пучков, т. е. влияют на резкость изображения и светосилу инструмента. Однако не от всякой точки предмета лучи, прошедшие через входной зрачок, пройдут через оптическую систему и, следовательно, изобразятся ею. Действительно, пучок от точки  $M$  (рис. 169) целиком минует переднюю линзу системы, и точка  $M$  не будет ею изображена. Пучок от точки  $N$  частично пройдет через систему и даст изображение, но освещенность его будет уменьшена, ибо часть пучка задержится оправой линзы  $L_1$  (виньетирование).

В рассмотренном случае поле зрения системы было ограничено оправой передней линзы  $L_1$ ; в других случаях ограничение поля зрения создается другими частями системы или специальной *диафрагмой поля зрения*. Поле зрения определится контуром передней

линзы или контуром изображения какой-либо из диафрагм, в зависимости от того, какой из всех этих контуров виден из центра входного зрачка под наименьшим углом. Этот контур, реальный или изображенный, носит название входного окна или люка ( $S'S'$  на рис. 173), а диафрагма, изображением которой он является, и будет служить диафрагмой поля зрения ( $SS$  на рис. 173).

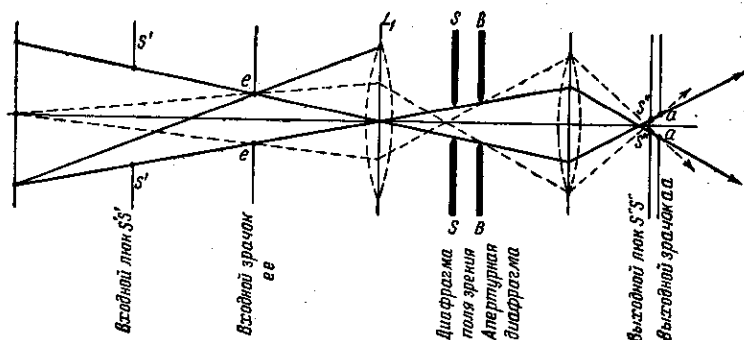


Рис. 173. Диафрагма поля зрения ( $SS$ ), входной люк ( $S'S'$ ) и выходной люк ( $S''S''$ ) системы. На этой же схеме показаны апертурная диафрагма ( $BB$ ), входной зрачок ( $e'e$ ) и выходной зрачок ( $a'a$ ) системы.

Для резкого ограничения поля необходимо, чтобы  $S'S'$  совпадало с плоскостью объекта, т. е.  $SS$  лежало в плоскости, сопряженной с объектом относительно  $L_1$ ; в частности, для труб, предназначенных к рассмотрению далеких объектов,  $SS$  должно лежать в главной фокальной плоскости объектива  $L_1$ .

Перейдем теперь к рассмотрению важнейших оптических инструментов. *Оптическим инструментом* называется сочетание линз, зеркал, диафрагм и других вспомогательных частей, предназначенное для решения той или иной задачи.

## § 80. Фотографический аппарат

Фотообъектив и камера аппарата (рис. 174) конструируются так, чтобы можно было получить резкое изображение предметов, находящихся на том или ином расстоянии от объектива, в плоскости светочувствительной пластинки. Для наводки применяются разные приспособления (перемещенные объектива или его отдельных частей, перемещенные пластинки). Уменьшение апертурной диафрагмы позволяет улучшить «глубину» фокусировки, т. е. резко отобразить на плоскость различно удаленные части объекта (см. § 77). Изменение апертурной диафрагмы служит в то же время для изменения количества света, поступающего в аппарат (светосила). Обычно в фото-

аппарате получается уменьшенное изображение объекта; в современных аппаратах стремятся к получению хорошей резкости с тем, чтобы иметь возможность последующего увеличения снимка.

Объективы непрерывно совершенствуются в смысле сочетания хороших качеств изображения со светосилой, т. е. возможно большей *освещенностью* изображения. Освещенность изображения равна световому потоку, деленному на площадь изображения, т. е. для удаленных объектов пропорциональна *площади* апертурной диафрагмы, деленной на *квадрат* фокусного расстояния объектива.

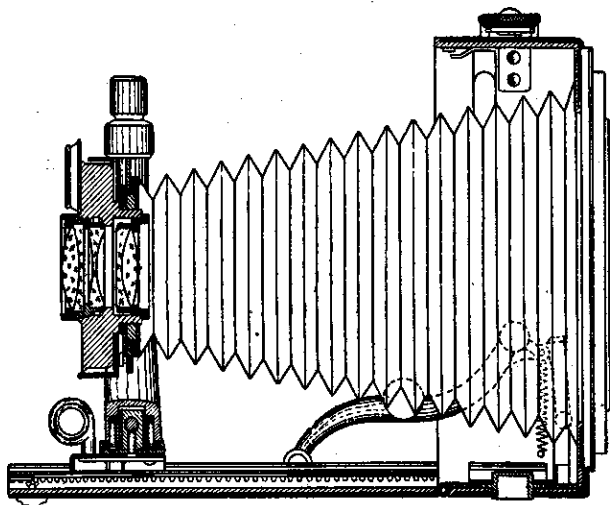


Рис. 174. Разрез простого фотоаппарата.

Это отношение и называется *светосилой* объектива. Нередко светосилой называют отношение *диаметра* максимальной диафрагмы к фокусному расстоянию и считают освещенность пропорциональной квадрату светосилы. Правильнее называть это отношение *относительным отверстием*. Таким образом, светосила измеряется квадратом относительного отверстия. Относительное отверстие лучших современных объективов доходит до  $1:0,9$  при отличной резкости.

### § 81. Глаз как оптическая система

Глаз по своему устройству (рис. 175) является в известном смысле аналогом фотоаппарата. Роль объектива играет совокупность преломляющих сред, состоящих из водянистой влаги *A*, хрусталика *L* и стекловидного тела *Q*.

Наводка на различно удаленные предметы, носящая название *аккомодации*, достигается путем мышечного усилия, изменяющего

кривизну хрусталика. Пределы расстояний, в которых возможна аккомодация, носят название *дальней* и *ближней* точек. Для нормального глаза дальняя точка, фиксируемая без усилий, лежит в бесконечности, а ближняя — на расстоянии, зависящем от возраста (от 10 см для двадцатилетних до 22 см — к сорока годам). В более пожилом возрасте пределы аккомодации сужаются еще более (старческая дальнорозоркость). Нередко встречаются глаза с ненормальными пределами аккомодации уже в молодом возрасте: близорукие, для которых дальняя точка лежит на конечном расстоянии, иногда на очень небольшом, и дальнорозоркие, с увеличенным расстоянием ближней точки. Эти недостатки могут быть исправлены применением дополнительных линз, рассеивающих или собирающих (очки).

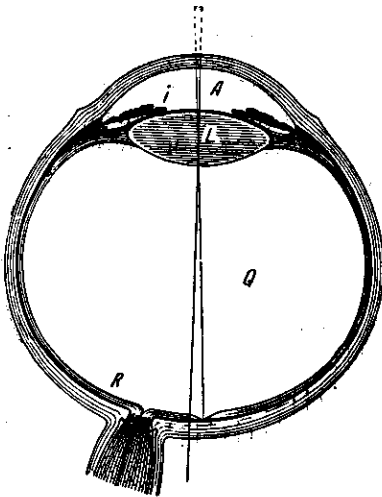


Рис. 175. Схематический разрез глаза.

На рис. 176 заштрихованные места показывают, как расположены области, ясно различаемые глазом в пределах доступной ему аккомодации, т. е. области от ближней точки  $A_p$  до дальней точки  $A_r$ . Нормальный глаз (а) в состоянии аккомодировать область от  $A_p = 10 - 22$  см до бесконечности. Для

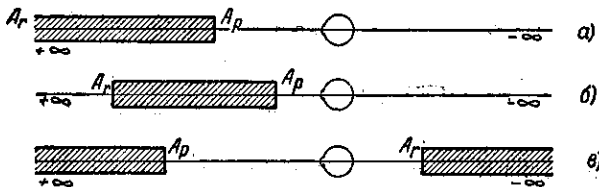


Рис. 176. Ближние ( $A_p$ ) и дальние ( $A_r$ ) точки аккомодации для глаза нормального (а), близорозоркого (б) и дальнорозоркого (в).

близорозоркого глаза (б) область аккомодации приближена и ограничена на своей дальней границе. Для дальнорозоркого глаза (в) начало области аккомодации отодвинуто, а дальняя точка лежит на *отрицательном расстоянии*, т. е. за глазом. Это значит, что дальнорозоркий глаз способен рассматривать *мнимые точки*, т. е. сводить на сетчатую оболочку не только параллельные, но и сходящиеся пучки. Таким образом, оптическая сила близорозоркого глаза больше, а дальнорозоркого меньше, чем для нормального.



Апертурная диафрагма осуществляется в глазу радужной оболочкой (*ирис*)  $i$ , определяющей «цвет глаза» и обладающей отверстием переменной величины (зрачок глаза). Изображение зрачка в передней оптической части глаза (камера с водянистой влагой) определяет собой «входной зрачок»; он почти совпадает с реальным зрачком. Изменение диаметра зрачка играет ту же роль, что изменение апертурной диафрагмы в фотообъективе: регулирует доступ света в глаз и изменяет глубину фокусировки. Фотографической пластинке аппарата соответствует *сетчатая оболочка* глаза  $R$ , сложное устройство и функции которой описаны ниже (см. § 185).

Для многих чисто оптических задач преломляющая система глаза может быть заменена *приведенным глазом*, построенным из однородного прозрачного вещества и имеющим следующие постоянные (по Гульстранду):

Преломляющая сила в диоптриях . . . . .	58,48
Длина глаза . . . . .	22 мм
Радиус кривизны преломляющей поверхности . . . . .	5,7 мм
Показатель преломления среды . . . . .	1,33
Радиус кривизны сетчатки . . . . .	9,7 мм

Так как изображение в глазу получается внутри среды, отличной от воздуха, то переднее и заднее фокусные расстояния глаза не равны между собой (17,1 и 22,8 мм), и, следовательно, узловые точки глаза не совпадают с главными. Впрочем, ввиду близости всех этих точек их можно практически объединить в *оптический центр* глаза.

Здоровый глаз в общем можно рассматривать как центрированную систему поверхностей вращения. Строго говоря, это очень несовершенная система, ибо в ней ясно выражены и сферическая aberrация, и астигматизм наклонных пучков, и значительная хроматическая aberrация. Однако все эти недостатки очень мало чувствуются благодаря ряду особенностей глаза. Так, сферическая aberrация не очень заметна, потому что распределение освещения в пятнах рассеяния неравномерно и самая светлая и самая важная для зрительного ощущения часть пятна очень мала; при сильном же освещении, когда боковые части кружка рассеяния могли бы дать себя знать, сильно уменьшается диаметр зрачка, что улучшает дело. Астигматизм наклонных пучков почти незаметен, ибо способность сетчатки к хорошему распознаванию быстро понижается от центра к краям; поэтому изображение каждой фиксируемой точки бессознательно приводится на ось глаза, проходящую через самую выгодную часть сетчатки («центральная ямка», см. § 185). Недостаточность поля зрения этой малой рабочей части превосходно компенсируется подвижностью глаза. Хроматическая aberrация практически незаметна, потому что глаз очень чувствителен лишь к сравнительно узкой части спектра.

Комбинация указанных факторов приводит к тому, что нормальный глаз позволяет очень хорошо судить о внешнем виде предметов.

Однако вследствие характера структуры сетчатой оболочки, состоящей из отдельных элементов, глаз воспринимает как единую дие

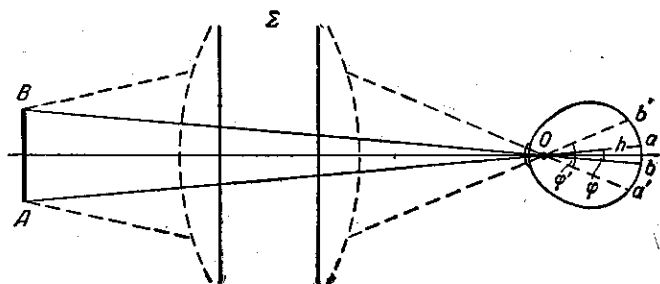


Рис. 177. Действие оптической системы на видимый угловой размер изображения.  $O$  — оптический центр глаза;  $h$  — глубина глаза;  $AB$  — предмет;  $ab$  — его изображение в невооруженном глазу;  $\varphi$  — угол зрения невооруженного глаза;  $a'b'$  — изображение предмета в глазу, вооруженном оптической системой  $\Sigma$ ;  $\varphi'$  — угол зрения вооруженного глаза.

точки объекта, если они настолько близки, что обе изображаются на одном элементе сетчатки (колбочке). Таким образом, участок предмета, изображение которого лежит внутри границ, определяемых структурой сетчатки, воспринимается как точка (так называемая *физиологическая точка*), и никакое распознавание деталей в пределах этого участка невозможно. Величина такого участка зависит, конечно, от расстояния объекта до глаза и может быть определена *углом зрения*, обусловливающим соответственный размер изображения (рис. 177), ибо диаметр изображения  $ab = \varphi h$ , где  $\varphi$  — угол зрения,  $h$  — глубина глаза (от оптического центра  $O$  до сетчатки), равная для среднего глаза 15 мм.

Минимальный угол зрения, необходимый для различения деталей, носит название *физиологического предельного угла* и равен для невооруженного глаза приблизительно *одной минуте*. Однако такое значение угла разрешения деталей невооруженным глазом имеет место при условии, что наблюдаемый объект хорошо освещен.

Обычно испытание разрешающей способности глаза производится с помощью испытательного объекта, имеющего вид, показанный на рис. 178, *a* (кружок Лайдолта). Углом разрешения считается тот угол, под которым виден промежуток разрыва, еще отчетливо устанавливаемый испытуемым. За единицу остроты зрения принимают

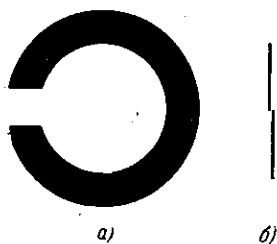


Рис. 178. Тест-объекты для исследования остроты зрения. *a* — кружок Ландольта: черное кольцо на белом фоне; наружный диаметр кольца 5 мм, ширина кольца и промежуток разрыва 1 мм. Испытуемый должен дать ответ, в какую сторону ориентирован разрыв; *b* — объект для испытания повышенной разрешающей силы глаза.

остроту зрения, которой соответствует угол разрешения в  $1'$ . Острота зрения равна  $\frac{1}{2}$ , если минимальный разрешаемый угол равен  $2''$ , и т. д. Зависимость угла разрешения от освещенности теста для нормального глаза приведена в нижеследующей таблице. Из нее видно, что при хорошей освещенности (свыше 100 люксов) острота зрения нормального глаза несколько больше единицы.

Освещенность фона в люксах	Угол разрешения в минутах	Освещенность фона в люксах	Угол разрешения в минутах
0,0001	50	0,5	2
0,0005	30	1	1,5
0,001	17	5	1,2
0,005	11	10	0,9
0,01	9	100	0,8
0,05	4	500	0,7
0,1	3	1000	0,7

Таким образом, при малых освещенностях разрешающая способность глаза может быть гораздо меньше  $1'$  и доходит до  $1^\circ$ .

Приближая предмет к глазу, мы уменьшаем ту часть предмета, которая вырезается предельным физиологическим углом, и, следовательно, получаем возможность различать более мелкие детали. Однако приближение объекта ограничено способностью к аккомодации, и для нормального глаза наиболее удобным оказывается расстояние 25 см (расстояние наилучшего зрения). Делая усилие, нормальный молодой глаз может рассматривать предмет и с расстояния до 10 см. Близорукий глаз допускает уменьшение этого расстояния и поэтому может различать более мелкие детали. Дальновзоркий глаз, в частности глаз пожилых людей, затрудняется в различении деталей (например, чтение).

Дальнейшее улучшение распознавания деталей возможно с помощью оптических приборов, дающих совместно с глазом изображение на сетчатке. Отношение длин этого изображения на сетчатке в случае вооруженного и невооруженного глаза и называется *увеличением* оптического инструмента. Согласно рис. 177 оно равно отношению  $\frac{\text{tg } \varphi'}{\text{tg } \varphi}$ , где  $\varphi'$  и  $\varphi$  — соответственно углы зрения, под которыми предмет виден через инструмент и без него.

## § 82. Оптические инструменты, вооружающие глаз

а) Лупа — простая система (одна или несколько линз) с небольшим фокусным расстоянием (примерно от 100 до 10 мм). Мнимое увеличенное изображение предмета получается на расстоянии наилучшего зрения (250 мм для нормального глаза) или в бесконечности, т. е. рассматривается глазом без усилия аккомодации. При обоих

способах применения лупы увеличение, ею даваемое, практически одно и то же и равно

$$N = \frac{\operatorname{tg} \varphi'}{\operatorname{tg} \varphi} = \frac{D}{f} \quad (82.1)$$

(см. упражнение 104), где  $D$  — расстояние наилучшего зрения и  $f$  — фокусное расстояние лупы. Так как  $D = 250$  мм, то обычно применяемые лупы дают увеличение от 2,5 до 25 раз. Для близорукого глаза  $D$  меньше и, следовательно, лупа оказывает меньшую помощь в распознавании деталей.

**б) Микроскоп.** Для получения больших увеличений применяют микроскоп, представляющий в принципе комбинацию двух оптических систем — объектива и окуляра, — разделенных значительным расстоянием. Если фокусные расстояния объектива и окуляра соответственно  $f_1$  и  $f_2$ , то фокусное расстояние всей системы есть  $f = f_1 f_2 / \Delta$ , где  $\Delta$  — расстояние между фокусами обеих систем (см. упражнение 96). Увеличение, даваемое микроскопом,

$$N = \frac{D}{f} = \frac{D \Delta}{f_1 f_2}, \quad (82.2)$$

может быть сделано очень значительным. Так, например, при  $f_1 = 2$  мм,  $f_2 = 15$  мм,  $\Delta = 160$  мм имеем  $f = 0,11$  мм и  $N = 1335$ .

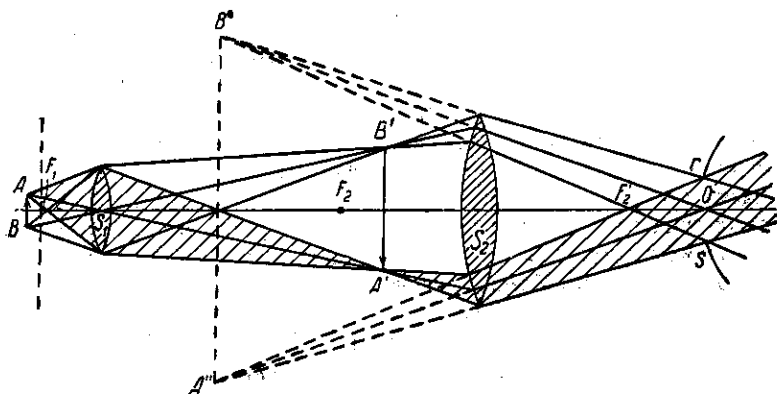


Рис. 179. Схематическое изображение хода лучей в микроскопе.  $S_1$  — объектив;  $S_2$  — окуляр;  $AB$  — предмет;  $A'B'$  — действительное изображение, даваемое объективом;  $A''B''$  — мнимое изображение, видимое в окуляре.

Впрочем, полезному увеличению, даваемому микроскопом, кладут предел дифракционные явления (см. гл. XIV), и поэтому приведенный расчет имеет лишь ориентировочное значение.

Схема оптической системы микроскопа показана на рис. 179. Малый объект  $AB$  помещается вблизи главного фокуса  $F_1$  объектива  $S_1$ , который дает его увеличенное действительное изображе-

ние  $A'B'$ .  $A'B'$  рассматривают через окуляр  $S_2$  так, чтобы увеличенное мнимое изображение  $A''B''$  получалось на расстоянии лучшего зрения от глаза или в бесконечности (наблюдение спокойным глазом). Оба способа наблюдения одинаково пригодны (см. раздел о лупе).

От предмета к объективу свет поступает *широкими* пучками, что важно для использования больших световых потоков и улучшения разрешающей способности микроскопа (см. гл. XIV). Так как обычно в микроскопе наблюдаются не-светящиеся объекты, то для обеспечения широких пучков важно иметь специальное осветительное устройство (конденсор). Объектив микроскопа, работающий широкими пучками, должен удовлетворять условию апланатизма для точки вблизи фокуса; требуется также хорошая ахроматизация (ахроматы и апохроматы). Хороший объектив состоит из многих линз (иногда свыше 10).

Рис. 180 показывает разрез конденсора и сравнительно простого объектива микроскопа. Свет от препарата достигает объектива, проходя через покровное стекло. Благодаря явлению полного внутреннего отражения до объектива могут дойти лишь те лучи, которые составляют внутри стекла конус с апертурой около  $42^\circ$ . Этот угол может быть увеличен, а следовательно, увеличен и световой поток, поступающий в объектив, если вместо сухих объективов применять *иммерсионные*, при которых просвет между покровным стеклом и объективом заполняется жидкостью — водой или маслом. При сухих системах наличие покровного стекла имеет существенное значение и в другом отношении, ибо толщина стекла влияет на величину сферической аберрации. Поэтому все расчеты объективов делаются в предположении, что толщина покровного стекла равна  $0,17 \text{ мм}$  ( $0,15—0,20 \text{ мм}$ ). Во всех сильных сухих объективах применяют в настоящее время *коррекционную оправу*, позволяющую несколько изменять расстояние между верхними и нижними линзами объектива, что дает возможность уничтожить сферическую аберрацию при покровном стекле несоответствующей толщины. В случае *гомогенной* иммерсии, когда покровное стекло, иммерсионная жидкость и фронтальная линза объектива имеют одинаковый показатель преломления, толщина покровного стекла не имеет никакого значения, так как ее можно компенсировать изменением толщины иммерсионного слоя между покровным стеклом и объективом. Иммерсионные

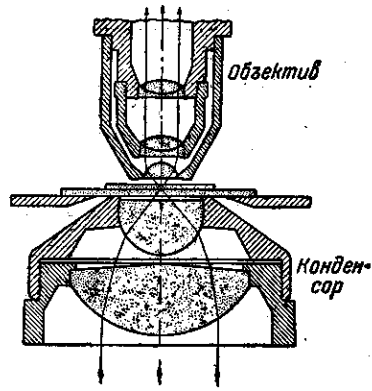


Рис. 180. Разрез конденсора и несложного объектива микроскопа.

системы имеют важное значение также для повышения разрешающей способности микроскопа (см. § 87).

Окуляр работает узкими пучками, но при этом приходится иметь дело и с наклонными пучками. Поэтому в окуляре стремятся к исправлению астигматизма, кривизны поля и хроматической аберрации (см. § 76, в). Объектив и окуляр микроскопа делаются сменными, так что можно применять различные комбинации в зависимости от задачи. Массивный штатив и тщательно выполненные приспособления для передвижения подвижных частей микроскопа составляют существенную часть хороших аппаратов.

**в) Зрительные трубы.** Зрительные трубы (телескопы) вооружают глаз для рассматривания деталей удаленного предмета. Они также состоят (рис. 181) из объектива  $L_1$  и окуляра  $L_2$ ; действительное (уменьшенное и перевернутое) изображение отдаленного

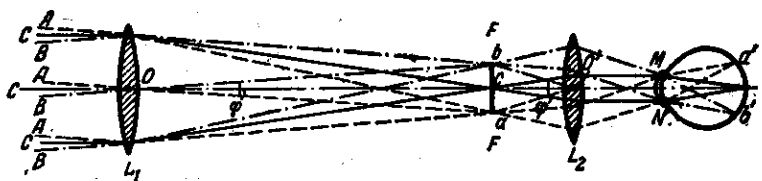


Рис. 181. Схематическое изображение хода лучей в зрительной трубе.

— — — — — лучи, идущие от верхнего края (точка  $A$ ) удаленного объекта; ————— лучи, идущие от середины (точка  $C$ ) удаленного объекта; - - - - - лучи, идущие от нижнего края (точка  $B$ ) удаленного объекта;  $Oc = f$  — фокусное расстояние объектива  $L_1$ ;  $cO' = f_2$  — фокусное расстояние окуляра  $L_2$ ;  $MN$  — зрачок глаза, аккомодированного на бесконечность.

предмета, даваемое объективом, рассматривается в окуляре, как в лупу. В зависимости от расстояния предмета до объектива изображение получается в задней фокальной плоскости объектива или несколько дальше. В соответствии с этим нужно несколько передвигать окуляр (фокусировка).

На рис. 181  $\varphi$  есть угол зрения на отдаленный предмет;  $\varphi'$  — угол зрения, под которым видно изображение. Действительно, в глаз вступают параллельные пучки, и оси пучков, идущих от краев изображения, составляют угол  $\varphi' = bO'a$ , ибо  $a$  и  $b$  лежат в фокальной плоскости окуляра.

Увеличение системы, как видно из рис. 181, есть

$$N = \frac{\operatorname{tg} \varphi'}{\operatorname{tg} \varphi} = \frac{f_1}{f_2}, \quad (82.3)$$

т. е. равно отношению фокусных расстояний объектива и окуляра.

Нормальный глаз в спокойном состоянии воспринимает параллельные лучи (визирует бесконечно удаленную точку); для этого передняя фокальная плоскость окуляра должна быть совмещена

с изображением объекта. В частности, если объект бесконечно далек, то задний фокус объектива приводится в совпадение с передним фокусом окуляра (телескопическая система) (рис. 182). Рисунок показывает, что увеличение телескопической системы можно выразить также как отношение диаметров сечения пучков, входящих

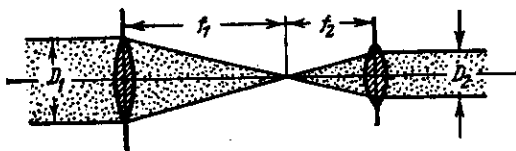


Рис. 182. Ход лучей в телескопической системе.

$$\text{Увеличение системы } N = \frac{\varphi'}{\varphi} = \frac{f_1}{f_2} = \frac{D_1}{D_2}.$$

в объектив и выходящих из окуляра, т. е. как отношение диаметров входного и выходного зрачков системы (см. также упражнение 99).

Изображение, даваемое объективом, перевернутое. Окуляр в некоторых случаях оставляет изображение перевернутым (астрономические трубы), в иных переворачивает еще раз, давая в конечном счете прямое изображение. Получение прямого изображения, важное для земных наблюдений, достигается разными способами [устройство окуляра, дополнительно переворачивающие призмы (призматические бинокли)]. Для каждой реальной трубы важно установить расположение диафрагм и оправ, определяющих апертурную диафрагму (входной и выходной зрачки) и диафрагму поля зрения.

Так как зрительные трубы любого типа предназначены, прежде всего, для вооружения глаза, то их выходной зрачок не должен превосходить размеров зрачка глаза. В противном случае часть светового потока, выходящего из трубы, будет задержана радужной оболочкой и не будет участвовать в построении изображения. Это значит, что внешние зоны объектива будут выключены из работы, причем действующей апертурной диафрагмой явится зрачок глаза наблюдателя. Таким образом, для правильного использования всей поверхности объектива необходимо согласовать подбираемый к нему окуляр, а следовательно, и увеличение трубы, так чтобы выходной зрачок имел нужные размеры. При ночных наблюдениях зрачок глаза не превосходит 6—8 мм; при хорошем дневном освещении он равняется примерно 2—3 мм.

Так как увеличение равно  $N = \frac{D_1}{D_2}$ , то *минимальное* увеличение, которое рационально применять для полного использования диаметра трубы, определится в зависимости от назначения трубы (дневные

или ночные наблюдения) и размеров объектива. Так, для трубы с объективом  $D = 50$  мм увеличение при ночных наблюдениях должно быть не меньше 7—8-кратного ( $N = \frac{50}{7}$ ), а при дневных — не меньше 20-кратного ( $N = \frac{50}{2,5}$ ). Для большого же телескопа ( $D = 500$  мм) минимальные увеличения должны лежать в пределах от 75 (звездные наблюдения) до 200 (солнечные наблюдения). Вредным оказывается также и применение слишком больших увеличений, ибо когда выходной зрачок инструмента становится очень малым, то благодаря дифракции на выходном зрачке глаз уже не в состоянии различать детали изображения (ср. § 86). Нижним пределом диаметра выходного зрачка можно считать значение около 1 мм. В соответствии с этим *максимальное* полезное увеличение трубы с объективом 50 мм будет около 50 и для трубы с полуметровым объективом — около 500. Таким образом, для каждого диаметра объектива трубы можно указать сравнительно ограниченный диапазон рациональных увеличений, которые должны быть обеспечены подходящим выбором окуляров.

Зрительные трубы имеют очень широкое распространение и существуют в виде разнообразных вариантов, начиная от биноклей разного типа и кончая астрономическими телескопами. Главное внимание при коррекции объективов этих инструментов направляется на исправление сферической и хроматической аберраций и выполнение условия синусов, чего можно добиться применением дуэльных систем (см. § 72, а). Впрочем, современные трубы нередко делаются с более сложными объективами, позволяющими отчетливо видеть обширные участки горизонта. Окуляры труб должны обладать значительным углом зрения (от 40 до 70°) и, следовательно, в них надлежит устранять астигматизм наклонных пучков, кривизну поля и хроматизм. Поэтому окуляры делаются всегда сложными, по крайней мере из двух линз.

Наиболее высокие требования предъявляются к зрительным трубам, предназначенным для астрономических наблюдений (телескопы). Для того чтобы обеспечить возможно большее увеличение при допустимом размере выходного зрачка и, следовательно, хорошем различении деталей, необходимо, как мы увидим, применение телескопов с возможно большими диаметрами объективов (ср. § 86). То же требование возникает и в связи с задачей наблюдения очень слабых звезд (см. § 85). Наиболее сильными трубами являются в настоящее время *рефлекторы*, т. е. телескопы с отражательным объективом. Первый отражательный телескоп был построен Ньютоном (1672 г.), обратившимся к веркалам в предположении, что линзовые объективы неизбежно страдают хроматической аберрацией. Известно, что заключение Ньютона было ошибочно (см. § 76), и построение ахроматических объективов воз-



можно. В настоящее время имеются первоклассные *рефракторы*; однако технически легче изготовить зеркало большого диаметра, чем однородный стеклянный диск, пригодный для изготовления большого линзового объектива. Поэтому, хотя требования к точности изготовления отражающей поверхности примерно в четыре раза выше, чем для преломляющей, изготовление очень больших зеркальных объективов оказалось более легкой задачей. Так, в настоящее время существует рефлектор с диаметром зеркала в 257 см (обсерватория Маунт-Вильсон) и недавно вступил в строй рефлектор с диаметром около 500 см (в обсерватории Маунт-Паломар), тогда как диаметр объектива наибольшего из существующих рефракторов достигает всего 100 см.

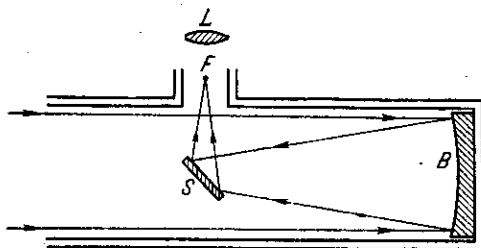


Рис. 183. Схема рефлектора Ньютона.

Схема рефрактора в принципе такая же, как на рис. 181.

Схема рефлектора простейшего типа в том виде, как она была предложена Ньютоном, изображена на рис. 183. *B* — отражательное зеркало. Плоское отклоняющее зеркало *S* служит для того, чтобы иметь возможность помещать окуляр и голову наблюдателя вне основного пучка и не вносить слишком большого диафрагмирования. Для огромных современных рефлекторов помещение наблюдателя целиком внутри трубы приводит к относительно небольшому и вполне допустимому экранированию. Однако тепловые токи от

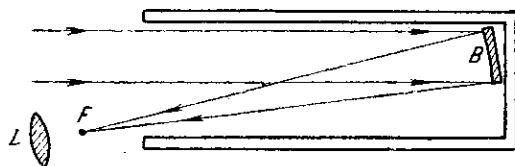


Рис. 184. Схема рефлектора Ломоносова — Гершеля.

тела наблюдателя внутри основного хода световых лучей приводят к сильному понижению качества изображения. Поэтому сохраняют отклоняющее зеркало.

На рис. 184 изображена схема отражательного телескопа, изобретенного Ломоносовым, а позднее осуществленного также и Гершелем. Характерной особенностью этой схемы является отсутствие вспомогательного зеркала *S* (что было особенно важным, так как в то время еще не умели делать хорошие зеркала) и наклон отражательного зеркала *B*, позволяющий устранить все экранирующие препятствия из главного хода лучей. Необходимость работать с пучками, наклоненными к осн, ведет к ухудшению качества изображений в этих рефлекторах.

Хотя рефлекторы свободны от хроматической aberrации, однако при сферической форме зеркал весьма значительной помехой является сферическая aberrация. Поэтому в хороших рефлекторах приходится изготавливать асферические зеркала, например, в виде параболоида вращения, что технически значительно сложнее. Обычно применяют сложные системы из двух неплоских асферических зеркал (главного и вторичного), подобные изображенной на рис. 185 (система Кассегрена). Дальнейшее усовершенствование подобных рефлекторов может быть получено за счет взаимной компенсации aberrаций, вносимых каждым из зеркал.

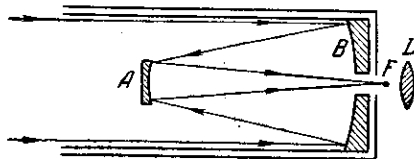


Рис. 185. Схема рефлектора Кассегрена.

Таким образом, удается получить, применяя эллиптические и гиперболические зеркала, системы, в которых исправлена не только сферическая aberrация, но и кома. По мнению одного из лучших современных оптотехников Д. Д. Максудова, на этом пути, по-видимому, можно будет получить наиболее совершенные гигантские телескопы.

Весьма удачным решением задачи получения превосходных в оптическом отношении и сравнительно недорогих систем являются смешанные системы, где зеркальная оптика сочетается с линзовой, приводя к весьма полному устранению ряда вредных aberrаций. Наиболее совершенной системой этого рода являются менисковые системы Д. Д. Максудова (рис. 186), где отражательное сферическое зеркало  $B$  сочетается с мениском  $M$  (см. § 67), также ограниченными сферическими поверхностями. Применяя соответственно рассчитанный мениск так, чтобы его aberrации компенсировали aberrации зеркала, удается получить систему, главные aberrации которой во много раз меньше соответствующих aberrаций линзовой системы того же относительного отверстия. Так, по данным Д. Д. Максудова, при относительном отверстии 1:5 у менисковой системы сферическая aberrация меньше в 11 раз, кома — в 11 раз, сферохроматическая aberrация — в 124 раза, вторичный спектр — в 640 раз и хроматизм увеличения — в 3,8 раза, чем у эквивалентного линзового объектива. Эти огромные преимущества в соединении с относительной простотой расчета и изготовления (сферические поверхности!) делают менисковые системы замечатель-

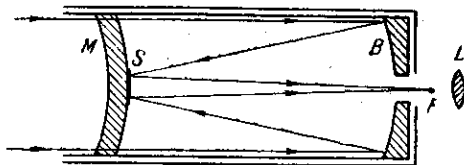


Рис. 186. Схема одного из менисковых телескопов Д. Д. Максудова.

ным достижением оплотехники. На этом принципе может быть построен любой тип рефлектора, и притом с большим совершенством. Например, рис. 186 дает осуществление по принципу Максутава телескопа типа Кассегрена. По этому принципу строятся в настоящее время как превосходные астрономические инструменты, так и скромные бытовые приборы (очки-бинокли, фотообъективы и т. д.).

### § 83. Проекционные устройства

Оптические инструменты, рассмотренные в предыдущем параграфе, предназначены в помощь глазу и дают *мнимые* изображения, которые может воспринимать лишь один наблюдатель, смотрящий в окуляр (субъективное наблюдение). Другой тип приборов дает действительные изображения, которые отбрасываются на экран и могут поэтому одновременно рассматриваться целой аудиторией (объективное наблюдение). Эти инструменты носят название *проекционных*; они получили особое распространение в последнее время (проекционный фонарь, киноаппарат).

Назначение проекционной системы — давать увеличенное действительное изображение светящегося или освещенного предмета. Для этого он располагается около главной фокальной плоскости проектирующего объектива, могущего перемещаться для резкой наводки. Наиболее распространенный вид проекции есть проектирование диапозитива или чертежа, размеры которых обычно больше размеров проектирующего объектива. Последний должен быть исправлен на сферическую и хроматическую аберрации, на астигматизм и кривизну поля. Хороший проекционный объектив приближается по своим данным к фотографическому.

При больших увеличениях очень важной задачей является хорошее использование идущего от объекта светового потока, ибо он должен распределяться на большой поверхности увеличенного изображения. Так как размеры объекта значительны, то необходимо специальное осветительное устройство, позволяющее направить весь идущий от объекта свет в сравнительно небольшой проекционный объектив. Это достигается при помощи короткофокусного конденсора  $C$  значительного размера, расположенного, как показано на рис. 187, с таким расчетом, чтобы свет от него сходился на входном зрачке проектирующего объектива  $O$ . Так как, с другой

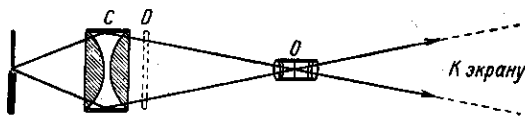


Рис. 187. Схематическое изображение хода лучей в проекционном устройстве. Конденсор  $C$  проектирует источник света на входной зрачок объектива  $O$ . Объектив  $O$  проектирует диапозитив  $D$  на удаленный экран.

стороны, расстояние от объектива до предмета  $D$  должно соответствовать резкой наводке, то конденсор и объектив должны быть согласованы друг с другом.

Современные светосильные объективы сделали возможным удобное проектирование и непрозрачных объектов (*эпипроекция*). В этом

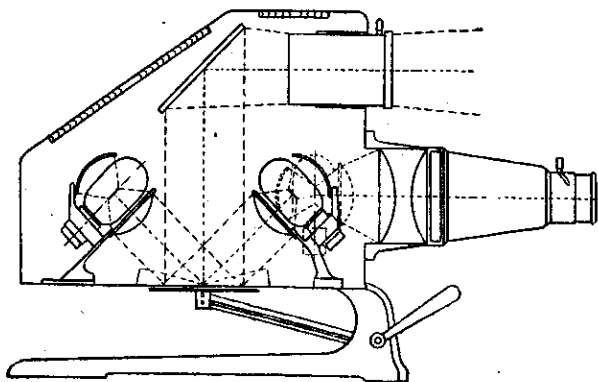


Рис. 188. Разрез несложного эпидиаскопа.

случае объект (чертеж) сильно освещается сбоку при помощи ламп и зеркал и светосильный объектив проектирует освещенный предмет на экран. Во многих приборах скомбинировано устройство для проектирования прозрачных (диа) и непрозрачных (эпи) объектов. Приборы этого типа носят название *эпидиаскопов*. Схема и общий вид простого эпидиаскопа приведены на рис. 188 и 189.

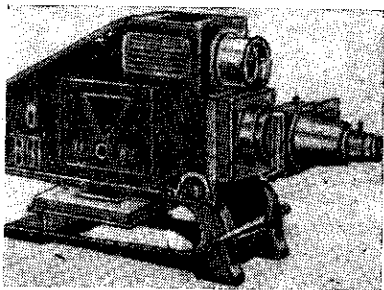


Рис. 189. Общий вид несложного эпидиаскопа.

Для проектирования микроскопических объектов применяют микроскоп, окуляр которого заменяют специальным проектирующим устройством; впрочем, можно получить действительное изображение на экране и с обычным окуляром, смещенным соответствующим образом, или даже совсем без окуляра.

Основная трудность при микропроектировании с большим увеличением состоит в недостатке освещенности изображения. Несмотря на ряд усовершенствований в осветительных устройствах, применение микропроекции в больших аудиториях до сих пор удается плохо.

## § 84. Спектральные аппараты

Несколько особое место среди оптических инструментов занимают спектральные аппараты, предназначенные не для получения

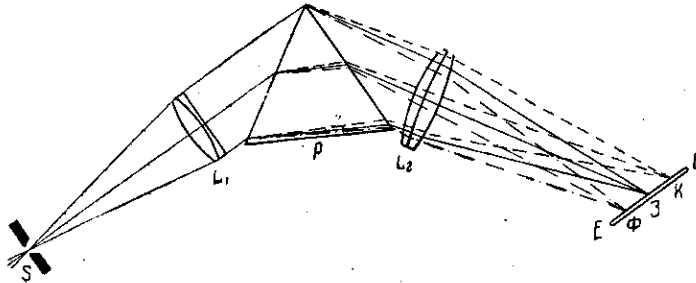


Рис. 190. Схематическое изображение хода лучей в спектрографе.  $S$  — щель;  $L_1$  — объектив коллиматора;  $P$  — призма;  $L_2$  — объектив камеры;  $EE$  — фотопластинка.

изображения светящегося объекта, а для исследования спектрального состава посылаемого света. В соответствии с этим существенную часть спектрального аппарата составляет приспособление для разложения света по длинам волн. Такую роль выполняет призма из материала со значительной дисперсией, дифракционная решетка или какой-либо интерференционный прибор. Эти последние служат для детального анализа света, довольно близкого к монохроматическому, ибо дисперсионная область этих приборов весьма ограничена. Поэтому их нередко употребляют в соединении с призматическим спектральным аппаратом, который является наиболее распространенным инструментом этого рода.

Схематическое устройство призматического спектрографа показано на рис. 190, а общий вид — на рис. 191. Получение чистого спектра возможно, если аппарат обеспечивает изображение в спектральных цветах очень узкого светящегося объекта так, что даже близкие по длине волны изображения не налагаются друг на друга. Поэтому существенной частью прибора является щель  $S$ , состоящая из двух ножей, могущих сближаться и удаляться при помощи винта.

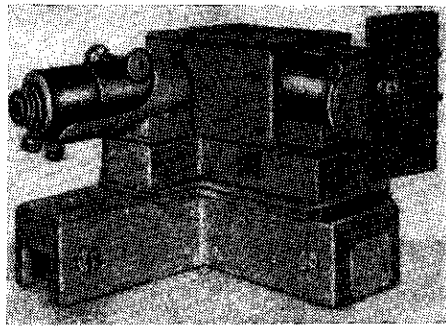


Рис. 191. Общий вид спектрографа.

Рабочая ширина щели меняется от нескольких тысячных до нескольких десятых миллиметра; для специальных целей применяют и более широкие щели.

Система объективов и призмы  $P$  обеспечивает резкое изображение щели в плоскости  $E$ , где помещается фотографическая пластинка. Так как свет от щели должен проходить через призму, то для устранения астигматизма пучок падающих на нее лучей делается параллельным (см. § 74). Для этой цели служит передняя труба (коллиматор), где щель  $S$  располагается в фокальной плоскости линзы  $L_1$ . Так как щель имеет малые размеры (несколько сотых миллиметра по ширине и 3—4 мм по высоте) и помещается на оси объектива  $L_1$ , то последний должен быть исправлен главным образом на сферическую и хроматическую аберрации, чтобы обеспечить параллельные пучки для разных длин волн. Поэтому обычно объектив коллиматора изготавливается в виде склеенной ахроматической линзы.

Параллельные пучки, выходящие из призмы, имеют для разных длин волн различное направление, составляя несколько градусов между собой, в зависимости от материала призмы и их числа. Однако даже при значительной дисперсии различие направлений не превышает нескольких градусов. Поэтому объектив камеры может иметь небольшое поле зрения; зато в современных аппаратах нередко требуются объективы с большими относительными отверстиями \*). Они должны быть исправлены на сферическую аберрацию и кому. Коррекция на хроматическую аберрацию не обязательна, ибо лучи разных длин волн дают изображение в разных точках пластинки. Поэтому резкость изображения для разных длин волн достигается соответствующим наклоном пластинки. Желательно, однако, рассчитать систему так, чтобы получить спектр, лежащий в одной плоскости. В противном случае фотопластинку приходится соответствующим образом выгибать, что достигается при помощи кассеты специальной формы.

Размеры объективов выбираются в соответствии с размерами призмы так, чтобы не диафрагмировались пучки разных направлений, соответствующие разным длинам волн. При увеличении размеров призмы не только увеличивается количество света, поступающего в прибор (светосила аппарата), но увеличивается и разрешающая способность его, т. е. возможность различения близких длин волн (см. § 90).

Параллельный пучок, исходящий из центра щели, лежащего на оптической оси коллиматора, имеет плоскостью падения главное сечение призмы; пучки, исходящие от других точек щели, падают под углом к главному сечению и преломляются тем сильнее, чем дальше

---

\*) Существуют спектрографы, объектив которых имеет относительное отверстие 1:0,7 при диаметре около 15 см.

от центра отстоит соответствующая точка щели. Поэтому прямолинейная щель изображается в виде дуги, обращенной выпуклостью к красному концу спектра. Это *искривление* спектральных линий тем значительнее, чем выше щель и короче фокус коллиматора.

Материалом призм (и линз) в приборах, предназначенных для работы с видимым светом, служит стекло с большой дисперсией (флинт), в приборах для ультрафиолета — кварц или сильвин (для  $\lambda > 2000 \text{ \AA}$ ) и флюорит (для  $\lambda < 2000 \text{ \AA}$ ). Инфракрасные спектрографы снабжаются оптикой из каменной соли или сильвина, а также из кварца и флюорита и других специальных материалов.

Угол между направлением лучей различных длин волн (угловая дисперсия  $\Delta\varphi/\Delta\lambda$ ) определяется числом призм, их материалом и величиной преломляющих углов. Некоторые из призм описаны в § 76. Дисперсия в призме зависит также от ее положения в параллельном пучке лучей. Дисперсия сильно возрастает, если угол падения лучей делается меньше угла, соответствующего положению минимального отклонения (§ 76). Однако при таком положении ширина выходящего пучка становится значительно меньше ширины падающего и призма действует как телескопическая система, дающая увеличение (см. упражнение 100). Это обстоятельство невыгодно отзывается на светосиле спектрального аппарата. Впрочем, благодаря значительному увеличению угловой дисперсии при такой установке призм можно применять более короткофокусные и, следовательно, более светосильные камерные объективы. Поэтому такие системы иногда применяются (В. М. Чулановский), хотя в большинстве спектрографов призму располагают в минимуме отклонения. Расстояние на пластинке между линиями разной длины волны (линейная дисперсия  $\Delta l/\Delta\lambda$ ) зависит от фокусного расстояния  $f'$  объектива камеры, так что

$$\frac{\Delta l}{\Delta\lambda} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta\lambda} f'. \quad (84.1)$$

Величина изображения щели на фотопластинке при положении призм в минимуме отклонения зависит от фокусного расстояния коллиматора  $f$  и камеры  $f'$ . Если щель имеет ширину  $b$  и высоту  $h$ , то ее изображение будет иметь рамеры соответственно  $b'$  и  $h'$ . Нетрудно видеть, что

$$b' = \frac{bf'}{f} \quad \text{и} \quad h' = \frac{hf'}{f}.$$

Отношение площадей щели  $S$  и ее изображения  $S'$  при установке на минимуме отклонения и для монохроматического света есть

$$\frac{S}{S'} = \frac{f^2}{f'^2}. \quad (84.2)$$

Это отношение имеет значение при расчете светосилы спектрографа, которая оказывается тем меньше, чем больше  $f'^2$  (см. упражнение 122).

Таким образом, увеличение фокусного расстояния камерного объектива ( $f'$ ), понижая светосилу спектрографа, увеличивает его линейную дисперсию. Последнее обстоятельство может быть весьма полезным, ибо благодаря зернистой структуре фотопластинок близкое положение изображений двух линий на фотопластинке затрудняет их различение.

Для наилучшего использования света прибором нередко между щелью и источником света располагают вспомогательную линзу (конденсор), с тем чтобы свет заполнил весь объектив коллиматора. Увеличение размеров конденсора, при котором апертура выходящего из него пучка превышает апертуру коллиматора, бесполезно с точки зрения использования светового потока, однако некоторое перезаполнение коллиматора представляет известные преимущества с точки зрения получения условий освещения, легче поддающихся теоретическому анализу (увеличение «коэффициента некогерентности» освещения). При больших линейных размерах источника света, расположенного на соответствующем расстоянии от щели, необходимое заполнение коллиматора осуществляется чисто геометрически, без помощи конденсора. Однако и в этих случаях, равно как и при малых размерах источника, нередко применяют конденсоры даже более сложного устройства, с тем чтобы выделить ту или иную часть источника света и обеспечить равномерность освещения щели и равномерность освещенности изображения (устранение виньетирования см. § 79).

### § 85. Восприятие света. «Ночезрительная труба» М. В. Ломоносова

Рассмотрим теперь, как реагируют на свет наши приемные аппараты и какова роль оптических инструментов при восприятии света.

Световое восприятие глаза обусловлено раздражением зрительного нерва, которое вызывается освещением сетчатой оболочки глаза. Так как отдельные элементы сетчатки реагируют на раздражение независимо, то увеличение освещенной поверхности сетчатки не усиливает светового раздражения отдельных элементов, а осознается как увеличение освещенного поля. Поэтому световое ощущение будет определяться *освещенностью* сетчатки, т. е. величиной светового потока, приходящегося на единицу поверхности сетчатки. В этом отношении глаз подобен фотоаппарату, где также почернение пластинки в каждом данном месте зависит от освещенности пластинки, а увеличение размеров освещенной части только увеличивает поле изображения\*).

\*) Впрочем, существуют наблюдения, показывающие, что при неизменной освещенности сетчатки световое ощущение зависит в известных пределах от размера изображения, достигая максимума при угловом размере изображения примерно в  $5-7^\circ$ . Это явление еще не получило своего объяснения и, вероятно, связано с физиологическими особенностями глаза.



Однако в отличие от глаза фотопластинка *интегрирует* световой поток по времени, так что удлинение времени освещения приводит к увеличению почернения в каждом участке пластинки; благодаря этому фотопластинка может быть использована для регистрации крайне слабых потоков, если заставить их действовать достаточное время. Наоборот, продолжительность светового действия не увеличивает, вообще говоря, светового восприятия глаза, и если освещенность сетчатки столь мала, что мы не ощущаем света (ниже порога раздражения), то удлинение раздражения не улучшает дела. Впрочем, элемент времени играет известную роль в зрительном восприятии в связи со способностью глаза приспособляться к изменениям условия освещения (адаптация) и другими физиологическими процессами (см. § 185).

Фотоэлемент в отличие от глаза и фотопластинки реагирует не на освещенность чувствительной поверхности, а на световой поток, ибо фототок, т. е. число электронов, освобождаемых в единицу времени действующим светом, пропорционален количеству световой энергии, поглощаемой за секунду всей освещенной поверхностью. Поэтому чувствительность фотоэлемента обычно выражают в микроамперах на люмен. Фотоэлемент может работать и как прибор, интегрирующий световое действие по времени, если измеряется количество выделившихся зарядов (электрометр с емкостью); если же измеряется сила возникающего тока (гальванометр), то интегрирование по времени не имеет места.

В соответствии с указанным различием перечисленные приборы по-разному отзываются на приближение светящегося объекта. В случае фотоэлемента приближение светящейся поверхности увеличивает световой поток и, следовательно, усиливает действие. Для глаза же и фотокамеры дело обстоит иначе, ибо при этом меняется не только поток, но и размер изображения.

Пусть  $AB$  (рис. 192) есть светящаяся поверхность, воспринимаемая камерой или глазом,  $O$  — оптический центр системы,  $A'B'$  — изображение,  $r = OM \approx OA \approx OB$  — расстояние до предмета,  $ON = h$  — расстояние до изображения (глубина камеры или глаза). Обозначим через  $S$  площадь входного зрачка системы (диафрагмы объектива или зрачка глаза),  $\sigma$  — площадь  $AB$  и  $\sigma'$  — площадь  $A'B'$ . Нетрудно видеть, что

$$\sigma' = \sigma \cos \varphi \frac{h^2}{r^2}.$$

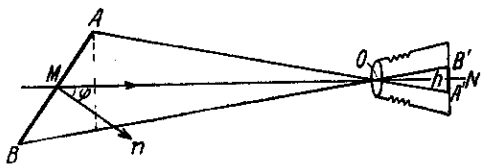


Рис. 192. К выводу зависимости освещенности изображения от яркости предмета и параметров оптической системы.

Если яркость светящейся поверхности есть  $B$  (для простоты расчета предположим, что поверхность удовлетворяет закону Ламберта, т. е.  $B$  не зависит от направления), то поток, поступающий в систему, есть

$$\Phi = B\sigma \cos \varphi d\Omega = B\sigma \cos \varphi \frac{S}{r^2}, \quad (85.1)$$

так как телесный угол потока, направляемого в систему, есть

$$d\Omega = \frac{S}{r^2}.$$

Итак, освещенность фотопластины (сетчатки) есть

$$E = \frac{\Phi}{\sigma} = B \frac{S}{h^2}. \quad (85.2)$$

Формула показывает, что при заданном  $\frac{S}{h^2}$  освещенность пропорциональна яркости источника. Для глаза, таким образом, зрительное восприятие не зависит от расстояния, ибо  $h$  практически не меняется с изменением  $r$ . Так, например, рассматривая ряд фонарей вдоль длинной улицы, мы по зрительному ощущению правильно оцениваем их одинаково яркими, несмотря на различие в их удаленности (конечно, в случае вполне прозрачной атмосферы) (см. упражнение 10). Для фотокамеры это также имеет место, если только предмет не приближается настолько близко, что приходится увеличивать  $h$ . Для удаленных предметов  $h$  практически равно фокусному расстоянию объектива  $f$ . Таким образом, освещенность в фотокамере пропорциональна светосиле объектива  $(D/f)^2$ . Соотношение  $E = BS/h^2$  показывает, почему при рассматривании (фотографировании) предметов малой яркости мы расширяем зрачок глаза (или увеличиваем апертурную диафрагму объектива).

Так как освещенность сетчатки пропорциональна яркости объекта, то рассматривание слишком ярких объектов может вызывать болезненные явления. Исследования показывают, что верхний предел яркости, безболезненно переносимый глазом, — около 16 св. Следовательно, рассматривание спирали лампы накаливания уже непосильно для глаза. Если же эта спираль заключена в матовую колбу, то тот же (практически) поток посылается гораздо большей поверхностью и яркость сильно падает. Таким образом, одна из задач, преследуемая разнообразными арматурами освещения (см. также § 7), состоит в уменьшении яркости источников света без заметного ослабления светового потока и, следовательно, освещенности предметов.

При рассматривании очень удаленных предметов размер их изображения падает до предельного значения, обусловливаемого разрешающей способностью глаза. В таком случае средняя освещенность уже не будет определяться яркостью объекта. Так как размер изображения постоянен, то освещенность пропорциональна потоку, по-

ступающему в глаз, а этот последний зависит от силы света источника и его расстояния до глаза. Поэтому, например, звезды, угловой диаметр которых меньше секунды, не производят слепящего действия, хотя их истинная яркость нередко больше яркости Солнца, слепящее действие которого огромно благодаря заметному угловому диаметру ( $32'$ ), значительно превосходящему предел разрешения глаза (около  $1'$ ).

Применяя оптический инструмент, мы заменяем предмет его изображением, которое, в конечном счете, и рассматривается глазом или действует на какой-либо приемник. Для определения яркости этого изображения надо рассчитать световой поток, идущий от этого изображения, площадь изображения и величину телесного угла, ограничивающего поток.

Пусть источник, яркость которого  $B$  не зависит от направления, отображается без искажения (апланатически, ср. § 75) с помощью какой-либо оптической системы (рис. 193). Найдем яркость изображения  $B'$ .

Обозначим через  $y$ ,  $\sigma$  и  $u_0$  линейные размеры, площадь и апертуру источника, а через  $y'$ ,  $\sigma'$ ,  $u'_0$  — размеры, площадь и апертуру изображения;  $\sigma$  пропорционально  $y^2$ , а  $\sigma'$  пропорционально  $y'^2$ . Для

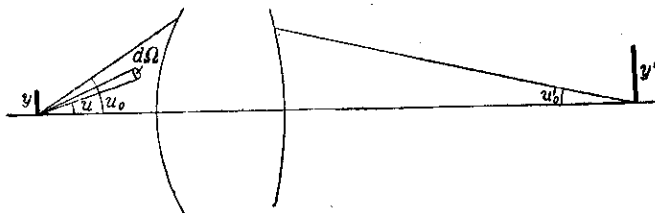


Рис. 193. К расчету яркости изображения в оптической системе.

вычисления полного потока, идущего от источника, вычислим поток через элементарный телесный угол  $d\Omega$  и проинтегрируем по всей апертуре. Нетрудно видеть (ср. § 7), что  $d\Omega = \sin u \, du \, d\theta$ , где  $u$  — угол между осью элементарного пучка и осью системы, а  $\theta$  — азимутальный угол (вокруг оси системы). Так как  $u$  в то же время есть угол элементарного пучка с нормалью к плоскости  $\sigma$ , то элементарный поток от  $\sigma$  есть  $d\Phi = B\sigma \cos u \, d\Omega = B\sigma \cos u \sin u \, du \, d\theta$  (ср. § 7), а полный поток в пределах апертуры  $u_0$

$$\Phi = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{u_0} B\sigma \cos u \sin u \, du = \pi B\sigma \sin^2 u_0.$$

Аналогично, поток от изображения

$$\Phi' = \pi B'\sigma' \sin^2 u'_0.$$

Условие апланатизма (условие синусов) есть

$$n y \sin u_0 = n' y' \sin u'_0$$

или

$$n^2 \sigma \sin^2 u_0 = n'^2 \sigma' \sin^2 u'_0,$$

где  $n$  и  $n'$  — показатели преломления сред, в которых лежат источник и изображение. Пренебрегая потерями в системе, найдем:

$$\Phi = \Phi'.$$

Таким образом, имеем окончательно:

$$B' = B \frac{n'^2}{n^2}.$$

Если  $n = n'$ , т. е. источник и изображение находятся в одной среде, например в воздухе, то

$$B' = B.$$

Таким образом, при образовании изображения в любой системе яркость изображения равняется яркости источника, если пренебречь потерями на отражение и поглощение в системе и если изображение получается в той же среде, в которой расположен источник.

Указанный результат есть следствие того обстоятельства, что оптическая система, уменьшая размеры изображения, в то же время увеличивает телесный угол, в который направляется световой поток (см. § 69). Таким образом, при наблюдении объекта через оптическую систему мы ничего не выигрываем в яркости. Однако это справедливо лишь при наблюдении объектов, превышающих предел разрешения инструмента. В противном случае изображение неизменной величины, получаемое на сетчатке глаза, вооруженного инструментом, будет получать тем больший световой поток, чем больше диаметр объектива. Таким образом, в большой телескоп можно наблюдать звезды, недоступные невооруженному глазу, ибо они не видны на фоне небесного свода. При наблюдении в телескоп яркость небесного свода как объекта протяженного остается неизменной (если отвлечься от потерь в инструменте), яркость же изображения звезды (освещенность соответствующего места на сетчатке) возрастает в отношении площади объектива к площади зрачка, т. е. в несколько тысяч раз. Хотя оптическая система не повышает яркости изображения, она может значительно изменить *освещенность* его, сосредоточивая поток, поступающий в систему, на большей или меньшей площади изображения. Отсюда видно значение фотообъективов большой светосилы при фотографировании предметов малой яркости (см. упражнение 122).

Следует также заметить, что опасность ослепления при рассматривании слепящего источника (Солнце) в трубу сильно возрастает,

хотя яркость изображения может только уменьшаться. Причина лежит в том, что чем больше площадь сетчатки, подвергающаяся слепящему действию, тем значительнее ее разрушение, ибо организм не успевает нейтрализовать это разрушающее действие.

Таким образом, оптическая система не может увеличить яркости протяженного объекта и практически всегда несколько уменьшает ее вследствие неизбежных потерь света на отражение света от поверхностей линз и поглощение в стекле. Тем не менее, оптическая система может оказаться полезной для *улучшения видимости* объектов при слабой освещенности. Причина лежит в возможности лучшего различения деталей. Как указывалось в § 81, разрешающая способность глаза ухудшается при малых освещенностях. В ночных условиях, когда освещенность падает до десятитысячных долей люкса, разрешающая способность глаза изменяется примерно от величины в  $1'$  до  $1^\circ$ , даже если освещенность предмета будет раз в десять больше освещенности фона. В этих условиях увеличение угла зрения, обеспечиваемое трубой, представляет очень большие преимущества для различения контура и крупных деталей объекта, практически неразличимых невооруженным глазом. В этом именно смысле оптические трубы и бинокли оказываются полезными в ночных условиях. Это обстоятельство впервые было учтено М. В. Ломоносовым, который в 1756 г. построил первую «ночезрительную трубу».

Трубы, предназначенные для ночных наблюдений, должны обладать возможно большим увеличением при условии использования всего поступающего в них светового потока. Поэтому в них должны быть максимально снижены потери на отражение (малое число отражающих поверхностей или просветленная оптика, § 128). Для того чтобы весь световой поток поступал в глаз, выходной зрачок трубы не должен превышать зрачок глаза (6—8 мм). Максимальное увеличение может быть обеспечено возможно большими размерами объектива, при которых зрачок выхода еще соответствует зрачку глаза (см. § 82, в).

#### ГЛАВА XIV

### ДИФРАКЦИОННАЯ ТЕОРИЯ ОПТИЧЕСКИХ ИНСТРУМЕНТОВ

Изображение, даваемое любой оптической системой, есть результат интерференции, ибо все законы лучевой оптики (прямолинейное распространение, преломление, отражение) суть, в конечном счете, законы, вытекающие из взаимной интерференции различных частей световой волны. Мы использовали это соображение, например, при выводе условия синусов (§ 75). Поэтому полная теория оптического изображения, а следовательно, и теория оптических инструментов любого типа, должна быть интерференционной теорией. В частности, дифракция световой волны, связанная с ограниченностью конуса

лучей, вырезаемого входным зрачком системы (краями линз, зеркал и диафрагм, составляющих оптическую систему), принципиально ведет к нарушению стигматичности изображений. В силу указанных дифракционных явлений идеальной стигматичности быть не может: точка изображается дифракционным кружком, и это обстоятельство ограничивает возможность различения тончайших деталей изображения. Таким образом, вопрос о пределе различимости деталей изображения (разрешающая сила оптического инструмента) есть вопрос; для решения которого необходимо рассмотреть дифракционные процессы в оптической системе.

### § 86. Разрешающая сила объектива

Пусть на объектив трубы или фотоаппарата падает плоская волна от бесконечно удаленного источника, например от звезды. Дифракция на краях круглой оправы, ограничивающей отверстие трубы, приведет к тому, что в фокальной плоскости объектива получится не просто стигматическое изображение точки, а более сложное распределение освещенности: центральный максимум, интенсивность которого быстро спадает, переходя в темное кольцо; второй, более слабый кольцевой максимум и т. д. (см. § 38). Радиус первого темного кольца стягивает угол  $\varphi$  (с вершиной в центре объектива). Величина этого угла определяется из условия

$$D \sin \varphi = 1,22\lambda, \quad (86.1)$$

если падающий свет монохроматичен и имеет длину волны  $\lambda$ , а  $D$  — диаметр объектива. В случае белого света картина будет представлять собой наложение таких монохроматических картин.

Радиус первого темного кольца  $r$  в фокальной плоскости есть  $r = f \operatorname{tg} \varphi$ , где  $f$  — фокусное расстояние объектива. Так как угол  $\varphi$  мал, то  $r = 1,22 \frac{f\lambda}{D}$ , т. е. тем меньше, чем больше диаметр объектива\*).

Если объектив направлен на две удаленные звезды  $S_1$  и  $S_2$ , разделенные угловым расстоянием  $\varphi$ , то каждая из них даст в фокальной плоскости дифракционные кружки с центрами в точках, соответствующих изображениям  $S_1$  и  $S_2$  (рис. 194).

Так как источники  $S_1$  и  $S_2$  некогерентны, то картина, видимая наблюдателем, представляет собой просто наложение светлых и темных колец обоих кружков. Если центры кружков близки, а радиусы

\*) Изложенное относится к тонкому объективу. В общем случае следует говорить не об объективе, а об его входном или выходном зрачке.

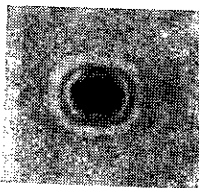


Рис. 194. Общий вид дифракционной картины при наблюдении двух удаленных звезд, находящихся на небольшом угловом расстоянии.

кружков значительны, то система перекрывающихся колец может не дать впечатления двух отдельных изображений: объектив не в состоянии различить (разрешить) две светящиеся точки. Степень взаимного наложения, препятствующего различению деталей, зависит от чувствительности глаза или фотопластинки к контрастам, т. е. является несколько неопределенной величиной. По Рэлею для определенности принимают за предел разрешения такое положение, при котором первое темное кольцо одного кружка проходит через светлый центр второго (см. также § 51). В этом случае ординаты кривых, дающих распределение освещенности (рис. 195), в точке их пересечения составляют  $< 0,4$  от ординаты



Рис. 195. Предел разрешения при изображении двух точек (критерий Рэлея).

в максимумах, так что в результирующей кривой ордината места провала составляет 75% от ординаты максимумов\*). Нормальный глаз или фотопластинка в состоянии, вообще говоря, обнаружить провал, даже если он отличается от максимума меньше чем на 25%.

При расположении, соответствующем условию Рэлея, угловой радиус первого темного кольца  $\varphi$  равен угловому расстоянию между звездами  $\psi$ . Итак, разрешаемое угловое расстояние определяется условием:

$$\sin \varphi = \sin \psi = 1,22 \frac{\lambda}{D} = 0,61 \frac{\lambda}{R}, \quad (86.2)$$

т. е. тем меньше, чем больше диаметр (или радиус) объектива. Так как обычно угол  $\varphi$  (и  $\psi$ ) мал, то можно написать:

$$\varphi = \psi = 0,61 \frac{\lambda}{R}. \quad (86.3)$$

Величина, обратная предельному углу, носит название *разрешающей силы*

$$A = \frac{1}{\psi} = \frac{R}{0,61\lambda}. \quad (86.4)$$

Аналогично, небольшой источник, угловой размер которого равняется (или меньше)  $\psi$ , определяемого последним соотношением, представляется наблюдателю точкой, т. е. дает при наблюдении в трубу картину, практически не зависящую от формы источника и близкую к картине, вызываемой светящейся точкой. Таким образом, разрешающая сила объектива тем больше, чем больше его диаметр.

Разрешающая сила глаза также ограничена дифракционными явлениями и связана с размерами зрачка. При хорошей освещенности диаметр зрачка равняется примерно 2 мм, чему соответствует

\*) При равной интенсивности  $S_1$  и  $S_2$  и круглой оправе объектива.

согласно (86.3) предельный угол разрешения около  $1'$ . Это согласуется с той величиной разрешения, которая обусловлена структурой сетчатой оболочки (§ 81). При пониженной освещенности зрачок глаза увеличивается (до 8 мм), однако при этом сильнее скаываются недостатки глаза как оптической системы, так что улучшение условий разрешения, связанное с увеличением диаметра системы, не проявляется. Более того, как уже упоминалось в § 81, разрешающая способность глаза при пониженной освещенности падает вследствие физиологических причин.

### § 87. Разрешающая сила микроскопа

Дифракция, возникающая вследствие ограничения пучка лучей, имеет место и в микроскопе и также приводит к ограничению его разрешающей силы. Для микроскопа обычно выражают его способность к разрешению деталей не величиной угла, а *линейными* размерами мельчайшей разрешимой детали или минимальным расстоянием между двумя точками, различимыми с помощью микроскопа. В том случае, когда две такие точки испускают некогерентные волны (самостоящиеся точки), задача вполне аналогична рассмотренной в предыдущем параграфе. Только в отличие от трубы (телескопа) в микроскопе рассматриваемые предметы расположены на небольшом расстоянии от объектива, на который падают лучи под большим углом  $2u$

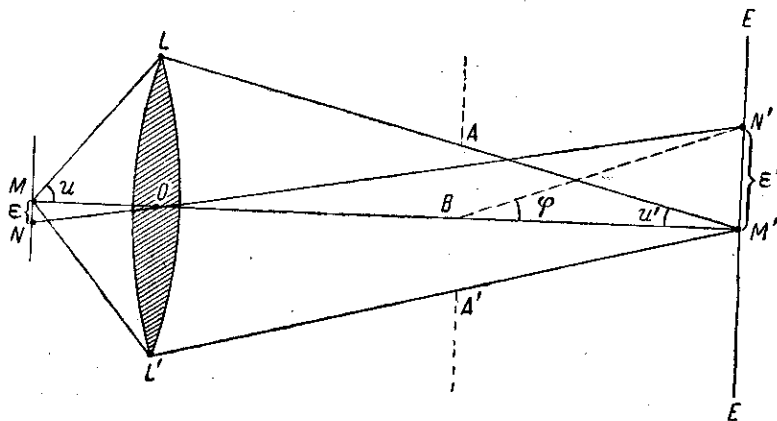


Рис. 196. К вычислению разрешающей силы микроскопа.  $LL'$  — объектив;  $AA'$  — его апертурная диафрагма, обычно совпадающая с оправой объектива или близкая к ней. На рисунке масштаб искажен: расстояние  $OM'$  примерно в 100 раз больше  $LL'$  (или  $AA'$ ).

(рис. 196). Поэтому непосредственное применение формулы, выведенной для дифракции в параллельных лучах, встречает известные затруднения. Однако, если принять во внимание, что плоскость



изображения ( $EE$ ) объектива лежит на расстоянии ( $\approx 160$  мм) гораздо большем, чем диаметр объектива (или его апертурной диафрагмы), то лучи в пространстве изображения можно считать практически параллельными, и, рассматривая дифракцию этих лучей на апертурной диафрагме объектива, мы можем применять формулы френгоферовой дифракции.

Минимальное разрешаемое микроскопом расстояние между двумя самосветящимися (некогерентными) точками  $M$  и  $N$  будет найдено из условия, что центры двух независимых дифракционных картин, получаемых в плоскости изображения  $EE$ , окажутся на расстоянии, удовлетворяющем условию Рэлея, т. е.  $e' = M'N'$  равно радиусу первого темного дифракционного кольца, окружающего изображения  $M'$  или  $N'$ . Соответствующие дифракционные картины получаются в результате френгоферовой дифракции на круглой апертурной диафрагме  $AA'$ . Поэтому *угловой* радиус ( $\varphi$ ) первого темного кольца определится из условия

$$AA' \sin \varphi = 1,22\lambda, \quad \text{или} \quad \varphi = \frac{1,22\lambda}{AA'}$$

(ибо угол  $\varphi$  мал), причем  $AA'$  есть диаметр апертурной диафрагмы. *Линейный* радиус первого темного кольца равен  $\varphi \cdot BM'$ , где  $BM'$  — расстояние от диафрагмы до плоскости  $EE$ .

Итак, условие разрешения будет иметь вид

$$e' = \varphi \cdot BM' = 1,22\lambda \frac{BM'}{AA'}$$

Из рис. 196 видно, что

$$\frac{AA'}{BM'} = 2u',$$

ибо угол  $u'$  мал. Таким образом,  $e' = \frac{0,61\lambda}{u'}$ , т. е.

$$e'u' = 0,61\lambda. \quad (87.1)$$

Для нахождения связи между  $e'$  и  $e$  вспомним, что для правильного отображения элемента с помощью микроскопа должно быть соблюдено условие синусов (§ 75). Итак,

$$en \sin u = e'n' \sin u'. \quad (87.2)$$

$n'$  — показатель преломления среды в пространстве изображений — равен единице, ибо изображение расположено в воздухе;  $n$  может быть и больше единицы, ибо пространство между предметом и объективом нередко заполнено каким-либо веществом (иммерсия). Хотя угол  $u$  может быть значительным, угол  $u'$  очень мал, ибо  $OM' \gg OL$ , так что  $u' \approx \sin u'$ . Из (87.1) и (87.2) имеем:

$$e = \frac{e'u'}{n \sin u} = \frac{0,61\lambda}{n \sin u}.$$

Таким образом, разрешающая сила микроскопа тем больше, чем больше значение  $n \sin u$ . Эта последняя величина получила название *числовой апертуры* объектива и обычно обозначается через  $A$ .

Мы нашли выражение для разрешающей силы микроскопа, исходя из предположения, что точки объекта посылают *некогерентные* волны (объект самосветящийся), так что дифракционные картины просто накладываются одна на другую. Однако обычно в микроскоп рассматривают объекты *освещенные*, а не самосветящиеся. Это значит, что отдельные точки объекта рассеивают падающие на них волны, исходящие из одной и той же точки источника, и, следовательно, свет, идущий из разных точек объекта, оказывается *когерентным*. К этому случаю, гораздо более распространенному, наш вывод разрешающей силы микроскопа непосредственно неприменим. Аббе указал весьма интересный прием определения разрешающей силы для случая освещенных объектов и нашел, что и в этом случае разрешающая сила также определяется числовой апертурой объектива. Метод рассмотрения Аббе состоит в следующем.

Свет, освещающий объект, попадает на линзу микроскопа, претерпев рассеяние (дифракцию) на деталях объекта, так что структура светового пучка зависит от этого объекта. Рассмотрим для простоты случай, когда освещение производится параллельным пучком (дифракция Фраунгофера), а объект имеет простую форму\*), например представляет собой правильную решетку, т. е. последовательность прозрачных полосок, разделенных непрозрачными. Период решетки  $d$  и является в этом случае характеристикой детали, а разрешающая сила микроскопа определяет возможность различить при помощи этого микроскопа более или менее мелкую решетку, т. е. минимальное значение  $d$ .

Дифракция параллельного пучка на рассматриваемой структуре дает в фокальной плоскости  $F$  объектива (рис. 197) ряд главных максимумов, угловые расстояния между которыми определяются периодом решетки. Если падающие лучи нормальны к поверхности объекта и направлены вдоль оси системы, то положение этих максимумов определяется из условия  $d \sin \varphi = m \lambda_0$ , где  $m$  — целое число, определяющее порядок максимумов. На оси микроскопа лежит нулевой максимум  $A_0$  ( $m = 0$ ), максимумы первого порядка  $A_1$  и  $A'_1$  лежат по направлениям, определяемым из соотношения  $\sin \varphi_1 = \pm \lambda_0/d$ , максимумы второго порядка ( $A_2$  и  $A'_2$ ) — из соотношения  $\sin \varphi_2 = \pm 2\lambda_0/d$  и т. д. Так как все эти дифракционные максимумы соответствуют когерентным лучам, то за фокальной плоскостью объектива эти лучи, встречаясь, интерферируют между собой, давая в плоскости  $P_2$ , сопряженной с плоскостью предмета  $P_1$  относительно объектива  $O$ , изображение самого предмета. Таким образом, и совокупность

\*) Все выводы, полученные с такими простыми объектами, можно перенести и на объекты любого вида, пользуясь соображениями § 53.

дифракционных максимумов в плоскости  $F$  и окончательная картина в плоскости  $P_2$ , даваемая объективом, зависят от предмета и служат его изображением.

Аббе называет картину в фокальной плоскости объектива *первичным изображением*, а картину в плоскости  $P_2$  — *вторичным изображением* предмета. Иногда картину в  $F$  называют *спектром* (по аналогии с обычным применением решеток или структур), а картину в  $P_2$  — просто *изображением* объекта.

Нетрудно видеть, что для получения правильного изображения предмета надо, чтобы изображение в плоскости  $P_2$  образовывалось

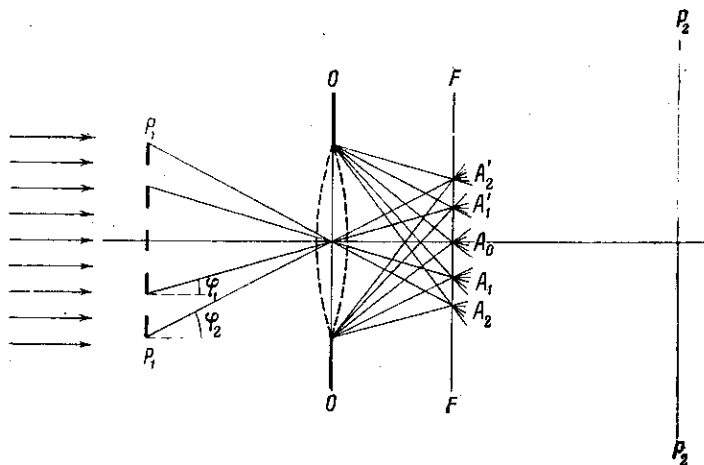


Рис. 197. К дифракционной теории микроскопа Аббе. Масштаб рисунка искажен: расстояние от  $FF'$  до  $P_2P_2'$  гораздо больше фокусного расстояния объектива.

в результате взаимодействия лучей, идущих от всех максимумов  $A_1, A_1', A_2, A_2'$  и т. д. Действительно, предположим, что какое-либо препятствие задержало все лучи, идущие от  $A_1, A_1', A_2, A_2'$  и т. д., оставив лишь свет от  $A_0$ . В таком случае изображение на экране  $P_2$  должно было бы передавать такой объект, дифракционный спектр которого (первичное изображение) сведется к одному центральному максимуму. Но такой случай может иметь место, лишь если параллельный пучок не претерпел никакой дифракции на предмете, т. е. если предмет отсутствует, и в плоскости  $P_2$  получится равномерная освещенность без всякого изображения. Если бы мы задержали все дифракционные максимумы нечетных порядков (например,  $A_1, A_1', A_3, A_3'$  и т. д.), то вторичное изображение соответствовало бы тому первичному, которое состоит из  $A_0, A_2, A_2', A_4, A_4'$  и т. д., т. е.

совокупности максимумов, которые были бы обусловлены наличием в  $P_1$  решетки с периодом, в два раза меньшим; мы увидели бы на экране  $P_2$  изображение более частой решетки, чем имеющаяся в действительности.

Только полная совокупность дифракционных максимумов определяет вторичное изображение в соответствии с объектом. Впрочем, совокупность максимумов, расположенных по одну сторону от центра, например соответствующих положительным  $m$ , достаточна для передачи всех деталей, ибо остальные лишь усиливают яркость, не меняя подробностей картины. Особое значение имеют максимумы первых порядков, расположенные под малыми углами и обусловленные более крупными и обычно более важными деталями строения, определяющими в основном вид реального объекта. Максимумы, лежащие под большими углами, определяются главным образом более мелкими деталями предмета, могущими, впрочем, быть очень характерными. Так, например, в случае объекта в виде решетки спектры первого порядка достаточны для образования изображения в виде периодической структуры правильного периода, но с плавным переходом от светлых мест к темным\*). Для правильной передачи не только периодичности структуры, но и характерного для нашей решетки резкого перехода от света к темноте, необходимо, чтобы в образовании изображения участвовали и спектры высших порядков. Очень мелкие детали (элементы структуры меньше длины волны) вообще не могут быть наблюдаемы, ибо волны, дифрагировавшие на таких деталях, не доходят до экрана  $P_1P_2$  даже при максимально возможной апертуре объектива:  $u = 90^\circ$ . Этим соображением можно воспользоваться, чтобы установить предел разрешения деталей  $d \leq \lambda = \frac{\lambda_0}{n}$ , где  $\lambda_0$  — длина волны в вакууме, а  $n$  — показатель преломления среды, в которую погружен объект.

Помещающая в плоскости  $F$  экраны с соответственно расположенными отверстиями, т. е. пропускающая только  $A_0$  или только четные максимумы и т. д., мы можем без труда наблюдать в плоскости  $P_1P_2$  описанные искажения изображения или даже равномерное освещение без изображения. Эти опыты, осуществленные Аббе, очень помогают уяснению его способа рассуждения.

Из изложенного ясно, что для получения правильного изображения надо, чтобы через объектив микроскопа и далее проникали дифракционные пучки всех направлений. Обычно внутри микроскопа не ставится препятствий, так что опасность представляет лишь входной зрачок, которым служит оправа объектива, ограничивающая

\*) Так как спектры только первого порядка получаются в случае дифракции на решетке Рэлея (см. § 52 и упражнение 67). При наблюдении соответствующего объекта глазом мы можем судить только о плавном изменении коэффициента пропускания; эффект же, связанный с обращением фазы, ускользает от непосредственного наблюдения.

его рабочее отверстие \*). Чем меньше предмет или его деталь  $d$ , тем большие углы дифракции он обуславливает и тем шире должно быть отверстие объектива. Отверстие объектива определяется углом  $2u$  между крайними лучами, идущими от объекта (расположенного у фокуса) к краям объектива. Половина этого угла носит название *апертуры*. Если апертура меньше  $\varphi_1$  — дифракционного угла, соответствующего спектрам первого порядка, т. е.  $\sin u < \sin \varphi_1 = \lambda_0/d$ , то в микроскоп проникнут только лучи центрального максимума и мы не увидим изображения, соответствующего деталям, определяемым величиной  $d$ , т. е. в случае нашей решетки будем иметь равномерное освещение. Таким образом, условие  $\sin u \geq \lambda_0/d$  есть условие, необходимое для разрешения деталей  $d$ . В крайнем случае ( $\sin u = \lambda_0/d$ ) мы жертвуем максимумами высших порядков, т. е., как сказано, несколько ухудшаем качество изображения. Чем больше  $\sin u$  по сравнению с  $\lambda_0/d$ , тем больше спектров высших порядков участвует в построении изображения, т. е. тем точнее передается наблюдаемый объект.

Если между предметом и объектом находится среда с показателем преломления  $n$ , то вместо  $\lambda_0$  войдет  $\lambda = \lambda_0/n$  и условие разрешения будет:

$$d \geq \frac{\lambda_0}{n \sin u}. \quad (87.3)$$

Обычно при освещении объекта используются не только пучки, идущие вдоль оси, но и пучки, наклонные к ней. Это обстоятельство улучшает условие разрешения.

Если освещающий пучок идет под углом  $\alpha$  к оси микроскопа и дифрагирует под углом  $\alpha_0$  (рис. 198), то условие максимумов (см. § 48) есть

$$\sin \alpha_0 - \sin \alpha = m \frac{\lambda}{d}. \quad (87.4)$$

Условие, при котором хотя бы первый спектр попадает в объектив, будет:

$$\alpha = -u, \quad \alpha_0 = u, \quad m = +1. \quad (87.5)$$

Условие разрешения

$$2 \sin u = \frac{\lambda}{d} = \frac{\lambda_0}{nd}, \quad (87.6)$$

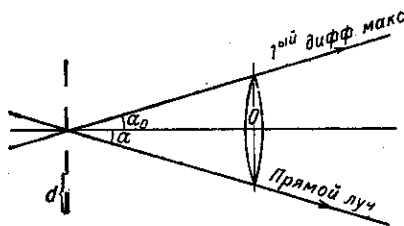


Рис. 198. Значение косых пучков для повышения разрешающей способности микроскопа.

\*) Впрочем, у сильных объективов нередко применяется специальная апертурная диафрагма, которая и определяет размер зрачка.

или

$$d = \frac{\lambda_0}{2n \sin u} = \frac{0,5\lambda_0}{n \sin u}. \quad (87.7)$$

Итак,

$$d \geq \frac{0,5\lambda_0}{n \sin u} = \frac{0,5\lambda_0}{A}, \quad (87.8)$$

где  $A = n \sin u$  означает, как и выше, числовую апертуру объектива.

Таким образом, как для освещенных, так и для самосветящихся объектов разрешающая сила микроскопа зависит от числовой апертуры  $A^*$ ).

Для повышения разрешающей способности микроскопа выгодно применение более коротких волн (ультрафиолет) и увеличение числовой апертуры. Для этой последней цели служит применение *иммерсионных* систем, в которых пространство между предметом и объективом заполняется средой с показателем преломления  $n > 1$ . Подбирая  $n$  около 1,5 (кедровое масло), мы не только увеличиваем апертурное число, но и получаем ряд других преимуществ (см. § 82).

У современных микроскопических объективов числовая апертура достигает значительных размеров. Для «сухих» систем  $n = 1$  и  $\sin u$  практически доходит до 0,95, так что возможно разрешение деталей, имеющих размеры около половины длины световой волны. С иммерсионными системами достигается разрешение в полтора раза больше.

Метод Аббе не только позволяет вывести значение разрешающей способности для освещенных объектов, но и показывает, что результаты наблюдения в микроскоп могут сильно зависеть от условий наблюдения. Выводы Аббе получают особое практическое значение, так как Л. И. Мандельштаму удалось показать, что они сохраняют свою силу не только для освещенных (когерентность), но и для самосветящихся объектов. Рассматривая дифракцию на выходном зрачке объектива, Мандельштам показал, что от размеров и формы зрачка или от внесения каких-либо новых ограничительных диафрагм зависят те искажения, которые иногда обнаруживает изображение по сравнению с очертаниями объекта, совершенно так же, как это имеет место в теории Аббе для освещенных объектов. Мандельштам установил, что при грубых по сравнению с длиной волны структурах *самосветящиеся* объекты вполне эквивалентны освещенным равномерно со всех сторон. Опыты с накаленными и освещенными сетками в качестве объектов, выполненные Л. И. Мандельштамом, подтверждают эти заключения.

Распространение указанных выводов на самосветящиеся объекты (отсутствие когерентности) особенно важно потому, что и при освещенном объекте далеко не всегда имеет место полная когерентность.

\*) Несущественное различие в коэффициентах (0,50 и 0,61) получилось потому, что условные (87.4) мы писали для прямоугольного, а не круглого отверстия.

Точки освещенного объекта посылают вполне когерентный свет только в том случае, если угловые размеры источника настолько малы, что угол, под которым он виден из места расположения предмета, мал по сравнению с  $\frac{\lambda}{d}$ , где  $\lambda$  — длина световой волны, а  $d$  — расстояние между освещаемыми точками объекта. Действительно, в этом случае

волны, приходящие от *разных* точек источника до наших освещаемых точек, имеют различие в фазах, малое по сравнению с  $2\pi$  (см. упражнение 116), так что интерференция волн, рассеиваемых нашими точками, даст практически один и тот же эффект, от какой бы точки источника ни пришла освещающая волна (когерентность). Наоборот, когда угловые размеры источника

велики по сравнению с  $\frac{\lambda}{d}$ , то свет, приходящий к освещаемым точкам от *разных* точек источника, будет иметь всевозможные разности фаз от нуля до  $2\pi$ , и, следовательно, рассеянные нашими точками волны могут давать самые разнообразные интерференционные картины (некогерентность). При промежуточных размерах источника когерентность будет осуществляться в большей или меньшей мере. В реальных условиях освещение объекта в микроскопе производится широкими пучками лучей и полная когерентность имеет место лишь в исключительных случаях.

Вопрос о степени когерентности освещения объектов в микроскопе был обстоятельно исследован Д. С. Рождественским, который дал количественное выражение степени когерентности, введя фактор когерентности, крайние значения которого — нуль и единица. Рассмотрев с указанной точки зрения вопрос о рациональном освещении при микроскопических наблюдениях, Д. С. Рождественский разъяснил этот важный вопрос и даже осуществил осветитель, дающий при малой мощности источника наивыгоднейшие условия ярко освещенного поля зрения при самых сильных объективах.

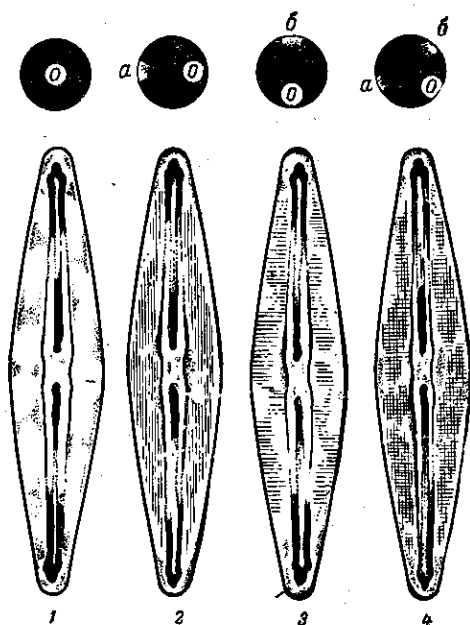


Рис. 199. Влияние характера освещения на изображение в микроскопе.

Прекрасный пример значения правильного истолкования результатов микроскопического наблюдения приводит Я. Е. Элленгорн\*). На рис. 199 изображены четыре микрорисовки одного и того же препарата (панцирь диатомовой водоросли) при различных способах освещения.

Над каждой зарисовкой показано, какой вид имеет световой пучок, проходящий через фокальную плоскость объектива. Зарисовка 1 — проходит только центральный максимум (о), панцирь кажется гладким, без деталей; 2 — центральный (о) и один боковой дифракционный максимум (а) — панцирь имеет продольную структуру; 3 — центральный (о) и один верхний дифракционный максимум (б) — панцирь имеет поперечную структуру; 4 — центральный и по одному максимуму (а) и (б) — панцирь имеет структуру в виде сетки.

Таким образом, очевидно, что структура панциря напоминает сетку, но в зависимости от метода наблюдения может казаться гладкой или снабженной продольными или поперечными полосами. Между тем раньше ботаники полагали, что они имеют дело с различными разновидностями диатомовой водоросли.

### § 88. Электронный микроскоп

Так как числовая апертура не может быть значительно повышена, то единственным способом увеличения разрешающей способности микроскопа является переход к более коротким волнам.

Применение ультрафиолетовых лучей, требующее изготовления оптики микроскопа из соответствующих материалов (кварц, флюорит) или использования отражательной оптики, ограничено длинами волн 2500 — 2000 Å, ибо большинство объектов, подлежащих наблюдению, сильно поглощает короткий ультрафиолет. Таким образом, на этом пути возможно увеличение разрешающей силы примерно в два раза, что и осуществлено в современных ультрафиолетовых микроскопах. При этом, конечно, необходимо применять фотографический метод наблюдения.

Применение ультрафиолета дает еще одно важное преимущество. Многие объекты, особенно биологические, во всех своих частях одинаково прозрачны для видимого света, благодаря чему их наблюдение в видимом свете затруднено. Но для ультрафиолетового света обнаруживается значительное различие в показателе поглощения разных частей объекта, так что соответствующие микрофотографии оказываются достаточно контрастными. Е. М. Брумберг разработал весьма остроумную систему, позволяющую превосходно использовать различие в поглощении разных длин волн. Снимая препарат в трех группах длин волн и рассматривая все три фотографии одновременно в специальном приборе, снабженном тремя светофильтрами,

\*) Я. Е. Элленгорн, Ботанический журнал, 1940.



соответственно передающими различие в трех группах длин волн, примененных при съемке, мы получаем по методу Брумберга очень богатое деталями изображение с разрешением, соответствующим короткой длине волны, примененной при фотографировании.

Для дальнейшего увеличения разрешающей способности микроскопа следовало бы перейти к рентгеновским лучам. Но изготовление соответствующей оптики для получения изображения в рентгеновских лучах встречает весьма большие затруднения.

Однако развитие современной теоретической физики привело к мысли, что распространение потока любых материальных частиц управляется волновыми законами, так же как это имеет место и для светового потока (см. Заключение). Это значит, что строгое решение задачи о движении частиц под действием сил может быть получено лишь путем рассмотрения распространения соответствующих волн. Не останавливаясь на природе этих волн, укажем лишь, что длина их зависит от массы  $m$  и скорости  $v$  движущихся частиц согласно формуле  $\lambda = \frac{h}{mv}$  (де Бройль, 1923 г.), где  $h = 6,624 \cdot 10^{-27}$  эрг · сек — постоянная Планка. Из формулы видно, что чем больше масса частицы и чем больше ее скорость, тем меньше длина волны. Но даже для частиц с наименьшей известной массой, для электронов ( $m = 0,9 \cdot 10^{-27}$  г), движущихся с умеренной скоростью, соответствующая длина волны очень мала. Так, например, для катодных лучей, ускоряемых разностью потенциалов в 150 в,  $\lambda = 1 \text{ \AA}^*$ ). Для более быстрых электронов, а также для атомов, молекул или же тел еще большей массы длина волны будет гораздо более короткой. Таким образом, законы распространения даже наиболее легких частиц (электронов) соответствуют законам распространения очень коротких волн.

В этом случае строгое решение задачи, основанное на волновой теории, практически не отличается от решения, полученного по методу геометрической (лучевой) оптики. Установив, как зависит показатель преломления волн от свойств среды, т. е. от силовых полей, в которых движется электрон, мы можем рассчитывать его движение по правилам геометрической оптики. С другой стороны, можно рассчитывать движение электрона по обычным законам механики, зная силы, действующие на электрон. На возможность рассмотрения механической задачи с оптической точки зрения указывалось уже давно. Более 100 лет назад Гамильтон (около 1830 г.) показал, что уравнения механики можно придать вид, вполне аналогичный уравнениям геометрической оптики. Первые могут быть изображены

\*) Для численных расчетов длины волны, связанной с электроном, формуле де Бройля удобно придать вид  $\lambda = \frac{12,24}{\sqrt{V}}$  ангстремов, где разность потенциалов  $V$  выражена в вольтах.

в виде соотношения, выражающего принцип наименьшего действия (принцип Мопертюи, из которого могут быть получены уравнения ньютоновой механики), а второе — в виде соотношения, выражающего принцип наименьшего оптического пути (принцип Ферма, из которого следуют законы геометрической оптики, см. § 59). Оба эти принципа имеют вполне тождественное выражение, если *подходящим образом выбрать* показатель преломления. Поразительным результатом современной теории является то обстоятельство, что устанавливаемый ею показатель преломления связан с параметрами, характеризующими силовые поля, в которых движется частица, *именно так*, как это требуется для отождествления принципа наименьшего действия с принципом Ферма. Так, например, для частицы, движущейся в силовом поле, характеризуемом потенциалом  $W$ , показатель преломления среды согласно современной теории имеет вид

$$n = \sqrt{\frac{2(E - W)}{mc^2}},$$

где  $E$  — энергия движущейся частицы,  $m$  — ее масса и  $c$  — скорость света; именно при такой связи путь частицы, по Гамильтону, идентичен с направлением распространения светового луча.

Способы расчета электронных путей в электромагнитных полях, применяются ли методы механики или геометрической оптики, позволяют установить условия, при которых электроны, вышедшие из какой-либо точки (источник), соберутся вновь в некоторой точке (стигматическое изображение). Совокупность электрических или магнитных полей, в которых должен двигаться электрон для получения такого изображения, представляет собой «электронные линзы» (магнитные или электростатические), играющие в электронной оптике такую же роль, как обычные линзы в геометрической оптике \*). При подходящих условиях (параксиальные пучки или соответствующим образом рассчитанные «исправленные» электронные линзы) источник электронов может дать достаточно хорошее изображение.

Изображение это можно фотографировать (если электроны попадают на фотопластинку) или наблюдать непосредственно глазом (если электроны падают на флуоресцирующий экран, светящийся под действием их ударов). На этом принципе построены многочисленные электроннооптические системы, играющие важную роль в современной технике. Одной из таких систем является и электронный микроскоп, схематически изображенный на рис. 200. Из рисунка видно, что электронный микроскоп состоит из элементов, вполне эквивалентных элементам, составляющим обычный оптический микроскоп. Объект может быть «самосветящимся» — сам служить источ-

\*) Влияние электрических и магнитных полей на путь электронов (фокусирующее действие) рассматривается в курсах электричества (см., например, С. Г. К а л а ш и н к о в, Электричество, §§ 204 — 206).

ником электронов (накаленный катод или освещаемый фотокатод), — или «освещенным», представляя собой препарат, на который падает поток электронов, обычно от накаленного катода; конечно, препарат должен быть достаточно тонким, а электроны достаточно быстрыми, чтобы они проходили сквозь препарат и проникали в оптическую систему. Впрочем, подобное же требование «прозрачности» мы предъявляем и к препаратам, рассматриваемым в обычном оптическом микроскопе.

Расчет электронного микроскопа по правилам геометрической оптики является вполне естественным, ибо, как мы видели, длина волны, соответствующая электронам, очень мала. Она имеет порядок нескольких сотых ангстрема, ибо обычно применяются электроны довольно больших скоростей (соответствующих ускоряющей разности потенциалов 40—60 киловольт). Тем не менее, как мы видели в § 87, для рассмотрения основного вопроса о разрешающей силе микроскопа надо принять во внимание, что длина волны не бесконечно мала. Применяя формулу  $d \geq \frac{\lambda_0}{A}$ , найдем, что

разрешающая сила электронного микроскопа может быть сделана несравненно большей, чем у обычного микроскопа. Действительно, длина волны в случае электронного микроскопа в 10 000—100 000 раз меньше, чем для обычного; поэтому, хотя числовая апертура для электронных «объективов» пока еще невелика ( $A \approx 0,01—0,1$ ), все же теоретическая разрешающая сила электронного микроскопа превосходит разрешающую силу оптического микроскопа в несколько тысяч раз. Другими словами, если в оптическом микроскопе мы в состоянии различать детали порядка 2000—3000 Å, то с помощью электронного микроскопа можно было бы надеяться иметь изображение объектов порядка 1 Å, т. е. увидеть атомы и молекулы.

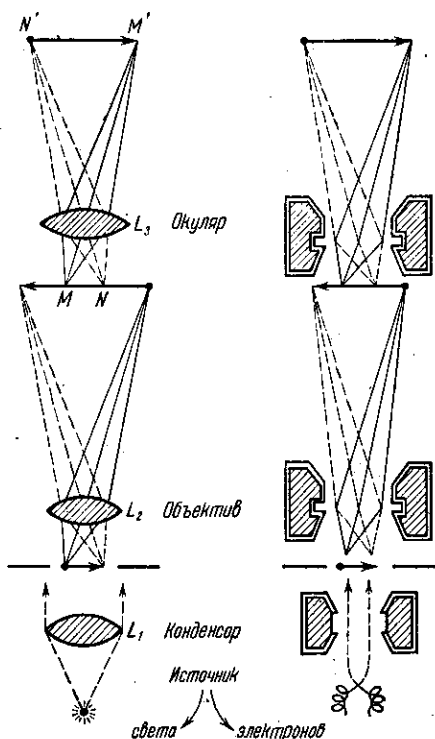


Рис. 200. Схема устройства электронного микроскопа. Для сравнения рядом изображена схема оптического микроскопа.

Существующие в настоящее время электронные микроскопы дают возможность различать детали в  $25—30 \text{ \AA}$ , т. е. их разрешающая сила в несколько десятков раз меньше теоретической. Это объясняется, по-видимому, в первую очередь сильным действием на «освещаемый» объект сравнительно быстрых электронов, падающих на него: они разрушают очень тонкие детали или смещают отдельные молекулы, что ограничивает разрешение. Тем не менее, в настоящее время электронный микроскоп дает возможность изучать такие детали, которые лежат далеко за пределами разрешения оптического микроскопа.

В СССР первые весьма совершенные электронные микроскопы были построены под руководством акад. А. А. Лебедева.

Принципиальное ограничение разрешающей силы электронного микроскопа лежит, конечно, так же как и в случае обычного оптического микроскопа, в дифракционных явлениях, обусловливаемых волновой природой электронов. Такую дифракцию электронов можно наблюдать непосредственно, если подобрать условия опыта в соответствии с изложенным в отделе II, т. е. так, чтобы линейные размеры пространственных неоднородностей среды, сквозь которую проходит пучок электронов, были сравнимы с длиной волны этих электронов. Так как последняя близка к длине волны рентгеновских

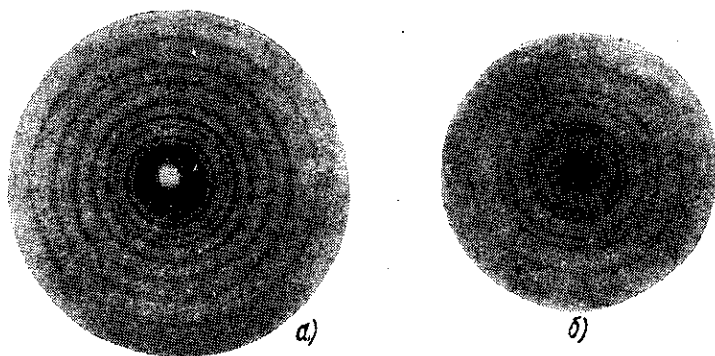


Рис. 201. Дифракционные кольца, получаемые при прохождении через металлическую фольгу рентгеновских лучей (а) и электронного пучка (б).

лучей, то условия наблюдения дифракции электронов сходны с условиями наблюдения дифракции рентгеновских лучей. Действительно, Девиссон и Джермер (1927 г.) и Г. П. Томсон (1928 г.) осуществили опыты по дифракции электронов, вполне аналогичные опытам по дифракции рентгеновских лучей. Рис. 201 дает изображение такой дифракционной картины при прохождении рентгеновских лучей (а) и электронного пучка (б) через тонкую золотую фольгу (кольца

Дебая — Шерера, см. § 109). Подобные дифракционные опыты были осуществлены также и с пучками молекул, а в последнее время и с пучками нейтронов.

### § 89. Метод затемненного поля (ультрамикроскопия). Метод фазового контраста

Формула, определяющая разрешающую способность микроскопа, показывает предельный размер частицы, которую можно увидеть или сфотографировать при помощи микроскопа, т. е. частицу, изображение которой передает без искажения ее действительные очертания. Правильные изображения частиц меньших размеров не могут быть получены. Однако самое существование таких малых, ультрамикроскопических частиц, их положение и движение могут быть установлены при помощи микроскопа при специальном способе наблюдения. Способ этот основан на явлении рассеяния света на малых частицах.

Схема расположения приборов изображена на рис. 202. Интенсивный пучок света концентрируется при помощи объектива  $O_1$  на камере, где подозревают ультрамикроскопические объекты. Если таких объектов или более крупных частиц в камере нет, то свет от объектива  $O_1$  проходит по горизонтальному направлению, не попадая в верхний объектив \*). Если же на пути лучей имеются частицы, то свет рассеивается мнм, попадает в объектив  $O_2$  и дает в вертикальном микроскопе дифракционную картину, позволяющую заключить о положении и перемещении ультрамикроскопической частицы, но дающую лишь весьма несовершенное представление о ее форме. Очень малые частицы (например, коллоидальные частицы металлов размером около  $5 \cdot 10^{-6}$  мм) наблюдаются в виде блестящих звездочек на черном фоне.

В ультрамикроскопе осуществляется принцип *затемненного поля*, состоящий в том, что мы устраним из поля зрения прямые лучи и наблюдаем лишь лучи дифрагированные. Этот принцип осуществляется в целом ряде приспособлений. В частности, на нем основано применение специальных конденсоров (рис. 203), создающих такое освещение препарата на микроскопическом столике, при котором на него падает интенсивный пучок косо направленных лучей, непосредственно в объектив не попадающих. Центральные

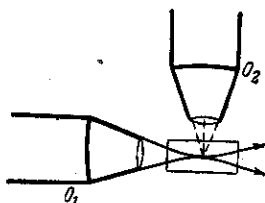


Рис. 202. Схема простейшего ультрамикроскопа.

\*) Молекулярное рассеяние света, имеющее место даже и во вполне чистой, лишенной посторонних частичек, однородной среде (см. гл. XXVIII), настолько слабо, что мы его в расчет не принимаем.

лучи задерживаются специальной непрозрачной ширмой, а боковые лучи претерпевают полное внутреннее отражение, отражаются от зеркальной поверхности и концентрируются на объекте. Направление их таково, что в объектив они не попадают; только лучи, претерпевшие дифракцию на объекте (рассеянные объектом), могут попасть в объектив. Если объекты довольно значительны (больше  $\lambda/2$ ),

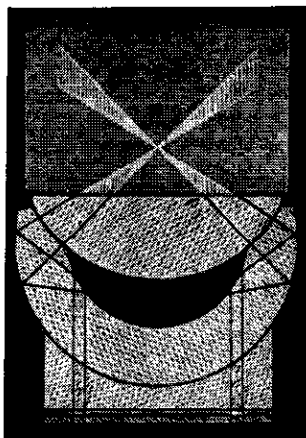


Рис. 203. Разрез специального конденсора для осуществления метода затемненного поля.

то в объектив попадают одновременно дифрагированные лучи разных порядков и мы увидим изображение, имеющее форму объекта. Если же значительная часть дифракционных пучков не попадает в объектив, то может наблюдаться изображение, заметно отличное по форме от объекта, или даже просто светлая точка на черном фоне, не дающая никакого представления о форме объекта. Подобные конденсоры разных систем (параболоид-конденсор, кардиоид-конденсор) находят широкое применение в микроскопии. Об усовершенствовании ультрамикроскопического метода наблюдения говорилось в § 46.

Описанные микроскопические методы могут быть весьма полезными для таких объектов, которые выделяются на фоне всего поля зрения вследствие своей способности иначе поглощать свет, чем окружающая среда (абсорбционные структуры). В микроскопической же практике (например, у биологов) очень распространено наблюдение объектов, отличающихся от окружающей среды главным образом по своему показателю преломления (рефракционные структуры), заслуживающее специального рассмотрения.

Как уже указывалось в § 49, рефракционные структуры, вносящие изменение не в амплитуду, а в фазу проходящей волны, дают прекрасно выраженную дифракцию (например, фазовые дифракционные решетки). Однако такие структуры не могут быть непосредственно рассмотрены или сфотографированы, ибо наши приемники реагируют не на фазу, а на амплитуду (нитенсивность), которая остается неизменной при прохождении через разные участки рефракционной структуры. Может показаться, что этот результат опровергает пригодность метода рассмотрения Аббе: при одиночных первичных изображениях (спектрах) мы получаем совершенно различные вторичные изображения. Затруднение объясняется просто: дифракционные спектры тех и других структур могут не отличаться по амплитудам, но фаза нулевого спектра в случае рефракционных

структур отличается на  $\frac{\pi}{2}$  от фазы спектров остальных порядков.

Это и приводит к различию во вторичных изображениях, где происходит суммирование всех спектров. Если, однако, изменить фазу

нулевого спектра на  $\frac{\pi}{2}$ , то мы

устраним различие между тем, что дают абсорбционные и рефракционные структуры, и сможем увидеть эти последние. При этом те места структуры, которые дают большее изменение в фазе, могут быть сделаны темными или светлыми в зависимости от того, будет ли добавочная разность фазы в нулевом спектре равна  $+\frac{\pi}{2}$  или  $-\frac{\pi}{2}$ .

Следующие элементарные рассуждения позволяют понять это различие в фазе между прямым светом (нулевой максимум) и рассеянным (свет дифракции остальных порядков).

Представим себе объект в виде однородной прозрачной среды, отдельные участки которой, будучи также прозрачными, слегка отличаются по показателю преломления (рефракционная структура).

Объект освещен с помощью конденсора параллельным пучком света (рис. 204). Если бы различия в показателе преломления участка  $p$  и окружающей среды  $s$  не имелось, то свет сквозь препарат прошел бы без отклонения, давая неотклоненную волну ( $P$ ).

При наличии указанного различия в показателе преломления часть света испытает рассеяние (дифракцию), давая отклоненную волну ( $D$ ), а большая часть ( $S$ ) пройдет по первоначальному направлению (спектр нулевого порядка), но испытает по сравнению с волной  $P$  некоторое смещение по фазе, например запаздывание, если показатель преломления этого участка больше, чем показатель преломления окружающей среды.

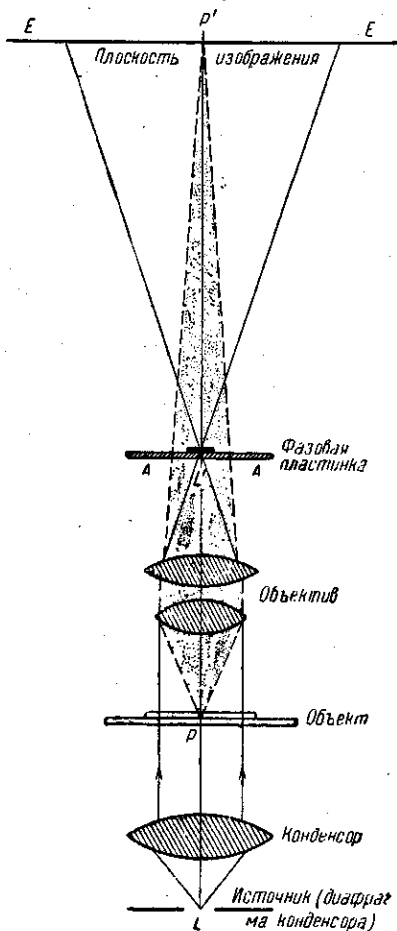


Рис. 204. Схема наблюдения рефракционной структуры.

График рис. 205 показывает этот небольшой сдвиг фазы между волнами  $P$  и  $S$ . Разность этих двух волн и представляет собою дифрагированную волну  $D$ . Так как  $P$  и  $S$  близки по амплитуде и немного отличаются по фазе, то, как легко видеть на графике или убедиться расчетом (см. упражнение 117), волна  $D$  будет иметь небольшую амплитуду и смещена

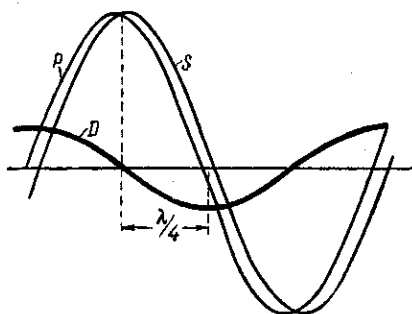


Рис. 205. Образование дифрагированной волны  $D$  при наблюдении рефракционной структуры.

по фазе на  $\frac{\pi}{2}$  (на четверть волны) по отношению к  $S$  (а следовательно, и к  $P$ ).

В обычном микроскопе в построении изображения участвуют  $S$  и  $D$ , давая в совокупности  $P$ , не отличающуюся от того, что дают соседние места структуры (ибо предполагается, что абсорбция отсутствует). Таким образом, обычный микроскоп не позволяет отличать разные участки рефракционной структуры. Задержав  $S$ , мы получим микроскоп с темным полем, в котором структура уже может быть наблюдаема благодаря наличию дифрагированной волны  $D$ .

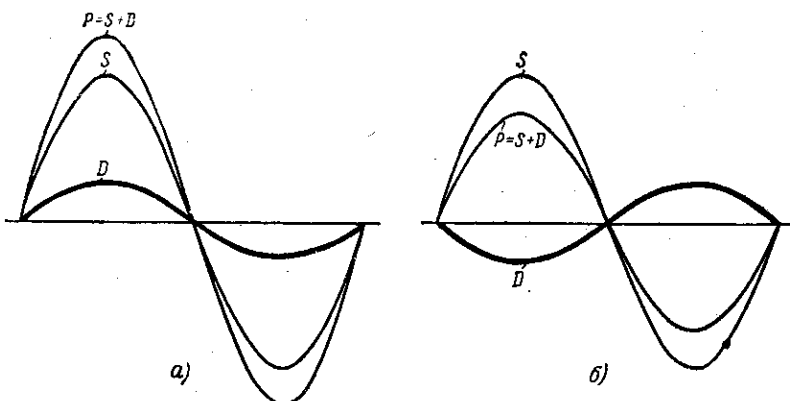


Рис. 206. Принцип метода фазового контраста.  $a$  — волны  $S$  и  $D$  в фазе;  $b$  — волны  $S$  и  $D$  противоположны по фазе.

Изменив же фазу  $S$  на  $\pm \frac{\pi}{2}$ , мы заставим  $S$  и  $D$  складываться так, чтобы дать усиление по сравнению с  $P$  (если фазы  $S$  и  $D$  уравниваются) или ослабление по сравнению с  $P$  (если фазы  $S$  и  $D$  делаются противоположными), т. е. получаем более контрастное изображение, светлое или темное на окружающем поле (рис. 206,  $a$ ,  $b$ ).



Так как  $S$  и  $D$  сильно отличаются по амплитуде, то для получения наибольшего контраста полезно с помощью поглощающего фильтра ослабить интенсивность  $S$  (а вместе с тем и  $P$ ) до интенсивности  $D$ . Тогда интерференционный эффект дает заметное усиление или почти полное ослабление в изображении объекта на фоне, обусловленном уменьшенной интенсивностью  $P$ . Поэтому пластинка, предназначенная для изменения фазы  $S$  на  $+\frac{\pi}{2}$  или  $-\frac{\pi}{2}$ , обычно одновременно используется и для соответствующего ослабления  $S$ . Имея набор таких пластинок с разными коэффициентами ослабления, можно подобрать наиболее выгодные практические условия наблюдения. Место расположения такой ослабляющей и изменяющей фазу пластинки нетрудно видеть из рис. 204. Если препарат освещен параллельным пучком, то неотклоненная волна ( $S$  или  $P$ ) собирается в фокальной плоскости объектива ( $AA$ ) и далее расходится по всей плоскости изображения  $EE$ . Дифрагированная (отклоненная) волна  $D$  дает изображение в плоскости  $EE$ , которая является сопряженной с плоскостью объекта по отношению к объективу микроскопа. В фокальной плоскости объектива  $AA$  и должна быть расположена фазовая пластинка, ослабляющая  $S$  (и  $P$ ) и сообщающая добавочную разность фаз.

Фазовая пластинка представляет собой пластинку из прозрачного материала, имеющую соответствующее утолщение или утоньшение на месте нулевого максимума. Эта же часть пластинки покрывается поглощающим слоем той или иной абсорбционной способности. Нулевой максимум есть изображение источника света, образуемое конденсором и объективом. Обычно источником служит диафрагма, расположенная в фокальной плоскости конденсора. Форма выреза этой диафрагмы и определяет собой форму нулевого максимума, а следовательно, и форму утолщения (утоньшения) фазовой пластинки. Из ряда соображений она делается обычно в виде небольшого кольца.

Описанный метод улучшения контрастности изображения прозрачных объектов получил название метода *фазового контраста* (Цернике, 1935 г.). В настоящее время микроскопы, использующие метод фазового контраста, выпускаются нашей промышленностью.

### § 90. Дифракционные явления в спектрографах (хроматическая разрешающая сила)

Очень большое значение имеют дифракционные явления в спектрографах. Если узкая щель аппарата освещена небольшим удаленным источником света (почти параллельным пучком), то на объектив коллиматора может падать очень узкий пучок света. В таком случае работала бы очень небольшая часть объектива, что соответствовало бы очень малой разрешающей способности его и, следовательно, могло бы повести к нерезкому изображению щели на

фотопластинке. Однако на щели происходит дифракция света, ведущая к тому, что коллиматор заполняется светом в соответствии с размерами щели.

При узкой щели апертура коллиматорного объектива должна быть достаточно велика для того, чтобы объектив пропускать как центральный максимум дифракционной картины, так и достаточное число побочных максимумов; благодаря неизбежному диафрагмированию высших дифракционных максимумов изображение щели окажется более или менее расширенным, и притом тем больше, чем меньше апертура коллиматорного объектива. Обычно, однако, объективы спектрографа (и коллиматорный, и камерный) делаются большего размера, чем поперечное сечение призмной системы. Поэтому главную роль в дифракционном расширении изображения щели играет ограниченное, обусловленное призмой. С другой стороны, призматическая система благодаря значительной дисперсии приводит к тому, что фронт монохроматической падающей плоской волны после прохождения призмы поворачивается для разных длин волн на разный угол, приводя к образованию призматического спектра (Ньютон). Угловое расстояние между двумя близкими длинами волн, обусловленное дисперсией, позволяет различить эти две близкие волны, когда дифракционное расширение изображения линий не вызовет их достаточно полного перекрытия. Таким

образом, дифракция и в этом случае накладывает ограничения на способность спектрального аппарата различать близкие длины волн, т. е. кладет предел *хроматической разрешающей способности* аппарата.

Схематическое распределение интенсивности при наложении двух близких монохроматических линий одинаковой интенсивности изображено на рис. 207 сплошной линией.

Возможность различения в этой картине двух дискретных длин волн до известной степени условна (ср. § 86). Согласно Рэлею две линии считаются разрешенными, если расстояние между их максимумами  $A_1A_2$ , выражаемое в угловой мере через  $i$ , больше или равно расстоянию от максимума до ближайшего минимума (угловое расстояние  $\varphi$ ), т. е.  $i \geq \varphi$ . Разрешающей способностью аппарата называют величину  $A = \lambda/\delta\lambda$ , где  $\delta\lambda$  — различие в длинах волн двух ближайших линий, удовлетворяющих вышеприведенному условию.

Для простоты расчетов ограничимся наиболее употребительным расположением, когда призма стоит в положении минимального

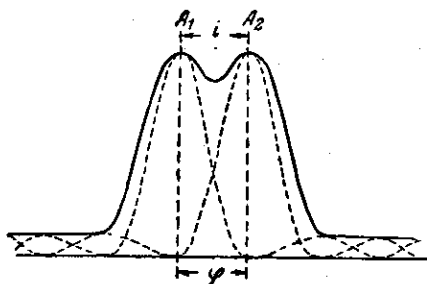


Рис. 207. Распределение интенсивности при наложении двух близких спектральных линий.

отклонения, т. е. свет внутри призмы идет параллельно основанию. На рис. 208  $A_0B_0$  означает положение волнового фронта для обеих длин волн до падения на призму, стоящую в *положении минимального отклонения*, а  $A_1B_1$  и  $A_2B_2$  — положения волновых фронтов для  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  после преломления. Угол  $i$  есть угол между  $A_1B_1$  и  $A_2B_2$ . Из рис. 208 следует:

$$i \approx \operatorname{tg} i = \frac{B_1B_2 - A_1A_2}{A_2B_2},$$

$$A_1A_2 = l_2(n_1 - n_2) = l_2\delta n,$$

$$B_1B_2 = l_1(n_1 - n_2) = l_1\delta n,$$

где  $l_1$  и  $l_2$  — длины пути в верхней и нижней частях призмы и  $\delta n = n_1 - n_2$  — разность показателей преломления для  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , ибо фронт волны  $\lambda_1$  отстаёт от фронта  $\lambda_2$  вследствие запаздывания в веществе призмы, обусловленного различием в показателях преломления  $n_1$  и  $n_2$  и толщиной проходимого слоя призмы.

Таким образом,  $(l_1 - l_2)\delta n$  есть разность хода между волнами  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , возникающая вследствие дисперсии в толще призмы на длине  $(l_1 - l_2)$ . Обозначив *ширину* светового пучка  $A_0B_0 = A_2B_2$  через  $h$ , найдем:

$$i = \frac{l_1 - l_2}{h} \delta n.$$

Ширина пучка  $h$  определяет дифракционное расширение линий. Так как  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  близки между собой, то это расширение для обеих линий можно считать одинаковым и определяемым из условия  $h \sin \varphi = \lambda$ , или

$$\varphi = \frac{\lambda}{h}.$$

Итак, условие разрешения двух линий, близких к  $\lambda$ , гласит:

$$i = \varphi$$

или

$$\lambda = \delta n (l_1 - l_2). \quad (90.1)$$

Наиболее благоприятный случай будем иметь, когда пучок света захватывает *всю* призму. При этом  $l_2 = 0$  и  $l_1 = b$ , где  $b$  — ширина основания, вдоль которого идет свет при минимуме отклонения. Для этого случая имеем:

$$\lambda = b \delta n \quad \text{и} \quad A = \frac{\lambda}{\delta \lambda} = b \frac{\delta n}{\delta \lambda}. \quad (90.2)$$

Таким образом, хроматическая разрешающая способность призмы равна произведению ее основания на относительную дисперсию показателя преломления.

В случае спектрографов с несколькими призмами из одного материала ( $\delta n / \delta \lambda$  одинаково)  $b$  равно сумме оснований всех призм. Так, большой трехпризменный спектрограф ИСП-51, каждая из призм которого имеет основание около 7 см, в фиолетовой части спектра, где дисперсия  $\frac{\delta n}{\delta \lambda} = 0,00001$ , имеет теоретическую разрешающую силу  $A = 20\ 000$ , т. е. прибор не дает возможности разделить две фиолетовые линии, отличающиеся меньше чем на  $0,2 \text{ \AA}$ . Реальная разрешающая сила несколько ниже из-за влияния конечной ширины щели, а также несовершенства оптики спектрографа и зернистой структуры фотопластинок.

## ОТДЕЛ IV

# ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

---

### ГЛАВА XV

## ЕСТЕСТВЕННЫЙ И ПОЛЯРИЗОВАННЫЙ СВЕТ

### § 91. Поперечность световых волн

При изучении явлений интерференции и дифракции вопрос о том, являются ли световые волны продольными или поперечными, имел второстепенное значение (см. § 18).

Из электромагнитной теории света вытекает непосредственно, что световые волны поперечны. Действительно, вся совокупность законов электромагнетизма и электромагнитной индукции, краткое математическое выражение которой заключено в уравнениях теории Максвелла, приводит к выводу, что изменение во времени электрической напряженности  $E$  сопровождается появлением переменного магнитного поля  $H$ , направленного перпендикулярно к вектору  $E$ , и наоборот. Такое переменное электромагнитное поле не остается неподвижным в пространстве, а распространяется со скоростью света вдоль линии, перпендикулярной к векторам  $E$  и  $H$ , образуя электромагнитные, в частности световые, волны. Таким образом, три вектора  $E$ ,  $H$  и скорость распространения  $\varphi$  взаимно перпендикулярны, составляя правовинтовую систему; другими словами, направление векторов  $E$  и  $H$  перпендикулярно к направлению распространения, т. е. электромагнитная волна поперечна\*).

Если заданы направление распространения и направление одного из векторов, например  $E$ , то направление другого ( $H$ ) определяется однозначно. Однако крест векторов  $E$  и  $H$  может быть произвольно ориентирован относительно направления распространения (или луча).

В каждом данном случае имеется *та* или *иная* ориентация, и, следовательно, луч не является осью симметрии электромагнитных волн. Такая асимметрия характерна для *поперечных* волн, продольные же волны всегда симметричны по отношению к направлению распространения. Таким образом, асимметрия по отношению к лучу

---

\*) См. сноску на стр. 40. Так как обычно направления распространения волны и луча совпадают или незначительно отличаются друг от друга, то в дальнейшем мы не делаем различия между ними.

и является тем признаком, который отличает поперечную волну от продольной. Этот признак и был использован для экспериментального установления поперечности световых волн задолго до того, как была установлена их электромагнитная природа, делающая эту поперечность самоочевидной.

Орудием опытного исследования этой асимметрии может, очевидно, служить только такая система, которая в свою очередь обладает свойством асимметрии. Такой системой, пригодной для исследования свойств светового луча, может служить кристалл, атомы которого располагаются в виде пространственной решетки таким образом, что свойства кристалла по различным направлениям оказываются различными (анизотропия). И действительно, прохождение света через кристаллы и было первым явлением, послужившим к установлению поперечности световых волн.

Еще Гюйгенс (1690 г.), изучая открытое Бартолином (1670 г.) свойство исландского шпата раздвигать проходящие через него световые лучи (двойное лучепреломление), нашел, что каждый из полученных таким образом лучей ведет себя при прохождении через второй кристалл исландского шпата иначе, чем обычные лучи; а именно, в зависимости от ориентировки кристаллов друг относительно друга каждый из лучей, раздваиваясь во втором кристалле, дает два луча различной *интенсивности*, а при некоторых ориентировках — только один луч (интенсивность другого падает до нуля). Гюйгенс не нашел объяснения открытому им явлению. Ньютон (1704 г.), обсуждая открытие Гюйгенса, обратил внимание на то, что здесь проявляются основные свойства света («значительные», как называет их Ньютон), в силу которых луч имеет четыре стороны, так что направление, соединяющее одну пару сторон, неравноправно с перпендикулярным направлением. В силу этого Ньютон видел в световых корпускулах некоторое внешнее сходство с магнетиками, обладающими полюсами, благодаря чему направление вдоль магнетика неравноправно с перпендикулярным направлением.

Много лет спустя Малюс (1808 г.), открывший сходные особенности в свете, отраженном от стекла, ввел для обозначения их термин *поляризация*, по-видимому, под влиянием ньютонова представления.

После установления волновой природы света явление поляризации света подверглось дальнейшему тщательному изучению. опыты Френеля и Араго над интерференцией поляризованных лучей (1816 г.) побудили Юнга высказать догадку о *поперечности световых волн*. Френель, независимо от Юнга, также выдвинул концепцию поперечности световых волн, всесторонне обосновал ее многочисленными важными опытами и положил в основу объяснения явления поляризации света и двойного лучепреломления в кристаллах.

Трудности, связанные с этим вопросом, состояли в том, что поперечные колебания и волны не могут иметь места в жидкостях

и газах. Упругие же колебания в твердых телах еще не были исследованы к этому времени. Учение Френеля о поперечных световых волнах дало толчок к исследованию свойств упругих твердых тел. Применение полученных знаний к оптике повело к ряду принципиальных затруднений, указавших несовместимость механических законов колебаний упругой среды с наблюдаемыми на опыте законами оптических явлений\*). Эти затруднения были устранены только с появлением электромагнитной теории света. Однако для интересующего нас вопроса о поперечности световых волн упругие механические теории дали очень много, и плодотворность их для того времени стоит вне сомнения.

### § 92. Прохождение света через турмалин

Произведем следующий опыт. Вырежем из кристалла турмалина пластинку  $T_1$  (рис. 209), плоскость которой будет параллельна одному из определенных направлений кристаллической решетки, называемому *осью*, и пустим сквозь пластинку свет перпендикулярно к поверхности пластинки.

Вращая кристалл вокруг направления луча, мы не заметим никаких изменений интенсивности света. Таким образом, световая волна, падающая на турмалин от обычного источника света (например, от электрической дуги  $L$ ), не обнаруживает асимметрии по отношению к направлению своего распространения. Однако, если поставить на пути луча еще *вторую* аналогичную пластинку турмалина  $T_2$ , расположенную параллельно первой (рис. 209), то явление осложняется.

В зависимости от того, как ориентированы друг относительно друга обе пластинки, меняется интенсивность проходящего через них света. Интенсивность оказывается наибольшей, если оси обеих пластинок *параллельны*; она равна нулю (свет полностью задерживается), если оси пластинок перпендикулярны; эта интенсивность имеет промежуточное значение при промежуточных положениях пластинок. Опыт показывает, что интенсивность пропорциональна  $\cos^2 \alpha$ , если  $\alpha$  — угол между осями обеих пластинок.

Полное объяснение наблюдаемым явлениям можно дать, если сделать следующие гипотезы. Во-первых, предположим, что световые

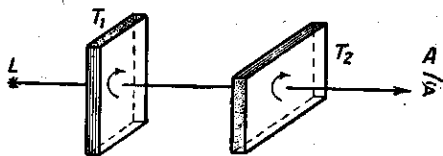


Рис. 209. Прохождение света через две пластинки турмалина.

\*) Мы вкратце вернемся к этому вопросу при изучении проблемы о прохождении света через границу раздела двух сред (§ 129).

волны поперечны, но свет, исходящий из источника, не имеет преимущественного направления колебаний, т. е. все направления колебаний, перпендикулярные к направлению волны, представлены в падающем свете. Этим объясняется первый опыт, несмотря на допущение поперечности световых волн. Во-вторых, примем, что турмалин пропускает лишь волны, один из поперечных векторов которых, например электрический, имеет слагающую, параллельную оси кристалла. При прохождении световой волны через такой кристалл будет пропущена только часть световой энергии, соответствующая этой слагающей. Когда на кристалл падают электромагнитные световые волны со всевозможными ориентировками электрического вектора, то сквозь кристалл пройдет лишь часть света (половина), так что за кристаллом окажутся волны, направление электрического вектора которых будет параллельно оси кристалла. Кристалл таким образом *выделяет* из света со всевозможными ориентировками  $E$  ту часть, которая соответствует одному определенному направлению  $E$ . Мы будем в дальнейшем называть свет со всеми возможными ориентировками вектора  $E$  (и, следовательно,  $H$ ) *естественным* светом, а свет, в котором  $E$  (а следовательно, и  $H$ ) имеет одно-единственное направление, — *плоско-поляризованным*, или *прямолинейно-поляризованным*. Таким образом, турмалин превращает естественный свет в прямолинейно-поляризованный, задерживая половину его, соответствующую той слагающей электрического вектора, которая перпендикулярна к оси кристалла.

Теперь становятся понятными второй опыт и роль второго турмалина. До него доходит уже свет поляризованный. В зависимости от ориентировки второго турмалина из этого поляризованного света пропускается большая или меньшая часть, а именно та часть, которая соответствует компоненте электрического вектора, параллельной оси второго турмалина. Так как электрический вектор волны, прошедшей первый турмалин, имеет по предположению направление, параллельное оси первого турмалина, то амплитуда света, пропущенного вторым турмалином, будет пропорциональна  $\cos\alpha$  (где  $\alpha$  — угол между осями обеих пластинок), а интенсивность пропорциональна  $\cos^2\alpha$ , что и наблюдается на опыте.

Естественный свет с точки зрения этих гипотез является или прямолинейно-поляризованным светом, направление колебаний которого быстро и совершенно хаотически меняется с течением времени, или же смесью линейно-поляризованных лучей со всевозможными направлениями колебаний.

Мы до сих пор говорили о направлении электрического вектора, параллельного оси турмалина, только для определенности. Рассуждения сохранили бы свою силу, если бы ось турмалина был параллелен магнитный вектор. Впоследствии мы опишем опыты, при помощи которых было установлено, что в проходящем через



турмалин свете параллельно оси ориентирован именно электрический вектор (см. § 94).

Плоскость, в которой расположен электрический вектор, называют *плоскостью колебания* поляризованного света, а плоскость, в которой расположен магнитный вектор, — *плоскостью поляризации*. Эта двойная терминология — плоскость колебания и плоскость поляризации — сложилась исторически при развитии упругой теории света и, несмотря на ее неудобства, до сих пор сохранилась во многих книгах. Описание явлений выигрывает в простоте и ясности, если ограничиться указанием лишь *одного* направления, например направления колебания электрического вектора, т. е. плоскости колебания — по старой терминологии. В дальнейшем везде, где не будет специальных оговорок, мы под направлением колебания, будем всегда подразумевать направление *электрического* вектора.

Описанный опыт с двумя кристаллами турмалина, по существу дела, не отличается от опыта, впервые выполненного Гюйгенсом с двумя кристаллами исландского шпата. Основное отличие турмалина, выгодное для описанного опыта, состоит в том, что турмалин, будучи также двоякопреломляющим кристаллом, весьма сильно поглощает один из двух преломленных лучей, так что практически тонкая пластинка турмалина пропускает только один из двух преломленных лучей.

Таким образом, явление для наблюдателя кажется проще, ибо внимание не отвлекается вторым лучом, как это имеет место при исландском шпате.

### § 93. Поляризация при отражении и преломлении света на границе двух диэлектриков

Явление поляризации света, т. е. выделение световых волн с определенной ориентацией электрического (и магнитного) вектора, имеет место и при отражении или преломлении света на границе двух изотропных диэлектриков. Этот способ поляризации был открыт Малюсом, который случайно заметил, что при поворачивании кристалла около луча, отраженного от стекла, интенсивность света периодически усиливается и ослабевает, т. е. отражение от стекла действует на свет подобно прохождению через турмалин. Правда, при этом не наблюдалось полного погасания света при некоторых определенных положениях кристалла, а наблюдались лишь усиление и ослабление света.

Явление поляризации при отражении и его законы могут быть изучены при помощи следующего устройства. Параллельный пучок естественного света (рис. 210) падает на стеклянное зеркало  $S_1$ , укрепленное на оси  $O$  при помощи шарнира. Благодаря такому устройству мы можем при любом угле падения направить ось  $O$

вдоль отраженного луча и обеспечить таким образом возможность вращения зеркала около отраженного луча. Отраженный свет исследуется при помощи пластинки турмалина  $T_2$ , также способной поворачиваться около отраженного луча. Глаз наблюдателя при поворачивании  $T_2$  видит ослабление и усиление света.

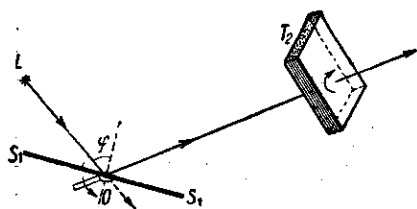


Рис. 210. Исследование поляризации при отражении.  $S_1$  — стеклянное зеркало, поляризующее лучи света;  $T_2$  — пластинка турмалина, служащая анализатором.

а второе,  $S_2$ , — анализатором. На рис. 211 показана схема такого прибора, а на рис. 212 — его общий вид.

Зеркало представляет собой просто пластинку стекла, не покрытую тонким слоем металла, в противоположность зеркалам, применяемым в общепитии. Наличие металлического слоя испортило бы опыт, так как отражение от металла происходит иначе, чем для обычного стекла наблюдается отражение света как от передней, так и от задней поверхности; для удобства применяют нередко стекло, закрашенное с одной стороны черной краской, или непрозрачное (черное) стекло. Можно применить также какой-либо другой полированный диэлектрик, например мрамор.

В опытах, схемы которых изображены на рис. 210 и 211, интенсивность света доходит до *минимума*, когда плоскость, проходящая через ось турмалина  $T_2$ , параллельна плоскости падения на зеркало  $S_1$  или когда плоскости падения на зеркала  $S_1$  и  $S_2$  перпендикулярны друг к другу. Интенсивность достигает *максимума* при повороте  $T_2$  или  $S_2$  на  $90^\circ$ . Таким образом, поляризация света, наблюдаемая при отражении от диэлектрика, оказывается *неполной*, или *частичной*, т. е. отраженный луч представляет собой смесь естественного света с некоторой частью поляризованного света. Изменяя угол наклона зеркала  $S_1$  к лучу, мы убеждаемся, что доля поляризованного света зависит от величины угла падения  $\varphi$ .

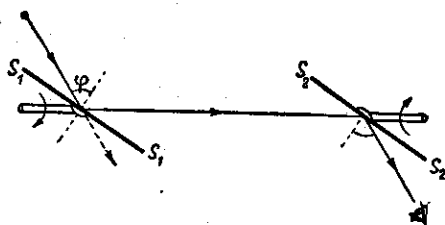


Рис. 211. Схема прибора для исследования поляризации при отражении, в котором в качестве поляризатора и анализатора служат стеклянные зеркала  $S_1$  и  $S_2$ .

При этом с возрастанием угла  $\varphi$  доля поляризованного света растет, так что при определенном угле  $\varphi$  отраженный свет оказывается *полностью* поляризованным. Величина этого угла *полной поляризации* зависит от относительного показателя преломления  $n$  и определяется, как установил Брюстер (1815 г.), соотношением

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = n \quad (93.1)$$

(закон Брюстера). При дальнейшем увеличении угла падения доля поляризованного света вновь уменьшается. Нетрудно показать, что при падении под углом полной поляризации луч отраженный и луч преломленный составляют *прямым углом* друг с другом (см. упражнение 128).

Что же касается направления колебания в свете, поляризованном при отражении, то исследование (см. § 94) показывает, что электрический вектор в отраженном свете в случае полной поляризации колеблется перпендикулярно к плоскости падения. При частичной поляризации это направление является преимущественным направлением колебания, хотя в частично поляризованном свете представлены колебания и других направлений.

Проанализировав преломленный свет, мы убеждаемся, что он также частично поляризован, и притом так, что колебания расположены преимущественно в плоскости падения. Соединяя свет отраженный и преломленный, мы вновь получаем первичный неполяризованный пучок. Таким образом, пластинка прозрачного диэлектрика *сортирует* лучи естественного света, отражая по преимуществу лучи с одним направлением колебания и пропуская перпендикулярные колебания. Доля поляризованного света в преломленном пучке зависит от угла падения и показателя преломления вещества.

При падении под углом Брюстера поляризация преломленных лучей максимальная, но далеко не полная (для обычного стекла она составляет около 15%). Если преломленные и, следовательно, частично поляризованные лучи подвергнуть второму, третьему и т. д. преломлениям, то, конечно, степень поляризации преломленных лучей возрастает.

Если имеется 8—10 пластинок, то при падении под углом Брюстера и прошедший и отраженный свет практически окажется вполне поляризованным. Интенсивности отраженного и прошедшего

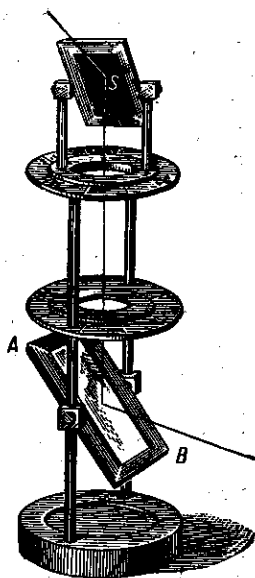


Рис. 212. Прибор для исследования поляризации при отражении.  $AB$  — поляризующее стеклянное зеркало;  $S$  — анализатор из черного стекла. На столике могут помещаться кристаллы для исследования.

пучков будут равны между собой и составят каждая половину интенсивности падающего (если можно пренебречь поглощением в стекле). Направления же колебания электрических векторов в отраженном и прошедшем пучках будут взаимно перпендикулярны. Такая группа пластинок, именуемая *стопой*, может, следовательно, служить в качестве поляризатора или анализатора как в отраженном, так и в проходящем свете.

Полное решение вопроса о доле поляризованного света, наблюдаемого при отражении и преломлении на границе двух диэлектриков, в зависимости от угла падения изложено ниже, в гл. XXII, где даются так называемые формулы Френеля, из которых следует, в частности, и закон Брюстера.

#### § 94. Ориентировка электрического вектора в поляризованном свете

Мы до сих пор говорили о направлении электрического вектора, приняв без доказательств, что направление его при поляризации отражением перпендикулярно к плоскости падения, а при поляризации турмалином совпадает с осью турмалина. Винуеру удалось осуществить опыты, дающие доказательство этого.

Раньше (§ 23) были описаны опыты того же автора, показавшие, что фотографическое действие оказывает электрический вектор световой волны (поэтому его называют *световым* вектором). Специальная модификация опыта со стоячими волнами позволила решить вопрос о направлении электрического вектора в поляризованном свете.

Заставим свет, поляризованный каким-либо образом, отразиться под углом в  $45^\circ$  от металлического зеркала  $M$  (рис. 213), поверх которого налит слой светочувствительной эмульсии  $P$  и который представляет собой, следовательно, фотографическую пластинку с зеркальной подслоем\*). Легко видеть, что нужно ждать различных результатов в зависимости от того, будет ли световой (электрический) вектор ориентирован перпендикулярно к плоскости падения или будет лежать в этой плоскости. В первом случае (рис. 213, а) при отражении света электрический вектор сохраняет направление, параллельное самому себе и, следовательно, падающая и отраженная волны будут интерферировать, давая начало стоячим волнам с пространственным распределением узлов и пучностей и с соответствующим слонстым распределением выделившегося серебра (ср. § 23). Если же электрический вектор лежит в плоскости падения, то при отражении он поворачивается вместе с фронтом волны на  $90^\circ$ . Таким образом, электрические векторы в падающей и отраженной волнах составляют между собой прямой угол (рис. 213, б), так что интер-

\*) При рассмотрении этих опытов можно считать, что отражение от металла не влияет на характер поляризации света. Более тонкие эффекты при отражении от металла будут рассмотрены позже (§ 135).

ференция между ними невозможна. Результирующая электрического вектора во всей толще эмульсии сохраняет неизменное значение, и слоистого отражения серебра не наблюдается. Таким образом, можно решить, как ориентирован электрический вектор в направленном на зеркало  $M$  поляризованном свете, и, следовательно, установить направление электрического вектора для различных конкретных случаев поляризации. Эти опыты показали, что в случае поляризации турмалином электрический вектор имеет направление, параллельное

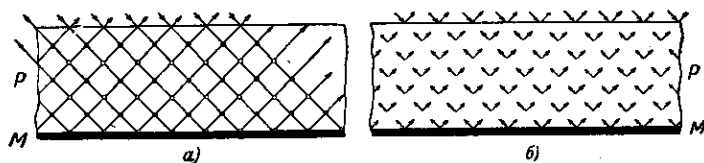


Рис. 213. Опыты Винера.  $a$  — электрический вектор падающего света направлен перпендикулярно к плоскости падения;  $b$  — электрический вектор падающего света лежит в плоскости падения.

оси турмалина; в случае поляризации при отражении от диэлектрика он лежит в плоскости, перпендикулярной к плоскости отражения (падения); в случае преломления диэлектриком — в плоскости преломления (падения) и т. д.

### § 95. Закон Малюса

Действие различных поляризующих или анализирующих приборов, рассмотренных выше (турмалин, стеклянное зеркало, стопа и т. д.), типично для всех приспособлений этого рода. Естественный свет всегда сортируется этими приборами так, что в один пучок отбираются преимущественно (или сплошь) лучи с одним направлением электрических колебаний, а в другой — лучи с перпендикулярным направлением электрических колебаний. Смешение этих двух пучков вновь дает естественный свет. Иногда явление несколько затемняется тем обстоятельством, что один из этих пучков претерпевает более или менее полное поглощение (турмалин, непрозрачный диэлектрик). Два взаимно перпендикулярных направления колебаний в двух пучках, образующихся при поляризации, определяются физическими особенностями примененного поляризатора; в случае турмалина (и других кристаллов) они определены строением кристалла, в случае зеркала — направлением плоскости падения и т. д. Эти избранные направления можно назвать главными плоскостями  $P_1$  и  $P_2$ , причем  $P_1 \perp P_2$ .

Если естественный свет проходит через два поляризующих прибора, соответствующие плоскости которых образуют между собой угол  $\varphi$ , то интенсивность света, пропущенного такой системой, будет пропорциональна  $\cos^2 \varphi$ . Закон этот был сформулирован Малюсом

в 1810 г. и подтвержден тщательными фотометрическими измерениями Араго, который построил на этом принципе фотометр. Небезынтересно заметить, что Малюс вывел свой закон, основываясь на корпускулярных представлениях о свете. С волновой точки зрения закон этот представляет следствие теоремы разложения векторов и утверждения, что интенсивность света пропорциональна *квадрату* амплитуды световой волны. Таким образом, закон Малюса может рассматриваться как непосредственное экспериментальное доказательство этого утверждения. Закон Малюса лежит в основе расчета интенсивности света, прошедшего через поляризатор и анализатор во всех возможных поляризационных приборах.

### § 96. Естественный свет

В заключение еще раз сопоставим определения естественного и поляризованного света. *Естественный свет* есть совокупность световых волн со всеми возможными направлениями колебаний, существующими одновременно или быстро и беспорядочно сменяющимися друг друга; совокупность эта статистически симметрична относительно луча, т. е. характеризуется неупорядоченностью направленных колебаний.

Прямолинейно- или *плоско-поляризованный свет* представляет собой световые волны с одним-единственным направлением колебаний (единственный крест  $E$  и  $H$ ), т. е. волны с вполне упорядоченным направлением колебаний. Существуют и более сложные виды упорядоченных колебаний, которым соответствуют иные типы поляризации, например круговая или эллиптическая поляризации, при которых конец электрического (и магнитного) вектора описывает круг или эллипс с тем или иным эксцентриситетом (см. гл. XVII).

*Частично поляризованный свет* характеризуется тем, что одно из направлений колебаний является преимущественным, но не исключительным. Луч уже не является осью симметрии. Частично поляризованный свет можно рассматривать как смесь естественного и поляризованного.

Большинство источников (раскаленные тела, светящиеся газы) испускает свет, близкий к естественному, хотя некоторые следы поляризации почти всегда наблюдаются и объясняются излучением более глубоких слоев вещества. Это излучение проходит через некоторый слой и испытывает частичную поляризацию подобно наблюдаемой при прохождении через слой диэлектрика.

Есть все основания полагать, что свет, испускаемый каким-либо атомом, сохраняет характер поляризации неизменным на протяжении времени, довольно длительного по сравнению с периодом колебания. Действительно, интерференция света может наблюдаться при очень большой разности хода (до миллиона длин волн), когда, следовательно, интерферировать между собой приходится волнам, испущен-

ным в начале и в конце интервала, охватывающего миллион колебаний. То обстоятельство, что интерференция при этом возможна, доказывает, что характер поляризации сохраняется на протяжении большого числа колебаний. Таким образом, излучение отдельных атомов может при благоприятных обстоятельствах (разреженный газ) сохранить неизменной не только начальную фазу, но и характер колебания в течение довольно длительного времени ( $\approx 10^{-8}$  сек.).

Однако нам одновременно приходится наблюдать излучение миллиардов атомов, посылающих поляризованный свет разного характера поляризации или разных ориентировок. Кроме того, и каждый атом после нескольких сотен тысяч колебаний начинает свой акт испускания опять с новым характером поляризации. Таким образом, обычно наблюдаются множество всех возможных ориентировок *E* и *H* и быстрая смена этих ориентировок, что и представляет собой естественный свет. Пока свет дойдет от излучающих атомов до наблюдателя, он может претерпеть ряд воздействий, вносящих некоторую поляризацию, которой мы обычно почти не замечаем. Только при специальных условиях наблюдения (свет, рассеянный атмосферой; свет, отраженный водной поверхностью, и т. д.) доля поляризованного света может заметно возрасти.

## ГЛАВА XVI

### ПОЛЯРИЗАЦИЯ ПРИ ДВОЙНОМ ЛУЧЕПРЕЛОМЛЕНИИ \*)

#### § 97. Двойное лучепреломление и поляризация света при прохождении через кристалл исландского шпата

Исландский шпат представляет собой разновидность углекислого кальция ( $\text{CaCO}_3$ ), кристаллизующуюся в виде кристаллов гексагональной системы. Он обладает чрезвычайно ярко выраженным явлением двойного лучепреломления. Так как эти кристаллы встречаются в естественном состоянии в виде довольно больших и оптически чистых образцов, то неудивительно, что именно на этом объекте было впервые наблюден явление двойного лучепреломления и открыта связанная с ним поляризация световых лучей. И до настоящего времени исландский шпат является наилучшим материалом для изучения и демонстрации этих явлений, а также для изготовления оптических приборов, использующих поляризацию света, хотя в настоящее время известно очень большое количество естественных и искусственных кристаллов с подобными свойствами.

\*) В настоящей главе излагаются лишь предварительные сведения о прохождении света через кристалл исландского шпата, необходимые для понимания поляризации света. Подробнее вопрос о прохождении света через кристаллы рассматривается в гл. XXV.

Кристалл исландского шпата легко выкальвается в виде ромбоэдра, причем ромбы, его ограничивающие, имеют углы  $101^{\circ} 52'$  и  $78^{\circ} 08'$  (рис. 214). Если на такой кристалл падает узкий пучок света, то, преломляясь, он дает два пучка несколько различного направле-

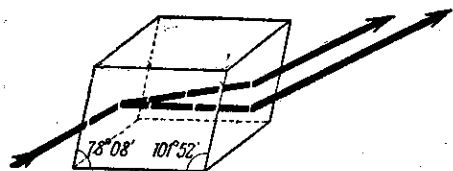


Рис. 214. Прохождение света через кристалл исландского шпата (двойное лучепреломление).

ния. Если падающий пучок достаточно узок, а кристалл достаточно толст, то из него выходят два пучка, параллельных первоначальному (как при всяком прохождении через плоско-параллельную пластинку), вполне разделенных пространственно.

Даже в том случае, когда первичный пучок нормален к естественной грани кристалла, т. е. угол падения равен нулю, преломленный пучок разделяется на два, причем один из них представляет продолжение первичного, а второй уклоняется (рис. 215) так, что угол преломления отличен от нуля.

Это обстоятельство, равно как и ряд других отступлений от обычных законов преломления, о которых речь будет ниже, дали повод назвать второй из этих лучей *необыкновенным* (*e*), сохраняя за первым

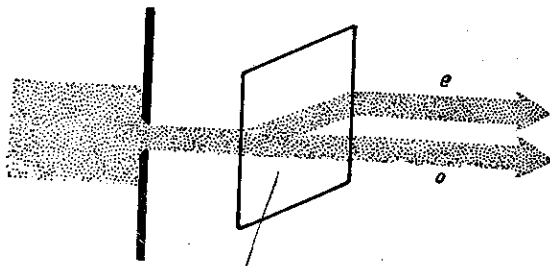


Рис. 215. Двойное лучепреломление света, падающего нормально к естественной грани кристалла исландского шпата.

название *обыкновенного* (*o*). Различие в отклонении обеих лучей показывает, что они обладают разными показателями преломления. Исследуя явление при различных направлениях преломленных лучей внутри кристалла, можно обнаружить, что в кристалле исландского шпата один из лучей (*обыкновенный*) имеет для всех направлений одно и то же значение показателя преломления, показатель же преломления другого луча (*необыкновенного*) зависит от направления.

В кристалле исландского шпата существует одно определенное направление, вдоль которого оба преломленных луча обладают одним и тем же показателем преломления, т. е. вдоль которого они распро-



страняются, не раздваиваясь и с одной скоростью, как в обычной изотропной среде. Направление это составляет определенные углы с ребрами естественного кристалла; в случае куска кристалла,

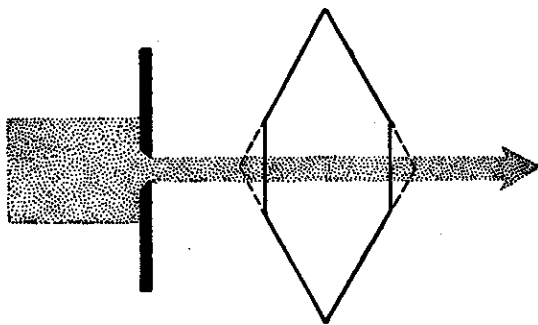


Рис. 216. Двойное лучепреломление не наблюдается при прохождении света вдоль оптической оси исландского шпата.

имеющего вид ромбоэдра, это направление параллельно диагонали, соединяющей тупые углы ромбоэдра. Направление это принято называть *оптической осью* кристалла. Существование оптической оси исландского шпата легко продемонстрировать на куске кристалла, на котором сошлифованы с двух сторон две плоскости, перпендикулярные к указанному направлению (рис. 216 и 217). Пучок света, направленный перпендикулярно к этим сошлифованным плоскостям, пройдет сквозь кристалл, не раздваиваясь. Если сошлифованные плоскости достаточно велики, то можно убедиться, что направление, перпендикулярное к ним в *любом месте*, обладает свойством оптической оси. Другими словами, любая прямая, параллельная найденному направлению, является оптической осью кристалла.

Таким образом, оптическая ось представляет собой определенное *направление* в кристалле, а не какую-то избранную линию, что вполне понятно, ибо отдельные участки кристалла должны обладать идентичными свойствами. Итак, через любую точку исландского шпата можно провести оптическую ось. Всякая плоскость, проходящая через оптическую ось, носит название *главного сечения*, или *главной плоскости* кристалла. Обычно мы пользуемся главным сечением, проходящим через световой луч.

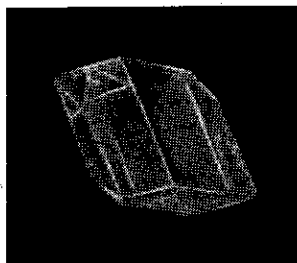


Рис. 217. Естественный кристалл исландского шпата, у которого сошлифованы две площадки, перпендикулярные к оптической оси.

Рассмотрим несколько детальнее опыт, при котором световой луч падает нормально на естественную грань кристалла. Главную плоскость проведем через падающий луч (через нормаль к кристаллу). Опыт показывает, что внутри кристалла идут два луча, из которых один (обыкновенный) есть продолжение падающего, а второй (необыкновенный) отклонен и лежит вместе с первым в главной плоскости. Из кристалла выходят два луча, лежащих в главной плоскости, параллельных падающему лучу, но смещенных друг относительно друга. При вращении кристалла вокруг направления падающего луча один из преломленных лучей будет неподвижным, второй будет обходить вокруг первого.

Если исследовать оба выходящих луча при помощи турмалина или стеклянного зеркала, то обнаруживается, что оба луча вполне поляризованы, и притом во взаимно перпендикулярных плоскостях. Электрическое колебание обыкновенного луча происходит перпендикулярно к главной плоскости, а необыкновенного — лежит в главной плоскости. Свойства обоих лучей по выходе из кристалла, за исключением направления поляризации, конечно, ничем друг от друга не отличаются, так что название «необыкновенный» имеет смысл только внутри кристалла. Интенсивности обоих лучей одинаковы \*).

Если один из пучков по выходе из первого кристалла заставить упасть нормально на грань второго кристалла, то мы опять получим два пучка, лежащих в главной плоскости *второго* кристалла и поляризованных так же, как и раньше, по отношению к главной плоскости второго кристалла. Таким образом, направление поляризации зависит только от ориентации кристалла и не зависит от того, поляризован ли падающий на него свет или же он является естественным. Интенсивности обоих лучей будут, однако, в случае поляризованного падающего луча зависеть от угла  $\alpha$  между направлением колебания в падающем поляризованном луче и главной плоскостью второго кристалла. Действительно, во втором кристалле колебания необыкновенного луча, лежащие в главной плоскости второго кристалла, составят угол  $\alpha$  с колебаниями в падающем поляризованном свете, а направления колебания обыкновенного луча образуют с ними угол  $\pi/2 - \alpha$ . Если амплитуда падающего на второй кристалл луча равна  $A$ , то амплитуды обоих лучей, выходящих из кристалла, будут соответственно

$$a = A \sin \alpha \quad (\text{для обыкновенного луча}),$$

$$b = A \cos \alpha \quad (\text{для необыкновенного луча}),$$

\*) Напоминаем, что мы описываем явления, происходящие в кристалле исландского шпата. Они типичны для большой группы кристаллов, обладающих одной оптической осью и носящих название одноосных. Сложнее происходят явления в так называемых *двуосных* кристаллах, где ни один из лучей не может быть назван обыкновенным. Для многих одноосных и двуосных кристаллов поглощение света для обоих распространяющихся в кристалле лучей различно. Типичным представителем такого кристалла является турмалин, в котором необыкновенный луч практически полностью поглощается уже при толщине около 1 мм (см. § 98, в).

и их интенсивности относятся как

$$\frac{I_o}{I_e} = \frac{a^2}{b^2} = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha. \quad (97.1)$$

\* Опыт полностью подтверждает эти расчеты. Если, например, расположить два кристалла один за другим и, задержав один из лучей, рассматривать на экране следы двух пучков  $I_o$  и  $I_e$ , на которые разобьется второй, то относительные интенсивности их будут зависеть от взаимной ориентации кристаллов  $K_1$  и  $K_2$ . Поворачивая кристалл  $K_2$  вокруг обыкновенного луча  $I_o$  на  $360^\circ$ , мы заставим пятнышко  $I_e$  обойти вокруг  $I_o$ , причем отношение их интенсивностей будет меняться в соответствии с формулой  $I_o/I_e = \operatorname{tg}^2 \alpha$  (см. упражнение 133).

### § 98. Поляризационные приспособления

В предыдущем параграфе мы упоминали, что показатель преломления обыкновенного и необыкновенного лучей для кристаллов различается. Так, для исландского шпата  $n_o = 1,658$ , а  $n_e$  может принимать в зависимости от направления луча в кристалле все значения между 1,486 и 1,658. Кристаллы, для которых, как для исландского шпата,  $n_e \leq n_o$ , называются *отрицательными*. Кристаллы, для которых  $n_e \geq n_o$  (например, кварц), носят название *положительных*.

На большом различии  $n_o$  и  $n_e$  основано применение исландского шпата для разделения лучей, поляризованных по взаимно перпендикулярным направлениям. Для этой цели можно воспользоваться кристаллом исландского шпата, поместив перед его гранью небольшую диафрагму (как показано на рис. 215). Задержав один из пучков, можно иметь пучок, поляризованный по некоторому определенному направлению.

Однако гораздо удобнее применять не простые кристаллы, а соответствующие комбинации их, носящие название *поляризационных призм*. Применяются призмы двух типов: призмы, дающие один пучок, поляризованный в какой-либо плоскости (поляризационные призмы), и призмы, дающие два луча, поляризованных в двух взаимно перпендикулярных плоскостях (двокопреломляющие призмы). Первые построены обычно по принципу полного внутреннего отражения одного из лучей от какой-либо границы раздела, тогда как другой луч, с иным показателем преломления, проходит через границу (Николь, 1828 г.). Вторые используют различие в показателях преломления обыкновенного и необыкновенного лучей, чтобы развести их возможно дальше друг от друга. Наиболее употребительны следующие типы призм.

а) **Поляризационные призмы.** Призма Николя представляет собой призму из исландского шпата, вырезанную, как указано на рис. 218. По линии  $AA'$  призма разрезается и склеивается канадским бальзамом, показатель преломления которого  $n = 1,550$  лежит между

$n_o$  и  $n_e$  для обыкновенного и необыкновенного лучей. Отношение ребер  $\frac{AC'}{AC} = 3,65$ .

Ось составляет угол  $48^\circ$  со входной гранью. При подходящем угле падения на грань призмы обыкновенный луч претерпевает полное

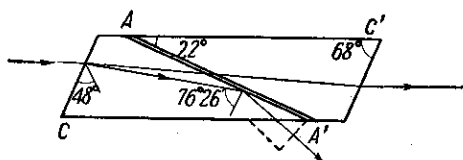


Рис. 218. Поляризационная призма Николя.

внутреннее отражение на прослойке канадского бальзама и поглощается зачерненной нижней гранью. В больших призмах во избежание нагревания призмы луч *выводится* из кристалла при помощи призмочки, приклеенной к кристаллу и показанной на рис. 218

пунктиром. Необыкновенный луч выходит из кристалла параллельно грани  $A'C$ . Наибольшее отклонение падающих лучей от параллельности (апертура), при котором свет, выходящий из призмы, еще нацело поляризован, равно  $29^\circ$ .

Другие типы поляризационных призм показаны на рис. 219 и 220 и также изготавливаются из исландского шпата. Пунктирная линия на рис. 219 указывает направление оптической оси. Обе половинки соединены воздушной прослойкой  $AA'$ ; отношение ребер  $\frac{AC'}{AC} = 0,9$ . При подходящем угле падения света на призму луч обыкновенный

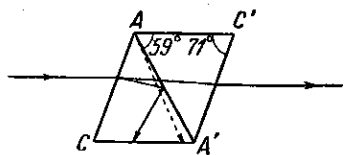


Рис. 219. Укороченная поляризационная призма с воздушной прослойкой (Фуко).

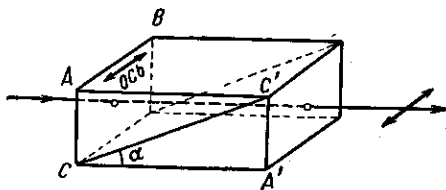


Рис. 220. Поляризационная призма с лобовой гранью, перпендикулярной к ребрам (Глазеврук).

претерпевает полное внутреннее отражение от воздушной прослойки, луч необыкновенный проходит. Отклонение от параллельности падающего пучка (апертура), при котором свет, проходящий через призму, еще полностью поляризован, всего  $8^\circ$ , что значительно менее выгодно, чем у Николя; зато эта призма гораздо короче и, следовательно, дешевле (для заданного сечения). Кроме того, она может применяться для ультрафиолета, так как не имеет канадского бальзама, поглощающего ультрафиолетовый свет.

В призме, изображенной на рис. 220, лобовые плоскости срезаны перпендикулярно к ребрам, что обеспечивает большие удобства в обращении. Оптическая ось параллельна  $AB$ . Склейка производится ка-

надским бальзамом или глицерином. Существует довольно много подобных призм разного устройства.

При склейке глицерином ( $n = 1,474$ , прозрачен для ближнего ультрафиолета) данные призмы следующие:

$$\alpha = 17^\circ 20', \quad \frac{AC'}{AC} = 3,2; \quad \text{апертура } 32^\circ 6'.$$

Призма указанного типа делается и с воздушной прослойкой (Глан). Ее данные:  $\alpha = 50^\circ$ ,  $\frac{AC'}{AC} = 0,85$ , апертура  $8^\circ 6'$ . Пригодна для ультрафиолета.

### б) Двойкопреломляющие призмы.

1. Призма из исландского шпата и стекла (рис. 221). Оптическая ось перпендикулярна к плоскости чертежа,  $n_o = 1,66$ ,  $n_{\text{стекло}} = 1,49$ ,  $n_e = 1,486$ . Луч обыкновенный преломляется в шпате и стекле два раза и сильно отклоняется. Луч необыкновенный выходит почти без отклонения, так как показатель преломления стекла выбран близким к  $n_e$ .

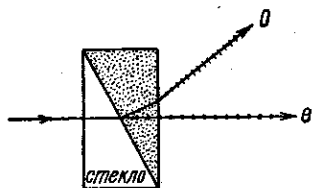


Рис. 221. Двойкопреломляющая призма из исландского шпата и стекла.

2. Призмы из двух кусков исландского шпата с различным направлением кристаллических осей. Устройство и действие их понятны из рис. 222, а, б, в. Различие в ориентировке оптических осей влияет на угол расхождения между

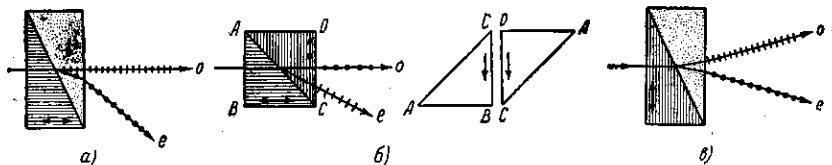


Рис. 222. Различные двойкопреломляющие призмы из исландского шпата, а — призма Рошона: угол между лучами  $o$  и  $e$  зависит от угла призмы, луч  $o$  — ахроматичен; б — призма Сенармона: угол  $ACB$  близок к  $45^\circ$ , что позволяет экономно использовать исходный кристалл, разрезав его вдоль оси  $CB$  и склеивая вдоль естественной грани  $AC$ ; в — призма Волластона обеспечивает симметричное разведение лучей; угол между  $o$  и  $e$  примерно в два раза больше, чем в призме Рошона, но оба луча обнаруживают хроматизм.

лучами. Апертура падающего пучка во всех этих призмах весьма невелика. Иногда двойкопреломляющие призмы делают из кварца; конечно, при этом из-за меньшего различия между  $n_o$  и  $n_e$  углы разведения  $o$  и  $e$  получаются значительно меньше.

в) Дихроические пластинки. На ином принципе основаны поляризационные приспособления, простейшим представителем

которых является турмалин. Турмалин представляет собой двояко-преломляющий кристалл, в котором один из лучей (обыкновенный) поглощается значительно сильнее, чем другой. Благодаря этому из пластинки турмалина оба луча, поляризованных во взаимно перпендикулярных плоскостях, выходят с весьма различной интенсивностью, давая частично поляризованный свет. Если взять достаточно толстую (около 1 мм) пластинку турмалина, то для видимого света обыкновенный луч практически целиком будет поглощен, и вышедший свет будет плоско-поляризованным.

Так как для некоторых длин волн и необыкновенный луч обнаруживает заметное поглощение, то турмалин при выбранной толщине оказывается окрашенным: турмалин является не только поляризатором, но и светофильтром, пропуская практически область зелено-желтых лучей. Это обстоятельство является, конечно, крупным недостатком турмалина как поляризующего приспособления; но, с другой стороны, апертура падающих лучей для турмалина весьма значительна, что иногда может иметь большое значение.

Различие в поглощении лучей разной поляризации влечет за собой различие в поглощении естественного света в зависимости от *направления* распространения, ибо от этого последнего зависит ориентировка электрического вектора волны относительно кристаллографических направлений. Это различие в поглощении, зависящее, кроме того, от длины волны, приводит к тому, что кристалл по разным направлениям оказывается различно окрашенным. Явление носит название *дихроизм* (или, лучше, *плеохроизм* — многоцветность) и в большей или меньшей степени характеризует, по-видимому, все двоякопреломляющие кристаллы. Оно было открыто Кордье (1809 г.) на минерале, названном кордиеритом. Дихроизм турмалина обнаружен был Био и Зеебеком (1816 г.).

Особое значение приобрели дихроичные вещества в последнее время благодаря изобретению *поляроидов*. Поляроид представляет собой пленку очень сильно дихроичного кристалла — герпатита (серноокислый иод-хинин), полученного Герпатом в 1852 г. Чешуйка герпатита толщиной около 0,1 мм практически нацело поглощает один из лучей, являясь уже в таком тонком слое совершенным поляризатором.

Было предложено несколько способов получения довольно больших поверхностей, покрытых мелкими кристалликами герпатита, одинаково ориентированными и представляющими, таким образом, поляризационное приспособление с большой поверхностью. Листы целлулоида, обработанные по такому методу, были выпущены в продажу в 1935 г. под названием *поляроидов*. В настоящее время существует несколько разновидностей дихроичных пластин, изготовленных по типу поляроидов, с использованием как герпатита, так и других соединений, а также в виде больших (до 60 мм) кристаллических пластинок герпатита и т. д. Недостатком дихроич-

ных пластин является меньшая по сравнению с призмами из исландского шпата прозрачность и некоторая селективность, т. е. зависимость поглощения от длины волны, так что современные поляроиды пропускают фиолетовый, а также и красный конец спектра поляризованным лишь частично. Эти недостатки, однако, для многих практических целей искупаются возможностью иметь в поляроиде дешевое поляризационное приспособление не только с апертурой, близкой к  $180^\circ$ , но и с очень большой поверхностью (в несколько квадратных дециметров). Одно из применений поляроиды нашли в автодорожном деле для защиты шофера от слепящего действия фар встречных машин (см. упражнение 137).

## ГЛАВА XVII

### ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ЛУЧЕЙ

#### § 99. Опыт Френеля и Араго и их значение для упругой теории света

Как уже упоминалось в § 18, интерференция двух когерентных лучей осуществляется в том случае, когда направления колебаний взаимодействующих лучей *совпадают*. Мы видели также, что метод Френеля получения двух когерентных пучков обеспечивает в обычных интерференционных опытах такое совпадение направлений колебаний интерферирующих лучей.

Возможность получения световых волн, поляризованных в любой плоскости, позволяет поставить вопрос о взаимодействии волн, колебания которых взаимно перпендикулярны. Основные опыты в этом направлении были выполнены Араго и Френелем (1816 г.). Ими было показано, что если в обычном интерференционном опыте на пути двух интерферирующих лучей поставить поляризационные устройства, обеспечивающие взаимно перпендикулярную поляризацию интерферирующих пучков, то интерференция наблюдаться не будет. Но если повернуть одно из этих поляризационных устройств на  $90^\circ$ , так чтобы направления колебания в обоих пучках совпадали, то интерференционная картина вновь появляется и мы наблюдаем обычное распределение максимумов и минимумов. Опыт этого рода можно осуществить следующим образом. Возьмем, например, интерферометр Жамена и введем в пучки поляроиды  $N_1$  и  $N_2$  \*). Если  $N_1$  и  $N_2$  ориентированы так, что направления

\*) Мы допускаем, что поляроиды достаточно идентичны, чтобы не сообщать интерферирующим лучам добавочной разности хода. В противном случае необходимо ввести в ход лучей еще компенсирующие пластинки. Френель и Араго применяли в качестве поляризаторов тонкие стопы, сложенные из пятнадцати листиков слюды; пригодны также некоторые образцы агата, обладающие ясно выраженным слоистым строением при достаточной прозрачности.

колебаний обоих лучей совпадают, то наблюдается обычная интерференционная картина. Если же один из поляроидов повернуть на  $90^\circ$ , то поле зрения станет однородным и никаких следов чередования интенсивностей наблюдать не будет. Интерференционная картина восстановится, если второй поляроид также повернуть на  $90^\circ$  (более сложные случаи см. § 142).

Историческое значение опытов этого рода было весьма велико. Они показали, что при наложении двух когерентных волн, поляризованных во взаимно перпендикулярных направлениях, результирующая интенсивность равна сумме интенсивностей слагающих. Но при сложении колебаний это имеет место, только если колебания строго перпендикулярны. Действительно, только в этом случае  $A^2 = a^2 + b^2$ , где  $A$  — амплитуда результирующего, а  $a$  и  $b$  — амплитуды слагающих колебаний. Таким образом, из опытов Френеля и Араго следует, что в случае световых колебаний, поляризованных во взаимно перпендикулярных направлениях, световые колебания строго перпендикулярны друг к другу. Это означает, что в световой волне полностью отсутствует *продольная* компонента. Вывод этот, естественный с точки зрения электромагнитной теории, был сделан в свое время Юнгом и Френелем еще в рамках упругой теории света и приводил к очень серьезным заключениям и трудностям. Допущение среды, дающей строго поперечные колебания и не допускающей продольных колебаний, несовместимо с представлением об обычной упругой среде, даже твердой, что заставило для понимания законов отражения и преломления света сделать такие допущения относительно граничных условий, которые несовместимы с механикой обычных сред (см. § 129.)

Несмотря на указанную трудность, эти опыты и многочисленные экспериментально подтвержденные следствия, которые из них извлек Френель, заставили признать строгую поперечность световых волн.

### § 100. Эллиптическая и круговая поляризация света

Отсутствие интерференционного чередования интенсивностей в опытах, аналогичных опытам Френеля и Араго, не означает, однако, что два взаимно перпендикулярных световых колебания, взаимодействуя, не могут приводить к изменениям в свойствах светового луча, доступным наблюдению на опыте.

Рассмотрим результат сложения двух поперечных световых волн, поляризованных в двух *взаимно перпендикулярных* направлениях, имеющих *разную* амплитуду и обладающих некоторой *разностью фаз*. Мы легко можем осуществить подобный случай на опыте следующим образом. Свет определенной длины волны \*), прошедший

\*) То есть принадлежащий к ограниченному спектральному интервалу. При значительном отступлении от монохроматичности следует принять во внимание замечание, сделанное в конце этого параграфа (стр. 316).



через поляризатор  $N$ , т. е. ставший плоско-поляризованным, пустим на кристаллическую пластинку  $K$  толщины  $d$ , вырезанную из одноосного кристалла параллельно оптической оси (рис. 223), так что направление луча перпендикулярно к поверхности  $K$ . Сквозь пластинку будут распространяться по одному направлению, но с разной

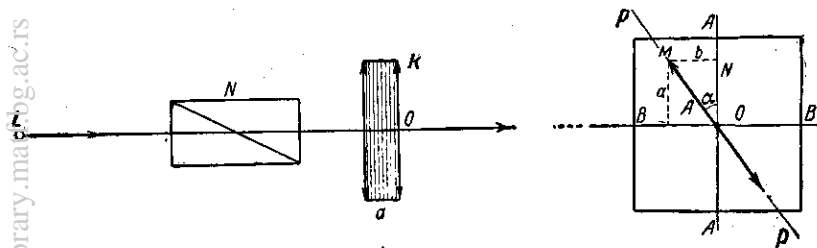


Рис. 223. Схема получения эллиптически-поляризованного света.  $L$  — источник света;  $N$  — поляризатор;  $K$  — кристаллическая пластинка. Справа — разложение светового вектора по главным направлениям пластинки.

скоростью два луча, поляризованных в двух взаимно перпендикулярных направлениях, которые принято называть *главными направлениями* кристаллической пластинки. В одном из этих лучей электрические колебания направлены вдоль оси, например по  $AA'$  (необыкновенный луч с показателем преломления  $n_e$ ), в другом — перпендикулярно к оси, т. е. по  $BB'$  (обыкновенный луч с показателем преломления  $n_o$ ).

Если направление колебаний в падающем поляризованном свете составляет угол  $\alpha$  с одним из главных направлений пластинки, то амплитуды колебаний необыкновенного и обыкновенного лучей будут соответственно равны

$$a = A \cos \alpha, \quad b = A \sin \alpha,$$

где  $A = OM$  — амплитуда падающей волны. Пройдя через толщу пластинки  $d$ , эти два луча приобретут *разность хода*, равную  $(n_o - n_e)d$ . Следовательно, обыкновенный луч отстанет по фазе на

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e) d. \quad (100.1)$$

Сложение двух взаимно перпендикулярных колебаний с разными амплитудами и разностью фаз приведет к образованию *эллиптического колебания*, т. е. колебания, при котором конец результирующего вектора описывает эллипс с той же угловой частотой  $\omega$ , с которой совершаются исходные колебания.

Действительно, колебания в лучах, прошедших пластинку, будут:

$$\left. \begin{aligned} x &= A \cos \alpha \cos \omega t = a \cos \omega t, \\ y &= A \sin \alpha \cos (\omega t - \varphi) = b \cos (\omega t - \varphi). \end{aligned} \right\} \quad (100.2)$$

Чтобы получить траекторию результирующего колебания, надо из этих уравнений исключить время  $t$ . Наши соотношения дают:

$$\cos \omega t = \frac{x}{a},$$

$$y = b (\cos \omega t \cos \varphi + \sin \omega t \sin \varphi),$$

или

$$\sin \omega t \sin \varphi = \frac{y}{b} - \frac{x}{a} \cos \varphi.$$

Возводя в квадрат и складывая с

$$(\cos \omega t \sin \varphi)^2 = \frac{x^2}{a^2} \sin^2 \varphi,$$

получим:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy}{ab} \cos \varphi = \sin^2 \varphi, \quad (100.3)$$

т. е. уравнение эллипса. Форма эллипса и ориентировка его относительно осей зависят от значений  $a$  и  $\varphi$ .

Таким образом, при прохождении плоско-поляризованного света через кристаллическую пластинку получаем, вообще говоря, световую волну, концы векторов  $E$  и  $H$  которой описывают эллипсы. Такой свет называется *эллиптически-поляризованным*.

Рассмотрим несколько частных случаев.

а) Толщина пластинки такова, что разность хода двух лучей составляет четверть волны («пластинка в  $1/4$  волны»):

$$(n_o - n_e) d = \frac{\lambda}{4}$$

или

$$(n_o - n_e) d = \left(m + \frac{1}{4}\right) \lambda. \quad (100.4)$$

В этом случае  $\varphi = \pi/2$  и уравнение эллипса примет вид

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

т. е. эллипс, ориентированный относительно главных осей. Соотношение осей  $a$  и  $b$  зависит от величины угла  $\alpha$ .

В частности, при  $\alpha = 45^\circ$  имеем  $a = b$ , так что эллипс обращается в круг, уравнение которого есть:

$$x^2 + y^2 = a^2. \quad (100.5)$$

В этом случае получаем, следовательно, свет, *поляризованный по кругу* (круговая, или циркулярная, поляризация). Таким образом, для получения света, поляризованного по кругу, необходимо сложение двух когерентных волн с равными амплитудами, обладающих разностью хода в  $\pi/2$  и поляризованных в двух взаимно перпендикулярных плоскостях. Этого можно достичь, в частности, заставив

плоско-поляризованный свет пройти через пластинку в четверть волны так, чтобы плоскость поляризации первоначального луча составляла угол  $45^\circ$  с главными направлениями в пластинке.

Чтобы осуществить разность хода в четверть волны, можно было бы применить слюдяную \*) пластинку толщиной  $0,027 \text{ мм} = 27 \mu$  (для желтого света, испускаемого натриевым пламенем).

Хотя изготовление таких пластинок и не представляет особого труда, все же предпочитают пользоваться более толстыми пластинками, дающими разность хода, равную  $(m + \frac{1}{4})\lambda$ , где  $m$  — некоторое целое число (см. упражнение 140).

В зависимости от ориентации пластинки в четверть волны приобретаемая разность фаз равна  $+\pi/2$  или  $-\pi/2$ , т. е. компонента вдоль оси  $OX$  будет опережать или отставать на  $\pi/2$  по фазе от компоненты по оси  $OY$ . В соответствии с этим результирующий вектор вращается *против* часовой стрелки (влево) или *по* часовой стрелке (вправо). Поэтому принято различать *левую* и *правую* эллиптическую или круговую поляризацию.

б) Пластинка такова, что разность хода двух лучей составляет *полволны* («пластинка в  $\frac{1}{2}$  волны»):

$$(n_o - n_e) d = \frac{\lambda}{2},$$

или

$$(n_o - n_e) d = (m + \frac{1}{2})\lambda, \quad (100.6)$$

т. е.

$$\varphi = \pi.$$

В этом случае эллипс вырождается в пару прямых

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 0, \quad (100.7)$$

т. е. свет остается плоско-поляризованным, но направление колебаний переходит, например, из 2—4 квадрантов в 1—3 квадранты, повернувшись на угол  $180^\circ - 2\alpha$  (рис. 224).

в) Пластинка в целую волну («пластинка в  $1 \lambda$ »):

$$(n_o - n_e) d = \lambda \text{ или } = m\lambda, \quad \text{т. е. } \varphi = 2\pi. \quad (100.8)$$

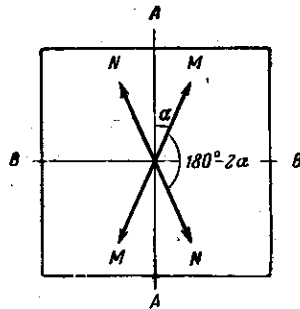


Рис. 224. Действие пластинки в  $\frac{1}{2}$  волны: под действием пластинки направление колебаний  $NN$  переходит из 2—4 квадрантов в 1—3 квадранты ( $MM$ ), повернувшись на угол  $180^\circ - 2\alpha$ .

\*) Слюда представляет собой кристалл *двуосный*, в котором понятие обыкновенного луча теряет смысл. Но так как явление двойного лучепреломления имеет место в слюде, то при помощи слюдяной пластинки также можно сообщить определенную разность хода двум взаимно перпендикулярным компонентам.

Эллипс вырождается в пару прямых вида

$$\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 0, \quad (100.9)$$

т. е. луч остается плоско-поляризованным без изменения направления колебаний.

Все предшествующие рассуждения относились к свету определенной длины волны, т. е. к небольшому спектральному интервалу. При значительном разнообразии в длинах волн следует принять во внимание, что показатели преломления обонх лучей зависят от длины волны (дисперсия), причем их разность также меняется с длиной волны. Благодаря этому обстоятельству можно использовать прохожденне поляризованного света через кристалл для разделения двух близких длин волн (поляризационный монохроматор Вуда) (см. упражнение 152).

### § 101. Внутренняя структура естественного света

Во всех рассуждениях предшествующего параграфа предполагалось, что свет, падающий на кристаллическую пластинку, — *плоско-поляризованный*. Если бы падающий свет был естественным (мог бы быть представлен как совокупность многочисленных волн, поляризованных по всем возможным направлениям), то выходящий из пластинки свет представлял бы совокупность эллиптически-поляризованных волн без какой-либо преимущественной ориентации эллипсов, т. е. остался бы естественным. Поэтому для получения с помощью кристаллической пластинки эллиптически-поляризованного света необходимо падающий на нее свет предварительно линейно поляризовать. Однако и прохожденне *естественного* света через кристаллическую пластинку вносит известные изменения во внутреннюю структуру света, превращая, например, естественный свет, состоящий из совокупности всевозможно ориентированных плоско-поляризованных волн, также в свет естественный, однако представляющий совокупность всевозможно ориентированных эллиптически-поляризованных волн. Это изменение может быть обнаружено на опыте, как показал С. И. Вавилов:

Разобьем какой-нибудь пучок естественного света на два когерентных пучка, прибегнув к одной из общеизвестных интерференметрических схем. Встречаясь, пучки дают обычную интерференционную картину, например с максимумом в центре поля. Теперь поместим на пути одного из интерферирующих естественных пучков кристаллическую пластинку  $K$  в  $\frac{\lambda}{2}$ , введя во второй пучок соответственно подобранную стеклянную пластинку  $P$ , чтобы компенсировать образовавшуюся разность хода (рис. 225). Теперь встречающиеся интерферирующие пучки, оставаясь когерентными,

не дают ожидаемой интерференционной картины: поле оказывается однородно освещенным. В этом изменении проявилось изменение внутренней структуры естественного света, о котором речь шла выше.

Чтобы уяснить себе происходящее, представим естественный свет в первичном пучке как совокупность плоско-поляризованных

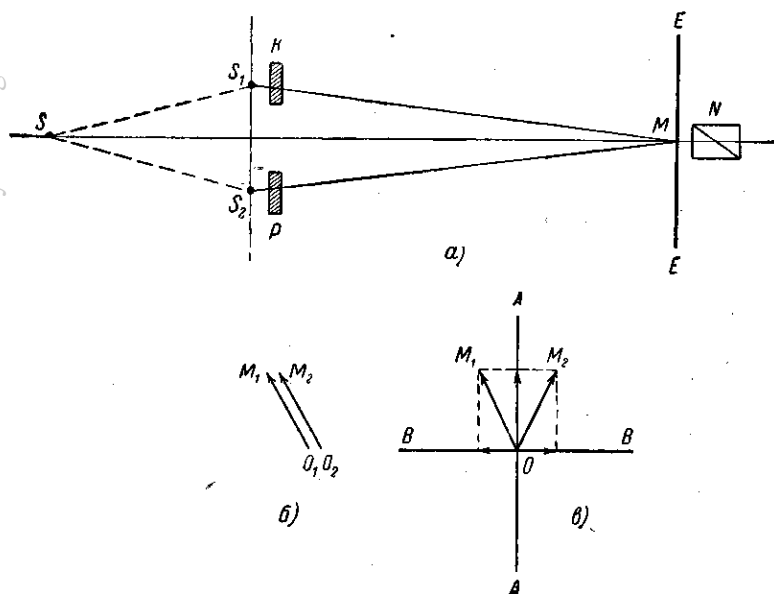


Рис. 225. Опыт С. И. Вавилова для выяснения внутренней структуры естественного света.

$a$  — общая схема:  $S$  — источник естественного света;  $S_1$  и  $S_2$  — два его когерентных изображения;  $K$  — пластинка в полволны;  $P$  — компенсирующая пластинка;  $EE$  — плоскость наблюдения;  $N$  — поляризатор;  $b$  — направления световых векторов лучей, исходящих от  $S_1$  и  $S_2$  до прохождения пластинок  $K$  и  $P$ ;  $v$  — направления световых векторов после прохождения светом пластинок  $K$  и  $P$ .

волн всевозможных направлений поляризации. В той части света, которая проходит через пластинку  $\frac{\lambda}{2}$ , произойдет поворот направления поляризации (переход из 1—3 квадрантов во 2—4 квадранты) (см. § 100, б). Таким образом, световые векторы когерентных лучей, которые в отсутствие пластинки имели одинаковое направление (рис. 225, б), теперь благодаря действию пластинки на один из пучков окажутся не совпадающими по направлению (рис. 225, в). Результаты интерференции будут различными в зависимости от угла между векторами  $OM_1$  и  $OM_2$ , так что в среднем не будет ни

максимумов, ни минимумов; однако нельзя сказать, что мы имеем такую же беспорядочную картину, как при наложении некогерентных лучей.

Разложим каждый из световых векторов на две составляющие по  $AA$  и  $BB$ , направленные по биссектрисам между векторами. Каждая пара составляющих, как когерентные и имеющие одно направление, интерферируют между собой. Однако действие пластинки  $\frac{\lambda}{2}$  сказалось в том, что в то время как слагающие по  $AA$  сохранили прежнюю разность фаз, слагающие по  $BB$  оказались сдвинуты дополнительно на  $\pi$  (ибо их проекции вдоль  $BB$  направлены в *разные* стороны). Поэтому, в то время как первые дают интерференционную картину с максимумом, как и прежде, в центре поля, вторые дают интерференционную картину с *минимумом* в центре поля, т. е. сдвинутую на  $\frac{1}{2}$  полосы. А так как интенсивности той и другой компоненты в среднем одинаковы (в естественном свете нет преимущественного направления колебания), то эти две одинаково яркие и сдвинутые на  $\frac{1}{2}$  полосы интерференционные картины дают видимое отсутствие интерференции.

Однако эту «скрытую» интерференцию можно «проявить»: если смотреть на экран через поляризационную призму, ориентированную параллельно  $AA$ , то она погасит все компоненты, направленные по  $BB$ , и позволит видеть интерференционную картину с максимумом в центре поля. Повернув поляризатор параллельно  $BB$ , мы задержим все колебания, направленные по  $AA$ , и увидим вторую, дополнительную интерференционную картину с минимумом в центре поля. Очевидно, при поляризаторе, расположенном под углом в  $45^\circ$  к  $AA$  и к  $BB$ , интерференция по-прежнему не будет заметна.

Этот интересный опыт, осуществленный С. И. Вавиловым, позволяет, так сказать, обнаружить «эллиптическую поляризацию естественного света» — результат, кажущийся на первый взгляд парадоксальным.

### § 102. Обнаружение и анализ эллиптически- и циркулярно-поляризованного света

Если свет эллиптически-поляризованный падает на воспринимающие аппараты, то обнаружение особенностей его связано с известными трудностями.

Если для анализа света мы применим какое-нибудь поляризационное устройство\*), то результаты будут следующими. Сквозь

\*) Поляризационное устройство, применяемое для анализа характера поляризации света, нередко называется анализатором.

поляризатор пройдет только часть света, соответствующая компоненте колебаний, пропускаемых им; нетрудно видеть, что амплитуда прошедшего света зависит от ориентации главной плоскости поляризатора  $NN$  по отношению к осям эллипса.

Амплитуда  $A$  равна стороне прямоугольника, параллельной  $NN$ , в который вписан эллипс (рис. 226). При повороте николя поворачивается и прямоугольник.

Амплитуда будет максимальной ( $A = b$ ), когда плоскость  $NN$  совпадет с большой осью эллипса, и минимальной ( $A = a$ ), если она параллельна малой оси. Поэтому при вращении поляризатора мы будем иметь частичное затемнение или просветление поля, т. е. будет наблюдаться та же картина, как при исследовании поляризатором частично поляризованного света. В частности, если свет поляризован по кругу, т. е.  $a = b$ , то вращение поляризатора совсем не будет влиять на интенсивность проходящего света, т. е. будет наблюдаться та же картина, как при исследовании поляризатором естественного света. Таким образом, анализ при помощи поляризатора не позволяет отличить эллиптически-поляризованный свет от частично поляризованного, а циркулярно-поляризованный — от естественного.

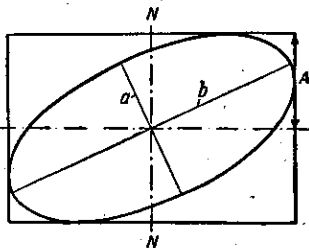


Рис. 226. Зависимость интенсивности эллиптически-поляризованного света, проходящего через николь, от ориентации николя.

Для полного анализа необходимо превратить эллиптически- или циркулярно-поляризованный свет в плоско-поляризованный, анализ которого легко выполняется при помощи поляризационной призмы.

Способ получения плоско-поляризованного света из эллиптического или кругового ясен из рассмотрения соотношений § 100. Достаточно компенсировать разность фаз  $\varphi$  между перпендикулярными компонентами, доведя ее до  $\pi$  или  $2\pi$  (или до нуля). Для этой цели можно заставить изучаемый свет пройти через вспомогательную кристаллическую пластинку подходящей толщины или ориентации.

а) Применение пластинки в  $\frac{1}{4} \lambda$  для компенсации разности фаз. В эллиптически-поляризованном луче между компонентами, направленными вдоль главных осей эллипса, а в циркулярно-поляризованном — между компонентами, направленными вдоль двух любых взаимно перпендикулярных диаметров, существует разность фаз  $\pi/2$ . Заставляя исследуемый свет пройти через пластинку в  $\frac{1}{4} \lambda$ , мы добавим к этой разности  $\pm \pi/2$ , т. е. компенсируем имеющуюся разность фаз, обращая ее в нуль или в  $\pi$ . Таким образом исследуемый свет превращается в плоско-поляризованный, в чем можно

убедиться при помощи обычного поляризатора. Для указанной цели в случае циркулярно-поляризованного луча можно ориентировать пластинку в  $1/4\lambda$  как угодно; в случае эллиптически-поляризованного луча надо ориентировать ее так, чтобы главные направления совпадали с главными осями эллипса, определенными предварительно при помощи поляризатора. Таким образом, анализ выполняется при помощи пластинки в  $1/4\lambda$  и поляризатора. Указанным приемом можно также определить направление вращения (правая и левая поляризации), для чего необходимо лишь предварительно знать, какое из двух колебаний в примененной пластинке в  $1/4\lambda$  распространяется с большей скоростью.

**б) Применение компенсаторов для анализа эллиптически-поляризованного света.** Для полного количественного анализа эллиптически-поляризованного света надо знать форму и расположение эллипса по отношению к любым направлениям, т. е. разность фаз двух взаимно перпендикулярных компонент любого направления.

Для этой цели служат приборы, способные компенсировать до нуля (или дополнить до  $\pi$ ) любую разность фаз. Такие приборы

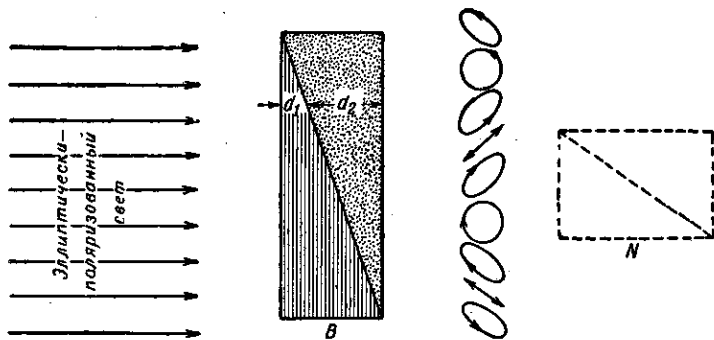


Рис. 227. Анализ эллиптически-поляризованного света с помощью компенсатора и поляризатора. *В* — компенсатор Бабинье. Свет, проходящий через разные участки компенсатора, имеет различный характер поляризации.

называются *компенсаторами*. В качестве примера рассмотрим *компенсатор Бабинье*. Он состоит из двух клиньев, обычно из кварца, вырезанных так, что *оси* их ориентированы под прямым углом друг к другу (рис. 227).

Свет, проходящий в разных местах через компенсатор, получает ту или иную добавочную разность фаз двух компонент в зависимости от разности толщин клиньев в данном месте. Обозначив толщину в первой половине клина через  $d_1$ , а во второй — через  $d_2$ , найдем, что добавочная разность хода между компонентами, — ле-



жащей в плоскости чертежа и перпендикулярной к нему, — равна

$$(n_e d_1 + n_o d_2) - (n_o d_1 + n_e d_2) = (n_e - n_o)(d_1 - d_2). \quad (102.1)$$

Таким образом, в компенсаторе из положительного кристалла ( $n_e > n_o$ ) свет, проходящий по линии, где  $d_1 > d_2$ , приобретает добавочную разность хода; по линии, где  $d_1 = d_2$ , первоначальная разность хода остается неизменной; по линии, где  $d_1 < d_2$ , разность хода уменьшается.

Эллиптически-поляризованный свет, проходя через определенные места компенсатора, дополняющие разность фаз компонент, параллельных главным плоскостям компенсатора, до 0,  $2\pi$ ,  $4\pi$  и т. д., обращается в плоско-поляризованный свет одного направления. Легко видеть, что эти участки компенсатора расположены на разных расстояниях друг от друга. Если за компенсатором  $B$  поставить поляризатор  $N$ , ориентированный соответствующим образом, то все эти места окажутся темными (ряд темных равноотстоящих полос, параллельных ребру компенсатора; см. рис. 228, на котором изображен вид представленного на рис. 227 компенсатора при рассматривании через поляризатор). При другой ориентировке поляризатора можно получить ряд темных равноотстоящих полос, соответствующих местам компенсатора, где дополняющая разность фаз доводит начальную разность фаз до  $\pi$ ,  $3\pi$ ,  $5\pi$  и т. д.

Зная толщину клиньев и материал, из которых они сделаны, можно рассчитать (или предварительно проградуировать) добавляемую разность фаз и таким образом определить ту разность фаз, которая характеризовала данный эллиптический свет. На рис. 227 схематически показано изменение этой разности фаз для света, прошедшего через компенсатор в разных его местах. Эта разность (снизу вверх)  $\varphi = -45^\circ, 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ, 225^\circ, 270^\circ, 315^\circ$ . Часто клинья делают подвижными друг относительно друга, так что вычисление ведется по *сдвигу* клиньев, приводящему к определенному расположению полос, например к появлению темной полосы в центре поля (на кресте окуляра). Для практической работы удобнее компенсаторы, вся поверхность поля зрения которых представляет область одной и той же добавочной фазы, которую можно по желанию изменять. Один из компенсаторов такого типа описан в упражнениях (см. упражнение 150).



Рис. 228.

Так как при всех методах количественного исследования поляризованного света требуется определение угла поворота (поляризатора, пластинки в  $1/4\lambda$  или компенсатора), то обычно поляризационные приборы снабжаются оправами с хорошими угловыми делениями.

В настоящей главе описан метод получения эллиптически-поляризованного и циркулярно-поляризованного света при прохождении

плоско-поляризованного света через кристаллическую пластинку. Однако это далеко не единственный способ получения указанных типов поляризации. Эллиптическая поляризация наблюдается при отражении плоско-поляризованного света от металла и при полном внутреннем отражении; круговая поляризация может наблюдаться иногда при этих явлениях, а также при воздействии магнитного поля на испускание света (см. эффект Зеемана) и при других явлениях. Само собой разумеется, что каким бы процессом ни было вызвано появление эллиптически- или циркулярно-поляризованного света, методы анализа его остаются теми же самыми, какие описаны в настоящем параграфе.

---

## ШКАЛА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

## ГЛАВА XVIII

ИНФРАКРАСНЫЕ, УЛЬТРАФИОЛЕТОВЫЕ  
И РЕНТГЕНОВСКИЕ ЛУЧИ

В предшествующих отделах были подробно обсуждены многообразные свойства света, указывающие на волновую природу его (интерференция, дифракция) и позволяющие установить поперечный характер световых волн (поляризация). Попутно не раз отмечалось, что световые волны представляют собой электромагнитные волны. В дальнейшем мы встретим многочисленные и разнообразные доказательства электромагнитной природы световых волн.

Рассмотрим теперь особенности, связанные с длиной электромагнитной волны.

## § 103. Инфракрасные и ультрафиолетовые лучи

Та совокупность электромагнитных волн, которая называется светом (иногда «видимым светом»), представляет собой узкий интервал длин волн, заключенных примерно между  $4000 \text{ \AA}$  и  $8000 \text{ \AA}$ . Они действуют непосредственно на человеческий глаз, производя специфическое раздражение сетчатой оболочки его, ведущее к световому восприятию. Вследствие этого указанный интервал длин волн играет особую роль для человека, хотя по своим физическим свойствам он принципиально не отличается от примыкающих к нему более длинных и более коротких электромагнитных волн. Хотя границы «светочувствительности» глаза субъективны, тем не менее резкое падение чувствительности человеческого глаза к концам этого интервала (ср. § 8) оправдывает установление специальных названий для соседних областей спектра.

В самом начале XIX в. было введено понятие об «инфракрасных» и «ультрафиолетовых» лучах. Наличие инфракрасных волн было установлено в 1800 г. В. Гершелем, наблюдавшим нагревание чувствительного термометра, помещенного за красным концом спектра Солнца. Гершель обнаружил также, что эти лучи подчиняются такому же законам отражения и преломления, как и видимый свет.

В 1801 г. Риттер и одновременно Воластон открыли, что в солнечном спектре за фиолетовым его концом имеются невидимые

лучи, действующие химически на хлористое серебро (ультрафиолетовые лучи). Впоследствии были установлены и другие методы исследования как ультрафиолетовых, так и инфракрасных лучей.

Открытие фотографии и ее успехи сыграли решающую роль в исследовании ультрафиолетовых лучей, ибо фотографическая пластинка оказывается к ним весьма чувствительной. Исследование ультрафиолетовых лучей удобно также производить по их способности возбуждать свечение многих тел (флуоресценция и фосфоресценция) и вызывать фотоэлектрический эффект. Фотографировать можно также и инфракрасные лучи, применяя особым способом обработанные фотопластинки (сенсбилизация, см. гл. XXXIV). Таким путем удается, однако, идти лишь до  $\lambda = 1,2 \mu - 1,3 \mu$ . Значительно дальше простирается чувствительность к инфракрасным лучам современных фотоэлементов и фотоспротивлений, с помощью которых можно регистрировать инфракрасное излучение примерно до  $5 \mu$ . Используя влияние инфракрасных лучей на яркость фосфоресценции (гл. XLI), удалось исследовать лучи до  $1,7 \mu$ . Однако тепловой метод исследования, применимый для любой длины волны, является и доныне самым распространенным при работе с инфра-

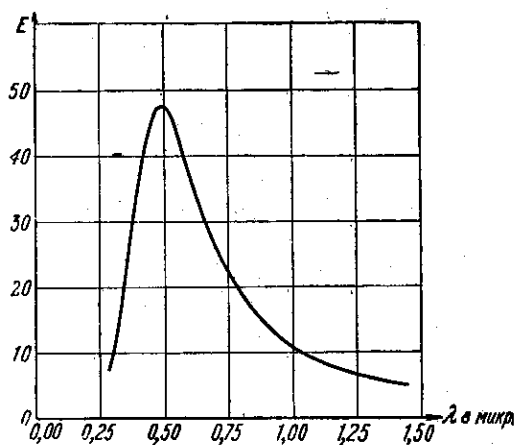


Рис. 229. Распределение энергии в спектре Солнца.

красными лучами, особенно для длин волн выше  $2 \mu$ . Конечно, при этом применяются весьма чувствительные термометры, особенно электрические (боллометры и термопары), позволяющие констатировать подъем температуры на миллионную долю градуса ( $10^{-6} \text{C}$ ).

Применяя приемники, полностью поглощающие всю падающую на них тепловую энергию (абсолютно черное тело, гл. XXXV), зная теплоемкость приемника и учитывая случайные потери

тепла, можно по повышению температуры оценить в абсолютных единицах энергию, приносимую лучами, что также является принципиальным преимуществом теплового метода. Им пользуются для измерений лучистой энергии всех длин волн, включая и ультрафиолетовые, особенно в тех случаях, когда желают получить количественные данные о распределении энергии по спектру излучающего тела. Рис. 229 изображает схематически такое распределение для спектра Солнца. Для иных источников (например, лампа накаливания или

ртутная лампа) распределение энергии по длинам волн может существенно отличаться от приведенного. Несмотря на универсальность теплового метода и возможности получения сравнимых между собой количественных показаний, обычно более удобным является использование для разных интервалов длин волн специальных приемов исследования, упомянутых выше.

При исследовании инфракрасных лучей большой длины волны главным затруднение состоит в подыскании достаточно мощного источника их. Обычным источником инфракрасного излучения является нагретое тело. При небольшой температуре интенсивность излучения весьма незначительна; при повышении же температуры общая мощность излучаемой энергии быстро растет; однако при этом максимум излучения переходит ко все более и более коротким волнам, так что энергия длинноволновых лучей возрастает не очень значительно. В настоящее время наблюдались инфракрасные волны приблизительно до длины 300—400  $\mu$ . Получение более длинных электромагнитных волн оказывается более удобным по методу возбуждения электромагнитных колебаний, примененному впервые Герцем и рассматриваемому в учении об электричестве. Этим методом, как известно, получают и сравнительно длинные электромагнитные волны, применяющиеся в радиотехнике (волны длиной в несколько десятков сантиметров, метров и километров). В последние годы были получены по методу электрических колебаний электромагнитные волны, также очень короткие, длиной в несколько сотен микронов. Таким образом, волны в несколько сотен микронов могут быть получены и по методу испускания раскаленными телами (как инфракрасные) и по методу электрических колебаний (подобно герцовым). Другими словами, область инфракрасных и герцовых волн перекрывается, и мы имеем непрерывный переход от видимого света к сколь угодно длинным электромагнитным волнам.

В работах по заполнению промежутка между инфракрасными и герцовыми волнами важную роль сыграли работы русских исследователей (П. Н. Лебедев, М. А. Левитская, А. А. Аркадьева-Глаголева).

Распространение наших сведений на область ультрафиолетовых волн также шло довольно медленно. Основной трудностью исследования этих волн явилось то обстоятельство, что короткие ультрафиолетовые волны сильно задерживаются различными веществами. Обычное стекло плохо пригодно для исследований ультрафиолетовых волн. Применяют специальные сорта стекла (прозрачные приблизительно до 3000—2300  $\text{\AA}$ ) или кварц (прозрачный примерно до 1800  $\text{\AA}$ ). Для более коротких волн приходится применять оптику из флюорита (приблизительно до 1200  $\text{\AA}$ ). В последнее время получают распространение искусственно приготовленные кристаллы. Лучшие образцы таких кристаллов фтористого лития прозрачны до 1800  $\text{\AA}$ .

Для еще более коротких волн нет подходящего по прозрачности материала для призм и линз и приходится применять отражательную оптику: вогнутые зеркала и отражательные дифракционные решетки. Однако для столь короткого ультрафиолета непрозрачны и газы при обычном давлении. Заметное поглощение в кислороде (и воздухе) наблюдается уже при  $1800 \text{ \AA}$ . Поэтому для исследований с более короткими волнами применяют спектральные установки, из которых выкачан воздух (вакуумспектрографы). Второе затруднение состоит в том, что желатин, составляющий основу фотографических пластинок, заметно поглощает ультрафиолет, начиная примерно с  $2400 - 2300 \text{ \AA}$ , так что для более короткого ультрафиолета применяют обычно безжелатинные пластинки. Вводя все эти усовершенствования, удалось продвинуть фотографическое изучение ультрафиолетового света приблизительно до  $20 \text{ \AA}$ . При этом, конечно, приходится прибегать к падению света на решетку под скользящим углом. При угле падения  $89^\circ$  удалось наблюдать линию шестнадцатикратно ионизованного железа (атом железа, от которого оторвано 16 электронов) при  $\lambda = 12,1 \text{ \AA}$ .

Исследование ультрафиолетовых волн, в частности коротких и очень коротких, может также производиться и при помощи фотоэлектрического эффекта.

#### § 104. Открытие рентгеновских лучей и методы их получения и наблюдения

Продвижение в область еще более коротких волн со стороны ультрафиолетового света встречает огромные трудности. Однако оказалось возможным подойти к исследованию этой области спектра с другой стороны, опираясь на открытие, сделанное в 1895 г. Рентгеном.

Рентген обнаружил, что при электрическом разряде в вакуированной трубке (например в трубке, применяемой для исследования катодных частиц) испускаются лучи, способные проникать через тела, не прозрачные для обычного света (черная бумага, картон, тонкие слои металла и т. д.). Эти лучи, названные Рентгеном «X-лучами», но больше известные под именем лучей Рентгена, были обнаружены им благодаря их способности вызывать свечение флуоресцирующего экрана. Рентген скоро нашел также, что они способны вызывать почернение фотографической пластинки и потерю заряда электроскопа вследствие ионизации воздуха. Таким образом, для исследования рентгеновских лучей можно применять и флуоресцирующий экран, и фотопластинку, и ионизационную камеру с электроскопом. Установлено также, что они способны вызывать фотоэффект и, конечно, могут быть исследованы по их тепловым действиям, хотя этот последний способ исследования затруднен слабой

поглощаемостью рентгеновских лучей, настолько слабой, что требуются сравнительно толстые слои металла, чтобы полностью их задержать; между тем обнаружить небольшое приращение тепла в массивном слое металла очень затруднительно. Следует отметить, что Рентген не только впервые обнаружил новое излучение, но и сумел в своих первых работах всесторонне исследовать его, установив весьма многие существенные черты. Рентген нашел, что местом, откуда исходят лучи, является тот участок трубки, который бомбардируется катодными частицами, и осуществил такое устройство трубки, которое наиболее благоприятным образом обеспечивало получение и использование рентгеновских лучей. Для того чтобы сконцентрировать пучок катодных частиц в одно место, Рентген сделал катод вогнутым, используя то обстоятельство, что катодные лучи вылетают нормально к поверхности катода. Таким образом осуществляется фокусирование катодных частиц. Так как большая часть энергии ударяющихся катодных частиц превращается в тепло и лишь малая доля энергии (около  $0,1\%$ ) излучается в виде рентгеновских лучей или сохраняется в виде энергии отразившихся катодных лучей, то место бомбардировки в мощных трубках сильно нагревается и может расплавиться. Поэтому Рентген ввел в свои трубки специальную пластинку из тугоплавкого металла (платины), на которой и концентрировался пучок катодных частиц. Эта пластинка, называемая *антикатодом*, была расположена под углом  $45^\circ$

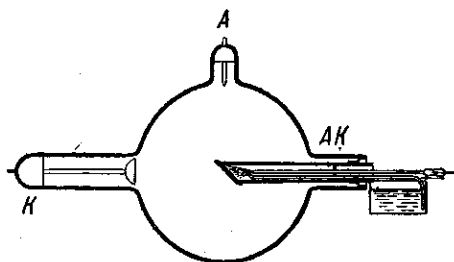


Рис. 230. Рентгеновская трубка (схема); А — анод; К — катод; АК — антикатод.

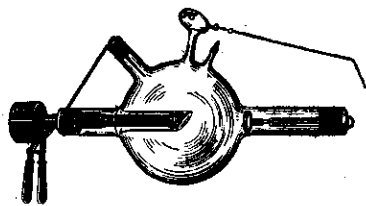


Рис. 231. Общий вид рентгеновской трубки.

к катодному потоку, с тем чтобы удобнее было использовать получающиеся рентгеновские лучи. В результате получилось устройство, показанное на рис. 230 и 231, которое в существенных чертах сохраняется и в настоящее время.

Для питания рентгеновской трубки применяется высокое напряжение в несколько десятков и даже сотен тысяч вольт.

Источником катодных частиц может служить не только холодный катод, но и еще более удобный катод в виде раскаленной добела вольфрамовой пластинки, дающий вследствие теплового

движения интенсивный поток катодных частиц (*термоэлектронная эмиссия*). Трубки с раскаленным катодом имеют ряд преимуществ перед трубками с холодным катодом (см. ниже, § 106).

### § 105. Поглощение рентгеновских лучей

Самой замечательной особенностью рентгеновских лучей является, как уже упоминалось, их способность проникать через не прозрачные для обычного света вещества. Уже сам Рентген широко исследовал эту способность рентгеновских лучей, наблюдая свечение флуоресцирующего экрана, когда между источником лучей и экраном помещается слой исследуемого вещества. Рентген обнаружил, что поглощение рентгеновских лучей не связано с прозрачностью их для обычных лучей. Так, например, черная бумага или картон поглощают рентгеновские лучи значительно слабее, чем стекло такой же толщины, особенно, если оно содержит свинцовые соли.

Рентген установил, что способность вещества поглощать рентгеновские лучи тем больше, чем больше его плотность, так что свинцовые пластинки ослабляют поток рентгеновских лучей гораздо сильнее, чем пластинки той же толщины, сделанные из алюминия. Существенным для поглощения является наличие в поглощаемом веществе атомов тяжелых элементов, независимо от того, в какие соединения они входят. Так, например, тонкий слой свинцовых белил или стекло со свинцовыми солями значительно поглощают рентгеновские лучи именно благодаря наличию в их составе тяжелых атомов свинца.

В тех же исследованиях Рентген установил и другой крайне важный факт, использованный им для характеристики применяемых в том или ином случае лучей. Было обнаружено, что поглощаемость рентгеновских лучей *одним и тем же веществом* различна, в зависимости от условий получения рентгеновских лучей. Лучи сильно поглощаемые были названы *мягкими*, лучи слабо поглощаемые — *жесткими*. Таким образом, способность лучей проникать сквозь вещество характеризует собой степень их *жесткости*.

Сравнение жесткости лучей производится обычно определением их способности поглощаться в каком-либо определенном веществе (например, в алюминии). Но и во всех других веществах более жесткие лучи поглощаются слабее (исключения составляют некоторые явления избирательного поглощения, о которых речь будет ниже).

Дальнейшие исследования поглощаемости рентгеновских лучей позволили установить количественную меру жесткости лучей. Измеряя интенсивность \*) рентгеновских лучей *до и после* поглощающего вещества, можно установить закон поглощения в виде соотношения

\*) Как уже упоминалось выше, определение интенсивности рентгеновских лучей по количеству тепла, выделяемого ими при поглощении в металлах, являясь принципиально наиболее прямым способом, связано с большими практическими затруднениями. Интенсивность рентгеновских лучей может



$I = I_0 e^{-\mu d}$ , где  $I$  — интенсивность лучей после поглощения,  $I_0$  — интенсивность лучей, падающих на поглощающее вещество,  $d$  — толщина поглощающего слоя в сантиметрах,  $\mu$  — коэффициент поглощения, характеризующий жесткость.

Легко видеть, что  $\mu = \frac{1}{d_0}$ , где  $d_0$  — толщина слоя, ослабляющего интенсивность лучей в  $e$  ( $= 2,718$ ) раз. Иногда жесткость лучей характеризуют толщиной поглощающего слоя определенного вещества (обычно алюминия), способной ослабить интенсивность рентгеновских лучей в два раза. Эта толщина  $D$  связана с  $d_0$  и  $\mu$  простыми соотношениями

$$D = 0,69d_0 = \frac{0,69}{\mu}. \quad (105.1)$$

Жесткость рентгеновских лучей может быть весьма различна. Применяются лучи, для которых  $D$  в алюминии варьирует от 0,0006 до 6 см, т. е. изменяется в 10 000 раз.

Все оценки поглощаемости и жесткости рентгеновских лучей очень затрудняются тем обстоятельством, что обычно из трубки идут очень неоднородные рентгеновские лучи, т. е. смесь лучей различной жесткости. Пропуская их через поглощающее вещество, мы задерживаем более мягкие лучи, получая таким образом более однородный пучок. Этот метод *фильтрации* является довольно грубым для получения однородных монохроматических лучей. В настоящее время мы располагаем приемами монохроматизации, подобными применяемым в оптике обычных длин волн, т. е. методами, при которых имеют место испускание почти монохроматических рентгеновских лучей и монохроматизация их при помощи дифракции. Таким образом получаются лучи, не уступающие по монохроматичности световым лучам, и для них коэффициент абсорбции имеет совершенно определенный физический смысл. Для таких монохроматических лучей коэффициент абсорбции зависит от плотности  $\rho$  поглощающего вещества и грубо приближенно может считаться пропорциональным плотности. Более точно, поглощение определяется *числом* атомов поглощающего вещества на единице длины слоя. При переходе же от одних атомов к другим поглощение быстро растет с увеличением атомного веса, правильнее, атомного номера  $Z$ , будучи пропорционально кубу атомного номера.

Измеряться также и по наблюдению других действий рентгеновских лучей по интенсивности вызываемой ими флуоресценции, по скорости происходящей под их влиянием фотохимической реакции, в частности по почернению фотографической пластинки, и по силе ионизационного тока, получаемого при их действии. Применение всех этих методов сопряжено с известными трудностями, обусловленными главным образом трудностью учета степени поглощения лучей. Наиболее разработан ионизационный метод, при работе с которым стараются добиться того, чтобы рентгеновские лучи полностью поглощались в ионизационной камере (толстый слой газа, применение тяжелого газа).

### § 106. Зависимость жесткости рентгеновских лучей от режима трубки

Уже сам Рентген, установивший понятие жесткости рентгеновских лучей, показал, что жесткость лучей определяется режимом рентгеновской трубки: чем больше разность потенциалов между анодом и катодом, ускоряющая катодные частицы, т. е. чем больше скорость электронов, бомбардирующих антикатод, тем жестче рентгеновские лучи. Если мы имеем рентгеновскую трубку с холодным катодом, то, как известно, получение первичного катодного пучка зависит от степени откачки трубки, ибо вырывание электронов из катода происходит под действием положительных ионов, подлетающих к нему из пространства трубки. Чем лучше вакуум трубки, тем выше требуется разность потенциалов, чтобы началось интенсивное испускание электронов. Поэтому в таких хорошо откачанных трубках возможно получение катодных частиц только большой скорости, а следовательно, и рентгеновские лучи должны получаться жесткими. Такие трубки с высоким вакуумом называются жесткими трубками. Наоборот, трубки со значительными следами газа могут давать потоки катодных электронов при меньших разностях потенциалов и поэтому служат для получения более мягких рентгеновских лучей (мягкие трубки). Регулируя степень разрежения в трубке, можно регулировать жесткость даваемых ею лучей. С течением времени трубки имеют тенденцию увеличивать свою жесткость вследствие абсорбции газа стенками трубки. Во многих трубках имеются приспособления, позволяющие делать их мягче без вскрытия и новой откачки трубки (регенерация трубок).

Трубки с накаливающимся катодом представляют огромные преимущества в смысле удобства регулировки жесткости трубки. Достаточным источником электронов является накаливающийся катод, так что в трубке можно иметь самый высокий вакуум и получать катодный поток вне зависимости от налагаемой разности потенциалов. Приложение этой последней служит только для сообщения электронам желаемой скорости и, следовательно, для получения рентгеновских лучей желаемой жесткости.

Таким образом, одна и та же трубка с накаливающимся катодом может служить для получения рентгеновских лучей *любой* жесткости, определяемой наложенным ускоряющим полем (управляемые трубки). В трубках этого типа жесткость быстро возрастает с возрастанием разности потенциалов. Опыт показывает, что средний коэффициент поглощения  $\mu$  лучей такой трубки приблизительно обратно пропорционален кубу разности потенциалов между анодом и катодом  $V$ , т. е.

$$\mu \sim \frac{1}{V^3}. \quad (106.1)$$

## § 107. Природа рентгеновских лучей

Хотя уже первые исследователи рентгеновских лучей (Стокс, Д. А. Гольдгаммер и отчасти сам Рентген \*) высказывали мысль, что рентгеновские лучи суть электромагнитные волны, возникающие при торможении быстрых электронов, ударяющихся об антикатод, однако ряд свойств рентгеновских лучей трудно было примирить с их волновой природой. Вообще исследование большинства свойств рентгеновских лучей давалось с большим трудом. Долго не удавалось наблюдать отражение и преломление рентгеновских лучей при переходе из одной среды в другую. Рентген смог только обнаружить слабые следы рассеяния рентгеновских лучей, что, конечно, легко было объяснить и исходя из предположения о корпускулярной их природе.

Особенным затруднением для гипотезы волновой природы рентгеновских лучей служили неудачи опытов, проделанных Рентгеном и рядом других исследователей с целью обнаружить интерференцию и дифракцию рентгеновских лучей. Лишь значительно позже (около 1910 г.) выяснилось, что длина волны рентгеновских лучей значительно меньше, чем у видимого света и ультрафиолетовых лучей, и поэтому первые опыты по осуществлению интерференции были заранее осуждены на неудачу.

Надо отметить, что уже после опубликования первых работ Рентгена, а именно в 1897 г., Стокс высказал с современной точки зрения в общем правильные взгляды на природу рентгеновских лучей. Стокс считал, что это — короткие электромагнитные импульсы, возникающие при резком изменении скорости электронов, ударяющихся об антикатод. Это изменение скорости движущегося заряда можно рассматривать как ослабление электрического тока, которым является летящий электрон; оно сопровождается ослаблением связанного с движущимся электроном магнитного поля. Изменение магнитного поля индуцирует в окружающем пространстве переменное электрическое поле, которое в свою очередь вызывает переменный ток смещения, и т. д. Возникает, согласно представлениям Максвелла, электромагнитный импульс, который распространяется в пространстве со скоростью света. Чрезвычайной резкостью в остановке электронов Стокс объяснял специфический характер импульса, захватывающего лишь очень тонкую пространственную зону, и видел в этом главное отличие рентгеновского импульса от обычного света, который также представляет собой электромагнитный импульс.

Недостаток ясности в этих представлениях и, главное, недостаток опытных данных повели к возникновению и другого взгляда на рентгеновские лучи, к которому вскоре примкнул и сам Рентген.

\*) Рентген полагал, что открытые им лучи представляют собой продольные световые волны. Однако он не отстаивал этого взгляда и считал возможным и другие толкования.

Предполагалось, что лучи эти представляют собой быстролетающие корпускулы, подобные катодным частицам. Однако отсутствие отклонения этих «рентгеновских частиц» даже в сильных магнитных полях заставило предполагать, что они не заряжены. У. Г. Брэгг долго отстаивал взгляд, что рентгеновская частица есть соединение положительного и отрицательного зарядов равной величины, несущихся как одно целое. В этих идеях есть, несомненно, значительная убедительность: рентгеновские лучи ведут себя, действительно, во многих отношениях подобно корпускулам, особенно напомнимая по своим свойствам нейтроны, открытые гораздо позднее. В лучах Рентгена в гораздо большей степени, чем в световых лучах, проявляется корпускулярный характер лучистой энергии, которая согласно современным представлениям распространяется отдельными порциями (квантами).

Решительное изменение взгляда на природу рентгеновских лучей произошло с 1912 г., когда по мысли М. Лауэ удалось осуществить с несомненностью явление дифракции рентгеновских лучей.

### § 108. Дифракция рентгеновских лучей на кристаллической решетке

Опыт, осуществленный Лауэ и его учениками, состоит в следующем. Узкий пучок рентгеновских лучей (рис. 232), выделенный рядом

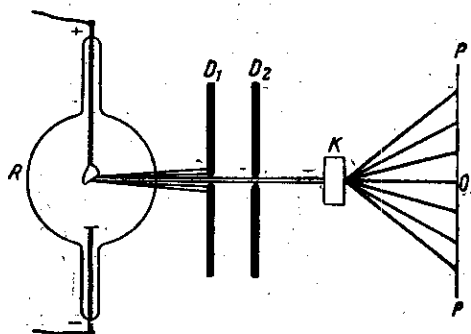


Рис. 232. Схема опыта Лауэ.  $D_1$ ,  $D_2$  — свинцовые диафрагмы, выделяющие узкий пучок рентгеновских лучей;  $K$  — кристалл, на пространственной решетке которого происходит дифракция рентгеновских лучей;  $PP$  — фотопластинка.

свинцовых диафрагм  $D_1$ ,  $D_2$ , падает на кристалл  $K$  и, проходя сквозь него, достигает фотографической пластинки  $PP$ . На пластинке после проявления обнаруживается кроме центрального пятна, соответствующего первоначальному направлению рентгеновских лучей, ряд правильно расположенных пятнышек (рис. 233). Положение этих пятнышек вполне определено для данного кристалла и меняется, если кристалл одного вещества заменить кристаллом другого. Явлению этому можно

дать полное количественное истолкование, если допустить, что рентгеновские лучи суть волны, испытывающие дифракцию на пространственной решетке, каковой является кристалл. Действительно, кристалл представляет собой собрание атомов, расположенных в виде правильной пространственной решетки. Расстояние между атомами составляет несколько ангстрем-

мов (для кристалла каменной соли, например, расстояние от Na до Cl равно  $2,814 \text{ \AA}$ ). Каждый атом решетки становится центром рассеяния рентгеновских волн, когерентных между собой, ибо они возбуждаются одной и той же проходящей волной. Интерферируя между собой, эти волны дают по известным направлениям максимумы, которые вызывают образование отдельных дифракционных пятнышек на фотографической пластинке. По положению и относительной интенсивности этих пятнышек можно составить детальное представление о расположенных рассеивающих центрах в кристаллической решетке и о природе этих центров (атомы, атомные группы или ионы). Поэтому явление дифракции, являясь важнейшим и непосредственным доказательством волновой природы рентгеновских лучей, в то же время стало основой экспериментального изучения кристаллических решеток. Благодаря открытию Лауэ оказалось возможным необыкновенно плодотворно исследовать вопрос о структуре кристаллов. В последнее время его применяют к исследованию строения молекулы в жидкостях и даже газах, наблюдая дифракцию от составных частей молекулы. Несмотря на то, что при этом дифракционная картина менее отчетлива, и в этом случае получаются крайне важные результаты.

Открытие Лауэ рассматривалось в свое время как явное доказательство в пользу волновой, а не корпускулярной природы рентгеновских лучей. В настоящее время мы знаем, что дифракционные явления могут наблюдаться и с корпускулами. К вопросу о волновой и корпускулярной природе излучения мы вернемся ниже (ср. § 170).

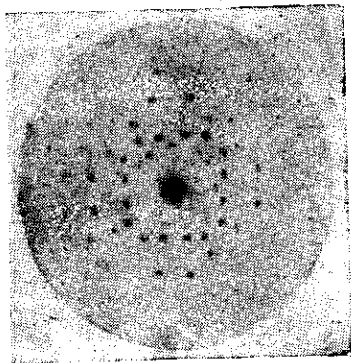


Рис. 233. Лауэграмма кристалла цинковой обманки.

### § 109. Спектрография рентгеновских лучей

Картина, описанная в предыдущем параграфе, соответствует дифракции на *пространственной* решетке, рассмотренной в гл. IX. Характерной особенностью ее является то обстоятельство, что при данном периоде решетки при заданном направлении первичного пучка наблюдаются максимумы лишь определенных длин волн. Поэтому если на наш кристалл падает «белый» рентгеновский свет, т. е. рентгеновский импульс, эквивалентный совокупности самых разнообразных длин волн, то кристалл выделит лишь некоторые определенные длины волн (монохроматизирует их). Наоборот, если

падающий рентгеновский импульс близок к монохроматическому, то при *неподходящем* соотношении угла падения, длины волны и постоянной решетки мы не сможем наблюдать максимумов, а лишь равномерное рассеяние.

Если параллельный пучок рентгеновских лучей падает на кристалл, то от каждой кристаллической плоскости будут дифрагировать лучи. Максимум света соответствует направлению, определяемому законами правильного отражения. Условием же взаимного усиления лучей, отраженных от разных плоскостей, будет, очевидно,

$$2d \sin \theta = n\lambda, \quad (109.1)$$

где  $d$  — расстояние между слоями,  $\theta$  — угол скольжения (дополнение угла падения до  $\pi/2$ ) и  $\lambda$  — длина волны. Это соотношение Брэгга, выведенное также н Ю. В. Вульфом, указывает, какие длины волн могут испытать правильное отражение от кристалла при данном угле падения. Волны другой длины рассеиваются более или менее равномерно по всем направлениям, давая лишь общий фон на пластинке и не приводя к образованию максимумов почернения.

Если мы желаем использовать дифракцию на кристалле для построения спектрографа для рентгеновских лучей, то необходимо принять во внимание упомянутую особенность действия пространственной решетки. Существует несколько приемов, позволяющих с помощью пространственной решетки установить дифракционные максимумы для любой длины волны.

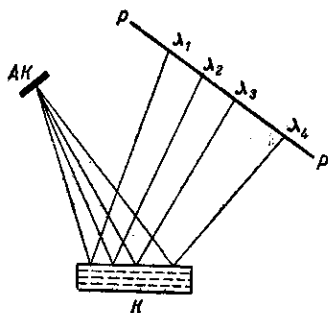


Рис. 234. Схема спектрографа рентгеновских лучей по методу широкого пучка. От антикатада АК рентгеновской трубки лучи падают на кристалл К широко расходящимся пучком. Лучи разной длины волны отражаются на фотопластинку РР под разными углами.

а) Метод широкого пучка (Моали, 1913 г.), состоящий в том, что лучи направляют на кристалл широким расходящимся пучком, образующим *всевозможные* углы скольжения. В таком случае, согласно соотношению Брэгга, лучи разной длины волны отражаются под разными углами и мы получим на пластинке изображение разных длин волн, т. е. спектр рентгеновского импульса (рис. 234).

Метод этот был использован в первых весьма важных работах по спектрографии рентгеновских лучей. В настоящее время он имеет лишь исторический интерес.

б) Метод вращающегося (качающегося) кристалла, при котором лучи падают на кристалл параллельным пучком, но кристалл во время съемки покачивается при помощи часового механизма (поворачивается то в ту, то в другую сторону), образуя

с направлением пучка *всевозможные* углы скольжения. Благодаря этому мы также получим изображение спектра рентгеновского импульса (рис. 235).

Этот метод лежит в основе построения современных рентгеновских спектральных приборов.

Указанные приемы служат для выделения определенных длин волн рентгеновских лучей (монохроматоры) или для определения длин волн монохроматических лучей (спектрометры).

Важнейшим применением рентгеновской спектрографии являются исследования с помощью рентгеновских лучей структуры кристаллов (а в последнее время и молекул) и определение параметров кристаллической решетки. В тех случаях, когда мы располагаем монокристаллами достаточных размеров, можно применить для таких рентгеноструктурных исследований метод Лауэ (§ 108), используя монохроматические рентгеновские лучи.

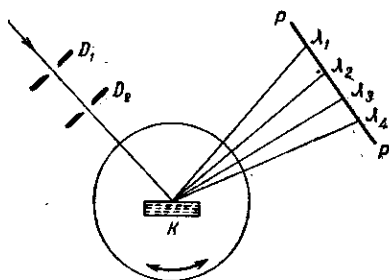


Рис. 235. Схема спектрографии рентгеновских лучей по методу качающегося кристалла. Узкий пучок рентгеновских лучей, вырезанный диафрагмами  $D_1$  и  $D_2$ , падает на кристалл  $K$ , покачиваемый с помощью часового механизма.

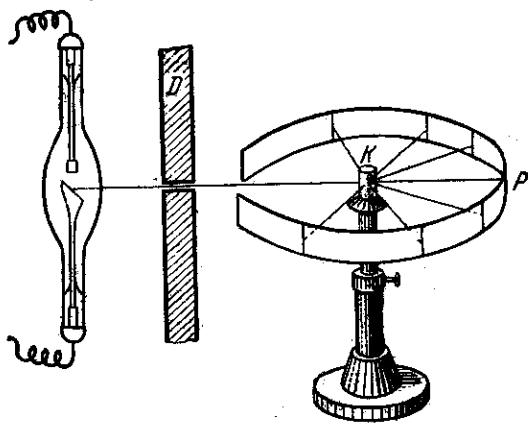


Рис. 236. Схема спектрографии рентгеновских лучей по методу различных ориентаций кристаллов.

В случае кристаллических порошков или поликристаллических тел структурное исследование может быть выполнено по методу, предложенному в 1916 г. Дебаем и Шерером, а также Хеллом. Монохроматический пучок рентгеновских лучей направляется на столбик прессованного кристаллического порошка или палочку из поликристаллического материала (рис. 236); различные кристаллики

препарата имеют всевозможные ориентации, так что падающий пучок образует с кристаллографическими плоскостями самые разнообразные углы. Лучи заданной длины волны  $\lambda$  отражаются от различных кристаллографических плоскостей, соответствующих различным значениям  $\theta$  под разными углами (см. 109.1), давая на фотопленке, окружающей препарат, соответствующую дифракционную картину. Рис. 237 воспроизводит полученную рентгенограмму; в центре виден след прямого пучка; вправо и влево расположены следы отраженных лучей, причем каждая пара симметричных следов



Рис. 237. Рентгенограмма, полученная по схеме рис. 236.

соответствует отражению от кристаллографических плоскостей одного определенного направления. Зная длину волны  $\lambda$  и измеряя углы отражения  $\theta$ , мы можем с помощью такой рентгенограммы установить структуру микрокристаллических объектов, какими являются большинство металлов и других технических материалов.

Если при исследованиях рентгеновских лучей в качестве дифракционной решетки использовать искусственную *плоскую* решетку с относительно грубым периодом и направить на нее рентгеновские лучи под углом, близким к  $90^\circ$ , то возможно наблюдение дифракции от плоской решетки, т. е. с максимумами, соответствующими всем длинам волн (ср. § 48).

Использование наклонного падения на плоские решетки позволило определить длину волны рентгеновских лучей с большой точностью. Повторяя те же измерения с пространственной решеткой каменной соли, можно было по известной длине рентгеновских лучей точно определить период решетки каменной соли, т. е. расстояние между составляющими эту решетку ионами. Отсюда удалось найти точное значение числа молекул в грамм-молекуле, т. е. число Авогадро. Эти определения числа Авогадро считаются самыми надежными. Согласно им современное значение числа Авогадро принимается  $6,025 \cdot 10^{23}$ , вместо прежнего  $6,06 \cdot 10^{23}$ .

### § 110. Сплошной рентгеновский спектр. Понятие о характеристических лучах

Методы, указанные в предыдущем параграфе, позволяют исследовать характер спектра рентгеновского импульса даже в том случае, когда импульс является «белым», т. е. дает сплошной спектр. Такой характер имеет спектр рентгеновских лучей, получающихся



в обычных условиях в рентгеновской трубке при торможении электронов ударами об антикатод. Изменение скорости электрона происходит при этом случайным путем, и образующееся излучение представляет совершенно неправильный импульс, эквивалентный совокупности разнообразных длин волн. Однако наряду с такими импульсами наблюдается и гораздо более монохроматическое излучение. При бомбардировке антикатада электронами определенной скорости наблюдается следующее явление: при некоторой скорости электронов, величина которой определяется веществом антикатада, последний становится источником почти монохроматических лучей, длина волны которых характерна для данного антикатада. Эти лучи обязаны своим происхождением процессам внутри атомов вещества, из которого сделан антикатод. Для того чтобы вызвать эти процессы, требуется известная минимальная энергия, характерная для вещества антикатада (см. § 206). Получающиеся монохроматические лучи характеризуют вещество антикатада и носят потому название *характеристических*.

В настоящее время после установления методов рентгеновской спектроскопии понятие жесткости может быть заменено более определенным понятием длины волны. В соответствии с этим характеристические лучи данного вещества мы определяем как лучи, имеющие определенную длину волны.

Рентгеновский белый свет, испускаемый обычной трубкой, представляет собой совокупность лучей различных длин волн и, следовательно, различных жесткостей. Когда мы говорим о жесткости таких лучей, то имеется в виду некоторая средняя величина, характеризующая главную часть рассматриваемого импульса. В этом смысле можно говорить и о какой-то средней длине волны, характеризующей этот импульс. В таком случае можно установить связь между этой средней длиной волны  $\lambda_m$  и ускоряющим напряжением  $V$ , наложенным на трубку. Опыт показывает, что приближенно

$$\lambda_m \sim \frac{1}{V}. \quad (110.1)$$

В соответствии с этой формулой и формулой (106.1) мы можем написать соотношение между коэффициентом поглощения и длиной волны

$$\mu \sim \lambda^3, \quad (110.2)$$

т. е. коэффициент поглощения приблизительно пропорционален кубу длины волны. Как явствует из этого соотношения, выведенного из опыта, поглощаемость лучей быстро уменьшается при уменьшении длины волны. Однако для каждого вещества существуют области длин волн, в которых поглощение резко возрастает (в 8—10 раз) против нормального хода (селективное поглощение). Эти области соответствуют областям характеристического излучения (см. § 210).

## § 111. Оптика рентгеновских лучей

Трудности обнаружения волновых свойств рентгеновских лучей связаны с чрезвычайной малостью длины их волны. Действительно, измерения длин волн рентгеновских лучей показывают, что при обычных рентгеновских трубках мы имеем дело с волнами, длина которых измеряется ангстремами, т. е. в тысячу раз меньше, чем длина волны видимых лучей.

Характеристические лучи равных элементов также имеют длины волн того же порядка. Каждый элемент обладает несколькими группами характеристических лучей, причем жесткость последних возрастает по мере перехода к элементам с большим атомным весом. Если сравнить между собой наиболее жесткие характеристические лучи, то, например, для Mg будем иметь длину волны  $9,5 \text{ \AA}$ , для Fe —  $1,7 \text{ \AA}$ , для Ag —  $0,50 \text{ \AA}$ , для W —  $0,18 \text{ \AA}$  и для самого тяжелого элемента — урана —  $0,10 \text{ \AA}$ . Столь короткая длина волны и соответственно огромная частота приводят к тому, что на первый план выступает корпускулярный (квантовый) характер рентгеновских лучей (см. гл. XXXIX).

Поэтому требуются специальные, трудно осуществимые условия опыта, при которых волновой характер рентгеновских лучей проявляется отчетливо. Тем не менее, за последние годы были сделаны большие успехи в этом направлении. Познакомимся с несколькими основными фактами из этой области — оптики рентгеновских лучей.

а) Правильное отражение. Обычная зеркальная поверхность грубо шероховата для рентгеновских лучей и только при падении под очень скользким углом может дать правильное отражение. Такое отражение было определено на опыте; кроме того, на этом же принципе основана отражательная дифракционная решетка (см. § 48).

Другой способ получения правильного отражения осуществляется в опыте Лауэ, где отражающей поверхностью являются кристаллографические плоскости, в которых атомы расположены гораздо более правильно (образуют несравненно лучшую плоскость), чем всякая искусственно отполированная плоская поверхность.

б) Преломление. Первые указания на наличие преломления рентгеновских лучей обнаружили в отступлении от условия Брэгга, определяющего положение максимумов при дифракции в кристалле. Эти отступления нашли себе объяснение в допущении преломления лучей при выходе из кристалла. Отсюда можно было оценить показатель преломления рентгеновских лучей. Он оказался меньше единицы. В соответствии с этим удалось осуществить явление полного внутреннего отражения на границе воздух — среда. Так, например, на границе воздух — стекло предельный угол получился равным  $11'$ ;

отсюда можно было точно определить показатель преломления рентгеновских лучей в стекле.

Наблюдалось также преломление в стеклянной призме, на которую падал расходящийся пучок рентгеновских лучей. Некоторые лучи пучка падали под углом, большим предельного, и испытывали полное внутреннее отражение, другие преломлялись в призме и были разложены в призматический спектр. Таким образом удалось наблюдать и измерить дисперсию рентгеновских лучей, т. е. зависимость показателя преломления от длины волны. Отличие показателя преломления от единицы весьма мало (в шестом десятичном знаке), различие показателей преломления для разных длин волн еще меньше; в связи с этим соответствующие измерения выполнены довольно грубо.

### § 112. Шкала электромагнитных волн

Все предыдущее показывает, что рентгеновские лучи представляют собой электромагнитные волны, отличающиеся от обычного света лишь своей малой длиной. Однако разнообразие длин волн рентгеновских лучей чрезвычайно велико. Если обычно длина волны рентгеновских лучей в сотни и тысячи раз меньше длин волн света, то возможны и гораздо более мягкие рентгеновские лучи, соответствующие большей длине волны. Трудность их наблюдения заключается в том, что они очень легко поглощаются всеми телами, приближаясь в этом отношении к крайним ультрафиолетовым волнам. Действительно, принимая меры предосторожности, необходимые при работе с такими легко поглощающимися лучами, удалось наблюдать рентгеновские лучи, по длине волны заходящие в область, которую мы обозначали как область ультрафиолета. Понятно, что в таком случае нет никакого различия между рентгеновскими и ультрафиолетовыми лучами. То или иное название для них зависит от способа их возбуждения. Если возбуждение лучей соответствует методам возбуждения рентгеновских лучей, т. е. мы подходим к этим мягким лучам со стороны более жестких, рентгеновских, то мы назовем полученные лучи рентгеновскими. Если, наоборот, возникшие лучи вызваны по способу, принятому для возбуждения ультрафиолета, т. е. мы подходим к ним со стороны еще более длинных ультрафиолетовых лучей, то их естественно отнести к ультрафиолету. Область между рентгеновскими и ультрафиолетовыми лучами в настоящее время заполнена (Хольвег), подобно тому как заполнена область между герцовыми и инфракрасными лучами.

В сторону наиболее коротких волн шкала не обрывается на жестких рентгеновских лучах. Не говоря уже о том, что увеличение жесткости рентгеновских лучей путем увеличения ускоряющего потенциала позволит продвинуть эту границу в сторону коротких волн неограниченно далеко, мы имеем в природе гораздо более короткие волны, чем обычные рентгеновские. Это —  $\gamma$ -лучи

радиоактивных веществ, которые по своей природе совпадают с рентгеновскими волнами, но отличаются еще большей жесткостью. Разнообразные радиоактивные вещества испускают  $\gamma$ -лучи различной длины волны: от таких, которые мягче некоторых рентгеновских волн ( $\gamma$ -лучи, испускаемые полонием), до лучей, длина волны которых в сотни раз короче самых жестких из обычных рентгеновских лучей ( $\gamma$ -лучи, испускаемые торием С).

Таким образом, шкала электромагнитных волн представляет собой непрерывно заполненную градацию от бесконечно длинных электромагнитных волн (соответствующих постоянному току) до волн, длина которых измеряется тысячными долями ангстрема. Конечно, не исключена возможность существования еще более коротких волн. Так, при прохождении космических лучей, представляющих собой поток корпускул, несущихся со скоростью, близкой к скорости света, образуются  $\gamma$ -лучи очень короткой длины волны.

Следующая диаграмма дает представление о всей шкале электромагнитных волн (рис. 238). На верхней стороне диаграммы дана

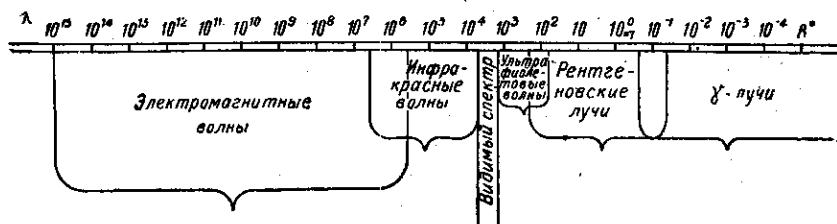


Рис. 238. Шкала электромагнитных волн.

длина волны, выраженная в ангстремах ( $1 \text{ Å} = 10^{-8} \text{ см}$ ), на нижней — наименование волны. Перекрывание областей, показанное на рисунке, указывает, сколь условно это деление на области. Ввиду огромного диапазона нанесенных на шкалу длин волн она изображена в логарифмическом масштабе.

## ОТДЕЛ VI СКОРОСТЬ СВЕТА

---

### ГЛАВА XIX

#### СКОРОСТЬ СВЕТА И МЕТОДЫ ЕЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

##### § 113. Значение опытов по определению скорости света и первая попытка Галилея

Задача определения скорости света принадлежит к числу важнейших проблем оптики и физики вообще. Решение этой задачи имело огромное принципиальное и практическое значение. Установление того факта, что скорость распространения света конечна, и измерение этой скорости сделали более конкретными и ясными трудности, стоящие перед различными оптическими теориями. Первые методы определения скорости света, опиравшиеся на астрономические наблюдения, способствовали со своей стороны ясному пониманию чисто астрономических вопросов о затмениях отдаленных светил и о годичном параллаксе звезд. Точные лабораторные методы определения скорости света, выработанные впоследствии, используются при геодезической съемке. Теоретическое обоснование и экспериментальное исследование оптических случаев принципа Доплера сделали возможным решение задачи о лучевых скоростях светил или движущихся во светящихся масс (протуберанцы, каналовые лучи) и привели к весьма широким астрономическим обобщениям. Сравнительное измерение скорости света в пустоте и различных средах послужило в свое время в качестве *experimentum crucis* между волновой и корпускулярной теориями света, а впоследствии привело к понятию групповой скорости, имеющему большое значение и в современной квантовой физике. Сравнение скорости распространения света с константой  $c$  максвелловской теории, обозначающей, с одной стороны, отношение между электромагнитными и электростатическими единицами заряда, а с другой — скорость распространения электромагнитного поля, сыграло важнейшую роль при обосновании электромагнитной теории света. Наконец, вопрос о влиянии движения системы на скорость распространения света и вся обширная совокупность связанных с ним экспериментальных и теоретических проблем привели к формулировке эйнштейновского принципа относительности — одного из самых значительных обобщений теоретической физики, имеющего исключительное значение и для физики и для философии.

Основная трудность, на которую наталкивается экспериментатор при определении скорости распространения света, связана с огромным значением этой величины, приводящей к совсем иным масштабам опыта, чем те, которые имеют место в классических физических измерениях. Эта трудность дала себя знать в первых научных попытках определения скорости света, предпринятых еще Галилеем (1607 г.). Опыт Галилея состоял в следующем: два наблюдателя на большом расстоянии друг от друга снабжены закрывающимися фонарями. Наблюдатель  $A$  открывает фонарь; через известный промежуток времени свет дойдет до наблюдателя  $B$ , который в тот же момент открывает свой фонарь; спустя некоторое время этот сигнал дойдет до  $A$ , который может, таким образом, отметить время  $\tau$ , протекшее от момента подачи им сигнала до момента возвращения последнего. Предполагая, что наблюдатели реагируют на сигнал *мгновенно* и что свет обладает одной и той же скоростью в направлении  $AB$  и  $BA$ , получим, что путь  $AB + BA = 2D$  свет проходит за время  $\tau$ , т. е. скорость света  $c = 2D/\tau$ . Второе из сделанных допущений может считаться весьма правдоподобным. Современная теория относительности возводит даже это допущение в принцип. Но предположение о возможности мгновенно реагировать на сигнал не соответствует действительности, и поэтому при огромной скорости света попытка Галилея не привела ни к каким результатам; по существу, измерялось не время распространения светового сигнала, а время, потраченное наблюдателем на реакцию. Положение можно улучшить, если наблюдателя  $B$  заменить зеркалом, отражающим свет, освободившись таким образом от ошибки, вносимой одним из наблюдателей. Эта схема измерений осталась, по существу, почти во всех современных лабораторных приемах определения скорости света; однако впоследствии были найдены превосходные приемы регистрации сигналов и измерения промежутков времени, что и позволило определить скорость света с достаточной точностью даже на сравнительно небольших расстояниях.

#### § 114. Астрономические методы определения скорости света

а) **Определение скорости света по наблюдениям затмений спутника Юпитера.** Первым удачным определением скорости света, давшим надежную цифру, близкую к современной, было определение датского астронома Олафа Рёмера (1676 г.), работавшего в Парижской обсерватории. Метод Рёмера, основанный на астрономических наблюдениях, отличается по замыслу от схемы Галилея, согласно которой световой сигнал проделывает *замкнутый* путь, исходя из точки  $A$  и вновь возвращаясь к ней (см. гл. XXI).

Удача Рёмера связана с возможностью пользоваться очень точными «часами», расположенными на огромном расстоянии от наблюдателя. Роль часов может выполнять любой периодический процесс.

В наблюдениях Рёмера использовано периодически повторяющееся затмение спутников Юпитера.

Рёмер наблюдал, что промежутки между последовательными затмениями оказываются несколько большими, когда Земля в своем движении удаляется от Юпитера, чем когда она приближается к нему. Рёмер объяснил свое наблюдение, учтя дополнительное время, которое в первом случае (удаление) должно быть прибавлено, а во втором (приближение) отнято из времени истинного обращения спутника вокруг Юпитера. Рис. 239 поясняет сказанное. Так как период обращения спутника невелик (1,75 суток), то указанная разница даже в наиболее благоприятные моменты (точки  $A$  и  $A'$ ) не превышает 15 секунд (скорость Земли на орбите 30 км/сек). Поэтому для получения надежного результата наблюдения велись в течение всего года.

Обозначим через  $\tau_1, \tau_2, \dots$  промежутки между последовательными затмениями за период, когда Земля переходит из положения противостояния (точка  $T_1$ ) в положение соединения (точка  $T_2$ ); такие же промежутки за вторую половину года, когда Земля переходит из  $T_2$  в  $T_1$ , обозначим через  $\tau'_1, \tau'_2, \dots$ . Тогда, очевидно,

$$\sum \tau = N\bar{\tau} - \frac{D}{c} \quad \text{и} \quad \sum \tau' = N\bar{\tau} + \frac{D}{c},$$

где через  $N$  обозначено число затмений за полугодие, а через  $\bar{\tau}$  — средний промежуток между затмениями за *целый* год (равный промежутку, который наблюдался бы в случае, если бы Земля покоилась относительно Юпитера),  $D$  — диаметр земной орбиты,  $c$  — скорость света. Вычитая наши равенства, получим:

$$\frac{2D}{c} = \sum \tau' - \sum \tau \quad \text{или} \quad c = \frac{D}{\frac{\sum \tau' - \sum \tau}{2}}.$$

Время  $\frac{\sum \tau' - \sum \tau}{2}$  Рёмер нашел равным 1320 сек., чему соответствует  $c = 225\,000$  км/сек ( $D = 299 \cdot 10^6$  км).

По более поздним измерениям (Сэмисон, 1909 г.) время запаздывания равно 997,6 сек., и скорость света, определенная по этому методу, равна 299 000 км/сек.

**б) Определение скорости света по наблюдению абберации.** В 1728 г. Брайлей предпринял наблюдения с целью выяснить, существует ли *годовой параллакс* звезд, т. е. кажущееся смещение

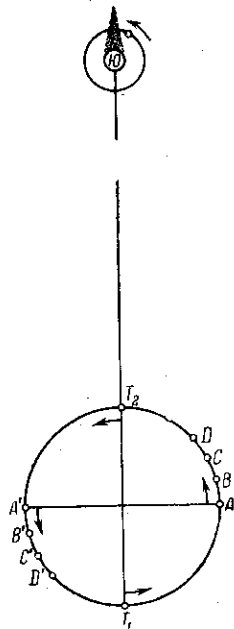


Рис. 239. К определению скорости света по методу Рёмера.

звезд на небесном своде, отображающее движение Земли по орбите и связанное с конечностью расстояния от Земли до звезды. Как легко видеть из рис. 240, *а*, звезда в своем параллактическом движении должна описывать эллипс, угловые размеры которого тем больше, чем меньше расстояние до звезды. Для звезд, лежащих в плоскости эклиптики, этот эллипс вырождается в прямую, а для звезд у полюса — в окружность. Брайдей действительно обнаружил подобное смещение. Но большая ось эллипса оказалась для *всех*

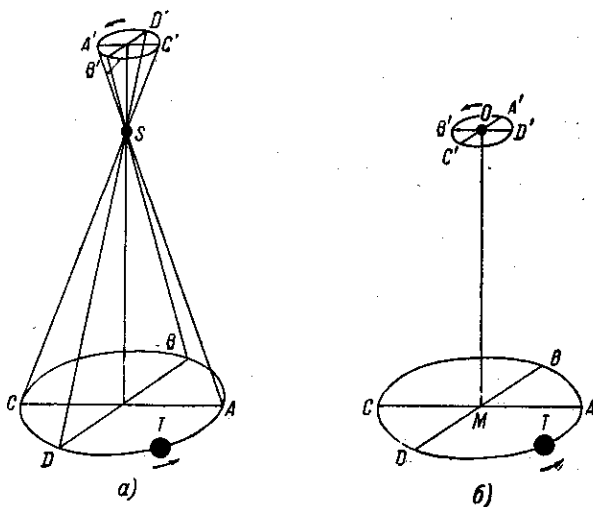


Рис. 240. Кажущееся движение звезд, обусловленное годичным движением Земли: *а* — вследствие годичного параллакса; *б* — вследствие абберации света.

звезд имеющей *одни и те же* угловые размеры, а именно  $2\alpha = 40''{,}9$ , что значительно больше ожидаемого параллактического смещения даже для ближайшей к Солнцу звезды; наконец, направления наблюдаемого смещения оказались перпендикулярными к ожидаемому вследствие параллакса (рис. 240, *б*). Брайдей объяснил наблюдаемое явление, названное им *абберацией света*, конечностью скорости распространения света и использовал его для определения этой скорости. Годичный параллакс, гораздо менее значительный и зависящий от расстояния до звезды, был установлен более ста лет спустя в 1837—1838 гг. В. Я. Струве и Бесселем.

Для простоты будем вместо телескопа рассматривать визирное приспособление, состоящее из двух небольших отверстий, расположенных по оси трубы на расстоянии  $l$  (длина трубы). Когда скорость Земли совпадает с направлением  $ST$  (рис. 241), ось трубы указывает на звезду. Когда же скорость Земли (и трубы) составляет угол  $\varphi$  с направлением на звезду, то для того, чтобы луч света



оставался на оси трубы, трубу надо повернуть на угол  $\alpha$ , ибо за время  $\tau$ , пока свет проходит путь  $ST$ , сама труба перемещается на расстояние  $T'T = v_0\tau$ . Из рис. 241 можно определить поворот  $\alpha$ . Здесь  $TS$  дает направление оси трубы, без учета абберации,  $ST'$  — направление оси, благодаря которому свет, входящий в трубу в точке  $S$ , в течение всего времени  $\tau$  идет вдоль оси трубы. Пользуясь тем, что угол  $\alpha$  очень мал и  $v_0 \ll c$  (пренебрегая членами порядка  $\frac{v_0^2}{c^2}$ ), можно считать

$$\angle ST'P \approx \angle STP = \varphi.$$

Тогда из  $\triangle T'ST$  получаем:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \varphi} = \frac{v_0 \tau}{c\tau} \text{ или } \alpha = \frac{v_0}{c} \sin \varphi.$$

Если звезда лежит в плоскости эклиптики (рис. 242), то направление вектора скорости ( $v_0$ ) Земли меняется по отношению

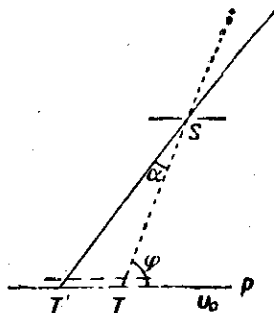


Рис. 241. К вычислению абберационного смещения.

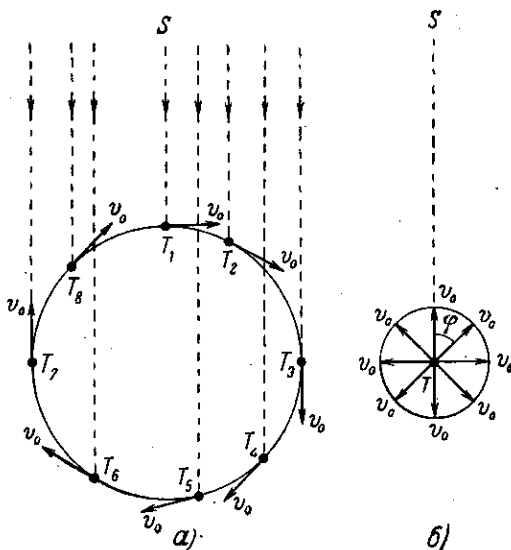


Рис. 242. Схематический чертеж, поясняющий, как меняется направление скорости Земли относительно прямой, соединяющей эклиптику со звездой  $S$  (звезда лежит в плоскости эклиптики).

к направлению на звезду ( $TS$ ) в течение года по закону:  $\varphi = 2\pi \frac{t}{T}$ , где  $T$  — период обращения Земли, и зависимость угла абберации

от времени выражается периодической функцией  $\alpha = \frac{v_0}{c} \sin 2\pi \frac{t}{T}$ . Таким образом направленные на звезду меняются периодически в течение года: звезда совершает кажущиеся колебания с угловой амплитудой  $\alpha_0 = \frac{v_0}{c}$  около среднего положения, соответствующего значению  $\varphi = 0$  или  $\pi$ .

Если звезда находится в полюсе эклиптики (рис. 240, б), то  $\varphi = 90^\circ$  в течение всего года, т. е. угловое отклонение звезды от направления  $OT$  сохраняется неизменным по величине ( $\alpha_0 = \frac{v_0}{c}$ ), но так как вектор  $v_0$  описывает в течение года угол  $2\pi$ , то и угловое смещение звезды меняется по направлению: звезда описывает кажущуюся круговую орбиту  $A'B'C'D'$  с угловым радиусом  $\alpha_0 = \frac{v_0}{c}$ .

В общем случае, когда звезда расположена на угловом расстоянии  $\delta$  от плоскости эклиптики, абберационная траектория звезды представляет собой эллипс, большая полуось которого имеет угловые размеры  $\alpha_0$ , а малая —  $\alpha_0 \sin \delta$ . Именно такой характер и носило кажущееся смещение звезд по наблюдению Брайля. Определив из наблюдений  $\alpha_0$  и зная  $v_0$ , можно найти  $c$ . Брайль нашел  $c = 308\,000$  км/сек. В. Я. Струве (1845 г.) значительно улучшил точность наблюдений и получил  $\alpha_0 = 20''445$ . Самые последние определения дают  $\alpha_0 = 20''470$ , чему соответствует  $c = 299\,900$  км/сек.

Существенно отметить, что абберация света связана с изменением направления скорости Земли в течение года. Постоянная скорость, как бы велика она ни была, не может быть обнаружена с помощью абберации, ибо при таком движении направление на звезду остается неизменным и нет возможности судить, есть ли налицо такая скорость и какой угол с направлением на звезду она составляет. Абберация света позволяет судить лишь об изменении скорости Земли.

Изложенное простое объяснение абберации света легко понять с точки зрения корпускулярных представлений о свете, на какой стоял и сам Брайль. С этой точки зрения свет представляет собой поток летящих частиц, скорость которых не зависит, конечно, от скорости трубы. Рассмотрение абберации света с точки зрения волновой теории более сложно и связано с вопросом о влиянии движения Земли на распространение света. Мы вернемся к этому вопросу в § 121.

### § 115. Лабораторные методы определения скорости света

Как уже упоминалось, лабораторные методы определения скорости света представляют собой, по существу, усовершенствования метода Галилея. Удачными решениями явились два приема: способ Физо, автоматизирующий моменты пуска и регистрации возвращаю-

шегося сигнала (прерывания), и метод Араго — Фуко, основанный на точном измерении времени пробега светового сигнала (вращающееся зеркало). Оба эти способа подвергались неоднократным усовершенствованиям вплоть до последнего времени, причем использовались достижения современной экспериментальной техники. Благодаря им удавалось или значительно повысить точность первоначальных измерений или значительно сократить длину бааиса, вдоль которого исследуют распространение света.

**а) Метод прерываний.** Физо (1849 г.) выполнил впервые определение скорости света в лабораторных условиях. Характерной особенностью его метода является автоматическая регистрация моментов пуска и возвращения сигнала, осуществляемая путем регулярного прерывания светового потока (зубчатое колесо). Схема опыта Физо изображена на рис. 243. Свет от  $S$  идет между зубьями

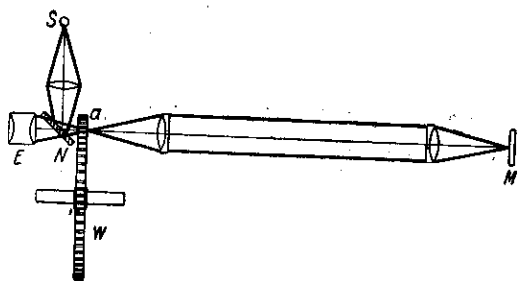


Рис. 243. Определение скорости света методом «зубчатого колеса».

вращающегося колеса  $W$  к зеркалу  $M$  и, отразившись обратно, должен вновь пройти между зубьями к наблюдателю. Для удобства окуляр  $E$ , служащий для наблюдения, помещается против  $a$ , а свет поворачивается от  $S$  к  $W$  при помощи полупрозрачного зеркала  $N$ . Если колесо вращается, и притом с такой угловой скоростью, что за время движения света от  $a$  к  $M$  и обратно на месте зубьев окажутся прорезы, и наоборот, то вернувшийся свет не будет пропущен к окуляру и наблюдатель не увидит света (первое затемнение). При возрастании угловой скорости свет частично дойдет до наблюдателя. Если ширина зубьев и просветов одинакова, то при двойной скорости будет максимум света, при тройной — второе затемнение и т. д. Зная расстояние  $aM = D$ , число зубьев  $z$ , угловую скорость вращения (число оборотов в секунду  $\omega$ ), можно вычислить скорость света. Так, при первом затемнении свет, прошедший в просвет между зубцами, при своем возвращении натолкнется на ближайший зубец. Для этого необходимо, чтобы за время  $t = \frac{2D}{c}$  колесо повернулось на угол  $\frac{2\pi}{2z}$ , т. е. на угол, отделяющий центр

просвета от центра соседнего зубца. Если наблюдение первого затемнения имеет место при числе оборотов  $\nu$  в секунду, то изложенное условие выразится в виде соотношения

$$\frac{2D}{c} = \frac{1}{2\nu}, \text{ или } c = 4D\nu.$$

Второе затемнение будет иметь место при тройной угловой скорости, т. е. когда возвращающийся свет будет задержан следующим зубцом, и т. д. Главная трудность определения лежит в точном установлении момента затемнения. Точность повышается при увеличении расстояния  $D$  и при скоростях прерываний, позволяющих наблюдать затемнения высших порядков. Так, Перротен вел свои наблюдения при  $D = 46$  км и наблюдал затемнение 32-го порядка. При этих условиях требуются светосильные установки: чистый воздух (наблюдения в горах), хорошая оптика, сильный источник света.

Результаты по методу прерываний (с дальнейшими усовершенствованиями) приведены в табличке:

Физо (1849 г.) . . . . .	$D = 8,63$ км	$c = 315\,000$ км/сек;
Корню (1876 г.) . . . . .	$D = 23$ км	$c = 300\,000 \pm 300$ км/сек;
Перротен (1902 г.) . . . . .	$D = 46$ км	$c = 299\,870 \pm 50$ км/сек.

В последнее время вместо вращающегося колеса с успехом применяются другие более совершенные методы прерывания света. Наилучшие результаты получены с помощью конденсатора Керра (см. § 145), в котором наложение быстропеременного поля дает возможность производить до  $10^7$  прерываний в секунду. Это позволяет значительно улучшить точность результатов или сильно сократить длину базиса  $D$ . Так, в опытах Андерсона (1937 г.) длина базиса  $D$  составляла всего лишь 3 м, т. е. вся установка помещалась на лабораторном столе. Многочисленные усовершенствования в точности регистрации, использовавшие современные достижения радиотехники и электроники, позволили чрезвычайно сильно повысить точность измерений. Не останавливаясь на подробностях, укажем, что наилучшие последние измерения дали (при базисе около 7 км) цифру

$$c = 299\,793,1 \pm 0,25 \text{ км/сек}$$

(цифра приведена к пустоте).

**б) Метод вращающегося зеркала.** Фуко (1862 г.) успешно осуществил второй метод, принцип которого еще раньше (1838 г.) был предложен Араго с целью сравнения скорости света в воздухе со скоростью его в других средах (вода). Метод основан на очень тщательных измерениях малых промежутков времени при помощи вращающегося зеркала. Схема опыта ясна из рис. 244. Свет от источника  $S$  направляется при помощи объектива  $L$  к вращающемуся зеркалу  $R$ , от которого отражается в направлении ко второму зер-

калу  $C$  и обратно, проходя путь  $2CR = 2D$  за время  $\tau$ . Время это оценивается по углу поворота зеркала  $R$ , скорость вращения которого точно известна; угол же поворота определяется из измерения смещения зайчика, даваемого возвратившимся светом. Измерения производятся при помощи окуляра  $E$  и полупрозрачной пластинки  $M$ , играющей ту же роль, как и в предыдущем методе;  $S_1$  — положение зайчика при неподвижном зеркале  $R$ ,  $S'_1$  — при вращении зеркала. Важной особенностью установки Фуко явилось применение в качестве зеркала  $C$  вогнутого сферического зеркала, центр которого совпадал

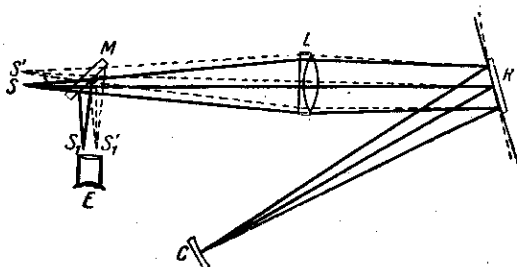


Рис. 244. Определение скорости света методом вращающегося зеркала.

с осью вращения  $R$ . Благодаря этому свет, отраженный от  $R$  к  $C$ , всегда попадает обратно на  $R$ ; в случае же применения плоского зеркала  $C$  это имело бы место лишь при определенной взаимной ориентации  $R$  и  $C$ , когда ось отраженного конуса лучей располагается нормально к  $C$ .

Фуко в соответствии с первоначальным замыслом Араго осуществил при помощи своего прибора также и определение скорости света в воде, ибо ему удалось уменьшить расстояние  $RC$  до 4 м, сообщив зеркалу 800 оборотов в секунду. Измерения Фуко показали, что скорость света в воде *меньше*, чем скорость в воздухе, в соответствии с представлениями волновой теории света.

Дальнейшие усовершенствования метода Фуко, при которых улучшалась техника работы с вращающимся зеркалом и увеличивался путь  $RC$ , привели к очень значительному повышению точности, дав в руках Майкельсона весьма хорошие результаты по определению скорости света.

Результаты измерений по методу вращающегося зеркала изложены в следующей табличке:

Фуко (1862 г.) . . . . .	$c = 298\ 000 \pm 500$	км/сек
Ньюкомб (1891 г.) . . . . .	$c = 299\ 810 \pm 50$	»
Майкельсон (1902 г.) . . . . .	$c = 299\ 890 \pm 60$	»
Майкельсон (1926 г.) . . . . .	$c = 299\ 796 \pm 4$	»

Последняя (1926 г.) установка Майкельсона была выполнена между двумя горными вершинами, так что расстояние  $D = 35,4$  км (35 373,21 м). Зеркалом служила восьмигранная стальная призма, вращавшаяся со скоростью 528 об/сек. Схема установки Майкельсона изображена на рис. 245.

Время, в которое свет совершал полный путь, равнялось 0,00023 сек., так что зеркало успевало повернуться на 1/8 оборота и свет падал на следующую грань призмы. Таким образом, смещение зайчика

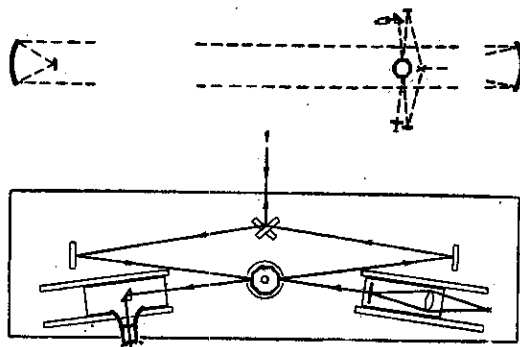


Рис. 245. Схема установки Майкельсона для определения скорости света.

было сравнительно незначительным, и определение его положения играло роль поправки, а не основной измеряемой величины, как в первых опытах Фуко, где все смещение достигало лишь 0,7 мм.

За последние годы были также произведены весьма точные измерения скорости распространения радиоволн. При этом были использованы радиогодезические измерения, т. е. определение расстояния между двумя пунктами с помощью радиосигналов параллельно с точными триангуляционными измерениями. Лучшая полученная по этому методу цифра, приведенная к пустоте,  $c = 299\,792 \pm 2,4$  км/сек. Наконец, скорость радиоволн была определена по методу стоячих волн, образованных в цилиндрическом резонаторе. Теория позволяет связать данные о размерах резонатора и резонансной частоте его со скоростью волн. Опыты делались с эвакуированным резонатором, так что приведения к пустоте не требовалось. Лучшее значение, полученное по этому методу, есть  $c = 299\,792,5 \pm 3,4$  км/сек.

Сопоставим лучшие данные, полученные разными методами:

Метод вращающегося зеркала	$c = 299\,796 \pm 4$ км/сек	(Майкельсон, 1926 г.)
Метод прерываний (усовершенствованный)	$c = 299\,793,1 \pm 0,25$	» (Бергшtrand, 1950 г.)
Радиогодезия	$c = 299\,792 \pm 2,4$	» (Аслаксон, 1949 г.)
Полый резонатор	$c = 299\,792,5 \pm 3,4$	» (Эссен, 1950 г.)

Это сопоставление показывает превосходное согласие, оправдывающее ту точность измерения, на которую указывают авторы. Прекрасное совпадение для скорости световых волн и скорости радиоволн вновь подтверждает справедливость электромагнитной теории света, напоминая, что первым аргументом Максвелла в пользу этой теории было тогда еще грубо установленное равенство скорости света и электродинамической постоянной, определяющей собой скорость распространения электромагнитных волн.

### § 116. Фазовая и групповая скорости света

Лабораторные методы определения скорости света, позволяющие производить эти измерения на коротком базисе, дают возможность определения скорости света в различных средах и, следовательно, возможность проверки соотношений теории преломления света. Как уже неоднократно упоминалось, показатель преломления света по теории Ньютона равен  $n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_2}{v_1}$ , а по волновой теории  $n = \frac{v_1}{v_2}$ , где  $v_1$  — скорость света в первой среде, а  $v_2$  — скорость света во второй. Еще Араго видел в этом различии возможность эксперимента стюис и предложил идею опыта, который был выполнен позднее Фуко, нашедшим для отношения скоростей света в воздухе и воде значение, близкое к  $4/3$ , как следует по теории Гюйгенса, а не  $3/4$ , как вытекает из теории Ньютона. Правда, к моменту выполнения этих опытов (1862 г.) волновая теория света уже не нуждалась в подобных дополнительных аргументах. Тем не менее, по мере усовершенствования методов определения скорости света вопрос этот подвергался дальнейшему экспериментальному исследованию, причем оказалось, что дело обстоит гораздо сложнее. Так, для воды Майкельсон получил  $\frac{c}{v} = 1,33$  в соответствии со значением показателя преломления воды. Но для сероуглерода он нашел  $\frac{c}{v} = 1,75$ , тогда как обычное определение показателя преломления дает  $n = 1,64$ . Объяснение было найдено Рэлеем, выяснившим сложный характер понятия скорости волны.

Обычное определение показателя преломления из изменения направления луча ( $n = \frac{\sin i}{\sin r}$ ) соответствует по волновой теории отношению скоростей волны, определяемой уравнением

$$y = a \sin \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x}{v} \right). \quad (116.1)$$

Нетрудно видеть, что  $v$  в этой формуле означает скорость, с которой перемещается фаза волны. Действительно, напишем условие постоянства фазы

$$t - \frac{x}{v} = \text{const.}$$

Отсюда следует:

$$\Delta t - \frac{\Delta x}{v} = 0,$$

или

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}, \quad (116.2)$$

т. е.  $v$  означает скорость избранной фазы (фазовая скорость). Имея выражение монохроматической волны, например  $y = a \sin(\omega t - kx)$ , мы найдем фазовую скорость, написав условие постоянства фазы

$$\omega t - kx = \text{const.}$$

Дифференцируя, найдем:

$$\omega dt - k dx = 0 \quad \text{или} \quad \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k},$$

значит, фазовая скорость  $v = \frac{\omega}{k}$ . Вспомнив, что  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  и  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ , найдем, что фазовая скорость

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T}$$

в согласии с известным выражением:  $\lambda = Tv$ .

Найденная таким образом фазовая скорость характеризует монохроматическую волну, т. е. безграничную и бесконечно длящуюся синусоиду. Однако такая волна неосуществима. В действительности мы всегда имеем более или менее сложный импульс, ограниченный во времени и в пространстве. При наблюдении такого импульса мы можем выделять какое-нибудь определенное место этого импульса, например место максимальной напряженности того электрического или магнитного поля, которое представляет собой электромагнитный импульс. Понятие скорости распространения такого импульса не вызывает никаких затруднений: скорость импульса отождествляется со скоростью распространения какой-либо его точки, например точки максимальной напряженности поля. При этом, однако, надо предполагать, что импульс наш сохраняет при распространении свою форму или во всяком случае деформируется достаточно медленно. Для того чтобы судить об этом обстоятельстве, мы можем представить наш импульс как наложенные бесконечно большого числа близких по частоте монохроматических волн (представление импульса в виде интеграла Фурье). Если все эти монохроматические волны разной длины распространяются с одной и той же фазовой скоростью (среда не имеет дисперсии), то с той же скоростью перемещается и импульс как целое, сохраняя неизменной свою форму.

Однако среда (за исключением пустого пространства) обычно характеризуется дисперсией, т. е. монохроматические волны распространяются с различными фазовыми скоростями, зависящими от их длины, и импульс начинает деформироваться. В таком случае вопрос



о скорости самого импульса становится более сложным. Если дисперсия не очень велика, то деформация импульса происходит медленно и мы можем следить за местом максимальной амплитуды. Однако скорость перемещения импульса будет отличаться от фазовой скорости любой из составляющих его монохроматических волн и должна быть вычислена непосредственно.

Для простоты вычисления мы будем представлять себе импульс как совокупность *двух* близких по частоте синусоид одинаковой амплитуды, а не как совокупность бесконечного числа близких синусоид. При этом упрощении основные черты явления сохраняются. Наложение таких близких синусоид дает импульс, форма которого изображена на рис. 246 (биения близких по частоте колебаний).

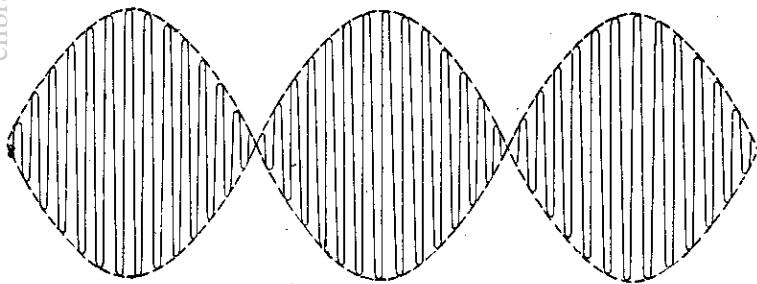


Рис. 246. Суперпозиция двух близких по частоте синусоид, напоминающая группу.

Итак, наш импульс, или, как принято говорить, *группа* волн\*), составлен из двух волн,

$$y_1 = a \sin(\omega_1 t - k_1 x) \text{ и } y_2 = a \sin(\omega_2 t - k_2 x),$$

где амплитуды приняты равными, а частоты и длины волн мало разнятся друг от друга, так что

$$\omega_1 = \omega_0 + \delta\omega \text{ и } \omega_2 = \omega_0 - \delta\omega,$$

$$k_1 = k_0 + \delta k \text{ и } k_2 = k_0 - \delta k,$$

где  $\delta\omega$  и  $\delta k$  — малые величины. Импульс (группа волн)  $y$  есть сумма  $y_1$  и  $y_2$ , т. е.

$$\begin{aligned} y &= y_1 + y_2 = a \sin(\omega_1 t - k_1 x) + a \sin(\omega_2 t - k_2 x) = \\ &= 2a \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t - \frac{k_1 - k_2}{2} x\right) \sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t - \frac{k_1 + k_2}{2} x\right) = \\ &= 2a \cos(t \cdot \delta\omega - x \cdot \delta k) \sin(\omega_0 t - k_0 x). \end{aligned}$$

\*) Группой волн называют импульс, который можно представить как совокупность бесконечного числа синусоид, частоты которых *мало* отличаются друг от друга.

Введя обозначение  $A = 2a \cos(t \cdot \delta\omega - x \cdot \delta k)$ , представим наш импульс в виде

$$y = A \sin(\omega_0 t - k_0 x),$$

где  $A$  не является постоянным, но меняется во времени и в пространстве, однако меняется *медленно*, ибо  $\delta\omega$  и  $\delta k$  — малые (по сравнению с  $\omega_0$  и  $k_0$ ) величины. Поэтому, допуская известную небрежность речи, мы можем считать наш импульс *синусоидой с медленно изменяющейся амплитудой* (ср. рис. 246).

Выделив на нашем импульсе какую-нибудь точку с определенным значением  $A$ , например точку, где  $A$  максимально, мы определим скорость перемещения этой точки, которая и характеризует собой скорость распространения импульса. Таким образом, скорость импульса (группы), которую, согласно Рэлею, называют *групповой* скоростью, есть скорость перемещения *амплитуды*, а следовательно, и *энергии*, переносимой движущимся импульсом.

Для нахождения групповой скорости  $u$  надо написать условие постоянства амплитуды, т. е.

$$t \cdot \delta\omega - x \cdot \delta k = \text{const.}$$

Дифференцируя, находим  $\delta\omega dt - \delta k dx = 0$ , или

$$u = \frac{dx}{dt} = \frac{\delta\omega}{\delta k}.$$

Итак, монохроматическая волна характеризуется фазовой скоростью  $v = \frac{\omega}{k}$ , означающей скорость перемещения *фазы*, а импульс характеризуется групповой скоростью  $u = \frac{\delta\omega}{\delta k}$ , означающей скорость перемещения *амплитуды* (энергии).

Нетрудно найти связь между  $u$  и  $v$ :

$$u = \frac{\delta\omega}{\delta k} = \frac{\delta(vk)}{\delta k} = v + k \frac{\delta v}{\delta k},$$

или, так как  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  и, следовательно,  $\delta k = -\frac{2\pi}{\lambda^2} \delta\lambda$ , найдем:

$$k \frac{\delta v}{\delta k} = -\frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda^2 \cdot \delta v}{2\pi \cdot \delta\lambda} = -\lambda \frac{\delta v}{\delta\lambda},$$

т. е. окончательно

$$u = v - \lambda \frac{\delta v}{\delta\lambda} \quad (\text{формула Рэлея}). \quad (116.3)$$

Если  $\frac{\delta v}{\delta\lambda} > 0$  (нормальная дисперсия), то  $u < v$ ;

если  $\frac{\delta v}{\delta\lambda} < 0$  (аномальная дисперсия), то  $u > v$ .

Различие между  $u$  и  $v$  тем значительнее, чем больше дисперсия \*)  $\frac{\partial v}{\partial \lambda}$ . При отсутствии дисперсии ( $\frac{\partial v}{\partial \lambda} = 0$ )  $u = v$ . Этот случай, как уже сказано, имеет место лишь для пустоты (см. § 147).

Рэлей показал, что в известных методах определения скорости света мы, по самой сущности методики, имеем дело не с непрерывно движущейся волной, а разбиваем ее на малые отрезки. Зубчатое колесо и другие прерыватели в методе прерываний дают ослабляющееся и нарастающее световое возбуждение вида рис. 9, т. е. группу волн. Аналогично происходит дело и в методе Рёмера, где свет прерывается периодическими затмениями. В методе вращающегося зеркала свет также перестает достигать наблюдателя при достаточном повороте зеркала. Во всех этих случаях мы в диспергирующей среде измеряем групповую скорость, а не фазовую. Эта последняя может быть *вычислена* по формуле (116.3), если одновременно измерена дисперсия.

Рэлей полагал, что в методе aberrации света мы измеряем непосредственно фазовую скорость, ибо там свет не прерывается искусственно. Однако Эренфест (1910 г.) показал, что наблюдение aberrации света в принципе не отличимо от метода Физо, т. е. тоже дает групповую скорость. Действительно, aberrационный опыт можно свести к следующему. На общей оси жестко закреплены два диска с отверстиями. Свет посылается по линии, соединяющей эти отверстия, и достигает наблюдателя. Приведем весь аппарат в быстрое вращение. Так как скорость света конечна, то свет не будет проходить через второе отверстие. Чтобы пропустить свет, необходимо повернуть один диск относительно другого на угол, определяемый отношением скоростей дисков и света. Это — типичный aberrационный опыт; однако он ничем не отличается от опыта Физо, в котором вместо двух вращающихся дисков с отверстиями фигурирует один диск и зеркало для поворота лучей, т. е. по существу два диска: реальный и его отражение в неподвижном зеркале. Итак, метод aberrации дает то же, что и метод прерываний, т. е. групповую скорость.

Таким образом, в опытах Майкельсона и с водой, и с сероуглеродом измерялось отношение групповых, а не фазовых скоростей, но для воды  $\frac{\partial v}{\partial \lambda}$  настолько мало, что практически  $u = v$ , поэтому

\*) При введении понятия групповой скорости мы ограничились случаем не очень большой дисперсии, ибо в противном случае импульс быстро деформируется и понятие групповой скорости теряет смысл. Так, например, вблизи полосы поглощения вещества, где фазовая скорость очень сильно меняется с частотой, формула (116.3) могла бы дать для  $u$  значение, большее скорости света в вакууме, или отрицательное значение. В этой области формула наша неприменима. Энергия импульса распространяется со скоростью, которую можно назвать *скоростью сигнала* и которая, как показывает специальное исследование, вне указанной области совпадает с групповой скоростью, а внутри нее остается меньше скорости света в вакууме.

$\frac{c}{u} \approx \frac{c}{v} = n$ ; для сероуглерода же  $\frac{\delta v}{\delta \lambda}$  значительно, так что  $u < v$  и  $\frac{c}{u} > \frac{c}{v}$ , что и обнаружил опыт Майкельсона ( $\frac{c}{u} = 1,76$ ,  $\frac{c}{v} = 1,64$ ). Тщательное измерение дисперсии сероуглерода показало, что измеренное Майкельсоном отношение действительно соответствует отношению групповых скоростей, даваемых формулой Рэлея.

## ГЛАВА XX ЯВЛЕНИЕ ДОППЛЕРА

### § 117. Введение

В предыдущей главе были описаны различные методы определения скорости света, причем было показано, как по непосредственно определяемой групповой скорости можно отыскать фазовую скорость  $v$  для любой длины волны в нашей среде, а отсюда, зная показатель преломления  $n = f(\lambda)$ , найти также и фазовую скорость света в пустоте,  $c$ . С другой стороны, многочисленные интерференционные и дифракционные явления, описанные в отд. I и II, дают нам методы непосредственного определения длины волны света в среде  $\lambda$  и в пустоте  $\lambda_0 = n\lambda$ . По этим двум величинам мы можем определить также частоту испускаемого света  $\nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{c}{\lambda_0}$  или его период  $T = \frac{1}{\nu} = \frac{\lambda_0}{c}$ .

Частота или период испускаемого почти монохроматического света представляет собой характеристику тех внутриаомных процессов, которые обуславливают испускание света. В нашем распоряжении нет методов непосредственного определения этих частот\*). Они определяются нами на основании измерений  $c$  и  $\lambda_0$ . Следует, однако, иметь в виду, что длина волны или частота наблюдаемого света может не совпадать с соответствующими длинами волн или частотами света, излучаемого атомом. Точнее, воспринимаемая частота или длина волны зависит не только от внутриаомных процессов, их обуславливающих, но также и от той системы координат, с которой связаны наблюдающие аппараты. Частота волнового процесса будет различной, если ее оценивать с помощью аппаратов, неподвижных по отношению к источнику или движущихся по отношению к нему.

Это замечание впервые было сделано Допплером (1842 г.), который указал, что воспринимаемая частота становится *больше* при

\*) В отличие от акустики и радиотехники, где существуют методы прямого определения частот.

сближении источника и приемного прибора и *меньше* при их удалении друг от друга.

Рассуждения Допплера применимы ко всем волновым явлениям — оптическим, акустическим и иным. Допплер наблюдал (качественно) предсказанное им явление в акустических процессах и высказал предположение, что различие в окраске некоторых звезд обусловлено их движением относительно Земли. Это последнее заключение не верно: влияние движения звезд сказывается лишь в незначительных изменениях положения спектральных линий в спектре звезд. Тем не менее, применимость принципа Допплера к оптическим явлениям не возбуждает сомнений. Впервые надежное экспериментальное установление оптического явления Допплера и наиболее плодотворные его применения были сделаны действительно при наблюдении астрономических явлений.

Трактовка проблемы существенно зависит от того, можем ли мы говорить лишь об *относительном* движении источника и приемника по отношению друг к другу или имеет смысл говорить о скорости возмущения *относительно среды*, т. е. принимать в расчет движение источника и приемника этой в среде.

### § 118. Явление Допплера в акустике

Для звуковых волн, несомненно, имеет место второй случай: акустические волны распространяются в среде (газ), внутри которой могут двигаться источник и приемник, так что имеет смысл вопрос не только об их движении друг по отношению к другу (относительное движение), но и о движении их по отношению к среде.

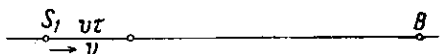


Рис. 247. К выводу формулы Допплера.  
Источник движется относительно среды.

Рассмотрим поэтому отдельно оба случая: а) движение источника и б) движение приемного прибора.

а) Источник движется относительно среды со скоростью  $v$ . Скорость волны в среде  $c$  — постоянная, не зависящая от движения источника.

Пусть приемник находится в точке  $B$  и источник  $S_1$  движется со скоростью  $v$  вдоль линии  $S_1B$ , соединяющей источник с приемным прибором (рис. 247). Волна, испущенная в момент  $t_1$ , когда источник находится на расстоянии  $S_1B = a$  от прибора, достигнет последнего к моменту

$$t_1 = t_1 + \frac{a}{c};$$

волна, испущенная в момент  $t_2 = t_1 + \tau$ , достигнет прибора в момент

$$\theta_2 = t_2 + \frac{a \pm v\tau}{c},$$

ибо к моменту  $t_2$  расстояние между источником и прибором делается равным  $(a + v\tau)$  или  $(a - v\tau)$  в зависимости от направления движения. Итак, волны, испущенные источником за время  $\tau = t_2 - t_1$ , действуют на приборы в течение времени

$$\theta = \theta_2 - \theta_1 = \tau \left( 1 \pm \frac{v}{c} \right).$$

Если частота источника есть  $\nu_0$ , то за время  $\tau$  им будет испущено  $N = \nu_0 \tau$  волн и, следовательно, частота, воспринимаемая прибором, есть  $\nu = \frac{N}{\theta}$ . Она равна

$$\left. \begin{aligned} \nu' &= \frac{\nu_0}{1 + \frac{v}{c}} \text{ в случае удаления источника,} \\ \nu'' &= \frac{\nu_0}{1 - \frac{v}{c}} \text{ в случае приближения источника.} \end{aligned} \right\} (118.1)$$

Так как скорость волны в среде определяется свойствами среды, т. е. не зависит от движения источника и остается равной  $c$ , то в рассмотренном случае необходимо должно иметь место *изменение длины волны*.

Если обозначить через  $\lambda_0$  длину волны, наблюдаемую при отсутствии движения источника, а через  $\lambda$  — длину волны, воспринимаемую в случае движения источника, то найдем:

$$\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0}, \quad \lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{c}{\nu_0} \left( 1 \pm \frac{v}{c} \right) = \lambda_0 \left( 1 \pm \frac{v}{c} \right). \quad (118.2)$$

Итак, при движении источника в среде *скорость* волны относительно прибора, помещенного в этой среде, остается постоянной, а *частота* и *длина* волны, воспринимаемые прибором, изменяются. Это значит, что опыт типа опыта Физо дает для скорости акустической волны то же значение, что и при неподвижном источнике звука, а интерференционный опыт дает измененную длину волны; то же относится и к частоте, которая в случае акустических волн может наблюдаться непосредственно, например, путем сравнения с сиреной, звучащей в унисон.

б) Прибор движется относительно среды со скоростью  $v$ , скорость волны в среде —  $c$  (рис. 248). Повторяя рассуждения, приведенные выше, мы должны были бы для выражения  $\theta_1$  и  $\theta_2$  написать соответственно:

$$\theta_1 = t_1 + \frac{a}{c \mp v} \quad \text{и} \quad \theta_2 = t_2 + \frac{a \pm v\tau}{c \mp v},$$

ибо сближение между волной и прибором происходит со скоростью  $c \mp v$  (скорость волны относительно прибора) (рис. 248). Таким образом,

$$\theta = \tau \left( 1 \pm \frac{v}{c \mp v} \right),$$

и частота, воспринимаемая прибором, будет:

$$\left. \begin{aligned} \nu' &= \frac{\nu_0}{1 + \frac{v}{c-v}} = \nu_0 \left( 1 - \frac{v}{c} \right) \text{ в случае удаления прибора,} \\ \nu'' &= \frac{\nu_0}{1 - \frac{v}{c+v}} = \nu_0 \left( 1 + \frac{v}{c} \right) \text{ в случае приближения прибора.} \end{aligned} \right\} (118.3)$$

В случае движения прибора скорость волны относительно него складывается из скорости волны относительно среды и скорости прибора относительно среды, т. е. равна

$$(c \mp v) = c \left( 1 \mp \frac{v}{c} \right).$$

Длина волны, воспринимаемая прибором, остается, таким образом, неизменной. Действительно,

$$\lambda = \frac{c \mp v}{\nu} = \frac{c \left( 1 \mp \frac{v}{c} \right)}{\nu_0 \left( 1 \mp \frac{v}{c} \right)} = \frac{c}{\nu_0} = \lambda_0. \quad (118.4)$$

Итак, в случае движения прибора *частота и скорость* волны относительно прибора меняются, но *длина волны*, воспринимаемая им, *остаётся неизменной*.

Опыты по определению скорости звука, его частоты и длины звуковой волны могли бы подтвердить сказанное.

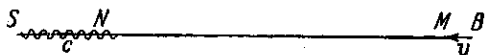


Рис. 248. К выводу формулы Доплера.  
Прибор движется относительно среды.

Выведенные формулы относятся к случаю, когда наблюдение производится *вдоль* линии  $BS$ , по которой происходит движение источника или прибора. Если направление наблюдения составляет угол  $\varphi$  с направлением движения, то в наших рассуждениях пришлось бы сделать небольшие изменения. Во-первых, в случае (б) вместо  $(c \mp v)$  пришлось бы подставить  $(c \mp v \cos \varphi)$ , ибо именно эта величина дает в рассматриваемом случае скорость сближения волны и

прибора (рис. 249); во-вторых, в выражение  $\theta_2$  вместо  $(a \pm vt)$  войдет  $(a \pm vt \cos \varphi)$ , ибо  $BS_2 = BS_1 \pm S_1 S_2 \cos \varphi$  (рис. 250). При этом предполагается, что  $vt$  мало по сравнению с  $S_1 B = a$ . Таким образом, окончательные результаты соответствуют замене  $v$  на  $v \cos \varphi$ ,

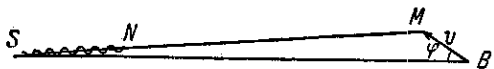


Рис. 249. К выводу формулы Допплера для случая, когда скорость движения прибора составляет угол  $\varphi$  с линией источник — прибор.

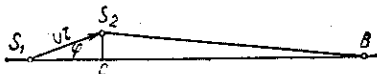


Рис. 250. К выводу формулы Допплера для случая, когда скорость движения источника составляет угол  $\varphi$  с линией источник — прибор.

т. е. введению *слагающей* скорости вдоль линии  $SB$  (лучевая скорость). Окончательно получим:

$$v = \frac{v_0}{1 \mp \frac{v \cos \varphi}{c}} = \frac{v_0 \left(1 \mp \frac{v \cos \varphi}{c}\right)}{1 - \left(\frac{v \cos \varphi}{c}\right)^2} \quad \text{в случае движения источника (118.5)}$$

и

$$v = v_0 \left(1 \mp \frac{v \cos \varphi}{c}\right) \quad \text{в случае движения прибора. (118.6)}$$

Итак, для случая движения в *среде* мы имеем две *различные* формулы, которые отличаются друг от друга множителем

$$\frac{1}{1 - \left(\frac{v \cos \varphi}{c}\right)^2},$$

т. е. множителем, отличающимся от единицы на величину *второго* порядка малости (по отношению к  $\frac{v}{c}$ )\*).

Для большинства случаев, рассматриваемых в акустике, различие это невелико, и им часто пренебрегают. Но оно имеет принципиальное значение, и, кроме того, при современных технических средствах оно достигает нередко и практически вполне заметных значений. Так, современные самолеты могут развивать скорость около 1000 км/час, так что  $\frac{v}{c}$  достигает 80% и различие в двух вышеприведенных формулах становится значительным.

Если прибор движется относительно среды со скоростью  $v$ , а источник — со скоростью  $u$ , то нетрудно установить формулу, описывающую положение вещей для этого случая. Предполагая, что

\* ) К сверхзвуковым скоростям наши формулы не относятся.



оба они движутся в одну сторону, догоняя друг друга, получим, последовательно применяя выведенные выше формулы:

$$\nu = \nu_0 \frac{1 + \frac{v}{c}}{1 + \frac{u}{c}}. \quad (118.7)$$

При  $u = v$  найдем  $\nu = \nu_0$  вполне строго.

Таким образом, если источник и прибор движутся совместно (т. е. неподвижны друг относительно друга), то явление Допплера не имеет места. Но если  $v \neq u$ , то явление Допплера происходит, и при этом наблюдаемое изменение частоты зависит не от разности  $u - v$ , но от самих величин  $u$  и  $v$ . Поэтому в данном случае явление Допплера позволяет определить не только скорость источника относительно прибора, но и скорость источника и прибора относительно среды.

В 1845 г. явление было изучено экспериментально (Бейс — Баллот) и теоретические формулы проверены количественно путем наблюдения изменения высоты звука музыкального инструмента, звучащего на платформе поезда, проносащегося мимо станции. Изменение высоты звука наблюдатели, музыканты, оценивали на слух. Опыты были повторены позже при скорости поезда до 120 км/час.

### § 119. Явление Допплера в оптике

В оптических явлениях вопрос о распространении волн в среде гораздо более сложен. Известно, что световые волны могут распространяться в пространстве, не заполненном никаким известным нам веществом (в вакууме).

Если встать на точку зрения, согласно которой вакуум представляет собой среду, в которой распространяются электромагнитные волны и относительно которой можно измерять скорость источника и прибора (неподвижный эфир теории Лорентца, см. гл. XXI), то эффект Допплера должен был бы трактоваться так же, как и выше.

Мы пришли бы к двум различным формулам, отличающимся на величину второго порядка относительно  $\frac{v}{c}$ . Так как даже для движения Земли по ее орбите  $\frac{v}{c}$  не превосходит  $10^{-4}$ , то, следовательно, различие в обеих формулах составляет лишь  $10^{-8}$ . Для большинства же реализуемых на опыте случаев отличие еще меньше. Это различие не может быть констатировано непосредственным наблюдением над величиной доплеровского смещения. Однако удалось, как известно, осуществить и другие оптические опыты (например, опыт Майкельсона, см. § 121, д), которые были достаточно

точные для того, чтобы констатировать указанные малые отличия, если бы они имели место. Этими опытами было показано, что малое различие, ожидаемое с точки зрения представления о распространении световых волн в неподвижном эфире, не имеет места. Все без исключения процессы протекают таким образом, что играет роль только *относительное* движение источников и приборов друг по отношению к другу, и понятие абсолютного движения в вакууме не имеет смысла (*принцип относительности*, см. гл. XXI). В соответствии с этим и формулы, управляющие явлением Допплера, не должны отличаться друг от друга для двух разобранных выше случаев, потому что иначе мы имели бы и в этом явлении принципиальную возможность констатировать абсолютное движение системы в вакууме, что противоречит принципу относительности. И действительно, если при выводе формул явления Допплера принять во внимание основные постулаты и следствия теории относительности, то мы получим для обоих случаев (движение источника и движение прибора) один и тот же результат, а именно:

$$\nu = \nu_0 \sqrt{\frac{1 \pm \frac{v}{c}}{1 \mp \frac{v}{c}}} \quad (119.1)$$

Мы несколько подробнее рассмотрим этот вопрос в следующей главе, посвященной изложению основ оптики движущихся систем.

Экспериментальное подтверждение принципа Допплера было дано прежде всего астрономическими измерениями. После того как было установлено, что следует ожидать сравнительно больших изменений в частоте спектральных линий звезд, были предприняты многочисленные наблюдения этого рода. Впервые удалось надежно констатировать смещение водородных линий в спектрах Веги и Сириуса по сравнению с соответствующими линиями гейслеровой трубки, приписав это смещение движению звезд относительно Земли. В дальнейшем такого рода измерения делались и делаются весьма часто. При их помощи, строго говоря, нельзя проверить явление Допплера, ибо мы не имеем возможности непосредственно измерить скорость звезды. Наоборот, эти наблюдения используются для определения слагающей скорости звезды вдоль линии, соединяющей звезду и Землю (лучевая скорость звезд), исходя из убеждений в правильности принципа Допплера. В настоящее время такие измерения доведены до большой степени точности (с точностью до 1 км/сек в единицах скорости) и служат почти единственным методом исследования лучевых скоростей космических тел. Благодаря явлению Допплера были открыты двойные звезды, столь удаленные, что разрешение их посредством телескопов оказывается невозможным. Спектральные линии таких звезд периодически становятся двойными, что может быть объяснено предположением, что источником являются два тела, попеременно приближаю-

щиеся и удаляющиеся, т. е. обращающиеся вокруг общего центра тяжести. Из этих наблюдений нетрудно вычислить также период обращения удаленных двойных звезд и их лучевые скорости, т. е. скорости вдоль линии наблюдения.

В астрофизике нередко пользуются также принципом Допплера для оценки скорости извержения водородных масс, наблюдаемых на Солнце (протуберанцы). Измерение наблюдаемых изменений частоты водородных линий дает для скорости водородного облака значения свыше 100 км/сек (и даже до 1000 км/сек).

Спектроскопический метод определения скорости небесных тел был применен Фогелем (1861 г.), а впоследствии Лаиглеем и Корню для измерения скорости вращения солнечного диска. С этой целью сравнивался сдвиг спектральных линий от восточного и западного краев Солнца. Линейная скорость на диаметре оказалась равной 2,3 км/сек, в то время как непосредственные наблюдения перемещения солнечных пятен дают цифру около 2 км/сек. В этих наблюдениях можно видеть количественное подтверждение явления Допплера.

Первые лабораторные исследования оптического явления Допплера принадлежат А. А. Белопольскому (1900 г.); его опыты были позже повторены Б. Б. Голицыным (1907 г.). Белопольский увеличил скорость движения источника, используя многократное отражение

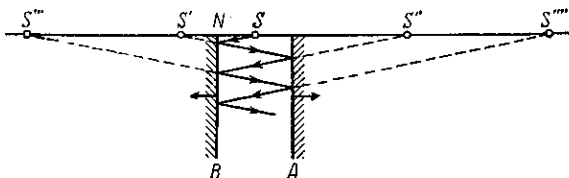


Рис. 251. Схема опытов А. А. Белопольского.  
 $S$  — источник света;  $A$  и  $B$  — движущиеся зеркала;  
 $S'$ ,  $S''$ ,  $S'''$ ,  $S''''$  — движущиеся изображения  $S$ .

от движущихся зеркал. На рис. 251 изображена схема, поясняющая идею Белопольского. Два зеркала  $A$  и  $B$  смещаются друг относительно друга. Посредине между зеркалами на расстоянии  $x$  от каждого из них помещается источник  $S$ , так что  $SN = x$ . Тогда  $SS' = 2x$ ;  $SS'' = 4x$  и т. д.; вообще  $n$ -е изображение окажется на расстоянии от источника  $2nx$ . Если расстояние  $x$  от  $S$  до зеркала меняется со скоростью  $v = \frac{dx}{dt}$  (движутся зеркала), то движутся и все изображения, так что скорость  $n$ -го изображения будет:

$$w = \frac{d(2nx)}{dt} = 2nv.$$

Таким образом, прибор Белопольского позволяет значительно повышать скорость наблюдаемого источника, которым является  $n$ -е изображение действительного источника.

В приборе Белопольского (рис. 252) зеркала представляют собой радиальные лопасти двух колес (подобных пароходным), приводимых во вращение моторами. Окончательная скорость  $\omega$  была около 500 м/сек (в опытах Белопольского 0,67 км/сек; у Голицына от 0,25 до 0,35 км/сек). Спектральным прибором для наблюдения смещения служил у Белопольского трехпризменный спектрограф, у Голицына — эшелон Майкельсона. Согласно опытным

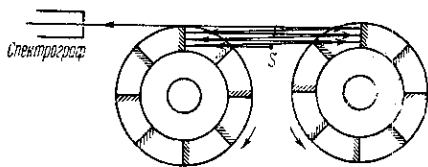


Рис. 252. Схема прибора А. А. Белопольского.

данных с теорией достигало 5%, что следует признать чрезвычайно хорошим результатом для таких трудных опытов.

Впоследствии Фабри и Бюиссон (1919 г.) произвели подобные измерения более простым способом, использовав большую разрешающую силу интерференционного спектрографа. Источником света служила охлаждаемая ртутная лампа, свет которой отражался от краев бумажного диска, вращающегося на центрифуге, так что линейная скорость края диска достигала 100 м/сек; спектральная линия, отраженная от двух противоположных краев вращающегося диска, давала двойную линию, надежно разрешаемую интерференционным прибором.

Штарк наблюдал смещение спектральных линий, пользуясь в качестве источника света быстро несущимися светящимися атомами в каналовых лучах. Из этих опытов можно, пользуясь принципом Доплера, определить скорость каналовых лучей. Наблюдения оказались в согласии с оценкой этих скоростей по данным отклонения в электрическом и магнитном полях.

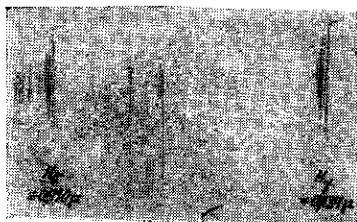


Рис. 254. Спектр водорода, излучаемый движущимися и неподвижными атомами.

В случае водорода получающиеся скорости столь значительны (порядка  $10^8$  см/сек), что наблюдение смещения можно без труда выполнить при помощи призменного спектрографа умеренной разрешающей силы.

В трубке с каналовыми лучами (рис. 253) светятся как неподвижные

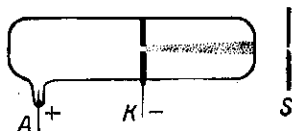


Рис. 253. Наблюдение явления Доплера на каналовых лучах.

атомы, так и быстро несущиеся каналовые частицы. Первые дают резкие линии. Движущиеся же (с различными скоростями) каналовые частицы дают линии, сливающиеся в расширенную полосу, смещенную относительно первых. На рис. 254 хорошо видны как

резкие линии  $H_\gamma$  и  $H_\delta$  покоящихся атомов водорода, так и смещенные влево уширенные линии водородных каналовых лучей.

Наконец, следует упомянуть, что во всех газовых источниках света мы всегда имеем дело со светящимися атомами газа, летающими с довольно большими скоростями по всем направлениям (скорости от 100 м/сек до 2 км/сек в зависимости от молекулярного веса газа и его температуры). Вследствие доплеровского смещения спектральные линии оказываются расширенными. В условиях значительного разрежения газа, когда столкновения между светящимися атомами и окружающими частицами сравнительно редки, явление Доплера служит главной причиной, определяющей ширину спектральной линии. Наблюдение над уширением спектральных линий в указанных условиях также является подтверждением эффекта Доплера. Удалось наблюдать, например, что при охлаждении такого источника жидким воздухом ширина линий уменьшалась соответственно уменьшению средних молекулярных скоростей.

## ГЛАВА XXI

### ОПТИКА ДВИЖУЩИХСЯ СРЕД

Уже при изучении явления Доплера мы встретились с вопросом, как протекает оптическое явление в случае движения системы, в которой оно происходит. При рассмотрении этой проблемы существенное значение имеет ответ на следующий вопрос: возможно ли установить движение источника света и воспринимающих свет приборов относительно среды, в которой свет распространяется, или возможно лишь установление относительного движения источника и приемника света друг относительно друга. Мы подходим, таким образом, к общей задаче оптики (и электродинамики) движущихся сред, представляющей большое принципиальное значение, ибо огромное большинство наших опытов протекает в земных лабораториях, т. е. в системе, движущейся относительно других небесных тел. Представляется важным знать, отражается ли этот факт на протекании наблюдаемых явлений и как именно.

#### § 120. Принцип относительности в механике и формулы преобразования Галилея

Физические законы, в том числе и законы механики Ньютона, и в частности закон инерции, имеют определенный смысл лишь тогда, когда точно определены реальные условия протекания рассматриваемых явлений и, следовательно, указана система отсчета, к которой они отнесены.

Представим себе несколько систем отсчета, одна из которых связана с берегом, а другие — с различными движущимися

относительно этого берега кораблями. Пусть на берегу движется какое-нибудь тело, на которое в береговой системе отсчета не действуют никакие силы, например по вполне горизонтальному столу катится без трения шар. Движение это в береговой системе отсчета будет происходить равномерно и прямолинейно, т. е. явится движением по инерции в ньютоновом смысле. Предположим, что совершенно такие же опыты (шар, катящийся без трения по горизонтальному столу) производятся и на каждом из кораблей. Для всех систем отсчета, связанных с кораблями, движущимися равномерно и прямолинейно относительно берега, движение шаров также будет равномерным и прямолинейным. Для всех этих систем движение шаров есть движение по инерции в ньютоновом смысле. Но в системе отсчета, связанной с кораблем, который проходит мимо берега с ускорением, движение шаров является ускоренным, а не прямолинейным и равномерным. Следовательно, в этой системе оно не является движением по инерции, и в ней действует комплекс сил (силы инерции), сообщающих телам ускорение.

Таким образом, закон движения формулируется одинаково только в тех системах отсчета, которые движутся равномерно и прямолинейно друг относительно друга; эти системы составляют совокупность так называемых *инерциальных систем*.

Итак, законы механики одинаково формулируются для всех инерциальных систем, и формулировка их изменяется для системы отсчета, движущейся с ускорением относительно инерциальных систем.

Это видно из того обстоятельства, что в основной закон ньютоновой механики входит выражение *ускорения* тела, а не его *скорости*:  $m \frac{d^2x}{dt^2} = F$ . Таким образом, добавление любой постоянной скорости, т. е. переход к любой иной инерциальной системе, не отразится на формулировке законов механики. Необходимость определить систему отсчета, для которой формулированы законы механики, заставила Ньютона ввести понятие абсолютного пространства как такой исходной системы. Однако все системы, движущиеся равномерно и прямолинейно относительно этого абсолютного пространства, т. е. являющиеся инерциальными по отношению к нему, допускают ту же формулировку законов механических процессов и являются с точки зрения механики эквивалентными друг другу.

Таким образом, наблюдения над механическими процессами не дают возможности выделить это абсолютное пространство из целой бесконечной совокупности инерциальных систем. Это обстоятельство получило название *принципа относительности классической механики*, и, следовательно, ньютонова механика сред построена в согласии с принципом относительности.

При переходе от одной инерциальной системы к другой ускорения остаются неизменными, но координаты и скорости меняются. Для установления соответствия между ними служат формулы или

уравнения преобразования, связывающие координаты и время  $x, y, z, t$  одной системы с координатами и временем другой  $x', y', z', t'$ . Формулы перехода, которыми пользуется ньютонова механика, казались самоочевидными. Для случая, когда вторая система движется вдоль оси  $x$  со скоростью  $+v$  относительно первой (или первая со скоростью  $-v$  относительно второй), оси систем параллельны друг другу и в момент  $t=0$  начала координат совпадают (рис. 255); эти формулы, известные под именем формул Галилея, имеют вид

$$\left. \begin{aligned} x' &= x - vt, & y' &= y, \\ z' &= z, & t' &= t. \end{aligned} \right\} (120.1)$$

Инвариантность уравнений механики по отношению к этим формулам преобразования, которую нетрудно проверить, и есть математическое выражение принципа относительности механики, экспериментальным обоснованием которого служит согласие законов механики Ньютона с опытом\*).

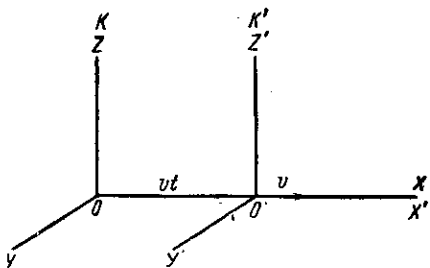


Рис. 255. Две инерциальные системы координат.

## § 121. Электродинамика движущихся сред

Подобным же образом строятся и электродинамика (оптика) движущихся сред. Исходя из определенных физических предпосылок, подсказанных опытом, устанавливают систему электродинамических законов, приложимых к явлениям в движущихся средах, указав одновременно формулы преобразования, позволяющие переходить от одной инерциальной системы к другой. Сравнивая с опытом выводы полученной таким образом теории, мы имеем возможность контролировать правильность наших положений.

Что касается формул преобразования координат, то формулы Галилея считались вполне очевидными и оправданными опытом. Поэтому они без критики были использованы и при построении электродинамики движущихся сред. Различие же в исходных положениях привело к многообразным попыткам создания теории. Крайнее и наиболее полное выражение различных точек зрения находит себе место в двух важнейших, резко расходящихся теориях: электродинамике Герца и электродинамике Лорентца. Как та, так и другая электродинамика рассматривает все электромагнитные и оптические

\*) Речь идет о механических и астрономических явлениях, при которых скорости невелики сравнительно со скоростью света. О том, в какой мере механика Ньютона приложима к явлениям, где скорости не удовлетворяют этому ограничению, см. § 125.

процессы как протекающие в заполняющем все пространство *мировом эфире*. В соответствии с этим основным вопросом электродинамики движущихся сред являлся вопрос о влиянии движения тел на эфир. Ответ на этот вопрос мог дать только опыт. Точнее, исходя из определенных представлений о взаимоотношении движущегося вещества и эфира, следовало построить определенную теорию явления в движущихся средах и подвергнуть ее опытной проверке.

**I. Теория увлекаемого эфира.** Герц создал теорию, основанную на утверждении, что эфир полностью увлекается материальными телами при их движении. Таким образом, оптические явления в движущейся среде разыгрываются в эфире, движущемся без отставания вместе с этой средой, и, следовательно, наблюдения над явлениями в движущихся средах не дают возможности установить это движение. Другими словами, теория Герца переносит механический принцип относительности в электродинамику (и оптику). Используя уравнения преобразования Галилея, Герц создал уравнения электродинамики, которые, конечно, являются инвариантными по отношению к этим преобразованиям. Не входя в обсуждение многочисленных трудностей, связанных с последовательным развитием электродинамики Герца, можно указать на прямое противоречие выводов этой теории с рядом опытов, в том числе с одним важным оптическим опытом, выполненным Физо (1851 г.).

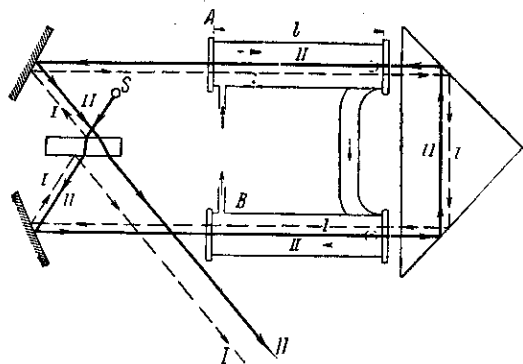


Рис. 256. Схема опыта Физо.  $S$  — источник света;  $I$  и  $II$  — интерферирующие пучки, из которых  $I$  идет по течению воды, а  $II$  — против течения.

трубам  $A$  и  $B$ , длина каждой из которых равна  $l$ . В случае неподвижной воды наблюдается определенная интерференционная картина. Добавочная разность хода луча  $II$ , дважды проходящего через стеклянную пластинку, может быть компенсирована или учтена. Если вода приведена в движение со скоростью  $v$ , втекающая в  $A$  и вытекающая из  $B$ , то луч  $I$  будет внутри воды распространяться по направлению движения воды, а луч  $II$  — навстречу движению. Если

\*) В том виде, как он был впоследствии вновь осуществлен Майкельсоном (1886 г.).



эфир, в котором распространяются световые волны, увлекается движущейся водой, как предполагает теория Герца, то скорость как  $I$ , так и  $II$  лучей будет по отношению к воде одной и той же, равной скорости света в покоящейся воде, т. е.  $c_1 = \frac{c}{n}$ , где  $c$  — скорость света в свободном эфире и  $n$  — показатель преломления воды. По отношению же к зеркалам прибора скорость света на отрезке пути, проходящем в движущейся воде, будет зависеть от направления течения воды, а именно: она будет равна  $(c_1 + v)$  для луча  $I$  и  $(c_1 - v)$  для луча  $II$ . Ожидаемое изменение интерференционной картины определится добавочной разностью времени распространения двух лучей

$$\tau = \frac{2l}{\frac{c}{n} - v} - \frac{2l}{\frac{c}{n} + v} = \frac{4lv}{\frac{c^2}{n^2} - v^2} = \frac{4lvn^2}{c^2 - n^2v^2},$$

которой соответствует разность хода, выраженная в длинах волн:

$$\Delta = \tau \cdot \frac{c}{\lambda} = \frac{4lvn^2c}{\lambda(c^2 - n^2v^2)} \approx \frac{4lvn^2}{\lambda c},$$

если пренебречь величиной  $\left(\frac{nv}{c}\right)^2$  по сравнению с единицей.

В одном из таких опытов трубы имели длину  $l = 1,5$  м и скорость течения достигала  $v = 700$  см/сек. Действительно, наблюдалось смещение интерференционных полос, соответствующее, однако, разности хода, примерно в два раза меньшей, чем следует из теории эфира, вполне увлекаемого движущейся средой. Таким образом, наблюдаемое смещение не может быть согласовано с теорией Герца. Но оно находится в превосходном согласии с теорией Френеля, формулированной им еще в 1818 г. по поводу одного опыта Араго, пытавшегося обнаружить влияние движения Земли на преломление света, посылаемого звездами. Араго показал (хотя и с умеренной точностью), что такого влияния не наблюдается. Для объяснения этого результата Френель выдвинул теорию, согласно которой эфир не увлекается движущимися телами, в частности Землей, а прорходит через них. Но по общим представлениям Френеля (см. § 129) плотность эфира в веществе  $\rho_1$  больше, чем плотность  $\rho$  вне его (при одинаковой упругости), так что показатель преломления

$$n = \frac{c}{c_1} = \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho}}.$$

Поэтому при движении вещества эфир, входя в него, должен уплотняться. Вообразим цилиндр с сечением в  $1$  см<sup>2</sup>, движущийся вдоль своей оси со скоростью  $v$  по отношению к эфиру. Через основание цилиндра внутрь его за  $1$  сек. проникает объем  $v$ , имеющий массу  $vr$ . Так как внутри вещества плотность эфира становится равной  $\rho_1$ , то

вошедшая масса эфира внутри вещества должна перемещаться со скоростью  $v_1$ , определяемой из условия

$$v_1 \rho_1 = v \rho, \text{ т. е. } v_1 = v \frac{\rho}{\rho_1} = \frac{v}{n^2},$$

где  $n$  — показатель преломления. Итак, хотя эфир *не увлекается* при движении тел, однако происходит его перемещение по отношению к движущимся телам, но не с полной скоростью  $v$ , а с меньшей  $v_1$ . Если свет распространяется *по направлению* движения тела, то скорость его внутри тела по отношению к этому телу есть  $c_1 - v_1$ , а по отношению к приборам, находящимся вне этого тела,

$$c_1 - v_1 + v = c_1 + v \left(1 - \frac{v_1}{v}\right) = c_1 + v \left(1 - \frac{1}{n^2}\right).$$

Если свет распространяется *навстречу* направлению движения, то наблюдаемая скорость будет:

$$c_1 - v \left(1 - \frac{1}{n^2}\right).$$

Следовательно, явление протекает таким образом, как если бы имело место *частичное* увлечение эфира, причем *коэффициент увлечения*

$$x = \left(1 - \frac{1}{n^2}\right).$$

Для воды  $x = 0,438$ ; Физо нашел из своих измерений смещение полос интерференции, соответствующее  $x = 0,46$ , а более точное измерение Майкельсона и Морлея, повторивших опыт Физо в 1886 г., дало  $x = 0,434 \pm 0,020$ , тогда как теория Герца дает  $x = 1$ , т. е. резко противоречит опыту.

Следует добавить, что были выполнены также разнообразные электродинамические опыты, относящиеся к вопросу об увлечении эфира при движении весомых тел. Среди них большое значение имеют опыты А. А. Эйхенвальда (1904 г.). Все они дали результаты, не совместимые с теорией Герца.

Таким образом, теория Герца, основанная на представлении о полном увлечении эфира движущимися телами, не согласуется с оптическими и электродинамическими опытами.

**Аберрация света; опыт Эри.** Вопрос о влиянии движения Земли на оптические явления возникает и при последовательном волновом рассмотрении явления аберрации света.

Если, как допускает Герц, эфир полностью увлекается Землей при ее движении, то аберрация не может быть объяснена\*), ибо световые волны перемещаются вместе с движущимся эфиром одновременно

\*) Попытки истолковать аберрацию света с точки зрения увлекаемого эфира привели к выводу, что плотность эфира у поверхности Земли должна быть в  $e^{11}$  раз больше, чем вдали от нее, хотя скорость света остается неизменной.

с перемещением трубы, так что направление ( $S_0$ ) на звезду в случае неподвижной трубы совпадает с направлением ( $S$ ) при движущейся трубе. Рис. 257, *a*, на котором для ясности вместо трубы нарисовано визирное приспособление, иллюстрирует сказанное: волновой фронт, войдя в трубу при  $MN$ , вовлекается в движение вместе с трубой и распространяется вдоль ее оси  $OA$  независимо от скорости трубы.

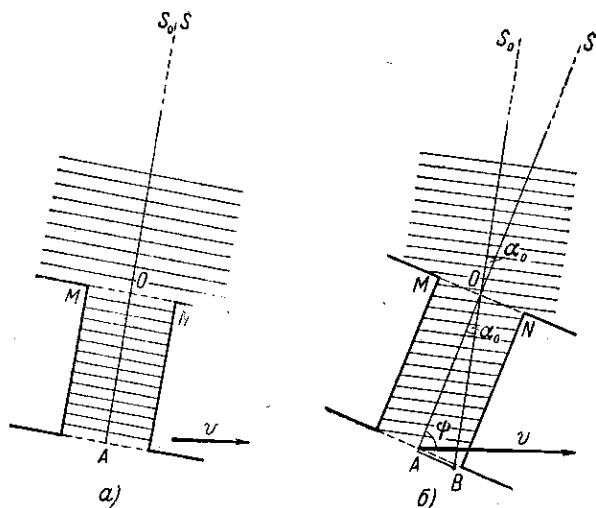


Рис. 257. Аберрация света и вопрос об увлечении эфира при движении Земли. *a* — эфир, увлекаемый Землей, аберрации нет; *b* — эфир неподвижен, аберрация имеет место:  $\operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{v}{c} \sin \psi$ .

Если же принять, что эфир остается неподвижным при движении Земли, увлекающей трубу, то световые волны, продолжая свой путь в неподвижном эфире, отстанут от передвинувшейся трубы (рис. 257, *b*). Наклон, необходимый для удержания звезды на оси трубы, зависит от скорости  $v$  трубы и угла  $\psi$  между  $v$  и направлением на звезду. При изменении скорости на  $v$  наклон трубы должен быть изменен на угол  $\alpha_0 = \angle SOS_0$ , так что угол аберрации  $\alpha_0 = \frac{AB}{OA} = \frac{v}{c} \sin \psi$ , где  $c$  — скорость света вдоль трубы (в пустоте или воздухе)\*). При  $\psi = \frac{\pi}{2}$  угол аберрации приобретает значение  $\alpha_0 = \frac{v}{c} = 20'', 45$ .

\*) Угол аберрации  $\alpha_0$  всегда очень мал, так что  $\operatorname{tg} \alpha_0 \approx \alpha_0$ .

Однако этот простой способ рассуждения приводит к парадоксу. Допустим, что труба (пространство между визирными отверстиями) заполнена каким-нибудь преломляющим веществом, например куском стекла или водой с показателем преломления  $n$ . Скорость световых волн в веществе есть  $c_1 = \frac{c}{n}$ . Направление оси трубы на видимое положение звезды ( $S$ ) определяется углом абберации  $\alpha$ , величина которого должна, казалось бы, определиться из следующих рассуждений (рис. 258). Световые волны, падая на вещество под углом  $\alpha$ , преломятся и пойдут внутри трубы под углом  $\gamma = \frac{\alpha}{n}$ . В случае

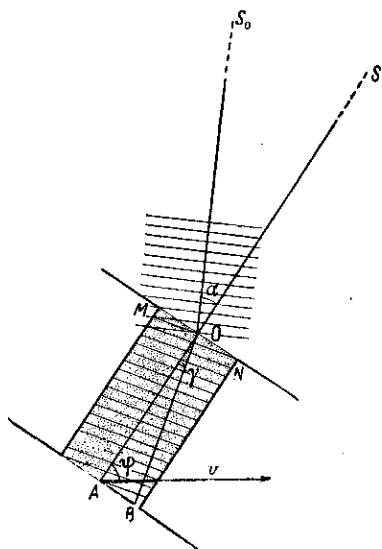


Рис. 258. К опыту Эри.

неподвижного эфира отставание световых волн вызывает необходимость наклона оси трубы на угол  $\gamma$ , определяемый из условия:

$$\gamma = \frac{AB}{OA} = \frac{v}{c_1} \sin \psi = n \frac{v}{c} \sin \psi = n\alpha_0,$$

где  $\alpha_0 = \frac{v}{c} \sin \psi$  есть угол абберации, определенный с пустой трубой. Так как  $\gamma = \frac{\alpha}{n}$ , то угол абберации  $\alpha$  для трубы, наполненной веществом с показателем  $n$ , должен быть

$$\alpha = n\gamma = n^2\alpha_0.$$

Однако, когда был произведен этот опыт (Эри, 1871 г.), было обнаружено, что

$$\alpha = \alpha_0.$$

Объяснение и здесь получается, если принять во внимание коэф-

фициент увлечения. Труба, наполненная водой, увлекает световые волны в направлении своего движения со скоростью  $v_k = v \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$ . Таким образом, за время  $\tau$ , в течение которого свет идет вдоль трубы со скоростью  $c_1 = \frac{c}{n}$  и проходит путь, равный  $c_1\tau$ , световые волны отстанут не на величину  $v \cdot \sin \psi \cdot \tau$ , как было бы в отсутствие увлечения, а на величину  $\left[v - v \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)\right] \sin \psi \tau = \frac{v \sin \psi}{n^2} \tau$ . Таким образом,

$$\gamma = \frac{v \sin \psi \tau}{n^2} : c_1 \tau = \frac{v \sin \psi}{c_1 n^2};$$

отсюда угол абберации

$$\alpha = n\gamma = \frac{v \sin \psi}{c_1 n} = \frac{v \sin \psi}{c} = \alpha_0$$

в соответствии с наблюдениями.

Интересно отметить, что Френель, формулировав свое представление о коэффициенте увлечения, рассмотрел также и этот опыт с абберацией и писал в письме к Араго (в 1818 г.): «Хотя этот опыт еще не был сделан, но я не сомневаюсь, что он подтвердит это заключение...».

**II. Теория неподвижного эфира.** Лорентц исходил из допущения, что эфир вполне неподвижен и не принимает участия в движении материальных сред. Таким образом, для электродинамики (и оптики) принцип относительности не имеет места. Абсолютная система отсчета может быть связана с неподвижным эфиром, а все другие системы отсчета будут принципиально отличаться от этой абсолютной системы. Электродинамические и оптические опыты будут протекать различно в зависимости от скорости движущейся инерциальной системы и могут служить для установления этой скорости по отношению к эфиру, т. е. абсолютной скорости: движение тел сквозь неподвижный эфир должно сопровождаться «эфирным ветром», влияние которого может быть обнаружено на опыте. В частности, явление Допплера должно приводить к различиям (второго порядка относительно  $v/c$ ) между случаями движения источника или прибора сквозь эфир (как в акустике) и могло бы принципиально быть использовано для установления абсолютного движения (движения относительно эфира) источника или приемника.

Электродинамика (и оптика) движущихся сред, развитая Лорентцом, есть часть его общей электронной теории, в силу которой все электромагнитные свойства вещества обуславливаются распределением электрических зарядов и их движением внутри неподвижного эфира. В качестве формул преобразования координат при переходе от одной инерциальной системы к другой сохраняются преобразования Галилея, и, поскольку отрицается принцип относительности, уравнения электродинамики Лорентца не являются инвариантными по отношению к этим преобразованиям. Теория Лорентца означала очень крупный шаг вперед и раарешала большой круг вопросов, представлявших значительные теоретические трудности. По отношению к оптическим явлениям она совпадает с теорией Френеля и также приводит к представлению о частичном увлечении световых волн. По теории Лорентца движение вещества есть движение молекул и связанных с ними зарядов в *неподвижном эфире*, и учет этого движения показывает, что в среде, движущейся со скоростью  $v$ , свет распространяется со скоростью  $c_1 + \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)v$ , если  $c_1$  — скорость света в неподвижной среде. Таким образом, теория Лорентца

приходит к формуле частичного увлечения Френеля, хорошо подтвержденной тщательными измерениями.

Принимая во внимание коэффициент увлечения, Лорентц мог доказать общую теорему, согласно которой движение системы не влияет с точностью до величин порядка

$$\beta^2 = \frac{v^2}{c^2}$$

на результаты оптических опытов, в которых путь света *замкнут*, т. е. опытов, к которым принадлежат все интерференционные явления. Таким образом, с помощью подобных опытов можно, согласно теорин Лорентца — Френеля, обнаружить движение Земли относительно эфира, предполагаемого неподвижным, но лишь при условии, что точность опытов позволяет учитывать величины второго порядка ( $\beta^2$  по сравнению с единицей), т. е. если эти опыты обладают точностью около  $10^{-8}$ . Все эффекты первого порядка в таких опытах с замкнутым оптическим путем компенсируются благодаря явлению частичного увлечения. Поэтому особый принципиальный интерес приобретают опыты, в которых обеспечивается точность порядка  $\beta^2$ . Как мы уже упоминали, явление Допплера могло бы, с точки зрения теории Лорентца, служить для обнаружения абсолютного движения систем в эфире, если бы соответствующие измерения могли быть произведены с точностью до  $\beta^2$ .

**Опыт Майкельсона.** Реальным опытом, выполняемым с такой точностью, является интерференционный опыт Майкельсона, представляющий, по существу, определение скорости распространения света по направлению, совпадающему с направлением движения Земли, и по направлению, к нему перпендикулярному. Опыт выполняется по схеме рис. 259, причем интерферометр Майкельсона располагается таким образом, чтобы одно плечо его совпадало с направлением движения Земли, а другое было к нему перпендикулярно. При повороте всего прибора на  $90^\circ$  следует ожидать изменения интерференционной картины, по которому и можно судить о влиянии движения Земли на

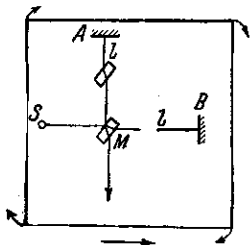


Рис. 259. Схема опыта Майкельсона.

интерференционный опыт и вычислить абсолютную скорость этого движения в эфире. Действительно, с точки зрения теории Лорентца, время на прохождение пути  $MB$  и обратно есть  $T_1 + T_2$ , где  $T_1$  определится из условия

$$T_1 c = l + v T_1,$$

а  $T_2$  — из условия

$$T_2 c = l - v T_2,$$

где  $l = MA = MB$  — длина плеча интерферометра.

Итак,

$$T_1 + T_2 = \frac{2lc}{c^2 - v^2} = \frac{2l}{c} (1 + \beta^2)$$

(с точностью до  $\beta^4$ ). В перпендикулярном направлении, учитывая движение прибора, время прохождения от  $M$  до  $A'$  и обратно к  $M'$  (рис. 260) будет равно  $2T$ , где  $T$  определится из следующего условия:

$$Tc = MA' = \sqrt{l^2 + v^2 T^2},$$

т. е.

$$2T = \frac{2l}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{2l}{c} \left(1 + \frac{1}{2} \beta^2\right)$$

(также с точностью до  $\beta^4$ ).

Таким образом, разность времен, обусловленная движением прибора вместе с Землей, равна

$$T_1 + T_2 - 2T = \frac{l}{c} \beta^2.$$

При повороте прибора на  $90^\circ$  разность эта меняет знак, так что интерференционная картина меняется, смещаясь на число полос (точнее, доли полосы), зависящее от величины плеча  $l$ .

Опыт был впервые выполнен Майкельсоном в 1881 г. с точностью, лежащей на границе необходимой. Он повторялся многократно

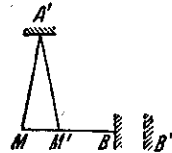


Рис. 260. К расчету разности хода в опыте Майкельсона.

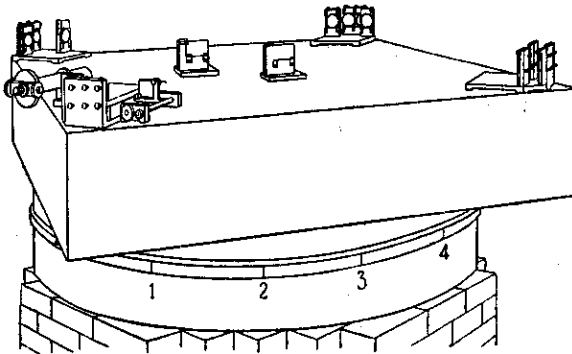


Рис. 261. Общий вид установки Майкельсона — Морлея.

со все большими и большими усовершенствованиями, причем удлиняясь путь  $l$  и совершенствовались методы наблюдения. Рис. 261 дает представление об одной из установок (Майкельсон — Морлей, 1887 г.). Приводимая ниже таблица показывает, что по мере совершенствования опыта все с большей и большей уверенностью констатируется *отсутствие* того смещения, которого следует ожидать по

теории Лорентца, допускающей эфирный ветер, возникающий вследствие движения Земли со скоростью 30 км/сек в неподвижном эфире.

Данные опыта	Длина плеча в см	Ожидаемое смещение	Наблюдаемое смещение	Эфирный ветер в км/сек
		(в долях полосы)		
Майкельсон (1881 г.); прибор на металлическом штативе вращается вокруг оси . . . . .	120	0,04	< 0,015	< 18
Майкельсон — Морлей (1887 г.); прибор монтирован на каменной плите, плавающей в ртути; путь луча $l$ удлиннен благодаря системе отражений (рис. 261) . . .	11 000	0,37	< 0,01	< 7
Морлей — Миллер (1905 г.), дальнейшее улучшения	3 224	1,1	< 0,01	< 3,5
Кеннеди (1926 г.) . . . . .	800	0,27	< 0,001	< 2
Иллингворт (1927 г.) . . . . .	—	—	< 0,0005	< 1

Отрицательный результат опыта Майкельсона, не возбуждающий сомнения\*), имеет огромное принципиальное значение. Он является одним из наиболее надежных опытов, подвергающих проверке вопрос об увлечении эфира движущимися телами и, следовательно, исходные положения теории Лорентца. Отрицательный результат его противоречит гипотезе неподвижного эфира и мог бы быть истолкован как доказательство полного увлечения эфира телами, т. е. вступил бы в кажущееся противоречие и с результатами опыта Физо. Было сделано поэтому немало попыток разрешить это противоречие.

Одна из них принадлежит Ритцу и состоит в допущении, что скорость света, испускаемого движущимся источником, складывается геометрически из скорости источника и скорости света от неподвижного источника, подобно скорости ядра, выстреливаемого быстро перемещающимся орудием (*баллистическая гипотеза*). Нетрудно видеть, что если бы баллистическая гипотеза была справедлива, то опыт Майкельсона должен был бы дать отрицательный результат,

\*) Особняком стоят результаты опытов Д. Миллера 1925/26 г. Хотя и в них автор не мог обнаружить влияния годичного движения Земли вокруг Солнца, он нашел, однако, какое-то систематическое смещение интерференционных полос. Это смещение интерпретируется Миллером как проявление гипотетического движения солнечной системы в целом со скоростью, превышающей 200 км/сек, причем только приблизительно  $1/20$  этой скорости сказывается на оптических явлениях. Это толкование произвольно и не согласуется ни с астрономическими наблюдениями, ни со многими сторонами наблюдения самого Миллера.



ибо  $T_1 + T_2 = 2T = \frac{2l}{c}$ . Однако астрофизические наблюдения над двойными звездами решительно говорят против баллистической гипотезы. Действительно, представим себе двойную звезду (рис. 262) на расстоянии  $L$  от наблюдателя, одна из компонент которой  $S'$  имеет период обращения  $2T$  и линейную скорость движения  $v$ . Если баллистическая гипотеза справедлива, то свет компоненты  $S'$  в положении  $I$  дойдет до наблюдателя к моменту  $t_1 = \frac{L}{c-v}$ , а в положении  $II$  — к моменту  $t_2 = T + \frac{L}{c+v}$ , где  $T$  — полу-период обращения.

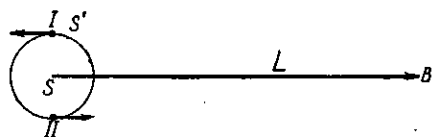


Рис. 262. Наблюдения над двойными звездами опровергают баллистическую гипотезу Ритца.

Таким образом, наблюдаемое движение звезды может заметно отступать от законов

Кеплера. В частности, при очень большом  $L$  возможно, что даже при  $v \ll c$  получится  $t_2 < t_1$ , т. е. видимое движение приобретает весьма прихотливый характер. Рассмотрение достаточного числа двойных звезд показывает, что такое следствие баллистической гипотезы противоречит наблюдению и что, следовательно, гипотеза Ритца должна быть оставлена.

Недавно (1956 г.) А. М. Бонч-Бруевнч, применив для определения скорости света современные уточненные методы, сравнил скорость света, идущего от правого и левого краев Солнца, т. е. от источников, один из которых приближается, а другой отдаляется от нас со скоростью 2,3 км/сек. Опыты с достаточной степенью точности показали, что различие в скорости света, предполагаемое по баллистической гипотезе, не имеет места.

Другое в высшей степени кардинальное допущение, предложенное для объяснения результатов опыта Майкельсона, было сделано, с одной стороны, Фицджеральдом, с другой — самим Лорентцом (1892 г.). Было предположено, что в результате движения линейные размеры всех тел вдоль направления скорости сокращаются в отношении  $\sqrt{1-\beta^2}$  (контракционная гипотеза); это допущение объясняет отрицательный результат опыта Майкельсона, ибо при этих условиях

$$T_1 + T_2 = \frac{2l\sqrt{1-\beta^2}}{c(1-\beta^2)} = \frac{2l}{c} \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 2T.$$

## § 122. Основы специальной теории относительности

Мы уже отмечали значение теории Лорентца, объяснившей с единой точки зрения весьма разнообразные оптические и электродинамические явления первого порядка. Однако после тщательной

проверки опыта Майкельсона и некоторых других опытов \*), также — с точностью до  $\beta^2$  — не обнаруживших эфирного ветра, положение теории Лорентца стало менее прочным. Теория эта отрицала в своем основном положении принцип относительности и исходила из утверждения возможности установления абсолютной системы отсчета. В дальнейшем же она вынуждена была прибегнуть к гипотезе контракции, которая объясняла неудачу попытки обнаружения абсолютного характера движения Земли наличием случайно компенсирующихся эффектов (интерференционный эффект и эффект контракции). Это обстоятельство явилось слабым пунктом теории, тем более, что и контракционная гипотеза не объясняла результатов всех опытов «второго порядка».

А. Эйнштейн (1905 г.) пересмотрел всю проблему, поставив ее совершенно по-новому.

Многочисленными опытами (в первую очередь опытом Майкельсона) была установлена невозможность рассматривать движение Земли как движение относительно абсолютной системы координат, каковой является неподвижный эфир. Эйнштейн обобщил этот основной экспериментальный факт и формулировал его в виде *постулата*. Таким образом, первый постулат теории Эйнштейна есть *принцип относительности* электродинамики и оптики, покоящийся на экспериментальной базе. Согласно принципу относительности явления во всех инерциальных системах отсчета протекают одинаково.

Вторым постулатом своей теории Эйнштейн выбирает принцип постоянства скорости света в пустоте, согласно которому скорость

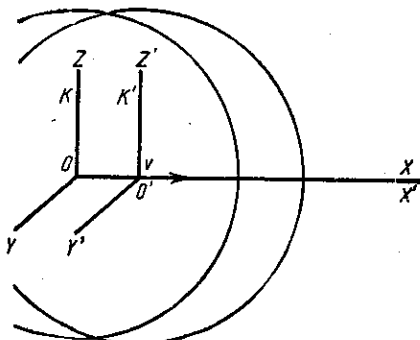


Рис. 263. Схема, иллюстрирующая кажущееся противоречие между постулатами теории относительности.

света в вакууме не зависит от движения источников или приемников и есть универсальная постоянная  $c$ . Этот принцип также является экспериментальным положением, отрицающим опровергаемую опытом баллистическую гипотезу.

Два основных постулата Эйнштейна — принцип относительности и принцип постоянства скорости света — составляют базу теории относительности.

Эти постулаты находятся в кажущемся противоречии между собой. Действительно, вообразим себе следующий опыт. Две системы  $K$  и  $K'$  движутся друг относительно друга (вдоль оси  $x$ ) со скоростью  $v$  (рис. 263). Пусть в момент  $t = 0$ , когда начала  $O$  и  $O'$

\*) Прекрасное изложение этих многочисленных опытов можно найти у С. И. Вавилова, Экспериментальные основы теории относительности, Собрание сочинений, т. IV, М., 1956.

совпадают, возникает световая вспышка и световая волна распространяется в пространстве. Согласно второму постулату скорость света как в первой, так и во второй системе координат одна и та же ( $c$ ). С другой стороны, вид световой волны должен быть идентичен как в первой, так и во второй системе (первый постулат). Другими словами, к моменту  $t$  световая волна должна быть представлена сферой с радиусом  $ct$ , имеющей центр как в точке  $O$ , так и в точке  $O'$ , что явно не может иметь места, так как эти точки разойдутся к этому моменту на расстояние  $vt$ .

Причина возникшего недоразумения лежит, однако, не в противоречии между двумя заимствованными из опыта положениями (принцип относительности и принцип постоянства скорости света), а в *допущении*, что положение фронтов сферических волн для обеих систем относится к *одному и тому же моменту*, т. е. что от момента вспышки до момента, в который рассматривается положение волновых фронтов для обеих систем отсчета, протекли одинаковые промежутки времени. Это допущение заключено в формулах преобразования Галилея, согласно которым  $t = t'$  и, следовательно,  $\Delta t = \Delta t'$ . Однако справедливость преобразований Галилея не доказана.

Разобранный пример показывает, что постулаты Эйнштейна находятся в противоречии не друг с другом, а с формулами преобразования Галилея. Действительно, возмущение, которое в системе  $K$  имеет вид

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$$

(сфера с центром  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ , т. е. в точке  $O$ ), в системе  $K'$  должно иметь, если применимы преобразования Галилея, вид

$$(x' + vt')^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2$$

(сфера с центром  $x' = -vt'$ ,  $y' = 0$ ,  $z' = 0$ , т. е. в той же точке  $O$ ); этот вывод противоречит принципу относительности, в силу которого возмущение в системе  $K'$  должно иметь вид

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2$$

(сфера с центром  $x' = 0$ ;  $y' = 0$ ;  $z' = 0$ , т. е. в точке  $O'$ ).

### § 123. Формулы преобразования теории относительности

Установив противоречивость уравнений преобразования Галилея с экспериментальными постулатами, Эйнштейн проанализировал представления о способах измерения пространства и времени. По отношению к измерению пространства классическая механика пользовалась вполне реальными приемами сравнения измеряемых величин с образцовым эталоном (например, сравнение с эталонным метром или с длиной световой волны), причем возможность однозначных измерений обеспечивалась существованием жестких тел (не изменяемых при определенных условиях температуры и т. д.).

Суждения же, в которых играет роль *время*, покоятся, как показал Эйнштейн, на представлении об *одновременности*: момент (например, начало какого-то события) устанавливается по показанию эталонных часов, *одновременному* с этим моментом; следовательно, длительность какого-либо процесса определяется путем сравнения с промежутком времени, отделяющим показание часов, *одновременное с концом процесса*, от показания тех же часов, *одновременного с началом процесса*. Само собой разумеется, что в качестве «часов» может быть использован любой периодический процесс, например вращение Земли, качание маятника, колебание атома или молекулы и т. д.

Установление одновременности имеет ясный смысл в том случае, когда речь идет об одновременности событий, происходящих в одном месте (одной координатной точке). В этом случае можно определить события как одновременные, если они *совпадают* друг с другом. Так, утверждение, что поезд пришел на станцию в 7 час., означает, что приход поезда совпадает с определенным расположением стрелок станционных часов. Однако такой прием неприменим, когда речь идет о событиях, разделенных пространственно. Снабдив различные точки *A*, *B* и т. д. часами, мы можем по «методу совпадения» определять время только в *каждой* из этих точек. Для сопоставления же времен событий в разных точках необходимо согласовать между собой ход часов в различных точках, т. е. синхронизировать эти часы.

Это совершенно общее положение осуществляется, конечно, и в классической механике, опирающейся на преобразования Галилея. Преобразования Галилея, устанавливающие связь между координатами и временами в разных системах отсчета, движущихся друг относительно друга, исходят из допущения, что времена в различных системах отсчета совпадают между собой, т. е. что  $t = t'$ . Это означает, что синхронизация часов в теории Галилея предполагается осуществленной путем установления связи между пунктами, где расположены синхронизируемые часы, с помощью сигналов, распространяющихся с *бесконечной скоростью*. Если такой сигнал выходит из *A* в момент  $t_A$  (по часам *A*) и часы в *B* в момент прихода туда бесконечно быстрого сигнала показывают  $t_B$ , то синхронизация часов обеспечена, если  $t_B = t_A$ .

Привычность преобразований Галилея, которыми в физике и механике пользовались в течение нескольких столетий, привела к тому, что преобразования эти казались вполне естественными и свободными от каких-либо допущений. В действительности же, как мы видим, эти преобразования покоятся на вполне определенном допущении относительно приема синхронизации часов, а именно, на допущении о возможности осуществить такую синхронизацию с помощью бесконечно быстрых сигналов. Именно с бесконечной скоростью синхронизирующего сигнала и связано то обстоятельство.

что понятие одновременности в классической механике имеет абсолютный смысл, т. е. события, одновременные в какой-либо одной системе отсчета, оказываются одновременными и во всех остальных.

Если бы это положенно было правильным, то, как мы видели в предыдущем параграфе, постулат относительности и постулат постоянства скорости света, представляющие собой обобщение опыта, оказались бы в противоречии друг с другом. Однако эти экспериментальные постулаты могут быть согласованы, если отказаться от формул преобразования Галилея и заменить их другими, получаемыми путем математического анализа постулатов теории относительности. Не останавливаясь на этом несложном выводе, приведем окончательный результат.

Для систем отсчета  $K$  и  $K'$ , выбранных, как указано в § 122 (рис. 262), формулы эти имеют вид

$$\left. \begin{aligned} x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}, & x &= \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \\ y' &= y, & y &= y', \\ z' &= z, & \text{или } z &= z', \\ t' &= \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \beta^2}}, & t &= \frac{t' + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \end{aligned} \right\} \quad (123.1)$$

где  $\beta = \frac{v}{c}$ , причем  $v$  означает скорость системы  $K'$  относительно  $K$  и  $c$  — скорость света.

Так как новые формулы преобразования выводятся из требования совместимости указанных выше постулатов, то, конечно, они в отличие от формул Галилея оказываются в согласии с этими постулатами. Действительно, сферическая световая волна, которая в системе  $K$  имеет вид

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2,$$

приобретает в системе  $K'$ , если применить формулы (123.1), вид

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2,$$

т. е. удовлетворяет принципу относительности.

Хотя формулы (123.1) на первый взгляд радикально отличаются от формул Галилея, однако эти последние могут быть получены из (123.1), если положить  $c = \infty$ . Но, как мы видели, в основе формул Галилея лежит допущение, что синхронизация часов делается с помощью сигналов, имеющих бесконечно большую скорость. Из этого обстоятельства вытекает, что величина  $c$  в формулах (123.1) играет роль скорости тех сигналов, которые использованы для синхронизации часов. Если эта скорость бесконечно велика, то получаются

преобразования Галлея. Если же эта скорость есть скорость света, то получаются формулы преобразования теорин относительности.

Таким образом, в основе формул преобразования теории относительности лежат допущение о синхронизации часов с помощью световых сигналов.

Какое же из этих допущений — допущение теории относительности или допущение механики Галилея — соответствует физическому опыту? То обстоятельство, что весь опыт классической механики находился в полном согласии с формулами преобразования Галилея, отнюдь не означает, что формулы (123.1), выдвигаемые теорией относительности, непригодны. Классическая механика (в том числе и небесная механика) имеет дело со столь малыми скоростями  $v$ , что величины  $\frac{v^2}{c^2}$  очень малы по сравнению с единицей (так же как  $\frac{vx}{c^2}$  мало по сравнению с  $t$ ). Поэтому с точностью, далеко превышающей точность механических (и астрономических) измерений, формулы (123.1) дают тот же самый результат, как и формулы Галлея. Действительно, пренебрегая членами  $\frac{vx}{c^2}$  и  $\beta^2$ , получим вместо (123.1):

$$x' = x - vt; \quad y' = y; \quad z' = z; \quad t' = t, \quad (123.2)$$

т. е. соотношения, совпадающие с формулами Галилея. Различие сказывается лишь при  $v$ , сравнимых со скоростью света. А в этой области формулы Галилея приходят в противоречие с опытными данными, как мы видели уже на примере с экспериментальными постулатами (§ 122). В дальнейшем мы покажем, что ряд выводов, следующих из формул преобразования (123.1), несмотря на их кажущуюся парадоксальность, находится в прекрасном согласии с опытными фактами.

Таким образом, следует признать, что формулы Галлея являются лишь первым приближением к действительности, пригодным для области скоростей, малых по сравнению со скоростью света, и должны быть заменены формулами преобразования теории относительности, пригодными также и для областей, где  $v$  сравнимо с  $c$ .

Ясно, что формулы (123.1) сохраняют смысл лишь при условии, что  $\beta < 1$ , т. е.  $v < c$ . Другими словами, скорости систем друг относительно друга не могут превосходить скорость света в вакууме  $c$ . То обстоятельство, что скорость света  $c$  есть *предельная скорость движения*, характерно для теории относительности и лежит в основе всего построения.

Интересно отметить, что полученные Эйнштейном формулы преобразования совпадают с формулами, ранее указанными Лорентцом. Лорентц при своих исследованиях по электродинамике движущихся сред обратил внимание на то, что вычисления упрощаются и в ряде

случаев формулы приобретают инвариантный характер, если при переходе от одной системы к другой вместо переменной  $t$  ввести переменную  $t' = t - \frac{v}{c^2}x$ , которая представляет собой *время*, зависящее от *места* наблюдения (координаты  $x$ ), и которая была поэтому названа *местным* временем (в отличие от *универсального* времени  $t$ ). Впоследствии, когда необходимость истолкования опыта Майкельсона заставила Лорентца ввести контракционную гипотезу, он пришел к выводу, что формулы преобразования, совпадающие с формулами (123.1), оставляют уравнения электродинамики для *вакуума* инвариантными. Поэтому формулы (123.1) нередко называют формулами Лорентца.

Однако для Лорентца уравнения преобразования были лишь вспомогательными формулами, облегчающими вычисление. Физический смысл времени оставался за величиной  $t$ , а не  $t'$ . Сам Лорентц \*) писал по этому поводу: «... теория (Эйнштейна) электромагнитных явлений в движущихся системах приобрела простоту, которой я не был в состоянии достигнуть. Главной причиной моей неудачи была моя приверженность к идее, что только переменная  $t$  может считаться истинным временем и что мое местное время  $t'$  должно рассматриваться не более чем вспомогательная математическая величина. Наоборот, в теории Эйнштейна  $t'$  играет ту же самую роль, как и  $t$ ; если мы желаем описывать явления в терминах  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$ ,  $t'$ , мы должны поступать с этими переменными совершенно так же, как мы поступаем с  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $t$ . Если, например, точка движется, то ее координаты  $x$ ,  $y$ ,  $z$  испытывают некоторые изменения  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  в течение промежутка времени  $dt$  и составляющие скорости будут:

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt}.$$

Четыре изменения  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$ ,  $dt$  вызовут соответствующие изменения  $dx'$ ,  $dy'$ ,  $dz'$ ,  $dt'$  новых переменных  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$ ,  $t'$  и в системе этих переменных скорость  $v'$  будет определена как вектор, имеющий компоненты

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'}, \quad v'_y = \frac{dy'}{dt'}, \quad v'_z = \frac{dz'}{dt'}.$$

### § 124. Выводы из формул преобразования теории относительности

Из формул преобразования Эйнштейна — Лорентца, составляющих существенную часть теории относительности, вытекает ряд следствий, придающих такое своеобразие выводам этой теории.

\*) Г. А. Лорентц, Теория электронов. Примечание 72\*, написанное в 1915 г. (стр. 438).

а) **Понятие одновременности.** Прежде всего формулы эти показывают, что для событий, относящихся к пространственно разобщенным точкам, одновременность зависит от системы отсчета, а события, пространственно совпадающие, будут одновременны во всех инерциальных системах отсчета, если они одновременны в какой-нибудь из них.

Действительно, пусть в системе  $K$  два события относятся к моментам  $t_1$  и  $t_2$  и к координатам  $x_1$  и  $x_2$ . В системе  $K'$  им соответствуют моменты  $t'_1$  и  $t'_2$  и координаты  $x'_1$  и  $x'_2$ . Пусть события для системы  $K$  происходят в *одной точке* ( $x_1 = x_2$ ) и являются одновременными, т. е.  $t_1 = t_2$ . Из формул (123.1) следует:

$$x'_1 = x'_2 \text{ и } t'_1 = t'_2,$$

т. е. эти события будут также одновременными и пространственно совпадающими для любой инерциальной системы отсчета (для любого  $\psi$ ). Но если  $x_1 \neq x_2$ , а  $t_1 = t_2$ , т. е. события, пространственно разобщенные, являются в системе отсчета  $K$  одновременными, то из формул (123.1) следует:

$$x'_1 = \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad x'_2 = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

$$t'_1 = \frac{t - \frac{v}{c^2} x_1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad t'_2 = \frac{t - \frac{v}{c^2} x_2}{\sqrt{1 - \beta^2}};$$

таким образом,

$$x'_1 \neq x'_2 \text{ и } t'_1 \neq t'_2.$$

Другими словами, в системе  $K'$  эти события оказываются *неодновременными*, оставаясь также и пространственно разобщенными.

б) **Сравнение масштабов.** Пусть, например, мы имеем масштаб, расположенный вдоль оси  $x'$ , неподвижный относительно системы  $K'$ ; следовательно, относительно системы  $K$  этот масштаб движется со скоростью  $v$ . Сравним длину этого масштаба в системах  $K$  и  $K'$ . В системе  $K'$ , в которой масштаб покоится, определение длины его не представляет никаких затруднений. Нужно лишь отметить координаты концов масштаба ( $x'_1$  и  $x'_2$ ); расстояние между ними  $l' \doteq x'_2 - x'_1$  и представляет длину масштаба в системе  $K'$ . В системе  $K$ , относительно которой масштаб движется, дело несколько сложнее: нужно отметить *одновременно* координаты концов ( $x_1$  и  $x_2$ ) движущегося масштаба. Длина масштаба в системе  $K$  будет равна  $l \doteq x_2 - x_1$ , где координаты  $x_2$  и  $x_1$  установлены, как сказано, для *одного и того же момента времени  $t$*  (по часам  $K$ ).

Согласно формулам преобразования (123.1)

$$x'_2 = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad x'_1 = \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$



т. е.

$$l = l' \sqrt{1 - \beta^2}. \quad (124.1)$$

Другими словами, в системе  $K$ , относительно которой движется масштаб, длина его окажется меньшей, чем в системе  $K'$ , относительно которой масштаб неподвижен. Этот вывод аналогичен допущению Лорентца — Фицджеральда, но получается как следствие общих формул, а не является специальной гипотезой.

Вывод о сокращении масштабов находит, таким образом, свое непосредственное подтверждение в опыте Майкельсона.

**в) Сравнение часов.** Сравним также длительность какого-либо процесса, происходящего в точке, неподвижной относительно системы  $K'$ . Если длительность этого процесса в системе  $K$  равняется  $\tau$ , а в системе  $K'$  равна  $\tau'$ , то

$$\tau = \frac{\tau'}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Действительно, для определения длительности процесса надо найти разность показаний часов в конце и начале процесса. Для системы  $K'$  это делается без труда, ибо конец и начало процесса происходят в одной и той же точке ( $x'$ ) этой системы и, следовательно, могут отмечаться по одним и тем же часам, так что  $\tau' = t'_2 - t'_1$ , где  $t'_2$  — показания часов  $K'$  в точке  $x'$  в момент окончания процесса, а  $t'_1$  — в момент его начала. Для системы  $K$  начало процесса происходит в точке  $x_1$ , а конец — в точке  $x_2$ , причем  $x_2 - x_1 = v\tau$ , ибо за время  $\tau$  (по часам  $K$ ) механизм, в котором протекает наблюдаемый процесс, двигаясь со скоростью  $v$ , переместился в системе  $K$  на  $v\tau$ . Связь между  $t'_2$  и  $t_2$ , а также между  $t'_1$  и  $t_1$  найдем с помощью (123.1):

$$t'_2 = \frac{t_2 - \frac{v}{c^2} x_2}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \text{и} \quad t'_1 = \frac{t_1 - \frac{v}{c^2} x_1}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Отсюда

$$\tau' = t'_2 - t'_1 = \frac{(t_2 - t_1) - \frac{v}{c^2} (x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{\tau - \frac{v}{c^2} v\tau}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \tau \sqrt{1 - \beta^2},$$

или

$$\tau = \frac{\tau'}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

как и сказано выше.

Найденное соотношение между  $\tau$  и  $\tau'$  показывает, что процессы в той системе отсчета, относительно которой перемещается изменяющийся механизм, протекают медленнее, чем в той системе, относительно которой этот механизм покоится. В частности, такой

механизм может быть использован в качестве часов, так что наш вывод гласит, что ход часов замедляется в системе отсчета, относительно которой часы движутся. И этот вывод теории относительности находит непосредственное опытное подтверждение. Исследования по космическим лучам установили в их составе так называемые  $\mu$ -мезоны — элементарные частицы с массой, примерно в 200 раз превышающей массу электрона. Частицы эти нестабильны, они самопроизвольно распадаются подобно атомам радиоактивных веществ. Измерения дают для среднего времени жизни  $\mu$ -мезонов значение  $\tau_0 = 2,15 \cdot 10^{-6}$  сек. Но мезоны движутся со скоростью, близкой к скорости света. Поэтому за время своей жизни они проходили бы в среднем путь  $v\tau_0$ , равный примерно  $3 \cdot 10^{10} \cdot 2,15 \cdot 10^{-6} \approx 600$  м. Между тем опыт показывает, что мезоны успевают пройти без распада в среднем гораздо большие пути. Противоречие разрешается с помощью формул теории относительности. Время  $\tau_0 = 2,15 \times 10^{-6}$  сек. относится к покоящемуся (или медленно движущемуся) мезону, заторможенному каким-либо плотным веществом, составляющим часть установки, применяемой для измерения продолжительности среднего времени жизни мезона. Наблюдение же над летящим мезоном производится с помощью приборов, относительно которых мезон движется с большой скоростью. По отношению к системе отсчета, связанной с этими приборами, среднее время жизни мезона есть  $\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$ . Так как для мезона  $\beta$  близко к единице, то  $\tau$  значительно превосходит  $\tau_0$ . Поэтому средний путь ( $v\tau$ ), проходимый мезоном в нашей системе отсчета, должен быть значительно больше, чем 600 м, и находится в согласии с данными прямого опыта.

Формулы преобразования, как масштабов, так и часов указывают, что  $\beta$  не может быть больше единицы, т. е. скорость системы не может превосходить скорость света  $c$ .

г) **Теорема сложения скоростей и коэффициент увлечения.** Установление соотношений между длительностью процессов и размерами масштабов, указанное выше, ведет к радикальному пересмотру всей кинематики. В частности, задача о сложении скоростей в кинематике теории относительности принимает совсем иной вид, чем в галилеевой кинематике.

Действительно, пусть система  $K'$  движется относительно системы  $K$  со скоростью  $v$  вдоль оси  $x$ . Предположим теперь, что какое-нибудь тело движется со скоростью  $u'$  в системе  $K'$  тоже вдоль оси  $x$ , и определим, какова будет скорость этого тела относительно системы  $K$ . Пусть координата нашего тела в системе  $K'$  в момент  $t'$  есть  $x'$ . В таком случае  $u' = \frac{dx'}{dt'}$ . По отношению к системе  $K$  скорость этого тела будет равна  $u = \frac{dx}{dt}$ , где  $x$  — соответствующая координата, а  $t$  — соответствующее время по системе

отсчета  $K$ . Итак,

$$u' = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx'}{dt} \cdot \frac{dt}{dt'}$$

Если бы были справедливы уравнения Галилея (120.1)  $x' = x - vt$ ;  $t' = t$ , то имело бы место равенство

$$u' = \frac{dx}{dt} - v = u - v, \text{ или } u = u' + v,$$

как легко было предвидеть без вычисления. Но в случае справедливости уравнений Лорентца — Эйнштейна (123.1) найдем:

$$u' = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx'}{dt} \cdot \frac{dt}{dt'} = \frac{(u - v)}{\sqrt{1 - \beta^2}} \cdot \frac{(1 + \frac{vu'}{c^2})}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

откуда

$$u' = u - v + \frac{vu u'}{c^2}, \text{ т. е. } u' = \frac{u - v}{1 - \frac{vu}{c^2}} \text{ или } u = \frac{u' + v}{1 + \frac{v}{c^2} u'}. \quad (124.2)$$

Таким образом, скорость результирующего движения  $u$  отличается от простой алгебраической суммы двух скоростей  $u'$  и  $v$ . В частности, если складывающиеся скорости  $u'$  и  $v$  сколь угодно близки к скорости света  $c$ , но, конечно, не превосходят ее, то результирующая скорость также будет меньше  $c$ . Если  $u' = c$ , то, как легко видеть,  $u = c$ , т. е. скорость света в пустоте не зависит от скорости движения системы в согласии со вторым постулатом теории относительности.

Теорема сложения скоростей без всяких затруднений объясняет все те явления, в которых играет роль коэффициент увлечения Френеля. Рассмотрим, например, опыт Физо. Если вода неподвижна, то интерференционная картина определяется скоростью света в воде  $u' = c/n$ . Если вода движется со скоростью  $v$ , то интерференционная картина будет определяться той скоростью света в движущейся воде, которая констатируется приборами, расположенными вне воды. Эта скорость равна

$$u = \frac{\frac{c}{n} + v}{1 + \frac{v}{c^2} \frac{c}{n}} = \frac{(\frac{c}{n} + v)(1 - \frac{v}{cn})}{1 - \frac{v^2}{c^2 n^2}} \approx \frac{c}{n} + v \left(1 - \frac{1}{n^2}\right).$$

(множитель при  $v$  берется с точностью до нескольких сто миллионов). Итак, наблюдаемое изменение интерференционной картины будет таково, как если бы движение воды изменило скорость распространения света в ней, сделав ее вместо  $c/n$  равной  $c/n + kv$ , где  $k = 1 - 1/n^2$  — коэффициент увлечения.

д) **Явление Допплера.** Как уже указывалось в гл. XX, рассмотрение движения источника и прибора относительно среды приводит к двум различным выражениям для доплеровского смещения;

отличающимся на величину второго порядка относительно  $v/c$ . Понятно, что с точки зрения теории относительности оба эти случая должны приводить к тождественным формулам, ибо иначе измерения доплеровского смещения с точностью до  $v^2/c^2$  открывали бы возможность установления абсолютной скорости прибора или источника.

И действительно, принимая во внимание формулы преобразования теории относительности (123.1), мы получим две идентичные формулы, будем ли мы рассматривать движение источника относительно прибора или наоборот. Предположим, например, что прибор  $B$  расположен в системе  $K$ , а источник  $S$  связан с движущейся относительно прибора вдоль оси  $x$  системой  $K'$ , причем прибор и источник расположены на линии движения.

Пусть частота источника (в системе  $K'$ ) есть  $\nu_0$ . Требуется определить воспринимаемую прибором  $B$  в системе  $K$  частоту  $\nu$ .

Наблюдатель в процессе испускания сигнала отмечает в координатной системе, связанной с прибором, два момента  $t_1$  и  $t_2$  и координаты  $x_1$  и  $x_2$ , которые соответствуют положению источника в эти моменты. *Длительность* выделенной части сигнала (по часам  $K$ ) равна  $\tau = t_2 - t_1$ , а координата  $x_2 = x_1 + v\tau$ , если  $v$  — скорость источника (системы  $K'$ ).

Так как источник удален от прибора, то моменты  $\theta_1$  и  $\theta_2$  начала и конца действия выделенной части сигнала на прибор будут отличаться от  $t_1$  и  $t_2$ , а именно:

$$\theta_1 = t_1 + \frac{a}{c}, \quad \theta_2 = t_2 + \frac{a + v\tau}{c},$$

где  $a$  — расстояние между прибором и источником в момент  $t_1$ . Таким образом, *длительность* воздействия на прибор в  $K$  есть

$$\theta = \theta_2 - \theta_1 = \tau \left( 1 + \frac{v}{c} \right).$$

Каково же число колебаний, дошедших за это время до прибора? Так как источник испускает за 1 сек.  $\nu_0$  колебаний (в системе  $K'$ ), то для оценки полного числа колебаний в выделенной части сигнала надо знать длительность ее в системе  $K'$ . Величина эта есть  $\tau' = t'_2 - t'_1$ , где  $t'_2$  и  $t'_1$  — моменты конца и начала выделенной части сигнала в системе  $K'$  — найдутся при помощи преобразования координат:

$$t'_2 = \frac{t_2 - \frac{v}{c^2} x_2}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \text{и} \quad t'_1 = \frac{t_1 - \frac{v}{c^2} x_1}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

Отсюда

$$\tau' = t'_2 - t'_1 = \frac{\tau \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right)}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \tau \sqrt{1 - \beta^2},$$

что можно было бы непосредственно заимствовать из § 124, в.

Итак, число дошедших до прибора за время  $\theta$  колебаний равно  $N = \nu_0 \tau' = \nu_0 \tau \sqrt{1 - \beta^2}$ , и воспринимаемая им частота есть

$$\nu = \frac{N}{\theta} = \frac{\nu_0 \tau \sqrt{1 - \beta^2}}{\tau \left(1 + \frac{v}{c}\right)} = \nu_0 \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}}. \quad (124.3)$$

Совершенно такая же формула получается, если с системой  $K'$  связан прибор, а с системой  $K$  — источник. Как уже упоминалось, эти формулы отличаются на величины второго порядка относительно  $\beta$  от формул, выведенных в гл. XX без учета соображений теории относительности. Если линия, соединяющая источник и прибор, составляет угол  $\varphi$  с направлением скорости перемещения, то аналогичное рассмотрение приведет к соотношению \*)

$$\nu = \frac{\nu_0 \sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \frac{v}{c} \cos \varphi}. \quad (124.4)$$

При  $\varphi = 0$  получим соотношение (124.3). При  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  найдем  $\nu = \nu_0 \sqrt{1 - \beta^2}$ . Таким образом, согласно теории относительности эффект Допплера должен иметь место и в том случае, когда направление распространения света *перпендикулярно* к направлению движения (*поперечный эффект Допплера*).

Это принципиальное отличие, характерное для теории относительности, может служить для новой экспериментальной проверки ее положений. Трудность опыта лежит в том, что ожидаемое смещение мало по сравнению с обычным (продольным) эффектом Допплера, так что даже небольшое отклонение от строгой перпендикулярности между направлением наблюдения и скоростью замаскирует ожидаемый эффект. Айвсу (1938 г.) удалось, однако, преодолеть затруднение. В опытах Айвса источником света служил пучок канальных лучей водорода, несущихся со значительной скоростью ( $v \approx 10^8$  см/сек), причем специальная конструкция трубки обеспечивала высокую однородность канальных лучей по скоростям. Наблюдая свет, посылаемый канальными частицами непосредственно, и свет, отраженный зеркалом, Айвс мог выделить изменение частоты, связанное с поперечным явлением Допплера.

Идея опыта Айвса понятна из следующей схемы (рис. 264). Если канальный луч  $H$  направлен под некоторым углом к зеркалу, перпендикулярно к которому расположена ось спектрографа, то имеет

\*) Нередко эту формулу пишут в виде

$$\nu = \frac{\nu_0 \left(1 - \frac{v}{c} \cos \varphi\right)}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

место обычный эффект Доплера, соответствующий компоненте скорости вдоль направления наблюдения. Пусть угол между направлением скорости частицы и направлением света, идущего непосредственно от частицы к спектрографу, равен  $\varphi$  (см. рис. 264). В таком случае свет, направляющийся от частицы к зеркалу (и от него отраженный в спектрограф), будет составлять с направлением скорости угол  $\pi - \varphi$ . Поэтому доплер-эффект, соответствующий лучевой компоненте скорости, дает смещения

$$\Delta\nu = \frac{v}{c} \cos \varphi$$

и

$$\Delta\nu' = \frac{v}{c} \cos(\pi - \varphi) = -\Delta\nu,$$

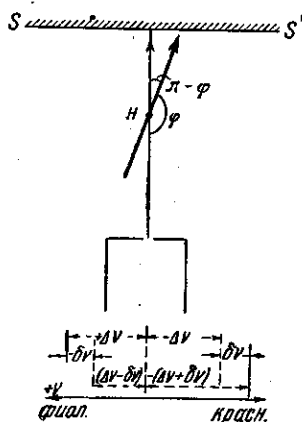


Рис. 264. Схема опыта Айвса по обнаружению поперечного эффекта Доплера.

*симметричные* относительно несмещенной линии. Поперечный же доплер-эффект, накладываясь на описанный выше, дает для обеих этих компонент смещение в одну и ту же сторону, а именно в красную ( $-\delta\nu$ ). В результате обоих эффектов получится картина, *асимметричная* относительно несмещенной линии. Измерив наблюдаемые результирующие смещения  $a = -(\Delta\nu + \delta\nu)$  и  $b = \Delta\nu - \delta\nu$ , можно вычислить смещение  $-\delta\nu = \frac{a+b}{2}$ , характеризующее поперечный эффект Доплера и соответствующее изменению длины волны в сторону красного конца спектра на величину  $\delta\lambda$ . Измерения Айвса действительно обнаружили такой эффект и дали для величины  $\delta\lambda$  значение, весьма близкое к предсказанному теорией относительности:

ожидаемое  $\delta\lambda = 0,0472 \text{ \AA}$ ; наблюдаемое  $\delta\lambda = 0,0468 \text{ \AA}$ .

**Заключение.** Мы привели ряд отдельных фактов, являющихся экспериментальным подтверждением различных выводов теории отно-

где  $\psi$  — угол между направлением наблюдения и направлением скорости, измеренный в системе координат, связанной с источником, тогда как угол  $\varphi$ , приведенный в тексте, измерен в системе координат, связанной с прибором. Обе формулы, конечно, вполне эквивалентны друг другу, ибо углы  $\varphi$  и  $\psi$  связаны соотношением

$$\cos \varphi = \frac{\cos \psi - \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c} \cos \psi}$$

При сравнении с опытом, когда угол наблюдения устанавливается для прибора, удобнее формула, приведенная в тексте.

сительности. Факты эти были выбраны так, чтобы возможно нагляднее иллюстрировать справедливость того или иного положения. Но, конечно, все эти отдельные положения связаны в единое целое. Поэтому совокупность указанных фактов, равно как и огромное количество других, является тем арсеналом экспериментальных аргументов, который заставляет нас признать плодотворность теории относительности.

Отметим, наконец, что разнообразные выводы теории относительности приводят к заключению о невозможности скорости распространения какого-либо воздействия или сигнала большей, чем скорость света в пустоте  $c$ . В кажущемся противоречии с этим заключением стоит тот факт, что в диспергирующей среде показатель преломления  $n$  может быть меньше единицы, так что *фазовая скорость*  $c_1$  будет больше скорости  $c$ . Однако надо иметь в виду, что фазовая скорость не может служить для передачи сигнала или действия, ибо она характеризует бесконечную синусоиду, все части которой идентичны. Вызвав какое-либо искажение на синусоиде, мы могли бы сигнализировать, но тем самым будет нарушена монохроматичность и сигнал будет распространяться не со скоростью фазы, а с так называемой скоростью *сигнала*, которая меньше  $c$  (ср. § 116).

### § 125. Релятивистская механика \*)

Принцип относительности в применении к явлениям электродинамики (и оптики) оправдан опытом. Формулами преобразования в этой теории являются соотношения Эйнштейна — Лорентца, которые обеспечивают инвариантность уравнений электродинамики в согласии с принципом относительности.

Естественно, что основные уравнения механики Ньютона, которые являются инвариантными по отношению к уравнениям преобразования Галилея, не инвариантны по отношению к преобразованиям Лорентца. Для того чтобы уравнения механики оказывались инвариантными по отношению к преобразованиям Лорентца, они должны быть соответствующим образом изменены.

Можно попытаться следующим элементарным путем составить представление об обобщении механики на случай скоростей, сравнимых со скоростью света  $c$ . Законы ньютоновой механики установлены для случая, когда движение происходит со скоростью, малой по сравнению с  $c$ ; мы будем принимать их верными с вполне достаточной степенью точности.

Рассмотрим движение некоторого тела  $O$  в инерциальной системе отсчета  $K$ , относительно которой оно движется в некоторый момент со скоростью  $v$ , сравнимой со скоростью света, и на которое

\*) Этот параграф, не имеющий прямого отношения к вопросу об оптике движущихся сред, составлен совершенно схематично.

действуют некоторые силы. На основании данных теории относительности мы не можем признать применимость законов ньютоновой механики к этому случаю, но можем представить себе другую инерциальную систему отсчета,  $K'$ , которая движется относительно  $K$  равномерно и прямолинейно со скоростью, равной  $v$ . Тогда в этой системе отсчета  $K'$  тело  $O$  в данный момент будет покоиться (ибо оно имеет скорость  $v$  в системе  $K$ ), а в близкие моменты времени, изменив несколько свою скорость под действием сил, оно будет иметь по отношению к системе  $K'$  лишь небольшие (сравнительно с  $c$ ) скорости. Поэтому движение тела  $O$  в системе  $K'$  можно рассматривать как подчиняющееся законам механики Ньютона. Для того чтобы, зная законы движения в системе  $K'$ , перейти к установлению законов движения этого тела в системе  $K$ , мы должны воспользоваться формулами преобразования Лорентца — Эйнштейна. При этом, конечно, одновременно с преобразованием координат должно быть преобразовано и выражение силы, что может быть сделано на основании различных физических соображений (как электродинамических, так и общемеханических). Таким образом, будут получены в системе  $K$  законы движения с любой сколь угодно близкой к  $c$  скоростью, т. е. законы релятивистской механики.

На этом пути найдено, что законы механики сохраняют форму ньютоновой механики, а именно изменение количества движения  $dp$  равно импульсу  $F dt$  действующих сил, или производная от импульса по времени равна действующей силе:  $\frac{dp}{dt} = F$ . Но при этом выражение импульса имеет несколько более сложный вид, а именно:

$$p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (125.1)$$

где  $\beta = \frac{v}{c}$ , а  $m_0$  соответствует массе покоя, т. е. массе при  $v$ , малом по сравнению с  $c$ . Компоненты импульса имеют выражение

$$p_x = mv_x = \frac{m_0 v_x}{\sqrt{1 - \beta^2}}; \quad p_y = mv_y = \frac{m_0 v_y}{\sqrt{1 - \beta^2}}; \quad p_z = mv_z = \frac{m_0 v_z}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

В соответствии с этим масса зависит от скорости (от системы отсчета) и имеет выражение

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (125.2)$$

а уравнение релятивистской динамики гласит:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) = F. \quad (125.3)$$

К такой же зависимости массы от скорости (формула (125.2)) приводила электронная теория Лорентца, которая, однако, связывала это заключение с наличием электромагнитного поля движущегося



электрона. Поэтому в электронной теории соотношение (125.1) имело силу только для электромагнитной массы аарядов.

Теория относительности дала общее обоснование этому соотношению и показала применимость его к *любой массе*; в частности, оно оказывается применимым и к нейтронам, с которыми не связано никакое электромагнитное поле.  $m_0$  означает покоящуюся массу частицы, т. е. массу ее в системе координат, по отношению к которой она неподвижна. Если частица приводится в движение со скоростью  $v$ , масса ее становится равной  $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$ . И эта формула показывает, что частица не может приобрести скорость, большую скорости света, ибо по мере приближения  $v$  к  $c$  масса частицы приближается к бесконечности и, следовательно, нарастающее ускорение ее (ускорение) постепенно стремится к нулю. Интересно отметить, что современные исследования в области космических лучей позволили обнаружить существование частиц, скорости которых лишь на очень незначительную величину меньше скорости света.

Теория относительности приводит еще к одному в высшей степени важному выводу, устанавливая взаимосвязь между массой  $M$  и энергией  $\mathcal{E}$  в виде соотношения

$$\mathcal{E} = Mc^2, \quad (125.4)$$

где  $c$  — скорость света в вакууме. Частный случай этого соотношения, когда под  $\mathcal{E}$  подразумевается прирост *кинетической* энергии, а под  $M$  — прирост массы некоторого тела, формула которого увеличилась, легко может быть получен из формулы (125.2). Из этого выражения следует (с точностью до  $\beta^4$ ):

$$m = m_0 \left( 1 + \frac{1}{2} \beta^2 \right) \text{ или } \frac{m_0 v^2}{2} = c^2 (m - m_0). \quad (125.5)$$

Но  $\frac{m_0 v^2}{2} = \mathcal{E}$  есть не что иное, как кинетическая энергия тела массы  $m_0$ , скорость которой от нуля доведена до  $v$ ;  $m - m_0 = M$  есть приращение массы тела, связанное с нарастанием его скорости от нуля до  $v$ . Итак, приращение кинетической энергии  $\mathcal{E}$  связано с приращением массы соотношением  $\mathcal{E} = Mc^2$ .

Соотношение это относится не только к кинетической энергии, но имеет *совершенно общий характер* и указывает на *связь* массы и энергии. Оно означает, что масса и энергия неразрывны, и любая матерьяльная система (вещество, свет) может быть охарактеризована и массой и энергией в количествах, устанавливаемых формулой (125.4). Оно означает, что всякое изменение внутренней энергии системы вследствие поглощения или испускания света или вследствие теплообмена или совершения механической работы сопровождается одновременно и изменением массы этой системы.

Поэтому следует признать неудачным встречающееся иногда утверждение, что соотношение (125.4) выражает эквивалентность между массой и энергией. Такое выражение было бы подходящим, если бы мы имели дело с превращением массы в энергию или наоборот, подобно тому как мы говорим об эквивалентности различных форм энергии, имея в виду возможность их взаимного превращения (принцип сохранения энергии). На самом же деле масса вовсе не превращается в энергию, так же как и энергия не превращается в массу. Процесс излучения света, например, есть процесс превращения внутренней энергии излучающей системы в энергию излучения, причем одновременно уменьшается и масса излучающего тела, переходя в массу излучения.

Указанное важнейшее следствие теории относительности получило подтверждение в исследованиях по ядерной физике, где им широко пользуются при подсчете баланса ядерных реакций и определений массы новых частиц. Весьма велико также значение этого вывода для астрофизики. Некоторые относящиеся сюда вопросы затронуты в отделе «Действия света» и в Заключении.

### § 126. Общие выводы

Изложенное показывает, что теория относительности представляет собой стройную систему, которая не только устраняет кажущиеся противоречия между отдельными экспериментальными наблюдениями, но и приводит к очень углубленному пересмотру наших понятий об измерениях пространства и времени. Сверх того, теория относительности установила ряд новых общих положений, в частности положения, выражающиеся соотношениями

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \text{и} \quad \mathcal{E} = Mc^2,$$

обширные применения которых особенно плодотворны в ядерной физике, где мы имеем дело с огромными скоростями и огромными элементарными порциями энергии  $h\nu$  (для жестких  $\gamma$ -квантов).

Поверхностное знакомство с теорией относительности может привести к представлению, что все наши физические понятия теряют реальность, ибо, будучи относительными, они могут по-разному оцениваться в различных системах отсчета без возможности выбора из этих равнообразных суждений. Это заключение совершенно неправильно, подобно тому как, например, неправильно было бы суждение о нереальности пространственных величин на том основании, что в зависимости от выбора системы декартовых координат (например, направления осей) меняется численное значение координат  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . Относительный характер каждого из этих координатных отрезков не лишает реальности понятия *длины* как расстояния

между двумя точкамн, нбо длнна эта, равная

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2} = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2},$$

не завнсит от выбора координат, а инвариантна по отношению к нм. Относительными же являются лишь компоненты этой реальной длнны по осям координат. Совершенно так же в теорин относительности относительный характер времени и длнны означает относительность лишь отдельных компонент некоторой физической величины, которая как целое имеет вполне определенный реальный смысл, не зависящий от выбора координатной системы. Пользуясь нашей геометрической аналогией, мы можем уяснить себе смысл этой физической велнчны следующим образом. Точка в геометрии есть совокупность трех координат  $x, y, z$ , н расстояние между двумя точками есть вполне определенная длнна, величина которой не зависит от выбора системы координат. В физике реальность имеет *событие*, для определения которого должно быть задано место н время, т. е. четыре координаты  $x, y, z, t$  (*мировая точка*). Реальный физический смысл имеет «расстояние» между двумя событиями, т. е. «длнна»,

$$\Delta s = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 - c^2 (\Delta t)^2}.$$

Эта величина, именуемая *интервалом*, имеет определенное значение, ибо она не зависит от выбора системы координат н является инвариантной.

Совершенно так же формула (125.2) приводит к выводу, что масса частицы зависит от системы отсчета; то же относится к импульсу частицы (количество движения)  $p = mv$  и ее энергии  $E = mc^2$ . Таким образом, все эти велнчны — «относительные», подобно рассмотренным выше пространственным и временным координатам. Велнчиной же инвариантной, не зависящей от системы отсчета и, следовательно, имеющей вполне реальный физический смысл, является длнна четырехмерного вектора, так называемого вектора энергии-импульса, равная

$$\sqrt{E^2 - c^2 (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)} = \sqrt{m^2 c^4 - c^2 m^2 v^2} = mc^2 \sqrt{1 - \beta^2} = m_0 c^2,$$

т. е. велнчина, действительно сохраняющаяся неизменной в любой системе отсчета. Компоненты этого четырехмерного вектора равны

$$iE = imc^2, \quad cp_x, \quad cp_y, \quad cp_z,$$

т. е. связаны с энергией н импульсом частицы, значения которых *зависят* от выбора инерциальной системы отсчета.

Таким образом, правильное истолкование следствий теорин относительности не дает решительно никаких оснований для выводов субъективистского или идеалистического характера, хотя подобные выводы нередко делались зарубежными учеными и, в частности,

самим Эйнштейном. Взаимосвязь массы и энергии с особенной убедительностью показывает, что масса и энергия являются неотъемлемыми атрибутами материи, имеем ли мы эту последнюю в форме вещества или в форме электромагнитного поля (свет).

Пространственно-временные соотношения между событиями реального мира определяются *интервалом*, величина которого не зависит от произвольного выбора системы отсчета и не является, следовательно, относительной.

Теория относительности делает значительный шаг вперед по сравнению с классической физикой, для которой пространство и время были самостоятельными, не связанными друг с другом категориями. Рассматривая время и пространство в их неразрывной связи, теория относительности дает более глубокие представления о пространстве и времени, являющиеся по сравнению с представлениями классической физики дальнейшим приближением к соотношениям объективного мира. Развитие этих представлений мы имеем в так называемой общей теории относительности, которая рассматривает не только равномерное, но и ускоренное движение систем отсчета. Общая теория относительности приходит к выводу о зависимости свойств пространства и времени от распределения материальных масс. Таким образом, метафизическое представление об абсолютном времени и абсолютном пространстве, существующих независимо от материи и наряду с нею («вместилище тел» и «чистая длительность», как утверждал Ньютон), заменяется представлениями, рассматривающими пространство и время как формы существования материи, в соответствии с концепцией диалектического материализма.

Успехи теории относительности в уточнении наших представлений о пространстве и времени являются ценным этапом на пути познания, конкретизируя в известном отношении общую постановку этого вопроса, выдвинутую диалектическим материализмом. Согласно В. И. Ленину, «человеческие представления о пространстве и времени относительны, но из этих относительных представлений складывается абсолютная истина, эти относительные представления, развиваясь, идут по линии абсолютной истины, приближаются к ней. Изменчивость человеческих представлений о пространстве и времени так же мало опровергает объективную реальность того и другого, как изменчивость научных знаний о строении и формах движения материи не опровергает объективной реальности внешнего мира». («Материализм и эмпириокритицизм», Госполитиздат, 1951, стр. 158—159.)

## ОТДЕЛ VII

# ПРОХОЖДЕНИЕ СВЕТА ЧЕРЕЗ ГРАНИЦУ ДВУХ СРЕД

### ГЛАВА XXII

## ОТРАЖЕНИЕ И ПРЕЛОМЛЕНИЕ НА ГРАНИЦЕ ДВУХ ДИЭЛЕКТРИКОВ

### § 127. Взаимодействие электромагнитной волны и вещества

В предшествующих главах мы рассматривали главным образом те вопросы оптики, в которых не учитывается взаимодействие между светом и средой, в которой распространяется световая волна. Вернее, мы учитывали это взаимодействие, формулируя некоторые правила, соответствующие опытным законам, наблюдающимся при этих взаимодействиях (например, закон отражения, закон преломления, включая двойное преломление, правило поляризации при отражении и преломлении и т. д.). Поэтому почти все изложенное в одинаковой степени относилось и к упругой оптике, и к оптике электромагнитной. В этом плане рассматривали мы, например, вопрос об отражении и преломлении света на границе двух сред.

Рассмотрение по методу зон Френеля или еще более формальное рассмотрение при помощи принципа Гюйгенса приводит к подтверждаемым на опыте законам отражения и преломления, которые можно выразить соотношениями

$$\varphi = -\psi, \quad \frac{\sin \varphi}{\sin \chi} = \frac{v_1}{v_2},$$

где  $\varphi$ ,  $\psi$ ,  $\chi$  — абсолютные величины углов падения, отражения и преломления, а  $v_1$  и  $v_2$  — фазовые скорости волны в первой и второй средах.

Законы эти дают правильный ответ на вопрос о *направлении* преломленной и отраженной волн, но ничего не говорят об *интенсивности* и *фазе* отраженного и преломленного света. Для разрешения относящихся к этим проблемам вопросов необходимо учесть, каким образом влияет на световую волну вещество тех сред, через границу которых волна проходит. Поэтому при обсуждении вопросов подобного рода необходимо исходить из вполне определенных *физических* представлений о природе волны и механизме ее взаимодействия с веществом.

Исходя из электромагнитных воззрений на природу света и пользуясь представлением о веществе как о системе электрических зарядов, мы имеем все необходимые основания для рассмотрения вопросов о прохождении света через вещество.

С точки зрения электронной теории взаимодействие света и вещества сводится к воздействию электромагнитного поля световой волны на атомы и молекулы вещества. Поля световой волны незначительны, хотя и не столь малы, как это может казаться. Так, в интенсивном потоке *солнечного* света амплитуда напряженности магнитного поля составляет 0,02 абсолютной единицы (см. упражнение 169), т. е. достигает  $\frac{1}{5}$  напряженности горизонтальной слагающей земного магнетизма. Частота переменного светового поля крайне велика (порядка  $10^{14}$ — $10^{15}$ ). Поэтому только очень малые по массе электрические заряды могут следовать за изменением поля световой волны. В составе атомов имеются электрические заряды, удовлетворяющие этому условию: это — *электроны*. Они и являются непосредственными объектами действия сил световой волны, смещаясь под действием ее переменного электрического поля. Более тяжелые электрические заряды (протоны, ионы) успевают смещаться только при сравнительно медленных переменах электрического поля (инфракрасные лучи, частота порядка  $10^{12}$ — $10^{13}$ ).

Детальное исследование показывает, что действие световой волны на электроны (ионы) вещества и обратное воздействие вещества на световую волну сводятся к возбуждению колебания электронов (ионов) в такт с колебаниями электрического вектора световой волны и возникновению вследствие этого колебания вторичных электромагнитных волн.

В простейшем случае \*) направление колебаний электрона в молекуле совпадает с направлением колебаний электрического вектора  $E$  возбуждающей световой волны. Обратное, направление электрического вектора  $E'$  вторичной волны определяется направлением колебаний электрона, вызывающего эту волну, так что  $E'$  не имеет составляющих, перпендикулярных к направлению колебаний электрона. Так как электромагнитные волны *поперечны*, то вектор  $E'$  должен быть, кроме того, перпендикулярен к направлению распространения волны. Эти два условия, определяющие расположение  $E'$ , позволяют нам составить представление об излучении колеблющегося электрона (элементарного излучателя).

Амплитуда электрического вектора излучаемой волны, а следовательно, и ее интенсивность, зависит от направления и имеет максимальное значение для направлений, перпендикулярных к линии колебания электрона (оси элементарного излучателя). Интенсивность

\*) Молекула предполагается *изотропной* в электрическом (а следовательно, и в оптическом) отношении, т. е. смещение электрона под действием данного электрического напряжения имеет одно и то же значение по *любому* направлению молекулы. (Об *анизотропных* молекулах см. § 153.)

обращается в нуль для направления вдоль оси (невозможность продольной электромагнитной волны). Распределение интенсивности излучения может быть представлено полярной диаграммой (рис. 265), длины радиусов которой изображают интенсивность по данному направлению, а короткие поперечные черточки указывают направление электрического вектора. Диаграмма показывает, следовательно, что излучение такого элементарного излучателя *поляризовано*.

Среднее расстояние между атомами тел довольно мало по сравнению с длиной волны; так, даже для газа при атмосферном давлении в объеме порядка  $\lambda^3$ , где  $\lambda$  — длина световой волны, заключается несколько миллионов атомов или молекул; в жидких же и твердых телах число это гораздо больше. Поэтому электроны очень

большого числа соседних атомов возбуждаются одним цугом волн, хотя бы падающий свет был очень далек от монохроматичности. Таким образом, вторичные волны оказываются когерентными между собой и с первичной волной и могут взаимно интерферировать. Эта интерференция обязательно должна быть принята в расчет при рассмотрении прохождения света через вещество. Ею и обуславливаются все процессы отражения, преломления, дисперсии, рассеяния и т. д. Полная молекулярная теория прохождения света через вещество сводится к разбору этого взаимодействия. Такого рода учет довольно сложен, но в тех случаях, когда он доведен до конца, он приводит к результатам, согласным с опытом. Так, при рассмотрении прохождения света через границу пустота — диэлектрик мы получаем, что от границы раздела распространяется система вторичных волн, которые внутри вещества гасят падающую волну и, складываясь, распространяются вперед, внутрь диэлектрика, в виде волны с иной фазовой скоростью (преломленная волна) и назад, в пустоту, в виде отраженной волны, имеющей ту же фазовую скорость, как и приходящая. И различие в фазовых скоростях, и различие в интенсивности отраженной и преломленной волн получаются в результате правильного учета взаимной интерференции вторичных волн, т. е. их амплитуд и фаз. Производя все необходимые вычисления, мы получаем полное решение задачи, т. е. и формальные законы преломления, и соотношение интенсивностей и фаз падающей, отраженной и преломленной волн. Подобным же образом может быть рассмотрена задача о прохождении световой

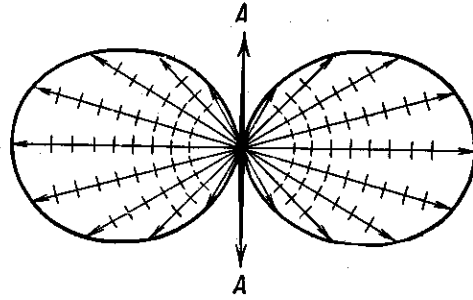


Рис. 265. Полярная диаграмма излучения колеблющегося электрона (элементарного излучателя-диполя).  $AA$  — ось диполя.

волны через границу двух изотропных диэлектриков и более сложная задача о прохождении света через поверхность кристаллического тела, т. е. случай, когда центрами этих вторичных волн являются узлы пространственной решетки. Мы и в дальнейшем будем иметь в виду такое рассмотрение, но для количественного решения многих вопросов оказывается более простым формальный путь в рамках максвелловой теории поля, дополненной электронными соображениями.

Эта формальная теория учитывает свойства вещества, характеризующая его диэлектрической постоянной  $\epsilon$  и магнитной проницаемостью  $\mu$ . Она позволяет найти отношение скоростей распространения электромагнитных волн в пустоте и в веществе, т. е. показатель преломления  $n = \sqrt{\epsilon\mu}$  (закон Максвелла, см. Введение). Таким путем многие важные черты распространения света через вещество становятся ясными, когда нам удастся дать характеристику этого вещества с точки зрения его диэлектрических и магнитных свойств. При этом следует заметить, что для большинства тел, в том числе для всех диэлектриков, магнитная проницаемость  $\mu$  практически не отличается от единицы. Кроме того, для полей очень высокой частоты, с которыми приходится иметь дело в оптике,  $\mu$  можно считать равным единице для всех веществ, даже ферромагнитных. Таким образом, соотношение Максвелла мы будем в дальнейшем писать так:  $n = \sqrt{\epsilon}$ .

Формальной характеристике среды ( $\epsilon$  и  $\mu$ ) мы можем дать молекулярно-электронное истолкование. Оно сводится к исследованию электрической и магнитной поляризации вещества под действием электрического и магнитного полей, т. е. к исследованию смещения электрических зарядов (главным образом электронов) и ориентировки диполей (электрических и магнитных) под действием электромагнитных полей. Такая электронная трактовка феноменологических величин  $\epsilon$  и  $\mu$  позволяет не только использовать в электронной теории все ценные результаты теорий Максвелла, но и пойти значительно дальше. В частности, становится понятным влияние частоты переменного электромагнитного поля на величину диэлектрической постоянной  $\epsilon$ . Пока частота переменного поля невелика (мала по сравнению с частотой процессов, характеризующих атом или молекулу), до тех пор практически  $\epsilon$  постоянно и равно значению для постоянного электрического поля. При дальнейшем увеличении частоты проявляется зависимость  $\epsilon$  от частоты («динамическая диэлектрическая постоянная» в противоположность «статической», фигурирующей в теории Максвелла). Так как  $n = \sqrt{\epsilon}$ , то этой зависимостью  $\epsilon$  от частоты объясняется *дисперсия* электромагнитных световых волн, т. е. зависимость  $n$  от частоты, которая составляла существенное затруднение для теории Максвелла в ее первоначальном виде.



Итак, путь теоретического рассмотрения интересующих нас вопросов состоит в следующем. Мы составляем уравнения Максвелла для каждого конкретного случая, принимая в расчет, кроме общих соотношений, граничные условия, характеризующие особенности рассматриваемой задачи. Полученные на этом основании равенства или уравнения дают возможность отыскать количественные соотношения, составляющие содержание законов, управляющих явлениями.

### § 128. Отражение и преломление на границе двух диэлектриков (формулы Френеля)

Рассмотрим указанным методом вопрос о прохождении света через плоскую границу двух диэлектриков с диэлектрическими постоянными  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$ . Свет падает на границу раздела двух сред под углом  $\varphi$  в виде плоской электромагнитной волны. В общем случае свет естественный, т. е. ориентировка креста электрического и магнитного векторов меняется с течением времени.

Однако для любого момента можно разложить каждый из этих векторов на две слагающие, направленные в плоскости падения и перпендикулярно к ней. Если мы будем знать, как изменяется каждая из этих компонент, то мы решим и исходную задачу. Поэтому мы можем свести рассмотрение этой общей задачи к рассмотрению двух частных случаев: 1) электрический вектор лежит в плоскости падения (а магнитный перпендикулярен к ней) и 2) электрический вектор перпендикулярен к плоскости падения (а магнитный лежит в ней). Введем следующие обозначения. Амплитуду электрического вектора падающей волны обозначим через  $E$ , отраженной — через  $R$ , проходящей — через  $D$ . Компоненты, параллельные плоскости падения — индексом  $p$ , а перпендикулярные к плоскости падения — индексом  $s$ . Рис. 266 изображает расположение падающего, отраженного и преломленного лучей;  $p$ -составляющие электрических векторов изображены значком  $\rightarrow$ , показывающим положительное направление вектора в сторону стрелки, а  $s$ -составляющие — значком  $\oplus$ , показывающим положительное направление вектора от наблюдателя (за чертеж). Слагающие магнитных векторов не изображены. Направление их нетрудно найти по правилу правого винта, зная направления распространения каждой из волн.

**Замечание.** Выбранные в качестве положительных направления наших векторов, конечно, условны (так же как во всякой

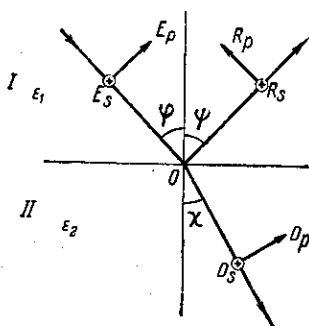


Рис. 266. Схема расположения векторов  $E, R, D$  соответственно падающего, отраженного и преломленного лучей.

геометрической задаче). Но поскольку мы будем придерживаться их на всем протяжении нашего рассмотрения, то найденные таким путем соотношения будут иметь общий смысл. Наш *выбор* положительных направлений означает, в частности, что компоненты  $E_s$ ,  $R_s$ ,  $D_s$  совпадают по фазе, если они имеют одинаковые знаки, и противоположны по фазе, если знаки их различны. То же относится и к компонентам  $E_p$  и  $D_p$ . Но  $E_p$  и  $R_p$  совпадают по фазе в том случае, если знаки их различны, и противоположны по фазе, если знаки их одинаковы.

Количественные соотношения между векторами электрической и магнитной напряженностей  $E$  и  $H$  получатся из уравнений Максвелла для плоской волны [см. (3.8)]:

$$|H| = \sqrt{\varepsilon} |E|, \text{ ибо } \mu = 1.$$

Условия на границе двух диэлектриков таковы, что тангенциальные составляющие электрической и магнитной напряженностей равны между собой, а нормальные составляющие относятся обратно пропорционально соответствующим значениям  $\varepsilon$  (или  $\mu$  \*), т. е.

$$E_{T_1} = E_{T_2}, H_{T_1} = H_{T_2}, \varepsilon_1 E_{N_1} = \varepsilon_2 E_{N_2}, H_{N_1} = H_{N_2} \text{ (так как } \mu_1 = \mu_2 = 1).$$

При использовании этих соотношений следует иметь в виду, что падающая волна частично отражается обратно в первую среду, частично преломляется во вторую. Таким образом, электрическое (и магнитное) поле в первой среде складывается из поля падающей и отраженной волн, а во второй — образуется преломленной волной. Равенства эти совместно с условием  $|H| = \sqrt{\varepsilon} |E|$  не являются независимыми между собой. Число их оказывается достаточным для того, чтобы однозначно определить соотношение между углами и амплитудами падающей, отраженной и преломленной волн. Соотношения между углами приводят к известным законам

$$|\varphi| = |\psi|, \quad \frac{\sin \varphi}{\sin \chi} = \frac{\sqrt{\varepsilon_2}}{\sqrt{\varepsilon_1}} = \frac{n_2}{n_1} = n,$$

где  $\varphi$  — угол падения,  $\psi$  — угол отражения и  $\chi$  — угол преломления. Соотношения же между амплитудами представляют ответ на поставленный вопрос о соотношении фаз и амплитуд или интенсивностей падающего, преломленного и отраженного лучей (см. упражнение 171). Мы напомним эти соотношения отдельно для обоих частных случаев, намеченных выше.

\* См., например, С. Г. К а л а ш н и к о в, Общий курс физики, т. II, Электричество, § 49 и 120.

Замечание. При рассмотрении вопроса мы считаем, что у грани раздела сходятся *три* волны: падающая, преломленная и отраженная. Это предположение справедливо лишь при условии, что обе среды безгранично тянутся по обе стороны границы раздела, в противном случае нужно учитывать еще волны, пришедшие после отражения от этих «внешних» границ. С такого рода волнами всегда надо считаться при отражении от ограниченных тел, например пластинок. Учет их может существенно изменить результаты. Не приняв этого во внимание, мы можем получить ряд парадоксов.

Случай I. Падающая волна поляризована так, что электрический вектор лежит в плоскости падения ( $p$ -компоненты). Расчет по указанной выше схеме дает для амплитуды электрического вектора

$$R_p = E_p \frac{\operatorname{tg}(\varphi - \chi)}{\operatorname{tg}(\varphi + \chi)}, \quad (128.1)$$

$$D_p = E_p \frac{2 \sin \chi \cos \varphi}{\sin(\varphi + \chi) \cos(\varphi - \chi)}. \quad (128.2)$$

Случай II. Падающая волна поляризована так, что электрический вектор перпендикулярен к плоскости падения ( $s$ -компоненты). Для амплитуды электрического вектора получим:

$$R_s = -E_s \frac{\sin(\varphi - \chi)}{\sin(\varphi + \chi)}, \quad (128.3)$$

$$D_s = E_s \frac{2 \sin \chi \cos \varphi}{\sin(\varphi + \chi)}. \quad (128.4)$$

Нетрудно получить аналогичные соотношения для магнитных векторов.

Имея формулы для двух указанных случаев, без труда получим результаты, когда падающий свет поляризован в любом азимуте по отношению к плоскости падения или когда падающий свет естественный.

Формулы (128.1)—(128.4) в соответствии с замечанием на стр. 401 позволяют установить соотношение в фазах между падающей, преломленной и отраженной волнами.

Из формул (128.2) и (128.4) следует, что при любом значении углов  $\chi$  и  $\varphi$  знаки  $D_p$  и  $E_p$  и знаки  $D_s$  и  $E_s$  совпадают между собой. Это означает, что на поверхности раздела и фазы их совпадают, т. е. преломленная волна во всех случаях сохраняет без изменения фазу падающей. Для компонент *отраженной* волны ( $R_s$  и  $R_p$ ) дело обстоит сложнее. Как показывают формулы (128.1) и (128.3), в зависимости от угла падения и значения показателя преломления граничащих сред будут иметь место различные соотношения, сведенные в таблицу (см. стр. 404).

	$\varphi + \chi < \frac{\pi}{2}$ , т. е. угол падения меньше угла Брюстера	$\varphi + \chi > \frac{\pi}{2}$ , т. е. угол падения больше угла Брюстера
$\varphi > \chi$ , т. е. $\epsilon_2 > \epsilon_1$ или $n > 1$	$R_s$ и $E_s$ противоположны по фазе (противо- положны по знаку) $R_p$ и $E_p$ противоположны по фазе (совпа- дают по знаку)	$R_s$ и $E_s$ противоположны по фазе (противо- положны по знаку) $R_p$ и $E_p$ совпадают по фазе (противоположны по знаку)
$\varphi < \chi$ , т. е. $\epsilon_2 < \epsilon_1$ или $n < 1$	$R_s$ и $E_s$ совпадают по фа- зе (совпадают по знаку) $R_p$ и $E_p$ совпадают по фазе (противоположны по знаку)	$R_s$ и $E_s$ совпадают по фазе (совпадают по знаку) $R_p$ и $E_p$ противоположны по фазе (совпа- дают по знаку)

Таким образом, при угле падения, меньшем угла Брюстера, фаза обеих компонент ( $s$  и  $p$ ) электрического вектора отраженной волны противоположна фазе падающей для случая, когда  $\epsilon_2 > \epsilon_1$ , и совпадает с фазой падающей волны при  $\epsilon_2 < \epsilon_1$ . В частности, это имеет место и при нормальном падении. Это явление потери полуволны при отражении многократно упоминалось нами при изучении различных случаев интерференции (см. отд. I). В приведенных формулах мы имеем полный разбор всех возможных случаев для электрического вектора. Аналогично может быть разобрано поведение магнитного вектора.

Полученные соотношения между амплитудами падающей, отраженной и преломленной волн известны под названием *формулы Френеля*.

При опытной проверке формул Френеля, равно как и вообще в огромном большинстве экспериментальных исследований, мы имеем дело не с амплитудой световой волны, а с *интенсивностью* света, пропорциональной квадрату амплитуды. Так как нас интересует *относительное* значение интенсивностей, то можно фактор пропорциональности положить равным единице. Тогда получим:

$$\text{интенсивность падающего света } I_e = E_s^2 + E_p^2,$$

$$\text{интенсивность отраженного света } I_r = R_s^2 + R_p^2,$$

$$\text{интенсивность преломленного света } I_d = D_s^2 + D_p^2.$$

Если падающий свет естественный, то

$$\overline{E_s^2} = \overline{E_p^2},$$

т. е. средние значения обеих слагающих равны. Так как  $I_e = \overline{E_s^2} + \overline{E_p^2}$ , то  $\overline{E_s^2} = \overline{E_p^2} = \frac{1}{2} I_e$ . Следовательно,

$$I_r = \frac{1}{2} I_e \left\{ \frac{\sin^2(\varphi - \chi)}{\sin^2(\varphi + \chi)} + \frac{\operatorname{tg}^2(\varphi - \chi)}{\operatorname{tg}^2(\varphi + \chi)} \right\}. \quad (128.5)$$

Эта формула служит для расчета интенсивности отраженного света в функции угла падения  $\varphi$ . Она изображена на рис. 267 в виде кривой *II*. На том же чертеже изображены значения интенсивности отраженного света для *s*-компоненты (кривая *I*) и *p*-компоненты (кривая *III*) отдельно. Показатель преломления принят равным 1,52, в соответствии с чем угол Брюстера равен  $56^\circ 40'$ .

Соотношения, изображенные на указанных кривых (или в соответствующих формулах), подвергались многократно опытной проверке и хорошо подтверждены опытом. Опытная проверка этих соотношений может быть выполнена на любой установке, дающей возможность исследования интенсивности света, направленного под разными углами (фотометр, соединенный с гониометром). При этом обычно исследуются отдельно *s*- и *p*-компоненты, так что либо применяется поляризационный фотометр, либо прибор снабжается дополнительно поляризационной призмой.

Для случая нормального падения ( $\varphi = \chi = 0$ ) формулы (128.1) — (128.4) принимают неопределенный вид. Преобразуя эти формулы для раскрытия неопределенности, найдем (см. упражнение 173):

$$R_s = -E_s \frac{n-1}{n+1}, \quad R_p = E_p \frac{n-1}{n+1}. \quad (128.6)$$

$$D_s = \frac{2}{n+1} E_s, \quad D_p = \frac{2}{n+1} E_p, \quad (128.7)$$

где  $n$  — показатель преломления. При нормальном падении, конечно, должны иметь место равенства абсолютных величин:  $R_s = R_p$ ,  $E_s =$

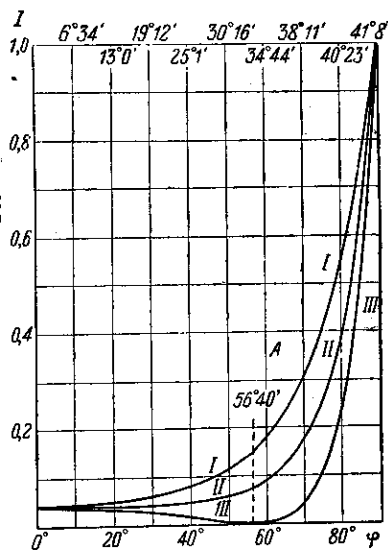


Рис. 267. Диаграмма интенсивности отраженного света в функции угла падения  $\varphi$ . *I* — для поляризованного света (*s*-компонента); *II* — для естественного света; *III* — для поляризованного света (*p*-компонента).

$= E_p, D_s = D_p$ , ибо различия между направлением параллельным и перпендикулярным к плоскости падения в этом случае не существует, поскольку положение плоскости падения становится неопределенным. Знаки при амплитудах по-прежнему выражают соотношение фаз. Для рассмотренного случая нормального падения отношение интенсивностей отраженного и падающего света, т. е. коэффициент отражения  $\rho^2 = \frac{I_r}{I_e}$ , равно

$$\rho^2 = \frac{I_r}{I_e} = \frac{R_s^2 + R_p^2}{E_s^2 + E_p^2} = \frac{(n-1)^2}{(n+1)^2}. \quad (128.8)$$

Для  $n = 1,5$  (воздух — стекло)

$$\rho^2 = \frac{1}{25} = 4\%.$$

Таким образом, многократное отражение от поверхности, даже при падении, близком к нормальному, может заметно ослабить интенсивность света, с чем приходится считаться при построении сложных оптических систем. Одним из способов борьбы с этими потерями является склеивание отдельных поверхностей канадским бальзамом; относительный показатель преломления границы канадский бальзам — стекло близок к единице, так что отражения на плоскости склейки практически не наблюдается.

За последние 15 лет был разработан метод, позволяющий чрезвычайно сильно уменьшать отражение света на свободной поверхности стекла (просветление оптики). Путем химической обработки или осаждением постороннего вещества на стекле образуют поверхностный слой, показатель преломления и толщину которого стремятся подобрать так, чтобы лучи, отраженные от верхней и нижней границ этого слоя, благодаря интерференции взаимно погасались (см. упражнение 179). При хорошем подборе констант слоя удается весьма значительно ослабить отражение. Это крайне важно при конструировании приборов, состоящих из многих оптических частей, т. е. обладающих большим числом отражающих поверхностей. Так, в некоторых приборах, например в перископах, подобная обработка ведет к увеличению пропускания в несколько раз.

### § 129. Замечания по поводу формул Френеля

Формулы Френеля были выведены в свое время Френелем при рассмотрении прохождения упругой волны через границу двух сред. Однако, как мы уже упоминали, строгое решение задачи об отражении света в рамках теории упругой среды встречает непреодолимые трудности. Действительно, с точки зрения теории упругости на поверхности раздела двух сред должны быть выполнены *шесть* граничных условий: три, соответствующих равенству смещений, и

трн, выражающих равенство напряжений. С их помощью определяется шесть отношений амплитуд отраженных и преломленных волн (по две, соответствующие поперечным волнам двух взаимно перпендикулярных направлений поляризации, и по одной продольной волне). Однако опыты Френеля и Араго по интерференции поляризованных волн показали, что световые волны строго поперечны и, следовательно, продольные световые волны возникать не могут.

Таким образом, невозможно удовлетворительно объяснить оптические явления, рассматривая светоносный эфир как упругое тело обычного типа, сопротивляющееся сжатию и сдвигу. Для устранения продольной волны нужно было ввести дополнительные требования, не вытекающие из граничных условий. Добавочная гипотеза Френеля состояла в следующем. Скорость поперечной волны в упругой среде определяется, как известно, двумя параметрами: упругостью (модуль сдвига  $N$ ) и плотностью ( $\rho$ ). При переходе из одной среды в другую могут, вообще говоря, меняться обе эти величины. Френель *принял*, однако, что упругость остается неизменной и что различные оптические среды характеризуются лишь различием плотности. В связи с этим стоит и второе допущение, что направленные колебания в упругой поляризованной волне перпендикулярно к плоскости поляризации, т. е., например, при поляризации отраженном направлении колебания перпендикулярно к плоскости падения. Допущения Френеля позволяют устранить неопределенность проблемы и однозначно решить задачу о соотношении между амплитудами падающей, отраженной и преломленной волн, но сами эти гипотезы являются дополнительными и не следуют из требуемых механикой граничных условий. То обстоятельство, что Френелю удалось получить формулы, согласующиеся с опытом, отнюдь не говорит в пользу его исходной гипотезы, ибо, как оказывается, к тем же формулам можно прийти, исходя и из других предположений.

Гипотеза Френеля об изменении плотности эфира как о причине, определяющей различие скорости света в разных средах, приводила к известным затруднениям при попытке истолкования двойного лучепреломления. Чтобы объяснить это явление, приходилось в кристаллах допустить наличие двух различных плотностей эфира в зависимости от направления поляризации волны. Франц Нейман (1835 г.) показал, что можно избежать затруднения, допустив, что эфир в кристаллах, имея одинаковую плотность, обладает различной *упругостью* по разным направлениям. В соответствии с этой картиной он высказал и общее предположение, что в различных средах плотность эфира остается неизменной, а меняется соответствующим образом его упругость. На основе этого допущения Нейман пришел к тем же самым формулам отражения и преломления, что и Френель, с тем лишь различием, что формулы, выведенные Френелем для случая, когда колебания перпендикулярны к плоскости падения, по Нейману относятся к случаю колебаний, лежащих в пло-

скости падения, и наоборот. Другими словами, в системе Ф. Неймана направление колебаний принимается лежащим в плоскости поляризации, а не перпендикулярным к нему, как это имело место у Френеля.

В течение ряда лет это расхождение не могло быть подвергнуто опытной проверке, и даже распространилось мнение, что в рамках упругой теории нет возможности выбора между допущениями Френеля и Ф. Неймана. Однако это не так. Полный анализ вопроса, произведенный впоследствии Стоксом и Рэлеем, — причем вычисления Рэля производились в предположении изменяемости и  $N$  и  $\rho$ , — показал, что выводы теории могут быть подвергнуты опытной проверке. Рэлей установил, что допущение об изменяемости обоих параметров ( $N$  и  $\rho$ ), равно как и предположение об изменяемости одной упругости ( $N$ ), противоречат экспериментальным данным, относящимся к рассеянию света частицами, мало отличающимися по показателю преломления от окружающей среды. Стокс нашел, что к такому же выводу приводят наблюдения над дифракцией плоско-поляризованного света на решетке под большими углами. «Не приемлема, — говорит Рэлей в своей волновой теории света, — ни одна форма упругой теории, за исключением той, в которой колебания предполагаются перпендикулярными к плоскости поляризации, и различие между средами сводится только к различию в плотности». Таким образом, и в этом сложном вопросе Френель интуитивно правильно угадал сущность дела, хотя его аргументация и не является достаточно убедительной.

Весь вопрос перешел в иную плоскость после создания электромагнитной теории света. На базе этой теории вывод формул Френеля делается совершенно однозначно с помощью граничных условий, число которых сводится к четырем независимым вместо шести, и не требует никаких добавочных допущений; вопрос о направлении колебаний также получает однозначное решение: как мы видели, прямой опыт Винера позволил установить, что в плоскости падения при отражении под углом Брюстера лежит магнитный вектор, а перпендикулярно к ней — электрический вектор электромагнитной волны.

### § 130. Поляризация света при прохождении через границу двух диэлектриков. Закон Брюстера

Так как формулы Френеля дают возможность определить амплитуду каждой из компонент,  $s$  и  $p$ , в отраженном и проходящем свете, то они содержат полное решение задачи о степени поляризации отраженного и преломленного света. В них заключаются все законы, уже известные нам из опыта и описанные в гл. XV. Таким образом, теория Френеля объясняет великое открытие Малюса.

Если свет естественный, то  $\vec{E}_s = \vec{E}_p$ , т. е. за промежуток времени, короткий по сравнению с временем наблюдения, но длинный



по отношению к продолжительности внутриатомных процессов, слагающие амплитуды в плоскости падения и перпендикулярные к ней в среднем равны между собой.

Для отраженного света, однако,  $\bar{R}_s \neq \bar{R}_p$ , ибо

$$\bar{R}_s = -\bar{E}_s \frac{\sin(\varphi - \chi)}{\sin(\varphi + \chi)} \quad \text{и} \quad \bar{R}_p = \bar{E}_p \frac{\operatorname{tg}(\varphi - \chi)}{\operatorname{tg}(\varphi + \chi)}, \quad (130.1)$$

как показывают (128.1) и (128.3).

Поэтому отраженный свет оказывается более или менее поляризованным. Так как  $|R_s| \gg |R_p|$ , то преимущественная поляризация — всегда в плоскости падения (электрический вектор, перпендикулярный к плоскости падения, имеет большую амплитуду). За меру степени поляризации естественно принять отношение  $\Delta = \frac{I_s - I_p}{I_s + I_p} \cdot 100\%$ ,

где  $I_s$  и  $I_p$  — интенсивности, соответствующие компонентам  $s$  и  $p$ . Множитель 100 введен для того, чтобы выразить  $\Delta$  в процентах. Таким образом, степень поляризации равна нулю, т. е. свет естественный, если  $I_s = I_p$ ; поляризация достигает 100%, если одна из компонент обращается в нуль, т. е. свет оказывается полностью поляризованным. При выбранных обозначениях  $\Delta = +100\%$  означает полную поляризацию при направлении колебания электрического вектора вдоль  $s$  ( $I_p = 0$ );  $\Delta = -100\%$  означает полную поляризацию с колебаниями электрического вектора вдоль  $p$  ( $I_s = 0$ ). При условии  $\varphi + \chi = \frac{\pi}{2}$  из формул (128.1) и (128.3) имеем  $R_p = 0$  ( $I_p = 0$ ),  $R_s \neq 0$  ( $I_s \neq 0$ ), т. е.  $\Delta = +100\%$  — полная поляризация с колебанием вдоль  $s$ , т. е. перпендикулярно к плоскости падения (закон Брюстера). Для проходящего света [формулы (128.2) и (128.4)] знаменатель ни при каком значении  $\varphi$  не обращается в бесконечность, т. е. полная поляризация проходящего света невозможна. Однако всегда  $|\bar{D}_p| > |\bar{D}_s|$ , т. е.  $I_p > I_s$  и  $\Delta < 0$ . Это означает, что всегда имеет место частичная поляризация, и притом так, что преимущественное направление колебаний совпадает с  $p$  (с плоскостью падения).

При угле Брюстера имеем, как легко убедиться (см. упражнение 174),

$$\frac{\bar{D}_s}{\bar{D}_p} = \frac{2n}{1+n^2}, \quad \frac{I_s}{I_p} = \frac{\bar{D}_s^2}{\bar{D}_p^2} = \frac{4n^2}{(1+n^2)^2},$$

$$\Delta = \frac{4n^2 - (1+n^2)^2}{4n^2 + (1+n^2)^2}. \quad (130.2)$$

При  $n = 1,5$  (воздух — стекло) имеем приблизительно  $\Delta = -8\%$ , т. е. проходящий свет частично (на 8%) поляризован. Если свет проходит внутрь плоско-параллельной пластинки, то на второй поверхности вновь происходит преломление под тем же углом Брюстера и степень поляризации прошедшего через пластинку света

увеличивается еще приблизительно на 8%. Если сложено последовательно несколько пластинок (*стопа*), то поляризация проходящего света будет быстро возрастать при увеличении числа пластинок в стопе и может быть вычислена при помощи формул Френеля (см. упражнение 176).

Из формул Френеля следует (см. таблицу на стр. 404), что компоненты  $R_p$  и  $R_s$  совпадают по фазе, пока угол падения меньше угла Брюстера ( $\varphi + \chi < \frac{\pi}{2}$ ), и становятся противоположными по фазе, когда  $\varphi + \chi > \frac{\pi}{2}$ . При угле Брюстера должно иметь место изменение фазы  $R_p$  скачком на  $180^\circ$  (рис. 268). Кроме того, при падении под углом Брюстера отраженный свет должен иметь колебания, перпендикулярные к плоскости падения (ибо  $R_p = 0$ ). Однако наблюдения показали, что сказанное выполняется не вполне строго.

Закон Брюстера выполняется неточно, а при отражении поляризованного света под углом, близким к углу Брюстера, наблюдается

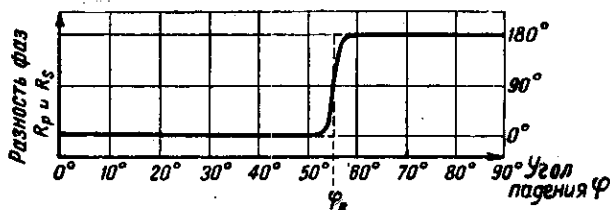


Рис. 268. Отступления от формул Френеля вблизи угла Брюстера.

не плоско-поляризованный, а *эллиптически* поляризованный свет. Это значит, что между компонентами  $R_p$  и  $R_s$  имеется разность фаз, отличная от  $0^\circ$  и  $180^\circ$ , т. е. что изменение фазы  $R_p$  при прохождении через угол Брюстера происходит не скачком, а постепенно, хотя и очень быстро. На рис. 268 скачкообразное изменение фазы указано пунктиром; жирная линия дает фактически наблюдаемое изменение. Указанные результаты могут быть объяснены допущением переходного слоя на поверхности, где  $\epsilon_1$  переходит в  $\epsilon_2$  быстрым, но непрерывным изменением, а не скачком. Измерения эллиптичности позволяют даже оценить толщину этого переходного слоя, который составляет несколько сотых длины волны. Соответствующая обработка поверхности может уменьшить эффект, но не устраняет его полностью.

Точно так же, когда  $n = 1$ , т. е.  $\epsilon_1 = \epsilon_2$  (для какой-нибудь длины волны), отражение не равно строго нулю, хотя и в этом случае очистка поверхности улучшает дело. Очевидно, и здесь играет роль

поверхностный слой. Впрочем, это объяснение, предложенное в свое время Друде, позднее было подвергнуто сомнению. Явление, по-видимому, сложнее, и полного объяснения его мы не имеем и в настоящее время.

Физический смысл закона Брюстера. При выводе формул Френеля и их интерпретации мы, по существу, пользовались формальными рассуждениями, не прибегая к представлениям о вторичных волнах, возбуждаемых в веществе. Привлекая эти рассуждения, мы могли бы внести большую физическую ясность в наши формулы. Покажем это на примере истолкования физического смысла закона Брюстера.

Падающая волна возбуждает в среде II (рис. 269) колебания электронов, которые становятся источником вторичных волн; эти волны и дают отраженный свет. Направление колебаний совпадает с направлением электрического вектора световой волны\*), т. е. для среды II направлено перпендикулярно к  $OC$ . Мы можем представить себе это колебание как сумму двух колебаний, одно из которых лежит в плоскости  $AOC$  ( $\alpha$ ) и другое — к ней перпендикулярно ( $\beta$ ). Другими словами, мы изображаем колебание электронов в молекуле как суперпозицию колебаний двух элементарных излучателей, оси которых направлены соответственно по  $\alpha$  и  $\beta$ . Излучение каждого из них может быть представлено диаграммой, подобной изображенной на рис. 265 и ориентированной в соответствии с направлениями  $\alpha$  и  $\beta$ .

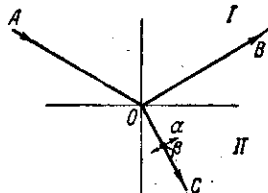


Рис. 269. К уяснению физического смысла закона Брюстера.

Представим себе теперь, что свет падает под углом Брюстера, т. е.  $OB \perp OC$ . Следовательно,  $OB \parallel \alpha$ . Согласно нашей диаграмме это означает, что излучатель типа  $\alpha$  вдоль  $OB$  не излучает. Таким образом, по направлению  $OB$  идет свет, посылаемый излучателями типа  $\beta$ , направление колебаний которых перпендикулярно к  $OB$ , т. е. перпендикулярно к плоскости чертежа. Другими словами, отраженный свет вполне поляризован, и электрическое колебание в нем лежит перпендикулярно к плоскости падения (закон Брюстера).

Если угол падения отличается от угла Брюстера, то вдоль  $OB$  может распространяться волна, колебания которой наряду с компонентой  $\beta$  содержат и компоненту  $\alpha$ , в тем большей степени, чем больше угол между направлением  $\alpha$  и направлением отраженной волны. Таким образом, отраженный свет будет частично поляризован, и доля поляризации возрастает по мере приближения к углу Брюстера.

\*) То есть мы считаем молекулы изотропными (см. примечание на стр. 398).

Как мы видели, опыт показывает, что закон Брюстера не соблюдается вполне строго. Может быть, одна из причин отступлений лежит в том, что мы считали молекулы изотропными, а это далеко не всегда имеет место. Впрочем, причины отступления от закона Брюстера до сих пор не выяснены.

## ГЛАВА XXIII

## ПОЛНОЕ ВНУТРЕННЕЕ ОТРАЖЕНИЕ \*)

## § 131. Явление полного внутреннего отражения

Закон преломления, найденный на опыте и вытекающий из теории, гласит, что  $\sin \chi = \frac{\sin \varphi}{n}$ . Легко видеть, что если  $n < 1$ , то возможно такое значение угла падения  $\varphi$ , при котором  $\sin \chi > 1$ , что не имеет смысла, ибо подобная формула не определяет никакого реального угла преломления. Подобный случай имеет место для всех значений угла  $\varphi$ , удовлетворяющих условию  $\sin \varphi > n$ , что возможно, когда  $n < 1$ , т. е. когда свет идет из более преломляющей среды в среду менее преломляющую (например, из стекла в воздух). Угол  $\varphi$ , соответствующий условию,  $\sin \varphi = n$ , принято называть *критическим* или *предельным*. Как известно, при этих условиях мы не наблюдаем преломленной волны, а весь свет полностью отражается обратно в первую среду, в соответствии с чем явление носит название *полного внутреннего отражения*.

Поскольку при этом условии угол  $\chi$  не имеет смысла, мы не можем интерпретировать для данного случая и формул Френеля в приведенном выше виде, ибо в них непосредственно входит угол  $\chi$ . Мы можем, однако, преобразовать эти формулы, введя в них  $n$ . Раскрывая выражения

$$\sin(\varphi + \chi), \sin(\varphi - \chi) \text{ и т. д.,}$$

заменяем  $\sin \chi$  на  $\frac{\sin \varphi}{n}$  и  $\cos \chi$  на  $\pm \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \varphi}{n^2}}$ . Для рассматриваемого случая величина  $\frac{\sin \varphi}{n} > 1$ , а значит, и  $\frac{\sin^2 \varphi}{n^2} > 1$ , т. е.  $\cos \chi$  получает мнимое значение:

$$\cos \chi = \pm i \sqrt{\frac{\sin^2 \varphi}{n^2} - 1}, \quad (131.1)$$

Как показывает анализ, знаку  $+$  соответствует бесконечное возрастание амплитуды по мере удаления от отражающей поверхности

\*) Изложение в настоящей главе проводится без доказательств большинства положений, ибо относящийся сюда материал выходит за рамки общего курса. Цель изложения — дать лишь общее представление о рассматриваемых вопросах.

во вторую среду, что физически невозможно; поэтому в дальнейшем сохраним

$$\cos \chi = -i \sqrt{\frac{\sin^2 \varphi}{n^2} - 1}. \quad (131.2)$$

Выполняя соответственные вычисления, мы получим  $R$  и  $D$  выраженными через  $E$ ,  $\varphi$  и  $n$ , но при этом полученные выражения будут не действительными, а мнимыми. Мнимое выражение для амплитуды имеет, однако, весьма простой смысл (ср. § 4). Действительно, изобразив монохроматическое колебание  $s = a \cos \omega t$  в комплексной форме  $s = ae^{i\omega t}$ , мы убедимся, что умножение на мнимую единицу означает лишь изменение фазы колебания на  $\frac{\pi}{2}$  (см. упражнение 180):

$$s^* = \pm is = \pm iae^{i\omega t} = ae^{\pm i \frac{\pi}{2}} e^{i\omega t} = ae^{i(\omega t \pm \frac{\pi}{2})}. \quad (131.3)$$

В соответствии с этим и в рассматриваемом случае появление мнимых выражений в амплитудах отраженной и преломленной волн означает, что эти волны не только отличаются от падающей волны по амплитуде, но и обнаруживают отличие фаз от фазы падающей волны. Рассмотрим отраженную и преломленную волны отдельно.

### § 132. Исследование отраженной волны. Эллиптическая поляризация

Исследование получающихся для отраженной волны соотношений приводит к следующим выводам.

а)  $E_s^2 = R_s^2$  и  $E_p^2 = R_p^2$  (см. упражнение 183), а следовательно,  $E_s^2 + E_p^2 = R_s^2 + R_p^2$ , т. е. интенсивность отраженного света равна

интенсивности падающего. Так как согласно закону отражения сечения падающего и отраженного пучков равны между собой, то найденное соотношение означает, что вся падающая энергия *сполна* отражается. Явление получило поэтому, как сказано выше, название *полного внутреннего отражения*. Оно легко наблюдается и демонстрируется многообразными способами. Примером

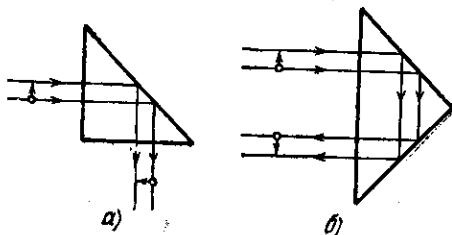


Рис. 270. Призмы полного внутреннего отражения: а — поворачивающая призма; б — оборотная призма.

может служить часто применяемая в многочисленных оптических установках призма полного внутреннего отражения (рис. 270, а), поворачивающая лучи под прямым углом, или оборотная призма (рис. 270, б), перевертывающая изображение.

Явлением полного внутреннего отражения объясняется эффектный демонстрационный опыт, изображенный на рис. 271. Свет падает

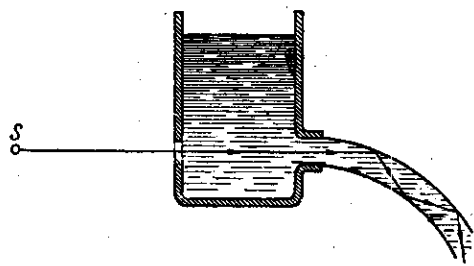


Рис. 271. Явление полного отражения в струе жидкости.

горизонтальным параллельным пучком на струю воды, свободно вытекающую из боковой стенки сосуда. Благодаря явлению полного внутреннего отражения свет не может выходить через боковую поверхность и следует вдоль струи, которая уподобляется, таким образом, изогнутому светопроводу. Фактически вследствие рассеяния на случайных пылинках и пузырьках часть света проходит через боковые стенки, благодаря чему струя видна в затемненной аудитории. Свечение струи становится очень заметным, если вместо воды вытекает флуоресцирующий раствор.

На явлении полного внутреннего отражения основано устройство прибора, позволяющего быстро и просто определять показатель преломления (рефрактометр Аббе — Пульфриха), общий вид и схема действия которого понятны из рис. 272. Полное внутреннее отражение происходит на границе стекла с известным и по возможности высоким показателем преломления и тонким слоем жидкости, наносимым на поверхность стекла. На шкале прибора, определяющей положение трубы по отношению к призме при визировании светлой границы (указывающей начало полного внутреннего отражения), обычно наносят непосредственно значения показателя преломления. Такой рефрактометр обеспечивает определение с точностью до  $0,1\%$ . Хорошие приборы снабжены светофильтрами (дисперсия) и термометром для внесения поправки на температуру. Для измерения достаточно одной капли жидкости.

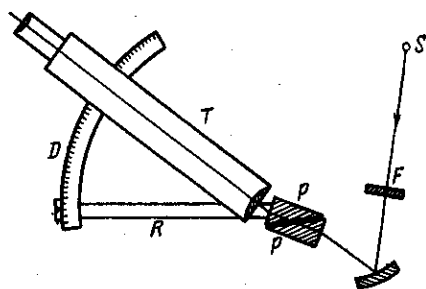


Рис. 272. Схема рефрактометра Аббе.  $PP$  — призмы из стекла с большим показателем преломления, между которыми помещают каплю исследуемой жидкости; пучок света от источника  $S$  проходит через светофильтр  $F$  и испытывает полное внутреннее отражение на границе капли — призмы; призма вместе с рычагом  $R$  поворачивается около трубы  $T$ ; положение трубы по отношению к призме отсчитывается по дуге  $D$ , проградуированной в значениях показателя преломления.

б) Компоненты  $R_s$  и  $R_p$  испытывают изменения фазы по отношению к  $E_s$  и  $E_p$ , обозначаемые соответственно  $\delta_s$  и  $\delta_p$ , причем  $\delta_s$

отлично от  $\delta_p$ , так что

$$\operatorname{tg} \frac{\delta_p - \delta_s}{2} = \frac{\cos \varphi \sqrt{\sin^2 \varphi - n^2}}{\sin^2 \varphi} \quad (132.1)$$

(см. упражнение 184).

Таким образом, в то время как в падающей волне  $E_s$  и  $E_p$  находятся в одной фазе, в отраженном свете обнаруживается между взаимно перпендикулярными компонентами  $R_s$  и  $R_p$  сдвиг фазы, зависящий от  $\varphi$  и  $n$ . Следовательно, явление полного внутреннего отражения может быть использовано для получения эллиптически поляризованного света, подобно прохождению света через кристаллическую пластинку. Само собой разумеется, что для получения эллиптической поляризации при полном внутреннем отражении надо, чтобы падающий пучок был плоско-поляризованным (см. § 100).

Из формулы (132.1) следует, что если  $\sin \varphi = n$ , т. е. если параллельный пучок испытывает полное внутреннее отражение точно при предельном угле, то

$$\operatorname{tg} \frac{\delta_p - \delta_s}{2} = 0,$$

т. е. сдвиг фаз равен нулю, и плоско-поляризованный свет остается плоско-поляризованным, не переходя в эллиптический.

Явление эллиптической поляризации при полном внутреннем отражении может быть осуществлено и исследовано обычными методами.

Рис. 273 дает схему подобного опыта:  $S$  — источник света,  $L$  — линза, обеспечивающая параллельность падающего пучка,  $N_1$  — поляризатор,  $P$  — призма полного внутреннего отражения,  $B$  — компенсатор Бабиня,  $N_2$  — анализатор. Плоскость поляризатора  $N_1$  должна, конечно, составлять некоторый угол с плоскостью падения на грань  $PP$ .

Для стекла ( $n = 1,5$ ) можно подобрать такие значения  $\varphi$ , чтобы сдвиг фазы был равен  $45^\circ$ , а именно, при  $\varphi = 48^\circ 37'$  или  $\varphi = 54^\circ 37'$  имеем:

$$\delta_p - \delta_s = 45^\circ.$$

Двукратное полное внутреннее отражение под указанным углом в стекле дает изменение фазы на  $\pi/2$ , т. е. действует как пластинка в четверть волны.

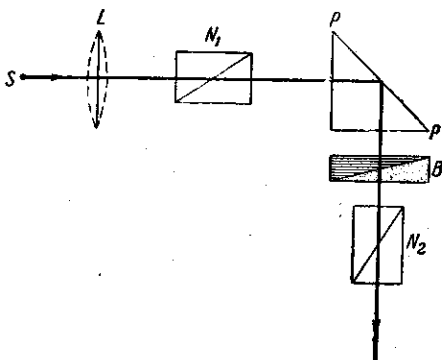


Рис. 273. Наблюдение эллиптической поляризации при явлении полного внутреннего отражения.

Френель изготовил параллелепипед из стекла подходящего показателя преломления, действующий указанным образом (рис. 274).

Если  $E_s = E_p$ , то при полном внутреннем отражении  $R_s = R_p$ , и так как  $\delta_p - \delta_s = \frac{\pi}{2}$ , то свет получится поляризованным по кругу. Легко видеть, что для этой цели надо на параллелепипед Френеля

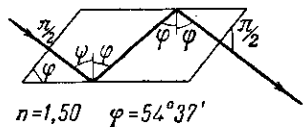


Рис. 274. Параллелепипед Френеля.

направить плоско-поляризованный свет так, чтобы плоскость поляризации составила угол  $45^\circ$  с плоскостью падения.

Пластинка в четверть волны, осуществленная в виде параллелепипеда Френеля, конечно, менее удобна в обращении, чем соответствующие кристаллические пластинки. Она может, однако, иметь преимущество в том отношении, что сообщаемая ею разность фаз меньше зависит от длины волны, чем для обычных пластинок в четверть волны из слюды. Для этого нужно только в качестве материала выбрать стекло с малой дисперсией (легкий крон), где  $n$  мало зависит от  $\lambda$ .

### § 133. Исследование преломленной волны

По отношению к преломленной волне дело обстоит значительно сложнее. Как мы видели, закон преломления показывает, что для данного случая не существует направления преломленной волны, и в соответствии с этим нельзя говорить и о преломленной волне в обычном смысле слова. Однако электрическое и магнитное поля волны не обрываются на границе раздела, а существуют и во второй среде.

Исследование этих полей показывает, что по мере углубления во вторую среду они быстро убывают по экспоненциальному закону, так что на глубине, сравнимой с длиной волны, амплитуды полей уменьшаются в несколько раз. Это ослабление происходит *не вследствие* поглощения света, ибо мы предполагаем обе среды вполне прозрачными, в соответствии с чем вся падающая энергия *полностью* отражается, возвращаясь во вторую среду.

Подробное теоретическое исследование этого вопроса, выполненное А. А. Эйхенвальдом на основе электромагнитной теории, дало ясную картину движения энергии при явлении внутреннего отражения.

Как показали эти исследования, движение энергии на границе двух сред происходит таким образом, что в среднем поток энергии, проникающий из первой среды во вторую, равен обратному потоку, причем места входа и выхода прямого и обратного потоков несколько смещены друг относительно друга (на расстояние порядка половины длины волны). В результате имеется движение энергии вдоль границы



с выходом обратно в первую среду\*). Во второй среде скольконибудь заметное поле захватывает лишь тонкий слой, сравнимый с длиной световой волны и зависящий от угла падения  $\varphi$  и показателя преломления  $n$ .

Процесс захода волны во вторую среду можно наблюдать и экспериментально. Так как толщина такого «освещенного» слоя тем больше, чем больше длина волны, то изучение его легче удается с длинными электромагнитными волнами. Так, Шеффер и Гросс, применяя электромагнитные волны с  $\lambda = 15$  см, наблюдали полное внутреннее отражение их при помощи парафиновой призмы. Они могли убедиться в существовании волнового поля и во второй среде (воздух), помещая воспринимающий прибор (детектор) достаточно близко к поверхности парафина. Квинке осуществил опыт со световыми волнами, основанный на описанном явлении, пользуясь следующим приемом. Так как световое поле во второй среде может достигать заметных размеров на расстояниях, меньших длины световой волны, то, делая прослойку этой второй среды (воздух) меньше  $\lambda$ , мы заставим световое поле проникнуть при значительных еще амплитудах во второй слой стекла, где оно будет распространяться дальше по обычным законам и может быть исследовано, как обычно.

Схема расположения опыта Квинке дана на рис. 275. Чем меньше зазор  $d$ , тем больше света проникает во вторую стеклянную пластинку  $MN$  и из нее выходит наружу. Меняя толщину  $d$ , можно варьировать количество проходящего через всю систему света, т. е. модулировать его интенсивность. На этом принципе построен один из световых модуляторов. Изменение толщины зазора  $d$  делается под действием звуковых волн (речь). Таким образом, модуляция силы света происходит в темпе этих звуковых волн. Воспринимая модулированный свет на фотозлемент, мы получаем переменный электрический ток, который может быть усилен и использован для воспроизведения звука (световой телефон).

Другой, более простой и интересный метод исследования волны во второй среде был предложен Л. И. Мандельштамом и Зелени. Явление наблюдается на границе между стеклом и жидкостью, в ко-

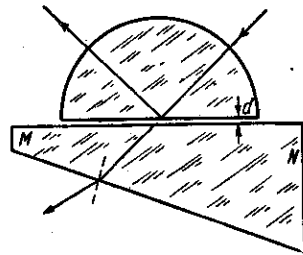


Рис. 275. Проникновение волны во вторую среду. Схема опыта Квинке.

\*) В данном случае фронт волны перпендикулярен к поверхности раздела двух сред, так что направление распространения волны параллельно этой поверхности. Вектор же Умова — Пойнтинга, вдоль которого движется энергия, искривляется, входя во вторую среду и вновь выходя из нее. Поэтому напряженности  $E$  и  $H$ , перпендикулярные к этому вектору, не всюду строго перпендикулярны к направлению распространения волны, т. е. волна во второй среде не строго поперечна (ср. сноску на стр. 40).

торой растворено некоторое количество флуоресцирующего вещества. Волна, заходящая во вторую среду, в тонком слое (меньше  $\lambda$ ) будет иметь еще значительную интенсивность и вызовет заметную флуоресценцию этого тонкого слоя. Наблюдение этого флуоресцирующего слоя и является методом исследования интересующего нас явления.

Схема расположения опыта ясна из рис. 276. Пучок параллельных лучей падает на границу раздела стекло — флуоресценци под углом, большим предельного, и испытывает полное внутреннее отражение. Весь отраженный свет концентрируется в направлении  $MC$ ,  $ND$ . Однако зеленоватый свет флуоресценции в слое жидкости, прилегающем к участку призмы  $MN$ , виден и по иным направлениям, доказывая этим, что тонкий слой жидкости флуоресцирует под действием зашедшей туда волны. Явление выступает еще отчетливее, если поместить два «скрещенных» фильтра  $F_1$  и  $F_2$ . Фильтры эти выбраны так, что через последовательность их свет от источника не проходит. Но свет, прошедший через  $F_1$ , способен вызвать флуоресценцию, которая обладает другим спектральным составом, чем возбуждавший ее свет (закон Стокса). Этот измененный свет пропускается вторым фильтром  $F_2$ . Таким образом, скрещенные фильтры задерживают полностью свет от источника, но свет флуоресценции, возбужденный волной, зашедшей во вторую среду, явственно виден.

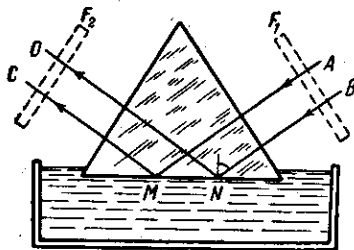


Рис. 276. Проникновение волны во вторую среду. Схема опыта Мандельштама — Зелени.

$F_1$ ,  $F_2$  — скрещенные светофильтры.

Схема расположения опыта ясна из рис. 276. Пучок параллельных лучей падает на границу раздела стекло — флуоресценци под углом, большим предельного, и испытывает полное внутреннее отражение. Весь отраженный свет концентрируется в направлении  $MC$ ,  $ND$ . Однако зеленоватый свет флуоресценции в слое жидкости, прилегающем к участку призмы  $MN$ , виден и по иным направлениям, доказывая этим, что тонкий слой жидкости флуоресцирует под действием зашедшей туда волны. Явление выступает еще отчетливее, если поместить два «скрещенных» фильтра  $F_1$  и  $F_2$ . Фильтры эти выбраны так, что через последовательность их свет от источника не проходит. Но свет, прошедший через  $F_1$ , способен вызвать флуоресценцию, которая обладает другим спектральным составом, чем возбуждавший ее свет (закон Стокса). Этот измененный свет пропускается вторым фильтром  $F_2$ . Таким образом, скрещенные фильтры задерживают полностью свет от источника, но свет флуоресценции, возбужденный волной, зашедшей во вторую среду, явственно виден.

Но свет, прошедший через  $F_1$ , способен вызвать флуоресценцию, которая обладает другим спектральным составом, чем возбуждавший ее свет (закон Стокса). Этот измененный свет пропускается вторым фильтром  $F_2$ . Таким образом, скрещенные фильтры задерживают полностью свет от источника, но свет флуоресценции, возбужденный волной, зашедшей во вторую среду, явственно виден.

## ГЛАВА XXIV

### ОСНОВЫ МЕТАЛЛООПТИКИ

#### § 134. Характеристика оптических свойств металла

Отражение света от металлической поверхности обусловлено процессами, подобными описанному в § 127. Особенности явления обусловлены наличием в металлах большого числа электронов, настолько слабо связанных с атомами металла, что для многих явлений эти электроны можно рассматривать как *свободные*. Вторичные волны, обусловленные вынужденными колебаниями этих электронов, ведут к образованию сильной отраженной волны, интенсивность которой может достигать 95% (и даже больше) падающей, и сравнительно слабой волны, идущей внутрь металла. Так как плотность свободных

электронов весьма значительна (порядка  $10^{22}$  в  $1 \text{ см}^3$ ), то даже очень тонкие слои металла отражают большую часть падающего на них света и являются, как правило, практически непрозрачными. Та часть световой энергии, которая проникает внутрь металла, испытывает в нем поглощение. Свободные электроны, приходя в колебание под действием световой волны, взаимодействуют с ионами металла, в результате чего энергия, заимствованная от электромагнитной волны, превращается в тепло.

Таким образом, электромагнитная волна быстро затухает внутри металла, и обычно лишь очень тонкие слои металла играют роль во всем описанном процессе.

Какая доля света не пропускается металлом вследствие отражения и какая задерживается в нем благодаря поглощению — это зависит от его проводимости. В идеальном проводнике, где потери на Джоулево тепло вообще отсутствуют, поглощение равно нулю, так что падающий свет полностью отражается. Очень чистые серебряные пленки, применяемые в интерферометрах Фабри — Перо, приближаются к этому идеалу. Удавалось изготовить пленки, у которых отражение достигало 98—99%, а поглощение составляло около 0,5%. Особенно высока отражающая способность (до 99,8%) такого хорошо проводящего металла, как натрий, поглощение в котором будет соответственно незначительно. В металлах, хуже проводящих, например в железе, отражение может составлять всего лишь 30—40%, так что непрозрачная пленка железа толщиной не более доли микрона поглощает около 60% падающего на нее света.

Таким образом, характерная особенность металла, состоящая в его высокой отражающей способности и проявляющаяся в наличии особого «металлического» блеска чистой (не покрытой окислами) поверхности металлов, связана с электропроводностью металла. Чем больше коэффициент электропроводности, тем, вообще говоря, выше отражающая способность металлов.

При сравнительно небольших частотах (инфракрасные лучи) оптические свойства металла обуславливаются главным образом поведением свободных электронов. Но при переходе к видимому и ультрафиолетовому свету начинают, вероятно, играть заметную роль связанные электроны, характеризующиеся собственной частотой, лежащей в области более коротких длин волн. Участие этих электронов обуславливает, так сказать, неметаллические оптические свойства металла. Так, например, серебро, которое в видимой области характеризуется очень большим коэффициентом отражения (свыше 95%) и заметным поглощением, т. е. типичными оптическими особенностями металла, в области ультрафиолета обладает резко выраженной областью плохого отражения и большой прозрачности; вблизи  $\lambda = 3160 \text{ \AA}$  отражающая способность серебра спускается до 4,2%, т. е. соответствует отражению от стекла. Приводим коэффициенты отражения серебра

(в процентах) для разных длин волн при нормальном падении:

$\lambda$ (в Å) . . . . .	2510	2880	3050	3160	3260	3380
$r$ (в %) . . . . .	34	21,2	9,1	4,2	14,6	55,5
$\lambda$ (в Å) . . . . .	3570	3850	4200	4500	5000	7000
$r$ (в %) . . . . .	74,4	81,4	86,6	90,5	91,3	96,0
						10 000
						97,5

В соответствии с этими данными серебро в тонких слоях представляется на просвет фиолетовым. Точно так же тонкие слои щелочных металлов, совершенно непрозрачные для видимого света, прозрачны для ультрафиолета (заметная прозрачность начинается у цезия при  $\lambda = 4400$  Å, у рубидия при  $\lambda = 3600$  Å, у калия при  $\lambda = 3150$  Å, у натрия при  $\lambda = 2100$  Å, у лития при  $\lambda = 2050$  Å). Вуду удалось даже обнаружить у этих металлов в ультрафиолетовой области угол Брюстера и вызывать при отражении от металла поляризацию естественного света.

Полная теория прохождения света через металлы и отражения от них должна учитывать указанные особенности. Это тем более трудно, что электронная теория металлов требует применения квантовой механики.

### § 135. Оптические постоянные металлов и их определение

При упрощенной трактовке вопроса, основанной на электромагнитной теории Максвелла, задача сводится к учету проводимости металла, т. е. формально к введению в уравнение Максвелла членов, зависящих от коэффициента электропроводности  $\sigma$ . Для световой волны, распространяющейся внутри металла, мы получаем в таком случае выражение, означающее, что амплитуда волны уменьшается по мере проникновения в глубину металла. Другими словами, наши формулы в согласии с данными опыта означают, что в металле происходит *поглощение* света. В слое малой толщины ( $dz$ ) поглощается определенная *часть* падающего света, пропорциональная толщине слоя, т. е.  $dI = -kI dz$ . В соответствии с этим интенсивность света убывает по мере проникновения в глубину металла по закону  $I = I_0 e^{-kz}$ , где  $k$  — коэффициент поглощения, показывающий, что на глубине  $z = \frac{1}{k}$  интенсивность света падает в  $e$  раз. Теоретические формулы принимают более простой вид, если ввести вместо коэффициента поглощения  $k$  величину  $\chi$ , связанную с  $k$  соотношением  $\chi = k \frac{\lambda}{4\pi}$ , где  $\lambda$  — длина волны света в веществе. Если показатель преломления нашего вещества есть  $n$ , то длина волны в вакууме  $\lambda_0 = n\lambda$ , так что  $k = \frac{4\pi}{\lambda_0} n\chi$ , т. е.  $I = I_0 e^{-\frac{4\pi}{\lambda_0} n\chi z}$ . Если  $(n\chi)$  равно единице, то в слое толщиной в одну длину волны ( $z = \lambda_0$ ) интенсивность света уменьшается в  $e^{4\pi}$ , т. е. приблизительно в 100 000 раз. Планк предложил считать поглощение «металлическим», если  $(n\chi) > 1$ . Действи-

тельно, для большинства металлов ( $n\kappa$ ) лежит между 1,5 и 5, если измерения относятся к видимой области спектра. При переходе в более длинноволновую область значения ( $n\kappa$ ) еще больше возрастают; так, для серебра при  $\lambda = 6 \mu$  ( $n\kappa$ ) достигает значения 40 и при увеличении  $\lambda$  растет еще более. Так как интенсивность пропорциональна *квадрату* амплитуды, то благодаря поглощению амплитуда изменяется по закону

$$A = A_0 e^{-\frac{k}{2}z} = A_0 e^{-\frac{2\pi}{\lambda_0} n\kappa z},$$

и следовательно, световая волна в металле имеет вид

$$S = A \cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda} \right) = A \cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{zn}{\lambda_0} \right) = A_0 e^{-\frac{2\pi}{\lambda_0} n\kappa z} \cdot e^{i2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{zn}{\lambda_0} \right)}$$

(причем использованы обозначения § 131). Простое преобразование дает

$$S = A_0 e^{i2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{zn'}{\lambda_0} \right)},$$

где

$$n' = n(1 - i\kappa). \quad (135.1)$$

Таким образом, волна в металле может быть изображена в обычном виде:

$$S = A_0 \cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{zn'}{\lambda_0} \right),$$

но вместо обычного показателя преломления  $n$  входит *комплексный* показатель преломления  $n' = n(1 - i\kappa)$ , причем мнимая часть его ( $n\kappa$ ) определяет собой поглощение волны. Два параметра  $n$  и  $\kappa$  являются константами, характеризующими оптические свойства металла. Вывода волновое уравнение из уравнений Максвелла для металла, мы получим соотношения между оптическими постоянными металла и его электрическими характеристиками  $\epsilon$  и  $\sigma$ :

$$n^2(1 - \kappa^2) = \epsilon, \quad n^2\kappa = \frac{\sigma}{\nu}, \quad (135.2)$$

где  $\nu$  — частота света,  $\epsilon$  — диэлектрическая постоянная, а  $\sigma$  — электропроводность. Для металлов измерение электропроводности  $\sigma$  выполняется просто лишь для постоянного поля или для полей не очень большой частоты. Непосредственные же измерения  $\epsilon$  вообще невозможны. Поэтому *вычисление* оптических постоянных  $n$  и  $\kappa$  для обычного или ультрафиолетового света (высокая частота) на основании этих формул не может быть выполнено. Однако оказывается возможным экспериментальное определение  $n$  и  $\kappa$ , и притом двумя способами. Первый способ принадлежит Кундту (1888 г.), который непосредственно промерил эти постоянные для некоторых металлов, готовя из них очень тонкие призмочки с малым преломляющим

углом, дающие возможность определить  $n$  и  $x$ . Второй, более совершенный и более общий способ был указан Друде (1889 г.). Он основан на наблюдении свойств света, отраженного от металлов. Как указано выше, оптические особенности металла по сравнению с диэлектриком учитываются тем, что вместо обычного показателя преломления  $n$  вводится комплексный показатель преломления  $n' = n(1 - ix)$ . В соответствии с этим в формулах Френеля для металла амплитуды отраженной (и преломленной) волны становятся комплексными, т. е. возникает разность фаз между компонентами отраженной (и преломленной) волны и падающей волны. Это различие в фазах не одинаково для  $p$ - и  $s$ -компонент. Поэтому между двумя взаимно перпендикулярными компонентами в отраженном (и преломленном) свете  $R_p$  и  $R_s$  возникает разность фаз, и, следовательно, если на поверхность металла падает плоско-поляризованный свет, то отраженный свет будет *эллиптически поляризованным*. Характер этой поляризации (эксцентриситет и положение эллипса) зависит от оптических свойств металла ( $n$  и  $x$ ). Теория Друде связывает эти величины с экспериментально находимыми данными эллиптической поляризации и позволяет таким образом определять оптические постоянные металла. В тех случаях, когда возможно было сопоставление результатов, полученных по методу Друде, с данными Кундта, получалось удовлетворительное согласие.

Для простого случая нормального падения на металл нетрудно вычислить как разность фаз между  $R$  и  $E$ , так и коэффициент отражения. Для этого в выражении  $\frac{R}{E} = \frac{n-1}{n+1}$  (128.6) надо заменить  $n$  на  $n' = n(1 - ix)$ , т. е.

$$\frac{R}{E} = \frac{n(1 - ix) - 1}{n(1 - ix) + 1} = \frac{(n-1) - ixn}{(n+1) - ixn} = \rho e^{i\delta} r, \quad (135.3)$$

откуда

$$\operatorname{tg} \delta_r = \frac{2(nx)}{1 - n^2 - (nx)^2}$$

(см. упражнение 185). Для отыскания коэффициента отражения  $r = \rho^2$  надо помножить выражение (135.3) на сопряженную ему величину  $\rho e^{-i\delta} r$  (см. упражнение 180б). Найдем

$$r = \rho^2 = \frac{(n-1)^2 + x^2 n^2}{(n+1)^2 + x^2 n^2}. \quad (135.4)$$

Согласно (135.4) измерение отражающей способности металла ( $\rho^2$ ) также может быть использовано для определения оптических постоянных металла.

Приведенная ниже таблица, дающая значения  $n$ ,  $nx$  и  $r$  для ряда металлов, позволяет проверить, в какой степени выполняется соотношение (135.4).

Оптические постоянные некоторых металлов  
для  $\lambda = 5893 \text{ \AA}$

Металл	$n_k$	$n$	$r$ (в %)
Натрий . . . . .	2,61	0,05	99,8
Серебро . . . . .	3,64	0,18	95,0
Магний . . . . .	4,42	0,37	92,9
Золото . . . . .	2,82	0,37	85,1
Золото электролитическое . . . . .	2,83	0,47	81,5
Ртуть . . . . .	4,41	1,62	73,3
Медь цельная . . . . .	2,62	0,64	70,1
Никель цельный . . . . .	3,32	1,79	62,0
Никель электролитический . . . . .	3,48	2,01	62,1
Никель распыленный . . . . .	1,97	1,30	43,3
Железо распыленное . . . . .	1,63	1,51	32,6

Непосредственное сопоставление данных этой таблицы с обычными значениями электропроводности [формулы (135.2)] не дает удовлетворительного результата, что, впрочем, не является неожиданным. Формулы (135.2) исходят из представления о металле как о системе, электроны которой могут считаться свободными (электроны проводимости); оптические же явления, относящиеся к области сравнительно высоких частот (видимый и ультрафиолетовый свет), зависят заметным образом от влияния связанных электронов (электронов поляризуемости), как об этом несколько подробнее будет сказано в главе о дисперсии (§ 149, е). Действительно, взяв для меди, например, статическое значение для  $\sigma = 5,14 \cdot 10^{17} \text{ сек}^{-1}$ , найдем для желтого света, т. е. для  $\nu = 5 \cdot 10^{14} \text{ сек}^{-1}$ , что  $\sigma/\nu = 1000$ , тогда как  $n^2k = 1,67$ . Точно так же произведение  $n^2k$  для ртути значительно больше, чем для натрия, тогда как обычная электропроводность натрия несравненно больше, чем для ртути. Однако проверка указанных соотношений возможна, если определить  $n$  и  $k$  для более низких частот (инфракрасных), где и для оптических свойств металлов главную роль играют свободные электроны. Так, например, для  $\lambda = 12 \mu$  требуемая теорией связь между оптическими константами и коэффициентом электропроводности металла хорошо оправдывается на опыте.

Современная квантовая теория явлений металлооптики приводит к более сложным соотношениям, которые хорошо согласуются с опытными данными.

ОТДЕЛ VIII  
ОПТИКА АНИЗОТРОПНЫХ СРЕДГЛАВА XXV  
ОСНОВЫ КРИСТАЛЛОПТИКИ

## § 136. Анизотропные среды

Мы уже ознакомились в отделе IV с важнейшими фактами, характеризующими распространение света в кристаллах. Основное отличие кристаллической среды от сред, подобных стеклу или воде, состоит в явлении двойного лучепреломления, обусловленном, как мы видели, различием скорости распространения света в кристалле для двух световых волн, поляризованных во взаимно перпендикулярных плоскостях. С этой особенностью связано и различие в скорости распространения света по разным направлениям в кристалле, т. е. *оптическая анизотропия* кристаллической среды. Обычно, если анизотропия среды имеет место по отношению к одному какому-либо свойству, то то же самое относится и к другим свойствам. Однако можно указать случаи, когда среда может рассматриваться как изотропная в одном классе явлений и оказывается анизотропной в другом. Так, кристалл каменной соли обнаруживает анизотропию оптических свойств, но механические свойства его вдоль ребра и диагонали различны.

Анизотропия реальной среды обусловлена особенностями составляющих ее атомов или молекул, которые сами по себе могут представлять анизотропные системы, т. е. их свойства могут зависеть от направления внутри атома или молекулы. При этом, однако, надо помнить, что свойства изолированного атома еще далеко не определяют свойств среды. Во-первых, надо иметь в виду, что, соединяясь в некоторое целое, например образуя кристалл, атомы (или молекулы) могут превратиться в соответствующие ионы (или молекулярные группы), которые и располагаются в узлах кристаллической решетки. Так, исследование при помощи дифракции рентгеновских лучей с несомненностью показало, что кристаллы щелочно-галогидных солей, например каменная соль  $\text{NaCl}$  или сивлин  $\text{KCl}$ , представляют собой кубическую решетку, в узлах которой помещаются *ионы* галогенида  $\text{Cl}^-$  и *ионы* щелочного металла  $\text{Na}^+$  (или  $\text{K}^+$ ), свойства которых сильно отличаются от свойств нейтральных атомов. Кроме того, каждая такая частица (атом, ион и т. д.) находится в поле



окружающих ее частиц, которое зависит от расположения последних и может быть различно по разным направлениям. Поэтому свойства кристалла могут в высокой степени зависеть от его структуры. Так, углекислый кальций  $\text{CaCO}_3$  известен в виде двух различных кристаллических форм — исландского шпата и арагонита, — отличающихся взаимным расположением своих элементов и в связи с этим обладающих различными свойствами. Исландский шпат обладает плотностью 2,72 и представляет собой в оптическом смысле одноосный кристалл, тогда как арагонит имеет плотность 2,93 и является оптически двуосным кристаллом.

Анизотропия среды может быть обусловлена как анизотропией составляющих ее частиц, так и характером их взаимного расположения. При этом изотропная среда может быть построена из анизотропных частиц или анизотропная среда — из частиц изотропных; равным образом возможны и иные комбинации. Так, нетрудно видеть, что, например, молекула водорода  $\text{H}_2$  анизотропна, т. е. свойства ее вдоль линии, соединяющей оба атома водорода, отличны от свойств по направлению, перпендикулярному к осевой линии: поляризуемость молекулы, т. е. смещение электрона под влиянием заданной электрической силы вдоль оси, иная, чем перпендикулярно к ней. Тем не менее, водородный газ не обнаруживает анизотропных свойств: вследствие беспорядочности ориентации водородных молекул усредненные свойства газа оказываются идентичными по всем направлениям. Если же подобные анизотропные молекулы ориентируются определенным образом, то и вещество в целом обнаруживает анизотропию.

Подобная ориентация нередко наблюдается в веществе под действием межмолекулярных сил (кристаллы); иногда же она может быть осуществлена под влиянием внешних воздействий (искусственная анизотропия). Конечно, возможно также сохранение изотропных свойств и у кристаллических тел, т. е. при некотором регулярном расположении атомных групп. Так, например, кристаллы каменной соли или сильвина, представляющие собой, как уже упоминалось, кубическую решетку, построенную из ионов  $\text{Na}^+$  (или  $\text{K}^+$ ) и  $\text{Cl}^-$ , являются оптически изотропной средой. Причина лежит в том, что ионы, из которых построена решетка, сами по себе обладают изотропными свойствами, а благодаря их симметричному расположению в узлах кубической решетки воздействие окружающих частиц также оказывается не зависящим от направления. Если деформировать кристалл каменной соли или сильвина, например сжимая его в одном направлении, то нарушается симметрия в расположении ионов и кристаллы становятся двоякопреломляющими.

Замечательно, что каменная соль и сильвин дают двойное лучепреломление противоположных знаков. Учет связанного с деформацией кристалла изменения межмолекулярных сил позволяет качественно объяснить это различие; однако для количественного истолкования наблюдающихся явлений приходится допустить в данном

случае возникновения некоторой анизотропии и в *самых ионах* под действием внешнего сжатия.

С другой стороны, известно много случаев, когда анизотропия кристалла может быть полностью объяснена различием по разным направлениям междумолекулярных сил, обусловленных анизотропным расположением ионов в кристаллической решетке, причем сами ионы могут считаться вполне изотропными. Так, было показано, что значительная часть двойного преломления неправильных кристаллов зависит от их структуры, а не от анизотропии атомов; точно так же можно вычислить двойное преломление кристаллов исландского шпата и арагонита, принимая допущение, что сами ионы остаются изотропными и анизотропия полностью обусловлена зависимостью междумолекулярных сил от направления, т. е. объясняется структурными свойствами кристалла.

С оптической точки зрения анизотропия среды характеризуется различной по разным направлениям способностью среды реагировать на действие падающего света. Реакция эта состоит в смещении электрических зарядов под действием поля световой волны. Для оптически анизотропных сред величина смещения в поле данной напряженности зависит от направления, т. е. диэлектрическая постоянная, а следовательно, и показатель преломления среды будут различны для разных направлений электрического вектора световой волны. Другими словами, показатель преломления, а следовательно, и скорость света зависят от направления распространения световой волны и плоскости поляризации ее. Поэтому для анизотропной среды волновая поверхность, т. е. поверхность, до которой распространяется за время  $t$  световое возбуждение, исходящее из точки  $L$ , отлична от сферической, характерной для изотропной среды, где скорость распространения  $v$  не зависит от направления.

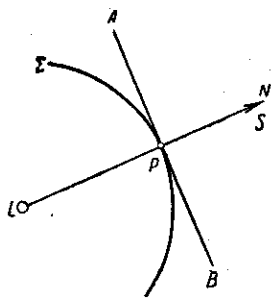


Рис. 277. Луч  $S$  и нормаль  $N$  волны в изотропной среде совпадают.

В связи с этим стоит одно крайне важное обстоятельство. Волновой фронт задается в каждой точке плоскостью, касательной к поверхности волны, а направление распространения волны — нормалью к этой поверхности. В случае изотропной среды, когда волновая поверхность имеет форму сферы, нормаль к волне совпадает с лучом, т. е. линией, вдоль которой распространяется световое возбуждение и которая представлена радиусом-вектором, проведенным из точки  $L$  к соответствующей точке волновой поверхности  $P$  (рис. 277). Но для анизотропной среды волновая поверхность отлична от сферической (рис. 278) и направление распространения поверхности постоянной фазы (нормаль  $N$  к волновой поверхности) не

совпадает с лучом  $S$ , указывающим направление распространения энергии (радиус-вектор  $LP$ ).

Таким образом, для анизотропной среды надо различать направление распространения фазы (нормаль  $N$ ) и направление распространения энергии (луч  $S$ ).

Полное решение задачи о распространении волны в кристаллической решетке может быть получено, как указывалось в отд. VII, путем учета взаимодействия вторичных волн, посылаемых центрами, составляющими решетку. Но вместо решения этой задачи проще ограничиться формальным приемом максвелловой теории, разрешая уравнения Максвелла с учетом тех особенностей для диэлектрической постоянной  $\epsilon$  и, следовательно, показателя преломления ( $n^2 = \epsilon$ ) среды, которые накладываются ее кристаллической структурой. Благодаря анизотропии диэлектрической постоянной связь между векторами электрической напряженности  $E$  и электрической индукции  $D$  оказывается более сложной, чем для изотропных сред. Для изотропного тела связь эта дается соотношением  $D = \epsilon E$ , где  $\epsilon$  — постоянная, не зависящая от направления скалярная величина\*). Поэтому вектор  $D$  совпадает по направлению с вектором  $E$ . В случае анизотропной среды это, вообще говоря, не имеет места.

Общие закономерности, касающиеся диэлектрической постоянной анизотропной среды, сводятся к возможности представить всю совокупность значений диэлектрической постоянной при помощи трехосного эллипсоида с главными осями  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ . Значения диэлектрической постоянной для любого направления выражаются длиной радиус-вектора нашего эллипсоида, проведенного по этому направлению\*\*).

Три значения диэлектрической постоянной  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , соответствующие осям нашего эллипсоида, выделяют три взаимно перпендикулярных главных направления в кристалле, характеризующихся тем, что для них направления векторов электрической индукции  $D$  и электрической напряженности  $E$  совпадают. Выберем эти главные направления за оси координат  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ; соответствующие значения диэлектрической постоянной удобно обозначить через  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$ ,  $\epsilon_z$  вместо написанных выше  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ . Мы будем называть их *главными значениями*

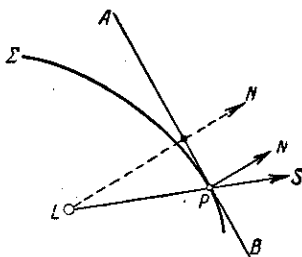


Рис. 278. Луч  $S$  и нормаль  $N$  волны в анизотропной среде

\*)  $\epsilon$  может зависеть от частоты электрического поля. Мы будем пока рассматривать лишь монохроматический свет, отложив изучение зависимости  $\epsilon$  от частоты до отд. IX.

\*\*) Величины этого рода, совокупность значений которых может быть представлена в виде эллипсоида, носят название *тензоров второго ранга*. Таким образом, оптическая анизотропия среды характеризуется тензором диэлектрической постоянной или эллипсоидом диэлектрической постоянной.

диэлектрической постоянной. Обозначая соответствующие компоненты векторов  $D$  и  $E$  через  $D_x, D_y, D_z$  и  $E_x, E_y, E_z$ , мы можем изобразить упомянутое выше свойство главных направлений (совпадение направлений векторов  $E$  и  $D$ ) в виде соотношений

$$D_x = \epsilon_x E_x,$$

$$D_y = \epsilon_y E_y,$$

$$D_z = \epsilon_z E_z.$$

Так как  $\epsilon_x, \epsilon_y$  и  $\epsilon_z$  не равны между собой, то для всех направлений в кристалле, кроме главных,  $D$  и  $E$  не совпадают между собой по направлению\*). Действительно, если по некоторому направлению действует электрическое поле напряженности  $E$ , соответствующее значение индукции можно получить следующим образом. Разложим поле  $E$  на компоненты  $E_x, E_y, E_z$  вдоль главных осей. Каждая из этих компонент обусловит вдоль осей слагающие индукции  $D_x = \epsilon_x E_x, D_y = \epsilon_y E_y, D_z = \epsilon_z E_z$ . Результирующий вектор  $D$  получится простым построением. Рис. 279

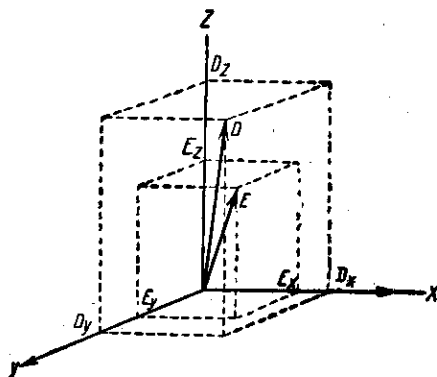


Рис. 279. В анизотропной среде направления векторов  $E$  и  $D$  не совпадают.

если  $\epsilon_x, \epsilon_y$  и  $\epsilon_z$  не равны между собой. Наоборот, если  $\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_z = \epsilon$ , то направления  $E$  и  $D$  всегда совпадают между собой и для любого направления  $E = \epsilon D$ , т. е. среда является изотропной.

Полная молекулярная теория должна, исходя из особенностей поляризации молекул среды, обусловленных их строением и специальным расположением, дать возможность вычислить значения трех главных диэлектрических постоянных  $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$  и расположение осей эллипсоида диэлектрической постоянной относительно кристаллографических осей.

### § 137. Оптические свойства анизотропной среды

Используя связь между  $D$  и  $E$ , характеризующую анизотропную среду, можно применить в дальнейшем формальную теорию Максвелла, составив соответствующие уравнения, причем в качестве осей

\*) Несовпадение направлений  $E$  и  $D$  имеет для кристаллооптики чрезвычайно важное значение, выясняемое дальше.

координат удобно выбрать главные направления диэлектрической постоянной. Не производя соответствующего исследования, ограничимся сообщением результатов. Решение уравнений Максвелла для анизотропной среды в отличие от соответствующего решения для изотропной среды характеризуется следующими особенностями.

1) По данному направлению  $N$  плоская поляризованная волна распространяется с двумя различными фазовыми скоростями, соответствующими двум различным направлениям колебания электрического (или магнитного) вектора волны.

Эти два особенных направления колебания определяются свойствами среды (кристалла) и взаимно перпендикулярны между собой. Поляризованная волна, имеющая колебания, параллельные какому-либо из

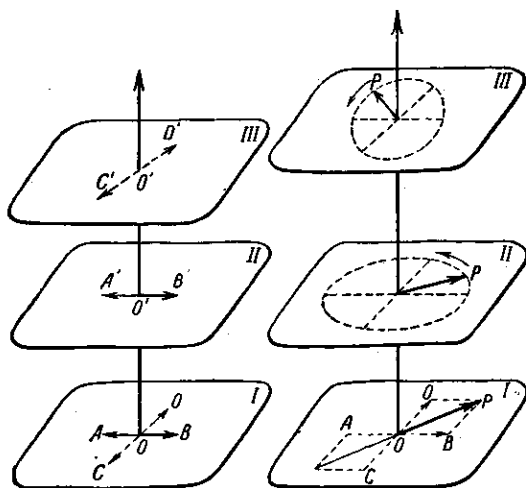


Рис. 280. Распространение света в анизотропной среде. Волна поляризована вдоль одного из главных направлений кристалла — характер поляризации волны остается неизменным.

Рис. 281. Распространение света в анизотропной среде. Направление поляризации не совпадает ни с одним из главных направлений кристалла — характер поляризации волны меняется по мере проникновения в среду.

тех двух направлений, распространяется через кристалл со своей скоростью, оставаясь плоско-поляризованной (рис. 280). Волна с иным направлением колебания будет по мере проникновения в кристалл превращаться в эллиптическию с меняющимися параметрами эллипса. Действительно, если первоначальное колебание  $OP$  составит угол с указанными особенными направлениями  $AB$  и  $CD$ , то можно разложить его на два,  $OB$  и  $OD$ , распространяющихся с разными скоростями и, следовательно, приобретающих разность фаз (рис. 281).

Таким образом, плоское колебание  $OP$  превращается в эллиптическое с непрерывно нарастающей разностью фаз между компонентами. Наличие двух особенных (главных\*) направлений колебания, соответствующих двум разным скоростям, обуславливает явление *двойного преломления*, опытному описанию которого посвящен отд. IV.

2) В плоскости волнового фронта, т. е. в плоскости, перпендикулярной к  $N$ , расположены вектор  $D$  (электрической индукции) и вектор  $H$  (магнитной напряженности), который совпадает с вектором магнитной индукции  $B = \mu H$ , ибо  $\mu$  в оптике для всех сред равно 1.

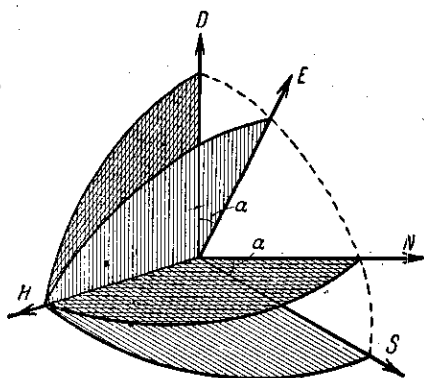


Рис. 282. Взаимное расположение векторов  $E$ ,  $D$ ,  $H$ ,  $S$  и  $N$ .

Вектор же  $E$  (электрическая напряженность), не совпадающий с  $D$ , образует с  $N$  угол, отличный от прямого\*\*). Лишь когда  $N$  совпадает с одной из осей эллипсоида диэлектрической постоянной,  $E$  и  $D$  совпадают между собой по направлению и оба располагаются перпендикулярно к  $N$ . Оба вектора  $E$  и  $D$  всегда перпендикулярны к  $H$ , так что общее расположение векторов соответствует рис. 282.

Таким образом, плоскость фронта волны, распространяющейся вдоль  $N$ , есть плоскость  $DH$ , и «световой вектор» направлен по  $D$ , а не по  $E$ , как мы полагали раньше для изотропной среды, где между этими направлениями нет различия (опыты Винера, отд. IV). Однако и плоскость  $EH$ , повернутая на угол  $\alpha$  относительно плоскости фронта  $DH$ , имеет существенное значение, ибо нормаль к ней определяет направление потока лучистой энергии, несомой волной (вектор Умова — Пойнтинга  $S$ ), т. е. направление светового луча. Для изотропной среды *луч* и *нормаль* к фронту волны совпадали, ибо  $E$  и  $D$  имели одинаковые направления. В анизотропной среде это имеет место, только если  $N$  направлено вдоль одного из трех главных направлений кристалла.

Итак, направление распространения фазы волны (вдоль нормали  $N$ ) и направление распространения энергии волны (вдоль луча  $S$ ) не совпадают между собой. К этому выводу, полученному путем исследования законов электромагнитного поля в анизотропной среде, мы пришли

\*) Эти «главные» направления колебания или поляризации волны в кристалле не следует смешивать с главными направлениями кристалла, определяемыми осями эллипсоида диэлектрической постоянной

\*\*) Таким образом, вектор  $E$  не перпендикулярен к направлению распространения волны  $N$ , т. е. волна не строго поперечна в том смысле, какой придан этому понятию на стр. 40 (сноска).

раньше, из простого рассмотрения формы поверхности волны для анизотропной среды (см. § 136). Скорость фазы  $q$ , измеренная вдоль нормали, будет отличаться от скорости световой энергии  $v$ , измеренной вдоль луча, так что  $q = v \cos \alpha$  (см. упражнение 188). Двум значениям скорости фронта по нормали,  $q'$  и  $q''$ , обуславливающим двойное лучепреломление, соответствуют и два значения скорости фронта по лучу,  $v'$  и  $v''$ .

3) Две скорости ( $q'$  и  $q''$  или  $v'$  и  $v''$ ), характеризующие распространение света по какому-либо направлению в кристалле, равно как и направления колебаний соответствующих векторов ( $D$  или  $E$ ), можно найти при помощи простых правил. Правила эти, так же как и все решение задачи распространения света в кристаллах, были впервые указаны Френелем и применительно к электромагнитной теории света могут быть сформулированы следующим образом.

Для определения лучевых скоростей  $v'$  и  $v''$  в кристалле воспользуемся вспомогательной поверхностью, носящей название эллипсоида Френеля и выражаемой уравнением

$$\varepsilon_x x^2 + \varepsilon_y y^2 + \varepsilon_z z^2 = \text{const.} \quad (137.1)$$

Здесь  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$  — главные значения диэлектрической постоянной, и уравнение эллипсоида отнесено к главным осям. В силу соотношения  $n = \sqrt{\varepsilon}$ , где  $n = \frac{c}{v}$

( $v$  — лучевая скорость в кристалле), уравнение (137.1) можно переписать в виде

$$n_x^2 x^2 + n_y^2 y^2 + n_z^2 z^2 = \text{const.} \quad (137.2)$$

или

$$\frac{x^2}{v_x^2} + \frac{y^2}{v_y^2} + \frac{z^2}{v_z^2} = \frac{1}{c^2}, \quad (137.3)$$

где  $n_x, n_y, n_z$  — главные значения показателя преломления, а  $v_x, v_y, v_z$  — главные лучевые скорости, причем выражение (137.3) нормировано так, чтобы постоянная равнялась  $\frac{1}{c^2}$  ( $c$  — скорость света в пустоте).

Эллипсоид Френеля и служит, как показал Френель, для определения лучевых скоростей  $v'$  и  $v''$  по любому направлению в кристалле с помощью следующего построения. Проведем сечение эллипсоида, перпендикулярное к направлению, вдоль которого распространяется свет (рис. 283). Сечение это, вообще говоря, будет

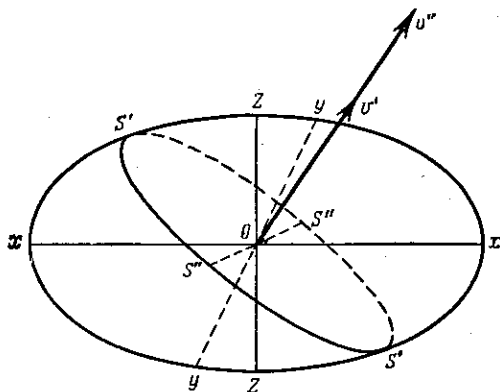


Рис. 283. Нахождение  $v'$  и  $v''$  с помощью эллипсоида Френеля.  $xx, yy, zz$  — главные оси эллипсоида;  $OS$  — направление распространения лучей;  $S'S''S''$  — эллиптическое сечение, перпендикулярное к  $OS$  и определяющее своими главными осями  $S'S'$  и  $S''S''$  направление колебания вектора  $E$  и значение лучевых скоростей распространения света  $v'$  и  $v''$ .

иметь форму эллипса, главные оси которого  $S'S'$  и  $S''S''$  взаимно перпендикулярны. Направление этих осей ( $S'S'$  и  $S''S''$ ) дают направление колебания вектора  $E$  двух волн, поляризованных взаимно перпендикулярно и распространяющихся вдоль  $OS$ , а длины полуосей ( $OS' = v'$ ;  $OS'' = v''$ ) — лучевые скорости этих двух волн (если пользоваться выражением (137.3)), соответствующие показатели преломления будут:

$$n' = \frac{c}{v'}; \quad n'' = \frac{c}{v''}.$$

Подобным же образом можно составить представление и о скоростях распространения фазы (вдоль нормали  $N$ ). Для этого удобнее использовать связанную с эллипсоидом Френеля вспомогательную поверхность, также имеющую вид эллипсоида, носящего название эллипсоида индексов (или эллипсоида нормалей) и выражаемого уравнением

$$\frac{x^2}{\varepsilon_x} + \frac{y^2}{\varepsilon_y} + \frac{z^2}{\varepsilon_z} = \text{const.} \quad (137.4)$$

Повторяя по отношению к эллипсоиду индексов построение, описанное выше, мы найдем, что эллиптическое сечение его, перпендикулярное к любому направлению распространения  $ON$ , укажет два взаимно перпендикулярных колебания вектора  $D$ , совпадающих с осями эллипса, а длины полуосей позволят вычислить значения соответствующих скоростей  $q'$  и  $q''$ .

### § 138. Поверхность волны (лучевая) и поверхность нормалей

Если мы вычислим, пользуясь свойствами кристалла, или измерим экспериментально значения лучевых скоростей по всем направлениям, то мы можем построить поверхность, до которой дойдет к моменту  $t$  световое возмущение, распространяющееся из точки  $O$  кристалла. Для этой цели надо по любому направлению отложить отрезки, пропорциональные  $v't$  и  $v''t$ , где  $v'$  и  $v''$  — лучевые скорости. Получится поверхность с двумя полостями, вообще говоря, довольно сложного вида.

Некоторое представление о виде лучевой поверхности можно составить по трем главным ее разрезам, нормальным к главным осям эллипсоида Френеля, используя построение предыдущего параграфа.

Начнем с разреза нормального к оси  $XX$  (например, наибольшей), т. е. лежащего в плоскости  $YOZ$ . С помощью построения Френеля найдем, что вдоль  $OZ$  лучи распространяются со скоростями, определяемыми длиной  $OX (= a)$  и  $OY (= b)$  (рис. 284, а). Вдоль  $OY$  соответствующие скорости будут  $OX (= a)$  и  $OZ (= c)$ . Поворачивая сечение Френеля около оси  $OX$ , мы заставим нормаль этого сечения пройти все положения между  $OZ$  и  $OY$  и таким



образом получим значения всех пар лучевых скоростей рассматриваемого разреза; поскольку одна из осей Френеля сечения все время есть  $OX$ , то, следовательно, одна из этих лучевых скоростей во всем разрезе  $YOZ$  есть  $a$ , другая же пробегает все значения между  $b$  и  $c$ . Так получается разрез, состоящий из круга радиуса  $a$  и эллипса с полуосями  $b$  и  $c$  (изображенный на рис. 284, а), причем направления колебаний в каждой паре лучей данного направления, будучи взаимно перпендикулярными, обозначены точками и штрихами.

Совершенно аналогично найдем разрез, перпендикулярный к наименьшей оси  $OZ$  (плоскость  $XOY$ ): заставляя вращаться сечение Френеля около  $OZ$ , получим разрез, изображенный на рис. 284, б, состоящий из круга радиуса  $c$ , лежащего внутри эллипса с полуосями  $a$  и  $b$ .

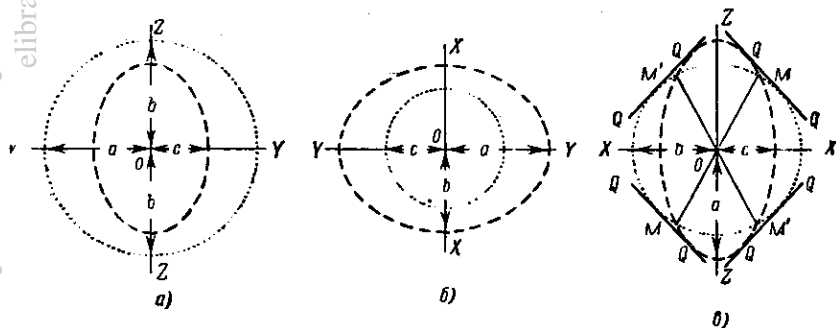


Рис. 284. Поверхность волны в двусосном кристалле. Сечения волны, перпендикулярные к главным осям эллипсоида Френеля.

Разрез, перпендикулярный к средней оси  $OY$  (плоскость  $XOZ$ ), получаемый вращением сечения около  $OY$ , дает круг радиуса  $b$  и эллипс с полуосями  $a$  и  $c$ , которые, очевидно, пересекаются (ибо  $a > b > c$ ), как показано на рис. 284, в.

Еще яснее представление о поверхности волны можно составить из рис. 285 а и 285 б, представляющих трехмерную модель и перспективное изображение трех главных сечений лучевой поверхности. Внешняя поверхность отдаленно напоминает эллипсоид, но обладает четырьмя воронкообразными углублениями в точках, соответствующих  $M$  и  $M'$  рис. 284, наподобие углублений на яблоке. Точки пересечения  $M$  и  $M'$  рис. 284 соответствуют точкам рис. 285, где внешняя и внутренняя полости встречаются, так что по направлениям  $MM$  и  $M'M'$  обе скорости распространения светового возбуждения одинаковы ( $v' = v''$ ). Эти направления называются *оптическими осями* \*) кристалла; они располагаются симметрично относительно главных направлений кристалла.

\*) Их иногда называют оптическими осями первого рода или *бирадиальными*, чтобы отметить, что они соответствуют равенству *лучевых* скоростей.

Величина угла между осями у разных кристаллов различна. Так, для  $\text{KNO}_3$  она равна  $7^\circ 12'$ , а для  $\text{FeSO}_4$   $85^\circ 27'$ . В предельном случае угол между осями становится равным нулю, обе осн сливаются. Такие кристаллы называются *одноосными* (кварц, исландский шпат и др.). У одноосных кристаллов точки  $M$  и  $M'$  совпадают с вершинами, и наша двухполостная поверхность переходит в совокупность эллипсоида вращения и шара с общим диаметром  $a$  (или  $b$ ), т. е. мы получаем поверхность волны одноосного кристалла с осью  $a$  (или  $b$ ).

Описанная поверхность есть поверхность световой волны, или

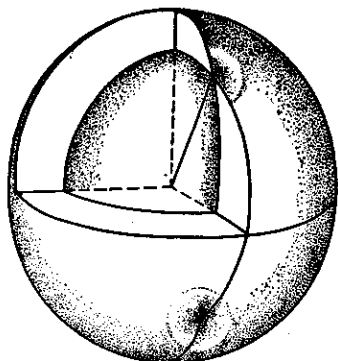


Рис. 285а. Трехмерная модель поверхности волны в двуосном кристалле.

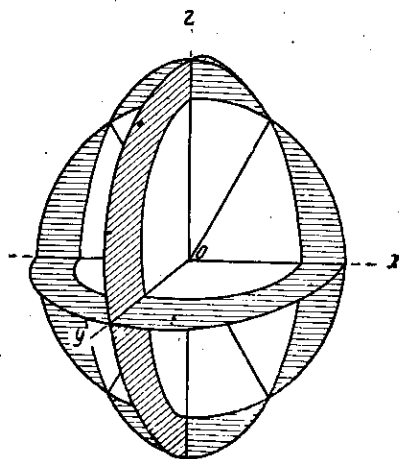


Рис. 285б. Перспективное изображение трех главных сечений поверхности волны в двуосном кристалле.

*лучевая поверхность.* Раднус-вектор, проведенный из  $O$  (рис. 286, верхняя часть) к любой точке поверхности волны, представляет собой направление луча  $S$ . Плоскости же, касательные к поверхности волны в точке пересечения ее с  $S$ , суть плоскости волнового фронта. Двум лучам (со скоростями  $v'$  и  $v''$ ), идущим по одному и тому же направлению  $S_{1,2}$ , соответствуют две не параллельные между собой плоскости фронта (с нормальными  $N_1$  и  $N_2$ ), распространяющиеся со скоростями  $q'$  и  $q''$ . Наоборот, по любому направлению  $N_{1,2}$  (рис. 286, нижняя часть) идут два параллельных фронта волн (с разными скоростями  $q'$  и  $q''$ ), которым соответствуют два луча  $S_1$  и  $S_2$ , образующих некоторый угол друг с другом и имеющих скорости  $v'$  и  $v''$ .

Наряду с *лучевой поверхностью* (геометрическое место концов лучей) можно построить и *поверхность нормалей* (геометрическое место концов нормалей). Так как, вообще говоря, угол между  $S$  и  $N$  невелик, то различие между формами этих поверхностей незначительно. Для двуосного кристалла опять получается сложная

двухполостная поверхность с четырьмя точками встречи обеих полостей (аналогичных  $M$  и  $M'$  рис. 284). Направления, соединяющие попарно эти точки (аналогичные  $MM$ ,  $M'M'$ ), являются направлениями совпадающих нормальных скоростей и называются *оптическими осями второго рода*, или *бинормальми*. Направления их вообще мало отличаются от направлений осей первого рода.

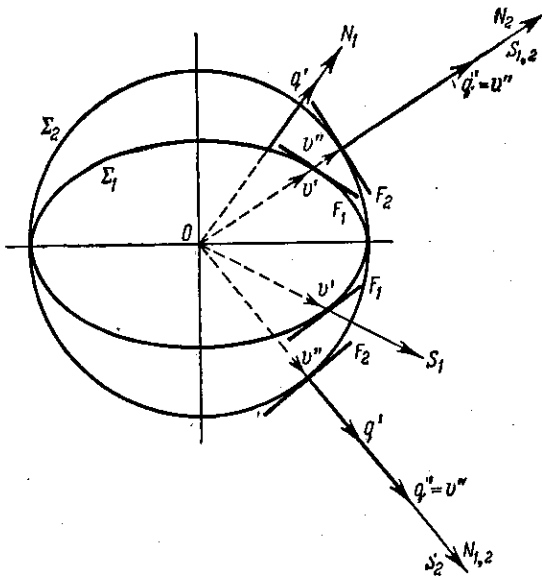


Рис. 286. Соотношение лучей  $S$  и нормалей  $N$  в анизотропной среде.

Конечно, вместо того чтобы строить поверхность нормалей путем преобразования лучевой поверхности, можно было бы начать с построения поверхности нормалей, исходя из эллипсоида индексов и пользуясь построением Френеля для отыскания пар значений  $q'$  и  $q''$ . Построив поверхность нормалей, т. е. геометрическое место концов нормалей, мы путем соответствующего преобразования могли бы перейти к лучевой поверхности (геометрическое место концов лучей).

### § 139. Одноосные и двуосные кристаллы

Изложенное в предыдущих параграфах показывает, что решение задач кристаллооптики может быть приведено к построению некоторых вспомогательных поверхностей. Мы рассмотрим две из них: эллипсоид Френеля (для лучей) и эллипсоид индексов (для нормалей). Понятно, что все вспомогательные поверхности связаны

между собой, так что знание одной из них позволяет более или менее сложным путем найти и остальные. Тем не менее применение различных поверхностей может оказаться полезным при разборе отдельных конкретных задач, решения которых с особенной простотой могут быть найдены путем обсуждения свойств подходящей вспомогательной поверхности.

При помощи эллипсоида Френеля нетрудно геометрически найти в кристалле направление оптических осей первого рода. Оптические оси первого рода представляют собой те направления в кристалле, вдоль которых обе лучевые скорости равны между собой ( $v' = v''$ ). Поэтому согласно правилу Френеля (см. § 137, 3) сечение эллипсоида, перпендикулярное к оптической оси первого рода,

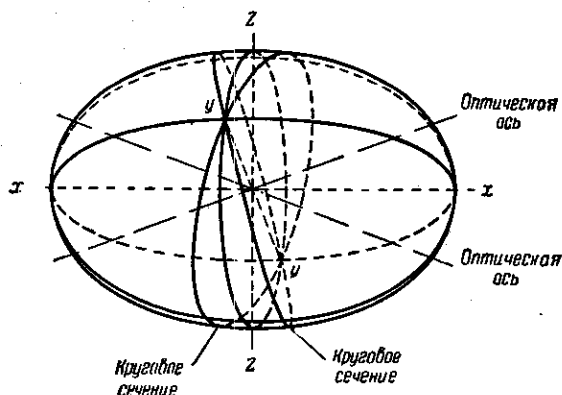


Рис. 287. Определение направлений оптических осей с помощью эллипсоида Френеля или эллипсоида индексов; оптические оси перпендикулярны к круговым сечениям эллипсоида.

должно характеризоваться равенством своих полуосей. Другими словами, это сечение имеет форму круга. Таким образом, направление оптической оси первого рода соответствует линии, перпендикулярной к *круговому* сечению эллипсоида Френеля. Так как эллипсоид имеет не больше *двух* круговых сечений, расположенных симметрично относительно его главных осей, то кристалл в самом общем случае имеет *две* оптические оси, угол между которыми зависит от формы эллипсоида, т. е. от свойств кристалла (рис. 287).

Существование двuosных кристаллов было установлено в 1815 г. Брюстером, который использовал для обнаружения слабого двойного лучепреломления открытое в 1811 г. Араго явление окрашивания дwoякопреломляющих веществ, помещенных между скрещенными поляризаторами (см. § 142). Брюстер, изучив свыше 150 различных кристаллов, обнаружил, что наряду с кристаллами,

подобными кварцу или исландскому шпату, к которому применимо построение Гюйгенса, существует другой тип кристаллов, характеризующихся двумя направлениями, вдоль которых не наблюдается двойного лучепреломления, и названных поэтому *двуосными*. Замечательно, что Брюстер чисто эмпирически смог установить, какие типы кристаллической симметрии относятся к двуосным и какие — к одноосным кристаллам, в полном соответствии с современным решением этого вопроса.

Открытие двуосных кристаллов имело очень большое теоретическое значение и вначале послужило сильным аргументом против зарождающейся волновой теории. Для двуосных кристаллов оказывалось неприменимым построение Гюйгенса, с помощью которого он истолковал на волновом языке явления двойного лучепреломления в одноосных кристаллах, и, таким образом, один из главных аргументов волновой теории потерял свою убедительность. Лишь позднее, когда Френель развил свою кристаллооптику, открытие Брюстера стало, наоборот, одним из блестящих подтверждений волновой системы.

Если оба круговых сечения эллипсоида *совпадают* между собой, то обе оси сливаются и мы имеем *одноосный* кристалл. В этом случае эллипсоид будет эллипсоидом вращения, причем ось вращения, определяющая собой направление оптической оси кристалла, совпадает с одним из главных направлений кристалла, например с направлением  $OZ$ , так что  $a = b$ . Два возможных случая  $c < a = b$  и  $c > a = b$  соответствуют положительным (например, кварц) и отрицательным (например, исландский шпат) одноосным кристаллам. Наконец, если  $a = b = c$ , то эллипсоид Френеля обращается в сферу; все его сечения круговые, т. е. по любому направлению обе лучевые скорости совпадают между собой ( $v' = v''$ ) — среда является оптически изотропной, и двойное лучепреломление отсутствует. Аналогичным образом может быть рассмотрен вопрос о направлении и числе осей второго порядка, для чего надо исходить из эллипсоида индексов.

В случае одноосного кристалла угол между оптическими осями обращается в нуль и две слившиеся оси определяют собой направление, вдоль которого у кристалла имеется только одна скорость распространения волны. В соответствии с этим волновая поверхность имеет для одноосных кристаллов более простой вид, чем для двуосных, и представляет собой две соприкасающиеся поверхности: сферу (для обыкновенного луча) и эллипсоид вращения (для необыкновенного луча). Точки соприкосновения этих поверхностей лежат на оптической оси. Волновая поверхность для положительных кристаллов  $c < a = b$  представляет эллипсоид вращения, *вписанный* в сферу (рис. 288, а). Для отрицательных кристаллов  $c > a = b$  волновая поверхность представляет эллипсоид вращения, *описанный* около сферы (рис. 288, б).

Показатель преломления, соответствующий направлению малой полуоси эллипсоида в случае положительных кристаллов и большой — в случае отрицательных кристаллов, называется показателем преломления необыкновенного луча \*).

Значения показателей преломления (для  $\lambda = 5893 \text{ \AA}$ ): для исландского шпата  $n_o = 1,658$  для обыкновенного луча и  $n_e = 1,486$  для необыкновенного луча; для кварца  $n_o = 1,543$ ,  $n_e = 1,552$ .

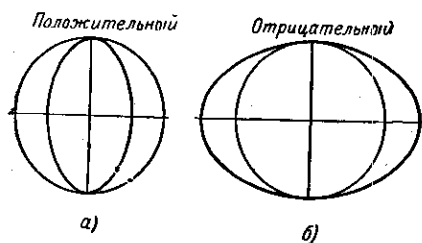


Рис. 288. Сечение волновой поверхности одноосного положительного (а) и отрицательного (б) кристалла.

Существуют кристаллы с еще более резко выраженным различием в показателях преломления. Так, для натронной селитры  $\text{NaNO}_3$ ,  $n_o = 1,585$ ,  $n_e = 1,337$ . К сожалению, недостаточная устойчивость селитры к влаге и механическим повреждениям затрудняет применение ее для оптических приборов.

Различие между поведением обыкновенного и необыкновенного лучей внутри кристалла соответствует различию направления электрического вектора в этих лучах по отношению к оптической оси. Для обыкновенного луча этот вектор всегда расположен перпендикулярно к оптической оси, ибо он направлен перпендикулярно к главной плоскости, в которой лежит оптическая ось. Поэтому при любом направлении обыкновенного луча электрический вектор его ориентирован одинаково по отношению к оптической оси и поэтому скорость его не зависит от направления. Электрический вектор необыкновенного луча лежит в главной плоскости, т. е. в той же плоскости, что и оптическая ось. Поэтому, вообще говоря, его направление составляет тот или иной угол с осью (от нуля до  $90^\circ$ ), в зависимости от направления луча.

#### § 140. Построение Гюйгенса для анизотропных сред

Обычно в учебниках встречается утверждение, что законы преломления не приложимы к необыкновенному лучу одноосного кристалла и к обоим лучам двуосного. Это — правильное утверждение, но оно имеет чисто отрицательный характер, показывая, что простое построение, предписываемое законом преломления, не приложимо к решению задачи о направлении распространения светового луча. Если взамен его не дается никаких правил, то решение даже весьма простых вопросов кристаллооптики оказывается затруднительным. Между тем существует гораздо более общий прием отыскания

\*) Точнее, необыкновенные лучи в зависимости от направления распространения имеют различные показатели преломления от  $n_o$  до  $n_e$ .

направления распространения преломленной световой волны, а именно, построение, основанное на принципе Гюйгенса, следствием которого для изотропной среды является закон преломления Декарта — Снелля. Напомним, что сам Гюйгенс рассматривал при помощи этого

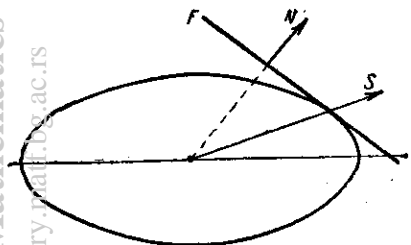


Рис. 289. Фронт волны *касается* поверхности волны (лучевой).

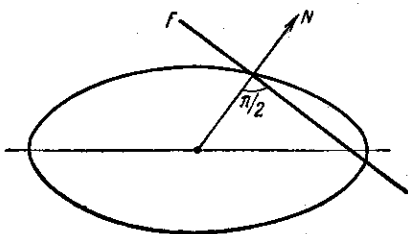


Рис. 290. Фронт волны *пересекает* поверхность нормалей.

приема вопрос о распространении света в двоякопреломляющих телах (исландский шпат) и получил крайне важные результаты. Примененное построение Гюйгенса является простым и действенным средством для разбора вопроса о распространении света в анизотропных средах. Поверхность, фигурирующая в построении Гюйгенса, есть, очевидно, *лучевая* поверхность, а не поверхность нормалей. Действительно, по правилу Гюйгенса для получения фронта (плоской) волны проводят плоскость, касательную к поверхности Гюйгенса. А фронт волны *касателен* именно к лучевой поверхности (рис. 289) и *пересекает* поверхность нормалей (рис. 290).

Нетрудно показать, что построение Гюйгенса дает непосредственно положение волнового фронта и, следовательно, направление *нормалей*, а не лучей. При этом по отношению к нормальным законам преломления в обычной формулировке *сохраняются* и для анизотропных сред: 1) нормали к обеим волновым поверхностям лежат в плоскости падения; 2) отношение синусов углов, образованных нормальными к волновым фронтам с перпендикуляром к поверхности раздела, равно отношению нормальных скоростей для сред по обе стороны границы раздела. Действительно, пусть плоская волна, фронт которой в первой среде есть  $MQ$  (рис. 291), падает на плоскость раздела. Оба фронта преломленных волн во второй среде представляют плоскости, касательные к лучевым поверхностям во второй

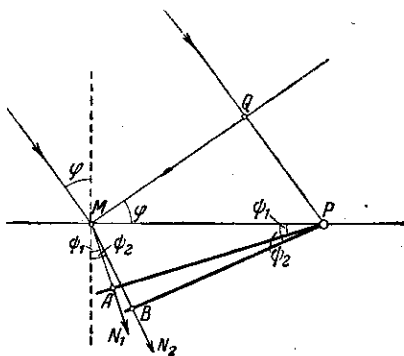


Рис. 291. Нахождение направления нормалей в анизотропной среде с помощью построения Гюйгенса.

среде и проходящие через линию пересечения фронта падающей волны с поверхностью раздела, т. е. линию, след которой представлен на рис. 291 точкой  $P$ . Линия эта перпендикулярна к плоскости падения; поэтому оба фронта преломленных волн как плоскости, проходящие через эту линию, также перпендикулярны к плоскости падения. Следовательно, нормали к ним обе лежат в плоскости падения, какой бы вид ни имели лучевые поверхности. Таким образом, первый закон преломления для *нормалей* всегда имеет место. На рис. 291 точки  $A$  и  $B$  являются местами пересечения нормалей, проведенных из  $M$ , с плоскостями фронтов. Согласно доказанному выше они лежат в плоскости чертежа (плоскость падения). Точки же касания фронта с лучевыми поверхностями могут, вообще говоря, не находиться в плоскости падения, и потому они на чертеже не показаны.

Обозначив через  $\tau$  время, в течение которого волновые фронты во второй среде проходят до положений  $PA$  и  $PB$ , и через  $c_0$  — скорость света в первой среде (пустота), а через  $q'$  и  $q''$  — *нормальные* скорости обеих преломленных волн, найдем, как обычно,

$$QP = c_0 \tau = MP \sin \varphi,$$

$$MA = q' \tau = MP \sin \psi_1,$$

$$MB = q'' \tau = MP \sin \psi_2,$$

или

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi_1} = \frac{c_0}{q'}, \quad \frac{\sin \varphi}{\sin \psi_2} = \frac{c_0}{q''},$$

т. е. для нормалей соблюдается и второй закон преломления. Наши рассуждения в одинаковой степени относятся как к одноосным, так и к двуосным кристаллам. Если бы мы желали путем построения Гюйгенса отыскать направление *лучей*, то необходимо было бы выполнить его при помощи пространственных моделей, ибо точки касания волнового фронта и лучевой поверхности не лежат, вообще говоря, в плоскости падения. Построив таким образом направления *лучей*, мы убедились бы, что по отношению к ним законы преломления Декарта, вообще говоря, не имеют силы. Хотя непосредственно на опыте мы наблюдаем направление лучей, представляющих пути распространения световой энергии, действующей на наши приборы, тем не менее легко выполнимое построение Гюйгенса для нормалей чрезвычайно облегчает в ряде случаев правильное решение задачи. Так, например, в отрицательном одноосном кристалле скорость необыкновенной волны больше, чем обыкновенной, так что необыкновенная волна должна преломляться *меньше* обыкновенной. Но это справедливо именно для нормалей; направление же *лучей* иное, и возможны случаи, когда необыкновенный луч будет преломлен сильнее обыкновенного в одноосном отрицательном кристалле.



Рис. 292 иллюстрирует этот случай. Пусть кристалл вырезан так, что оптическая ось расположена в плоскости грани кристалла, а  $MK$  — одно из главных направлений эллипсоида Френеля.

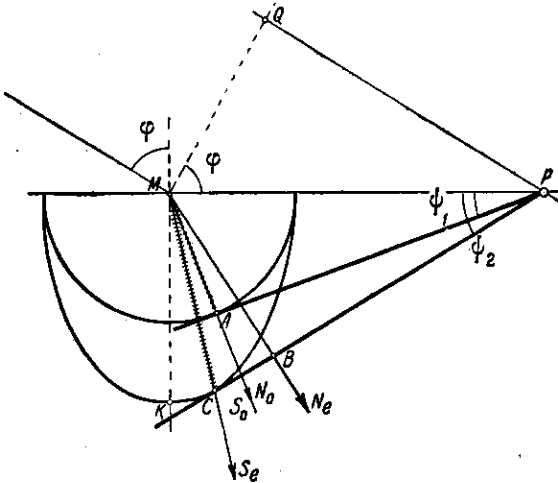


Рис. 292. Для отрицательного одноосного кристалла нормаль необыкновенной волны преломляется всегда меньше нормаль обыкновенной, но необыкновенный луч может преломляться и больше обыкновенного.

В таком случае лучи и нормали обеих преломленных волн лежат в плоскости падения и нормаль преломленной необыкновенной волны  $N_e$  преломлена *меньше*, чем нормаль обыкновенной  $N_o$ , а необыкновенный луч  $S_e$  преломлен *больше*, чем луч обыкновенный  $S_o$ . Рассмотрим подобным образом несколько случаев, приведенных в упражнениях 189, а, б, в, можно убедиться в плодотворности этого приема.

### § 141. Экспериментальные данные о распространении света в одноосных кристаллах

После общих соображений, изложенных в предыдущих параграфах, рассмотрим более детально характер распространения света в одноосном кристалле, опираясь на данные наблюдения. Так как мы наблюдаем непосредственно за поведением *луча* (а не нормали к волне), то выводы наши относятся к лучевой поверхности. Для целей такого рассмотрения заставим свет проходить не через естественный кристалл, а через пластинки исландского шпата, вырезанные определенным образом относительно оси.

**Случай I.** Пластинка вырезана перпендикулярно к оптической оси. Исследование преломления света в такой пластинке показывает следующее:

а) Луч естественного света направлен вдоль оптической оси. В этом случае двойного лучепреломления нет и луч выходит из пластинки, не меняя своего направления. Нетрудно видеть, что луч при этом должен остаться естественным. Действительно, в данном случае положение главной плоскости, проходящей через луч, остается неопределенным, а следовательно, неопределенным остается и направление колебания обоих лучей, которые в этом случае неотличимы друг от друга.

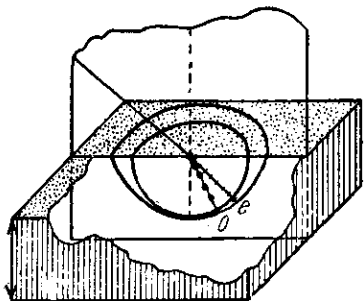


Рис. 293. Прохождение света через пластинку одноосного кристалла, вырезанную перпендикулярно к оптической оси.

б) Луч естественного света падает наклонно к оптической оси (рис. 293 и 294). В этом случае происходит явление двойного лучепреломления, и если падающий пучок достаточно узок, а кристаллическая пластинка достаточно толста,

из нее выйдут два отдельных пучка, параллельных падающему и поляризованных по двум взаимно перпендикулярным направлениям. Если менять угол падения  $\varphi$ , то меняются и углы преломления  $\psi_o$  и  $\psi_e$ . Исследование с помощью николя или поляроида показывает,

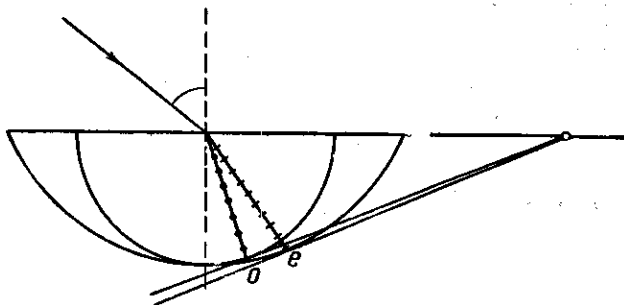


Рис. 294. Построение Гюйгенса для случая, изображенного на рис. 293.

что луч с колебаниями, перпендикулярными к главной плоскости, которая в нашем случае совпадает с плоскостью падения, преломляется под углом  $\psi_o$  таким образом, что отношение  $\sin \varphi / \sin \psi_o$  не зависит от угла падения. Отношение же  $\sin \varphi / \sin \psi_e$  для того луча, направление колебания которого лежит в главной плоскости, меняется в зависимости от угла падения. Как уже указывалось, первый из этих двух лучей носит название *обыкновенного*, второй — *необыкновенного*. Таким образом, для обыкновенного луча показатель пре-

ломления  $n_o$  остается одним и тем же для любого направления внутри кристалла, а показатель преломления необыкновенного луча  $n_e$  зависит от направления распространения света внутри кристалла. В связи с этим и скорость его зависит от направления луча в кристалле.

**Случай II.** Пластинка вырезана параллельно главной оси. Опыт с преломлением света в такой пластинке показывает следующее:

а) Плоскость падения  $P$  совпадает с главной плоскостью (рис. 295 и 296).

Оба луча  $o$  и  $e$  лежат в одной плоскости с падающим лучом (плоскость падения и преломления). Колебания обыкновенного луча перпендикулярны к главной плоскости (плоскости падения), т. е. при любом направлении луча перпендикулярны к оптической оси. Поверхность волны  $o$  пересекается с плоскостью падения по кругу.

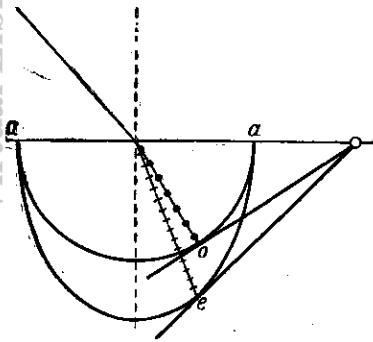


Рис. 296. Построение Гюйгенса для случая, изображенного на рис. 295.

утрированы:  $n_o = 1,658$ ,  $n_e$  лежит между 1,658 и 1,486 в зависимости от угла падения.

Построение преломленных лучей показывает, что в этом случае в отрицательном кристалле необыкновенный луч преломляется *сильнее*, чем обыкновенный (в положительном — наоборот).

б) Плоскость падения  $P$  составляет угол с главной плоскостью.

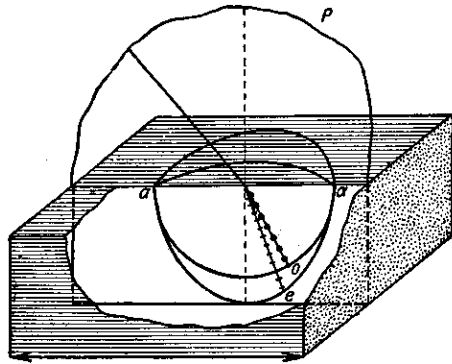


Рис. 295. Прохождение света через пластинку одноосного кристалла, вырезанную параллельно оптической оси; плоскость падения совпадает с главной плоскостью кристалла.

Колебания необыкновенного луча лежат в главной плоскости, т. е. в плоскости падения, и составляют с осью различный угол в зависимости от направления луча. В соответствии с этим показатель преломления необыкновенного луча по разным направлениям различен, так что поверхность волны  $e$  имеет в сечении с плоскостью падения вид эллипса. Вдоль оси  $aa$  эллипс и круг имеют общий диаметр, т. е. оба луча распространяются вдоль оси с одинаковой скоростью. Соотношения между кругом и эллипсом для наглядности

Луч  $o$  (рис. 297) после преломления остается в плоскости падения, но луч  $e$  из нее выходит. Скорость  $o$  не зависит от направления,

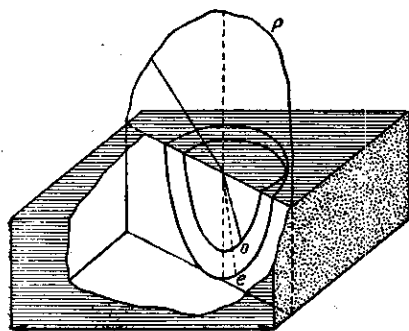


Рис. 297. То же, что и рис. 295: плоскость падения лежит под углом к главной плоскости кристалла.

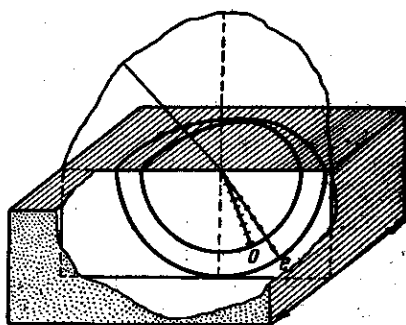


Рис. 298. То же, что и рис. 295: плоскость падения перпендикулярна к главной плоскости.

скорость  $e$  зависит. Изобразить направления колебаний и направление оси в этом случае на плоском чертеже затруднительно.

в) Плоскость падения  $P$  перпендикулярна к главной плоскости.

Оба луча  $o$  и  $e$  (рис. 298 и 299) остаются в плоскости падения. Колебания обыкновенного луча  $o$  перпендикулярны к главной плоскости, т. е. лежат в плоскости падения и, как всегда, при любом направлении луча оказываются *перпендикулярными* к оси. Колебания

необыкновенного луча  $e$  лежат в главной плоскости, т. е. перпендикулярны к плоскости падения. Как видно из чертежа, в этом случае колебания необыкновенного луча оказываются *параллельными* оси, т. е. в данном случае показатель преломления *необыкновенного* луча не зависит от направления и равен 1,486. Обе поверхности волны рассекаются плоскостью падения по кругу.

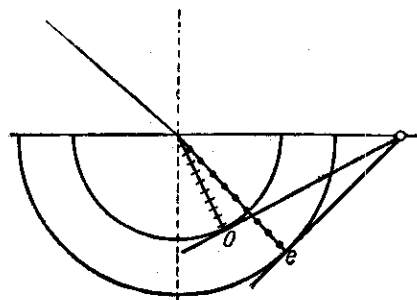


Рис. 299. Построение Гюйгенса для случая, изображенного на рис. 298.

По рассмотрении частных случаев (а, б, в) легко проследить, как

будут протекать явления при поворачивании пластинки, вырезанной параллельно оптической оси, около линии, нормальной к ее поверхности. Если  $N$  — след нормали к пластинке на экране, то в положении рис. 295 расположение необыкновенного и обыкновенного лучей изобразится точками  $e_o$  и  $O$  на рис. 300. При вращении пла-

стинки вокруг нормали  $N$  положение обыкновенного луча  $o$  остается неизменным, как и для изотропной пластинки. Положение же следа необыкновенного луча  $e$  меняется. При повороте пластинки в положение, соответствующее случаю рис. 297, конец  $e$  выходит из плоскости  $NO$ , давая расположение, изображенное точкой  $e_b$  рис. 300. При дальнейшем повороте до положения рис. 298 луч  $e$  окажется вновь в плоскости  $NO$ , но по другую сторону  $O$ , в положении, отмеченном точкой  $e_c$ ; дальнейшее вращение вновь выводит  $e$  из плоскости  $NO$ , и при повороте на  $180^\circ$ , когда восстанавливается расположение рис. 295, луч  $e$  вновь приходит в положение  $e_a$ , описав около  $O$  полный круг. При дальнейшем вращении явления повторяются. Таким образом, при полном повороте пластинки вокруг нормали луч  $e$  дважды описывает круг около  $O$ , четыре раза проходя через плоскость падения (два раза по одну сторону от  $O$  и два раза по другую сторону от  $O$ ).

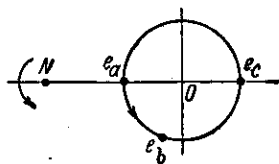


Рис. 300. При полном повороте кристаллической пластинки, вырезанной параллельно оптической оси, около нормалн необыкновенный луч дважды обходит вокруг обыкновенного.

#### § 142. Цвета кристаллических пластинок или интерференция поляризованных лучей

а) Явления в параллельных лучах. Поместив кристаллическую пластинку между двумя поляризаторами  $N_1$  и  $N_2$  (рис. 301), можно наблюдать следующие интерференционные явления.

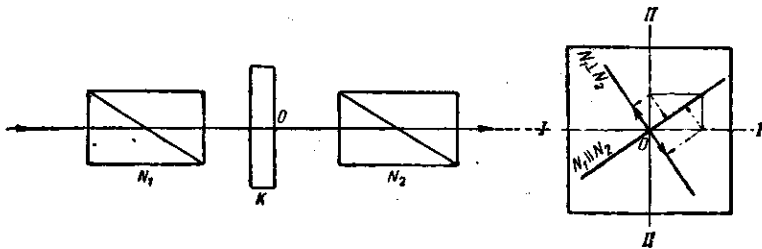


Рис. 301. Схема расположения для наблюдения цветов кристаллической пластинки в параллельных лучах. Справа — диаграмма разложения колебаний по главным направлениям пластинки.

При наблюдениях со светофильтрами пластинка неравномерной толщины обнаруживает распределение светлых и темных пятен. При поворачивании одного из поляризаторов на  $90^\circ$  светлые места становятся темными и обратно. В случае белого света пластинка испещрена цветными пятнами; при повороте одного из поляризаторов

на  $90^\circ$  цвета сменяются на дополнительные. Если убрать один из поляризаторов, то исчезают всякие следы интерференционной картины и пластинка оказывается освещенной равномерно.

Нетрудно понять смысл наблюдаемых явлений. Прямолинейно-поляризованный свет, выходящий из поляризатора  $N_1$ , падая на кристаллическую пластинку, дает начало двум когерентным волнам, идущим с различной скоростью и приобретающим известную разность фаз, зависящую от толщины пластинки и различия в показателях преломления обоих пучков. Так как колебания в этих волнах взаимно перпендикулярны, то они ведут к образованию эллиптически поляризованного света. В точках, соответствующих различным толщинам кристаллической пластинки, форма и ориентировка эллипсов могут быть различны, но *интенсивность* результирующего света будет везде одна и та же и пластинка кажется равномерно освещенной. Поместив второй поляризатор  $N_2$ , мы от каждого луча пропускаем лишь ту слагающую колебания, которая параллельна главной плоскости поляризатора  $N_2$ . Таким образом, для обоих лучей остаются лишь колебания, лежащие в одной плоскости. Итак, поляризатор  $N_1$  создает поляризованный свет, обуславливая *когерентность* волн, взаимодействие которых мы хотим наблюдать; кристаллическая пластинка  $K$  обеспечивает приобретение некоторой *разности фаз* двумя компонентами, на которые разлагается пришедшая волна; поляризатор  $N_2$  обеспечивает расположение направления колебаний обеих компонент в *одной плоскости*. В конце концов мы будем иметь взаимодействие двух *когерентных* волн, колебания которых совершаются в *одной плоскости* и которые имеют некоторую *разность фаз*, т. е. волн, удовлетворяющих всем условиям, необходимым для осуществления интерференции.

Если через  $I$  и  $II$  обозначить направления, по которым совершаются колебания двух лучей в кристаллической пластинке, то на рис. 301 ясно видно значение поворота одного из поляризаторов. Если  $N_1 \parallel N_2$ , то из второго поляризатора оба луча выходят с той разностью фаз, какую они приобрели в пластинке  $K$ . Если же  $N_1 \perp N_2$ , то при проектировании колебаний  $I$  и  $II$  на главную плоскость  $N_2$  сообщается дополнительная разность фаз в  $\pi$ , т. е. в однородном свете места максимумов должны обратиться в места минимумов и обратно, а в белом — цвета сменяются на дополнительные. Нетрудно также видеть, что если  $I$  и  $II$  совпадают с главной плоскостью  $N_1$  или  $N_2$ , то из аппарата выходит только одна волна и интерференция не имеет места. Действительно, наблюдение показывает, что если при неизменных  $N_1$  и  $N_2$  вращать пластинку, то интерференционная картина исчезает всякий раз, когда  $I$  или  $II$  становится параллельным одной из главных плоскостей  $N_1$  или  $N_2$ . Таким путем можно очень просто определить главные направления  $I$  и  $II$  в кристаллической пластинке.

Описанные явления представляют собой очень чувствительный метод определения двойного лучепреломления вещества. Они были

открыты Араго в 1811 г. и получили название «хроматической поляризации». Как уже упоминалось, с их помощью удалось расширить круг двоякопреломляющих кристаллов.

Если между скрещенными поляризаторами  $N_1$  и  $N_2$  введен слой вещества хотя бы со слабыми признаками оптической анизотропии, то поле отчасти просветляется в случае монохроматического света или дает более или менее прихотливое окрашивание в случае белого света. Поворачивание объекта приводит к изменению интерференционной картины, а в случае наличия главных направлений в испытуемом веществе позволяет определить их. В частности, таким методом можно обнаружить слабую анизотропию в кусках стекла и других материалах, обычно изотропных, но подвергнувшихся каким-либо деформациям благодаря нажму или неравномерному нагреву (см. гл. XXVI).

б) **Явления в сходящихся лучах.** Более сложные интерференционные картины получаются в сходящихся лучах. В этом случае разность фаз между двумя лучами, приобретаемая при прохождении через пластинку, есть

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{h}{\cos \psi} (n_1 - n_2), \quad (142.1)$$

где  $h$  — толщина пластинки,  $\psi$  — угол луча в пластинке с нормалью, так что  $h/\cos \psi$  есть геометрическая длина хода внутри пластинки,  $n_1$  и  $n_2$  — показатели преломления обоих лучей по данному направлению. Даже когда пластинка плоско-параллельна ( $h$  постоянно),  $\delta$  будет

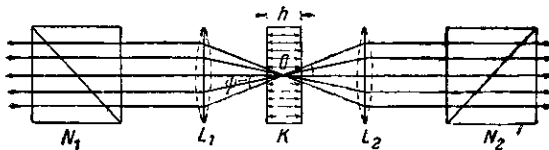


Рис. 302. Схема расположения для наблюдения цветов кристаллической пластинки в сходящихся лучах.

различно для лучей разного наклона  $\psi$  и будет определяться ориентацией пластинки относительно луча, от которой зависит разность  $n_1$  и  $n_2$ . Схема, осуществляющая необходимое расположение, изображена на рис. 302.

Рассмотрим простейший случай, когда конус сходящихся лучей падает на плоско-параллельную пластинку одноосного кристалла, вырезанную перпендикулярно к оптической оси, причем ось конуса совпадает с оптической осью кристалла. Тогда, при постоянном  $\psi$ ,  $\delta$  будет также постоянным, так как вследствие симметрии расположения относительно оси кристалла разность  $n_1 - n_2$  зависит только от значения  $\psi$ . Таким образом, точки постоянной разности фаз

$(\delta = \text{const})$  при выходе из кристалла будут соответствовать окружностям, вырисовываемым на поверхности кристалла конусом с заданным  $\psi$ . В зависимости от значения  $\delta$  окружности эти будут темными или светлыми (в монохроматическом свете) или соответственным образом окрашены (в случае белого света). Картина, наблюдаемая глазом, визирующим поверхность кристалла, или видимая на экране, на который спроектирована эта поверхность, представляет систему темных и светлых (или цветных) концентрических колец, центр которых совпадает с осью конуса лучей (рис. 303). Однако эти концентрические круги окажутся разрезанными по двум взаимно перпендикулярным направлениям, определяемым главной плоскостью поляризатора и плоскостью, к ней перпендикулярной. В этих направлениях будем иметь темный крест при скрещенных поляризаторах (рис. 303) и светлый — при параллельных. Действительно, главные

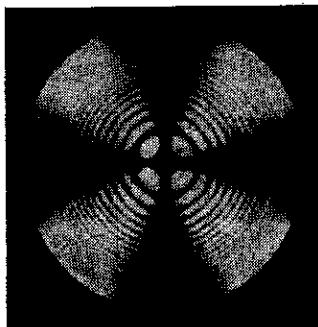


Рис. 303. Вид изохромат для пластинки одноосного кристалла, вырезанной перпендикулярно к оптической оси.

направлениях будем иметь темный крест при скрещенных поляризаторах (рис. 303) и светлый — при параллельных. Действительно, главные

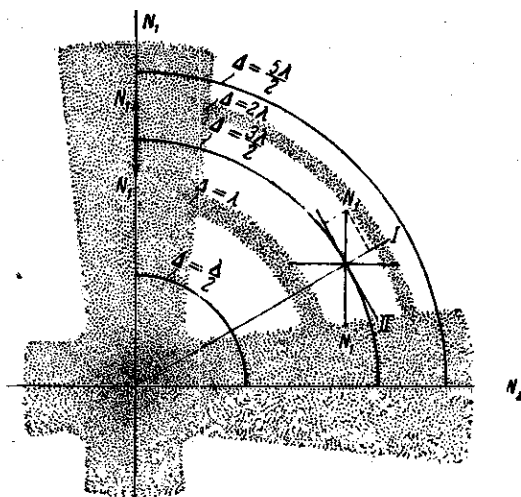


Рис. 304. Схематическое изображение интерференционной картины, получаемой в опыте, изображенном на рис. 302. При скрещенных поляризаторах  $N_1$  и  $N_2$  темные кольца (минимумы) соответствуют разности хода  $\Delta = m\lambda$ , а светлые (максимумы) — разности хода  $\Delta = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda$  (крест — темный).

сечения кристалла — это плоскость, проходящая через ось и луч, и плоскость, перпендикулярная к первой. В нашем случае для любого



азимута это будут сечения, проходящие вдоль радиуса и перпендикулярно к нему (обозначенные на рис. 304 I и II). Из рис. 304 видно, что для азимутов  $N_1$  и  $N_2$  одно из главных сечений кристалла совпадает с плоскостью колебания  $N_1$ , так что для этих азимутов двойное лучепреломление не имеет места и свет выходит плоскополяризованным с первоначальным направлением колебаний вдоль  $N_1$ . В случае скрещенных поляризаторов он будет задержан (темный крест), в случае параллельных — пропущен (светлый крест). Для всякого другого азимута имеет место расщепление падающей волны, и результат определяется возникшей в кристалле разностью хода.

Если пластинка вырезана под углом к оптической оси, то разность  $n_1 - n_2$  была бы различной для данного  $\psi$  для лучей, лежащих в разных азимутах, так как они составляли бы различные углы с оптической осью. Интерференционная картина имела бы иной вид, чем рассмотренный выше, поскольку совокупность точек поверхности, для которых  $\delta = \text{const}$ , не представляла бы в этом случае концентрических окружностей.

Геометрическое место точек на поверхности кристалла, для которых  $\delta = \text{const}$ , принято называть *изохроматической* кривой (кривая постоянного цвета). Если через точку  $O$ , представляющую вершину конуса лучей (внутри кристалла), провести все возможные направления (лучи) и найти на них точки, соответствующие заданной разности фаз  $\delta$ , то геометрическое место точек составит *изохроматическую поверхность*. Поверхность эта для одноосного кристалла представляет собой (приблизительно) гиперboloид вращения, ось которого совпадает с осью кристалла (рис. 305, а). Сечения этой поверхности плоскостью пластинки и представляют собой *изохромы*. Для случая, когда пластинка вырезана перпендикулярно к оптической оси, — это окружности (рис. 303); для пластинки, вырезанной параллельно оси, — это (приблизительно) гиперболы (рис. 306).

В случае двуосного кристалла, характеризующегося наличием двух направлений, вдоль которых скорости обоих световых лучей совпадают, изохроматическая поверхность подобна двум сросшимся цилиндрам,

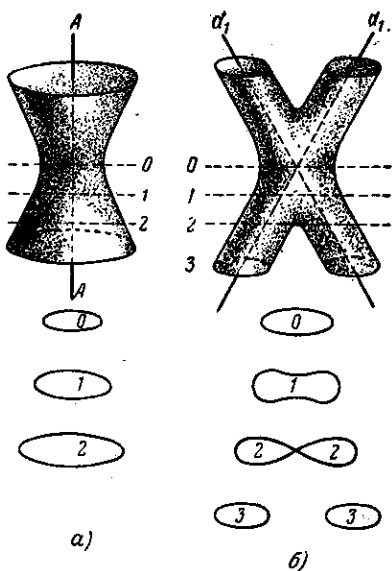


Рис. 305. Isoхроматические поверхности и их сечения для одноосного (а) и двуосного (б) кристаллов.

оси которых совпадают с оптическими осями кристалла (рис. 305, б). Для пластинки, вырезанной параллельно осям, изохроматы имеют вид гипербол; для пластинки, вырезанной перпендикулярно к биссектрисе между осями, изохроматы имеют вид лемнискат\*), «полюсами» которых служат места кажущегося (вследствие преломления) выхода оптических осей. Вместо темного (светлого) креста, характеризующего одноосную пластинку, вырезанную перпендикулярно к биссектрисе между осями, имеем две гиперболы, проходящие через

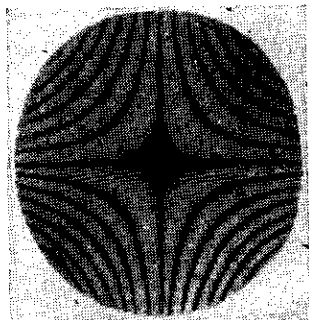


Рис. 306. Вид изохромат для пластинки одноосного кристалла, вырезанной параллельно оптической оси.

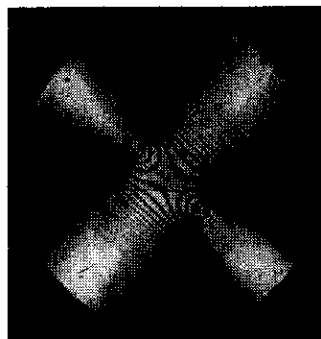


Рис. 307. Вид изохромат для пластинки двуосного кристалла, вырезанной перпендикулярно к биссектрисе между осями.

полюсы лемнискаты (рис. 307). При повороте пластинок они изменяются и в двух положениях сливаются в черный (светлый) крест. По положению полюсов лемнискат можно судить о кажущемся направлении оптических осей двуосного кристалла, а введя соответствующую поправку на преломление, найти истинный угол между осями.

## ГЛАВА XXVI

### ИСКУССТВЕННАЯ АНИЗОТРОПИЯ

#### § 143. Введение

Громадное большинство оптически изотропных тел обладает «статистической» изотропией: изотропия таких тел есть результат усреднения, обусловленного хаотическим расположением составляющих их молекул. Отдельные молекулы или группы молекул могут

\*) Кривая, каждая точка  $M$  которой отстоит от точек  $P$  и  $P'$  (полюсы лемнискаты) на расстоянии, удовлетворяющем условию

$$MP \times MP' = \text{const.}$$

быть анизотропны, но эта микроскопическая анизотропия в среднем сглаживается случайным взаимным расположением отдельных групп, и макроскопически среда остается изотропной. Но если какое-либо внешнее воздействие дает достаточно ясно выраженное преимущественное направление, то возможна перегруппировка анизотропных элементов, приводящая к макроскопическому проявлению анизотропии. Не исключена возможность и того, что достаточно сильные внешние воздействия могут деформировать даже первоначально изотропные элементы, создавая и микроскопическую анизотропию, первоначально отсутствующую. По-видимому, подобный случай имеет место при одностороннем сжатии каменной соли или силвина (см. § 136). Достаточные внешние воздействия могут проявляться и при механических деформациях, вызываемых обычным давлением или возникающих при неравномерном нагревании (тепловое расширение и закалка), или осуществляться электрическими и магнитными полями, налагаемыми извне. Известны даже случаи, когда очень слабые воздействия, проявляющиеся при течении жидкостей или пластических тел с сильно анизотропными элементами, оказываются достаточными для создания искусственной анизотропии.

#### § 144. Анизотропия, возникающая при деформациях

Явление двойного лучепреломления при механической деформации было открыто Зеебеком (1813 г.) и Брюстером (1815 г.). В случае одностороннего сжатия или растяжения, например вдоль  $MN$  (рис. 308), направление  $MN$  является *выделенным* и играет роль оптической оси. Оптические свойства деформированного таким образом тела соответствуют свойствам *одноосного* кристалла. Показатели преломления  $n_e$  и  $n_o$ , соответствующие колебаниям, совершаемым вдоль направления  $MN$  и перпендикулярно к нему, максимально отличаются друг от друга.

Схема расположения опыта для изучения искусственной анизотропии одинакова со схемой, применяемой при наблюдении двойного лучепреломления в кристаллах (рис. 308); конечно, главные плоскости поляризаторов  $N_1$  и  $N_2$  должны составлять угол (лучше всего в  $45^\circ$ ) с «осью» тела.

Опыт показывает, что разность  $n_o - n_e$ , являющаяся мерой анизотропии, пропорциональна напряжению  $P = \frac{F}{S} = \frac{F}{lh}$ , т. е. силе,

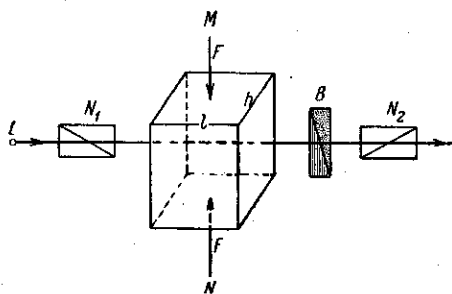


Рис. 308. Схема расположения приборов для наблюдения двойного лучепреломления при деформациях.

приходящейся на единицу площади:

$$n_o - n_e = kP, \quad (144.1)$$

где  $k$  — константа вещества.

Разность хода, приобретаемая лучами при прохождении слоя вещества толщины  $l$ , равна

$$\delta = l(n_o - n_e) = kPl, \quad (144.2)$$

или, выражая, как это часто делают, разность хода в длинах волн:

$$\delta_1 = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{k}{\lambda} Pl = CPl, \quad (144.3)$$

где  $C = \frac{k}{\lambda}$  — величина, характеризующая вещество.

Разность показателей преломления  $n_o - n_e$  может быть положительной и отрицательной в зависимости от материала. Кроме того,  $n_o$  и  $n_e$  зависят от длины волны (дисперсия двойного лучепреломления), вследствие чего при наблюдении в белом свете искусственно анизотропное тело в скрещенных поляризаторах оказывается пестро окрашенным. Распределение окраски может служить хорошим качественным признаком распределения напряжений; кроме того, возникновение окрашенных полей может считаться более чувствительным признаком проявления анизотропии, чем простое просветление, имеющее место при монохроматическом свете.

Регистрация искусственной анизотропии является очень чувствительным методом наблюдения напряжений, возникающих в прозрачных телах. Его с успехом применяют для наблюдения за напряжениями, возникающими в стеклянных изделиях, паянных и прессованных, охлаждение которых производилось недостаточно медленно. К сожалению, громадное большинство технически важных материалов непрозрачно (металлы), благодаря чему этот прием к ним непосредственно не приложим. Однако в последнее время получил довольно широкое распространение оптический метод исследования напряжений на искусственных моделях из прозрачных материалов (целлулоид, ксилонит и т. д.). Приготовляя из такого материала модель (обыкновенно уменьшенную) подлежащей исследованию детали, осуществляют нагрузку, имитирующую с соблюдением принципа подобия ту, которая имеет место в действительности, и по картине между скрещенными поляризаторами изучают возникающие напряжения, их распределение, зависимость от соотношения частей модели и т. д. Хотя приводимые выше эмпирические закономерности, связывающие измеренную величину  $n_o - n_e$  и величину напряжения  $P$ , позволяют в принципе по оптической картине заключить о численном распределении нагрузки по модели, однако практическое осуществление таких численных расчетов крайне затруднительно. Несмотря на ряд усовершенствований и в методике расчета и в технике эксперимента, настоящий метод имеет главным образом качественное значение.

Однако и в этом виде он дает в опытных руках довольно много, сильно сокращая предварительную работу расчета новых конструкций. В настоящее время имеется уже обширная литература, посвященная применениям этого метода.

### § 145. Двойное лучепреломление в электрическом поле (явление Керра)

а) Общие сведения. Возникновение анизотропии под действием внешнего электрического поля представляет собой явление, с теоретической стороны гораздо более глубоко разработанное, чем явления, изученные в предыдущем параграфе, и имеющее в связи с этим гораздо большее значение как для понимания механизма анизотропии вообще, так и для вопросов, связанных с исследованием молекулярной структуры. Причина этого лежит прежде всего в том, что явление Керра удалось наблюдать в гораздо более простых, с точки зрения теоретической трактовки, условиях, а именно в газах, хотя первые наблюдения относились к твердым телам и жидкостям, в которых этот эффект выражен значительно сильнее. Кроме того, механизм воздействия внешнего однородного электрического поля на молекулы гораздо более прост и понятен, чем эффекты механических деформаций, трактовка которых требует исследования воздействия на молекулы междумолекулярных электромагнитных полей, изменяющихся вследствие деформаций, т. е. исследования влияния очень сложного и плохо изученного фактора.

С другой стороны, явление Керра нашло себе за последние годы ряд чрезвычайно важных научных и научно-технических применений, основанных на способности его протекать практически безынерционно, т. е. следовать за очень быстрыми переменами внешнего поля. Таким образом, и по теоретической, и по практической ценности явление двойного лучепреломления в электрическом поле принадлежит к числу крайне интересных и важных. Как уже упоминалось (§ 2), о желательности постановки подобных опытов писал еще Ломоносов (1756 г.); о неудаче попытке обнаружить, влияет ли электризация на преломляющую способность жидкости, сообщает Юнг (1800 г.); и лишь в 1875 г. были выполнены опыты Керра, надежно устанавливающие явление. Керр показал, что многие *жидкие* диэлектрики становятся анизотропными под действием электрического поля. Опыты с жидкими диэлектриками имеют решающее значение, ибо для жидких веществ деформация, могущая возникнуть под действием электрического поля (электрострикция), не вызывает двойного лучепреломления\*), так что в опытах с жидкостью мы имеем электрооптические явления в чистом виде. Описанный Керром

\*) Исключения составляют очень вязкие жидкости (например, желатин, пропитанный водой), где наблюдались подобные явления.

эффект явился первым доказательством того, что оптические свойства вещества могут изменяться под влиянием электрического поля.

Наряду со знаменитым явлением Фарадея (вращение плоскости поляризации в магнитном поле, 1846 г.), которое явилось первым исследованным магнитооптическим явлением, явление Керра сыграло важную роль в обосновании электромагнитной теории света. В более поздние годы (1930 г. и позже) удалось наблюдать явление двойного лучепреломления под действием электрического поля в парах и газах. Измерения эти гораздо более трудны, чем измерения в жидкостях, вследствие малости эффекта; зато теория явления приложима к ним с меньшими оговорками.

**б) Методы наблюдения и экспериментальные данные.** Под влиянием электрического поля вещество становится в оптическом

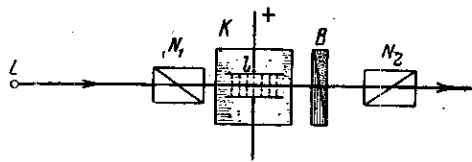


Рис. 309. Схема расположения приборов для наблюдения двойного лучепреломления в электрическом поле.

отношении подобным одноосному кристаллу с оптической осью вдоль направления электрической напряженности, являющегося осью симметрии.

Схема наблюдения явления изображена на рис. 309.

Если поляризаторы  $N_1$  и  $N_2$  скрещены и электрическое поле не наложено,

то свет не проходит через нашу систему. При наложении электрического поля жидкость между обкладками конденсатора становится двоякопреломляющей, так что свет, выходящий из  $K$ , оказывается эллиптически поляризованным и может быть исследован при помощи компенсатора  $B$ . Главные плоскости поляризаторов составляют с направлением поля угол, отличный от нуля (лучше всего  $45^\circ$ ).

Опыт показывает, что для монохроматического света данной длины волны  $\lambda$  разность показателей преломления  $n_e - n_o$  пропорциональна квадрату напряженности поля  $E$ :

$$n_e - n_o = kE^2, \quad (145.1)$$

так что разность хода, приобретаемая лучами на протяжении  $l$ , равна

$$\delta = l(n_e - n_o) = klE^2 \quad (145.2)$$

(здесь и дальше поле предполагается однородным, а луч — идущим перпендикулярно к направлению поля).

Выражая эту же разность в длинах волн, получаем сдвиг фазы

$$\varphi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = 2\pi klE^2 \quad (145.3)$$

( $B = \frac{k}{\lambda}$  — постоянная Керра).

Как видно из квадратичной зависимости  $\delta$  от  $E$ , сдвиг фазы *не зависит от направления поля*.

Для большинства жидкостей  $n_e > n_o$ , т. е.  $B > 0$ ; их анизотропия соответствует анизотропии положительного кристалла. Есть, однако, жидкости, для которых  $B < 0$  (например, этиловый эфир, многие масла и спирты). Численные значения постоянной Керра для разных веществ весьма различны. Максимальным значением  $B$  среди всех известных веществ обладает нитробензол, для которого приблизительно  $B = 2 \cdot 10^{-5}$  CGSE \*). Таким образом, если, например, на обкладки конденсатора, длина которых  $l = 5$  см и расстояние между которыми  $d = 1$  мм, наложена разность потенциалов в 1500 в, т. е. напряженность поля равна  $15000$  в/см  $= 50$  CGSE, то разность фаз в нитробензоле достигает  $\frac{\pi}{2}$ , т. е. такой конденсатор Керра действует, как пластинка в четверть волны. Понятно, что нетрудно обнаружить гораздо меньшую разность фаз, так что опыты с нитробензолом не представляют в смысле чувствительности явления каких-либо затруднений. Поэтому нитробензол находит себе широкое применение во всех технических устройствах и при демонстрациях.

Для других жидкостей постоянная Керра значительно меньше; например, для хлорбензола она равна  $10 \cdot 10^{-7}$  CGSE, для воды  $5 \cdot 10^{-7}$ , для сероуглерода  $3,5 \cdot 10^{-7}$ , для бензола  $0,5 \cdot 10^{-7}$  CGSE. Еще значительно меньше постоянная Керра для газов. Так, для паробразного сероуглерода (при давлении 900 мм Hg и температуре  $57^\circ$ )  $B = 3,6 \cdot 10^{-10}$  CGSE, для паробразного нитробензола  $27 \cdot 10^{-10}$  CGSE, а для такого газа, как азот, всего лишь  $0,4 \times 10^{-10}$  CGSE.

Из приведенных цифр, относящихся к длине волны  $\lambda = 5460 \text{ \AA}$  (зеленая линия), видно, насколько трудно исследование явления Керра в газах. В первых измерениях этого рода применялся конденсатор с длиной пластин в 50 см и с расстоянием между ними около 4 мм, на которые накладывалась разность потенциалов 15 000—20 000 в, так что напряженность поля достигала 40 000—50 000 в/см и получающаяся разность хода измерялась с помощью специальных анализаторов с точностью до 5 миллионных длины волны.

Постоянная Керра увеличивается при уменьшении длины волны (дисперсия) и сильно уменьшается при повышении температуры.

В обычной схеме наблюдения определяется только разность  $n_e - n_o$ ; можно, однако, определить и значения  $n_e$  и  $n_o$  в отдельности.

\*) Мы оставляем в стороне некоторые новые материалы (например, коллоидный раствор одного сорта глины, так называемого бентонита), для которых постоянная Керра может достигать значений, в  $10^6$  раз больших. Эти материалы представляют некоторый интерес для техники, но явления, протекающие в них, очень сложны и не поддаются ясной теоретической трактовке. См. Э. В. Шпольский, УФН, т. XXVII, вып. 1, стр. 96, 1945 г.

Для этой цели измеряют разность  $n_e - n$  или  $n_o - n$ , т. е. разность между показателем преломления необыкновенного (или обыкновенного) луча и показателем преломления вещества *вне* электрического поля.

Эти определения могут быть выполнены интерференционным методом по схеме рис. 310. Сущность этого метода, принадлежащего Л. И. Мандельштаму, состоит в том, что один из лучей

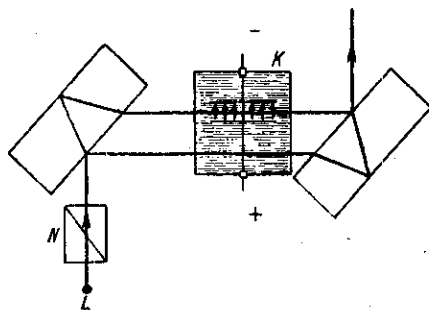


Рис. 310. Схема интерференционного метода наблюдения разности ( $n_e - n$ ) или ( $n_o - n$ ) при двойном лучепреломлении.

в интерферометре Жамена пропускают через жидкость, помещаемую в электрическом поле (между пластинками конденсатора  $K$ ), а другой луч направляют через жидкость, находящуюся вне электрического поля. Измеряя смещение полос интерференционной картины при включении электрического поля, определяем  $n_e - n$  или  $n_o - n$  в зависимости от первоначальной установки поляризатора  $N$ . Если поляризатор установлен так, что колебания луча происходят параллельно полю (вдоль «оптической оси»), то наблюдаемое смещение полос определяет собой величину  $n_e - n$ ; при повороте поляризатора на  $90^\circ$  определяем  $n_o - n$ .

Результаты тщательных измерений величин  $n_e - n$  и  $n_o - n$  дают (для большинства веществ):

$$\frac{n_e - n}{2} = \frac{n_o - n}{-1},$$

т. е.

$$\frac{n_e - n}{n_o - n} = -2. \quad (145.4)$$

в) Основы теории явления. С молекулярной точки зрения объяснение явления Керра лежит в оптической анизотропии молекул жидкости или газа, в котором наблюдается этот эффект. Такие анизотропные молекулы в поле световой волны обнаруживают большую или меньшую поляризуемость в зависимости от ориентации их по отношению к электрическому вектору световой волны. Однако в обычных условиях молекулы, составляющие среду, расположены вполне хаотически, так что при распространении световой волны с любым направлением электрического вектора и по любому направлению она будет встречать в среднем одинаковые условия: среда ведет себя как макроскопически изотропная. Но если наложить достаточно сильное электрическое поле вызовет, преимущественную ориентацию молекул, то некоторое направление в среде окажется направлением большей поляризуемости, чем другие. Поэтому и скорость распространения



световых волн будет зависеть от расположения электрического вектора волны внутри среды, т. е. от направления распространения световых волн и характера их поляризации: среда приобретает анизотропный характер.

Так как внешнее электрическое поле является осью симметрии, то диэлектрическая постоянная вдоль поля будет отличаться от диэлектрической постоянной в перпендикулярном направлении; но все направления, перпендикулярные к направлению поля, равноправны. Выбрав оси координат вдоль поля ( $Z$ ) и в двух взаимно перпендикулярных направлениях, например вдоль луча ( $Y$ ) и перпендикулярно к нему ( $X$ ), получим три главных направления со значениями диэлектрической постоянной  $\epsilon_z$  и  $\epsilon_x = \epsilon_y$ . Таким образом, эллипсоид диэлектрической постоянной есть эллипсоид вращения, и среда подобна одноосному кристаллу, причем направление электрического поля представляет собой оптическую ось.

Ориентация анизотропных молекул под действием внешнего электрического поля может происходить двояким образом. Первоначальная теория (Ланжевен, 1910 г.) рассматривала молекулы, которые не имеют собственного электрического момента, но приобретают его под действием внешнего поля. В первом приближении величину приобретенного молекулой момента  $\mu$  можно считать пропорциональной напряженности внешнего поля  $E$ , т. е.  $\mu = kE$ . Для анизотропных молекул  $k$  зависит от направления внутри молекулы. Ориентирующее действие внешнего поля и молекулярных столкновений проявляется в том, что вдоль поля стремится расположиться направление наибольшей поляризуемости. Таким образом, среда становится анизотропной.

Если на нее падает свет, то наибольший показатель преломления будут иметь волны, электрический вектор которых направлен по линии максимальной поляризуемости, т. е. вдоль внешнего поля. Так как направление внешнего поля играет по отношению к среде роль оптической оси, то, следовательно, волна с наибольшим показателем преломления есть волна необыкновенная (колебание вдоль оси), т. е.  $n_e > n_o$  и  $B > 0$ .

Таким образом, теория Ланжевена объясняет явление Керра, но оставляет непонятным существование — хотя и в меньшем количестве — веществ, для которых  $n_e < n_o$ , т. е.  $B < 0$ .

Борн (1916 г.) дополнил теорию Ланжевена, приняв во внимание возможность существования молекул со *значительным постоянным электрическим моментом*, направление которого может не совпадать с направлением наибольшей поляризуемости. В таком случае молекула ориентируется внешним полем так, что по направлению внешнего поля стремится установиться ее постоянный момент, а направление наибольшей поляризуемости (т. е. наибольшей диэлектрической постоянной) может составить заметный угол с направлением внешнего поля (играющего роль оптической оси). В зависимости от взаимного

расположения этих двух направлений вещество может характеризоваться положительным или отрицательным значением постоянной Керра  $B$ . В частности, если направление максимальной поляризуемости совпадает с направлением постоянного момента, то  $B > 0$ ; если они взаимно перпендикулярны, то  $B < 0$ . При некотором промежуточном положении  $B$  может равняться нулю, т. е. вещество не обнаруживает явления Керра. Отсюда понятно, почему вещества с близкими электрическими моментами и не сильно различающимися поляризуемостями (показателями преломления) могут очень сильно отличаться по отношению к эффекту Керра. Так, метилбромид имеет постоянную Керра, в сотни раз большую, чем метиловый спирт, хотя электрические моменты их и поляризуемости отличаются незначительно.

Молекулярно-кинетическое вычисление анизотропии, возникающей под действием электрического поля, требует статистического учета всех возможных ориентировок молекул под действием внешнего поля  $E$  и теплового движения. Оно приводит к результатам, согласным с опытом, а именно: постоянная Керра должна быть пропорциональна квадрату напряженности внешнего поля и уменьшается с увеличением температуры, ибо под действием тепловых соударений расстраивается ориентация молекул, определяющая возникновение анизотропии.

Как уже упоминалось, ориентационная теория может претендовать на количественное совпадение с опытом только в случае газов, когда можно не учитывать взаимодействия между молекулами, характерные для жидкостей. Приводимая таблица для парообразного этилхлорида показывает, насколько хорошо температурная зависимость согласуется с опытом.

Абсолютная температура	$B \cdot 10^{10}$ при 760 мм рт. ст.	
	наблюденная	вычисленная
291°	9,55	9,55
328°	7,25	7,30
377°	4,42	4,40
452°,5	2,56	2,61

Исходя из общих соображений, можно также до известной степени сделать понятным, почему разность  $n_e - n_o$  в явлении Керра пропорциональна *квадрату* напряженности электрического поля. Действительно, изменение знака поля соответствует изменению на 180° положения кристалла, которому уподобляется вещество в электрическом поле, т. е. переворачиванию кристалла. Но такое переворачивание не меняет оптических свойств кристалла. Следовательно, и оптические свойства вещества не должны зависеть от направления электрического поля, т. е. разность  $n_e - n_o$  должна быть пропор-

циональна четной степени напряженности поля, именно второй, ибо члены высшего порядка играют меньшую роль. Теория приводит также к отношению  $\frac{n_e - n}{n_o - n} = -2$ , установленному на опыте.

г) Длительность существования явления Керра и его применения. Для исследования природы явления Керра представляется немаловажным решение вопроса о длительности тех процессов, которые приводят к возникновению или исчезновению двойного лучепреломления в электрическом поле.

Опыты Абрагама и Лемуана (1899 г.) дали возможность экспериментально подойти к решению этого вопроса. Схема их расположения изображена на рис. 311.

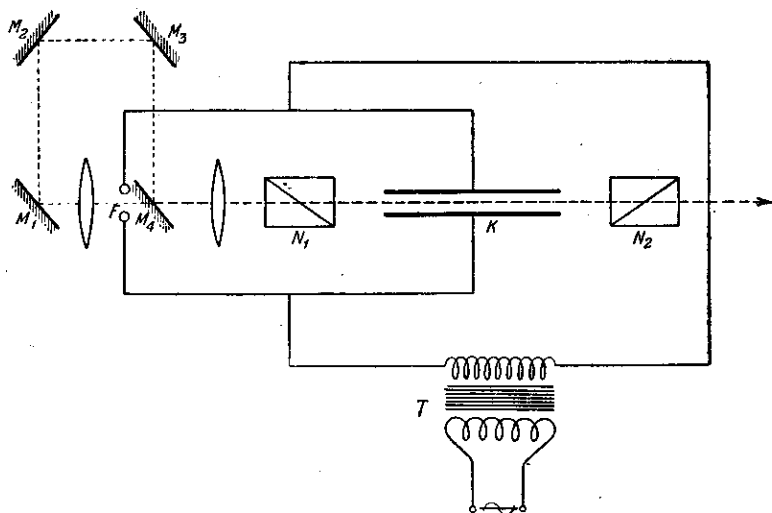


Рис. 311. Схема расположения для исследования скорости исчезновения двойного лучепреломления при устраниении электрического поля.

Источником света служит искровой промежуток  $F$ , присоединенный к обкладкам конденсатора Керра  $K$ , на который накладывается напряжение от трансформатора (индуктора)  $T$ . В момент пробоя (искра  $F$ ) на конденсаторе  $K$  имеется, таким образом, напряжение (равное пробойному), достаточное для сообщения значительного двойного преломления нитробензолу, помещенному в конденсатор. При пробое в  $F$  напряжение на  $K$  быстро падает, причем обычно принимают меры для того, чтобы воспрепятствовать колебательному разряду конденсатора  $K$ .

Если свет от искры  $F$  направляется непосредственно в систему  $N_1KN_2$ , то он достигает наблюдателя; другими словами, в момент прохождения света через  $K$  анизотропия, возникшая в жидкости под действием поля, еще сохраняется. Если же при помощи зеркала  $M_1$ ,

$M_2, M_3, M_4$  заставить свет пройти более или менее длительный путь  $FM_1M_2M_3M_4$  прежде, чем он дойдет до  $K$ , то можно оценить скорость исчезновения анизотропии. Опыт показал, что при длине этого дополнительного пути в 400 см, на прохождении которого свету требовалось  $1,3 \cdot 10^{-8}$  сек., система  $N_1KN_2$  оказывалась вполне непрозрачной, т. е. за это время жидкость, освобожденная от действия поля, становилась вновь изотропной.

Дальнейшие исследования этого рода позволили оценить время исчезновения анизотропии более точно. Согласно более поздним, хотя и не вполне надежным работам (1939 г.) это время составляет около  $10^{-10}$  сек., а для некоторых веществ — даже меньше. На этом основании можно сделать важные заключения. Во-первых, найденная длительность запаздывания не противоречит представлениям о молекулярной ориентации как причине явления. Действительно, время  $10^{-9} - 10^{-10}$  сек. заведомо достаточно для молекулярной ориентации или дезориентации в жидкости, ибо за это время молекула испытывает тысячи соударений и, следовательно, успеет прийти в новое равновесное состояние, соответствующее возникновению или устранению поля. Во-вторых, благодаря чрезвычайной скорости установления и исчезновения эффекта Керра, оказалось возможным использовать его для многих научных и научно-технических целей. Установка, подобная изображенной на рис. 311, может служить, например, для модуляции интенсивности света; необходимо только питать конденсатор Керра напряжением высокой частоты, а в качестве источника света применить вместо искры лампу или дугу. Таким образом, система  $N_1KN_2$  превращается в оптический затвор, прерывающий доступ свету много раз в секунду. Преимущество такого затвора перед механическими, например перед вращающимся колесом, очевидно, ибо он позволяет осуществить огромное число прерываний в секунду (до  $10^9$ ; см. упражнение 190), недостижимое механическими средствами. С помощью подобного затвора было выполнено (1937 г.) точное определение скорости света при базисной линии длиной всего около трех метров (см. § 115).

Аналогичные установки нашли применение для определения чрезвычайно коротких времен послесвечения, характеризующих явления флуоресценции. Прибор, построенный на этом принципе, и его действие описаны в главе XLI. С большим успехом явление Керра применяется для быстрой модуляции силы света в современных установках для телевидения и в говорящем кино (П. Г. Тагер).

#### § 146. Двойное лучепреломление в магнитном поле (явление Коттон — Мутона)

Аналогично возникновению двойного лучепреломления в электрическом поле возможно также и создание искусственной анизотропии действием магнитного поля. Если анизотропные молекулы обладают

дополнительно постоянным магнитным моментом (парамагнитное тело), подобно тому как молекулы, будучи анизотропными, обладают постоянным электрическим моментом, то их поведение под действием магнитного поля должно представлять аналогию с явлением, наблюдаемым в электрическом поле. В отсутствие внешнего магнитного поля хаотическое расположение молекул обеспечивает макроскопическую изотропию среды, несмотря на анизотропию отдельных молекул. Наложение достаточно сильного магнитного поля, воздействующего на магнитные моменты наших молекул, ориентирует их определенным образом относительно этого внешнего поля. Ориентация анизотропных молекул сообщает всей среде свойства анизотропии, которые можно наблюдать обычным способом. Действительно, удалось наблюдать возникновение двойного лучепреломления под действием сильного магнитного поля, направленного поперечно к линии распространения света. Схема расположения опыта аналогична установке для наблюдения явления Керра. Закон двойного лучепреломления в магнитном поле, наблюдаемый в этих опытах, аналогичен находимому для явления Керра, а именно, он имеет вид

$$n_e - n_o = DH^2 \quad \text{или} \quad \frac{\delta}{\lambda} = \frac{1(n_e - n_o)}{\lambda} = CH^2, \quad (146.1)$$

где  $H$  — напряженность магнитного поля,  $C = \frac{D}{\lambda}$  — постоянная, зависящая от свойств среды. Величина этой постоянной очень мала, так что наблюдение удалось лишь благодаря применению мощного магнита, позволявшего получить сильные поля в больших объемах. Так, для нитробензола найдено  $C = 2,53 \cdot 10^{-12}$  CGSM. Это значит, что, например, в поле 20 000 эрстед при длине светового пути, равной 8 см, разность хода двух компонент равнялась 0,008λ, что соответствует разности фаз всего около 3°. Закономерности и теория описываемого явления представляют полную аналогию с закономерностями и теорией явления Керра.

# ОТДЕЛ IX

## МОЛЕКУЛЯРНАЯ ОПТИКА

---

### ГЛАВА XXVII

#### ДИСПЕРСИЯ И АБСОРБЦИЯ СВЕТА

##### § 147. Трудности электромагнитной теории Максвелла

Световая волна в вакууме представляет собой переменное электромагнитное поле высокой частоты, распространяющееся с постоянной скоростью ( $c = 2,9979 \cdot 10^{10}$  см/сек), не зависящей от частоты. Это последнее обстоятельство может считаться установленным с большой степенью достоверности наблюдениями над астрономическими явлениями. Так, исследование затмения удаленных двойных звезд не обнаруживает никаких аномалий в спектральном составе света, доходящего до нас в начале и конце затмений. Между тем затмение звезды или выход ее из тени своего спутника означает обрыв или начало распространения светового импульса, далеко не монохроматичного и могущего рассматриваться как результат наложения многих монохроматических излучений. Если бы скорость этих излучений в межпланетном пространстве была различна, то импульс должен был бы дойти до нас значительно деформированным. Например, предположим для простоты, что этот импульс может быть уподоблен двум почти монохроматическим группам, синей и красной, и примем, что скорость распространения «красной» группы больше, чем «синей»; мы должны были бы наблюдать при начале затмения изменение цвета звезды от нормального к синему, а при окончании его — от красного к нормальному. При огромных расстояниях, отделяющих от нас двойные звезды, даже ничтожная разница в скоростях должна была бы дать заметный эффект. В действительности же такой эффект не имеет места. Так, наблюдения Араго над переменной звездой Алголь привели его к заключению, что разность между скоростью распространения красных и фиолетовых лучей во всяком случае меньше одной стотысячной этой скорости. Это и подобные наблюдения заставляют признать, что дисперсия света в межпланетном пространстве \*)

---

\*) Межпланетное пространство может рассматриваться как наиболее полное приближение к вакууму. По астрофизическим данным средняя плотность вещества в межпланетном пространстве — около одного атома на 1 куб. см, тогда как в лучших вакуумных приборах плотность не меньше  $10^9$  атомов на 1 куб. см (а обычно гораздо больше).

отсутствует. При вступлении же в обычные среды свет испытывает изменение скорости (рефракция, или преломление), и притом для разных частот скорость в средах оказывается различной, т. е. показатель преломления  $n$  зависит от частоты или длины волны:  $n = f(\lambda)$  (дисперсия света).

Наличие дисперсии света является одним из фундаментальных затруднений первоначальной электромагнитной теории света Максвелла. Эта теория, связавшая воедино электромагнитные и оптические явления, представляла громадный шаг вперед, явившись научным обобщением крупнейшего масштаба. С помощью этой теории раскрывался смысл явления Фарадея (вращение плоскости поляризации в магнитном поле), открытого почти за четверть века до того; она, несомненно, стимулировала дальнейшие изыскания в области магнито- и электрооптики, приведшие к двум важным открытиям Керра: двойного лучепреломления в электрическом поле и поворота плоскости поляризации при отражении от намагниченного ферромагнетика. Наконец, теория Максвелла устранила ряд неясностей и противоречий «упругой» оптики.

Важнейшим выводом теории Максвелла явилось положение, согласно которому скорость распространения электромагнитного поля в пустоте равняется отношению электромагнитных и электростатических единиц силы тока; второй, не менее важный вывод гласил, что показатель преломления электромагнитных волн равняется  $\sqrt{\epsilon\mu}$ , где  $\epsilon$  — диэлектрическая постоянная, а  $\mu$  — магнитная проницаемость среды. Таким образом, скорость распространения электромагнитной волны, в частности света, оказалась связанной с константами вещества, в котором распространяется свет, хотя, правда, эти константы введены в теории Максвелла формально и имеют чисто феноменологический характер. Напомним, что в механической (упругой) теории никакой связи между оптическими характеристиками среды (скорость света) и ее механическими свойствами (упругость, плотность) не было установлено. Известно, что для целого ряда газообразных и жидких диэлектриков соотношение Максвелла  $n = \sqrt{\epsilon\mu} = \sqrt{\epsilon}$  (ибо  $\mu$  близко к 1) выполняется достаточно хорошо; об этом свидетельствуют следующие данные для различных веществ:

	$n$	$\sqrt{\epsilon}$
Азот . . . . .	1,000299	1,000307
Водород . . . . .	1,000139	1,000139
Углекислота . . . . .	1,000449	1,000485
Гелий . . . . .	1,000035	1,000037
Закись азота . . . . .	1,000507	1,000547
Толуол жидкий . . . . .	1,499	1,549
Бензол . . . . .	1,501	1,511

Однако для многих других тел, например для стекла и таких жидкостей, как вода или спирт,  $\epsilon$  гораздо больше  $n^2$ . Так, для

воды  $n^2 = 1,75$ , тогда как  $v = 81$ . Кроме того, как уже сказано, показатель преломления зависит от длины волны (дисперсия) и, следовательно, не может равняться некоторой постоянной, как и, согласно теории Максвелла, является характерная для среды диэлектрическая постоянная. Трудности объяснения дисперсии света с точки зрения электромагнитной теории полностью устраняются электронной теорией, позволившей дать молекулярное истолкование формальным параметрам  $\epsilon$  и  $\mu$  и объяснившей одновременно влияние частоты электромагнитного поля на  $\epsilon$  и, следовательно, на  $n$ .

### § 148. Дисперсия света. Методы наблюдения и результаты

Любой метод, который применяется для определения показателя преломления, — преломление в призмах, полное внутреннее отражение, интерференционные приборы — может служить для обнаружения дисперсии.

Первые экспериментальные исследования дисперсии света, принадлежащие Ньютону (1672 г.)\*, были выполнены по способу преломления в призме, представляющему и поныне хороший метод для демонстрации и исследования. Направляя пучок белого света от линейного источника (щель), параллельного ребру призмы, и проектируя изображение щели на экран, мы не только наблюдаем отклонение изображения (преломление в призме), но вследствие зависимости угла преломления от длины волны получаем изображение щели растянутым в виде цветной полосы (спектр). При сравнении спектров, полученных с помощью призм с равными преломляющими углами, но из разных веществ, можно заметить, что спектры не только отклонены на разные углы, что обусловлено разными значениями  $n$  для одной и той же  $\lambda$ , но и растянуты на большую или меньшую длину благодаря различию в величине дисперсии для разных веществ. Так, при сравнении одинаковых призм из воды и сероуглерода мы увидим, что во втором случае спектр (от красных до фиолетовых лучей) в 5—6 раз длиннее, чем в первом.

Измеряя показатель преломления для разных длин волн, можно исследовать дисперсионную способность вещества призмы, т. е. функцию  $n = f(\lambda)$ . Очень наглядный метод, обрисовывающий характер дисперсии материала призмы, был применен еще Ньютоном в его первых исследованиях. Это — метод скрещенных призм, состоящий в том, что свет проходит последовательно через две

---

\*) Разложение солнечного света в спектр в естественных условиях происходит в радуге, известной, конечно, с незапамятных времен. Декарт дал элементарную теорию радуги, основанную, по существу, на допущении зависимости показателя преломления от длины волны, но посвященную главным образом вычислению углов, под которыми видны радуги разных порядков. Ньютон в своей «Оптике» воспроизводит рассуждения Декарта с указанием, что происхождение цветов оставалось Декарту неясным.



призмы, преломляющие ребра которых расположены перпендикулярно друг к другу (рис. 312). Цветная полоска, получающаяся в результате действия одной призмы, отклоняется второй призмой

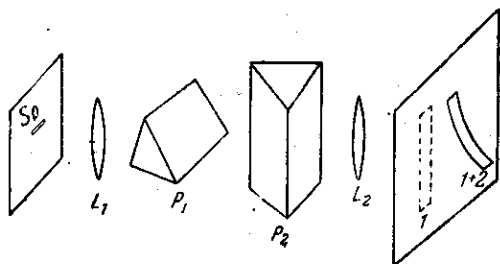


Рис. 312. Метод скрещенных призм Ньютона.

в разных своих частях различно, в зависимости от величины показателя преломления, так что окончательная форма и расположение спектра определяются величиной дисперсии обеих призм.

На основании своих сравнительно немногочисленных опытов Ньютон пришел к ошибочному заключению, что относительная дисперсия различных прозрачных веществ одинакова.

В настоящее время нам известно, что зависимость между показателем преломления и дисперсией может быть весьма сложной, причем возрастание дисперсии не всегда идет рука об руку с увеличением преломления, хотя обычно подобный параллелизм наблюдается. Даже общий ход дисперсии — увеличение показателя преломления при уменьшении длины волны — не всегда имеет место.

Леру (1862 г.), наблюдая преломление в призме, наполненной парами иода, обнаружил, что синие лучи преломляются меньше, чем красные (другие лучи поглощаются иодом и от наблюдения ускользают). Наблюдаемую особенность Леру назвал *аномальной дисперсией* — название, удержавшееся и до нашего времени.

Аномальный ход дисперсии наблюдается и в жидкостях: исследуя спектр при помощи призмы, наполненной раствором фуксина, обнаружим, что фиолетовые лучи отклоняются менее красных.

Систематические исследования Кундта, который использовал для этих наблюдений метод скрещенных призм, установили важный закон, согласно которому явление аномальной дисперсии тесно связано с поглощением света: все тела, дающие аномальную дисперсию в какой-либо области (рис. 313), сильно поглощают свет в этой

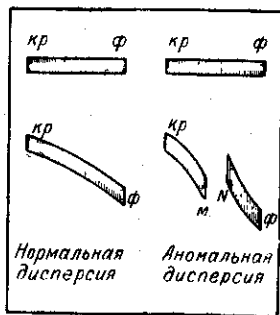


Рис. 313. Вид спектра, получаемого по методу скрещенных призм.

области. Показатель преломления вблизи полосы поглощения меняется настолько быстро, что значение его со стороны более длинных волн (точка  $M$ ) больше, чем со стороны коротких (точка  $N$ ). Аномальный ход показателя преломления, т. е. его уменьшение при уменьшении длины волны, имеет место внутри полосы от точки  $M$  к  $N$ , где наблюдения очень трудны вследствие поглощения света.

Рис. 314 воспроизводит в форме кривой результаты наблюдения над дисперсией раствора цианина в области полосы поглощения:

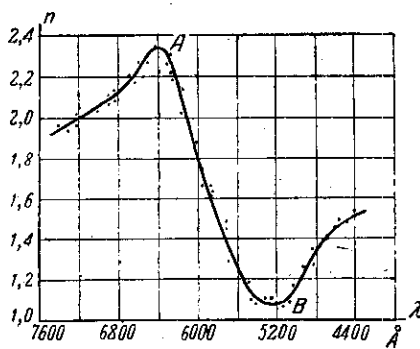


Рис. 314. Ход показателя преломления в цианине в области полосы поглощения.

от  $A$  до  $B$  показатель преломления уменьшается, т. е. имеет аномальный ход. Общий ход показателя преломления на некотором расстоянии от полос поглощения соответствует обычному нормальному ходу дисперсии: медленное увеличение показателя преломления по мере уменьшения длины волны. Такой же ход имеет показатель преломления для прозрачных тел (стекло или кварц, например) на всем протяжении видимого спектра. Однако по мере продвижения в ультрафиолетовую или инфракрасную части спектра показатель преломления этих веществ

начинает меняться довольно быстро, что указывает на приближение к полосам поглощения, которые действительно расположены в соответствующих участках спектра.

Таким образом, детальное исследование показывает, что у всякого вещества имеются свои полосы поглощения, и общий ход показателя преломления обусловлен распределением этих полос по спектру. Поэтому противопоставление понятий нормальной и аномальной дисперсии теряет смысл. Полная дисперсионная картина для любого вещества состоит из областей аномальной дисперсии, соответствующих областям внутри полос или линий поглощения, и областей нормальной дисперсии, расположенных между полосами поглощения.

Связь между аномальной дисперсией и поглощением позволила Кундту высказать соображение, что сильно поглощающие газы или пары должны также давать явление аномальной дисперсии. Несколько лет спустя Кундту удалось наблюдать ожидаемое явление при лекционной демонстрации поглощения света парами натрия. Свет от источника разлагался в спектр при помощи вертикально поставленной призмы, дававшей спектр в виде горизонтальной полоски. На пути лучей была расположена горелка, в пламя которой вводились

пары натрия. На экране обнаружилось не только появление темной полосы в желтой части спектра, характерной для поглощения света в парах натрия, но и *загиб* спектральной полосы в разные стороны по бокам области поглощения.

В этой случайно наблюдаемой картине Кундт сразу узнал явление аномальной дисперсии. Конусообразный столб паров натрия, поднимавшийся над горелкой, играл роль призмы с горизонтальным преломляющим ребром (основание внизу), скрещенной с первой стеклянной призмой, стоявшей вертикально. Как видно из рис. 315, более длинноволновая часть *a* преломляется сильнее, чем более коротковолновая область *b*, для которой показатель даже меньше единицы.



Рис. 315. Аномальная дисперсия в парах натрия (демонстрационный опыт).

Пары натрия имеют не одну линию поглощения, а две очень резкие и тонкие линии, расположенные на расстоянии  $6 \text{ \AA}$  друг от друга.

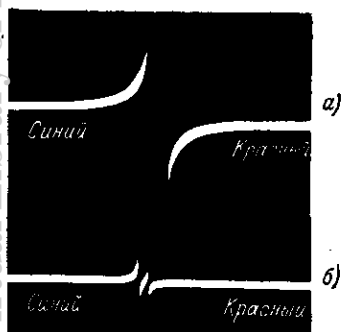


Рис. 316. Аномальная дисперсия в парах натрия: *а* — при значительной плотности пара обе линии поглощения натрия (дублет натрия) сливаются в полосу; *б* — при небольшой плотности пара обе линии дублета натрия разделены.

В описанном выше демонстрационном опыте плотность паров натрия была настолько большой, что обе линии поглощения натрия,  $D_1$  и  $D_2$ , сливались в одну полосу и детали явления не были различимы. Улучшенные условия опыта позволяют наблюдать картину гораздо более отчетливо: при значительной плотности пара наблюдаются широкая полоса поглощения и загибы на краях (рис. 316, *а*), а при уменьшенной плотности пара — наличие двух областей аномальной дисперсии, соответствующих двум линиям поглощения (рис. 316, *б*).

Так как наиболее отчетливая картина явления наблюдается у газов (паров), характеризующихся резкими линиями поглощения, то и проверка теоретических представлений лучше всего может быть выполнена для газов, для

которых, впрочем, и построение теории значительно проще. Поэтому большое значение приобрели методы исследования зависимости показателя преломления от длины волны, позволяющие производить точные измерения в газах. Ввиду малой величины показателя преломления в газах (особенно при малой плотности, необходимой при работе вблизи линии поглощения) приходится применять интерференционные рефрактометры.

Наилучшие результаты получаются по методу «скрещения» спектральных аппаратов, причем одним из них служит, например, интерферометр Жамена, а вторым — обычный спектрограф с призмой или дифракционной решеткой (Вуд, Д. С. Рождественский). Для того чтобы «скрестить» интерферометр Жамена и призмный спектральный аппарат, надо расположить их, например, таким образом, чтобы полосы интерференции шли горизонтально, а щель спектрографа — вертикально. Отобразив картину, даваемую интерферометром, от источника белого света, т. е. совокупность цветных полос, на щель спектрографа, мы увидим сплошной спектр, протчерченный в продольном направлении рядом темных линий, соответствующих тем местам щели спектрографа, на которые приходится изображение темных полос интерференционной картины.

Так как расстояние между темными полосами тем больше, чем больше длина волны, то система темных полос в спектрографе

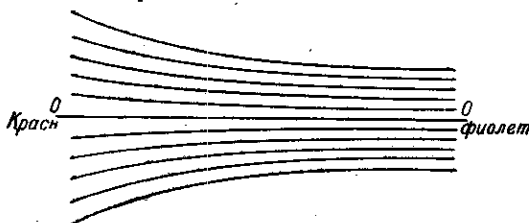


Рис. 317. Расположение полос интерференции при скрещении интерферометра Жамена и спектрографа.

будет сужаться от красного конца спектра к фиолетовому, как показано на рис. 317. Отрегулируем приборы таким образом, чтобы нулевая темная полоса была прямолинейной и перпендикулярной к направлению щели, и примем ее за ось абсцисс. Ордината  $m$ -й полосы будет пропорциональна соответствующей разности хода  $m\lambda$ , т. е. для этой полосы  $y = am\lambda$ , где  $a$  — коэффициент, величина которого зависит от констант применяемых приборов. Если на пути одного из лучей интерферометра ввести слой вещества толщиной  $h$  с показателем преломления  $n = f(\lambda)$ , то будет сообщена дополнительная разность хода, равная  $h(n - 1)$ . В результате интерференционные полосы испытают соответственное смещение вдоль щели спектрографа, и нулевая полоса, ранее удовлетворявшая условию  $y = 0$  (ось абсцисс), теперь примет форму, соответствующую  $y = a(n - 1)h$ .

Таким образом, нулевая полоса вычерчивает в определенном масштабе зависимость  $(n - 1)$  от длины волны, т. е. дает непосредственную кривую дисперсии.

Если в качестве дополнительного слоя вещества ввести трубку, наполненную парами натрия, то можно точно исследовать ход показателя преломления даже вблизи линий поглощения, и притом

тем ближе к ним, чем меньше поглощение в парах натрия. Фотография наблюдаемой картины, заимствованная из работы Д. С. Рождественского, приведена на рис. 318.

Рождественскому принадлежит также важный метод, позволивший значительно повысить точность измерения дисперсии в непосредственной близости к полосе поглощения. Пользуясь возможностью менять



Рис. 318. Аномальная дисперсия в парах натрия (снимок Д. С. Рождественского).

наклон интерференционной полосы, вводя в какое-нибудь плечо слой диспергирующего вещества, Д. С. Рождественский поместил в одном плече слой исследуемого вещества, а в другом — стеклянную пластинку известной толщины и дисперсии. Так как в исследуемом веществе вблизи полосы поглощения дисперсия меняется очень сильно, то всегда найдется такая длина волны, для которой действие стеклянной пластинки будет *точно* скомпенсировано действием исследуемого вещества, так что в этом месте наклон интерференционной кривой пройдет через нуль; слева от этого значения длины волны кривые падают, а справа — поднимаются (или наоборот), образуя *крюк*, положение вершины которого в шкале длин волн может быть точно определено (рис. 319).

Ход кривой  $y$  может быть представлен соотношением

$$y = a \{ (n - 1) h - (n' - 1) h' \},$$

так что условие, определяющее положение вершины крюка, есть

$$\frac{dy}{d\lambda} = a \left( \frac{dn}{d\lambda} h - \frac{dn'}{d\lambda} h' \right) = 0$$

или

$$\frac{dn'}{d\lambda} = \frac{h}{h'} \frac{dn}{d\lambda}.$$

Таким образом, зная характеристики стеклянной пластинки  $\left( h, \frac{dn}{d\lambda} \right)$  и толщину исследуемого слоя  $h'$ , можно определить  $\frac{dn'}{d\lambda}$ , т. е.

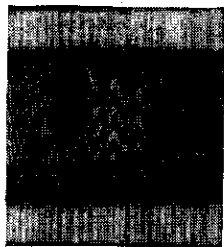


Рис. 319. Аномальная дисперсия в парах натрия («метод крюков» Д. С. Рождественского).

дисперсию изучаемого вещества при том значении  $\lambda$ , которое соответствует положению вершины крюка. Меняя толщину  $h$  стеклянной пластинки, можно смещать положение вершины крюка вдоль шкалы длин волн, переходя к местам различных значений  $\frac{dn'}{d\lambda}$ , исследуя таким образом дисперсию в желаемом интервале длин волн.

Этот «метод крюков» Рождественского широко используется в точных исследованиях по дисперсии:

### § 149. Основы теории дисперсии

Плодотворная попытка истолкования богатого материала, полученного экспериментальным путем, была сделана еще в «упругой» теории света. Хотя эта теория не могла связать значение показателя преломления среды ни с каким из известных параметров этой последней, тем не менее истолкование явлений рефракции и дисперсии в веществе предпринято было уже давно.

Согласно представлениям Френеля свет распространялся в особой среде, светоносной эфире, обладающем свойствами упругого твердого тела, крайне разреженного и проникающего во все обычные среды. Скорость световой волны определялась в основном свойствами этого эфира, но в вещественных средах молекулы изменяют свойства эфира, в них заключенного, и таким образом влияют на скорость распространения света. Развивая идею Френеля об учете влияния молекул вещества на частички эфира, Коши (1829—1835 гг.) пришел к формуле, выражающей зависимость показателя преломления от длины волны:

$$n = a + \frac{b}{\lambda_0^2} + \frac{c}{\lambda_0^4} + \dots, \quad (149.1)$$

где  $\lambda_0$  — длина волны в пустоте,  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , ... — постоянные значения которых для каждого вещества должны быть определены на опыте. В большинстве случаев можно ограничиться двумя первыми

$\lambda$ в Å	$(n-1) \cdot 10^7$ наблюд.	$(n-1) \cdot 10^7$ вычисл.
5462,260	1396,50	1396,50
4078,991	1426,32	1426,33
3342,438	1461,33	1461,18
2894,452	1498,59	1498,63
2535,560	1546,90	1547,01
2302,870	1594,18	1594,18
1935,846	1718,24	1718,37
1854,637	1759,26	1759,96

членами формулы. Формула Коши хорошо передает нормальный ход дисперсии. Так, очень тщательные измерения показателя преломления для водорода могут быть при помощи соответственно подобранных коэффициентов  $a$ ,  $b$  и  $c$  переданы формулой Коши очень хорошо, как показывает таблица.

Теория Коши была создана задолго до открытия аномальной дисперсии. Ее историческое значение очень велико, ибо это была

первая работа, показавшая, что волновая теория в состоянии объяснить дисперсию света.

После открытия аномальной дисперсии и установления ее связи с абсорбцией, Зельмейер (1871 г.)\*) дал полную теорию явления, основываясь на представлении о взаимодействии между молекулами весомой среды и эфиром. Особенностью теории Зельмейера явилось допущение, что молекулы обладают собственными частотами колебаний, характерными для данного вещества, благодаря чему получило объяснение наличие определенных полос (линий) поглощения. Из рассуждений Зельмейера вытекало, что наличие таких собственных периодов приводит к зависимости показателя преломления от частоты, весьма хорошо передающей весь ход дисперсии как вблизи, так и вдали от полос поглощения. Основы теории Зельмейера сохранились и в дальнейших теориях дисперсии, включая и современную электронную теорию. Очень точные измерения зависимости  $n$  от  $\lambda$ , выполненные значительно позже (1912 г.) Д. С. Рождественским для паров натрия, показали, что расхождение между теорией Зельмейера и опытом не превышает 2—3%. При этом удалось выполнить измерения вплоть до областей, отличающихся не более как на 0,5 Å от длины волны, соответствующей собственным колебаниям атома. В 1945 г. ученикам Д. С. Рождественского удалось усовершенствовать его методы и еще больше приблизиться к центру линии поглощения, повысив в то же время точность измерений.

В теории дисперсии Зельмейера удалось связать оптическую константу (скорость света в веществе) с другими параметрами вещества, с собственными периодами его молекул, определены которых, правда, должно было выполняться также оптическими методами. Электронное истолкование дисперсии, используя понятие собственных колебаний атомов, установило природу колеблющихся частиц (электроны и ионы) и позволило значительно углубить наши представления о веществе и свете.

В настоящее время в связи с радикальным изменением наших представлений о законах, управляющих поведением атомов и молекул, — изменением, внесенным квантовой теорией, — мы вынуждены пересмотреть и теорию дисперсии. Однако, несмотря на коренную переработку наших представлений, основные существенные черты теории дисперсии сохранились и в квантовой ее трактовке\*\*).

\*) Рэлей пишет: «Я установил позже, что Максвелл (до Зельмейера) рассмотрел проблему аномальной дисперсии. Его результаты содержатся в математических экзаменационных вопросах от 21/1 1869 г. (Cambridge Calendar, 1869 г.). В этом экзаменационном вопросе уже имеются члены, учитывающие вязкость, введенные позже Гельмгольцем» (Rayleigh, Scin. P., В IV, p. 413).

\*\*) Это связано с тем обстоятельством, что взаимодействие между атомом и световой волной может быть учтено в хорошем согласии с опытом, если рассматривать атом как совокупность гармонических осцилляторов, а для гармонического осциллятора классическая и квантовая трактовки задач приводят к одинаковым результатам.

При этом, однако, не только изменилась точка зрения на явление дисперсии, но и были открыты новые стороны его, не предусмотренные классической теорией и нашедшие себе в дальнейшем опытное подтверждение (отрицательная абсорбция, некогерентное рассеяние).

Познакомимся несколько детальнее с основами электронной теории дисперсии. О квантовой теории несколько слов будет сказано позднее.

Как уже отмечалось, сущность взаимодействия света и вещества сводится к интерференции падающей (первичной) волны со вторичными волнами, возникающими вследствие колебаний электронов (и ионов) вещества, приведенных в колебание полем первичной волны.

В настоящем разделе мы рассмотрим задачу более формально, исследуя зависимость диэлектрической постоянной среды от частоты световых волн, вызывающих смещение электрических зарядов вещества. Как показывает явление Зеемана (см. гл. XXX), главную роль в оптической жизни атома играет электрон; поэтому в дальнейшем мы для удобства будем говорить именно об электроне; однако все наши рассуждения остаются в силе и для иных ааряженных частиц, входящих в состав атома. В частности, при исследовании показателя преломления в области длинных волн необходимо учитывать влияние ионов, способных к сравнительно медленным (инфракрасным) колебаниям.

Итак, для вывода зависимости показателя преломления от длины волны найдем, как зависит диэлектрическая постоянная от частоты переменного электрического поля, и затем перейдем к  $n$  на основании соотношения  $n = \sqrt{\epsilon}$ . В соответствии с теорией электронов будем рассматривать молекулы или атомы диэлектрика как системы, в состав которых входят электроны, находящиеся внутри молекул в положении равновесия. Под влиянием внешнего поля эти заряды смещаются из положения равновесия на расстояние  $r$ , превращая таким образом атом в электрическую систему с моментом  $p = qe$  (диполь). Если в единице объема нашей среды находится  $N$  атомов, которые испытывают поляризацию, то электрический момент единицы объема, или поляризация среды, будет равняться  $P = Np = Ner$ . При этом мы для простоты полагали, что в нашей среде имеется лишь один сорт атомов и в каждом из них способен смещаться только один электрон. В противном случае поляризация среды выразилась бы через

$$P = \sum N_i e_i r_i \quad (149.2)$$

где индекс  $i$  относится к  $i$ -му сорту зарядов. Зная электрическую поляризацию среды, нетрудно вычислить ее диэлектрическую постоянную  $\epsilon$ , ибо  $D = \epsilon E = E + 4\pi P$ , где  $D$  — электрическая индукция среды. Итак,  $D = \epsilon E = E + 4\pi Ner$ , где  $r$  определяется полем  $E$ ,



Задача сводится, таким образом, к определению смещения электрона  $r$  под действием *внешнего*, периодически меняющегося поля при учете сил, действующих на электрон, входящий в состав атома, со стороны частей этого атома и окружающих атомов, т. е. представляет собой задачу о вынужденных колебаниях электронов. При этом следует иметь в виду, что речь идет об электронах, настолько слабо привязанных к атому, что они испытывают заметное смещение под действием поля световой волны. Только эти электроны участвуют в рассматриваемых здесь процессах. Мы будем их называть *оптическими* электронами.

**а) Силы, действующие на электроны.**

1) Удерживающая сила. Чтобы составить представление относительно характера сил, удерживающих оптический электрон около положения равновесия, надо обратиться к изучению оптических свойств атома. Опыт показывает, что изолированные атомы всех веществ способны испускать практически монохроматический свет той или иной частоты, что соответствует гармоническому колебанию излучающего заряда. Следовательно, сила, удерживающая электрон в положении равновесия, должна иметь характер упругой силы (ее называют поэтому квазиупругой), и зависимость ее от смещения электрона  $r$  определяется законом

$$F = -br, \quad (149.3)$$

где  $b$  — соответствующая константа упругой связи. Такой закон силы осуществлялся бы, например, если бы отрицательный электрон находился в центре сферы, составленной из положительных зарядов равномерной плотности, взаимодействующих по закону Кулона. При смещении электрона сила, стремящаяся вернуть его к центру, была бы равна  $-br$ , где  $r$  — расстояние от центра.

Опытное исследование строения атома показало, однако, что указанная модель не верна и атом состоит из положительного заряда (ядра) очень малого диаметра (меньше  $10^{-12}$  см), вне которого движется соответствующее число электронов (см. гл. XXXVIII). Сила, удерживающая каждый электрон, конечно, не будет иметь вид  $-br$  и окажется гораздо сложнее. Вопрос о том, каким образом при таком расположении зарядов возможно почти монохроматическое излучение, мы оставляем пока в стороне. Причина лежит очень глубоко и заключается в том, что ни излучение атомов, ни поведение зарядов внутри атомной системы не подчиняются законам классической механики и электродинамики, установленным при изучении макроскопических объектов. Для правильного описания таких внутриатомных, микроскопических процессов надо обратиться к законам, установленным теорией квантов, по отношению к которым макроскопические законы являются лишь первым приближением, достаточным при изучении макроскопических процессов и нуждающимся в уточнении при изучении процессов атомных (см. гл. XXXVIII).

Исследование показывает, однако, что многие свойства атома могут быть переданы при помощи классических законов, применяемых соответственным образом. В частности, взаимодействие между атомом и световой волной, ведущее к дисперсии света, может быть достаточно хорошо представлено, если рассматривать атом как совокупность *гармонических* осцилляторов соответствующей частоты, т. е. считать, что электрон удерживается в атоме *квазиупругой* силой —  $br$ . Таким образом, уравнение движения электрона (массы  $m$ ), смещенного из положения равновесия и предоставленного действию этой внутриатомной силы, есть

$$m\ddot{r} = -br. \quad (149.4)$$

Отсюда

$$r = r_0 e^{-i\omega_0 t}, \quad (149.5)$$

где  $r_0$  — амплитуда, а  $\omega_0 = \sqrt{b/m}$  — круговая частота собственных колебаний электрона, причем  $\omega_0$  зависит от природы атома, определяющей величину константы  $b$ .

2) Тормозящая сила. Предположение о гармоническом колебании электрона в атоме имеет лишь приближенный характер. В действительности электрон, приведенный в колебание, постепенно отдает свою энергию, и, следовательно, амплитуда колебания с течением времени уменьшается. Таким образом, колебание не имеет строго гармонического характера и должно рассматриваться как *затухающее*. Даже в случае изолированного атома будут совершаться такие затухающие колебания, ибо энергия будет постепенно покидать атом, излучаясь во все стороны. Кроме такого затухания, неизбежно связанного с излучением, могут иметь место и другие причины растраты колебательной энергии, связанные со взаимодействием атомов между собой, причем в этих случаях энергия колебания может переходить и в другие формы, например в тепло, увеличивая среднюю кинетическую энергию атомов среды.

Мы вернемся ниже к обсуждению различных физических причин, обуславливающих затухание колебаний в атоме. Во всяком случае все они ведут к уменьшению амплитуды колебания и, следовательно, влияют на движение электрона как некоторая тормозящая (диссипативная) сила. Сила эта, как показывает опыт, во многих случаях сравнительно незначительно искажает собственные колебания атома, так что растроченная за один период энергия составляет лишь малую часть (порядка одной стомиллионной) колебательной энергии атома. При этих условиях можно учесть эту силу, положив ее пропорциональной скорости движения электрона  $\frac{dr}{dt}$ , подобно тому как во многих задачах механики сила трения может считаться пропорциональной скорости движения частицы. Исследование различных физических причин затухания показывает, что они согласуются с подобным

выражением тормозящей силы. Итак, в качестве второй силы, действующей на электрон, мы вводим силу *сопротивления*

$$G = -g \frac{dr}{dt} = -gr,$$

где коэффициент  $g$  зависит от природы среды.

3) Принуждающая сила. Вынужденные колебания электрона возникают под действием световой волны, распространяющейся в нашей среде. Магнитная составляющая этого поля оказывает лишь малое действие, ибо магнитное поле действует только на движущийся заряд (см. упражнение 198). Поэтому во всех практических задачах можно ограничиться учетом действия лишь электрического поля волны\*). Мы принимаем, таким образом, что действие световой волны определяется напряженностью электрического поля этой волны, т. е. на электрон действует сила  $eE$ , где  $E = E_0 \cos \omega t$  — поле волны. Это справедливо только в том случае, когда можно пренебречь действием окружающих молекул, также поляризованных приходящей световой волной. Такое допущение справедливо для *разреженных* газов, где расстояние между молекулами среды велико. Для газов под значительным давлением, жидкостей или твердых тел необходимо учитывать это влияние, что поведет к изменению выражения силы, *действующей* на электрон (см. ниже).

б) Уравнение дисперсии. Сделав вышеуказанные допущения относительно действующих сил, мы можем написать для электрона ньютоново уравнение движения:

$$m\ddot{r} = eE - br - \dot{g}r, \quad (149.6)$$

которое представляет собой уравнение движения при вынужденных колебаниях. Решив это уравнение, определим  $r$ , а следовательно, и  $P = Np = Ner$  и найдем таким образом  $n = n^2$  в функции констант атома ( $e, m, \omega_0, g$ ) и частоты  $\omega$  внешнего поля, т. е. решим задачу дисперсии. Решение уравнения (149.6) не представляет затруднений, хотя несколько длинно (см. упражнение 195). Основные черты явления могут быть получены значительно проще, если предположить, что силой сопротивления можно пренебречь, т. е. что  $g = 0$ .

Поле световой волны  $E$  можно считать простой синусоидальной функцией частоты  $\omega$ , т. е.  $E = E_0 \sin \omega t$ , ибо по теореме Фурье поле иного вида всегда можно было бы представить в виде совокупности таких функций и решение более общей задачи свелось бы к решениям более простых задач такого типа. Положив  $g = 0$  и

\* Исключение составляют лишь явления вращения плоскости поляризации света в естественно-активных веществах (ср. гл. XXIX).

разделив обе части уравнения (149.6) на  $m$ , придадим ему вид

$$\ddot{r} + \omega_0^2 r = \frac{e}{m} E_0 \sin \omega t, \quad (149.7)$$

где  $\omega_0 = \sqrt{b/m}$  — частота собственного колебания электрона. Решение уравнения (149.7) может быть найдено в виде

$$r = A \sin \omega t, \quad (149.8)$$

где  $A = \frac{eE_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}$ , как легко убедиться подстановкой (см. упражнение 194). Определив  $r$ , найдем:

$$P = Ner = N \frac{e^2}{m} E_0 \frac{\sin \omega t}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

и отсюда на основании соотношения  $D = \varepsilon E = E + 4\pi P$

$$\varepsilon = n^2 = 1 + \frac{4\pi N e^2}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \quad (149.9)$$

как окончательное решение нашей упрощенной задачи.

Согласно формуле (149.9) показатель преломления зависит от частоты  $\omega$  внешнего поля, т. е. найденная формула передает явление

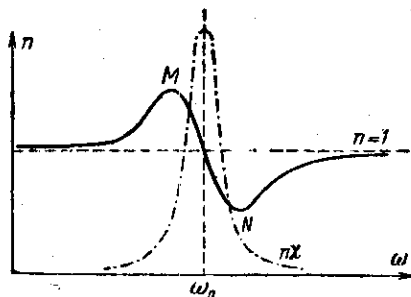


Рис. 320. Кривые дисперсии и абсорбции вблизи одиночной полосы поглощения.

дисперсии света, правда, при несколько упрощенных допущениях, которые в дальнейшем надо устранить.

Как видно из формулы (149.9), в области от  $\omega = 0$  до  $\omega = \omega_0$   $n > 1$  и возрастает при возрастании  $\omega$  (нормальная дисперсия); при  $\omega = \omega_0$  показатель преломления  $n = \pm \infty$ ; в области от  $\omega = \omega_0$  до  $\omega = \infty$   $n < 1$  и также возрастает от  $-\infty$  до 1 (нормальная дисперсия).

Обращение показателя преломления в  $\infty$  не имеет физического смысла и получилось в результате упрощенного предположения об отсутствии сопротивления движению ( $g = 0$ ), обуславливающего за-

тухание. Если принять это сопротивление в расчет, то ход кривой будет иным (рис. 320, сплошная кривая) (см. упражнение 195). Область  $MN$  — область аномальной дисперсии, где  $n$  убывает при возрастании частоты  $\omega$ .

Формулу (149.9) можно преобразовать. Перенеся 1 в левую часть, выразим ее в виде  $n^2 - 1 = (n + 1)(n - 1)$ . Поскольку  $n$  обычно не очень сильно отличается от единицы, то множитель  $(n - 1)$ , вообще говоря, изменяется в зависимости от  $n$  значительно сильнее, чем  $(n + 1)$ . Опыт показывает, что величину  $(n - 1)$  можно с хорошим приближением считать пропорциональной плотности вещества. Следовательно,  $N$  в формуле (149.9) можно также считать пропорциональным плотности или числу атомов  $N_0$  в единице объема. Итак, положим  $N = f \cdot N_0$ ; коэффициент  $f$  обычно называют «силой осциллятора», желая подчеркнуть

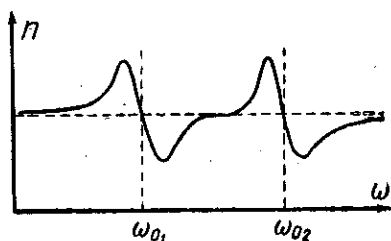


Рис. 321. Кривая дисперсии при наличии нескольких полос поглощения.

долю участия этих осцилляторов или их эффективность в явлениях дисперсии. Таким образом, формула (149.9) принимает вид

$$n^2 = 1 + 4\pi N_0 \frac{e^2}{m} \frac{f}{(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (149.10)$$

Если принять во внимание, что в веществе может быть несколько сортов зарядов, способных к колебаниям с различной собственной частотой  $\omega_{0i}$  и, может быть, с различным зарядом  $e_i$  и массой  $m_i$ , то формула (149.9) заменяется выражением

$$n^2 = 1 + 4\pi N_0 \sum \frac{f_i e_i^2}{m_i} \frac{1}{(\omega_{0i}^2 - \omega^2)}, \quad (149.11)$$

где  $f_i$  — силы, или эффективности отдельных сортов осцилляторов, соответствующих различным частотам  $\omega_{0i}$ .

В таком случае дисперсионная кривая распадается на ряд ветвей, причем значения  $n$ , соответствующие каждому  $\omega = \omega_{0i}$ , равны  $\pm \infty$  при отсутствии затухания. Если учесть затухание, кривая принимает вид рис. 321.

Рис. 322 передает ход кривой дисперсии, полученной по методу Рождественского, для паров натрия в области видимого и ультрафиолетового света. На снимке заметно свыше десятка областей собственного поглощения натрия, с соответствующим числом собственных частот  $\omega_{0i}$  и сортов осцилляторов разной силы  $f_i$ .

Зная по ходу дисперсионной кривой значение  $n$  вблизи разных  $\omega_{0i}$ , можно оценить, какого рода заряды  $e$  и массы  $m$  фигурируют в нашей формуле, т. е. определить, какие электрические элементы атома участвуют в явлении дисперсии. Однако точное определение  $\frac{e_i}{m_i}$  невозможно, поскольку остаются неопределенными величины  $f_i$ . Правда, если сделать несколько произвольное предположение, что  $f_i$ , имея для разных осцилляторов различные значения, меняется не в тысячи раз, а значительно менее, то можно прийти к весьма важным выводам. Окажется, что значения  $\frac{e_i}{m_i}$  распадаются

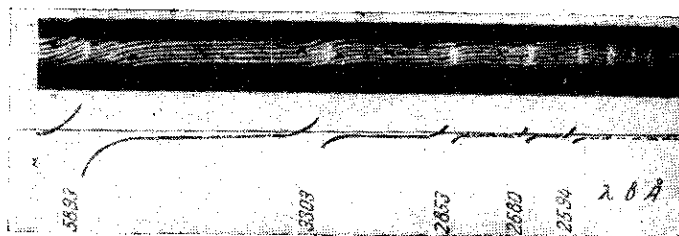


Рис. 322. Дисперсия в парах натрия в видимой и ультрафиолетовой областях. На снимке видно около десятка областей поглощения натрия.

на две большие группы: в области высоких частот (видимый и ультрафиолетовый свет) значения  $\frac{e_i}{m_i}$  соответствуют данным для электронов ( $\sim 1,77 \cdot 10^7$ ), а в области низких частот (инфракрасный свет) значения  $\frac{e_i}{m_i}$  в тысячу раз меньше и соответствуют скорее ионам вещества (для ионов водорода  $0,965 \cdot 10^4$ , для более тяжелых ионов — еще меньше). Как уже упоминалось, явление Зеемана с несомненностью показало, что с испусканием видимого и ультрафиолетового света связаны колебания электронов. В таком случае предыдущее замечание, несмотря на известную произвольность допущения относительно  $f_i$ , приобретает глубокий смысл и перестает казаться случайным совпадением: некоторые осцилляторы несомненно обусловлены колебаниями электронов. Естественно поэтому признать, что другие осцилляторы низкой частоты, играющие роль в инфракрасной части спектра, представляют собой колебания заряженных ионов вещества.

Считая, таким образом, значения  $\frac{e_i}{m_i}$  установленными для разных осцилляторов, мы можем из формулы (149.10) определить силы осцилляторов. Такие оценки показывают, что и для осцилляторов электронного типа значения  $f_i$  могут быть довольно различными, т. е., как мы уже видели на основании данных рис. 322, не все электронные осцилляторы принимают участие в явлении дисперсии с одинаковой эффективностью.

До сих пор мы ограничивались упрощенной теорией, не учитывая затухание осцилляторов. Так как в теории дисперсии одни и те же осцилляторы определяют не только ход показателя преломления, но и абсорбцию вблизи каждой собственной частоты, то следует ожидать, что величина силы осциллятора  $f_i$  должна быть связана и с величиной поглощения соответствующей частоты. Это мы и увидим в следующем разделе, написав формулы с учетом затухания.

**в) Учет затухания.** В уравнении (149.6) заключается полное решение задачи, дающее как зависимость показателя преломления от длины волны (дисперсия), так и абсорбцию вблизи собственных частот поглощения, вводимую, правда, чисто формально при помощи коэффициента  $g$ .

Не останавливаясь на решении этого уравнения (см. упражнение 195), укажем лишь, что, так же как и в случае распространения света в металлах, здесь следует ввести комплексную диэлектрическую постоянную и комплексный показатель преломления  $\tilde{n} = n(1 - ix)$ . Здесь  $n$  — действительная часть показателя преломления, определяющая фазовую скорость волны, а  $x$  (или  $ix$ ) — показатель поглощения, характеризующий убывание амплитуды плоской волны, распространяющейся вдоль  $z$ :

$$S' = A_0 e^{-\frac{2\pi}{\lambda_0} n x z} \cos 2\pi \left( \omega t - z \frac{n}{\lambda_0} \right). \quad (149.12)$$

Разделяя действительную и мнимую части в выражении показателя преломления (упражнения 196 и 197), найдем:

$$n^2(1 - x^2) = 1 + 4\pi \frac{e}{m} N_0 \frac{f(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 (g/m)^2}, \quad (149.13)$$

$$2n^2 x = 4\pi \frac{e}{m} N_0 \frac{f(g/m)\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 (g/m)^2}. \quad (149.14)$$

Здесь для простоты письма мы ограничились формулами, относящимися к одной полосе поглощения, характеризующейся затуханием  $g$  и силой осциллятора  $f$ . Для всей кривой дисперсии надо было бы вновь писать суммы по разным осцилляторам, относящимся к разным собственным частотам вещества.

Из формулы (149.13) мы видим, что коэффициент поглощения каждой полосы ( $\chi$ ) действительно пропорционален силе соответствующего осциллятора  $f$ , как мы об этом упоминали в предыдущем разделе.

При  $g=0$  получим из этих формул  $n^2\chi=0$ , т. е. отсутствие затухания, и

$$\begin{aligned} n^2 &= 1 + \frac{4\pi Ne^2}{m} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2} = \\ &= 1 + \frac{4\pi Ne^2}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}, \end{aligned}$$

т. е. получаем частный случай, разобранный нами раньше.

На рис. 320 представлены одновременно кривые, выражающие зависимость  $n$  и  $n\chi$  от  $\omega$  вблизи линии поглощения в газе при низком давлении. В соответствии с наблюдениями Кундта область абсорбции и область аномальной дисперсии совпадают друг с другом.

г) Учет действия окружающих молекул среды. Нам осталось устранить допущенное в предыдущем изложении отождествление внешнего поля  $E$  (поля волны) и действующего поля  $E'$ , смещающего электрон. Для жидкостей, сжатых газов и твердых тел такое отождествление заведомо неверно, и необходимо учесть эффект окружающих молекул, поляризованных действием света. Учет этот, вообще говоря, очень труден. Для простейшего случая изотропной среды\*) Лорентц показал, что учет этот дает для связи между действующим полем  $E'$ , внешним полем  $E$  и поляризацией  $P$  следующую зависимость:

$$E' = E + \frac{4\pi}{3} P. \quad (149.15)$$

Таким образом, вместо уравнения

$$m\ddot{r} + br = eE$$

надо писать:

$$m\ddot{r} + br = eE' = eE + \frac{4\pi e}{3} P. \quad (149.16)$$

Умножая последнее уравнение на  $eN$  и заменяя  $eNr$  через  $P$  получаем:

$$m\ddot{P} + bP = Ne^2E + \frac{4\pi Ne^2}{3} P \quad (149.17)$$

\*) Точнее, для изотропного кубического кристалла.



или, так как  $b = m\omega_0^2$ ,

$$m\ddot{P} + \left(m\omega_0^2 - \frac{4\pi N e^2}{3}\right)P = Ne^2E. \quad (149.18)$$

Определив, как и раньше, из этого уравнения  $P$ , найдем  $n^2 = \varepsilon$  из формулы

$$\varepsilon E = E + 4\pi P.$$

Вычисления, вполне аналогичные приведенным выше (без учета поглощения и для одной частоты собственных колебаний), дают:

$$n^2 - 1 = \frac{4\pi N_0 e^2 / m \cdot f}{(\omega_0^2 - \omega^2) - \frac{4\pi N_0 e^2 \cdot f}{3m}}.$$

Преобразуем это выражение:

$$(n^2 - 1)(\omega_0^2 - \omega^2) = \frac{4\pi N_0 e^2 f}{3m} (n^2 - 1 + 3)$$

или

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = N_0 \frac{4\pi e^2 f}{3m(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (149.19)$$

Эта формула была получена одновременно (1880 г.) Г. А. Лорентцом на основе электромагнитных представлений о свете и Л. Лоренцом, который развивал теорию света, в известной степени являющуюся предшественницей теории Максвелла. Выражение (149.17) и поныне известно под названием формулы Лоренц—Лорентца. Принимая во внимание, что для данного вещества и данной длины волны величины  $e$ ,  $m$ ,  $\omega_0$ ,  $\omega$  постоянны, можно придать формуле Лоренц—Лорентца следующий вид:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \cdot \frac{1}{N_0} = \text{const},$$

или

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \cdot \frac{1}{\delta} = \text{const}, \quad (149.20)$$

ибо  $N_0$  означает число атомов в  $1 \text{ см}^3$  и, следовательно, пропорционально плотности  $\delta$ . Приведенная здесь

Плотность $\delta$	$n$	$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \cdot \frac{1}{\delta}$
1	1,00029	$1953 \cdot 10^{-7}$
14,8	1,00434	$1947 \cdot 10^{-7}$
42,1	1,0124	$1959 \cdot 10^{-7}$
69,2	1,0204	$1961 \cdot 10^{-7}$
96,2	1,0284	$1961 \cdot 10^{-7}$
12,0	0,0363	$1956 \cdot 10^{-7}$
149,5	1,0442	$1956 \cdot 10^{-7}$
176,3	1,052	$1953 \cdot 10^{-7}$

таблица, заимствованная из измерений Магри и относящаяся к воздуху, показывает, насколько хорошо в некоторых случаях выполняется формула Лоренц—Лорентца. Имеется, однако, и очень много случаев, когда наблюдаются значительные отступления от этой формулы. Это тем более естественно, что теоретические основы вывода формулы далеко не

безупречны\*). Тем не менее, формула эта имеет важное применение.

Выражение

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} \cdot \frac{1}{\delta} = r$$

называется *удельной рефракцией* вещества. Согласно формуле Лоренц — Лорентца удельная рефракция не должна зависеть от плотности. Действительно, нередко удельная рефракция остается практически постоянной даже при переходе вещества из парообразного состояния в жидкое, т. е. при изменении плотности в несколько сотен раз. Например, при переходе от газообразного кислорода к жидкому (изменение плотности в 800 раз) или от паров воды к жидкой воде (изменение плотности в 1200 раз) рефракция с точностью до 2—3% остается постоянной.

Опыт показывает также, что рефракцию смеси веществ ( $R$ ) можно вычислить, если известны рефракции  $r_1, r_2, \dots$  ее отдельных компонент и процентное содержание  $C_1, C_2, \dots$  этих компонент в смеси:

$$100R = C_1r_1 + C_2r_2 + \dots$$

Этот результат означает, что оптическое поведение молекул каждой компоненты остается тем же самым, взята ли эта компонента отдельно или в смеси с другими. Еще большее значение имеет правило, согласно которому рефракцию сложного химического соединения можно вычислить, складывая рефракцию элементов, его составляющих. Для каждого элемента удобно ввести понятие *атомной рефракции*, представляющей произведение атомного веса элемента  $a_1$  на его удельную рефракцию  $r_1$ . Если молекулярный вес соединения есть  $M$ , а его удельная рефракция равна  $R$ , то  $MR$  называется *молекулярной рефракцией*. Опыт показывает, что молекулярную рефракцию часто можно вычислять аддитивно из атомных рефракций, пользуясь химической формулой\*\*). Другими словами,

$$MR = q_1a_1r_1 + q_2a_2r_2 + q_3a_3r_3 + \dots, \quad (149.21)$$

где  $q_1, q_2, \dots$  — числа атомов, входящих в состав молекулы. Это крайне важное правило нередко соблюдается очень хорошо. На-

\*) В частности, выражение (149.15), выведенное для изотропного кубического кристалла, переносится на газ и на жидкость, исходя из тех соображений, что указанные среды в силу статистического беспорядка в ориентации молекул являются также изотропными. Конечно, эти соображения далеко не убедительны и то, что в ряде случаев формула Лоренц — Лорентца сохраняет свою силу, вызывает большое удивление, чем то, что нередко обнаруживаются значительные отступления от нее.

\*\*\*) При этом надо учитывать наличие кратных химических связей и других особенностей строения молекулы, от которых зависит отдельные слагаемые, входящие в сумму, определяющую молекулярную рефракцию.

пример, для воды ( $H_2O$ ) измеренная молекулярная рефракция равна 3,71, а вычисленная 3,73; для  $CHCl_3$  измерено 21,36, вычислено 21,42 и т. д. Это правило означает, что влияние отдельных атомов на преломление света не нарушается влиянием других атомов, входящих в состав той же молекулы. Наоборот, нарушение правила аддитивности позволяет судить о взаимном влиянии атомов друг на друга и может быть использовано для заключения о строении молекулы.

Таким образом, изучение рефракции (показателя преломления) может служить ценным приемом для исследования химической природы молекул и для аналитических целей. Впервые обратил на это внимание М. В. Ломоносов, который еще около 1750 г. высказал мысль о возможности определения химического состава прозрачного жидкого вещества по его показателю преломления и построил рефрактометр для такого рода исследований. В настоящее время рефрактометрические методы находят в химии широкое применение.

Нередко в практической рефрактометрии вместо удельной рефракции Лоренц — Лорентца предпочитают пользоваться иными чисто эмпирическими выражениями, не имеющими теоретического обоснования, но лучше удовлетворяющими требованию аддитивности. Таково, например, эмпирическое выражение рефракции, предложенное Эйкманом (1895 г.),  $r = \frac{n^2 - 1}{n + 0,4} \cdot \frac{1}{d}$ .

Для разреженных газов  $n$  близко к 1, т. е.  $n^2 + 2 \approx 3$ . Формула Лоренц — Лорентца превращается в формулу

$$n^2 - 1 = \frac{4\pi N e^2}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}, \quad (149.22)$$

т. е. совпадает с формулой, выведенной ранее без учета лорентцовой поправки на различие  $E$  и  $E'$ , что и должно быть, ибо для разреженных газов  $E = E'$ .

д) Понятие о квантовой теории дисперсии. В квантовой теории мы не можем пользоваться модельными представлениями, подобными осцилляторам атомов с частотой колебания входящих в их состав зарядов. Вместо частоты колебания атомного осциллятора квантовая теория вводит частоту атомных переходов, т. е. частоту, определяемую требованием

$$\nu_{nm} = \frac{E_n - E_m}{h},$$

где  $E_m$  — энергия атома в некотором  $m$ -м состоянии,  $E_n$  — энергия атома в  $n$ -м состоянии, а  $h$  — квантовая постоянная Планка. Это так называемое условие для частоты означает, что энергия, освобождающаяся при переходе атома из  $n$ -ого состояния в  $m$ -е, испускается в виде кванта излучения частоты  $\nu_{nm}$ , энергия которого согласно основному положению теории квантов есть  $h\nu_{nm}$ . Конечно, испускание кванта частоты  $\nu_{nm}$  соответствует случаю,

когда  $E_n > E_m$ . Наоборот, при переходе из  $m$ -го состояния в  $n$ -е энергия атома не уменьшается, а увеличивается, т. е. свет *не* испускается, а *поглощается* атомом.

Понятию «сила осциллятора» в классической теории, определяющему роль данного осциллятора в образовании величины показателя преломления или коэффициента поглощения данной частоты, соответствует в квантовой теории вероятность перехода из  $n$ -го в  $m$ -е состояние. Чем больше эта вероятность, тем большая часть из имеющихся в  $n$ -м состоянии атомов перейдет за единицу времени в  $m$ -е состояние, т. е. тем эффективнее данный переход участвует в явлении.

Кривая дисперсии и абсорбции, задаваемая в классической теории всей совокупностью свойств данной группы атомов осцилляторов, в квантовой теории определяется всей совокупностью возможных для данного атома значений энергии  $E_1, E_2, \dots, E_m, \dots, E_n$  и т. д., которые в силу основного положения теории квантов принимают не любые мыслимые, а лишь определенные дискретные значения. Исходное состояние, в котором находятся атомы (вернее, в котором находится значительное большинство атомов), не обязательно является состоянием, соответствующим минимальному из возможных значений энергии атома ( $E_1$ ). Так, в водороде в обычных условиях большинство атомов находится во втором (по величине энергии) состоянии. Если через газ пропускается ток или к газу каким-нибудь другим способом непрерывно подводится энергия, то наиболее распространенным в этих условиях состоянием может быть состояние, соответствующее большему значению энергии. В этом случае мы должны иметь в виду переходы в это наиболее распространенное состояние не только из состояний более богатых, но и более бедных энергией, т. е. переходы, которые соответствуют не испусканию энергии, а поглощению ее. Этим последним будет соответствовать не положительная, а отрицательная вероятность перехода, ибо вероятности перехода из  $E_m$  в  $E_n$  равны по величине, но противоположны по знаку переходам из  $E_n$  в  $E_m$ .

Таким образом, в отличие от классической теории, где силы осцилляторов  $f$  всегда положительны, в квантовой теории приходится принимать во внимание как положительные, так и отрицательные значения вероятностей. Этим последним соответствуют отрицательные члены (отрицательная дисперсия) в сумме, определяющей дисперсию в целом. Соответствующие члены, вообще говоря, играют малую роль в явлении, однако Ладенбургу, наблюдавшему дисперсию в газе, через который проходил сильный электрический разряд, удалось наблюдать влияние отрицательной дисперсии.

е) **Дисперсия в металлах.** Характерным свойством металлов является наличие в них свободных электронов, т. е. электронов, собственную частоту которых следует считать равной нулю.

Полагая  $\omega_0 = 0$  в формулах (149.13) и (149.14), найдем \*):

$$\left. \begin{aligned} n^2(1 - x^2) &= 1 - \frac{4\pi Ne^2}{m} \cdot \frac{1}{\omega^2 + (g_0/m)^2}, \\ 2n^2x &= \frac{4\pi Ne^2}{m} \cdot \frac{(g_0/m)}{\omega[\omega^2 + (g_0/m)^2]}. \end{aligned} \right\} \quad (149.23)$$

Опыт показывает, что эти формулы правильно передают зависимость от длины волны только в области малых частот (инфракрасные лучи). В видимой же и ультрафиолетовой области для всех металлов (за исключением ртути) обнаруживаются заметные отступления. Таким образом, для более высоких частот оптические свойства металлов не могут быть объяснены только при помощи свойства *свободных* электронов, и необходимо учесть также влияние связанных электронов (электронов поляризуемости), роль которых становится особенно заметной для частот, близких к собственным частотам атомов. Учет электронов поляризуемости дает добавочные члены, соответствующие собственным частотам  $\omega_k$ . Окончательно получим:

$$\left. \begin{aligned} n^2(1 - x^2) &= 1 - \frac{4\pi Ne^2}{m} \frac{1}{\omega^2 + (g_0/m)^2} + \\ &+ \sum_k \frac{4\pi N_k e^2}{m} \frac{\omega_k^2 - \omega^2}{[(\omega_k^2 - \omega^2)^2 + (g_k/m)^2 \omega^2]}, \\ 2n^2x &= \frac{4\pi Ne^2}{m} \frac{(g_0/m)}{\omega[\omega^2 + (g_0/m)^2]} + \\ &+ \sum_k \frac{4\pi N_k e^2}{m} \frac{\omega \cdot (g_k/m)}{[(\omega_k^2 - \omega^2)^2 + (g_k/m)^2 \omega^2]}. \end{aligned} \right\} \quad (149.24)$$

Эти формулы находятся в удовлетворительном согласии с опытом в широком диапазоне частот.

**ж) Дисперсия рентгеновских лучей.** В случае рентгеновских лучей частота обычно значительно больше, чем частота собственных колебаний атома. Поэтому можно пренебречь величиной  $\omega_0$  по сравнению с  $\omega$ , и формула дисперсии примет вид (без учета затухания):

$$n^2 = 1 - \frac{4\pi Ne^2}{m\omega^2}. \quad (149.25)$$

Таким образом, показатель преломления  $n$  для рентгеновских лучей окзывается меньше единицы, хотя и отличается от единицы очень незначительно, ибо  $\omega^2$  очень велико. Удалось измерить показатель преломления, наблюдая отклонение рентгеновских лучей в призме

\*) Для простоты письма мы не вводим в формулы силы осцилляторов и пишем  $N$  вместо  $N_0 f$ .

из различных материалов. Для стекла при длине волны около  $1 \text{ \AA}$  получено  $n = 0,999999 = 1 - 1 \cdot 10^{-6}$ .

То обстоятельство, что  $n < 1$ , позволило осуществить с рентгеновскими лучами явление полного внутреннего отражения на границе воздух — стекло. Впоследствии наблюдения были распространены и на другие материалы и этот метод был даже использован для надежных измерений величины показателя преломления рентгеновских лучей.

Варьируя длину волны рентгеновских лучей, можно наблюдать также и аномальную дисперсию рентгеновских лучей вблизи характеристических частот вещества.

### § 150. Поглощение (абсорбция) света

Прохождение света через вещество ведет к возникновению колебания электронов среды под действием электромагнитного поля волны и сопровождается потерей энергии этой волны, затрачиваемой на возбуждение колебаний электронов. Частично эта энергия вновь возвращается излучению в виде вторичных волн, посылаемых электронами, частично же она может переходить и в другие формы энергии. Если на поверхность вещества падает параллельный пучок лучей (плоская волна), интенсивность которого есть  $I$ , то описываемые процессы должны вести к уменьшению  $I$  по мере проникновения волны в вещество. Действительно, опыт показывает, что интенсивность плоской волны обнаруживает такое систематическое уменьшение согласно закону

$$I = I_0 e^{-\alpha d}, \quad (150.1)$$

где  $I_0$  — интенсивность волны, вступающей в вещество,  $d$  — толщина слоя и  $\alpha$  — коэффициент поглощения, зависящий, вообще говоря, от длины волны (ср. § 135).

При измерении  $\alpha$  надо, конечно, учитывать, что часть света отражается на границе исследуемого вещества, и вносить соответствующие поправки, например, при помощи формул Френеля. Еще удобнее измерить интенсивности света  $I_1$  и  $I_2$ , прошедшего соответственно сквозь слои толщины  $d_1$  и  $d_2$ . Вычисляя коэффициент поглощения из соотношения  $\frac{I_1}{I_2} = e^{\alpha(d_2 - d_1)}$ , найдем истинное значение  $\alpha$ , свободное от поправок на отражение.

Если толщина измерена в сантиметрах, то численное значение этого коэффициента показывает толщину  $d = \frac{1}{\alpha}$ , по прохождении которой интенсивность плоской волны падает в  $e = 2,72$  раза. Так как  $\alpha$  есть функция длины волны, то обычно значения его дают в виде таблицы или графика, имеющего вид, подобный изображенному на рис. 323. Иногда зависимость  $\alpha$  от  $\lambda$  имеет довольно

прихотливый вид, обнаруживая существование довольно узких областей сильного поглощения (большие значения  $\alpha$ ), в то время как близко расположенные длины волн проходят без заметного ослабления.

Особенно замечательно поглощение, обнаруживаемое при невысоком давлении парами большинства металлов, представляющими собой собрание атомов, расположенных на значительном расстоянии друг от друга, т. е. практически изолированных. Коэффициент поглощения таких паров везде очень мал (близок к нулю) и лишь для очень узких спектральных областей (шириной в несколько сотых ангстрема) обнаруживает резкие максимумы. Так, для паров натрия коэффициент поглощения может быть изображен в виде кривой рис. 324. При тщательных условиях опыта удавалось наблюдать в спектре поглощения паров Na до 50 таких пар (дублетов), тем более близких, чем короче длина волны.

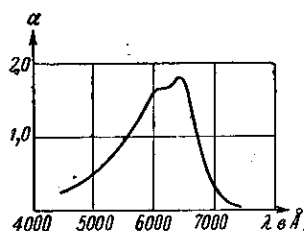


Рис. 323. Схематическое изображение широкой полосы поглощения.

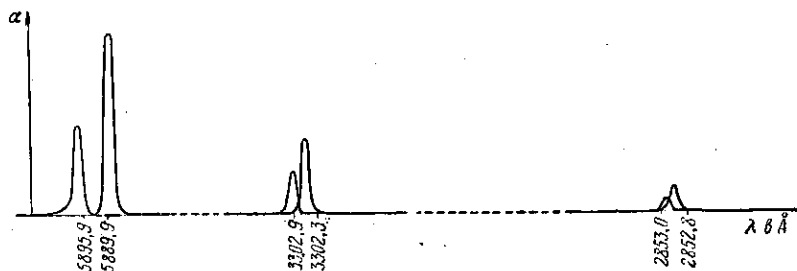


Рис. 324. Схематическое изображение нескольких дублетов поглощения в парах натрия.

(Ввиду того, что максимумы поглощения чрезвычайно узки, масштаб рисунка грубо искажен.)

Указанные области резкой абсорбции атомов соответствуют частотам *собственных колебаний электронов* внутри атомов. В случае газов, молекулы которых построены из нескольких атомов, обнаруживаются также *собственные частоты*, соответствующие колебаниям *атомов* внутри молекулы. Так как массы атомов в десятки тысяч раз больше массы электрона, то эти молекулярные собственные частоты обладают гораздо более длительными периодами, т. е. соответствуют инфракрасной области спектра.

Качественное представление о зависимости коэффициента поглощения от длины волны можно получить, сфотографировав сплошной спектр какого-нибудь источника через слой поглощающего

вещества. Чем больше коэффициент поглощения для данной длины волны, тем отчетливее обнаружится ослабление соответствующих участков спектра. На рис. 325 приведено несколько таких характерных спектров поглощения. Как правило, спектры поглощения твердых тел и жидкостей (включая и растворы красок) дают широкие полосы поглощения (плавный ход коэффициента  $\alpha$ ), хотя встречаются вещества со сравнительно узкими полосами поглощения (соли редких земель). Спектр поглощения многоатомных газов представляет ряд более или менее сложных полос, а одноатомные газы (пары металлов) характеризуются резкими «линиями» поглощения, ширина которых нередко измеряется сотыми долями ангстрема. По мере повышения давления газов спектры поглощения их становятся все более



Рис. 325. Спектры поглощения растворов различных веществ: *a* — сплошной спектр источника; *b* — спектр поглощения азотнокислого неодама; *c* — спектр поглощения родамина В; *d* — спектр поглощения марганцевокислого калия.

и более расплывчатыми и при высоких давлениях приближаются к спектрам поглощения жидкостей. Эти наблюдения с очевидностью показывают, что расширение узких полос поглощения есть результат взаимодействия атомов друг с другом.

Общая закономерность  $I = I_0 e^{-\alpha d}$ , вводящая понятие коэффициента поглощения  $\alpha$  и показывающая, что интенсивность света падает в геометрической прогрессии, когда толщина слоя нарастает в арифметической прогрессии, была установлена экспериментально и обоснована теоретически Бугером (1729 г.). Она называется *законом Бугера*. Физический смысл этого закона состоит в том, что показатель поглощения не зависит от интенсивности света, а следовательно, и от толщины поглощающего слоя (см. упражнение 199). С. И. Вавилов установил, что закон Бугера выполняется в крайне широких пределах изменения интенсивности света (примерно в  $10^{20}$  раз).

Однако следует принять во внимание, что при поглощении света молекула переходит в новое, возбужденное состояние, запасая поглощенную энергию. Пока она находится в таком состоянии, ее способность поглощать свет изменена. То обстоятельство, что в опытах С. И. Вавилова закон Бугера соблюдался при самых больших интенсивностях, доказывает, что число таких возбужден-



ных молекул в каждый момент остается незначительным, т. е. они очень короткое время находятся в возбужденном состоянии. Действительно, для тех веществ, с которыми были выполнены указанные опыты, это время не превышает  $10^{-8}$  сек. К этому типу относится огромное большинство веществ, для которых, следовательно, справедлив закон Бугера. Выбрав специально вещества, для которых время возбужденного состояния значительно больше, С. И. Вавилов мог наблюдать, что при достаточно большой интенсивности света коэффициент поглощения уменьшается, ибо заметная часть молекул пребывает в возбужденном состоянии. Эти отступления от закона Бугера представляют особый интерес, но не изменяют ценности закона Бугера.

Бугер рассмотрел вопрос о поглощении света средой, плотность которой не везде одинакова, и высказал убеждение, что «свет может претерпевать равные изменения, лишь встречая равное число частиц, способных задерживать лучи или рассеивать их», и что, следовательно, для поглощения имеют значение «не толщины, а массы вещества, содержащиеся в этих толщинах». Этот *второй* закон Бугера приобретает большое практическое значение, ибо опыт действительно показал, что во многих случаях, когда имеет место поглощение молекулами газов или молекулами вещества, растворенного в практически непоглощающем растворителе, коэффициент поглощения оказывается пропорциональным числу поглощающих молекул на единицу длины пути световой волны или, что то же, на единицу объема, т. е. пропорционален концентрации  $c$ . Другими словами, коэффициент абсорбции  $\alpha$  выражается соотношением

$$\alpha = Ac,$$

и обобщенный закон Бугера принимает вид

$$I = I_0 e^{-Acd}, \quad (150.2)$$

где  $A$  — новый коэффициент, не зависящий от концентрации и характерный для молекулы поглощающего вещества.

Утверждение, что  $A$  есть постоянная величина, не зависящая от концентрации, нередко именуется законом Бера, который на основании своих измерений поглощения света окрашенными жидкостями также пришел к этому выводу (1852 г.).

Физический смысл этого закона состоит в том, что поглощающая способность молекулы не зависит от влияния окружающих молекул. Закон этот надо рассматривать скорее как *правило*, ибо наблюдаются многочисленные отступления от него, особенно при значительном увеличении концентрации, т. е. значительном уменьшении взаимного расстояния между молекулами поглощающего вещества. Точно так же нередко можно обнаружить, что для растворенных веществ  $A$  зависит от природы растворителя, что также

указывает на влияние окружающих молекул на поглощательную способность изучаемой молекулы.

В тех случаях, когда  $A$  можно считать не зависящим от концентрации, обобщенный закон Бугера (150.2) оказывается очень полезным для определения концентрации поглощающего вещества путем измерения поглощения, которое может быть выполнено очень точно при помощи фотометров более или менее сложной конструкции. Этим приемом нередко пользуются в лабораторной и промышленной практике для быстрого определения концентрации веществ, химический анализ которых оказывается очень сложным (колориметрия и спектрофотометрия, абсорбционный спектральный анализ).

За последние годы особое развитие получил анализ молекулярного состава сложных смесей, основанный на измерении поглощения в ультрафиолетовой и, особенно, в инфракрасной областях спектра. Спектры поглощения многих органических молекул оказываются очень характерными, благодаря чему удается надежно устанавливать как молекулярный состав, так и количественное содержание отдельных компонент в смеси.

Метод этот отличается большой чувствительностью, ибо при малых концентрациях исследуемого вещества  $c$  можно увеличить поглощение за счет увеличения толщины слоя  $d$ . При исследовании смесей очень сложного состава возникают затруднения вследствие наложения полос поглощения разных веществ. Это затруднение в большей степени проявляется в ультрафиолетовой области, чем в инфракрасной, ибо, как правило, полосы поглощения в ультрафиолетовой (и видимой) части спектра шире, чем в инфракрасной. Существенную помощь при анализе оказывает предварительная подготовка пробы (разгонка и некоторые другие физико-химические операции), которые позволяют разделить сложную смесь на ряд фракций более простого состава. Нередко очень полезным оказывается переход от жидкостей к парам, а также изучение абсорбции при возможно низких температурах.

Изложенные выше закономерности, установленные на опыте, показывают, что законы абсорбции света в основном определяются свойствами атома или молекулы, поглощающей свет, хотя действие окружающих молекул может значительно исказить результат. Особенно в случае жидких и твердых тел влияние окружения иногда радикально меняет абсорбирующую способность атома благодаря тому, что под действием полей окружающих молекул условия поведения электронов, определяющих оптические свойства атомов, изменяются до неузнаваемости. Особенно разительно в этом отношении поведение металлов. Действительно, хорошо известно, что пары металлов даже таких, как, например, серебро или натрий, представляют собой столь же хорошие изоляторы, как и пары (газы) других веществ, тогда как металлическое серебро или натрий являются наилучшими проводниками электричества. Таким образом,

поведение наиболее слабо связанных с атомами электронов в изолированных атомах металлов и в конденсированном металле резко отлично. В соответствии с этим металлический натрий не обнаруживает никаких признаков спектра поглощения, характерного для паров натрия и изображенного на рис. 324.

Для атомов некоторых веществ, например редких земель, к числу которых принадлежит неодим (Nd) и празеодим (Pr), можно считать установленным, что оптический электрон принадлежит не к группе, расположенной в самой периферической части атома, как это имеет место для большинства веществ, в частности для щелочных металлов, а к одной из внутренних групп. Такое «защищенное» положение оптического электрона неодима и празеодима объясняет, по-видимому, то обстоятельство, что соли этих веществ, даже введенные внутрь твердого вещества (стекло), обнаруживают очень узкие полосы поглощения, приближающиеся к полосам изолированных атомов. Из этих фактов и рассуждений явствует, что вопрос о природе поглощения света легче может быть выяснен при исследовании поглощения изолированными атомами, т. е. разреженными газами. Надо, однако, теперь же заметить, что даже для этих простейших случаев мы не располагаем еще сколько-нибудь удовлетворительной теорией поглощения.

Введенный нами в § 149 коэффициент  $g$ , характеризующий затухание электронного колебания в атоме, объясняет явление абсорбции. Действительно, мы получили (149.12), что амплитуда плоской волны, распространяющейся в поглощающей среде, выражается соотношением

$$A = A_0 \cdot e^{-\frac{2\pi}{\lambda_0} n x z}, \quad (150.3)$$

если волна распространяется на глубину  $z$ . Ясно, что этот закон эквивалентен закону Бугера, ибо в этом случае  $z = d$ , а коэффициент поглощения  $\alpha$  выразится через  $\frac{4\pi}{\lambda_0} n x$ , так как интенсивность волны пропорциональна *квадрату* амплитуды. Как мы видели, при  $g = 0$  коэффициент  $n x$ , а следовательно, и  $\alpha$ , обращается в нуль, т. е. среда, для которой  $g = 0$ , не поглощает света.

Однако коэффициент  $g$ , введенный в наши рассуждения, имел чисто формальный смысл. Для истолкования физической сущности процессов, ведущих к растрате энергии, заимствованной электроном от падающей волны, предложено несколько путей.

а) Один из процессов, связанных с растратой энергии, заимствованной резонатором, есть процесс излучения вторичных волн. Излучение является причиной рассеяния скопленной резонатором энергии, вследствие чего амплитуда колебаний резонатора достигает определенного предела, а не стремится к бесконечным значениям, как следует из упрощенной теории (вынужденные колебания без затухания). Эта причина затухания указана Планком и называется

«затуханием вследствие излучения»; она не вызывает превращения лучистой энергии первичной волны в другие формы энергии, а лишь обуславливает *рассеяние* этой лучистой энергии *во все стороны*. Это означает, что энергия плоской волны, распространяющейся по первоначальному направлению, убывает и, следовательно, описанные выше приемы исследования будут обнаруживать ослабление света.

Однако, как показал Л. И. Мандельштам, затухание вследствие излучения может быть более или менее полно компенсировано тем обстоятельством, что излучение окружающих резонаторов возвращает в первоначальный пучок часть энергии, излученной нашим резонатором в стороны. Поэтому затухание вследствие рассеяния проявляется в полной мере лишь для изолированного резонатора. Указанная причина затухания может играть главную роль для очень разреженных газов и меньшую для жидких или кристаллических тел, особенно при низких температурах, когда резонаторы этих тел расположены так, что образуют вполне однородную среду.

Эта причина тесно связана с явлением рассеяния света и будет несколько подробнее рассмотрена ниже (см. гл. XXVIII).

Затухание вследствие излучения будет тем больше, чем больше излучение, т. е. чем больше амплитуды вынужденного колебания. Так как в знаменателе выражения для этой амплитуды стоит  $(\omega_0^2 - \omega^2)$ , то она достигает максимума при  $\omega = \omega_0$ , т. е. максимальное поглощение соответствует той частоте  $\omega_0$ , которая совпадает с частотой собственного колебания атома. Этот вывод вполне соответствует наблюдению Кундта, согласно которому область аномальной дисперсии совпадает с областью максимального поглощения.

б) Возможны и другие процессы, ведущие к «истинному» поглощению света, т. е. сопровождающиеся переходом лучистой энергии в иную форму, например в тепло. Лорентц указал на такой процесс, состоящий в соударении атома, в котором происходит колебание резонатора, с другим атомом. При этом колебательная энергия может переходить в энергию поступательного движения столкнувшихся атомов, т. е. в тепло. И этот процесс поглощает особенно много энергии в том случае, когда в резонаторе возбуждено сильное колебание, т. е. для  $\omega = \omega_0$ . Однако и эта причина затухания не может количественно полностью объяснить наблюдающиеся на опыте величины поглощения энергии. Сверх того, самый механизм перехода энергии, которой обладает колеблющийся электрон в атоме, в поступательную энергию атомов не вполне ясен. В отличие от затухания вследствие излучения рассматриваемое здесь «ударное» затухание представляет истинное поглощение, т. е. переход энергии волны через посредство возбужденного этой энергией электрона в тепловую энергию поступательного движения атомов или молекул. Однако даже в простейшем случае газообразной среды нам остаются неясными те процессы, которые ведут

к этому постоянно наблюдаемому явлению. Мы вынуждены пока ограничиться признанием наличия таких процессов, но не в состоянии составить себе о них отчетливое представление.

### § 151. Ширина спектральных линий и затухание излучения

Уже неоднократно указывалось, что идеальное монохроматическое излучение представляет собой фикцию и что в реальных случаях излучение всегда соответствует некоторому интервалу длин волн. Правда, излучение разреженных газов, поставленных в специально благоприятные условия, может довольно близко подходить к этому воображаемому случаю; так, наблюдаются спектральные «линии», в излучении которых представлены со сколько-нибудь измеримой интенсивностью длины волн, заключенные в интервале, не превышающем нескольких тысячных ангстрема. В большинстве же случаев излучение атомов гораздо сильнее отличается от монохроматического и представляет собой набор излучений, длины волн которых варьируют в пределах нескольких сотых и даже десятых ангстрема. При повышении давления пара линии излучения расширяются все больше и больше и постепенно излучение теряет даже приблизительно монохроматический характер, переходя в сплошное излучение, подобное излучению накаливаемых твердых тел.

Для характеристики степени монохроматичности спектральных линий, т. е. излучения практически изолированных атомов, надо исследовать распределение интенсивности излучения по частотам с помощью прибора высокой разрешающей способности, например интерферометра Майкельсона или Фабри—Перо. Результат такого исследования можно представить в виде диаграммы (рис. 326), где по оси абсцисс отложены длины волн, а по оси ординат—соответствующие интенсивности. Конечно, нижние части полученных кривых очень мало достоверны, и можно полагать, что в идеальных условиях кривые спадали бы к нулю асимптотически. В разных условиях опыта (различие в природе пара, различие в температуре и давлении его, в степени ионизации и т. д.) форма спектральной линии, изображенная на рис. 326; может быть различной. В качестве характеристики ширины линии условно принимают расстояние в ангстремах между двумя точками *A*, *B*, где ордината достигает половины максимальной. Эту условную характеристику принято называть *полушириной* спектральной линии. Как сказано, она

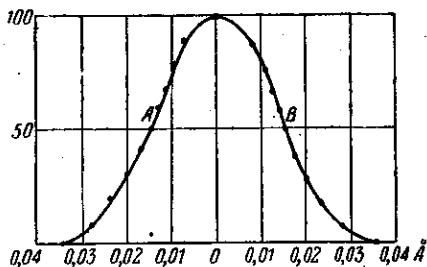


Рис. 326. Контур линий испускания, полученный с прибором большой разрешающей силы.

в очень благоприятных случаях может достигать 0,001 Å, но обычно бывает значительно шире; кроме того, и форма линии может сильно отступать от приведенной на рисунке, будучи иногда заметно асимметричной.

Всякая причина, обуславливающая затухание электронных колебаний в атоме, влияет, конечно, на ширину спектральной линии, ибо вследствие затухания колебание перестает быть синусообразным, и соответствующее излучение будет более или менее отличаться от монохроматического. Поэтому и затухание вследствие излучения и ударное затухание ведут к тем большему уширению спектральной линии, чем больше значение этих факторов. Затухание вследствие излучения должно характеризовать атом, поставленный в наиболее благоприятные условия, т. е. вполне изолированный от воздействия каких-либо внешних агентов. Поэтому ширину, обусловленную этой причиной, называют *естественной* шириной спектральной линии. Величина ее обусловлена механизмом излучения атома. Рассматривая атом как электрический диполь, колеблющийся по законам классической электродинамики, мы можем вычислить потерю энергии этого диполя с течением времени, т. е. отыскать предполагаемый закон естественного затухания свечения. Расчет дает простой экспоненциальный закон

$$I = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (151.1)$$

где  $\tau$  — величина, выражающаяся через заряд и массу электрона и показывающая, за какое время интенсивность излучения уменьшается в  $e$  раз. В выражение  $\tau$  входит также и частота колебания электрона, так что  $\tau$  для различных линий должна быть различна. Для видимого света  $\tau$  имеет порядок величины около  $10^{-8}$  сек.

В. Вину (1919 г.) удалось наблюдать на опыте такое естественное затухание свечения вследствие излучения, осуществив условия, при которых действие других причин, могущих влиять на ход излучения, было исключено. В этих опытах источником света служили атомы, составляющие пучок каналовых лучей, летящих внутри хорошо эвакуированной трубки, с целью исключить соударения светящихся атомов с окружающими.

Схема расположения показана на рис. 327. При помощи мощных насосов в пространстве  $A$  поддерживается достаточное разрежение ( $< 0,001$  мм рт. ст.), несмотря на то, что в части  $B$ , соединенной с  $A$  узкой диафрагмой ( $0,1 \times 3$  мм<sup>2</sup>), имеется давление около 0,05 мм рт. ст., необходимое для создания каналового пучка. Светящиеся атомы, влетев в пространство  $A$ , движутся без столкновений и, излучая свет, постепенно затухают. Поэтому интенсивность свечения падает по мере удаления от входного отверстия, и это падение может служить мерой *естественного* затухания и, следовательно, естественной ширины линий.

Наблюденное Вином падение интенсивности приблизительно удовлетворяет показательному закону, так что по фотографиям Вина (рис. 328) можно непосредственно определить то расстояние, на котором интенсивность свечения падает в  $e$  раз. Для того чтобы

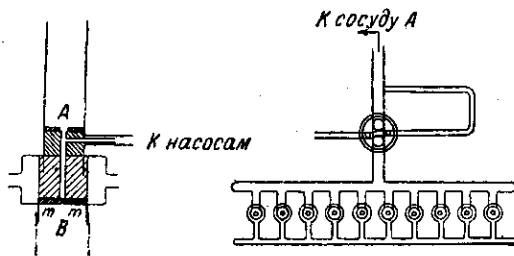


Рис. 327. Схема опыта Вина по наблюдению затухания свечения атомов.

перейти к соответствующим временам, определялась скорость движения частицы (около  $5 \cdot 10^7$  см/сек) по доплеровскому изменению длины волны, испускаемой летящей частицей вдоль направления полета. Из своих опытов Вин получил для  $\tau$  величину около  $10^{-8}$  сек., несколько меняющуюся от одного вещества к другому и от одной спектральной линии к другой. Таким образом, за время около одной стомиллионной секунды интенсивность свечения вследствие излучения



Рис. 328. Затухание свечения атомов.

падает приблизительно в три раза. Полученное значение согласуется в общем с предвидением теории, упомянутой выше, хотя и не подтверждает всех ее заключений.

Столкновения между атомами обуславливают «ударное» расширение спектральной линии. При очень низких плотностях, когда соударения редки, или в потоке свободно несущихся канальных частиц, которые практически не сталкиваются, влияние этой причины расширения может быть сделано настолько малым, что им можно пренебречь. Но при обычных условиях газового свечения, например в разрядной трубке или в ртутной лампе, она может являться одной из серьезнейших или даже самой серьезной причиной расширения линий. Так, в современных ртутных лампах сверхвысокого давления, где давление паров ртути достигает 20—30 атмосфер, «линии» ртутного излучения настолько расширены, что самое выражение

«спектральные линии» теряет смысл. Наблюдалось также заметное расширение спектральных линий при добавлении к светящемуся газу значительных количеств постороннего газа.

Так как в обычных разрядных трубках светящиеся молекулы газа носятся вследствие теплового движения по всем направлениям, то для наблюдателя, измеряющего ширину спектральной линии, выступает еще одна причина уширения: свет посылается *движущимися* атомами, так что частота его изменена эффектом Доплера (§ 119). Поскольку движение атомов происходит по всевозможным направлениям, составляющим всевозможные углы с направлением наблюдения, то изменение частоты будет соответствовать выражению  $\Delta\nu = \nu \cdot \frac{v}{c} \cos \theta$ , где  $v$  — скорость атома и  $\theta$  — угол между направлением полета и направлением наблюдения.  $\theta$  имеет все значения от нуля до  $180^\circ$ , а  $v$  распределено по закону Максвелла. При температурах в несколько сотен и даже тысяч градусов, нередко соответствующих газовому разряду, это уширение, особенно для легких атомов, может иметь весьма заметную величину. В условиях опыта Вина все излучающие атомы имели практически скорость одного направления, а именно, направления канального пучка; направление же наблюдения было выбрано перпендикулярно к линии полета. Поэтому в опытах Вина действие и этой причины было сведено к минимуму.

Наконец, следует считаться с тем обстоятельством, что светящиеся атомы могут оказываться под действием магнитных и электрических полей окружающих атомов, вызывающих изменение излучаемой частоты вследствие эффекта Зеемана и эффекта Штарка. Так как изменение частоты различных атомов различно, то эта причина также ведет к различному уширению спектральных линий. Действие ее (особенно эффекта Штарка) может быть весьма заметным при наличии сильной ионизации и, следовательно, сильных электрических полей. По-видимому, при свечении в разряде электрической искры действие этого фактора очень значительно, вызывая сильное уширение (десятые ангстрема и больше) некоторых линий.

## ГЛАВА XXVIII РАССЕЯНИЕ СВЕТА

### § 152. Прохождение света через оптически неоднородную среду

Как уже упоминалось в § 150, вторичные волны, вызываемые вынужденными колебаниями электронов, рассеивают в стороны часть энергии, приносимой световой волной. Другими словами, распространение света в веществе должно сопровождаться *рассеянием света*. Достаточным условием для возникновения такого явления служило



бы, по-видимому, наличие электронов, способных колебаться под действием переменного поля световой волны, а такие электроны есть в достаточном количестве во всякой материальной среде. Однако следует помнить, что эти вторичные волны когерентны между собой и, следовательно, при расчете интенсивности света, рассеянного в сторону, надо принять во внимание их взаимную интерференцию. Мы уже упоминали, что в результате интерференции этих волн с первичной приходящей волной возникает результирующая волна, фазовая скорость которой изменена так, что мы получаем объяснение явлений рефракции и дисперсии света. Эффект взаимной интерференции вторичных волн вносит существенное изменение и в явление рассеяния света: волны, идущие в стороны, могут в значительной степени или даже полностью компенсировать друг друга так, что перераспределение энергии по разным направлениям, т. е. рассеяние света, может быть очень слабым или даже совсем отсутствовать.

Рассуждения Френеля (см. отд. II) показывают, что в случае однородной среды фронт плоской волны будет перемещаться параллельно самому себе, и лишь нарушение однородности ведет к явлениям дифракции на этих пространственных неоднородностях. Если неоднородности невелики по размерам (малы по сравнению с длиной волны), то дифракционная картина будет характеризоваться довольно равномерным распределением света по всем направлениям. Как уже упоминалось, такую дифракцию на мелких неоднородностях нередко называют *диффузией* или *рассеянием света*.

Если неоднородности среды являются грубыми, т. е. близкие между собой малые участки среды, равные по объему, являются источниками вторичных волн заметно различной интенсивности, то и рассеяние света проявляется очень отчетливо. При слабых нарушениях однородности свет, рассеянный в стороны, составляет лишь очень малую долю первичного пучка, и наблюдение его может потребовать специальных условий. При этом опыт показывает, что для явления рассеяния света существенно именно *нарушение однородности* среды, а не самая способность среды давать вторичные волны.

Пусть пучок почти параллельных лучей от источника проходит через кювету с водой. Если вода очень тщательно очищена, то пучок почти не виден при наблюдении сбоку, т. е. в стороны от первоначального пучка свет практически не рассеивается; но если капнуть в кювету каплю одеколона, то возникает интенсивное рассеяние: пучок света явно виден со всех сторон, и если толщина кюветы достаточна, то практически весь свет рассеивается в стороны и за кюветой мы уже не будем иметь ясно очерченного первичного пучка, а лишь диффузное поле рассеянного света. Конечно, введение капли одеколона не изменяет существенным образом свойств громадной массы молекул воды, находящейся в кювете, так что интенсивность вторичных волн в общем остается неизменной. Но содержащиеся

в одеколоне в растворенном виде вещества выпадают в водном растворе, образуя эмульсию — мелкие капельки, завешенные в воде. Наличие этих неоднородностей создает совсем иные условия для взаимной интерференции вторичных волн. В результате первичный пучок дифрагирует на этих неоднородностях и дает картину рассеяния, характерную для мутной среды.

Вернемся еще раз к вопросу об оптической однородности среды, нарушение которой, как мы видели, является физической причиной явления рассеяния света. В случае оптически однородной среды близкие между собой малые участки ее, равные по объему, становятся под действием световой волны источниками вторичных излучений одинаковой интенсивности. Это означает, что соответствующие участки приобретают под действием переменного поля световой волны равные между собой электрические моменты, изменением которых со временем и вызывается вторичное излучение. Но величина суммарного электрического момента определяет собой диэлектрическую постоянную и показатель преломления нашей среды. Таким образом, условие оптической однородности означает, что показатель преломления для разных участков нашей среды имеет одинаковое значение. Отсюда следует, что при постоянстве показателя преломления во всем объеме среды нельзя ждать явлений рассеяния света.

Действительно, уже формулы Френеля показывают, что если два граничащих участка обладают одинаковыми показателями преломления, то ни отражения, ни преломления на границе нет и волна распространяется, как в однородной среде. Более строгое рассмотрение дифракции на границе областей с одинаковыми показателями преломления показывает, что при постоянстве показателя преломления дифракция не будет и плоская волна распространяется без возмущений.

Итак, для нарушения оптической однородности необходимо нарушение постоянства показателя преломления. Показатель преломления зависит от электрической поляризации среды  $P$ , согласно хорошо известным соотношениям

$$n = \sqrt{\epsilon}, \quad \epsilon E = E + 4\pi P.$$

Наконец, поляризация среды, т. е. электрический момент, приобретаемый единицей объема среды под действием внешнего поля  $E$ , есть  $P = Np$ , где  $N$  — число молекул в единице объема, а  $p$  — электрический момент, приобретаемый каждой из них под действием поля  $E$  \*). Величина этого момента может быть представлена в виде  $p = \alpha E$ , где коэффициент  $\alpha$  носит название *коэффициента поляризуемости* и характеризует собой строение молекулы. Итак,

$$P = N\alpha E,$$

\*) Мы не делаем для простоты различия между внешним и действующим полем, так что выводы наши имеют качественный характер, если не ограничиваться рассмотрением явлений в газах.

т. е.

$$D = \epsilon E = E + 4\pi N\alpha E \quad (152.1)$$

или

$$\epsilon = 1 + 4\pi N\alpha. \quad (152.2)$$

Таким образом, постоянство показателя преломления означает, что для равных объемов (не очень малых по линейным размерам сравнительно с длиной волны) произведение  $N\alpha$  в разных местах среды одинаково. Это означает, что если оптически однородная среда построена из совершенно одинаковых молекул ( $\alpha$  постоянно), то постоянным должно быть и  $N$ , т. е. плотность среды повсюду постоянна; если же среда состоит из разных молекул или групп, то постоянство показателя преломления может быть обеспечено соответствующим подбором  $N$  и  $\alpha$ . Например, подобранная соответствующим образом смесь бензола и сероуглерода с погруженными в нее кусочками стекла может представлять однородную среду: граница раздела между стеклом и жидкостью перестает быть заметной.

Указанным явлением можно воспользоваться для определения показателя преломления небольших прозрачных кусочков неопределенной формы; подобрав смесь жидкостей, в которой границы кусочка исчезают (при освещении по возможности монохроматическим светом), остается только определить показатель преломления этой жидкости для соответствующей длины волны, что нетрудно сделать, поместив, например, каплю в рефрактометр Аббе. Этим приемом широко пользуются в минералогии; на основе этого принципа разработан также удобный технический метод быстрого определения не только показателя преломления стекла, но и дисперсии его, что очень помогает контролю технологического процесса варки стекла с определенными оптическими данными (И. В. Обреимов).

Если вместо одной крупинки стекла взять мелкий порошок однородного стекла (например, оптическое стекло определенного сорта, измельченное в порошок, с крупинками размером около  $\frac{1}{2}$  мм) и, поместив в кювету с плоскими стенками, залить его какой-либо жидкостью, то, вообще говоря, такая кювета представит собой тело, оптическая однородность которого очень несовершенна: пучок света, проходящий через такую кювету, будет сильно рассеиваться в стороны, так что в направлении первичного пучка пройдет сравнительно мало света. Но если подобрать жидкость, как было указано выше\*), то, несмотря на сильную физическую неоднородность, наша кювета будет *оптически* однородным телом, сквозь которое пучок света пройдет, не ослабляясь. В действительности осуществить опыт в таком простом виде нет возможности, ибо стекло и жидкость обладают различной дисперсией, так что среда оказывается оптически однородной только для сравнительно узкого интервала длин волн.

\*) Например смесь бензола и сероуглерода или метиловый эфир бензойной кислоты.

Именно эта спектральная область будет проходить через кювету без ослабления, а другие испытают значительное рассеяние в стороны. При достаточной толщине кюветы можно добиться того, что проходящий свет будет охватывать очень узкий интервал длин волн (около  $30\text{--}50 \text{ \AA}$ ) и может служить хорошим светофильтром. При незначительном нагревании кюветы можно наблюдать, как меняется окраска проходящего света, что объясняется различной температурной зависимостью показателя преломления стекла и выбранной жидкости.

Во многих случаях наблюдается интенсивное рассеяние света благодаря естественно возникшей оптической неоднородности. Среды с явно выраженной оптической неоднородностью носят название «мутных сред». Мутную среду представляют дым (твердые частицы в газе) или туман (капельки жидкости, например воды, в воздухе), взвеси или суспензии, представляющие совокупность твердых частичек, плавающих в жидкости, эмульсии, т. е. взвесь капель жидкости в другой жидкости, их не растворяющей (например молоко есть эмульсия жира в воде), твердые тела вроде перламутра, опалов или молочных стекол и т. д. Во всех подобных случаях наблюдается более или менее сильное рассеяние света мутной средой, носящее обычно название явления *Тиндалля*.

Изучение рассеяния в мутных средах, где размеры частиц оказываются малыми по сравнению с длиной световой волны (составляют не более  $\frac{1}{5}\text{--}\frac{1}{10} \lambda$ ), привело

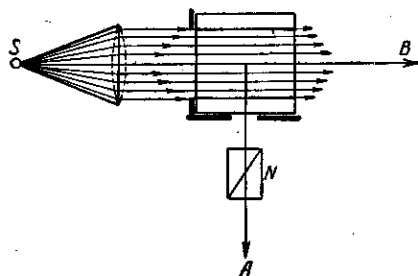


Рис. 329. Схема наблюдения рассеяния света в мутных средах.

несколько капель молока. След светового пучка в такой кювете будет ясно виден в воде (рис. 329).

1) При наблюдении сбоку (в направлении A) рассеянный свет имеет более голубой оттенок, т. е. относительно более богат короткими волнами, чем свет источника S; наоборот, свет, прошедший сквозь кювету (в направлении B), кажется более красноватым (если слой рассеивающего вещества достаточно толст). Количественные исследования показывают, что если для источника зависимость интенсивности от длины волны выражается некоторой функцией  $f(\lambda)$ , то

для рассеянного света эта зависимость имеет вид  $\frac{f(\lambda)}{\lambda^4}$ .

Пучок интенсивного света от дуги направим на кубическую кювету, наполненную водой, сделанной мутной благодаря прибавке нескольких капель молока. След светового пучка в такой кювете будет ясно виден в воде (рис. 329).

При наблюдении сбоку (в направлении A) рассеянный свет имеет более голубой оттенок, т. е. относительно более богат короткими волнами, чем свет источника S; наоборот, свет, прошедший сквозь кювету (в направлении B), кажется более красноватым (если слой рассеивающего вещества достаточно толст).

Количественные исследования показывают, что если для источника зависимость интенсивности от длины волны выражается некоторой функцией  $f(\lambda)$ , то для рассеянного света эта зависимость имеет вид  $\frac{f(\lambda)}{\lambda^4}$ .

2) При наблюдении под прямым углом к первичному пучку через николю  $N$  обнаруживается, что рассеянный свет поляризован, хотя первичный свет, идущий от  $S$ , естественный. Направление электрического вектора перпендикулярно к плоскости, проходящей через направление первичного пучка и направление наблюдения.

3) Если оценивать интенсивность света, рассеянного по разным направлениям, то она оказывается симметричной относительно первичного пучка и относительно линии, к нему перпендикулярной; кривая, графически показывающая распределение интенсивности рассеянного света по азимутам, носит название *индикатрисы* рассеяния. Если падающий свет естественный, то индикатриса рассеяния имеет в плоскости чертежа вид, изображенный на рис. 330, и выражается формулой

$$I_{\theta} = I_{\pi/2}(1 + \cos^2\theta), \quad (152.3)$$

где  $I_{\pi/2}$  — интенсивность света, рассеиваемого под прямым углом к первичному пучку ( $\theta = \frac{\pi}{2}$ ). Пространственная индикатриса получается вращением рис. 330 около оси  $BB'$ .

Закономерности эти перестают быть справедливыми, если размеры рассеивающих частиц становятся сравнимыми с длиной волны, что нередко наблюдается в коллоидных растворах.

Зависимость интенсивности рассеянного света от длины волны для таких более крупных частиц становится менее заметной, т. е. рассеянный свет оказывается менее голубоватым, чем в случае мелких частиц. Рассеянный свет оказывается поляризованным лишь частично, причем степень поляризации зависит от размеров и формы частиц. Распределение интенсивности рассеянного света по углам приобретает также более сложный характер: диаграмма рассеяния несимметрична по отношению к линии  $AA'$  и в зависимости от размера, формы и природы частичек и окружающей среды может принимать очень сложный вид, сохраняя симметрию лишь относительно направления первичного пучка.

Эти более сложные закономерности очень затрудняют теоретическое истолкование рассеяния в мутных средах с крупными частицами. Тем не менее, эти случаи представляют значительный интерес, ибо они обычно имеют место при исследовании коллоидных растворов и мутных сред, являющихся продуктами многих химических реакций. Поэтому подобные измерения находят применение в коллоидной химии, аналитической химии и биологии, составляя предмет *нефелометрических* методов исследования.

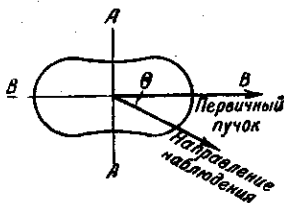


Рис. 330. Индикатриса рассеяния частицами, малыми по сравнению с  $\lambda$ .

### § 153. Молекулярное рассеяние света

Особенный интерес представляют те случаи, когда мы не можем говорить о мутной среде в вышеупомянутом смысле слова, т. е. когда среда представляет собой жидкость (или газ), тщательно освобожденную от посторонних примесей или загрязнений.

**а) Критическая опалесценция.** Установив законы рассеяния света мелкими частицами, Рэлей (1871 г.) сделал попытку использовать полученные результаты для объяснения цвета неба, полагая, что голубой цвет неба есть результат рассеяния солнечных лучей в толще атмосферы. Первоначально Рэлей искал причину рассеяния света атмосферой в наличии мелких частиц, ее запыляющих; в дальнейшем он пришел к выводу, что молекулярная структура воздуха достаточно для объяснения рассеяния света. Однако и в этом случае, как показал впоследствии Л. И. Мандельштам (1907 г.), необходимым условием рассеяния является нарушение оптической однородности среды в указанном выше смысле (т. е. нарушение постоянства  $N$  для небольших объемов, не очень малых по сравнению с длиной световой волны).

Для одного частного, но важного случая причина, ведущая к нарушению однородности, была указана М. Смолуховским (1908 г.). Давно было известно, что при критической температуре газа или жидкости наблюдается интенсивное рассеяние света (так называемая *критическая опалесценция*). Смолуховский обратил внимание на то, что при критической температуре сжимаемость среды очень велика (в критической точке теоретически  $\frac{dv}{dp}$  стремится к бесконечности).

В этих условиях легко могут образоваться в небольших объемах заметные отступления от средней плотности, ибо большая сжимаемость означает, что работа, необходимая для образования случайного скопления или разрежения молекул, невелика, так что энергия молекулярного теплового движения достаточно для образования заметных вариаций плотности в малых объемах (флуктуации плотности). Связанное с этим нарушение оптической однородности и обуславливает сильное рассеяние света. Таким образом Смолуховский объяснил явление критической опалесценции, дав тем самым указание, где надо искать причину нарушения однородности среды, приводящего к рассеянию света вообще.

Другой легко осуществимый случай молекулярного рассеяния света наблюдается при исследовании некоторых растворов. В растворах мы имеем дело со смесью двух (или более) сортов молекул, которые характеризуются своими значениями поляризуемости  $\alpha$ . В обычных условиях распределение одного вещества в другом происходит настолько равномерно, что и растворы представляют собой среду, в оптическом отношении не менее однородную, чем обычные жидкости. Мы можем сказать, что концентрация растворенного вещества во всем объеме одинакова и отступление от среднего (флуктуации концентрации) крайне малы. Однако известны многочисленные комби-

нации веществ, которые при обычной температуре лишь частично растворяются друг в друге, но при повышении температуры становятся способными смешиваться друг с другом в любых соотношениях. Температура, выше которой наблюдается такое смешивание, называется *критической температурой смешения*. При этой температуре две жидкости полностью смешиваются, если соотношения их подобраны вполне определенным образом. Так, например, сероуглерод и метиловый спирт при  $40^{\circ}\text{C}$  дают вполне однородную смесь, если взято 20 частей по весу сероуглерода и 80 частей метилового спирта. При более низкой температуре растворение происходит лишь частично, так что мы имеем две ясно различимые жидкости: раствор сероуглерода в спирте и раствор спирта в сероуглероде. При температурах выше  $40^{\circ}$  может быть получена однородная смесь при любом весовом соотношении компонент. С интересующей нас точки зрения критическая температура смешения характеризует такое состояние смеси, при котором особенно легко осуществляется местное отступление от равномерного распределения. Таким образом, при критической температуре смешения следует ожидать значительных флуктуаций концентрации и связанных с ними нарушений оптической однородности. Действительно, в таких смесях при критической температуре смешения имеет место очень интенсивное рассеяние света, легко наблюдаемое на опыте.

**б) Рассеяние света на поверхности жидкости.** Явления, аналогичные объемному рассеянию, могут наблюдаться и на поверхности жидкости. Спокойная поверхность жидкости представляет собой зеркало, и свет, падающий на нее, испытывает правильное отражение по определенному направлению. Но если поверхность жидкости сделана шероховатой, например вследствие сотрясений, то большая или меньшая часть света испытывает диффузное рассеяние в стороны. Правильная поверхность жидкости должна, вообще говоря, непрерывно портиться вследствие молекулярного движения, и когда эти неровности становятся сравнимыми с длиной волны, то зеркальное отражение вообще перестает быть возможным и поверхность становится матовой.

В обычных условиях, однако, матовость свободной поверхности жидкости выражена крайне слабо, ибо искажающему действию теплового движения препятствуют силы молекулярного сцепления, стремящиеся сохранить свободную поверхность минимальной (поверхностное натяжение).

На границе двух жидкостей эти капиллярные силы обычно меньше, чем на границе жидкость — газ. В особенности они малы вблизи критической температуры смешения, когда по обе стороны границы жидкости почти одинаковы. Действительно, в этом случае свет не только отражается от границы по законам Френеля, но интенсивно рассеивается во все стороны (Л. И. Мандельштам, 1913 г.). В благоприятных случаях молекулярная шероховатость так велика, что правильное отражение не наблюдается даже при больших углах

падения, причем исчезновение правильного отражения легче наблюдать для волн меньшей длины, как это и должно быть для матовых поверхностей (ср. упражнение 49).

Значительно труднее наблюдать свет, рассеянный свободной поверхностью, однако и это удалось даже для жидкости с такой большой капиллярной постоянной, как ртуть (Раман, 1926 г.).

Законы поверхностного рассеяния отличны от законов объемного рассеяния. Так, интенсивность поверхностно рассеянного света обратно пропорциональна второй степени длины волны (а не четвертой); своеобразны также и условия поляризации рассеянного света. Полная молекулярная теория этих явлений при условии, когда молекулярные шероховатости еще малы по сравнению с длиной волны, находится в согласии с наблюдаемыми на опыте закономерностями (Ф. С. Барышанская, 1936 г.).

**в) Молекулярное рассеяние света в чистом веществе.** Физическая причина, могущая обусловить молекулярное рассеяние света в чистом веществе, лежит, как указано выше, в нарушении оптической однородности среды благодаря статистическим отступлениям свойств среды от некоторого среднего (флуктуации).

В 1910 г. Эйнштейн дал количественную теорию молекулярного рассеяния света, основанную на идее флуктуаций плотности, принадлежащей Смолуховскому.

Легко предвидеть общий характер искомой зависимости. Интенсивность рассеяния тем сильнее, чем значительнее нарушения оптической однородности, т. е. чем сильнее изменение показателя преломления  $n$  при изменении плотности  $\rho$  (т. е. чем больше  $\frac{dn}{d\rho}$ ). С другой стороны, изменения плотности (флуктуации) тем значительнее, чем больше вызывающая их энергия теплового движения  $kT$  ( $k$  — постоянная Больцмана,  $T$  — абсолютная температура) и чем сильнее сжимаемость вещества ( $\beta = -\frac{1}{v} \frac{dv}{d\rho}$ ). Действительно, строгий расчет Эйнштейна показывает, что интенсивность света, рассеиваемого единицей объема вещества благодаря флуктуациям плотности, пропорциональна величине

$$\frac{kT}{\lambda^4} \beta \left( \rho n \frac{dn}{d\rho} \right)^2.$$

Это соотношение справедливо как для жидкостей, так и для газов. Выражая для идеального газа его сжимаемость через уравнение состояния, мы получаем формулу, совпадающую с первоначальной формулой Рэлея, но уже теперь правильно обоснованную, с учетом нарушения оптической однородности среды (см. упражнение 193).

Зависимость от длины волны  $\left(\frac{1}{\lambda^4}\right)$ , указанная Рэлеем, конечно, сохраняется, ибо флуктуационные неоднородности малы по сравнению с длиной волны.



1) Интенсивность рассеянного света. Так как в формулу Эйнштейна входит постоянная Больцмана  $k = \frac{R}{N}$ , где  $R$  — газовая постоянная, а  $N$  — число Авогадро, то по интенсивности рассеянного света можно определить  $N$  — число молекул в грамм-молекуле, измерив все остальные входящие в формулу параметры. Наиболее просто это сделать для газа. Поэтому при экспериментальном исследовании света, рассеянного газом, критерием молекулярного характера явления могла служить возможность вычисления этой важной постоянной.

Измерения интенсивности света, рассеянного атмосферой, проведенные в безоблачные дни в горных условиях, когда можно считать атмосферу свободной от случайных запылений, дали для числа Авогадро цифру, удовлетворительно согласующуюся с общепризнанным значением: по исправленным данным, полученным между 1938 и 1951 гг., эти измерения дают для числа Авогадро значение  $(61,0 \pm 0,8) \cdot 10^{23}$  в прекрасной согласии с принятым ныне значением  $(60,2 \pm 0,3) \cdot 10^{23}$ . Хорошие результаты получены также из опытов по рассеянию света в газах в лабораторных условиях (Кабанн и его сотрудники, по их последним данным  $N = (61,0 \pm 0,8) \cdot 10^{23}$ ).

Молекулярный характер рассеяния в жидкости был надежно установлен рядом работ с 1913 по 1925 г., причем были исследованы разные стороны явления. Новые тщательные исследования по рассеянию света в жидкости продолжают до самого последнего времени. Потребность в них объясняется расхождениями между теорией и экспериментом, которые приводили к неудовлетворительному значению для числа Авогадро. В настоящее время затруднения можно считать устраненными: экспериментальное определение всех величин, входящих в формулу для интенсивности рассеянного света, и в том числе величины  $\frac{\partial n}{\partial \rho}$ , которая ранее заимствовалась из недостаточно обоснованных соображений, дает для числа Авогадро значение  $(59 \pm 2) \cdot 10^{23}$  (Г. П. Мотулевич и И. Л. Фабелинский, 1951 г.).

Обычная схема для наблюдения молекулярного рассеяния в газах и жидкостях, обеспечивающая устранение паразитного света, отраженного стенками сосуда, изображена на рис. 331. Здесь  $S$  — источник интенсивного света,  $A$  — специальный сосуд, наполненный изучаемым веществом: свет, попавший в изогнутые в виде рогов зачерненные концы трубок, не может отразиться обратно к наблюдателю, а испытывает многократные отражения внутри трубок, постепенно поглощаясь в зачерненных стенках;  $W$  — призма Волластона, служащая для поляризации измерений,  $O$  — фотокамера. Для определения интенсивности рассеянного света, т. е. определения того, какая часть световой энергии рассеивается в стороны, установка дополняется соответствующими приспособлениями.

При этом надо иметь в виду, что свет, вступающий в столб вещества, будет рассеиваться последовательно каждым слоем этого вещества. А так как молекулярное рассеяние очень слабо, то световой поток, проникающий в более глубокие слои, практически не будет ослаблен, так что рассеяние будет пропорционально толщине рассеивающего слоя, конечно, если последний не достигает

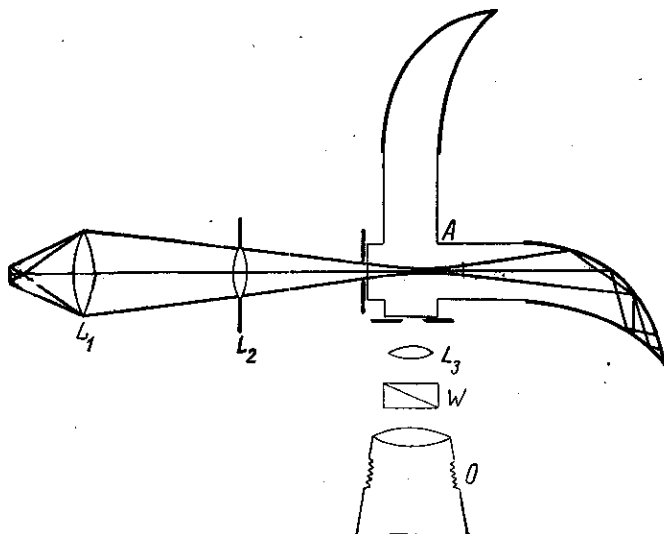


Рис. 331. Схема наблюдения молекулярного рассеяния света. W — двоякопреломляющая призма для определения степени поляризации рассеянного света.

очень большой толщины, как это имеет место, например, при рассеянии атмосферой.

Некоторое представление о результатах подобных измерений может дать следующая таблица:

Воздух . . . . .	рассеивает	$2,7 \cdot 10^{-7}$	часть светового потока,
			вступающего в слой толщиной 1 см (при нор-
			мальных давлении и температуре).
Водород . . . . .	рассеивает	в четыре	раза меньше, чем воздух
Аргон . . . . .	»	» 1,2	» » »
Углекислота . . . . .	»	» 2,6	» больше, чем воздух
Вода (жидкая) . . . . .	»	» 185 раз	» » »
Бензол (жидкий) . . . . .	»	» 1700	» » »
Кварц кристаллический . . . . .	»	» 7	» » »
Каменная соль (крист.) . . . . .	»	» 5	» » »

Молекулярное рассеяние в кристаллах также было надежно обнаружено (Ландсберг Г. С. с сотрудниками, 1927 — 1930 гг.). Кристаллы невозможно очистить от случайных включений, поэтому число изученных объектов здесь невелико. Метод, который позволил отличить

молекулярно рассеянный свет от света, рассеянного случайными включениями, состоял в исследовании зависимости интенсивности от температуры: интенсивность молекулярно рассеянного света растет пропорционально абсолютной температуре, а интенсивность паразитного света от температуры не зависит.

На рис. 332 и 333 приведены фотографии рассеянного разными веществами света в условиях тождественного освещения для каждого из веществ. Они позволяют судить об относительной рассеивательной способности для разных веществ.

2) Зависимость интенсивности рассеянного света от длины волны. Зависимость эта установлена еще в первых теоретических работах Рэлея. Она гласит: интенсивность обратно пропорциональна четвертой степени длины волны (закон Рэлея).

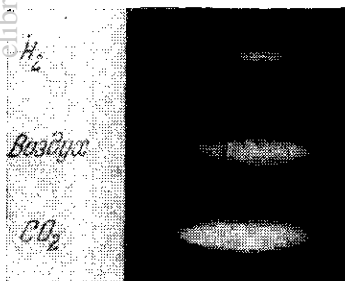


Рис. 332. Сравнительная интенсивность молекулярного рассеяния в водороде, воздухе и углекислом газе.

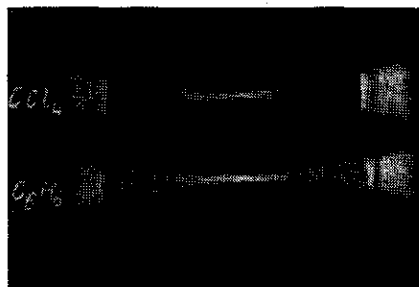


Рис. 333. Сравнительная интенсивность молекулярного рассеяния в четыреххлористом углероде ( $\text{CCl}_4$ ) и бензоле ( $\text{C}_6\text{H}_6$ ).

Нетрудно получить этот закон, исходя из представления о вторичных волнах, испускаемых колеблющимися электронами. Амплитуда излучаемой при колебании электрона волны пропорциональна его ускорению (только при наличии *ускорения* в движении электрона им создается *переменное* электромагнитное поле и возникает электромагнитная волна). Движение электрона под действием световой волны происходит по гармоническому закону  $s = a \sin \omega t$ ; его ускорение  $\ddot{s} = -a\omega^2 \sin \omega t$ . Следовательно, интенсивность излучаемого вторичного света

$$I \sim \ddot{s}^2 \sim \omega^4.$$

Итак, интенсивность пропорциональна четвертой степени частоты, т. е. обратно пропорциональна четвертой степени длины волны ( $1/\lambda^4$ ).

Закон Рэлея объясняет преимущественное рассеяние коротких волн, т. е. голубой тон, наблюдаемый при рассеянии белого света, и, следовательно, красный тон света, прошедшего через рассеивающую среду (объяснение цвета неба и цвета зорь).

Закон этот справедлив, если рассеивающие частицы или флуктуационные неоднородности малы по сравнению с длиной волны. В противном случае надо учитывать, что электроны, приходящие в колебание в разных участках элементарной неоднородности, возбуждаются с заметным запаздыванием по фазе. Это обстоятельство осложняет явление и приводит к иным закономерностям. Так, зависимость от длины волны становится менее заметной, стремясь к закону  $1/\lambda^2$  для сравнительно больших коллоидных частиц и для больших флуктуационных неоднородностей вблизи критической точки.

Тщательные измерения последнего времени позволяют считать, что закон Рэлея для жидкостей соблюдается достаточно хорошо. Нет оснований сомневаться в его справедливости и по отношению к газам и кристаллам, хотя для газов и кристаллов имеются лишь сравнительно грубые измерения.

3) Поляризация света при рассеянии. Если естественный свет падает на молекулу в направлении  $OY$  (рис. 334), то колебания его электрического вектора должны лежать в плоскости  $ZOX$ . Если наблюдать рассеянный свет в направлении  $OX$ ,

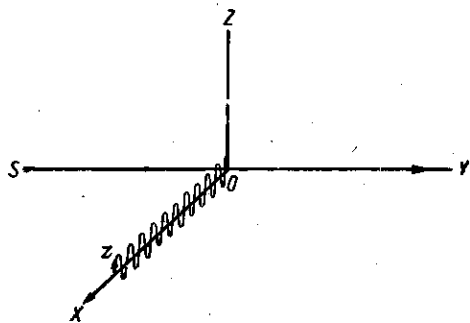


Рис. 334. К вопросу о поляризации рассеянного света.

то в силу поперечности волн в этом направлении пойдут волны, обусловленные лишь той слагающей колебания электрического вектора, которая перпендикулярна к  $OX$ . Таким образом, в свете, рассеянном под прямым углом к падающему, должны наблюдаться только колебания (электрического вектора), направленные вдоль  $OZ$ , т. е. свет должен быть полностью поляризован.

Лабораторные опыты (рассеяние в аргоне) подтвердили это заключение, также предусмотренное теорией Рэлея. Однако дальнейшие наблюдения показали, что поляризация рассеянного света обычно не бывает полной. Если через  $I_y$  обозначить интенсивность света, электрические колебания которого совершаются вдоль оси  $OY$ , а через  $I_z$  — интенсивность света с колебаниями вдоль  $OZ$ , то степень поляризации  $\rho$  определится соотношением

$$\rho = \frac{I_z - I_y}{I_z + I_y}. \quad (153.1)$$

Изложенные выше соображения приводят к выводу, что  $I_y = 0$ ,  $\rho = 1$  (поляризация света достигает 100%). Из опыта же следует, что  $I_y$  далеко не всегда равняется нулю: свет частично деполаризован.

За меру деполаризации обычно принимают

$$\Delta = 1 - \rho = \frac{2I_y}{I_y + I_x}. \quad (153.2)$$

Для ряда газов  $\Delta$  отлично от нуля (для водорода  $\Delta = 1\%$ , для азота  $\Delta = 4\%$ , для паров сероуглерода  $\Delta = 14\%$ , для углекислоты  $\Delta = 7\%$ ).

Для жидкостей степень деполаризации еще больше, достигая для бензола  $44\%$ , для сероуглерода  $68\%$ , а для нитротолуола даже  $80\%$ .

Объяснение этому явлению также было дано Рэлеем, который указал, что оно должно быть связано с оптической анизотропией рассеивающих молекул. Действительно, для анизотропной молекулы направление возникающей в ней электрической поляризации не совпадает, вообще говоря, с направлением электрического поля волны.

Так, например, если молекула может поляризоваться вдоль одного лишь направления (модель в виде палочки  $AB$ , рис. 335), то поле, направленное вдоль  $OE$ , вызовет все же колебания вдоль  $OA$  с амплитудой, пропорциональной слагающей поля  $OM$ , величина которой зависит от угла  $EOA$ . Если среда состоит из таких молекул, то вторичная волна будет иметь электрические компоненты и вдоль  $OZ$  и вдоль  $OY$  (рис. 336), относительные величины которых зависят от степени анизотропии молекулы, т. е. свет, рассеянный в направлении, перпендикулярном к первичному пучку, будет поляризован только частично.

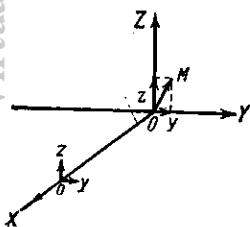


Рис. 336. Деполаризация при рассеянии анизотропными молекулами.

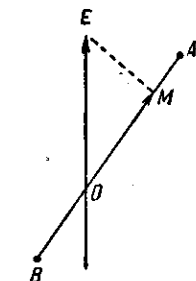


Рис. 335. Модель сильно анизотропной молекулы: поляризуемость в направлении, перпендикулярном к  $AB$ , равна нулю.

Таким образом, частичная деполаризация света объясняется анизотропией молекул, т. е. теми же свойствами среды, что и явление двойного лучепреломления в электрическом поле (эффект Керра). Открывается возможность установить зависимость между константой эффекта Керра и величиной деполаризации. Опыт подтвердил эту зависимость.

В то же время измерения деполаризации позволяют делать заключения относительно анизотропии молекул и используются, таким образом, для выводов, касающихся структуры молекул. Для этой цели особенно пригодны измерения в парах и газах, ибо в жидкой среде играют немалую роль взаимодействия молекул, учет которых до настоящего времени не может быть сделан достаточно полно. Именно этими взаимодействиями обусловлена значительно большая деполаризация в жидкостях, чем в соответствующих парах.

Таким образом, из сравнения деполяризации в парах и в жидкой фазе нельзя делать заключения, что в жидком состоянии молекулы более анизотропны, чем в паре.

Что же касается газов, то их исследование позволяет достаточно полно охарактеризовать основной оптический параметр — эллипсоид поляризуемости. Для полной характеристики анизотропной молекулы необходимо знать значения поляризуемости для трех главных направлений молекулы, т. е. в самом общем случае — *три* величины. Для этой цели мы располагаем тремя независимыми измеряемыми величинами: показателем преломления, постоянной Керра и коэффициентом деполяризации рассеянного света.

### § 154. Комбинационное рассеяние света

Согласно закону Рэля распределение энергии в рассеянном свете отличается от распределения в первичном свете относительным преобладанием интенсивности в коротковолновой части спектра. Качественное представление о характере явления дает рис. 337,

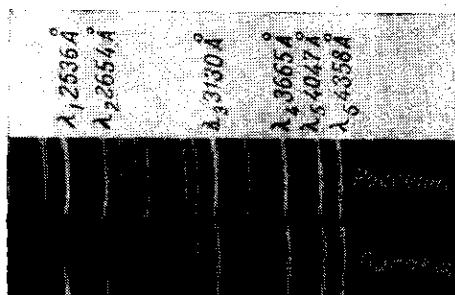


Рис. 337. Спектр прямого света ртутной лампы и спектр той же лампы в рассеянном свете; ясно заметно относительное возрастание интенсивности коротких длин волн в рассеянном свете.

на котором изображена фотография спектра прямого света ртутной лампы и спектр той же лампы в свете, рассеянном в воздухе. Экспозиции подобраны так, чтобы были приблизительно равны интенсивности для линий большой длины волны. Тогда различие в интенсивности для более коротковолновой части спектра выступает отчетливо.

Согласно прежним исследованиям указанное различие считалось единственным отличием в спектрах прямого и рассеянного света. Тщательное изучение показало, однако

(Раман, Г. С. Ландсберг и Л. И. Мандельштам, 1928 г.), что в спектре рассеянного света наблюдаются, кроме линий, характеризующих падающий свет, еще добавочные линии, спутники, сопровождающие каждую из линий первичного света (рис. 338, 339).

Так как спутники сопровождают любую спектральную линию первичного света, то ясно, что обнаружение их возможно лишь в том случае, когда падающий свет представляет собой совокупность отдельных (мономатических) линий, а не сплошной спектр.

Опыт позволил установить следующие законы этого явления;

- 1) спутники сопровождают каждую линию первичного света;

2) различие  $\Delta\nu$  в частотах возбуждающей первичной линии  $\nu_0$  и линий каждого из спутников,  $\nu', \nu'', \nu''', \dots$ , характерно для рассеивающего вещества и равно частотам собственных инфракрасных колебаний  $\nu^i$  его молекул:

$$\Delta\nu_1 = \nu_0 - \nu' = \nu_1^i, \quad \Delta\nu_2 = \nu_0 - \nu'' = \nu_2^i, \quad \Delta\nu_3 = \nu_0 - \nu''' = \nu_3^i, \dots$$

Примером может служить таблица.

Сопоставление волновых чисел для толуола по данным инфракрасных спектров и комбинационного рассеяния

Комбинационное рассеяние	Инфракрасные спектры	
3067	—	Волновые числа, приведенные в таблице, показывают число волн, укладывающихся на одном сантиметре. Для получения частот (числа колебаний в секунду) эти числа надо умножить на $3 \cdot 10^{10}$ (скорость света). Цифры, отмеченные *, означают сильные линии, а отмеченные ** — очень сильные линии.
3054**	—	
3032	—	
2981	2990*	
2920	—	
2870	1859	
1605	1608*	
—	1494	
1380	1456*	
1211*	1384	
1156*	1311	
1090	1213	
1031	1158	
1004**	1075*	
786**	1033*	
623	911	
521	—	
217	892	
	841	
	729**	
	693**	

3) Спутники представляют собой две системы линий, лежащих симметрично по обе стороны возбуждающей линии, т. е.  $\nu_0 - \nu_r = \nu_s - \nu_0$ . Здесь  $\nu_r$  обозначает частоты спутников, лежащих в сторону более длинных волн, чем возбуждающие, а  $\nu_s$  — частоты

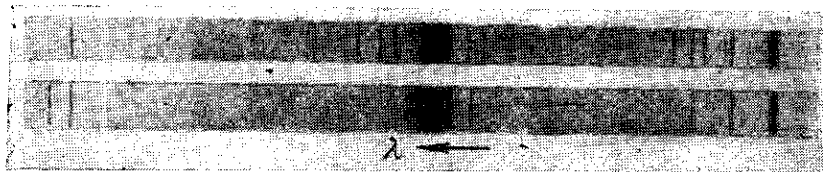


Рис. 338. Спектр комбинационного рассеяния четыреххлористого углерода. Внизу — спектр сравнения ртутной дуги.

соответствующих спутников, лежащих с другой стороны. Первые спутники, расположенные ближе к красной части спектра и потому

иногда называемые «красными» ( $\alpha$  на рис. 339), значительно интенсивнее, чем соответствующие «фиолетовые» ( $\beta$  на рис. 339).

4) С повышением температуры интенсивность «фиолетовых» спутников быстро возрастает.

Можно себе представить сущность явления комбинационного рассеяния, пользуясь упрощенным представлением о световых квантах. В силу этих представлений свет частоты  $\nu$  распространяется в виде определенных порций (квантов), величина которых  $h\nu$ , где  $h = 6,62 \cdot 10^{-27}$  эрг  $\cdot$  сек есть универсальная постоянная, введенная

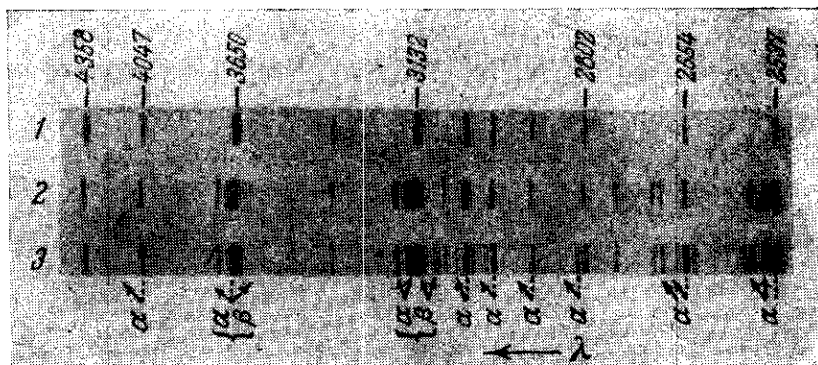


Рис. 339. Спектр комбинационного рассеяния кварца; 1 — спектр сравнения ртутной лампы; 2 — спектр рассеяния кварца при температуре  $20^\circ\text{C}$ ; 3 — спектр рассеяния кварца при температуре  $210^\circ\text{C}$ ;  $\alpha$  — «красные» спутники;  $\beta$  — «фиолетовые» спутники.

Планком \*). В соответствии с этим атом или молекула, в которых совершаются колебания с частотой  $\nu_i$ , содержат запас энергии  $h\nu_i$ , который может быть испущен этим атомом (молекулой) в виде света той же частоты. С этой точки зрения рассеяния света молекулами следует упрощенно рассматривать как столкновение световых квантов с молекулами, в результате которого кванты могут изменить направление своего полета, т. е. рассеиваются в стороны. Если падающий свет имеет частоту  $\nu_0$ , то кванты света (энергия  $h\nu_0$ ) при этих столкновениях могут вступить во взаимодействие с молекулами, характеризующимися собственной частотой  $\nu_i$ , т. е. способными принимать или отдавать энергию порциями  $h\nu_i$ . Если свет вступает во взаимодействие с молекулой, не находящейся в состоянии колебания, то в результате взаимодействия свет отдает молекуле соответствующую часть энергии, превращаясь в свет меньшей частоты («красный спутник») по уравнению

$$h\nu' = h\nu_0 - h\nu_i, \quad \text{или} \quad \nu' = \nu_0 - \nu_i.$$

\*) Подробнее о световых квантах см. гл. XXXI.



Если же свет вступает во взаимодействие с молекулой, находящейся в колебательном состоянии, т. е. обладающей энергией  $h\nu_i$ , то в результате свет может отобрать от молекулы эту энергию, превращаясь в свет *большой* частоты («фиолетовый спутник») по уравнению

$$h\nu' = h\nu_0 + h\nu_i, \text{ или } \nu' = \nu_0 + \nu_i.$$

Так как число молекул, находящихся в состоянии колебания (с избытком энергии), значительно меньше числа молекул невозбужденных, то интенсивность фиолетового спутника должна быть несравненно меньшей, что и соответствует опыту.

С повышением температуры число возбужденных молекул быстро растет, и в соответствии с этим должна быстро возрастать интенсивность фиолетовых спутников, что также подтверждается опытом. Увеличение интенсивности фиолетовых спутников можно видеть на рис. 339, где спектр 2 соответствует температуре рассеивающего вещества (кварца), равной  $20^\circ\text{C}$ , а спектр 3 — температуре  $210^\circ\text{C}$ .

Изложенная простая теория, передавая основные черты явления, оставляет неосвещенным целый ряд его важных особенностей. Прежде всего остается необъясненным очень серьезное различие, отмеченное в таблице на стр. 511. Некоторые интенсивные инфракрасные линии обнаруживаются в комбинационных спектрах как очень слабые, а иногда и совсем не обнаруживаются; наоборот, некоторые, и притом нередко самые интенсивные, линии комбинационного рассеяния не могут быть найдены среди инфракрасных абсорбционных спектров. Сверх того, упрощенная квантовая теория не позволяет усмотреть никакой связи с общей теорией рассеяния света, которой мы успешно пользовались до сих пор. Полное решение вопроса следует искать в более совершенной квантовой теории. Однако мы можем до известной степени уяснить вопрос, рассмотрев его с точки зрения классических представлений, которыми мы пользовались до сих пор. При этом надо только помнить, что полной картины мы не сможем получить, не внося в наши классические представления «поправки», соответствующей квантовому характеру явления, отличающему, по существу, все явления взаимодействия света и вещества.

Нарушение оптической однородности может быть обусловлено, как показано выше, колебаниями в значении произведения  $N\alpha$ , где  $N$  — число молекул в единице объема, а  $\alpha$  — коэффициент поляризуемости молекулы. Флуктуации в значении  $N$  обуславливают изученное выше рассеяние света (рэлеевское рассеяние); флуктуации в значении  $\alpha$  могут быть другой причиной, обуславливающей рассеяние.

Изменения в поляризуемости могут наступить, если меняется конфигурация отдельных частей (атомов), составляющих молекулу, что всегда имеет место при тепловых колебаниях атомов, входящих в состав молекулы. Перемещения атомов при таких колебаниях могут вести к изменению внутреннего поля молекулы, воздействующего на электроны, смещение которых под действием света и определяет

поляризацию молекулы. Если эти изменения облегчают или затрудняют указанные смещения, то мы имеем дело, следовательно, с изменением поляризуемости  $\alpha$ .

Молекулы, поляризуемость которых отличается от средней поляризуемости, распределены по всему объему вещества по законам случая, и это обстоятельство может вести к флуктуации показателя преломления, т. е. к нарушению оптической однородности, обуславливая, следовательно, рассеяние света.

Так как указанные изменения в поляризуемости, обусловленные колебаниями атомов в молекуле, имеют периодический характер, то, следовательно, и интенсивность рассеиваемого света меняется периодически с частотой этих внутримолекулярных колебаний  $\nu_1$ . Таким образом, рассеянный свет, частота которого должна быть равна частоте падающего света  $\nu$ , является *модулированным* светом с частотой модуляции  $\nu_1$ , что соответствует свету с измененной частотой  $\nu \pm \nu_1$  (см. Введение). Таких образом, этот вид рассеяния света должен сопровождаться изменением частоты падающего света: наряду со светом начальной частоты должны появляться линии измененной частоты (спутники). Частота рассеянного света комбинируется, таким образом, из частоты падающего света и собственно внутримолекулярного (обычно инфракрасного) колебания. Отсюда название — *комбинационное* рассеяние.

Такое классическое рассмотрение позволяет понять, что интенсивности комбинационных и инфракрасных линий данной частоты могут значительно отличаться друг от друга. Действительно, интенсивность комбинационной линии частоты  $\nu$  определяется тем, насколько значительно *меняется поляризуемость* молекулы  $\alpha$  при колебании молекулы, соответствующем этой частоте. Интенсивность же инфракрасной линии абсорбции той же частоты будет зависеть от того, насколько хорошо способно возбуждаться это колебание под действием инфракрасного света подходящей частоты, т. е. насколько хорошо реагирует молекула на электромагнитное поле приходящей волны. Эта реакция определяется *изменениями электрического момента* молекулы при соответствующем колебании. Эти два изменения — изменение поляризуемости и изменение электрического момента — могут быть по-разному выражены при различных колебаниях. Поэтому одни из этих колебаний будут лучше представлены в инфракрасных спектрах, другие — в комбинационных.

Например, при колебании атомов в молекуле  $\text{CO}_2$ , изображенном на рис. 340, б, меняется расположение атомов так, что сильно изменяется внутреннее поле молекулы и, следовательно, ее поляризуемость; но электрический момент молекулы при этом остается неизменным (и в данном случае равным нулю), ибо два одноименно заряженных атома кислорода (O) неизменно остаются во время колебания симметрично расположенными по обе стороны заряда, связанного с углеродом. При колебании же, изображенном на

рис. 340, *в*, поляризуемость сохраняется неизменной, так как приближение одного из атомов кислорода к углероду сопровождается удалением другого и наоборот; но при этих колебаниях электрический момент молекулы меняется, как легко видеть из рисунка, показывающего, что величина и направление результирующего момента периодически меняются во время колебания. Поэтому колебание такого типа, как это изображено схематически на рис. 340, *б*, поведет к образованию линии комбинационного рассеяния, и его частота может быть определена из спектра комбинационного рассеяния; частота же колебания типа, изображенного на рис. 340, *в*, может быть определена по положению полосы инфракрасного поглощения.

Легко видеть, что эта «классическая» теория совершенно неправильно передает вопрос об относительной интенсивности фиолетовых и красных спутников, ибо она заставляет предполагать их равными, что противоречит опыту. В вопросе об интенсивности и ее зависимости от температуры нужно ввести поправку, даваемую представлением о световых квантах.

Метод комбинационного рассеяния дает важный способ исследования молекулярного строения. С его помощью легко и быстро определяются собственные частоты колебаний молекулы; он позволяет также судить о характере симметрии молекулы, о величине внутримолекулярных сил и вообще об особенностях молекулярной динамики. Во многих случаях он удачно дополняется методом инфракрасного поглощения, представляя важную главу молекулярной спектроскопии. Спектры комбинационного рассеяния настолько характерны для молекул, что с их помощью оказывается возможным проведение анализа сложных молекулярных смесей, особенно органических молекул, где химические методы анализа весьма затруднены или даже невозможны. Так, в последнее время с помощью комбинационного рассеяния успешно проводятся анализы состава бензинов, представляющих сложную смесь углеводородов.

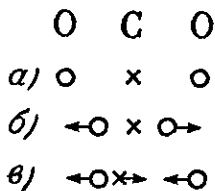


Рис. 340. Различные типы колебаний атомов в молекуле  $\text{CO}_2$ ; *а* — исходное положение атомов; *б* — колебание, меняющее поляризуемость; *в* — колебание, меняющее электрический момент.

## ГЛАВА XXIX

### ВРАЩЕНИЕ ПЛОСКОСТИ ПОЛЯРИЗАЦИИ

#### § 155. Введение

Рассмотренные выше процессы дисперсии и рассеяния света не исчерпывают, конечно, явлений, возникающих при взаимодействии света и вещества. Среди этих последних чрезвычайно важное место и в принципиальной и в практическом отношении занимает явление

вращения плоскости поляризации света. Было обнаружено, что явление это имеет место в весьма разнообразных телах, получивших название *естественно-активных*. К числу таких тел принадлежат, например, сахар и ряд других органических веществ; в связи с этим измерение вращения плоскости поляризации сделалось ходовым аналитическим методом в ряде промышленных областей. Исследования показали, что объяснение этого явления можно получить, рассматривая общую задачу взаимодействия поля световой волны с молекулами или атомами вещества, если только принять во внимание конечные размеры молекул и их структуру.

Отношение линейных размеров  $d$  молекул (атомов) к длине световых волн имеет порядок  $10^{-3}$ ; для многих оптических проблем можно считать это отношение бесконечно малым, упрощая, таким образом, трактовку задачи и не затрагивая в то же время ее существенных черт. Таким приближением мы пользовались, например, в задаче о дисперсии, полагая, что поле, действующее на электрон в атоме, равно просто  $E_0 \sin \omega t$ , хотя поле волны, распространяющейся в направлении оси  $Z$ , есть  $E_0 \sin(\omega t - kz)$ , так что, строго говоря, для каждого момента  $t$  поле в разных точках молекулы, соответствующих различным значениям  $z$ , различно. Но так как в пределах молекулы различие  $z$  не превышает размера молекулы  $d$ , то оказывается, что, делая указанное упрощение, мы не вносим существенных изменений в результаты. Наоборот, в проблеме вращения плоскости поляризации подобное упрощение означает отказ от учета как раз той стороны дела, которая существенно определяет все явление.

Этот пример лишний раз показывает, что всякое упрощение (схематизация) задачи имеет относительный характер и должно быть строго обдуманно применительно к рассматриваемой проблеме: в одних вопросах можно ограничиться первым приближением и дальнейшие уточнения не вносят существенно нового; в других необходимо более точно учитывать действующие факторы, переходя ко второму приближению, ибо только с его помощью могут быть выяснены существенные особенности задачи. С этой точки зрения проблема вращения плоскости поляризации имеет большой принципиальный интерес, заставляя нас принимать во внимание размеры молекул при взаимодействии с видимым светом, длина волн которого в тысячи раз больше этих размеров. Интересно также отметить, что для полного решения проблемы надо учитывать не только электрический момент, приобретаемый молекулой, но также и создаваемый световой волной магнитный момент молекулы, что также является излишним во множестве других оптических задач.

### § 156. Вращение плоскости поляризации в кристаллах

Явление вращения плоскости поляризации было открыто Араго (1811 г.) при изучении двойного преломления в кварце, в котором оно выражено весьма заметно. Хотя в настоящее время известны

вещества, вращающая способность которых в несколько раз больше, чем у кварца (например киноварь), тем не менее кварц и до настоящего времени остается классическим объектом для демонстрации явления и используется во многих приборах, предназначенных для исследования вращательной способности.

Кварц является одноосным кристаллом, так что при пропускании света вдоль оси он должен был бы вести себя как изотропное тело. Однако опыт показал следующую особенность.

Пусть (рис. 341) параллельный пучок света от источника  $S$ , поляризованный при помощи поляризатора  $N_1$  и сделанный приблизительно монохроматическим (светофильтр  $F$ ), падает на пластинку кристаллического кварца  $Q$ , вырезанную перпендикулярно к оптической оси, так что

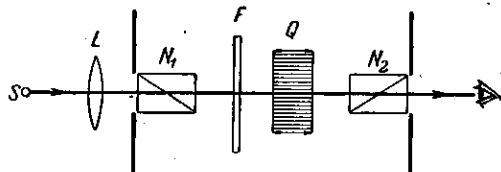


Рис. 341. Схема наблюдения вращения плоскости поляризации в кристалле;  $N_1, N_2$  — поляризационные призмы;  $F$  — светофильтр;  $Q$  — пластинка кристаллического кварца, вырезанная перпендикулярно к оптической оси.

свет распространяется *вдоль* оси кварца. Если второй поляризатор  $N_2$  скрещен с первым ( $N_1 \perp N_2$ ), то все же свет проходит через нашу систему. Однако, поворачивая поляризатор  $N_2$  на некоторый угол, можно вновь добиться полного затемнения поля. Это показывает, что в описанном опыте поляризованный свет, прошедший через кварц, не приобрел эллиптической поляризации, как это случилось бы, если бы кварцевая пластинка была вырезана иначе, а остался плоскополяризованным; при прохождении через кварц плоскость поляризации лишь *повернулась* на некоторый угол, измеряемый поворотом анализатора  $N_2$ , необходимым для затемнения поля в присутствии кварца. Меняя светофильтр, легко обнаружить, что угол поворота плоскости поляризации для разных длин волн различен, т. е. имеет место *вращательная дисперсия*.

Грубые измерения, сделанные с фильтрами, показывают, что кварцевая пластинка толщиной 1 мм вращает плоскость поляризации на следующие углы:

Для красного света	.....	15°
» желтого	» .....	21°
» зеленого	» .....	27°
» синего	» .....	33°
» фиолетового	» .....	51°

Для данной длины волны угол поворота плоскости поляризации пропорционален толщине пластинки. Вращательную способность твердых веществ характеризуют величиной угла  $\alpha$ , на который поворачивает плоскость поляризации пластинка толщи-

ной 1 мм. Таким образом,

$$\varphi = \alpha d, \quad (156.1)$$

где  $\varphi$  — угол поворота,  $d$  — толщина пластинки в миллиметрах,  $\alpha$  — коэффициент, зависящий от длины волны, природы вещества и температуры. Точные измерения дают для кварца, для желтой линии (свет паров Na,  $\lambda = 5893 \text{ \AA}$ ),  $\alpha = 21,7^\circ$ . Само собой разумеется, что расположение рис. 341 симметрично относительно оси кристалла, так что вся картина остается неизменной, если поворачивать кристалл вокруг его оси. Опыт показывает, что направление вращения (знак) меняется при изменении направления распространения света. Поэтому, если поляризованный свет, прошедший через кристалл, отражается от зеркала и вторично проходит через тот же кристалл, то направление плоскости поляризации восстанавливается.

В соответствии с этим принято направление вращения устанавливать для наблюдателя, смотрящего *навстречу* световому пучку. Наблюдения вращения в кварце обнаружили, что существуют два сорта кварцев: *правовращающий*, или положительный, дающий поворот плоскости поляризации вправо (по часовой стрелке), и *левовращающий*, или отрицательный (поворот против часовой стрелки). Величина вращения в обоих случаях одинакова ( $\alpha_+ = \alpha_-$ ). То же относится и к другим кристаллам: все они, по-видимому, существуют в двух разновидностях, для которых  $\alpha_+ = \alpha_-$ , хотя не во всех случаях известны обе модификации.

Конечно, явление вращения плоскости поляризации имеет место и тогда, когда свет направлен не вдоль оси кристалла, а под углом к ней. Но изучение его в этих условиях значительно труднее, ибо явление частично маскируется обычным двойным лучепреломлением. Еще труднее наблюдать явление в двуосных кристаллах, так как вращение может быть различным вдоль каждой из осей. Наконец, известны также некоторые кристаллы кубической системы, не обнаруживающие обычного двойного лучепреломления, но обладающие свойством вращать плоскость поляризации (хлорноватистоокислый натрий  $\text{NaClO}_3$  и бромноватистоокислый натрий  $\text{NaBrO}_3$ ); в этом случае величина вращения не зависит от ориентировки кристалла.

### § 157. Уточнение методов определения вращательной способности

В опытах, описанных в § 156, угол поворота плоскости поляризации определялся в результате двух установок на темноту: в отсутствие и в присутствии активного вещества. Такая установка довольно груба и нередко заменяется более точными. Широкое применение находят себе полутеневые устройства, при которых установка производится не на темноту, а на равное освещение двух половин поля. Направления колебания в обеих половинках такого

анализатора составляют между собой небольшой угол  $2\varphi$  (рис. 342). Если плоскость колебания падающего света  $PP$  перпендикулярна к биссектрисе этого угла, то обе половинки анализатора освещены одинаково:  $I_1 = I_2 = I_0 \sin^2 \varphi$ , где  $I_0$  — интенсивность падающего света, а  $I_1$  и  $I_2$  — интенсивности света, пропускаемого соответственными

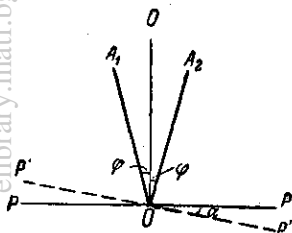


Рис. 342. Принцип действия полутеневого анализатора.

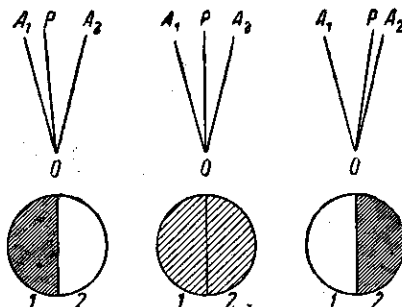


Рис. 343. Поле зрения полутеневого анализатора при разных положениях плоскости поляризации  $P$ .

половинками анализатора. Если плоскость  $PP$  повернется на малый угол  $\alpha$  по часовой стрелке, то  $I_1 = I_0 \sin^2(\varphi + \alpha)$  и  $I_2 = I_0 \sin^2(\varphi - \alpha)$ . При малом значении угла  $\varphi$  даже небольшой поворот  $\alpha$  приводит к явственному нарушению равенства освещенности обеих полей (рис. 343).

Простейший полутеневого анализатор можно получить, если обычную поляризационную призму разрезать *вдоль* по главному сечению,

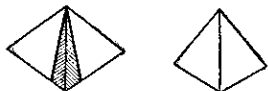


Рис. 344. Устройство простейшего полутеневого анализатора.

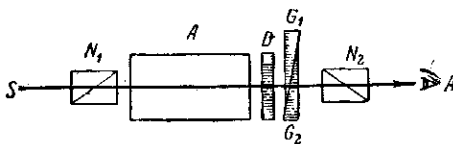


Рис. 345. Схема сахариметра, в которой применен компенсатор Солейля  $D = G_1G_2$ ;  $N_1, N_2$  — поляризационные призмы;  $A$  — исследуемое вещество.

сошлифовать у каждой из половин по клинообразному слою около  $2\frac{1}{2}^\circ$  и вновь скленть. Поперечное сечение такой призмы вместо первоначального правильного ромба будет иметь вид искаженного ромба (рис. 344). Существуют многочисленные конструкции более совершенных, но и более сложных полутеневых приборов.

Для определения угла поворота плоскости поляризации можно вместо анализатора использовать компенсационное устройство. Один из компенсаторов такого рода — компенсатор Солейля (рис. 345) —

состоит из пластинки  $D$  правого кварца и двух скользящих друг около друга клиньев  $G_1$  и  $G_2$  левого кварца, образующих пластинку переменной толщины. Смещение клиньев может быть точно отсчитано по шкале прибора. Регулируя положение клиньев (толщину переменной пластинки), можно компенсировать поворот плоскости поляризации, вызванный исследуемым веществом, и, зная размеры клиньев и пластинки  $D$ , вычислить скомпенсированный поворот.

Измерения вращательной дисперсии должны производиться для монохроматического света (например линии ртутной лампы). В более грубых измерениях довольствуются цветными фильтрами. Было предложено остроумное приспособление, позволяющее работать с белым светом без специального светофильтра (*бикварц*, см. упражнение 201). При работе с бикварцем установка производится на совпадение *оттенков* обеих половин поля. Опыт показал, однако, что установление идентичности цветов выполняется менее надежно, чем установка на равенство освещенностей. Поэтому в практических установках в настоящее время бикварц не употребляется и применяют исключительно полутеневые анализаторы. В хороших современных приборах удается измерить поворот плоскости поляризации на  $0,01^\circ$ .

### § 158. Вращение плоскости поляризации в аморфных телах

Применение чувствительных методов исследования показало, что явление вращения плоскости поляризации весьма распространено и обнаруживается в большей или меньшей степени также весьма многими некристаллическими телами. К числу их принадлежат и чистые жидкости, как, например, скипидар, и растворы многих веществ в неактивных растворителях (как, например, водные растворы сахара). В настоящее время известны тысячи активных веществ, обладающих весьма различной вращательной способностью, от едва заметной до очень большой (так, например, никотин в слое толщиной 10 см поворачивает плоскость поляризации желтых лучей на  $164^\circ$ ). Чрезвычайно важным фактом, установленным впервые Пастером (1848 г.) на примере солей виннокаменной кислоты, является существование активных веществ в двух модификациях, правых и левых. В настоящее время известны обе модификации для большинства активных тел, и есть все основания полагать, что *все* активные вещества могут существовать в двух таких видах. При этом численные значения вращательной способности для обеих модификаций всегда равны между собой и отличаются только по знаку.

Для растворов Био (1831 г.) установил на опыте следующие количественные законы: угол поворота плоскости поляризации  $\varphi$  прямо пропорционален толщине  $d$  слоя раствора и прямо пропорционален концентрации  $c$  активного вещества:

$$\varphi = [\alpha] dc. \quad (158.1)$$



Коэффициент пропорциональности  $[\alpha]^*$  аналогично коэффициенту  $\alpha$  для кристаллов характеризует природу вещества и носит название *постоянной вращения*. Постоянная вращения зависит от длины волны и температуры, а также может меняться при изменении растворителя, и притом довольно сложным образом.

Зависимость постоянной вращения от температуры, вообще говоря, незначительна. Для большинства веществ она уменьшается примерно на одну тысячную своей величины при повышении температуры на один градус. Наблюдается изредка и обратный температурный ход.

Точно так же влияние длины волны на вращательную способность (вращательная дисперсия) может быть охарактеризовано лишь в общих чертах и для каждого случая должно быть изучено. Био установил, что вращательная способность примерно обратно пропорциональна квадрату длины волны, т. е.

$$[\alpha] \sim \frac{1}{\lambda^2}.$$

Это правило передает зависимость не точно и может служить лишь в качестве грубо ориентировочного. Вообще говоря,  $[\alpha]$  с увеличением  $\lambda$  убывает, но существуют вещества, для которых вращательная дисперсия аномальна. И экспериментальные исследования и теоретические изыскания (Друде) показывают, что области аномалии соответствуют областям собственных колебаний (полосы поглощения), устанавливая, таким образом, связь этого явления с явлением дисперсии показателя преломления.

Формула Друде, подтверждаемая опытом, имеет вид

$$[\alpha] = \frac{A}{\lambda^2 - \lambda_i^2} \quad \text{или} \quad [\alpha] = \sum_{i=1, 2, 3, \dots} \frac{A}{\lambda^2 - \lambda_i^2}, \quad (158.2)$$

где  $\lambda_i$  — длина волны собственных колебаний вещества.

Законы Био показывают, что для растворенных тел вращение есть молекулярное свойство, так что величина вращения возрастает пропорционально числу молекул на пути луча света (пропорционально длине слоя и концентрации); в соответствии с этим наблюдается вращение и в аморфных телах, состоящих из тех же молекул (сахарные леденцы например), и в парах соответствующих жидкостей (например парах скипидара или камфары). Опыт показывает, что постоянная вращения не зависит от агрегатного состояния. Так, для жидкой камфары (при 204°С) найдено  $[\alpha] = 70,33^\circ$ , а для парообразной (при 220°С)  $[\alpha] = 70,31^\circ$ .

Влияние растворителя на удельную вращательную способность вещества следует рассматривать как вторичное влияние, несколько

\*) В отличие от постоянной вращения для кристаллов  $\alpha$  этот коэффициент для растворов обозначают через  $[\alpha]$ .

изменяющее свойства молекул. С другой стороны, мы знаем, что вращательная способность характеризует и многие кристаллы. При этом оказывается, что в некоторых случаях вращательная способность связана именно с кристаллической структурой и не является свойством самих молекул. Так, плавленный (аморфный) кварц не вращает плоскость поляризации, тогда как кристаллический кварц принадлежит к числу наиболее активных веществ.

В настоящее время установлено, что все вещества, активные в аморфном состоянии (расплавленные или растворенные), активны и в виде кристаллов, хотя постоянная вращения для кристаллических форм может сильно отличаться от аморфных; наоборот, существует ряд веществ, неактивных в аморфном виде и вращающих в кристаллическом состоянии. Таким образом, оптическая активность может определяться как строением молекулы, так и расположением молекул в кристаллической решетке. Действительно, исследование соответствующих кристаллов (кварц, хлорноватистокислый натрий) при помощи рентгеновских лучей показывает особенности структуры, позволяющие истолковать их оптическую активность.

### § 159. Сахариметрия

Определив значение  $[\alpha]$  для данного растворителя, длины волны и температуры, можно использовать соотношение (158.1) для определения концентрации растворенного активного вещества. Принято

выражать  $[\alpha]$  в градусах,  $d$  — в дециметрах и  $c$  — в  $г/см^3$ . В этом случае постоянная  $[\alpha]$  называется *удельным вращением*. Так, для водных растворов тростникового сахара при  $t = 20^\circ C$  для желтых лучей (линия паров натрия,  $\lambda = 5893 \text{ \AA}$ )  $[\alpha] = 66,46^\circ$ .

Быстрота и надежность этого метода определения концентрации активных веществ сделали его основным методом количественных определений, практикуемых при производстве таких веществ, как

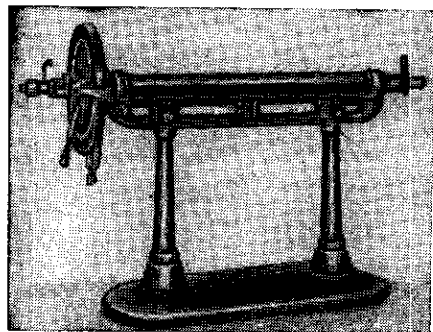


Рис. 346. Общий вид сахариметра.

камфара, кокаин, никотин и, особенно, сахаристые вещества (в частности, в сахарной промышленности). Измерения, выполняемые по определенным международным инструкциям, являются общепризнанными официальными контрольными приемами. В соответствии с этим приборы, предназначенные для таких измерений и получившие название *поляриметров*, или *сахариметров*, доведены до высокой сте-

пени совершенства. Общий вид одного из современных поляриметров, принципиальная схема которого уже описана в § 157 (рис. 345), изображен на рис. 346.

### § 160. Теория вращения плоскости поляризации

а) **Общие основы.** Френель (1817 г.) показал, что явление вращения плоскости поляризации сводится к особому типу двойного лучепреломления. В основе рассуждений Френеля лежит гипотеза, согласно которой скорость распространения света в активных веществах различна для лучей, поляризованных по правому и левому кругу. При этом для правых веществ большее значение имеет скорость правокруговой волны, а для левых веществ — наоборот. Применяя нидексы  $d$  (droit — правый) и  $g$  (gauche — левый), запишем допущения Френеля в форме:

$$\begin{array}{ll} \text{Правые вещества (D)} & \text{Левые вещества (G)} \\ v_d > v_g & n_d < n_g \\ v_d < v_g & n_d > n_g \end{array}$$

где  $v$  — скорость циркулярно-поляризованного света, а  $n$  — соответствующие показатели преломления.

Френель проверил свои предположения при помощи опыта, специально придуманного для исследования различия в скорости распространения правого и левого циркулярно-поляризованных лучей. Им была изготовлена сложная призма, изображенная на рис. 347, состоящая из трех призм — правого  $D$  и левого  $G$  кварца, оси которых направлены вдоль стрелок на чертеже. Если, действительно, для правого кварца  $n_g > n_d$ , а для левого  $n_g < n_d$ , то луч, проходя через такую призму, раздвоится, как показано на чертеже (ср. действие призм, изображенной на рис. 222, в). В результате из призм выйдут два луча: один — поляризованный по правому, другой — по левому кругу (на фигуре угол расхождения показан для ясности чрезмерно большим). Опыт полностью подтвердил предположение Френеля.

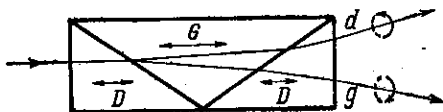


Рис. 347. Призма Френеля для иллюстрации общей теории вращения плоскости поляризации.

Нетрудно показать, что доказанное Френелем двойное преломление активных веществ для циркулярно-поляризованного света объясняет явление вращения плоскости поляризации. Действительно, плоско-поляризованный свет можно представить себе как совокупность двух циркулярно-поляризованных волн, правой и левой, с одинаковыми периодами и амплитудами. Пусть в месте входа в слой вращающего вещества совокупность право- и лево-поляризованного света эквивалентна плоско-поляризованному свету

с колебаниями по  $AA$  (рис. 348, *a*), т. е. вращающиеся электрические векторы правой и левой волн симметричны по отношению к плоскости  $AA$ . Рассмотрим, какова будет взаимная ориентация этих векторов в любой точке среды (рис. 348, *б*). Предположим для определенности, что  $v_d > v_g$ . Так как левая волна распространяется с меньшей скоростью, то до какой-либо точки внутри среды в данный момент она дойдет с некоторым отставанием в фазе по отношению к правой. В рассматриваемой точке электрический вектор правой волны будет повернут вправо на *большой* угол, чем окажется повернутым влево вектор левой волны; следовательно, плоскостью, относительно которой симметрично расположены оба вектора, будет плоскость  $BB$ , повернутая *вправо* по отношению к  $AA$ .

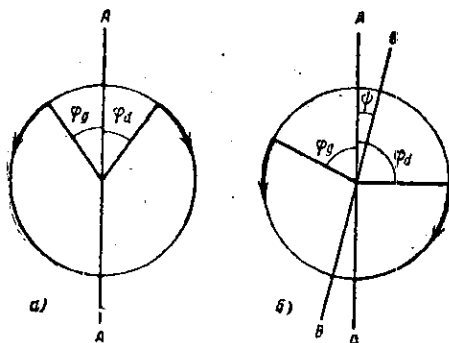


Рис. 348. К общей теории вращения плоскости поляризации.

Итак, результирующее плоское колебание будет направлено по  $BB$ , т. е. плоскость поляризации света повернулась *вправо* на угол  $\psi$ , так что  $\varphi_d - \psi = \varphi_g + \psi$ , или  $\psi = \frac{\varphi_d - \varphi_g}{2}$ .

Для аналитического решения той же задачи запишем выражение угла поворота светового вектора в функции времени  $t$  и глубины проникновения  $z$  для правого и левого лучей:

$$\varphi_d = \omega \left( t - \frac{z}{v_d} \right), \quad \varphi_g = \omega \left( t - \frac{z}{v_g} \right),$$

где  $v_d = \frac{c}{n_d}$  и  $v_g = \frac{c}{n_g}$  — соответственно фазовые скорости распространения правого и левого циркулярно-поляризованных лучей, а  $n_d$  и  $n_g$  — соответственные показатели преломления. Из этих выражений видно, что угол поворота плоскости поляризации  $\psi$  (см. рис. 348, *б*) на глубине  $z = l$  есть:

$$\psi = \frac{\varphi_d - \varphi_g}{2} = \frac{\omega l}{2c} (n_g - n_d) = \frac{\pi l}{\lambda_0} (n_g - n_d), \quad (160.1)$$

так как

$$\frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{Tc} = \frac{2\pi}{\lambda_0},$$

где  $\lambda_0$  — длина волны в вакууме. Формула (160.1) показывает, что для веществ, для которых  $n_g > n_d$ , плоскость поляризации поворачи-

чивается вправо ( $\varphi_d > \varphi_g$ ), а для веществ, для которых  $n_g < n_d$ , — влево ( $\varphi_d < \varphi_g$ ) в соответствии с данными Френеля.

**б) Понятие о молекулярной теории вращения плоскости поляризации.** Рассуждения Френеля позволили свести своеобразную задачу о вращении плоскости поляризации к более общей проблеме о зависимости показателя преломления от характера поляризации света. Таким образом, задача молекулярной теории вращения сводилась к выяснению причин различия в скорости распространения правого и левого лучей в активных телах. То обстоятельство, что активные тела существуют в виде двух модификаций, правой и левой, привело Пастера к мысли, что с молекулярной точки зрения активные тела должны быть дисимметричны: две разновидности активного вещества построены так, что одна является зеркальным изображением второй и, следовательно, никаким перемещением не может

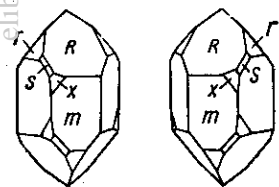


Рис. 349. Кристаллы правого и левого кварца.

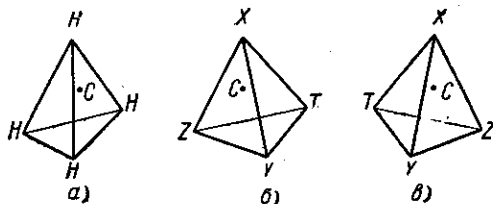


Рис. 350. Симметричные и асимметричные молекулы типа  $C(XYZT)$ ;  $a$  — симметричная молекула метана;  $b$  и  $в$  — «зеркальные» модификации молекулы  $C(XYZT)$ .

быть с ней совмещена. Для активных кристаллов это может быть обнаружено непосредственным изучением их формы, как показывают, например, изображенные на рис. 349 кристаллы правого и левого кварца\*). Такие зеркально-симметричные кристаллические формы носят название *энантиоморфных*.

Для активных жидкостей наличие активности двух знаков должно быть обусловлено дисимметричным строением молекулы. Представление об асимметричных молекулах нашло себе широкое применение в органической химии и было положено в основу стереохимии, т. е. учения о пространственном распределении атомов в молекулах. Асимметрия органических молекул связывается со свойством атома углерода вступать в соединения с четырьмя атомами или атомными группами (радикалами), причем в получившейся молекуле эти группы расположены по вершинам четырехгранной пирамиды, в центре которой расположен атом углерода. Для простейших молекул, например метана  $CH_4$  (рис. 350,  $a$ ) или четыреххлористого углерода  $CCl_4$ ,

\*) Известны, однако, немногочисленные исключения из этого «правила Пастера», когда активные кристаллы характеризуются не дисимметрией внешней формы, а лишь дисимметрией составляющих их молекул.

эта пирамида должна быть правильной (тетраэдр). Но если четыре вершины заняты *разными* радикалами  $X, Y, Z, T$ , то молекула имеет дисимметричный характер и возможны две разновидности, представляющие собой зеркальные изображения друг друга (рис. 350, б и в).

Молекулы сахара и целого ряда других органических соединений содержат в своем составе не один, а несколько асимметричных атомов углерода; различные группировки вокруг тех или иных из этих атомов могут приводить к разновидностям молекул, имеющих один и тот же молекулярный состав, но различное строение. Так, для сахара можно предположить 16 различных форм, образуящих восемь пар (правых и левых) оптических изомеров, действительно обнаруженных на опыте. Как уже упоминалось, большая часть оптически активных молекул содержит асимметричный атом углерода.

В настоящее время известны также активные соединения, содержащие в молекулах другие асимметричные атомы (кремний, фосфор, бор и т. д.).

Первоначальные попытки молекулярного толкования оптической активности имели, по существу, формальный характер и сводились к предположению, что связи, существующие в асимметричной молекуле, обуславливают вращательные траектории электронов, смещаемых под действием световой волны. Борн (1915 г.) показал, что, исходя из более общей модели молекулы, пригодной для истолкования явлений молекулярной анизотропии вообще, можно объяснить и вращение плоскости поляризации асимметричными молекулами, т. е. молекулами, не имеющими ни центра симметрии, ни плоскости симметрии. При этом оказалось, как мы уже упоминали в начале главы, что при решении задачи о взаимодействии световой волны и молекулы в данном случае нельзя пренебрегать эффектами, зависящими от отношения  $\frac{d}{\lambda}$ , где  $d$  — размер молекулы, а  $\lambda$  — длина волны. В. Р. Бурсиан и А. В. Тиморева существенно дополнили теорию, показав, что необходимо принять во внимание не только электрический, но и магнитный момент, возбуждаемый в асимметричной молекуле полем световой волны.

Из соотношения Френеля (160.1) можно усмотреть, почему задача о вращении плоскости поляризации требует более детального учета условий взаимодействия между волной и молекулой. Явление вращение плоскости поляризации представляет гораздо более тонкий метод исследования, чем другие явления, зависящие от различий в показателях преломления. В самом деле, лишь самые тонкие интерференционные методы позволяют обнаружить различие в показателе преломления порядка одной миллионной доли ( $10^{-6}$ ). Между тем различие в одну миллионную между  $n_o$  и  $n_a$  приводит к очень легко наблюдаемому вращению. Действительно, при слое толщиной  $l = 25$  см и  $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$  см найдем на основании (160.1)  $\psi = 90^\circ$ . Как уже упоминалось в § 157, современные способы исследования позволяют

устанавливать поворот плоскости поляризации даже в  $0^{\circ},01$ , т. е. обнаружить различие между  $n_g$  и  $n_d$  приблизительно в 10 000 раз меньше (различие в десятом десятичном знаке).

### § 161. Магнитное вращение плоскости поляризации

В 1846 г. Фарадею удалось обнаружить вращение плоскости поляризации в неактивных телах\*), возникающее под действием магнитного поля. Значение этого открытия в истории физики исключительно велико. Это было первое явление, в котором обнаружилась связь между оптическими и электромагнитными процессами. Фарадей сам характеризовал значение своего открытия, написав: «Мне удалось намагнитить и наэлектризовать луч света и осветить магнитную силовую линию». Выражение это, впрочем, не должно давать повода

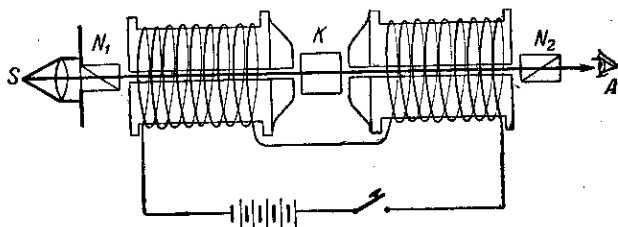


Рис. 351. Схема наблюдения магнитного вращения плоскости поляризации.

к недоразумениям: наблюдаемое явление не есть результат непосредственного взаимодействия магнитного поля и поля световой волны; магнитное поле изменяет лишь свойства помещенного в него вещества, сообщая ему способность вращать плоскость поляризации.

Наблюдение Фарадея может быть осуществлено следующим образом (рис. 351). Между полюсами электромагнита помещается исследуемое тело  $K$ , например кусок стекла. Плоско-поляризованный свет пропускается сквозь это тело так, чтобы направление света совпало с направлением магнитного поля, для чего необходимо просверлить сердечник электромагнита. Установив поляризационную систему на темноту в отсутствие поля, можно обнаружить при включении поля поворот плоскости поляризации, наблюдаемый и измеряемый обычными методами.

Количественные законы явления были установлены еще Фарадеем и наиболее полно исследованы на ряде объектов Верде: угол

\*) В случае оптически активных тел их естественная способность к вращению складывается со способностью, приобретенной под действием магнитного поля.

поворота  $\varphi$  плоскости поляризации пропорционален длине пути света в веществе  $l$  и напряженности магнитного поля  $H$ ,

$$\varphi = \rho l H, \quad (161.1)$$

где  $\rho$  — постоянная, характерная для вещества и носящая название *постоянной Верде*.

Значения  $\rho$  невелики. Сравнительно большие значения  $\rho$  имеет  $\text{CS}_2$  (сероуглерод) и некоторые сорта стекла: для  $\text{CS}_2$  (в желтой линии  $D$ )  $\rho = 0,042'$ , для тяжелого флинта  $\rho = 0,06' - 0,09'$ , если  $l$  выражено в сантиметрах, а  $H$  — в эрстедлах. Для большинства тел  $\rho$  еще меньше (от  $0,01'$  до  $0,02'$ ). Еще меньшее вращение обнаруживают газы.

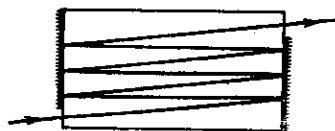


Рис. 352. Удлинение пути света в веществе, вращающем плоскость поляризации в магнитном поле.

Нет оснований сомневаться, что магнитное вращение обнаруживают все тела, хотя обычно в очень слабой степени. Очень большие вращения наблюдались в очень тонких прозрачных слоях ферромагнитных металлов (Fe, Ni, Co). В слоях толщиной  $0,1\mu$  и в поле  $10\,000$  эрстедов в железе наблюдалось вращение в  $2^\circ$ . Из этих данных посто-

янная Верде для железа равнялась бы  $20^\circ$ , если бы можно было применять закон Верде. В действительности, однако, вращение в ферромагнитных материалах растет пропорционально намагничению, а не напряженности поля. Знак вращения условно считают для наблюдателя, смотрящего *вдоль* магнитного поля. Для громадного большинства веществ вращение происходит *вправо*, т. е. в ту же сторону, в какую навиты витки электромагнита. Такие вещества называются *положительными*. Встречаются, однако, и вещества, вращающие в противоположную сторону (*отрицательные*). Все отрицательные тела содержат в своем составе парамагнитные атомы. Однако многие парамагнитные тела и, сверх того, все диамагнитные характеризуются положительным вращением.

Направление вращения для каждого тела связано с направлением магнитного поля и *не зависит от направления распространения света* в отличие от естественного вращения, имеющего разные направления в зависимости от того, смотрим ли мы *вдоль* или *навстречу* пучку света. При естественном вращении основная причина, обуславливающая явление, состоит в действии поля световой волны; поэтому симметрия картины зависит от расположения векторов  $E$  и  $H$ , т. е. от направления света. В случае магнитного вращения плоскости поляризации основная причина лежит в действии магнитного поля, так что направление вращения задается направлением внешнего поля и не зависит от направления света.

Независимость направления вращения от направления света дала Фарадею возможность применить остроумный прием для усиления



эффекта. При данном расстоянии между полюсами магнита увеличение длины пути  $d$  света в веществе достигается благодаря многократному отражению (рис. 352), для чего тыловые поверхности образца серебрятся, за исключением мест входа и выхода света.

Магнитное вращение аналогично естественному зависит от длины волны и несколько изменяется с температурой. Зависимость постоянной Верде от длины волны (дисперсия) может быть приближенно определена законом, аналогичным закону Био:

$$\rho = \frac{A}{\lambda^2} + \frac{B}{\lambda^4}. \quad (161.2)$$

Явление Фарадея стоит в непосредственной связи с эффектом Зеемана. Поэтому мы откладываем его теоретическое истолкование до следующей главы.

### ГЛАВА XXX

#### ЯВЛЕНИЕ ЗЕЕМАНА. ЯВЛЕНИЕ ШТАРКА

##### § 162. Сущность явления Зеемана

Установив в опытах над магнитным вращением плоскости поляризации света связь между магнитными и оптическими явлениями, Фарадей предпринял также попытку воздействовать магнитным полем на спектральные линии. Один из последних его опытов (1862 г.) состоял в наблюдении спектра паров натрия, помещенных между полюсами электромагнита, при включении и выключении поля. Отсутствие какого бы то ни было эффекта объясняется, как мы уже знаем, недостаточностью технических средств, которые имелись в распоряжении Фарадея (малая разрешающая способность спектрального аппарата при слабых магнитных полях, применявшихся им).

Лишь позже, ровно через полстолетия после первого магнито-оптического открытия Фарадея, Зееману (1896 г.) удалось обнаружить слабое изменение частоты спектральных линий под действием внешнего магнитного поля. В принципе расположение Зеемана соответствовало последней установке Фарадея. В дальнейших опытах, однако, было осуществлено важное дополнение: Зееман, кроме наблюдения за изменением частоты спектральных линий, обратил также внимание на характер поляризации этих линий в соответствии с указаниями Лорентца, развивавшего одновременно электронную теорию оптических явлений.

Схема расположения опытов Зеемана и основные результаты для простейшего случая, который удалось осуществить для очень узкой зелено-голубой линии кадмия, сводятся к следующему. Между полюсами сильного электромагнита (рис. 353), могущего обеспечить однородное поле в 10 000—15 000 эрстедов, располагается источник

линейчатого спектра, например гейслера трубка или вакуумная дуга. Сердечник электромагнита просверлен, чтобы обеспечить наблю-

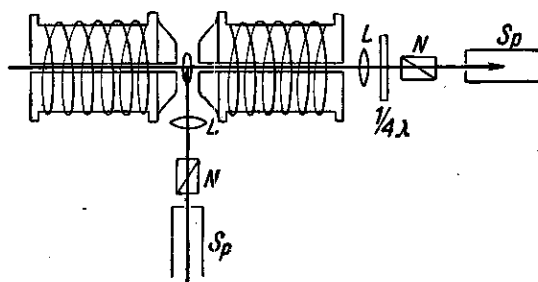


Рис. 353. Схема наблюдения явления Зеемана.

дения не только

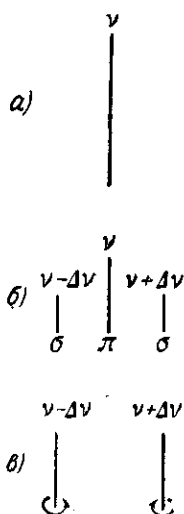


Рис. 354. Схематическое изображение простого (нормального) эффекта Зеемана: а — без поля, линия не поляризована; б — при наличии поля, поперечный эффект; в — при наличии поля, продольный эффект.

поперек магнитного поля (*поперечный эффект*), но и вдоль него (*продольный эффект*). Свет посылается в спектральный аппарат  $S_p$  большой разрешающей силы (около 100 000), например дифракционную решетку или интерференционный спектроскоп. На пути луча помещаются приспособления, позволяющие анализировать характер поляризации излучаемого света (линза  $L$ , анализатор  $N$  и пластинка в  $\frac{1}{4}$  волны). Поляризатором света служит само магнитное поле. Для наблюдения более сложных типов спектральных линий приходится прибегать к более сильным магнитным полям (около 40 000 эрстедов) и более мощным спектральным аппаратам (разрешающая сила около 300 000—400 000). Так как опыт продолжается иногда много часов, то магнит должен обеспечивать хорошее постоянство магнитного поля во времени и температура должна поддерживаться достаточно постоянной с тем, чтобы можно было использовать спектральный аппарат большой разрешающей силы.

Результаты, получаемые для простых спектральных линий, например некоторых линий  $H$ ,  $Zn$ ,  $Cd$ , сводятся к следующему. Линия, имеющая в отсутствие магнитного поля частоту  $\nu$ , в магнитном поле представляется при продольном наблюдении в виде дублета с частотами  $\nu - \Delta\nu$  и  $\nu + \Delta\nu$ , причем первая линия поляризована по левому кругу, а вторая — по правому; при поперечном наблюдении получается триплет с частотами  $\nu + \Delta\nu$ ,  $\nu$  и  $\nu - \Delta\nu$ , причем крайние линии поляризованы так, что колебания в них перпендикулярны направлению магнитного

поля ( $\sigma$ -компоненты), а поляризация средней линии соответствует колебаниям вдоль магнитного поля ( $\pi$ -компонента). Величина смещения  $\Delta v$  пропорциональна напряженности магнитного поля. Наконец, по интенсивности  $\pi$ -компонента в два раза сильнее, чем каждая из  $\sigma$ -компонент, равных между собой; циркулярно-поляризованные компоненты продольного эффекта по интенсивности совпадают с  $\pi$ -компонентой поперечного.

Указанное распределение интенсивностей показывает, что при переходе к полю нулевой напряженности расщепление исчезает, а атом излучает по любому направлению одну и ту же интенсивность, как и должно быть.

Схематическое изображение спектральной картины приведено на рис. 354, причем высота линий изображает в линейном масштабе интенсивность спектральных линий.

### § 163. Элементарная теория явления Зеемана

Основы теории явления Зеемана разработал Лорентц, бывший в курсе исследований Зеемана и влиявший на их направление.

Теория дисперсии в том виде, как она следовала из электронных представлений Лорентца, позволяла предполагать, что оптические процессы в атоме обусловлены движением электронов. Излучение монохроматического света следует при этом рассматривать как результат движения электрона по простому гармоническому закону, т. е. под действием квазиупругой силы, а изменение излучения под влиянием магнитного поля — как следствие изменения движения электрона добавочной силой, с которой силой магнитное поле воздействует на движущийся заряд. Эта добавочная сила (лорентцова сила) выражается в виде

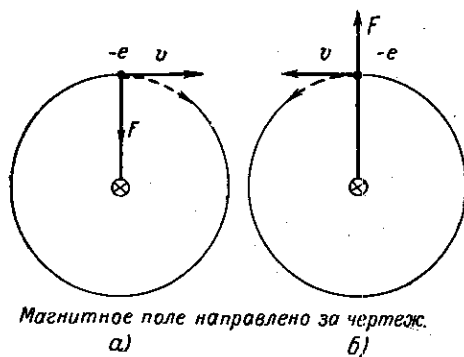
$$F = evH \sin(\nu, H), \quad (163.1)$$

где  $e$  — величина заряда,  $v$  — его скорость,  $H$  — напряженность магнитного поля, и направлена вдоль линии, перпендикулярной к плоскости  $(\nu, H)$  в ту или иную сторону в зависимости от знака  $e$  и соотношения направлений  $\nu$  и  $H$  (все величины даны в системе CGSM).

Для простоты и наглядности расчета разложим колебательное движение электрона в отсутствие поля на следующие компоненты, на которые, как легко видеть, может быть разложено гармоническое колебание любого направления. Одной из этих компонент пусть будет гармоническое колебание вдоль направления поля, а двумя другими — круговые равномерные движения, правое и левое, в плоскости, перпендикулярной к этому направлению. Действие магнитного поля на первую компоненту равно нулю, ибо  $\sin(\nu, H) = 0$ . Действие же поля на круговые компоненты сведется к добавочной силе  $\pm evH$ , направленной вдоль радиуса (круговой траектории) к центру или в противоположную сторону, в зависимости от знака заряда и соотношения направления магнитного поля и скорости движения (рис. 355, составленный для отрицательного заряда). Таким образом,

колебательное движение *вдоль* поля остается неизменным и продолжает происходить с первоначальной частотой  $\nu$ . Движение же по кругам под действием поля приобретает большую ( $\nu + \Delta\nu$ ) или меньшую ( $\nu - \Delta\nu$ ) частоту в зависимости от того, увеличивает ли поле центростремительную силу, действующую на заряд (рис. 355, а), или уменьшает ее (рис. 355, б).

В соответствии с этим и излучение заряда, выполняющего такое усложненное движение, делается более сложным: его можно представить как совокупность трех монохроматических излучений различной



Магнитное поле направлено за чертеж.

а)

б)

Рис. 355. К элементарной теории эффекта Зеемана.

частоты ( $\nu - \Delta\nu$ ,  $\nu$ ,  $\nu + \Delta\nu$ ), которые могут быть разделены при помощи соответствующего спектрального аппарата.

В направлении, перпендикулярном к магнитному полю, спектральный аппарат обнаружит первоначальную частоту  $\nu$ , соответствующую колебанию заряда параллельно магнитному полю, т. е. излучение, представляющее собой  $\pi$ -компоненту; два других излучения с частотами  $\nu + \Delta\nu$ ,  $\nu - \Delta\nu$  соответствуют колебанию зарядов перпендикулярно магнитному

полю ( $\sigma$ -компоненты). Таково объяснение наблюдаемого Зееманом нормального триплета в поперечном эффекте.

В направлении *вдоль* магнитного поля компонента  $\nu$  излучаться не будет вследствие поперечности световых волн, две другие компоненты  $\nu + \Delta\nu$  и  $\nu - \Delta\nu$  представляются в виде циркулярно-поляризованного света правого и левого вращения. При этом в случае отрицательного знака заряда  $e$  левая поляризация обнаруживается у линии уменьшенной частоты (*красная* компонента) (рис. 355, б), а правая — у линии увеличенной частоты (*фиолетовая* компонента) (рис. 355, а). В случае положительного заряда  $e$  направление круговой поляризации у красной и фиолетовой компонент должно быть обратным. Мы видели в § 162, что опыт дает соотношение, соответствующее *отрицательному* знаку заряда.

Для определения величины заряда найдем закон изменения частоты круговых компонент движения. В отсутствие магнитного поля центростремительная сила, обеспечивающая круговое движение заряда, задается квазиупругим притяжением  $br$ , так что угловая частота вращения ( $\omega = 2\pi/T$ ) определяется из условия

$$br = m\omega^2 r, \quad (163.2)$$

$$\omega = \sqrt{b/m} = \omega_0. \quad (163.3)$$

Действие поля сводится к добавочной силе, действующей вдоль радиуса, т. е. к изменению центростремительной силы и, следовательно, частоты обращения.

$$\left. \begin{aligned} \text{Для левого круга } br - e\dot{v}_g H &= m\omega_g^2 r, \\ \text{для правого круга } br + e\dot{v}_a H &= m\omega_a^2 r. \end{aligned} \right\} \quad (163.4)$$

Так как  $v_g = \omega_g r$  и  $v_a = \omega_a r$ , то уравнения примут вид

$$\left. \begin{aligned} m\omega_g^2 + e\omega_g H - b &= 0, \\ m\omega_a^2 - e\omega_a H - b &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (163.5)$$

откуда найдем:

$$\left. \begin{aligned} \omega_g &= -\frac{1}{2} \frac{e}{m} H \pm \sqrt{\frac{b}{m} + \frac{1}{4} \frac{e^2 H^2}{m^2}}, \\ \omega_a &= \frac{1}{2} \frac{e}{m} H \pm \sqrt{\frac{b}{m} + \frac{1}{4} \frac{e^2 H^2}{m^2}}. \end{aligned} \right\} \quad (163.6)$$

Как как  $\frac{b}{m} = \omega_0^2$ , где  $\omega_0$  — частота в отсутствие магнитного поля, то

$$\sqrt{\frac{b}{m} + \frac{1}{4} \frac{e^2 H^2}{m^2}} = \omega_0 \sqrt{1 + \frac{1}{4} \frac{e^2 H^2}{m^2 \omega_0^2}}.$$

Член  $\frac{1}{4} \frac{e^2 H^2}{m^2 \omega_0^2}$  очень мал по сравнению с единицей. Действительно, даже для наиболее легких зарядов (электрон,  $e/m = 1,76 \cdot 10^7$  CGSM) и огромных полей порядка миллиона эрстедов мы для видимых длин волн ( $\omega_0 \approx 3 \cdot 10^{15}$ ) получим  $\frac{1}{4} \frac{e^2 H^2}{m^2 \omega_0^2} \approx \frac{1}{100\,000}$ . Пренебрегая этой величиной и помня, что частота  $\omega$  должна быть положительной, мы найдем:

$$\omega_g = \omega_0 - \frac{1}{2} \frac{e}{m} H, \quad \omega_a = \omega_0 + \frac{1}{2} \frac{e}{m} H. \quad (163.7)$$

Таким образом, теория приводит к выводу, что величина расщепления

$$\Delta\omega = \omega - \omega_0 = 2\pi \cdot \Delta\nu = \pm \frac{1}{2} \frac{e}{m} H, \quad (163.8)$$

т. е. пропорциональна напряженности магнитного поля  $H$ , как это и показывает опыт. Наибольшие магнитные поля, в которых измерялось расщепление магнитных линий, были осуществлены в опытах П. Л. Капицы (1938 г.). Им было показано, что даже для полей около 500 000 эрстедов соблюдается пропорциональность между  $\Delta\nu$  и  $H$ .

Полученное выше соотношение  $\Delta\nu = \pm \frac{1}{4} \frac{e}{m} H$  дает возможность на основании измерений  $\Delta\nu$  и  $H$  вычислить отношение  $e/m$  для

зарядов, движение которых обуславливает эффект Зеемана. Это вычисление дает:

$$e/m = 1,765 \cdot 10^7 \text{ CGSM по измерениям 1914 г.,}$$

$$e/m = 1,761 \cdot 10^7 \text{ CGSM по измерениям 1929 г.}$$

При сравнении этих чисел с результатами измерения  $e/m$  по отклонению катодных лучей в электрическом и магнитном полях ( $1,769 \cdot 10^7$ ) не остается сомнений, что заряд в атоме, определяющий его оптические свойства, есть электрон. Однако расхождение в определении  $e/m$  по двум методам заставляло подозревать какие-то принципиальные недочеты в определении по тому или другому методу. В самые последние годы улучшение методики определения  $e/m$  по отклонению катодных лучей привело к согласию со спектральными данными.

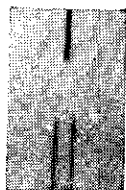


Рис. 356. Простой эффект Зеемана для синглетной линии кадмия  $\lambda = 6439 \text{ \AA}$ ; сверху —  $\pi$ -компонента, внизу —  $\sigma$ -компоненты.

И теория, и опыт показывают, что для наблюдения явления Зеемана в обычных условиях требуются спектральные аппараты большой разрешающей силы. Так, для  $\lambda = 3000 \text{ \AA}$  в поле  $10\,000$  эрстедов расщепление достигает всего лишь  $0,03 \text{ \AA}$ . В полях, применявшихся Капницей, расщепление достигало  $1,5 \text{ \AA}$  и могло наблюдаться при помощи призмного спектрографа. Рис. 356 воспроизводит фотографии явления

Зеемана для линии кадмия  $\lambda = 6438,7 \text{ \AA}$  (нормальный триплет, причем в верхней части рисунка дана  $\pi$ -компонента, а в нижней —  $\sigma$ -компоненты).

**З а м е ч а н и е.** Более детальное исследование влияния магнитного поля на движение электрона показывает\*), что изменение угловой скорости электрона не сопровождается изменением радиуса его орбиты  $r$ . Поскольку радиус орбиты остается постоянным, то изменение угловой скорости на  $\pm \Delta\omega$  сопровождается изменением *линейной* скорости на  $\pm v = \pm r\Delta\omega$ , а следовательно, и изменением кинетической энергии электрона. При этом возникает вопрос: за счет работы каких сил происходит это изменение энергии? (Сила Лоренца перпендикулярна к направлению скорости и работы не совершает.)

Дело сводится к явлениям электромагнитной индукции. Пусть в отсутствие магнитного поля скорость электрона на орбите была  $v_0$ . При включении магнитного поля за то время, пока напряженность поля меняется от нуля до  $H$ , действует электродвижущая сила индукции, т. е. вихревое электрическое поле, линии которого расположены в плоскости, перпендикулярной к направлению изменяющегося

\*) См., например, Э. В. Шпольский, Атомная физика, т. I, изд. 3, стр. 507, Гостехиздат, 1951.

магнитного потока. Это поле действует на электрон и в силу своего вихревого характера совершает некоторую работу даже при замкнутом пути электрона, изменяя кинетическую энергию его орбитального движения.

Может быть, нелишне напомнить, что совершенно так же разрешаются и подобные кажущиеся энергетические парадоксы в электродинамике. Например, увеличение кинетической энергии магнита или катушки с током, приходящих в колебание\*) при наложении постоянного магнитного поля, есть также результат электромагнитной индукции.

### § 164. Аномальный (сложный) эффект Зеемана

Описанный выше тип расщепления — триплет из двух  $\sigma$ -компонент и одной  $\pi$ -компоненты — наблюдается, как выяснили дальнейшие исследования, крайне редко. Он характеризует простые спектральные линии, так называемые *синглетные* линии, представляющие собой одну определенную, практически монохроматическую, волну, и называется *нормальным расщеплением*. Громадное же большинство спектральных линий сложно; они представляют собой *мультиплеты*, т. е. состоят из двух или нескольких тесно расположенных спектральных линий. Простым мультиплетом — дуплетом — является, например, желтая линия натрия, представляющая собой пару линий  $D_1$  и  $D_2$ , длина волны которых отличается на  $6 \text{ \AA}$  ( $\lambda_{D_1} = 5895,930 \text{ \AA}$  и  $\lambda_{D_2} = 5889,963 \text{ \AA}$ ), причем интенсивность линии  $D_2$  в два раза больше линии  $D_1$ . Нередко встречаются значительно более сложные мультиплеты, состоящие из многих компонент. Воздействие магнитного поля на эти мультиплеты дает гораздо более сложную картину расщепления, чем та, что описана выше. Так, дублет натрия расщепляется таким образом, что линия  $D_2$  дает 6, а линия  $D_1$  — 4 компоненты. Часть из них является  $\pi$ -компонентами, часть  $\sigma$ -компонентами, раздвинутыми так, что для одних расщепление больше, а для других меньше, чем нормальное расщепление в том же магнитном поле; интенсивность отдельных  $\pi$ - и  $\sigma$ -компонент такова, что смесь всех линий дает неполяризованный свет. Рис. 357 дает фотографии описанного расщепления, а рис. 358 показывает еще более

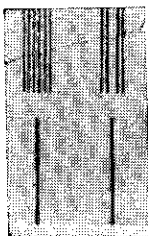


Рис. 357. Сложный эффект Зеемана для дублета натрия; внизу — дублет в отсутствие поля, вверху — расщепление в магнитном поле.



Рис. 358. Сложный эффект Зеемана для септета хрома; внизу — четыре компонента  $\sigma$ -компонент, вверху — семь  $\pi$ -компонент.

\*) Обычно наблюдающаяся установка по полю есть вторичный эффект, результат трения в подшипниках, причем кинетическая энергия колебания переходит в тепло.

сложный случай. На этой фотографии изображена одна из линий септета хрома, распадающаяся на 21 компоненту: в нижней части фигуры изображены 14  $\sigma$ -компонент, а в верхней — 7  $\pi$ -компонент (на репродукции некоторые наиболее слабые компоненты видны плохо).

Сложность картины этого *аномального* зееман-эффекта не случайным образом связана со сложным характером линии в отсутствие внешнего магнитного поля. Общая причина лежит в том обстоятельстве, что электрон, кроме его электрического заряда, обладает еще и определенным магнитным моментом. Взаимодействие этого магнитного момента с магнитным полем, господствующим внутри атома, приводит к сложной структуре спектральных линий, а взаимодействие его с внешним магнитным полем — к сложному или аномальному расщеплению. Учет этих взаимодействий возможен только с помощью квантовой теории. Только квантовая теория дала удовлетворительное толкование аномальному эффекту Зеемана, выяснив одновременно и причину сложной структуры спектральных линий.

Простой, или нормальный эффект Зеемана также, конечно, истолковывается квантовой теорией, причем полученный с ее помощью результат совпадает с результатами простой теории Лорентца. Это совпадение имеет случайный характер, но оно сыграло чрезвычайно важную роль в развитии электронной теории. Блестящее объяснение простого эффекта Зеемана с помощью электронных представлений явилось одним из ее наиболее решительных успехов, которые не были поколеблены и тогда, когда дальнейшие наблюдения показали, что явление очень часто имеет гораздо более сложный характер. Сохраняя объяснение, данное электронной теорией, эти более сложные случаи отнесли к аномальным, тогда как в действительности они представляют более общее явление, а «нормальный» эффект есть лишь частный случай его.

### § 165. Обратный эффект Зеемана. Его связь с явлением Фарадея

Эффект Зеемана удалось наблюдать и на линиях поглощения (*обратный эффект Зеемана*). Если поглощающее вещество, например пары металла, поглощающие резкую спектральную линию\*), поместить между полюсами электромагнита, то вид спектра поглощения будет меняться при включении магнитного поля. При продольном наблюдении в отсутствие поля наблюдается резкая линия поглощения; при включении магнитного поля она заменяется двумя линиями поглощения, сдвинутыми в область больших и меньших длин волн симметрично по обе стороны от первоначальной линии; при этом величина сдвига  $\Delta\lambda$  растет пропорционально напряженности

\*) Беккерело удалось наблюдать обратный эффект Зеемана и в некоторых кристаллах (ксенотит, тизонит), которые характеризуются крайне узкими полосами поглощения, особенно при низких температурах.



магнитного поля  $H$  и определяется опять тем же соотношением (163.8):

$$\Delta\nu = \pm \frac{1}{4\pi} \frac{e}{m} H \quad (165.1)$$

(в случае линии, соответствующей нормальному эффекту). При поперечном наблюдении первоначальная линия поглощения сопровождается двумя другими, расположенными по обе стороны ее на расстоянии  $\Delta\nu = \pm \frac{1}{4\pi} \frac{e}{m} H$ . Интенсивность поглощения будет зависеть от характера поляризации падающего света.

Теоретический смысл этих явлений легко понять. Под действием магнитного поля меняются собственные периоды колебания атомов

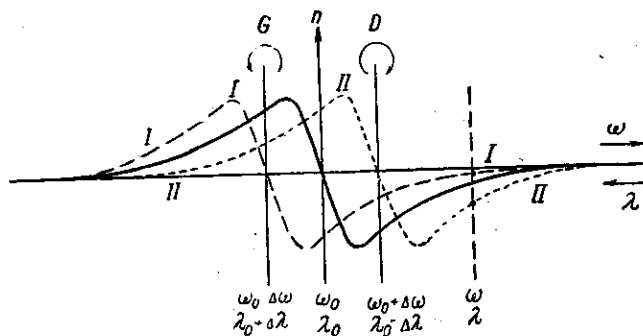


Рис. 359. Ход кривой дисперсии в отсутствие магнитного поля (сплошная кривая) и при магнитном поле (кривая I — для луча, поляризованного по левому кругу; кривая II — для луча, поляризованного по правому кругу).

и, следовательно, положение линий поглощения. Наблюдения в продольном направлении показывают, что собственные частоты, соответствующие правому и левому вращению, смещаются в разные стороны. Этим обстоятельством устанавливается связь между явлением Зеемана и явлением Фарадея. Так как показатель преломления зависит от близости частоты исследуемой волны к собственным частотам вещества (кривая дисперсии), то, следовательно, под действием магнитного поля изменяется и показатель преломления, причем различно для правого и левого луча данной частоты.

Итак, под действием магнитного поля возникает двойное (вращательное) преломление; т. е. согласно теории Френеля вращение плоскости поляризации (явление Фарадея).

На кривой дисперсии (рис. 359) соотношения представлены в увеличенном масштабе. Кривая I показывает ход показателя преломления в магнитном поле для луча, поляризованного по левому кругу, а кривая II — для луча, поляризованного вправо. Из чертежа ясно, что для какой-нибудь длины волны  $\lambda$  в магнитном поле появляется

двойное вращательное преломление. Эффект тем значительнее, чем ближе  $\lambda$  к  $\lambda_0$ . Действительно, вблизи собственных линий абсорбции эффект вращения особенно велик. Но даже и очень далеко от собственных частот явление легко наблюдается благодаря чрезвычайно большой чувствительности метода вращения плоскости поляризации (см. § 160).

### § 166. Явление Штарка

Явление Зеемана с полной ясностью показало, что основным электрическим элементом, определяющим оптические свойства атома, является электрон. Естественно ожидать, что и электрическое поле может воздействовать на частоту испускаемого света. Однако простая теория, основанная на этих соображениях, приводит к несколько неожиданным результатам, показывая, что гармоническое колебание не меняет своей частоты под действием электрического поля в отличие от поведения гармонического осциллятора в магнитном поле (см. упражнение 206).

Судя по монохроматичности спектральных линий, колебания электрона в атоме очень близки к гармоническим, и большинство оптических явлений в первом приближении хорошо истолковывается на основе представления о гармоническом колебании. Если же принять во внимание отступление от гармоничности, полагая, что сила, действующая на электрон, внутри атома есть не  $\pm dr$ , а  $(\pm dr + dr^3)$ , то указанная теория дает небольшое расщепление спектральных линий, пропорциональное квадрату электрического поля, а именно,

$$\Delta\omega = \frac{de^2}{2m^2\omega_0^2} E^2,$$

очень малое по сравнению с  $\omega_0$  даже для больших достижимых полей.

На возможность такого влияния электрического поля указал Фогт, который не мог, однако, наблюдать это явление ввиду трудности создания в разрядной трубке большого электрического поля, которое необходимо для успеха опыта.

Штарк (1913 г.) преодолел это затруднение и открыл явление, названное его именем и совсем не похожее на предсказанное Фогтом: явление в водороде было гораздо сильнее ожидаемого и, кроме того, оказалось зависящим от *первой степени* напряженности поля  $E$  (линейный эффект).

Особенность установки Штарка. Свечение газа в разрядной трубке сопровождается сильной ионизацией, благодаря чему нет возможности поддерживать внутри трубки сильные поля. Штарк нашел выход: сильная ионизация и свечение сосредоточены в одной части трубки, а сильное поле создается в другой части, где нет ионов и где, следовательно, удается поддерживать большое напряжение; разность давлений поддерживается откачкой, светящиеся же частицы вводятся через отверстия (каналы, рис. 360). Зазор  $EK$  очень

мал (около 1 мм), так что поле в конденсаторе  $EK$  около 100 000 в/см.

В этой трубке наблюдается поперечный эффект. Специальная установка дает продольный эффект (наблюдать вдоль направления

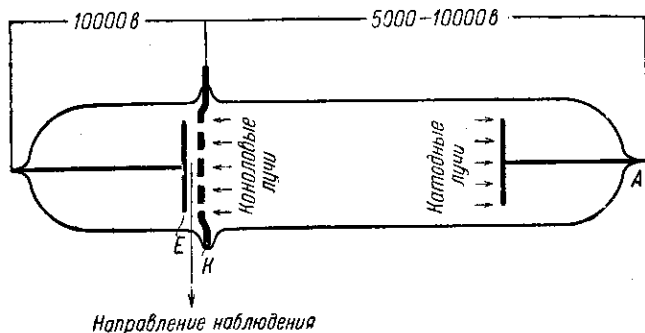


Рис. 360. Схема трубки для наблюдения эффекта Штарка.

движения каналовых лучей нельзя, ибо явление осложняется эффектом Допплера).

Результаты для водорода. При поперечном наблюдении каждая линия распадается на ряд  $\pi$ - и  $\sigma$ -компонент, расположенных (в первом приближении) симметрично к исходной линии на расстояниях, кратных некоторому минимальному расстоянию, пропорциональному *первой степени* напряженности поля. Число компонент

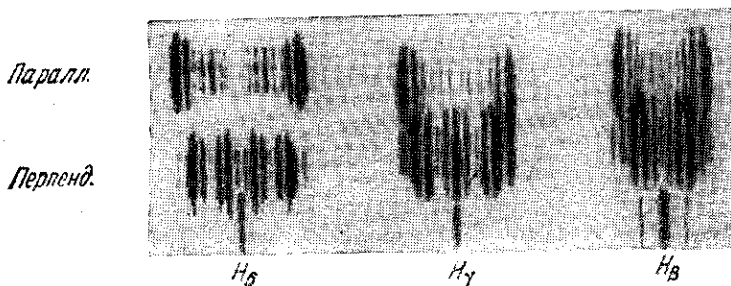


Рис. 361. Расщепление линий спектра водорода в электрическом поле.

для каждой линии водородного спектра различно и подчиняется определенной закономерности, связанной со спектральными закономерностями. Общая картина распределения интенсивности очень сложна (рис. 361).

Классическая теория (см. выше) не в состоянии объяснить эффект. Подобно аномальному эффекту Зеемана явление Штарка требует для своего объяснения учета законов строения атома, т. е.

квантовых законов. Квантовая теория явления, разработанная впоследствии (Эпштейн—Шварцшильд, 1916 г.), удовлетворительно объясняет все его особенности. Также удовлетворительно объяснено то обстоятельство, что другие элементы, обладающие более чем одним электроном, не показывают линейного эффекта Штарка. Ионизованный атом гелия с одним электроном, наоборот, дает линейный эффект, подобный эффекту в водороде.

Квадратичный эффект, предсказанный Фогтом, был открыт значительно позднее (1924 г.) и связан при помощи полной теории с линейным эффектом Штарка. Грубое наблюдение влияния электрических полей на спектральные линии водорода возможно в любой разрядной трубке вблизи катода, где господствуют сильные поля (метод Ло—Сурдо).

Влияние междумолекулярных электрических полей проявляется в расширении линий и в обычных условиях разряда.

## ОТДЕЛ X ДЕЙСТВИЯ СВЕТА

---

Воздействие света на вещество состоит в сообщении этому веществу энергии, приносимой световой волной, в результате чего могут возникнуть разнообразные эффекты. Таким образом, первичным процессом является *поглощение* света.

Поглощенная световая энергия в самом общем и наиболее распространенном случае переходит в тепло, несколько повышая температуру поглощающего тела. Но нередко лишь часть световой энергии переходит в тепло, другая же испытывает иные превращения, вызывая те или иные *действия* света. В настоящем отделе мы не будем рассматривать тех случаев, когда в результате воздействия света тело само становится источником и испускает свет собственной или вынужденной частоты. Часть таких процессов (излучение вынужденных частот) была рассмотрена в отделе IX (рассеяние света). Другая часть (излучение собственных частот) будет рассмотрена в отделе XII, посвященном испусканию света (флуоресценция, фосфоресценция, резонансное испускание). Настоящий же отдел посвящен вопросам превращения световой энергии в механическую энергию электронов (фотоэффект и явление Комптона) или всей поглощающей системы (давление света), а также различным химическим действиям света (фотохимия, фотография, физиологическая оптика).

### ГЛАВА XXXI ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ

#### § 167. Введение

Среди разнообразных явлений, в которых проявляется воздействие света на вещество, самое важное место занимает *фотоэлектрический эффект*, т. е. испускание электронов веществом под действием света. Явление это привело к представлению о световых квантах и сыграло чрезвычайно важную роль в развитии современных теоретических представлений. С другой стороны, фотоэлектрический эффект используется в фотоэлектрических элементах, получивших исключительно широкое применение в разнообразнейших областях науки и техники и обещающих еще более богатые перспективы.

Открытие фотоэффекта следует отнести к 1887 г., когда Герц обнаружил, что освещенные ультрафиолетовым светом электродов искрового промежутка, находящегося под напряжением, облегчает проскакивание искры между ними.

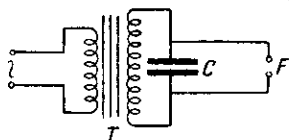


Рис. 362. Схема наблюдения Герца.

Явление, обнаруженное Герцом, можно наблюдать на следующем легко осуществимом опыте (рис. 362). Величина искрового промежутка  $F$  подбирается таким образом, что в схеме, состоящей из трансформатора  $T$  и конденсатора  $C$ , искра проскакивает с трудом (один-два раза в минуту). Если осветить электроды  $F$ , сделанные из чистого цинка, светом ртутной лампы  $Hg$ , то разряд конденсатора значительно облегчается; искра начинает проскакивать довольно часто, если, конечно, мощность трансформатора достаточна для быстрой зарядки конденсатора  $C$ . Поместив между лампой и электродами  $F$  стекло  $G$ , мы преграждаем доступ ультрафиолетовым лучам, и явление прекращается.

Систематические исследования Гальвакса, А. Г. Столетова и других (1888 г.) выяснили, что в опыте Герца дело сводится к освобождению зарядов из электродов под действием света; попадая в электрическое поле между электродами, заряды эти ускоряются, ионизируют окружающий газ и вызывают разряд.

А. Г. Столетов осуществил опыты по фотоэффекту, применяя впервые *небольшие* разности потенциалов между электродами. «Повторяя в начале 1888 г., — пишет Столетов, — интересные опыты Герца, Видемана и Эберта, Гальвакса относительно действия лучей на электрические разряды высокого напряжения, я вздумал испытать, получится ли подобное действие при электричестве слабых потенциалов... Моя попытка имела успех выше ожидания» \*).

Схема опытов, примененная Столетовым, изображена на рис. 363. Основными результатами исследований Столетова, сохранившими свое значение и до нашего времени, были следующие заключения.

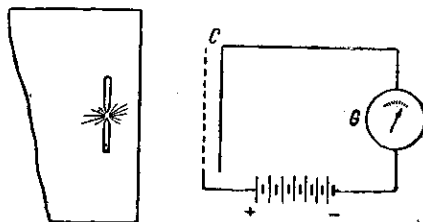


Рис. 363. Схема опытов Столетова по наблюдению фотоэффекта. Электрическая цепь состоит из батареи элементов и конденсатора  $C$ , положительно заряженная пластинка которого сделана в виде проволочной сетки. Свет проходит через ячейки проволочного электрода и падает на отрицательно заряженную пластинку. Фототок регистрируется гальванометром  $G$ .

\*) А. Г. Столетов, Избранные сочинения, Гостехиздат, 1950, стр. 191.

1) Наиболее эффективно действуют ультрафиолетовые лучи, поглощаемые телом («чем спектр обильнее такими лучами, тем сильнее действие»).

2) Сила фототока пропорциональна увеличению освещенности тела («разряжающее действие при прочих равных условиях пропорционально энергии активных лучей, падающих на разряжаемую поверхность»).

3) Под действием света освобождаются *отрицательные* заряды («действие лучей есть строго униполярное, положительный заряд лучами не уносится. По всей вероятности, кажущееся зарядение нейтральных тел лучами объясняется той же причиной»).

Если, например, цинковую пластинку, соединенную с электро-скопом и заряженную отрицательно, осветить ультрафиолетовым светом, то электроскоп быстро разряжается; но та же пластинка, заряженная положительно, сохраняет свой заряд, несмотря на освещение. При тщательном наблюдении (электроскоп большой чувствительности) можно заметить, что незаряженная пластинка под действием освещения заряжается *положительно*, т. е. теряет часть своих отрицательных зарядов, первоначально нейтрализовавших ее положительный заряд.

Несколько лет спустя (1898 г.) Ленардом и Томсоном были произведены определения  $\frac{e}{m}$  для освобождаемых зарядов по отклонению их в электрическом и магнитных полях. Эти измерения дали для  $\frac{e}{m}$  значение  $1,76 \cdot 10^7$  CGSM, доказав, таким образом, что освобождаемые светом отрицательные заряды суть *электроны*.

### § 168. Законы фотоэффекта

а) Ток насыщения. Для исследования силы фототока применяется обычно схема, сходная со схемой Столетова (рис. 364). Здесь  $P$  — освещаемая пластинка металла,  $N$  — вторая пластинка, присоединенная вместе с первой через гальванометр  $G$  к соответствующим полюсам батареи  $B$ . Электроны, освобождаемые светом из  $P$ , под действием батареи  $B$  несутся к  $N$  и далее следуют по проводам через гальванометр, замыкая ток батареи  $B$ . Уже первые исследователи обнаружили, что явление в высокой степени зависит от *чистоты* освещаемой поверхности. Поэтому точные опыты производятся со свежими поверхностями, тщательно очищенными механическим путем или, еще лучше, образованными путем перегонки металла в вакууме. Высокий вакуум поддерживается между электродами  $P$  и  $N$  во время измерения, ибо присутствие газов может

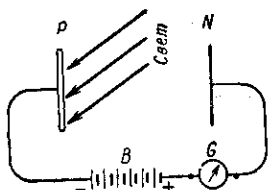


Рис. 364. Схема для исследования зависимости фототока от напряжений и силы света.

сильно изменить свойства поверхности и, кроме того, осложняет условия выхода и переноса зарядов. Поддерживая освещение постоянным и изменяя напряжение батареи  $B$ , мы будем в известных пределах изменять силу тока в гальванометре. Но если опыт производится в высоком вакууме и электродам придана такая форма, что *все заряды*, вырванные из освещенной поверхности, попадают на второй электрод даже без помощи ускоряющего поля\*), то сила фототока не будет возрастать при увеличении этого последнего. Наоборот, тормозящее поле, направленное так, чтобы мешать движению электронов от освещенной поверхности ко второму электроду, может *ослабить* фототок и даже свести его к нулю.

Действительно, опыт показывает в соответствии с этими рассуждениями, что зависимость силы фототока  $I$  от приложенной

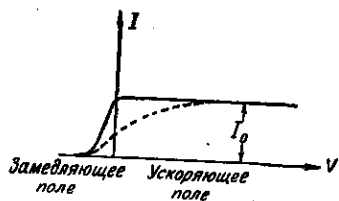


Рис. 365. Характеристика фототока.

к электродам разности потенциалов  $V$  — так называемая *характеристика фототока* — имеет вид, изображенный на рис. 365 (сплошная кривая). При электродах, форма и взаимное расположение которых не удовлетворяют поставленным выше требованиям, характеристика фототока более или менее сильно искажается (рис. 365, пунктирная кривая). Однако сохраняются ее существенные черты: при некоторой не

чрезмерно большой ускоряющей разности потенциалов ток доходит до постоянного значения (*ток насыщения*); при определенной тормозящей разности потенциалов ток падает до нуля. На стремление фототока к насыщению также было указано А. Г. Столетовым.

Так как ток насыщения соответствует условиям, при которых все освобожденные светом электроны проходят через цепь гальванометра, то сила тока насыщения и должна быть принята за меру фотоэлектрического действия света.

б) Зависимость тока насыщения от интенсивности падающего света. Тщательно выполненные измерения показывают, что сила тока насыщения строго пропорциональна световому потоку, поглощенному металлом. Так как интенсивность поглощенного в металлах света пропорциональна интенсивности падающего, то основной закон фотоэффекта можно формулировать так: *сила фототока насыщения прямо пропорциональна падающему световому потоку*.

Закон этот проверен в очень широком интервале интенсивностей света; он выполняется крайне строго. Благодаря этому закону фото-

\*) Наилучшая форма расположения электродов — это сферический конденсатор, внутренний шарик которого представляет собой светочувствительную поверхность и размеры которого малы по сравнению с размерами внешнего шара.



элементы могут быть использованы в качестве превосходных объективных фотометров.

Закон, приведенный выше, выполняется с полной строгостью в том случае, когда измеряемый ток насыщения образован лишь электронами, освобожденными светом. Это имеет место, если чувствительная поверхность помещена в вакууме. В приборах, наполненных газом и обычно гораздо более чувствительных, так как в них к току электронной эмиссии прибавляется ток ионизации, могут уже иметь место некоторые отступления от простой пропорциональности между силой тока насыщения и интенсивностью света; поэтому приборами описанного рода надо пользоваться для измерительных целей с известной осмотрительностью.

**в) Скорости фотоэлектронов.** Снимая характеристику фототока (рис. 365), обнаруживаем, что наложение на электроды тормозящего электрического поля уменьшает силу тока. Это означает, очевидно, что часть электронов обладает при вылете кинетической энергией  $\frac{1}{2} m v^2$ , которая меньше работы, необходимой для преодоления приложенной разности потенциалов. Подобрал такую разность потенциалов  $V$ , при которой ток обращается в нуль, мы задерживаем *все* электроны, включая и самые быстрые. Таким образом,  $\omega_m$  — максимальная скорость электронов, освобожденных светом в описанном опыте, — определится из соотношения

$$\frac{1}{2} m \omega_m^2 = eV. \quad (168.1)$$

То обстоятельство, что даже при наиболее благоприятном расположении электродов характеристика фототока не обрывается сразу, а более или менее полого падает до нуля, указывает, что скорости вылетающих электронов различны: самые медленные электроны задерживаются очень слабым тормозящим полем; для задержания самых быстрых требуется встречная разность потенциалов, равная  $V$ . Изучив законы спадания характеристики, можно определить распределение электронов по скоростям. Причиной этого разнообразия скоростей является то обстоятельство, что свет может освободить электроны не только из поверхности металла, но и из некоторой глубины; эти последние электроны теряют часть сообщенной им скорости раньше, чем они выйдут на поверхность, вследствие случайных столкновений внутри металла.

Поэтому физический интерес представляет *максимальная* скорость, определяемая при помощи соотношения (168.1), ибо она характеризует энергию, сообщаемую электрону при освобождении его светом.

Было бы, однако, ошибочным думать, что для освобождения электрона со скоростью  $\omega$  из поверхности металла достаточно сообщить ему энергию  $\frac{1}{2} m \omega^2$ . Известно, что электрон при прохождении через поверхность металла должен преодолеть некоторое

сопротивление своему выходу, затратив на это определенную работу  $P$ . Эта *работа выхода* препятствует в обычных условиях свободным электронам металла покинуть последний. Она различна для разных металлов, благодаря чему между двумя соприкасающимися кусками различных металлов устанавливается *контактная разность потенциалов*. Работа выхода может быть также определена по явлению термоионной эмиссии, ибо количество электронов, испускаемых в течение секунды единицей поверхности накаливаемого металла, сильно зависит от величины работы выхода.

Таким образом, энергия  $\mathcal{E}$ , которую нужно сообщить электрону для того, чтобы он вырвался с максимальной скоростью  $\omega_n$  из пластины, характеризующей работой выхода  $P$ , определяется соотношением

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} m \omega_n^2 + P = eV + eV_0, \quad (168.2)$$

где  $V_0 = P/e$  — *потенциал выхода*.

При помощи соотношения (168.2) можно определить величину энергии  $\mathcal{E}$ , получаемой электроном при явлении фотоэффекта. Исследования Ленарда и других позволили установить чрезвычайно важный закон: энергия  $\mathcal{E}$ , получаемая электроном, не зависит ни от интенсивности падающего света, ни от природы освещаемого вещества, ни от температуры его; эта энергия определяется лишь *частотой* падающего монохроматического света и растет с увеличением частоты.

### § 169. Уравнение Эйнштейна. Гипотеза световых квантов

Еще в тот период, когда указанный закон был экспериментально установлен в качественной форме, Эйнштейн (1905 г.) обосновал теоретически количественную связь между энергией, получаемой электроном при его освобождении светом, и частотой этого света. Согласно теории Эйнштейна закон фотоэффекта имеет следующий вид:

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} m \omega_n^2 + P = eV + P = h\nu, \quad (169.1)$$

где  $h = 6,624 \cdot 10^{-27}$  эрг · сек — постоянная теории квантов, введенная Планком.

По мысли Эйнштейна *вся* энергия, полученная электроном, доставляется ему светом в виде определенной порции  $h\nu$ , величина которой зависит от частоты света (*световой квант*), и усваивается им целиком. Таким образом, электрон не заимствует энергию от атомов вещества катода, благодаря чему природа вещества не играет никакой роли в определении  $\mathcal{E}$ .

Так как энергия кванта очень велика по сравнению с тепловой энергией электронов, то изменение температуры должно лишь очень слабо сказываться на скорости вылетающих электронов (дей-

ствительно, такое малое влияние было обнаружено в работах последнего времени). С точки зрения теории Эйнштейна пропорциональность силы фототока насыщения световому потоку также легко объяснима. Действительно, световой поток определяется числом квантов света, падающих на поверхность за единицу времени, а число освобожденных электронов должно быть пропорционально числу падающих квантов; при этом, как показывает опыт, лишь малая часть квантов передает свою энергию отдельным электронам, остальные же расходуются на нагревание металла в целом.

Теоретическая формула Эйнштейна была блестяще подтверждена десятилетие спустя опытами Милликена (1916 г.). Измерения Милликена, выполненные по схеме § 168, чрезвычайно усложненной благодаря применению ряда экспериментальных предосторожностей (свежеочищаемая поверхность металла в вакууме, учет контактных разностей потенциалов между различными частями аппаратуры и т. д.), дали строго линейную зависимость между  $V$  и  $\nu$  для нескольких изученных металлов (рис. 366). По наклону этих прямых для ряда изученных металлов (Na, Mg, Al, Cu) было определено значение постоянной  $h$ .

Среднее из этих измерений есть  $h = 6,67 \cdot 10^{-27}$  эрг · сек, что хорошо совпадает со значениями  $h$ , полученными из опытов иного рода.

Впоследствии этот метод был улучшен и привел к еще более точным определениям \*) ( $h = 6,658 \cdot 10^{-27}$  эрг · сек, П. И. Лукирский, 1928 г., метод сферического конденсатора, см. § 168).

Из измерений Милликена можно, пользуясь формулой Эйнштейна, определить также и работу выхода. Найдем то значение  $\nu = \nu_0$ , которому соответствует  $V = 0$ , т. е. точку пересечения прямой Милликена (рис. 366) с осью абсцисс. Отсюда  $P = h\nu_0$ .

Таким образом, если освещать металл светом частоты  $\nu_0$  (или меньшей), то  $w = 0$ , т. е. электроны не выйдут из металла даже при наличии некоторого ускоряющего поля. Поэтому найденную таким образом частоту  $\nu_0$  (или соответствующую длину волны  $\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0}$ ) называют *границей частотой* (красная граница фотоэффекта). Она лежит в области тем более длинных волн, чем электроположительнее металл, т. е. чем легче отдает он свои электроны. Так, например, для щелочных металлов граница лежит в области

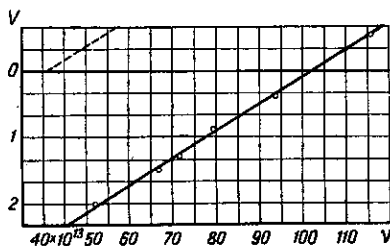


Рис. 366. Зависимость энергии фотоэлектронов от частоты.

\*) Цифры Милликена и Лукирского пересчитаны, исходя из нового, более точного значения заряда электрона.

видимого света, тогда как для большинства других металлов она находится в ультрафиолете. Необходимо отметить также, что присутствие примесей, например газов, растворенных в металле, нередко сильно облегчает выход электронов, перемещая границу в область длинных волн. В прилагаемой таблице приведены значения «красной границы» для нескольких по возможности *чистых* металлов:

Металл	K	Na	Li	Hg	Fe	Ag	Au	Ta
$\lambda_0$ в Å	5500	5400	5000	2735	2620	2610	2650	3050

### § 170. Обоснование гипотезы световых квантов в явлениях фотоэффекта

Уравнение Эйнштейна (169.1) [его можно также написать в виде  $1/2 m \omega_m^2 = h(\nu - \nu_0) = eV$ ], подтвержденное опытами Милликена, подвергалось и в дальнейшем разнообразным экспериментальным проверкам. В частности, частота падающего света варьировалась в очень широких пределах — от видимого света до рентгеновских лучей, и во всем интервале опыт оказался в превосходном согласии с теорией. В опытах с рентгеновскими лучами проверка упрощается благодаря тому, что  $\nu$  очень велико по сравнению с  $\nu_0$ . Поэтому соотношение Эйнштейна принимает вид  $h\nu = eV$  и позволяет определить  $\nu$ , если измерено  $V$ . Таким приемом пользуются даже для определения длины волны очень жестких  $\gamma$ -лучей, для которых метод дифракции на кристаллах невозможно осуществить с достаточной точностью из-за малости соответствующей длины волны.

Фотоэлектрические опыты с рентгеновскими лучами дают возможность исследовать, распространяется ли световая энергия равномерно во все стороны, как это следует из обычных волновых представлений, или она летит то по одному, то по другому направлению в виде дискретных квантов. Действительно, кванты видимого света обладают малым запасом энергии (так, для желтых лучей  $\nu = 5 \cdot 10^{14}$ ,  $h\nu = 3,31 \cdot 10^{-12}$  эргов); поэтому для регистрации их в большинстве опытов приходится иметь дело с большим числом квантов в единицу времени. В соответствии с этим действие, производимое случайным распределением летящих по всем направлениям световых квантов, трудно отличить от действия волны, равномерно распространяющейся во все стороны. Чем больше величина кванта, тем легче наблюдать действие отдельного кванта и легче, следовательно, осуществить опыт наблюдения распространения световой энергии не во все стороны равномерно, а вспышками то по одному, то по другому направлению. Рентгеновские кванты

удовлетворяют этому условию. Кроме того, с рентгеновскими лучами легче осуществить условия, необходимые для возбуждения небольшого числа актов испускания в секунду. Для получения рентгеновских лучей нужно бомбардировать электронами антикатод; всякая остановка (или торможение) электрона сопровождается испусканием рентгеновского импульса. С точки зрения теории световых квантов в самом благоприятном случае вся кинетическая энергия электрона после остановки перейдет полностью в один-единственный квант, частота которого  $\nu$  определится из условия  $\mathcal{E}_{\text{кин}} = h\nu$ . Если бомбардирующий электрон разогнался разностью потенциалов  $V$ , то  $\mathcal{E}_{\text{кин}} = eV$ .

Итак, условие максимальной частоты есть

$$h\nu = eV.$$

Действительно, опыт подтвердил, что при испускании рентгеновских волн наблюдается максимальная частота (коротковолновая граница), определяемая из написанного условия, где  $V$  — ускоряющая разность потенциалов,  $e$  — заряд электрона,  $\nu$  — частота границы и  $h$  — постоянная Планка. Волны более короткие (больше  $\nu$ ) никогда не наблюдаются, волны же более длинные соответствуют превращению лишь части кинетической энергии электрона в излучение. Определение коротковолновой границы рентгеновского спектра может быть выполнено весьма надежно. Поэтому такого рода опыты используются как один из наиболее совершенных методов определения значения постоянной Планка с помощью соотношения  $h\nu = eV$ . Наилучшие измерения, выполненные этим методом, дали  $h = 6,624 \cdot 10^{-27}$  эрг · сек.

Регулируя число электронов, бомбардирующих антикатод, мы можем менять число излучаемых рентгеновских квантов. Если заставить такие рентгеновские лучи действовать на металлическую пластинку, вызывая фотоэффект, то, как показывает опыт, кинетическая энергия испускаемых электронов равняется энергии кванта. Таким образом, полная схема превращения имеет вид

$$eV = \frac{1}{2} m\omega^2 = h\nu = \frac{1}{2} m\omega^2,$$

т. е. весь цикл превращений состоит из: 1) превращения работы электрического поля  $eV$  в кинетическую энергию  $\frac{1}{2} m\omega^2$  электрона в рентгеновской трубке, 2) превращения кинетической энергии этого электрона в рентгеновский квант  $h\nu$  и, наконец, 3) превращения энергии кванта полностью в кинетическую энергию  $\frac{1}{2} m\omega^2$  электрона, освобожденного этим квантом при фотоэффекте. Этот цикл гораздо больше походит на удар, чем на процесс постепенного накопления в освобождаемом электроном энергии, приносимой волнами.

Такие опыты можно очень сильно разнообразить, пользуясь удобством экспериментирования, предоставляемым размерами рент-

геновского кванта. Все они говорят в пользу передачи световой энергии концентрированными порциями, т. е. в пользу гипотезы световых квантов. Один из наиболее убедительных опытов этого рода принадлежит А. Ф. Иоффе.

Осуществлены также опыты, показывающие, что энергия рентгеновских лучей распространяется в разные стороны не одновременно, но что порции ее (кванты) летят то в ту, то в другую сторону. Опыт был осуществлен при помощи двух счетчиков\*), достаточно чувствительных для того, чтобы зарегистрировать дей-

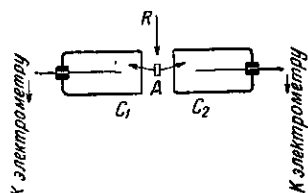


Рис. 367. Схема опыта Боте.

ствие одного рентгеновского кванта, и достаточно быстро отмечающих его появление. Опыт этот осуществлен Боте по схеме, указанной на рис. 367. Тоненькая пленка  $A$ , освещенная сбоку рентгеновскими лучами  $R$ , сама становится источником рентгеновских лучей (*рентгеновская флуоресценция*). Два счетчика  $C_1$  и  $C_2$  расположены симметрично. Попадание рентгеновского света в каждый из них вызывает немедленное (меньше чем через 0,001 сек.) вздрагивание ионти электрометра. Эти вздрагивания регистрируются автоматически на общей ленте. Если из  $A$  во все стороны расходятся волны, то работа обоих счетчиков должна происходить одновременно, в такт (с малыми случайными вариациями). Наоборот, если из  $A$  летят кванты то в ту, то в другую сторону, то показания электрометров происходят беспорядочно и лишь случайно могут оказаться близкими или одновременными. Опыт совершенно отчетливо обнаружил беспорядочность показаний электрометров, т. е. доказал, что из  $A$  летят кванты то в одну, то в другую сторону.

Аналогичные опыты с квантами видимого света затруднены тем, что кванты эти малы. Однако к световым квантам очень чувствителен глаз; хотя глаз не реагирует на один отдельный квант, но опыты показывают, что необходимое для минимального светового впечатления число квантов в секунду не очень значительно. По измерениям С. И. Вавилова, в области максимальной чувстви-

\*) Счетчик представляет собой небольшой цилиндр, внутри которого на изоляторе помещено острое или тонкая проволока. Между цилиндром и острием создается большая разность потенциалов. Получающееся электрическое поле резко неоднородно и вблизи острия (или ионти) может достигать весьма больших значений. Если в таком поле появляется несколько электронов или ионов, то они приобретают под действием поля очень большую скорость и могут ионизовать при соударениях окружающие молекулы газа. Таким образом, число ионов быстро возрастает, и через счетчик протекает кратковременный ток заметной силы. Поэтому счетчик способен отмечать (считать) появление отдельных электронов или ионов и является одним из наиболее чувствительных приборов. В последнее время счетчики широко применяются для исследования космических лучей.

ности глаза (5500 Å) для отдохнувшего глаза пороговая чувствительность в среднем лежит около 200 квантов, падающих за 1 сек. на зрачок наблюдателя. В этих условиях, как показали опыты Вавилова, удается наблюдать флуктуационные колебания светового потока, имеющие ясно выраженный статистический характер. Хотя в этих опытах и нельзя однозначно разделить квантовые флуктуации светового потока и флуктуации, связанные с физиологическими процессами в глазу, тем не менее и они могут рассматриваться как подтверждающие квантовый характер явления; кроме того, эти опыты дают результаты, существенные для исследования свойств живого глаза. В частности, с их помощью удалось установить, что число квантов, которые должны поглощаться в *сетчатке* при пороговом раздражении, раз в 9—10 меньше числа квантов, падающих на арачок, и достигает примерно 20 в секунду.

Итак, совокупность сведений о фотоэффекте, изложенных выше, настойчиво свидетельствует в пользу представления о световых квантах. Можно сказать, что свет частоты  $\nu$  не только покидает атом в виде порции энергии, равной  $h\nu$ , но и в дальнейшем распространяется в пространстве и вступает во взаимодействие с веществом в виде такой порции, локализованной и перемещающейся как целое со скоростью света. Для таких элементарных световых частиц принято в настоящее время специальное название — *фотон*.

Энергия фотона зависит от его частоты и равна  $h\nu$ . Выше, в гл. XXI, был приведен один из основных выводов теории относительности, согласно которому с энергией  $\mathcal{E}$  неразрывно связана масса  $M$ , причем численное соотношение между  $\mathcal{E}$  и  $M$  дается выражением  $\mathcal{E} = Mc^2$  [см. уравнение (125.2)]. На этом основании масса  $M$  фотона определяется выражением

$$M = \frac{h\nu}{c^2}. \quad (170.1)$$

Так как фотон движется со скоростью света, то он обладает количеством движения (импульсом)

$$p = Mc = \frac{h\nu}{c}. \quad (170.2)$$

Итак, энергия фотона равна  $h\nu$ , его масса равна  $h\nu/c^2$ , его импульс равен  $h\nu/c$ .

Следует обратить внимание на одно важное обстоятельство. По теории относительности масса зависит от скорости согласно выражению

$$M = \frac{M_0}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

где  $\beta = \frac{v}{c}$  — отношение скорости частицы к скорости света, а  $M_0$  — масса покоя. Для фотона  $\beta = 1$  и, следовательно,  $M_0 = 0$ ,

так как  $M = \frac{h\nu}{c^2}$  есть конечная величина. Итак, *масса покоя фотона равна нулю* в отличие от других элементарных частиц — электронов, нейтронов и т. д., обладающих вполне определенными массами покоя.

Таким образом, при всех чертах сходства между фотонами и другими элементарными частицами фотоны характеризуются и важными отличительными особенностями. Мы не имеем права отождествлять свет и вещество: это два различных вида, две различные формы материи.

Корпускулярные свойства фотона не должны заставить нас забыть о том, что для огромного круга явлений, с которыми мы ознакомились ранее, волновые представления оказались в высшей степени плодотворными. К этому вопросу мы еще вернемся в Заключение. Пока же отметим, что и в явлениях фотоэффекта есть черты, говорящие в пользу классических волновых представлений о свете. Эти явления особенно отчетливо выступают при исследовании зависимости силы фототока от длины волны.

### § 171. Зависимость силы фототока от длины волны

Для исследования зависимости силы фототока от длины волны необходимо определить силу тока насыщения, соответствующего определенной лучистой энергии монохроматического света. Результаты подобных измерений приведены на рис. 368, где по оси орди-

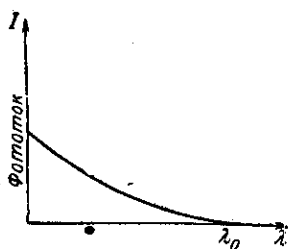


Рис. 368. Зависимость силы фототока от длины волны (нормальный фотоэффект);  $\lambda_0$  соответствует «красной границе».

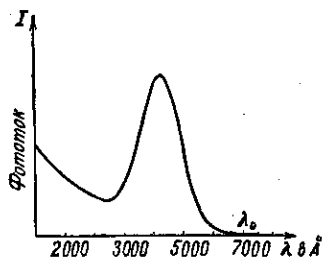


Рис. 369. Зависимость силы фототока от длины волны в области селективного фотоэффекта.

нат отложена сила тока насыщения  $I$ , отнесенная к одной калории поглощенной лучистой энергии, а по оси абсцисс — длина волны  $\lambda$ . Рис. 368 показывает, что «красная граница» соответствует  $\lambda = \lambda_0$  и что с уменьшением длины волны сила тока на единицу поглощенной энергии возрастает. Это значит, что свет более короткой длины волны более эффективен. Если принять во внимание, что чем короче



волна падающего света, тем *меньше* квантов в единице поглощенной энергии (ибо сами кванты, равные  $h\nu = hc/\lambda$ , для коротких волн *больше*), то из кривой рис. 368 ясно видно, как сильно растет способность фотонов выделять электроны по мере перехода к более крупным фотонам.

Опыт показал, однако, что ход зависимости, изображенный на рис. 368, не всегда имеет место. У ряда металлов, особенно щелочных, для которых красная граница лежит далеко в видимой и даже в

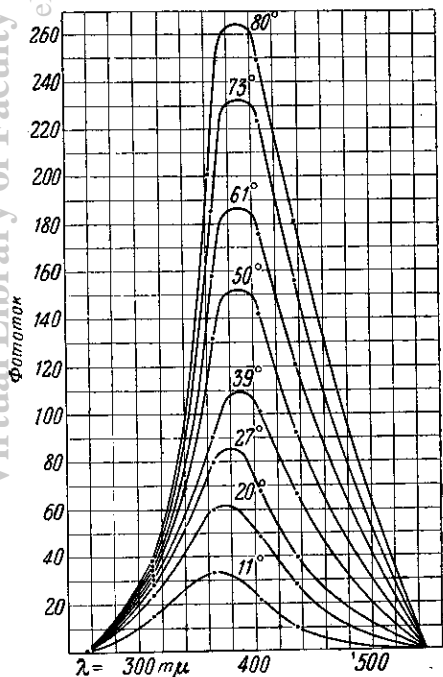
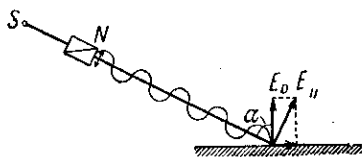
Рис. 370. Значение направления колебаний для величины селективного фотоэффекта.

инфракрасной части и которые, наблюдается следующая особенность: сила тока имеет резко выраженный максимум для определенного спектрального участка, быстро спадая по обе его стороны (*селективный*, или *избирательный*, фотоэффект, рис. 369). Селективность фотоэлектрических явлений очень напоминает резонансные эффекты. Дело происходит так, как будто бы электроны в металле обладают собственным периодом, так что по мере приближения частоты возбуждающего света к собственной частоте электронов амплитуда колебания их возрастает и они преодолевают работу выхода.

Подтверждение подобного взгляда можно бы видеть в том обстоятельстве, что явление селективного фотоэффекта сильно зависит от направления поляризации света и угла падения. Если падающий свет поляризован (рис. 370) и при-

Рис. 371. Зависимость величины селективного фотоэффекта от угла падения.

том так, что электрический вектор параллелен плоскости падения ( $E_{\parallel}$ ), то эффект резко усиливается. Наоборот, при повороте плоскости поляризации на  $90^\circ$  ( $E_{\perp}$ ) селективный эффект исчезает. В первом случае электрический вектор имеет слагающую, перпенди-



кулярную к поверхности металла, во втором — нет. Легко видеть, что компонента  $E_0$  перпендикулярная к поверхности металла, тем больше, чем ближе угол падения  $\alpha$  к прямому (рис. 370). И действительно, величина селективного максимума резко возрастает по мере увеличения угла падения (рис. 371).

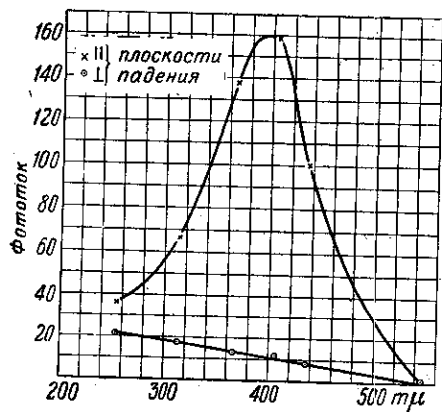


Рис. 372. Зависимость фотоэффекта от длины волны для двух различных направлений колебания.

Если угол падения достаточно велик, то в области селективного эффекта изменение направления поляризации, т. е. ориентировка электрического вектора, сказывается чрезвычайно отчетливо на величине фототока. Рис. 372 изображает силу тока насыщения, рассчитанную на калорию поглощенного света, в зависимости от длины волны для двух ориентаций электрического вектора — перпендикулярной ( $E_{\perp}$ ) и параллельной ( $E_{\parallel}$ ) к плоскости падения. Приведенные кривые соответствуют углу падения в  $60^\circ$  и относятся к сплаву калия и натрия, максимум чувствительности которого приходится на длину волны  $\lambda = 3900 \text{ \AA}$ . Для ряда чистых металлов положения максимума указаны в таблице:

Цезий . . . . .	5100 $\text{\AA}$	Литий . . . . .	2800 $\text{\AA}$
Рубидий . . . . .	4800 $\text{\AA}$	Барий . . . . .	4000 $\text{\AA}$
Калий . . . . .	4350 $\text{\AA}$	Магний . . . . .	2500 $\text{\AA}$
Натрий . . . . .	3400 $\text{\AA}$	Алюминий . . . . .	2150 $\text{\AA}$

По всей вероятности и другие металлы обнаруживают селективный эффект, однако максимум лежит в очень коротковолновой области спектра и трудно доступен наблюдению.

Следует заметить, что легко наблюдаемый большой селективный максимум щелочных металлов принадлежит не чистому металлу, а соединениям, обычно образующимся на поверхности вследствие присутствия следов газа. При очень больших предосторожностях удается получить чистые поверхности, для которых эффект выражен гораздо слабее. Тем не менее существование селективного фотоэффекта и его характер отчетливо указывают на плодотворность волновых представлений для понимания фотоэффекта. Однако для полной количественной трактовки этих явлений, включая и явление селективного фотоэффекта, требуется применение углубленных представлений о металле, даваемых современной квантовой теорией.

## § 172. Фотоэффект в полупроводниках

Освобождение электронов под действием света может иметь место при освещении не только металлов. Обычно явления фотоэффекта в неметаллических телах (кристаллы, полупроводники, жидкости) ведут к увеличению электропроводности этих материалов при освещении. Наиболее известным примером этого рода является увеличение проводимости селена под действием света, открытое более полувека назад и уже давно использовавшееся для разного рода световых измерений. В настоящее время известно много объектов, подобных селену. Многочисленные исследования (одному селену посвящено свыше 1500 работ) выяснили, что изменение проводимости под действием света есть сложное явление: непосредственное действие света (первичный фототок) осложняется рядом вторичных явлений. В тех случаях, когда удастся выделить первичный фототок, он оказывается строго пропорциональным интенсивности света; вторичные же явления могут затушевывать эту закономерность.

Наряду с указанным изменением проводимости в неметаллических телах имеет место и фотоэффект в обычном смысле слова, т. е. выделение фотоэлектронов под действием света. Особое значение приобрело явление фотоэффекта в полупроводниках, установленное вполне достоверно сравнительно недавно (1930 г.).

Не вдаваясь в объяснения механизма фотопроводимости и фотоэффекта полупроводников, связанные с представлениями о зонной структуре полупроводников и развиваемые в курсах электричества, дадим краткое описание полупроводниковых фотоэлементов, получивших в последнее время исключительно большое распространение.

Явление может наблюдаться при помощи следующего расположения, представляющего в то же время схему одного из применяемых на практике фотоэлементов (рис. 373).

Пластика меди, служащая одним из электродов, покрывается тонким слоем окиси меди  $\text{Cu}_2\text{O}$ , например путем нагревания ее в атмосфере кислорода. Сверху наносят тонкий слой какого-либо металла, например золота (катодным распылением), который служит вторым электродом. Если соединить между собой два электрода и осветить прибор сквозь золотой налет, то гальванометр показывает ток, направленный внутри элемента от  $\text{Cu}$  к  $\text{Cu}_2\text{O}$  (направление движения электронов — обратное). Исследование показало, что на границе между окисью меди и медной пластинкой образуется очень тонкий слой, позволяющий

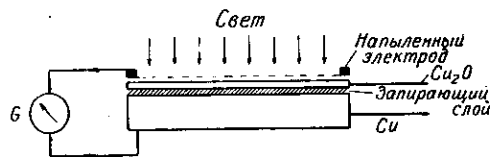


Рис. 373. Схема фотоэлемента с запирающим слоем.

электронам проходить лишь в направлении  $\text{Cu}_2\text{O} \rightarrow \text{Cu}$ , но препятствующий их обратному движению. Наличие такого *вентильного* или *запирающего* слоя обуславливает выпрямляющее действие данного прибора и наблюдается во многих полупроводниках.

Под действием света в слое  $\text{Cu}_2\text{O}$  выделяются фотоэлектроны, могущие благодаря вентильному действию запирающего слоя давать ток лишь в направлении, соответствующем движению их через вентиль от  $\text{Cu}_2\text{O}$  к  $\text{Cu}$ . Таким образом, главная часть фотоэлектронов, участвующих в процессе, выделяется в задней (по отношению к падающему свету) поверхности слоя закиси меди. Удалось построить фотоэлементы, в которых запирающий слой располагался на *передней* стороне закиси. В этих фотоэлементах направление фототока было обратным. В случае фотоэлементов с эффектом на задней поверхности действующий свет проходит через тонкую пленку золота и слой закиси меди, который играет роль светофильтра, поглощающего короткие волны. В соответствии с этим максимум чувствительности таких фотоэлементов лежит в начале инфракрасной области спектра. В фотоэлементах с эффектом на передней поверхности максимум чувствительности приходится на зеленую часть спектра. В настоящее время изготавливаются фотоэлементы с запирающим слоем и из других материалов. Лучшими из них наряду с описанными выше меднозакисными (*купроксы*) являются серносеребряные и селеновые фотоэлементы. Максимум чувствительности последних лежит в зеленой части, приближаясь к максимуму чувствительности глаза.

Замечательной особенностью фотоэлементов с запирающим слоем является их способность давать значительный фототок без вспомогательной электродвижущей силы, приложенной извне. Таким образом, в фотоэлементах этого типа мы имеем превращение световой энергии в электрическую в несравненно большей степени, чем это имеет место при фототоке с поверхности металлов. В этом последнем случае роль света сводится к тому, что он обеспечивает одностороннюю проводимость путем выделения электронов из металла в вакуум; энергия же, сообщенная электронам светом, незначительна. Главная часть энергии доставляется тем источником электродвижущей силы, который поддерживает ток в фотоэлементах при освещении. В фотоэлементах с запирающим слоем, работающих без внешней электродвижущей силы, напротив, вся энергия тока заимствуется от света.

Применение современных полупроводниковых материалов (германия и, особенно, кремния) позволило уже создать фотоэлементы вентильного типа, использующие до 12% энергии падающего света. Таким образом, можно надеяться, что на этом пути будут найдены технически рентабельные методы использования солнечной энергии. В настоящее время получение подобных фотоэлементов ограничивается трудностью и дороговизной изготовления полупроводниковых материалов необходимой чистоты и достаточно больших размеров.

### § 173. Фотоэлементы и их применения

Как внешний фотоэффект, так и фотоэффект в полупроводниках сделали возможным построение специальных фотоэлементов, находящихся очень широкое применение в научных измерениях и в технике.

Вакуумные фотоэлементы и фотоэлементы с запирающим слоем характеризуются пропорциональностью между силой тока и интенсивностью действующего света; это, как уже упоминалось, открыло им широкое применение для фотометрических измерений. В настоящее время существует очень много различных фотометров общего типа или специального назначения, основной частью которых являются фотоэлементы. Особенно распространены для этих целей фотоэлементы с запирающим слоем, которым можно с легкостью придавать любую форму и которые можно применять без вспомогательной батареи, что особенно важно для переносных фотометров (например фотометров для определения экспозиции при фотосъемке, рис. 374).

Спектральная чувствительность фотоэлементов сильно зависит от выбора материала чувствительной поверхности. Специально обработанные поверхности щелочных металлов имеют заметную чувствительность в видимой части спектра, т. е. приближаются в этом отношении к человеческому глазу. Еще лучше фотоэлементы с запирающим слоем, особенно селеновые, максимум чувствительности которых совпадает с максимумом чувствительности глаза ( $5500 \text{ \AA}$ ). Применяя подходящие светофильтры, можно в значительной степени приблизить спектральную чувствительность селенового фотоэлемента к спектральной чувствительности глаза (рис. 375). Существуют также фотоэлементы, чувствительные к ультрафиолетовой или инфракрасной области спектра (до 3—5 микрон) и могущие служить для регистрации невидимых частей спектра.

Чувствительность современных фотоэлементов довольно значительна. Для большинства целей представляет интерес чувствительность «по току», т. е. значение фототока, доставляемого фотоэлементом при заданном освещении. В этом отношении вентильные фотоэлементы также представляют преимущества. Хорошие купроксы дают до 100 *мкА* на люмен, селеновые — до 500 и даже 1000 *мкА* на люмен, а некоторые новые фотоэлементы — несколько тысяч *мкА* на люмен.

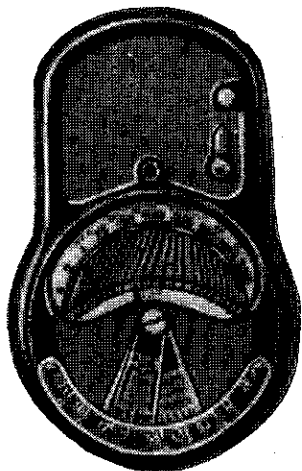


Рис. 374. Фотоэлектрический экспонометр.

Так, например, серносеребряные фотоэлементы, разработанные в Физическом институте Украинской Академии наук, обнаруживают чувствительность до 4000—5000 мка на люмен, причем чувствительность эта хорошо сохраняется в течение длительного времени. Лучшие же фотоэлементы с наружным эффектом при специально очувствленных поверхностях металлов дают (в случае вакуумных фотоэлементов) около 10—15 мка на люмен. Газонаполненные фотоэлементы дают до 100 мка на люмен, но при этом уже теряется

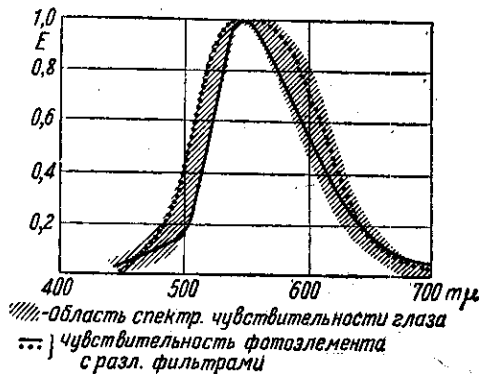


Рис. 375. Сближение спектральной чувствительности фотоэлемента и спектральной чувствительности глаза.

они более пригодны для случаев, где применяется последующее усиление фототоков по схеме усилительных радиоустройств.

Особой разновидностью фотоэлементов являются так называемые *фотоумножители*, осуществленные впервые Л. А. Кубецким (1930 г.). В этих приборах фотоэлектроны, освобожденные светом с катода, ускоряются приложенным электрическим полем и движутся так, что попадают со значительной скоростью на соседнюю металлическую поверхность, чувствительную к электронной бомбардировке. Выбитые электроны, число которых больше, чем число бомбардирующих, в свою очередь бомбардируют следующий электрод и т. д. Обычно применяют 10—15 каскадов, получая на выходе ток силой от 1 до 50 а на люмен светового потока, упавшего на катод\*).

Легкость записи и регистрации показаний фотоэлементов делает их очень распространенными приборами в весьма разнообразных самописцах, реле и сигнальных аппаратах. При помощи фотоэлементов охраняют помещения, сигнализируют о возникновении пожаров (по появлению дыма), выполняют автоматически разнообразную

\* В последнее время чувствительность фотоумножителей доведена до нескольких тысяч ампер на люмен.

пропорциональность между силой тока и интенсивностью света, и вообще фотоэлементы этого типа характеризуются меньшей устойчивостью.

С другой стороны, фотоэлементы с наружным эффектом дают большую чувствительность «по электродвижущей силе», т. е. позволяют получить большую разность потенциалов при заданном освещении, ибо их внутреннее сопротивление значительно больше, чем у вентильных фотоэлементов. В соответствии с этим

сложную регистрацию, сигнализацию, управление и т. д. Безынерционность действия обеспечивает фотоэлементам применение в говорящем кино и телевидении.

Непрерывный прогресс фотоэлементов и расширение их применения в самых разнообразных областях науки и техники делают чрезвычайно затруднительным сколько-нибудь подробное перечисление этих применений. Кроме того, и цифры, характеризующие качество этих аппаратов, быстро меняются, так что на приведенные данные следует смотреть лишь как на ориентировочные.

## ГЛАВА XXXII ЯВЛЕНИЕ КОМПТОНА

### § 174. Сущность явления Комптона и его законы

Исследование рассеяния рентгеновских лучей веществом привело в 1923 г. А. Комптона к открытию важного явления, значительно углубляющего наши представления о фотонах.

Явление Комптона состоит в изменении длины волны рентгеновских лучей, происходящем при рассеянии их легкими атомами. Впоследствии это явление было обнаружено и при рассеянии тяжелыми атомами, причем в этом последнем случае явление оказывается более сложным.

Рассеяние рентгеновских лучей с волновой точки зрения связано с вынужденными колебаниями электронов вещества, так что частота рассеянного света должна равняться частоте падающего. Тщательные измерения Комптона показали, однако, что наряду с излучением неизменной длины волны в рассеянном рентгеновском свете появляется рентгеновское излучение несколько большей длины волны.

Схема опыта Комптона показана на рис. 376. Узкий пучок рентгеновских лучей, выделяемый диафрагмами  $D_1$ ,  $D_2$ , рассеивается веществом с легкими атомами (уголь, парафин и т. д.). Рассеянный свет изучается при помощи спектрографа рентгеновских лучей (фотографически или при помощи ионизационной камеры). Первичный пучок выбирается так, чтобы в нем содержался монохромати-

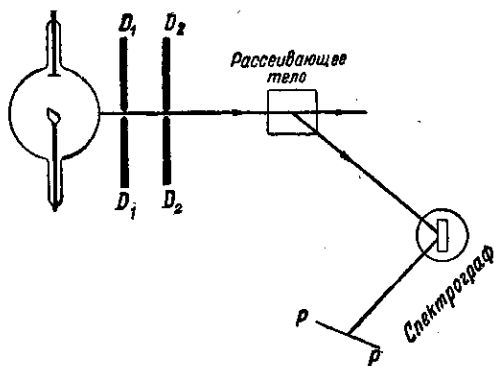


Рис. 376. Схема наблюдения явления Комптона.

ческий рентгеновский свет с длиной волны  $\lambda$ . Тогда в рассеянном свете наряду с  $\lambda$  обнаруживается и большая длина волны  $\lambda' > \lambda$ . Рис. 377 дает представление о спектре рассеянных лучей.

Наблюдаемое изменение длины волны  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$  не зависит от длины волны рассеиваемых рентгеновских лучей и от материала рассеивающего тела, но зависит от направления рассеяния. Если мы обозначим через  $\theta$  угол между направлением первичного пучка и направлением рассеянного света, то зависимость от угла может быть представлена формулой

$$\Delta\lambda = 2k \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (174.1)$$

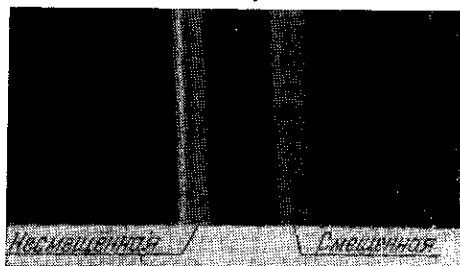


Рис. 377. Спектр рассеянных рентгеновских лучей.

где  $k = 0,0241 \text{ \AA}$  — постоянная, найденная из опыта и показывающая величину изменения длины волны при рассеянии под прямым углом.

Необходимо отметить, что указанные законы явления справедливы для не очень жестких лучей и для веществ с малым атомным весом (например водород, углерод, бор, алюминий), имеющих в своем составе электроны, относительно слабо связанные с ядром атома.

### § 175. Теория явления Комптона

Все перечисленные выше особенности явления Комптона можно истолковать, рассматривая его как процесс столкновения рентгеновских фотонов с атомами вещества.

То обстоятельство, что все легкие атомы ведут себя одинаково, позволяет предполагать, что процесс рассеяния сводится к столкновению *фотонов с электронами*. Действительно, в легких атомах связь электронов с ядром атома слаба, и под действием рентгеновских лучей электроны легко отделяются от атома. Поэтому можно в первом приближении рассматривать рассеяние *свободными электронами*.

Допустим, что столкновение фотона со свободным электроном происходит по закону упругого удара, при котором должно иметь место сохранение энергии и импульса сталкивающихся частиц. В результате столкновения электрон, который предполагаем покоящимся, приобретает известную скорость, а следовательно, соответствующую энергию и импульс; фотон же изменяет направление движения (рассеивается) и уменьшает свою энергию (уменьшается его частота, т. е. увеличивается длина волны).



Рис. 378 изображает соотношение импульсов падающего фотона ( $\frac{h\nu}{c}$ ), рассеянного фотона ( $\frac{h\nu'}{c}$ ) и электрона после столкновения ( $m\nu$ ). Удар должен удовлетворять условию сохранения импульса и условию сохранения энергии.

При составлении уравнения сохранения энергии надо принять во внимание зависимость массы электрона от скорости; ибо скорость электрона после рассеяния может быть значительна. В соответствии с этим кинетическая энергия электрона выразится как разность энергии электрона после и до рассеяния, т. е.

$$\mathcal{E}_{\text{кин}} = mc^2 - m_0c^2,$$

где  $m_0$  — масса покоящегося электрона (ибо скорость электрона

в рассеивающем теле мала),  $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$  — масса электрона, получившего в результате акта рассеяния значительную скорость  $v$ , а  $\beta = \frac{v}{c}$  \*).

Итак, условие сохранения энергии имеет вид

$$h\nu + m_0c^2 = h\nu' + mc^2, \quad (175.1)$$

а условие сохранения импульса на основании рис. 378 запишется в виде

$$(m\nu)^2 = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - \frac{2h^2\nu\nu'}{c^2} \cos \theta. \quad (175.2)$$

Перепишем (175.1) в виде

$$m^2c^4 = h^2\nu^2 + h^2\nu'^2 - 2h^2\nu\nu' + m_0^2c^4 + 2hm_0c^2(\nu - \nu')$$

и вычтем из него (175.2), предварительно приведя все члены этого равенства к общему знаменателю, получим:

$$m^2c^2(c^2 - v^2) = m_0^2c^4 - 2h^2\nu\nu'(1 - \cos \theta) + 2hm_0c^2(\nu - \nu').$$

\*)  $\mathcal{E}_{\text{кин}} = mc^2 - m_0c^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - m_0c^2 = m_0c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) = m_0c^2 \times \left( \frac{1}{2}\beta^2 + \frac{3}{4}\beta^4 + \dots \right)$ . Если  $\beta$  достаточно мало по сравнению с единицей, так что можно пренебречь членами  $\beta^4$  и выше, то формула принимает вид

$$\mathcal{E}_{\text{кин}} = \frac{m_0c^2\beta^2}{2} = \frac{m_0v^2}{2},$$

т. е. переходит в обычное выражение классической механики.

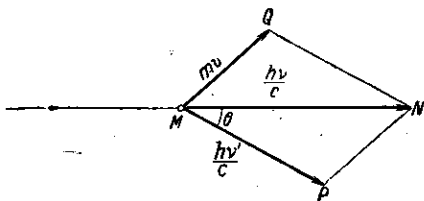


Рис. 378. К теории эффекта Комптона.

Так как  $m_0^2 c^4 = m^2 c^2 (c^2 - v^2)$ , то имеем:

$$h\nu'(1 - \cos \theta) = m_0 c^2 (\nu - \nu').$$

Вводя вместо частоты  $\nu$  длину волны  $\lambda$ , т. е. используя соотношение  $\nu = \frac{c}{\lambda}$  и  $\nu' = \frac{c}{\lambda'}$ , а также обозначая  $(\nu - \nu') = \Delta\nu$  и  $(\lambda' - \lambda) = \Delta\lambda$ , найдем:

$$\frac{hc^2}{\lambda\lambda'} (1 - \cos \theta) = m_0 c^2 \frac{c \Delta\lambda}{\lambda\lambda'},$$

или окончательно:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta) = \frac{2h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\theta}{2}. \quad (175.3)$$

Формула (175.3) совпадает с экспериментальной формулой (174.1), определяющей закон явления. В самом деле, подставляя численные значения  $h$ ,  $m_0$  и  $c$ , найдем  $\frac{h}{m_0 c} = 0,02426 \text{ \AA}$  в соответствии с наблюдениями. Приводимая ниже таблица показывает, насколько хорошо экспериментальные данные согласуются с теорией.

$\theta$	$\Delta\lambda$ (вычисл.)	$\Delta\lambda$ (измерен.)	$\lambda_0$ (в \AA)	Вещество
72°	0,0138	0,0170	0,708	графит
90	0,0243	0,0241	0,708	
110	0,0345	0,0350		парафин
160	0,0469	0,0470		
170	0,0480	0,0482	0,708	

В первоначальной теории предполагалось, что электроны в веществе свободны. В действительности надо принять во внимание, что электрон связан с атомом, и в балансе энергии учитывать работу, затраченную на отрыв электрона от атома, с одной стороны, и энергию, идущую на сообщение движения самому атому, с другой стороны. Учет этих обстоятельств объясняет ряд деталей в явлении Комптона, в первую очередь наличие несмещенной линии (если электрон не будет оторван от атома), а также соотношение интенсивностей смещенной и несмещенной линий. В этом более общем случае выступает уже и зависимость от длины первичной волны, равно как и влияние материала рассеивающего тела. Сравнение с опытом подтверждает эту более полную теорию.

Явление изменения длины волны при рассеянии света можно было бы объяснить с волновой точки зрения при помощи явления Доплера: электроны, рассеивающие рентгеновские лучи, под действием их выбрасываются из атомов по различным направлениям с разными скоростями. Таким образом рассеянный свет должен

**§ 176] эффект доплера с точки зрения гипотезы световых квантов 563**

иметь измененную длину волны в зависимости от скорости и направления движения рассеивающих электронов. Вычислив, как должны были бы двигаться рассеивающие электроны, можно получить классическую картину явления Комптона.

С другой стороны, движение электронов, получивших заметные скорости в результате рассеяния рентгеновских лучей, удается наблюдать непосредственно на опыте. Для этой цели были произведены исследования с помощью *камеры Вильсона*, которая позволяет по образованию туманных следов судить и о направлении рассеянных лучей, и о направлении движения электронов, выбитых при рассеянии рентгеновских лучей (электроны «отдачи»). И на пути электронов, и на пути рассеянного рентгеновского света появляются ионы, на которых конденсируется водяной пар, что делает видимыми эти пути.

Как уже указано, можно рассчитать взаимные направления электронов и рассеянных лучей, необходимые для классического объяснения явления Комптона при помощи эффекта Доплера. С другой стороны, можно вычислить это распределение направлений электронов и фотонов по теории упругих соударений. Эти две точки зрения приводят к разным результатам. Упомянутые опыты свидетельствуют в пользу квантовой теории явления, так что объяснение его с помощью эффекта Доплера следует признать неудовлетворительным. Таким образом, явление Комптона подобно основным законам фотоэффекта говорит в пользу представления о фотонах.

**§ 176. Эффект Доплера с точки зрения гипотезы световых квантов**

Совокупность сведений о фотоэффекте видимых и рентгеновских лучей, равно как и данные о явлении Комптона, убедительно свидетельствуют в пользу гипотезы фотонов. С другой стороны, однако, представления о фотонах не объясняют обширного круга оптических явлений, естественно вытекающих из волновых представлений (интерференция, поляризация и т. д.). В настоящее время не вообуждает сомнения, что и те, и другие представления верно отражают различные стороны оптических явлений и что задача теории состоит в нахождении правильного синтеза тех и других представлений. Попытки такого синтеза уже делаются, хотя нельзя считать, что в настоящее время в этом отношении достигнуты окончательные успехи (см. Заключение).

В тех случаях, где представления о световых квантах дают возможность объяснить явление, теория его оказывается необычайно простой и математический аппарат чрезвычайно элементарным. Правда, при этом теория оказывается неполной в том смысле, что многие стороны явления остаются неисследованными, как мы видели, например, в главе о комбинационном рассеянии света. Но те

вопросы, на которые гипотеза световых квантов в состоянии дать ответ, оказываются разрешенными правильно, т. е. в согласии с опытом. Таким образом, гипотеза фотонов не является сколько-нибудь законченной физической теорией, и в настоящее время мы имеем уже несравненно более совершенное развитие квантовых представлений в виде квантовой или волновой механики. Но как руководящая гипотеза теория фотонов имеет очень большое эвристическое значение, т. е. является теорией, позволяющей правильно предсказывать результат, не входя в детали явления. Для характеристики плодотворности теории фотонов представляется интересным рассмотреть некоторые явления, допускающие трактовку как с волновой точки зрения, так и с точки зрения фотонов.

К числу таких явлений можно отнести эффект Допплера, который был впервые высказан на основе волновой теории и который с этой точки зрения уже был рассмотрен в гл. XX. Эффект Допплера — типичное волновое явление, и истолкование его на основе теории фотонов представляется на первый взгляд затруднительным. Однако удастся показать возможность такого истолкования путем рассуждений, очень близких к рассуждениям, служащим для объяснения явления Комптона. Для простоты ограничимся столь малыми скоростями движения источника  $v$ , при которых можно пренебречь членами второго порядка относительно  $v/c$ . Тогда по принципу Допплера изменение частоты излучаемого источником света выразится формулой

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{v}{c} \cos \theta, \quad (176.1)$$

где  $\theta$  — угол между направлением движения и направлением, по которому ведется наблюдение света.

Пусть источник света массы  $M$  движется со скоростью  $v_1$ , т. е. обладает импульсом  $Mv_1$ . При испускании фотона будет излучаться

импульс  $\frac{h\nu}{c}$ . В соответствии

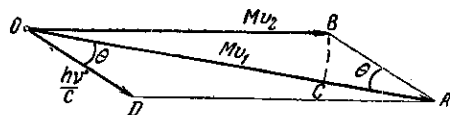


Рис. 379. К фотонной теории эффекта Допплера.

с этим должны измениться скорость источника и его импульс, причем последний становится равным  $Mv_2$ . Так как импульс фотона крайне мал по сравнению с импульсом источника, то изменение этого послед-

ного будет также крайне незначительным. Рис. 379 показывает расположение этих векторов. Изменение скорости источника и, следовательно, изменение его кинетической энергии  $\Delta\mathcal{E}$  должно сопровождаться передачей этой энергии фотону или заимствованием ее от фотона, в зависимости от взаимного расположения направления излучения и направления движения, составляющих между собой угол  $\theta$ . Таким образом, энергия фотона изменится на  $\Delta\mathcal{E}$  и вместо  $h\nu$ ,

соответствующей излучению покоящегося источника, станет равной  $h\nu' = h\nu + \Delta\mathcal{E}$ . Вычисление  $\Delta\mathcal{E}$  не представляет труда:

$$\Delta\mathcal{E} = \frac{Mv_1^2}{2} - \frac{Mv_2^2}{2} = \frac{M}{2}(v_1 - v_2)(v_1 + v_2) = M(v_1 - v_2)v,$$

где  $v = \frac{v_1 + v_2}{2}$  есть средняя скорость, практически неотличимая ни от  $v_1$ , ни от  $v_2$ .

Из рис. 379 следует:  $OA - OB = BA \cos \theta$ , т. е.

$$Mv_1 - Mv_2 = \frac{h\nu'}{c} \cos \theta.$$

Таким образом,

$$\Delta\mathcal{E} = v \frac{h\nu'}{c} \cos \theta, \quad (176.2)$$

и энергий фотона, излученного движущимся источником, равна

$$h\nu' = h\nu + \Delta\mathcal{E} = h\nu + \frac{v}{c} h\nu' \cos \theta,$$

т. е.

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 - \frac{v}{c} \cos \theta} = h\nu \left( 1 + \frac{v}{c} \cos \theta \right),$$

ибо мы пренебрегаем членами второго порядка относительно  $\frac{v}{c}$ .

Итак,

$$\nu' - \nu = \nu \frac{v}{c} \cos \theta$$

или

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{v}{c} \cos \theta, \quad (176.3)$$

т. е. обычная формула Допплера.

## ГЛАВА XXXIII ДАВЛЕНИЕ СВЕТА

### § 177. Экспериментальное изучение давления света

Среди различных действий света на вещество *давление света* играет весьма видную роль. Оно имело большое значение в развитии электромагнитной теории света, оно представляет значительный интерес с общей философской точки зрения на природу света и имеет важные космические применения.

Идея, согласно которой свет должен давить на освещаемые им тела, была высказана еще Кеплером, который видел в ней объяснение формы кометных хвостов. Идея о световом давлении подсказывалась ньютоновой теорией истечения: световые частицы, ударяясь

об отражающие или поглощающие их тела, должны были бы передавать им часть своего импульса, т. е. производить давление.

Теория и эксперимент в этом вопросе пережили длинную историю. В экспериментальном отношении имелись и совсем наивные попытки, и попытки серьезного характера, вроде тех, которые привели Крукса к открытию особого вида явлений (*радиометрических*), связанных с кинетикой разреженных газов. В. Франклин рассматривал неудачи всех известных к его времени попыток обнаружить давление света как один из аргументов против корпускулярной теории света. Впоследствии Т. Юнг также прибегал к этому аргументу, хотя ни Франклин, ни Юнг не имели возможности указать минимальную величину предполагаемого давления, поскольку относительно массы световых частиц нельзя было высказать никакого суждения и, следовательно, нельзя было судить, достаточна ли чувствительность крутильных весов, применявшихся для этих опытов.

Возражения Франклина, имевшие принципиальное значение, поскольку волновая теория света развивалась как теория упругая, потеряли свою силу в качестве аргумента против корпускулярных представлений, когда Максвелл вывел необходимость светового давления с точки зрения электромагнитной волновой теории и даже вычислил его величину.

Так как свет есть электромагнитная поперечная волна, то, падая на поверхность проводника (зеркального или поглощающего тела), он должен производить следующие действия: электрический вектор, лежащий в плоскости освещенной поверхности, вызывает ток в направлении этого вектора; магнитное поле световой волны действует на этот ток по закону Ампера так, что направление действующей силы совпадает с направлением распространения света. Таким образом, ponderomotorное взаимодействие между светом и отражающим (или поглощающим) свет телом приводит к образованию давления на тело. Сила давления зависит от интенсивности света. Для случая, когда световые лучи образуют параллельный пучок, давление  $p$  по вычислению Максвелла равняется плотности световой энергии  $u$ , т. е. энергии в единице объема. При этом предполагается, что тело, на которое падает свет, абсолютно черное, т. е. сполна поглощает всю падающую на него световую энергию. Если же коэффициент отражения тела не равен нулю, а имеет значение  $R$ , то давление  $p = u(1 + R)$ , так что для идеального зеркала ( $R = 1$ ) имеем  $p = 2u$ . Если количество энергии, падающей нормально на  $1 \text{ см}^2$  за 1 сек., обозначить через  $E$ , то плотность лучистой энергии будет равна  $E/c$ , где  $c$  — скорость света. Таким образом, световое давление можно выразить в виде соотношения

$$p = \frac{E}{c}(1 + R). \quad (177.1)$$

Для силы, с которой солнечные лучи в яркий день давят на  $1 \text{ м}^2$  черной поверхности, Максвелл вычислил величину  $0,4 \text{ мГ}$ . Если свет падает на стенку по всем направлениям (излучение внутри полости), то при плотности излучения  $u$  давление на черную поверхность будет  $p = \frac{u}{3}$ .

Световое давление было обнаружено на опыте и впервые измерено П. Н. Лебедевым в Москве \*) при помощи опытов, представлявших для своего времени образец экспериментального искусства.

Прибор Лебедева состоял из легкого подвеса на тонкой нити, по краям которого были прикреплены тонкие и легкие крылышки, одно из которых было зачернено, а другое оставлено блестящим. Подвес  $R$  помещался в откачанном сосуде  $G$  (рис. 380), образуя весьма чувствительные крутильные весы. Свет от дуговой лампы  $B$  концентрировался при помощи системы линз и зеркал на одном из крылышек и вызывал закручивание подвеса  $R$ , которое наблюдалось при помощи трубы и зеркальца, прикрепленного к нити (не показанных на рисунке). Передвигая двойное зеркало  $S_1S_4$ , можно было направлять свет от дуги  $B$  на переднюю или на заднюю поверхность крылышка и таким образом менять направление закручивания. Пластина  $P_1$  позволяла направлять определенную часть пучка на термоэлемент  $T$ , который служил для измерения величины падающей энергии. Опыты были проведены с подвесами различной формы (рис. 381).

Главной трудностью в этих опытах является действие конвекционных потоков газа и наличие радиометрического действия. Эти помехи могут быть в сотни тысяч раз больше светового давления.

Конвекционные потоки закручивают подвес при несколько наклонном положении крылышка. Так как действие это не зависит от направления падающего светового потока, то Лебедев изучал и

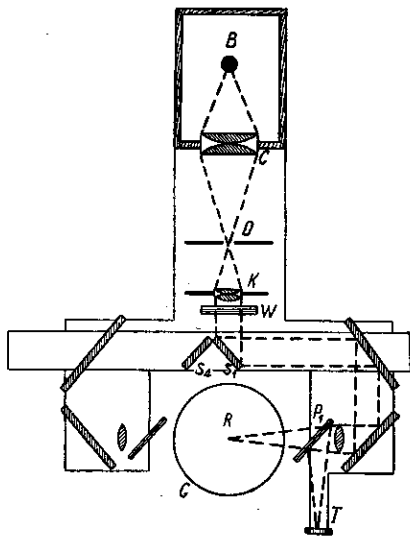


Рис. 380. Схема опытов П. Н. Лебедева по измерению давления света.

\*) Предварительное сообщение о своих работах П. Н. Лебедев сделал в 1899 г. на съезде в Швейцарии, подробный доклад — на конгрессе в Париже в 1900 г. (П. Н. Лебедев, Избранные сочинения, Гостехиздат, 1949, стр. 154—155).

исключал его с помощью изменения направления освещения (подвижное зеркало  $S_1S_4$ ).

Радиометрические действия возникают в разреженном газе вследствие разности температур освещенной и неосвещенной сторон крылышка. Молекулы газа, остающиеся в баллоне, отражаются от более теплой стороны с большей скоростью, и вследствие отдачи крылышки стремятся повернуться в том же направлении, что и под действием светового давления. Радиометрическое действие уменьшается, если применять очень тонкие металлические крылышки для

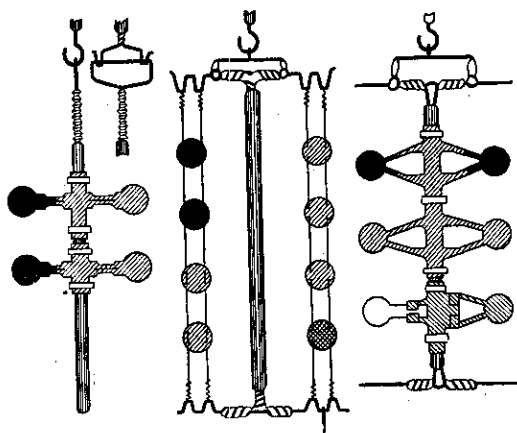


Рис. 381. Различные системы крепления крылышек в приборе П. Н. Лебедева.

уменьшения разности температур и если увеличить разрежение газа в баллоне. Когда свет направлен на блестящее крылышко, то световое давление должно быть приблизительно в два раза больше, чем когда под действием света находится зачерненное крылышко. Наоборот, радиометрическое действие больше при освещении черного крылышка, ибо при этом больше нагревание последнего. В опыте Лебедева действительно наблюдалось, что действие на зеркальное крылышко примерно в два раза сильнее действия на черное, что доказывает, что радиометрическое действие было практически исключено.

Измерения Лебедева дали величину, согласующуюся с теорией Максвелла (с точностью до 20%). Много лет спустя (1923 г.) Герлах повторил опыты Лебедева, пользуясь современными, более совершенными методами получения вакуума. Благодаря этому не только значительно облегчилось выполнение опытов, но и удалось получить лучшее (до 2%) совпадение с теоретическими величинами.



Лебедев экспериментально решил также и другую несравненно более трудную задачу, обнаружив и измерив давление света на газы (1909 г.) \*).

### § 178. Давление света с точки зрения теории фотонов

Световое давление с точки зрения теории фотонов следует интерпретировать как результат передачи импульса фотонов поглощающей или отражающей стенке. Световой поток монохроматического света частоты  $\nu$ , падающий нормально на стенку и приносящий за 1 сек. на  $1 \text{ см}^2$  энергию, равную  $E$ , содержит  $N$  фотонов, где  $N$  определяется из условия

$$Nh\nu = E,$$

т. е.  $N = \frac{E}{h\nu}$ . Так как каждый фотон обладает импульсом  $\frac{h\nu}{c}$ , то он сообщает поглощающей стенке импульс  $\frac{h\nu}{c}$ , а отражающей стенке импульс  $2\frac{h\nu}{c}$  (ибо при отражении импульс фотона изменяется от  $+\frac{h\nu}{c}$  до  $-\frac{h\nu}{c}$ , т. е. на  $2\frac{h\nu}{c}$ ).

Итак, импульс, сообщаемый за 1 сек.  $1 \text{ см}^2$  абсолютно поглощающей стенки, равен

$$N \frac{h\nu}{c} = \frac{E}{c}.$$

Но импульс, сообщаемый за 1 сек.  $1 \text{ см}^2$  поверхности, и есть давление на эту поверхность. Итак, давление на поглощающую стенку равно  $p = \frac{E}{c}$ , а на вполне отражающую  $p = 2\frac{E}{c}$ . В общем случае, когда коэффициент отражения равен  $R$ , из полного числа  $N$  фотонов, падающих за 1 сек., поглощается  $(1-R)N$  и отражается  $RN$  фотонов. Сообщаемый ими единице поверхности импульс равен

$$(1-R)N \frac{h\nu}{c} + RN \cdot 2\frac{h\nu}{c} = N \frac{h\nu}{c} (1+R) = \frac{E}{c} (1+R)$$

в согласии с формулой Максвелла.

Как бы ни было истолковано явление светового давления, с корпускулярной или волновой точки зрения, самый факт его экспериментально установленного существования имеет большое значение. Этот факт доказывает наличие у света не только энергии, но и *импульса*, с несомненностью свидетельствуя о материальности света, о том, что свет наряду с веществом является одной из форм материи.

\*) Хороший обзор работ П. Н. Лебедева по световому давлению составлен В. А. Фабрикантом (УФН, т. XLII, вып. 2, 1950 г.).

### § 179. Примененне светового давления к объяснению некоторых космических явлений

Как уже упоминалось, световое давление позволило объяснить ряд явлений, происходящих во вселенной.

Образование кометных хвостов, развивающихся по мере приближения кометы к Солнцу и располагающихся в направлении от Солнца, заставило еще Кеплера высказать предположение, что кометные хвосты представляют собой поток частиц, отбрасываемых действием давления света прочь от Солнца, когда комета подходит к нему достаточно близко. Расчеты и, особенно, экспериментальные исследования Лебедева подкрепили это предположение. По этим данным можно оценить, что частицы *достаточно малых размеров* будут испытывать более сильное отталкивание благодаря излучению Солнца, чем притяжение массой Солнца, ибо с уменьшением радиуса частицы притяжение уменьшается пропорционально кубу радиус<sup>3</sup> (массе), а отталкивание падает как *квадрат* радиуса (поверхности). Для частиц подходящего размера превосходство отталкивания над притяжением (или наоборот) будет иметь место на любом расстоянии от Солнца, ибо как плотность излучения, так и гравитационное действие одинаково изменяются с расстоянием  $\left(\frac{1}{r^2}\right)$ . То обстоятельство, что кометные хвосты начинают развиваться только *вблизи* Солнца, можно было бы объяснить тем, что лишь вблизи Солнца образуются благодаря испарению частицы достаточно малых размеров. Впрочем, в последнее время выяснилось, что образование кометных хвостов представляет весьма сложный процесс, и световое давление, по-видимому, не объясняет всего разнообразия явлений.

Сравнительно недавно было показано, что световое давление играет важную роль в вопросе о предельном размере звезд. Из астрономических наблюдений известно, что звезды, массы которых превосходят известный максимум, практически не встречаются. Эддингтон обратил внимание на то, что увеличению размеров звезды должно препятствовать следующее обстоятельство. С увеличением массы звезды и ростом тяготения ее наружных слоев к центру повышается работа сжатия внутренних слоев звезды и растет соответственно температура этих слоев, достигая миллионов градусов. Однако повышение температуры означает повышение плотности лучистой энергии внутри звезды, а следовательно, и величины светового давления. Согласно вычислениям равновесие между силой притяжения, с одной стороны, и силами отталкивания, обусловленными световым давлением, — с другой, приводит к некоторому предельному значению для массы звезды: звезды большей массы неустойчивы и должны были бы разлетаться при вращении. Действительно, верхний предел массы звезд, вычисленный на основе этих соображений, согласуется, по-видимому, с результатами астрофизических наблюдений.

## ГЛАВА XXXIV ХИМИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ СВЕТА

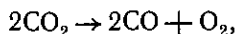
### § 180. Введение

Явления химических превращений под действием света были замечены очень давно и уже с конца XVIII века сделались объектом систематического научного исследования.

Фотохимические превращения весьма разнообразны. Может иметь место *полимеризация* вещества, т. е. образование молекул, представляющих комплекс молекул или атомов исходного продукта; таково, по-видимому, явление образования красного фосфора из желтого. Красная модификация фосфора сильно отличается от желтой по ряду химических и физических свойств и может быть получена из нее путем длительного освещения, лучше коротковолновым светом; полимеризация фосфора может быть достигнута и без действия света, например путем значительного нагревания или в результате некоторых химических реакций.

Под действием света наблюдается разложение сложных молекул на составные части, например разложение аммиака  $\text{NH}_3$  на азот и водород или бромистого серебра  $\text{AgBr}$  на серебро и бром. Имеет место также и образование сложных молекул, например известная реакция образования хлористого водорода при освещении смеси хлора и водорода, протекающая настолько бурно, что сопровождается взрывом.

Многие из фотохимических реакций играют весьма важную роль в природе и технике. Наибольшую важность представляет, несомненно, фотохимическое разложение углекислоты, происходящее под действием света в зеленых частях растений. Эта реакция имеет огромное значение, ибо она обеспечивает круговорот углерода, без которого было бы невозможно длительное существование органической жизни на Земле. В результате жизнедеятельности животных и растений (дыхание) идет непрерывный процесс окисления углерода (образование  $\text{CO}_2$ ). Обратные процессы восстановления углерода и превращения его в формы, усваиваемые организмом, являются *фотохимическими* процессами. Под влиянием света в зеленых частях растений протекает реакция разложения углекислоты по схеме



и далее в присутствии воды идут процессы освобождения водорода ( $2\text{H}_2\text{O} \rightarrow 2\text{H}_2 + \text{O}_2$ ) и образования муравьиного альдегида ( $\text{CO} + \text{H}_2 \rightarrow \text{CH}_2\text{O}$ ) и, наконец, полимеризация этого последнего, приводящая к образованию молекул вида  $n$  ( $\text{CH}_2\text{O}$ )  $\rightarrow \text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_n$  (углеводы). К углеводам принадлежит ряд сахаристых веществ, которые при дальнейших превращениях могут давать крахмал и другие важнейшие соединения, составляющие тело растения.

Упомянутая уже выше фотохимическая реакция разложения бромистого серебра (и других галоидных солей его) лежит в основе фотографии и всех ее необозримых научных и технических применений. Явления выцветания красок, сходящиеся главным образом к фотохимическому окислению этих красок, имеют очень большое значение для понимания процессов, происходящих в глазу человека и животных и лежащих в основе арительного восприятия. Многие фотохимические реакции в наше время используются в химических производствах и приобретают, таким образом, непосредственное промышленное значение.

### § 181. Основные законы фотохимии

Уже сравнительно давно фотохимическое действие света было сопоставлено с поглощением света и было установлено, что фотохимически может действовать только поглощенный свет. Что же касается количественной стороны, то здесь работа ряда ученых привела к утверждению, что количество фотохимически прореагировавшего вещества  $Q$  пропорционально поглощенному световому потоку  $\Phi$  и времени освещения  $t$ , т. е. количеству поглощенной световой энергии. Первое высказывание этого рода, хотя и в довольно смутной форме, было сделано еще Сенабье в 1782 г. Впоследствии оно уточнялось и обосновывалось, пока, наконец, после тщательных исследований Бунзена и Роско (1855 г.) над реакцией образования хлористого водорода из хлора и водорода этот основной закон фотохимии не был окончательно установлен.

Согласно основному закону количество фотохимически прореагировавшего вещества

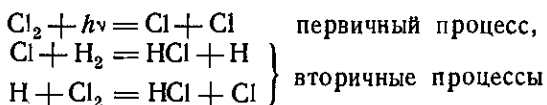
$$Q = k\Phi t, \quad (181.1)$$

где величина множителя пропорциональности  $k$  зависит от природы происходящей фотохимической реакции. Таким образом, величина коэффициента  $k$  определяет, как велико количество прореагировавшего вещества, приходящееся на единицу (например на одну калорию) поглощенной энергии.

Количественное исследование фотохимических процессов чрезвычайно осложняется тем обстоятельством, что первичный процесс, вызванный светом, может сопровождаться многочисленными побочными (вторичными) реакциями чисто химического характера. Конечно, только первичный процесс идет за счет энергии поглощенного света; во всех же вторичных процессах мы имеем дело с превращениями, обусловленными химическими преобразованиями, т. е. изменением взаимной конфигурации атомов и, следовательно, изменением внутренней энергии системы.

Наличие вторичных процессов позволяет понять чрезвычайно большое разнообразие в скорости различных фотохимических процессов, т. е. различие в значении коэффициента  $k$ , меняющегося при

переходе от одной реакции к другой в тысячи и даже сотни тысяч раз. Те общие закономерности, которые отличают действие света, нужно, конечно, искать в первичных процессах, которые, собственно говоря, и должны были бы называться фотохимическими. Эйнштейн (1905 г.), высказав гипотезу световых квантов, указал крайне простой закон, справедливый для (первичных) фотохимических процессов: каждому поглощенному кванту  $h\nu$  соответствует превращение одной поглотившей свет молекулы (*закон эквивалентности*). Опытная проверка этого закона возможна лишь для таких реакций, в которых мы в состоянии разделить первичные и вторичные процессы, или где вторичные процессы вообще не имеют места. Естественно полагать, что роль вторичных явлений особенно велика в наиболее бурно протекающих процессах. Действительно, в идущем со взрывом процессе образования хлористого водорода первичным является лишь расщепление хлора. Бурное же протекание процесса есть результат *цепи* вторичных процессов, согласно уравнениям



и т. д.

Цепь в таких цепных реакциях может быть очень длинной (свыше миллиона звеньев), пока какая-либо случайная примесь или стенка сосуда не перехватит освободившийся атом хлора и тем не оборвет цепи. Можно искусственно задержать развитие цепи, если ввести в смесь какое-либо вещество, жадно перехватывающее атомы хлора. Применение такого *акцептора* (захватчика) обрывает цепи и приводит к возможности проведения реакции медленным темпом, без взрыва. При подобном исключении вторичных процессов или, еще лучше, при изучении реакций, не осложненных вторичными процессами, удалось проверить закон Эйнштейна и установить его справедливость.

Первые надежные измерения этого рода, требующие измерения количества поглощенного *монохроматического* света (частоты  $\nu$ ) и количества прореагировавшего вещества, были выполнены в 1916 г. Варбургом. Была изучена реакция разложения бромистого серебра  $\text{AgBr}$  под действием света. Измерения показали, что каждый квант поглощенного света разлагает одну молекулу бромистого водорода, т. е. реакция идет согласно уравнению  $2\text{HBr} + 2h\nu = \text{H}_2 + \text{Br}_2$ . С точки зрения теории фотонов понятно, что поглощение света может быть серьезным стимулом химического превращения. Действительно, поглощение фотона молекулой сообщает ей очень большое количество энергии, эквивалентное средней кинетической энергии теплового движения при температурах в десятки тысяч градусов, согласно соотношению  $h\nu = \frac{3}{2} kT$ , где  $k = 1,38 \cdot 10^{-16}$  *эрг/град*, а  $T$  — абсолютная температура.

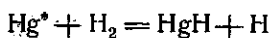
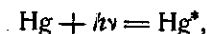
Понятно также, что более короткие волны должны быть химически более активными. Так как поглощение одного фотона должно по закону Эйнштейна вести к превращению одной молекулы, то активными могут быть лишь те волны, для которых  $h\nu$  больше энергии активации  $D$ , необходимой для первичного процесса (например диссоциации поглотившей свет молекулы). Так как вероятность поглощения одной молекулы одновременно двух или более квантов крайне мала, то условие, определяющее предельную частоту активного света, соответствует выражению

$$h\nu \geq D. \quad (181.2)$$

### § 182. Сенсibilизированные фотохимические реакции

Если  $h\nu \geq D$ , то согласно предыдущему первичная фотохимическая реакция возможна. Но для этого необходимо, чтобы молекула поглощала свет указанной частоты  $\nu$ . Если же  $\nu$  лежит вне полосы поглощения, то не будет ни поглощения, ни фотохимической реакции. Возможно, однако, осуществить процесс фотохимического разложения и в этом случае, добавив к исследуемому веществу другое, полоса поглощения которого включает  $\nu$ . Фотон  $h\nu$  поглощается молекулой этого второго вещества (сенсibilизатора), и полученный таким образом запас энергии может передаваться при столкновении молекуле исследуемого вещества. Такого рода фотохимические реакции называются *сенсibilизированными*. Для их осуществления необходимо, чтобы встреча молекулы разлагающегося вещества с возбужденной молекулой сенсibilизатора произошла раньше, чем эта последняя потеряет свою добавочную энергию в форме излучения (флуоресценция) или каким-либо иным образом. Поэтому необходимым условием действия сенсibilизатора является возможность достаточно частых соударений между молекулами сенсibilизатора и изучаемого вещества, т. е. достаточное давление.

Примером такого процесса может служить образование перекиси водорода  $H_2O_2$  из водорода и кислорода под действием света длины волны  $\lambda = 2537 \text{ \AA}$ . Такой свет не поглощается ни водородом, ни кислородом и не может вызывать никаких превращений в смеси этих газов. Если же в сосуд ввести пары ртути, которая чрезвычайно хорошо поглощает свет этой длины волны, то возникает реакция, по-видимому, по следующей схеме:



( $Hg^*$  означает возбужденный атом ртути) или



и атомы водорода вступают в реакцию с кислородом, образуя  $H_2O_2$ .

Сенсибилизированные реакции довольно распространены. Так, процесс ассимиляции углерода, по-видимому, является сенсибилизированной реакцией, в которой роль сенсибилизатора выполняет хлорофилл, входящий в состав всех зеленых частей растения. Сенсибилизация широко применяется в фотографической технике.

### § 183. Основы фотографии

Важное практическое применение фотохимического процесса представляет собой современная фотография. Здесь также имеет место первичный фотохимический процесс и последующие вторичные химические реакции. При этом для фотографической пластинки первичный и вторичные процессы разделены настолько отчетливо, что представляют собой две отдельные операции.

Процесс фотографирования состоит в освещении чувствительного слоя фотографической пластинки и последующей химической обработке ее (*проявлении*). Результатом фотохимического процесса, происходящего в пластинке под действием света, является разложение бромистого серебра, причем металлическое серебро выделяется в виде мельчайших частичек. Однако для получения заметного почернения фотопластинки требовалось бы исключительно сильное и длительное освещение. Действительно, если завернуть пластинку до половины в черную бумагу и оставить на длительное время на свету, то, сняв бумагу, можно заметить, что освещенная часть лишь немного темнее неосвещенной. При практически же осуществляемых кратковременных экспозициях на экспонированной таким образом наполовину пластинке нельзя заметить никаких следов экспозиции. Первичное фотографическое действие служит лишь началом процесса, подготавливая те места фотопластинки, на которые подействовал свет, к более или менее интенсивному выделению металлического серебра (образуя так называемое *скрытое*, или *латентное*, изображение). Действуя далее на пластинку соответствующими химическими реактивами, можно вызвать восстановление металлического серебра (разложение  $\text{AgBr}$ ) в тем большей степени, чем сильнее было освещено соответствующее место пластинки (проявление). Когда проявление закончено, то удаляют остаток неразложенного бромистого серебра (путем растворения его в растворе гипосульфита,  $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$ ) и таким образом предохраняют фотопластинку от дальнейших изменений на свету (*фиксирование*). С полученного негатива можно приготовить позитивный отпечаток на другой пластинке или бумаге.

Используя таким образом вторичные химические процессы, удастся получить негатив после времени экспозиции, составляющего малую часть секунды.

Первичный фотохимический процесс, приводящий к получению скрытого изображения, долгое время оставался совершенно неясным. Было известно, что это «изображение» может сохраняться неизменным

в течение ряда лет и после проявления передавать все мельчайшие детали картины. Таким образом, скрытое изображение является чрезвычайно стойким, хотя и не поддается непосредственному наблюдению. В настоящее время можно, по-видимому, составить следующую картину этого процесса. Серебряные соли, составляющие светочувствительный слой, содержат ионы серебра. Под действием света происходит фотоэлектрический эффект, в результате которого освобожденные электроны нейтрализуют положительные ионы серебра, превращая их в атомы. Металлическое серебро в виде отдельных атомов или мелко раздробленных коллоидов и составляет скрытое изображение. Так как концентрация выделившегося серебра не превышает, на основании сделанных измерений и подсчетов,  $10^{-7}$  г/см<sup>3</sup>, а светочувствительный слой имеет толщину около 2—3 м, то понятно, что непосредственное наблюдение скрытого изображения в этих условиях невозможно. При освещении толстых слоев удалось установить образование металлического серебра в количествах, достаточных для его обнаружения по явлениям поглощения света.

Подобные процессы хорошо были изучены уже раньше на кристаллах каменной соли и других галоидных солей щелочных металлов, которые в толстых слоях дают явное окрашивание под действием света вследствие выделения металлов в виде атомов или коллоидных частиц. Указания на аналогю между этими процессами и образованием скрытого изображения делались уже давно. В 1926 г. это предположение было высказано в определенной форме; оно было окончательно установлено работами М. В. Савостьяновой и работами Поля и его учеников.

Интересно отметить, что, по-видимому, непосредственное разложение на свету испытывают не кристаллы бромистого серебра, а менее стойкие его соли, вероятно, сернистые соединения серебра, образующиеся на поверхности кристаллов во время процесса «созревания» светочувствительной эмульсии. Сера присутствует в качестве примесей в желатине эмульсии. Желатин, тщательно очищенный от серы, не пригоден для изготовления чувствительных пластинок.

Возникающие под действием света зародыши на поверхности кристалликов бромистого серебра делают возможным воздействие проявителя на эти кристаллики, в результате чего бромистое серебро восстанавливается в металлическое серебро химическим путем (проявление).

Наблюдая процесс проявления под микроскопом, можно видеть, что начавшееся проявление ведет к восстановлению серебра во всем кристалле, иногда даже серебро выбрасывается из кристаллика наподобие протуберанца (рис. 382). Таким образом выделяется значительное количество металлического серебра, могущее в десятки миллионов раз превосходить количества серебра скрытого изображения. Чем больше интенсивность падающего света, тем больше кристалликов получают зародыши и тем сильнее будет действие проявителя. С дру-



гой стороны, чем крупнее кристаллик, тем больший проявительный эффект дает образование зародыша. Отсюда понятно, что при прочих равных условиях увеличение размеров кристалликов должно увеличивать чувствительность пластинки, но зато уменьшать способность последней к передаче деталей (*разрешающую способность* пластинки).

Благодаря огромному прогрессу в изготовлении фотографических пластинок и пленок применение фотографии в науке и технике достигло крайне широкого распространения. Не говоря уже о возможности фотографической фиксации ультрафиолетовых и инфракрасных лучей, недоступных прямому наблюдению глазом, фотография оказывает незаменимые услуги при запечатлении очень кратковременных процессов (электрическая искра, например, при экспозиции  $10^{-5}$ — $10^{-6}$  сек.) или процессов крайне слабой интенсивности, для чего приходится прибегать к длительной экспозиции (экспозиции при наблюдении комбинационного рассеяния света достигают иногда десятков и сотен часов). Исключительно многообразны применения фотографии в астрономии и астрофизике. В репродукционной технике фотография занимает важнейшее место (цинкография и т. д.). Наконец, вся кинематографическая техника основана на достижениях фотогафии.

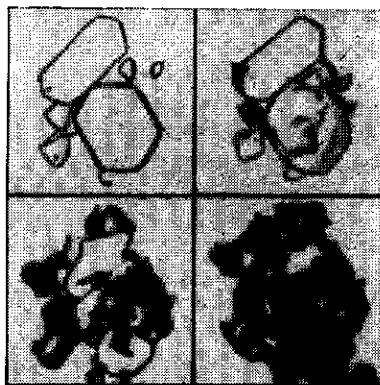


Рис. 382. Последовательные стадии проявления кристалликов бромистого серебра (микрофотограмма).

### § 184. Сенсibiliзация фотографических пластинок

Нормальная фотографическая эмульсия чувствительна к сравнительно коротким световым волнам, ибо заметное поглощение бромистым серебром начинается приблизительно около  $5000 \text{ \AA}$ . Поглощение возрастает к коротким волнам, так что максимум чувствительности в видимой части приходится на фиолетовый конец спектра. Таким образом, распределение светлых и темных мест в ландшафте, снятом на пластинке, подобно тому, какое можно наблюдать через фиолетовое стекло. Со стороны коротких ультрафиолетовых волн чувствительность пластинок ограничена тем, что желатин начинает заметно поглощать свет около  $\lambda = 2300 \text{ \AA}$ , так что короткие волны практически не проникают в эмульсию и приходится прибегать к специальным пластинкам, без желатина.

Применение сенсibiliзаторов, действующих по принципу, описанному в § 182, значительно улучшает дело. Слой желатина

прокрашивается соответствующим красителем, поглощающим те или иные волны. Очувствление к желто-зеленому цвету достигается обычно прибавлением эритрозина (ортохроматические пластинки), очувствление к желто-зеленому и красному — прибавлением пинахрома или пинацианола (панхроматические пластинки). Подбором подходящих красителей можно заметно увеличить чувствительность эмульсии к тому или другому спектральному участку.

В последнее время найдены сенсбилизаторы к инфракрасному свету. Фотографирование в инфракрасном свете представляет большие преимущества при съемке удаленных объектов сквозь атмосферу, затянутую тонкой дымкой, благодаря уменьшенному рассеянию длинных волн (см. § 152). Фотографирование в инфракрасной части удалось продвинуть приблизительно до 1,2  $\mu$ .

Замечательные результаты были достигнуты недавно советскими астрофизиками (акад. Г. А. Шайн с сотрудниками), которые применили пластинки, чувствительные к инфракрасным лучам, для фотографирования туманностей. При этом удалось установить совершенно новые очертания в ранее известных туманностях и открыть новые. И здесь причина успеха лежит, по-видимому, в том, что благодаря меньшему рассеянию длинных световых волн удается фотографировать более глубокие слои туманностей или источники, скрытые туманностями, расположенными на луче зрения.

Фотографирование на обычных пластинках короткого ультрафиолета, поглощаемого желатином, легко достигается при помощи сенсбилизации, основанной на ином принципе. Чувствительная поверхность пластинки покрывается веществом, флуоресцирующим под действием коротких ультрафиолетовых лучей (например тонким слоем машинного масла). Свет флуоресценции, имеющей большую длину волны, проникает сквозь желатин и хорошо фотографируется. Таким путем без труда удается использовать обычные пластинки для фотографирования в ультрафиолете при  $\lambda = 1800 \text{ \AA}$  и короче.

### § 185. Фотохимическая теория зрения

Оптическая система глаза (хрусталик, стекловидная и водянистая влага) дает изображение рассматриваемого предмета на дне глазного яблока, покрытого светочувствительной тканью — *сетчаткой*, играющей в глазу роль, до известной степени аналогичную роли светочувствительной эмульсии пластинки, заложенной в фотографический аппарат. Сетчатая оболочка представляет собой сложную ткань, являющуюся разветвлением нервных волокон зрительного нерва, исходящего из головного мозга.

Схематический разрез сетчатки приведен на рис. 383, а. Свет поступает в сетчатку со стороны, соответствующей верхней части рисунка. Наиболее важными с точки зрения действия света являются светочувствительные элементы, заложенные в самом последнем слое

сетчатки и носящие название *палочек* и *колбочек* (рис. 383, б). Число этих элементов весьма велико. В глазу человека число колбочек достигает 7 миллионов, а число палочек — 130 миллионов. Распределены они также весьма неравномерно. Периферия глаза занята почти исключительно палочками; число колбочек на единицу площади возрастает по мере приближения к центру глаза. Несколько

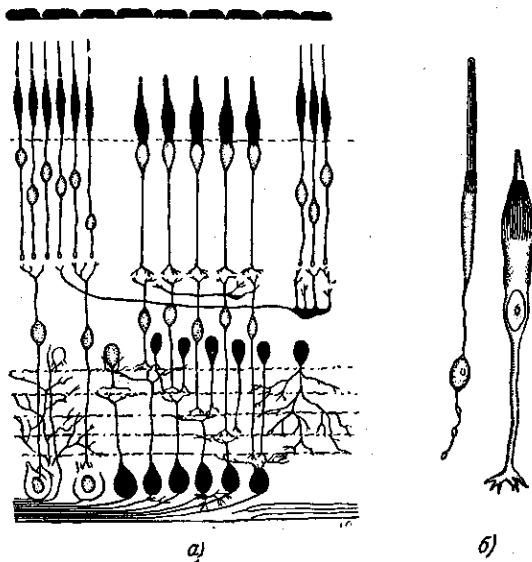


Рис. 383. Схематическое изображение сетчатки; а — строение сетчатки глаза; низ рисунка соответствует дну глаза; б — палочки и колбочки.

в стороне от оптической оси глаза, ближе к виску, расположена область, именуемая *желтым пятном* и имеющая в середине небольшое углубление («*центральная ямка*»), занятое исключительно колбочками, число которых достигает 13 000—15 000. Центральная ямка играет особо важную роль при различении деталей.

Опыт показывает, что мы ясно видим только те предметы, изображение которых проектируется на желтое пятно, и особенно хорошо различаем детали, проектирующиеся на центральную ямку. Когда же изображение падает на периферические части глаза, то, хотя ощущение света вполне отчетливо, различение деталей практически не имеет места. Поэтому при рассмотрении предмета мы всегда фиксируем его изображение на желтое пятно и даже на центральную ямку. Поле зрения этих участков глаза невелико. Так, на желтое пятно одновременно может проектироваться картина, занимающая по горизонтальному направлению около  $8^\circ$ , а по вертикальному —

около  $6^\circ$ . Поле зрения центрального углубления еще меньше и равно  $1-1\frac{1}{2}^\circ$  по горизонтальному и вертикальному направлениям. Таким образом, из всей фигуры человека, стоящего на расстоянии 1 м, мы можем фиксировать на желтое пятно, например, только его лицо, а на центральную ямку — поверхность, немного большую глаза этого человека. Все остальные части фигуры проектируются на периферическую часть глаза и рисуются в виде смутных деталей. Живой глаз, однако, обладает способностью быстро перемещаться (поворачиваться) в своей орбите, так что за очень короткий промежуток времени мы можем *последовательно* фиксировать большую поверхность. Благодаря этой особенности глаза мы не замечаем ограниченности поля ясного зрения и оцениваем поле зрения глаза по вертикальному и горизонтальному направлениям примерно в  $120-150^\circ$ , т. е. значительно большим, чем у очень хороших оптических инструментов.

Светочувствительные элементы — палочки и колбочки — играют существенно различную роль в зрительном ощущении. Исследования с несомненностью показывают, что палочки гораздо более чувствительны к свету, и в темноте (сумерках) зрительное ощущение получается за счет раздражения именно палочек. Колбочки же, будучи менее чувствительными, обладают способностью различать цвета. Поэтому цветное зрение проявляется только при достаточно ярком освещении, когда могут работать колбочки. Сумеречное зрение при помощи палочек не дает нам возможности различать отчетливо цвета, и в сумерках все предметы кажутся голубовато-серыми. Однако чувствительность палочек к различным цветам различна, причем в отличие от колбочек максимум чувствительности палочек сдвинут в область более коротких волн и лежит приблизительно около  $5100 \text{ \AA}$ , тогда как максимум дневной чувствительности лежит около  $5500 \text{ \AA}$ . Это явление увеличенной чувствительности сумеречного зрения к коротким волнам известно под именем *эффекта Пуркинье*. Он достигает заметной величины. Так, если какой-либо цветной комплекс подобран так, что красный цвет для дневного зрения кажется в 10 раз ярче голубого, то при сумеречном освещении голубой покажется нам в 15—16 раз ярче красного.

Вышеописанные факты, равно как и многие другие, с несомненностью свидетельствуют о существовании двух зрительных аппаратов в нашем глазу, обуславливающих дневное и сумеречное зрение. Конечно, в действительности оба аппарата действуют в большей или меньшей степени одновременно.

Физико-химический процесс, обуславливающий светочувствительную способность палочек, может считаться разъясненным. Кончики палочек окрашены розоватым пигментом (*зрительный пурпур*), который обладает способностью разлагаться (*выцветать*) под действием света. Это — типичный фотохимический процесс. Продукты разложе-

ния вызывают химическое раздражение зрительного нерва и начинают цепь процессов, заканчивающихся световым ощущением. Красный цвет зрительного пурпура объясняет повышенную чувствительность сумеречного аппарата к коротким волнам.

Под действием сильного освещения арительный пурпур палочки может нацело разложиться, и соответствующая палочка утратит свою светочувствительную способность. Однако пурпур этот вновь вырабатывается в глазу, так что по истечении некоторого времени чувствительность палочки восстанавливается. Этот процесс и является одним из регуляторов способности глаза приспособляться к перемене освещенности (*адаптация* к темноте или свету). Имеются и иные процессы: под действием света в сетчатке глаза начинается перемещение (*миграция*) темного пигмента, выстилающего дно глаза, к поверхности сетчатки, благодаря чему светочувствительные элементы в большей или меньшей мере защищаются от действия чрезмерно яркого света. Наоборот, при ослаблении света начинается обратная миграция темного пигмента. Некоторую роль играет изменение диаметра зрачка, могущее также менять количество света, попадающего внутрь глаза, в несколько раз. Время, необходимое для адаптации к темноте, достигает 25—30 мин. Благодаря совокупному действию всех этих процессов чувствительность глаза к свету может меняться очень сильно. В состоянии полной адаптации глаз представляет крайне чувствительный инструмент, способный реагировать на очень малые потоки энергии, достигающие  $2 \cdot 10^{-10} - 3 \cdot 10^{-10}$  эрг/сек. Таким образом, адаптированный глаз может воспринимать световой поток, состоящий из нескольких десятков квантов в секунду (при  $\lambda = 5500 \text{ \AA}$ ) (ср. § 170).

С другой стороны, в состоянии максимальной приспособленности к яркому освещению (адаптация к свету) глаз может без вреда для организма переносить сравнительно большие яркости. Благодаря этому вариации светового потока, лежащие еще в пределах способности восприятия, очень велики:  $2 \cdot 10^{-10}$  эрг/сек. до 200 эрг/сек., т. е. в миллиард раз. При больших яркостях источника необходимо защищать глаз искусственно. Так, наблюдение Солнца (солнечного затмения) можно вести только через дымчатые (закопченные) стекла или другие подходящие светофильтры. При пребывании на ледниках необходимо применение дымчатых или цветных очков и т. д.; в этом случае, правда, очки необходимы и для поглощения ультрафиолетового света, который достигает на больших высотах значительной интенсивности и вреден для глаза. Сильное изменение яркости, происходящее настолько быстро, что защитный аппарат глаза не успеет подействовать, может привести к тяжелым расстройствам зрения и даже к полной его потере.

В то время как действие палочек (сумеречное зрение) может считаться разъясненным и сведенным к фотохимической реакции

выцветания зрительного пурпура, действие колбочек и вообще восприятие цветов (дневное зрение) продолжает оставаться еще не вполне ясным.

Из существующих теорий цветного зрения лучше других объясняет сложную совокупность фактов из области восприятия цветов так называемая *трехкомпонентная теория*, принимающая, что восприятие любого цвета складывается из восприятия трех основных цветов — красного, зеленого и фиолетового — в разных пропорциях. Основная идея трехцветной теории была выдвинута еще М. В. Ломоносовым («Слово о происхождении света, новую теорию о цветах представляющее», 1756 г.). Аналогичную теорию позже развивал Юнг (1802 г.) и подробно разработал Гельмгольц (середина XIX века). Согласно этим представлениям в нашем зрительном органе надо допустить существование трех сортов нервных аппаратов. До самого последнего времени аппараты эти оставались гипотетическими. Лишь недавно Грант (1947 г.), применяя электрофизиологическую методику, установил в глазу лягушки и кошки три типа светочувствительных элементов сетчатки, имеющих максимумы чувствительности в синем, зеленом и оранжево-красном свете. В опытах Гранта реакция отдельных нервных волокон на свет разной длины волны устанавливалась по электрическому току, возникающему в аппаратуре при световом раздражении испытуемого глаза, когда микроэлектроды приводились в соприкосновение с отдельными нервными волокнами сетчатки (или с очень небольшими пучками этих волокон). Эти опыты являются серьезным подтверждением основ трехкомпонентной теории зрения, поскольку зрительный аппарат человека имеет большое сходство со зрительным аппаратом некоторых позвоночных.

---

ОТДЕЛ XI  
ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

---

ГЛАВА XXXV

ЗАКОНЫ ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

§ 186. Тепловое излучение

Электромагнитное излучение всех длин волн обуславливается колебаниями электрических зарядов, входящих в состав вещества, т. е. электронов и ионов. При этом колебания ионов, составляющих вещество, соответствуют излучению низкой частоты (инфракрасному) благодаря значительной массе колеблющихся зарядов. Излучение, возникающее вследствие движения электронов, может иметь высокую частоту (видимый и ультрафиолетовый свет), если электроны эти входят в состав атомов или молекул и, следовательно, удерживаются около своего положения равновесия значительными силами. В металлах, где много свободных электронов, излучение этих последних соответствует иному типу движения; в этом случае нельзя говорить о колебаниях около положения равновесия; свободные электроны, приведенные в движение, испытывают нерегулярное торможение, и их излучение приобретает характер *импульсов*, т. е. характеризуется спектром различных длин волн, среди которых могут быть хорошо представлены и волны низкой частоты.

Излучение тела сопровождается потерей энергии. Для того чтобы обеспечить возможность длительного излучения энергии, необходимо пополнять убыль ее, в противном случае излучение будет сопровождаться какими-либо изменениями внутри тела, так что состояние излучающей системы будет непрерывно изменяться. Указанные процессы могут быть весьма разнообразны и в соответствии с этим может быть разнообразен и характер свечения.

Известны процессы излучения, сопровождающие химические превращения внутри тела, — так называемая *хемилюминесценция*. Сюда относится, например, свечение гниющего дерева или свечение фосфора, медленно окисляющегося на воздухе. В этом случае испускание лучистой энергии идет параллельно с изменением химического состава вещества и уменьшением запаса его внутренней энергии. Процессы излучения, вызываемые освещением тела, непрерывным или предварительным, объединяются под названием *фотолюминесценции*. В этом случае для поддержания свечения необходимо

подводить к телу энергию в виде света, поступающего от внешнего источника. Весьма распространенным способом возбуждения свечения является электрическое воздействие на излучающую систему. Наиболее распространенным свечением такого рода (*электролюминесценция*) является свечение газов или паров под действием проходящего через них электрического разряда, могущего иметь разнообразные формы: тлеющий разряд, обычно наблюдаемый в гейслеровых трубках, электрическая дуга, искра. Во всех этих случаях энергия, необходимая для излучения, сообщается атомам и молекулам газа путем бомбардировки электронами, разгоняемыми электрическим полем разряда. Бомбардировка электронами может вызвать также свечение твердых тел, например минералов (*катодолюминесценция*). Наконец, нетрудно заставить тело светиться, сообщив ему необходимую энергию нагреванием. И в этом случае можно поддерживать излучение неизменным, если убавлять энергии, уносимой излучением, пополнять сообщением соответствующего количества тепла. Этот последний вид свечения наиболее распространен. Собственно говоря, такое тепловое излучение имеет место и при низких температурах, например комнатной, но только при этих условиях излучение практически ограничивается лишь очень длинными инфракрасными волнами.

Тепловое излучение тел можно противопоставить всем иным видам излучения в силу особенностей, представление о которых может дать следующее рассуждение.

Предположим, что излучающее тело окружено идеально отражающей, непроницаемой для излучения оболочкой. Тогда излучение, испускаемое телом, не рассеивается по всему пространству, а, отражаясь *сполна* стенками, сохраняется в пределах полости, падая вновь на излучающее тело и в большей или меньшей степени вновь им поглощаясь. В таких условиях никакой потери энергии наша система — излучающее тело и излучение — не испытывает. Однако это еще не значит, что испускающее тело и излучение находятся в равновесии между собой. Энергия нашей системы содержится частично в виде энергии излучения (электромагнитных волн), частично в виде внутренней энергии излучающего тела. Состояние системы будет равновесным, если с течением времени распределение энергии между телом и излучением не меняется. Поместим внутрь полости нагретое тело (твердое, жидкое или газообразное — безразлично). Если в единицу времени тело больше испускает, чем поглощает (или наоборот), то температура его будет понижаться (или повышаться). При этом будет ослабляться (или усиливаться) испускание, пока, наконец, не установится равновесие. Такое равновесное состояние является устойчивым. Всякое нарушение его вновь восстановится в силу описанного механизма.

Наоборот, излучение, возбуждаемое не нагреванием, а какими-либо другими процессами, не будет равновесным. Пусть, например, излучение имеет характер хемилюминесценции, т. е. сопровождается



какой-то процесс химического изменения тела. Поглощенные большей или меньшей доли испущенной световой энергии не вернет тело в его первоначальное состояние. Более того, повышение температуры, вызванное поглощением тепла, обычно ведет лишь к более энергичному протеканию химической реакции. Процесс непрерывного изменения излучающей системы будет продолжаться до тех пор, пока может идти химическая реакция, и, следовательно, система все больше и больше удаляется от первоначального состояния. Равновесие установится только тогда, когда закончится химический процесс, а с ним и хемилюминесценция, и характер установившегося излучения будет определяться температурой нашего тела, т. е. равновесное состояние будет соответствовать опять-таки тепловому излучению.

То же самое имеет место и при фотолюминесценции. Внесем в нашу зеркальную полость какое-нибудь фосфоресцирующее вещество, возбужденное предварительным освещением. Свечение нашего тела будет постепенно ослабевать; действительно, свет фосфоресценции, отраженный зеркальными стенками, может частично поглощаться нашим веществом и нагревать его; однако он не сможет поддерживать длительной фосфоресценции, для возбуждения которой требуется освещение светом более короткой длины волны, чем испускаемый свет (закон Стокса). Значит, и в этом случае будут иметь место постепенное нагревание тела за счет излучения фосфоресценции и постепенная замена этого излучения тепловым излучением нагретого тела, т. е. излучением, интенсивность и спектральный состав которого определяются температурой тела. Аналогично будет затухать свечение, вызванное кратковременным электрическим разрядом, и заменяться тепловым излучением, соответствующим установившейся температуре системы.

Таким образом, равновесное излучение всегда имеет характер теплового излучения, причем такое равновесное состояние может характеризовать любое тело (твердое, жидкое, газообразное). Это тепловое или равновесное излучение подчиняется некоторым общим закономерностям, вытекающим из принципов термодинамики, в силу которых установившееся тепловое равновесие изолированной системы не может нарушиться вследствие излучения какими-либо частями этой системы или вследствие каких-либо других тепловых обменов. Тепловое излучение иногда называют *температурным*.

### § 187. Тепловое излучение и правило Прево

Основная величина, характеризующая тепловое состояние тела, есть его температура. Эта величина является определяющей также и в явлениях теплового излучения, что можно без труда усмотреть из следующего грубого опыта. Нагревая какое-либо тугоплавкое тело (уголь, металл), мы замечаем, что видимое на глаз (темнокрасное) свечение появляется лишь при определенной температуре (около

500°С). По мере повышения температуры свечение становится ярче и обогащается более короткими волнами, переходя примерно при 1500°С в яркое белое каленне. Контролируя свечение спектроסקопом, мы можем видеть, как по мере повышения температуры постепенно развивается сплошной спектр свечения, начиная от узкой области красного света (около  $\lambda = 7000 \text{ \AA}$ ) и переходя постепенно в полный видимый спектр. Наблюдая свечение при помощи термоэлемента, можно проследить и инфракрасное и ультрафиолетовое излучение нашего тела.

В этих опытах выясняется и другая важнейшая черта температурного излучения. Спектральный состав излучения, соответствующего данной температуре, для различных хорошо поглощающих тел (например окислов различных металлов, угля и т. д.) практически

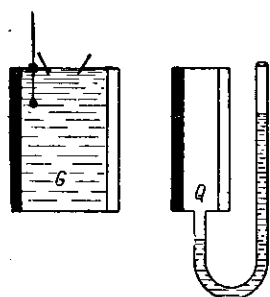


Рис. 384. Приборы для демонстрации правила Прево;  $G$  — излучающий сосуд;  $Q$  — воздушный термометр.

одинаков, но для прозрачных тел излучение может иметь заметный отличный состав. Так, нагревая кусок стали, мы при температуре около 800°С будем наблюдать яркое вишнево-красное каленне; но прозрачный стержень плавленного кварца при той же температуре совсем не светится, не испускает видимых (в частности, красных) лучей. Таким образом, обнаруживается большая способность к излучению тел, хорошо поглощающих. Это обстоятельство определяет условия обмена лучистой энергией, ведущего к установлению теплового равновесия между телами.

Опыт показывает, что тела различной температуры, могущие передавать друг другу тепло, по истечении некоторого времени принимают одинаковую температуру, т. е. приходят в тепловое равновесие. Это явление имеет место и в том случае, когда наши тела заключены в непроницаемую для тепла оболочку, в которой создан вакуум, т. е. исключена возможность теплового обмена в силу теплопроводности и конвекции, и имеет место лишь излучение и поглощение. Излучая и поглощая тепло, тела  $A_1$  и  $A_2$  в конце концов принимают одинаковую температуру  $T$ . Тепловое равновесие имеет динамический характер, т. е. и при одинаковых температурах всех тел имеет место, конечно, излучение и поглощение лучистой энергии, но таким образом, что в единицу времени тело столько же излучает тепла, сколько оно его поглощает. Отсюда ясно, что если два тела  $A_1$  и  $A_2$  обладают различной способностью к поглощению, то и их способность к испусканию не может быть одинаковой. Действительно, раз установилось тепловое равновесие, то для каждого тела должно иметь место равенство между количеством испускаемой и поглощаемой им в единицу времени энергии. Если два тела поглощают разные количества энергии, то и испускание должно быть различно (Прево, 1809 г.).

Нетрудно подтвердить это заключение простыми опытами. В качестве излучателя возьмем наполненную горячей водой коробку  $G$  (рис. 384), плоские стенки которой обладают различной способностью к поглощению: одна сделана из хорошо полированного металла и поглощает очень мало, а другая покрыта черным слоем оксида и почти нацело поглощает падающую на нее энергию. В качестве приемника удобно использовать воздушный термометр, резервуар которого  $Q$  также представляет собой металлическую коробку со стенками из различного материала. По расширению воздуха в  $Q$  можно судить о количестве поступающего за единицу времени тепла. Поворачивая сосуд  $G$  к термометру (или  $Q$  к излучателю) блестящей или черной стороной, можно убедиться, что блестящая поверхность меньше излучает и меньше поглощает, чем черная. Сделав термометр дифференциальным и придав всему расположению вид, изображенный на рис. 385 и понятный без пояснения, мы заметим, что капля в дифференциальном термометре остается на месте, т. е. оба резервуара  $Q_1$  и  $Q_2$  получают одинаковое количество тепла. В таком видоизменении этот опыт позволяет заключить, что поглощательная способность какой-либо поверхности пропорциональна испускательной способности ее.

Описанные опыты имеют важный принципиальный недостаток, ибо излучательная и поглощательная способности сравниваются при *различной* температуре, а способность тела к излучению и поглощению зависит от его температуры. Впрочем, для выбранных объектов (полированный и черный металлы) и незначительной разности температур (меньше  $100^\circ$ ) это различие играет ничтожную роль.

### § 188. Закон Кирхгофа

Правило Прево, устанавливающее связь между способностью тела поглощать и излучать теплоту, имело качественный характер. Полстолетия спустя Кирхгоф (1859 г.) придал ему вид строгого количественного закона, играющего фундаментальную роль во всех вопросах теплового излучения.

Для характеристики теплового излучения мы воспользуемся величиной потока энергии  $\Phi$ , т. е. количества энергии, излучаемого в единицу времени (мощности излучения). Поток, испускаемый единицей поверхности излучающего тела по всем направлениям, будем называть *испускательной способностью* и обозначим  $E$ . Определенная таким образом испускательная способность соответствует

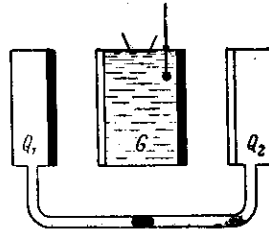


Рис. 385. Опыт, показывающий пропорциональность между поглощательной и испускательной способностями поверхности;  $G$  — излучающий сосуд;  $Q_1$ ,  $Q_2$  — дифференциальный воздушный термометр.

светимости (см. Введение, фотометрические понятия) и иногда называется *энергетической светимостью*. Наряду с ней можно рассматривать и *энергетическую яркость*  $B$ , определяемую аналогично яркости при фотометрических измерениях. Для черного тела яркость не зависит от направления, так что  $E = \pi B$  (см. § 7).

Тепловое излучение представляет собой более или менее широкую спектральную область, и так как излучающая способность тела

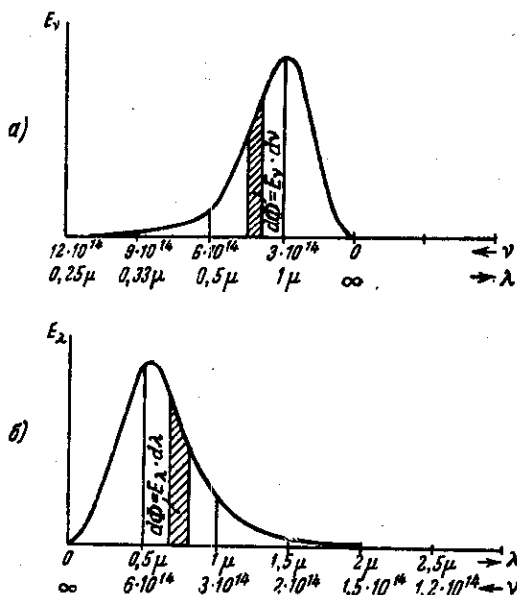


Рис. 386. Спектральная зависимость испускательной способности черного тела при  $T = 2900^\circ \text{K}$ .  $a$  — зависимость  $E_\nu$  от  $\nu$ , выраженная в равномерной шкале частот;  $b$  — зависимость  $E_\lambda$  от  $\lambda$ , выраженная в равномерной шкале длины волн. Площадь заштрихованного участка дает поток  $d\Phi = E_\lambda d\lambda = E_\nu d\nu$ , приходящийся на интервал частот  $d\nu$  или соответствующий интервал длины волн  $d\lambda$ .

зависит от длины волны (частоты), то для характеристики ее мы должны оговорить, к какому спектральному участку относится наше определение. Положим, что спектральный участок заключен между частотами  $\nu$  и  $\nu + d\nu$ . Чем меньше  $d\nu$ , тем детальнее будет охарактеризована излучающая способность тела (рис. 386,  $a$ ). С другой стороны, количество энергии, относящееся к узкому спектральному интервалу, пропорционально ширине его  $d\nu$ , и это кладет практический предел сужению спектрального интервала.

Таким образом, величина светового потока  $d\Phi$  данного спектрального интервала связана с шириной этого интервала  $d\nu$  соотношением

$d\Phi = E_\nu d\nu$ , где  $E_\nu$  — коэффициент, характеризующий *испускательную способность* нашего тела для частоты  $\nu$ .

Мы можем, конечно, представить испускательную способность не в функции частоты  $\nu$ , а в функции длины волны  $\lambda$ , т. е. построить не  $E_\nu$ , а  $E_\lambda$  (рис 386, б). Так как площади как той, так и другой кривой изображают интегральную энергию излучения, то рационально выбрать масштабы так, чтобы площади эти были равны. Выделяя в каждой из этих фигур площадку  $d\Phi$ , дающую величину одного и того же светового потока, приходящегося на интервал частот  $d\nu$  или интервал соответствующих длин волн  $d\lambda$ , найдем:

$$d\Phi = E_\nu d\nu = E_\lambda d\lambda,$$

е.

$$E_\nu = E_\lambda \cdot \frac{d\lambda}{d\nu}.$$

Так как  $\lambda\nu = c$  ( $c$  — скорость света), то

$$\frac{d\lambda}{d\nu} = -\frac{c}{\nu^2} = -\frac{\lambda^2}{c},$$

причем знак минус не имеет существенного значения, ибо он показывает только, что с возрастанием  $\nu$  убывает  $\lambda$ .

Итак,  $E_\nu = E_\lambda \cdot \frac{\lambda^2}{c}$ , т. е. при переходе от кривой  $E_\nu$  к кривой  $E_\lambda$  вид кривой трансформируется (см. рис. 386). В частности, положение максимумов на той и другой кривой соответствует разным частотам (длинам волн). Поэтому всегда надлежит указывать, какая из кривых имеется в виду. В теоретических расчетах чаще встречается кривая  $E_\nu$ , в результатах экспериментальных измерений — чаще  $E_\lambda$ .

Опыт показывает далее, что  $E_\nu$  (равно как и  $E_\lambda$ ) в сильной степени зависит от *температуры* испускающего тела, так что испускательная способность  $E_\nu, T$  есть функция частоты и температуры. Тот факт, что  $E_\nu, T$  зависит от температуры излучающего тела и не зависит от температуры окружающих тел, есть физическое выражение идеи Преве о динамическом равновесии между телами, обменивающимися лучистой энергией. Нагретое до температуры  $T$  тело излучает в единицу времени одинаковое количество энергии, независимо от того, окружено ли оно нагретыми или холодными телами, но тепловое равновесие установится на уровне, обусловленном балансом энергии между всеми этими излучателями.

Итак, испускательная способность тела  $E_\nu, T$  может быть определена по измерению потока энергии, посылаемого единицей поверхности тела во все стороны, согласно соотношению

$$d\Phi = E_\nu, T d\nu. \quad (188.1)$$

Зная испускание тела в каждом спектральном участке, можно без труда вычислить суммарное излучение, проинтегрировав (188.1)

по всем частотам:

$$E_T = \int d\Phi = \int_0^{\infty} E_{\nu, T} d\nu. \quad (188.2)$$

С другой стороны, если на единицу поверхности тела падает световой поток  $d\Phi$ , то часть этого потока  $d\Phi'$  будет поглощена телом. *Поглощательной способностью* тела  $A$  называют отношение поглощенного потока  $d\Phi'$  к падающему,  $d\Phi$ , т. е.

$$A = \frac{d\Phi'}{d\Phi}.$$

Само собой разумеется, что и в этом случае имеется в виду поток в узком спектральном интервале  $d\nu$  (квазимонохроматический), ибо поглощательная способность тел также зависит от длины волны. Опыт показывает также, что  $A$  зависит и от температуры, так что поглощательная способность тела есть функция частоты и температуры тела.  $A_{\nu, T}$  по принятому определению есть всегда правильная дробь, и максимальное значение  $A_{\nu, T}$  — единица.

Кирхгоф назвал тела, для которых  $A_{\nu, T} = 1$  для *всех частот и температур, абсолютно черными* или *абсолютно поглощающими* телами. Сажа, равно как и платиновая чернь, приближается по своим свойствам к абсолютно черному телу.

Закон Кирхгофа касается соотношения между  $E_{\nu, T}$  и  $A_{\nu, T}$  и гласит: *отношение испускательной и поглощательной способностей тела не зависит от природы тела*, т. е.  $\frac{E_{\nu, T}}{A_{\nu, T}}$  есть универсальная для всех тел функция частоты и температуры, в то время как  $E_{\nu, T}$  и  $A_{\nu, T}$ , взятые отдельно, могут меняться чрезвычайно сильно при переходе от одного тела к другому, \*

Обозначив для абсолютно черного тела испускательную способность через  $\epsilon_{\nu, T}$ , а поглощательную способность — через  $\alpha_{\nu, T}$ , можем написать закон Кирхгофа в виде

$$\frac{E_{\nu, T}}{A_{\nu, T}} = \frac{\epsilon_{\nu, T}}{\alpha_{\nu, T}} = \epsilon_{\nu, T}, \quad (188.3)$$

так как  $\alpha_{\nu, T} = 1$ .

Таким образом, универсальная функция Кирхгофа есть не что иное, как *испускательная способность абсолютно черного тела*. Рассуждения Кирхгофа, приведшие к его закону, имеют очень общий характер и покоятся на втором законе термодинамики, в силу которого тепловое равновесие, установившееся в изолированной системе, не может быть нарушено простым обменом тепла между частями системы.

Представим себе замкнутую оболочку, внутренность которой эвакуирована и стенки которой представляют собой черное тело, характеризующееся коэффициентами  $E = \epsilon$  и  $A = 1$ . Пусть темпера-

тура стенок повсюду сделана одинаковой ( $T$ ). Отдельные участки стенок обмениваются излучением, но этот обмен не может нарушить тепловое равновесие. Следовательно, излучение, которое посылает в течение единицы времени какой-то участок стенки  $ds$  внутрь полости (т. е.  $\varepsilon ds$ ), равняется излучению, поглощаемому им за то же время. Но так как коэффициент поглощения этого участка равен 1, то величина  $\varepsilon ds$  характеризует излучение, доходящее до нашего участка за единицу времени от всей остальной оболочки. Вообразим теперь, что наш участок стенки  $ds$  заменен участком \*) той же температуры, но отличным от черного и имеющим коэффициенты испускания и поглощения  $E$  и  $A$ . За единицу времени этот участок по-прежнему будет получать излучение, равное  $\varepsilon ds$ , ибо это — излучение, идущее от всей остальной части оболочки, оставшейся неизменной. Из этого излучения наш участок поглотит энергию  $A\varepsilon ds$ . За то же время участок излучит  $E ds$ . Так как тепловое равновесие (постоянство температуры стенок всей оболочки) не должно нарушаться этим тепловым обменом, то, очевидно,

$$E ds = A\varepsilon ds \quad \text{или} \quad \frac{E}{A} = \varepsilon.$$

Закон Кирхгофа доказан, таким образом, для любого тела. Из приведенных рассуждений ясно, что замененный нами внутри стенки полости участок  $ds$  для наблюдателя, следящего за посылаемым этим участком излучением, ничем не отличается от других «черных» участков стенки. Действительно, в единицу времени он испускает внутрь полости излучение в количестве  $E ds$  и отражает из общего падающего на него потока излучение  $(1 - A)\varepsilon ds$ . Общее количество посылаемого им излучения есть  $ds [E + (1 - A)\varepsilon] = \varepsilon ds$  (в силу доказанного выше соотношения  $\frac{E}{A} = \varepsilon$ ), т. е. равно излучению любого *черного* участка стенки того же размера.

### § 189. Применение закона Кирхгофа. Абсолютно черное тело

Закон Кирхгофа и многочисленные его следствия могут быть хорошо подтверждены на опыте. Например, внося в горячее несветящееся водородное пламя кусок расписанного фарфора с темным рисунком на белом поле, можно видеть при накаливании фарфора яркий (сильно излучающий) рисунок на сравнительно темном поле (рис. 387). Но если внести такой кусок внутрь закрытой полости (печки), снабженной лишь небольшим отверстием для наблюдения,

\*) Само собой разумеется, что участок этот не должен ничего *пропускать*, ибо в противном случае часть излучения будет уходить наружу и наша система не будет изолированной. Так как пропускаемость нашего тела равна нулю, то коэффициент отражения его равняется  $(1 - A)$ , т. е. из всей падающей на него энергии оно *поглощает* долю  $A$  и *отражает* долю  $1 - A$ .

и сильно прогреть стенки печи, то мы не сможем различить рисунок на раскаленном черепке, излучающем практически равномерно: светлые места меньше излучают, но больше отражают, темные места — наоборот.

Необходимо, однако, отметить, что согласно закону Кирхгофа тело, сильнее поглощающее, должно и больше испускать только при условии, что сравнение производится при *одинаковой* температуре. Это условие соблюдено в описанном выше опыте с расписанным фарфором, отдельные части которого нагреты до одной температуры; то же имеет место и в ряде других аналогичных опытов; при

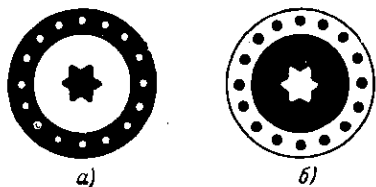


Рис. 387. Темные места расписанного фарфора (а) при накаливании излучают сильнее (б).

накаливании платиновой пластинки, до половины покрытой платиновой чернью, черные части светятся гораздо ярче; капля фосфорнокислого натрия на платиновой проволочке остается темной, хотя проволочка ярко раскалена, ибо капля даже при высокой температуре остается прозрачной для видимых лучей, и т. д. Поэтому лишь кажущимся парадоксом является известный опыт, в котором в водородное пламя вводятся рядом кусок извести и угля и известь оказывается гораздо более ярко раскаленной, чем уголь. Конечно, поглощательная, а следовательно, и испускательная способность угля гораздо больше, чем у извести для всех длин волн, и поэтому при *равной* температуре уголь будет светиться во всем спектральном интервале ярче, чем известь. Но в описанных условиях опыта температура угля оказывается гораздо ниже температуры извести, Причина лежит отчасти в химических процессах, сопровождающихся поглощением тепла, отчасти в том обстоятельстве, что уголь именно в силу своей большой испускательной способности излучает много энергии во всем спектре, в том числе очень много и в инфракрасной области. Этот огромный непрерывный расход энергии и приводит к тому, что температура, до которой раскаляется уголь, оказывается значительно ниже, чем температура самого пламени или извести, не имеющей таких больших потерь энергии, ибо ее испускательная способность селективна и, в частности, в инфракрасной части очень мала.

Чрезвычайно поучительный случай применения закона Кирхгофа был описан Вудом. Как известно, плавленный кварц, т. е. стеклообразная масса, изготовленная из чистых расплавленных кристаллов кварца, обладает хорошей прозрачностью в широком интервале длин волн. В соответствии с этим он плохо светится при накаливании. Вуду удалось приготовить тонкие столбики кварца, окрашенные ионами некоторых редких земель, например неодама, дающего ясные



полосы поглощения; при нагревании такого кварца в пламени бунзеновской горелки можно было наблюдать прекрасный полосатый спектр, состоящий из красной, оранжевой и зеленой полос, разделенных темными промежутками. Области максимумов свечения соответствовали областям поглощения *окрашенного* кварца при температуре, близкой к температуре свечения. При достаточно высокой температуре, впрочем, и чистый плавленый кварц начинает заметно поглощать и испускать свет, так что при температуре около  $1500^{\circ}\text{C}$  кварц светится белым светом.

Закон Кирхгофа имеет совершенно общее значение, независимое от механизма, обуславливающего поглощение: всякая сильно поглощающая система будет и сильно излучать, независимо от того, обусловлено ли сильное поглощение свойствами поверхности или устройством системы как целого. Так, например, щетка из стальных полированных иголок, расположенных как показано на рис. 388, будет сильно поглощать свет, ибо луч, попавший между иголками, претерпит многократное отражение от разных иголок, прежде чем сможет выйти наружу. Таким образом, хотя поглощение поверхностью полированной иголки невелико, общее поглощение системы будет значительно, так как произойдет для каждого луча многократное. При нагревании такая система в согласии с законом Кирхгофа будет и сильно испускать, причем и здесь механизм значительного испускания связан с тем обстоятельством, что каждый участок поверхности иголки не только непосредственно излучает, но и отражает наружу многочисленные лучи, испускаемые другими участками.

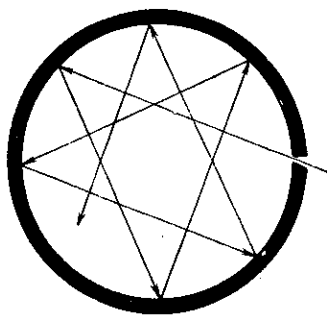


Рис. 389. Абсолютно черное тело.

На таком же принципе основано устройство тела, наиболее приближающегося по своим свойствам к абсолютно черному. Оно изготовляется в виде почти замкнутой полости (рис. 389), снабженной маленьким отверстием, диаметр которого не больше  $\frac{1}{10}$  поперечника полости, так что отверстие видно из точек стенки под телесным углом, не превышающим 0,01. Излучение, проникающее через отверстие, падает на стенки полости, частично поглощается ими, частично рассеивается или отражается и вновь попадает на стенки. Благодаря малым размерам отверстия луч должен претерпеть

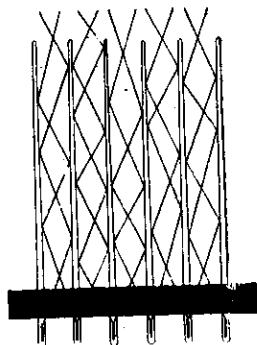


Рис. 388. Щетка из полированных иголок вследствие многократных отражений обладает большой поглощательной и испускательной способностью.

много отражений и рассеяний, прежде чем он сможет выйти из отверстия обратно наружу. Повторные поглощения на стенках приводят к тому, что практически весь свет любой частоты поглощается такой полостью (см. упражнение 210).

Поглощающая способность хорошо выполненного черного тела описанного устройства практически не отличается от единицы для любой длины волны. Согласно закону Кирхгофа и испускательная способность такой полости очень близка к  $\epsilon_{\nu, T}$ , причем  $T$  означает температуру стенок полости. Во всех исследованиях с абсолютно черным телом пользуются именно описанным устройством, значительно превосходящим поверхность, покрытую платиновой чернью или сажей. Следует, впрочем, отметить, что высокие поглощающие свойства этих материалов отчасти объясняются их пористостью, особенно для сажи, благодаря чему свет, попавший на них, испытывает несколько отражений, прежде чем получает возможность выйти из толщи материала. Таким образом, чернота сажи особенно повышается благодаря ее пористости. Этим же объясняется насыщенный цвет бархата или вообще тканей с длинным ворсом в противоположность белесоватому тону гладких тканей, отражающих разные длины волн, насыщенный цвет реющих знамен, драпировок, ниспадающих глубокими складками, и т. д.

### § 190. Излучение нечерных тел

Нечерными телами в противоположность черным называют тела, коэффициент поглощения которых  $A_{\nu, T}$  меньше единицы. К этой категории принадлежат практически все тела, начиная от сажи, коэффициент поглощения которой близок к 0,99, и кончая хорошо полированными металлами, для которых коэффициент поглощения не превосходит нескольких процентов.

Согласно основному соотношению Кирхгофа,  $E_{\nu, T} = \epsilon_{\nu, T} A_{\nu, T}$ . Следовательно, для нечерных тел  $E_{\nu, T} < \epsilon_{\nu, T}$ , ибо  $A_{\nu, T} < 1$ . Это значит, что для *любой* длины волны испускательная способность нечерного тела не может быть больше испускательной способности черного тела при одинаковой температуре. Самый вид функции  $E_{\nu, T}$  может отличаться от функции  $\epsilon_{\nu, T}$  вследствие того, что поглощательная способность  $A_{\nu, T}$  зависит от  $\nu$ , т. е. обладает избирательным (селективным) ходом. В соответствии с этим и излучение нечерного тела может иметь *селективный* характер.

Важным примером такого селективно излучающего тела, имеющего большое практическое значение, является вольфрам. Рис. 390 показывает зависимость испускательной способности вольфрама  $E_{\lambda}$  при  $T = 2450^{\circ}K$  от длины волны. Для сравнения на том же чертеже приведена кривая зависимости  $\epsilon_{\lambda}$  от  $\lambda$  при той же температуре для черного тела. Пунктирная кривая показывает отношение ординат обеих кривых  $\frac{E_{\lambda}}{\epsilon_{\lambda}}$ . Из чертежа видно, во-первых, что испуска-

ние вольфрама для всех длин волн меньше, чем испускание черного тела ( $E_\lambda < \epsilon_\lambda$ ), и, во-вторых, что вольфрам обладает заметным селективным излучением в видимой части спектра (отношение  $a = \frac{E_\lambda}{\epsilon_\lambda}$  быстро растет с уменьшением  $\lambda$ ). Это последнее обстоятельство делает вольфрам выгодным материалом для осветительных ламп накаливания (см. гл. XXXVI).

Напомним еще раз, что закон Кирхгофа относится только к температурному излучению, и в случае, когда свечение обусловлено другими причинами, он не имеет силы. Так, например, при фото- или хемилюминесценции интенсивность свечения в целом ряде спектральных областей лежит гораздо выше, чем у температурного излучения черного тела при температуре люминесцирующего тела. Закон Кирхгофа настолько характерен для температурного излучения, что может служить самым надежным критерием для распознавания природы свечения: свечение, не подчиняющееся закону Кирхгофа заведомо не является температурным.

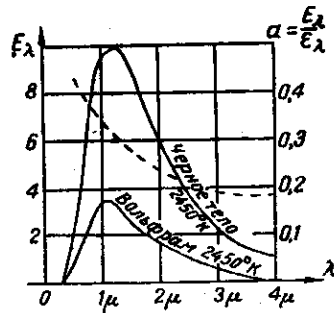


Рис. 390. Испускательная способность черного тела и вольфрама при температуре  $2450^\circ\text{K}$ . Пунктирная кривая, давая отношение  $a = \frac{E_\lambda}{\epsilon_\lambda}$ , показывает, что

относительное излучение вольфрама растет по мере уменьшения длины волны (селективность излучения вольфрама).

### § 191. Закон Стефана — Больцмана

Закон Кирхгофа ( $\frac{E_{\nu, T}}{A_{\nu, T}} = \epsilon_{\nu, T}$  \*) ставит в центре внимания теорию теплового излучения функцию  $\epsilon_{\nu, T} = f(\nu, T)$ , представляющую собой испускательную способность черного тела. Определение вида этой функции явилось основной задачей учения о температурном излучении. Решение задачи было получено не сразу. Сначала был установлен теоретически и экспериментально закон, определяющий суммарное излучение черного тела (закон Стефана — Больцмана); затем были определены некоторые основные черты искомой функции (закон Вина), найден весьма точный экспериментальный ход этой функции в зависимости от  $\nu$  для разных  $T$ , и, наконец, после ряда неудачных попыток, имевших, однако, огромное значение для понимания вопроса (В. А. Михельсон, Рэлей — Джинс, Вин, Лорентц),

\*) Мы пишем все формулы теории излучения для испускательной способности  $E_{\nu, T}$ . Нередко их пишут для плотности излучения  $u_{\nu, T}$ . Нетрудно найти соотношение  $u = \frac{4E}{c}$ , где  $c$  — скорость света (см. упражнения 209 и 211).

удалось найти окончательное теоретическое решение задачи (Планк, 1900 г.). Необходимо упомянуть, что решение это было найдено только путем решительного принципиального изменения основных положений физики, путем создания *теории квантов*, заложившей принципиально новую базу физической науки. Эта новая теория оказалась столь важной и плодотворной, что дальнейшее развитие ее составило главное содержание теоретической физики за последние пятьдесят лет и охватило почти все области нашей науки.

Первым этапом, как сказано, явилось нахождение закона, устанавливающего зависимость *суммарного* излучения (т. е. общего излучения всех длин волн) от температуры. Стефан (1879 г.) на основании собственных измерений, а также анализируя данные измерений других исследователей, пришел к заключению, что суммарная энергия, испускаемая в течение 1 сек. с  $1 \text{ см}^2$ , пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры излучателя. Стефан формулировал свой закон для излучения *любого* тела; однако последующие измерения показали неправильность его выводов. В 1884 г. Больцман, основываясь на термодинамических соображениях и исходя из мысли о существовании давления лучистой энергии, пропорционального ее плотности, теоретически показал, что суммарное излучение *абсолютно черного тела* должно быть пропорционально четвертой степени температуры, т. е.

$$\epsilon_T = \int_0^{\infty} \epsilon_{\nu, T} d\nu = \sigma T^4, \quad (191.1)$$

где  $\sigma$  — постоянная. Таким образом, вывод Стефана справедлив, но лишь для абсолютно черных тел, с которыми Стефан не экспериментировал. Лишь позже, когда было построено абсолютно черное тело по принципу, описанному в § 189, оказалось возможным исследовать экспериментально выводы Больцмана. Тщательные измерения позволили подтвердить закон Больцмана и определить постоянную  $\sigma$  этого закона. По современным измерениям

$$\sigma = 5,672 \cdot 10^{-12} \text{ вт/см}^2 \cdot \text{град}^4.$$

По отношению к нечерным телам закон Стефана не может быть сохранен. Были попытки придать ему более общую форму  $E = BT^n$ , где коэффициент  $B$  и показатель  $n$  должны быть определены экспериментально для каждого тела. Так, вблизи  $T = 1000^\circ$  для платины удовлетворительные результаты получаются из формулы

$$E_{Pt} = 3,56 \cdot 10^{-15} T^{4,77},$$

а для вольфрама

$$E_W = 5,9 \cdot 10^{-17} T^{5,35}.$$

Однако наблюдения при разных температурах показывают, что ни коэффициент  $B$ , ни показатель  $n$  не остаются постоянными. Так, для вольфрама около  $T = 2000^\circ$  имеем уже новые значения:  $B = 2,4 \cdot 10^{-15}$  и  $n = 4,85$ .

Таким образом, закон Стефана — Больцмана имеет силу только для абсолютно черного тела.

### § 192. Закон смещения Вина

Закон Стефана — Больцмана касается лишь интенсивности интегрального излучения черного тела и ничего не говорит относительно спектрального распределения энергии. Первым исследователем, пытавшимся теоретически определить вид функции  $\epsilon_{\nu, T}$ , был В. А. Михельсон (Москва, 1887 г.). Хотя формула Михельсона не вполне удовлетворяла опытным данным, тем не менее установление ее сыграло известную роль в истории этого вопроса.

В 1893 г. Вин теоретически обосновал второй закон черного излучения, дающий указание на характер функции  $\epsilon = f(\nu, T)$ , хотя и не позволивший полностью определить ее. Вин рассматривал термодинамически процесс сжатия излучения, заключенного внутри идеально зеркального сосуда, при уменьшении объема последнего и, принимая во внимание изменение частоты излучения, отражающегося от движущегося зеркала (принцип Допплера), пришел к выводу, что испускательная способность черного тела имеет вид

$$\epsilon_{\nu, T} = c\nu^3 f\left(\frac{\nu}{T}\right), \quad (192.1)$$

где  $c$  — скорость света в окружающей среде (пустоте), а  $f$  — функция, для определения вида которой развитие Вином соображения оказались недостаточными.

Важный результат, достигнутый Вином, состоит в том, что температура входит в выражение испускательной способности лишь в виде отношения  $\frac{\nu}{T}$ . Уже это обстоятельство позволяет предвидеть некоторые особенности интересующей нас функции. Тщательные измерения ряда исследователей привели к установленному эмпирическому ходу функции  $\epsilon_{\nu, T}$  и позволили проверить теоретические выводы Вина.

Метод исследования состоял в изучении распределения энергии по спектру излучения, посылаемого абсолютно черным телом различной температуры. Схема расположения опытов приведена на рис. 391. Здесь  $S$  — абсолютно черное тело заданной температуры,  $L$  — линза, концентрирующая излучение на щели монохроматора, снабженного дифракционной решеткой  $R$ . Приемником энергии служит чувствительный термоэлемент или болометр  $T$ .

Кривые, полученные в результате этих исследований, приведены на рис. 392. Они выражают  $\epsilon_\lambda$  в функции  $\lambda$ . Из рисунка видно,

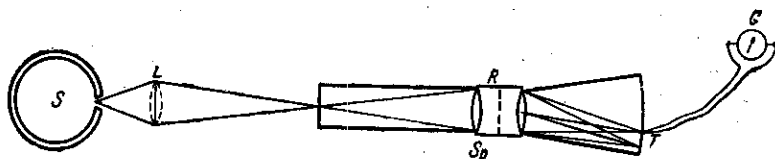


Рис. 391. Схема опытов по исследованию распределения энергии в спектре черного тела.  $S$  — черное тело;  $Sp$  — монохроматор;  $T$  — термоэлемент с гальванометром.

что  $\epsilon_\lambda, T$  для каждой температуры обладает максимумом. Для определения положения этого максимума в шкале  $\lambda$  перейдем в выражении закона Вина (192.1) от  $\nu$  к  $\lambda$ , пользуясь соотношением  $\epsilon_\nu = \epsilon_\lambda \frac{\lambda^3}{c}$  (см. § 188). Найдем:

$$\epsilon_{\lambda, T} = \frac{c^5}{\lambda^5} f\left(\frac{c}{\lambda T}\right).$$

Приравняв нулю производную  $\frac{\partial \epsilon_{\lambda, T}}{\partial \lambda}$ , нетрудно видеть, что положение максимума определяется значением  $\lambda_{\max}$ , удовлетворяющим условию

$$T \cdot \lambda_{\max} = b, \quad (192.2)$$

где  $b$  не зависит от температуры. Приведенные на рис. 392 экспериментальные кривые подтверждают это заключение и дают возможность определить  $b$ .

Современное значение  $b = 0,2896 \text{ см} \cdot \text{град} = 2,896 \cdot 10^7 \text{ \AA} \cdot \text{град}$ .

В указанной форме закон Вина носит название закона смещения, ибо он показывает, что положение максимума функции  $\epsilon_\nu, T$  по мере возрастания температуры смещается в область коротких волн.

Рис. 392. Кривые распределения энергии в спектре черного тела для разных температур.

В соответствии со сказанным в § 118 можно решить задачу о положении максимума на кривой спектрального распределения в координатах  $\nu, T$ , т. е. соответствующего формуле (192.1). Определяя положение максимума этой функции из условия  $\frac{d\epsilon_\nu, T}{d\nu} = 0$ , найдем, что оно соответствует соотношению

$$\frac{T c_\nu}{\nu_{\max}} = T \cdot \lambda_{\max} = a,$$

где  $a$  не зависит от температуры и согласно измерениям  $a = 0,5097$  см · град.

Найденное положение максимума на кривой  $e_{\lambda, T}$  соответствует длине волны, отличающейся от положения максимума на кривой  $e_{\nu, T}$ , в 1,76 раза (см. также упражнение 220). То обстоятельство, что положение максимума на кривой распределения энергии зависит от выбора координат этой кривой, разъяснено в § 188. Оно связано с тем, что в одном выражении мы делим кривую на полосы равной ширины по  $\lambda$  (ширина полосы  $\Delta\lambda$ ), а в другом — на полосы равной ширины по  $\nu$  (ширина полосы  $\Delta\nu$ ). Неопределенность полученного результата связана с неопределенностью вопроса: какие спектральные интервалы (по  $\Delta\lambda$  или по  $\Delta\nu$ ) надо считать одинаковыми \*).

### § 193. Формула излучения Планка

Многочисленные попытки теоретически установить закон черного излучения, приведшие, как мы видели, к установлению важных частных законов (Больцман, Вин), не могли дать общего решения задачи и приводили к заключениям, согласующимся с опытом, только в ограниченном интервале  $T$  и  $\nu$ . Причина этих неудач оказалась лежащей чрезвычайно глубоко. Законы классической электродинамики, при помощи которых делались все эти исследования, оказались лишь приближенно правильными и дающими неверный результат при рассмотрении элементарных процессов, обуславливающих тепловое излучение.

Если осуществить теоретическое черное тело при помощи бесконечной совокупности гармонических осцилляторов, каждый из которых дает отдельную монохроматическую линию, а все вместе — сплошное черное излучение, то, пользуясь законами, управляющими поведением этих осцилляторов, можно прийти к закону черного излучения такой системы. Общие же соображения, лежащие в основе закона Кирхгофа, показывают, что закон излучения, найденный для одного черного тела, справедлив и для любого другого черного тела, т. е. все они дают одни и тот же тип излучения — черное излучение.

Идя по этому пути, Планк не получил, однако, закона, согласного с опытом, и, анализируя положение, пришел к выводу, что причина неудачи лежит в неправильности приложения законов классической физики к таким атомным осцилляторам.

По классическим законам осциллятор частоты  $\nu$  может заключать в себе любое количество энергии, ибо энергия осциллятора пропорциональна квадрату амплитуды; в соответствии с этим и

\*) Полное современное рассмотрение этой задачи можно найти в заметке М. М. Гуревича: «О спектральном распределении мощности излучения», Успехи физ. наук, LVI, вып. 3, 1955 г.

излучающий осциллятор может испустить за единицу времени любое количество энергии. Эти простые законы согласно заключению Планка не имеют места. Гармонический осциллятор частоты  $\nu$  может обладать только таким количеством энергии, в котором содержится целое число элементарных порций, имеющих каждая величину  $h\nu$ , где  $h$  — универсальная постоянная, равная  $6,624 \cdot 10^{-27}$  эрг · сек. В соответствии с этим и излучение осциллятора идет порциями  $h\nu$  (или целыми кратными  $h\nu$ ).

Эти новые квантовые законы не стоят в противоречии с классическими в той области низких частот (например радиочастот), для которой, собственно говоря, и были установлены классические законы на основе электромагнитной теории Максвелла.

Действительно, если  $\nu$  не очень велико, то порция  $h\nu$  настолько мала, что в наших опытах мы не можем установить, содержит ли осциллятор целое или дробное число этих порций. Так, например, для  $\lambda = 3$  мм величина  $h\nu$  составляет  $6,624 \cdot 10^{-16}$  эргов, и ни в одном опыте со сравнительно грубыми осцилляторами, настроенными на эту длину, мы не в состоянии оценить, является ли энергия осциллятора кратной этой малой величине\*). Наоборот, для атомных осцилляторов частота, а значит, и элементарные порции энергии соответственно больше, а точность измерений атомных процессов такова, что расхождение между классическими и квантовыми представлениями становится весьма ощутительным: выводы приближенных классических представлений оказываются в резком противоречии с опытом, тогда как рассуждения, учитывающие квантовую теорию, приводят к превосходному согласию с ним.

Так, при расчете совокупности гармонических осцилляторов, подчиняющихся классическим законам, Планк нашел для функции Кирхгофа выражение

$$\varepsilon_{\nu, T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT, \quad (193.1)$$

известное и ранее (формула Рэля — Джинса). Учитывая же новые квантовые законы, управляющие осциллятором, он нашел:

$$\varepsilon_{\nu, T} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \quad (193.2)$$

В этих формулах  $c = 3 \cdot 10^{10}$  означает скорость света,  $k = 1,38 \cdot 10^{-16}$  эрг/град — постоянная Больцмана (определяющая среднюю энергию осциллятора  $kT$  при абсолютной температуре  $T$ ) и

\*) В современном развитии квантовой теории выяснилось, что осциллятор частоты  $\nu$  обладает энергией  $\frac{h\nu}{2} + nh\nu$ , где  $n$  — целое число, но это не меняет дела.



$h = 6,624 \cdot 10^{-27}$  эрг · сек — постоянная Планка. Если  $\nu$  мало (или  $T$  велико), так что  $\frac{h\nu}{kT}$  мало сравнительно с единицей, то формулу

(193.2) можно упростить. Действительно, разлагая  $e^{\frac{h\nu}{kT}}$  по степеням  $\frac{h\nu}{kT}$  и пренебрегая высшими степенями, найдем:

$$\epsilon_\nu, T = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT,$$

т. е. формулу, совпадающую с (193.1).

Это совпадение показывает в согласии с основными допущениями теории квантов, что в области низких частот ее выводы совпадают с выводами классической теории. Классическая теория оказывается лишь первым приближением к действительности, приближением, вполне удовлетворительным для того круга явлений, с которыми имеет дело макроскопическая электродинамика, т. е. электродинамика систем, состоящих из многих атомов или молекул. По-видимому, даже движения ионов, т. е. элементарных зарядов с большой массой (по сравнению с электроном), еще довольно удовлетворительно описываются классической электродинамикой и механикой, хотя точность современных измерений и здесь позволяет установить отступления (опыты по дифракции молекулярных пучков). Но поведение электронов внутри атомов и молекул должно описываться при помощи квантовых законов механики и электродинамики; применение же к ним законов, имеющих силу для макромира, приводит к резким противоречиям с опытом.

Формула (193.2), полученная Планком, дает превосходное согласие с результатами самых тщательных экспериментальных исследований зависимости излучательной способности черного тела от  $\nu$  и  $T$  и является, таким образом, полным решением основной задачи, поставленной Кирхгофом.

Нетрудно убедиться в том, что формула Планка включает в себе упоминавшиеся выше законы черного излучения, именно: закон Стефана — Больцмана и закон Вина. При этом из формулы Планка не только получается внешняя форма этих законов, но и входящие в них постоянные  $a$  и  $b$  могут быть вычислены из универсальных постоянных  $h$ ,  $k$ ,  $c$  (см. упражнения 218 и 220). Обратно, пользуясь экспериментально полученными значениями  $a$  и  $b$ , можно вычислить значения  $h$  и  $k$ . Именно таким путем и было получено первое численное значение постоянной Планка. Впоследствии был указан целый ряд путей определения  $h$ , покоящихся на совершенно иных физических явлениях (ср. гл. XXXI). Все они приводят к одинаковым значениям.

Изложенный путь вывода формулы Планка был исторически первым. Впоследствии задача неоднократно решалась разными способами как самим Планком, так и другими исследователями. При этом

основные предположения были сформулированы не в таком резком противоречии с классическими законами, как это было сделано выше, хотя, конечно, принципиально новое допущение о квантовом характере процессов сохранялось.

В частности, пользуясь линейными осцилляторами, Планк показал, что можно решить до конца задачу и получить тот же результат, допустив, что осциллятор лишь *излучает* энергию порциями, кратными  $h\nu$ , но поглощать ее может непрерывно. Простой и поучительный вывод формулы Планка, покоящийся на представлении поглощения и испускания энергии атомом типа атома Бора, был дан Эйнштейном (см. упражнение 229).

## ГЛАВА XXXVI

### ПРИМЕНЕНИЯ ЗАКОНОВ ТЕПЛООВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

#### § 194. Оптическая пирометрия

Основываясь на законах температурного излучения, мы можем определять температуру раскаленных тел. Если испускающее тело является черным (или достаточно к нему приближается), то для определения его температуры можно воспользоваться законами черного излучения. По существу дела, для сильно нагретых тел (выше  $2000^\circ \text{C}$ ) измерения температуры при помощи термоэлементов или болометров и т. п. не особенно достоверны. Таким образом, в этой области температур и выше единственным надежным способом измерения температуры являются способы, основанные на законах черного излучения. Эти способы проверены не только сопоставлением с данными других термометрических методов в той области, где эти последние надежны, но и путем изучения относительного распределения энергии по спектру, что позволяет найти температуру излучателя путем сопоставления экспериментальных данных с теоретическими формулами.

**а) Радиационные пирометры и радиационная температура.** Считая постоянные законов Больцмана ( $\sigma$ ) и Вина ( $b$ ) надежно установленными, мы можем, пользуясь ими, измерять и более высокие температуры, чем те, для которых они были непосредственно измерены (экстраполяция к более высоким температурам). При применении закона Больцмана надо со всеми предосторожностями измерить суммарное излучение, посылаемое к приемному аппарату, учитывая величину телесного угла действующего излучения, потери на отражение и поглощение в приборе и т. д. В настоящее время существуют и сравнительно простые переносные приборы, позволяющие выполнять подобные измерения с достаточной точностью. Устройство этих так называемых *радиационных пирометров* (рис. 393) сводится к возможности проектировать изображение источника на приемник

аппарата так, чтобы приемник  $s$  всегда был полностью покрыт изображением источника и излучение входило в прибор под постоянным телесным углом, определяемым размерами прибора.

При измерениях наводят прибор на более или менее отдаленный источник  $S$  достаточного размера при помощи объектива  $L$ , позволяющего получить резкое изображение источника на приемнике. Резкость изображения контролируется при помощи окуляра, не показанного на чертеже. При этих условиях энергия, получаемая пирометром, будет пропорциональна яркости источника независимо от расстояния его, подобно тому как это имеет место при рассматривании глазом удаленных светящихся источников. Таким образом, показания пирометра будут зависеть от яркости, а следовательно,

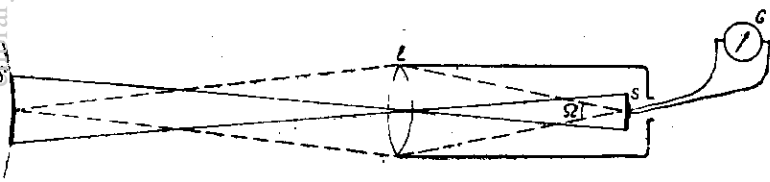


Рис. 393. Схема радиационного пирометра для измерения радиационной температуры.

и от температуры наблюдаемого черного тела. Проградуировав предварительно пирометр по черному телу с известной температурой, можно использовать его показания для измерения исследуемой температуры.

В качестве приемника в радиационных пирометрах чаще всего применяют термопару или болометр, но существуют также пирометры с биметаллической спиралью, изгибающейся при нагревании, с газовым термометром и т. д. Если изучаемое тело не черное, то показания радиационного пирометра дают не истинную температуру его, а так называемую *радиационную* температуру  $T_r$ , под которой понимают температуру такого черного тела, суммарная радиация которого равна радиации нашего тела. Между истинной температурой тела  $T$  и его радиационной температурой  $T_r$  нетрудно установить связь, если известно отношение суммарной испускающей способности измеряемого тела к испускающей способности черного тела при той же температуре, т. е. отношение  $\mathcal{E}_T = \frac{E_T}{\epsilon_T}$ . По са-

мому определению величина  $\mathcal{E}_T$  меньше единицы. Она обычно несколько увеличивается с повышением температуры.

Значения  $\mathcal{E}_T$  хорошо изучены для многих технически важных материалов. Для металлов они невелики (от 0,1 до 0,3), для окислов металлов и для угля  $\mathcal{E}_T$  значительны (доходя до 0,9). Некоторые из этих значений приведены в нижеследующей таблице.

Вещество	Температура	$\mathcal{E}_T$	Вещество	Температура	$\mathcal{E}_T$	
Вольфрам . . . . .	1300	0,15	Железо . . . . .	1500	0,11	
	2300	0,29		Окись железа . . . . .	1500	0,89
	3300	0,34		Никель . . . . .	1500	0,06
Молибден . . . . .	1300	0,12	Окись никеля . . . . .	1500	0,85	
	2300	0,23	Платина . . . . .	1500	0,15	
Тантал . . . . .	2300	0,25	Медь расплавленная	1400	0,15	
Уголь . . . . .	1500	0,52	Окись меди . . . . .	1400	0,54	
Серебро . . . . .	1300	0,04				

Зная  $\mathcal{E}_T$  и радиационную температуру нагретого материала, мы можем найти его истинную температуру при помощи очевидного соотношения  $T = \frac{T_r}{\sqrt[4]{\mathcal{E}_T}}$  (см. упражнение 223). Так как  $\mathcal{E}_T$  всегда

меньше единицы, то радиационная температура тела всегда меньше его истинной температуры.

б) Цветовая температура и распределение энергии в спектре излучающего тела. Если найдено распределение энергии в спектре черного тела, то известно положение максимума на кривой энергии  $e_{\lambda, T}$  и температура может быть определена на основании закона смещения Вина при помощи соотношения  $\lambda_{\max} T = b$ .

Так, для Солнца с учетом поправок на поглощение в земной атмосфере найдено  $\lambda_{\max} = 4700 \text{ \AA}$ , что соответствует температуре  $6150^\circ \text{K}$ , если считать Солнце за черное тело. Полученные цифры имеют характер средних, ибо для центра солнечного диска получается  $\lambda_{\max}$  несколько меньше, чем для краев.

В тех случаях, когда излучающее тело не является черным, применение формулы Вина не имеет смысла. Иногда, однако, распределение энергии в спектре таких тел может быть практически отождествлено с распределением энергии некоторого черного тела температуры  $T_c$ . В таком случае излучающее тело имеет такой же цвет, как черное тело температуры  $T_c$ . Нередко называют определенную таким образом  $T_c$  цветовой температурой тела.

Из этого определения ясно, что для тел, характер излучения которых сильно отличается от излучения черного тела (например для тела с ясно выраженными областями селективного излучения), понятие цветовой температуры не имеет смысла, ибо цвет таких тел можно только очень грубо воспроизвести при помощи черного тела. В тех случаях, когда определена цветовой температуры возможно (так называемые «серые тела», например уголь, окислы, некоторые металлы), для отыскания этой цветовой температуры необходимо произвести исследование распределения энергии в спектре при помощи соответствующих спектральных приборов. Рис. 394 воспроизводит

результаты такого исследования для Солнца; одновременно на нем нанесены кривые распределения для черного тела температуры  $6000^{\circ}\text{K}$  и  $6500^{\circ}\text{K}$ . Рис. 394 показывает, что отождествление Солнца с черным телом может быть сделано только довольно приблизительно. С этим приближением можно оценить цветовую температуру Солнца примерно в  $6500^{\circ}\text{K}$ .

Для нахождения истинной температуры по цветовой температуре нечерного тела надо знать монохроматическую-испускающую способность его для разных длин волн, т. е. отношение испускающей способности изучаемого тела и черного тела для данной длины волны  $\lambda$  и температуры  $T$ . Обычно ограничиваются установлением ее для двух длин волн:  $\lambda = 6600 \text{ \AA}$  и  $\lambda = 4700 \text{ \AA}$ , и пользуются упрощенным методом идентификации цвета с черным телом путем сравнения в этих областях спектра (см. упражнение 225).

### в) Яркостная температура и пирометр с исчезающей нитью.

Наиболее распространенный способ оптического определения температуры основывается на сравнении излучения нагретого тела в одном определенном спектральном участке  $\lambda$  с излучением черного тела той же длины волны. Сравнение это с наибольшим удобством делается при по-

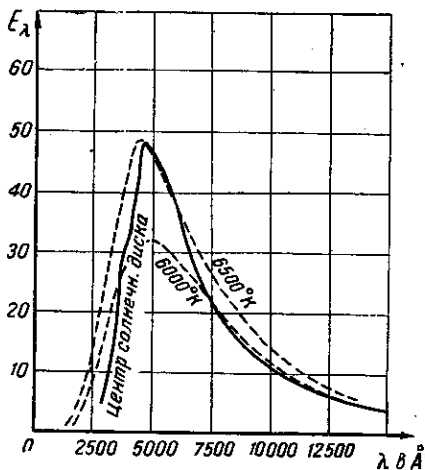


Рис. 394. Распределение энергии в спектре Солнца и в спектрах черного тела при температурах  $6000^{\circ}\text{K}$  и  $6500^{\circ}\text{K}$ . Сравнение кривых позволяет считать цветовую температуру Солнца равной  $6500^{\circ}\text{K}$ .

мощи пирометра с исчезающей нитью, устроенного следующим образом. В фокусе объектива  $O$  (рис. 395) помещается электрическая лампа  $L$  с баллоном из хорошего стекла (лучше всего в виде бочонка с плоскими доньшками) и с нитью, изогнутой в форме полукруга. Окуляр  $Ok$  позволяет наблюдать одновременно среднюю часть нити и изображение поверхности исследуемого источника, проектируемого при помощи  $O$  и зеркал  $M$  в плоскость нити. Красные стекла  $RR$ , помещенные между окуляром и глазом, пропускают почти монохроматическую часть света, испускаемого источником и нитью. Обычно пропускаемая область соответствует  $\lambda = 6600 \text{ \AA}$ . Лампа, питаемая током от батареи  $B$ , регулируется реостатом  $R$ ; ток отсчитывается по прецизионному амперметру  $A$ . При измерении температуры регулируют ток в нити до тех пор, пока эта последняя не исчезнет на фоне изображения. При этой силе тока  $I$  яркости излучения нити

и источника для  $\lambda = 6600 \text{ \AA}$  совпадают между собой и, следовательно, для данного  $\lambda$  совпадают и их испускательные способности.

Если предварительной градуировкой при помощи наблюдения черного тела различной температуры установлено, каким температурам черного тела соответствует исчезновение нити при различных силах тока  $I$ , то по показаниям амперметра мы получаем возможность судить, какой температуре черного тела  $S_\lambda$  соответствует излучение наблюдаемого источника. Если бы источник был также черным телом, то найденная температура  $S_\lambda$  была бы его истинной температурой.

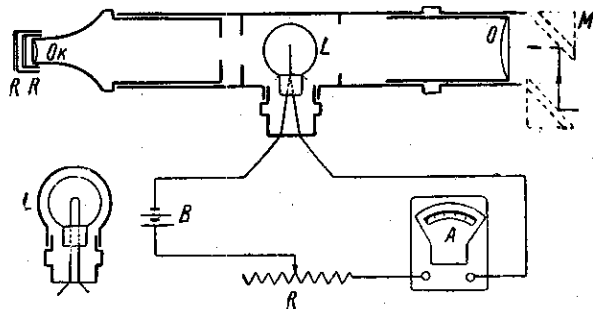


Рис. 395. Схема пирометра с исчезающей нитью для определения яркостной температуры. Слева показано устройство лампы  $L$ .

В противном случае найденная температура характеризует температуру  $S_\lambda$  черного тела, имеющего для  $\lambda = 6600 \text{ \AA}$  ту же яркость, что и изучаемое тело при условиях наблюдения. Поэтому  $S_\lambda$  носит название *яркостной температуры* источника.

Если известно отношение  $\mathcal{E}_{6600}$  яркости изучаемого тела для  $\lambda = 6600 \text{ \AA}$  к яркости черного тела при той же температуре, то мы можем по яркостной температуре определить и истинную температуру.

Отношение  $\mathcal{E}_{6600}$  определено для многих технически важных материалов; оно несколько зависит от  $T$ ; некоторые из этих значений собраны в таблице на стр. 607.

Так как яркость нечерного тела может зависеть от направления, то значения  $\mathcal{E}_{6600}$  приведены для направления, нормального к излучающей поверхности. Так же должна делаться и наводка пирометра. Связь между яркостной и истинной температурами дается при помощи соотношения (см. упражнение 226):

$$\ln \mathcal{E}_{\lambda, T} = \frac{c_2}{\lambda} \cdot \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{S_\lambda} \right), \quad (194.1)$$

где постоянная  $c_2 = \frac{hc}{k} = 1,438 \text{ см} \cdot \text{град}$ .

Вещество	Температура в °К	$\mathcal{E}_{6000}$
Молибден . . . . .	1300°	0,40
	2300°	0,36
Тантал . . . . .	1300°	0,44
	3200°	0,38
Уголь . . . . .	1500°	0,89
	2500°	0,84
Серебро . . . . .	{ при температуре плавления	0,05
	{ расплавленное	0,07
Железо . . . . .	при температуре плавления	0,36
	1500°	0,92
Оксид железа . . . . .	при температуре плавления	0,37
Оксид никеля . . . . .	{ твердая	0,31
	{ жидкая	0,35
Медь расплавленная . . . . .	1500°	0,15
Оксид меди . . . . .	1300°	0,80
	1500°	0,60

Кроме пирометров с исчезающей нитью существует ряд других приборов для определения яркостной температуры, а через ее посредство — и истинной температуры раскаленных тел.

Таким образом, в зависимости от метода наблюдения мы определяем оптически одну из трех условных температур: радиационную ( $T_r$ ), цветовую ( $T_c$ ) или яркостную  $S_\lambda$ . Переход к истинной температуре возможен лишь при знании некоторых дополнительных параметров излучающего тела.  $T_r$  и  $S_\lambda$  всегда меньше истинной температуры,  $T_c$  обычно несколько больше истинной и, как правило, меньше отличается от нее, чем  $T_r$  и  $S_\lambda$ .

### § 195. Источники света

Из изложенного в предыдущих параграфах ясно, что использование раскаленного тела в качестве источника света тем более выгодно, чем выше температура этого тела. Действительно, с повышением температуры не только быстро увеличивается общая изучаемая мощность, но растет также относительная доля лучистой энергии, приходящейся на видимую часть спектра. По закону Больцмана суммарная интенсивность возрастает для черного тела пропорционально четвертой степени абсолютной температуры. Но интенсивность более коротковолновых участков спектра растет гораздо быстрее, особенно при не очень высоких температурах. Так, вблизи температуры красного каления общая энергия *видимого* спектра платины растет пропорционально тридцатой степени температуры и даже вблизи белого каления — все еще пропорционально четырнадцатой степени температуры. Интенсивность *желтых* лучей возрастает вдвое, когда температура черного тела изменяется от 1800° до 1875°К, т. е. всего на 4%.  
на 4%.

Если бы в качестве излучателя служило черное тело, то, пользуясь формулой Планка, мы могли бы рассчитать для каждой температуры эту часть полезной с точки зрения осветительной техники энергии и вычислить световую отдачу нашего светового источника. Если принять во внимание, что максимум чувствительности человеческого глаза лежит около  $5500 \text{ \AA}$  (в желто-зеленой части спектра), то черное тело окажется наивыгоднейшим источником при температуре около  $5200^\circ \text{K}$ . Принято называть условно «белым светом» (с точки зрения светотехники) излучение черного тела при этой температуре. Солнечное излучение вблизи поверхности земли, т. е. несколько измененное вследствие поглощения в земной атмосфере, имеет цветовую температуру, близкую к этому числу, что и послужило основанием для такого условного обозначения.

При дальнейшем повышении температуры черного тела излучение, приходящееся на полезную для освещения часть спектра, конечно, растет, но доля его в общей излучаемой энергии падает, так что дальнейшее повышение температуры неэкономно с точки зрения светотехники.

Излучение нечерных тел, например раскаленных металлов, всегда меньше, чем излучение черных тел. Но *световая отдача*, т. е. соотношение между энергией, полезной для освещения, и невидимой частью спектра, для накаливаемого металла при данной температуре  $T$  может быть выше, чем для черного тела при той же температуре, как можно видеть из кривых рис. 390.

На этих кривых показано распределение энергии по спектру для вольфрама и черного тела одной и той же температуры, а также отношение ординат обеих кривых (пунктирная линия  $a$ ), которое показывает отношение излучательной способности вольфрама для разных длин волн к излучательной способности черного тела. Из кривой  $a$  видно, что в области видимого света испускание вольфрама составляет около 40% испускания черного тела той же температуры, а в области инфракрасных лучей (около  $3\mu$ ) — всего лишь 20%. Такая «селективность» излучения выгодно отличает вольфрам и в связи с высокой температурой плавления вольфрама делает его наилучшим материалом для изготовления нитей ламп накаливания.

Из того же рис. 390 видно, что хотя вследствие селективности максимум излучения вольфрама смещен несколько в область коротких волн по сравнению с максимумом для черного тела, однако при температуре  $2450^\circ \text{K}$ , для которой составлен график, максимум этот лежит еще около  $11\,000 \text{ \AA}$ , т. е. очень далек от максимума чувствительности глаза ( $5500 \text{ \AA}$ ). Поэтому дальнейшее повышение температуры могло бы значительно повысить световую отдачу накаливаемого вольфрама.

Указанная температура соответствует нормальной температуре пустотной лампы накаливания с вольфрамовой нитью (на 50—60 *вт*).



Температура плавления вольфрама лежит значительно выше ( $3655^{\circ}\text{K}$ ); однако дальнейший накал опасен, ибо нагретая нить испаряется (распыляется) в пустоте настолько быстро, что повышение температуры нити сверх  $2500^{\circ}\text{K}$  быстро ведет к ее разрушению.

Большим шагом вперед в деле улучшения осветительной техники явилось предложение Лэнгмюра (1913 г.) наполнять баллоны ламп нейтральным газом, например азотом или, еще лучше, аргоном; давление газа достигает примерно  $1/2\text{ ат}$ , и присутствие его сильно замедляет распыление волоска, что позволяет увеличить температуру нити до  $3000^{\circ}\text{K}$  и больше без заметного сокращения срока службы лампы (около 1000 часов). При этом сильно повышается световая отдача. Однако общий коэффициент полезного действия лампы равен отношению энергии полезной части спектра к общей энергии, питающей лампу, т. е. приходится учитывать не только потери на видимое излучение, но также на теплопроводность и конвекцию. Эти последние виды потерь сильно увеличиваются при заполнении колбы лампы газом, так что газонаполненные лампы в смысле увеличения к. п. д. не имели бы преимущества перед пустотными, хотя свет их был бы приятнее для глаза, ибо он ближе подходит к составу дневного («белого») света. Уменьшения потерь на охлаждение можно достигнуть, заменив прямой волосок тонкой спиральной нитью, отдельные нитки которой обогревают друг друга. Именно так и осуществляются современные экономические лампы накаливания, к. п. д. которых значительно выше к. п. д. пустотных ламп.

Нижеследующая таблица дает представление о световой отдаче ламп накаливания разного типа при нормальном режиме горения. За меру световой отдачи принимают отношение полного светового потока, посылаемого лампой (в люменах), к полной мощности, затрачиваемой на питание лампы (в ваттах). Срок службы ламп — 1000 часов.

Тип лампы	Световая отдача <i>лм/вт</i>	К. п. д.	Температура истинная	Температура цветовая	Яркость (в стилибах)
50 <i>вт</i> , пустотная угольная	2,5		2095	2130	около 50
50 <i>вт</i> , пустотная вольфрамовая	10	1,6%	2460	2505	150—200
50 <i>вт</i> , газонаполненная вольфрамовая	10		2685	2670	около 500
500 <i>вт</i> , то же	17,5	2%	2900	2880	около 1000
2000 <i>вт</i> , » »	21,2	3,5%	3020	3000	1300—1500

Из таблицы видно, что световая отдача возрастает с увеличением температуры волоска (цветовой и истинной, с ней связанной). Это

повышение температуры достигается изменением типа лампы (газо-наполнение), материала волоска и размеров лампы, ибо с ростом мощности лампы потери на охлаждение относительно сокращаются. Вместе с температурой растет, конечно, и яркость волоска лампы.

Значительно большую световую отдачу имеют электрические дуги, положительный кратер которых имеет температуру около  $4000^{\circ}\text{K}$ . В дугах интенсивного горения (сила тока до  $300\text{ а}$ ) температура кратера достигает  $5000^{\circ}\text{K}$ , а в дугах под давлением около  $20\text{ ат}$  Люммеру удалось довести температуру кратера до  $5900^{\circ}\text{K}$ , т. е. получить источник, приближающийся по своим световым свойствам к Солнцу. В обычных дугах главная часть излучения (от  $85$  до  $95\%$ ) излучается положительным кратером, около  $10\%$  — катодом и лишь  $5\%$  приходится на свечение облака газов между электродами. В дугах интенсивного горения, в которые вводятся тугоплавкие соли некоторых элементов с большой испускательной способностью (редкие земли), роль облака повышается и на долю кратера приходится всего  $40$ — $50\%$  общего излучения. Хотя, по-видимому, в таких дугах излучение носит почти исключительно тепловой характер, все же в силу большой селективности излучения элементов, вводимых в состав облака, световая отдача таких источников оказывается выше, чем для раскаленного угля и металлов.

Еще большей селективностью отличаются, например, пары натрия, значительная часть излучения которого (около  $1/3$ ) сконцентрирована в видимой области (две интенсивные желтые линии  $5890\text{ \AA}$  и  $5896\text{ \AA}$ ). В соответствии с этим световая отдача излучения натрия может достигать  $200\text{ лм/вт}$  в лампах соответствующего устройства. Вообще свечение газов в силу их селективности отличается наибольшей экономичностью; но эта селективность является в то же время и практическим недостатком, ибо благодаря ей спектр газовых источников состоит из отдельных линий или полос и сильно отличается от привычного для человеческого глаза белого света. В тех случаях, когда этот недостаток играет второстепенную роль, газосветные источники могут с успехом заменять менее экономичные лампы накаливания и электрические дуги. Так, для освещения загородных дорог применяются иногда натровые лампы, которые даже в эксплуатационных условиях, с потерями на вспомогательных устройствах, дают световую отдачу около  $50\text{ лм/вт}$ .

За последние годы применение газосветных ламп достигло большого развития благодаря важному техническому нововведению. Внутренняя поверхность баллона таких ламп, обычно ртутных, покрывается слоем вещества, способного флуоресцировать под действием коротковолнового излучения разряда. Предложение использовать ультрафиолетовое свечение в газосветных лампах с помощью люминесцентной трансформации было высказано С. И. Вавиловым еще в двадцатых годах. В настоящее время лампы подобного типа нашли

широкое техническое применение. Люминофор подбирают таким образом, чтобы его свечение восполняло недостаток спектрального состава газового свечения. В результате получается источник, цвет излучения которого приближается к солнечному («лампы дневного света»). Так как в этих лампах часть ультрафиолетового излучения трансформируется в видимое, то этим достигается дополнительное повышение светотехнической экономичности этих ламп.

Хорошие лампы этого типа имеют световую отдачу до 40—50 лм/вт при превосходном спектральном составе. Лампы этого типа еще обладают некоторыми техническими недостатками, однако они уже начинают успешно конкурировать с лампами накаливания и, несомненно, вытеснят их в дальнейшем.

---

## ОТДЕЛ XII

# ЛЮМИНЕСЦЕНЦИЯ

---

### ГЛАВА XXXVII

## ИЗЛУЧЕНИЕ АТОМОВ И СПЕКТРАЛЬНЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ

### § 196. Линейчатые спектры

Излучение изолированных атомов, например атомов разреженного одноатомного газа или пара металла (Na, Hg), отличается наибольшей простотой. Электроны, входящие в состав таких атомов, находятся под действием внутриатомных сил и не испытывают возмущающего действия со стороны окружающих удаленных атомов. Спектры таких газов состоят из ряда дискретных спектральных линий разной интенсивности, соответствующих различным длинам волн. При исследовании газов, состоящих из многоатомных молекул, спектр получается более сложным. Так, например, в спектре водорода ( $H_2$ ) наряду с отдельными, довольно удаленными друг от друга линиями наблюдается большое число тесно расположенных линий, так называемый *многолинейчатый* или *полосатый* спектр водорода.

Исследование показывает, что этот последний характеризует *молекулы* водорода, тогда как первый, состоящий из дискретных линий, относится к *атомам* водорода, образовавшимся в разрядной трубке вследствие диссоциации молекулы под действием разряда. Спектры различных атомов отличаются чрезвычайным разнообразием, причем в некоторых из них, например в спектре железа, насчитывается несколько тысяч линий. Тем не менее, мы без особого труда отличаем эти богатые линиями спектры атомов от полосатых спектров молекул, отличающихся определенной группировкой многочисленных линий.

Правда, и линии атомного (линейчатого) спектра не представляют собой беспорядочного скопления. Внимательное изучение линейчатых спектров уже давно привело к установлению определенных закономерностей в их расположении. Лишь сравнительно недавно удалось установить физический смысл, заложенный в этих закономерностях, и вслед за этим найти объяснение им в особенностях строения атома (Бор, 1913 г.). Таким образом, создание теории атома шло рука об руку с объяснением спектральных закономерностей. Многообразные и точные сведения, получаемые в результате спектроскопических ис-

следований, явились важнейшими данными, направлявшими теоретические исследования и позволившими проверить выводы теории. С другой стороны, теоретические заключения позволили предусмотреть многие новые стороны явлений и соответствующим образом ориентировать экспериментальные исследования.

Линейчатый спектр газов можно возбудить весьма различными способами. Он появляется при различных видах электрического разряда через газ (гейслерова трубка, искра, дуговой разряд), при бомбардировке атомов газа электронами, испускаемыми накалившимся катодом (что также можно рассматривать как одну из форм электрического разряда), при нагревании паров и газов (в пламени горелки например), при освещении паров светом подходящей длины волны и т. д. Во всех этих случаях получаются спектральные линии, длина волны которых характерна для изучаемого газа. Однако в зависимости от условий возбуждения относительная интенсивность различных линий может сильно различаться, так что некоторые линии могут отсутствовать при тех или иных способах возбуждения. Можно даже иногда возбудить одну-единственную линию из всего линейчатого спектра. Таким образом, внешний вид спектра данного газа может сильно зависеть от условий возбуждения; однако следует помнить, что, меняя условия возбуждения, мы можем заставить исчезнуть или появиться только *определенные для каждого данного вещества линии*, совокупность которых и составляет характерный для него линейчатый спектр.

Каждая такая спектральная линия не представляет собой, однако, излучения строго определенной длины волны, а является, как это уже не раз упоминалось, излучением очень узкого спектрального участка, в котором энергия распределена так, что интенсивность быстро падает от центра к краям. Измерение ширины спектральной линии (см. § 151) показывает, что в излучении разреженного газа величина этого участка нередко ограничена сотыми и даже тысячными долями ангстрема. Однако условия возбуждения могут заметно влиять и на эту величину, равно как и на положение центра (максимума) спектральной линии. Внешнее электрическое (или магнитное) поле вызывает расширение (или даже расщепление) спектральной линии, а такие внешние поля, особенно электрические, могут в условиях газового разряда обуславливаться высокой концентрацией ионов в разряде и достигать заметной величины; столкновение светящегося атома с соседними во время процесса излучения также ведет к уширению линии; к тому же ведет и самый факт теплового движения атома вследствие эффекта Доплера. В специальных условиях, например при мощных разрядах, сопровождающихся сильной ионизацией, или при большой плотности газа эти искажения могут достигать значительной величины. Однако обычно действие всех перечисленных причин не особенно велико, и излучение газа обладает спектром, характерным для атомов, составляющих этот газ.

### § 197. Обращение спектральных линий

Пусть свет от лампы накаливания или от кратера электрической дуги проходит через сосуд с парами металла и затем падает на щель спектрографа. Спектрограмма обнаружит на фоне сплошного спектра источника одну или несколько темных линий, точно соответствующих длинам волн, которые способен испускать пар этого металла (ср. § 150). Явление это, носящее название *обращения спектральных линий*, было впервые обнаружено Кирхгофом и является частным случаем общего закона Кирхгофа, согласно которому поглощательная способность вещества пропорциональна его испускающей способности.

В описанном опыте обращает на себя внимание то обстоятельство, что число обнаруживаемых линий поглощения не совпадает с числом линий, характеризующих спектр испускания пара. Это обстоятельство может показаться не вполне ясным с точки зрения классического истолкования закона Кирхгофа, объясняющего этот закон явлением резонанса, ведущего к сильному поглощению при совпадении периодов волны и резонатора. Не вполне разъясняется это явление, если даже принять во внимание различие температур излучающего и поглощающего пара. Однако указанная особенность становится вполне понятной с точки зрения современных представлений о поглощении и излучении атомов, дающих иную интерпретацию закона Кирхгофа (см. § 206).

Спектр, подобный описанному выше (сплошной спектр, прерванный темными линиями поглощения), носит название *спектра поглощения*. Он был впервые наблюден Воластоном (1802 г.) и Фраунгофером (1817 г.) в солнечном спектре, многочисленные черные линии которого получили название фраунгоферовых линий. По Кирхгофу и Бунзену (1861 г.) эти фраунгоферовы линии объясняются поглощением в солнечной атмосфере, состоящей из паров и газов.

Это предположение подтвердилось наблюдениями (фотографическими) над так называемым *спектром вспышки*. Поглощение света, излучаемого яркой поверхностью Солнца (фотосферой), происходит главным образом в нижних слоях солнечной атмосферы (хромосферы), в *обращающем слое*. Во время полного солнечного затмения можно наблюдать на мгновение этот обращающий слой, когда яркий диск фотосферы закрыт (непосредственно перед началом и сейчас же после конца полной фазы затмения). В это мгновение фраунгоферовы линии вспыхивают, как яркие линии на темном фоне, ибо и обращающий слой находится при столь высокой температуре, что испускает довольно много света. Однако в обычных условиях из яркого света фотосферы поглощается в обращающем слое больше света, чем может испускаться этим слоем для тех же длин волн, так что линии поглощения кажутся темными на фоне спектра фотосферы.

### § 198. Спектральный анализ по спектрам испускания и поглощения атомов

Систематическое изучение спектров ряда элементов позволило Кирхгофу и Бунзену установить однозначную связь между спектром испускания (и спектром поглощения) паров и химической индивидуальностью соответствующих атомов. Наличие такой связи открыло им путь к обоснованию возможности спектрального химического анализа, т. е. возможности суждения о химическом составе излучающей смеси паров по ее спектру.

Первым важнейшим применением нового метода явилось открытие Бунзенем (1860 г.) двух новых элементов из группы щелочных металлов — рубидия и цезия — в природных продуктах, содержащих литий, натрий и калий. Новые элементы были обнаружены по новым спектральным линиям, отличным от уже изученных ранее линий лития, натрия и калия. Названия этих элементов сохраняют историю их открытия, ибо рубидий испускает темно-красную (рубиновую) и фиолетовую линии, а цезий — две голубые (caesius — небесно-голубой) линии. Вскоре затем были открыты при помощи спектрального анализа еще новые элементы: таллий (1862 г.), индий (1863 г.), галлий (1875 г.) и гелий (1895 г.). Наконец, в последнее время ряд пробелов в периодической системе элементов был заполнен также на основании спектрально-аналитических изысканий, правда, при помощи рентгеновских спектров, а не оптических.

Метод Кирхгофа и Бунзена основывается на установлении характерных для элемента спектральных линий при помощи точного определения длины волны этих линий. Таким путем можно судить о присутствии данного элемента в сложной смеси. На этом построен качественный спектральный анализ, особенно ценный потому, что он обладает крайне высокой чувствительностью, превосходящей обычные химические методы. Спектральным методом возможно определить присутствие вещества при концентрациях, составляющих  $10^{-5}$  и меньше (например Na при концентрации  $10^{-7}$ ), причем абсолютное количество вещества, необходимое для обнаружения, также очень невелико и может в некоторых случаях быть порядка  $10^{-9}$  —  $10^{-10}$  г. Чувствительность спектрального анализа сильно зависит от природы изучаемого элемента и от метода исследования. В последние годы удалось значительно повысить чувствительность спектрального метода, испаряя в электрической дуге подлежащие анализу элементы и анализируя затем спектрально эти «продукты перегонки». Высокая чувствительность спектрального метода, соединенная с быстротой выполнения, делает его крайне ценным в ряде научных и практических исследований.

Определение спектральным методом *количественного содержания* исследуемого элемента (количественный анализ) представляется более

сложной задачей. Принцип количественного определения покоится на связи между интенсивностью испускаемой линии и содержанием испускающего вещества в смеси. Однако, как уже указывалось в § 196, интенсивность данной спектральной линии сильно зависит от условий возбуждения. Сверх того интенсивность линии может быть иногда значительно изменена вследствие поглощения при прохождении света через слой паров элемента, окружающего испускающий атом. Эти и ряд других обстоятельств долгое время затрудняли применение спектрально-аналитического метода для количественного анализа. В настоящее время, однако, эти затруднения в значительной степени обойдены и количественный спектральный анализ с успехом применяется для решения многих производственных задач (в металлургии, машиностроении, геологической разведке и т. д.), а также в медицине, биологии и других областях. При благоприятных условиях удается выполнять количественные анализы с ошибкой, не превышающей 3—5% измеряемой величины, причем сохраняются основные преимущества спектрального анализа: его быстрота и чувствительность. Большие успехи, которых достигли советские спектроскописты, сделали метод эмиссионного спектрального анализа одним из ведущих аналитических методов на предприятиях Советского Союза.

Исключительное значение имеют спектрально-аналитические методы исследования в астрофизике и вообще при изучении недоступных объектов. В этих областях наряду с анализом по спектрам испускания применяются также и анализы по спектрам поглощения (пример — фраунгоферовы линии Солнца).

### § 199. Спектральные закономерности

Линейчатые спектры, как уже упоминалось, представляют собой совокупность спектральных линий, составляющих известные системы, а не разбросанных в беспорядке по длинам волн. Установление связи между частотами отдельных линий впервые было сделано Бальмером (1885 г.).

Открытая им закономерность относится к четырем водородным линиям. Именно, оказалось, что длины волн, соответствующих этим линиям, можно выразить общей формулой

$$\lambda = b \frac{m^2}{m^2 - 4},$$

где  $b = 3645,7 \text{ \AA}$  и  $m$  — ряд последовательных целых чисел 3, 4, 5, 6.

Вводя вместо  $\lambda$  частоту  $\nu = \frac{c}{\lambda}$ , можно переписать формулу Бальмера в виде

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \tilde{R} \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2} \right).$$



В практической спектроскопии  $\nu$  заменяют величиной  $N = \frac{\nu}{c} = \frac{1}{\lambda}$ . Это так называемое *волновое число* показывает, сколько волн данной длины укладывается на протяжении одного сантиметра. Таким образом, формула Бальмера приобретает вид

$$N = \frac{1}{\lambda} = \frac{\bar{R}}{c} \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2} \right) = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2} \right), \quad (199.1)$$

где  $m = 3, 4, 5, 6$ . Величина  $R$  связана с введенной выше постоянной  $b$  простым соотношением  $R = 4/b$ .

Во времена Бальмера были известны лишь четыре линии водорода, уложенные в его формулу. В настоящее время установлено 29 линий водородного спектра, и частоты всех этих линий с поразительной точностью могут быть вычислены по формуле Бальмера, если придавать  $m$  целые значения от 3 до 31. Постоянная  $R$ , получившая название *постоянной Ридберга*, согласно современным данным равняется  $109\,677,581 \text{ см}^{-1}$ . Число знаков, с которыми определена постоянная Ридберга, с одной стороны, показывает, какой степени точности достигла современная спектроскопия, а с другой — иллюстрирует, насколько формула Бальмера удачно передает результаты наблюдений. Еще убедительнее демонстрирует точность формулы Бальмера таблица, сопоставляющая измеренные значения длин волн бальмеровской серии водорода и значения, вычисленные по формуле Бальмера.

$m$	$\lambda$ вычисл. в Å	$\lambda$ наблюда. в Å	$m$	$\lambda$ вычисл. в Å	$\lambda$ наблюда. в Å
3	6562,80	6562,80	18	3691,59	3691,56
4	4861,38	4861,33	19	3686,86	3686,86
5	4340,51	4340,47	20	3682,84	3682,78
6	4101,78	4101,74	21	3679,38	3679,36
7	3970,11	3970,06	22	3676,39	3676,40
8	3889,09	3889,00	23	3673,80	3673,76
9	3835,43	3835,38	24	3671,51	3671,32
10	3797,93	3797,92	25	3669,50	3669,44
11	3770,67	3770,65	26	3667,72	3667,75
12	3750,18	3750,18	27	3666,13	3666,07
13	3734,40	3734,38	28	3664,41	3664,64
14	3721,97	3721,91	29	3663,44	3663,44
15	3712,01	3711,98	30	3662,29	3662,21
16	3703,89	3703,86	31	3661,25	3661,21
17	3697,19	3697,15			

Эта таблица ясно показывает, что мы имеем дело не просто с удачно подобранной эмпирической формулой, а с выражением какой-то внутренней закономерности. Это убеждение еще более укрепилось,

когда было обнаружено, что открытые позже линии водорода, лежащие в ультрафиолетовой и инфракрасной частях спектра, также уклады-

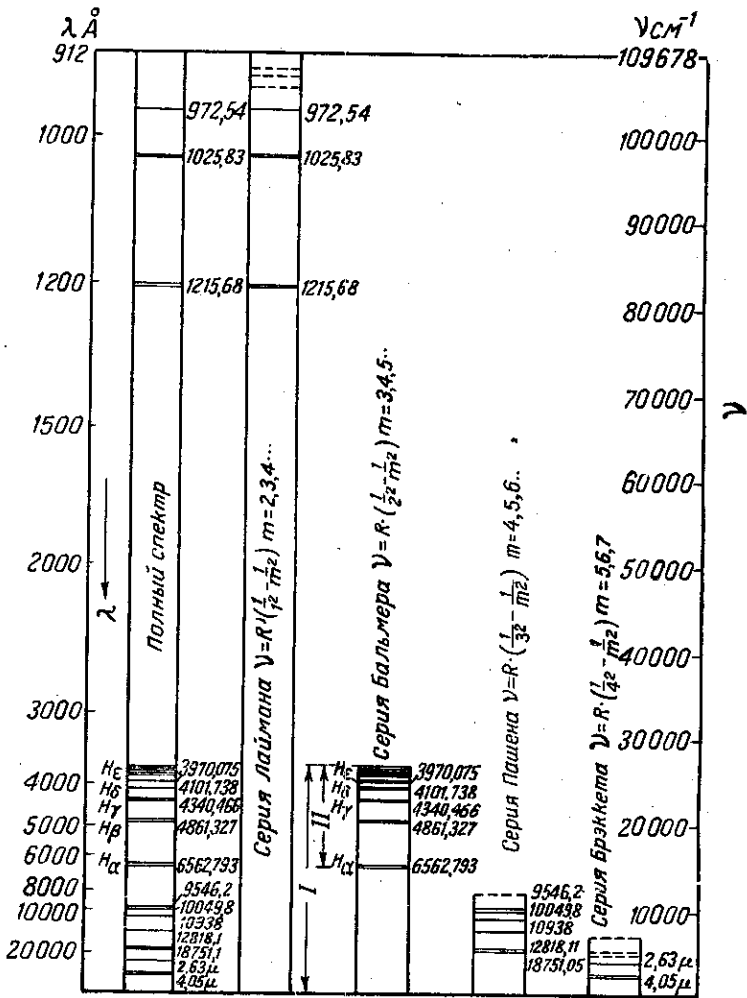


Рис. 396. Схематическое изображение спектра атома водорода: полный спектр и отдельные спектральные серии.

ваются в аналогичные формулы, а именно: серия Лаймана (в далекой ультрафиолетовой области) — в формулу

$$N = R \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad (m = 2, 3, 4); \quad (199.2)$$

серия Пашена (в близкой инфракрасной области) — в формулу

$$N = R \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad (m = 4, 5, 6, 7, 8); \quad (199.3)$$

серия Брэккета (в более отдаленной инфракрасной области) — в формулу

$$N = R \left( \frac{1}{4^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad (m = 5, 6); \quad (199.4)$$

серия Пфунда (еще дальше в инфракрасной области) — в формулу

$$N = R \left( \frac{1}{5^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad (m = 6, 7).$$

Все линии водородного спектра можно, следовательно, разделить на ряд серий, объединяемых общей формулой:

$$N = R \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right), \quad (199.5)$$

где  $n = 1, 2, 3, 4, 5$ ,  $m$  — целые числа, причем  $m > n$ , а  $R$  — одна и та же постоянная, упоминавшаяся выше. Число  $n$  определяет серию,  $m$  — отдельную линию этой серии; при  $n = 1$  получаем серию Лаймана, при  $n = 2$  — серию Бальмера, при  $n = 3$  — серию Пашена, при  $n = 4$  — серию Брэккета, при  $n = 5$  — серию Пфунда.

На рис. 396 схематически изображен полный спектр водорода и отдельные серии, на которые его можно разложить. Каждая серия состоит из ряда линий, расстояния между которыми, как и следует из формулы, уменьшаются в сторону коротких длин волн (больших  $\nu$ ).

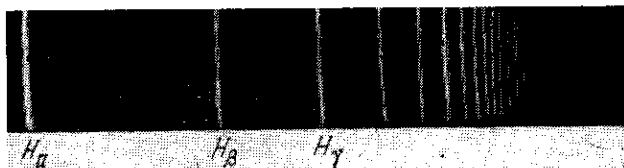


Рис. 397. Фотография серии Бальмера.

Постепенно увеличиваясь, частоты линий стремятся к определенному пределу, величину которого легко найти из серийальной формулы. Иногда наблюдается слабый сплошной спектр, примыкающий к границе серии со стороны больших частот. Рис. 397 представляет фотографию серии Бальмера.

Успех Бальмера направил внимание исследователей на поиски серийальных зависимостей в спектрах других веществ. В первую очередь были исследованы спектры щелочных металлов, затем щелочноземельных и некоторых других элементов. Несмотря на трудность расшифровки, и здесь найдены были серии, и, что очень важно, полученные

формулы очень напоминали сериальную формулу для водорода. Отличие сводится к поправочным членам  $\alpha$  и  $\beta$ , имеющим для водорода значение, равное нулю:

$$N = R \left[ \frac{1}{(n + \alpha)^2} - \frac{1}{(m + \beta)^2} \right]. \quad (199.6)$$

Каждому элементу соответствует несколько таких поправочных членов, с помощью которых можно выразить все характерные для данного элемента серии. Так, например, для натрия эти поправки имеют значения — 1,35, — 0,87, — 0,01 и 0, так что все четыре известные серии натрия выражаются в виде

$$N = R \left\{ \frac{1}{(3 - 0,87)^2} - \frac{1}{(m - 1,35)^2} \right\}, \quad m = 4, 5, 6, \dots \text{ (резкая серия);}$$

$$N = R \left\{ \frac{1}{(3 - 1,35)^2} - \frac{1}{(m - 0,87)^2} \right\}, \quad m = 3, 4, 5, \dots \text{ (главная серия);}$$

$$N = R \left\{ \frac{1}{(3 - 0,87)^2} - \frac{1}{(m - 0,01)^2} \right\}, \quad m = 3, 4, 5, \dots \text{ (диффузная серия);}$$

$$N = R \left\{ \frac{1}{(3 - 0,01)^2} - \frac{1}{m^2} \right\}, \quad m = 4, 5, 6, \dots \text{ (фундаментальная серия).}$$

Как видно из этой таблицы,  $n$  во всех сериях равно 3, а  $m$  принимает целые значения  $\geq 3$ . Поправочные члены входят в различных, хотя и не во всех мыслимых комбинациях (правила отбора).  $R$  имеет почти то же значение, как и в серии Бальмера.

Более тщательные измерения показывают, что  $R$  слегка увеличивается по мере возрастания атомного веса, имея для водорода значение 109 678, а для наиболее тяжелых атомов — 109 737, причем, начиная примерно с хлора, нарастание  $R$  практически уже незаметно. В частности, для натрия  $R_{\text{Na}} = 109 735 \text{ см}^{-1}$ .

Спектры щелочных и щелочноземельных металлов и других элементов гораздо сложнее спектра водорода. Одним из отличий, имеющих место и в других сложных элементах, является *мультиплетный* характер линий: линии состоят из нескольких (две, три и более) компонент с близкими значениями частот. Частоты отдельных компонент также подчинены определенным закономерностям. Разыскивать закономерности в этих сложных спектрах нелегко и это явилось в значительной степени делом догадки и остроумия. Благодаря работам Ридберга и других выяснились некоторые правила, помогающие обнаруживать и выделять отдельные серии. В настоящее время теория атома позволила обосновать многие такие правила. В частности, принадлежность линии к той или другой серии можно установить по характеру аномального расщепления в магнитном поле (см. § 164).

Исследования Ридберга (1890 г.) выяснили универсальность постоянной  $R$  и возможность представления отдельных частот двучленными формулами вышеприведенного типа, т. е. в виде разности двух членов

(термов). Кроме того, оказалось, что различные термы (зависящие от  $\alpha$  и  $\beta$ ) могут комбинироваться между собой попарно, давая начало новым сериям (*комбинационный принцип Ритца*, 1908 г.) \*). Таким образом выясняется, что *физический смысл имеет именно терм*. Особенности атома проявляются в поправочных членах сериальных формул и в мультиплетности линий (точнее, термов).

Установление сериальных закономерностей, связь между сериями (принцип Ритца), универсальность постоянной Ридберга — все это свидетельствовало о глубоком физическом смысле открытых законов. Тем не менее, попытки установить на основании этих законов внутренний атомный механизм, обуславливающий найденные закономерности, потерпели решительную неудачу. Было ясно, что каждая серия полностью вызвана одним и тем же механизмом. Между тем трудно представить возможность излучения целого ряда частот таким простым атомом, как, например, атом водорода. Известны, конечно, типы механических излучателей, дающих ряд колебаний, например струна. Однако спектр такого излучателя состоит из основной частоты и ее обертонов, представляющих целые кратные от основной, даже отдаленно не напоминающая закономерностей, наблюдаемых в спектральных сериях. Были попытки придумать такие типы излучателей, которые давали бы частоты, связанные формулами, аналогичными формулам спектральных серий (Ритц, закрепленные мембраны). Но попытки эти кончились неудачей. Ритц показал, что классическими законами колебательных систем нельзя объяснить законы спектральных серий.

И действительно, решение задачи было найдено в 1913 г. Бором путем привлечения для объяснения атомных закономерностей *теории квантов*; таким образом, оказалось, что классические законы, установленные в макроскопических явлениях, представляют собой лишь первое приближение и не применимы к атому.

## ГЛАВА XXXVIII

### МОДЕЛЬ АТОМА РЕЗЕРФОРДА—БОРА

#### § 200. Первоначальная модель атома Дж. Дж. Томсона и опыты Резерфорда

Вся совокупность наших сведений об оптических явлениях, и в первую очередь эффект Зеемана, свидетельствует, что излучение света обусловлено процессами, в которых принимают участие электроны, входящие в состав атома.

\*) Ритц на основании комбинационного принципа пришел к убеждению, что серии Бальмера и Лаймана суть частные случаи более общей формулы (199.5), и предсказал существование серии в инфракрасной части, выражаемой формулой (199.3). Год спустя Пашен установил две первые линии этой серии.

Для объяснения линейчатого спектра, испускаемого изолированным атомом, следовало предположить, что электрон в излучающем атоме совершает (почти) гармонические колебания, которые согласно классическим законам и обуславливают (почти) монохроматическое излучение. Поэтому на основании вида атомных спектров следовало предположить такое устройство атома, при котором электроны, входящие в его состав, способны совершать гармонические колебания, т. е. удерживаются около положения равновесия квазиупругой силой вида  $f = -kx$ , где  $k$  — постоянная, а  $x$  — отклонение электрона от положения равновесия.

Исходя из закона взаимодействия точечных электрических зарядов (закон Кулона), можно было бы представить себе модель атома, удовлетворяющую такому требованию. Согласно этой модели, предложенной Дж. Дж. Томсоном (1903 г.), атом представляет собой равномерно заполненную положительным электричеством сферу, внутри которой находится электрон. Если заряд электрона равен положительному заряду сферы, то такой атом будет нейтральным, а сила, действующая на электрон, при его смещении подчиняется закону квазиупругой силы.

Хотя модель Томсона и оказалась неправильной, она сыграла положительную роль в истории науки. В частности, такое представление об атоме оказалось очень плодотворным в химии. Томсон разобрал условия равновесия электронов в атоме и показал, что в зависимости от их числа получаются устойчивые или неустойчивые конфигурации. Эти представления позволили подойти к объяснению периодичности в свойствах элементов и были сохранены и в новой теории атома. Модель Томсона помогала, таким образом, объяснить некоторые явления, но для объяснения спектральных закономерностей оказалась совершенно непригодной. Более того, исходные соображения Томсона относительно характера распределения положительных и отрицательных зарядов в атоме не покоятся на базе какого-либо прямого опыта. Поэтому следует признать важнейшим шагом попытку непосредственного опытного зондирования внутренних областей атома с целью установления пространственного распределения зарядов в атоме.

Попытка подобного рода была предпринята еще Ленардом (1903 г.), который изучал прохождение быстрых электронов через материальные тела и пришел к выводу, что атом нельзя представлять себе состоящим из заряженного вещества, равномерно распределенного по всему его объему, а скорее следует приписать ему ажурное строение. К тем же заключениям, но гораздо более обоснованным и количественно уточненным, пришел позже (1913 г.) Резерфорд, предпринявший исследование внутренности атома более мощными средствами.

В качестве зонда для прощупывания атома Резерфорд выбрал  $\alpha$ -частицы, т. е. быстро летящие ионы гелия с атомным весом 4 и

двойным элементарным зарядом, выделяющиеся при радиоактивном распаде сложных атомов. Так как  $\alpha$ -частицы представляют собой сравнительно тяжелые частицы (атомный вес их равен 4, т. е. масса  $6,65 \cdot 10^{-24}$  г), летящие с большой скоростью (до  $\frac{1}{15}$  скорости света), то кинетическая энергия отдельных  $\alpha$ -частиц весьма значительна. Это делает возможным непосредственное наблюдение на опыте отдельных  $\alpha$ -частиц. Действительно, существует несколько методов таких наблюдений. Простейшим из них является *метод сцинтилляций*, основанный на способности  $\alpha$ -частицы при ударе о фосфоресцирующий экран вызывать вспышку, достаточно яркую для наблюдения при помощи лупы. Можно также непосредственно наблюдать путь  $\alpha$ -частицы в виде узкого пучка тумана в камере Вильсона.

Пользуясь возможностью наблюдения отдельных  $\alpha$ -частиц, Резерфорд исследовал (по методу сцинтилляций), каким образом меняется направление полета  $\alpha$ -частицы при прохождении их сквозь слой какого-либо вещества (рассеяние  $\alpha$ -частиц).

Схема опыта Резерфорда приведена на рис. 398. Источник  $\alpha$ -частиц определенной скорости — препарат  $RaC$  — помещался в одном конце сосуда, из которого тщательно удалялся воздух для того, чтобы  $\alpha$ -частицы могли пролетать без помехи до фосфоресцирующего экрана  $E$ . Из потока  $\alpha$ -частиц при помощи диафрагмы  $D$  выделялся узкий пучок однородных  $\alpha$ -лучей. На экране  $E$  в слабый микроскоп наблюдались сцинтилляции, которые тесно группировались около центра экрана. При помощи шлифа  $F$  на пути  $\alpha$ -частиц можно было вводить тонкие листочки металлической фольги (один или два листочка).  $\alpha$ -частицы, рассеянные в стороны при прохождении через фольгу, попадают на удаленные от центра части экрана. Наблюдение состоит в определении числа сцинтилляций (за определенное время), возникающих в разных местах экрана.

При прохождении  $\alpha$ -частицы через вещество происходит изменение направления ее полета в результате взаимодействия с зарядами, входящими в состав атома. При этом столкновение с электроном не должно сильно сказываться на траектории  $\alpha$ -частицы, так как масса ее приблизительно в 8000 раз превосходит массу электрона; при встрече с  $\alpha$ -частицей электрон будет значительно смещен без заметного изменения пути  $\alpha$ -частицы. Напротив, столкновение с положительно заряженной частью атома может вызвать более или менее резкое изменение направления  $\alpha$ -частицы.

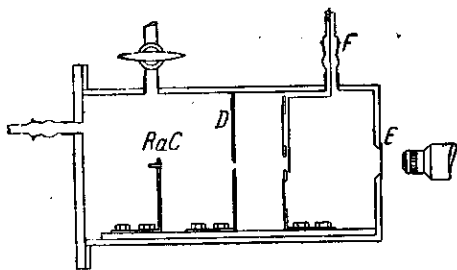


Рис. 398. Схема опытов Резерфорда по рассеянию  $\alpha$ -частиц ядрами тяжелых элементов

Рис. 399 изображает полученное в опытах Резерфорда распределение сцинтилляций. Он показывает, что без рассеивающей фольги весь довольно узкий поток  $\alpha$ -частиц группируется около определенного положения (А); при прохождении же через фольгу поток рассеивается также и в стороны, причем кривая рассеяния двумя листочками фольги значительно шире (С), чем при одном листочке (В).

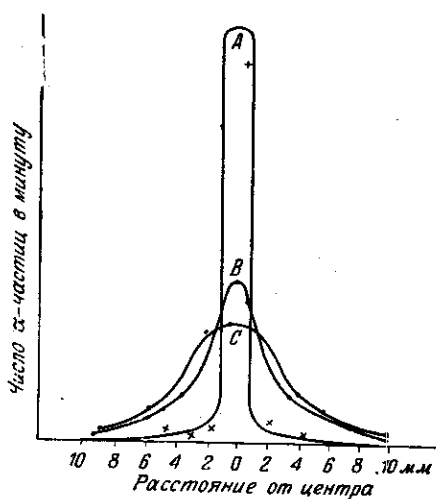


Рис. 399. Схематическое изображение результатов опытов по рассеянию  $\alpha$ -частиц.

Из кривых можно определить, сколько  $\alpha$ -частиц испытывает в результате прохождения через фольгу отклонение на большой угол. Оказалось, что число таких частиц весьма заметно. Так, в среднем одна частица из 8000 испытывает отклонение на угол, больший  $150^\circ$ , т. е. поворачивает обратно. Подсчет показывает, что вероятность накопления отклонений в одну сторону при большом числе последовательных ударов крайне невелика. Она совершенно недостаточна для того, чтобы объяснить существование заметного числа таких больших отклонений.

Приходится, следовательно, допустить, что довольно часто происходят столкновения, вызывающие сразу крутой поворот  $\alpha$ -частицы, в частности, даже ее отбрасывание назад. Наличие таких резких отклонений от первоначального направления при однократном столкновении наблюдалось и непосредственно в камере Вильсона, где даже при столкновении со сравнительно легкими атомами, наполняющими камеру, иногда видны заметные изломы траектории  $\alpha$ -частицы (рис. 400).

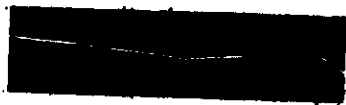


Рис. 400. След  $\alpha$ -частицы в камере Вильсона.

## § 201. Ядерная модель атома Резерфорда

Для интерпретации результатов наблюдений над рассеянием  $\alpha$ -частиц необходимо рассчитать пути  $\alpha$ -частиц, исходя из некоторых теоретических предположений. При этом надо учитывать взаимодействие  $\alpha$ -частицы с положительным зарядом, масса которого равна массе атома и заряд которого, равный  $Ne$ , предполагается сосредоточенным в сферическом объеме. Сравнение теории и опыта должно



дать возможность определить величину этого заряда и размеры (радиус) положительной сферы, т. е. ответить экспериментально на вопрос об электрических элементах атомного строения.

Путем элементарных расчетов, аналогичных расчетам траектории кометы, Резерфорд показал, что траектория  $\alpha$ -частицы должна иметь форму гиперболы, в фокусе которой расположен центр рассеивающего атома; угол между асимптотами  $\varphi$ , который является дополнением угла рассеяния до  $2\pi$  (рис. 401), зависит от начальной

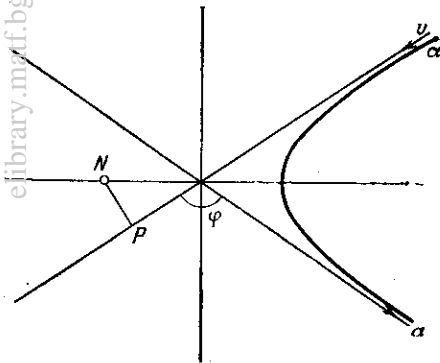


Рис. 401. К теории опытов Резерфорда.

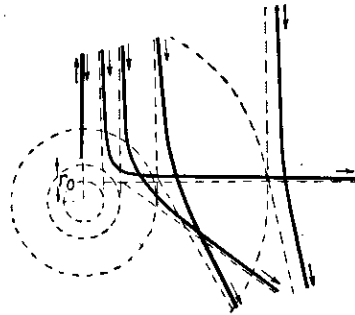


Рис. 402. Траектории  $\alpha$ -частицы в поле ядра тяжелого атома.

скорости  $\alpha$ -частицы  $v$ , величины заряда  $Ne$  и минимального расстояния, на которое  $\alpha$ -частица приближается к центру рассеивающего атома.

Не вдаваясь в расчеты, легко видеть, что чем ближе к центру атома проходит  $\alpha$ -частица, тем более крутой поворот испытывает ее траектория. Рис. 402 дает типичные траектории  $\alpha$ -частиц по расчетам Резерфорда;  $r_0$  есть минимальное расстояние, на которое может приблизиться к ядру  $\alpha$ -частица при данной скорости  $v$  и при данном заряде атома  $Ne$ . По вычислению

$$r_0 = \frac{4Ne^2}{mv^2},$$

где  $e$  — элементарный заряд и  $m$  — масса  $\alpha$ -частицы. Рассчитав число  $\alpha$ -частиц, отклоняющихся на тот или иной угол, и сравнивая результаты расчетов с наблюдениями, можно, зная  $v$ , вычислить заряд атома  $Ne$  и по вышеприведенной формуле определить  $r_0$ .

Путем изменения источника  $\alpha$ -частиц, т. е. их скорости, оказывается возможным решить вопрос о законе взаимодействия между отталкивающимися зарядами. Резерфорд принимал закон Кулона, т. е. считал силу обратно пропорциональной квадрату расстояния, что, как известно, справедливо, если размеры зарядов малы по

сравнению с расстоянием между ними (точечные заряды). Можно провести расчет в общем виде, принимая в качестве закона силы  $f \sim \frac{1}{r^n}$ .

Точные исследования законов рассеяния  $\alpha$ -частиц, выполненные Резерфордом и его сотрудниками, в первую очередь Чэдвигом, позволили определить все интересующие нас величины. Оказалось, что  $n$  в законе силы очень близко к 2 (лежит между 1,97 и 2,03), т. е. что в этих условиях соблюдается закон Кулона. Это значит, что наименьшее расстояние, на которое сближались атомы, еще велико по сравнению с размерами их положительных центральных зарядов.

Далее было найдено, что  $N$ , т. е. число элементарных зарядов, из которых складывается положительный заряд атома, очень близко к целому числу, показывающему место по порядку, которое занимает рассеивающее вещество в периодической системе элементов Менделеева (*порядковый номер*, обычно обозначаемый через  $Z$ ). Так, по измерениям Чэдика оказалось:

Рассеивающее вещество	Порядковый номер $Z$	Измеренное $N$
Медь . . . . .	29	$29,3 \pm 0,45$
Серебро . . . . .	47	$46,3 \pm 0,7$
Платина . . . . .	78	$77,4 \pm 0,8$

Таким образом был непосредственно определен положительный заряд атома  $n$ , следовательно, число  $N$  электронов, входящих в состав нейтрального атома, и установлен крайне важный закон:

$$N = Z, \quad (201.1)$$

т. е. число электронов в атоме равно порядковому номеру элемента. Закон этот, непосредственно найденный из описанных опытов для нескольких элементов, был распространен впоследствии несколько более косвенными приемами на все элементы (Мозли, 1913 г., исследование закономерностей в рентгеновских спектрах) и может считаться твердо установленным. Согласно этому закону, в состав атома водорода входит 1 электрон, в состав атома гелия — 2, лития — 3 и т. д. до урана, содержащего 92 электрона.

Наконец, опыты Резерфорда и его сотрудников показали, что для объяснения рассеяния  $\alpha$ -частиц под большими углами необходимо принять, что размер положительного ядра очень невелик.

Из соотношения  $r_0 = \frac{4Ne^2}{mv^2}$  можно было определить, что  $r_0$  — минимальное расстояние между центрами соударяющихся частиц — не больше  $10^{-11}$  см даже в том случае, когда рассеивающая фольга состоит из таких тяжелых атомов, как атомы платины ( $N = 78$ );

при этом на указанном расстоянии закон Кулона соблюдается достаточно строго.

Отсюда следует, что радиус положительно заряженной сферы атома значительно меньше  $10^{-11}$  см и, следовательно, имеет порядок величины не больше  $10^{-12}$  см. Эта величина в десятки тысяч раз меньше поперечника атома, который заведомо больше  $10^{-8}$  см.

Таким образом, доказано, что нельзя пользоваться моделью Томсона (положительная сфера имеет размеры атома) и надо представлять себе атом как систему зарядов, в центре которой расположено положительно заряженное ядро с зарядом  $Ze$ , имеющее размеры, не превышающие  $10^{-12}$  см, а вокруг ядра расположено  $Z$  электронов, распределенных во всем объеме, занимаемом атомом. Лучше сказать, что размерами атома мы считаем размеры области, где расположены принадлежащие атому электроны. Такая система зарядов не может находиться в устойчивом равновесии, если заряды неподвижны (общее положение электростатики). Поэтому необходимо предположить, что электроны движутся вокруг центрального ядра наподобие планет солнечной системы, описывая около него замкнутые траектории. Так возникла ядерная модель атома Резерфорда, сохранившая свое значение и до настоящего времени, хотя с точки зрения современных представлений мы не можем говорить столь определенно ни о локализации зарядов, ни об их траекториях.

## § 202. Затруднения теории Резерфорда. Постулаты Бора

Модель, предложенная Резерфордом, покоится на твердых экспериментальных данных, полученных из опытов с рассеянием  $\alpha$ -частиц, и, по-видимому, необходима для объяснения этих опытов. Но в то же время она не только не объясняет спектральных закономерностей, но даже не в состоянии объяснить самого факта испускания атомом монохроматического излучения, если описывать процессы в такой системе, опираясь на классические законы механики и электродинамики.

Действительно, движение электронов по кругам или вообще по криволинейным орбитам есть движение ускоренное и согласно законам электродинамики должно сопровождаться излучением света соответствующей частоты. В частности, при равномерном обращении по кругу частота излучения равна частоте обращения; при более сложных периодических движениях излучение можно представить как ряд монохроматических компонент в соответствии с теоремой Фурье. Однако при таком движении, например круговом, в результате излучения будет уменьшаться энергия атомной системы и вместе с ней будет уменьшаться расстояние от электрона до центра ядра, а следовательно, уменьшаться и период обращения. Таким образом, частота обращения и, следовательно, частота излучения непрерывно

повышаются: атом будет излучать непрерывный спектр; в то же время электрон непрерывно приближается к ядру и через короткую долю секунды должен упасть на ядро, после чего атом как таковой прекратит свое существование.

Итак, по законам классической электродинамики атом Резерфорда должен быть неустойчив и в течение всего времени своего существования должен излучать непрерывный спектр. Оба эти вывода стоят в резком противоречии с опытом.

Как уже упоминалось, выход из затруднения был предложен Бором, отказавшимся от применения к атому законов классической электродинамики. Опираясь на идеи квантовой теории Планка, Бор подошел к трактовке модели Резерфорда с точки зрения этих новых представлений. Нужно отметить, однако, что теория Планка, признав неприменимость классической электродинамики к элементарному осциллятору, не выдвинула на ее место разработанной квантовой электродинамики. В соответствии с этим и Бор не мог дать решения сложной задачи об атоме Резерфорда, которое представляло бы последовательное применение законов новой физики. Он вынужден был сформулировать в виде постулатов определенные утверждения в духе новой теории, не дав сколько-нибудь рационального обоснования рецепту применения этих постулатов. Однако на этом заведомо несовершенном пути были получены столь поразительные результаты, что правильность замысла Бора стала очевидной.

Последовательное развитие квантовой теории повело к разработке квантовой механики и квантовой электродинамики, при помощи которых в настоящее время удалось получить более строгое решение задачи, хотя и до сих пор теория еще далека от окончательного завершения.

Бор обобщил идеи Планка, предположив, что и в случае атома Резерфорда непрерывное излучение, требуемое классической электродинамикой, не имеет места. Для истолкования линейчатых спектров подобного атома нужно предположить, что лучеиспускание атомной системы происходит иначе, чем по обычным макроскопическим представлениям, благодаря чему при помощи этих представлений нельзя определить частоту излучения. Бор предположил, что излучение обладает частотой  $\nu$ , определяемой следующим *условием для частоты*:

$$h\nu = E_n - E_m, \quad (202.1)$$

где  $E_n$  и  $E_m$  — энергии системы до и после излучения. Таким образом, частота излучения  $\nu$  не связана, вообще говоря, ни с какими частотами движений атомной системы.

Исходя из этого закона, мы можем заключить, что спектры не дают нам картины движения частиц в атоме, как это принимается в обычной теории излучения, и позволяют судить лишь об изменениях энергии при различных возможных процессах в атоме. Согласно такому воззрению дискретный характер спектральных линий свиде-

тельствует о существовании определенных, дискретных значений энергии, соответствующих особым состояниям атома. Эти состояния уместно назвать *стационарными*, ибо предполагается, что атом может пребывать в каждом из них известное время и, покидая его, снова попадает в другое стационарное состояние, изменяя свою энергию на конечную величину.

Изложенные соображения были сформулированы Бором в виде двух постулатов.

1) Атом характеризуется известными состояниями, в которых излучение энергии не имеет места, даже если заряженные части атома находятся во взаимном движении, так что по законам обычной электродинамики следовало бы ожидать такого излучения. Эти состояния можно назвать *стационарными состояниями* рассматриваемой системы.

2) Всякое испускание или поглощение излучения должно соответствовать переходу из одного стационарного состояния в другое. При таких переходах испускается (или поглощается) *монохроматическое* излучение, частота которого  $\nu$  определяется соотношением

$$h\nu = E_n - E_m,$$

где  $E_n$  и  $E_m$  — энергии системы в первом и втором стационарном состояниях.

Постулаты Бора имеют чрезвычайно общее значение и применимы к любой атомной системе. Попытка при их помощи объяснить спектр простейшей атомной системы — атома водорода — явилась пробным камнем плодотворности идей Бора.

### § 203. Атом водорода

Согласно Резерфорду атом водорода представляет собой ядро с атомным весом 1 и с зарядом  $+e$  (протон), около которого обращается один электрон, удерживаемый вблизи ядра кулоновской силой электростатического притяжения. Пользуясь законами механики, нетрудно вычислить, что электрон должен описывать эллиптическую орбиту, в фокусе которой находится протон. Энергия такой системы  $E = \frac{e^2}{2a}$ , где  $a$  — большая полуось эллипса; частота обращения электрона по орбите ( $\omega^*$ ) определится из соотношения

$$\omega^2 = \frac{2E^3}{\pi^2 \mu e^4}, \quad (203.1)$$

где  $\mu$  — масса электрона.

Так как энергия такой системы не зависит от эксцентриситета эллипса, то те же формулы справедливы и для круговой орбиты

\*) Здесь  $\omega$  обозначает обычную, а не угловую частоту. Мы ввели это обозначение вместо привычного  $\nu$  с тем, чтобы отличить ее от частоты, вычисленной из теории квантов.

диаметра  $2a$ . При этих расчетах предполагается, что массу протона можно считать бесконечно большой по сравнению с массой электрона, так что протон следует считать неподвижным. Кроме того, не принимается во внимание зависимость массы электрона от скорости. Спектр водородного атома по Бальмеру — Ридбергу описывается формулой

$$\nu = cR \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) = \frac{cR}{n^2} - \frac{cR}{m^2}$$

[ср. (199.5)], где  $c$  — скорость света. Сопоставляя это выражение с условием частот Бора (202.1)

$$\nu = \frac{E_n}{h} - \frac{E_m}{h},$$

найдем, что энергии  $E_n$  и  $E_m$  стационарных состояний выражаются соотношениями

$$E_n = \frac{hRc}{n^2}, \quad E_m = \frac{hRc}{m^2}.$$

Таким образом, термы сериальных формул приобретают определенный физический смысл, оказываясь связанными с энергией стационарных состояний атома, а комбинационный принцип Ритца становится естественным следствием второго постулата Бора.

Подчеркнем еще раз, что *частота  $\nu$  света*, испускаемого при переходе из  $n$ -го стационарного состояния в  $m$ -е, не равна *частоте обращения* электрона ни в том, ни в другом состоянии. Действительно,

$$\omega_n^2 = \frac{2h^3 R^3 c^3}{\pi^2 \mu e^4 n^6}, \quad \omega_m^2 = \frac{2h^3 R^3 c^3}{\pi^2 \mu e^4 m^6},$$

вообще говоря, сильно отличаются от  $\nu_{nm}$ -частоты перехода из  $n$ -го состояния в  $m$ -е.

Согласно постулату стационарных состояний энергия  $E$  должна иметь дискретные значения, и задача состоит в определении этих значений. Не зная, однако, законов, управляющих атомными процессами, мы не можем установить эти стационарные состояния, ибо обычная механика приводит к любому значению энергии согласно формуле  $E = \frac{e^2}{2a}$ , так как диаметр электронной орбиты может принимать любое значение. Можно было бы ввести некоторые специальные дополнительные квантовые условия, ограничивающие эти значения поперечника орбиты, как это сделано в одной из первых работ Бора; можно, однако, пойти несколько более общим путем, также указанным Бором.

Обсуждая следствия теории Планка, мы упоминали, что в предельном случае для области длинных волн (малых частот) теория Планка приводит к выводам, соответствующим классической теории. Естественно установить подобное соответствие и в случае атомной

системы. Переход из  $(n+1)$ -го стационарного состояния в  $n$ -е для больших значений  $n$  должен соответствовать испусканию длинных волн (малых частот), как видно из формулы

$$\nu_{n+1, n} = Rc \left[ \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2} \right].$$

Если  $n$  значительно больше единицы, то можно положить приблизительно

$$\nu_{n+1, n} = \frac{2Rc}{n^3}.$$

В области этих длинных волн следует ожидать совпадения частоты испускаемого света, вычисленной по квантовой теории, с частотой, определяемой классическими методами, т. е. с частотой обращения электрона. Эта последняя имеет для обоих стационарных состояний практически совпадающие значения (ибо  $n \gg 1$ ), а именно:

$$\omega_n^2 \approx \omega_{n+1}^2 = \frac{2h^3 R^3 c^3}{\pi^2 \mu e^4 n^6}. \quad (203.2)$$

Приравнявая согласно сказанному квантовое и классическое выражения для частоты, найдем:

$$\frac{4R^2 c^2}{n^8} = \frac{2h^3 R^3 c^3}{\pi^2 \mu e^4 n^6}, \quad (203.3)$$

откуда получим:

$$R = \frac{2\pi^2 \mu e^4}{ch^3}. \quad (203.4)$$

Таким образом допущение о совпадении результатов квантовой и классической теории в области низких частот привело к возможности выразить постоянную Ридберга через универсальные постоянные атома  $n$ , следовательно, установить спектральную формулу для водорода при помощи постулатов Бора в виде

$$N = \frac{E_n - E_m}{hc} = R \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) = \frac{2\pi^2 \mu e^4}{ch^3} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right). \quad (203.5)$$

Подставив значения  $\mu$ ,  $e$ ,  $c$  и  $h$ , найдем  $R = 1,097 \cdot 10^5$ , что превосходно совпадает с опытным значением  $R = 109\,678$ .

Итак, теория привела к спектральной формуле, которая не только по структуре, но и численно прекрасно передает результаты наблюдений.

Примененный Бором прием установления соответствия между квантовой и классической теориями лег в основу так называемого *принципа соответствия*, сыгравшего важную роль на первом этапе развития квантовой теории атома. Итак, метод Бора привел к полному количественному истолкованию спектра водородного атома. С его помощью мы можем вычислить значения энергий в каждом из стационарных состояний и установить частоты всех испускаемых

линий. На прилагаемой схеме (рис. 403) совокупность таких энергетических уровней вычерчена с соблюдением масштаба, так что вертикальное расстояние между соответствующими уровнями прямо дает частоту испускаемой линии.

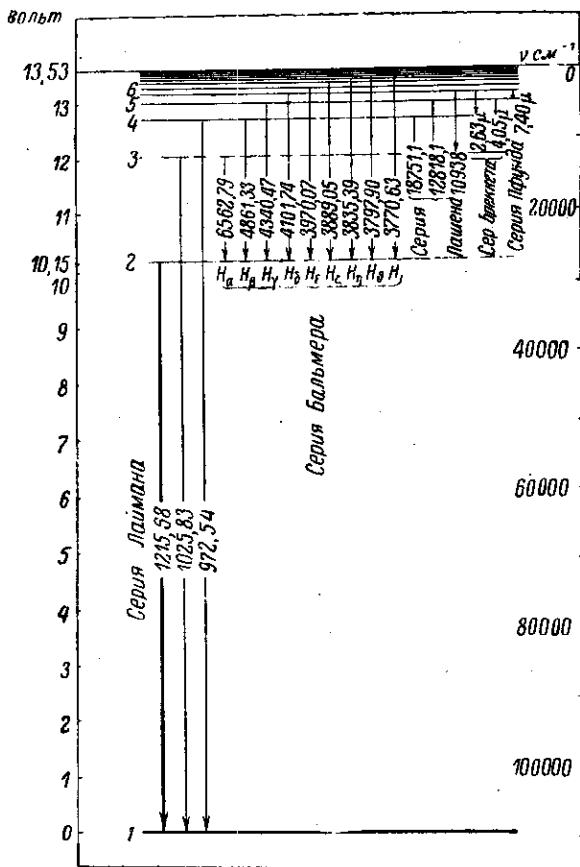


Рис. 403. Схема энергетических уровней атома водорода.

На схеме легко также видеть, что серия Лаймана соответствует переходам с одного из высших уровней на основной уровень, т. е. уровень, соответствующий минимальному запасу энергии, серия Бальмера — переходам с верхних уровней на второй и т. д. Предельное (максимальное) значение  $\nu$  соответствует для каждой серии случаю, когда  $m = \infty$  ( $E_m = 0$ ), т. е. начальное состояние соответствует бесконечно большому удалению электрона от ядра или полному отрыву электрона от атома. Это состояние есть состояние



ионизации. Таким образом, энергия ионизации должна равняться  $h\nu_{\infty}$  и может быть вычислена, если нам известна частота границы серии, т. е.  $\nu_{\infty}$ .

Сравнение результатов таких вычислений с данными непосредственных измерений энергии ионизации приводит к весьма удовлетворительному совпадению. Так как электрон, отделенный от атома, может обладать произвольной кинетической энергией  $\mathcal{E}_{кин}$ , то при его захвате ионом должна освобождаться энергия  $h\nu_{\infty} + \mathcal{E}_{кин}$ . Следовательно, согласно второму постулату Бора будет излучаться частота

$$\nu = \frac{h\nu_{\infty} + \mathcal{E}_{кин}}{h} = \nu_{\infty} + \frac{\mathcal{E}_{кин}}{h}. \quad (203.6)$$

Другими словами, при этих условиях возможно излучение частоты, большей, чем граница серии, на *любую* величину  $\frac{\mathcal{E}_{кин}}{h}$ . Таким образом, излучение должно образовать *сплошной спектр*, примыкающий к границе серии, как это действительно и наблюдается на опыте.

### § 204. Спектры ионизованных атомов

Полное разъяснение спектра водорода, данное Бором, натолкнулось на одно затруднение. Ридберг на основании наблюдений над спектрами некоторых звезд полагал, что водородный спектр, кроме серий, описанных выше, содержит еще линии, которые могут быть представлены сериальной формулой

$$N = R \left[ \frac{1}{2^2} - \frac{1}{(n)^2} \right], \quad (204.1)$$

где  $n = 2^{1/2}, 3, 3^{1/2}, 4$ . Позднее подобный спектр наблюдался в лабораторной обстановке, в гейслеровой трубке, наполненной смесью водорода и гелия; сверх того, наблюдались также линии, составившие серию

$$N = R \left[ \frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^2} - \frac{1}{(n)^2} \right], \quad (204.2)$$

где  $n = 2, 2^{1/2}, 3, 3^{1/2}$ .

Все эти линии были приписаны водороду. Истолкование же их как водородных в рамках теории Бора встречало большие затруднения. Бор указал выход из затруднения, сделав предположение, что линии эти принадлежат не водороду, а системе, построенной очень сходным образом, именно, иону гелия. Ион гелия представляет собой, согласно Резерфорду, ядро с зарядом  $+2e$ , с которым связан один электрон. Таким образом, различие между ионом гелия и атомом водорода заключается в двойном заряде ядра. Повторяя все

рассуждения предыдущего параграфа, получим для описания спектра ионизованного гелия формулу

$$N = \frac{2\pi^2\mu e^4}{ch^3} \cdot 4 \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) = R \left[ \frac{1}{\left(\frac{n}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{m}{2}\right)^2} \right]. \quad (204.3)$$

Положив  $n=3$  и придавая  $m$  значения 4, 5, 6, ..., мы получим линии серии (204.2), а приняв  $n=4$  и придавая  $m$  значения 5, 6, 7, ..., получим линии серии (204.1). Действительно, три года спустя Пашен (1916 г.) нашел в чистом гелии 10 линий первой из этих серий и 8 линий, составляющих вторую серию. Таким образом, Бору не только удалось устранить затруднение теории, но и дать правильное истолкование факту, неправильно понятому экспериментаторами.

Бор сделал еще один шаг вперед, показав, что незначительное различие между значением постоянной Ридберга  $R$ , определяемой из наблюдений над серией Бальмера и серией (204.1), также имеет теоретический смысл. В первоначальной теории масса ядра принималась бесконечно большой по сравнению с массой электрона и учитывалось лишь движение электрона около неподвижного ядра, безразлично водородного или гелиевого. В действительности, однако, надо исходить из движения системы около ее центра тяжести, и это приводит к небольшому различию между обоими рассмотренными случаями, потому что масса ядра гелия в четыре раза больше массы ядра водорода — протона. Вводя соответствующую поправку, получаем несколько различные значения постоянной Ридберга для двух рассмотренных случаев, и это различие превосходно согласуется с наблюдаемым на опыте. Постоянная Ридберга в формуле спектра ионизованного гелия по современным определениям равна  $R_{He} = 109722,40 \text{ см}^{-1}$ .

Сходство спектра ионизованного гелия со спектром водорода является типичным примером некоторого более общего явления. Можно высказать общее правило, что ионизация (потеря электрона) уподобляет атом своему предшественнику в периодической системе элементов и делает его спектр подобным спектру этого предшественника. Так, ионизованный литий  $Li^+$  дает спектр, подобный спектру гелия; ионизованный натрий  $Na^+$  — спектр, подобный спектру неона, и т. д. Это же относится и к случаю многократной ионизации. Так, например, потеря двух, трех и т. д. электронов элементом с атомным номером  $Z$  делает его спектр подобным спектру элемента с атомным номером  $Z-2$ ,  $Z-3$  и т. д. Изучение таких многократно ионизованных веществ подтвердило этот закон. Так, например, спектр, подобный водороду, т. е. укладывающийся в серии типа

$$N = RZ^2 \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right),$$

дают  $\text{He}^+ (Z = 2)$ ,  $\text{Li}^{++} (Z = 3)$ ,  $\text{Be}^{+++} (Z = 4)$ ,  $\text{B}^{++++} (Z = 5)$ ,  $\text{C}^{+++++} (Z = 6)$ .

Спектры нормальных атомов принято называть *дугowymi*, а спектры ионизованных атомов — *искровыми*.

Названия эти связаны с тем, что в электрической дуге процент ионизованных атомов обычно невелик, так что испускаемый спектр принадлежит главным образом нормальным атомам. При возбуждении же спектра в искре происходит сильная ионизация, и притом нередко многократная, так что появляются или становятся более яркими многие линии ионизованных атомов. Выяснение этого обстоятельства имеет большое значение для спектрального количественного анализа, ибо без знания условий возбуждения спектра мы можем впасть в грубую ошибку, пытаясь по относительной интенсивности спектральных линий сделать заключение об относительном содержании того или иного вещества в исследуемой смеси.

Сравнительно недавно удалось наблюдать искровые спектры некоторых атомов в состоянии многократной ионизации, например спектр пятнадцатикратно ионизованного железа ( $\text{Fe XVI}$ ) или восемнадцатикратно ионизованной меди ( $\text{Cu XIX}$ )\*). Длины волн, испускаемые такими ионами, лежат около  $40 \text{ \AA}$  (см. § 103). Такие многократно ионизованные атомы встречаются, по-видимому, в солнечной короне. Конечно, линии крайне малой длины волны, испускаемые короной, не могут наблюдаться, ибо они поглощаются атмосферой Земли. Однако наблюдаются гораздо более длинноволновые линии, соответствующие переходам между высшими уровнями таких многократно ионизованных атомов (подобно линии  $\lambda_g$  на рис. 409).

## ГЛАВА XXXIX

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ОСНОВАНИЯ ТЕОРИИ АТОМА И ЕЕ СЛЕДСТВИЯ

Несмотря на поразительные успехи теории Бора, нельзя забывать, что постулаты, на которых она покоится, стоят в резком противоречии с классической физикой. Эти постулаты представляют собой соответствующие духу теории квантов предположения, высказанные Бором с целью объяснения дискретности спектральных линий. Но частота линий определяется *разностью* двух термов, первый же постулат Бора касается каждого терма, взятого в отдельности. Чрезвычайно важно поэтому ознакомиться с теми экспериментальными данными, которые могут служить непосредственным

\*) В спектроскопии принято при символе элемента ставить римскую цифру, на единицу большую кратности ионизации. Так,  $\text{Fe I}$  означает атом железа, излучающий *дуговой* спектр,  $\text{Fe II}$  — однократно ионизованный ион, излучающий *первый* искровой спектр, и т. д.

обоснованием этого важнейшего постулата. Это тем более необходимо, что теория Бора не была в состоянии рассчитывать уровни энергии атомов и вынуждена была ограничиться лишь приближенным и очень несовершенным расчетом атома водорода. Даже и для современной квантовой теории задача расчета большинства сложных атомов является слишком трудной не только с математической, но и с принципиальной стороны.

Что же касается второго постулата Бора, то он в общем является довольно естественным обобщением уравнения Эйнштейна  $\Delta E = h\nu$ , подтверждаемого явлениями фотоэффекта, комбинационного рассеяния и эффекта Комптона.

### § 205. Опыты Франка и Герца и др.

Вопрос об энергетических состояниях, в которых атом может существовать как устойчивая система, получил разрешение в результате исследования поведения атома под действием сообщаемой ему энергии. Исследования этого рода были начаты раньше, чем Бор высказал свои взгляды, и не имели непосредственной задачей их проверку. Однако очень скоро исследователи получили возможность применить идеи Бора к истолкованию полученных результатов. Это не только сообщило более глубокий смысл наблюдаемым фактам, но и определило направления, в которых надо было развивать исследования, и сделало их исключительно плодотворными. С другой стороны, полученные в этих исследованиях экспериментальные данные послужили непосредственным и надежным обоснованием постулата Бора о дискретности стационарных состояний атомов.

а) **Метод исследования.** Наиболее удобным методом, позволяющим сообщать атомам любое, точно определенное количество энергии, является метод бомбардировки атомов электронами, кинетическая энергия которых может быть установлена какой угодно, в зависимости от разности потенциалов разгоняющего эти электроны электрического поля.

Первоначальная задача, поставленная Франком и Герцем, состояла в определении той энергии бомбардирующего электрона, которая необходима и достаточна для *ионизации* исследуемых атомов, т. е. ведет к отщеплению от атома наиболее слабо связанных с ним электронов (определенные энергии ионизации или прочности атома).

Если ускоряющая разность потенциалов равна  $V$ , то энергия, сообщенная электрону, есть  $eV$ . Для сокращения речи энергию электрона выражают в электрон-вольтах или просто в вольтах. Соотношение

$$\frac{1}{2} \mu v^2 = eV = h\nu = \frac{3}{2} kT \quad (205.1)$$

(где  $\mu = 0,9 \cdot 10^{-27}$  г — масса электрона,  $e = 4,80 \cdot 10^{-10}$  CGSE — заряд электрона,  $h = 6,62 \cdot 10^{-27}$  эрг · сек — постоянная Планка,  $\nu$  — частота

излучения и  $k = 1,38 \cdot 10^{-16}$  эрг/град — постоянная Больцмана) позволяет установить частоту излучения, квант которого обладает той же энергией ( $h\nu$ ), или температуру одноатомного газа, атомы которого обладают той же средней кинетической энергией ( $\frac{3}{2}kT$ ), что и электрон, разогнанный разностью потенциалов  $V$  и приобретший скорость  $v$ . Из (205.1) имеем, что один электрон-вольт равен  $1,602 \cdot 10^{-12}$  эрг и соответствует кванту частоты  $\nu = 2,4 \cdot 10^{14}$  сек $^{-1}$  (т. е. длины волны  $\lambda = 12\,500 \text{ \AA}$ ) или средней кинетической энергии атома одноатомного газа при  $T = 7800^\circ$ .

**б) Схема опыта.** Схема опыта ясна из рис. 404. Здесь  $B$  — батарея, накаливающая нить  $F$ ;  $V_1$  — разность потенциалов между нитью  $F$  и сеткой  $N$ , сообщающая электрону желаемую энергию (ускоряющее поле);  $V_2$  — разность

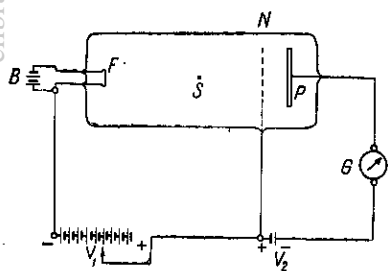


Рис. 404. Схема опытов Франка и Герца.

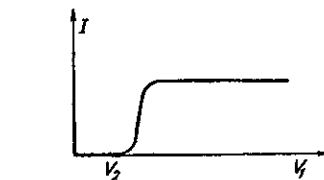


Рис. 405. Характеристика электронного тока при высоком вакууме.

потенциалов между сеткой  $N$  и пластинкой  $P$ , защищающая пластинку  $P$  от проникновения к ней электронов, энергия которых меньше  $eV_2$  (задерживающее поле). Обычно  $V_2$  невелико (около  $1/2$  вольта) и служит для защиты  $P$  от медленных электронов. Гальванометр  $G$  измеряет силу тока в цепи нить — пластинка  $P$ , что позволяет судить о числе электронов, перешедших с нити  $F$  на пластинку  $P$ . В опыте измеряется сила тока  $I$  в указанной цепи в функции ускоряющего поля  $V_1$  (при наличии неизменного задерживающего поля  $V_2$ ).

Для успеха опыта необходимо с большой тщательностью эвакуировать сосуд, очистив все части прибора от загрязнений и адсорбированных газов, и ввести в него некоторое количество исследуемого газа или пара.

**в) Результаты наблюдений.** В случае высокого вакуума в сосуде зависимость силы тока  $I$  от ускоряющего потенциала  $V_1$  (так называемая *характеристика*) имеет вид, изображенный на рис. 405. Характеристика показывает, что  $I = 0$ , пока  $V_1 \leq V_2$ , ибо ни один столь медленный электрон не будет пропущен к  $P$  защитным полем. При  $V_1 > V_2$  ток растет и при некотором потенциале достигает

насыщения, соответствующего случаю, когда все электроны, выделяющиеся из нити накала, уводятся полем  $V_1$  по мере их освобождения \*).

В случае наличия следов какого-либо газа в сосуде характеристика должна иметь другой вид. При столкновении электронов с атомами электроны могут отдавать атомам часть энергии, а достаточно быстрые электроны могли бы ионизовать атом. При этих условиях  $I$  должно резко возрасти, ибо к первичным электронам добавляются образовавшиеся ионы обоих анаков, и кривая должна пойти резко вверх. Цель первых опытов описанного рода и состояла в определении значения потенциала ионизации.

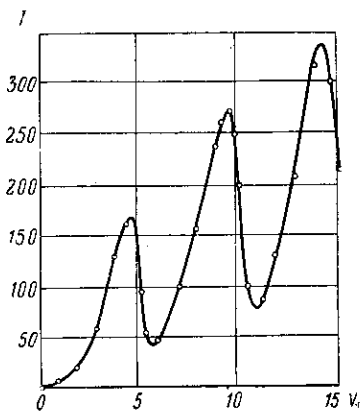


Рис. 406. Характеристика тока в опытах Франка и Герца в случае паров ртути.

Однако тщательно произведенные опыты показали, что характеристика разряда в присутствии газов существенно отличается от описанной. При подходящих условиях опыта газы, подобные парам ртути и других одноатомных металлов, дают кривую, изображенную на рис. 406 (пары ртути), т. е. ряд резко выраженных пиков кривой  $I$ , соответствующих значениям ускоряющего потенциала:  $4,9$  в,  $9,8 = (2 \times 4,9)$  в,  $14,7 = (3 \times 4,9)$  в.

Кривую рис. 406 можно истолковать, предположив, что существуют два типа столкновений электронов с атомами ртути: 1) *упругие* столкновения, при которых электрон отскакивает от атома без потери энергии и лишь меняет направление движения; 2) *неупругие* столкновения, при которых электрон отдает большую часть своей кинетической энергии (или даже всю энергию) атому и, следовательно, резко уменьшает свою скорость; атом при этом приходит в возбужденное состояние.

Пока скорость электрона меньше  $4,9$  в, столкновение с атомами ртути носит упругий характер: электрон не теряет своей скорости, а лишь меняет направление полета, так что в конце концов он достигает пластины  $P$ . Таким образом, нарастание силы тока при увеличении  $V_1$  происходит так же, как в эвакуированном сосуде. Когда  $V_1 = 4,9$  в, электрон претерпевает неупругий удар у самой сетки  $N$ , причем у него отнимается вся его кинетическая энергия. Электроны останавливаются и не могут дойти до пластины  $P$ , так что ток падает почти до нуля.

\*) Изложение опытов очень схематизировано: характеристика упрощена; не приняты во внимание скорости, с которыми электроны покидают нить, возможная контактная разность потенциалов между электродами и т. д.

При дальнейшем увеличении напряжения  $V_1$  энергия, необходимая для возбуждения атома, приобретается электроном уже на некотором расстоянии от сетки  $N$ , например в точке  $S$  (см. рис. 404). Происходит неупругий удар, и электрон теряет свою скорость уже в точке  $S$ . Но так как на него продолжает действовать поле, то он доходит до сетки с энергией, соответствующей разности потенциалов между  $S$  и  $N$ , благодаря чему и может достигнуть  $P$ : ток начинает возрастать. При  $V_1 = 9,8$  в первое неупругое столкновение происходит на полпути между  $F$  и  $N$ ; на остающемся отрезке пути электрон вновь приобретает энергию, соответствующую  $4,9$  в, и у самой сетки испытывает второе неупругое столкновение, ведущее к его остановке; защитное поле  $V_2$  не пропустит его к  $P$ , и ток вторично упадет до нуля и т. д.

В какую форму переходит энергия, потерянная электроном и воспринятая атомом ртути? Опыт показывает, что при условиях, соответствующих неупругому удару (т. е. при условии  $V \geq 4,9$  в), пар ртути начинает светиться, испуская линию ртути, длина волны которой  $\lambda = 2537 \text{ \AA}$ . Этой длине волны соответствует испускание кванта, энергия которого как раз равна энергии, переданной электроном. Действительно, при  $\lambda = 2537 \text{ \AA}$  имеем:

$$h\nu = 6,62 \cdot 10^{-27} \cdot 1,2 \cdot 10^{15} = 7,95 \cdot 10^{-12} \text{ эрг.}$$

Полю в  $4,9$  в соответствует энергия электрона

$$eV_1 = 4,80 \cdot 10^{-10} \frac{4,9}{300} = 7,85 \cdot 10^{-12} \text{ эрг.}$$

Таким образом, действительно,  $h\nu = eV_1$ .

Итак, при соударении атома ртути и электрона, разогнанного полем в  $4,9$  в, атом ртути приобретает доставленную ему кинетическую энергию и приходит в *возбужденное состояние*, а через некоторое, очень короткое время (около  $10^{-7}$  сек.) отдает эту энергию обратно в виде светового кванта. В соответствии с этим потенциал  $V_1 = 4,9$  в называется *потенциалом возбуждения* (первый потенциал возбуждения).

Кроме потенциала возбуждения  $4,9$  в пары ртути обнаруживают *второй потенциал* возбуждения, равный  $6,7$  в; бомбардировка паров ртути электронами, располагающими соответствующим запасом кинетической энергии, обнаруживает также неупругое столкновение и ведет к испусканию второй основной линии ртути  $\lambda = 1850 \text{ \AA}$  (соответственно соотношению  $eV = h\nu$ ). Существование второго потенциала возбуждения, не заметного на рис. 406, обнаруживается при более тщательной постановке опытов этого рода.

При  $V_1 = 10,4$  в вновь наблюдается неупругое столкновение электронов с атомами паров ртути. Этот третий критический потенциал соответствует ионизации атома ртути и является *ионизационным*

*потенциалом*, определение которого, как сказано выше, и было первоначальной целью описываемых работ. Наблюдение свечения обнаруживает при этом появление полного спектра ртути.

Изложенные опыты показывают, что атом ртути может принимать от бомбардирующего электрона не произвольные количества энергии, а вполне определенные, *дискретные* порции ее. Приобретая эти порции, атом переходит в новые состояния; некоторые из них мы описали как первое возбужденное состояние, второе возбужденное состояние, состояние ионизации. Таким образом, различные состояния, в которых может находиться атом, имеют дискретный характер.

Аналогичные опыты были выполнены и с другими атомами, в первую очередь с одноатомными благородными газами (He, Ne, Ar и др.) и парами одноатомных металлов. Все они привели к таким же результатам и позволили установить для этих атомов значения энергии, необходимые для перевода атома из одного устойчивого состояния в другое.

Наилучшая оценка глубокой важности этих опытов для теории атома сделана самим Бором, подчеркнувшим, что эти опыты обосновывают гипотезу о дискретных стационарных состояниях атома. Бор пишет: «При рассмотрении подобных опытов едва ли можно освободиться от впечатления, что мы имеем в них дело с непосредственным и независимым доказательством реальности особых стационарных состояний, к предположению о существовании которых нас привели закономерности сериальных спектров».

### § 206. Последовательное возбуждение спектральных линий

Согласно представлениям Бора каждый акт испускания соответствует переходу данного атома из одного состояния в другое, т. е. состоит в излучении *одной-единственной* спектральной линии. Но так как мы обычно наблюдаем испускание многими атомами данного вещества одновременно, причем один атом испускает одну, а другой в то же время другую линию серни, то обычно и наблюдается полный спектр атома.

По классическим представлениям, наоборот, электроны каждого отдельного атома совершают сложные колебания, т. е. испускают сложный световой импульс, который при помощи спектральных приборов разлагается нами на отдельные линии. Другими словами, весь спектр испускается каждым отдельным атомом сразу. Для проверки того, какое из двух представлений соответствует действительности, мы не можем, конечно, произвести наблюдение одного-единственного атома. Однако оказывается возможным поставить все атомы нашего вещества в такие условия, что все они смогут испускать, если представления Бора соответствуют действительности, одну и ту же линию. Для этого надо было бы производить возбуждение атома водорода,



например, так, чтобы атомы его не могли получать энергии большей, чем  $E_1$  — энергии атома в первом возбужденном состоянии. В этих условиях возможно, по Бору, излучение только одной-единственной линии, именно первой линии серии Лаймана.

В обычных условиях опыта мы возбуждаем весь спектр веществ сразу. Впрочем, уже давно была известна возможность возбуждения дуговых линий спектра без возбуждения искровых его линий. Так как искровые линии суть линии, испускаемые ионами, а не атомами вещества, то для возбуждения дугового спектра необходимо создать такие условия возбуждения, при которых ионизация не имеет места или происходит лишь в слабой степени. Это осуществляется, например, в большей или меньшей степени при внесении изучаемого вещества в электрическую дугу или, еще лучше, в пламя горелки Бунзена, где энергия, сообщаемая атому, обычно бывает недостаточна для его

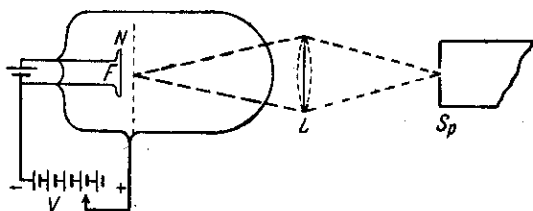


Рис. 407. Наблюдение спектральных линий атомов при возбуждении электронными ударами.

ионизации. Метод Франка и Герца — бомбардировка атомов электронами определенной скорости — позволяет весьма точно регулировать количество энергии, сообщаемой атому, и в соответствии с этим управлять возбуждением атома: удается, подбирая скорость бомбардирующих электронов, вызывать появление тех или иных линий атомного спектра.

Схема такого опыта вполне соответствует условиям опыта Франка и Герца и может быть осуществлена, как, например, изображено на рис. 407. Баллон с исследуемым веществом удобно сделать из кварца с тем, чтобы наблюдать и ультрафиолетовые линии. Ускоряющее поле  $V$  накладывается между нитью  $F$  и сеткой  $N$ , и давление газа выбирается таким, чтобы длина свободного пробега электрона была больше расстояния  $FN$ . Таким образом, вероятность столкновения электрона с атомами газа на пути  $FN$  оказывается мала, и большинство электронов выходит за сетку  $N$  со скоростью, соответствующей  $V$  вольтам. Небольшие различия, зависящие от начальной скорости, с которой электроны покидают нить  $F$ , могут быть устранены дополнительным устройством. Сталкиваясь с атомами внутри баллона, электроны возбуждают те или иные спектральные линии в зависимости от величины  $V$ , и излучаемый спектр наблюдается в спектро-

графе *Sp.* Рис. 408 показывает спектр ртути, получаемый в описываемых условиях при бомбардировке электронами с энергией 8,7 электрон-вольт (левый спектр) и 9,7 электрон-вольт (правый спектр). Из снимка ясно, что во втором случае появляется ряд новых линий, принадлежащих спектру ртути, но не возбуждающихся при недостатке энергии со стороны бомбардирующих электронов. Заполнив сосуд парами ртути и наложив разность потенциалов  $V = 4,9$  в, мы получаем одну-единственную линию ртутного спектра, именно  $\lambda = 2537 \text{ \AA}$ . При  $V = 6,7$  в, кроме этой линии, может

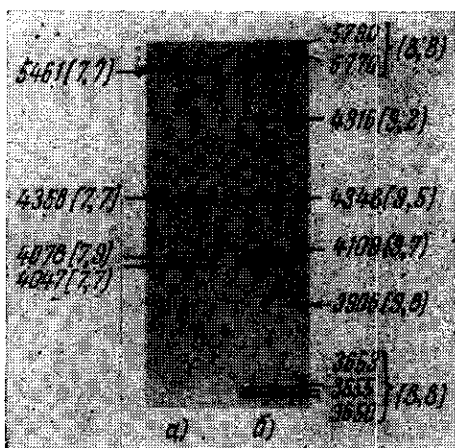


Рис. 408. Последовательное возбуждение спектральных линий атома ртути при увеличении энергии бомбардирующих электронов: *а* — при 8,7 электрон-вольта; *б* — при 9,7 электрон-вольта.

быть получена другая характерная линия ртути  $\lambda = 1850 \text{ \AA}$ , а при  $V = 10,4$  в наступает ионизация паров ртути и испускается весь ее спектр. Таким образом, полностью подтверждается вывод теории Бора относительно характера *испускания* линейчатого спектра, вывод, резко отличающийся от представлений классической теории.

Точно так же и в вопросе о *поглощении* света боровская теория приводит к заключениям, согласующимся с опытом и разъясняющим некоторое недоразумение, возникающее при истолковании этих опытов с классической точки зрения.

Основной закон, связывающий испускательную способ-

ность атома с его поглощательной способностью, есть закон Кирхгофа, согласно которому поглощательная и испускательная способности при заданной температуре пропорциональны друг другу. Этот закон представляет собой с классической точки зрения естественное следствие общего положения о резонансе колебательных систем. Исходя из представления, что испускание данной монохроматической линии частоты  $\nu$  предполагает существование в атоме какого-то осциллятора данной частоты, мы, естественно, приходим к объяснению поглощения той же частоты, находящейся в резонансе с упомянутым осциллятором. Объяснение фраунгоферовых линий, опыты с самообращением спектральных линий являются хорошими иллюстрациями этого закона.

Однако, если сравнить, например, поглощательную способность паров ртути при комнатной температуре с их излучательной способ-

ностью, то мы обнаружим своеобразные особенности. Пары ртути при комнатной температуре практически лишены способности теплового излучения, в то время как они очень интенсивно поглощают некоторые линии ртутного спектра, а именно,  $\lambda = 2537 \text{ \AA}$  и  $\lambda = 1850 \text{ \AA}$ . При повышении температуры паров ртути постепенно развивается способность ртутного пара к испусканию указанных линий, но одновременно появляется и способность к поглощению ряда других линий ртутного спектра. Только при достаточно высокой температуре паров мы будем иметь нормальную картину равновесия между излучающей и испускающей способностями ртутного пара для всех линий спектра в согласии с законом Кирхгофа.

Теория Бора дает совершенно иное истолкование закону Кирхгофа и разрешает указанное затруднение. Из условий Бора следует, что поглощение атомом энергии может происходить лишь порциями, равными разности энергий атома в двух стационарных состояниях,  $E_2 - E_1$ , причем атом переходит из состояния  $E_1$  в состояние  $E_2$ . Частота  $\nu$  поглощаемого при таком процессе света определится из условия  $h\nu = E_2 - E_1$ . Сравнивая это соотношение со вторым условием Бора, мы видим, что поглощаемая частота  $\nu$  равна той частоте, которую способен испускать атом при переходе из состояния  $E_2$  в состояние  $E_1$ . Таково истолкование закона Кирхгофа с боровской точки зрения.

Эта интерпретация закона Кирхгофа существенно отличается от его истолкования с классической (резонансной) точки зрения. С классической точки зрения *данный атом* может поглощать и испускать одну и ту же частоту. С точки зрения представлений Бора атом, находясь в состоянии  $E_1$ , поглощает некоторую частоту  $\nu$  и переходит в состояние  $E_2$ . Для испускания же этой частоты он должен *предварительно* находиться в состоянии  $E_2$  и по испускании ее переходить в состояние  $E_1$ . Таким образом, для поглощения и испускания одной и той же частоты необходимы два *разных состояния* атома. Это означает, что если мы имеем собрание атомов в нормальном, невозбужденном состоянии, то они не могут испускать света, а поглощают не любую линию спектра данного атома, а только те из них, которые испускаются при возвращении возбужденного атома в это нормальное, невозбужденное состояние.

Графическое изображение системы энергетических уровней, соответствующих различным состояниям атома (рис. 409), поясняет сказанное. Линия  $\lambda_1$  может поглощаться только теми атомами, которые находятся в состоянии, соответствующем энергетическому уровню 1;

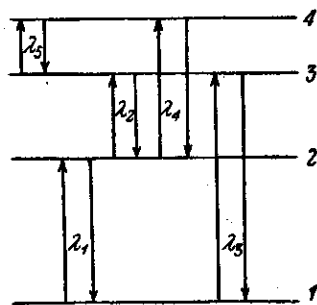


Рис. 409. Схема энергетических уровней, поясняющая квантовую интерпретацию закона Кирхгофа.

та же линия  $\lambda_1$  может испускаться *только теми атомами*, которые находятся в состоянии 2. Соответственные заключения относятся и к линии  $\lambda_2$ : для ее испускания надó перевести атом в состояние 3, для ее поглощения надо иметь атомы в состоянии 2. В обычных условиях громадное большинство атомов находится в состоянии 1 (нормальное, невозбужденное состояние). Поэтому в спектре поглощения такого невозбужденного пара будут наблюдаться линии  $\lambda_1$  и  $\lambda_3$ , но не будет линий  $\lambda_2$ ,  $\lambda_4$  и т. д. Изложенное стоит в полном согласии с опытом. В некоторых случаях удается создать в паре такое большое количество возбужденных атомов, скажем, в состоянии 2 (например при пропускании электрического разряда), что в спектре поглощения выступят с достаточной интенсивностью и линии  $\lambda_2$  и  $\lambda_4$ , но линия  $\lambda_5$  поглощаться практически не будет. В этих условиях и удавалось наблюдать явление отрицательной дисперсии (см. § 149, д).

### § 207. Резонансное излучение

Поглощение монохроматического света атомами пара или газа сообщает поглощающему атому определенный запас энергии. Исследуя, в каком состоянии оказывается атом в результате такого воздействия, Вуд (1904—1905 гг.) осуществил следующий опыт (рис. 410).

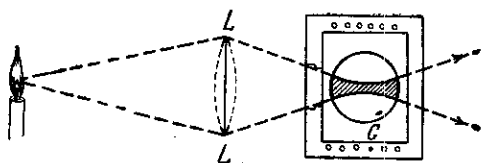


Рис. 410. Схема опытов по резонансному возбуждению паров натрия.

В эвакуированный баллон  $G$  был помещен кусочек металлического натрия, и баллон был нагрет так, что он заполнялся парами натрия. Свет от горелки, в которую введена поваренная соль и которая интенсивно испускает желтые линии  $D_1$  и  $D_2$  натрия, направлялся при помощи линзы  $L$  на сосуд  $G$ . На пути падающих лучей пары в сосуде начинали светиться желтым светом, спектроскопическое исследование которого показало, что он состоит также из желтых линий, характерных для спектра натрия ( $\lambda_{D_1} = 5896 \text{ \AA}$  и  $\lambda_{D_2} = 5890 \text{ \AA}$ ). При повышении температуры сосуда, т. е. при увеличении плотности пара, свечение стягивается к месту входа лучей, превращаясь в свечение тонкого поверхностного слоя. Это последнее явление обуславливается увеличением поглощения линий  $D_1$  и  $D_2$  по мере возрастания плотности пара натрия, так что возбуждающий свет перестает проникать в глубь сосуда. При этом обе линии,  $D_1$  и  $D_2$ , сливаются.

Аналогичное явление Вуд наблюдал и в парах ртути, причем в этом случае возбужденный свет состоит из линии ртути  $\lambda = 2537 \text{ \AA}$ . Конечно, сосуд с парами должен быть сделан из кварца и источ-

ником возбуждения должна быть ртутная линия, испускаемая, например, ртутной кварцевой лампой, горящей в таких условиях, при которых возбуждающая линия  $\lambda = 2537 \text{ \AA}$  достаточно резка и интенсивна (исключено поглощение возбуждающей линии более холодными слоями паров ртути, могущими скопиться в периферической части разряда). Удастся наблюдать испускание и второй линии ртути  $\lambda = 1850 \text{ \AA}$ , которая гораздо сильнее поглощается и наблюдение которой поэтому значительно труднее.

Впоследствии эти наблюдения были распространены и на другие элементы; несомненно, что опыт возможен с любым веществом, хотя практически из-за трудности подбора подходящего источника возбуждения и вследствие сильного поглощения соответствующих линий осуществление опыта может оказаться затруднительным.

Истолкование опыта, приведшее к тому, что явление было названо «резонансным излучением», покоилось на классических представлениях о резонансе (совпадение периодов) возбуждающего света и возбуждаемого атома, в результате которого этот последний приходит в сильное колебание и становится самостоятельным источником соответствующего излучения. Возможны, конечно, случаи, когда поглощающий атом передаст свою энергию окружающим атомам ранее, чем амплитуда его колебания приобретет заметное значение, т. е. ранее, чем резонансное излучение его достигнет наблюдаемой величины. В таком случае оно ускользнет от наблюдения и эффект поглощения света сведется к нагреванию всего газа. Очевидно, что такие явления будут иметь место, когда существует сильное взаимодействие между окружающими атомами, например, когда велика плотность пара или к нему примешан посторонний газ достаточной плотности. Действительно, при этих условиях свечение значительно слабеет или даже совсем пропадает (*тушение свечения*). Так, если к пару ртути, имеющему давление около 0,001 мм и обнаруживающему хорошо выраженное резонансное свечение, добавить водород под давлением 0,2 мм, интенсивность свечения падает вдвое; при большем давлении водорода свечение ослабевает соответственно сильнее. Аналогично действуют и добавки других газов, хотя количество, необходимое для ослабления свечения вдвое, зависит от природы добавляемого газа, как показывает приводимая здесь таблица.

Газ	H <sub>2</sub>	O <sub>2</sub>	CO <sub>2</sub>	H <sub>2</sub> O	Ar	He
Давление примеси, необходимое для ослабления вдвое резонансного свечения ртути (в мм рт. ст.) . . . . .	0,2	0,35	2	4	240	~760

С точки зрения теории Бора резонансное свечение, так же как и закон Кирхгофа, имеет иное истолкование, чем по классическим представлениям. Поглощение света частоты  $\nu$  соответствует сообщению атому энергии в количестве  $h\nu$ , благодаря чему атом переходит в возбужденное состояние с энергией  $E_2 = E_1 + h\nu$ , где  $E_1$  — энергия его первоначального состояния. Согласно схеме рис. 409, атом перейдет в состояние 2. Будучи предоставленным самому себе, он вернется в первоначальное состояние, более бедное энергией и потому

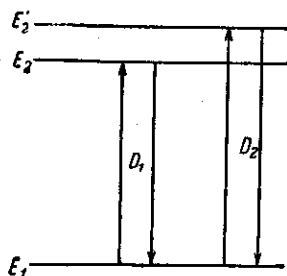


Рис. 411. Схема энергетических уровней атома натрия, поясняющая возникновение дублетов в испускании и поглощении.

более устойчивое, отдав избыток энергии в виде излучения, которое согласно второму постулату Бора и будет иметь частоту  $\nu$ , т. е. будет иметь характер резонансного. То обстоятельство, что резонансное излучение натрия состоит из двух линий, доказывает, что атом натрия может существовать в двух дискретных, близких по энергии состояниях, как показано на рис. 411.

Атом, поглотивший свет, остается в этом возбужденном состоянии в течение некоторого времени. При помощи различных методов исследования удалось определить это время. Оно различно для каждого состояния данного атома и, конечно, различно для разных атомов.

В общем, время это равно приблизительно  $10^{-8}$  сек., иногда несколько больше. Отдельные состояния характеризуются столь большим временем, пока какое-нибудь внешнее воздействие не заставит их выйти из этого состояния. Состояния эти носят название *метастабильных* и большого непосредственного значения в излучении света не имеют, ибо выход из таких состояний, сопровождающийся излучением, совершается сравнительно редко. Однако они косвенно играют большую роль, способствуя накоплению атомов в таких промежуточных состояниях и делая возможным поглощение тех длин волн, которые переводят атом в еще более богатые энергией состояния. Таким образом, удается наблюдать поглощение линий, соответствующих переходу между различными состояниями атома, более высокими, чем основное. Разнообразнейшие опыты показали, например, возможность *ступенчатого* возбуждения атома, т. е. возможность постепенного накопления в нем энергии путем последовательного поглощения двух *различных* квантов. Был обнаружен также ряд других сходных явлений. Все эти опыты, проведенные различными исследователями, оказались в превосходном согласии с предсказаниями теории Бора.

## § 208. Длительность возбужденного состояния

Выше, в § 151, мы упоминали об опытах Вина, служивших для непосредственного измерения длительности свечения атомов, поставленных в такие условия, когда свечение их не нарушается никакими возмущающими действиями.

Полученные этим методом значения  $\tau$ , показывающие, в течение какого времени интенсивность свечения падает в  $e$  раз, принимались за меру естественного затухания атома по экспоненциальному закону  $I = I_0 e^{-t/\tau}$ . При этом предполагалось, что все возбужденные атомы начинают свое излучение непосредственно после возбуждения и излучают непрерывно, так что наблюдаемое спадание общей интенсивности свечения есть результат постепенного спадания интенсивности излучения каждого атома.

С точки зрения представлений, лежащих в основе теории Бора, явление испускания света отдельным атомом происходит в результате перехода из одного стационарного состояния в другое, причем предполагается, что такой переход происходит практически мгновенно, ибо все промежуточные состояния атома неустойчивы. С этой точки зрения постепенное ослабление свечения имеет иной смысл. Мы должны допустить, что возбужденный атом может оставаться некоторое время в состоянии возбуждения, пока не произойдет акт перехода в другое стационарное состояние, сопровождающийся излучением. Самый переход происходит мгновенно, но время пребывания атома в возбужденном состоянии может быть более или менее длительным.

Явление испускания света имеет характер статистического процесса, подобно явлению радиоактивного распада. Каждый возбужденный атом характеризуется определенной вероятностью испускания  $\alpha$ , не зависящей от того, сколько времени он пробыл в возбужденном состоянии. В этом случае изменение числа возбужденных атомов с течением времени должно происходить по закону

$$n = n_0 e^{-\alpha t}, \quad (208.1)$$

где  $n_0$  — число возбужденных атомов в начальный момент, соответствующий  $t = 0$ . Продолжительность существования в возбужденном состоянии для различных атомов различна, но *средняя* длительность возбужденного состояния будет иметь определенное значение, а именно  $\frac{1}{\alpha}$ . Эта статистическая величина и принимается за характеристику

*длительности* возбужденного состояния и обозначается через  $\tau = \frac{1}{\alpha}$  (см. упражнение 229a). Так как интенсивность излучения системы пропорциональна числу имеющихся налицо возбужденных атомов, то, следовательно, и интенсивность излучения должна убывать по такому же экспоненциальному закону, т. е. по закону  $I = I_0 e^{-t/\tau}$ .

Таким образом, из соображений квантовой теории испускания света мы приходим к такому же закону естественного затухания, как и из классических соображений. Но в то время как классический процесс затухания характеризовал каждый отдельный атом, в квантовой теории он получается статистически для целой совокупности атомов.

Таким образом, в зависимости от того, рассматриваем ли мы процесс излучения классически или в рамках квантовых представлений, одна и та же величина  $\tau$  служит для оценки *длительности процесса излучения* (затягивания излучения) атома или для оценки *длительности его возбужденного состояния* (запаздывания излучения).

Кроме метода Вина, существуют и другие способы непосредственного определения величины  $\tau$ .

### § 209. Возбуждение свечения нагреванием

Теория Бора позволяет дать ясное истолкование многочисленным опытам по возбуждению свечения в парах, вводимых в пламя газовой горелки.

Введем в бесцветное пламя бунзеновской горелки пары какого-либо металла; пропитаем, например, кусочек асбеста раствором хлористого стронция и внесем такой фитиль в пламя горелки. Пламя окрасится в красный цвет, и наблюдение при помощи спектроскопа обнаружит присутствие линии стронция  $\lambda = 6892 \text{ \AA}$ . Ни линии хлора, ни другие линии стронция при этом не обнаруживаются. Вообще говоря, в пламени можно возбудить лишь сравнительно немногие линии некоторых металлов. Объяснение этого следует искать в тех количествах энергии, которые могут сообщаться атому при столкновении с частицами, составляющими пламя (атомами, молекулами, ионами, электронами). Пламя бунзеновской горелки характеризуется температурой около  $2000^\circ \text{ K}$ . Средняя кинетическая энергия частиц в этих условиях невелика, составляя всего около  $\frac{1}{4}$  электрон-вольта. В пламени температуры  $2000^\circ \text{ K}$  есть налицо некоторое количество частиц, кинетическая энергия которых значительно больше этой средней энергии, ибо скорости распределены между частицами хаотически. Однако по закону распределения скоростей (закон Максвелла) число частиц, обладающих скоростями, значительно большими средней, быстро падает по мере удаления от средней величины. Поэтому число частиц, обладающих кинетической энергией больше 2—3 электрон-вольта, настолько незначительно, что практически трудно ожидать свечения атомов, потенциал возбуждения которых превышает эти величины.

Следующая таблица содержит данные, относящиеся к легко возбудимым атомам, наблюдаемым в пламени.



Название	Длина волны $\lambda$ в $\text{Å}$	Потенциал возбуждения в вольтах	Эквивалентная температура $T$ в $^{\circ}\text{K}$
Литий . . . . .	6707,8	1,84	14 300
Натрий . . . . .	5896—5890	2,1	16 500
Калий . . . . .	7664—7699	1,6	12 400
Стронций . . . . .	6892	1,8	14 000
Барий . . . . .	5535	2,23	11 400

Наоборот, такие вещества, как ртуть (потенциал возбуждения 4,9 *v*), или водород (потенциал возбуждения 10,15 *v*), не могут быть сколько-нибудь заметно возбуждены в пламени горелки. В пламени, температура которого выше, можно наблюдать линии и с более высокими потенциалами возбуждения. Так, в столбе электрической дуги, горячей при достаточно высоком давлении (например при атмосферном), удары ионов и электронов, летящих под действием электрического поля, сообщают молекулам газов и паров, составляющих дугу, значительную кинетическую энергию\*), так что в дуге устанавливается высокая температура 6000—7000°, обеспечивающая в свою очередь ионизацию, достаточную для прохождения электрического разряда в дуге. В столбе дуги можно наблюдать несравненно больше линий, чем в пламени газовой горелки.

Представляет интерес отметить, что в том случае, когда между атомами, молекулами, ионами и электронами столкновения происходят достаточно часто, между ними устанавливается тепловое равновесие, так что распределение скоростей всех этих частиц может быть найдено по закону Максвелла, и средняя кинетическая энергия для частиц разных сортов будет одной и той же. Это, по-видимому, имеет место, когда дуговой разряд происходит при атмосферном давлении или при несколько более низком. Но если давление в дуге достаточно мало, то, как показывает опыт, установление равновесия между

\*) Выравнивание кинетической энергии электронов и атомов происходит довольно сложным путем. При упругом столкновении электронов с атомами обмен кинетической энергией происходит в весьма слабой степени вследствие огромного различия в массах электронов и атомов. При неупругом соударении кинетическая энергия передается атомам крупными порциями (возбуждение, ионизация), но воспринимается ими не как кинетическая энергия, а как внутренняя энергия атома, перешедшего в иное состояние. Однако возбужденный атом может не только испустить приобретенную им энергию в виде излучения; возможны столкновения возбужденного атома с невозбужденным, при которых энергия возбуждения распределяется между обоими атомами в виде кинетической энергии. Такие столкновения, получившие название *столкновений второго рода*, наблюдаются на опыте. Они-то и играют важную роль в явлениях электрического разряда при переходе кинетической энергии электронов в кинетическую энергию атомов.

атомами и электронами может и не иметь места, хотя равновесие между атомами, равно как и равновесие между электронами, может установиться. Таким образом, можно говорить об атомной температуре (максвелловское распределение скоростей атомов, соответствующее температуре  $T_a$ ) и об электронной температуре (максвелловское распределение скоростей электронов, соответствующее температуре  $T_e$ ), но так, что  $T_e$  не равно  $T_a$ , а значительно выше:  $T_e \gg T_a$ .

В этих условиях возбуждение атомов может происходить за счет столкновения с электронами, так что температура газа еще не определяет условий возбуждения. В тех же случаях, когда тепловое равновесие имеет место (горелка, столб дуги атмосферного давления), возбуждение свечения можно определить по температуре газа.

### § 210. Рентгеновские спектры, их классификация и истолкование

Оптический спектр атома определяется поведением электронов, расположенных во внешней части атома и наиболее подверженных всевозможным внешним воздействиям. Внутренние электроны играют в оптической жизни атома роль лишь постольку, поскольку их наличие обуславливает поведение внешних электронов. Однако существуют явления, непосредственно связанные с поведением именно этих внутренних электронов и позволяющие, следовательно, судить об устройстве внутренних слоев атома.

После открытия и исследования характеристических рентгеновских лучей (§ 110) стало ясно, что каждый атом способен испускать наряду с вполне определенным оптическим спектром также и определенный рентгеновский спектр, состоящий из отдельных групп линий, или серий. Самая жесткая (коротковолновая) группа получила название серии *K*, следующие — серии *L*, серии *M*, *N* и т. д.

Рентгеновские лучи представляют собой электромагнитное излучение весьма высокой частоты. Испускание такого рентгеновского света с точки зрения теории квантов есть испускание весьма значительных порций энергии:  $h\nu$  для рентгеновских частот может в десятки тысяч раз превосходить  $h\nu$  для видимого света. Следовательно, испускание характерных для атома рентгеновских частот должно сопровождаться потерей весьма значительных порций энергии, т. е. сопровождаться гораздо более мощными пертурбациями атома, чем оптическое излучение. Более прочные части атома должны подвергнуться переустройству, чтобы при этом освободился запас энергии, соответствующий рентгеновскому кванту. Поэтому естественно предполагать, что именно внутренние электронные группы, сравнительно прочно связанные, благодаря близости к ядру атома принимают участие в этих процессах.

Действительно, исследования Мозли (1913 г.) впервые доказали, что существует самая тесная связь между частотой рентгеновского

света, характерного для атома,  $n$  его порядковым номером, т. е. числом положительных зарядов, сосредоточенных в его ядре. Опыты Мозли показали, что частоты различных линий рентгеновских спектров какого-либо атома связаны с его порядковым номером  $Z$  соотношением, которому можно придать следующий вид:

$$\nu = cR(Z - \alpha)^2 \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (210.1)$$

где  $R$  — постоянная Ридберга, встречающаяся нам уже в учении о видимых спектрах,  $n''$  и  $n'$  — целые числа,  $\alpha$  — постоянная, сохраняющая свое значение в пределах одной и той же серии для всех

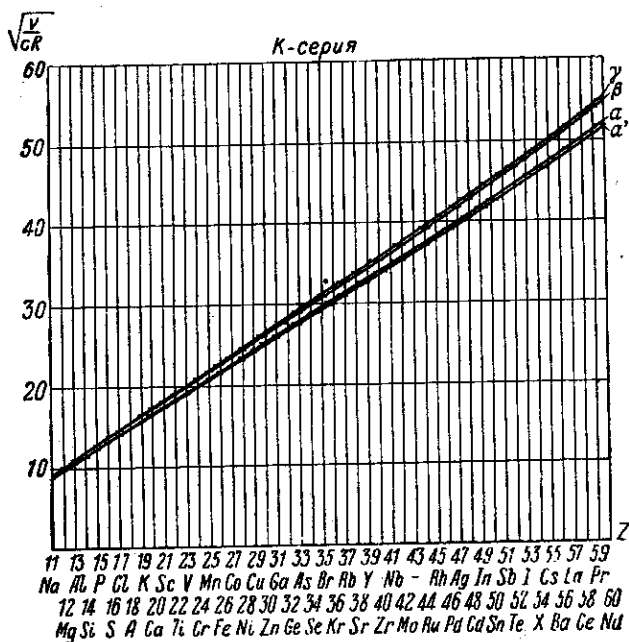


Рис. 412. Диаграмма Мозли, выражающая зависимость частоты линий рентгеновской  $K$ -серии от атомного номера.

элементов, но меняющаяся при переходе от одной серии к другой. Так, по измерениям Мозли  $\alpha = 1$  для серии  $K$ ,  $\alpha = 7,5$  для серии  $L$ .

Согласно этой формуле наиболее жесткая из рентгеновских линий серии  $K$  (граница серии  $K$ ) имеет частоту  $\nu_{\infty} = cR(Z - 1)^2$ . Другими

словами,  $\sqrt{\frac{\nu_{\infty}}{cR}} = Z - 1$ , т. е. представляет собой линейную функцию от  $Z$ . Аналогичный результат получается и для других линий серии  $K$ . Рис. 412, составленный для четырех линий этой серии,

обозначаемых  $\alpha'$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$ , показывает, насколько хорошо выполняется это соотношение.

Когда выполнялись эти опыты, не был известен элемент, для которого  $Z = 43$ . Это обстоятельство отчетливо проявилось на кривой: чтобы избежать излома, не имеющего оправдания, Мозли пропустил одно место, соответствующее  $Z = 43$ . В то же время по этой кривой видно, какой частоте  $\nu$  должна соответствовать граница серии  $K$  для этого неизвестного элемента.

По этому принципу удалось впоследствии установить новые элементы, соответствующие в периодической системе Менделеева номерам 43, 61, 72, 75, и некоторые другие. Правда, не все первые публикации, относящиеся к новым элементам, оказались правильными. Элемент № 72, гафний (Hf), был установлен в 1923 г., элемент № 75, рений (Re), — в 1925 г.

Открытия элемента № 43, названного мазурием, и № 61, названного иллинием, не подтвердились. Лишь в 1942 г. эти элементы были получены искусственно в установке по разложению урана (атомный котел). Элемент № 43 получил название технеция (Tc), а элемент № 61 — прометия (Pm). Элемент № 43 был предсказан еще в 1869 г. Д. И. Менделеевым под именем экамарганца и действительно обладает свойствами, которые предвидел Д. И. Менделеев. Элемент № 61 был предугадан в 1902 г. чешским профессором Богуславом Броунером в группе редких земель между неодимом и самарием; как оказалось, он действительно принадлежит к этой группе и располагается на указанном месте. Зная по кривым рис. 412 порядковый номер неизвестного элемента, можно на основании периодической системы Менделеева заранее предсказать его основные химические и физические свойства и благодаря этому сознательно направлять поиски, выбирая подходящие объекты исследования.

Приведенная выше формула представляет собой полную аналогию спектральной формулы Бора, выведенной для атома ионизованного гелия. Однако вместо числа, характеризующего полный заряд ядра  $Z$ , стоит число, уменьшенное на величину, постоянную для *всех* атомов периодической системы (исследования Мозли обнимали все элементы, начиная с одиннадцатого — натрия).

Смысл этого изменения очевиден: электроны атома находятся под действием ядра, притяжение которого несколько ослаблено действием остальных электронов, его окружающих. Это так называемое *экранирующее* действие и находит свое выражение в необходимости вычесть из  $Z$  некоторую величину  $\alpha$ . Чем ближе к ядру электронная группа, производящая данную серию, тем полнее действие ядра, т. е. тем меньше  $\alpha$ . Серия  $K$ , следовательно, обязана своим происхождением самой внутренней группе электронов. Более отдаленная группа экранируется сильнее, ей отвечает серия  $L$ , для которой  $\alpha = 7,5$ . Следующие, более мягкие серии ( $M$ ,  $N$ ,  $O$ , ...) соответствуют еще более удаленным от ядра атомным группам. Весьма

замечательно, что величина  $\alpha$  для данной серии *одна и та же* для всех элементов. Это указывает на сходство расположения электронов внутренних групп во всех атомах и является весьма важным экспериментальным указанием, которым следует руководствоваться при построении модели атома.

Дальнейшие исследования закономерностей рентгеновских спектров привели к следующим результатам. Для возбуждения той или иной серии характеристического излучения какого-нибудь вещества необходимо бомбардировать радиатор (антикатод), сделанный из этого вещества, электронами такой скорости  $V_{\text{крит}}$  (выраженный в вольтах), чтобы  $eV_{\text{крит}} \geq h\nu_{\infty}$ , где  $e$ ,  $h$  — известные нам константы,  $\nu_{\infty}$  — частота границы излучаемой серии, т. е. наибольшая частота в данной серии. При этом появляются все линии этой серии сразу и одновременно могут возникнуть и остальные, более мягкие серии, для которых  $\nu < \nu_{\infty}$ .

Нет возможности (в отличие от оптического спектра) вызвать отдельные линии серий; серия появляется целиком или не появляется вовсе. В соответствии с этим и абсорбция рентгеновских лучей происходит иначе, чем абсорбция в оптической области. В то время как в этой последней согласно основному закону Кирхгофа каждой линии, поглощаемой данным атомом, соответствует равная ей по частоте линия испускания\*), в области рентгеновских спектров не наблюдается абсорбции с частотой  $\nu$ , равной частоте какой-либо линии серии. Только тогда, когда  $\nu$  станет равно или больше  $\nu_{\infty}$  (граница соответственной серии), наблюдается резкий максимум абсорбции  $\nu_{\text{абс}} \geq \nu_{\infty}$ . При этом между упоминавшимся выше критическим напряжением  $V_{\text{крит}}$ , необходимым для возбуждения серии, и этой частотой  $\nu_{\text{абс}}$ , соответствующей началу резкой абсорбции, устанавливается простое соотношение

$$eV_{\text{крит}} = h\nu_{\text{абс}}. \quad (210.2)$$

Эти сложные на первый взгляд закономерности получают простое и наглядное объяснение в предложенном Косселем (1916 г.) толковании происхождения рентгеновских спектров. По мысли Косселя атом в нормальном состоянии представляет собой совокупность последовательных групп электронов, окружающих ядро. Первая группа может быть названа *K*-группой, вторая — *L*-группой, третья — *M*-группой и т. д. Каждая из этих групп содержит вполне определенное число электронов — число, определяемое законами теории квантов (ср. § 211). Чем выше атомный номер вещества, тем больше электронов входит в его состав и тем большее число законченных групп они собой образуют. Электроны, оставшиеся сверх тех, которые пошли на образование полных внутренних групп, составляют группу

\*) Правда, как мы видели, согласно толкованию Бора испускание некоторой линии и ее поглощение соответствуют двум разным состояниям атома.

оптических электронов, наиболее отдаленную от ядра. Именно поведение этих последних и определяет весь оптический спектр атома со всеми его закономерностями. Внутренние же, заполненные группы участвуют в образовании рентгеновских спектров.

Совершенно так же как при толковании видимых спектров, мы определяем частоту испускаемых рентгеновских линий, пользуясь условием Бора для частоты. Принадлежность электрона к каждой из вышеназванных групп связана с определенным запасом энергии атома. Чтобы вырвать электрон, например, из группы  $K$ , надо затратить энергию  $E_K$ ; удаление электрона из группы  $L$  связано с затратой энергии  $E_L$  и т. д.; наоборот, если в группе  $K$  не хватает одного электрона и он будет введен в атом извне (упадет на уровень  $K$ ), то освободится соответствующая энергия  $E_K$ .

При переходе электрона из группы  $L$  в группу  $K$  освобождающаяся энергия будет равна  $E_K - E_L$ , и она-то и выделится в виде рентгеновского излучения; частота этого излучения определяется из условия

$$\nu = \frac{E_K - E_L}{h}.$$

Мы относим линии к серии  $K$ , когда электроны более наружных групп переходят в группу  $K$ . При этом переход из группы  $L$  в группу  $K$  соответствует излучению наиболее мягкой линии серии  $K$ , обозначаемой  $K_\alpha$ , переход  $M \rightarrow K$  — следующей по жесткости линии той же серии, линии  $K_\beta$ , и т. д. Граница серии  $K$  соответствует переходу свободного электрона, не связанного с атомом, в группу  $K$ . Аналогично образуются серии  $L$ ,  $M$  и др.

Однако в нормальном атоме все эти внутренние группы заполнены и переходы внутри них невозможны. Чтобы сделать возможным испускание серии  $K$ , например, надо предварительно освободить место в группе  $K$ , выбив оттуда один из электронов. Для возбуждения серии  $L$  необходимо освободить место в группе  $L$ , и т. д.

Таким образом, энергия, необходимая для возбуждения серии, определяется работой вырывания электрона из соответствующей группы. Так как для большинства атомов в нормальном состоянии все ближайшие группы заполнены, то необходимая работа должна быть достаточна для удаления электрона за пределы этих групп. Так, например, энергия, достаточная для переброса электрона из группы  $K$  в группу  $L$ , т. е. энергия, соответствующая линии  $K_\alpha$  и равная  $h\nu_{K_\alpha}$ , не поглощается и не дает возбуждения, ибо группа  $L$  заполнена, и лишний электрон, выбитый из группы  $K$ , не сможет там закрепиться.

Только за пределами внутренних групп есть место для новых электронов, так что для возбуждения необходима энергия, способная перебросить электрон за пределы этих внутренних групп. Энергия эта  $eV_{\text{крит}}$  должна быть равна или больше энергии, соответствующей

границе серии  $K$ , т. е.  $h\nu_{K\infty}$ . Итак,

$$eV_{\text{крит}} \geq h\nu_{K\infty}.$$

Образовавшаяся в группе  $K$  брешь может быть заполнена переходом электрона из *любой* другой группы, т. е. может сопровождаться испусканием *любой* линии серии  $K$ . Так как на опыте мы имеем дело всегда с большим количеством атомов, то совокупность атомов излучает всю серию  $K$  сразу. При этом процессе освобождаются места в группах  $L$ ,  $M$ ,  $N$  и т. д., т. е. открывается возможность дальнейших переходов, сопровождающихся испусканием серий  $L$ ,  $M$ ,  $N$  и т. д. Иными словами, одновременно с серией  $K$  должны появляться и другие, более мягкие серии.

Наоборот, если первоначальное напряжение удовлетворяло лишь условию  $eV_{\text{крит}} \geq h\nu_{L\infty}$ , то может быть выбит электрон группы  $L$  и согласно описанному должны испускаться серия  $L$  и более мягкие, но серия  $K$  появляться не должна,

что и наблюдается на опыте. Совершенно так же и абсорбция рентгеновских лучей может происходить только при условии,

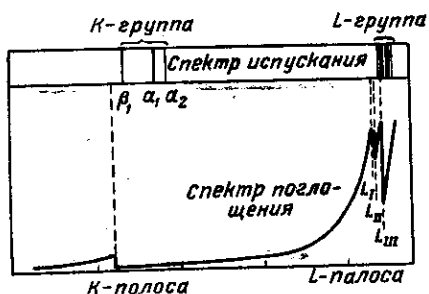


Рис. 414. Графическое изображение закономерностей, показанных на рис. 413.

закономерности рентгеновских спектров получают сразу простое истолкование, которое можно схематизировать при помощи рис. 414 и 415.

Из изложенного ясно, что величина  $h\nu_{\alpha\beta}$ , или  $eV_{\text{крит}}$ , определяет прочность связи электрона соответствующей группы с атомом. Мы

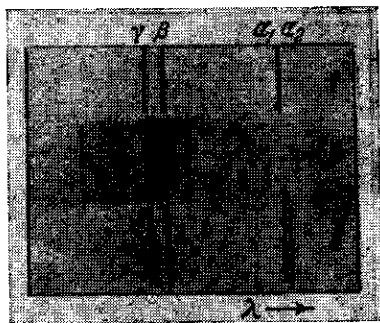


Рис. 413. Сопоставление рентгеновского спектра испускания (1) и поглощения (2) в  $K$ -серии родия. Поглощение убывает с уменьшением длины волны, но вблизи  $\nu_{\infty} \approx \nu_{\gamma}$  обнаруживает резкое увеличение.

что и наблюдается на опыте. Энергия этого кванта также определяется условием  $h\nu_{\alpha\beta} = eV_{\text{крит}}$ .

Каждой серии соответствует свое  $V_{\text{крит}}$ , следовательно, своя полоса абсорбции, начинающаяся с указанного  $\nu_{\alpha\beta}$  и тянущаяся в область более коротких волн. Таким образом, начало полосы абсорбции  $\nu_{\alpha\beta}$  совпадает с частотой границы серии  $\nu_{\alpha\beta} = \nu_{\infty}$ , практически  $\nu_{\gamma}$  (рис. 413). Все

видим, таким образом, что одновременно с истолкованием рентгеновских спектров мы получаем и указания относительно внутреннего строения атома.

В заключение отметим еще раз, что описанную схему не следует рассматривать как *модель атома*. Она является лишь наглядным

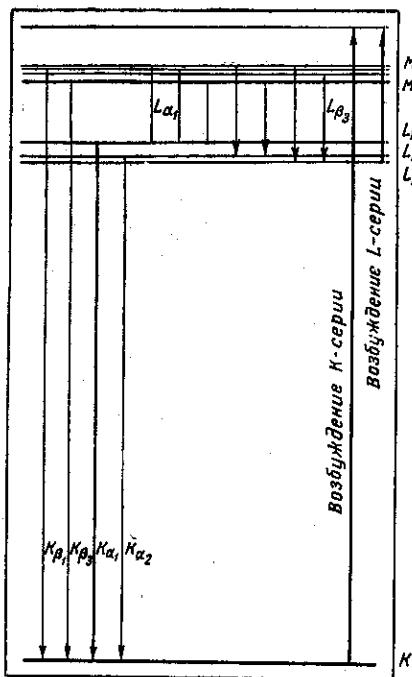


Рис. 415. Схема энергетических уровней атома, определяющих его рентгеновский спектр.

истолкованием того положения, что атом в целом представляет собой систему, энергия которой может принимать лишь дискретные значения; переход из одного такого состояния в другое сопровождается затратой или освобождением строго определенного количества энергии, которое воспринимается в виде рентгеновского кванта определенной частоты.

## § 211. Спектр сложных атомов

Общие идеи Бора о существовании отдельных дискретных состояний атома и о квантовом характере излучения при переходе из одного состояния в другое находят прямое экспериментальное подтверждение в многообразных опытах, часть которых была упомянута выше.

Первоначальная попытка Бора истолковать эти стационарные состояния как движения электрона по определенным избранным (кван-

товым) орбитам привела к очень хорошим результатам для атома водорода и водородоподобных атомов многократно ионизованных элементов. Однако этот способ рассмотрения слишком примитивен, и при дальнейшем развитии теории атома обнаружилось его принципиальные недостатки. Нельзя, как это делалось вначале, решать задачу об атоме путем применения к атомным движениям обычных законов механики и электродинамики, внося затем дополнительные ограничивающие условия в виде квантовых постулатов. Необходимо существенно пересмотреть законы, действующие внутри атома, и строить атом, руководствуясь новыми, полученными таким образом законами. Сам Бор сознавал это совершенно ясно; за последние 25 лет такая работа производилась весьма успешно как им самим, так и другими учеными. В настоящее время уже создана *квантовая*,



или *волновая*, механика, более общая, чем та, которая применяется в обычных механических проблемах. Для таких проблем волновая механика дает результаты, совпадающие с данными обычной механики. Но по мере перехода к исследованию движения очень малых частиц (электронов) все больше и больше сказываются различия между упрощенными выводами классической механики и более строгими результатами механики волновой. Особенно заметны эти различия при решении задачи о движении электрона внутри атома, так что, вообще говоря, выводы и представления классической механики в этом случае совсем не применимы.

Таким образом, путь построения классических моделей движения электронов в атоме, который был так успешно применен Бором к задаче о водородном атоме, является, собственно говоря, неправильным. Однако многие стороны явления могут быть уяснены при помощи этого приема, особенно при качественном рассмотрении вопроса. Часто более точная теория явления не может быть построена даже при помощи современной волновой механики, но тем не менее некоторые существенные черты явления разъясняются при помощи несовершенных, но наглядных моделей Бора. Поэтому мы и в дальнейшем будем пользоваться такими моделями.

В качестве такой наглядной модели, весьма хорошо передающей сложные особенности, характерные для атомных спектров, и очень облегчающей запоминание довольно запутанной систематики, мы используем *векторную* модель атома, где основные характеристики задаются векторами, определяющими моменты количества движения (механические моменты), а вместе с ними и магнитные моменты основных элементов, из которых складывается атом. Это тем более рационально, что квантовая теория приводит к естественной мере момента количества движения, каковой является  $\frac{h}{2\pi}$ . Все моменты, характеризующие величины, входящие в состав атома, выражаются в этой мере, умноженной на некоторый численный коэффициент, выраженный через соответствующие квантовые числа \*). Через посредство квантовых чисел на всей возможной совокупности атомных состояний выделяются стационарные состояния, и энергия этих стационарных состояний выражается через значения квантовых чисел.

Наибольшее значение в выражении энергии играет *главное квантовое число*  $n$ , определяющее принадлежность электрона к группе  $K$ ,  $L$ ,  $M$  и т. д. Группе  $K$  соответствует  $n = 1$ , группе  $L$   $n = 2$  и т. д. Для атома высокого атомного номера, с большим числом

\*) В первоначальной теории этими коэффициентами были просто соответственные *целые* квантовые числа. Современная волновая механика внесла некоторое изменение, так что квантовому числу  $l$  соответствует, например, момент  $\sqrt{l(l+1)} \frac{h}{2\pi}$ . В дальнейших обозначениях применять это уточнение мы не будем.

электронов, группы, соответствующие малым числам  $n$ , определяют *внутренние* электроны, играющие основную роль в рентгеновских спектрах.

При этом каждому значению  $n$  соответствует вполне определенное число электронов, определяемое так называемым принципом Паули, о котором речь пойдет ниже. Согласно этому принципу для  $n=1$  ( $K$ -группа) число электронов не превышает 2,  $n=2$  ( $L$ -группа) число электронов не более 8, для  $n=3$  ( $M$ -группа) число электронов не более 18 и т. д. Вообще число электронов, принадлежащих к группе, определяемой главным квантовым числом  $n$ , есть  $2n^2$ .

В соответствии с этим водород ( $Z=1$ ) и гелий ( $Z=2$ ) имеют в нормальном состоянии только электроны группы  $K$  ( $n=1$ ). При возбуждении электрон из этой группы может перейти в группу с большим  $n$ ; возвращение из возбужденного состояния в исходное сопровождается излучением соответствующей спектральной линии, которая в случае водорода или гелия принадлежит к обычному оптическому спектру (для водорода — это линии серии Лаймана).

Для элементов с большим атомным номером дело несколько сложнее. Так, например, для натрия, у которого  $Z=11$ , два электрона составляют группу  $K$ , 8 электронов — группу  $L$  и одиннадцатый электрон принадлежит к группе  $M$ , т. е. характеризуется квантовым числом  $n=3$ . Поэтому для Na можно наблюдать *рентгеновский* спектр, связанный с переходами из группы  $K$  и группы  $L$  на свободные места в группах, соответствующих значениям  $n=3$ , 4 и т. д. ( $K$ -серия,  $L$ -серия и т. д., ср. § 210). Но, кроме того, поведение одиннадцатого электрона обуславливает собой *оптический* спектр атома натрия. В соответствии с этим наиболее периферический электрон и называют иногда *оптическим*. Переход оптического электрона из группы  $M$  ( $n=3$ ) в группу, соответствующую большему значению  $n$ , означает возбуждение атома, переход в состояние с большей энергией; при возвращении в группу  $M$  мы получим испускание *целой серии* линий, соответствующих переходу из групп  $n+1$ ,  $n+2$  и т. д.

Таким образом, главное квантовое число  $n$  определяет в основном энергию атомного состояния; изменение  $n$  играет главную роль при расчете частот испускания как рентгеновских, так и оптических серий.

Однако то обстоятельство, что оптический электрон находится не в поле *точечного* заряда ядра, как в случае водородного атома, а в поле ядра, окруженного группами более близко расположенных электронов, вносит осложнение, находящее отражение в спектрах. Изображая состояние электрона в группе как его движение по орбите вокруг центрального заряда, т. е. рассматривая задачу, аналогичную движению планеты вокруг Солнца, мы получаем орбиту электрона в виде эллипса (в частности, в виде круга). Квантовые условия выделяют из всего многообразия орбит те стационарные

стояния, которые соответствуют различным значениям  $n$ . Вычисления показывают, что каждому значению  $n$  соответствуют эллипсы с одним и тем же значением большой оси, но с разным эксцентриситетом, от круга до прямой, проходящей через центральный заряд.

При обращении электрона вокруг *точечного* заряда все эти разнообразные эллипсы, соответствующие одному и тому же значению  $n$  (т. е. одной и той же большой оси), соответствуют одному и тому же значению энергии. Это — случай водорода. Зная энергии стационарных состояний, соответствующих разным значениям  $n$ , мы получаем выражения для отдельных *термов*, а комбинируя термы (по Ритцу), находим все серии водорода. Согласно § 203 терм атома водорода есть  $\frac{R}{n^2}$ , где  $R = \frac{2\pi^2\mu e^4}{ch^3}$  — постоянная Ридберга, а  $n$  — главное квантовое число. То обстоятельство, что в рассматриваемом случае эксцентриситет орбиты не играет никакой роли для значения энергии, соответствует тому экспериментальному факту, что все серии водорода укладываются в одну общую формулу  $R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$ .

Но в случае, например, натрия оптический электрон движется около центрального заряда, представляющего собой ядро плюс десять электронов групп  $K$  и  $L$  — так называемый *остов атома*.

Остов атома в большинстве случаев можно рассматривать как совокупность зарядов, которая имеет сферическую симметрию. Поэтому, если оптический электрон все время находится на достаточном расстоянии от остова, то он оказывается в электрическом поле, практически таком же, как и в случае водородного атома. Результирующий суммарный заряд остова ( $11 - 10 = 1$  протон) можно считать сосредоточенным в центре, и поле его такое же, как поле точечного заряда. Поэтому соответствующие термы должны иметь

такой же вид, как и для водорода, т. е.  $\frac{R}{n^2}$ . Этот случай осуществляется при орбите, проходящей достаточно далеко *вне* остова, например при круговой орбите (рис. 416). При движении по эллиптическим орбитам с большой осью, равной диаметру круга, электрон будет временами значительно приближаться к остову и может несколько поляризовать его, нарушая сферическую симметрию. При очень *вытянутых* орбитах часть пути будет проходить внутри остова (погружающаяся орбита). При этом характер электрического поля будет сильно зависеть от формы орбиты, и, следовательно для орбит разной формы, хотя и имеющих одно и то же значение большой оси, энергия будет несколько различна. Расчет показывает, что движение можно представить как движение по орбите, которая в свою очередь совершает поворот около заряженного центра с тем большей угловой скоростью, чем больше эксцентриситет орбиты (движение, известное в астрономии под именем «вращения перигелия»).

Итак, в отличие от случая водородного атома мы получаем более сложный набор термов при одном и том же главном квантовом числе  $n$ .

Для натрия, как мы видели на основании опытных данных, эти термы соответствуют разным значениям поправочных членов, а именно (для  $n = 3$ )

$$\frac{R}{(3-1,35)^2}; \quad \frac{R}{(3-0,87)^2}; \quad \frac{R}{(3-0,01)^2}; \quad \frac{R}{3^2}.$$

Последний и предпоследний термы вполне или почти вполне совпадают

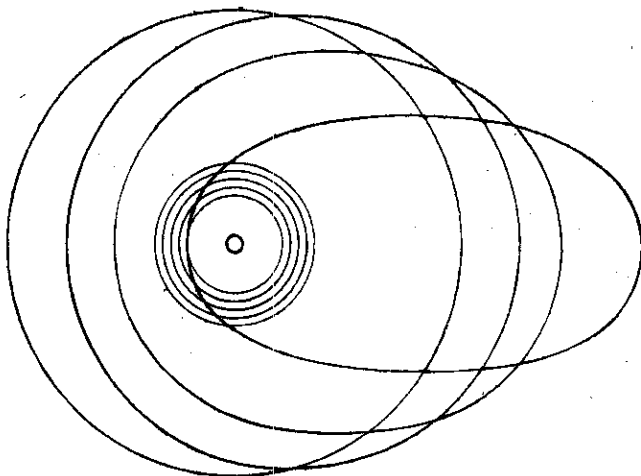


Рис. 416. Схематическое изображение орбит оптического электрона сложного атома в первоначальной теории Бора.

с водородными; в первом же и во втором поправки, связанные с погружением вытянутой орбиты в область внутренних электронов, достигают очень больших значений.

То же имеет место и для атомов других щелочных элементов, спектры которых аналогичны спектрам натрия; аналогичные осложнения получаются и для щелочноземельных и других элементов, водородоподобность которых еще меньше, чем для щелочных элементов.

Таким образом, для атомов, где периферический электрон движется не вокруг точечного ядра, а вокруг «костова атома»\*), эксцентриситет орбиты играет известную роль при определении величин терма, хотя и не столь большую, как величина большой оси.

\*) Для этого достаточно, чтобы  $Z \geq 3$ , т. е. была заполнена  $K$ -группа. Таким образом, уже у лития ( $Z = 3$ ) условия больше напоминают Na ( $Z = 11$ ), чем водород ( $Z = 1$ ). И действительно, спектр и химические свойства Li подобны Na.

Из всех возможных эксцентриситетов эллипсов квантовые условия позволяют выделять те, для которых орбитальный момент количества движения, т. е. момент количества движения, соответствующий обращению по орбите, выражается в виде  $l \cdot \frac{h}{2\pi}$  \*), где  $l$  — целое число, носящее название *побочного квантового числа*.

Минимальное значение  $l$  есть *нуль*. Ему соответствует нулевое значение орбитального момента, т. е. орбита вырождается в линию, проходящую через ядро. Максимальное значение  $l$ , при котором орбита становится круговой, соответствует  $l = n - 1$ . Таким образом, побочное квантовое число может иметь значения  $l = 0, 1, 2, \dots, (n - 1)$ .

Электроны, для которых  $l = 0$ , называют *s*-электронами; при  $l = 1$  соответствующие электроны называются *p*-электронами, при  $l = 2$  — *d*-электронами, при  $l = 3$  — *f*-электронами. Теми же, но заглавными буквами обозначаются и соответствующие термы. Эти символы заимствованы из систематики спектров щелочных металлов, где именно эти электроны определяют верхний (переменный) терм реакой (*sharp* — *s*), главной (*principal* — *p*), диффузной (*diffuse* — *d*) и фундаментальной (*fundamental* — *f*) серий (см. § 199).

Символические обозначения различных серий натрия имеют в соответствии со сказанным следующий вид:

резкая серия	$3P - mS$ , где $m = 4, 5, 6, \dots$ ;
главная серия	$3S - mP$ , где $m = 3, 4, 5, \dots$ ;
диффузная серия	$3P - mD$ , где $m = 3, 4, 5, \dots$ ;
фундаментальная серия	$3D - mF$ , где $m = 4, 5, 6, \dots$

Термам  $S (l = 0)$  для натрия соответствует поправка — 1,35; термам  $P (l = 1)$  — поправка — 0,87; термам  $D (l = 2)$  — поправка — 0,01 и для термов  $F (l = 3, \text{ круговая орбита})$  поправка отсутствует (ср. § 199).

Зная квантовые числа  $n$  и  $l$ , мы еще не знаем всего возможного разнообразия энергетических состояний атома. Для исследования этого вопроса нужно подвергнуть атом испытанию, воздействуя на него внешним полем, например магнитным. Орбитальное движение электрона связано с известным магнитным моментом, пропорциональным механическому моменту, ибо обращающаяся на орбите масса (электрон) неизменно связана с электрическим зарядом. Таким образом, электронная орбита представляет собой магнитный волчок. Воздействие внешнего магнитного поля на этот магнитный волчок должно вызвать прецессионное движение вокруг направления магнитного поля, причем угловая скорость прецессии зависит от угла между магнитным моментом орбиты и внешним полем.

Но при взаимодействии внешнего поля с магнитным моментом атома также играют роль ограничительные правила квантового характера.

\*) См. примечание на стр. 657.

Ориентировка момента орбиты относительно внешнего поля ограничена требованиями *пространственного квантования*, в силу которого проекция момента на направление поля также выражается через элементарный момент количества движения  $h/2\pi$  с помощью нового квантового числа  $m$ , которое принято называть *магнитным квантовым числом*.

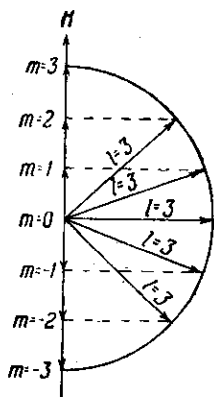


Рис. 417. Схема пространственного квантования вектора количества движения ( $L$ ) на избранное направление (направление магнитного поля  $H$ ). В данном примере  $l=3$ ,  $m$  принимает 7 значений:  $\pm 3, \pm 2, \pm 1, 0$ .

Так как  $m$  определяет проекцию вектора, задаваемого квантовым числом  $l$ , то  $m$  не может быть больше  $l$ . Различные ориентировки вектора момента относительно внешнего поля соответствуют изменению  $m$  на единицу. Но так как проекция может быть направлена как *по полю*, так и *против поля*, то  $m$  может быть как положительным, так и отрицательным (рис. 417).

Таким образом,  $m$  может принимать значения  $0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$ , всего  $2l + 1$  целых значений. В магнитном поле каждой такой ориентации будет соответствовать некоторое различие в энергии состояния. При отсутствии внешнего поля эти энергетические состояния различимы лишь *потенциально*, как возможное разнообразие состояний, определяемое природой атома (вырожденные состояния). Чтобы выявить это разнообразие (снять вырождения), надо произвести испытание внешним полем, сколь угодно слабым, ибо закон пространственного квантования не зависит от напряженности внешнего поля.

Наконец, необходимо принять в расчет еще одну характеристику электрона, также носящую квантовый характер. Всякий электрон, как входящий в состав атома, так и находящийся вне его, обладает, как заставляют признать весьма разнообразные экспериментальные факты, собственным моментом количества движения, величина которого равна  $\frac{1}{2} \frac{h}{2\pi}$ . Этот постоянный момент количества движения электрона носит название *спина* электрона. Спин электрона связан с наличием определенного магнитного момента электрона, подобно тому как механический момент орбиты связан с ее магнитным моментом. Однако отношение магнитного и механического момента для спина в *два раза больше*, чем такое же отношение для обращения электрона по орбите. Эта «вномалия» была надежно установлена опытами по наблюдению механического момента при перемагничивании железных стерженьков (опыты Эйнштейна и Де-Гааза и др. \*)).

\* ) См. С. Г. Калашников, Электричество, § 128 н 129.

Взаимодействие магнитного момента спина с магнитным моментом орбитального движения приводит согласно правилам пространственного квантования к одной из двух возможных ориентаций спина, при которых его проекция на направление орбитального движения выражается через  $+\frac{1}{2}\frac{h}{2\pi}$  или  $-\frac{1}{2}\frac{h}{2\pi}$  (параллельная и антипараллельная установка).

Сопоставим теперь всю совокупность квантовых чисел, определяющих энергетическое состояние электрона в атоме.

1. Главное квантовое число  $n$ , определяющее электронную группу  $K, L, M, \dots$ , ибо через  $n$  выражается большая ось орбиты, т. е. среднее удаление электрона от ядра.

2. Побочное квантовое число  $l = 0, 1, 2, \dots, (n - 1)$ , определяющее вращательный момент орбитального движения электрона, ибо через  $l$  выражается эксцентриситет электронной орбиты.

3. Магнитное квантовое число  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$ , определяющее возможности пространственных ориентировок орбиты во внешнем поле.

4. Спиновое квантовое число  $s = \pm \frac{1}{2}$ , определяющее собственный момент количества движения электрона и указывающее на возможность двух ориентировок электрона относительно орбитального момента — параллельной и антипараллельной.

Различное число электронов, принадлежащих к данной электронной группе (заданное  $n$ ), определяется *принципом Паули*, согласно которому в атоме не может быть двух электронов, для которых все четыре квантовых числа совпадают.

Таким образом, легко пересчитать воажное число электронов в группе:

Группа K	Группа L	Группа M
$n=1$	$n=2$	$n=3$
$l=0$	$l = \quad 1 \quad 0$	$l = \quad 2 \quad 1 \quad 0$
$m=0$	$m = +1 \quad 0 \quad -1 \quad 0$	$m = +2 \quad +1 \quad 0 \quad -1 \quad -2 \quad +1 \quad 0 \quad -1 \quad 0$
$s = \pm \frac{1}{2}$	$s = \pm \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}$	$s = \pm \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}$
	6	10                      6                      2
$N=2$	$N=6+2=8$	$N=10+6+2=18$

и т. д. в соответствии со сказанным в начале параграфа.

Наконец, наша векторная модель дает возможность понять мультиплетность спектров сложных элементов и связь этого явления со сложным (аномальным) эффектом Зеемана. Согласно сказанному спин электрона ориентируется относительно момента орбитального движения

по правилам пространственного квантования и эта различная ориентировка дает небольшое различие в значении энергии, а следовательно, и различие в термах соответствующего состояния. Рассмотрим щелочные элементы, у которых имеется один оптический электрон со спиновым числом  $1/2$ . Если мы имеем дело с  $s$ -орбитой, для которой  $l=0$ , т. е. не имеющей момента, то две мыслимые ориентировки спина неразличимы, они соответствуют одной и той же энергии состояния, и все  $S$ -термы — простые. Для  $p$ -орбиты, у которой  $l=1$ , возможны две ориентировки спина, параллельная и антипараллельная, благодаря чему возникают две возможности для результирующего момента  $j=l+\frac{1}{2}$ ,  $j=l-\frac{1}{2}$  (рис. 418); поэтому все  $P$ -термы — двойные. То же относится и к остальным

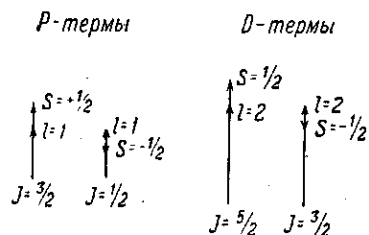


Рис. 418. Векторное сложение орбитального и спинового моментов. Образование дублетных термов щелочных металлов ( $s = \pm 1/2$ ).

термам ( $D$ ,  $F$  и т. д.). Переход с любого двойного терма на простой  $S$ -терм дает двойные линии (дублеты). Это и есть известные дублеты щелочных металлов (в главной серии, кончающейся на  $S$ -терме), известным представителем которых является желтый дублет натрия ( $\lambda_1 = 5890 \text{ \AA}$  и  $\lambda_2 = 5896 \text{ \AA}$ ).

Для атомов щелочноземельных элементов число оптических электронов равно двум. Например, для  $Mg$  ( $Z = 12$ ) два электрона заполняют группу  $K$ , восемь электронов — группу  $L$ , а два электрона в  $M$ -группе ( $n = 3$ ) играют роль оптических. Эти электроны, находясь в одной группе, сильно взаимодействуют. Их спины, складываясь между собой, могут установиться антипараллельно, давая  $s = 0$ , или параллельно ( $s = 1$ )<sup>\*</sup>. Первый случай ( $s = 0$ ) соответствует компенсированному моменту спинов и, следовательно, никакого различия в ориентировке такого компенсированного спина по отношению к орбитальному моменту не может быть: все термы будут простыми, а следовательно, и все линии простыми или *синглетными* результирующий момент атома:  $j = l$ . Во втором случае,  $s = 1$ , пространственное квантование в поле орбитального момента дает *три* возможности:  $s = +1$ ,  $s = 0$  и  $s = -1$ , т. е. все термы будут тройными, результирующий момент атома  $j = l + s$  имеет три значения (рис. 419). Только  $S$ -терм, для которого  $l = 0$ , остается простым, ибо для него орбитальный момент равен нулю и, следовательно, различные ориентировки не меняют терма. Комбинирование любого тройного терма с простым  $S$ -термом дает тройные (*триплет-*

<sup>\*</sup>) Не смешивать  $s$  — спиновое квантовое число и  $s$  — символ орбиты, для которой  $l = 0$ .



лине) линии, которые наряду с синглетными характерны для атомов щелочноземельных элементов. Комбинирование тройных термов между собой дает более сложные линии, хотя и не все комбинации возможны (ограничения в так называемых «правилах отбора»).

Впрочем, мультиплетность всегда меряют мультиплетностью термов, а не линий.

Для элементов с *тремя* оптическими электронами (например Al) спиновое число может быть  $s = \frac{1}{2}$  и  $s = \frac{3}{2}$ , и в соответствии с этим мультиплетность может быть 2 и 4 и т. д.

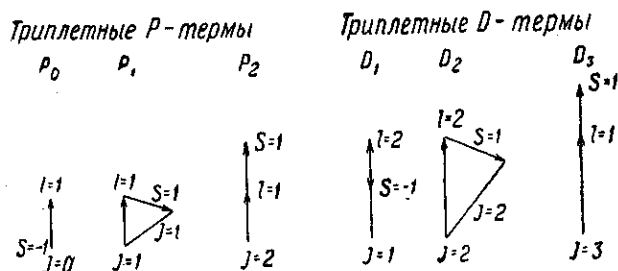


Рис. 419. Векторное сложение орбитального и спинового моментов. Образование синглетных ( $s = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$ ) и триплетных ( $s = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ ) термов щелочноземельных металлов.

Нетрудно вывести, что мультиплетность  $M$  связана со значением *резльтирующего* спинового момента простым соотношением

$$M = 2s + 1.$$

Учет спина электрона и его взаимодействия с моментом орбитального движения приводит, таким образом, к истолкованию мультиплетности термов. Поэтому обычно символы термов ( $S, P, D, \dots$ ) усложняют, обозначая мультиплетность (индекс слева, вверху) и значение квантового числа, определяющего полный момент количества движения (индекс справа, внизу). Этот последний складывается по правилам пространственного квантования из момента орбитального движения электрона и спина. При наличии двух или больше оптических электронов складываются результирующий момент орбит и результирующий спин.

Например, символы дуплетных термов щелочных элементов таковы:

$$m^2P_{\frac{1}{2}}; m^2P_{\frac{3}{2}}; m^2D_{\frac{3}{2}}, m^2D_{\frac{5}{2}} \text{ и т. д.};$$

символы термов щелочноземельных элементов:

синглетные  $m^1S_0, m^1P_1, m^1D_2$  и т. д.;

триплетные  $m^3P_2, m^3P_1, m^3P_0, m^3D_3, m^3D_2$  и т. д.

То обстоятельство, что мультиплетность спектров определяется взаимодействием магнитного момента электрона с магнитным моментом орбиты, делает понятным, что и в явлении Зеемана взаимодействие магнитного момента электрона и орбиты должно играть основную роль. Для синглетных линий, для которых спиновые моменты компенсированы, эффект Зеемана имеет простой характер. Для мультиплетных расщепление имеет характер сложный, благодаря тому, что, как указывалось выше, отношение магнитного момента к механическому для спина электрона в два раза больше, чем для обращения электрона по орбите. Поэтому угловые скорости прецессий этих двух элементов во внешнем магнитном поле различны, что и приводит к осложнениям в расщеплении. Если, однако, внешнее поле весьма значительно, так что его воздействие превышает действие орбитального момента, то оно нарушает связь между спиновым и орбитальным моментами. Спины и орбиты прецессируют независимо друг от друга, и картина расщепления упрощается. Это упрощение в сильном магнитном поле было давно известно экспериментально и получило название эффекта Пашена — Бака. Квантовая теория дала и ему истолкование.

Количественная схема квантовой теории эффекта Зеемана, как простого, так и сложного, равно как и эффектов Пашена — Бака и Штарка, сводится к вычислению изменения энергии состояния (и соответствующего терма) при воздействии магнитного (электрического) поля. Применяя затем условие Бора для частоты, находим измененную частоту спектральных линий.

Несмотря на чрезвычайную практическую плодотворность описанной векторной модели, не следует забывать, что она, как и всякая модель, лишь в ограниченной степени передает физическую сущность дела. В рассматриваемом случае ограниченность модели усугубляется непоследовательностью трактовки: применяя модель, для расчета которой используются законы классической механики, мы искусственно сочетали эти законы с квантовыми ограничениями. Поэтому векторную схему следует рассматривать как превосходное мнемоническое правило, но не как физическую модель атома. Последовательное решение задачи требует замены законов классической механики, представляющих первое приближение к действительности, законами механики квантовой, пригодными и для атомных процессов, а не только для процессов макромира.

Результаты экспериментального изучения микросистем и их квантовомеханическая трактовка показывают, что понятия координаты, импульса и т. д., заимствованные из классической механики, нуждаются в глубоком пересмотре, без которого они не могут служить для изображения состояния микросистем. Этот пересмотр показывает, что понятие об орбите электрона в атоме, которым мы пользовались для наглядного изображения энергетических соотношений в различных атомах, не имеет смысла при квантовой трактовке явле-

ний. Поэтому, в частности, мы могли принять во внимание и то состояние атома ( $l = 0$ ), при котором «орбита» электрона проходила через ядро, что не имеет смысла с точки зрения классической модели. Для концепции Бора представление об «орбитах» совершенно несущественно: во все соотношения входит лишь энергия того или иного состояния атома, а это состояние вовсе не обязательно рассматривать как движение точечного электрона по определенной орбите. Действительно, квантовая механика описывает эти состояния как распределение «электронного облака» в пространстве, окружающем ядро. Различные состояния соответствуют различному распределению электронной плотности вокруг ядра. Квантовая механика связывает отдельные стационарные состояния атома с этими распределениями электронной плотности и таким образом подходит последовательно к решению вопросов спектроскопии. Однако такое рассмотрение этих вопросов выходит за рамки этой книги.

## ГЛАВА XL

### МОЛЕКУЛЯРНЫЕ СПЕКТРЫ

#### § 212. Полосатые спектры молекул в видимой и ультрафиолетовой областях

При обсуждении спектра водорода упоминалось, что в нем наряду с дискретными спектральными линиями, составляющими серии, наблюдается ряд полос, которые при исследовании приборами достаточной разрешающей способности расчлняются на ряд тесно расположенных друг около друга линий, образуя так называемый многолинейчатый, или полосатый, спектр. Подобной особенностью отличаются и спектры других газов, молекулы которых состоят из двух или нескольких атомов. Наоборот, спектры одноатомных газов (благородные газы, пары металлов) представляют только линейчатые атомные спектры. Правда, при значительном давлении пары металлов (например Hg, Zn и др.), равно как и благородные газы, также излучают полосатые спектры, но, как показывают разнообразные исследования, при этих условиях образуются в парах нестойкие соединения типа Hg<sub>2</sub>, He<sub>2</sub>, HgH, Cs<sub>2</sub> и т. д., т. е. молекулы, с существованием которых и связано излучение полосатых спектров.

Для наблюдения молекулярных спектров, так же как и спектров атомов, следует по возможности защитить молекулы от сильных возмущающих воздействий окружающих частиц, т. е. наблюдать вещество в газообразном состоянии. Возбудить молекулярные спектры можно в пламени горелки или в различных видах электрического разряда: гейслерова трубка, дуга, искра. При этом, как правило, следует избегать слишком сильных возбуждений, ибо в противном случае может наступить распад молекул (диссоциация) и таким

образом исчезнут носители молекулярных спектров. Этот процесс легко наблюдать при возбуждении спектров в электрической дуге. В наиболее горячих частях дуги, с температурой 5000—7000°, наблюдаются главным образом спектры атомов и наиболее прочных соединений (например CN); спектры же большинства соединений сосредоточены главным образом в более холодных частях дуги.

Полосатые спектры можно возбуждать также, заставляя газ светиться под действием соответствующего освещения (флуоресценция). Наиболее хорошо исследованы спектры двухатомных молекул. Многоатомные молекулы представляют собой обычно гораздо менее прочные соединения, так как многообразие взаимных вращений и колебаний отдельных частей такой молекулы открывают большое число возможностей распада. Поэтому возбуждение интенсивного спектра многоатомных молекул затруднительно. С другой стороны, спектры многоатомных молекул значительно более сложны, и для различения важных деталей требуется применение спектральных приборов особенно большой разрешающей силы. Совокупность этих двух обстоятельств — малая интенсивность и необходимость применения приборов большого разрешения — очень затрудняет исследование спектров испускания многоатомных молекул. Приходится ограничиться главным образом изучением спектров поглощения; этот метод, основанный на законе Кирхгофа, применяется и к двухатомным молекулам. Многие молекулы, однако, поглощают в далеком ультрафиолете, и это в свою очередь затрудняет исследование. Так как полосатые спектры не обладают значительной интенсивностью, то общая картина их легче может быть получена при применении светосильного спектрографа с призмами из стекла или кварца. Однако такие приборы не обладают значительной разрешающей силой и передают только грубые черты молекулярных спектров. Для различения тонких деталей необходимо применение приборов большого разрешения — обычно применяются дифракционные решетки, что требует длительных экспозиций.

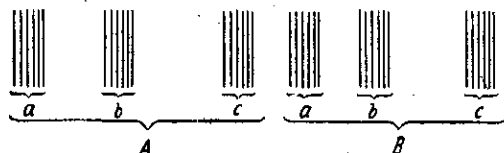


Рис. 420. Схематическое изображение полосатого спектра молекулы.

Трудности наблюдения полосатых спектров многоатомных молекул и сложность их теоретической трактовки привели к тому, что спектроскопическое исследование их еще не подвинулось достаточно далеко. В дальнейшем изложении мы ограничимся двухатомными молекулами. Схематический вид и фотография типичного молекулярного спектра испускания представлены на рис. 420 и 421. Как

видно, он состоит из ряда линий, сгруппированных в *тесные полосы*. Эти полосы (*a, b, c*) расположены с определенной правильностью, образуя *системы* полос; в свою очередь системы *A, B, ...* полос, разбросанные нередко по всему спектру, составляют *группу*, или *серию*, систем полос \*). Фотография изображает одну из систем полос в спектре иода. Совокупность таких систем и представляет всю серию, образующую полный спектр иода.

Нередко молекулярные спектры бывают осложнены еще рядом деталей, однако в основном типичные черты полосатых спектров сводятся к перечисленным выше. Таким образом, спектры молекул



Рис. 421. Фотография одной из систем полос в спектре молекулы иода.

значительно более сложны, чем спектры атомов, что, конечно, стоит в связи с соответственно более сложной структурой молекул. Удастся, однако, установить основные черты теории молекулярных спектров, пользуясь в основном теми же принципами, которые служат для истолкования атомных спектров. С другой стороны, спектроскопия молекул оказывает столь же существенную помощь в разъяснении строения молекул, как атомная спектроскопия в вопросах строения атома.

Истолкование молекулярных спектров также покоится на двух постулатах Бора. Необходимо только при расчете энергии стационарного состояния молекулы принимать во внимание большую сложность ее структуры. В основном изменение энергетического запаса молекулы происходит, как и в атоме, в результате изменений в *электронной* конфигурации, образующей периферическую часть молекулы. Однако при заданной электронной конфигурации молекулы могут отличаться друг от друга еще и состоянием, в котором находятся их ядра, могущие колебаться и вращаться относительно общего центра тяжести. С этими возможными типами движения также связаны известные запасы энергии, которые должны быть учтены в общем балансе. Как по общим соображениям теории квантов, так и на основании более строгих квантовомеханических расчетов эти запасы энергии также необходимо считать дискретными и имеющими квантовый характер.

Обозначим через  $W_r$  энергию, обусловленную вращением ядер (ротационная энергия), через  $W_v$  — энергию, соответствующую колебаниям ядер (вибрационная энергия), и через  $W_e$  — энергию, обу-

\*) На рис. 420 дана упрощенная схема. Нередко отдельные полосы или даже системы полос перекрываются друг с другом, что очень затрудняет расшифровку.

словленную электронной конфигурацией (электронная энергия). Энергия взаимодействия отдельных типов молекулярных движений обычно бывает мала даже по сравнению с  $W_r$ . Поэтому мы можем ею пренебречь и с достаточным приближением выразить полную энергию какого-либо стационарного состояния молекулы в виде  $W = W_e + W_v + W_r$ . Пользуясь вторым постулатом Бора, найдем частоты излучения, испускаемые нашей молекулой, из соотношения

$$h\nu = (W_e - W'_e) + (W_v - W'_v) + (W_r - W'_r), \quad (212.1)$$

где штрихами обозначены значения энергий, соответствующие измененному состоянию.

Сравнивая спектр, определяемый формулой (212.1), с наблюдаемым экспериментально, мы убеждаемся в следующем. Отдельные линии полосы соответствуют изменениям  $(W_r - W'_r)$  при неизменных  $(W_v - W'_v)$  и  $(W_e - W'_e)$ . Совокупность всех возможных *линий* данной полосы обусловлена различными возможностями изменения ротационной энергии молекулы. Если при неизменном  $(W_e - W'_e)$  меняется также и  $(W_v - W'_v)$ , то мы получаем последовательность *полос*  $a, b, c$ , т. е. какую-либо из систем (например,  $A$ , см. рис. 420). Таким образом, каждая из систем полос обусловлена возможностями изменения вибрационной энергии молекулы. Наконец, если к возможным изменениям энергии присоединяются вариации  $W_e - W'_e$ , т. е. изменения электронного состояния, то мы получаем различные *системы* полос  $A, B, C$ , т. е. всю группу систем полос.

Соотношение между различными частями полосатого спектра можно представить и несколько иначе. Вообразим, что в нашей молекуле могут изменяться только электронные состояния, а вращения и колебания отсутствуют, т. е. что энергия стационарных состояний молекулы определяется только величиной  $W_e$ . Спектр такой молекулы состоял бы подобно спектру атомов из *линий*, соответствующих электронным переходам с частотой  $\nu = \frac{W_e - W'_e}{h}$ , расположенных по всему спектру, примерно на местах, где наблюдаются в действительности системы полос. Эти линии и намечают распределение всей серии по спектру.

Примем теперь, что в молекуле возможны различные колебательные состояния; в таком случае каждая из описанных выше линий распадается на систему линий, каждая из которых представляет отдельную полосу реальной системы полос. Наконец, если принять во внимание возможные изменения ротационной энергии, то каждая из только что упомянутых отдельных линий превратится в совокупность линий, представляющих наблюдаемые в действительности полосы. Изложенное толкование наблюдаемых закономерностей позволяет заключить, что  $(W_e - W'_e)$ , т. е. разность энергии двух элек-

электронных состояний, гораздо больше, чем  $(W_v - W'_v)$ , а эта последняя в свою очередь много больше, чем  $(W_r - W'_r)$ , т. е.

$$(W_e - W'_e) \gg (W_v - W'_v) \gg (W_r - W'_r), \quad (212.2)$$

ибо разница в частоте между отдельными линиями полосы очень мала по сравнению с разностью частот, определяющих положение отдельной полосы в системе, а эта последняя гораздо меньше разности частот, определяющей положение системы в серии.

Неравенство (212.2) вполне соответствует квантовым свойствам обсуждаемой модели. Действительно, ротационная энергия молекулы связана со сравнительно медленными вращениями тяжелых ядер и не превышает обычно  $4 \cdot 10^{-15}$  эрг ( $\nu \approx 20$  см<sup>-1</sup>). Колебания ядер, происходящие под действием межатомных сил, связывающих атомы в молекулу, происходят со значительно большей частотой; им соответствует энергия до  $200 \cdot 10^{-15}$  эрг ( $\nu \approx 1000$  см<sup>-1</sup>). Наконец, для возбуждения электронных переходов требуется энергия того же порядка, как для аналогичного процесса в атоме, т. е. энергия, достигающая  $5000 \cdot 10^{-15}$  эрг ( $\nu \approx 25\,000$  см<sup>-1</sup>).

Сколько-нибудь полная расшифровка полосатых спектров по описанной схеме удается для наиболее простых, главным образом двухатомных, молекул, где при помощи анализа молекулярных спектров удается оценить момент инерции молекулы и, следовательно, взаимное расстояние составляющих ее ядер, собственные периоды колебаний, теплоту диссоциации молекулы на атомы и т. д.

В частности, спектры  $\text{He}_2$  и  $\text{H}_2$  выделяются из большинства молекулярных спектров благодаря малым моментам инерции испускающих эти спектры молекул и соответствуют большим частотам вращения  $\nu_r$ . С этим связаны сравнительно большое расстояние между отдельными линиями полос и относительная бедность спектра линиями, затрудняющие распознавание описанной выше закономерности полосатых спектров и делающие спектры этих соединений нетипичными.

### § 213. Инфракрасные спектры молекул

Наряду с полосатыми спектрами молекул, расположенными в видимой и ультрафиолетовой областях, наблюдаются также и инфракрасные спектры молекул. При этом опыт показывает, что инфракрасные колебания, наблюдаемые в спектре газа или пара, остаются в большинстве случаев практически неизменными и при исследовании соответствующей жидкости или даже твердого тела. Причину этой нечувствительности инфракрасных колебаний к агрегатному состоянию надо, очевидно, искать в том, что силы взаимодействия между атомами (внутримолекулярные силы) значительно больше, чем ван-дер-ваальсовы междумолекулярные силы, обуславливающие переход из газообразного в другие агрегатные состояния. Поэтому колебания атомов внутри молекулы происходят практически одинаково как

в изолированных молекулах газа, так и в сближенных молекулах жидкости или твердого тела. Излучение же полосатых спектров видимой и ультрафиолетовой области в основном определяется изменением электронной конфигурации молекулы, а эта последняя испытывает в случае жидкости или твердого тела вполне ощутимые воздействия со стороны соседних молекул. Но все же и для инфракрасных спектров некоторые детали, связанные главным образом с вращением молекулы вокруг ее центра тяжести, лучше наблюдаются в газообразном состоянии, ибо свобода вращения молекул в жидкостях и твердых телах в значительной степени стеснена.

Наблюдение инфракрасных линий в спектре испускания, особенно для газообразных тел, затруднено относительной слабостью их. Тем не менее удалось наблюдать линии  $218\mu$  и  $343\mu$  в излучении ртутной лампы высокого давления; линии эти, как показали позднейшие исследования, излучаются при вращении молекул ртути. В большинстве случаев, однако, инфракрасные спектры наблюдаются в виде спектров абсорбции или как максимумы избирательного отражения от соответствующего вещества; они хорошо наблюдаются также по методу комбинационного рассеяния (см. § 154). В инфракрасных спектрах наблюдаются очень низкие частоты, соответствующие линиям

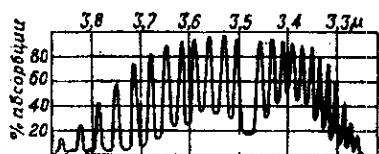


Рис. 422. Спектр поглощения паров хлористого водорода в близкой инфракрасной области.

в несколько десятков и даже сотен микронов; с другой стороны, имеются линии гораздо более коротковолновые (до нескольких микронов). Пример полосы, характеризующей поглощение в парах HCl, приведен на рис. 422.

Естественно разделить наблюдаемые инфракрасные спектры на два типа — вращательные и колебательные (точнее, колебательно-вращательные), приписывая их этим двум процессам в молекуле. Действительно, из рассуждений предыдущего параграфа следует, что главная часть изменения энергии молекулы при переходе из одного стационарного состояния в другое соответствует изменению электронной конфигурации молекулы. Связанное с ним изменение энергии мы обозначили через  $(W_e - W'_e)$  и видели, что благодаря этому члену в формуле (212.1) частота молекулярного излучения соответствовала видимой или ультрафиолетовой части спектра. Если же электронная конфигурация остается неизменной, т. е.  $W_e = W'_e$ , то частота излучения будет определяться соотношением

$$h\nu = (W_v - W'_v) + (W_r - W'_r), \quad (213.1)$$

т. е. будет соответствовать инфракрасной области спектра. Повторяя рассуждения предыдущего параграфа, мы получим истолкование



длинноволнового спектра как чисто ротационного, т. е. соответствующего условию  $W_v = W'_v$ , означающему, что атомы в молекуле не совершают колебаний, а лишь вращаются около своего центра тяжести. Аналогично, приняв во внимание и колебания и вращения, мы получим объяснение структуры более коротковолновых полос, являющихся вибрационно-ротационными. Теория эта хорошо передает все наблюдаемые особенности инфракрасных спектров и позволяет делать оценки различных параметров молекул (например момента инерции и т. д.), находящиеся в согласии с оценками, выводимыми из наблюдений над полосатыми спектрами видимой области или при помощи других физических методов.

## ГЛАВА XLI

### ФОТОЛЮМИНЕСЦЕНЦИЯ

#### § 214. Флуоресценция молекул

Уже в § 207 мы рассматривали возбуждение атомов действием света. Наблюдающееся при этом резонансное свечение есть простейшая форма фотолюминесценции, имеющая ясное теоретическое истолкование. Подобное явление наблюдается и при освещении молекул, причем в соответствии с большей сложностью системы энергетических уровней молекулы наблюдаемое излучение также имеет очень сложный вид.

Так, Вуд, освещая пары иода, состоящие из молекул  $J_2$ , тонкой монохроматической линией от ртутной лампы, обнаружил, что испускается крайне сложный спектр, состоящий из очень большого числа отдельных линий, точнее, пар линий, длины волн которых отличались приблизительно на  $2 \text{ \AA}$ . Эти пары представляют правильную совокупность, и расстояния между ними соответствуют разности длин волн в несколько десятков ангстрем. Полученная таким образом структура имеет большое сходство с системой полос, характерных для полосатого спектра, причем каждая полоса представлена двумя линиями. Замечательно, что освещение монохроматическим светом другой длины волны привело к возбуждению сходного сложного спектра, все длины волн которого были несколько изменены. Если же освещение производилось не только монохроматической линией, а более широким участком спектра (в несколько десятых ангстрема), то спектр испускания становился гораздо более сложным.

Вся сложная совокупность наблюдаемых фактов получила крайне ясное истолкование, когда она была рассмотрена с точки зрения теории полосатого спектра. Молекула иода характеризуется системой энергетических уровней в соответствии с изложенным в § 212. Часть таких уровней схематически изображена на рис. 423.

Нижняя группа соответствует первому электронному состоянию молекулы и состоит из ряда уровней, отмеченных цифрами  $V'' = 0, 1, 2, \dots$ , соответствующих равным колебательным состояниям молекулы; около каждого из таких уровней нанесено несколько уровней, соответствующих различным состояниям вращения. Верхняя группа уровней относится к молекуле с измененной электронной

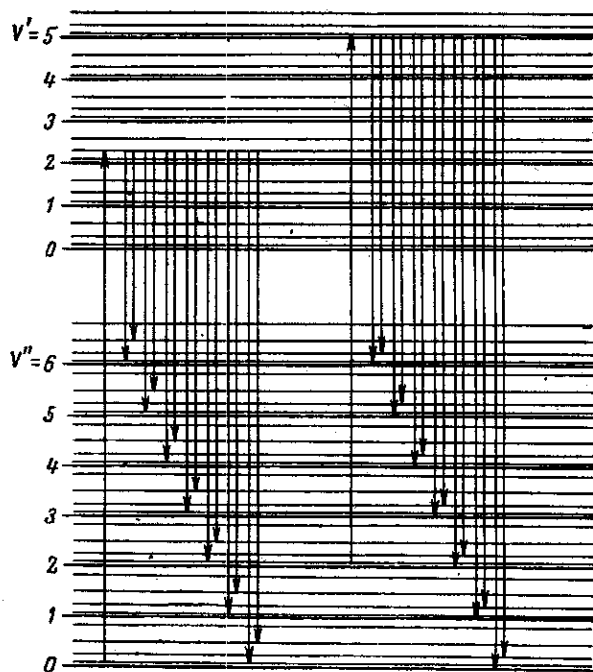


Рис. 423. Схема энергетических уровней молекулы, поясняющая образование сложного спектра испускания при монохроматическом возбуждении.

конфигурацией. Число отдельных уровней настолько велико, что возможны весьма разнообразные переходы с одного из уровней нижней группы на один из уровней верхней. Это означает, что молекула иода может поглощать различные световые кванты, т. е. монохроматический свет различной частоты; другими словами, спектр абсорбции такой молекулы состоит из очень большого числа линий.

Два таких случая абсорбции изображены на рис. 423 в виде стрелок, идущих снизу вверх. Длина стрелок выражает величину поглощенного кванта  $h\nu$ . Возбужденная таким образом молекула может возвращаться в одно из нижних состояний, излучая соответствующий квант, как показано на чертеже стрелками, идущими сверху вниз. В каждой молекуле происходит один из изображенных переходов;

все облако освещенных паров дает совокупность этих переходов, т. е. излучение целой системы линий. Каждая пара близких линий соответствует переходу на какие-либо два ротационных состояния. Отдельные пары соответствуют переходам в разные состояния колебания. То обстоятельство, что каждая полоса представлена только двумя ротационными линиями, т. е. что не все из мыслимых переходов имеют место, находит свое объяснение в так называемых *правилах отбора*, вытекающих из квантовых законов и имеющих место всегда при излучении сложных атомов и молекул.

Таким образом, прихотливый на первый взгляд спектр излучения молекулы, возбужденной монохроматическим светом, получает полное и ясное истолкование и может быть использован для составления схемы молекулярных уровней. В настоящее время флуоресценция молекул изучена для ряда двухатомных молекул и приведена в соответствие с общей теорией молекулярных спектров. Исследование спектров флуоресценции многоатомных молекул позволяет разобратся в строении этих последних, но эти спектры отличаются гораздо большей сложностью, чему соответствует большая трудность интерпретации.

### § 215. Фотолюминесценция жидкостей и твердых тел. Спектральный состав люминесценции. Правило Стокса

Явление флуоресценции паров, рассмотренное выше, начали изучать лишь в начале XX века. Оно получило свое истолкование после создания теории Бора. Явления фотолюминесценции жидкостей и твердых тел, гораздо более яркие и легко наблюдаемые, известны более трехсот лет. Однако в силу гораздо большей сложности взаимодействия между молекулами в случае жидкого и твердого вещества полной теоретической ясности в истолковании явлений люминесценции конденсированных систем мы не имеем и в настоящее время, несмотря на ряд полученных важных результатов, достигнутых, в частности, и благодаря работам советских физиков.

Наблюдение явления фотолюминесценции может быть осуществлено разнообразными способами. Для многих веществ (растворы красок, например флуоресцеина) своеобразное свечение заметно уже на рассеянном дневном свете или в пучке солнечных лучей. Для других, менее ярко светящихся тел удобнее расположение, изображенное на рис. 424. Свет от источника, например электрической

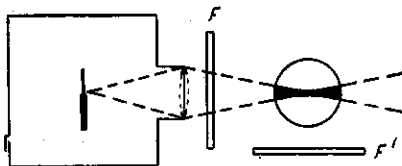


Рис. 424. Схема наблюдения флуоресценции жидкостей;  $F$  и  $F'$  — дополнительные (скрещенные) светофильтры.

дуги, конденсируется линзой на исследуемое вещество, например колбу с раствором краски, хинина, керосина и т. д. Глаз сбоку видит на темном фоне след пучка света не в виде белой полоски, но в виде пучка той или иной окраски в зависимости от исследуемого вещества: зеленый для флуоресцеина, оранжевый для родамина, синеватый для хинина и т. д.

Цвет возникающего свечения является характерным признаком люминесценции; он отличен от цвета возбуждающего света, благодаря чему облегчается наблюдение этого явления. При этом обычно соблюдается правило, установленное Стоксом (1852 г.), согласно которому свет люминесценции характеризуется *большой длиной волны*, чем поглощенный телом свет, вызывающий люминесценцию. Обычно расположение спектральных полос люминесценции и абсорбции соответствует изображенному на рис. 425, показывающему, что полосы эти частично перекрываются. Таким образом, правило Стокса обозначает, что максимум полосы поглощения смещен в сторону коротких волн относительно максимума люминесценции.



Рис. 425. Схема, поясняющая правило Стокса.

Пользуясь правилом Стокса, можно улучшить условия наблюдения люминесценции, поместив на пути возбуждающих лучей светофильтр  $F$ , поглощающий лучи, соответствующие длинам волн люминесценции, но пропускающий свет, абсорбируемый изучаемым веществом. Наоборот, между изучаемым объектом и глазом помещается фильтр  $F'$ , дополнительный к первому, т. е. поглощающий волны полосы  $A$ , но пропускающий область  $L$ . Таким образом глаз будет защищен от случайно рассеянного света, и в то же время люминесценция будет возбуждена и достигнет наблюдателя без значительного ослабления. Этот метод — метод скрещенных фильтров — оказывает значительные услуги при исследовании слабо люминесцирующих веществ.

Так как полосы абсорбции и люминесценции частично перекрываются, то часть света люминесценции, выходя из глубины освещенного вещества и проходя через слой этого вещества достаточной толщины, будет в большей или меньшей степени поглощена. Благодаря этому может произойти искажение вида полосы люминесценции; необходимо введение соответствующих поправок, особенно в случае значительных концентраций люминесцирующего вещества.

Для некоторых классов органических молекул правило Стокса может быть заменено, как установил В. Л. Левшин, количественным соотношением, получившим название *правила зеркальной симметрии* спектров поглощения и люминесценции. Согласно наблюдениям Левшина спектры поглощения и излучения для этого типа веществ, изображенные в функции частот, при рациональном выборе ординат кривых оказываются зеркально симметричными относительно прямой,

проходящей перпендикулярно к оси частот через точку пересечения кривых обоих спектров. Хотя правило зеркальной симметрии соблюдается не во всех случаях люминесценции, однако для обширного класса сложных молекул оно позволяет делать важные заключения о структуре энергетических уровней молекулы.

Из общих соображений ясно, что свет, способный вызвать люминесценцию некоторого вещества, должен поглощаться этим веществом, т. е. длина волны возбуждающего света должна лежать внутри полосы абсорбции. Так как эта последняя довольно широка,

как почти всегда бывает в жидкостях и твердых телах, то в пределах полосы абсорбции можно довольно значительно варьировать длину волны возбуждающего света.

Исследования этого рода показали, что спектр люминесценции не меняется при изменении длины волны возбуждающего света, пока эта последняя лежит в пределах данной полосы поглощения (рис. 426).

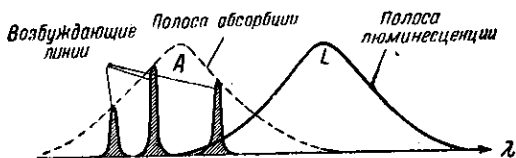


Рис. 426. При возбуждении светом любой частоты, лежащей в пределах одной полосы поглощения, спектр люминесценции остается неизменным.

Если вещество имеет несколько полос поглощения, то возбуждение светом, относящимся к разным полосам поглощения, может вызвать изменение спектра люминесценции, хотя нередко спектр люминесценции сохраняется и в этом случае. Эти важные наблюдения показывают, что спектр люминесценции характеризует исследуемое вещество. Длина волны возбуждающего света имеет второстепенное

значение, и лишь переход из одной полосы поглощения в другую может играть роль, меняя характер возбуждения молекулы, подобно тому как это в чистом виде обнаружено наблюдениями Вуда над возбуждением свечения паров.

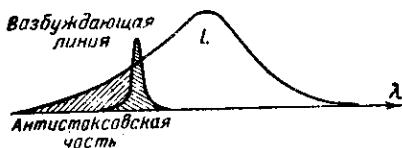


Рис. 427. Нарушение правила Стокса.

При возбуждении отдельными линиями можно особенно отчетливо наблюдать случаи отступления от правила Стокса. На рис. 427 изображен такой случай. Заштрихованная область, соответствующая нарушению правила Стокса, называется *антистоксовской*. Иногда эта антистоксовская область развита довольно хорошо.

Правило Стокса получило общее теоретическое истолкование при помощи представления о фотонах. Истолкование это сводится к предположению, что каждый испущенный при люминесценции фотон ( $h\nu$ ) получается за счет какого-нибудь одного поглощенного фотона ( $h\nu_0$ ). Как правило, при каждом таком процессе часть энергии (A)

поглощенного фотона растрчивается на какие-то внутримолекулярные процессы, так что согласно закону сохранения энергии имеем:

$$h\nu = h\nu_0 - A.$$

Величина  $A$  положительна, что обуславливает стоксовское смещение. Случай нарушения правила Стокса следует объяснить добавлением к энергии возбуждающего фотона тепловой энергии люминесцирующего вещества. Действительно, с повышением температуры антнстоксовская область обычно выступает яснее.

Эти общие соображения, конечно, далеко не исчерпывают вопроса о механизме возбуждения люминесценции. Не вся поглощенная энергия излучается в виде энергии люминесценции. Выходом или коэффициентом полезного действия люминесценции принято называть отношение  $\eta$  излучаемой энергии к энергии, поглощаемой люминесцирующим веществом. С. И. Вавилов, который первый произвел определение выхода, нашел, что величина  $\eta$  чрезвычайно сильно зависит от изучаемого вещества и от условий опытов. Имеются случаи, когда  $\eta$  достигает почти 100%, и наоборот, нередко величина  $\eta$  очень мала. Эта величина не только меняется от одного вещества к другому, но и для данного вещества сильно зависит от внешних условий: температуры, растворителя, концентраций, посторонних примесей и т. д.

Явление ослабления люминесценции благодаря введению посторонних веществ носит название *тушения* люминесценции. Механизм этого процесса ясен для случая резонансной флуоресценции газов. Атом находится в возбужденном состоянии в среднем  $10^{-8}$ — $10^{-9}$  сек. За это время может произойти столкновение возбужденного атома с каким-либо атомом или молекулой примеси. При этом может оказаться, что энергия возбужденного атома передается частице, которая с ним столкнулась, и расходуется на какие-либо процессы, происходящие в этой частице, или переходит в тепло (столкновения второго рода, ср. § 209). Таким образом, часть возбужденных атомов лишается возможности участвовать в излучении, и, следовательно, имеет место ослабление (тушение) первоначально наблюдаемой люминесценции. Взамен ее может произойти химическая реакция с молекулой, которая сама не поглощает света, но заимствует его от возбужденного атома (сенсibilизированная фотохимическая реакция, см. § 182). Поглощенная энергия, переданная при столкновении второй частице, может пойти на возбуждение этой второй частицы и вызвать люминесценцию последней (сенсibilизированная люминесценция).

В случае люминесценции жидких (и твердых) веществ также наблюдается тушение; например, интенсивность люминесценции многих растворов сильно уменьшается при добавлении к веществу иодистого калия. По-видимому, и в этих случаях присутствие тушителя вызывает переход энергии возбуждения люминесцирующей молекулы к молекулам тушителя. В конечном счете энергия, отнятая у возбужденных

молекул, обычно распределяется среди всего вещества, слегка нагревая его. Сходное явление тушения наблюдается и при повышении концентрации люминесцирующего вещества (так называемое концентрационное тушение). Опыт показывает, что значительное повышение концентрации вещества обычно снижает выход флуоресценции, так что при очень больших концентрациях он становится незначительным. В качестве примера приводим рис. 428, который показывает падение выхода флуоресценции водного раствора флуоресцеина с повышением концентрации.

Не исключена возможность, что присутствие тех или иных тушащих причин обуславливает пониженный выход флуоресценции, наблюдаемый во многих случаях. Наоборот, сильное увеличение яркости флуоресценции, наблюдаемое, например, при добавлении щелочи к водным растворам флуоресцеина, связано, по-видимому, с уменьшением концентрации водородных ионов, вызывающих заметное тушащее действие.

Механизм концентрационного тушения, равно как и тушения посторонними примесями в жидкостях, т. е. процесс перехода энергии возбуждения в тепло, может быть выяснен только на основе детальных сведений о строении молекулы и среды. Такого рода детальных сведений в нашем распоряжении еще не имеется. Но общие законы явления тушения, как экспериментальные, так и теоретические, позволяющие связать это явление с другими особенностями люминесценции (например с длительностью и характером поляризации), выяснены с достаточной полнотой благодаря работам С. И. Вавилова и его сотрудников.

Окружающая среда влияет не только на интенсивность, но и на спектральный состав люминесценции. Например, замена одного растворителя другим может переместить полосу флуоресценции на несколько сотен ангстрем. Причина лежит, по-видимому, чаще всего в том, что при этом меняется степень диссоциации растворенного вещества, а флуоресценция молекулы и иона часто сильно разнятся между собой. Например, молекула акридина флуоресцирует лиловым светом, а ее ион — сине-зеленым. В соответствии с этим акридин в органических растворителях или в щелочной среде светится фиолетовым светом, а в водном растворе или кислой среде — сине-зеленым. Указанные

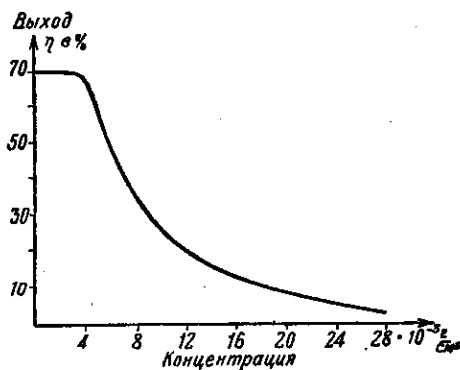


Рис. 428. Зависимость выхода люминесценции от концентрации (концентрационное тушение) для флуоресцеина, по данным С. И. Вавилова.

обстоятельства часто затрудняют применение метода люминесценции для целей количественного анализа. Однако нередко это удается обойти путем тщательного предварительного исследования.

### § 216. Длительность фотолюминесценции

Для многих веществ, главным образом жидкостей и газов, затухание идет настолько быстро, что свечение практически прекращается одновременно с прекращением освещения. Этот тип люминесценции обычно носит название *флуоресценции*. Наблюдение флуоресценции требует, следовательно, непрерывного освещения. В других случаях (твердые тела) послесвечение имеет место в течение большего или меньшего времени. Этот вид люминесценции нередко называют *фосфоресценцией*. Разделение двух процессов по признаку длительности послесвечения довольно искусственно, ибо улучшение способов наблюдения позволяет установить большую или меньшую длительность всех видов люминесценции.

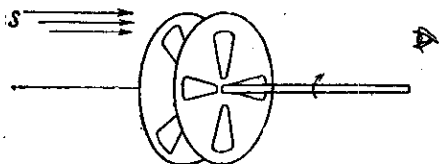


Рис. 429. Схема простого фосфороскопа, обеспечивающего измерение длительности до  $10^{-4}$  сек.

Для установления наличия послесвечения и определения его длительности употребляют различные приемы. Простейший прибор, предназначенный для этой цели и носящий название фосфороскопа Беккереля, устроен следующим образом. Исследуемое вещество помещается между двумя дисками, которые могут быть приведены в быстрое вращение. Диски снабжены одинаковым числом секторообразных вырезов и насажены на общую ось таким образом, что вырезы одного диска приходятся против сплошных мест другого (рис. 429). Источник, посылающий свет на объект, расположен по одну сторону дисков, с другой помещается наблюдатель. Благодаря тому, что отверстия дисков не совпадают, освещение и наблюдение объекта происходят раздельно во времени, причем можно регулировать промежуток времени между этими двумя процессами, изменяя быстроту вращения дисков и угол между отверстиями. Зная быстроту вращения дисков, при которой становится заметен свет фосфоресценции, и угол, на который смещены друг относительно друга отверстия в переднем и заднем дисках, можно определить продолжительность послесвечения. С помощью фосфороскопа Беккереля можно измерять продолжительность последствий, длящихся до  $10^{-4}$  сек.

В фосфороскопе иного типа объект помещается на прозрачный быстро вращающийся диск. При вращении диска наблюдатель видит фосфоресцирующую полосу, постепенно ослабляющуюся к концу (рис. 430). Зная скорость вращения, можно по длине полосы судить



времени затягивания фосфоресценции. Этот фосфороскоп дает возможность измерять времена затягивания до  $10^{-5}$ — $10^{-6}$  сек.

Еще более короткие последствия (до  $10^{-9}$  сек.) можно измерить с помощью флуорометра Гавиола (рис. 431). Метод основан

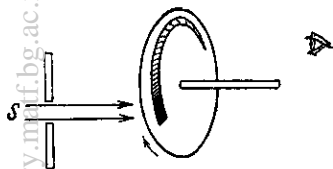


Рис. 430. Схема фосфороскопа, обеспечивающего измерения длительности возбужденного состояния до  $10^{-5}$ — $10^{-8}$  сек.

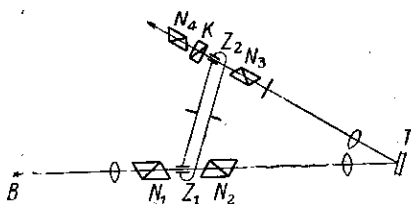


Рис. 431. Схема фосфороскопа с применением высокочастотной модуляции света, обеспечивающего измерения длительности возбужденного состояния до  $10^{-8}$ — $10^{-9}$  сек.

на применении эффекта Керра, который для времен  $10^{-8}$ — $10^{-9}$  сек. практически безынерционен. Две установки Керра  $N_1Z_1N_2$  и  $N_3Z_2N_4$  управляются переменным напряжением высокой частоты ( $10^6$ — $10^7$ ) и, таким образом, являются оптическими затворами, открывающими и закрывающими доступ свету большое число раз в секунду. Действие их до известной степени подобно двум дискам фосфороскопа Беккереля: свет от источника  $B$ , прошедший в какой-то момент через  $N_1Z_1N_2$ , доходит до флуоресцирующего вещества  $T$  и вызывает люминесценцию. В зависимости от длительности запаздывания процесса люминесценции этот вторичный свет дойдет до  $Z_2$  в более или менее поздний момент. Так как пропускательность установки  $N_3Z_2N_4$  быстро меняется со временем, то интенсивность вышедшего из  $Z_2$  света будет зависеть от момента прихода вспышки к  $Z_2$ , и, следовательно, по этой интенсивности можно судить о времени запаздывания.

В этой установке измеряют не интенсивность света, прошедшего через  $Z_2$ , а разность фаз, возникающую между двумя компонентами света в конденсаторе Керра. Эта величина, собственно говоря, и определяет интенсивность пропускаемого света; измерение же разности фаз может быть выполнено с большим удобством (при помощи компенсатора  $K$ ), чем оценка интенсивности пропущенного света. Измеренное таким образом запаздывание  $t$  складывается из двух величин:  $\tau_0$ — время прохождения светом пути  $Z_1TZ_2$  и  $\tau$ — время запаздывания процесса вторичного свечения. Если заменить сосуд с флуоресцирующим веществом зеркалом, от которого отражение происходит практически мгновенно, то мы найдем непосредственно  $\tau_0$  и получим возможность ввести соответствующую поправку и определить время запаздывания свечения  $\tau$ .

Некоторую аналогию с флуорометром Гавиола имеет флуорометр Физического института Академии наук, построенный Л. А. Турмерманом и М. Д. Галаниным, в котором модуляция светового пучка производится с помощью дифракции на ультразвуковых волнах. Этот метод имеет преимущество перед методом Керра ввиду своей большой светосилы. В настоящее время строятся и другие еще более быстро работающие флуорометры, также использующие возможность измерять малые запаздывания по фазе.

Как уже указывалось в § 208, определяемое значение  $\tau$  может служить как для характеристики времени *запаздывания* свечения (средняя длительность возбужденного состояния), так и для характеристики *затягивания* свечения (продолжительность процесса испускания), в зависимости от того, с какой точки зрения рассматривается процесс излучения. В настоящее время мы не имеем оснований сомневаться в правильности квантовой трактовки, и, следовательно, естественно рассматривать  $\tau$  как среднюю длительность возбужденного состояния. Однако нередко бывает удобно сохранить классическое описание процесса излучения, в котором, как указано,  $\tau$  имеет иной смысл.

При помощи описанного метода было определено  $\tau$  для излучения изолированных атомов (резонансная флуоресценция атомов Na,  $\tau = 1,5 \cdot 10^{-8}$  сек.), излучения изолированных молекул (молекулярная флуоресценция паров иода,  $\tau = 1 \cdot 10^{-8}$  сек.) и люминесценции жидких и твердых тел. Для разнообразных случаев последнего рода было обнаружено, что  $\tau$  имеет порядок  $10^{-9}$  сек., меняясь при переходе от одного вещества к другому и даже при изменении растворителя. Так, для водных растворов эозина имеем  $\tau = 1,9 \cdot 10^{-9}$  сек., а для растворов этой краски в метиловом спирте  $\tau = 3,4 \cdot 10^{-9}$  сек. Для твердых люминесцирующих тел, например урановых стекол,  $\tau$  значительно больше ( $\tau = 15 \cdot 10^{-9}$  сек.). Точность измерений около  $0,5 \cdot 10^{-9}$  сек. и в современных флуорометрах может быть еще улучшена. Для многих других случаев люминесценции твердых тел средняя длительность возбужденного состояния настолько велика, что для ее измерения применяются более грубые фосфороскопы, описанные в начале этого параграфа. Известны специальные виды фосфоров (кристаллофосфоры), свечение которых длится несколько часов и даже дней.

Несомненно, что длительная и кратковременная люминесценция обусловлена физическими процессами разного типа. Два типа люминесценции — флуоресценция и фосфоресценция — различались первоначально именно по этому признаку, и притом под флуоресценцией понималось свечение, прекращающееся мгновенно вместе с прекращением освещения. Данные, относящиеся к длительности возбужденного состояния, показывают, что такое деление имеет условный характер.

ибо различие в длительности возбужденных состояний весьма велико: мы с несомненностью относим в разряд флуоресценции, например, процессы, для которых  $\tau$  может отличаться в десятки раз (например резонансная флуоресценция атомов ртути и натрия).

Тем не менее, по-видимому, возможно разделение процессов фотолюминесценции на два типа. Один — в котором процессы возбуждения разыгрываются целиком внутри атома или молекулы, так что переход в возбужденное состояние не сопровождается отделением электрона от возбужденного атома или молекулы. Люминесценция этого рода соответствует возвращению молекулы (атома) в первоначальное состояние; она определяется в основном свойствами этой молекулы (атома) и сравнительно мало зависит от внешних условий (температуры, окружающих молекул и т. д.). Сюда относится в первую очередь люминесценция газов и жидкостей. Другой тип наиболее ясно представлен люминесцирующими кристаллами или кристаллическими порошками. При возбуждении таких веществ электрон нередко совершенно удаляется от своего положения в кристаллической решетке, благодаря чему повышается электропроводность кристаллов и возникает фосфоресценция, сопровождающая возвращение на старое место отделившегося электрона или какого-либо другого.

Так как подвижность электрона в кристалле мала, то длительность таких возбужденных состояний может быть весьма значительна. Фосфоресценция этого типа характеризуется обычно очень значительным затягиванием, наблюдение которого легко осуществить без всякого фосфороскопа. Повышение температуры повышает сокращает это время, что можно объяснить повышением подвижности электронов. Указанные чистые типы люминесценции представляют крайние случаи, между которыми возможны различные переходы. В частности, наблюдалось, что при повышении вязкости среды (например путем прибавления к раствору желатина) можно удлинить процессы высвечивания, как бы переводя кратковременное свечение в длительное. Однако здесь нет места такому непрерывному переходу, и при повышении вязкости наряду с кратковременной люминесценцией развивается и вторая, более длительная.

## § 217. Определение люминесценции и критерий длительности. Излучение Черенкова

Несмотря на чрезвычайное разнообразие в значениях времени  $\tau$ , показывающего длительность люминесценции (от  $\tau \approx 10^{-9}$  сек. до  $\tau \approx 10^6$  сек.), для всех процессов люминесценции характерно, что это время  $\tau$  *значительно превосходит* время собственного колебания светящейся молекулы ( $T = 10^{-14} - 10^{-15}$  сек.). На это обратил особое внимание С. И. Вавилов, показавший, что этот критерий длительности является единственным характерным критерием, позволяющим отделить люминесценцию от всех других видов свечения.

В § 186 мы определили тепловое или температурное излучение как равновесное излучение, подчиняющееся закону Кирхгофа. Этим мы противопоставили тепловое излучение другим, неравновесным видам свечения. Однако к числу таких неравновесных свечений, интенсивность которых может превышать при данной температуре тепловое излучение, принадлежат еще разнообразные свечения. Сюда относится, конечно, и люминесценция, но и рассеянный свет и свет отраженный точно так же отличаются от теплового излучения. Однако все эти виды свечения, кроме люминесценции, могут быть охарактеризованы как вынужденные световые колебания, длящиеся лишь постольку, поскольку есть вынуждающее свечение, и исчезающие практически за время, соизмеримое с периодом вынуждающих световых колебаний, т. е. примерно за время  $\tau \approx 10^{-14}$  сек. Для люминесценции же в собственном смысле слова характерна несравненно большая длительность послесвечения. В соответствии с этим С. И. Вавилов предложил *определять люминесценцию как свечение, представляющее избыток над температурным излучением при условии, что это избыточное излучение обладает длительностью, значительно превышающей период световых колебаний.*

Такое определение однозначно отличает люминесценцию от всех других видов свечения и дает возможность надежного экспериментального установления люминесцентного характера свечения. Для этой цели не требуется производить сложные определения времени длительности. Достаточно убедиться, что оно не слишком мало. А для этого можно провести опыты по тушению предполагаемой люминесценции подходящим тушителем. Для тушения необходимо, чтобы время возбужденного состояния было заведомо больше среднего времени между соударениями с молекулами тушителя. Время это при не слишком малых концентрациях возбужденных молекул и тушащего вещества не меньше  $10^{-11} - 10^{-12}$  сек. Поэтому нелюминесцентные, т. е. чрезвычайно быстро прекращающиеся ( $\tau < 10^{-14}$  сек.) виды свечения не успевают испытать тушение.

Этот критерий в руках самого С. И. Вавилова позволил ему в нескольких важных случаях решить вопрос о люминесцентном или нелюминесцентном характере свечения.

Особенно важное значение имеет случай специального свечения, наблюдаемого под действием радиоактивных излучений ( $\beta$ - и  $\gamma$ -лучи). Как показал П. А. Черенков (1934 г.), работавший под руководством С. И. Вавилова, свечение этого рода обнаруживают весьма разнообразные вещества, в том числе и чистые жидкости. Обнаружив, что это свечение не испытывает тушения, С. И. Вавилов пришел к мысли, что оно не является люминесценцией, как это считалось ранее, и связал его происхождение с движением электронов через вещество. Полное разъяснение явления было дано в теоретическом исследовании И. Е. Тамма и И. М. Франка (1937 г.), которые показали, что све-

чение должно иметь место, если скорость электрона превосходит фазовую скорость света в данном веществе.

Пусть электрон движется равномерно со скоростью  $v$  вдоль линии  $OL$  (рис. 432) сквозь какое-нибудь вещество, например воду.

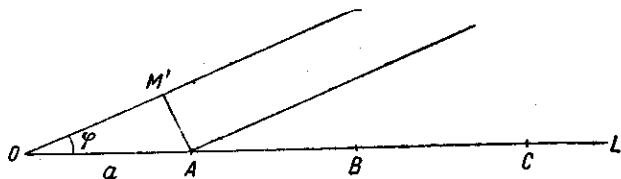


Рис. 432. К теории излучения Черенкова.  $OA = AB = BC = \dots = a = vt$ ;  $M'A$  — положение фронта волны, излученной из  $O$  к моменту  $t$ , когда электрон достигает положения  $A$ .

При движении электрона сквозь вещество имеется, конечно, взаимодействие электрона с атомами вещества, в результате которого часть энергии электрона может передаваться атомам, вызывая их ионизацию или возбуждение. Однако в данном вопросе нас интересуют не эти виды потери энергии электроном. Как показывает детальное рассмотрение электрического поля, создаваемого движущимся электроном, могут иметь место и иные формы растраты энергии электроном. Наиболее ясно это выступает, если рассмотреть случай, который был указан Л. И. Мандельштамом. Представим себе, что электрон со значительной скоростью движется по оси пустотелого канала, сделанного в веществе, так что он не испытывает непосредственных столкновений с атомами вещества. Оказывается, однако, что если диаметр канала значительно меньше длины волны света, то все же имеет место потеря энергии электроном в виде световой радиации сквозь поверхность, охватывающую ось цилиндрического канала. При этом мы можем для простоты считать среду вполне прозрачной, так что поток радиации беспрепятственно проходит через нее. Излучаемая энергия, конечно, заимствуется из энергии движущегося электрона, скорость которого при этом должна уменьшаться благодаря торможению электрона в его собственном поле. Именно это излучение и представляет собой в чистом виде излучение Черенкова.

Вычисление показывает, что рассматриваемое торможение — и связанное с ним излучение — имеет место только в том случае, когда скорость электрона  $v$  больше фазовой скорости света в среде  $s$  и прекращается, когда скорость электрона уменьшается до этой скорости (т. е.  $v = s$ ). Рассчитав электрическое и магнитное поле движущегося со «сверхсветовой» скоростью электрона и образовав вектор Пойнтинга, можно вычислить поток радиации, излучаемой электроном. При этом обнаруживается своеобразное распределение

излучения в пространстве, представляющее узкий конический слой, образующая которого составляет с осью движения угол  $\theta$ , так что  $\cos \theta = \frac{c}{v}$ , где  $c = \frac{c_0}{n}$  — фазовая скорость света; излучение оказывается поляризованным так, что электрический вектор излучения лежит в плоскости, проходящей через направление движения электрона. Все эти выводы теории оказались в хорошем соответствии, не только качественном, но и количественном, с результатами наблюдения свечения Черенкова.

Наиболее своеобразная особенность рассматриваемого излучения — его угловое распределение и необходимость соблюдения условия  $v \gg \frac{c_0}{n} = c$  могут быть получены из довольно общих соображений. Представим себе электрон, движущийся со скоростью вдоль линии  $OL$  (рис. 432), представляющей ось узкого пустотного канала в однородном прозрачном веществе с показателем преломления  $n$ . Каждая точка линии  $OL$ , последовательно занимаемая движущимся электроном, является центром испускания света, но с запозданием, определяемым величиной  $\tau = \frac{a}{v}$ , если  $a$  — расстояние между двумя рассматриваемыми положениями электрона. Для того чтобы все волны, исходящие из этих последовательных положений, усиливались взаимной интерференцией, необходимо, чтобы разность фаз между ними была равна нулю при любом значении  $a$ . Из рис. 432 нетрудно видеть, что это будет иметь место для направления, составляющего угол  $\varphi$  с направлением движения электрона, причем  $\varphi$  определяется из условия

$$\frac{a \cdot \cos \varphi}{c} - \frac{a}{v} = 0,$$

откуда

$$\cos \varphi = \frac{c}{v}.$$

Действительно, фронт волны, исходящей из  $O$ , достигает положения  $AM'$ , где  $A$  — новое положение электрона, через время  $\frac{OM'}{c} = \frac{a \cos \varphi}{c}$ ; электрон же достигнет точки  $A$  через промежуток времени  $\tau = \frac{a}{v}$ . Если  $\frac{a \cdot \cos \varphi}{c} - \frac{a}{v} = 0$ , то волна из  $O$  и волна из  $A$  окажутся в одной фазе, каково бы ни было  $a$ .

Итак, мы видим, что направление максимальной интенсивности определится углом  $\varphi$  образующей конуса с его осью  $OL$ , удовлетворяющим условию  $\cos \varphi = \frac{c}{v}$ . Если  $v < c$ , т. е. скорость электрона ниже фазовой скорости света, то соответствующее направление  $\varphi$  невозможно. Наоборот, при  $v > c$   $\varphi$  имеет вполне определенное значение, зависящее от скорости электрона ( $v$ ) и показателя преломления среды ( $n$ ) в согласии с полной теорией и опытными данными.

Легко видеть также, что если условие  $\cos \varphi = \frac{c}{v}$  не соблюдается, то мы можем всегда разбить траекторию  $OL$  на такие отрезки  $a$ , чтобы разность хода между волнами, исходящими из соответствующих двух соседних отрезков (т. е. из точек, разделенных расстоянием  $a$ ), была бы равна  $\pm \frac{\lambda}{2}$ . Это требование гласит:

$$c \cdot \frac{a \cos \varphi}{c} - c \frac{a}{v} = \pm \frac{\lambda}{2},$$

откуда

$$a = \pm \frac{\lambda v}{2(v \cos \varphi - c)}.$$

При соблюдении этого условия свет, исходящий на соответствующих точках соседних участков, будет гаситься взаимной интерференцией и по данному направлению излучение распространяться не будет.

Таким образом, единственное направление, по которому в силу взаимной интерференции волн может распространяться излучение, есть направление, определяемое условием  $\cos \varphi = \frac{c}{v}$ , имеющим смысл

только в случае движения со сверхсветовой скоростью ( $v > c$ ). Конечно, в реальном опыте световой конус не будет бесконечно тонким, ибо поток летящих электронов имеет конечную апертуру и известный разброс скоростей  $v$ , равно как и показатель преломления  $n$  имеет несколько различные значения для разных длин волн видимого интервала. Все это дает более или менее узкий конический слой около направления, определяемого условием  $\cos \varphi = \frac{c}{v}$ .

Эффекты, сходные с излучением Черенкова, хорошо известны в области волновых явлений. Если, например, судно движется по поверхности спокойной воды (озера) со скоростью, превышающей скорость распространения волн на поверхности воды, то возникающие под носом судна волны, отставая от судна, образуют плоский конус волн, угол раскрытия которого зависит от соотношения скорости судна и скорости поверхностных волн. При движении судна или самолета со «сверхзвуковой» скоростью возникает звуковое излучение («вой»), законы распространения которого также связаны с образованием так называемого «конуса Маха». Явления эти связаны с нелинейностью аэродинамических уравнений. В 1904 г. Зоммерфельд рассчитал электродинамическое (оптическое) излучение подобного рода, которое должно возникать при движении заряда со скоростью, превышающей скорость света. Однако через несколько месяцев после появления работы Зоммерфельда создание теории относительности сделало бессмысленным рассмотрение движения заряда со скоростью, превышающей скорость света в пустоте, и расчеты Зоммерфельда казались лишенными интереса. Физическая возможность появления свечения Черенкова связана с движением электрона со

скоростью, превышающей *фазовую* скорость световой волны в среде, что не стоит ни в каком противоречии с теорией относительности.

Таким образом, излучение Черенкова, правильный путь для истолкования которого указан критерием длительности люминесценции, сформулированным С. И. Вавиловым, является совершенно новым и крайне интересным видом свечения, впервые открытым советскими исследователями.

### § 218. Кристаллические фосфоры

Хотя согласно предыдущему четкое деление между флуоресцирующими и фосфоресцирующими веществами в настоящее время невозможно, тем не менее существуют вещества, которые вполне целесообразно выделить в класс фосфоресцирующих. К ним принадлежат, в частности, так называемые кристаллические фосфоры, дающие нередко очень интенсивное свечение и имеющие благодаря этому практический интерес. Основой таких фосфоров являются неорганические вещества, не флуоресцирующие в чистом виде. Добавление к ним очень небольших количеств ( $10^{-2}$  —  $10^{-4}\%$ ) некоторых примесей, так называемых «активаторов», делает их интенсивно фосфоресцирующими. Такими активаторами в большинстве случаев являются соединения металлов. Так, например, яркий фосфор, нередко применяющийся для изготовления фосфоресцирующих экранов, представляет собой сернистый цинк, активированный небольшими примесями соединений, содержащих марганец, висмут или медь.

Такие фосфоресцирующие вещества характеризуются длительностью послесвечения и, как уже упоминалось, сильной зависимостью длительности от температуры. Повышение температуры значительно сокращает длительность свечения, причем одновременно очень сильно повышается яркость ее. Явление можно наблюдать на следующем простом опыте. Возбудим фосфоресценцию экрана сернистого цинка, осветив его ярким светом электрической дуги. Перенесенный в темноту экран будет светиться в течение ряда минут, постепенно угасая. Если к светящемуся экрану с противоположной стороны прижать нагретое тело, например диск, то нагреваемая область экрана ярко вспыхнет, отчетливо передавая контуры нагретой области. Однако через короткое время эта область окажется более темной, чем окружающая, ибо более яркое свечение сопровождается более быстрым затуханием (высвечиванием). Измерения показывают, что световая сумма, т. е. интеграл интенсивности по времени свечения, остается практически постоянной даже при ускорении высвечивания в тысячи раз (так, например, при нагревании до  $1300^\circ$  время свечения с нескольких часов сокращается до 0,1 сек.).

В явлениях фосфоресценции также соблюдается правило Стокса. Очень многие вещества фосфоресцируют видимым светом под действием ультрафиолетовых и рентгеновских лучей. Этим пользуются



для удобного исследования невидимой коротковолновой радиации, и фосфоресцирующие экраны имеют очень широкое распространение. С другой стороны, явление фосфоресценции может быть использовано для изучения инфракрасной части спектра. Опыт показывает, что фосфоресценция гасится под действием инфракрасного излучения. Отбросим на фосфоресцирующий экран (предварительно возбужденный) сплошной спектр. Через некоторое время фосфоресценция мест экрана, лежащих под инфракрасной частью спектра, оказывается погашенной, в то время как остальная его поверхность продолжает фосфоресцировать, так что след от инфракрасных лучей будет заметен на экране в виде темных полос. Этим можно воспользоваться для фотографирования инфракрасных лучей спектра до  $\lambda = 1,7 \mu$  или для получения фотографий предмета, испускающего невидимые инфракрасные лучи.

При действии инфракрасных лучей на фосфоресцирующий экран иногда наблюдается временное усиление фосфоресценции; в последнее время удалось изготовить фосфоры, очень эффективные в этом отношении и имеющие ряд практических применений. Однако действие инфракрасных лучей не сводится к нагреванию. В частности, световая сумма может под действием инфракрасных лучей уменьшаться (тушение).

Коэффициент полезного действия фосфоров, т. е. отношение общего количества отдаваемой в виде света энергии к количеству световой энергии, поглощенной фосфором при возбуждении, может быть очень велик (иногда близок к единице). Большое значение коэффициента полезного действия открывает перспективы для использования фосфоров в качестве источников света. Успешные попытки применения фосфоров для улучшения цветности и повышения экономичности газосветных ламп упомянуты в § 195.

### § 219. Люминесцентный анализ

Очень важной особенностью люминесценции является возможность наблюдения свечения при чрезвычайно малых концентрациях вещества. Концентрации порядка  $10^{-9}$  г/см<sup>3</sup> являются нередко вполне достаточными; так как для удобного наблюдения можно ограничиться объемом в несколько десятых кубического сантиметра, то достаточно располагать  $10^{-10}$  г флуоресцирующего вещества, чтобы иметь возможность обнаружить его по характерному свечению. Особенно удобно наблюдение при концентрациях в  $10^{-4}$  —  $10^{-7}$  г/см<sup>3</sup>. Эта чрезвычайная чувствительность люминесцентных наблюдений делает возможным применение люминесцентного анализа для решения многих важных практических задач.

В настоящее время нередко применяют этот вид анализа. Флуоресценция нефти или содержащихся в ней примесей весьма значительна. Этим пользуются для быстрой разведки при закладке буро-

вых скважин. Исследуя на флуоресценцию кусочки извлеченной при бурении породы, содержащие следы нефти, получают возможность судить о близости нефтеносных слоев и нередко о качестве нефти.

Методами люминесцентного анализа отличают друг от друга различные сорта стекол, сортируют шлаки, отделяя устойчивые и пригодные для мощения дорог от непрочных; оценивают степень пористости каменных пород и строительных материалов, для чего смачивают их флуоресцирующим раствором и наблюдают

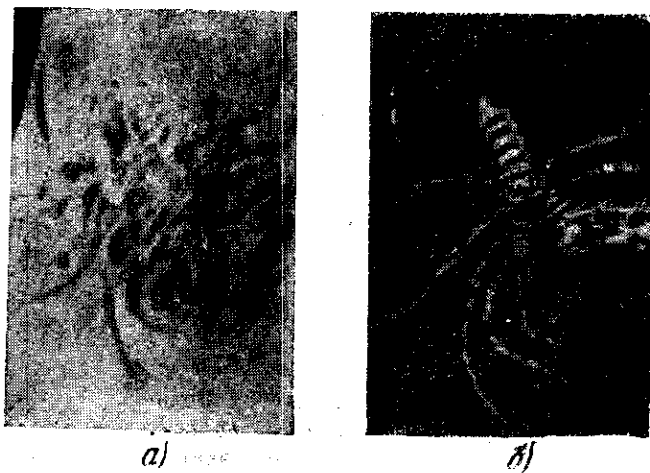


Рис. 433. Применение люминесценции к увеличению контрастности отпечатков ископаемых; *а* — обычный снимок; *б* — снимок при ультрафиолетовом освещении, возбуждающем люминесценцию.

за картиной распространения флуоресценции. Во многих химических производствах, в органической, технической и биологической химии применяют люминесцентный анализ для распознавания тех или иных компонент в сложных смесях. Известны плодотворные применения этого анализа в текстильном производстве, где легко обнаруживаются масляные пятна на тканях, невидимые простым глазом; в палеонтологических исследованиях, ибо флуоресцентные снимки отпечатков ископаемых гораздо более богаты подробностями, чем обычные снимки (рис. 433); в криминалистической практике люминесцентный анализ позволяет легко установить следы крови (рис. 434), открыть написанное невидимыми чернилами (рис. 435) и т. д. Фотолюминесценция и катодолюминесценция многих минералов облегчают геологическую разведку, причем употребляются переносные осветители, позволяющие вести разведку непосредственно в породе. С помощью микроскопа можно наблюдать небольшие флуоресцирующие включения.

Эти и многие другие качественные определения не исчерпывают всех возможностей люминесцентного анализа. Возможно применение его и для количественных исследований. Для этой цели подыскивают реактив, вступающий в характерную реакцию с изучаемым веществом,

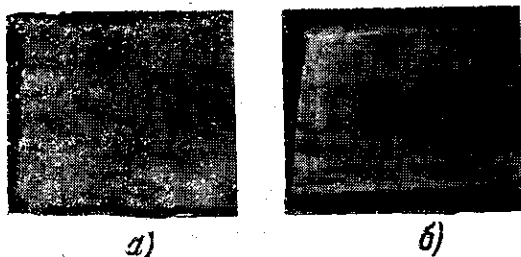


Рис. 434. Применение люминесценции в криминалистической практике: выявление следов крови: *а* — обычный снимок, *б* — люминесцентный снимок.

дающую флуоресцирующие продукты. Эти последние и открываются при помощи люминесцентного анализа. Благодаря чрезвычайной чувствительности люминесцентного метода можно ограничиться ничтожными количествами исходного вещества. Подобным методом удалось, например, исследовать содержание озона в воздухе, даже на больших высотах, причем пробы воздуха объемом в 10—20 л забирались

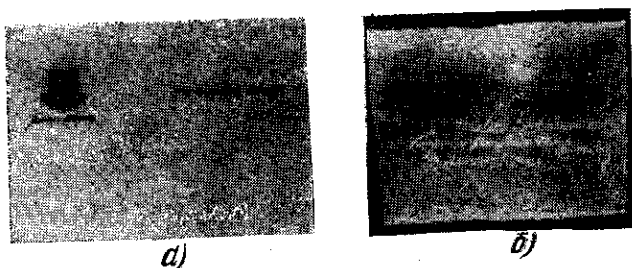


Рис. 435. Обнаружение с помощью люминесценции написанного невидимыми чернилами: *а* — обычный снимок, *б* — люминесцентный снимок.

при пролетах стратостатов на большой высоте, где давление не превышало 15—20 мм. Таким образом, в распоряжении исследователя было всего около 0,5 г воздуха. Содержащийся в этом количестве озон был надежно измерен, хотя содержание озона было меньше 0,00001%.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проблемы, рассмотренные в отделах X, XI и XII, равно как ряд отдельных вопросов, встречающихся на протяжении этого курса, получают свое разрешение при помощи квантовых представлений, впервые сформулированных в связи с задачей об излучении черного тела. Эти проблемы, успешное рассмотрение которых было связано с дальнейшим развитием теории квантов, не могли быть решены в рамках классических волновых представлений. С другой стороны, весьма обширный и важный круг явлений (интерференция, дифракция, поляризация и т. д.), истолкование и глубокое понимание которых составило главное содержание классической волновой оптики, представляет значительные трудности для квантовой теории. Ознакомление со всем разнообразием оптических явлений создает впечатление необходимости приписывать свету, с одной стороны, волновые свойства, а с другой — корпускулярные.

Внимательное исследование указанной двойственности показало, однако, что двойственность эта лежит в самой природе вещей, а не объясняется несовершенством наших представлений. Неправильно было бы противопоставлять волновые свойства света корпускулярным и пытаться объяснить весь круг известных явлений с какой-либо одной из рассматриваемых точек зрения. Истинное понимание дела заключается в единстве корпускулярных и волновых представлений. Такая точка зрения тем более удовлетворительна, что она, как упоминалось в § 88, также необходима и для понимания свойств таких материальных частиц, как электроны, атомы, нейтроны и т. д. Они тоже обнаруживают как волновые, так и корпускулярные свойства, и только единство тех и других дает исчерпывающее представление о частицах. Из этого не следует, конечно, что свет (фотоны) не отличается принципиально от электронов или атомов. Но рассмотренное корпускулярно-волновое представление природы частиц помогает познать природу фотонов, и наоборот, изучение свойств фотонов способствует уяснению свойств частиц.

Явления дифракции света, равно как и явления дифракции электронов (и атомов), указывают на то, что свет или электроны взаимодействуют сразу со всей поверхностью дифрагирующего экрана, например решетки, ибо, как известно, дифракционная картина существенно зависит от числа штрихов решетки, т. е. от размеров

е поверхности (при данном периоде.) В то же время энергия света или летящего электрона сконцентрирована в малом объеме, как указывают явления фотоэффекта или эффекта Комптона для света или многочисленные явления, наблюдаемые при бомбардировке потоком электронов.

В квантовой теории волновые и корпускулярные черты, характеризующие фотоны и частицы, объединяются в едином понимании. Наглядным и потому несколько грубым выражением этого является упрощенное представление, еще сохраняющее следы корпускулярной и волновой двойственности; согласно этому представлению энергия, связанная с фотонами и электронами, действительно концентрируется в тех местах, куда достигают фотоны или электроны, но распределение этих фотонов (или электронов) в пространстве определяется «интенсивностью» волн, связанных с фотонами (или с электронами). Мы пишем «интенсивность» в кавычках, ибо теперь уже нельзя интенсивность волн определять через их энергию, потому что энергию мы считаем локализованной в фотонах или частицах, а не распределенной в поле волны. Так как интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды, то можно сказать, что распределение фотонов или электронов в пространстве определяется квадратом амплитуд связанных с ними волн. Пусть нам задано распределение амплитуд этих волн (и их длина), соответствующее данному потоку фотонов или электронов, и заданы свойства системы, т. е. показатели преломления и поглощения в любой точке нашей системы. Мы можем в таком случае чисто формально, не задаваясь вопросом о природе волн, разрешить задачу о прохождении волн через систему, т. е. вычислить распределение амплитуд получающегося волнового поля. Этим самым будет найдено и соответствующее распределение фотонов или электронов, т. е. то распределение световой энергии или электрических зарядов, которое является объектом нашего реального опыта. Так как в обычном реальном опыте мы всегда имеем поток огромного числа фотонов или электронов, то результаты наших вычислений покажут, сколько фотонов (или электронов) придется на каждый элемент пространства; измеряя световую энергию или плотность зарядов в этих участках пространства, мы сравниваем опыт с вычислением и убеждаемся в правильности волновых расчетов.

Опыт показывает, что при ослаблении потока фотонов или электронов дифракционная картина ослабляется равномерно, так что соотношение между отдельными участками ее не меняется, что вполне соответствует волновой теории и легко объяснимо с точки зрения распределения фотонов или электронов в пространстве. Но можно, однако, вообразить себе опыт, в котором участвует поток очень малого количества электронов или фотонов или даже один электрон или фотон. Понятно, что если этот фотон или электрон, пройдя через систему, окажется в точке  $A$ , то во всех остальных

точках его не будет. Но расчеты по волновой теории дадут, как и раньше, *распределение* света или зарядов с непрерывным переходом от точки к точке. Не значит ли это, что предвидение волновой теории находится в противоречии с тем, что ожидается с корпускулярной точки зрения, и нельзя ли использовать соответствующий опыт, чтобы решить, какая из этих точек зрения соответствует действительности?

Само собой разумеется, такой опыт не может ограничиться наблюдением *одного-единственного* фотона или электрона как по техническим причинам (недостаточная чувствительность аппаратуры), так и по принципиальным (случайные отклонения). Необходимо, следовательно, повторить опыт достаточно много раз, чтобы можно было говорить об определенных его результатах. Для этой цели надо произвести дифракционный опыт со столь слабым потоком света или электронов, чтобы через аппаратуру проходили одиночные фотоны или электроны, и продолжать опыт *достаточно долго* для получения измеримых результатов.

С фотонами подобных опыты делались неоднократно: при длительной (многосуточной) экспозиции в крайне слабом световом потоке наблюдалась нормальная дифракционная картина, вполне подобная той, которую можно было получить при сильном потоке за соответственно более короткое время. С электронами подобный опыт был сделан в 1949 г. проф. В. А. Фабрикантом и его сотрудниками, наблюдавшими дифракцию потока электронов на кристалле. Дифракционные картины в сильном и слабом потоке электронов (с соответственно удлиненным временем экспозиции) оказались идентичными, хотя при слабом потоке через кристалл в каждый данный момент проходили отдельные электроны, и время, разделявшее два последовательных прохождения электронов, в десятки тысяч раз превосходило время прохождения электрона через кристалл.

Таким образом, эти результаты показывают, что распределение света или зарядов оказывается *одинаковым*, имеет ли место *достаточно длительное* прохождение *редких* фотонов или электронов или *одновременное* прохождение *достаточно большого* числа фотонов или электронов. Другими словами, результаты опытов согласуются с расчетами, сделанными по волновой теории. Однако это не означает опровержения корпускулярной точки зрения, а указывает лишь на то, что результаты единичных опытов не совпадают друг с другом: фотон или электрон не всегда попадают на одно и то же место, а попадают на то или иное место более или менее *часто*. Таким образом, наблюдаемое непрерывное распределение света или зарядов есть лишь некоторое *среднее статистическое* распределение фотонов или электронов, каждый из которых приходится на какое-нибудь одно место. С этой точки зрения различие между одновременным прохождением большого числа фотонов или электронов или последовательным их прохождением по одному, один за другим,

состоит лишь в том, что в первом опыте мы имеем среднее по пространству, а во втором—среднее по времени; в первом случае около некоторых точек фотоны или электроны группируются *гуще*, а во втором—они попадают туда *чаще*. Пользуясь терминами статистической физики, мы можем объединить оба эти заключения, сказав: опыт наш показывает, что *вероятность* попадания фотонов (или электронов) в разные точки пространства зависит от условий опыта; следовательно, амплитуда наших волн (или, точнее, квадрат амплитуды), с помощью которых ведется расчет ожидаемой дифракционной картины, представляет собой величину *вероятности* нахождения фотона или электрона в данном месте и в данное время.

Такая статистическая точка зрения действительно объединяет корпускулярные и волновые представления: в корпускулах сосредоточены энергия, масса, импульс, т. е. вообще корпускулярные свойства света или вещества, а в волнах—вероятность их нахождения в том или ином месте, благодаря чему возникает возможность вычисления распределения фотонов или электронов в пространстве, в согласии с волновыми представлениями. Отказавшись от рассмотрения тех или других свойств, мы лишаем наши представления существенных черт, и они перестают передавать реальные объекты; лишь соединяя волновые и корпускулярные представления в единое целое, мы получаем адекватный образ реальных объектов.

Единая точка зрения на волны, связанные с фотонами и электронами, как на волны, определяющие статистическую вероятность распределения фотонов и электронов в пространстве, не должна заставлять закрывать глаза на существенные различия между фотонами и электронами, а следовательно, и связанными с ними волнами. Различие это особенно отчетливо выступает, если сопоставить волновые и корпускулярные характеристики фотонов и электронов.

При установлении этих характеристик играют основную роль соотношения квантовой теории и теории относительности. Согласно теории квантов любая система, обладающая энергией  $E$ , может быть охарактеризована частотой  $\nu$ , значение которой определяется соотношением

$$E = h\nu, \quad (I)$$

где  $h$ —универсальная постоянная, характерная для квантовой теории.

Согласно теории относительности масса системы  $m$  связана с энергией системы соотношением

$$E = mc^2, \quad (II)$$

причем масса  $m$  зависит от скорости  $v$  движения согласно

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (III)$$

где  $c$  — скорость света в вакууме, а  $m_0$  — масса покоящейся частицы.

Мы ограничимся для простоты сопоставлением свойств фотонов и электронов в вакууме. Фотоны представляют собой корпускулы, характеризующиеся скоростью  $c$  и частотой  $\nu$ , т. е. энергией  $E = h\nu$ , а следовательно, массой  $m = \frac{E}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2}$ . Соотношение (III) принимает

вид  $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ , из которого следует, что так как  $m$  — конечная

величина ( $= \frac{h\nu}{c^2}$ ), то  $m_0 = 0$ , т. е. *покоящаяся масса фотона равна нулю*. Другими словами, фотон не может обладать скоростью, отличной от  $c$ . Это означает, что, например, при поглощении фотона атомом он перестает существовать в качестве фотона и его энергия, импульс, масса переходят к атому (возбуждение атома); при испускании же света фотон *вновь создается* с энергией  $h\nu$  и соответствующим импульсом  $\frac{h\nu}{c}$  и массой  $\frac{h\nu}{c^2}$ , заимствованными от атома (испускание возбужденного атома, отдача при испускании).

Так как масса фотона равна  $m = \frac{h\nu}{c^2}$ , а его скорость есть  $c$ , то фотон обладает импульсом (количеством движения)  $g = m = \frac{h\nu}{c}$ . Волны, связанные с фотоном, имеют фазовую скорость, равную в вакууме также  $c$ . Поэтому они характеризуются длиной волны  $\lambda = \frac{c}{\nu}$ ; учитывая, что импульс фотона  $g = \frac{h\nu}{c}$ , найдем  $\lambda = \frac{h}{g}$ .

Что касается электрона, то он может иметь любую скорость  $v$ , не превосходящую скорости света  $c$ . Масса электрона  $m$  зависит от скорости, так что  $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ . При  $v = 0$   $m = m_0$  есть

«масса покоя» электрона. Электрон на основании соотношения (II) обладает энергией  $E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$  и импульсом  $g = mv =$

$= \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{Ev}{c^2}$ . В то время как скорость электрона при нали-

чи каких-либо ускоряющих сил может возрастать лишь до значения  $v = c$ , его масса и энергия возрастают, как показывают эти формулы, *неограниченно* за счет массы и энергии тех систем, которые вызывают ускорение электрона. Именно таким образом нарастает энергия электрона в бетатроне, где он ускоряется электродвижущей силой индукции изменяющегося поля. Уже при инъекции или после ограниченного числа оборотов скорость электронов



точностью до нескольких процентов достигает скорости света, так что дальнейшее нарастание ее весьма незначительно, но энергия (и масса) электронов растет непрерывно в границах, определяемых размерами и устройством бетатрона.

С электроном связана волна, длина которой  $\lambda = \frac{h}{g} = \frac{h}{mv} = \frac{hc^2}{Ev}$ , а частота  $\nu$  определяется на основании (I) из соотношения  $h\nu = E$ . Таким образом  $\lambda = \frac{c^2}{v\nu}$ . С другой стороны, между длиной волны и частотой существует простое соотношение  $\lambda \cdot \nu = u$ , где  $u$  — фазовая скорость волны. Таким образом, фазовая скорость электронной волны есть  $u = \frac{c^2}{v}$ , где  $v$  — скорость электрона. Так как  $v \leq c$ , то  $u \geq c$ , и в предельном случае, когда электрон достигает скорости  $c$ , фазовая скорость его также равняется  $c$ , как это имеет место для фотона; однако в отличие от волн, связанных с фотоном, для которых фазовая скорость в пустоте равна  $c$  для всех длин волн (отсутствие дисперсии), электронные волны имеют фазовую скорость

$$u = \frac{c^2}{v},$$

или, так как  $\lambda = \frac{h}{mv}$ , то

$$v = \frac{hc}{\sqrt{h^2 + m_0^2 c^2 \lambda^2}}$$

и

$$u = \frac{c \sqrt{h^2 + m_0^2 c^2 \lambda^2}}{h},$$

т. е. фазовая скорость электронных волн зависит от длины волны  $\lambda$  (дисперсия). В приведенной на стр. 698 таблице сопоставлены корпускулярные и волновые характеристики фотонов и электронов.

Конечно, все величины, характеризующие электрон, характеризуют также и атом, нейтрон, молекулу и вообще всякую частицу, обладающую массой покоя, в том числе и частицу макроскопическую.

Нельзя не отметить, что современная квантовая теория света (теория фотонов) характеризуется чертами, которые напоминают ньютоново представление о свете даже в большей степени, чем это может показаться с первого взгляда. Корпускулярные свойства света получили экспериментальное обоснование, гораздо более серьезное и разнообразное, чем это было во времена Ньютона, а теория «приступов легкого отражения и легкого прохождения» (см. § 28), придуманная Ньютоном для объяснения интерференционных явлений, содержит черты, напоминающие современную концепцию волнового поля, определяющего вероятность нахождения фотона в том или ином месте пространства. В современной теории

	Фотон	Электрон
Энергия $E =$ . . . . .	$h\nu$	$mc^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$
Масса $m =$ . . . . .	$\frac{h\nu}{c^2}$	$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$
Масса покоя $m_0 =$ . . . . .	0	$m_0$
Частота $\nu = \frac{E}{h} =$ . . . . .	$\nu$	$\frac{mc^2}{h} = \frac{m_0c^2}{h \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$
Скорость частицы $v =$ . . . . .	$c$	$v$
Импульс $g = mv =$ . . . . .	$\frac{h\nu}{c}$	$mv = \frac{m_0v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$
Длина волны $\lambda = \frac{h}{g} =$ . . . . .	$\frac{c}{\nu}$	$\frac{h}{mv}$
Фазовая скорость волн $u =$ . . . . .	$c$	$\frac{c^2}{v}$
Групповая скорость волн $u^* = u - \lambda \frac{du}{d\lambda}$	$c$	$v$

до известной степени исчезает противоречие в трактовке показателя преломления, которое имелось между корпускулярной (Ньютон) и волновой (Гюйгенс) теориями. Действительно, по Ньютону показатель преломления  $n = \frac{v_2}{v_1}$ , где  $v_2$  и  $v_1$  — скорости света во второй и в первой средах, тогда как по Гюйгенсу  $n = \frac{u_1}{u_2}$ , где  $u_1$  и  $u_2$  — соответственно скорости волн в первой и второй средах. Но в теории Ньютона фигурируют *скорости частиц*, а в теории Гюйгенса — *фазовые скорости*. Согласно уже изложенному выше  $v = \frac{c^2}{u}$  и, следовательно,  $\frac{v_2}{v_1} = \frac{u_1}{u_2}$ , т. е. между ньютоновым и гюйгенсовым выражениями показателя преломления нет разногласий.

Впрочем, с современной точки зрения как волновая, так и корпускулярная интерпретации преломления в среде требуют более углубленной трактовки. Как уже упоминалось в § 127, распространение света в среде есть результат взаимной интерференции первичной волны и вторичных волн, возбуждаемых вынужденными колебаниями зарядов, составляющих среду. Скорость распространения этих первичных волн есть  $c$ , ибо они распространяются

в вакууме, в который погружены электрические заряды, составляющие вещество. Но учет их взаимной интерференции показывает, что фаза света распространяется с иной скоростью, и позволяет вычислить, каким образом эта фазовая скорость зависит от свойств среды и от длины волны, т. е. дает объяснение преломлению и дисперсии. Точно так же и фотоны всегда и неизменно сохраняют скорость  $c$ , ибо их масса покоя равна нулю. Но процесс прохождения фотонов через вещество есть процесс поглощения и вторичного испускания фотонов атомами, эквивалентный процессу возбуждения вторичных волн. Именно этот процесс и ведет к кажущемуся изменению скорости световых частиц, необходимому для объяснения преломления и дисперсии.

Изложенное в этом заключительном параграфе показывает, что двойственность наших теоретических представлений о природе света и вещества уступает место более удовлетворительному единству этих представлений.

В то же время сопоставление свойств фотонов и частиц (например электронов) еще раз подчеркивает глубокие черты сходства и различия между светом и веществом. И свет и вещество — *различные формы материи*, которым присущи определенные физические характеристики и которые удовлетворяют основному критерию материи, представляя собой объективную реальность, «которая дана человеку в ощущениях его, которая копируется, фотографируется, отображается нашими ощущениями, существуя независимо от них» (В. И. Ленин).

---

## УПРАЖНЕНИЯ

### Введение

1. Вывести закон отражения света по Ньютону и по Гюйгенсу.
2. Если свет от Солнца падает на экран через малое отверстие, то на экране получается изображение Солнца (светлый диск, а во время затмения — светлый серп) независимо от формы отверстия. Если же отверстие велико, то мы получаем изображение отверстия. Объяснить это и рассчитать соотношение между размером отверстия  $D$  и расстоянием  $h$  отверстия до экрана, при котором осуществляются первый и второй случаи (угловой диаметр Солнца  $31,5' \approx 0,01$  радиана).

*Ответ:*  $D \geq \frac{h}{100}$  — изображение отверстия,  $D \ll \frac{h}{100}$  — изображение источника; при очень малых отверстиях необходимо учесть влияние дифракции.

3. Определить предельный угол, при котором наступает полное внутреннее отражение при переходе света: а) из стекла в воздух; б) из стекла в воду (показатель преломления стекла 1,51, воды 1,33, воздуха 1,00).

*Ответ:* а)  $r = \arcsin 0,66$ ;  $r \approx 42^\circ$ ; б)  $r = \arcsin 0,88$ ;  $r \approx 62^\circ$ .

4. Составить уравнение плоской волны, фронт которой распространяется вдоль линии, составляющей углы  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  с осями координат.

*Ответ:*  $s = a \cos \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma}{v} \right)$ .

5. Составить уравнение волны, излучаемой бесконечной нитью (цилиндрическая волна).

*Ответ:*  $s = \frac{a}{\sqrt{r}} \cos \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{r}{v} \right)$ .

6. Написать выражение монохроматической волны в виде показательной функции (в комплексном виде) и объяснить физический смысл комплексной амплитуды.

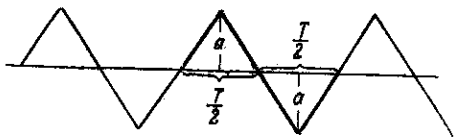


Рис. 436.

7. Написать выражение простой периодической функции, изображенной на рис. 436, и разложить ее в ряд Фурье.

8. Почему в опыте с двумя камертонами мы говорим, что модулированное колебание будет *приблизительно* эквивалентно трем колебаниям, а в разобранным теоретическом примере говорим *точно* о трех монохроматических колебаниях, эквивалентных модулированному? (Обратите внимание на закон изменения интенсивности силы звука первого камертона.)

*Ответ:* В опыте закон модуляции отличен от  $a = A(1 + \cos 2\pi t)$ .

9. Опыт, аналогичный опыту с камертоном, можно осуществить с обычным частотомером переменного тока. Нормально городской переменный ток имеет 50 периодов. Поэтому, пропуская ток через такой частотомер, мы будем наблюдать отклонение язычка, соответствующее 50 периодам. а) Какова будет реакция частотомера, если ток прерывается регулярно три раза в секунду? б) Какова будет реакция при нерегулярном прерывании или изменении силы тока? Проверить сделанные заключения на опыте.

*Ответ:* а) Вибрируют язычки 47, 50, 53; б) приходят в колебание и вновь замирают многие язычки.

10. Доказать, что яркость источника в данном направлении  $B_{\varphi}$  численно равна отношению освещенности  $E$  площадки (расположенной перпендикулярно к данному направлению) к телесному углу  $\Omega$ , под которым виден с этой площадки испускающий участок нашего источника, т. е.  $B_{\varphi} = \frac{E}{\Omega}$ .

*Следствие:* Яркость источника не зависит от расстояния.

11. Определить освещенность площадки  $S$ , лежащей на расстоянии  $R$  от бесконечно большой светящейся плоскости и расположенной параллельно этой плоскости, если яркость плоскости по нормальному направлению есть  $B$  и она подчиняется закону Ламберта.

*Ответ:*  $E = \pi B$ .

Указание: Решить задачу обычным расчетом и на основании упражнения 10. Объяснить физически, почему в разбираемом случае освещенность не зависит от расстояния.

12. Яркость Солнца  $B = 120\,000$  св. Определить освещенность, даваемую Солнцем на поверхности Земли (поглощением в атмосфере пренебречь).

*Ответ:*  $E = 3\pi \text{ фот} = 94\,000$  люкс.

### Интерференция света

13. Вывести формулы (12.3) и (12.4) при сложении гармонических колебаний

$$s = s_1 + s_2 = a_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + a_2 \sin(\omega t + \varphi_2).$$

Указание. Ввести вспомогательные величины  $A$  и  $\theta$  из условий:

$$A \sin \theta = a_1 \sin \varphi_1 + a_2 \sin \varphi_2; \quad A \cos \theta = a_1 \cos \varphi_1 + a_2 \cos \varphi_2.$$

14. Графический метод изображения гармонических колебаний (рис. 437). Если вектор  $a_1$  вращается с угловой скоростью  $\omega$ , начиная с положения,

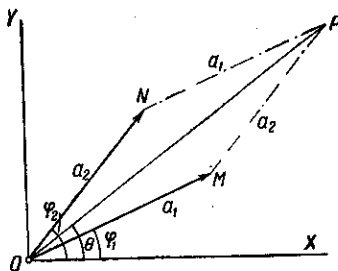


Рис. 437.

отсчитываемого углом  $\varphi_1$  от оси  $OX$ , то его проекция на ось  $OX$  есть  $s_1 = a_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ , т. е. изображает гармоническое колебание с амплиту-

дой  $a_1$  и начальной фазой  $\varphi_1$ . Показать, что сумма двух гармонических колебаний может быть найдена путем построения диагонали параллелограмма на векторах  $a_1$  и  $a_2$ , т. е. амплитуда результирующего колебания  $A = OP$ , а его начальная фаза  $\theta = \angle POX$ . Найти графически сумму нескольких

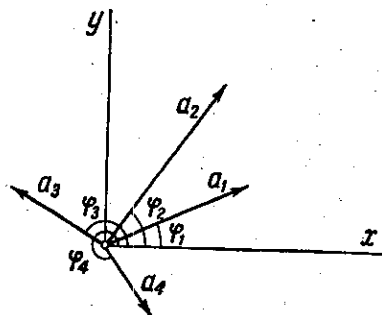


Рис. 438.

гармонических колебаний, имеющих соответственно амплитуды и начальные фазы  $a_1, \varphi_1; a_2, \varphi_2; a_3, \varphi_3$  и т. д. (рис. 438).

15. Могут ли колебания разного периода быть когерентными между собой?

*Ответ:* Нет, ибо разность фаз между ними непрерывно меняется.

16. При какой начальной разности фаз средняя линия (рис. 31, стр. 65) будет линией нулевой интенсивности?

*Ответ:* При  $\varphi = \pi$ . Как осуществить на опыте такое расположение?

17. Показать, что для бизеркал Френеля источник  $S$  и два его мнимых изображения  $S_1$  и  $S_2$  лежат на окружности, центр которой  $O$  совпадает

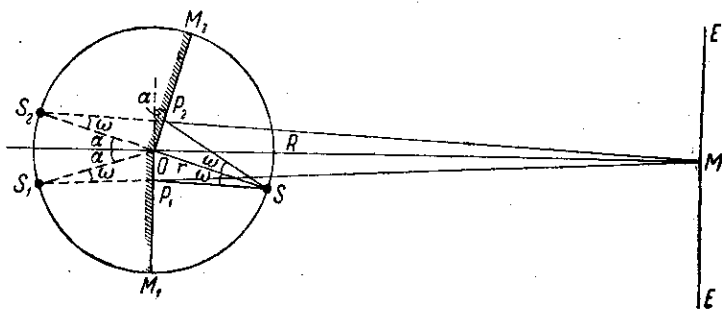


Рис. 439.

с точкой пересечения ребра бизеркал с плоскостью, перпендикулярной к этому ребру и проходящей через  $S$ .

Пользуясь этим построением, показать, что (см. рис. 439):

1)  $\angle S_1OS_2 = 2\alpha$ , если  $\alpha$  — угол между зеркалами;

2)  $2\omega = 2\alpha \frac{R}{r+R}$ , где  $2\omega$  — апертура интерференции для центральной

точки поля  $M$ ,  $r$  — расстояние  $OS$ ,  $R$  — расстояние  $OM$ ; если  $R \gg r$ , то  $2\omega = 2\alpha$ ;

3)  $2\omega = 2\alpha \frac{r}{r+R}$ , где  $2\omega$  — угол схождения интерферирующих лучей для центральной точки поля  $M$ ;

4)  $S_1 S_2 = 2l = 2r\alpha$ ;

5) ширина полосы  $B = \lambda \frac{r+R}{r \cdot 2\alpha}$ .

Указание: Углы  $\alpha$ ,  $\omega$ ,  $\omega$  малы.

18. Бизеркала Френеля образуют угол, равный  $1'$ . Источник находится на расстоянии 10 см, а экран — на расстоянии 1 м от ребра бизеркал. Какова предельная ширина источника (щель, освещенная зеленым светом)?

Ответ: Около 0,4 мм.

19. Какова последовательность чередования цветов в опыте с бизеркалами Френеля, если источник посылает белый свет?

Ответ: Центральная полоса белая, цветные полосы — от фиолетового к красному; полосы высших порядков накладываются друг на друга.

20. Как изменится размер интерференционных колец при замене воздушной прослойки в эталоне Фабри — Перо на стеклянную ( $n = 1,5$ )?

Указание: При аналитическом методе решения следует принять во внимание преломление при выходе света из стекла.

Угловое расстояние между полосами в случае воздушной прослойки

$$\delta l = \frac{\lambda}{2d \sin i}$$

Угловое расстояние между полосами в случае стеклянной прослойки

$$(\delta l)' = n \frac{\cos r}{\cos i} \delta r = n \frac{\cos r}{\cos i} \frac{\lambda}{2d \sin i}$$

Ответ: Радиусы колец увеличиваются в отношении  $\frac{\operatorname{tg} i}{\operatorname{tg} r}$ .

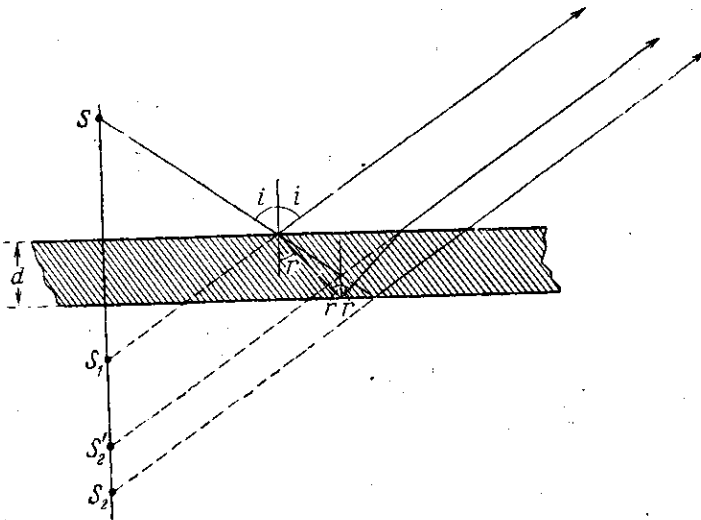


Рис. 440.

21. Решить задачу 20 геометрически, находя изменение расстояния между мнимыми источниками (рис. 440).

Для воздуха  $S_1 S_2 = 2d$ . Для стекла  $S_1 S_2' = 2d \frac{\operatorname{tg} r}{\operatorname{tg} i} < 2d$ .

*Ответ:* Радиус колец увеличивается в отношении  $\frac{\operatorname{tg} i}{\operatorname{tg} r}$ .

22. Лучи, падающие под углом  $i = 49^\circ$  на пластинку интерферометра Жамена, имеющую толщину  $h = 2$  см и показатель преломления  $\mu = 1,51$ , дают максимум пятого порядка для  $\lambda = 5000 \text{ \AA}$ . Определить угол между пластинками.

*Ответ:*  $\varphi \approx 0,8'$ .

23. Как изменится интерференционная картина в пластинке Льюмера — Герке, сделанной из кронгласа ( $\mu = 1,50$ ), если одна поверхность ее будет погружена в сероуглерод ( $\mu = 1,75$ )?

*Ответ:* Картина сместится на  $\frac{1}{2}$  полосы.

24. Показать, что поток энергии в стоячей волне равен нулю.

Указание: Использовать теорему Умова — Пойнтинга.

25. Рассмотреть детально, почему в проходящем и отраженном свете картины интерференции тонких пленок дополняют друг друга (проследить разности фаз, например, для колец Ньютона, принимая во внимание потерю фазы на границе).

26. Две некогерентные волны от независимых источников не дают интерференции. Однако каждую из них можно представить как совокупность когерентных волн одного периода (метод Фурье). Каждая пара таких когерентных волн способна дать устойчивую интерференционную картину. Объяснить, почему наши волны не дают интерференцию, хотя все их компоненты попарно интерферируют. (Обратить внимание на результат интерференции двух пар компонент, близких по частоте.)

27. Опыт Шредингера. Для наблюдения интерференции пучков, расходящихся под большими углами, Шредингер пользовался расположением, указанным на рис. 441. Источником служила накаленная воластонова нить  $MM$

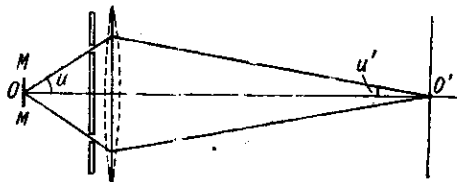


Рис. 441.

диаметром  $2d = 1\mu$ . Каков предельный угол  $u$ , при котором еще возможно наблюдение интерференции?

*Ответ:* Полосы смазываются при условии  $2d \sin u > \lambda$ , т. е.  $u \approx 30^\circ$ .

28. Вывести из принципа Ферма закон отражения света от плоского зеркала и показать, что в данном случае время минимальное.

29. Поверхность, представляющая геометрическое место точек  $A$ , для которых сумма оптических путей до двух сопряженных точек  $P$  и  $P'$  есть постоянная, носит название *апланатической*. Такой отражающей поверхностью является эллипсоид вращения по отношению к своим фокусам. Апланатическая преломляющая поверхность была указана Декартом (1637 г.): это — поверхность вращения, сечение которой (картезианский овал) плоскостью, проходящей через ось, может быть найдено из условия

$$nAP + n'AP' = \text{const}$$

для всех  $A$  (рис. 442).



Найти уравнение картезианского овала (параметрами задач являются расстояния  $PO = l_0$  и  $OP' = l'_0$  и показатели преломления сред  $n$  и  $n'$ ). Указать на чертеже поверхности, для которых применимо требование минимума и максимума при формулировке теоремы Ферма.

30. Построить диаграмму расположения векторов  $E$ ,  $H$  и  $\sigma$  при отражении от границы стекло — вода, стекло — воздух и воздух — стекло.

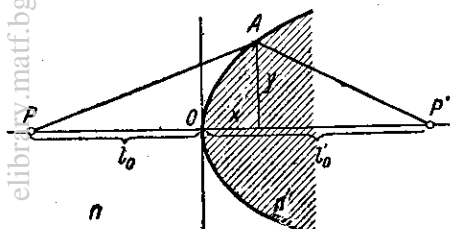


Рис. 442.

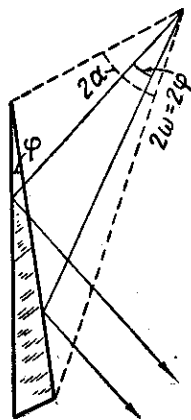


Рис. 443.

31. Интерференция на клине малого угла  $\psi$  (рис. 443) может быть осуществлена с гораздо большей яркостью, чем с бизеркалами Френеля. Почему?

Ответ: Апертура перекрывающихся пучков ( $2\alpha$ ) определяется размерами клина и может быть сделана большой; апертура интерференции определяется углом клина и равна  $2\psi$ , т. е. может быть сделана малой, а следовательно, ширина источника большой.

32. Так как при изготовлении бипризмы Френеля довольно трудно изготовить из стекла бипризму, угол которой почти равен  $180^\circ$ , то нередко обходят затруднение следующим образом: приготавливают бипризму из стекла ( $n = 1,52$ ) с углом, заметно отличающимся от  $180^\circ$  (например  $170^\circ$ ), и дополняют прибор плоским стеклом, склеенным вместе с бипризмой так, что образуется полость (рис. 444). Эту полость заполняют бензолом ( $n = 1,50$ ).

Рассчитать эквивалентную бипризму из стекла.

Ответ:  $\alpha = 179^\circ 44'$ .

33. Поместим линзу, сделанную из стекла, в жидкость, обладающую таким же показателем преломления и налитую в плоскую кювету (рис. 445). Пусть на кювету падает плоская волна. Нарисовать, пользуясь принципом таутохронизма, вид фронта волны по другую сторону кюветы.

34. Нарисовать приблизительный вид фронта волны (характер фронта — плоский, выпуклый, вогнутый) для предыдущей задачи в том случае, когда налитая жидкость обладает показателем преломления большим, меньшим и равным показателю преломления вещества линзы.

35. Линза из кронгласа ( $n = 1,50$ ) лежит на пластинке, одна половина которой сделана из того же кронгласа, а другая — из флинтгласа с показателем преломления  $n = 1,62$ .

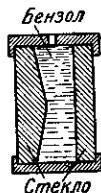


Рис. 444.

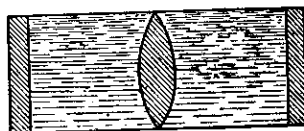


Рис. 445.

телем преломления 1,70. Прослойки между линзой и пластинкой заполнены анлином ( $n = 1,58$ ). Описать характер ньютоновых колец в данном расположении.

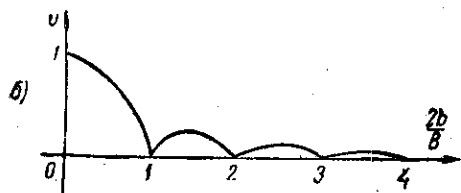
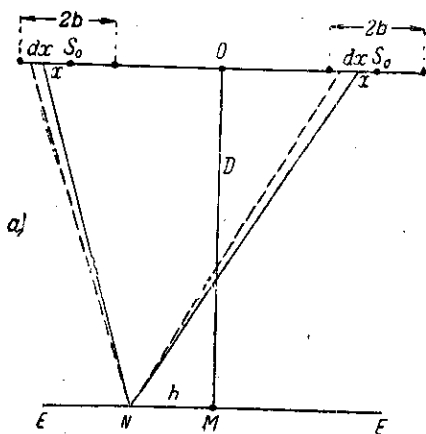


Рис. 446.

диционной полосы). От участка  $dx$ , расположенного на  $x$  влево от  $S_0$ , освещенность в точке  $N$  есть

$$dE = I_0 dx \left( 1 + \cos \frac{2\pi(h-x)}{B} \right).$$

Полная освещенность в точке  $N$  есть

$$E = \int_{-b}^{+b} I_0 \left( 1 + \cos \frac{2\pi(h-x)}{B} \right) dx = I_0 2b + I_0 \frac{B}{\pi} \sin \frac{2\pi b}{B} \cos \frac{2\pi h}{B}.$$

Первый член этой суммы дает для всего экрана (для любого  $h$ ) освещенность постоянную (фон), а второй — периодически меняющуюся в зависимости от  $h$  (максимумы и минимумы). С ростом ширины источника  $2b$  фон непрерывно растет, а величина максимумов не может превосходить  $I_0 \frac{B}{\pi}$ . Таким образом, с увеличением ширины источника контрастность непрерывно падает. Отношение

$$v = \frac{E_{\max} - E_{\min}}{E_{\max} + E_{\min}}$$

36. Осуществить опыт с тонкой пленкой (нефть на воде или мыльный пузырь) и проследить на опыте локализацию полос на поверхности пленки и изменение окраски при изменении угла наблюдения.

37. Рассчитать изменение видности интерференционных полос в установке Френеля по мере увеличения ширины источника.

У к а з а н и е: Источник ширины  $2b$  разбиваем на узкие полоски  $dx$  ( $\ll \lambda$ ), каждая из которых может дать максимальную освещенность  $I_0 dx$ . Для точки  $N$  на расстоянии  $h$  от центрального максимума (рис. 446, а) освещенность от участка  $dx$  у середины источника определяется выражением

$$\begin{aligned} dE &= I_0 dx \left( 1 + \cos \frac{4\pi h}{\lambda D} \right) = \\ &= I_0 dx \left( 1 + \cos \frac{2\pi h}{B} \right), \end{aligned}$$

где для краткости письма через  $B$  обозначено отношение  $\frac{\lambda D}{2l}$  (ширина интерференционной полосы).

носит название *видимости* полос.

$$v = \frac{B}{2\pi b} \left| \sin \frac{2\pi b}{B} \right|,$$

т. е. по мере увеличения величины  $2b$  видимость стремится к нулю, проходя через ряд максимумов и минимумов. Изменение видимости в функции  $\frac{2b}{B}$  показано схематически на рис. 446, б.

38. Схема получения колец Ньютона изображена на рис. 447. Как изменятся радиусы колец при заполнении пространства 1—2 вместо воздуха

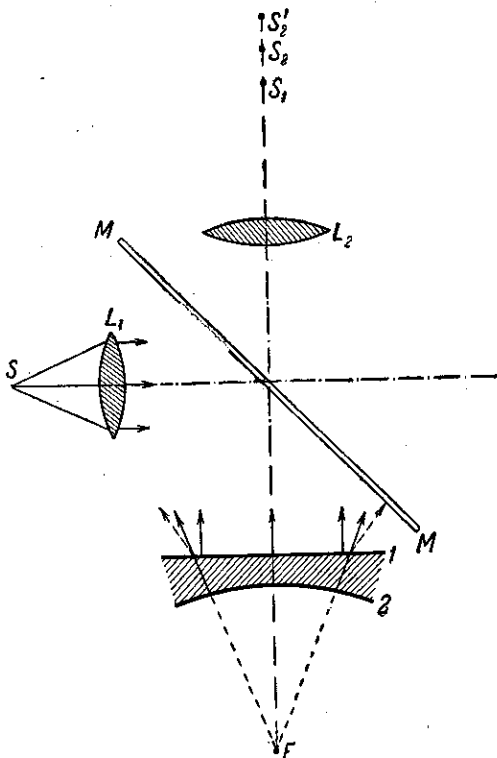


Рис. 447.

веществом с большим коэффициентом преломления, например водой ( $n = 1,33$ ) (Опыт Ньютона.)

*Ответ:* Радиусы соответствующих колец уменьшаются, так как уменьшается  $\lambda$ . Как согласовать этот ответ с задачами 20 и 21?

*Указание:* В случае воздушной прослойки кольца получаются при наложении волны, отраженной от 1 (параллельный пучок), и волны, отраженной от 2 (расходящийся пучок, исходящий из мнимого фокуса  $F$  выпуклого зеркала 2). Линза  $L_2$  дает два мнимых изображения источника,  $S_1$  (параллельный пучок, отраженный от 1, собран в фокусе линзы  $L_2$ ) и  $S_2$  (изобра-

женне  $F$ ). Размер колец определяется расстоянием  $S_1S_2$ . При заполнении пространства 1—2 водой лучи, отраженные от 2, преломляясь в слое воды (рассеивающая линза), станут *более расходящимися*, и линза  $L_2$  соберет их в точке  $S'_2$ , так что  $S'_2S_1 > S_2S_1$ , следовательно, кольца станут мельче.

39. Какой вид будет иметь картина ньютоновых колец, если пластина сделана из двух частей (кром  $n = 1,50$  и флинт  $n = 1,75$ ), линза — из крона



Рис. 448.

( $n = 1,50$ ), а пространство между ними заполнено сероуглеродом ( $n = 1,62$ ) (рис. 448).

*Ответ:* Темные полукольца над кроном сойдутся со светлыми полукольцами над флинтгом, и наоборот.

40. Установить с помощью принципа взаимности, как меняются условия отражения и преломления при изменении порядка расположения сред (задача Стокса). Среды предполагаются непоглощающими.

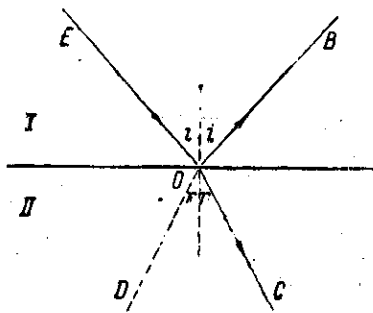


Рис. 449.

Принцип взаимности: при обращении всех лучей, выходящих из системы, на обратные падающий луч также обращается.

Указание (см. рис. 449). Пусть на границе I—II коэффициент отражения равен  $\rho$ , коэффициент пропускания  $\tau$  (для амплитуд), а на границе II—I—соответственно  $\rho'$  и  $\tau'$ .

Прямой ход:  
 амплитуда падающего луча (EO) равна  $A$ ,  
 амплитуда отраженного (OB) равна  $A\rho$ ,  
 амплитуда преломленного (OC) равна  $A\tau$ .

Обращение: при падении света вдоль CO  
 луч преломленный (вдоль OE) имеет амплитуду  $A\tau\tau'$ ,  
 луч отраженный (вдоль OD) — амплитуду  $A\rho\rho'$ ;  
 при падении света вдоль BO  
 луч отраженный (вдоль OE) имеет амплитуду  $A\rho^2$ ,  
 луч преломленный (вдоль OD) — амплитуду  $A\rho\tau$ .

По принципу взаимности

$$A\tau\tau' + A\rho^2 = A,$$

$$A\rho\rho' + A\rho\tau = 0,$$

т. е.

$$\rho = -\rho' \quad \text{и} \quad \tau\tau' = 1 - \rho^2.$$

*Ответ:* При изменении порядка расположения сред коэффициент отражения остается неизменным по величине и меняется по знаку,  $\rho' = -\rho$  (фаза изменяется на  $\pi$ ). Коэффициент пропускания изменяется;  $\tau' = \frac{1 - \rho^2}{\tau}$ . То

обстоятельство, что порядок расположения сред меняет  $\tau$  при неизменном  $\rho$ , есть результат изменения сечения пучка при преломлении. Из закона сохранения энергии нетрудно показать, что при  $|\rho| = |\rho'|$  должно быть  $\tau\tau' = (1 - \rho^2)$  (ср. также упражнение 178).

41. Принимая интенсивность падающего пучка за 1, вывести формулу распределения интенсивности в проходящем ( $I_{\text{прох}}$ ) и отраженном ( $I_{\text{отр}}$ ) свете при многократной интерференции на плоско-параллельной пластинке, полагая, что коэффициент поглощения  $a = 0$ , так что  $T + R = 1$ .

Ответ:

$$I_{\text{прох}} = \frac{T^2}{(1-R)^2} \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2 \frac{\Phi}{2}} = \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2 \frac{\Phi}{2}},$$

$$I_{\text{отр}} = \frac{4R}{(1-R)^2} \frac{\sin^2 \frac{\Phi}{2}}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2 \frac{\Phi}{2}}.$$

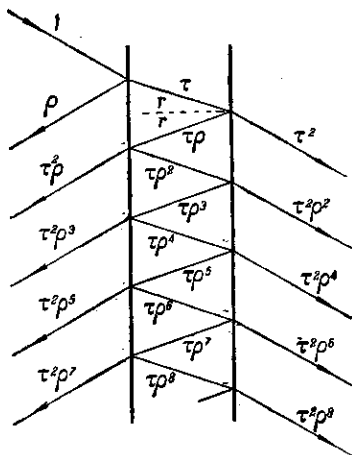


Рис. 450.

Указание: Полагая коэффициент отражения для амплитуды равным  $\rho$ , а коэффициент пропускания  $\tau$  (коэффициент поглощения предполагается равным нулю,  $a = 0$ ), так что  $R = \rho^2$  и  $T = \tau^2$  и  $R + T = 1$ , найдем амплитуды проходящих (0, 1, 2, 3, ...) и отраженных (0', 1', 2', 3', ...) лучей (рис. 450). В соответствии с этим световое колебание в проходящем пучке дается выражением  $\tau^2 \rho^{2k} e^{i(\omega t - k \cdot 2\pi m)}$ , где  $k$  — номер пучка ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ), а  $m$  — порядок интерференции. Для отраженных пучков имеем  $\tau^2 \rho^{2k-1} e^{i(\omega t - k \cdot 2\pi m)}$ , где  $k = 1, 2, 3, \dots$ . Для нулевого отраженного пучка ( $k = 0$ ) имеем  $\rho e^{i(\omega t + \pi)} = -\rho e^{i\omega t}$  (учет «потери полуволны» по сравнению с проходящим пучком благодаря разнице в условиях отражения).

Итак, результирующее колебание:

для проходящего пучка

$$A = \sum_{k=0}^{\infty} \tau^2 \rho^{2k} e^{i(\omega t - k \cdot 2\pi m)} = \frac{T}{1 - R} e^{i\omega t},$$

для отраженного пучка

$$B = -e^{i\omega t} \left\{ \rho - \tau^2 \sum_{k=1}^{\infty} \rho^{2k-1} \cdot e^{-i \cdot k \cdot 2\pi m} \right\} = -e^{i\omega t} \rho \frac{1 - (T+R)e^{-i2\pi m}}{1 - R e^{-i2\pi m}} = -e^{i\omega t} \cdot \rho \frac{1 - e^{-i2\pi m}}{1 - R e^{-i2\pi m}}.$$

Переходя к интенсивностям, т. е. образуя  $I_{\text{прох}} = AA^*$  и  $I_{\text{отр}} = BB^*$ , найдем:

$$I_{\text{прох}} = \frac{T^2}{1 + R^2 - 2R \cos 2\pi m} = \frac{T^2}{(1-R)^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2 \frac{\Phi}{2}} = \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2 \frac{\Phi}{2}},$$

и

$$I_{\text{отр}} = R \frac{2[1 - \cos 2\pi m]}{1 - 2R \cos 2\pi m + R^2} = \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2 \frac{\Phi}{2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2 \frac{\Phi}{2}}$$

где  $\Phi = 2\pi t$ . Отсюда  $I_{\text{прох}} + I_{\text{отр}} = 1$  для любого направления (любого  $\Phi$  или  $m$ ), т. е. сумма интенсивностей проходящего и отраженного пучков, равна интенсивности падающего в соответствии с принципом сохранения энергии, ибо мы пренебрегаем поглощением ( $A = 0$ ).

**Примечание.** При выводе мы производили суммирование от 0 до  $\infty$ , т. е. принимали число интерферирующих пучков бесконечно большим. Это соответствует предположению о неограниченных размерах интерференционного прибора или допущению, что падение интенсивности складываемых пучков (зависящее от  $R$ ) идет достаточно быстро, чтобы можно было считать пучки больших порядков исчезающе слабыми.

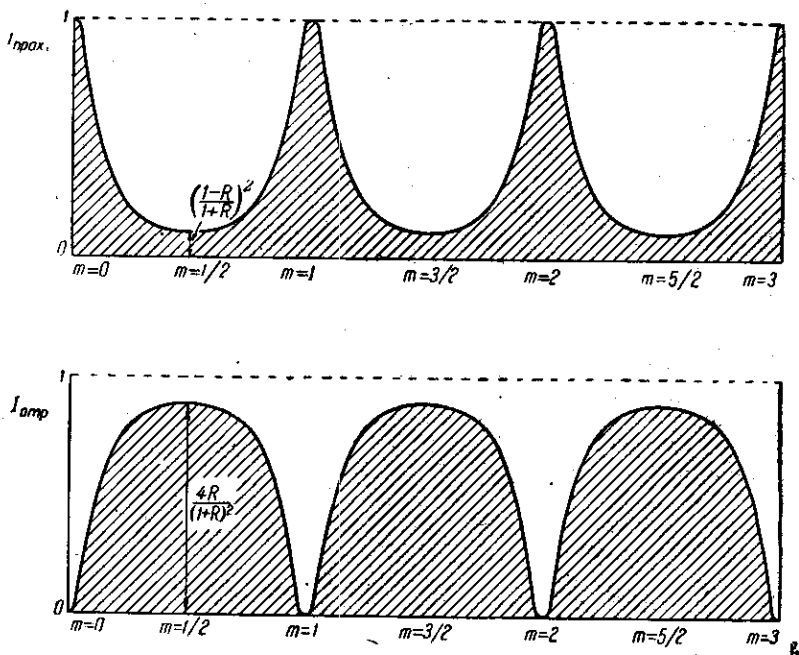


Рис. 451.

42. Изобразить графически взаимное расположение  $I_{\text{прох}}$  и  $I_{\text{отр}}$  в зависимости от  $R$  при многократной интерференции (см. упражнение 41). С увеличением  $R$  общая доля отраженного света возрастает по сравнению с прошедшим, но так, что сумма  $I_{\text{отр}} + I_{\text{прох}}$  остается постоянной и равной падающему пучку (рис. 451).

43. Полосы разного порядка в пластинке Льюмера — Герке располагаются по обе стороны пластинки. 1) Где лежат полосы высших порядков? 2) Как

зависит ширина полосы от порядка интерференции, от длины волны, от толщины пластинок?

*Ответ:* 1)  $m\lambda = 2h\sqrt{\mu^2 - \cos^2\epsilon}$ , где  $m$  — порядок интерференции,  $\epsilon$  — угол, составляемый выходящим лучом с поверхностью пластины; таким образом, с увеличением порядка полосы удаляются от пластины ( $\epsilon$  растёт).

2)  $\Delta\epsilon = \frac{\lambda\sqrt{\mu^2 - 1}}{2h\epsilon}$ , т. е. ширина полос увеличивается с длиной волны и уменьшается при увеличении толщины и увеличении порядка.

44. Полосы разного порядка в эталоне Фабри—Перо имеют вид концентрических колец. 1) Где лежат полосы высших порядков — ближе к центру или дальше от него? 2) Как зависит ширина полосы от порядка интерференции, длины волны, толщины эталона ( $h$ )?

*Ответ:* 1)  $m\lambda = 2h \cos \varphi$ , где  $\varphi$  — угол выходящего луча с нормалью к пластинке. Таким образом, с увеличением порядка ( $+ \Delta m$ ) полосы приближаются к центру ( $\varphi$  убывает).

2)  $\Delta\varphi = -\frac{\lambda}{2h \sin \varphi}$ , т. е. ширина полос увеличивается с длиной волны и увеличением порядка интерференции и уменьшается при увеличении толщины эталона.

45. Интерференционная картина наблюдается и при прохождении света сквозь тонкую пленку. При этом картина имеет вид, дополнительный к картине в отраженном свете (максимумы в местах минимумов и наоборот) цвета (в случае белого света) гораздо менее насыщенные (белесоватые). Показать ход интерферирующих лучей в проходящем свете и объяснить указанные особенности.

*Указание:* Учесть 1) многократное отражение; 2) принцип сохранения энергии или потерю полуволны при каждом отражении; 3) соотношение интенсивностей проходящего и отраженного света.

46. На мыльных пленках и пузырях появление темного пятна является обычно предвестником того, что пленка сейчас лопнет. Объяснить это явление.

*Указание:* Найти интерференционное условие образования темного пятна.

47. Рассчитать радиус  $m$ -го темного кольца Ньютона (рис. 452).

*Ответ:*  $r_m^2 = (2R - \delta_m) \cdot \delta_m \approx 2R\delta_m$

при  $\delta_m = m \frac{\lambda}{2}$ , т. е.  $r_m^2 = mR\lambda$ .

48. Если смотреть на поверхность зеркала, покрытого мелкой пылью, то отчетливо видны интерференционные кольца в результате интерференции между лучами, рассеянными пылинкой и ее отраженным в зеркале. Каким образом возникает необходимая незначительная разность хода, несмотря на большую толщину зеркала? Почему этот опыт удается только с очень тонкой пылью?

*Ответ:* 1) См. рис. 453; 2) обратить внимание на величину апертуры интерференции (BSO) в этом случае.

49. *Отражение света от шероховатой поверхности* (рис. 454). При падении света на шероховатую поверхность имеем неправильное и диффузное отражение. Однако, если угол падения близок к  $90^\circ$ , то можно наблюдать зеркальное отражение (изображение) в матовой поверхности и притом в красноватых оттенках. Объяснить явление.

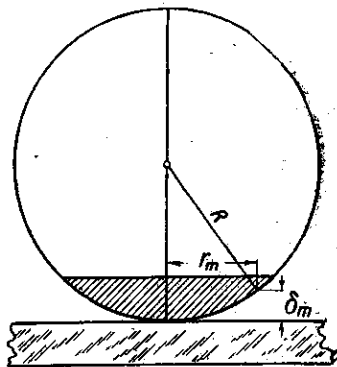


Рис. 452.

Указание: Разность хода при правильном отражении от вершины и основания неровностей равна  $2h \cos i$ , где  $h$  — высота неровности,  $i$  — угол

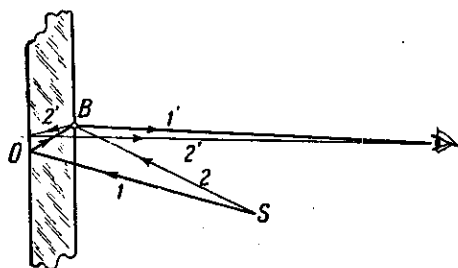


Рис. 453.

падаения. Если  $2h \cos i = m \frac{\lambda}{2}$ , где  $m$  — нечетно, то в направлении правильного отражения света не будет, а он будет наблюдаться по другому направлению,  $i'$ . При разнообразных  $h$  свет наблюдается по разнообразным направлениям  $i'$  (диффузно). Если  $h \cos i \ll \lambda$ , то условие  $2h \cos i = m \frac{\lambda}{2}$  невозможно и будет наблюдаться правильное отражение. Чем больше  $\lambda$ , тем больше  $h$  и меньше  $i$  достаточно для этого. Отсюда следует, что поверхность зеркала, когда  $h$  мало по сравнению с  $\lambda$ ; для рентгеновских лучей  $\lambda$  — порядка атомных расстояний и зеркальная по-

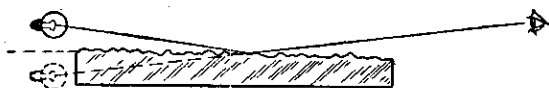


Рис. 454.

дировка невозможна. Лишь при падении под очень малым скользющим углом удалось наблюдать зеркальное отражение рентгеновских лучей (Комптон, 1923 г., угол скольжения равен  $10-20'$ ,  $\lambda = 1,28 \text{ \AA}$ ).

50. Прохождение света через матовую поверхность (рис. 455). Плоская волна, проходя через матовую поверхность, становится диффузной (матовое стекло «непрозрачно»). Покрывая матовое стекло водой или, лучше, бензолом или глицерном ( $n \approx 1,50$ ), просветляем его. Объяснить причину явления. При каких размерах ( $h$ ) неровностей стекло будет матовым?

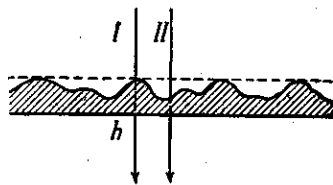


Рис. 455.

Указание: Рассмотреть разность хода при прохождении через неровности матового стекла.

$$\text{Ответ: } h(n-1) > \frac{\lambda}{2}.$$

### Дифракция света

51. Вычислить радиус центральной зоны для случая, изображенного на рис. 456, где  $AP = a$ ,  $PB = b$ ,  $MV = b + \frac{\lambda}{2}$ ,  $MO = r$ .

$$\text{Ответ: } r = \sqrt{\frac{ab}{a+b} \lambda}. \quad (\text{Пренебречь членами } \lambda^2 \text{ по сравнению с } \lambda.)$$



52. Вычислить радиус центральной зоны для случая плоской волны геометрически и как частное решение задачи № 51.

Ответ:  $r = \sqrt{b\lambda}$ .

53. Разобрать задачу о зеркальном отражении и преломлении плоской волны на плоской границе по методу зон Френеля.

Указание: Разбить границу на плоские зоны шириной  $a$ , перпендикулярные к плоскости падения.

Если волна падает под углом  $\varphi$ , отражается в первую среду под углом  $\psi$  и проходит во вторую под углом  $\chi$ , то для лучей, отраженных от границы зон, разность хода

$$\Delta_r = a(\sin \varphi - \sin \psi),$$

а для преломленных

$$\Delta_d = a(n_1 \sin \varphi - n_2 \sin \chi).$$

Можно всегда выбрать  $a$  так, чтобы  $\Delta_r = \lambda$ , т. е. чтобы волны, отраженные левой и правой половинками каждой зоны, взаимно уничтожались. Только для направления  $\sin \varphi = \sin \psi$ , т. е.  $\varphi = \psi$ , такой выбор ширины зоны невозможен. По этому направлению свет будет отражен. Аналогично для преломленных волн *единственное* направление, по которому свет при любом разбиении поверхности на зоны не будет уничтожен, удовлетворяет условию  $n_1 \sin \varphi - n_2 \sin \chi = 0$ , т. е. закону преломления.

54. Рассчитать амплитуду колебания в точке  $B$  (рис. 456), обусловленную действием первой зоны Френеля.

Указание: Результирующая амплитуда пропорциональна площади первой зоны, которая согласно упражнению 52 равна  $\pi b\lambda$ . Но так как вторичные волны от разных участков первой зоны доходят до точки  $B$  с известной разностью фаз, то их действие согласно рис. 78 уменьшается в отношении  $\frac{2}{\pi}$ .

Ответ: Амплитуда пропорциональна  $2b\lambda$ .

55. Рассчитать амплитуду элементарной вторичной волны Френеля — Гюйгенса.

Указание:  $a_0$  пропорционально амплитуде  $A$  колебания, дошедшего до элемента  $ds$ , и площади этого элемента, т. е.

$$a_0 = cA ds.$$

Для определения коэффициента  $c$  сравним непосредственное действие плоской волны  $A \sin(\omega t - \varphi)$  в точке  $B$  (см. рис. 456) и действие, рассчитанное по методу Френеля, когда в качестве вспомогательной поверхности  $S$  выбран фронт плоской волны. Расстояние от  $B$  до  $S$  есть  $b$ .

1. Непосредственный расчет для точки  $B$ :  $A \sin(\omega t - \varphi - kb)$ , т. е. амплитуда в точке  $B$  должна равняться  $A$  и фаза  $-(\varphi + kb)$ .

2. Расчет по методу Френеля.

Согласно (35.1) амплитуда в  $B$  есть  $\frac{a_0}{r} \approx \frac{a_0}{b}$  (ибо  $r \approx b$ ), т. е.  $\frac{cA ds}{b}$ . Согласно упражнению 54 действие первой зоны с учетом ее площади и разности фаз от разных ее участков есть  $\frac{c \cdot A 2b\lambda}{b} = 2cA\lambda$ . Так как действие в точке  $B$  равно половине действия первой зоны, то искомая амплитуда в точке  $B$  есть  $cA\lambda$ .

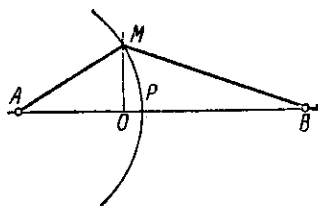


Рис. 456.

Сравнение с непосредственным расчетом дает  $c\lambda = A$ , т. е.

$$c = \frac{1}{\lambda}.$$

Итак, от каждого элемента  $ds$  идет сферическая волна

$$\frac{a_0}{r} \sin(\omega t - \varphi - kr) = \frac{A ds}{r\lambda} \sin(\omega t - \varphi - kr).$$

56. Определить разность хода параллельных лучей, отражающихся от плоского зеркала.

*Ответ:* Нуль.

57. Если круглое отверстие (например ирисовая диафрагма) увеличивается таким образом, что размер его от одной зоны доходит до двух зон, то в соответствующей точке  $B$  освещенность значительно уменьшается, падая почти до нуля, хотя поток световой энергии через увеличившееся отверстие возрастает почти в два раза. Каким образом согласуются эти два факта?

*Указание:* Принять во внимание распределение энергии по всей дифракционной картине.

58. Пусть в опыте Араго — Пуассона источником света служит не точка, а маленькое светящееся тело, например крестик. Будет ли в центре геометрической тени наблюдаться изображение источника или светлая точка?

*Ответ:* Изображение источника.

59. При разделении поверхности волны на кольцевые зоны мы пришли к выводу, что фаза, определенная по методу Френеля, отличается от истинной на  $\pi/2$ , а разбивая поверхность волны на меридианные лунки, мы сделали заключение, что различие в фазе между вычисленной и действительной волнами равняется  $\pi/4$ . Объяснить причину кажущегося расхождения.

*Указание:* При сравнении надо исходить из одного и того же начального направления вектора, обусловленного элементарным участком у полюса волны. В методе же лунок начальным направлением считают направление вектора, обусловленного действительным меридиональным полосу. Нужно ввести соответствующую поправку, разбив полосу на зоны, аналогичные меридиональным.

60. *Теорема Бабине.* Экраны и отверстия называются дополнительными, если они совпадают по форме, размерам и расположению. Показать, что дифракционная картина, обусловленная дополнительными экранами и отверстиями, совпадает для всех точек фокальной плоскости, кроме области  $A$ , соответствующей изображению источника  $S$  в отсутствие дифракции.

*Указание:* Обратить внимание, что во всех областях, кроме  $A$ , господствует темнота, если волна ничем не ограничена, т. е. нет ни экранов, ни отверстий. Если в какой-либо точке амплитуда при наличии экрана есть  $\alpha$ , а при наличии дополнительного отверстия есть  $\beta$ , то  $\alpha + \beta = 0$ .

61. Найти графически и аналитически амплитуду результирующего колебания при френелевой дифракции на щели при косом падении.

62. Определить значения угла  $\varphi$ , соответствующее максимумам амплитуд при дифракции Фраунгофера на одной щели.

*Указание:* Условие максимума приводит к трансцендентному уравнению  $\text{tg } \alpha = \alpha$ , где  $\alpha = \frac{b\pi}{\lambda} \sin \varphi$ , решаемому графически (рис. 457) и имеющему корни при

$$\alpha_1 = 0, \quad \alpha_2 = 1,43\pi, \quad \alpha_3 = 2,46\pi, \quad \alpha_4 = 3,47\pi, \quad \alpha_5 = 4,47\pi \dots$$

63. Вычислить таблицу значений амплитуды и интенсивности при дифракции Фраунгофера на одной щели для значений  $\alpha = \frac{b\pi}{\lambda} \sin \varphi$  через каждые  $30^\circ$  и построить соответствующий график.

64. Найти углы  $\varphi$ , определяющие положения минимумов, если плоская волна падает на щель ширины  $b$  по направлению, составляющему угол  $\psi$  с нормалью к плоскости щели.

Ответ:  $\sin \varphi = \sin \psi + m \frac{\lambda}{b}$ , где  $m$  — целые числа.

65. При увеличении щели вдвое проходящий световой поток увеличивается вдвое. С другой стороны, амплитуда при этом возрастает вдвое, так что интенсивность должна возрасти вчетверо. Как разрешается этот кажущийся парадокс?

Ответ: Ср. упражнение 57.

66. Показать, что если период решетки  $d$  соизмерим с шириной щели  $b$ , так что  $d = nb$ , то в спектре решетки исчезают все максимумы, номера которых кратны числу  $n$ .

67. Вывести формулу

$$A = A_0 \frac{\sin \alpha}{\alpha} \frac{\sin N\beta}{\sin \beta}$$

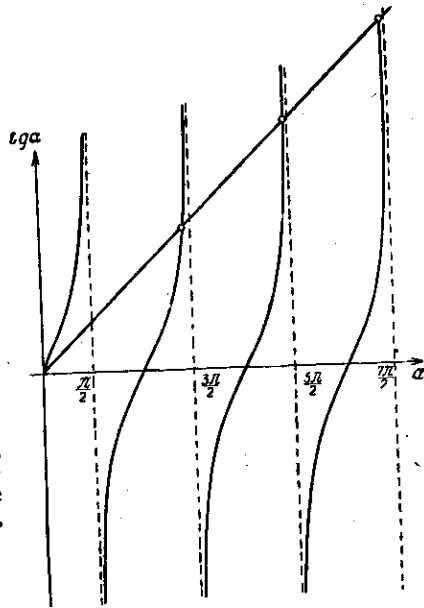


Рис. 457.

Указание: При выводе надо иметь в виду, что распределение амплитуд, определяемое действием одной щели (ширина щели  $b \gg \lambda$ ) есть  $A_0 \frac{\sin \alpha}{\alpha} = f(\alpha)$ , где  $\alpha = \frac{\pi \cdot b}{\lambda} \sin \varphi$ .  $f(\alpha)$  — медленно меняющаяся функция от  $\varphi$ , и при изменении  $\varphi$  в не очень широких пределах ее можно считать постоянной.

Для получения действия всей решетки надо суммировать действие отдельных щелей, принимая во внимание, что разность фаз от двух соседних щелей есть

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \varphi = 2\beta.$$

Таким образом, действие  $n$ -й щели в точке с координатами  $x, z$  (ось  $y$  — вдоль штрихов решетки) выразится фактором

$$u_n = f(\alpha) e^{i\{k(x \sin \varphi + z \cos \varphi) + n\Phi\}},$$

$$u = \sum_0^{N-1} u_n = f(\alpha) e^{ik(x \sin \varphi + z \cos \varphi)} \cdot S,$$

где

$$S = \sum_0^{N-1} e^{in\Phi} = \frac{1 - e^{iN\Phi}}{1 - e^{i\Phi}} = \frac{e^{\frac{iN\Phi}{2}}}{e^{\frac{i\Phi}{2}}} \cdot \frac{\sin \frac{N\Phi}{2}}{\sin \frac{\Phi}{2}}.$$

Факторы, содержащие мнимые показатели, определяют собой фазу результирующей волны, а остальные — ее амплитуду, которая равна, таким образом

$$f(\alpha) \cdot \frac{\sin N \frac{\Phi}{2}}{\sin \frac{\Phi}{2}} = A_0 \frac{\sin \alpha}{\alpha} \cdot \frac{\sin N\beta}{\sin \beta}.$$

Переходя к интенсивности, т. е. образуя  $u \cdot u^*$ , получим:

$$I = u \cdot u^* = A_0^2 \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha^2} \cdot \frac{\sin^2 N\beta}{\sin^2 \beta}.$$

67а. Пользуясь формулой распределения амплитуды и интенсивности в спектре дифракционной решетки  $A = A_0 f(\alpha) \frac{\sin N\beta}{\sin \beta}$ , где  $f(\alpha)$  — медленно

меняющаяся функция от  $\varphi$  и  $\beta = \frac{\pi}{\lambda} \alpha \cdot \sin \varphi$ , найти расположение: а) главных максимумов; б) добавочных минимумов; в) добавочных максимумов в спектре решетки; г) амплитуду и интенсивность добавочных максимумов; д) полуширину главного максимума; е) относительные интенсивности добавочных максимумов.

Ответ: а) Положение главных максимумов определяется из условий:  $\sin \beta = 0$ ;  $\sin N\beta = 0$ , откуда  $\beta = m\pi$ ; а  $m = 0, 1, 2, \dots$ , т. е.  $d \sin \varphi = m\lambda$ .

б) Положение добавочных минимумов определяется из условий:  $\sin \beta \neq 0$ ;  $\sin N\beta = 0$ , откуда  $\beta = \pi \left( m + \frac{p}{N} \right)$ , где  $m$  — любое целое число, а  $p$  пробегает значения  $1, 2, \dots, (N-1)$ , т. е.  $d \sin \varphi = \lambda \left( m + \frac{p}{N} \right)$ .

в) Положение добавочных максимумов определяется из условия:  $\sin N\beta = 1$  (ибо  $\sin \beta$  медленно меняется с  $\beta$ ). Отсюда  $\beta = \pi \left( m + \frac{\mu}{2N} \right)$ , где  $m$  — номер главного максимума ( $m = 0, 1, 2, \dots$ ) и  $\mu$  — целое нечетное число от 1 до  $(2N-1)$ .

г) Амплитуда  $\sim \frac{1}{\sin \frac{\mu\pi}{2N}}$ , интенсивность  $\sim \frac{1}{\sin^2 \frac{\mu\pi}{2N}} \approx \frac{4N^2}{\pi^2 \mu^2}$ , ибо  $\frac{\mu\pi}{2N}$  мало

для небольших  $\mu$ , т. е. вблизи главного максимума. д) Значение  $\beta^*$ , соответствующее половинной интенсивности главного максимума ( $\sim \frac{N^2}{2}$ ), определяется условием

$\frac{\sin^2 N\beta^*}{\sin^2 \beta^*} = \frac{N^2}{2}$ . Так как  $\beta^*$  мало, то  $\sin^2 N\beta^* = \frac{1}{2} (N\beta^*)^2$ . Численное решение этого трансцендентного уравнения дает  $N\beta^* = 80^\circ = 1,38$  радиана.

Величина  $2\beta^*$  определяет собой ширину главного максимума на половинной высоте (так называемая полуширина)  $2\beta^* = \frac{2,76}{N}$  (рис. 458). Так как  $N$  очень велико, то главные максимумы очень резки. е) Расстояние от вершины

главного максимума до точки его полунинтенсивности соответствует  $\beta^* = \frac{1,38}{N}$ ,

до его основания — больше, чем  $\frac{2,76}{N}$ . Расстояние до первого добавочного

максимума ( $\mu = 1$ ) соответствует  $\beta = \frac{\pi}{2N} = \frac{1,5}{N}$ . Таким образом, первый доба-

вочный максимум ( $\mu = 1$ ) *накрывается* соседним главным максимумом, а последний добавочный максимум ( $\mu = 2N-1$ ) *накрывается* главным максимумом следующего порядка, т. е. 1-й и  $(2N-1)$ -й добавочные максимумы не могут

наблюдаться и остается  $(N-2)$  добавочных максимумов, расположенных между  $(N-1)$  добавочными минимумами.

Первый наблюдаемый добавочный максимум соответствует  $\mu=3$  и отстоит от вершины главного максимума на расстоянии, соответствующем

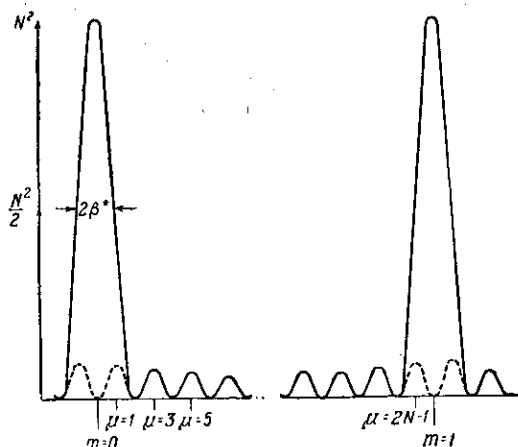


Рис. 458.

$\beta = \frac{3\pi}{2N} = \frac{4,7}{N}$ . Его интенсивность составляет  $\frac{4N^2}{\pi^2\mu^2}$ , т. е.  $\frac{4}{9\pi^2}$  от главного максимума ( $\approx \frac{1}{22} = 50/0$ ); относительная интенсивность следующего добавочного максимума ( $\mu=5$ ) есть  $4/25\pi^2 = 1/62 = 1,60/0$  от главного максимума и т. д.

**676.** Рассмотреть дифракцию плоской волны, падающей нормально на синусоидальную решетку (Рэлей).

Указание: Если решетка расположена в плоскости  $xu$  и волна приходит по направлению  $z$ , то дифференциальное уравнение для волны  $E$  имеет вид

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}.$$

Для синусоидальной волны частоты  $\omega$  получим:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + k^2 E = 0, \quad (I)$$

где  $k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}$  — волновое число.

Решение линейного дифференциального уравнения (I) есть:

$$E = A \cdot e^{i(\omega x - z \sqrt{k^2 - u^2})},$$

где  $A$  и  $u$  — произвольные функции. Решение это представляет собой совокупность плоских волн с амплитудами  $A$ , распространяющихся по направлениям, составляющим углы  $\varphi$  с осью  $z$ , причем  $\sin \varphi = \pm \frac{u}{k}$  (ср. упражнение 4). Поскольку  $u$  — произвольная функция, то дифракционные волны могут,

вообще, распространяться по различным направлениям (единственное ограничение:  $u \leq k$ ).

Общая задача о дифракции плоской волны на плоской границе (решетка) конкретизируется свойствами этой решетки. На поверхности  $z = 0$  значение  $E$  в силу принципа Кирхгофа—Френеля имеет вид

$$E(x, 0) = f(x),$$

где  $f(x)$  характеризует свойства нашей решетки, т. е. ее воздействие на амплитуду и фазу проходящей волны. В случае синусоидальной решетки Рэлея с периодом  $d$  (вдоль  $x$ ) и максимальным коэффициентом пропускания  $C$  имеем:

$$f(x) = Ce^{i \frac{2\pi}{d} x}$$

Для выбранной нами решетки Рэлея мы можем определить  $A$  и  $u$  из условия  $E(x, 0) = f(x)$ , т. е.  $Ae^{iu x} = Ce^{i \frac{2\pi}{d} x}$ , откуда  $A = C$  и  $u = \frac{2\pi}{d}$ , где  $C$  и  $d$  заданы свойствами решетки Рэлея. Подставляя найденное значение  $u$  в выражение  $\sin \varphi = \pm \frac{u}{k}$ , определяющее направление распространения дифрагированных плоских волн, найдем:

$$\sin \varphi = \pm \frac{2\pi}{d} \cdot \frac{1}{k} = \pm \frac{\lambda}{d} \quad \text{или} \quad d \sin \varphi = \pm \lambda.$$

Таким образом, дифракция плоской монохроматической волны на синусоидальной решетке Рэлея дает спектры лишь  $+1$ -го и  $-1$ -го порядка. Нулевой спектр, соответствующий  $\varphi = 0$ , и спектры высших порядков, для которых  $\sin \varphi_m = \pm m \frac{\lambda}{d}$  ( $m = 2, 3, \dots$ ), отсутствуют.

**67в.** Показать, пользуясь результатами упражнения 67б, что при  $d < \lambda$  дифракционные спектры не образуются и выяснить физический смысл этого факта.

**Указание:** При  $d < \lambda \sin \varphi > 1$ , т. е. нет действительного направления, по которому могла бы распространяться дифрагированная волна. Из выражения  $E = Ae^{i(u x + 2\sqrt{k^2 - u^2} z)}$  следует: при  $\lambda > d$ , т. е. при  $u > k$ ,  $E$  имеет вид

$$E = Ae^{-z \sqrt{u^2 - k^2}} \cdot e^{iu x},$$

т. е. волна, амплитуда которой убывает вдоль  $z$  по закону  $Ae^{-z \sqrt{u^2 - k^2}}$  и, следовательно, на достаточном расстоянии  $z$  становится сколь угодно малой (затухает вдоль  $z$ ). Волна с конечной амплитудой распространяется лишь вдоль  $x$  в слое достаточно тесно примыкающем к решетке.

**67г.** Пользуясь результатами упражнения 67б, рассмотреть дифракцию на произвольной одномерной периодической структуре.

**Указание:** Для периодической структуры с периодом  $d$  имеем:

$$f(x) = \sum_m C_m e^{i m \frac{2\pi}{d} x},$$

где  $m = 0, m = \pm 1, m = \pm 2$  и т. д. (теорема Фурье).

Дифрагированные волны имеют вид

$$E = \sum_{-\infty}^{+\infty} C_m e^{i \left[ x \cdot m \frac{2\pi}{d} + z \cdot \sqrt{k^2 - m^2 \left( \frac{2\pi}{d} \right)^2} \right]}.$$

Члены этого ряда для больших  $m$  ( $m \cdot \frac{2\pi}{d} > \frac{2\pi}{\lambda}$ ) убывают экспоненциально в зависимости от  $z$  и на больших  $z$  не играют роли. Остаются только члены ряда, для которых  $m \cdot \frac{2\pi}{d} \leq \frac{2\pi}{\lambda}$ . Это — плоские волны по направлениям  $\varphi_m$ ,

для которых  $\sin \varphi_m = m \frac{\lambda}{d}$ . Последнее соотношение — известная формула дифракции на периодической решетке.  $C_m$  дает амплитуду спектра  $m$ -го порядка и определяется характером периодической структуры (решетки).

68. Рассчитать условие наложения спектров высших порядков друг на друга. а) Зависит ли это от периода решетки? В каком порядке произойдет наложение спектров для видимых лучей (от  $\lambda = 4000 \text{ \AA}$  до  $\lambda = 8000 \text{ \AA}$ )? В каком порядке возможно перекрытие спектра ртутной лампы (яркие линии от  $\lambda = 5790 \text{ \AA}$  до  $\lambda = 2537 \text{ \AA}$ )?

Ответ:  $k\lambda_1 = (k+1)\lambda_2$ .

б) Каков максимальный порядок спектра для длины волны  $\lambda$ , если период решетки равен  $d$ ?

Ответ:  $m = d/\lambda$ .

69. Определить угловую дисперсию дифракционной решетки, имеющей период  $d = 2$  микрона, для второго порядка для  $\lambda = 5000 \text{ \AA}$ .

Ответ:  $\frac{\partial \varphi}{\partial \lambda} = 0,4 \text{ мин./\AA}$ .

70. Вычислить угловую дисперсию  $D$  эталона Фабри — Перо, пластинки Люммера — Герке, эшелона Майкельсона (роль длины волны, толщины пластинки, материала пластинки и т. д.). Зависит ли дисперсия эталона Фабри — Перо от расстояния между пластинками?

Ответ: Для пластинки Люммера — Герке  $\frac{\partial r}{\partial \lambda} = \frac{m}{\sqrt{4d^2n^2 - m^2\lambda^2}}$ .

71. Вывести выражение для разрешающей способности пластинки Люммера — Герке и других интерференционных спектральных аппаратов.

Ответ:  $A = N \cdot m$ .

Для Люммера — Герке  $A \approx \frac{L(\mu^2 - 1)}{\lambda}$ , если пренебречь дисперсией стекла. ( $L$  — длина пластинки,  $\mu$  — показатель преломления стекла.)

72. Вывести выражение для области дисперсии пластинки Люммера — Герке и других интерференционных аппаратов.

73. Какими данными должна обладать дифракционная решетка, чтобы во втором порядке разрешить дублет натрия  $D_1 = 5890 \text{ \AA}$ ,  $D_2 = 5896 \text{ \AA}$ ?

Ответ:  $N = 500$  штрихов.

74. Какую минимальную длину должна иметь пластинка Люммера — Герке, сделанная из стекла с показателем преломления  $n = 1,5$ , чтобы разрешить линию водорода  $\lambda = 6563 \text{ \AA}$ , представляющую узкий дублет с расстоянием  $1,4 \cdot 10^{-9} \text{ см}$ ?

Ответ: Около  $2,5 \text{ см}$ .

75. Дифракционная решетка шириной в  $3 \text{ см}$  имеет период в  $3$  микрона. Какова ее разрешающая сила во втором порядке? Какова разность различных длин волн для зеленых лучей?

Ответ:  $A = 20\,000$ ,  $\delta\lambda \approx 1/4 \text{ \AA}$ .

76. В опытах по дифракции рентгеновских лучей пучок падает на решетку с периодом  $2$  микрона под углом скольжения в  $30^\circ$  (угол скольжения — угол, составляемый направлением луча с плоскостью решетки). Угол дифракции для спектра третьего порядка получился равным  $1 1/2^\circ$ . Определить длину волны рентгеновских лучей.

Ответ:  $1,78 \text{ \AA}$ .

77. Рассмотреть дифракцию на зональной решетке (пластинке). **Указание:** Следует рассмотреть дифракцию первого, второго и т. д. порядков на различных элементах решетки и показать, что дифрагированные в данном порядке лучи от *всех* участков решетки пересекают нормаль в одной точке, т. е. дают фокус схождения лучей.

Фокусное расстояние  $m$ -го порядка  $f_m = C/2\lambda m$ , где  $C$  — постоянная величина, характеризующая решетку ( $C = r_n^2/n$ , где  $n$  — номер кольца и  $r_n$  — его радиус).

Обладает ли зональная решетка хроматической аберрацией?

78. Стеклаянная пластинка, на которой нанесена дифракционная решетка, сделана одной из стенок длинного ящика, наполненного водой. Составить формулу, определяющую направление на максимумы внутри воды.

Если часть решетки выступает из воды, то за решеткой можно получить два спектра, расположенных один под другим, один в воде, другой в воздухе. Опишите, как будут различаться эти спектры.

**Ответ:** Спектр в воздухе в  $\frac{4}{3}$  раза длиннее.

79. Прделайте опыт с дифракцией лучей света, падающих под углом, близким к  $90^\circ$ , на миллиметровую линейку, и опишите условия, при которых вам удалось наблюдать явление (удобно пользоваться миллиметровыми делениями, нанесенными на логарифмическую линейку, а в качестве источника света выбрать спираль газоаполненной лампы накаливания).

80. Импульс I складается из двух синусоид:  $y' = \sin \omega t$  и  $y'' = 2 \sin 3\omega t$ . Импульс II складается из  $y' = \sin \omega t$  и  $y'' = 2 \sin (3\omega t + \pi/4)$ .

Показать, что эти импульсы соответствуют одинаковому спектральному распределению энергии, но имеют разные формы. (Для простоты импульсы представлены суммой двух синусоид, а не бесконечной совокупностью близких по периоду синусоид.)

81. *Полосы Тальбота.* Если при наблюдении в трубу спектра, получаемого от дифракционной решетки, закрыть часть объектива трубы тонкой стеклянной или слюдяной пластинкой, то получается спектр, пересеченный темными полосами. Явление наблюдается, если пластинка вдвинута с красного конца спектра, и не имеет места, если пластинка вдвинута с фиолетового конца. Объясните явление, исходя из рассуждений § 52 о роли решетки. Как нужно видоизменить условия опыта, чтобы внесение дополнительного слоя с фиолетовой стороны вызывало явление, а с красной стороны не вызывало?

**Указание:** Внесение слоя толщиной  $h$  с показателем преломления  $\mu$  замедляет распространение света от открытой части решетки, внося дополнительную разность фаз  $2\pi \frac{h(\mu - \mu')}{\lambda}$ , где  $\mu'$  — показатель преломления

среды. Эта разность фаз зависит от  $\varphi$ , благодаря чему в спектре могут возникнуть интерференционные полосы. Замедление импульсов, идущих от нижней части решетки, или ускорение импульсов, идущих от верхней части решетки (см. рис. 116), позволяет отстающим импульсам догнать ушедшие вперед и ведет к образованию интерференционных полос. Обратные воздействия исключают встречу и интерференцию. Таким образом, результат зависит от знака  $\mu - \mu'$  и положения вводимого слоя.

82. *Дифракционный опыт Гримальди* (1665 г.). Гримальди описал наблюдаемое им явление чередования света и тени при освещении двух рядом расположенных щелей светом Солнца (угловой диаметр Солнца равен  $31' \approx 0,01$  радиана). Каково должно быть расстояние  $\rho$  между щелями при этом расположении, чтобы интерференция могла иметь место? (См. рис. 459; здесь  $R$  — расстояние до Солнца.)

**Ответ:**  $\rho \leq 25 \mu$  (расчет для зеленого цвета,  $\lambda = 0,5 \mu$ ). Этот расчет заставляет сомневаться в том, что Гримальди наблюдал в данном опыте



дифракционные явления. Вероятно, наблюдавшиеся полосы имели субъективное происхождение (контраст).

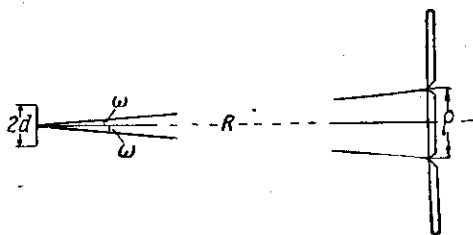


Рис. 459.

83. Дифракционный опыт Юнга. В отличие от расположения Гримальди Юнг использовал в качестве источника не Солнце, а сильно освещенную щель (см. § 16). Рассчитать допустимое расстояние между щелями  $B$  и  $C$  в опыте Юнга, считая, что расстояние от  $A$  до  $BC$  равно  $1\text{ м}$  и отверстие  $A$  представляет собой изображение Солнца, причем солнечные лучи сконцентрированы линзой с фокусным расстоянием  $10\text{ мм}$  (рис. 460), т. е.  $A$  имеет размеры  $0,1\text{ мм}$ .

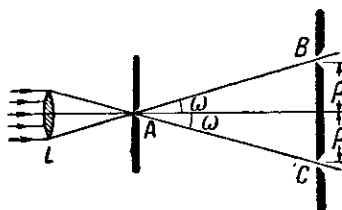


Рис. 460.

84. Какова будет разность хода между соответственными лучами двух соседних щелей, дающих добавочные минимумы в случае трех щелей, четырех щелей? Какой вид имеет диаграмма амплитуд для этих случаев?

Ответ: 1) Для трех щелей  $\frac{\lambda}{3}$  и  $\frac{2\lambda}{3}$ ;  $\frac{4\lambda}{3}$  и  $\frac{5\lambda}{3}$ . и т. д.; треугольники;

2) для четырех щелей:  $\frac{\lambda}{4}$ ,  $\frac{2\lambda}{4}$  и  $\frac{3\lambda}{4}$ ;  $\frac{5\lambda}{4}$ ,  $\frac{6\lambda}{4}$  и  $\frac{7\lambda}{4}$ , и т. д.; квадраты.

85. Определить положение добавочных максимумов дифракционной решетки (период  $d$ , число штрихов  $N$ ).

Ответ:  $d \cdot \sin \varphi = \left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{\lambda}{N}$ .

### Лучевая оптика

86. Вывести формулу

$$\frac{n_1}{a_1} - \frac{n_2}{a_2} = \frac{n_1 - n_2}{R}$$

для случая преломления на выпуклой поверхности.

Рассмотреть случай преломления на вогнутой поверхности, при котором изображение получается мнимым (выполнить построение и вывести формулу).

87. Получить из формулы

$$\frac{n_1}{a_1} - \frac{n_2}{a_2} = \frac{n_1 - n_2}{R}$$

формулу выпуклого и вогнутого сферических зеркал.

88. Где увидит глаз, находящийся в воздухе, монету, расположенную вертикально под ним под водой на глубине 1 м?

Указание: Применить формулу преломления на границе раздела двух сред.

Ответ: На глубине  $h = 3/4$  м.

89. Найти главные плоскости для сферической поверхности.

Ответ: Из условий (см. (64.1))

$$V = \frac{n_1 a_2}{n_2 a_1} = 1 \quad \text{и} \quad \frac{n_1}{a_1} - \frac{n_2}{a_2} = \frac{n_1 - n_2}{R}$$

найдем  $a_1 = a_2 = 0$ .

90. Исследовать формулу тонкой линзы

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} = (N - 1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

для случая выпуклых и вогнутых поверхностей линзы, воздушной линзы (пузырь) внутри воды, стеклянной линзы в воздухе и т. д., указав, в каких случаях линза будет собирательная и в каких — рассеивающая.

91. Исследовать формулу тонкой линзы

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} = \frac{1}{f},$$

выяснив взаимное расположение предмета и изображения и  $V$ , т. е. знак и величину поперечного увеличения (при  $V = 1$ ,  $a_1 = a_2 = 0$ , т. е. главные плоскости тонкой линзы сливаются в плоскость, проходящую через линзу).

92. Обозначив расстояние источника до переднего фокуса через  $x_1$  и расстояние изображения до заднего фокуса через  $x_2$ , вывести формулу тонкой линзы в форме, данной Ньютоном:  $x_1 x_2 = -f^2$ .

93. Согнем проволоку под углом  $\pi - \varphi$ . Точку сгиба  $O$  поместим на расстоянии  $OK = l$  от линии  $AB$  (рис. 461). Показать, что точки пересечений концов проволоки с  $AB$  суть сопряженные точки линзы с фокусным

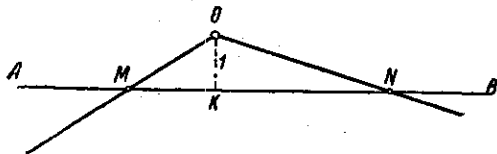


Рис. 461.

расстоянием  $f = 1/\varphi$ . Если вращать проволоку относительно  $O$ , то движения  $M$  и  $N$  представляют собой движение источника и изображения относительно линзы, расположенной в  $OK$ . (Модель справедлива для таких углов  $\varphi$ , при которых  $MO \approx MK$ , т. е.  $MO$  может изображать параксиальный луч.)

94. Показать, что для линзы, по обе стороны которой среды различны ( $n_1 \neq n_2$ ), имеем  $\frac{f_1}{f_2} = -\frac{n_1}{n_2}$ .

95. Вывести ряд соотношений, определяющих сопряженные точки оптической системы (рис. 462) и ее поперечное увеличение:

$$x_1 \cdot x_2 = f_1 \cdot f_2; \quad \frac{f_1}{a_1} + \frac{f_2}{a_2} = 1; \quad \frac{f_1}{f_2} = -\frac{n_1}{n_2}; \quad V = \frac{x_2}{f_2} = \frac{f_1}{x_1}$$

Обозначения:  $A_1F_1 = -x_1$ ;  $B_1A_1 = y_1$ ;  $F_1H_1 = -f_1$ ;  $A_1H_1 = -a_1$ ;  
 $\angle H_1A_1Q_1 = -u_1$ ;  $F_2A_2 = x_2$ ;  $B_2A_2 = -y_2$ ;  $H_2F_2 = +f_2$ ;  $H_2A_2 = +a_2$ ;  
 $\angle H_2A_2Q_2 = +u_2$ .  
 Выводы: 1) из подобия  $\triangle F_1A_1B_1$  и  $F_1H_1M_1$  и  $\triangle F_2H_2M_2$  и  $F_2A_2B_2$   
 имеем  $V = -\frac{y_2}{y_1} = \frac{x_2}{f_2} = \frac{f_1}{x_1}$ ; откуда  $x_1 \cdot x_2 = f_1 \cdot f_2$ , а также  $\frac{f_1}{a_1} + \frac{f_2}{a_2} = 1$ ,  
 ибо  $x_1 = a_1 - f_1$  и  $x_2 = a_2 - f_2$ ;

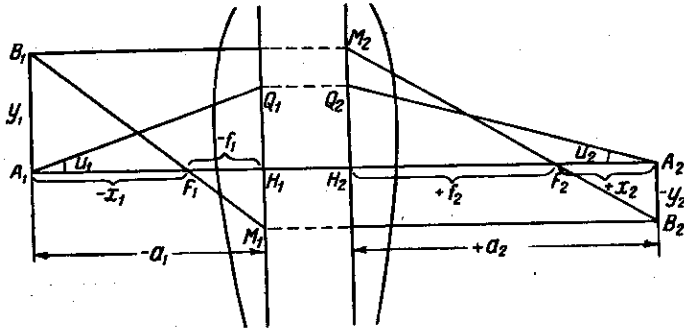


Рис. 462.

2) из  $\triangle Q_1H_1A_1$  и  $\triangle Q_2H_2A_2$ :  $a_1u_1 = a_2u_2$  (для параксиальных пучков) и  
 далее, используя выражения  $(1 + V) = \frac{a_2}{f_2}$  и  $(1 + \frac{1}{V}) = \frac{a_1}{f_1}$ , найдем  $f_1y_1u_1 =$   
 $= -f_2y_2u_2$ . Воспользовавшись соотношением Лагранжа  $n_1u_1y_1 = n_2u_2y_2$  (§ 64),  
 находим  $-\frac{f_1}{f_2} = \frac{n_1}{n_2}$ , т. е. отношение фокальных расстояний равно отноше-  
 нию соответственных показателей преломления крайних сред.

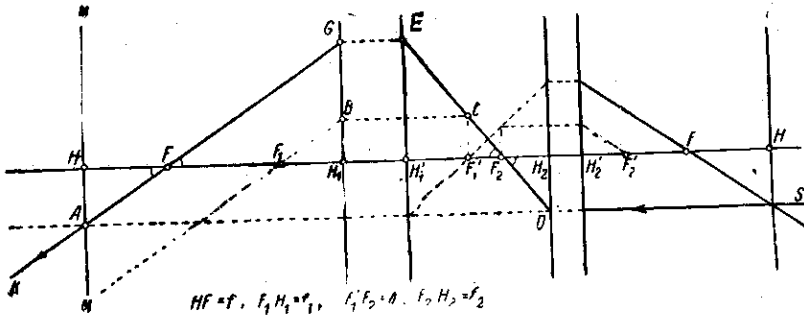


Рис. 463.

96. Две толстые линзы ( $f_1$  и  $f_2$ ) расположены так, что оси их совпадают и расстояние между фокусами равно  $\Delta$ . Определить фокусное расстояние  $f$  полученной сложной системы (рис. 463).

Ответ:  $f = \frac{f_1 \cdot f_2}{\Delta}$ .

Указание: Луч  $SD$ , параллельный оси системы, выходит из системы по  $GF$ . Таким образом, точка  $F$  есть передний фокус системы; плоскость  $MM$ , пересекающая луч  $GF$  на высоте луча  $SD$ , есть передняя главная плоскость и  $H$  — главная точка. Для построения луча  $GF$  используем свойства главных точек составляющих систем  $(F_1H_1H'_1F'_1, F_2H_2H'_2F'_2)$ ; в частности, лучи из точки  $C$ , лежащей в фокальной плоскости первой системы, должны выходить из этой системы параллельно друг другу, т. е.  $BF_1$  параллельно  $GFA$ . Итак, фокус системы  $f = HF$ . Из чертежа найдем:

$$f = AH \cdot \frac{f_1}{BH_1} = AH \cdot \frac{f_1}{CF'_1} = \frac{AH}{DH_2} \cdot \frac{f_1 \cdot f_2}{\Delta} = \frac{f_1 f_2}{\Delta}.$$

Аналогично для второго фокуса найдем:

$$f' = -\frac{f_1 f_2}{\Delta} = -f.$$

При  $\Delta = 0$   $f = \infty$  — телескопическая система: параллельные лучи, проходя через эту систему, выходят вновь параллельным пучком.

При совпадении главных плоскостей, т. е. когда  $f_1 + \Delta + f_2 = 0$ , найдем

$$f = -\frac{f_1 \cdot f_2}{f_1 + f_2}. \text{ Знак минус означает, что фокус } F \text{ располагается по другую}$$

сторону главной плоскости. По абсолютной величине имеем  $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$ , т. е. оптическая сила соприкасающихся линз равна сумме оптических сил составляющих.

97. Преломление через плоскую границу вносит астигматизм.

а) Показать, что лучи, исходящие из одной точки ( $S$ ), после преломления на плоской границе не имеют общей точки пересечения (см. рис. 158).  
Указание: Найти расстояние точки пересечения двух симметричных лучей до границы и убедиться, что оно зависит от угла падения.

б) Убедиться в появлении астигматизма при преломлении через плоскость, рассмотрев пучок, падающий косо на плоскость. Обратите внимание на то, что угол расхождения между лучами, лежащими в плоскости, определяемой осью пучка и нормалью к поверхности (меридиональное сечение), изменяется сильнее, чем для лучей, лежащих в перпендикулярной плоскости (сагиттальное сечение).

98. Пользуясь тем, что для сферической поверхности есть пара апланатических точек, построить апланатическую линзу и указать для нее апланатические точки.

Ответ: Если  $P$  и  $Q$  — апланатические точки сферической поверхности  $KL$ , то они же будут апланатическими точками линзы, ограниченной поверхностью  $KL$  и сферой  $MN$ , имеющей центром точку  $P$ .

99. Как показывает рис. 464, ширина пучка ( $D'$ ), выходящего из трубы (телескопическая система), уже, чем поступающего в объектив ( $D$ ). Показать, что увеличение трубы

$$N = \frac{\varphi'}{\varphi} = \frac{\text{диаметр пучка до трубы}}{\text{диаметр пучка после трубы}} = \frac{D}{D'} = \frac{\text{входной зрачок}}{\text{выходной зрачок}}.$$

Указание: Использовать рис. 464 и рассмотреть условие того, что лучи от центра (пучок  $I$ ) и от края (пучок  $II$ ) бесконечно удаленного

предмета не дают разности хода, т. е.  $(PM) = (N'P')$ . Но  $PM = D \sin \varphi$ ,  $N'P' = D' \sin \varphi'$ . Благодаря малости  $\varphi$  и  $\varphi'$  найдем:

$$\varphi' \cdot D' = \varphi \cdot D.$$

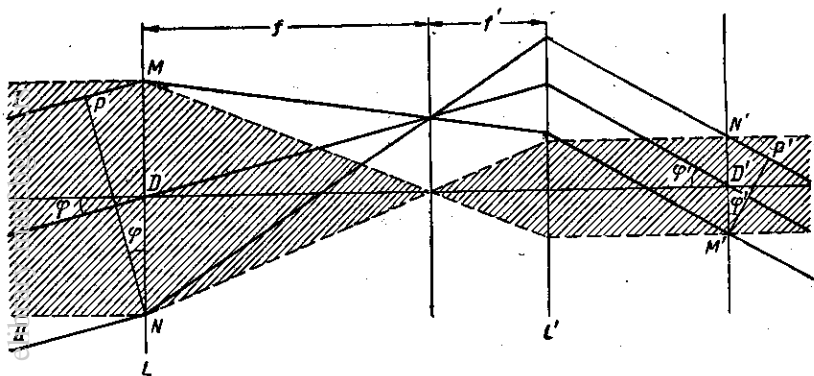


Рис. 464.

100. Если параллельный пучок лучей падает на призму, стоящую не в положении минимального отклонения, то он по выходе имеет иную ширину. Таким образом, призма может явиться телескопической системой, дающей увеличение или уменьшение изображения. Рассмотреть, когда имеет место первый и когда — второй случай.

101. Преломление в призме. При обозначениях § 76, а) имеем отклонение луча при преломлении в призме

$$D = (\alpha_1 + \alpha_2) - (\beta_1 + \beta_2) = (\alpha_1 + \alpha_2) - \varepsilon.$$

а) Найти условие минимального отклонения  $\frac{\partial D}{\partial \alpha_1} = 0$ , т. е.  $|\alpha_1| = |\alpha_2|$  — входной и выходной лучи симметричны; следовательно, луч в призме параллелен основанию.

б) Показать, что при симметричном ходе лучей  $n = \frac{\sin \frac{D + \varepsilon}{2}}{\sin \frac{\varepsilon}{2}}$ .

в) Если преломляющий угол  $\varepsilon$  мал и лучи падают на призму под малым углом ( $\alpha$  — мало), то  $D = \varepsilon(n - 1)$ .

Указание: При малых  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  тоже мало. Следовательно:  $\alpha_1 = n\beta_1$ ,  $\alpha_2 = n\beta_2$ . Отсюда  $D = (n - 1)(\beta_1 + \beta_2) = \varepsilon(n - 1)$ .

102. а) Показать, что в призме Амичи (рис. 465) не будет иметь места отклонение для луча при соблюдении следующих условий:

$$\alpha_1 = 90^\circ; \quad \operatorname{tg} \frac{\alpha_2}{2} = \sqrt{\frac{n_1^2 - 1}{n_2^2 - n_1^2}}.$$

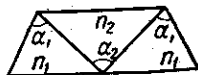


Рис. 465.

Указание: Луч, проходящий без отклонения, входит и выходит из призмы параллельно основанию и идет симметрично относительно внутренней призмы.

б) Тройная призма Амичи построена из флинта (С-18) и кроиа (С-20) (см. таблицу в задаче № 103), так что луч  $F$  ( $\lambda = 4861 \text{ \AA}$ ) не отклоняется. Рассчитать эту призму и вычислить угол дисперсии между лучами С ( $\lambda = 6563 \text{ \AA}$ ) и G ( $\lambda = 4341 \text{ \AA}$ ).

103. Хроматическая aberrация и ахроматизм. а) Хроматическая aberrация линзы может быть определена как вариация фокусного расстояния для разных длин волн, характеризующихся различием в показателе преломления:  $\delta\left(\frac{1}{f}\right) = \frac{\delta n}{n-1} \frac{1}{f}$ . Если  $\delta\left(\frac{1}{f}\right) = 0$ , то линза ахроматична.

Показать, что условие ахроматизации сложной линзы, составленной из двух склеенных линз, есть:

$$\frac{N_1}{f_1} + \frac{N_2}{f_2} = 0, \text{ где } N_1 = \frac{\delta n_1}{n_1 - 1}, N_2 = \frac{\delta n_2}{n_2 - 1}$$

(практически можно взять  $n_1$  и  $n_2$  для D-линии иатрия, т. е.  $N_1$  и  $N_2$  — оптические дисперсии наших стекол).

Указание: Использовать результаты упражнения 96.

б) Дана симметричная двояковыпуклая линза из боросиликатного кроиа С-20 с фокусным расстоянием (для D-линии)  $f_1 = 100 \text{ мм}$ . Рассчитать линзу из флинта (т. е. выбрать сорт стекла и указать радиус поверхностей), которую можно наклеить на данную, с тем чтобы получить собирательную ахроматическую линзу с фокусным расстоянием, близким к 300 мм (вести расчет для  $F = 300 \text{ мм}$ , выбрать по прилагаемой таблице наилучшим образом подходящий сорт стекла и подсчитать окончательно, какое получится  $F$ ).

Ответ:  $r_1 = -102 \text{ мм}$ ,  $r_2 = 635 \text{ мм}$ ,  $F = 292 \text{ мм}$ . Стекло: С-20 и С-16.

#### Характеристики оптических стекол

Название	Обозначения	$n_D$	$\nu$	$n_F - n_C$	$n_F - n_D$	$n_G - n_F$
Боросиликатный крон . . . . .	С-20	1,5100	63,4	0,00805	0,00565	0,00451
Силикатный крон . . . . .	С- 7	1,5147	60,6	0,00849	0,00599	0,00481
Крон . . . . .	С-12	1,5181	58,9	0,00879	0,00619	0,00499
Крон-флинт . . . . .	С-49	1,5262	51,0	0,01032	0,00730	0,00598
Баритовый легкий крон . . . . .	С-21	1,5302	60,5	0,00877	0,00617	0,00495
Баритовый крон . . . . .	С-17	1,5399	59,7	0,00905	0,00637	0,00515
Баритовый крон . . . . .	С- 6	1,5726	57,6	0,00995	0,00702	0,00568
Легкий флинт . . . . .	С-16	1,5783	41,7	0,01387	0,00988	0,00829
Тяжелый крон . . . . .	С-24	1,6126	58,6	0,01046	0,00737	0,00593
Флинт . . . . .	С- 8	1,6129	36,9	0,01660	0,01184	0,01008
Флинт . . . . .	С- 3	1,6242	35,9	0,01738	0,01242	0,01060
Тяжелый флинт . . . . .	С-18	1,7550	27,5	0,02743	0,01975	0,01730

Примечание:

$$\lambda_D = 5893 \text{ \AA}, \quad \lambda_C = 6563 \text{ \AA},$$

$$\lambda_F = 4861 \text{ \AA}, \quad \lambda_G = 4341 \text{ \AA}.$$

104. Увеличение лупы. Применяя формулу простой линзы, найдем:  $\operatorname{tg} \varphi' = \frac{l'}{-a' + d} = \frac{l(f - a')}{f(d - a')}$ , где  $\varphi'$  — угол зрения изображения;  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{l}{D}$ , где  $\varphi$  — угол зрения предмета, помещенного на расстоянии  $D$  (рис. 466).

Увеличение

$$N = \frac{\operatorname{tg} \varphi'}{\operatorname{tg} \varphi} = \frac{D(f - a')}{f(d - a')}$$

1) При  $a' = -\infty$   $N = \frac{D}{f}$ ,

2) при  $d - a' = D$

$$N = \frac{D}{f} + 1 - \frac{d}{f},$$

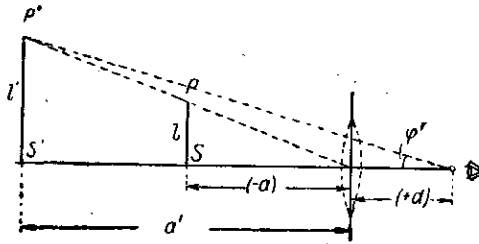


Рис. 466.

т. е. увеличение несколько зависит от положения глаза ( $d$ ). Когда глаз помещен вблизи главного фокуса ( $d = f$ ), что практически и имеет место, то  $N = D/f$ .

105. Рассчитать угловую и линейную дисперсию спектрографа, снабженного тремя шестидесятиградусными призмами из стекла  $C-3$  и имеющего камерную линзу с фокусным расстоянием  $f = 250$  мм. Призмы поставлены на минимум отклонения для луча  $F$ . Дать расчет для нескольких длин волн. Построить расчетный график, откладывая по оси абсцисс расстояния между линиями, а по оси ординат — длину волны.

106. Диаметр коллиматорного объектива  $d = 50$  мм. Каковы должны быть размеры шестидесятиградусной призмы из  $C-18$  и диаметр камерного объектива для полного использования светового потока, поступающего в прибор, если призма поставлена на минимум отклонения для луча  $F$ ?

107. Вывести выражение разрешающей силы объектива трубы по способу Аббе.

Указание:  $\sin u = u$ ,  $n = 1$ . Условие разрешения  $d = \frac{\lambda_0}{u}$  или  $\varphi = \frac{\lambda_0}{R}$ .

108. Как выглядит изображение мелкой сетки (скрепленные решетки), если в фокальной плоскости объектива поместить диафрагму в виде щели, проходящей параллельно вертикальным штрихам сетки, параллельно горизонтальным штрихам сетки, наклонно к тем и другим штрихам?

109. Какова разрешающая сила человеческого глаза при размере зрачка  $R = 2$  мм (для зеленых лучей,  $\lambda = 5500 \text{ \AA}$ )? (Показатель преломления среды глаза  $n = 1,4$ .) Определить предельный угол и сравнить его с пределом разрешения, обусловленным строением сетчатки глаза.

110. Определить разрешающую силу метрового объектива.

111. Почему применение окуляра трубы не может повысить ее разрешающую силу, несмотря на значительное увеличение, даваемое окуляром?

112. Как влияет увеличение диаметра объектива на размер дифракционного кружка и кружка рассеяния (вследствие сферической аберрации)? (В современных хороших объективах отверстие исправлено настолько хорошо, что качество изображения определяется явлениями дифракции.)

113. Каковы должны быть призмы спектрографа, способного обнаружить нормальный эффект Зеемана в водороде, в магнитном поле 10 000 эрстед?

114. Какова должна быть призма из кронгласа  $C-12$  (флинтгласа  $C-18$ ) для разрешения желтого дублета натрия ( $5890 \text{ \AA}$  и  $5896 \text{ \AA}$ )?

115. Рассмотреть предыдущее упражнение для близких желтых линий ртути  $5770 \text{ \AA}$  и  $5791 \text{ \AA}$ .

116. Вывести условие когерентности освещения отдельных точек структуры с периодом  $d$  протяженным источником (угловой размер источника, определяемый с места расположения объектива, есть  $\psi$ ).

Ответ: Если  $\psi \ll \frac{\lambda}{d}$ , то освещение когерентно.

Указание: Освещение когерентно, если различие в разности фаз, с которой освещаются элементы структуры светом, идущим от разных точек источника, мало по сравнению с  $2\pi$ . Освещение структуры различными точками протяженного источника можно рассматривать как освещение системой плоских волн\*), падающих на структуру по разным направлениям, в зависимости от того, от какой точки источника они исходят. Все разнообразие направлений определяется угловыми размерами источника,  $\psi$ . Каждая плоская волна освещает элемент структуры с разностью хода, равной  $d \cdot \varphi_i$ , где  $\varphi_i$  — угол, определяющий направление соответствующей плоской волны. Различия в указанной разности хода, обусловленные размерами источника, составляют  $\sum d \cdot \varphi_i = d \sum \varphi_i = d \cdot \psi$ , а различие в разности фаз есть  $\frac{2\pi}{\lambda} d \cdot \psi$ .

117. Показать аналитически, что разность двух синусоид одинаковой частоты и амплитуды, но немного сдвинутых друг относительно друга по фазе, представляет собой синусоиду той же частоты, но с малой амплитудой; эта результирующая синусоида сдвинута по фазе почти на  $\frac{\pi}{2}$  по отношению к исходным.

118. Вычислить разрешающую силу призмы Резерфорда (рис. 467) для D-линии, т. е.  $\lambda = 5890 \text{ \AA}$ .

Указание:  $A = b' \frac{dn'}{d\lambda} - 2b \frac{dn}{d\lambda}$ .

119. Сравнить разрешающую силу и дисперсию нескольких призм из одного материала (С-3), изображенных на рис. 468 для лучей в положении

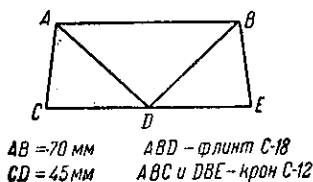


Рис. 467.

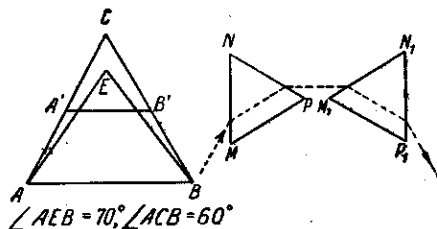


Рис. 468.

минимума отклонения. На рисунке приведены призмы: 1)  $AEB$  с углом  $E = 70^\circ$  и  $ACB$  с углом  $C = 60^\circ$ . 2)  $ACB$  и  $A'C'B'$ , где  $CA' = \frac{1}{2} CA$ . 3)  $ACB$  и пара призм  $MNP$  и  $M_1N_1P_1$ , где  $\angle N = \angle N_1 = 60^\circ$  и  $MN = \frac{AC}{2}$ .

120. Определить максимальный преломляющий угол трехгранных призм из С-3 и из С-18, через которые могут проходить лучи в минимуме отклонения.

Указание: Принять во внимание внутреннее отражение.

\*) Волны, излучаемые отдельными точками источника и доходящие до структуры, можно считать плоскими, ибо  $d \ll R$ , где  $R$  — расстояние от структуры до любой точки источника.



121. Проектор снабжен зеркалом (вполне исправленным на сферическую aberrацию), имеющим фокусное расстояние  $f = 100$  см и диаметр отверстия  $D = 100$  см. Источником света служит кратер электрической дуги, который можно рассматривать как диск диаметром 4 мм, центр которого совмещен с фокусом зеркала. Яркость кратера 10 000 сб, излучение его подчиняется закону Ламберта.

Определить среднюю сферическую силу света источника и силу света на оси проектора. (Экранирующим действием углей дуги можно пренебречь.)

122. Объективы коллиматора и камеры спектрографа имеют одинаковые диаметры и фокусные расстояния соответственно  $f_1$  и  $f_2$ . При помощи конденсора достигнуто освещение щели, при котором объектив коллиматора полностью заполнен светом. Показать, что светосила прибора зависит только от объектива камеры.

*Доказательство:* Яркость щели  $B$ , поток в приборе  $\Phi = \pi B \sigma \sin^2 u = \pi B \sigma R^2 / f_1^2$ , площадь изображения щели  $\sigma' = \sigma f_2^2 / f_1^2$ , освещенность  $E = \pi B R^2 / f_2^2$ , т. е. зависит только от светосилы камерного объектива.

123. Во сколько раз возрастет освещенность, если свет от Солнца концентрируется линзой с относительным отверстием  $\frac{d}{f} = \frac{1}{5}$ ?

*Ответ:*  $\approx$  в 400 раз.

124. Вывести выражение освещенности, даваемой любой оптической системой на расстоянии  $l$ , в форме  $E' = \frac{K \cdot B \cdot S}{l^2}$  (формула Манжена), где  $K$  — коэффициент пропускания в оптической системе,  $S$  — площадь выходного зрачка системы,  $B$  — яркость источника.

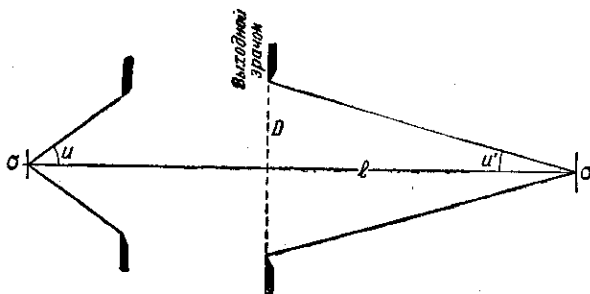


Рис. 469.

Указание (см. рис. 469): Поток, падающий на изображение,  $\Phi' = K\Phi = KB\pi \sin^2 u$ ; площадь изображения  $\sigma' = \sigma \frac{\sin^2 u}{\sin^2 u'}$  (условие синусов).

$$E' = KB\pi \sin^2 u',$$

где  $\sin u' = \frac{D}{2l}$ , т. е.

$$E' = K \frac{B}{l^2} \cdot \frac{\pi D^2}{4} = K \frac{BS}{l^2},$$

где  $S = \frac{\pi D^2}{4}$  — площадь выходного зрачка.

125. Определить освещенность, создаваемую прожектором с зеркалом  $D = 2$  м, дуга которого имеет яркость  $B = 100\,000$  св, на расстоянии  $l = 1$  км при идеальной прозрачности ( $K = 1$ ). (Использовать формулу Манжена — упражнение 124.)

Ответ:

$$E = \frac{\pi \cdot 100\,000 (100)^2}{100\,000^2} \approx 3 \cdot 10^{-1} \text{ фот} = 3 \cdot 10^3 \text{ люкс.}$$

### Поляризация света

126. Почему турмалин, как и любое поляризационное приспособление, пропускает не более половины естественного света?

127. Опишите явления, которые будут наблюдаться при вращении  $T_2$  на рис. 209.

Опишите явления, которые будут наблюдаться при вращении  $S_2$  на рис. 211.

128. Показать, что из закона Брюстера следует перпендикулярность луча, отраженного под углом Брюстера, и луча преломленного.

Указание: Использовать закон Брюстера и закон преломления.

129. Определить угол Брюстера при отражении от дна стеклянного сосуда, наполненного водой (сосуд сделан из кронгласа с показателем преломления  $n = 1,50$ ).

130. Как определить показатель преломления непрозрачного диэлектрика (например эмали)?

Указание: Воспользоваться законом Брюстера.

131. Постройте стопу из фотографических пластинок, произведите с ней простые опыты по поляризации и опишите их.

132. Попробуйте определить поляризацию лучей Солнца, отраженных от поверхности воды. (В какое время дня поляризация будет максимальной?)

133. Описать, как меняются интенсивности  $I_o$  в  $I_e$  в опыте, описанном на стр. 307. Указать, в частности, положения, при которых  $I_o = 0$ , или  $I_e = 0$ , или  $I_o = I_e$ .

134. Рассчитать апертуру призм, изображенных на рис. 218 и 219 (см. § 98).

135. Рассчитать двоякопреломляющие призмы из исландского шпата, изображенные на рис. 222, дающие угол между лучами в  $5^\circ$ .

136. Какой угол расхождения дает призма рис. 222, в, если каждая из половин призмы имеет преломляющий угол  $30^\circ$ ?

137. Ветровое стекло и фары автомашин сделаны из поляроида. Как должны быть расположены эти поляроиды, чтобы шофер мог видеть дорогу, освещенную светом его фары, и не страдать от ослепляющего действия фар встречных машин?

Ответ: В стекле и в фарах всех машин ставят поляроиды так, чтобы главная плоскость их составляла угол в  $45^\circ$  с горизонтом.

138. Простейший поляризационный фотометр устроен следующим образом (рис. 470). Свет через малое квадратное отверстие, стороны которого

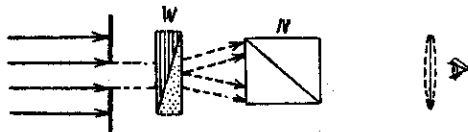


Рис. 470.

ориентированы по главным плоскостям призмы рис. 222, в, падает на эту призму и затем рассматривается через нколь. При подходящих размерах

отверстия и поляризационной призмы через николю видны два соприкасающихся квадрата. При поворачивании николя соотношение освещенностей этих квадратов меняется.

а) При какой ориентации  $N$  относительно  $W$  оба квадрата одинаково освещены: если падающий свет естественный, если падающий свет поляризован вдоль одной из сторон квадратного отверстия, вдоль диагонали отверстия?

б) Свет, частично поляризованный, с направлением поляризации вдоль одной из главных плоскостей призмы  $W$ , падает на прибор. Какова степень поляризации ( $\Delta$ ), если равенство полей соответствует повороту николя на угол  $\alpha$  относительно указанной плоскости призмы  $W$ ?

Указание: Степень поляризации определяется как отношение разности интенсивностей ( $I'$  и  $I''$ ), поляризованных в двух взаимно перпендикулярных направлениях, к полной интенсивности ( $I$ ), т. е.  $\Delta = \frac{I' - I''}{I}$ .

Ответ:  $\Delta = -\cos 2\alpha$ .

Определить  $\alpha$ , если степень поляризации равна  $20\%$ .

139. Показатели преломления для различных длин волн в исландском шпате и кварце приведены в следующей таблице.

Длина волны	Исландский шпат		Кварц	
	$n_e$	$n_o$	$n_e$	$n_o$
6870 Å красный . . . . .	1,484	1,653	1,550	1,541
6560 Å оранжевый . . . . .	1,485	1,655	1,551	1,542
5890 Å желтый . . . . .	1,486	1,658	1,553	1,544
5270 Å зеленый . . . . .	1,489	1,664	1,556	1,547
4860 Å голубой . . . . .	1,491	1,668	1,559	1,550
4310 Å сине-фиолетовый . .	1,495	1,676	1,564	1,554
4000 Å фиолетовый . . . . .	1,498	1,683	1,568	1,558

Вычислить, какой толщины должны быть пластинки из кварца и из исландского шпата, для того чтобы они для разных длин волн служили пластинкой « $1/4$  волны».

140. Ввиду трудности изготовления столь тонких пластинок (см. упражнение 139) рационально применять пластинки, дающие разность хода, равную  $(m + \frac{1}{4})\lambda$ . Рассчитать такую пластинку из кварца для  $\lambda = 5893$  Å (желтый цвет), с тем чтобы ее толщина была около 1 мм. Как будет действовать такая пластинка на фиолетовые лучи ( $\lambda = 4000$  Å)?

141. Объяснить, в чем невыгодность применения толстых кристаллических пластинок в  $1/4 \lambda$  (обратить внимание на дисперсию разности показателей преломления, т. е. на зависимость разности показателей преломления от длины волны).

142. Рассмотреть подробно вопрос о получении *левой* и *правой* круговой поляризации. Какого характера получится поляризация, если толщина кристаллической пластинки такова, что она сообщает разность хода, равную  $3/2 \lambda$ ?

143. Подробно рассмотреть, что получится, если естественный свет падает на кристаллическую пластинку, в частности на пластинку в  $1/4$  волны, на пластинку в  $1/2$  волны.

144. Если при производстве опыта Юнга свет, проходящий через две щели, поляризуется во взаимно перпендикулярных плоскостях (например с помощью соответствующим образом расположенных поляризаторов), то интерференция не наблюдается. Этот известный опыт Араго — Френеля названные авторы видоизменили, расположив *после обеих щелей* кристаллическую пластинку, главные направления которой составляют угол в  $45^\circ$  с каждым из направлений поляризации обоих интерферирующих пучков. В результате образовались четыре волны одинаковой амплитуды, у которых попарно плоскости колебания совпадали (две волны с колебаниями в первой главной плоскости). Тем не менее интерференция не наблюдалась. Интерференционная картина не появляется и при рассмотрении ее через николю любой ориентации. Это доказывает, что дело не сводится к образованию двух интерференционных картин с максимумами, смещенными на полпериода и поляризованными во взаимно перпендикулярных направлениях.

Объяснить наблюдение Араго — Френеля. Что необходимо сделать для наблюдения интерференции?

*Ответ:* Интерференция наблюдается, если свет, падающий на щели, предварительно сделать плоско-поляризованным.

144а. Френель обнаружил, что слабо преломляющая пластинка сернокислой известки обнаруживает интерференционных цветов, хотя из нее выходят две волны с разностью хода около 2—3 длины волн. Объяснить явление.

*Примечание:* Наблюдение Френеля стало исходным для постановки знаменитых опытов Френеля и Араго (см. § 99).

145. Изобразить схематически на чертеже характер поляризации света, вышедшего из компенсатора Бабине, при помощи стрелок, кружков и эллипсов, на которых обозначено направление колебаний.

Объяснить, в чем будет различие для красного и фиолетового света.

146. Какова картина, наблюдаемая при прохождении *белого* эллиптически поляризованного света через компенсатор Бабине и николю?

147. Пользуясь таблицей, приведенной в упражнении 139, описать картину, наблюдаемую при прохождении плоско-поляризованного света через кварцевый клин, угол при вершине которого  $\alpha = 5^\circ$ .

Направление оси совпадает с ребром  $AA$ , расположенным вертикально. Плоскость поляризации падающего света составляет угол  $45^\circ$  с направлением оси кварца. Свет монохроматический:  $\lambda = 5890 \text{ \AA}$ .

Дать схематический чертеж направлений колебаний света, выходящего из клина, и рассчитать, на каком расстоянии будут лежать места правой круговой поляризации.

148. Описать различие в интерференционной картине, наблюдаемой в случае помещения между двумя скрещенными поляризаторами пластинки слюды и кучки случайно собранных тонких листов слюды, имеющих в совокупности ту же толщину, что и пластинка.

*Ответ:* В «кучке пластинок» нет главных направлений.

149. Описать картину, которая должна наблюдаться в параллельных лучах при помещении между скрещенными николями пластинки, вырезанной из одноосного кристалла параллельно оптической оси. Что произойдет, если вращать пластинку, если вращать анализатор?

150. Компенсатор Бабине — Солейля устроен в виде плоско-параллельной пластинки и двух клиньев, вырезанных из кварца параллельно оси. Таким образом, клинья образуют в совокупности плоско-параллельную пластинку переменной толщины, причем в постоянной и переменных пластинках оптические оси направлены перпендикулярно друг к другу (рис. 471).

Рассмотреть действие такого компенсатора. Какой вид будет иметь поле при расположении компенсатора Бабине — Солейля по схеме рис. 227?

*Ответ:* Степень эллиптичности одинакова на всем поле.

151. Возможно ли получение интерференционной картины по схеме рис. 301 при любой толщине исландского шпата в белом свете? Вычислить разность хода для пластинки исландского шпата, вырезанной параллельно оси при толщине 5 мм. При каких толщинах возможно наблюдение интерференции с ртутной линией, для которой  $\lambda/\Delta\lambda = 400\,000$ ?

152. Поляризационный монохроматор Вуда, основанный на явлении дисперсии показателей преломления, может быть осуществлен по схеме рис. 472. Поляризатор  $N_1$  повернут на угол  $45^\circ$  относительно главных плоскостей кристалла  $K$ . При подходящей толщине кристалла две близкие линии выйдут из него поляризованными линейно, и притом почти во взаимно перпендикулярных плоскостях. Соответствующим расположением  $N_2$  одна из них будет почти полностью задержана, другая — пропущена (монохроматор). (В действительности монохроматор имеет более сложное устройство.)

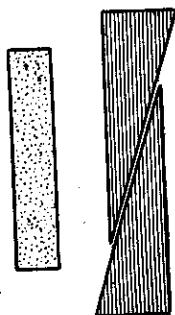


Рис. 471.

а) Белый свет направляется через монохроматор Вуда на щель спектрографа. Как выглядит спектр? Какие изменения произойдут в спектре при повороте  $N_2$  на  $90^\circ$ ?

Ответ: Спектр состоит из чередующихся темных и светлых полосок; при повороте  $N_2$  темные и светлые полосы обменяются местами.

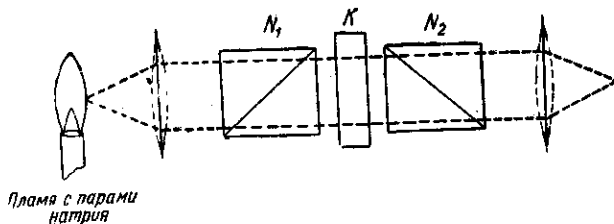


Рис. 472.

б) Рассчитать толщину кристалла  $K$  кварца или исландского шпата, позволяющего разделить две близкие желтые линии натрия  $D_1 = 5896 \text{ \AA}$  и  $D_2 = 5890 \text{ \AA}$ ; показатели преломления приведены в таблице.

Линия	Исландский шпат		Кварц	
	$n_e$	$n_o$	$n_e$	$n_o$
$D_1$	1,48654	1,65846	1,55338	1,54423
$D_2$	1,48652	1,65843	1,55335	1,54420

153. Какова будет последовательность цветных колец при наблюдении интерференции поляризованных лучей в сходящемся свете (см. рис. 302)? Где теснее расположены кольца, в центре картины или ближе к периферии?

154. В предшествующем опыте между  $N_1$  и  $N_2$  помещена пластинка из исландского шпата толщиной  $d = 1 \text{ мм}$ . Определить радиусы первого, третьего и десятого светлых колец для красного цвета ( $\lambda = 6870 \text{ \AA}$ ) и фиолетового ( $\lambda = 4000 \text{ \AA}$ ).

Что будет наблюдаться в том месте пластинки, где проходят лучи, пересекающиеся с осью под углом  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ , в случае монохроматического желтого света ( $\lambda = 5890 \text{ \AA}$ ) и в случае белого света?

### Скорость света

155. Вычислить величину aberrации, вызываемой суточным движением Земли, для мест, широта которых  $\varphi$  равна  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  и  $90^\circ$ . Возможно ли наблюдение явления, если определение угла при установлении положения звезды можно выполнить с точностью до  $0',05$ ?

Ответ:  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{v}{c}$ , где  $v = \frac{2\pi R \cos \varphi}{T}$ ;  $R = 6400 \text{ км}$  — радиус Земли,  $T = 24 \text{ ч}$  — период вращения Земли.

156. Вычислить величину угла aberrации, если направление на звезду составляет угол  $\psi$  с направлением движения Земли.

Ответ:  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{v}{c} \frac{\sin \psi}{1 + \frac{v}{c} \cos \psi} \approx \frac{v \sin \psi}{c}$ , ибо  $\frac{v}{c} \ll 1$ .

157. Вывести формулы для определения скорости света по методу прерываний и по методу вращающегося зеркала, указав, какие данные необходимо знать из опыта для применения метода.

158. В одном из опытов Физо расстояние от колеса до зеркала было  $10 \text{ км}$ ; колесо имело 720 зубцов, и угловые скорости составляли при четырех последовательных исчезновениях соответственно 326, 457, 588 и 719 радианов в секунду. Вычислить скорость света.

159. Вывести формулу Рэлея аналитически, исходя из рассмотрения импульса как суперпозиции двух близких по длине монохроматических волн с одинаковой амплитудой:

$$J_1 = a \cos(\omega_1 t - k_1 x), \quad \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} = \omega,$$

$$J_2 = a \cos(\omega_2 t - k_2 x), \quad \frac{k_1 + k_2}{2} = k.$$

Указание: Фазовая скорость может быть определена как скорость наблюдателя, идущего вровень с неизменной фазой, т. е. из условия, что фаза постоянна:  $v = \omega/k$ ; групповая скорость есть скорость наблюдателя, идущего вровень с неизменной амплитудой, т. е. определяется из условия, что амплитуда постоянна ( $u = \frac{d\omega}{dk}$ ).

160. Вычислить групповую скорость для различных законов дисперсии:

1.  $v = k(\text{const})$  (недиспергирующая среда, например звуковые волны в воздухе);

2.  $v = k\lambda$ ;

3.  $v = k\sqrt{\lambda}$  (волны, вызываемые на поверхности воды силой тяжести);

4.  $v = \frac{k}{\sqrt{\lambda}}$  (капиллярные волны на поверхности воды);

5.  $v = \frac{k}{\lambda}$  (волны при изгибании упругой пластинки).

161. Измерение дисперсии для сероуглерода дает:

при  $\lambda = 5890 \text{ \AA}$   $n = 1,629$ ;

»  $\lambda = 5270 \text{ \AA}$   $n = 1,642$ ;

»  $\lambda = 6560 \text{ \AA}$   $n = 1,620$ .

Найти соотношение фазовой и групповой скоростей.

162. Показать, что касательная в точке  $\lambda = \lambda_0$  к кривой  $v = f(\lambda)$  ( $v$  — фазовая скорость) отсекает на оси ординат отрезок, равный групповой скорости для  $\lambda = \lambda_0$  (графический метод Эренфеста) (см. рис. 473).

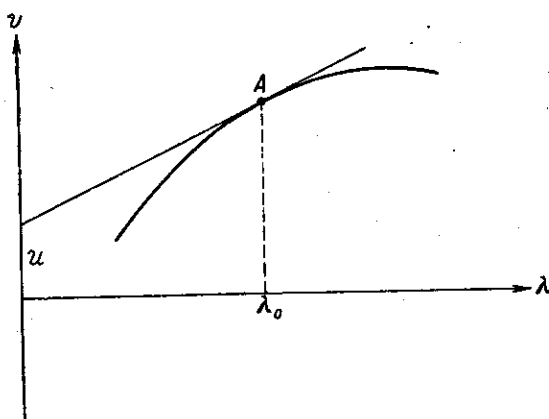


Рис. 473.

163. С какой скоростью должен ехать автомобилист, чтобы спутать красный светофор с зеленым (анекдот о Вуде)?

164. Возможно ли наблюдение явления Доплера, если источник испускает сплошной спектр?

165. а) Возможно ли наблюдение явления Доплера на каналовых лучах, если имеется спектроскоп с призмой из тяжелого флинта (С-18) с длиной основания 5 см? Скорость каналовых частиц  $v = 5 \cdot 10^7$  см/сек.

б) Какую решетку надо иметь, чтобы наблюдать эффект Доплера на каналовых лучах указанной скорости?

166. Показать, что из (123.1) следуют формулы преобразования для системы К:

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \beta^2}}; \quad y = y'; \quad z = z'; \quad t = \frac{t' + \frac{v}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

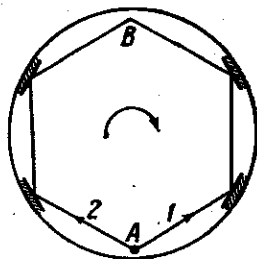


Рис. 474.

167. Опыт Саньяка: Источник света (А) и наблюдающий прибор (В) расположены на диске, могущем вращаться (рис. 474). Свет от А, распространяясь по двум направлениям 1 и 2 и встречаясь в В, дает интерференционную картину. Если диск заставить вращаться с угловой скоростью  $\omega$ , то возникает добавочная разность фаз и интерференционные полосы сместятся.

а) Вывести формулу, позволяющую определить смещение интерференционных полос; б) рассчитать установку, обеспечивающую смещение на  $1/4$  полосы; в) каковы должны быть предельные размеры (2S) источника А в описанном опыте?

Ответ: а) Возникшая разность хода  $\Delta = 2R \cdot 2\pi n \cdot \tau$ , где  $R$  — радиус световой орбиты,  $n$  — число оборотов диска в секунду,  $\tau = \frac{\pi R}{c}$  — время распространения света от А до В.

Итак,  $\Delta = \frac{4\pi n}{c} \cdot \pi R^2 = \frac{4\pi n F}{c}$ , где  $F = \pi R^2$  есть площадь, обегаемая светом.

б)  $\Delta = \frac{\lambda}{4}$ ;  $nF = \frac{c\lambda}{16\pi} = 3 \text{ м}^2 \cdot \text{сек}^{-1}$  для  $\lambda = 5000 \text{ \AA}$ , т. е. при скорости 1 оборот в секунду диаметр диска должен быть около двух метров; при скорости 10 об/сек — 60 см.

в)  $2S < 0,15 \text{ м}$ .

168. Опыт Майкельсона — Гэля. Майкельсон осуществил опыт Саньяка, используя в качестве вращающегося диска Землю. Оптический ход луча он защитил тем, что заложил под землей четырехугольник из эвакуированных труб для предохранения хода луча от температурных колебаний показателя преломления (рис. 475).

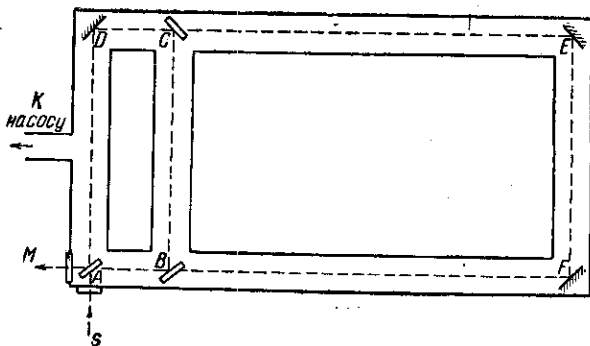


Рис. 475.

- а) Вычислить размер периметра труб, предполагая контур квадратным и принимая во внимание, что опыт производится на широте  $40^\circ$ .  
 б) Каким образом можно обойти затруднение, связанное с невозможностью изменять скорость вращения Земли?

*Ответ:* Обход по малому и большому контуру.

### Формулы Френеля

169. Определить напряженность магнитного поля световой волны, пренебрегая поглощением в атмосфере (например на границе земной атмосферы, где солнечная постоянная равна  $2 \text{ ккал}$ . Солнечная постоянная определяет количество энергии за 1 мин. на  $1 \text{ см}^2$ ).

*Ответ:*  $H_0 = 0,024$  эрстеда.

170. Какова амплитуда напряженности магнитного поля световой волны в месте изображения Солнца при помощи объектива от аппарата ФЭД (с относительным отверстием  $D:F = 1:2$ )? (Угловой диаметр Солнца  $\approx \frac{1}{100}$  радиана. Поглощением в атмосфере можно пренебречь.)

*Ответ:*  $H_0 = 0,024 \times 50 = 1,20$  эрстеда.

171. Написав условия на границе, вывести законы отражения, преломления и формулы Френеля.

Указания: Приняв во внимание правило знаков, сформулированное в тексте, и соотношение  $H = \sqrt{\epsilon E}$ , найдем (если углы  $\varphi$  и  $\psi$  отсчитываются



навстречу друг другу):

$$\begin{cases} \varepsilon_1(E_p \sin \varphi + R_p \sin \psi) = \varepsilon_2 D_p \sin \chi, \\ E_p \cos \varphi - R_p \cos \psi = D_p \cos \chi, \\ \sqrt{\varepsilon_1}(E_p + R_p) = \sqrt{\varepsilon_2} D_p, \end{cases} \begin{cases} E_s + R_s = D_s, \\ \sqrt{\varepsilon_1}(E_s \cos \varphi - R_s \cos \psi) = \sqrt{\varepsilon_2} D_s \cos \chi, \\ \sqrt{\varepsilon_1}(E_s \sin \varphi + R_s \sin \psi) = \sqrt{\varepsilon_2} D_s \sin \chi. \end{cases}$$

т. е.  $R$  и  $D$  суть функции координат и времени, а именно:

$$E = E_0 \sin \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x \sin \varphi + z \cos \varphi}{v_1} \right),$$

$$R = R_0 \sin \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x \sin \psi + z \cos \psi}{v_1} \right),$$

$$D = D_0 \sin \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x \sin \chi + z \cos \chi}{v_2} \right).$$

Так как при  $z = 0$  условия на границе должны соблюдаться при любом  $x$ , то должно быть  $\frac{\sin \varphi}{v_1} = \frac{\sin \psi}{v_1} = \frac{\sin \chi}{v_2}$ , т. е.

$$\psi = \varphi - \text{закон отражения,}$$

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \chi} = \frac{v_1}{v_2} - \text{закон преломления.}$$

Пользуясь этими соотношениями между  $\varphi$ ,  $\psi$  и  $\chi$ , находим из вышеприведенных уравнений формулы Френеля.

172. Вывести формулы Френеля для магнитного вектора и исследовать вопрос о соотношении фаз падающей, отраженной и преломленной волн, в зависимости от показателя преломления и угла падения.

173. Найти из формулы Френеля амплитуду отраженной и проходящей волны при *нормальном* падении.

Указание: Раскрыть тригонометрические выражения, ввести  $n = \frac{\sin \varphi}{\sin \chi}$  и перейти к пределу при  $\varphi = \chi = 0$ .

$$\text{Ответ: } R = -E \frac{n-1}{n+1}; \quad D = E \frac{2}{n+1}.$$

174. Вывести выражение для степени поляризации проходящего света при падении под углом Брюстера.

$$\text{Ответ: } \Delta = \frac{4n^2 - (1+n^2)^2}{4n^2 + (1+n^2)^2}.$$

Вычислить степень поляризации при прохождении света под углом Брюстера в воду.

175. Угол между плоскостью колебания поляризованного света и плоскостью падения называется *азимутом* колебания.

Пусть на диэлектрик падает под углом  $\varphi$  плоско-поляризованный свет с азимутом  $\alpha$  так, что  $E_s/E_p = \operatorname{tg} \alpha$ . При отражении и преломлении света произойдет поворот плоскости поляризации.

Объяснить явление и вычислить, пользуясь формулами Френеля, азимут преломленной волны ( $\delta$ ) и азимут отраженной волны ( $\rho$ ).

Ответ:

$$\operatorname{tg} \rho = -\frac{\cos(\varphi - \chi)}{\cos(\varphi + \chi)} \operatorname{tg} \alpha,$$

$$\operatorname{tg} \delta = \cos(\varphi - \chi) \operatorname{tg} \alpha.$$

Какой смысл имеет знак в выражении азимута?

176. Определить степень поляризации света при прохождении под углом Брюстера через стопу из пяти стеклянных пластинок, показатель преломления которых равен 1,5.

177. Показать с помощью формул Френеля, что плотность лучистой энергии  $u$  (энергия единицы объема) пропорциональна квадрату показателя преломления среды.

Указание: Среда принимается недиспергирующей, так что групповая скорость (скорость энергии) совпадает с фазовой. Поток энергии сквозь площадку  $F$ , составляющую угол  $\alpha$  со скоростью распространения энергии  $c$ , есть  $W = F \cdot c \cdot \cos \alpha \cdot u$ . Плотность энергии пропорциональна квадрату амплитуды, так что  $W_e = F \cdot c \cdot \cos \alpha \cdot kE^2$  и  $W_r = F \cdot c \cdot \cos \alpha \cdot kR^2$ .

При прохождении через границу имеем поток во второй среде

$$W_d = W_e - W_r.$$

Расчет особенно прост для нормального падения, а именно:

$$W_d = W_e - W_r = FckE^2 - FckR^2 = FckE^2 \left(1 - \frac{R^2}{E^2}\right).$$

Применяя формулы Френеля для нормального падения, найдем:

$$W_d = F \cdot ckD^2n = F \cdot \frac{c}{n} u_a, \quad \text{т. е. } u_d = kD^2n^2.$$

178. Показать с помощью формул Френеля, что поток падающей энергии равен сумме потоков отраженной и преломленной (закон сохранения энергии).

Указание: Пользуясь результатами упражнения 177, рассмотреть наклонное падение отдельно для  $s$ -компоненты и для  $p$ -компоненты, приняв во внимание сечение падающего, отраженного и преломленного потоков.

179. Рассчитать толщину и показатель преломления поверхностного слоя на стекле ( $n = 1,5$ ), сильно снижающего отражение для лучей  $\lambda = 6000 \text{ \AA}$  при нормальном падении.

Указание: Интенсивности лучей, отраженных от верхней и нижней границ, должны быть близки между собой; разность хода должна составлять  $\frac{\lambda}{2}$ .

Ответ:  $n \approx 1,2$ ;  $d = 1250 \text{ \AA}$ .

180. Введение комплексных величин часто облегчает математическую трактовку вопросов в колебаниях и волнах. В основе лежит формула Эйлера

$$e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi.$$

Действительная и мнимая части этого выражения в отдельности представляют собой тригонометрические функции, имеющие широкое применение в вопросах колебаний. Так как большинство математических операций легче производить с показательными функциями, чем с тригонометрическими, то рационально вести показательным образом: ввести вместо косинуса или синуса показательную функцию, имея в виду использовать в конце концов ее действительную (или мнимую) часть. С этой показательной функцией произвести необходимые вычисления и в конце вернуться, если это необходимо, к тригонометрическим функциям, взяв действительную или мнимую часть.

Если  $\varphi = \omega t$ , то  $e^{i\varphi} = e^{i\omega t}$  может изображать гармоническое колебание с периодом  $T (\omega = 2\pi/T)$ , а  $e^{i(\omega t - kx)}$  — гармоническую волну, идущую вдоль оси  $x$  и обладающую длиной волны  $\lambda (k = 2\pi/\lambda)$ .

Выражение  $z = C \cdot e^{i\omega t} = C \cos \omega t + iC \sin \omega t$  изображает «колебание» с амплитудой  $C$ .

а) Величина  $C$  может быть комплексной. В таком случае введение ее учитывает начальную фазу нашего колебания. Действительно, если  $C = a + bi$ , то можно представить  $C = r e^{i\delta}$ , т. е.  $z = r e^{i(\omega t + \delta)}$ , где  $r$  — обычная (действительная) амплитуда, а  $\delta$  — начальная фаза. При этом

$$a = r \cos \delta, \quad b = r \sin \delta,$$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad \operatorname{tg} \delta = \frac{b}{a}.$$

б) Если  $C = a + ib$  — комплексное число, то сопряженное ему число  $C^* = a - ib$ . Показать, что квадрат действительной амплитуды  $r^2$  (интенсивность) равняется произведению комплексной амплитуды ( $C$ ) на сопряженную с ней ( $C^*$ )

$$C \cdot C^* = (a + ib)(a - ib) = a^2 + b^2 = r^2.$$

в) Пусть «комплексная» амплитуда  $C$  имеет вид

$$C = \frac{a + ib}{A + iB}.$$

Показать, что действительная амплитуда  $r = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{A^2 + B^2}}$ , а фаза  $\delta$  определяется соотношением

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{bA - aB}{aA + bB}.$$

г) Показать, что если  $C = \frac{a + ib}{a - ib}$ , то  $r = 1$ ;  $\operatorname{tg} \frac{\delta}{2} = \frac{b}{a}$ .

181. Показатель преломления алмаза равен 2,42, анатаса — 2,535 (для обыкновенного луча). Можно ли при однократном полном внутреннем отражении на этих материалах осуществить круговую поляризацию света? Рассчитать необходимую форму куска и дать полную схему опыта (пренебрегая двойным лучепреломлением).

Ответ: Для анатаса  $\varphi_1 = 27^\circ,5$  и  $\varphi_2 = 37^\circ,0$ ,  
для алмаза  $\varphi_1 = \varphi_2 = 32^\circ,7$ .

182. Если опыт Мандельштама — Зелени производить с широко расходящимся пучком, так что углы падения будут больше и меньше предельного, то свет флуоресценции будет иметь различную интенсивность в разных участках пучка. Какие участки будут более интенсивными и почему? (Обратить внимание на толщину флуоресцирующего слоя). Каков предельный угол в случае водного раствора флуоресценции?

183. Показать, что в случае полного внутреннего отражения  $R_p^2 = E_p^2$  и  $R_s^2 = E_s^2$ .

Указание: Использовать указания § 131 и упражнение 180, 6).

184. Показать, что  $\operatorname{tg} \frac{\delta_p}{2} = \frac{\sqrt{\sin^2 \varphi - n^2}}{n^2 \cos \varphi}$  и  $\operatorname{tg} \frac{\delta_s}{2} = \frac{\sqrt{\sin^2 \varphi - n^2}}{\cos \varphi}$

и, следовательно,  $\operatorname{tg} \frac{\delta_p - \delta_s}{2} = \frac{\cos \varphi \sqrt{\sin^2 \varphi - n^2}}{\sin^2 \varphi}$ .

Указание: Придав формулам Френеля вид

$$\frac{R_p}{E_p} = \frac{\sin \varphi \cdot \cos \varphi - \sin \chi \cdot \cos \chi}{\sin \varphi \cdot \cos \varphi + \sin \chi \cdot \cos \chi},$$

$$\frac{R_s}{E_s} = \frac{\sin \varphi \cdot \cos \chi - \sin \chi \cdot \cos \varphi}{\sin \varphi \cdot \cos \chi + \sin \chi \cdot \cos \varphi},$$

использовать указания § 131 и упражнение 180, г).

185. Найти разность фаз ( $\delta_r$ ) падающей на металл и отраженной волны в случае нормального падения.

Указание: Придав выражению (135.3) вид  $a + ib$ , найдем:

$$\operatorname{tg} \delta_r = \frac{b}{a} = \frac{2(n\kappa)}{1 - n^2 - (n\kappa)^2}.$$

186. Найти отношение интенсивностей  $\Delta^2 = \left(\frac{D}{E}\right) \cdot \left(\frac{D}{E}\right)^*$  и разность фаз ( $\delta_\alpha$ ) падающей на металл и проходящей волны в случае нормального падения.

Указание: Используя формулу (128.7), найти  $\frac{D}{E} = \Delta \cdot e^{i\delta_\alpha}$ .

$$\text{Ответ: } \Delta^2 = \frac{4}{(n+1)^2 + n^2\kappa^2}; \quad \operatorname{tg} \delta_\alpha = \frac{n\kappa}{n+1}.$$

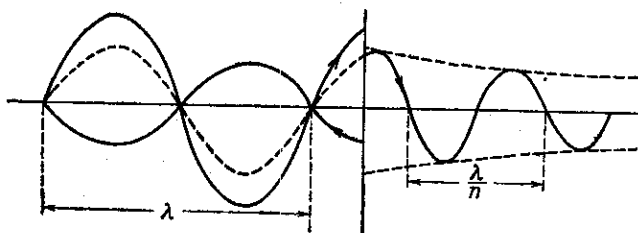


Рис. 476.

187. Составить графики падающей, отраженной и преломленной волн (сдвиг фаз и соотношения амплитуд при нормальном падении для  $n=2$ ,  $(n\kappa)=5$  и для  $n=2$ ,  $(n\kappa)=0,1$ ).

Ответ: Для  $n=2$  и  $(n\kappa)=0,1$  см. рис. 476.

### Анизотропные среды

188. Показать, что скорость фазы вдоль нормали ( $q$ ) и скорость фазы вдоль луча ( $v$ ) в анизотропной среде связаны соотношением  $q = v \cos \alpha$ , где  $\alpha$  — угол между направлением нормали  $N$  и направлением луча  $S$ .

Указание: Построить два положения волновой поверхности, соответствующих двум бесконечно близким моментам времени, и найти из чертежа выражение для  $q$  и  $v$ .

189. Выполнить построение Гюйгенс для различных случаев падения плоской волны на одноосный кристалл: построить направление лучей и нормалей и волновых фронтов обыкновенного и необыкновенного лучей для случаев, когда:

а) волна падает нормально на естественную грань,

б) волна падает нормально и под углом на пластинку, вырезанную перпендикулярно к оптической оси,

в) волна падает нормально и под углом на пластинку, вырезанную параллельно оптической оси и расположенную так, что ось лежит в плоскости падения и перпендикулярно к ней.

Указание: При построении рационально преувеличивать различие в скоростях распространения обыкновенной и необыкновенной волн.

190. Определить число прерываний, осуществляемых установкой Керра, если она питается от генератора частоты  $\nu = 10^7$  гц, дающего амплитуду напряжения 6000 в. Конденсатор Керра имеет длину  $l = 5$  см, расстояние между пластинами 1 мм. В качестве жидкости взят нитробензол ( $B = 2 \cdot 10^{-5}$  CGSE).

Указание: При расчете обратить внимание на то, что система Керра пропускает света всякий раз, когда разность хода лучей в конденсаторе достигает целого числа длин волн.

Ответ:  $1,6 \cdot 10^8$ .

### Молекулярная оптика

191. Каков будет вид интерференционной картины, наблюдаемой в спектрографе, скрещенном с интерферометром Жамена, если в одно из плеч интерферометра введена тонкая стеклянная пластинка?

Как изменится картина при увеличении толщины пластинки? Как изменится картина при употреблении стекла с большей дисперсией? Как изменится картина при переносе пластинки из одного плеча в другое? Как — при помещении одинаковых пластинок в разных плечах?

Указание: Уравнение  $k$ -й полосы при введении в одно плечо пластинки толщиной  $d$  с показателем преломления  $\mu$ , а в другое  $d'$  с показателем преломления  $\mu'$  имеет вид  $y = a \{k\lambda + (\mu - 1)d - (\mu' - 1)d'\}$ , причем  $\mu$  и  $\mu'$  — функции  $\lambda$ .

192. Какой вид будет иметь интерференционная картина (упражнение 191), если в одно плечо введена стеклянная пластина, а в другое — слой паров натрия?

Указание: Обратить внимание на очень быстрое изменение показателя преломления паров натрия вблизи полосы поглощения.

193. Исходя из общей формулы интенсивности рассеянного света, вывести соответствующую формулу для газов, совпадающую с первоначальной формулой Рэлея, согласно которой интенсивность света, рассеянного единицей объема,  $I \sim \frac{(n-1)^2}{\lambda^4 N}$ , где  $n$  — показатель преломления газа и  $N$  — число молекул в единице объема; газ считать идеальным; значение  $n$  соответствует (149.9)

194. Показать, что полное решение уравнения (149.7) с двумя произвольными постоянными имеет вид

$$r = \tilde{c}_1 \sin \omega_0 t + \tilde{c}_2 \cos \omega_0 t + \frac{e}{m} \frac{E_0 \sin \omega t}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

Первые два члена представляют собой *собственные* колебания электрона, третий — *вынужденные*. Так как во всех реальных задачах имеется некоторое, хотя бы слабое затухание, то первые два члена по истечении некоторого времени не будут играть роли (ср. упражнение 195, из которого ясно, что  $\tilde{c} = C e^{-kt}$ ). Поэтому решение задачи можно написать в виде

$$r = \frac{e}{m} E_0 \frac{\sin \omega t}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

195. Найти решение уравнения дисперсии при наличии затухания

$$m\ddot{r} + g\dot{r} + fr = eE_0 \sin \omega t.$$

(Ввести обозначения:  $g = m\gamma$  и  $f = m\omega_0^2$ .) Общее решение имеет вид

$$r = e^{-\frac{\gamma}{2}t} \{c_1 e^{i\omega_1 t} + c_2 e^{-i\omega_1 t}\} + \frac{e}{m} \frac{E_0 e^{i\omega t}}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\gamma},$$

где  $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{\gamma^2}{4}}$  есть «частота» собственного колебания затухающего электрона (практически  $\omega_1 \approx \omega_0$ , ибо  $\frac{\gamma^2}{4} \ll \omega_0^2$ ; так, например, для разреженного пара Na  $\omega_0 = 5 \cdot 10^{14}$ ,  $\gamma = 2,5 \cdot 10^{10}$ ).

а) По истечении какого времени  $t$  амплитуда собственных колебаний для Na уменьшится в 100 раз?

Начиная с того времени, когда можно пренебречь собственными колебаниями, решению можно придать вид

$$r = \frac{e}{m} \cdot \frac{E_0 e^{i\omega t}}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\gamma}.$$

б) Комплексное выражение  $r$  означает, что  $r$  сдвинуто по фазе относительно  $E$ .

Выразить  $r$  в виде  $r = R \cdot e^{i(\omega t + \delta)}$  и определить действительное значение амплитуды  $R$  и сдвиг фазы ( $\delta$ ).

$$\text{Ответ: } R = \frac{e}{m} \frac{E_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \gamma^2}}, \quad \text{tg } \delta = \frac{\omega\gamma}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

Таким образом, сдвиг фазы зависит от затухания  $\gamma$  и частоты  $\omega$ ; кроме того, наблюдается изменение фазы (скачком на  $\pi$ ) при прохождении частоты вынуждающей волны через собственную частоту вибратора ( $\omega = \omega_0$ ).

196. Найти выражение для комплексной диэлектрической постоянной  $\epsilon$ , исходя из комплексного значения для  $r$ .

$$\text{Ответ: } \epsilon = 1 + \frac{4\pi N}{m} \frac{e^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\gamma}.$$

Соответствующий комплексный показатель преломления есть

$$n' = \sqrt{\epsilon} = n(1 - i\kappa),$$

причем мнимая часть его ( $n\kappa$ ) определяет собой поглощение волны, так что

$$S = A_0 e^{-\frac{2\pi}{\lambda_0} n\kappa z} \cdot e^{i2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{zn}{\lambda_0} \right)},$$

т. е. свет распространяется в виде плоской затухающей волны (ср. § 135).

197. Найти выражения для определения  $n$  и  $\kappa$ , исходя из данных упражнения 196.

Указание: Разделить действительную и мнимую части в выражении  $\epsilon = n^2(1 - i\kappa)^2$ .

$$\text{Ответ: } n^2(1 - \gamma^2) = 1 + \frac{4\pi N \frac{e^2}{m} (\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \gamma^2}, \quad 2n^2\gamma = \frac{4\pi N \frac{e^2}{m} \omega \gamma}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \gamma^2},$$

где  $\gamma = \frac{g}{m}$ .

198. Сравнить силы ( $F_E$  и  $F_H$ ), действующие на электрон со стороны электрической и магнитной составляющей световой волны обычной частоты и интенсивности (примем  $\nu = 5 \cdot 10^{14}$ ;  $E = H \approx 1$  абс. ед.).

Указание: Уравнение движения электрона в первом приближении можно писать, не учитывая действия магнитной слагающей поля волны; действительно, расчет, проведенный в этом приближении, покажет, что действие магнитной составляющей ничтожно мало.

$$\text{Ответ: } \frac{F_H}{F_E} \approx \frac{e}{m} \frac{H}{\omega} \approx 10^{-8}.$$

199. Вывести закон поглощения плоской волны (закон Бугера), исходя из предположения, что в слое данной толщины ( $dx$ ) поглощается определенная часть падающего света, т. е. что коэффициент поглощения  $k$  не зависит от интенсивности света (это допущение проверено на опыте в очень широком интервале интенсивностей С. И. Вавиловым).

$$\text{Ответ: } -\frac{dI}{I} = -k dx, \text{ т. е. } I = I_0 e^{-kx}.$$

200. Найти закон силы (зависимость от расстояния  $r$ ), действующей на электрон внутри положительно заряженной сферы (модель Дж. Дж. Томсона), исходя из закона Кулона.

$$\text{Ответ: } F = -fr.$$

201. Если из белого света задержать область лучей около  $\lambda = 5500 \text{ \AA}$ , то оставшийся свет будет иметь фиолетовый оттенок, легко переходящий в красный или синий и потому именуемый чувствительным оттенком.

Бикварц Солейля представляет собой две пластинки правого и левого кварца определенной толщины, сложенные, как показано на рис. 477. Толщина их такова, что в параллельных николях они сообщают белому свету чувствительный оттенок.

а) Рассчитать толщину бикварца и объяснить его действие (при  $\lambda = 5550 \text{ \AA}$   $\alpha = 24^\circ$ ).

б) Какая половина бикварца ( $D$  или  $G$ ) делается синей при введении правого вещества?

Ответ: а) 3,75 мм; б)  $D$  синее,  $G$  краснеет.

202. Параллельный пучок плоско-поляризованных лучей пропускается через высокую трубку, наполненную слегка замутненным раствором сахара.

В случае белого света сбоку наблюдается ряд винтовых линий различной окраски.

а) Объяснить их происхождение.

б) Как зависит величина шага винта от цвета, от концентрации раствора?

в) Определить длину шага для желтых лучей (линия  $D_1$ ) при концентрации раствора тростникового сахара 50 г/л ( $[\alpha_D] = 67^\circ$ ).

Указание: Возможность наблюдать это поляризационное явление без анализирующего николя связана с тем обстоятельством, что в направлении колебания электрического вектора свет не рассеивается.

203. Описать картину, наблюдаемую в основном опыте Араго в белом свете. Как она меняется при вращении поляризатора, анализатора, кварца?

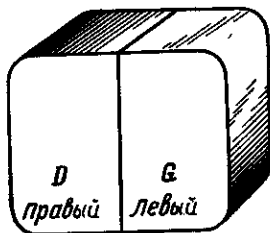


Рис. 477.

204. В кварцевых спектрографах призма вырезается так, чтобы свет в призме шел *вдоль* оптической оси (рис. 478, а). При этом все же наблюдается небольшое раздвоение линий. Для его устранения применяют призму Корню, составленную из двух половин, из правого и левого кварца (рис. 478, б). Объяснить явление и действие призмы Корню.

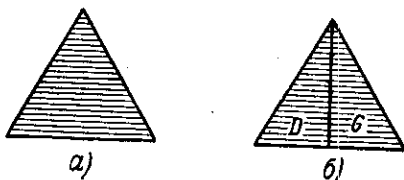


Рис. 478.

205. Указать данные для спектрального аппарата (решетка, пластинка Льюмера — Герке), необходимого для наблюдения эффекта Зеемана в водороде, в поле, равном 10 000 эрстед.

206. Рассмотреть действие электрического поля  $E$  на гармонически колеблющийся электрон. (Для простоты рассмотреть случай, когда направление поля совпадает с направлением колебания.)

*Ответ:* В отсутствие поля  $r = a \cos \omega_0 t$ , где  $\omega_0^2 = f/m$  ( $m$  — масса электрона,  $f$  — постоянная квазиупругой силы).

При наличии поля  $r = \frac{eE}{m\omega_0^2} + b \cos \omega_0 t$ , т. е. гармоническое колебание

с прежней частотой, но относительно нового положения равновесия, смещенного на величину, зависящую от величины наложенного поля.

207. Явление испускания возбужденного атома есть статистический процесс. Это значит, что число атомов, излучающих за время  $dt$ , пропорционально этому промежутку времени ( $dt$ ) и числу наличных возбужденных атомов  $n$ . Коэффициент пропорциональности  $\alpha$  называется *вероятностью процесса*.

а) Определить число возбужденных атомов как функцию времени, полагая, что в начальный момент ( $t = 0$ ) число их равно  $n_0$ .

*Ответ:*  $n = n_0 e^{-\alpha t}$ .

б) Определить среднюю продолжительность возбужденного состояния  $\tau$ . Указание: Число атомов, имеющих продолжительность возбужденного состояния от  $t$  до  $t + dt$ , равно  $n_0 e^{-\alpha t} dt$ ; общая продолжительность жизни этой группы есть  $\int_0^\infty n_0 e^{-\alpha t} dt$ . Средняя продолжительность возбужденного состояния

$$\tau = \frac{\int_0^\infty t n_0 e^{-\alpha t} dt}{n_0} = \frac{1}{\alpha}$$

### Теория излучения

208. Зеленое стекло при комнатной температуре сильно поглощает красные лучи, но не испускает их в заметном количестве. Станет ли это в противоречии с законом Кирхгофа?

*Ответ:* Оно должно излучать не больше, чем черное тело при той же температуре.

209. Суммарное излучение (без разложения по спектру) определяет испускательную способность тела  $E = \int_0^\infty E_\nu d\nu$ .

а) Выразить полный поток энергии, испускаемый поверхностью  $d\sigma$  во все стороны наружу.

*Ответ:*  $E d\sigma$ .



б) Интенсивность излучения ( $K$ ) определяется так же, как в гл. III. Найти связь между  $E$  и  $K$ . Показать, что для случая черного излучения (когда  $K$  не зависит от направления, от  $\varphi$ ) имеем  $\epsilon = \pi K$ .

в) Плотность лучистой энергии  $u$  есть энергия, заключенная в единице объема. Найти связь между  $u$  и  $K$  для вакуума (скорость распространения энергии в вакууме есть  $c$ ), для черного излучения ( $K$  не зависит от направления).

Указание: Интегрирование производить по всем направлениям.

$$\text{Ответ: } u = \int \frac{K d\sigma \cos \varphi d\Omega}{d\sigma \cos \varphi \cdot c} = \frac{4\pi K}{c} = \frac{4\epsilon}{c}.$$

210. Стенки шаровой полости диаметра  $D$  отражают диффузно по закону Ламберта с коэффициентом диффузного отражения  $\rho$ . Каков должен быть диаметр отверстия  $d$ , чтобы полость осуществляла черное тело с точностью до  $0,1\%$ ?

Указание: Падающий поток, равный 1, при диффузном отражении с коэффициентом  $\rho$  превращается в поток  $\rho$ , равномерно распределенный по поверхности сферы диаметра  $D$ .

Ответ: Коэффициент поглощения оболочки

$$A \approx 1 - \rho \frac{\pi d^2}{4\pi D^2} = 0,999; \text{ при } \rho = 0,4 \quad d \approx \frac{D}{10};$$

при  $\rho = 1$  (белая диффузно рассеивающая стенка)  $d \approx \frac{D}{16}$ .

211. Закон Стефана — Больцмана пишут в виде  $\epsilon = \sigma T^4$  или  $u = aT^4$ , где  $u$  — плотность энергии. Определить постоянную  $a$  (численное значение и размерность), зная  $\sigma$ .

$$\text{Ответ: } a = \frac{4\sigma}{c}.$$

212. Объяснить, исходя из закона Кирхгофа, тот факт, что при испускании имеет место частичная поляризация, зависящая от угла испускания.

Указание: При косом падении отражательная способность зависит от характера поляризации; следовательно, и поглощательная способность зависит от угла падения и характера поляризации.

213. Показать, что *любое* вещество (в том числе и газ), имеющее на единицу толщины слоя коэффициент испускания  $E_{\nu, T}$  и коэффициент поглощения  $A_{\nu, T}$ , в бесконечно толстом слое излучает как абсолютно черное тело.

$$\text{Ответ: Полное излучение} = \int_0^{\infty} E e^{-a x} dx = \frac{E}{A} = \epsilon_{\nu, T}$$

214. При изучении закона Стефана — Больцмана измеряется поток, направляемый из отверстия черного тела при помощи линзы  $L$  на термоэлемент. Нагревая термоэлемент вместо излучения током, так чтобы достичь того же стационарного состояния, оценивают количество энергии, приносимой за 1 сек. потоком излучения.

Рассчитать мощность, поглощаемую термоэлементом, если отверстие черного тела есть квадрат со стороной 4 мм, расположенной перпендикулярно к оси линзы. Линза (диаметр 40 мм и фокусное расстояние 40 см) отображает отверстие на термоэлемент в натуральную величину; потери на отражение и поглощение в линзе равны 90%, потери на отражение от термоэлемента — 10%. Температура черного тела  $T = 1000^\circ$  абс.

$$\text{Ответ: } 16,2 \cdot 10^{-4} \text{ вт.}$$

215. Из опыта найден вид функции  $\epsilon_{\nu, T}$  для температуры  $T = 1000^\circ$  абс. Построить график для  $T' = 2000^\circ$  абс.

*Ответ:* Каждая точка первого графика  $(\nu, \epsilon_{\nu, T})$  преобразуется в точку нового графика  $(\nu', \epsilon_{\nu', T'})$  при помощи соотношений

$$\nu' = \nu \frac{T'}{T} \quad \text{и} \quad \epsilon_{\nu', T'} = \epsilon_{\nu, T} \left( \frac{T'}{T} \right)^3.$$

216. Показать, что из закона Вина следует закон Стефана — Больцмана.

*Ответ:*  $\epsilon_{\nu, T} = c \nu^3 f\left(\frac{\nu}{T}\right)$ ,  $\epsilon = \int_0^{\infty} \epsilon_{\nu, T} d\nu = c T^4 \int_0^{\infty} F(\xi) d\xi = \sigma T^4$ , где

$$\sigma = c \int_0^{\infty} F(\xi) d\xi \text{ — постоянная величина.}$$

217. Найти из формулы Планка закон Стефана — Больцмана и вычислить постоянную  $\sigma$ .

Указание:

$$\epsilon = \int_0^{\infty} \epsilon_{\nu, T} d\nu = 1,0823 \frac{12h\pi}{c^2} \left( \frac{kT}{h} \right)^4 = \sigma T^4,$$

где  $\sigma = 1,0823 \frac{12\pi k^4}{c^2 h^3}$ .

При интегрировании использовать соотношение

$$\int_0^{\infty} \nu^3 e^{-n \frac{h}{kT}} \cdot d\nu = 6 \frac{k^4 T^4}{h^4} \frac{1}{n^4}.$$

*Ответ:*  $\sigma = 5,672 \cdot 10^{-12} \text{ вт/см}^2 \cdot \text{град}^4$ .

218. Написать закон излучения Планка для  $\epsilon_{\lambda, T}$ .

$$\text{Ответ: } \epsilon_{\lambda, T} = 2\pi h c^2 \lambda^{-5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1} = c_1 \lambda^{-5} \frac{1}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1},$$

где

$$c_1 = 2\pi h c^2 = 3,740 \cdot 10^{-16} \text{ эрг} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{сек}^{-1},$$

$$c_2 = \frac{hc}{k} = 1,4384 \text{ см} \cdot \text{град}.$$

219. Найти из формулы Планка закон смещения Вина  $T \cdot \lambda_{\text{макс}} = b$  и вычислить постоянную  $b$ .

Указание: Задача сводится к решению трансцендентного уравнения

$$\frac{\xi \cdot e^{\xi}}{e^{\xi} - 1} = 5,$$

корень которого  $\xi_0 = 4,965$ .

$$\text{Ответ: } b = T \lambda_{\text{макс}} = \frac{c \cdot h}{k \xi_0} = 0,2897 \text{ см} \cdot \text{град}.$$

Исходя из формулы Планка, найти  $\lambda^*$ , соответствующее  $\nu_{\text{макс}}$ , и сравнить его с  $\lambda_{\text{макс}}$  закона Вина. Пронести сравнение для  $T = 5000^\circ \text{K}$ .

Указание: Задача сводится к решению трансцендентного уравнения

$$\frac{\xi \cdot e^{\xi}}{e^{\xi} - 1} = 3, \text{ корень которого } \xi_0 = 2,821.$$

Ответ:  $\frac{\lambda^*}{\lambda_{\text{макс}}} = \frac{4,965}{2,821} = 1,759.$

При  $T = 5000^\circ$

$$\lambda_{\text{макс}} = 5790 \text{ \AA} \quad \lambda^* = 10\,190 \text{ \AA} = 1,019 \mu.$$

220. Вин для черного излучения нашел формулу

$$\epsilon_{\lambda, T} = c_1 \lambda^{-5} e^{-\frac{c_2}{\lambda T}}.$$

а) Показать, что для малых длин волн или низких температур (малое  $\lambda T$ ) формулы Вина и Планка совпадают.

б) Определить, для какого значения  $\lambda T$  расхождение формул не превосходит 1%.

Указание: Вычислить таблицу значений  $r = \frac{\epsilon_{\text{Планк}}}{\epsilon_{\text{Вин}}}$  для разных  $\lambda T$ .

Ответ:  $\lambda T = 2000 \quad 2500 \quad 3000 \quad 3500 \quad 4000 \quad 5000 \mu \cdot \text{град}$   
 $r = 1,0008 \quad 1,003 \quad 1,008 \quad 1,017 \quad 1,028 \quad 1,056$

221. Доказать, что показания радиационного термометра не зависят от расстояния до источника, если соблюдены условия, указанные в тексте.

Указание: Вычислить поток, падающий на приемник, и показать, что он равен  $B S \Omega$ , где  $B$  — яркость источника,  $S$  — площадь приемника,  $\Omega$  — телесный угол, определяемый параметрами аппарата.

222. Найти соотношение между истинной температурой  $T$  и радиационной температурой  $T_r$ .

Ответ:  $\mathcal{E}_T = \frac{\sigma T_r^4}{\sigma T^4}$ , т. е.  $T = \frac{1}{\sqrt[4]{\mathcal{E}_T}} \cdot T_r$ .

223. Определить температуру поверхности Солища, зная, что солнечная постоянная равна  $1,95 \frac{\text{кал}}{\text{мин} \cdot \text{см}^2}$ , и принимая, что испускание Солнца близко к черному телу ( $\mathcal{E}_T \approx 1$ ). Радиус Солнца  $r = 6,955 \cdot 10^{10}$  см. Расстояние до Солища  $l = 1,495 \cdot 10^{13}$  см.

Ответ:  $T = 5760^\circ$ .

224. Установить соотношение между истинной и цветовой температурой тела, зная монохроматическую испускательную способность его ( $\mathcal{E}_\lambda$ ) для двух длин волн,  $\lambda_1 = 4700 \text{ \AA}$  и  $\lambda_2 = 6600 \text{ \AA}$ :

$$\mathcal{E}_{\lambda_1} = \frac{E_{\lambda_1, T}}{\epsilon_{\lambda_1, T}}, \quad \mathcal{E}_{\lambda_2} = \frac{E_{\lambda_2, T}}{\epsilon_{\lambda_2, T}}.$$

Цветовая температура  $T_c(\lambda_1, \lambda_2)$  есть приближенно температура черного тела для которого красно-синее отношение равно такому же отношению для измеряемого тела, истинная температура которого есть  $T$ , т. е.

$$\frac{E_{\lambda_1, T}}{E_{\lambda_2, T}} = \frac{\epsilon_{\lambda_1, T_c}}{\epsilon_{\lambda_2, T_c}}.$$

Пользуясь упрощенной формулой Планка (формула Вина), найдем:

$$\frac{1}{T_c} - \frac{1}{T} = \frac{\ln \frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_2}}{c_2 \left( \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right)}.$$

Оценить ошибку, допускаемую при применении формулы Вина для температуры до 1000° К (см. упражнение 221).

225. Вывести соотношение между яркостной и истинной температурой. Указание: Пользуясь упрощенной формулой Планка (формулой Вина), найдем, что

$$\mathcal{E}_\lambda = \frac{B_{\lambda, T}}{B_{\lambda, T^\circ}} = e^{\frac{c_2}{\lambda} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T^\circ} \right)}.$$

$T^\circ$  означает яркость черного тела,  $B$  — яркость изучаемого тела. По определению яркостной температуры  $B_{\lambda, T} = B_{\lambda, T^\circ}$ .

226. Вычислить, как изменяется интенсивность излучения вблизи  $\lambda = 5000 \text{ \AA}$  при изменении температуры от 1000° К до 1100° К. Выразить это возрастание как пропорциональное  $n$ -й степени температуры и определить  $n$ .

Указание: Использовать формулу Вина  $\epsilon_{\lambda, T} = c_1 \lambda^{-5} e^{-\frac{c_2}{\lambda T}}$ ; оценить расхождение с формулой Планка.

Значения постоянных:  $c_1 = 3,70 \cdot 10^{-12} \text{ вт} \cdot \text{см}^2$ ,  $c_2 = 14380 \text{ м} \cdot \text{град}$ .

Ответ:  $n \approx 30$ .

227. Проверить расчетом, что яркость желтого излучения черного тела возрастает вдвое при изменении температуры с 1800° К до 1875° К.

228. Вывод формулы Планка по Эйнштейну. Система состоит из атомов, могущих находиться в состояниях, характеризующихся значениями энергии  $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \mathcal{E}_n, \dots, \mathcal{E}_m$  и т. д. и подчиняющихся следующим условиям.

а) Относительное число атомов в различных энергетических состояниях при температуре  $T$  определяется статистической формулой Больцмана:

$$N_m = N_0 e^{-\frac{\mathcal{E}_m}{kT}},$$

$$N_n = N_0 e^{-\frac{\mathcal{E}_n}{kT}}.$$

б) При переходе из состояния с энергией  $\mathcal{E}_m$  в состояние с энергией  $\mathcal{E}_n$  атом излучает свет частоты  $\nu_{mn}$ , определяемой условием  $\mathcal{E}_m - \mathcal{E}_n = h\nu_{mn}$ .

в) Вероятность самопроизвольного перехода от состояния  $\mathcal{E}_m$  в состояние  $\mathcal{E}_n$  есть  $A_m^n$ , т. е. за время  $dt$  происходят самопроизвольные переходы,

число которых есть  $N_0 e^{-\frac{\mathcal{E}_m}{kT}} A_m^n dt$ .

г) Под влиянием излучения частоты  $\nu_{mn}$ , имеющего плотность  $u_{mn}$ , происходят переходы двух родов: 1) сопровождающиеся поглощением, т. е. переходы из состояния  $\mathcal{E}_n$  в состояние  $\mathcal{E}_m$ ; вероятность этих переходов есть  $B_n^m$ ; 2) сопровождающиеся испусканием (вынужденное испускание), т. е. переходы из состояния  $\mathcal{E}_m$  в  $\mathcal{E}_n$  с вероятностью  $B_m^n$ . Число переходов как первых, так и вторых пропорционально плотности вынуждающего излучения  $u_{mn}$ .

Итак, за время  $dt$  число вынужденных переходов

$$\text{из } \mathcal{E}_m \text{ в } \mathcal{E}_n \text{ есть } N_0 e^{-\frac{\mathcal{E}_m}{kT}} B_m^n u_{mn} dt,$$

$$\text{из } \mathcal{E}_n \text{ в } \mathcal{E}_m \text{ есть } N_0 e^{-\frac{\mathcal{E}_n}{kT}} B_n^m u_{nm} dt.$$

Условие стационарности

$$N_0 e^{-\frac{\mathcal{E}_m}{kT}} A_m^n dt + N_0 e^{-\frac{\mathcal{E}_m}{kT}} B_m^n u_{mn} dt = N_0 e^{-\frac{\mathcal{E}_n}{kT}} B_n^m u_{nm} dt,$$

$$u_{mn} = \frac{A_m^n e^{-\frac{\mathcal{E}_m}{kT}}}{B_n^m e^{-\frac{\mathcal{E}_n}{kT}} - B_m^n e^{-\frac{\mathcal{E}_m}{kT}}}.$$

При  $T \rightarrow \infty$   $u_{mn} \rightarrow \infty$ . Отсюда  $B_m^n = B_n^m$ , т. е.  $u_{mn} = \frac{A_m^n / B_m^n}{e^{\frac{\mathcal{E}_m}{kT}} - 1}$  (для про-

стоты пишем  $\nu$  вместо  $\nu_{mn}$ ). По закону Вина  $u_{mn} \approx \nu^3 q \left( \frac{\nu}{T} \right)$ , т. е.  $A_m^n / B_m^n = \alpha \nu^3$ , где  $\alpha$  — коэффициент, не зависящий ни от  $\nu$ , ни от  $T$ . Итак,

$$u_{mn} = \frac{\alpha \nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \quad (1)$$

При  $\frac{\nu}{T} \rightarrow 0$  формула (1) должна дать для плотности классическое выражение, т. е.

$$u_{mn} \rightarrow \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT, \quad \text{т. е. } \alpha = \frac{8\pi h}{c^3}.$$

Итак,

$$u_{mn} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}.$$

Так как

$$\epsilon_{mn} = \frac{c}{4} u_{mn}$$

(см. упражнение 211), то

$$\epsilon_{mn} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

— формула Планка.

В этом выводе введены новые плодотворные понятия: вероятность самопроизвольного перехода, вероятность вынужденного перехода (под действием поля излучения). Благодаря этому оказывается возможным связать эти вероятности с интенсивностью линий, испускаемых атомом.

229. Вероятность излучения показывает, какая часть из числа имеющихся налицо возбужденных атомов  $n$  испустит свет за время  $dt$ . Если число таких атомов обозначить через  $dn$ , то вероятность  $\alpha$ , по определению, есть

$\alpha = -\frac{dn}{n dt}$  или  $dn = -\alpha n \cdot dt$ , причем знак  $-$  (минус) означает, что за время  $dt$  число возбужденных атомов уменьшается на  $dn$  (высвечивается).

1) Исходя из данного определения вероятности высвечивания, найти закон изменения числа возбужденных атомов с течением времени.

*Ответ:* Из уравнения  $dn = -\alpha n dt$  следует, что  $n = n_0 e^{-\alpha t}$ , где  $n_0$  — число возбужденных атомов в начальный момент ( $t = 0$ ).

2) Зная закон высвечивания, определить среднее время жизни возбужден-

ного атома. Среднее время жизни есть  $\tau = \frac{1}{n_0} \int_0^{\infty} \alpha n_0 t e^{-\alpha t} dt$ .

*Ответ:*  $\tau = 1/\alpha$ .

### Люминесценция

230. Воспользовавшись данными таблицы § 199 (стр. 617), построить график (199.5), отложив по оси абсцисс  $N$ , по оси ординат  $1/m^2$  в подходящем масштабе. Какой вид будет иметь график? Определить при его помощи  $n$  и  $R$ .

*Ответ:* График — прямая линия,  $n = 2$ ,  $R = 109\,700$ .

231. Вычислить энергию электрона, обращающегося около протона по круговой орбите радиуса  $a$ .

*Ответ:*  $E = -\frac{e^2}{2a}$ .

Объяснить смысл отрицательного значения энергии.

232. Вывести выражение для частоты обращения электрона по круговой орбите около протона

$$\omega^2 = \left(\frac{1}{T}\right)^2 = \frac{2E^3}{\pi^2 \mu e^4}.$$

Используя для энергии состояния выражения  $E_n = \frac{hRc}{n^2}$ , вычислить частоту обращения электрона на 2-й и 3-й орбитах и сравнить с частотой, соответствующей по теории Бора переходу с 3-й орбиты на 2-ю.

233. Рассчитать потенциал возбуждения атома натрия, испускающего длину волны  $\lambda = 5890 \text{ \AA}$ .

234. Какова температура одноатомного газа, средняя кинетическая энергия молекул которого достаточна для возбуждения атома ртути к испускаемой второй резонансной линии ( $\lambda = 1850 \text{ \AA}$ )?

## ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Аберрация продольная 239
  - света 344, 370
  - сферическая 226
  - хроматическая 236
- Абсолютно черное тело 590, 593
- Абсорбция света 486
- Адаптация 581
- Аккомодация глаза 247
- Амплитуда волны 29
- Анализ люминесцентный 689
- Анализатор полутеневого 519
- Анизотропия искусственная 450
- Антистоксовская область 676
- Апертура 277
  - интерференции 69
  - перекрывающихся лучей 68
- Апертурная диафрагма 243
- Апертурный угол 245
- Апланатизм 233
- Апостильб 52
- Апохромат 240
- Астигматизм 232
- Ахроматизация линз 240
  
- Баллистическая гипотеза 376
- Бизеркала Френеля 67, 73
- Бикварц 520, 744
- Билинга Бийе 68
- Бипризма Френеля 74
  
- Вектор Умова — Пойнтинга 37
- Вещества естественно-активные 516
- Взаимосвязь массы и энергии 393, 551
- Вина закон смещения 597
- Виньетирование 245
- Возбуждение ступенчатое 646
- Волна бегущая 36—37
  - монохроматическая 30, 64
  - плоская 40
  - стоячая 88
  - сферическая 39
- Волновое число 29, 617
- Вращение плоскости поляризации 515
  - удельное 522
  
- Вторичный спектр 240
- Входное окно (люк) 246
- Входной зрачок 243
- Высвечивание 689
- Выход люминесценции 679
- Выходной зрачок 243
  
- Главное сечение (главная плоскость) кристалла 305
  - — призмы 237
- Главные плоскости оптической системы 211, 220, 222
  - точки оптической системы 220
- Глаз приведенный 249
- Глаза желтое пятно 579
  - сетчатая оболочка 560, 579
  - «центральная ямка» 579
- Глубина оптической системы 224
- Граничная частота фотоэффекта 547
- Группа волн 353
  
- Давление света 565
  - —, опыты Лебедева 567
- Двойное лучепреломление 46, 303, 453
- Диафрагма апертурная 243
  - поля зрения 245
- Диалометр интерференционный 123
- Дисперсионная область 178
- Дисперсия 462 и д.
  - аномальная 466
  - вращательная 517, 521
  - относительная 237
  - реитгеновских лучей 485
  - спектрального аппарата 173
  - — — линейная 174
  - — — угловая 174
  - средняя 237
  - теория 470 и д.
- Дисторсия изображений 232
- Дифракционная решетка 160, 185
- Дифракция 125 и д.
  - в параллельных лучах 143 и д.
  - на круглом отверстии 134
  - — щели 136

- Дифракция на круглом экране 135  
— в ультразвуке 192  
Дихронизм 310  
Дихронические пластинки 309  
Длина волны 29  
Длительность возбужденного состояния 647  
— фотолюминесценции 680  
Доплера явление 356 и д., 387, 563  
— — в акустике 357  
— — в оптике 361
- Естественная ширина спектральных линий 494  
Естественно-активные вещества 516
- Закон Беера 489  
— Брюстера 299, 408  
— Бугера 489  
— Кирхгофа 590, 642  
— Ламберта 46  
— Малюса 301  
— независимости световых пучков 14, 61  
— отражения света 15  
— преломления света 15  
— прямолинейного распространения света 13, 125  
— Рэлея 500, 507  
— смещения (Винна) 597  
— Стефана — Больцмана 595  
Законы фотохимии 572  
— фотоэффекта 543  
Зеемана — эффект 529 и д.  
— — аномальный 535  
— — обратный 536  
Зеркало Ллойда 74  
Зональная пластинка 130  
Зоны Френеля 128  
Зрительный пурпур 580
- Излучение резонансное 644  
— тепловое 583  
— Черенкова 684  
Изображение действительное 206  
— мнимое 207  
— скрытое (латентное) 576  
— стигматическое (точечное) 202  
Изохроматы 450  
Иммерсионные системы 253, 278  
Инвариант Аббе 206  
Индикатриса рассеяния 501  
Интенсивность светового потока 48  
Интерференционные рефрактометры 124  
Интерференция волн 63
- Интерферометр Жамена 105  
— Линника 123  
— Майкельсона 109  
— Рэлея 156  
Инфракрасные лучи 323 и д.  
Испускательная способность 589  
Источник точечный 41, 45  
Источники счета 607
- Кардинальные плоскости оптической системы 223  
— точки оптической системы 223  
Катодолуминесценция 584  
Каустическая кривая 226  
— поверхность 226  
Квантовое число главное 657  
— — магнитное 641, 662  
— — побочное 661  
Кванты света (фотоны) 512, 546, 548, 551, 563, 569  
Керра явление 453  
Кирхгофа закон 590, 642  
Когерентность 61 и д.  
Кольца Ньютона 99  
Кома 229  
Комбинационный принцип Ритца 621  
Компенсаторы 320, 519  
Комптона эффект 559 и д.  
Контракционная гипотеза 377  
Концевые меры 121  
Концентрационное тушение 679  
Коэффициент поляризуемости 498  
«Красная граница фотоэффекта» 547, 552  
Кривая видности 49  
Кристалл двусный 306, 435  
— левовращающий 518  
— одноосный 435  
— отрицательный 307  
— положительный 307  
— правовращающий 518  
Критерий длительности 684  
— Рэлея 175, 271  
Критическая опалесценция 502  
Кружок Ландольта 250  
— наименьшего рассеяния 227  
Кубик Люммера 56  
Купрокс 556
- Ламберт 52  
Лебедева опыты 567  
Линейчатые спектры 612  
Линза рассеивающая (отрицательная) 216  
— собирательная (положительная) 216  
— тонкая 212



Линия равного наклона 102  
 Ломоносова «ночезрительная труба»  
   264  
   — телескоп 257  
   — теория цветного зрения 582  
 Луна 251  
 Луч главный 245  
   — необыкновенный 304, 442  
   — обыкновенный 304, 442  
   — световой 196  
 Лучи меридиональные 229  
   — сагитальные 229  
 Люкс 52  
 Люксметр ГОИ 58  
 Люмен 51  
 Люминесцентный анализ 689  
 Люминесценция 683  
   — сенсibilизированная 678  
 Люминофор 610  
  
 Метод вращающегося зеркала 348  
   — гашения 60  
   — затемненного поля 285  
   — качающегося кристалла 334  
   — «крюков» 469  
   — прерываний 347  
   — скрещенных фильтров 675  
   — скintилляций 623  
   — фазового контраста 285  
   — широкого пучка 334  
 Механика релятивистская 391  
 Механический эквивалент света 53  
 Микроинтерферометр Линника 123  
 Микроскоп 252  
   — электронный 280  
 Модель атома векторная 657 и д.  
   — — Резерфорда 624  
   — — Томсона Дж. Дж. 621  
 Молекулярные спектры 667 и д.  
 Мультиплеты 535  
  
 Нормаль первого рода 120  
 «Ночезрительная труба» Ломоносова  
   264  
  
 Область антистоксовская 676  
 Обратимость световых лучей 203  
 Обращение спектральных линий 614  
 Оптическая длина пути 85  
   — ось главная 214, 219  
   — — кристалла 305  
   — пирометрия 602 и д.  
   — сила 218  
   — система идеальная 218  
   — — центрированная 212  
 Оптические оси кристалла второго  
 рода 435

Оптические оси кристалла первого  
 рода 432  
   — электроны 473  
 Оптический центр линзы 213  
 Опыты Белопольского 363  
   — Лебедева 567  
   — Майкельсона 374  
   — Резерфорда 622  
   — Столетова 542  
   — Физо 368  
   — Франка и Герца 636  
   — Эри 370  
 Освещенность 44  
 Ось линзы главная 214  
   — — побочная 214  
 Относительное отверстие 247  
 Очки 218  
  
 Параллелепипед Френеля 416  
 Пашена — Бака эффект 666  
 Период волны 30  
 Пирометр радиационный 602  
   — с исчезающей нитью 605  
 Пирометрия оптическая 602 и д.  
 Планка формула излучения 601  
 Пластика Люмера — Герке 116  
 Плеохроизм 310  
 Плитки Иогансона 121  
 Плоскость колебаний 297  
   — поляризации 297  
 Поверхность волновая 202  
   — нормалей 432  
   — световой волны (лучевая) 432  
 Поглощательная способность 590  
 Поглощение света 486 и д.  
 Полимеризация 571  
 Полное внутреннее отражение 412  
 Полосатые спектры 667 и д.  
 Полосы равной толщины 97  
 Полутеневой анализатор 519  
 Полуширина спектральной линии 493  
 Поляризация волн 41  
   — круговая 312 и д.  
   — эллиптическая 312 и д.  
 Поляриметр 522  
 Поляроид 310  
 Порядок интерференции 71  
 Постоянная Верде 528  
   — вращения 521  
   — Керра 455  
   — Планка 512, 547, 549  
 Построение Гюйгенса 438  
 Постулаты Бора 629  
 Поток лучистой энергии 42  
 Правило зеркальной симметрии 676  
   — Прево 585  
   — Стокса 676

- Приведенный глаз 249  
Призма ахроматическая 238  
— двоякопреломляющая 309  
— обратная 413  
— поворачивающая 413  
— поляризационная 307  
— Френеля 523  
Принцип взаимности 203  
— Гюйгенса 19, 125  
— Гюйгенса — Френеля 126 н д., 140 и д.  
— относительности 377  
— — в механике 365  
— Паули 658, 663  
— суперпозиции 31  
— Ферма 198 н д.  
Пучок лучей гомоцентрический 202  
— — параксиальный 206
- Работа выхода 546  
Радиационная температура 602  
Радиационный пирометр 602  
Разность хода 65  
Разрешающая сила 270  
— — микроскопа 272 н д.  
— — хроматическая 289 н д.  
— способность 176  
Рассеяние света 189, 456 н д.  
— — комбинационное 510  
— — молекулярное 502  
Рентгеновские лучи 326 н д.  
— — жесткость 328, 330  
— — характеристические 336  
Реплики 167  
Рефрактометр Аббе — Пульфриха 414  
Рефракция вещества атомная 482  
— — молекулярная 482  
— — удельная 482  
Решетка дифракционная 160 н д., 181 н д.  
Ридберга постоянная 617, 631, 634  
Рэлея — Джинса формула излучения 600
- Сахариметр 522  
Сахариметрия 505, 522  
Свет естественный 81, 295, 302, 316  
— поляризованный 81, 295, 302  
— частично поляризованный 302  
Светимость 47  
— энергетическая 588  
Световой эталон 50  
Светосила объективная 247  
Свеча международная 51  
— новая 51  
Селективный фотоэффект 552  
Сенсибилизация 574, 577
- Сенсибилизированная люминесценция 678  
Серия Бальмера 617  
— Брэггера 599, 619  
— Лаймана 618  
— Пашена 598, 619  
— Пфуида 599, 619  
Сетчатая оболочка глаза 579  
Сила света 42  
— — истинная 43  
— — сферическая 43  
Сингулетные линии 535  
Скорости света определеине 341—351  
Скорость света групповая 351  
— — фазовая 351  
Скрытое (латентное) изображение 576  
Сопряженные лучи 202  
— плоскости 210  
— точки 219  
Спектр вспышек 614  
— вторичный 240  
— дуговой 635  
— ионизованных атомов 633  
— искровой 635  
— линейчатый 612  
— молекулярный 667 н д.  
— поглощения 614  
— полосатый 612, 667 н д.  
— рентгеновский 650  
— сложных атомов 656  
Спектральные закономерности 616 н д.  
Спектральный анализ 615 н д.  
Спин 662  
Спираль Корню 138  
Способность испускательная 589  
— поглощательная 590  
Среда анизотропная 424  
— диспергирующая 31  
— идеально-рассеивающая 46  
— мутная 189, 500  
Стефана — Больцмана закон 595  
Стальб 52  
Стокса правило 585, 676  
Стопа 300  
Стоячие световые волны 90 н д.
- Таутохронизм 84  
Телескоп Ломоносова 257  
— Макутова 258  
— Ньютона 257  
Температура радиационная 602  
— цветовая 604  
— яркостная 605  
Температурное излучение 585.  
Теорема Лагранжа — Гельмгольца 212

- Теория неподвижного эфира 373  
 — увлекаемого эфира 373  
 — цветного зрения Ломоносова 582  
 Тепловое излучение 583 и д.  
 Тиндала явление 500  
 Точка ближняя 248  
 — дальняя 248  
 Труба зрительная 254  
 Тушение концентрационное 679  
 — люминесценции 678  
 — свечения 645  
 Увеличение линейное 210  
 — оптического инструмента 251  
 — поперечное 210  
 — продольное 224  
 — угловое 221  
 Угол схождения лучей 69  
 Узловые плоскости оптической системы 222  
 Узлы оптической системы 222  
 Ультрамикроскопия 285  
 Ультрафиолетовые лучи 323 и д.  
 Уравнение Эйнштейна 546  
 Условие синусов 234  
 Фаза волны 30  
 Фазовая пластинка 289  
 — решетка 169  
 — скорость 31  
 Физиологический предельный угол 250  
 Флуоресценция 673, 680  
 — резонансная 644  
 — рентгеновская 550  
 Флуорометр 681, 682  
 Фокальная плоскость 215, 219  
 Фокусное расстояние 207  
 — линзы 215  
 Формула излучения Планка 601  
 — — Рэлея — Джинса 600  
 Формулы преобразования Галилея 365  
 — — теории относительности 381  
 — Френеля 401, 406  
 Фосфоресценция 680  
 Фосфороскоп 680  
 Фосфоры кристаллические 688  
 Фот 51  
 Фотография 575 и д.  
 Фотолюминесценция 583, 673 и д.  
 Фотометр 54  
 — интегральный (шаровой) 59  
 — Люммера — Бродхуна 56  
 Фотоны (кванты света) 512, 546, 548,  
 551, 563, 569  
 Фотоумножители 558  
 Фотохимическая теория зрения  
 578—582  
 Фотохимия 572 и д.  
 Фотоэлементы полупроводниковые  
 556  
 Фотоэффект 541 и д.  
 — в полупроводниках 555 и д.  
 — селективный 552  
 Фотоэффекта законы 543  
 Фронт волны 39  
 Характеристика фототока 544  
 Хемилюминесценция 583  
 Цвета кристаллических пластинок 445  
 — тонких пластинок 94  
 Цветовая температура 604  
 Частота круговая 30  
 Черенкова излучение 684  
 Число Аббе 237  
 Числовая апертура объектива 274  
 Ширина полос интерференции 72  
 — — — угловая 72  
 Шкала электромагнитных волн 339  
 Штарка эффект 538 и д.  
 Эйнштейна уравнение 546  
 Электролюминесценция 584  
 Энантиоморфия 525  
 Энергетическая светимость 588  
 — яркость 588  
 Эпидиаскоп 260  
 Эталон Фабри — Перо 113  
 Эшелон Майкельсона 170  
 Юнга расположение 76  
 Яркостная температура 605  
 Яркость источника 45  
 — светового потока 48  
 — энергетическая 588

## ИМЕННОЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Аббе (Abbe Ernst, 1840—1905) 123, 234, 237, 240, 275, 414  
 Абрагам (Abraham H.) 459  
 Авогадро (1776—1856) 505  
 Айвс (Ives H. E.) 92, 389  
 Альгазен (Альхайтам) 15  
 Ангстрем (Angström K., 1857—1910) 166  
 Араго (Arago Dominique Francois Jean, 1786—1853) 20, 311, 294, 347, 447, 436  
 Аристотель (384—322 до нашей эры) 15  
 Аркадьев Владимир Константинович (1884—1953) 197  
 Аркадьева — Глаголева Александра Андреевна (1884—1945) 325  
 Бабиня (Babinet Jaque, 1794—1872) 415  
 Бак 666  
 Бальмер (Belmer J. J., 1825—1898) 617  
 Бартолин (Bartolinus Erasmus, 1625—1698) 18, 294  
 Беккерель Ж. (Becquerel Jean) 537  
 Беккерель Э. (Becquerel Edmond Alexandre, 1820—1891) 681  
 Белопольский А. А. (1854—1934) 363  
 Бер (Beer August, 1825—1863) 438  
 Бийе 69  
 Бюно (Bюно Jean Baptiste, 1774—1862) 310  
 Больцман (Boltzman Ludwig, 1844—1906) 595, 600  
 Бор (Bohr Niels, род. 1885) 627  
 Борн (Born Max, род. 1882) 457, 526  
 Боте 550  
 Брайлей (Bradlay James, 1692—1762) 343  
 Бродхун 57  
 Брэгг У. Г. (Bragg William Henry, 1862—1942) 334  
 Брэккет (Brackett F. C.) 619  
 Брюстер (Brewster David, 1781—1868) 404, 409, 436  
 Бугер (Bouguer Pierre, 1698—1758) 488  
 Бунзен (Bunsen Robert William, 1811—1899) 572  
 Бюиссон (Buisson H.) 364  
 Вавилов Сергей Иванович (1891—1951) 60, 82, 318, 488, 610, 679, 684  
 Варбург (Warburg Emil, 1846—1931) 573  
 Вебер (Weber Wilhelm Eduard, 1804—1878) 21  
 Верде (Verdet M. E., 1824—1866) 527  
 Вин (Wien Wilhelm, 1864—1928) 494, 597  
 Вйнер (Wiener Otto, 1862—1927) 90  
 Волластон (Wollaston William Hyde, 1766—1828) 309, 323  
 Вуд (Wood Robert, 1868—1955) 644  
 Вульф (1863—1925) 334  
 Гавиола (Gaviola E.) 681  
 Галилей (Galilei Galileo, 1564—1642) 342, 379  
 Гальвакс (Hallwachs W., 1859—1922) 542  
 Гамильтон (Hamilton William Rowan, 1805—1865) 281  
 Гаусс К. (Gauss Karl Friedrich, 1777—1855) 218  
 Гельмгольц (Helmholtz Hermann Ludwig, 1821—1894) 210, 582  
 Герарат (Herapath William Bird) 310  
 Герасимов 167  
 Герке (Gehrke E.) 116  
 Герлах (Gerlach Walter) 568  
 Гертц Г. (Hertz Heinrich, 1837—1894) 21, 368, 542  
 Гертц Г. (Hertz G.) 636  
 Гершель (Herschel William Friedrich, 1738—1822) 257, 323  
 Голицын Борис Борисович (1862—1919) 360  
 Гольдгаммер Дмитрий Александрович 331

- Гримальди (Grimaldi Francesco Maria, 1618—1663) 18, 77  
 Гросс (Gross G.) 417  
 Гук (Hooke Robert, 1635—1703) 18  
 Гульстранд (Gullstrand Alfvär, 1862—1930) 249  
 Гюйгенс (Huyghens Christian, 1629—1695) 16, 126, 427  
 Дебай (Debye Peter, род. 1884) 335  
 Де-Бройль см. Бройль 281  
 Девиссон (Davisson C.) 284  
 Декарт (Descartes René, 1596—1650) 15  
 Делиль 136  
 Джермер (Germer L. H.) 284  
 Джинс (Jeans James H.) 600  
 Допплер (Doppler Christian, 1803—1853) 356—365, 387, 563  
 Друде (Drude Paul, 1863—1906) 90, 422, 521  
 Дуан (Doan R. L.) 169  
 Евклид (330—270 до н. э.) 15  
 Жамен (Jamin Jules Celestin, 1818—1886) 105, 468  
 Зеебек (Seebeck A., 1805—1849) 310, 451  
 Зеeman (Zeeman Pieter, 1865—1943) 529  
 Зелени (Selenui P.) 417  
 Зельмейер (Sellmeyer W.) 471  
 Зоммерфельд (Sommerfeld Arnold) 142  
 Иоффе Абрам Федорович (род. 1880) 550  
 Капица Петр Леонидович (род. 1894) 533  
 Кассегрен 258  
 Квинке (Quinke G., 1834—1924) 417  
 Кеплер (Kepler Johannes, 1571—1630) 565  
 Керр (Kerr John, 1824—1904) 453  
 Кирхгоф (Kirchhoff Gustav Robert, 1824—1887) 142, 587  
 Кольрауш (Kohlrusch Friedrich, 1840—1910) 21  
 Комптон (Compton Arthur) 169, 559  
 Корню (Cornu A., 1841—1902) 138, 348, 363  
 Коссель (Kossel Walter) 653  
 Коттон (Cotton Aimé) 460  
 Коши (Cauchy Augustin Louis, 1789—1857) 470  
 Крукс (Crookes William, 1832—1919) 566  
 Кубецкий 558  
 Кундт (Kundt August, 1839—1894) 466  
 Лагранж (Lagrange Joseph Louis, 1736—1813) 210  
 Ладенбург (Ladenburg Rudolf) 484  
 Лайман (Lyman Theodore) 619  
 Ламберт (Lambert Johann Heinrich, 1728—1777) 47  
 Ланглей (Langley W. A., 1834—1906) 363  
 Ландольт 250  
 Ландсберг Григорий Самунлович (1890—1957) 506, 510  
 Ланжевен (Langevin Paul, 1872—1946) 457  
 Лауэ (Lvae Max, род. 1873) 192, 332  
 Лебедев Петр Николаевич (1866—1912) 24, 325, 567  
 Левитская Мария Афанасьевна 325  
 Лемуан (Lemoine J.) 459  
 Ленард (Lenard Philipp) 543, 622  
 Леру (Le-Roux F. P., 1832—1907) 463  
 Линник Владимир Павлович (род. 1889) 110, 122  
 Липпман (Lippman Gabriel, 1845—1921) 93  
 Ллойд (Lloyd H.) 75  
 Ломоносов М. В. (1711—1765) 22, 257, 264  
 Лорентц Г. (Lorentz Hendrik Antoon, 1853—1928) 23, 373, 383, 481, 531  
 Лоренц Л. (Lorenz L.) 481  
 Ло-Сурдо 540  
 Лукирский Петр Иванович (1894—1954) 547  
 Луммер (Lummer Otto, 1860—1925) 56, 116  
 Лэнгмюр (Langmuir Irving, род. 1881) 609  
 Майкельсон (Michelson Albert Abraham, 1852—1931) 109, 118, 120, 158, 170, 349, 374  
 Максвелл (Maxwell James Clerk, 1831—1879) 27, 463  
 Максудов Д. Д. (род. 1896) 257  
 Малюс (Malus Etienne) 294, 301  
 Мандельштам Леонид Исаакович (1879—1944) 278, 417, 502, 510  
 Маральди (Maraldi J. F., 1665—1729) 136  
 Менделеев Д. И. (1834—1907) 652  
 Милликен (Millican Robert Andrews, род. 1862) 547

- Мозли (Moseley Henry Gwyn Jeffreys, 1887—1915) 334, 650  
Морлей (Morley E. W.) 374  
Мутон (Mouton H.) 460
- Нейман (Neumann Franz, 1798—1895) 407  
Нернст (1864—1941) 90  
Николь (Nicol William, 1768—1851) 307  
Ньютои (Newton Isaak, 1643—1727) 16, 99, 257, 465
- Обреимов Иван Васильевич (род. 1894) 499
- Пастер (Pasteur Louis, 1822—1895) 520  
Пашен (Paschen Friedrich) 619, 666  
Перо (Perot A.) 113, 120  
Планк (Planck Max, род. 1858) 599  
Пойтинг (Poyniting Henry, 1852—1914) 37  
Поль (Pohl Robert) 75, 576  
Прево (Prevost Pierre, 1751—1839) 585  
Птоломей (Ptolomäus Claudius, 70—147 н. эры) 15  
Пуассон (Poisson Simeon Denis, 1781—1840) 136  
Пульфрих (Pulfrich, 1858—1927) 414  
Пфуил (Pfund A. H.) 619
- Раман (Raman Vencata Chandrasekhara, род. 1888) 504, 510  
Резерфорд (Rutherford Ernest, 1871—1937) 622, 624  
Рёмер (Römer Olaf, 1644—1710) 342  
Рентген (Röntgen Wilhelm Konrad, 1845—1923) 192, 326  
Ридберг (Rydberg Johannei Robert, 1854—1919) 617  
Риттенгауз 166  
Риттер 323  
Ритц (Ritz Walter, 1878—1909) 376, 621  
Рождественский Дмитрий Сергеевич (1876—1940) 107, 279, 469  
Роско (Roscoe Henry E., 1833—1915) 572  
Роулэнд (Rowland Henry August, 1848—1901) 166  
Рошон (Rochon Alexis Marie, 1774—1817) 309  
Рэлей (Rayleigh Robert John, 1842—1919) 63, 156, 175, 352, 499, 600
- Савостьянова Марня Владимировна 576  
Сенабье (Senebier J.) 572  
Сенармон (Senarmon Henri, 1808—1862) 309
- Смолуховский (Smoluchowski Maryan, 1872—1917) 502  
Снеллий (Snellius Willebord, 1591—1626) 15  
Соколов С. Я. (1897—1957) 195  
Солейль (Soleil, 1798—1878) 519  
Стефан (Stefan Joseph, 1835—1893) 595  
Стокс (Stokes George, 1819—1903) 331, 676  
Столетов Александр Григорьевич (1839—1896) 542
- Тальбот 55  
Тамм И. Е. (род. 1895) 685  
Тиндаль (Tyndall John, 1820—1893) 500  
Тиходеев П. М. 50  
Томсон Г. П. (Thomson George P., род. 1892) 284  
Томсон Дж. Дж. (Thomson Joseph John, 1856—1940) 543, 622
- Умов Н. А. (1846—1915) 36
- Фабри (Fabry Charles, ум. 1945) 113, 120, 364  
Фарадей (Faraday Michael, 1791—1867) 21, 527  
Ферма (Fermat Pierre, 1601—1675) 198  
Физо (Fizeau Hippolyte Louis, 1819—1896) 123, 158, 347, 368  
Финджеральд (Fitzgerald George, 1851—1901) 377  
Фогель (Vogel, 1841—1907) 363  
Фогт (Voigt Woldemar, 1850—1919) 540  
Фраик (Frank James Josef, 1787—1826) 636  
Фраик И. М. 685  
Фраунгофер (Fraunhofer Josef, 1787—1826) 143, 166  
Френель (Fresnel Augustin Jean, 1788—1827) 20, 67, 73, 74, 126, 294, 311, 401, 416, 433, 436, 523  
Фуко (Foucault Leon Jean Bernard, 1819—1868) 348  
Фурье (Fourier Jean Baptiste, 1768—1830) 28
- Хелл (Hull A. W.) 335  
Хольвек (Hollweck F.) 339
- Цернике 289
- Черенков П. А. 685  
Чэдвик (Chadwic James, род. 1891) 626

- Шерер (Scherrer P.) 335  
Шеффер (Schaefer Clemens) 417  
Штарк (Stark Johannes, род. 1874) 538  
Эддингтон (Eddington Arthur, 1882—  
1943) 570  
Эйлер (Euler Leonard, 1707—1783) 16  
Эйнштейн (Einstein Albert, 1879—1955)  
383, 504, 546  
Эйхенвальд А. А. (1863—1944) 370,  
416  
Эренфест (Ehrenfest Paul) 355  
Эрн (1801—1892) 370  
Юнг (Joung Thomas, 1773—1829) 76,  
100, 294
-

*Ландсберг Григорий Самуилович*

ОПТИКА

Редактор *Б. Л. Лишиц*

Техн. редактор *Н. Я. Муришова*

Корректор *Е. А. Белицкая*

---

Сдано в набор 10/VI 1957 г. Полнено к печати  
15/X 1957 г. Бумага 60×92<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Физ. печ. л. 47,5.  
Условн. печ. л. 47,5. Уч.-изд. л. 48,80. Тираж 50 000.  
Первый завод (1—35 000) экз. Т-09095.  
Цена книги 15 р. 65 к. Заказ № 2178.

---

Государственное издательство технико-теоретической  
литературы. Москва, В-71, Б. Калужская ул., 15.

---

Типография № 2 им. Евг. Соколооой УПП Ленсов-  
нархоза. Ленинград, Измайловский пр., 29