



10. КОНГРЕС
МАТЕМАТИЧАРА
ЈУГОСЛАВИЈЕ

РЕЗИМЕА

10th CONGRESS
OF YUGOSLAV
MATHEMATICIANS

ABSTRACTS

Математички факултет, Београд
Савез друштава математичара Југославије
Друштво математичара Србије
Институт за математику ПМФ, Нови Сад

Faculty of Mathematics, Belgrade
Union of Mathematical Societies of Yugoslavia
Mathematical Society of Serbia
Institute of Mathematics FS, Novi Sad

**10. КОНГРЕС
МАТЕМАТИЧАРА ЈУГОСЛАВИЈЕ**

Београд, 8–11. октобар 2000.

**10th CONGRESS OF
YUGOSLAV MATHEMATICIANS**

Belgrade, October 8–11, 2000

**РЕЗИМЕА
ABSTRACTS**

Beograd, 2000.

ОРГАНИЗАЦИОНИ ОДБОР / ORGANIZING COMMITTEE

Neda Bokan (predsednik)

Siniša Vrećica

Zoran Ivković

Boško Jovanović

Milan Jovanović

Zoran Kadelburg

Miodrag Mateljević

Žarko Mijačlović

Vladimir Mičić

Pavle Mladenović

Predrag Obradović

Žarko Pavićević

Gordana Pavlović-Lažetić

Stevan Pilipović

Dragoslav Herceg

Stevo Šegan

Radoje Šćepanović

Редактор / Editor: Zoran Kadelburg

Издавач / Published by: Matematički fakultet, Beograd

Штампа / Printed by: „VEDES“

Тираж / Number of copies: 2000

Штампање Зборника и укупну организацију 10. конгреса математичара Југославије финансијски су помогли:

Printing of the Collection and the entire organization of the 10th Congress of Yugoslav Mathematicians have been financially supported by:

Ministarstvo za prosvetu Srbije

Ministarstvo za nauku i tehnologiju Srbije

С А Д Р Ж А Ј
C O N T E N T S

Предавања по позиву Invited lectures	1
1. Логика Logic	13
2. Алгебра Algebra	18
3. Геометрија и топологија Geometry and topology	24
4. Реална и комплексна анализа Real and complex analysis	39
5. Функционална анализа и теорија оператора Functional analysis and operator theory	49
6. Диференцијалне једначине Differential equations	62
7. Комбинаторика и теорија графова Combinatorics and graph theory	69
8. Вероватноћа и статистика Probability and statistics	70
9. Нумеричка анализа и оптимизација Numerical analysis and optimization	76
10. Рачунарство Computer sciences	83
11. Примењена математика Applied mathematics	91
12. Настава, историја и популаризација математике Teaching, history and popularizing of mathematics	112
Индекс Index	127

ЗБОРНИК РАДОВА

Зборник радова са 10. конгреса математичара Југославије биће објављен после Конгреса. Две копије рада, не дужег од 4 странице (за кратка саопштења), 8 страница (за предавања од 30 минута), односно 16 страница (за предавања по позиву), треба послати на адресу:

Математички факултет, за Зборник радова, Студентски трг 16, п.фах 550, 11000 Београд

најкасније до 31. децембра 2000. године. Предвиђено је да радови буду на енглеском језику. За радове који после уобичајене процедуре рецензирања буду прихваћени за штампу, аутори ће бити замољени да пошаљу Т_ЕX-датотеке на дискети или електронском поштом на адресу

apstrakti@matf.bg.ac.yu

PROCEEDINGS OF THE CONGRESS

The Proceedings of the 10th Congress of Yugoslav Mathematicians will be published after the Congress. Two copies of the manuscript, at most 4 pages long (for short communications), 8 pages (for 30 minutes-communications), or 16 pages (for invited lectures), should be sent to

Matematički fakultet, za Zbornik radova, Studentski trg 16, P.O.B. 550, 11000 Beograd, Yugoslavia

not later than December 31st, 2000. For papers which, after the usual refereeing process will be accepted for publication, the authors will be asked to send the T_ЕX-files on a diskette or by e-mail to

apstrakti@matf.bg.ac.yu

ПЛЕНАРНА ПРЕДАВАЊА PLENARY LECTURES

АКСИОМЕ ТЕОРИЈЕ РАМСЕЈА

Стево Тодорчевић

Даћемо шест аксиома са намером да ујединимо једну грану теорије Рамсеја. У пракси све аксиоме осим шесте су лако проверљиве. Шеста аксиома је аналог општепознатог Dirichlet-овог принципа. Даћемо неколико примера да бисмо илустровали примене тог аксиоматичког приступа.

Математички институт САНУ, Кнез Михаила 35, 11000 Београд

E-mail: stevo@mi.sanu.ac.yu

КАКО МОТИВИСАТИ 10–18-ГОДИШЊЕ ЂАКЕ У ТОКУ НАСТАВЕ ДА САМОСТАЛНО РЕШАВАЈУ РАЗНЕ МАТЕМАТИЧКЕ ЗАДАТКЕ

Јудита Цофман

Од чувеног кинеског филозофа Конфучија, који је живео од 551. до 479. године п.н.е. потиче следећа изрека: „Испричај ми, па ћу то заборавити. Покажи ми, те ћу се тога сећати. Допусти да сам извршим дотични посао и тада ћу га схватити.“ Ова древна мудрост важи на различитим пољима људске делатности, између осталог и у настави математике. Ђаке треба систематски навикавати на самостални рад при решавању математичких проблема. То захтева поред стручне спремности спретност и велики ангажман наставног особља. Важно је наћи погодан избор задатака, који ће омогућити сваком ученику у разреду да понешто сам открије и да сам нађе одговоре на бар нека од питања у вези са постављеним задатком.

У овом предавању изложићу примере задатака који могу подстицати ученике на самостални рад и говорићу о свом искуству при њиховој обради на часовима математике. При томе ћу се осврнути како на предности, тако и на тешкоће око рада.

Предавање се састоји из три дела:

У првом делу предавања анализираћу обраду задатака за ученике старих 14–15 година, у вези са целобројним решењима једначине $ax + by = n$, где су a, b и n природни бројеви.

Други део предавања се односи на решавање проблема о низовима и из комбинаторике за ученике у вишим разредима гимназије.

У трећем делу предавања бих желела да подвучем значај развијања самосталних радних навика од ране младости. То ћу илустровати задацима, намењеним ђацима од 10 до 13 година.

Mathematisches Institut, Universität Erlangen-Nürnberg, Erlangen, Germany

E-mail: cofman@mi.uni-erlangen.de

ПРЕДАВАЊА ПО ПОЗИВУ INVITED LECTURES

НЕКИ ПРОБЛЕМИ ОПШТЕ АЛГЕБРЕ – РЕЗУЛТАТИ И ПЕРСПЕКТИВЕ

Синиша Црвенковић

У предавању ће бити презентирани најновији резултати новосадске алгебарске школе. Ови резултати се углавном групишу око следећих тема: алгебре формалних језика и њихови закони, динамичке алгебре, алгоритамски проблеми у општој алгебри, теорија полугрупа и инволутивних полугрупа, слободни спектри и p_n -низови полугрупа, алгебра турнира, итд. Такође, биће приказани отворени проблеми у овим областима, који ће усмерити правце будућих истраживања.

Институт за математику, Универзитет у Новом Саду, Трг Доситеја Обрадовића 4, 21000 Нови Сад

E-mail: sima@eunet.yu

GRAPHS WITH LEAST EIGENVALUE –2

Dragoš Cvetković

The adjacency matrix of a graph on vertices labeled $1, 2, \dots, n$ is a square symmetric matrix of order n whose (i, j) -entry is equal to 1 if vertices i and j are adjacent and equal to 0 otherwise. Eigenvalues of the adjacency matrix are called eigenvalues of the graph. In this lecture we consider graphs whose least eigenvalue is equal to -2 .

Graphs with least eigenvalue -2 can be represented by sets of vectors whose mutual angles are equal to 60 or 90 degrees via the corresponding Gram matrices.

We describe all maximal sets of lines through the origin with such mutual angles. These maximal sets of lines are closely related to the root systems known in the theory of Lie algebras. Using such a geometrical characterization one can show that graphs in question are either generalized line graphs (representable in the root system D_n for some n) or exceptional graphs (representable in the exceptional root system E_8).

We present several results on exceptional graphs and, in particular, how maximal exceptional graphs, 473 in number, have recently been determined independently by a Serbian-British and a Japanese group of researchers using computers and then theoretically constructed by the first group.

AMS Subject Classification: 05 C

Faculty of Electrical Engineering, Belgrade

E-mail: ecvetkod@etf.bg.ac.yu

ОЦЕНА НОРМЕ СТЕПЕНА ВОЛТЕРИНОГ ОПЕРАТОРА ПРЕКО ЊЕГОВИХ СИНГУЛАРНИХ ВРЕДНОСТИ

Милутин Достанић

Приликом изучавања могућности продужења компактног оператора до потпуног оператора (на ширем простору) указује се потреба доказивања неједнакости

$$(1) \quad \|T^{cm}\| \leq b^{cm} (s_1(T)s_2(T) \cdots s_m(T))^c$$

(c је неки природан број, m произвољан природан број, T Волтеров оператор, b је апсолутна константа). Соломјак је навео (без доказа) да се може постићи да буде $c = 3$ и $b = 12$. У саопштењу ће бити демонстриран доказ неједнакости (1) за сваки природан број $c > 1$. Иначе, питање да ли се у (1) може ставити $c = 1$, стоји као хипотеза од шездесетих година.

AMS Subject Classification: 47 B 10

Математички факултет, Студентски трг 16, 11000 Београд

E-mail: domi@matf.bg.ac.yu

СКУПОВНЕ АКСИОМЕ, КОНВЕРЗИЈА ЛАМБДА И ТЕОРЕМА ДЕДУКЦИЈЕ

Коста Дошен

Биће показано како се неки аспекти адјунгованих ситуација јављају у аксиомама теорије скупова и аксиомама рачуна ламбда. Аналогија између тога и адјункције функционалне потпуности у картезијанским категоријама објашњава такозвану кореспонденцију Карија и Хауарда.

AMS Subject Classification: 03 F 03, 18 A 15

Математички институт САНУ, п.ф. 367, 11001 Београд

E-mail: kosta@mi.sanu.ac.yu

CLASSICAL AND QUANTUM INTEGRABLE DYNAMICAL SYSTEMS

Vladimir Dragović

Three topics from the theory of integrable systems are going to be discussed: the algebro-geometric approach to the quantum Yang-Baxter equation, separable perturbations of classical systems and the algebro-geometric integration procedures for rigid body motion. Although these subjects are not very close, they are all connected by the classical Chasles relation. Some recent results and observations will be presented.

The vacuum locus for three dimensional R-matrix can be a finite set.

Separable perturbations are related to the hypergeometric functions.

The Apel'rot system and its generalizations could be integrated using finite-zone methods (joint with B. Gajic).

AMS Subject Classification: 58 F 07, 82 A 69, 35 Q 60

Математички институт САНУ, Кнеза Михаила 35, Београд

E-mail: vladad@mi.sanu.ac.yu

THE FOURTH MOMENT OF THE ZETA-FUNCTION

Aleksandar Ivić

The Riemann zeta-function $\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} n^{-s}$ ($\Re s > 1$) is a fundamental tool in analytic number theory. Power moments of $|\zeta(\frac{1}{2} + it)|$ have important application

in multiplicative number theory. Recent applications of spectral theory of the non-Euclidean Laplacian have furnished sharp results on the fourth moment, more precisely on the function

$$E_2(T) = \int_0^T |\zeta(\frac{1}{2} + it)|^4 dt - T \sum_{j=0}^4 a_j \log^j T,$$

where the a_j 's are suitable constants. The function $E_2(T)$ ($= O(T^{2/3} \log^{10} T)$) therefore represents the error term in the asymptotic formula for the fourth moment of $|\zeta(\frac{1}{2} + it)|$. In this talk several recent results, due to the author or Y. Motohashi and the author, are presented, including the bounds

$$T^2 \ll \int_0^T E_2^2(t) dt \ll T^2 \log^{22} T.$$

AMS Subject Classification: 11M06

Katedra Matematike RGF-a Univerziteta u Beogradu, Đušina 7, 11000 Beograd

E-mail: aleks@ivic.matf.bg.ac.yu aivic@rgf.rgf.bg.ac.yu eivica@ubbg.etf.bg.ac.yu

A DYNAMICAL APPROACH TO VARIATIONAL INEQUALITIES

Milojica Jaćimović

Variational inequality problem $VI(F, U)$ is to find an $x \in U \subseteq H$, such that

$$\forall y \in U \quad \langle F(x), y - x \rangle \geq 0,$$

where $F: H \rightarrow H$ is a given function from U to a Hilbert space H and $U \subseteq H$ is a given closed convex set.

The dynamical approach to this variational inequality is based on the fact that the set of its solutions coincides with the set of stationary points of the differential equation

$$x'(t) + x(t) = P_U(x(t) - F(x(t))),$$

where P_U is the projecting on U .

We study the asymptotic behavior of the solution of differential inclusion of the form

$$x'(t) \in \pi(x(t), F_{\epsilon(t)}(x(t))),$$

where π is a set-valued approximation of the projecting on U and $F_{\epsilon(t)}$ is an approximation of the mapping F .

In our talk we will investigate different approximations of F and P_U and present sufficient conditions on $\epsilon(t)$ ensuring that the integral curves of the differential inclusion converge towards a set of the solutions of $VI(F, U)$.

AMS Subject Classification: 90 C 25, 49 M 30

University of Montenegro, Department of Mathematics, Podgorica

E-mail: jacimovicm@cg.yu miloica@rc.pmf.cg.ac.yu

ПРИЛОЗИ РЕШАВАЊУ НЕКИХ ПРОБЛЕМА КРИПТОЛОГИЈЕ

Миодраг Михаљевић

Прво се резимирају основни ставови о криптологији, математичкој дисциплини која даје основне методе за остваривање безбедности у домену информационих технологија и истичу се одређени криптолошки проблеми. Затим се приказује више прилога решавању неких од наведених проблема. Приказани резултати су од интереса, пре свега, за анализу и синтезу криптографских генератора псеудослучајних низова.

Математички институт САНУ, Кнеза Михаила 35, Београд

E-mail: miodragm@turing.mi.sanu.ac.yu

ОРТОГОНАЛНИ СИСТЕМИ И НОВЕ ПРИМЕНЕ У НУМЕРИЧКОЈ АНАЛИЗИ

Градмир В. Миловановић

У другој половини овог века остварен је значајан прогрес како у теорији ортогоналних система (алгебарски и тригонометријски ортогонални полиноми, ортогонални Müntz-ови полиноми, ортогоналне рационалне функције, итд.), тако и у њеној примени у математици, физици и осталим примењеним наукама (електроника и комуникације, аутоматика, итд.). Ортогонални полиномиални системи, посебно класични ортогонални полиноми, играју значајну улогу у многим проблемима теорије апроксимација и нумеричке анализе. Неки од њих се користе у примењеним наукама и представљају основно средство у многим процедурама и методама. С друге стране, постоје фамилије неklasичних полинома ортогоналних на реалној правој, као и неколико класа нестандардних ортогоналних полинома. На пример, такви су Szegő-ова класа ортогоналних полинома на јединичном кругу, полиноми ортогонални на полукругу и на кружном луку, полиноми ортогонални на радијалним зрацима у комплексној равни, итд. Последњих година и неке друге класе ортогоналних система, као што су Malinquist-ови системи, Müntz-ови системи и други, нашли су значајне примене.

Поред основног концепта ортогоналности, посебан осврт се даје полиномиалним ортогоналним системима на реалној правој. Указује се на концепт s - и σ -ортогоналности. За неklasичне ортогоналне полиноме анализирају се конструктивни методи са становишта нумеричке стабилности и указује на конструкцију одговарајућег софтвера.

Нове примене ортогоналних полинома у нумеричкој анализи се разматрају. Посебно се третирају неки интерполациони проблеми са рационалним функцијама, апроксимације са ограничењима, сплајн апроксимације које очувавају максимални број момената, квадратурни проблеми са вишеструким чворовима, и сумирање спороконвергентних редова.

Указује се и на могуће примене неполиномиалних ортогоналних система у нумеричкој анализи и теорији апроксимација.

Универзитет у Нишу

E-mail: grade@gauss.elfak.ni.ac.yu

МЕТАХЕУРИСТИЧКА МЕТОДА ПРОМЕНЉИВИХ ОКОЛИНА

Ненад Младеновић

За велики број проблема Комбинаторне и Глобалне оптимизације није могуће наћи егзактно решење за разумно компјутерско време. Из тог разлога су развијене приближне или хеуристичке методе решавања, које добијају епитет „мета“ (мета-хеуристике) ако у себи садрже општа начела приближног решавања ових проблема (нпр. Генетски алгоритми – ГА, Табу тражење – ТТ, Симулативно замрзавање – СЗ, итд). У раду се излажу правила релативно новије мета-хеуристичке методе, Методе променљивих околина. Упоредна анализа резултата поређења са ТТ, ГА итд, биће изложена на неким класичним проблемима Комбинаторне оптимизације.

Математички институт САНУ, Кнеза Михаила 35, Београд

E-mail: nenad@mi.sanu.ac.yu

МАТЕМАТИКА, РАЧУНАРСТВО И МУЗИКА У ИСТРАЖИВАЊУ И НАСТАВИ

Недељко Парезановић

Историје математике и музике показују да су везе ове две дисциплине старе и трају до данашњих дана. Од времена Питагоре (582–492. п.н.е.), многи истраживачи су допринели откривању и бољем разумевању закона који се могу математички изразити, а односе се на звук, уопште, и посебно на музички тон. Свакако велика заслуга припада Ј. В. Ј. Fourier-у (1768–1830), творцу хармонијске анализе, која је основа савремене анализе и синтезе звука и музичких тонова. Изучавања на нивоу музичког тона посебно су значајна у конструкцији и изради музичких инструмената.

Могућности савремених рачунара у истраживању музичких феномена отварају нове просторе математичким формализацијама у музици. Истраживања се не односе само на музички тон, већ на све музичке феномене, као што су мелодија, хармонија, контрапункт, оркестрација и ритам. У питању су комплексни феномени, па њихова математичка формализација доприноси бољем разумевању музике, али отвара и нове проблеме који могу покренути истраживања у математици и рачунарству.

Интеракција музике са математиком и рачунарством није само од значаја са аспекта истраживања, већ и наставе и популаризације ових дисциплина. Значај музике за емотиван живот људи је без сумње, па везивање наставе математике и рачунарства за музику представља вредан подстицај ученика при савладавању наставних садржаја. С друге стране, математика и рачунарство могу знатно унапредити наставу музике.

Цара Уроша 6а, 11000 Београд

E-mail: nparezan@matf.bg.ac.yu

КРАТАК ПРЕГЛЕД ИСТОРИЈЕ МАТЕМАТИКЕ XX ВЕКА

Бура Паунић

У историји математике се не могу повући стриктне границе, али је могуће говорити о новој фази у развоју математике која је почела почетком XX века. У првој трећини XX века математика се трансформисала у апстрактну математику (засновану на наивној или аксиоматској теорији скупова и више или мање формализованој математичкој логици) тако да је створен потпуно нов математички језик. На тај начин су ранији математички резултати често добили потпуно ново место и значај. Апстрактни приступ у математици је омогућио да се развије низ нових математичких теорија и употпуне старе. Решено је много нових и старих проблема. У последњој трећини XX века је буран развој рачунарске технологије извршио значајан утицај на велики део математике и омогућио развој неких дисциплина у неочекиваном правцу.

AMS Subject Classification: 01 A 60

Институт за математику, Нови Сад, Трг Д. Обрадовића 4

E-mail: djura@unsim.ns.ac.yu

КАКО ПРЕДАВАТИ МАТЕМАТИКУ

Славиша Прешић

На основу свог дугогодишњег искуства говорићу како – по мом мишљењу – треба предавати математику, у школама и на Универзитету.

Математички факултет, Студентски трг 16, 11000 Београд

E-mail: spresic@matf.bg.ac.yu

CONTINUITY, DIFFERENTIABILITY AND PERTURBATIONS
OF THE DRAZIN INVERSE FOR OPERATORS
AND ELEMENTS OF BANACH ALGEBRAS

Vladimir Rakočević

We survey some recent results on the continuity, differentiability and perturbations ([6, 7, 8, 9]) of the Drazin inverse [5] and Koliha-Drazin inverse [7] of bounded and closed linear operators on Banach space. Let us point up that the important applications of perturbation of the Drazin inverse are to, e.g. singular perturbations of autonomous linear systems of differential equations and perturbation of continuous semigroups of bounded linear operators (see [1, 2, 3, 4]).

REFERENCES

1. S. L. Campbell and C. D. Meyer, Jr, *Generalized Inverses of Linear Transformations*, Pitman, London, 1979.
2. S. L. Campbell, *Singular perturbation of autonomous linear systems II*, J. Diff. Equations **29** (1978), 362–373.
3. S. L. Campbell, *Singular Systems of Differential Equations I and II*, Research Notes in Math. 40 and 61 (Pitman, London 1980 and 1982).
4. S. L. Campbell and N. J. Rose, *Singular perturbation of autonomous linear systems*, SIAM J. Math. Anal. **10** (1979), 542–551.
5. M. P. Drazin, *Pseudoinverse in associative rings and semigroups*, Amer. Math. Monthly **65** (1958), 506–514.
6. N. C. González, J. J. Koliha and V. Rakočević, *Continuity and general perturbation of the Drazin inverse for closed linear operators*, preprint.
7. J. J. Koliha, *A generalized Drazin inverse*, Glasgow Math. J. **38** (1996), 367–381.
8. J. J. Koliha and V. Rakočević, *Continuity of the Drazin inverse II*, Studia Math. **131** (1998), 167–177.
9. V. Rakočević, *Continuity of the Drazin inverse*, J. Operator Theory **41** (1999), 55–68.
10. V. Rakočević and Yimin Wei, *The perturbation theory for the Drazin inverse and its applications II*, J. Australian Math. Soc, to appear
11. Yimin Wei and Wang Guorong Wang, *The perturbation theory for the Drazin inverse and its applications*, Linear Algebra Appl. **258** (1997), 179–186.

AMS Subject Classification: 47 A 10, 47 A 05

Faculty of Philosophy, Department of Mathematics, Ćirila and Metodija 2, 18000 Niš.

E-mail: vrakoc@bankerinter.net

ВРЕДНОВАЊЕ РАДА УЧЕНИКА У НАСТАВИ

Младен Вилотијевић

Појам праћење, мерење и вредновање рада. Слабости традиционалног оцењивања рада. Фактори који утичу на субјективност оцењивања ученика (хало-ефекат, лична једначина наставника, грешка контраста, грешка централне тенденције и др). Захтеви комплекснијег вредновања рада ученика у школи (потребе, интересовања, ставови, навике и др). Критерији оцењивања и њихова битна обележја (априорни, статистички). Могућност објективизације критерија оцењивања применом различитих поступака и инструмената вредновања (тестирање, скалирање, листе категорија и др), утврђивање стандарда (норматива) знања за сваку оцену полазећи од различите дидактичко-логичке структуре градива појединих предмета.

Основне функције вредновања: мотивациона, информативна, предикативна и др.

Могућност континуираног праћења и вредновања постигнућа ученика и за-сновања наставе као целовитог сазнајног система.

Учитељски факултет, Народног фронта 43, Београд

ELECTRONIC INFORMATION AND ELECTRONIC PUBLICATIONS IN EMIS—AN OFFER SUPERVISED BY EMS

Bernd Wegner

Literature databases, scientific journals and communication between researchers on the electronic level are rapidly developing tools in mathematics having high impact on the daily work of mathematicians. They improve the availability of information on all important achievements in mathematics, speed up the publication and communication procedures and lead to enhanced facilities for the preparation and presentation of research in mathematics.

The European Mathematical Information Service (EMIS) tries to bundle several of these facilities in a joint offer, to extend them by innovative components and to distribute them in a system of replicators for the benefit of mathematicians worldwide. EMIS has been founded by the European Mathematical Society (EMS) and is run under their supervision with support from the office of Zentralblatt MATH in Berlin. It is based on the voluntary supply of input from sources distributed worldwide.

The aim of the lecture is to introduce to the different offers collected in EMIS like the databases MATH and MATHDI, the preprint index MPRESS, the project to install the EULER search engine for distributed sources, the JFM-project for the indexation and digitalization of classical literature in mathematics and most importantly the Electronic Library, offering a variety of freely accessible electronic journals in mathematics. The descriptions will be complemented by a demonstration of the functionalities of these tools.

Technische Universitaet Berlin

E-mail: wegner@math.TU-Berlin.DE

КОМБИНАТОРИКА ПРОСТОРНИХ (ТОПОЛОШКИХ) ФОРМИ

Раде Живаљевић

Верујем да нам недостаје анализа која је суштински геометријска и која исказује положај исто тако директно и непосредно као што алгебра исказује количину.

G. W. Leibniz (писмо Huygens-у из 1679)

Poincaré was the first who introduced the idea of *computing with topological objects*, not only with numbers. He did this, ..., by defining the concepts of *homology* and *fundamental group*.

J. Dieudonné (History of Algebraic and Differential Topology, 1900–1960)

Homology theory discovered by Poincaré is perhaps the most profound and far reaching creation in all topology.

S. Lefschetz

Непосредну „анализу“ геометријских форми о којој у свом писму Кристијану Хајгенсу говори Лајбниц, по мишљењу многих даје теорија хомологије коју је на самом крају 19. века открио Поенкаре (H. Poincaré). Један век после овог открића, теорија хомологије као „анализа“ и „комбинаторика“ геометријских форми, још увек је једна од најсадржајнијих техника за откривање геометријских законитости.

У предавању биће речи о примерима директног „рачунања“ са геометријским објектима тј. о применама теорије хомологије у разним проблемима комбинаторике и дискретне геометрије. Основни проблем који ће бити разматран је проблем равномерних партиција мера и коначних скупова у еуклидским просторима. Неки отворени проблеми овог типа су стари преко 40 година а њихов значај поред теоретског је веза са рачунарском геометријом где се ови резултати појављују као основа за конструкцију геометријских алгоритама (“half space range queries”, divide and conquer paradigm, рендомизирани алгоритми итд.). Ипак акценат у предавању је пре свега на јединствености математике и њених примена,

на лепоти и разноликости коришћених метода а против претеране специјализације и подела у математици. Неке од кључних речи и израза су

1. еквиваријатна пресликавања, кохомологије група, Борсук-Уламова парадигма
2. Диксонове инваријатне, идеали полиномијалних прстенова
3. Грејови кодови, Хамилтонови путеви у хиперкубовима, теорија енумерације (Polya)
4. теорија бордизама, теорија опструкција, Понтрјагин-Томова парадигма
5. момент крива (циклични политопи), еквипартиције маса помоћу хиперравни итд.

Математички институт САНУ, Кнеза Михаила 35, Београд

E-mail: rade@turing.mi.sanu.ac.yu

MASSIVE COMPUTATION AS A PROBLEM SOLVING TOOL

Miodrag Živković

We consider some problems, whose solution might be obtained by a massive computation. One of them is a question: are there infinitely many primes of the form $\sum_{i=1}^n (-1)^{n-i} i!$, where n is a positive integer. Another interesting problem is to determine the set of values of $(0, 1)$ determinants of order n , for n as large as possible.

AMS Subject Classification: 15 A 15, 11 B 83

Математички факултет, Београд, Studentski trg 16

E-mail: ezivkovm@matf.bg.ac.yu

ЛОГИКА LOGIC

ПЕРМУТОВАЊЕ СЕЧЕЊА И КОНТРАКЦИЈЕ

Мирјана Борисављевић¹, Коста Дошен² и Зоран Петрић³

Приказује се процедура елиминације сечења за интуиционистичку исказну логику у којој се сечење елиминише директно, без увођења мешања (вишеструког сечења). Осим тога у тој процедури сечење се пермутује са контракцијом.

AMS Subject Classification: 03 F 05

¹ Саобраћајни факултет, Војводе Степе 305, 11000 Београд

² Математички институт САНУ, Кнеза Михаила 35, 11000 Београд

³ Рударско-геолошки факултет, Бушина 7, 11000 Београд

E-mail: mirjanab@afrodita.rcub.bg.ac.yu

COMMENTS ON REDUCED PRODUCTS OF FORCING SYSTEMS

Milan Z. Grulović

The notions of standard and language extended reduced products of forcing systems were introduced in [4]. We discuss this time the conditions under which the Los theorem holds for standard ultraproducts of forcing systems. The obtained results are mostly either of "negative" or illustrative character.

REFERENCES

1. Barwise K. J., Robinson A., *Completing Theories by Forcing*, Annals of Mathematical Logic, Vol. 2 (1970), pp. 119-142.
2. Bell J. L., Slomson A. B., *Models and Ultraproducts; an Introduction*, North-Holland, Amsterdam-London, 1969.
3. Grulovic M. Z., *On n-Finite Forcing*, Review of Research, Faculty of Science, Mathematic Series, Vol. 13 (1983), pp. 405-421.
4. Grulovic M. Z., *On Reduced Products of Forcing Systems*, Publications de l'Institute Mathematique, Nouvelle serie, tome 41 (55) 1987, pp. 17-20

AMS Subject Classification: 03 C 25

Institute of Mathematics, Trg Dositeja Obradovića 4, 21000 Novi Sad, Yugoslavia

E-mail: grulovic@unsim.ns.ac.yu

АУТОМАТСКО ДОКАЗИВАЊЕ ТЕОРЕМА ЗА ПРЕДИКАТСКУ ЛОГИКУ БЕЗ КОНТРАКЦИЈЕ

Мирјана Исаковић-Илић¹ и Миодраг Капетановић²

Описан је доказивач теорема за предикатски рачун 1. реда без структурног правила *контракције* заснован на методу таблоа. Ова логика позната је под именом ВСК или афина логика. Одсуство контракције има за последицу да се сви исказни везници осим негације јављају у дуалним паровима као и то да се у доказима свако појављивање формуле користи у доказима као премиса *највише једном*. Проширењем Smullyan-ове униформне нотације формулисана су табло правила тако да свеукупно за везнике \neg , \vee , $+$, \wedge , \circ , \rightarrow , \rightsquigarrow и кванторе \forall , \exists њихов број износи 6. На основу ових правила сачињен је алгоритам и написан одговарајући програм (у језику C) за доказивање теорема ВСК логике. Будући да недетерминистичка природа правила извођења захтева бектрекинг, то саму процедуру претраге чини врло сложеном. За разлику од класичне логике употреба унификације је ограничена.

AMS Subject Classification: 03-04, 03B 35, 03B 20, 68T 15

¹ Шумарски факултет, Београд

² Математички институт САНУ, Кнез Михаилова 35/1, 11000 Београд

E-mail: kari@mi.sanu.ac.yu

О БЕСКОНАЧНИМ ДИВЕРГЕНТНИМ РЕДОВИМА И ПРИМЕНАМА У ТЕОРИЈИ СКУПОВА И ТЕОРИЈИ БРОЈЕВА

Жарко Мијајловић

Посматрају се редови облика $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ који су дивергентни и за које је $a_n \geq 0$, $n \in \mathbb{N}$ и $\lim_n a_n = 0$. Посматра се фамилија скупова

$$\mathcal{F} = \left\{ S \subseteq \mathbb{N} \mid \sum_{n \in S} a_n \text{ конвергира} \right\}$$

и испитују њена својства. \mathcal{F} је идеал Булове алгебре $\mathbb{P}(\mathbb{N})$ и уз помоћ те чињенице утврђује се који се уређајни типови могу утопити у идеале (филтре) Фрешеовог типа. Једна од примена у теорији бројева је доказ да је скуп тачака нагомилавања низа $\varphi(n)/n$, $\varphi(n)$ је Ојлерова функција, скуп $[0, 1]_{\mathbb{R}}$.

Математички факултет, Студентски трг 16, Београд

E-mail: zarkom@matf.bg.ac.yu

О КЛАСИЧНИМ ЛОГИКАМА СА ВЕРОВАТНОСНИМ ОПЕРАТОРИМА

Зоран Огњановић¹ и Миодраг Рашковић²

Приказује се више исказних и предикацких логика [1–5,7] које су настале проширивањем језика класичних логика вероватносним операторима облика $P_{\geq s}$, за рационалне бројеве $s \in [0, 1]$, и Q_F , за одлучиве рационалне скупе $F \subset [0, 1]$. Формуле облика $P_{\geq s}\alpha$, односно $Q_F\alpha$, се интерпретирају као 'вероватноћа формуле α је бар s ', односно 'припада скупу F '. Разматрају се разне класе вероватносних модела (модели са коначно адитивним вероватноћама, модели са σ -адитивним вероватноћама итд.), и неке синтаксне рестрикције скупова формула језика (са итерацијама вероватносних оператора, без итерација). Пошто за најопштије логике не важи теорема компактности, дате су аксиоматизације са бесконачним правилима извођења, док су за неке фрагменте дати коначни аксиоматски системи. Описује се поступак доказивања одговарајућих теорема потпуности. Анализира се одлучивост разматраних логика и приказује аутоматски доказивач теорема у једној од логика [6].

ЛИТЕРАТУРА

1. Zoran Ognjanović, Miodrag Rašković, *A logic with higher order probabilities*, Publications de L'Institute Matematique (Beograd), 60 (74), 1–4, 1996.
2. Zoran Ognjanović, *A logic for temporal and probabilistic reasoning*, Workshop on Probabilistic Logic and Randomised Computation, ESSLI '98, Saarbruecken, Germany, August, 1998.
3. Zoran Ognjanović, Miodrag Rašković, *Some probability logics with new types of probability operators*, Journal of Logic and Computation, Volume 9, Issue 2, 181–195, 1999.
4. Zoran Ognjanović, Miodrag Rašković, *Some first order probability logics*, to be published in Theoretical Computer Science.
5. Miodrag Rašković, *Classical logic with some probability operators*, Publications de L'Institute Matematique (Beograd), 53 (67), 1–3, 1993.
6. Miodrag Rašković, Zoran Ognjanović, Vladimir Petrović, Uroš Majstorović, *Jedan dokazivač teorema u verovatnosnoj logici, Konferencija u čast 65 godina života profesora Slaviše Prešića*, Beograd, 1998.
7. Miodrag Rašković, Zoran Ognjanović, *A first order probability logic, LP_Q* , Publications de L'Institute Matematique (Beograd), ns. 65 (79), 1–7, 1999.

AMS Subject Classification: 03B48, 68T27

¹ Зоран Огњановић, Математички институт САНУ, Кнеза Михаила 35, 11000 Београд, Југославија

E-mail: zorano@mi.sanu.ac.yu

² Миодраг Рашковић, Природно-математички факултет, Радоја Домановића 12,
34000 Крагујевац, Југославија
E-mail: miodragr@mi.sanu.ac.yu

**ПОЉЕ КОМПЛЕКСНИХ БРОЈЕВА
СА РЕАЛНИМ ПРЕДИКАТИМА**

Недељко Стефановић

Разматрају се разна логичка својства поља комплексних бројева са додатим разним реалним предикатима, као што су одлучивост, елиминација квантора, моделска потпуност итд.

AMS Subject Classification: 03

Грађевински факултет, Београд

E-mail: mm93247@alas.bg.ac.yu

**ON THE LOGICAL ANALYSIS OF THE BASIC NOTIONS
IN CONNECTION WITH DIFFERENTIAL EQUATIONS**

Dorđe V. Vukomanović

Differential equations are *equations*, i.e. syntactical objects. In accordance with this, it would be ideal to give syntactical definitions for all basic notions in connection with differential equations, i.e. to formulate, instead of the existing usual definitions (which are mainly “mixed”—syntactically-semantic), their “purely syntactical” and “purely semantic” counterparts and then prove their equivalence. This program can be accomplished for ordinary and partial differential equations, as well as for systems of such equations rather successfully.

AMS Subject Classification: 34 A 46, 34 A 34, 35 A 99

Грађевински факултет Универзитета у Београду, 11000 Београд, Булевар Револуције
73, Југославија

E-mail: vdjordje@mi.sanu.ac.yu vdjordje@grf.bg.ac.yu

NATURAL SPACE AND FUNDAMENTAL NOTIONS

Branko Vulićević

Natural space (Universe) is an ordered triple $\Pi_{\Pi} = (\text{Place, parts, time})$.

Spaces which are not subspaces of Π_{Π} do not exist. Subspaces of Π_{Π} are, for example: 1. (Place, parts, time, force), 2. (Euclidean space) etc.

Every space contains complement of every "part" of the space (D^c is complement of the part D). Parts of the Natural space which cannot be made of other parts of the space are fundamental notions. $p^c = \Theta_1$, which is complement of the line p , and the line p itself together make space $\Pi_1 = \{\Theta_1, p\}$. $A^c = \Theta_0$ and point A make space $\Pi_0 = \{\Theta_0, A\}$. Line cannot be made of points, therefore line is a "fundamental notion".

Bulevar JNA 166, 11148 Beograd

АЛГЕБРА ALGEBRA

О КЛАСИ p -ПОЛУГРУПА И КЛАСИ p -ПОЛУПРСТЕНА

Вјекослав Будимировић

Кажемо да је $(S, +)$ p -полугрупа ($p \in \mathbf{N}$) ако важи

$$(\forall x \in S)(\exists y \in S)(x + py + x = y \wedge py + x + py = x).$$

Полугрупа $(S, +)$ је p -полугрупа ако

$$(\forall x \in S)(\exists y \in S)(2x = (p+1)y, py + x = (2p+1)x + p^2y, (4p+1)x = x).$$

Кажемо да је $(S, +, \cdot)$ p -полупрстен ($p \in \mathbf{N}$) ако важи

$$(\forall x \in S)(\exists y \in S)(x + py + x = y \wedge py + x + py = x \wedge 4px^2 = 4px).$$

AMS Subject Classification: 20M05

Виша хемијско-технолошка школа Шабац

VECTOR VALUED AUTOMATA

Dončo Dimovski and Violeta Manevska

The aim of this paper is to define a vector valued automata and to give the connection with (simple) automata.

AMS Subject Classification: 05

Tehnički fakultet, Ivo Lola Ribar b.b., Bitola, Makedonija

E-mail: vmaneva@soros.org.mk violeta.manevska@uklo.edu.mk

INJECTIVE GRUPOIDS

Biljana Janeva, Gj. Čupona and N. Celakoski

Injective groupoids in different varieties of groupoids are defined. The class of injective groupoids in a variety V contains as a proper subclass the class of free groupoids in the same variety. The main result is a description of free groupoids in V as injective groupoids in V generated by the set of “prime” elements.

Prirodno-matematički fakultet, Institut za informatiku, pp 162, Skopje, R. Make-donija

E-mail: biljana@robig.pmf.ukim.edu.mk

RECTANGULAR QUASIGROUPS

Aleksandar Krapež

A new type of groupoid is defined as a direct product of a left zero semigroup, a quasigroup and a right zero semigroup and called rectangular quasigroup. Several different axiom systems are given for rectangular quasigroups proving that this class is a variety in a language with three binary operations. Other important properties of rectangular quasigroups are proved, solvability of the word problem among them.

AMS Subject Classification: 20N02

Matematički institut SANU, Kneza Mihaila 35, Beograd, Yugoslavia

E-mail: sasa@mi.sanu.ac.yu

SPECIAL ELEMENTS IN POSETS AND APPLICATIONS

Vera Lazarević¹ and Andreja Tepavčević²

Several types of special elements in posets are defined and investigated. These are: distributive, codistributive, standard, neutral, absorptive and other elements. Connections between different elements are given.

An application in universal algebra is presented. The set of all weak congruences of an algebra under a graphical composition generates a special kind of algebraic poset. This poset is closely related with the weak congruence lattice. Here, the mentioned poset of weak congruences is characterized by special elements.

AMS Subject Classification: 06A11, 08A30

¹ Tehnički fakultet u Čačku, Svetog Save 65, Čačak

² Institut za matematiku, Trg Dositeja Obradovića 4, Novi Sad

E-mail: veral@ptt.yu etepavce@eunet.yu

О ЈЕДНОМ АЛГЕБАРСКОМ ПРОБЛЕМУ ИЗ ФИЗИКЕ ЕЛЕМЕНТАРНИХ ЧЕСТИЦА

Александар Т. Липковски

У физици елементарних честица јавља се проблем дијагонализације линеарног оператора $\mathcal{H} = \bigoplus_{k=0}^n \mathcal{H}_k$ где је $\mathcal{H}_k = \sum_{i=1}^{n-1} \Delta_k (c^i \tau c^{-i})$. Овде је $\tau = (12)$ транспозиција а $c = (12 \dots n)$ цикл максималне дужине у групи пермутација S_n . При томе је за $\sigma \in S_n$, $\Delta_k(\sigma)$ линеарни оператор на $\binom{n}{k}$ -димензионом простору V_k индукован на бази са $e_{\{\alpha_1, \dots, \alpha_k\}} \mapsto e_{\{\sigma(\alpha_1), \dots, \sigma(\alpha_k)\}}$. Биће приказани неки делимични резултати у вези са овим проблемом и репрезентацијама симетричне групе.

AMS Subject Classification: 15 A 90, 20 C 35, 81 R 05

Математички факултет, Београд

E-mail: acal@matf.bg.ac.yu

FREE GROUPOIDS WITH THE IDENTITY $(xy)y = yx$

Smile Markovski and Lidija Goračinova

A construction of free groupoids in the variety \mathcal{V} defined by the identity $(xy)y = yx$ is given. Let T_B denote the absolutely free groupoid with free base B . Length of $u \in T_B$ is used in the usual way, $|u| = 1$, $u \in B$ and $|uv| = |u| + |v|$. For each positive integer n subsets B_n of T_B containing elements of length n are suitably chosen. Halfgroupoids $R_n = \bigcup_{1 \leq i \leq n} B_n$ generated by B , that satisfy the identity are constructed. Moreover, for each pair of elements of R_n their product is defined in R_{2n} , for all n . Finally it is shown that any mapping from B into a \mathcal{V} -groupoid G can be extended to a homomorphism from the groupoid $R = \bigcup_{i \geq 1} R_n$ into G .

AMS Subject Classification: 20

PMF, Institut za Informatika, Skopje, Pedagoški Fakultet, Štip, Republika Makedonija

E-mail: smile@pmf.ukim.edu.mk fildim@mt.net.mk

**ЗАТВОРЕНЕ КЛАСЕ ФУНКЦИЈА СА ЗАДРЖАВАЊЕМ
ЗА ЈЕДНУ ВРСТУ ПОТПУНОСТИ**

Милош Миличић

У скупу \tilde{P}_k ($k = 2, 3, \dots$) функција са задржавањем (f, t) , где је f функција k -значне логике, а t ненегативан цео број, дефинише се операција синхроне суперпозиције, а затим затварање и потпуност скупа $\mathfrak{M} \subset \tilde{P}_2$. Дефинише се више врста потпуности и разматрају се затворене класе у \tilde{P}_k . У раду се затворене класе у \tilde{P}_2 за једну врсту потпуности описују помоћу релација.

AMS Subject Classification: 03 D 05

Рударско-геолошки факултет, Ђушина 7, 11000 Београд

E-mail: mmilicic@net.yu

REPRESENTATIONS OF ORDERED SETS

Branimir Šešelja

An overview of the results concerning representation of partially ordered set will be presented. Two general approaches are considered: by closure operators and by irreducible elements.

(A) Closure operators are present in representation theory from the beginning of the century. Closely related with closure systems, these are well known in representations of complete and algebraic lattices. Introducing particular partial closure operators and systems, it is possible to extend this connection to the wide class of partially ordered sets (most of them appeared recently in theoretical computer science): complete (CPOs), algebraic, compactly generated, and generally to Z -posets.

(B) Irreducible elements are known to characterize lattices in many directions. It turned out that also posets can be represented by irreducibles and completely irreducible elements. More generally, posets satisfying some finiteness condition (e.g. Noetherian, or compactly generated) can be embedded into the suitable distributive lattice.

The results (obtained mostly with A. Tepavčević) are published recently in Discrete Math., Order, General Algebra, Indian J. of Pure Appl. Math. and others.

AMS Subject Classification: 06 A 06, 06 A 15

Institute of Mathematics, Trg Dositeja Obradovića 4, Novi Sad

E-mail: seselja@unsim.ns.ac.yu

WEAK CONGRUENCES IN UNIVERSAL ALGEBRA

Andreja Tepavčević

The aim of the talk is to present general aspects and applications of weak congruence theory in universal algebra.

In the last decade weak congruences became one of the main tools in structural investigations of algebras and varieties. As a structure containing both, subalgebras and congruences, the lattice of these preserves many important algebraic properties of the given algebra. Consequently, answers to the following questions and problems are given:

1. Characterization of algebras and varieties whose weak congruence lattice satisfies particular lattice identity, or law.
2. Description of weak congruence lattices for the main classes and varieties of algebras.
3. Formulations in lattice terms of necessary and sufficient conditions under which some algebraic properties hold (such as CEP).
4. General approach to lattices of compatible relations.

Results are published in *Algebra Universalis*, *General Algebra*, *Algebra and Model Theory* and other international journals and publications (most of these in cooperation with B. Šešelja).

AMS Subject Classification: 08 A 30

Institute of Mathematics, Trg Dositeja Obradovića 4, Novi Sad

E-mail: etepavce@eunet.yu

ON THE EXISTENCE OF NIL IDEALS IN DISTRIBUTIVE NONASSOCIATIVE NEAR-RINGS

Veljko Vuković

THEOREM. Let S be a distributive nonassociative near-ring (nr), L left or right nil left-ideal, the associator (S, S, S) of S be contained in the annihilator $A(S)$ of S . Then, L is nil-ideal.

THEOREM. Let $(S, S, S) \subseteq A(S)$. Then, the nr S has a left nil left ideal not contained in $A(S)$ iff has a right nil right ideal not contained in $A(S)$. If L is a left nil left ideal of S not contained in $A(S)$, every right ideal generated by an element of L which is not in $A(S)$ will work, and similarly on the other side.

THEOREM. Let $(S, S, S) \subseteq A(S)$, S be weakly semiprime nr. Then, the following statements are equivalent:

Every non-nilpotent left ideal contains a nil nonnilpotent left ideal,
 $\alpha(S) = A(S)$, where (S) is nil-annihilator of S .

AMS Subject Classification: 16 Y 30

Vojvode Mišića 54/17, 18000 Niš

ГЕОМЕТРИЈА И ТОПОЛОГИЈА GEOMETRY AND TOPOLOGY

CONTINUOUS STALK FUNCTIONS

Dušan Adnađević

By $(X, A)^*$ we shall denote the set of all fuzzy points in a GFT space (X, A, \mathcal{T}^A) , where the set $A \subset X \times I$ is defined by $i, s \in \mathcal{F}^A(X)$. A function $F: (X, A)^* \rightarrow (Y, B)^*$ is called a stalk function if: 1° $p_0 = q_0 \Rightarrow F_0(p) = F_0(q)$, 2° F is isotone on the set $\{(x, t) \mid i(x) \leq t \leq s(x)\}$, 3° for each point $(y, \tilde{G}) \in (\tilde{F}(x, t_1), \tilde{F}(x, t_2))$ there exists a $p \in [(x, t_1), (x, t_2)]$ such that $F(p) = q$. F induces a forward powerset operator $F^-: \mathcal{F}^A(X) \rightarrow \mathcal{F}^B(Y)$ and a backward operator $F^{\leftarrow}: \mathcal{F}^B(Y) \rightarrow \mathcal{F}^A(X)$. Continuity of F^- is defined in a usual way.

Some properties of stalk functions are studied. Among the results are:

- 1) $F^-: \mathcal{F}^A(X) \rightarrow \mathcal{F}^B(Y)$ is continuous if and only if $(i \vee F^{\leftarrow}(v)) \wedge s$ is open.
- 2) If $F^-: \mathcal{F}^A(X) \rightarrow \mathcal{F}^B(Y)$ is continuous and $Z \subset X$, then the restriction $F^- \mid \mathcal{F}^A(Z)$ is continuous, too.
- 3) A continuous stalk function $F^-: \mathcal{F}^A(X) \rightarrow \mathcal{F}^B(Y)$ is open if and only if $F^{\leftarrow}(\text{int } a) < \text{int } F^{\leftarrow}(a)$ for each $a \in \mathcal{F}^A(X)$.

AMS Subject Classification: 54A40

Matematički fakultet, Studentski trg 16, Beograd

E-mail: jidad@eunet.yu

LENS SPACES AND SHELLING OF TORIC VARIETIES

Pavle V. M. Blagojević

Using tools of shelling diagrams of spaces we decompose toric variety into sequence of adjunctions. It appears that elementary adjunction spaces are lens spaces.

AMS Subject Classification: 57T30, 14M25

Matematički institut SANU, Knez Mihajlova 35, Beograd

E-mail: vxdig@EuNet.yu pavleb@turing.mi.sanu.ac.yu

ГЕОМЕТРИЈА ХИПЕРПОВРШИ АФИНОГ ПРОСТОРА ОДРЕЂЕНА ЗАПРЕМИНОМ МАЛИХ ГЕОДЕЗИЈСКИХ СФЕРА

Неда Бокан

Последњих 30 година интензивно се проучава геометрија Риманових простора одређена запремином малих геодезијских сфера. У тим истраживањима користе се различите технике. Међу њима показала се као веома оперативна и техника развоја запремина малих геодезијских сфера у Тејлоров ред, тако да се коефицијенти изражавају у терминима кривинских инваријанти, користећи Вејлову класичну теорију инваријанти.

Циљ овог саопштења је да се прикажу резултати који се односе на примене поменутих метода у разматрању малих геодезијских сфера које се дефинишу у терминима повезаности без торзије, која није у општем случају и метричка. Како се ове повезаности природно јављају на хиперповршима у афином простору, посебна пажња је посвећена проучавању геометрије хиперповрши афиног простора, која је одређена запремином малих геодезијских сфера за различите нормализације.

Резултате који се у овом саопштењу приказују заједнички су добили М. Борић, У. Симон и Н. Бокан.

Математички факултет, Студентски трг 16, Београд

E-mail: neda@matf.bg.ac.yu

О ПСЕУДОЕУКЛИДСКОМ ПРОИЗВОДУ

Ћ. Долићанин, Р. Николић

У овом раду биће показано да се псеудоскаларни производ два неизотропна вектора у псеудоеуклидској равни може израчунати помоћу формуле

$$a \wedge b = |a||b| \cos \theta,$$

где је θ конјуговано комплексан број.

AMS Subject Classification: 51

LEVI FORM OF CR SUBMANIFOLDS IN COMPLEX PROJECTIVE SPACE WITH MAXIMAL CR DIMENSION

Mirjana Đorić

Let M be an n -dimensional CR submanifold of CR dimension $\frac{n-1}{2}$ in complex projective space, that is, let M be a real submanifold of complex projective space such that the maximal holomorphic subspace of tangent space of M at x is $(n-1)$ -dimensional for any $x \in M$. Then M is necessarily odd dimensional and there exists a unit vector field ξ_1 normal to M such that $JT(M) \subset T(M) \oplus \text{span}\{\xi_1\}$. Under the assumption that the distinguished vector field ξ_1 is parallel with respect to the normal connection and in the case when $-J\xi_1$ is an eigenvector of the shape operator with respect to ξ_1 , we conclude that the Levi form can never vanish.

This talk is based on joint research with M. Okumura.

AMS Subject Classification: 53 C 15, 53 C 25, 53 C 40

Faculty of Mathematics, University of Belgrade, Studentski trg 16, P.O.Box 550, 11000 Belgrade, Yugoslavia

E-mail: mdjoric@mi.sanu.ac.yu

A FUNCTION ON THE SET OF CONVEX LATTICE POLYGONS WITH MINIMAL AREA

Vidan Govedarica

On the set of convex lattice n -gons with minimal area we consider the ratio $r_n(P)$ of the sum of squares of the diagonals and the sum of squares of the sides of a polygon P . We show that r_4 , r_6 and r_8 are constant functions and we obtain the best limits for r_5 and r_7 . Also, we obtain some inequalities for r_n , $n > 8$.

AMS Subject Classification: 52 A 10, 52 A 40

Elektrotehnički fakultet, Patre 5, Banja Luka

E-mail: vidan@etf-bl.rstel.net

UNKNOTTING NUMBER CONJECTURE

Slavik V. Jablan

In every crossing point of a knot it is possible to make a crossing change: transform an overcrossing to undercrossing or *vice versa*. The unknotting number $u(k)$ of a knot k is the smallest number of such changes required to obtain the

unknot, the minimum taken over all regular projections. According to the *classical definition*, we could after each change do an ambient isotopy, then perform next change in the new projection, etc., and continue in this manner until the unknot is obtained. According to the *standard definition*, we must perform all changes in a single (fixed) projection of k . These two definitions are equivalent [1, pp. 58]. If in the first definition we restrict “all the regular projections” to “all the minimal regular projections”, we cannot always obtain the correct unknotting number. This shows the well known example of the knot 10_8 (or 514 in Conway notation), given by Y. Nakanishi and S. Bleiler.

Therefore, we propose the following

CONJECTURE: (a) $u(1) = 0$, where 1 is the unknot; (b) $u(k) = \min u(k^-) + 1$, where the minimum is taken over all knots k^- , obtained from a minimal projection of k by one change of crossing.

This Conjecture (titled Bernhard-Jablan Conjecture), introduced by J. A. Bernhard in [2] was also independently proposed by the author in 1995, and effectively used for the calculation of unknotting numbers of the knots with $n \leq 10$ crossings.

The Conjecture holds for all the exactly determined unknotting numbers ($n \leq 10$) from [3] and if in all the other cases ($A = 1$ or 2 ; $B = 2$ or 3 , etc.) for the unknotting numbers we take the maximal values for A , B , etc. By using Conjecture, we calculated unknotting numbers for different families of knots.

REFERENCES

1. Adams, C.C., *The Knot Book*, New York: Freeman, 1994.
2. Bernhard, J.A., *Unknotting numbers and their minimal knot diagrams*, J. Knot Theory & Ramifications, 3, 1 (1994), 1-5.
3. Kawaguchi, A., *A Survey of Knot Theory*, Basel, Boston, Berlin: Birkhäuser, 1996.

AMS Subject Classification: 57M25

Mathematical Institute, Belgrade 11001, Knez Mihailova 35, P.O.Box 367, Yugoslavia

E-mail: jablans@mi.sanu.ac.yu

ПОКРИВЕНОСТ ПРОЈЕКТИВНЕ РАВНИ P_9 ПОДРАВНИМА P_3

Милан Јанић

У раду је дат један поступак прекривања пројективне равни P_9 дисјунктивним Беровим подравнима P_3 . Показана је условљеност прекривања и чињенице да је нека раван Дезаргова. Метод прекривања (дијагонална форма таблице инциденције), може послужити као метод конструкције равни P_9 .

AMS Subject Classification: 51E

Технички факултет, Бор

E-mail: janic@nastava.tf.bor.ac.yu

SOME FUNCTORS ON THE CATEGORY OF BANACH SC^∞ -MANIFOLDS

Olga Veniaminovna Kounakovskaia

One of the basic problems in the theory of infinite-dimensional differentiable manifolds is to establish of existence of a sufficient amount of nontrivial differentiable functions (for instance, for the construction of partition of unity). The present results can be considered as a possible solution to this problem.

THEOREM. [1] Suppose (X, S) is a Hausdorff final compact SC^r -manifold modelled on an SC^r -smooth Banach space E , $r \geq 2$. Then: a) X admits SC^r -partition of unity, b) given $f \in C^0(X, \mathbf{R})$ and $p \in C^0(X, \mathbf{R}^+)$, there is an SC^r -function $g: X \rightarrow \mathbf{R}$ approximating f in the C^0 -fine topology.

In the talk cohomological and corresponding homological functors on the category of SC^∞ -manifolds will be considered.

REFERENCES

1. Kounakovskaia, O.V, *On smooth partitions of unity on Banach manifolds*, *Izv. vuzov. Matematika.* - N. 10, 1997. - C. 51-58 (in Russian).

AMS Subject Classification: 58B05

Russia, 394693 Voronezh, Universitetskaia pl., 1, Voronezh State University, Mathematical Faculty, Chair of Algebra and Topological Methods of Analysis

E-mail: ovk@alg.vsu.ru

SOME COUNTABLE PROPERTIES IN FUZZY TOPOLOGICAL SPACES

Biljana Krsteska

A concept of a -strong precompactness in fuzzy topological spaces is introduced and studied. Three countable properties of fuzzy topological spaces are introduced and investigated by the help of fuzzy strongly preopen sets.

AMS Subject Classification: 54A40

Faculty of Mathematics and Natural Sciences, P. O. Box 162, 91000 Skopje, Macedonia

E-mail: biljanak@iunona.pmf.ukim.edu.mk

ON SOME MODELS OF GROUPS OF MOTIONS OF NONEUCLIDEAN SPACES

Lyudmila Borisovna Medvedeva¹ and Milanka Popović²

In [1] there was constructed a model of a group of affine transformations of the affine space A^k , where the transformations of the group are represented as k -dimensional planes of some open subset of k -dimensional planes of the projective space P^{2k} . The model can be obtained by the map $f: P^{2k} \rightarrow P^k$, defined as follows:

$$f(A) = (\psi_1(A), \psi_2(A)),$$

where ψ_1 and ψ_2 are the projections of P^{2k} on P^k with the centres P_1^{k-1} and P_2^{k-1} correspondingly. Under this map the image of every k -dimensional plane τ , that doesn't intersect P_1^{k-1} and P_2^{k-1} , is the projective transformation $f_{\bar{\tau}}$ of the plane of projection:

$$f_{\bar{\tau}}: T^{k-1} \rightarrow T^{k-1},$$

where T^{k-1} is the intersection of P^k with the hyperplane $\Pi := \langle P_1^{k-1}, P_2^{k-1} \rangle$. If we fix in T^{k-1} an absolute of some space, we in fact choose a subgroup of similarities and motions of this space in the group of projective transformations $f_{\bar{\tau}}$ and so we choose a subset of k -dimensional planes in P^{2k} , which can be considered the image of this subgroup.

In the report we study the interpretation of the groups of similarities and motions of galiley and pseudogaliley 3-dimensional spaces on the set of 3-dimensional planes of P^6 .

REFERENCES

1. Medvedeva, L. B., *On the group operation on the set of k -dimensional planes in P^{2k}* , Questions of group theory and homological algebra. Yaroslavl, 1990. P. 36-40.

AMS Subject Classification: 51

¹ 150000 Russia, Yaroslavl, B. Oktyabrskaya street, 126a-60

² 11000 Yugoslavia, Belgrade, Jovana Belića street, 16/17

E-mail: milanka@email.co.yu scout@univ.uniyar.ac.ru

GEOMETRIC ANALYSIS OF A TYPICAL QUANTUM SYSTEM

Olivera Milenković¹, Nikola Burić² and Stana Nikčević²

Continuous representations of the group $SU(2) \times SU(2)$ are used to explicitly construct the corresponding symplectic manifold and the Hamiltonian vector field, which describe a typical quantum system, originally defined on its Hilbert space. This identification enables one to apply the standard methods of the theory of Hamiltonian dynamical system for an analysis of the spin-orbit interaction in an external field. For example, it is demonstrated that the degree of chaoticity of the orbits increases as the dimension of the representation of the dynamical $SU(2) \times SU(2)$ symmetry group is increased.

¹ Faculty of Mathematics, Studentski trg 16, 11000 Beograd, Yugoslavia

² Institute of Mathematics and Physics, Faculty of Pharmacy, Vojvode Stepe 450, 11000 Beograd, Yugoslavia

E-mail: olivera@matf.bg.ac.yu majab@rudjer.ff.bg.ac.yu
enikcevi@ubbg.etf.bg.ac.yu

ℒ-КОМПЛЕТНИ ПРОСТОРИ

Душан Милованчевић

ДЕФИНИЦИЈА 1. Нека је X простор Tychonoff-а. Тачка $p \in X$ ($A \subset X$) је \mathcal{L} -тачка (\mathcal{L} -скуп) ако за сваки Lindelöf скуп F садржан у $X \setminus \{p\}$ ($X \setminus A$) важи релација $cl_X(F) \cap \{p\} = \emptyset$ ($cl_X(F) \cap A = \emptyset$).

ДЕФИНИЦИЈА 2. Простор X је LC -простор ако сваки његов Lindelöf потпростор има компактно затворење.

ТЕОРЕМА 1. За сваки Tychonoff-лев простор X следећа тврђења су еквивалентна:

(I) Простор X је LC -простор.

(II) За сваку компактификацију cX од X разлика $cX \setminus c(X)$ је \mathcal{L} -скуп cX .

(III) Разлика $\beta X \setminus \beta(X)$ је \mathcal{L} -скуп у βX .

(IV) Егзистира компактификација cX од X са разликом $cX \setminus c(X)$ која је \mathcal{L} -скуп у cX .

ДЕФИНИЦИЈА 3. Tychonoff-лев простор X је \mathcal{L} -комплетан ако задовољава било који исказ од I до IV Теореме 3.

\mathcal{L} -комплетност је инваријантно својство у односу на затворене подскупове, тополошку суму, производ и перфектна пресликавања.

AMS Subject Classification: 54D 35, 54D 40, 54D 30

Машински факултет, Београдска 14, Ниш

E-mail: milodu@masfak.masfak.ni.ac.yu

RICCI TYPE IDENTITIES AND CURVATURE TENSORS IN OTSUKI SPACES

Svetislav Minčić

In Otsuki spaces are used two non-symmetric affine connections: one for covariant and the second for contravariant indices. In this work we study Ricci type identities and curvature tensors of these spaces.

AMS Subject Classification: 53 B 05, 53 B 15

Математички институт SANU, 11000 Београд, Југославија

НЕКЕ ОСОБИНЕ ЧЕХОВИХ ОКОЛИНСКИХ ПРОСТОРА

Мила Мршевић

Чехов околињски простор је уопштење тополошког простора при чему оператор затворења не мора да буде идемпотентан. Познато је да многа својства која важе у тополошким просторима важе и у околињским. У раду је показано да исто важи и за просторе непрекидних функција дефинисане на Чеховим околињским просторима. Посебно се разматрају θ -затворење и θ -непрекидна пресликавања тополошких простора у светлу Чехових околињских простора.

ЛИТЕРАТУРА

1. E. Čech, *Topological Spaces*, Czechoslovak Academy of Sciences, Prague, 1966.
2. M. Mršević, D. Andrijević, *On θ -connectedness and θ -closure spaces*, Topology and its Applications, (u štampi).

AMS Subject Classification: 54 A 05, 54 A 10, 54 C 05, 54 C 10

Математички факултет, Студентски трг 16, Београд

E-mail: mrsevic@matf.bg.ac.yu

θ -CLOSURE IN FUZZY SETTING AND FUZZY θ -CLOSURE SPACE

Zlata Najev Petričević

Let (X, τ_x) be a fuzzy topological space. A fuzzy point x_α is in the closure of a fuzzy set A denoted by $\text{Cl}_\theta A$ if each closed neighborhood of x_α intersects A . The pair (X, Cl_θ) is a fuzzy closure space, also called a neighborhood space. We have introduced the concept of θ -adherent and θ -convergent points of fuzzy filter-bases and investigated different properties of fuzzy topological spaces and fuzzy θ -functions by using filters rather than sequences.

AMS Subject Classification: 54 A 55

Viša tehnička škola, PA, Dr Ivana Ribara 64, 11070 Novi Beograd

E-mail: larabeba@EUnet.yu

ON THE EXISTENCE OF HOMOGENEOUS GEODESICS IN HOMOGENEOUS RIEMANNIAN MANIFOLDS

Stana Nikčević

In the present work we study the existence of geodesics which are orbits of one-parameter groups of isometries in homogeneous Riemannian manifolds. These type of geodesics are so-called homogeneous geodesics.

V. V. Kajzer (1990) proved that every semi-Riemannian group space admits at least one homogeneous geodesics through the identity element. O. Kowalski and J. Szenthe (2000) have shown that every homogeneous Riemannian manifold admits at least one homogeneous geodesics through every point. The aim of the present work is to provide examples showing that the results obtained by O. Kowalski and J. Szenthe are optimal in some sense.

This is a joint work with O. Kowalski and Z. Vlášek.

AMS Subject Classification: 53 C 30, 53 C 22

Institut za matematiku i fiziku, Farmaceutski fakultet, Vojvode Stepe 450, Beograd

E-mail: stanana@mi.sanu.ac.yu

3-TYPE CURVES IN THE EUCLIDEAN SPACE E^5

Miroslava Petrović-Torgašev

In this paper we give a full classification of all closed 3-type curves in the Euclidean space E^5 .

AMS Subject Classification: 53C40

Institut za matematiku, Prirodno-matematički fakultet, Radoja Domanovića 12,
34000 Kragujevac

E-mail: mirapt@uis0.uis.kg.ac.yu

ПАР КОНЈУГОВАНИХ КОНЕКСИЈА НА СКОРО ХЕРМИТСКОЈ МНОГОСТРУКОСТИ

Милева Првановић

Показано је како је један специјалан пар конјугованих конексија на скоро Хермитовој многострукости повезан са два идентитета Bianchi-јевог типа.

AMS Subject Classification: 53B55

Математички институт САНУ, Кнеза Михаила 35, 11000 Београд

О ЧЕТВРТСИМЕТРИЧНИМ КОНЕКСИЈАМА ХИПЕРБОЛИЧНОГ КЕЛЕРОВОГ ПРОСТОРА

Невена Пушић

1970. Golab је дефинисао четвртсиметричну конексију на просторима афине конексије. 1980. Mishra и Pandey су испитали неке особине четвртсиметричне конексије на Римановим, Келеровим и Сасакијевим многострукостима и добили неке особине кривине ових конексија, наслањајући се на резултате ранијих радова Јана (Yano) о полусиметричним конексијама. 1982. Yano и Imai су добили низ лепих резултата о особинама кривине оваквих конексија на Хермитским и Келеровим многострукостима.

Будући да је хипереболични Келеров простор посебно геометријски интересант због индефинитности своје метрике, за њега се у случају четвртсиметричне конексије добијају још лепше геометријске особине кривине.

AMS Subject Classification: 53A30

Природно-математички факултет, 21000 Нови Сад, др Илије Ђуричића 4

E-mail: nevena@unsim.ns.ac.yu

КЛАСИФИКАЦИЈА ПРЕПЛЕТНИХ ОРНАМЕНАТА

Љиљана Радовић и Славик Јаблан

У досадашњим радовима [1], као основа за класификацију преплетних орнамената разматрана је само њихова симетрија: за сваки преплетни орнамент одређивана је његова група симетрија, једна од 80 група симетрије слојева G_{32} . За регистровање оваквих група симетрије довољно је одредити полазни асиметрични мотив и групу изометријских трансформација којима је он умножен. При томе се потпуно занемарују индивидуалне особине самог асиметричног полазног мотива, који припада фундаменталној области групе симетрија, тј. његове топошке особине.

Сваки асиметричан полазни мотив, сам по себи, представља, неки чвор или преплет (тј. "tangle" у смислу [2, стр. 41]). Стога је за прецизнију класификацију преплетних орнамената потребно одредити за сваки полазни мотив његово место у оквиру постојеће класификације чворова и преплета и групу симетрија која дејствује на њега [3]. Пошто се ради преплетима, тј. структурама које немају особине „чврстог тела“, посматрана група симетрија не мора припадати искључиво класи изометријских група еуклидског простора, па самим тим не мора задовољавати тзв. став о кристалографским ограничењима.

ЛИТЕРАТУРА

1. B. Grünbaum, G. C. Shephard, *Tilings and Patterns*, Freeman, San Francisco, 1987.
2. C. C. Adams, *The Knot Book*, Freeman, New York, 1994.
3. I. Emery, *The Primary Structures of Fabrics*, Watson-Guptill Publications/Whitney, New York, 1994.

Машински факултет, Београдска 14, Ниш

E-mail: liki@masfak.masfak.ni.ac.yu

ON GEOMETRY OF 4-DIMENSIONAL KLEINIAN OSSERMAN MANIFOLDS

Zoran Rakić

Let M be a 4-dimensional Kleinian timelike (spacelike) Osserman manifold and let \mathcal{K}_X be its Jacobi operator for arbitrary unit vector X . It is known that for such manifolds Osserman type conjecture is not true. There exists three types such manifolds:

- type I: if the \mathcal{K}_X is diagonalizable;
- type II: if the minimal polynomial of \mathcal{K}_X has a double root;
- type III: if the minimal polynomial of \mathcal{K}_X has a triple root.

For all types of M we show that $\|\nabla R\| = 0$, and if M is of type I then M is a rank-one symmetric spaces or flat.

We show that the manifolds of type II and III have very rich geometry: they are self-dual (or anti-self dual) Einstein spaces, admit autoparallel distributions and are locally foliated by totally geodesic, flat, isotropic 2-dimensional submanifolds. Also, we find all such manifolds in the class of recurrent spaces.

This is joint work with N. Blažić and N. Bokan.

AMS Subject Classification: 53 B 30, 53 C 50

University of Belgrade, Faculty of Mathematics, Studentski trg 16, p.p. 550, 11000 Belgrade, Yugoslavia

E-mail: zrakic@matf.bg.ac.yu

ON SPECIAL THIRD TYPE ALMOST GEODESIC MAPPINGS OF AFFINE CONNECTION SPACES

Mića S. Stanković

In this paper we investigate two kinds of third type almost geodesic mappings of affine connection spaces. Also we investigate some reciprocity conditions of these mappings and find some invariant geometric objects for special third type almost geodesic mappings.

AMS Subject Classification: 53 B 05, 53 B 15

Faculty of Science and Mathematics, Ćirila i Metodija 2, 18000 Niš, Yugoslavia

E-mail: smica@archimed.filfak.ni.ac.yu

ХИПЕРПРОСТОРИ НЕКИХ КЛАСА ПРОСТОРА

Момир Станојевић

За простор (X, τ) са $(\exp X, \tau_f)$, $(\exp X, \tau_{lf})$ означен је простор на непразним затвореним подскуповима простора X са коначном, локално коначном топологијом, респективно, а са $CP(X)$ потпростор компактних подскупова простора X .

Ако је $A \subset X$, тада је $\exp(A, X) = \{F \in \exp X : F \subset A\}$.

Простор (X, τ) је: а) *изокомпактан* = *is* ако је сваки његов затворен пребројиво компактан подскуп компактан, б) *строго изокомпактан* = *sis* ако је сваки његов затворен релативно псеудокомпактан подскуп компактан. Скуп $A \subset X$ је *инклузивно компактан* ако је $\exp(A, X) \subset CP(X)$.

У раду се дају неке особине простора под а) и б) као и карактеризација ових простора у терминима хиперпростора $(\exp X, \tau_1 f)$.

Једно од таквих тврђења је

ТЕОРЕМА 1. Нека је (X, τ) нормалан простор. Тада су следећи услови еквивалентни:

1. (X, τ) је изокомпактан.
2. $CP(X)$ је затворен у $(\exp X, \tau_1 f)$.
3. $A \subset X$ је инклузивно компактан ако и само ако је $Cl_X A \in CP(X)$.

Слично тврђење важи за случај да је X строго изокомпактан.

ТЕОРЕМА 2. Ако је X изокомпактан нормалан простор, тада је $CP(X)$ изокомпактан.

Како класа изокомпактних простора садржи класу компактних, метризабилних, Линделефових, реално компактних и других простора, то се резултати користе за испитивање особина хиперпростора $(\exp X, \tau_1 f)$ за случај да је X метризабилан или из неке од наведених класа.

AMS Subject Classification: 54 B 20, 54 B 50

Машински факултет, Београдска 14, Ниш

E-mail: momas@masfak.masfak.ni.ac.yu

TRIANGULATION OF CONVEX POLYHEDRA BY SMALL NUMBER OF TETRAHEDRA

Milica Stojanović

Division of polyhedron with tetrahedra is the most often called triangulation, to indicate that it is a generalization of two-dimensional case of dividing a polygon by diagonals. But, 2-triangulation of n -gon is always giving $n-2$ triangles, while different 3-triangulations of a polyhedra with n vertices might give different number of tetrahedra and even for some non convex polyhedra is not possible any such division. It is proved that triangulation with minimal number of tetrahedra (the minimal one) for a given convex polyhedron is linearly depending on the number of vertices. Some algorithms for triangulation with small number of tetrahedra and upper boundary of tetrahedra in minimal triangulation are discussed in papers of H. Edelsbrunner, F.P. Preparata, D.B. West and D.D. Sleator, R.E. Tarjan, W.P.Thurston. Here is continued investigation in that sense.

AMS Classification: 52 C 17, 52 B 05, 05 B 40

Faculty of Organizational Sciences, Jove Ilića 154, YU-11040 Belgrade

E-mail: milicas@EUnet.yu

A CLASSIFICATION OF 2-TYPE CURVES IN MINKOWSKI SPACE E_1^n

Emilija Šučurović

In this paper we give a complete classification of all 2-type curves in Minkowski n -space E_1^n .

REFERENCES

1. D. E. Blair, *A classification of 3-type curves*, Soochow J. Math. 21, (1995), 145–158.
2. J. Walrave, *Curves and surfaces in Minkowski space*, Doctoral thesis, K. U. Leuven, Fac. of Science, Leuven, (1995).

AMS Subject Classification: 53 C 50, 53 C 40.

Prirodno-matematički fakultet, Institut za matematiku i informatiku, Radoja Domanovića 12, 34000 Kragujevac

E-mail: emilija@uis0.uis.kg.ac.yu

CELL DECOMPOSITION OF THE FULL FLAG MANIFOLDS

Kostadin Trenčevski and S. Kera

Let $n \in \mathbf{N}$, $F = \mathbf{R}$ or $F = \mathbf{C}$ and $G_n(F)$ be the flag manifold of full flags [1] $(V_1, V_2, \dots, V_{n-1})$. Each sequence of $n - 1$ orthogonal projective vectors A_1, A_2, \dots, A_{n-1} determines an element of $G_n(F)$, such that $V_i = \langle A_1, A_2, \dots, A_i \rangle$ for $1 \leq i \leq n-1$ and the converse also holds. Hence $G_n(\mathbf{R}) = O(n)/H$ and $G_n(\mathbf{C}) = U(n)/H$ where $H = \{diag(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) : \alpha_i \in F, |\alpha_i| = 1, 0 \leq i \leq n\}$. The main result is

THEOREM 1. *The manifold $G_n(F)$ decomposes into $n!$ non-intersecting cells, such that for each sequence $(i_1, i_2, \dots, i_{n-1})$, for $0 \leq i_j \leq j$ and $1 \leq j \leq n - 1$, there exists a cell $C_{i_1, \dots, i_{n-1}}$ which is homeomorphic to $F^{i_1} \times F^{i_2} \times \dots \times F^{i_{n-1}}$.*

In the paper are given two different ways for decomposition. For example, if $n = 3$ and $F = \mathbf{R}$, then one such decomposition of matrices with orthogonal projective vector rows is given by

$$\begin{bmatrix} 1 & & & \\ -(a+bc) & 1+c^2-abc & b+ba^2-ac & \\ & & & \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & c & a \\ -a & -ac & 1+c^2 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & c \\ 1+c^2 & -bc & b \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & b & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & a \\ 0 & -a & 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

REFERENCES

1. D.V.Alekseevsky, *Flag manifolds*, 11 Yugoslav Geometrical Seminar, Divčibare, 10-17 Oct. 1996, 3-35.
2. S.Kera, K.Trenčevski, *On some characteristic subgroups of the group of upper triangular matrices*, *Matematički Bilten*, 23 (1999), 59-66.

AMS Subject Classification: 53 C 30.

Institute of Mathematics, P.O.Box 162, Skopje, Macedonia

E-mail: kostatre@iunona.pmf.ukim.edu.mk

ON VARIATION OF SOME GEOMETRIC MAGNITUDES
UNDER INFINITESIMAL BENDING

Ljubica S. Velimirović

In this paper variations of some geometric magnitudes under infinitesimal bending are studied. Infinitesimal bending of a curve is considered and infinitesimal bending field is determined. Specially, the infinitesimal bending field that plane curve includes in a family of plane curves is given. It is also proved that the area of the region in the plane bounded by a closed curve is stationary under the infinitesimal bending of a curve remaining plane. The variation of the volume bounded by rotational surface, under infinitesimal bending of the meridian, remaining closed plane curve, is given.

AMS Subject Classification: 53 A 04, 53 A 05, 53 C 45

Faculty of Science and Mathematics, Ćirila i Metodija 2, 18000 Niš, Yugoslavia

E-mail: vljubica@archimed.filfak.ni.ac.yu

РЕАЛНА И КОМПЛЕКСНА АНАЛИЗА REAL AND COMPLEX ANALYSIS

DIFFERENTIATION OF MEAN VALUES

Momčilo Bjelica

The basic differentiation limit process

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = f'(a)$$

has an analogon in mean value theory

$$\lim_{\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{a}} \frac{M(\mathbf{x}) - a}{\sigma^2(\mathbf{x})} = \phi(a), \quad M(\mathbf{a}) = a,$$

where $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, $\mathbf{a} = (a, a, \dots, a)$. Also, σ^2 is a variance

$$\sigma^2(\mathbf{x}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - A(\mathbf{x}))^2 = Q^2(\mathbf{x}) - A^2(\mathbf{x}),$$

where Q and A are quadratic and arithmetic mean values respectively. If M is a quasi-arithmetic mean

$$M(\mathbf{x}) = \varphi^{-1} \left(\sum_{i=1}^n u_i \varphi(x_i) \right),$$

then $\phi = \varphi''/\varphi'$. For the power means it holds

$$\frac{d}{dp} M_p(\mathbf{x}) \sim \frac{\sigma^2(\mathbf{x})}{2a}, \quad \mathbf{x} \rightarrow \mathbf{a}.$$

AMS Subject Classification: 26 B 05

Technical faculty "Mihajlo Pupin", 23000 Zrenjanin

E-mail: bjelica@zpupin.tf.zr.ac.yu

PLANAR HARMONIC MAPPINGS—A COMPLEX ANALYTIC APPROACH

Daoud Bshouty

In 1984 Clunie and Shiel-Small introduced a complex analytic approach to study planar harmonic mappings. These are mappings from a domain D in \mathbf{R}^2 into \mathbf{R}^2 whose laplacian vanishes. Planar harmonic mappings are extremely important because of their immediate relation to minimal surfaces in \mathbf{R}^3 . This initial study attracted many complex analysts into the field and we shall discuss this advancement and the open problems that stem from this research.

E-mail: daoud@techunix.technion.ac.il

ON p -CONVEX FUNCTIONS

Tomica Divnić

In this note we treat so called p -convex functions.

A function $f: C \rightarrow \mathbf{R}$ (C is a cone in \mathbf{R}^n) is p -convex for some $p \in]0, 1[$ if

$$f(sx + ty) \leq s^p f(x) + t^p f(y)$$

for all $x, y \in C$ and all $s, t \in]0, 1[$ with $s + t = 1$.

The purpose is to establish a connection between p -convex and convex (resp. concave) functions.

AMS Subject Classification: 26 B 25

Prirodno-matematički fakultet, Radoja Domanovića, 34000 Kragujevac

SLOW VARIABILITY IN THE SENSE OF BEURLING

Dragan Đurčić

In this exposition, the relationship between the class of slowly varying functions in the sense of Beurling, and the class CRV of O -regularly varying functions with continuous index functions, is discussed.

AMS Subject Classification: 26 A 10

Tehnički fakultet, Svetog Save 65, 32000 Čačak

E-mail: dragandj@uis0.uis.kg.ac.yu

О ЕКСПОНЕНТИМА КОНВЕРГЕНЦИЈЕ ПРАВИЛНЕ ПРОМЕНЉИВОСТИ

Драган Ђурчић и Малиша Жижовић

За произвољни низ (a_n) позитивних бројева је дата конструкција низа експонената конвергенције правилне променљивости индекса ρ , $1 < \rho < k$, за произвољан природан број k , са основним особинама.

AMS Subject Classification: 26 A 12

Технички факултет, Светог Саве 65, Чачак

E-mail: zizo@tfc.tfc.kg.ac.yu

О J. VAN HENGLE-ОВОЈ НЕЈЕДНАКОСТИ

Миодраг Ивовић

У књизи *Неједнакости* Д. С. Митриновића, Грађевинска књига, Београд 1965, на страни 178 дата је и доказана неједнакост

$$(a+x)^a \leq a^{a+x} \quad (a, x \text{ природни бројеви, } a \geq 3).$$

Затим је, у истој књизи и на истој страни, дато уопштење Д. Д. Адамовића ове неједнакости за случајеве реалних бројева, када је $a \geq e$, $x > 0$.

Овде се, интегралном методом, поменута неједнакост проширује за случајеве реалних бројева када је $0 < a \leq 1$, $x > 0$ и добија неједнакост

$$(a+x)^a \geq a^{a+x}, \quad 0 < a \leq 1, \quad x \geq 0.$$

На крају се неједнакост Д. Д. Адамовића побољшава међунеједнакошћу

$$(a+x)^a \leq a^{a+x} \frac{(a+mx)^a}{a^{m+x}} \leq a^{a+x}, \quad 0 \leq m \leq 1,$$

где је m реалан број.

AMS Subject Classification: 26 D 20

Економски факултет, Каменичка 6, Београд

THE COSINE INTEGRAL AND THE COMMUTATIVE NEUTRIX CONVOLUTION

Biljana Jolevska-Tuneska¹ and Brian Fisher²

The cosine integral $Ci(\lambda x)$ and its associated functions $Ci_+(\lambda x)$ and $Ci_-(\lambda x)$ are defined as locally summable functions on the real line and some neutrix convolution products of these functions and other functions are then found.

REFERENCES

1. J.G. van der Corput, *Introduction to the neutrix calculus*, J. Analyse Math., **7**(1959-60), 291-398.
2. B. Fisher, *Neutrices and the convolution of distributions*, Univ. u Novom Sadu Zb. Rad. Prirod.-Mat. Fak. Ser. Mat., **17**(1987), 119-135.
3. B. Fisher and F. Al-Sirehy, *On the cosine integral*, Integral Trans. Spec. Funct., to appear.
4. B. Fisher and A. Kılıçman, *Some commutative neutrix convolution products of distributions*, Comment. Math. Univ. Carolinae, **36**(1995) 629-639.
5. I.M. Gel'fand and G.E. Shilov, *Generalized Functions*, Vol. I, Academic Press (1964).
6. I.N. Sneddon, *Special Functions of Mathematical Physics and Chemistry*, Oliver and Boyd (1961).

AMS Subject Classification: 33 B 10, 46 F 10

¹ Department of Mathematics, Faculty of Electrical Engineering, Skopje, R. Macedonia

E-mail: biljanaj@cerera.etf.ukim.edu.mk

² Institute of Simulation Sciences, SERC, Hawthorn Building, De Montfort University, Leicester, LE1 9BH, England and Department of Mathematics and Computer Science, Leicester University, Leicester, LE1 7RH, England.

E-mail: fbr@le.ac.uk

HARMONIC QUASICONFORMAL MAPPINGS BETWEEN UNIT DISK AND CONVEX JORDAN DOMAIN

David Kaljaj

In this paper we will consider harmonic diffeomorphisms and harmonic quasiconformal mappings of the unit disk onto the convex Jordan domain.

The main result is that the harmonic diffeomorphisms of the unit disk onto Jordan domain have the moduli of the first derivative strictly positive on the closed disk (there is a positive constant K such that $|f_z|^2 + |f_{\bar{z}}|^2 \geq K$ in the whole disk). There are a few corollaries for conformal and quasiconformal mappings.

REFERENCES

1. O. Martio, *On harmonic quasiconformal mappings*, Ann. Acad. Sci. Fenn., Ser. A I 425, 10 p. (1968).
2. Heinz, Erhard, *On one-to-one harmonic mappings*, Pac. J. Math. 9, 101-105 (1959).

AMS Subject Classification: 30 C 62

Univerzitet Crne Gore, Prirodno-matematički fakultet, Cetinjski put b.b. 81000 Podgorica, Yugoslavia

E-mail: davidk@rc.pmf.cg.ac.yu

**BOUNDEDNESS OF FUNCTIONS AND STRONG
ANALYTIC NORMALITY WITH RESPECT TO THE
HYPERBOLIC CYCLIC SEMIGROUPS**

Novo Labudović and Žarko Pavićević

We prove that a function analytic in the open unit disk of the complex plane D is bounded in the angles whose vertices are points $e^{i\theta}$ with fixed $\theta \in [0, 2\pi)$, if and only if it is strong analytic normal with respect to the cyclic semigroup which are generated by the hyperbolic element of the group of conformal automorphisms of D whose the attractive point is $e^{i\theta}$.

AMS Subject Classification: 30 D 45

University of Montenegro, Faculty of Sciences, 81000 Podgorica, Yugoslavia

E-mail: zarko@rc.pmf.cg.ac.yu

**NITSCHÉ'S CONJECTURE REGARDING UNIVALENT
HARMONIC MAPPINGS BETWEEN ANNULI**

Abdallah Lyzzaik

Dept. of Math and Computer Science, American University of Beirut, Beirut, Lebanon

E-mail: lyzzaik@aub.edu.lb

A COMBINATORIAL METHOD IN VECTOR ANALYSIS

Branko J. Malešević

In this paper we consider meaningful compositions of the first-order differential operations on the space \mathbf{R}^3 [1]. We show that there are F_{k+2} meaningful compositions of the k^{th} order differential operations, where F_{k+2} is Fibonacci's number of order $k+2$.

Next, using graph theory, in this paper we present a recurrent relation for counting meaningful compositions of the higher-order differential operations on the space \mathbf{R}^n ($n = 3, 4, \dots$) and extract the non-trivial compositions of order higher than two [2].

Finally, we show that the used method can be applied in some combinatorial problems of algebra and analysis.

REFERENCES

1. B. J. Malešević, *A note on higher-order differential operations*, Univ. Beograd, Publ. Elektrotehn. Fak., Ser. Mat. **7** (1996), 105–109.
2. B. J. Malešević, *Some combinatorial aspects of differential operations compositions on the space \mathbf{R}^n* , Univ. Beograd, Publ. Elektrotehn. Fak., Ser. Mat. **9** (1998), 29–33.

AMS Subject Classification: 26 B 12, 58 A 10

Elektrotehnički fakultet, Bulevar Kralja Aleksandra 73, 11000 Beograd

E-mail: malesevic@kiklop.etf.bg.ac.yu

ЦЕНТРИРАНОСТ И НЕЈЕДНАКОСТИ

Јован В. Малешевић

Реч је о систематизацији и примени уведеног поступка из рада [1] у контексту ставова из поменутог рада, уз геометријску интерпретацију. По почетним тврђењима дати су, користећи и рад [2], извесни ставови у вези центрираности. Добијене су и неједнакости у контексту познатих неједнакости као што је Стечкинова неједнакост [3] и друге неједнакости [4].

На крају, систематизација нас, поред осталог, доводи до геометријске интерпретације Young-ових неједнакости у оквиру центрираности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ј. В. Малешевић, *О средњим вредностима функција једне класе*, Гласник Шумарског факултета, Београд, 1992, **74**, 159–183.
2. Ј. В. Малешевић, *О једној средњој вредности на сегменту $[a, b]$, класичним срединама и геометријској интерпретацији*, Гласник Шумарског факултета, Београд, 1996–1997, **78–79**, 79–90.

3. Д. С. Митриновић, П. М. Васић, *Аналитичке неједнакости*, Београд 1970, 242.
4. J. V. Malešević, *On an inequality and a mean value*, RGMIA Research Report Collection, 3(2), Article 9, 2000.

AMS Subject Classification: 26 A 24

Футошка 60, 21000 Нови Сад

E-mail: malesh@EUnet.yu

ГЕОМЕТРИЈСКА СВОЈСТВА НЕКИХ КЛАСА ФУНКЦИЈА У АЛГЕБРИ $C(T)$

Миољуб Никић

У раду се разматрају нека геометријска својства одређених класа функција у $C(T)$. Такође, дата су гранична својства која не важе у класичном случају за унивалентне функције. Неке класичне неједнакости за функције једне променљиве, које су уопштене за функције више променљивих, доказане су и у бесконачно димензионом случају.

AMS Subject Classification: 30 C 45

Математички факултет, Студентски трг 16, Београд

NEW CRITERIA FOR UNIVALENT FUNCTIONS

Milutin Obradović¹ and S. Ponnusamy²

Let A denote the class of analytic functions in the unit disc $\Delta = \{z : |z| < 1\}$. Let $P_{\alpha, \beta, g}(\lambda)$ denote the family of functions $f \in A$, $f(z) \neq 0$ for $z \in \Delta \setminus \{0\}$, such that

$$\left| \alpha \left(\frac{z}{f(z)} \right)'' + \beta \left(\frac{z}{g(z)} \right)'' \right| \leq \lambda, \quad z \in \Delta,$$

for some $\alpha \neq 0, \beta \in C, \lambda > 0$ and $g \in A$ with $g(z) \neq 0$ in $\Delta \setminus \{0\}$. The main object of this paper is to study this class and to find conditions on α, β, λ and g such that each function $f \in P_{\alpha, \beta, g}(\lambda)$ belongs to the class of univalent functions in Δ . We also obtain a sufficient condition for an analytic function f to satisfy the analytic univalence criteria of Noshiro-Warschawski.

AMS Subject Classification: 30 C 45

¹ Department of Mathematics, Faculty of Technology and Metallurgy, Karnegijeva 4, Belgrade, Yugoslavia

E-mail: obrad@elab.tmf.bg.ac.yu

² Department of Mathematics, Indian Institute of Technology, IIT-Madras, Chennai 600036, India

ПРАВИЛНО ОГРАНИЧЕНЕ ФУНКЦИЈЕ И ХАРДИЈЕВА НЕЈЕДНАКОСТ

Татјана Острогорски

Уводи се класа функција које су сличне правилно променљивим функцијама. Мерљива функција $F: \mathbf{R}_+ \rightarrow \mathbf{R}_+$ се назива правилно ограничена ако је следећи супремум

$$\sup_{t>0} \frac{F(ts)}{F(t)}$$

коначан за свако $s > 0$. Ове функције се природно користе у неједнакостима, као што се класичне правилно променљиве функције користе у асимптотским релацијама.

Доказује се да правилно ограничене функције могу да служе као тежине у L^p неједнакостима за многе познате интегралне операторе. У специјалном случају Хардијеве неједнакости, за коју је Muckenhoupt нашао потребан и довољан услов за тежине, показује се веза овог услова и правилно ограничених функција.

AMS Subject Classification: 26 A 12, 26 D 10

Математички Институт, Кнеза Михаила 35, 11000 Београд

E-mail: ostrogor@mi.sanu.ac.yu

APPROXIMATION BY INTERPOLATING BLASCHKE PRODUCTS AND INTERPOLATING FORMULA IN THE UNIT BALL

Nikola Pandeski

We approximate given holomorphic function f in the unit disc, $|f| < 1$, by interpolating Blaschke product and we give an interpolating formula in the unit ball of C^n .

AMS Subject Classification: 30 D 50

Prirodno-matematički fak., Inst. za matematiku, Arhimedova 5, 91000 Skopje, p.fah. 162, Makedonija

E-mail: pandeski@iunona.pmf.ukim.edu.mk

LOCALLY BOUNDARY PROPERTIES OF FUNCTIONS
DEFINED ON THE OPEN BALL OF \mathbf{R}^n

Žarko Pavićević

We prove the assertions which give necessary and sufficient conditions for an arbitrary function defined on the open ball of \mathbf{R}^n to have the boundary values in Stolz's domains (conics) whose vertices belong to the bound of the ball.

AMS Subject Classification: 30 D 40, 30 C 65, 51 B 10

University of Montenegro, Faculty of Sciences, 81000 Podgorica, Yugoslavia

E-mail: zarko@rc.pmf.cg.ac.yu

ON THE SUMMATION OF SCHLÖMILCH SERIES

Miomir S. Stanković¹, Slobodan B. Tričković²
and Mirjana V. Vidanović¹

This paper is a contribution to the Theory of Bessel series being considerably used in the engineering. We consider Schlömilch series, with coefficients as rational functions, as well as generalized Schlömilch series involving a product of Bessel and trigonometric functions or Bessel integrals. Using some summations of trigonometric series and methods developed in the papers [1], [2], [3] we evaluate and represent these series as the series in terms of the Riemann zeta function and related functions of reciprocal powers. The obtained sums have the closed forms in certain cases. Recursive relations for the functions of reciprocal powers and relations between any two of them have been derived. We also give a review of the results in this area, comparing them to our general results and illustrate by an example how the obtained results can be used in a numeric evaluation of these series.

REFERENCES

1. M. S. Stanković, M. V. Vidanović, S. B. Tričković, *On the Summation of Series Involving Bessel or Struve Functions*, *J. Math. Anal. Appl.* **247** (2000) 15–26.
2. M. S. Stanković, D. M. Petković, M. V. Djurić, *Closed form expressions for some series involving Bessel functions of the first kind*, In: *Numerical Methods and Approximation Theory III* (Niš, 1987) (G.V. Milovanović, ed.), Univ. Niš, Niš (1988) 379–389.
3. M. S. Stanković, S. B. Tričković, M. V. Vidanović, *Series Over the Product of Bessel and Trigonometric Functions*, *Int. Trans. Spec. Func.* (accepted for publication in 2000).

AMS Subject Classification: 33 C 10, 11 M 06, 65 B 10

¹ Faculty of Occupational Safety, Čarnojevića 10a, University of Niš, Yugoslavia

² Faculty of Civil Engineering, Beogradska 14, University of Niš, Yugoslavia

E-mail: sbt@nikola.elfak.ni.ac.yu

**TAUBERIAN OPERATORS THEORY
OF CONVERGENCE IN ABELIAN FUNCTION SPACES**

Časlav V. Stanojević

The legacy of the classical Tauberian theory contributed to the development of Analysis of Divergence as a collection of methods to control and work with divergent processes. (See The proceedings of the seventh meeting of IWAA, University of Maine, June 1–6, 1997, Birkhäuser, 1999). The Tauberian theory in the operator form is applied to study the convergence problems in the Abelian function spaces.

AMS Subject Classification: 40

E-mail: iwaa@umr.edu

ON A STARLIKENESS CONDITION FOR ANALYTIC FUNCTIONS

Nikola Tuneski

In this work the relation

$$\frac{1 - z f''(z)/f'(z)}{z f'(z)/f(z)}$$

is studied as a condition for starlikeness. New general criteria on this subject is introduced and applied on different cases. Example for each case is given and comparison between the results is done.

REFERENCES

1. P. L. Duren, *Univalent Functions*, Springer-Verlag, 1983.
2. S. S. Miller and P. T. Mocanu, *On some classes of first-order differential subordinations*, Michigan Math. J. **32** (1985), no. 2, 157–172.
3. D. J. Hallenbeck and S. Ruscheweyh, *Subordination by convex functions*, Proc. Amer. Math. Soc., **52** (1975), 191–195.
4. H. Silverman, *Convex and starlike criteria*, Internat. J. Math. & Math. Sci. (22) **1** (1999), 75–79.
5. M. Obradović and N. Tuneski, *On the starlike criteria defined by Silverman*, to be revised.

AMS Subject Classification: 30 C 45

Department of Mathematics, Faculty of Mechanical Engineering, Karpos II b.b.,
Skopje, R. Macedonia

E-mail: nikolat@ereb.mf.ukim.edu.mk

ФУНКЦИОНАЛНА АНАЛИЗА И
ТЕОРИЈА ОПЕРАТОРА
FUNCTIONAL ANALYSIS AND OPERATOR THEORY

ON THE PROBLEM OF MULTIPLICATION OF DISTRIBUTIONS

A. Antonevich

In many physical applications of the theory of generalized functions it is necessary to give a meaning to the objects like δ^2, δ' , etc. where δ is the Dirac function, or more generally, to give a meaning to the product of two generalized functions. As is known it is impossible to introduce an associative multiplication in the space of distributions. To solve this problem a number of authors have introduced the so-called new generalized functions that form associative algebras.

The report presents a general approach to the construction of such algebras, description of some topological structures on these algebras and applications to the equations with generalized coefficients and nonlinear equations.

AMS Subject Classification: 35, 46

Belarusian State University, av Skariny, 4, Minsk, 220050, Republic of Belarus

E-mail: anton@mmf.bsu.unibel.by

BILINEAR HILBERT TRANSFORM

Aneta Bučkovska¹, Stevan Pilipović²

The bilinear Hilbert transform $H_\alpha: L^2 \times L^\infty \rightarrow L^2$ respectively, $H_\alpha: L^{p_1} \times L^{p_2} \rightarrow L^p$, is extended to $\mathcal{D}'_{L^2} \times \mathcal{D}_{L^\infty} \rightarrow \mathcal{D}'_{L^2}$, respectively $\mathcal{D}'_{L^{q_1}} \times \mathcal{D}_{L^{p_2}} \rightarrow \mathcal{D}'_{L^{q_1}}$ (with suitable parameters) as a hypocontinuous, respectively continuous mapping. The bilinear Hilbert transformation of Schwartz distributions is defined as an irregular operation. The inversion formula is given. It is used as a product formula for appropriate pairs of distributions.

AMS Subject Classification: 46 F 12

¹ University "St. Cyril and Methodius", Faculty of Electrical Engineering, Department of Mathematics, P.O.B. 574, 91000 Skopje, Macedonia.

E-mail: anbuc@dazhbog.etf.ukim.edu.mk anbuc@cerera.etf.ukim.edu.mk

² University of Novi Sad, Faculty of Science, Institute of Mathematics, Trg Dositeja Obradovića 4, 21000 Novi Sad, Yugoslavia.

GAPS BETWEEN SUBSPACES AND APPLICATIONS

Dragana S. Cvetković

We investigate gaps between subspaces of a Banach space. Particularly, we apply the obtained results to the theory of generalized inverses and Fredholm operators.

AMS Subject Classification: 47 A 53, 47 A 05, 46 B 20

Department of Mathematics, Faculty of Sciences, University of Niš, Ćirila i Metodija 2, 18000 Niš, Yugoslavia

E-mail: dragana@archimed.filfak.ni.ac.yu

THE STRICT TOPOLOGY AND A BOUNDED MULTIPLIER SUMMABILITY

Ljubomir Čukić

The strict topology β_t is the strongest locally convex topology on the space $C_b(T)$ of bounded real-valued continuous functions on a topological space T , coinciding with the compact-open topology on the unit ball $\{x \in C_b(T) : \sup_{t \in T} |x(t)| \leq 1\}$.

If (E, \mathcal{T}) is a locally convex space, then a family $(x_i)_{i \in I}$ in E is a bounded multiplier \mathcal{T} -summable if $(\lambda_i x_i)_{i \in I}$ is \mathcal{T} -summable for each $(\lambda_i) \in l^\infty(I)$. It is known that there is the strongest locally convex topology $BM(\mathcal{T})$ on E with \mathcal{T} -closed neighborhood basis of the origin that has the same bounded multiplier summable families as \mathcal{T} .

THEOREM. If T is a locally compact paracompact space, then the strict topology β_t is equal to $BM(\beta_t)$.

Theorems of Conway-LeCam, Varadarajan and Alexandroff are consequences of the preceding theorem.

AMS Subject Classification: 46 A 70, 46 E 27

Faculty of Civil Engineering, University of Belgrade, Bulevar kralja Aleksandra 73

E-mail: ljucukic@grf.bg.ac.yu

HYPER-POWER ITERATIVE METHOD IN BANACH ALGEBRAS

Dragan S. Đorđević

In this article we consider the convergence behaviour of the hyper-power method in Banach algebras.

AMS Subject Classification: 47 A 05, 46 H 05, 46 L 05.

Department of Mathematics, Faculty of Sciences, University of Niš, Ćirila i Metodija 2, 18000 Niš, Yugoslavia

E-mail: dragan@archimed.filfak.ni.ac.yu

SPECTRAL CONTINUITY IN THE ALGEBRA OF OPERATORS

Slaviša V. Đorđević

Let H be a complex infinite-dimensional separable Hilbert space, $B(H)$ ($K(H)$) denotes the Banach algebra of all bounded operators (the ideal of all compact operators) on H . Let T be an operator of a space H into itself. In this paper we will consider spectral continuity and the continuity of essential parts of spectrum in the operator T .

REFERENCES

1. J. D. Newburgh, *The variation of spectra*, Duke Math. J. **18** (1951), 165–176.
2. D. A. Herrero, *Approximation of Hilbert space operators, Vol. I*, Research Notes in Mathematics 72, Pitman, Boston, 1982.
3. J. B. Conway and B. B. Morrel, *Operators that are points of spectral continuity*, Integral Equations Operator Theory **2** (1979), 174–198.
4. S. Đorđević, *On continuity of the essential approximate point spectrum*, Facta Math. Niš **10** (1995), 97–104.
5. S. Đorđević, *On continuity of the Browder essential approximate point spectrum*, Comm. Math. (Poznan) **34** (1996), 69–73.
6. S. Đorđević, *The semi-continuity of the Browder essential generalized spectrum*, Filomat (Niš) **10** (1996), 169–172.

AMS Subject Classification: 47 A 53, 47 A 55

Faculty of Science, Department of Mathematics, University of Niš, Ćirila i Metodija 2, 18000 Niš, Yugoslavia

E-mail: slavdj@ptt.yu slavdj@archimed.filfak.ni.ac.yu

ON FIXED POINT THEOREM IN ULTRAMETRIC SPACES

Ljiljana Gajić

In this lecture using a well known result in ultrametric spaces, a fixed point theorem for a class of generalized contraction will be proved.

AMS Subject Classification: 47H10

Institute of Mathematics, Faculty of Science, Trg Dositeja Obradovića 4, 21000 Novi Sad

E-mail: gajic@unsim.im.ns.ac.yu

ЗАЈЕДНИЧКА ФИКСНА ТАЧКА ФАМИЛИЈЕ ПРЕСЛИКАВАЊА НА ТРАНСВЕРЗАЛНИМ ВЕРОВАТНОСНИМ ПРОСТОРИМА

Синиша Јешић

У раду је доказана теорема о заједничкој фиксној тачки комутативне фамилије вероватносних контракција, дефинисаних на доњим вероватносним трансверзалним просторима. Добијени резултат проширује резултат С. Вулке [1] о егзистенцији фиксне тачке пресликавања дефинисаних на Менгеровим просторима. Услов под којим С. Вулка доказује одговарајући резултат представља посебан случај вероватносне контракције. Такође, доказана теорема представља генерализацију ранијих резултата и преноси их на ширу класу простора.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Вулка, *Fixed point theorems of Matkowski on probabilistic metric spaces*, Demonstratio Math., 29 (1996), 159–164.
2. М. Tasković, *Transversal spaces*, Math. Moravica, 2 (1998), 133–142.

AMS Subject Classification: 47H10, 54H25

Електротехнички факултет, Булевар краља Александра 73, Београд

E-mail: jesha@eunet.yu

ELEMENTARY OPERATORS ON THE SCHATTEN IDEALS

Danko Jocić

Elementary operators are linear transformations of the form $X \mapsto \sum_n A_n X B_n$, acting on the space of bounded linear operators of a complex, separable Hilbert space. We consider their restrictions to the ideals of compact operators, as well as

those with the range within another such ideals. We establish some fundamental inequalities of the Cauchy-Schwarz type for those operators and applied those result to extend theorems of Fialkow and Loebel, as well as other results.

REFERENCES

1. D. Jocić, *Cauchy-Schwarz and means inequalities for elementary operators into norm ideals*, Proc. Amer. Math. Soc. 126 (1998), 2705–2711.
2. D. Jocić, *The Cauchy-Schwarz inequality for elementary operators in Schatten ideals*, J. London Math. Soc. (2) 60 (1999), 925–934.

AMS Subject Classification: 47 A 30

Faculty of Mathematics, Studentski trg 16, 11000 Beograd

E-mail: jocic@matf.bg.ac.yu

CAUCHY INTEGRALS AND SPECTRAL PROJECTIONS

Ivan Jovanović and Vladimir Rakočević

Let X be an infinite-dimensional complex Banach space and denote the set of bounded linear operators on X by $B(X)$. In now classical book [1] Chapter IV is devoted to the *Cauchy theory* for operators in $B(X)$. If $T \in B(X)$ and if $0 \in \mathbb{C}$ is not an accumulation point in the spectrum $\sigma(T)$, then the well-known formula

$$(1) \quad I - P = \frac{1}{2\pi} \int_{\gamma} (\lambda - T)^{-1} d\lambda$$

defines a projection $P \in B(X)$. Among other things, we would like to present some results from [2], [3], i.e., that *heavy industry like the Cauchy integrals* of (1) can be avoided.

REFERENCES

1. E. R. Lorch, *Spectral Theory*, University Texts Mathematical Sciences, New York, 1962.
2. R. E. Harte, *Spectral projections*, Irish. Math. Soc. Newsletter, 11(1984), 10–15.
3. J. J. Koliha, *A generalized Drazin inverse*, Glasgow Math. J., 38(1996), 367–381.

AMS Subject Classification: 47 A 05, 47 A 10, 46 H 05

University of Niš, Faculty of Sciences, Department of Mathematics, Ćirila and Metodija 2, 18000 Niš.

E-mail: ivan@archimed.filfak.ni.ac.yu vrankoc@archimed.filfak.ni.ac.yu

CONES IN *LMC*-ALGEBRAS

Zoran Kadelburg¹ and Stojan Radenović²

Locally multiplicatively convex algebras with additional ordered structure are considered. A spectral theory in such structures is developed. Particularly, the relationship between normality of the positive cone generating the order and monotonicity of the spectral radius function is examined. Also, an *lmc*-variant of Krein-Rutman's theorem about spectral radius of positive compact operators is deduced.

AMS Subject Classification: 46 H 05

¹ Matematički fakultet, Studentski trg 16, 11000 Beograd

² Prirodno-matematički fakultet, R. Domanovića 12, 34000 Kragujevac

E-mail: kadelbur@matf.bg.ac.yu

О ОПЕРАТОРСКОЈ ЈЕДНАЧИНИ $AX - XB = Y$

Драгољуб Кечкић

У случајевима када једначина има јединствено решење за свако Y , то јест када је пресликавање $X \mapsto AX - XB$ инвертибилно, дате су интегралне репрезентације решења, као и оцене решења преко норме оператора Y .

AMS Subject Classification: 47 B 47, 47 A 30

Математички факултет, Студентски трг 16, Београд

E-mail: keckic@matf.bg.ac.yu

INTEGRATED SEMIGROUP OF UNBOUNDED LINEAR OPERATORS IN BANACH SPACES — CAUCHY PROBLEM

Ratko Kravarušić¹, Milorad Mijatović² and Stevan Pilipović³

AMS Subject Classification: 47

¹ Ekonomski fakultet, Banja Luka

² Viša poslovna škola, Vladimira Perića Valtera 4, Novi Sad

³ Prirodno-matematički fakultet, trg D. Obradovića 4, Novi Sad

E-mail: mijatm@EUnet.yu

**INTEGRATED SEMIGROUP OF UNBOUNDED
LINEAR OPERATORS IN BANACH SPACES
— RELATIONS WITH PARAMETERS**Ratko Kravarušić¹, Milorad Mijatović² and Stevan Pilipović³*AMS Subject Classification:* 47¹ Ekonomski fakultet, Banja Luka² Viša poslovna škola, Vladimira Perića Valtera 4, Novi Sad³ Prirodno-matematički fakultet, trg D. Obradovića 4, Novi Sad*E-mail:* mijatm@EUnet.yu**MATRIX TRANSFORMATIONS AND
MEASURES OF NONCOMPACTNESS**

Eberhard Malkowsky

We define spaces of generalized weighted means and difference sequences, determine their β -duals and characterize matrix transformations between them. Furthermore, we apply the Hausdorff measure of noncompactness to give necessary and sufficient conditions for the entries of infinite matrices to be compact operators between our new sequence spaces.

AMS Subject Classification: 40 H 05, 46 A 45

Prirodno-matematički fakultet, Univerzitet u Nišu, Ćirila i Metodija 2, 18000 Niš

E-mail: ema@BankerInter.net**THE INVERSE PROBLEM OF THE STURM-LIOUVILLE TYPE
WITH THE CONSTANT DELAY ON A SEGMENT**

Tihomir Marjanović and Milenko Pikula

This work is devoted to the solving of the inverse problem connected with the differential operator generated by

$$\begin{aligned} -y''(x) + q(x)y(x - \tau) &= \lambda y(x), & \tau > 0, & \lambda = z^2 \\ y'(0) - hy(0) &= 0, \\ y'(\pi) + Hy(\pi) &= 0, \\ y(x - \tau) &\equiv 0, & x - \tau < 0, & x \in [0, \tau), \quad \tau \in (0, \pi), \end{aligned}$$

where λ is a complex parameter, $q \in AC[\tau, \pi]$, the set of absolutely continuous functions on the segment $[\tau, \pi]$.

On the basis of two sequences of eigenvalues the operator is constructed by the method of characteristic functions. The work presents a continuation of our earlier results presented at:

1. II mathematical conference in Priština, September 25–28, 1996 (published in the Proceedings)
2. International memorial conference “D. S. Mitrović”, Niš, June 20–22, 1996 (prepared for publication)
3. 4th symposium on mathematical analysis and its applications, Arandelovac, May 26–30, 1997.

AMS Subject Classification: 47E05, 34K10

Učiteljski fakultet Užice, Trg Svetog Save 36, 31200 Užice

TOPOLOGIES ON SOME GENERALIZED ORLICZ SPACES

Romeo Meštrović

For a strictly positive and measurable on $[0, 2\pi)$ function w , we define the generalized Orlicz space $L_p^\omega(dt/2\pi) = L_p^\omega$ with the corresponding modular ρ_p^ω given by the function $\psi_\omega(t, u) = (\log(1 + u\omega(t)))^p$. We examine and compare different topological structures induced on L_p^ω by the modulars ρ_p^ω for which $\log^+(w/\omega) \in L^p(dt/2\pi)$.

REFERENCES

1. R. Meštrović and Ž. Pavićević, *The logarithmic analogue of Szegő's theorem*, Acta Sci. Math. (Szeged) **64** (1998), 97–102.
2. J. Musielak, *Orlicz spaces and modular spaces*, Lecture Notes in Math. **1034**, Springer-Verlag, 1983.

AMS Subject Classification: 46E30, 30H05, 46J15

University of Montenegro, Maritime Faculty, 85330 Kotor, Yugoslavia

E-mail: fzpkotor@cg.yu

УГЛОВНИ МОДУЛ ДЕФОРМАЦИЈА КВАЗИЕУКЛИДСКОГ ПРОСТОРА

Павле Миличић

У тзв. квази еуклидском простору X , кога је аутор дефинисао (Journal of Mathematics Kyoto University, V. 38, No. 1 (1998)), посматрају се аутором нововедени појмови (појавиће се у Rivista di matematica della Universita di Parma), тзв. угловни модули простора X : угловни модул конвексности $\delta'_X(\varepsilon)$, угловни модул глаткости $\rho'_X(\varepsilon)$ и угловни модул деформације $d'_X(\varepsilon)$, ($\varepsilon \in [0, 2]$). Упоредбују се ови модули са одговарајућим познатим модулима: Clarkson-овим модулом конвексности $\delta_X(\varepsilon)$, Ванаш-овим модулом глаткости $\rho_X(\varepsilon)$ и Ванаш-Fraczek-овим модулом деформације $d_X(\varepsilon)$ (Comment. Math. Univ. Carolinae 34, 1 (1993)). На пример, доказане су релације:

$$\delta_X(\varepsilon) = 1 - \sqrt[4]{1 - 2\delta'_X(\varepsilon) + \varepsilon^4/16}, \quad \varepsilon^4/32 \leq \delta'_X(\varepsilon) \leq \varepsilon^2/4,$$

$$\rho_X(\varepsilon) \leq \rho'_X(\varepsilon) \leq \begin{cases} \varepsilon/2, & 0 \leq \varepsilon \leq 1, \\ 1/4(\varepsilon^3 - 3\varepsilon^2 + 4\varepsilon), & 1 \leq \varepsilon \leq 2; \end{cases} \quad 0 \leq d'_X(\varepsilon) < \varepsilon/2.$$

Ако је X Hilbert-ов простор, онда је $\delta'_X(\varepsilon) = \rho'_X(\varepsilon) = \varepsilon^2/4$, односно $d'_X(\varepsilon) = 0$.

Дакле, од свих Ванаш-ових простора најмању угловну деформацију има Hilbert-ов простор.

AMS Subject Classification: 46 C 50

Јурџа Гагарина 255/56, 11070 Нови Београд

E-mail: milcic@verat.net

SOME FIXED POINT THEOREMS IN NOT NECESSARILY LOCALLY CONVEX SPACES

Zoran Mitrović

In this paper we give, using results of KKM theory, some fixed point theorems in topological vector spaces in not necessarily locally convex spaces. We give generalization of the classical Tychonoff's fixed point theorem.

AMS Subject Classification: 47 H 10

Faculty of Electrical Engineering, University of Banjaluka

E-mail: zmitrovic@etf-bl.rstel.net

WEIGHTED SEMICONVEX SPACES OF MEASURABLE FUNCTIONS

Johnson Olaleru

The study of weighted locally convex spaces of continuous function has been a subject of research for over thirty years. It generalizes almost all the continuous function spaces encountered in analysis. (See [1]).

However, the study, with the tool of weighted functions, has not been extended to semiconvex spaces, which is an intermediate between locally convex spaces and non locally convex topological vector spaces. (See [2]&[3]).

In this study, we make a study of weighted semiconvex spaces parallel to weighted locally convex spaces where continuous functions are replaced with measurable functions and the notion of P -seminorms replaces Nachbin family on a locally compact space X .

The knowledge of semiconvex spaces is assumed. It is observed that the technique of proving theorems in weighted locally convex spaces can be adapted to that of weighted semiconvex spaces of measurable functions in most cases.

REFERENCES

1. K. D. Bierstedt, R. Meise and W. H. Summers, *A projective description of weighted inductive limits*, Trans. Amer. Math. Soc. **272** (1982), 107–160.
2. S. O. Iyahen, *Semiconvex Spaces*, Glasgow Math. J. (1968), 111–118.

AMS Subject Classification: 46S10

I.C.T.P. P.O.Box 586, 34100 Trieste, Italy

E-mail: olaleruj@ictp.trieste.it

THE COMMUTANT OF THE ORDINARY SHIFT ON AN OPERATOR VALUED WEIGHTED SEQUENCE SPACE

Marija Orovčanec

In this paper we are going to be concerned mainly with the problems of boundedness of the operators that commute with the ordinary shift on an operator valued weighted sequence space.

AMS Subject Classification: 47B37

Prirodno matematički fakultet Skopje, P.O.Box 162, Skopje, Macedonia

E-mail: marijaor@iunona.pmf.ukim.edu.mk

**SEQUENCE SPACES WITH EXPONENT WEIGHTS.
REALISATIONS OF COLOMBEAU TYPE ALGEBRAS**

Stevan Pilipović

Colombeau had constructed his famous algebras by purely algebraic methods. No topology had appeared in his construction. Since then, algebras of Colombeau generalized numbers and functions became a very useful framework for linear problems with singularities and specially for non linear problems.

Also, in many papers had appeared different topologies and convergence structures defined on \mathcal{G} .

The aim of this talk is to give a purely topological description of Colombeau type spaces. We will show that such algebras fit very well in the general theory of the well known sequence spaces. Our formulation of Colombeau-like algebras should convince by the conceptual simplicity.

An important and in a sense a leading motivation for the analysis of the class of sequence spaces is the embedding of distribution, ultradistribution and hyperfunction type spaces into sequence spaces. This is well known for Schwartz's space of distribution and Colombeau algebra \mathcal{G} but for ultradistribution and hyperfunction type spaces new results will be presented.

AMS Subject Classification: 46 F

Institute of Mathematics, University of Novi Sad, Trg D. Obradovića 4, 21000 Novi Sad, Yugoslavia

E-mail: pilipovic@unsim.ns.ac.yu

**NONLINEAR VOLTERRA INTEGRAL EQUATION
WITH SINGULAR KERNEL**

Stevan Pilipović and Mirjana Stojanović

We consider in the framework of Colombeau theory a system of nonlinear Volterra integral equation with the polar kernel

$$(1) \quad f^i(x) = g^i(x) + \int_0^x \frac{K^i(x, y, f(y))}{|x - y|^\alpha} dy, \quad x \in I, \quad i = 1, \dots, n, \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2,$$

where $\alpha \in \mathbf{R}$, I is an interval containing zero, g^i is a distribution and K^i is an L_{loc}^∞ -function which is not of Lipschitz class, $i = 1, \dots, n$.

We use three different kind of regularization, regularization for g due to its singularity, special kind of regularization for K to avoid non-Lipschitz nonlinearity and the third kind of regularization for singularity of diagonal.

We correspond to (1) a family of equations without singularities on the diagonal and with smooth functions K_ε^i . Then, we give the existence and the uniqueness of the solution which corresponds to this family in the framework of \mathcal{G} .

We use these kinds of regularizations for g and K for nonlinear non-Lipschitz Volterra equation without polar kernel and apply that in solving semilinear hyperbolic system and wave equation since they have hidden nonlinear Volterra integral equation as their integral representation along the characteristic curves.

AMS Subject Classification: 46 F 99, 45 D 05

Institute of Mathematics, University of Novi Sad, Trg D. Obradovića 4, 21000 Novi Sad, Yugoslavia

E-mail: stojanovic@unsim.ns.ac.yu

STRUCTURAL THEOREMS FOR FAMILIES OF FOURIER HYPERFUNCTIONS

Bogoljub Stanković

Let $f_h, h \in H$, be a family of Fourier hyperfunctions which is convergent or bounded. It is of interest for the theory and applications to know whether this family can be given via a unique differential operator $J(D)$ and a family of continuous or smooth functions $p_h, h \in H$, in the form $f_h = J(D)p_h, h \in H$, where the family $p_h, h \in H$, is convergent or bounded but in some space of functions. In this paper we prove such a theorem for any convergent or bounded family without any special new condition.

AMS Subject Classification: 46 F 15

Institute of Mathematics, University of Novi Sad, Trg D. Obradovića 4, 21000 Novi Sad, Yugoslavia

О ЛОКАЛНО СЛАВО ПОЛУНЕПРЕКИДНИМ ФУНКЦИОНАЛИМА

Радоје Шћепановић и И. М. Лаврентјев

AMS Subject Classification: 47

Природно-математички факултет, Петњишки пут б.б, Подгорица

E-mail: radoje@rc.pmf.cg.ac.yu

OPERATORS WITH MAXIMALLY LARGE LOCAL SPECTRUM

Aleksandar Torgašev

In this paper we investigate bounded linear operators in a complex Banach space, having in a sense maximally large local spectrum, and we prove several properties of such operators.

AMS Subject Classification: 47 A 10

Matematički fakultet, Studentski trg 16a, 11000 Beograd

ДИФЕРЕНЦИЈАЛНЕ ЈЕДНАЧИНЕ DIFFERENTIAL EQUATIONS

C^* -ALGEBRAS GENERATED BY DYNAMICAL SYSTEMS

A. Antonevich and A. Lebedev

The main problems we are dealing with in the present report originate in the study of the equations of the form

$$\sum_k a_k(x, D)u(\alpha_k(x)) = f(x)$$

where $a_k(x, D)$ are some pseudodifferential operators and $\alpha_k: X \rightarrow X$ are certain transformations of the domain. The equations of this sort arise in connection with various nonlocal problems as well as the problems concerning operators with singularities.

The report contains a short review of the results on the subject given in [1] as well as fresh results. In particular we present the solutions to the next problems:

1. The construction of the (principal) symbolic calculus for non-local functional pseudodifferential operators (with singularities).
2. The description of the spectral properties and invertibility conditions for the symbols constructed.
3. The index calculation for the non-local functional pseudodifferential operators.

REFERENCES

1. A. Antonevich, M. Belousov, A. Lebedev, *Functional differential equations*, V.1 C^* -theory, 1994, 504 pp.; V.2. C^* -applications. Part 1. 1998, 384pp.; V.2, Part 2, 1998, 414 pp., Pitman Monographs and Surveys in Pure and Applied Mathematics NN 70, 94,95. Addison Wesley Longman.

AMS Subject Classification: 35, 45, 47

Belarusian State University, av Skariny, 4, Minsk, 220050, Republic of Belarus

E-mail: anton@mmf.bsu.unibel.by

**О КОМПЛЕКСНИМ ДИФЕРЕНЦИЈАЛНИМ ЈЕДНАЧИНАМА
ТИПА РИКАТИЈА И ВЕКУЕ
И ЊИХОВИМ ОПШТИМ РЕШЕЊИМА****Милош Чанак**

У раду се одређују општа решења комплексних диференцијалних једначина типа Рикатија и Векуе.

AMS Subject Classification: 34M

Пољопривредни факултет, Немањина 6, 11080 Земун

A METHOD OF SOLVING DIFFERENTIAL EQUATIONS**Tomica Divnić**

In this paper we consider a method for solving differential equations and systems of differential equations.

AMS Subject Classification: 34A05

Prirodno-matematički fakultet, Radoja Domanovića 12, 34000 Kragujevac

**ON UNIFORM CONVERGENCE OF SPECTRAL EXPANSIONS
ARISING BY AN ONE-DIMENSIONAL NON-SELFADJOINT
SCHRÖDINGER OPERATOR****Nebojša L. Lažetić**

We consider the problem of global uniform convergence of biorthogonal series $\sum_{n,k} (f, v_{n,k}) u_{n,k}(x)$ arising by an arbitrary minimal and complete in $L_2(G)$ system $\{u_{n,k}(x) \mid n \in \mathbb{N}, k = 0, 1, \dots\}$ of eigenfunctions and associated functions of the operator

$$\mathcal{L}(u)(x) = -u''(x) + q(x)u(x),$$

defined on a finite interval $G \subset \mathbb{R}$. It is supposed that the biorthogonally conjugated systems $\{u_{n,k}(x)\}$, $\{v_{n,k}(x)\}$ and the corresponding (complex) eigenvalues $\{\lambda_n \mid n \in \mathbb{N}\}$ satisfy so-called "bases conditions" of V. A. Il'in. Then, if complex-valued functions $q(x) \in L_1(G)$, $f'(x) \in BV(\overline{G})$ or $f'(x) \in H_1^\alpha(G) \cap L_\infty(G)$ ($0 < \alpha \leq 1$), we establish the absolute and uniform convergence on the whole \overline{G} of the mentioned series. Increasing smoothness of $q(x)$ and $f(x)$ properly, we can prove the absolute and uniform convergence on \overline{G} of derivatives of the biorthogonal series.

In all the cases some convergence rate estimates are obtained.

The results obtained may be used in considering the problem of existence and uniqueness of classical solutions to mixed boundary problems for some one-dimensional hyperbolic (or parabolic) partial differential equations of second order (on a closed rectangle), with a large class of non-selfadjoint boundary conditions.

AMS Subject Classification: 34L10, 47E05

Matematički fakultet, Studentski trg 16/IV, Beograd

E-mail: lazetic@matf.bg.ac.yu

OSCILLATION CRITERIA FOR GENERALIZED HALF-LINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS OF SECOND ORDER

Jelena V. Manojlović

We present new results on the oscillatory behaviour of solutions of second order nonlinear differential equation

$$[a(t)\psi(x(t))|x'(t)|^{\alpha-1}x'(t)]' + q(t)f(x(t)) = 0$$

where $a, q : [t_0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $\psi, f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ are continuous, $\alpha > 0$ is a constant, $a(t) > 0$ and $\psi(x) > 0$, $xf(x) > 0$ for $x \neq 0$. This nonlinear equation can be considered as a natural generalization of the half-linear equation

$$[a(t)|x'(t)|^{\alpha-1}x'(t)]' + q(t)|x(t)|^{\alpha-1}x(t) = 0,$$

which has been the object of intensive studies in recent years, since it has a striking similarity in the oscillatory behavior of solutions with the corresponding second order linear differential equation $(p(t)x'(t))' + q(t)x(t) = 0$.

All oscillation criteria have been established by using weighted average conditions of the type introduced by Ch. G. Philos [Arch. Math. (Basel), **53** (1989), 482–492]. Actually, a weighted function from a general class of parameter functions $H : \mathcal{D} = \{(t, s) : t \geq s \geq t_0\} \rightarrow \mathbb{R}$ has been used in the integral averages technique. Such averaging technique is unique in investigation of half-linear and generalized half-linear differential equation. Some of the results are extensions as well as improvements of known oscillation criteria for the generalized Emden-Fowler equation.

AMS Subject Classification: 34C15

University of Niš, Faculty of Science, Ćirila i Metodija 2, 18000 Niš, Yugoslavia

E-mail: jelenam@bankerinter.net

**PSEUDODIFFERENTIAL OPERATORS ON
ULTRAMODULATION SPACES**

Stevan Pilipović and Nenad Teofanov

In this lecture we give a short survey on the theory of modulation spaces and review some recent results about the action of pseudodifferential operators on modulation spaces. In the second part of the talk we introduce ultramodulation spaces and study a class of pseudodifferential operators on them.

AMS Subject Classification: 35 S 05, 46 F 05, 46 B 15, 43 A 70

Institute of Mathematics, Faculty of Science, Trg Dositeja Obradovića 4, 21000 Novi Sad

E-mail: tnenad@unsim.ns.ac.yu

О МАТРИЧНОЈ ЈЕДНАЧИНИ ВЕКУА

М. Рајовић, Д. Димитровски и Р. Стојиљковић

У раду је дата матрична интерпретација система једначина Векуа

$$\left\{ \frac{\partial W_i}{\partial \bar{z}} = \sum_{k=1}^n A_{ik} W_k + \sum_{k=1}^n B_{ik} \bar{W}_k + F_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \right\}$$

по непознатим функцијама $W_i(z, \bar{z})$, $i = 1, 2, \dots, n$.

AMS Subject Classification: 34 A 20, 30 D 05

Машински факултет Краљево, Доситејева 19, 36000 Краљево

ПСЕУДО-АНАЛИЗА И НЕЛИНЕАРНЕ ЈЕДНАЧИНЕ

Небојша Ралевић

Користећи псеудо-операције \oplus и \odot (специјално t -конорме и t -норме) могуће је дефинисати тзв. декомпабилне мере (мере адитивне у односу на \oplus) као и одговарајуће интеграле. На основу тога дају се појмови псеудо-конволуције и псеудо-Лапласове трансформације као и низ њихових особина.

Те особине, и увођење инверзне псеудо-Лапласове трансформације нам омогућавају да решавамо неке класе нелинеарних једначина (Бургерсова, Хамилтон-Јакобијева, оптимизационе једначине). Такође је интересантна особина да ако

су u_1 и u_2 решења нпр. Бургерсове једначине, тада је и њихова псеудо-линеарна комбинација $\lambda_1 \odot u_1 \oplus \lambda_2 \odot u_2$ такође решење те нелинеарне једначине.

Факултет техничких наука, трг Д. Обрадовића 6, 21000 Нови Сад

E-mail: nralevic@uns.ns.ac.yu

ДВОСТРУКА ТРАНСФОРМАЦИЈА И ДИФЕРЕНЦИЈАЛНА ЈЕДНАЧИНА $L_n[a_0, y] = 0$

Никола Росић

Доказује се

СТАВ. Ако једначина $L_n[a_0, y] = 0$, $a_0 \neq \text{const}$, може трансформацијом

$$\frac{du}{dx} = h(x), \quad y = g(x)v$$

да се сведе на једначину $K_n[b, v] = 0$ са сталним коефицијентима, онда то може само помоћу замене

$$\frac{du}{dx} = ka_0^m, \quad y = Ka_0^{-\frac{n-1}{2}m} \exp \left[\frac{1}{2} \int (pa_0^m - a_1/a_0) dx \right] v, \quad p = kb_1,$$

под условом

$$\frac{n \binom{n+1}{3} [m(m+2)a_0'^2 - 2ma_0a_0''] + 4 \binom{n}{2} (a_0'a_1 - a_0a_1') - 2(n-1)a_1^2 + 4na_0a_2}{4nk^2a_0^{2(m+1)}} = \text{const},$$

при чему су k и K корективне константе и $m \in \mathbb{Q}$.

AMS Subject Classification: 34A05

ул. Светозара Марковића, бр. 103/II-14, 34000 Крагујевац

AN EXTENDED METHOD OF FROBENIUS APPLIED TO COUPLED DIFFERENTIAL EQUATIONS

Kurt W. Tomantschger

Given are two *coupled* ordinary second-order differential equations with a regular singular point and two unknown functions. Using the method of Frobenius, we assume two series solutions starting with higher powers than zero of the variable. Substituting these series into the given equations, we cannot expect one initial

equation in only one of the differential equations. So we don't obtain any indicial equation and any solution by the *classical Method of Frobenius* because the equations are coupled.

The solution of this problem will be demonstrated by two coupled equations of the micropolar theory. Modified Bessel functions (MacDonald functions) are the result.

The idea of finding all indicial equations can be applied on a system of n ($n \geq 3$) coupled differential equations of higher order.

AMS Subject Classification: 34

TU Graz, Dept. of Mathematics, Steyrergasse 30, 8010 Graz, Austria

E-mail: toman@weyl.math.tu-graz.ac.at

REPRESENTATIONS OF SOLUTIONS OF ELLIPTIC DIFFERENTIAL EQUATIONS — NEW RESULTS OF THE 20TH CENTURY

Kurt W. Tomantschger

Transforming $u_{xx} + u_{yy} = 0$ by $z = x + iy$, $\bar{z} = x - iy$, the Laplace equation becomes $U_{z\bar{z}} = 0$ with the solution $U(z, \bar{z}) = f(z) + g(\bar{z})$; $f(z)$ resp. $g(\bar{z})$ is an arbitrary holomorphic resp. antiholomorphic function. This led to the transformation of elliptic equations

$$(1) \quad \Delta u + \alpha(x, y)u_x + \beta(x, y)u_y + \gamma(x, y)u = \delta(x, y)$$

into the complex, solving them there, and taking real- and imaginary part of the complex solution which represent real solutions of (1).

Integral operators representing solutions of partial differential equations, were introduced by S. Bergman (1937), I. N. Vekua (1937), M. Eichler (1942) and others. A general, almost explosive first development in this area started after 1961.

The *differential operator* of K. W. Bauer-E. Peschl (1966) we also discuss. Solutions are represented by arbitrary holomorphic functions and their derivatives.

One of the first equations which was solved by Bergman was the Helmholtz equation. The newest results had shown that this operator method is very useful for equations of mixed type, e.g. the *Tricomi equation*

$$(2) \quad \eta \psi_{\partial\partial} + \psi_{\eta\eta} = 0.$$

It describes flows on the airfoils which have velocities near the sound speed. We transform (2) into the elliptic form, then into the complex. Solving it there, we only have two types (elliptic, hyperbolic don't exist in complex). We even find a differentiable solution on the sonic line $\eta = 0$.

AMS Subject Classification: 35

TU Graz, Dept. of Mathematics, Steyrergasse 30, 8010 Graz, Austria

E-mail: toman@weyl.math.tu-graz.ac.at

КОМБИНАТОРИКА И ТЕОРИЈА ГРАФОВА
COMBINATORICS AND GRAPH THEORY

FLAG DIAGRAMS

Pavle V. M. Blagojević

For simplicial shellable spheres, with motivation of proving generalized g -theorem, we construct flag diagrams. Homotopy colimits of these diagrams has purely combinatorial cohomology betti numbers. This is a first step in Stanley scheme proof of a g -theorem for general convex polytopes.

AMS Subject Classification: 05 E 25, 14 M 25, 52 B 05

Matematički institut SANU, Knez Mihajlova 35, Beograd

E-mail: vxdig@EuNet.yu pavleb@turing.mi.sanu.ac.yu

ВЕРОВАТНОЋА И СТАТИСТИКА PROBABILITY AND STATISTICS

КАКО СЕ ЈЕДАН ХАОС (ВИНЕРОВ) ПРОЈЕКТУЈЕ НА ДРУГИ

Зоран А. Ивковић

Нека је $\mathcal{H} = \bigoplus_1^{\infty} \mathcal{H}_p$ Винеров хаос, тј. Хилбертов простор средње-квадратних функционала мерљивих у односу на Винеров процес $\{W(t), t > 0\}$. Елементи хаоса \mathcal{H}_p , реда p , имају репрезентацију помоћу p -тоструког Винер-Ито интеграла $I_p^W = \int_0^{\infty} \cdots \int_0^{\infty} f(t_1, \dots, t_p) W(dt_1, \dots, dt_p)$. Нека је: $\{\theta(x), x > 0\}$ Гаусов мартингал са структурном мером $F_{\theta}(dx) = \mathbb{E}\theta^2(dx)$ без атома, $r(t, x) = \mathbb{E}W(t)\theta(x)$, $r(t, \dot{x})$ Радон-Никодим извод $\frac{dr(t, x)}{F_{\theta}(dx)}$. Важи

$$\mathbb{E}(I_p^W(f) | \mathcal{F}_{\theta}) = I_p^{\theta}(\hat{f}), \hat{f}(x_1, \dots, x_p) = \int_0^{\infty} \cdots \int_0^{\infty} f(t_1, \dots, t_p) r(dt_1, \dot{x}_1) \cdots r(dt_p, \dot{x}_p).$$

Доказ се заснива на комутативности условног очекивања и Ермитовог полинома.

AMS Subject Classification: 60H05

Математички факултет, Студентски трг 16, 11000 Београд, Југославија

E-mail: zivko@matf.bg.ac.yu

НЕКИ СЛАБИЈИ УСЛОВИ ПОД КОЈИМА ВАЖИ ГРАНИЧНА ТЕОРЕМА О КОНВЕРГЕНЦИЈИ МАКСИМУМА

Слободанка Јанковић

Класична теорема о конвергенцији максимума независних случајних променљивих тврди да уколико при одговарајућем нормирању низови функција расподела максимума n независних и једнако расподељених случајних променљивих конвергирају кад $n \rightarrow \infty$ ка граничној расподели за свако реално x , тада гранична класа садржи укупно три типа расподела. Излажу се резултати у вези са

овом теоремом који се добијају када се ослаби претпоставка да конвергенција важи за свако реално x .

AMS Subject Classification: 60G70.

Математички институт, Кнеза Михаила 35, 11000 Београд

E-mail: bobaj@mi.sanu.ac.yu

PERTURBED STOCHASTIC HEREDITARY DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH INTEGRAL CONTRACTORS

Svetlana Janković and Miljana Jovanović

The present paper deals with the asymptotic behavior of the solution of the perturbed stochastic hereditary differential equation of the Ito type, by comparing it in the $(2m)$ -th moment sense with the solution of the appropriate unperturbed equation, on finite intervals or on intervals whose length tends to infinity as small perturbations tend to zero. The problems are considered by using the concept of a random integral contractor, which includes the Lipschitz condition as a special case.

AMS Subject Classification: 60H10

University of Niš, Faculty of Science, Department of Mathematics, Ćirila i Metodija 2, 18000 Niš, Yugoslavia

E-mail: svjank@archimed.filfak.ac.ni.yu mima@archimed.filfak.ac.ni.yu

CONVERGENCE IN $(2m)$ -TH MEAN FOR PERTURBED NONLINEAR STOCHASTIC INTEGRODIFFERENTIAL EQUATIONS

Miljana Jovanović and Svetlana Janković

The goal of the present paper is to study asymptotic behavior, in the $(2m)$ -th mean for the family of stochastic processes $x^\epsilon = (x_t^\epsilon, t \in [t_0, \infty))$, depending on a "small" parameter $\epsilon \in (0, 1)$. We consider the case when x^ϵ is the solution of a nonlinear stochastic integrodifferential equation of the Ito type whose coefficients are additionally perturbed. We investigate the closeness in $(2m)$ -th moment sense of the solution x^ϵ with the solution of the corresponding unperturbed equation of the equal type, on intervals whose length tends to infinity.

AMS Subject Classification: 60H10

University of Niš, Faculty of Science, Department of Mathematics, Ćirila i Metodija 2, 18000 Niš, Yugoslavia

E-mail: mima@archimed.filfak.ac.ni.yu svjank@archimed.filfak.ac.ni.yu

О ЈЕДНОМ МОДЕЛУ ВРЕМЕНСКИХ СЕРИЈА ПРИМЕНЉИВОМ У ХИДРОЛОГИЈИ

Јован Малишић

У раду се изучава један нелинеарни модел временских серија са ненегативним вредностима и ауторегресијском структуром првог реда са случајним коефицијентима. Разматрају се питања egzистенције, питања маргиналних расподела чланова серије и њихових компонената, као и питања оцењивања параметара у моделу. Указује се и на могуће примене у хидрологији.

AMS Subject Classification: 62M10

Математички факултет, Студентски трг 16, Београд

МЕШАВИНЕ РАСПОДЕЛА И ОПЕРАЦИЈЕ СА ЊИМА

Владислав Милошевић

Посматрају се мешавине функција расподела $F(x, t)$ облика

$$H(x) = \int_R F(x, t) dG(t),$$

као линеарни интегрални оператори, и дефинишу операције са мешавинама расподела.

AMS Subject Classification: 60

Економски факултет, Каменичка 6, 11000 Београд

ON EQUIVALENCE AND SPECTRAL MULTIPLICITY OF SOME GAUSSIAN PROCESSES

Slobodanka Mitrović

In this paper we consider some Gaussian second-order stochastic processes (continuous left and purely nondeterministic), in a separable Hilbert space and

analyze conditions for these processes to be equivalent. Also, we connect some results of H. Cramer (from [1]) concerning the problem of spectral multiplicity.

REFERENCES

1. Cramer, H., (1971) *Structural and Statistical Problems for a Class of Stochastic Processes*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, pp. 30
2. Hitsuda, M., (1973) *Multiplicity of Some Classes of Gaussian Processes*, Nagoya Math. J., **52**, 1, 39–46.
3. Mitrović, S., (1994) *A note concerning a theorem of Cramer*, Proc. Amer. Math. Soc., **121** (2), 589–591.
4. Mitrović, S., (1998) *Spectral multiplicity of some stochastic processes*, Proc. Amer. Math. Soc, **126** (1), 239–243.
5. Rozanov, Yu. A., (1968) *Infinite-dimensional Gaussian distribution*, Trudy Inst. V. A. Steklova, 108, 1–136 (in russian).

AMS Subject Classification: 60 G 15

Šumarski fakultet, Kneza Višeslava 1, 11000 Beograd

RATES OF CONVERGENCE IN CERTAIN LIMIT THEOREMS
FOR EXTREME VALUES

Pavle Mladenović

Let Z_1, Z_2, Z_3, \dots be a sequence of independent random variables with uniform distribution over the set $N_n = \{1, 2, \dots, n\}$. For each $j \in N_n$ let us denote $X_{nj} = \min\{k : Z_k = j\}$. Let $A_n, B_n \subset N_n$, and $M(A_n) = \max\{X_{nj} : j \in A_n\}$, $M(B_n) = \max\{X_{nj} : j \in B_n\}$, $T_n = \min\{M(A_n), M(B_n)\}$. We investigate limiting distributions of random variables $M(A_n)$, $M(B_n)$ and T_n in the case $|A_n| \rightarrow \infty$, $|B_n|/|A_n| \rightarrow \gamma > 0$, as $n \rightarrow \infty$, and determine the rates of convergence in corresponding limit theorems.

REFERENCES

1. Leadbetter, M.R., Lindgren, G. and Rootzén, H., *Extremes and Related Properties of Random Sequences and Processes*, Springer-Verlag, New York, Heidelberg, Berlin, 1986.
2. Mladenović, P., *Limit theorems for the maximum terms of a sequence of random variables with marginal geometric distributions*, Extremes, 2:4, 405–419, 1999.

AMS Subject Classification: 60 G 70

University of Belgrade, Faculty of Mathematics, Studentski trg 16, 11000 Beograd,
Yugoslavia

E-mail: paja@matf.bg.ac.yu

ROBUST PEROBL 3 METHOD OF LEAST SQUARES

Gligorije Perović

In this paper a new robust LS method is given. It is based on the theory of probability and statistic.

Građevinski fakultet, Bul. kralja Aleksandra 73/I, Beograd

E-mail: perg@grf.bg.ac.yu

THE MINQE-PERG METHOD OF VARIANCE-COMPONENTS ESTIMATION

Gligorije Perović

In the paper a method of variance-components estimation with repeated and uncorrelated measurements is presented. It yields the same results as MINQE Method. Its modification named PERMODMINQE, is also given.

Građevinski fakultet, Bul. kralja Aleksandra 73/I, Beograd

E-mail: perg@grf.bg.ac.yu

ON PITMAN'S ESTIMATION OF A VARIANCE

Marija Rašajski and Milan Merkle

Pitman's nearness criterion for estimation of an unknown statistical parameter θ states that a statistics $\hat{\theta}_1$ is better estimate of θ than another statistics $\hat{\theta}_2$ if $\text{Prob} (|\hat{\theta}_1 - \theta| < |\hat{\theta}_2 - \theta|) \geq 1/2$. Although it was invented in the first half of the 20th century, it had been forgotten for a long time, since its practical usage is very limited without a computer. We present some results related to Pitman's estimation of a variance. Considered population distributions include Gaussian, Exponential, Gamma and a mixture of Gaussian distributions. Since the method requires a knowledge of medians of certain statistics, we used the Monte Carlo simulation. We also give numerical estimates of the probability that Pitman's estimate is closer to the true variance than a classical estimate.

AMS Subject Classification: 62F 10, 62F 11, 62F 35

Faculty of Electrical Engineering, P.O. Box 35-54, 11120 Belgrade, Yugoslavia

E-mail: marijar@eunet.yu

SOME PROBLEMS CONNECTED WITH A LOSS
QUEUING SYSTEM

Stevan Stojanović

Problems of an asymptotic distribution of the time interval from the initial time $t = 0$ to the first loss unit for a loss queuing system with m parallel channels are discussed.

In the case of the Poisson input, the distribution of the number of the lost units in the interval $(0, t)$, where t is, in general, a random variable, are obtained.

AMS Subject Classification: 60 K 25, 60 K 30

Matematički fakultet, Studentski trg 16/IV, Beograd

E-mail: stevans@matf.bg.ac.yu

НУМЕРИЧКА АНАЛИЗА И ОПТИМИЗАЦИЈА NUMERICAL ANALYSIS AND OPTIMIZATION

STEP-SIZE АЛГОРИТАМ ДРУГОГ РЕДА

Нада И. Ђурановић-Миличић

У раду је дата модификација једног step-size алгорита другог реда. Ова модификација је заснована на такозваним forcing функцијама. Доказано је да је модификовани алгорита добро дефинисан. Такође је доказано да је свака тачка нагомилавања низа генерисаног овим алгоритмом оптимална тачка другог реда датог проблема нелинеарног програмирања. Дата су два доказа конвергенције имајући у виду две интерпретације изложеног алгорита.

ЛИТЕРАТУРА

1. Amaya, J., *Convergence of Curvilinear Search Algorithm to Second Order Points*, Revista de Mathematicas Aplicadas, 10(1989), 71-79.
2. Đuranovic-Miličić, N., *An Algorithm in Constrained Optimization*, in: Lecture Notes in Control and Information Sciences, ed. by M. Thoma and A. Wyner, Springer-Verlag, Berlin (1986), 203-208.
3. McCormick, G. P., *Nonlinear Programming, Theory, Algorithms and Applications*, Wiley, New York, 1983.

AMS Subject Classification: 90 C 30

Технолошко-металуршки факултет, Карнегијева 4, 11000 Београд

E-mail: nmilicic@elab.tmf.bg.ac.yu

ON CONVERGENCE OF THE FAMILY OF SIMULTANEOUS METHODS

Dragoslav Herceg¹, Miodrag Petković² and Jelena Nedić¹

In this paper we consider one-parameter family of simultaneous methods of Hansen-Patric's type for determining polynomial zeros. Special attention is devoted to the determination of initial approximations which provide a safe convergence of this methods. Using correction approach convergence of the considered methods was proven. Also, initial conditions which depend only on coefficients of polynomial were improved.

AMS Subject Classification: 65H05

¹ Institute of Mathematics, Faculty of Science, University of Novi Sad, Trg Dositeja Obradovića 7, 21000 Novi Sad

E-mail: {hercegd, jnedic}@unsim.ns.ac.yu

² Faculty of Electronic Engineering, University of Niš, Beogradska 14, 18000 Niš

E-mail: mps@kalca.junis.ns.ac.yu

NUMERICAL EXPERIMENTS WITH DIFFERENT SCHEMES FOR A SINGULARLY PERTURBED PROBLEM

Dragoslav Herceg, Katarina Surla, Ivana Radeka, Helena Maličić

We consider a number of different types of meshes and finite difference schemes for solving singularly perturbed semilinear boundary value problems for which it is known where boundary layers are. All of the considered schemes are uniformly convergent in the perturbation parameter. A new mesh of Bakvalov's type is also presented. A survey of numerical results shows different rates of convergence depending on the type of discretization mesh and also different number of mesh points inside the layers.

AMS Subject Classification: 65

Institute of Mathematics, Faculty of Science, University of Novi Sad, Trg Dositeja Obradovića 4, 21000 Novi Sad

E-mail: {hercegd, ksurla, ivanal, helena}@unsim.im.ns.ac.yu

ON CHOICE OF STARTING APPROXIMATIONS FOR FINDING POLYNOMIAL ZEROS

Đorđe Herceg

In this paper a method for choosing the starting approximations for iterative finding of polynomial zeros is presented. Using computer graphics, symbolic manipulation and iterative methods of high order of convergence, polynomial zeros are first isolated through a series of interactive steps, and then computed with high accuracy.

The accompanying software is developed in *Mathematica*.

Institute of Mathematics, Faculty of Science and Mathematics, University of Novi Sad, Trg D. Obradovića 4, Novi Sad

E-mail: herceg@unsim.im.ns.ac.yu

**ДИФЕРЕНЦИЈАБИЛНОСТ МАКСИМАЛНОГ РЕШЕЊА
ДИФЕРЕНЦИЈАЛНЕ ЈЕДНАЧИНЕ
ПО УПРАВЉАЈУЋОЈ ФУНКЦИЈИ****Владимир Јанковић**

У проблемима варијационог рачуна често се појављује диференцијална једначина чија десна страна зависи од управљајуће функције $u(\cdot)$:

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t), u(t)).$$

Разматра се понашање максималног решења ове једначине у зависности од почетних услова τ и ξ и управљајуће функције $u(\cdot)$:

$$x(t, \tau, \xi, u(\cdot)).$$

Доказује се да је ова функција непрекидно диференцијабилна уколико је функција f непрекидно диференцијабилна и налазе се њени парцијални изводи по свим променљивим.

Добијени резултат се може користити у доказима неопходних услова за проблеме варијационог рачуна.

AMS Subject Classification: 49K15

Математички факултет, Студентски трг 16, 11000 Београд

E-mail: vjankovic@matf.bg.ac.yu

**О НУМЕРИЧКОМ РЕШАВАЊУ ГРАНИЧНИХ ПРОБЛЕМА
КОЈИ САДРЖЕ КОНЦЕНТРИСАНЕ ВЕЛИЧИНЕ****Бошко Јовановић¹ и Лубин Вулков²**

У применама се често срећу диференцијалне једначине с прекидним или сингуларним коефицијентима. Специјално, различите концентрисане величине могу се описати помоћу Диракове дистрибуције. У том случају у сингуларној тачки (кривој, површи) решење једначине задовољава одговарајући услов сагласности.

У раду су конструисане хомогене диференцијске схеме за апроксимацију једне класе почетно-граничних проблема за једначине параболичког и хиперболичког типа с концентрисаним величинама. Предложена је апстрактна операторска метода за моделирање таквих задатака. Доказана је стабилност њихових решења у специјалним соболевским нормама с тежишним оператором. У одговарајућим дискретним нормама добијене су оцене брзине конвергенције сагласне с глаткошћу улазних података.

AMS Subject Classification: 65M15

¹ University of Belgrade, Faculty of Mathematics, Studentski trg 16, 11000 Belgrade, Yugoslavia

E-mail: bosko@matf.bg.ac.yu

² University of Rouse, Department of Applied Mathematics and Informatics, Studentska str. 8, 7017 Rouse, Bulgaria

E-mail: vulkov@ami.ru.acad.bg

РЕШЕЊЕ ДИДОНИНОГ ПРОБЛЕМА ПРИМЕНОМ ТЕОРЕМЕ БОЛТЈАНСКОГ

Бобан Маринковић

Један од најстаријих екстремалних проблема је Дидонин проблем који гласи: Од кривих дате дужине одредити ону која од дате полуравни одсеца област максималне површине. У овом раду он се разматра као проблем оптималног управљања у \mathbf{R}^2 . Претпоставља се да су криве природно параметризоване, да им је почетна тачка координатни почетак (фиксиран леви крај) а да се завршавају на позитивном делу x_1 осе (слободан десни крај). Управљајућа функција се посматра као функција положаја тачке (проблем синтезе). Применом теореме о неопходним условима оптималности скуп могућих решења се сведе на једночлан скуп чији је елемент полукруг. Затим се посматра фамилија проблема која садржи полазни проблем и чије екстремале прекривају одређену област у равни. На крају се применом теореме Болтјанског о довољним условима оптималности покаже да је полукруг решење проблема у тој области што ће повлачити и апсолутну оптималност.

AMS Subject Classification: 49

Рударско-геолошки факултет, Бушина 7, Београд

E-mail: boban@rgf.rgf.bg.ac.yu

ИНФЛУЕНЦНА ФУНКЦИЈА И ОСТАТАК У КВАДРАТУРНИМ ФОРМУЛАМА СА ВИШЕСТРУКИМ ЧВОРОВИМА

Г. В. Миловановић¹ и М. М. Спалевић²

Нека је реална функција f дефинисана на интервалу коначне дужине $[a, b]$. Означимо са $AC^k[a, b]$, $B^k[a, b]$, $C^k[a, b]$, класе функција чији је k -ти извод апсолутно непрекидан, ограничен или непрекидан на $[a, b]$, тим редом.

Нека је $w(t)$ тежинска функција дефинисана на (a, b) и $p, q, s_j \in N_0$ ($j = 1, 2, \dots, m$). За Chakalov-Porovićiu квадратурну формулу Lobatto типа,

$$\int_a^b f(t)w(t) dt = \sum_{h=0}^{p-1} \alpha_h f^{(h)}(a) + \sum_{h=0}^{q-1} \beta_h f^{(h)}(b) + \sum_{j=1}^m \sum_{h=0}^{2s_j} A_{hj} f^{(h)}(\tau_j) + R(f),$$

са максималним алгебарским степеном тачности $n = 2\left(\sum_{j=1}^m s_j + m\right) + p + q - 1$, конструисана је инфлуенца функција и испитана њена својства на основу којих је процењен остатак $R(f)$ када f припада класи $AC^{n-1}[a, b]$, $B^n[a, b]$ или $C^n[a, b]$.

AMS Subject Classification: 65 D 30, 41 A 05

¹ Универзитет у Нишу, Електронски факултет, п.ф. 73, 18000 Ниш

² Универзитет у Крагујевцу, ПМФ, п.ф. 60, 34000 Крагујевац

²*E-mail:* spale@knez.uis.kg.ac.yu

РЕКОНСТРУКЦИЈА ТЕЖИНСКЕ ФУНКЦИЈЕ ЗА НИЗ ПОЛИНОМА СА ТРОЧЛАНОМ РЕКУРЕНТНОМ РЕЛАЦИЈОМ

П. М. Рајковић

У раду је проучен проблем из теорије ортогоналних полинома који има важну улогу у апроксимацијама. Посматрамо низ полинома $\{Q_n^*(x)\}_{n=0}^{+\infty}$ који задовољава трочлану рекурентну релацију

$$\beta_{n+1}^{1/2} Q_{n+1}^*(x) = (x - \alpha_n) Q_n^*(x) - \beta_n^{1/2} Q_{n-1}^*(x) \quad (n \geq 0),$$

са $Q_0^*(x) = \beta_0^{-1/2}$, $Q_{-1}^*(x) = 0$ и чије све нуле леже унутар коначног интервала (a, b) . Према Фавардовој теорему, постоји одговарајућа момент-функционела \mathcal{L} таква да важи $\mathcal{L}(Q_m^* Q_n^*) = \delta_{mn}$, тј. низ $\{Q_n^*(x)\}_{n=0}^{+\infty}$ је ортонормалан у односу на \mathcal{L} .

Даље, претпоставимо да функционела \mathcal{L} може бити представљена у интегралној форми

$$\mathcal{L}(f) = \int_a^b f(x)w(x)dx \quad (f \in \mathcal{P}),$$

где је $w(x)$ нека тежинска функција на интервалу (a, b) .

Рад је организован на следећи начин: у другом делу, подсећамо на Гауссове квадратуре и метод за налажење њихових параметара; у трећем делу, припремамо реконструкцију тежинске функције помоћу момената и запажамо да имамо слабо-условљен систем; стога, у четвртном делу, користимо модификоване моменате; у петом делу, успешно примењујемо наш метод и упоређујемо га са методима коришћеним у цитираним радовима.

AMS Subject Classification: 65 C 33

Машински факултет, Ниш

E-mail: pecar@masfak.masfak.ni.ac.yu

THE FRACTAL DIMENSION OF GRAPHS OF SOME FUNCTIONS

Dragan Stankov

The Weierstrass nowhere differentiable function, as well as the functions defined in similar way, have often been studied as examples of functions the graph of which is a fractal. Box counting dimension of the Weierstrass function graph is well known. Recently, B. Hunt has strongly proved that if arbitrary phases are included in each term of the summation for the Weierstrass function, the Hausdorff dimension of the graph of the function have the same value as the box counting dimension for almost every sequence of phases. This paper estimates the box counting dimension of graphs of some other functions. Also, approximate value of the box counting dimensions of graphs of these functions, obtained numerically by computer, are given herewith.

REFERENCES

1. Falconer, K. J., *Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications*, J. Wiley & Sons, New York, 1990.
2. Hunt, B. R., *The Hausdorff Dimension of Graphs of Weierstrass Functions*, Proc. Amer. Math. Soc., 126, Number 3, 791–800, USA, March 1998.
3. Stankov, D. T., *Fraktalna interpolacija nekih funkcija*, magistarski rad, Matematički fakultet Univerziteta u Beogradu, Beograd, 1995.
4. Tricot, C., *Curves and Fractal Dimension*, Springer-Verlag, New York, 1995.

Rudarsko-geološki fakultet, Beograd, Đušina 7

E-mail: dstankov@rgf.rgf.bg.ac.yu dstankov@net.yu

ON STABILITY OF SOME DIFFERENCE SCHEMES FOR SPBVP

Katarina Surla, Dragoslav Herceg, Helena Maličić and Ivana Radeka

The linear singularly perturbed boundary value problem is considered. We analyze the stability of some three-point difference schemes where all of these schemes are considered on Shishkin and Bakhvalov type of meshes.

AMS Subject Classification: 65 L 10, 65 L 20

Institute of Mathematics, Faculty of Science, University of Novi Sad, Trg Dositeja Obradovića 4, 21000 Novi Sad

E-mail: {ksurla, hercegd, helena, ivanal}@unsim.im.ns.ac.yu

**A UNIFORMLY CONVERGENT SPLINE DIFFERENCE SCHEME
FOR SINGULAR PERTURBATION PROBLEMS OF
CONVECTION-DIFFUSION TYPE**

Zorica Uzelac and Ljiljana Pavlović

The numerical solution of a linear singularly perturbed two-point value problem is considered. The developed method is based on collocation method with quadratic spline as a approximation function and piecewise equidistant mesh of the Shishkin type. Numerical examples which demonstrate the effectiveness of the method are presented.

AMS Subject Classification: 65L10

University of Novi Sad, Faculty of Engineering, Trg Dositeja Obradovića 6, 21000
Novi Sad

E-mail: ljiljap@uns.ns.ac.yu ljiljap@EUnet.yu zora@uns.ns.ac.yu

РАЧУНАРСТВО COMPUTER SCIENCES

ГЕНЕТИЧКИ АЛГОРИТАМ ЗА РАСПОРЕЂИВАЊЕ ЗАДАТАКА СА КОМУНИКАЦИОНИМ КАШЊЕЊЕМ

Татјана Давидовић и Ненад Младеновић

У раду се разматра NP-проблем распоређивања задатака на вишепроцесорски систем произвољне архитектуре при чему се узимају у обзир и комуникациона кашњења, тј. време потребно за пренос података између различитих процесора.

Проблем се решава применом генетичког алгорита при чему се проширују два постојећа алгорита из литературе на случај распоређивања произвољних графова задатака на произвољну архитектуру вишепроцесорског система. Произвољни граф подразумева неунормне дужине извршавања задатака, произвољни распоред ивица графа и неунормне тежине ивица, тј. вредности за дужине комуникација између задатака који се извршавају на различитим процесорима. Произвољна архитектура значи да не постоје директне везе између свака два процесора већ се повезаност описује матрицом растојања између процесора.

Развијен је и нови генетички приступ решавању овог проблема и упоређен са још једним постојећим алгоритмом базираним на истим структурама података.

На примерима је дискутована ефикасност предложених и постојећих алгорита, њихове предности и недостаци.

AMS Subject Classification: 68

Математички Институт САНУ, Кнеза Михаила 35, Београд

E-mail: {tanjad, nenad}@mi.sanu.ac.yu

УГРАДЊА ПРОЦЕДУРА ОДЛУЧИВАЊА У ДОКАЗИВАЧЕ ТЕОРЕМА

Предраг Јаничић

Улога процедура одлучивања у доказивачима теорема често може да буде суштинска, па је проблем њихове ефикасне и флексибилне уградње изузетно значајан.

У излагању ће бити представљен један нови, општи оквир за уградњу процедура одлучивања у доказиваче теорема. Оквир је изграђен од ограниченог скупа прецизно спецификованих макро правила извођења (као што су елиминација променљивих, конгруентно затворање, суперпонирање, позивање лема итд). Расположива правила су довољно изражајна да опишу најзначајније методе за коришћење процедура одлучивања у доказивачима теорема, укључујући Nelson/Orpenov-у, Shostakov-у, Boyer/Моогеов-у и Кариг/Nieov-у. Предложени оквир даје први механизам који обједињује и методе за комбиновање процедура одлучивања и методе за интегрисање процедура одлучивања у хеуристички део доказивача. Општи оквир омогућава формално резонавање о схемама имплементираним на бази макро правила извођења, па се за њих може доказати заустављање, сагласност а за неке и потпуност.

Предложени општи оквир (са више шема на његовом језику) је имплементиран. Добијени експериментални резултати су веома добри и неки од њих биће представљени у излагању.

AMS Subject Classification: 68 T 15

Математички факултет, Студентски трг 16, 11000 Београд

E-mail: janicic@matf.bg.ac.yu

PROOF MANIPULATIONS FOR DERIVING LOGIC PROGRAMMING LANGUAGES

Tatjana Lutovac and James Harland

Logic programs are collections of formulas of mathematical logic and their computation may be identified as searching for proofs. There have been various proof-theoretic techniques used to design and analyse various logic programming (LP) systems implemented.

Many of the existing approaches are rather sophisticated and involve complex manipulations of proofs. Many are restricted to particular logic or classes of formulas. Almost all are designed for analysis on paper by a human and many of them are ripe for automation. Despite many similarities in analyses, there is no single criterion for the design of LP languages. The most common proof-theoretic characterisation is given by the identification of *goal-directed proofs*. But still remains the question of how to “lift” the concept of goal-directed proofs to logics other than intuitionistic logic (for example to multiple-conclusioned logics, linear logic, light or relevant linear logic, affine logic).

We present some results on the problem of automating the design of LP languages. In order to study the properties appropriate for LP, we examine some meta-level information about proofs. This leads us to a more precise specification

of sequent calculi inference rules that we use for the generalisation and automation-oriented specification of the permutation process and detection of unused formulae in a proof.

Department of Computer Science, RMIT University, PO Box 2476V, Melbourne 3001, Australia

E-mail: dlutovac@verat.net jah@cs.rmit.edu.au

QUASIGROUP STRING PROCESSING— THEORY AND APPLICATIONS

Smile Markovski

Quasigroup string processing can be defined in several ways and here we define two simplest (and more important) ones. Given a finite set A we denote by A^+ the set of all finite nonempty strings on A . Let $*$ be a quasigroup operation on A . Then another quasigroup operation \backslash on A is induced by $*$ as follows:

$$x * y = z \iff x \backslash z = y$$

and the following equations

$$x \backslash (xy) = y, \quad x * (x \backslash y) = y$$

are identities in the algebra $(A, *, \backslash)$. Fix an element $l = a_0 = b_0 \in A$ and define two transformations $E_l, D_l: A^+ \rightarrow A^+$ as follows. Let $a_1 \dots a_n \in A^+$. Then

$$\begin{aligned} E_l(a_1 \dots a_n) &= b_1 \dots b_n \iff b_{i+1} = b_i * a_{i+1}, i = 0, 1, \dots, n-1 \\ D_l(a_1 \dots a_n) &= c_1 \dots c_n \iff c_{i+1} = a_i \backslash a_{i+1}, i = 0, 1, \dots, n-1 \end{aligned}$$

We have that $ED = 1 = DE$, i.e. E and D are permutations, and this allows us to use E and D for defining suitable encryption and decryption functions. The most important properties of E and D are the following. Let $E_{l_1 \dots l_k} = E_{l_1} \dots E_{l_k}$, $D_{l_1 \dots l_k} = D_{l_1} \dots D_{l_k}$. Then we have:

- 1) The distributions of s -tuple in $E_{l_1 \dots l_k}(a_1 \dots a_n)$ for $1 \leq s \leq k$ and for enough large arbitrary string $a_1 \dots a_n$ are uniform.
- 2) The distributions of s -tuple in $D_{l_1 \dots l_k}(a_1 \dots a_n)$ for enough large k and enough large arbitrary string $a_1 \dots a_n$ are uniform.
- 3) There are quasigroup operations $*$ on A such that for an arbitrary string $a_1 \dots a_n$ with period $p > 0$, i.e. such that $a_i = a_{i+p}$, $i = 1, 2, \dots$, the period of $E_{l_1 \dots l_k}(a_1 \dots a_n)$ is $p2^k$. Hence, we can define a random sequence with a potentially infinite period.

Now, for enciphering and deciphering over an alphabet A we can take the function $e = E_{l_1 \dots l_k}$ as an encoding function, and $d = D_{l_1 \dots l_k}$ as a decoding function.

We note that the above method produces a cipher text with the same length as the plain text. Moreover, each letter of the plain text is encoded by a single letter, i.e. the encoding is of a stream nature. So, this method is appropriate for a fast on-line communication since, in computer realizations, this method needs only access to the memory. Suitable software packages were designed by using this method.

AMS Subject Classification (2000): 20N05, 60J10, 60J20

“St. Cyril and Methodius” University, Faculty of Sciences, Institute of Informatics, p.f. 162, Skopje, Republic of Macedonia

E-mail: smile@ii.pmf.ukim.edu.mk

РАЧУНАРСКИ МОДЕЛ КОНГРУЕНЦИЈЕ ИМЕНИЦЕ И ПРИДЕВА У СРПСКОМ ЈЕЗИКУ

Горан Ненадић

У раду ће бити приказан метод за рачунарско моделирање конгруенције између придева и именица у српском језику. Модел је заснован на иницијалном обележавању текста коришћењем система електронских речника. Резултат иницијалног обележавања над природно-језичким текстом се може представити коришћењем одговарајућих лексичких етикета (енгл. *tagg*). Свакој текстуелној речи се консултовањем речника додељују одговарајуће лексичке информације. При томе се јавља висок проценат лексичке неодређености, који у поступку даље анализе и обраде документа треба да буде смањен. Један од поступака који се може применити је дефинисање и примена *локалних граматика* и проширених *регуларних израза*, којима се описују неопходни (исправни) граматички односи који треба да постоје између речи. Појам класичних локалних граматика је проширен увођењем додатних уопштених (генеричких) етикета којима се описују различита ограничења.

Један модел дефинисања и примене проширених локалних граматика дат је на примеру конгруенције придева и именица у српском језику. На пример, локалном граматиком (Аху z w)+ Nху z w је описана потребна сагласност (низа) придева и именице у роду, броју, падежу и својству живо-неживо. Додатно, оваква граматика (тј. регуларни израз) се може трансформисати у *трансдуктор* који ће одбацити сва остала лексичка тумачења осим оних који задовољавају дату локалну граматику. Отуда се овај метод може користити при смањењу лексичке неодређености, као и за аутоматско кориговање грешака у документима, при чему се узимају у обзир и одређена граматичка својства.

ЛИТЕРАТУРА

1. Gross M., Perrin D. (eds.), *Electronic Dictionaries and Automata in Computational Linguistics*, Lecture Notes in Computer Science, Berlin, Springer Verlag, 1989.

2. Nenadić G., Vitas D., *Using Local Grammars for Agreement Modeling in Highly Inflective Languages*, in Proc. of First Workshop TSD 98, Brno, 1998.
3. Nenadić G., Spasić I., *The Acquisition of Some Lexical Constraints from Corpora*, in Text, Speech and Dialogue - TSD '99, Lecture Notes in Artificial Intelligence 1692, Springer Verlag, 1999.
4. Silberztein M., *Dictionnaires électroniques et analyse automatique de textes: le système INTEX*, Masson, Paris, 1993.
5. Vitas, D., *Mathematical Model of Serbo-Croatian Morphology (Nominal Inflection)*, PhD thesis, Faculty of Mathematics, University of Belgrade, 1993.

AMS Subject Classification: 68 P 20

Математички факултет, Београд, Студентски трг 16

E-mail: goran@matf.bg.ac.yu

CLASSIFICATION AND INFORMATION MINING ON SERBIAN LANGUAGE WEB DOCUMENTS

Gordana Pavlović-Lažetić

Document discovery and information extraction are basic problems in dealing with free-format databases and with Web documents in particular.

In this paper we propose *dynamic* classification of documents as a solution for the former problem. It involves transformation of a structured (virtual relational or object-relational) database schema into a set of documents forming then a class corresponding to the database. This approach is close to the model of Web documents production and management [1], or to the one for levelwise search [2].

For the later problem, we propose an *information mining* procedure consisting of mapping queries over the database schema into search requests against documents in the class, finding facts and constituting the answer. A *fuzzy resemblance measure* is to be defined to express closeness of schema and document classes, as well as queries and the answers found in documents [3].

This way the system for Web document classification and information mining becomes a large-scale, distributed, platform-independent Web document information system (WDIS).

REFERENCES

1. Balasubramanian, V., Bashian, A., *Document management and Web technologies: Alice marries the Mad Hatter*, CACM 41(7), July 1998, 107–115.
2. Heikki Manilla, Hannu Toivonen, *Levelwise search and borders of theories in knowledge discovery*, in: Data Mining and Knowledge Discovery, vol.1, no.3, Sept. 1997, 241–258.
3. Zimmermann, H. J., *Fuzzy Set Theory and its Applications*, Kluwer-Nijhoff Publishing, 1988.

AMS Subject Classification: 68 U 15

Faculty of Mathematics, University of Belgrade, Studentski trg 16, 11000 Belgrade, Yugoslavia

E-mail: gordana@matf.bg.ac.yu

УЛОГА ОБЈЕКТНО ОРИЈЕНТИСАНОГ МОДЕЛА У ПРИРОДНОЈЕЗИЧКОЈ КОМУНИКАЦИЈИ СА РЕЛАЦИОНОМ БАЗОМ ПОДАТАКА

Ирена Спасић и Гордана Павловић-Лажетић

На основу каталога релационе базе података могуће је аутоматски генерисати објектно оријентисани модел базе података, на коме после могу бити извршене одређене интервенције у циљу његовог прилагођавања потребама алгорита за превођење природнојезичких упита. Показује се да овакав начин специфицирања семантике домена представља солидну основу за премошћавање многих проблема приликом придруживања SQL упита датом природнојезичком упиту. Рецимо, класе објектно оријентисаног модела могу да послуже за репрезентацију информација екстрахованих из, до датог тренутка, обрађених делова природнојезичких упита. Обрађивањем преосталих делова природнојезичког упита могуће је постепено сужавање евентуалних вишесмислености коришћењем структуре типа опште-посебно међу класама. На крају анализе природнојезичког упита, када је вишесмисленост сужена колико је то могуће на основу информација датих у оквиру упита, ако вишесмисленост није разрешена, онда је могуће аутоматско генерисање менија који одговара класи која је извор вишесмислености. Разрешање вишесмислености се у том случају препушта кориснику избором одговарајуће опције менија. Сама структура менија је усклађена са објектно оријентисаним моделом базе података, то јест однос који постоји међу опцијама менија одговара односу типа опште-посебно међу одговарајућим класама.

ЛИТЕРАТУРА

1. Coad, Peter and Edward Yourdon, *Object Oriented Analysis*, 2nd ed., Prentice Hall, 1991.
2. Coad, Peter and Edward Yourdon, *Object Oriented Design*, Prentice Hall, 1991.
3. Pavlović-Lažetić, Gordana, *Osnove relacionih baza podataka*, Matematički fakultet, Beograd, 1999.
4. Спасић, Ирена, *Природнојезички интерфејс ка релационим базама података*. Магистарска теза, Математички факултет, Београд, 1999.
5. Spasić, Irena i Pavlović-Lažetić, Gordana, *Syntactic Structures in a Sublanguage of Serbian for Querying Relational Databases*, in: Proc. of Third European Conference on Formal Description of Slavic Languages FDSL-3, Leipzig, (1999).

AMS Subject Classification: 68

Економски факултет, Каменичка 6, Београд

E-mail: irenas@one.ekof.bg.ac.yu

КОНВЕРЗИЈА РЕЛАЦИОНИХ БАЗА ПОДАТАКА У ОБЈЕКТНО-ОРИЈЕНТИСАНЕ И ОДГОВАРАЈУЋЕ ПРЕВОЂЕЊЕ УПИТА

Предраг Станишић

Проблем конверзије релационе базе података у објектно-оријентисану појављује се при коришћењу хетерогених база података и при преласку са релационог на објектно-оријентисани систем за управљање базама података. Процес конверзије базе података из једног модела у други може се раздвојити на двије фазе: 1) трансформација схеме базе података из једног модела у други, и 2) миграција података у складу са трансформацијом схеме. При конверзији програма који користе релациону базу података у програме који користе објектно-оријентисану базу података, појављује се и проблем превођења упита. Предлажемо алгоритме за реализацију све три фазе (трансформацију схеме, миграцију података и превођење упита) који омогућују аутоматизацију укупног процеса конверзије.

AMS Subject Classification: 68P15

Природно-математички факултет, Универзитет Црне Горе, Цетињски пут б.б,
п.ф. 211, 81000 Подгорица

E-mail: predrag@rc.pmf.cg.ac.yu

ЈЕДНА ИМПЛЕМЕНТАЦИЈА PL ДОКАЗИВАЧА

Татјана Тимотијевић

Након што је С. Прешић објавио теоријске основе PL доказивача у раду [2], отворен је проблем имплементације таквог доказивача теорема. У раду ће бити изложено једно решење наведеног проблема у форми програма написаног на С језику. PL доказивач ради са формулама исказног рачуна и формулама предикатског рачуна првог реда у којима су елиминисани квантори. У програму су коришћене динамичке структуре да би се постигла уштеда у меморији и избегла свака ограничења у броју дисјункција и пробужених чланака који се јављају. Основна структура, за сваки чланак који се доказује, чува сам чланак и низ дисјункција на основу којих ће тај чланак бити доказиван. Да би се омогућио рад PL алгоритма у случају предикатског рачуна, у програму је коришћен и алгоритам унификације.

ЛИТЕРАТУРА

1. C. Chang, R. Lee, *Symbolic logical and mechanical theorem proving*, Nauka, Moskva, 1983.
2. S. Prešić, *How to generalize logic programming to arbitrary set of clauses*, Publications de l'institut mathématique, Belgrade 61(75) (1997) 137–152.
3. S. Prešić, *PROLOG relacijski jezik*, Nauka, Beograd, 1996.

Природно-математички факултет, Радоја Домановића 12, 34000 Крагујевац

E-mail: shak@ptt.yu

АУТОМАТИЗАЦИЈА ДАЉИНСКОГ ОБРАЗОВАЊА ПОМОЋУ ЈАВА-АПЛЕТА

Душан Тошић

Са експанзијом Интернета даљинско образовање постаје све актуелније. За систематско даљинско образовање из одређене области потребно је обезбедити:

- квалитетну презентацију градива,
- објективно тестирање (оцењивање) и
- вођење администрације.

Аутоматизацијом неког од набројаних послова постижу се одређене уштеде у даљинском образовању.

Аплети у Јави омогућавају успешно, аутоматско, тестирање (оцењивање) ученика, вођење администрације и побољшање квалитета презентације.

У раду је описано како се уз помоћ аплета могу реализовати поједине наставне јединице из математике. Извршена је анализа предности и недостатака оваквог приступа.

Математички факултет, Студентски трг 16, 11000 Београд

E-mail: dtosic@matf.bg.ac.yu

ПРИМЕЊЕНА МАТЕМАТИКА APPLIED MATHEMATICS

НЕКИ МАТЕМАТИЧКИ ПРОБЛЕМИ У МЕТЕОРОЛОГИЈИ

Млађен Ђурић

Метеорологија се бави понашањем ваздуха у атмосфери. Метод којим се то постиже је математичко-физички. То значи да се прво сазнаје закон (или закони) по коме се понаша одређени процес. Затим се то сазнање записује у виду математичких једначина и најзад се те једначине решавају, будући да су променљиве величине зависне од просторних координата и времена.

Математички проблеми са којима се суочавају метеоролози су бројни. Прва класа проблема потиче од сложености диференцијалних једначина којима се поједини процеси описују. Да би се ти проблеми донекле превазишли користи се метод линеаризације тих једначина. У прегледном раду навешће се неки примери за ово.

Други већи проблем се појављује при решавању система једначина атмосфере. Због сложености аналитичких поступака решавања прибегава се методу нумеричког решавања диференцијалних једначина. При томе се појављују бројни проблеми, од одбира апроксимација (шема) у коначним разликама до проблема почетних и граничних услова. Даће се преглед ставова научника о овоме од Laplace-а, Poinsone-а, Logen-а до најновијих сазнања.

Трећи најкрупнији математички проблем у метеорологији потиче од дилеме да ли су атмосферски процеси детерминистички или хаотични. Од овога и зависи тип математичких приступа. У излагању ће бити приказани разни поступци које савремена метеорологија користи као и неки нерешени проблеми.

Одсек за метеорологију Физичког факултета у Београду

**ПРИЛОГ ПОРЕЂЕЊУ СКАЛАРНОГ И
ИНВАРИЈАНТНОГ (КОВАРИЈАНТНОГ) ПРИСТУПА
У АПРОКСИМИРАЊУ ТЕНЗОРСКИХ ПОЉА**

Зоран Драшковић

На једном типичном примеру равнoг напрезања структуре идеализоване мрежом четворочворних изопараметарских коначних елемената мембране, дато је нумеричко поткрепљење — бар кад су у питању једначине кретања односно равнотеже коначних елемената у криволинијским координатама — приступу који се одликује апроксимирањем векторског (и уопште тензорског) поља као инваријанте (кернала) уместо, што је уобичајено, апроксимирањем сваке његове координате посебно (као скаларне функције).

AMS Subject Classification: 15 A 72, 65 D 99, 73 V 05

ВТИ ВЈ, Катанићева 15, Београд и МИ САНУ, Кнеза Михаила 35, Београд

E-mail: mi@mi.sanu.ac.yu

ПРОБЛЕМИ ПАКОВАЊА

Борђе Дугошија

Улагање неких геометријских облика (предмета) у задани геометријски облик без преклапања са циљем остваривања максималне добити зовемо проблем паковања. Добит се обично задаје као збир добити од сваког уложеног предмета. Проблеми ове врсте су изузетно значајни у пракси а математички су веома сложени. Приказаћемо неке резултате паковања подударних правоугаоника реалних димензија у задани правоугаоник реалних димензија са циљем максимизације броја упакованих предмета.

AMS Subject Classification: 90 C

Математички факултет Београд, Студентски трг 16

E-mail: dugosija@matf.bg.ac.yu

**ПРИМЕНА МЕТОДА КОМБИНАТОРНЕ ОПТИМИЗАЦИЈЕ
У ОПТИМАЛНОМ УПРАВЉАЊУ САОБРАЂАЈЕМ**

Слободан Губеринић

У раду ће се изложити формулација задатка оптималног управљања саобраћајем на сигнализаној раскрсници. Указаће се, такође, да увођење графова

компатибилности и слеђења управљачких вектора омогућава да се овај задатак интерпретира као задатак одређивања најбољег затвореног пута на графу слеђења управљачких вектора. Као метод за решавање овог задатка коришћен је метод гранања и ограничавања. Задатак је решен за различите критеријуме оптималности, као што су укупни временски губици, капацитет, трајање циклуса.

AMS Subject Classification: 90 C

Саобраћајни факултет, Београд, Војводе Степе 307

E-mail: draganr@L100.imp.bg.ac.yu

TRIGGER OF COUPLED SINGULARITIES

Katica (Stevanović) Hedrih

By using example of nonlinear dynamics of a pair of coupled gears, the phenomenon of appearance and disappearance of a trigger of coupled singularities and homoclinic orbits in the form of number "eight" in the phase portrait, in the phase plane is investigated. That phenomenon is an accompanying phenomenon of the loss of stability of the local unique equilibrium position. For a generalized case under certain conditions, a theorem of the appearance of a trigger of coupled singularities in the nonlinear dynamical conservative system, the first derivative of the system potential energy of which is a product of two periodic functions with different periods, and one bifurcation parameter, which is the cause for appearance of new roots of these two functions, is defined.

Keywords: Nonlinear dynamics, singular point, trigger of coupled singularities, theorem, stability, homoclinic orbit, conservative dynamical nonlinear system.

REFERENCES

1. Andronov, A. A., Vitt, A. A., Haykin, S. E., (1981), *Teoriya kolebaniy*, Nauka, Moskva, pp. 568.
2. Hedrih (Stevanović), K., *Teoriya nelinearnih oscilacija*, Niš (1975), str. 500 (in Serbian, priv. preprint).
3. Hedrih (Stevanović), K., *Vectorial Method, Mass Moments, Vectors and Rotator Vectors in Nonlinear Heavy Gyrorotor Dynamics*, EUROMECH 3rd ENOC www-Proceedings, <http://www.midit.dtu.dk>, Copenhagen 1999, Technical University of Denmark.3C, 1–35.
4. Hedrih (Stevanović), K., (2000) *Vector method of the heavy rotor kinetic parameter analysis and nonlinear dynamics*, Niš, priv. preprint, pp. 200 (to appear).

AMS Subject Classification: 70 K05, 70 K20, 51 H15, 70 E 15

Faculty of Mechanical Engineering, University of Niš, Vojvode Tankosića 3/22,
18000 Niš

E-mail: katica@masfak.masfak.ni.ac.yu

VISUAL MATHEMATICS

Slavik V. Jablan

The International Society for the Interdisciplinary Study of Symmetry (ISIS Symmetry) and the Mathematical Institute (Belgrade, Yugoslavia), are publishing the electronic quarterly "Visual Mathematic" ("VisMath"), which one can find at the address <http://members.tripod.com/vismath/> or <http://www.mi.sanu.ac.yu/vismath/>.

"Visual Mathematics" (VM), similar to the goals of the International Society for the Interdisciplinary Study of Symmetry (ISIS-Symmetry), is a forum for the dialogue between artists and scientist. On the other hand, it has a more specific focus than the printed journal "Symmetry: Art and Science", The Quarterly of ISIS-Symmetry (1990-).

VM publishes original works in the following sense:

- mathematical research papers with new results and some attractive illustrations,
- artistic papers with new pieces of visual information and some mathematical links,
- mathematical-educational papers with new methods or approaches,
- mathematical-historic papers with new facts or new interpretations,
- survey papers with new approaches

The main goal of VM is the show the BEAUTY OF MATHEMATICS in a broad artistic-scientific context. As a secondary aim, VM tries to correct the negative tendency that led to the unpopularity of mathematics in school and the lack of public understanding of this field.

Although we do not expect that all papers will be fully readable for all sides, but we suggest including such visual information that help to build more bridges among disciplines. Therefore, VM differs from almost all current electronic mathematics research journals, that are straightforward extensions of the paper journals, using computers merely to share and distribute articles of an essentially traditional nature.

From January 1999 when the journal started, 43 papers and 18 math-art exhibitions have been published. The next issue will be published at the end of September 2000.

Matematički institut SANU, Kneza Mihaila 35/I, Beograd

E-mail: jablans@mi.sanu.ac.yu

AN APPLICATION OF NOETHER'S THEOREM TO NONLINEAR ANISOTROPIC ELASTIC MATERIALS

Jovo Jarić, Kikuo Kishimoto, Teijun Wang, Masaki Omiya

Very recently the concept of anisotropic tensors, or structural tensors, which characterize the anisotropy was extended to join the so called principle of isotropy of space that an anisotropic tensor function is expressible as an isotropic one (with the structural tensors as the additional tensor agencies). There are three benefits of this concept. I. it allows constitutive equations to be formally expressed in isotropic forms irrespective of the actual anisotropy of materials in consideration. II. the effect of anisotropy in the constitutive equation becomes more clear via structural tensors. III. the constitutive equation is of coordinate free form.

We add another most significant benefit; we may approach the problem of conservation laws for anisotropic materials using Noether's theorem as we do for isotropic material. It is the aim of this paper.

Faculty of Mathematics, Studentski trg 16, Beograd, Yugoslavia

E-mail: jjaric@eunet.yu

ПРОЦЕСИРАЊЕ БИОМЕДИЦИНСКИХ СЛИКА И СИГНАЛА

Александар Јовановић, Ненад Андоновски, Милан Булат,
Вељко Дунђерски, Горан Марковић, Дејан Миљковић,
Драгољуб Перишић, Славиша Тамбурић, Александар Узелац

Група за интелигентне системе (GIS) на Математичком факултету већ низ година ради на задацима процесирања микроскопских снимака и биомедицинских сигнала, што је обезбеђено самосталном изградњом високотехнолошких система, CCD-микроскопа, као и компјутеризованих EEG и EKG система. Корисници резултата GIS су биолошки и медицински институти и клинике. Ова истраживања су подржана од стране МНТ иновационим пројектима од 1994. године. <http://www.gisss.com>

Математички факултет, Студентски трг 16, Београд

E-mail: aljosa@infosky.net

АПРОКСИМИРАЊЕ ФУНКЦИЈА ЗБИРОМ ЕЛЕМЕНТАРНИХ ТРИГОНОМЕТРИЈСКИХ И ЕКСПОНЕНТНИХ ФУНКЦИЈА

Бора Јовановић

Приказани су извођење, коришћење и најзначајније особине једног алгебарског метода за апроксимацију произвољне табеларно задате функције са еквидистантним кораком аргумента у виду суме елементарних функција чије се дискретне вредности могу генерисати истом линеарном рекурентном релацијом другог реда са једним дефиниционим параметром.

Иако поседују извесна ограничења, овакве апроксимације ипак могу дати одличне резултате у многим применама. Овде је то показано на примеру приближног представљања координата вектора положаја и брзина великих планета и Месеца. Добијени резултати јасно истичу супериорност описане методе у односу на Чебишевљево апроксимације које се иначе стандардно користе у астрономској пракси.

ЛИТЕРАТУРА

1. Jovanović, B. (1987), *An Approximation of Tabulated Function*, Publ.Inst.Math.Belgrade, 41(55), 143–148.
2. Jovanović, B. (1989), *An Analytical Representation of Ephemeris Data*, Celestial Mechanics, 45, 317–320.
3. Јовановић, Б. (1997), *Апроксимативно представљање ефемериди у динамичкој астрономији*, магистарска теза, Математички факултет, Београд.

AMS Subject Classification: 65D15, 41A99

Астрономска опсерваторија, Волгина 7, 11000 Београд

E-mail: bjovanovic@aob.bg.ac.yu

WAVELET TRANSFORMS AND THEIR APPLICATION

Predrag Jovanović¹, Dragutin Đurović², and Nadežda Pejović²

Wavelet transforms with Morlet analyzing function have been discussed. The discussion includes comparisons of wavelet transforms with Fourier transforms and their application for decomposition of a model data time series into time-frequency series. It is also shown that the value of Morlet wavelet function parameter has a great influence on the method's selectivity and statistical significance of obtained spectra. The continuous wavelet transform of a discrete time series was computed as the convolution of the data with scaled and translated version of Morlet wavelet function.

REFERENCES

1. Chao, F., Naito, I., 1995, *Wavelet Analysis Provides a New Tool for Studying Earth's Rotation*, EOS, Transactions, American Geophysical Union, April 1995, Vol. 76, No. 16.
2. Graps, A., 1995, *An Introduction to Wavelets*, IEEE Computational Science and Engineering, Vol. 2, No. 2, published by the IEEE, Computer Society, Los Alamitos.
3. Meyer, Y., Jaffard, S., Rioul, O., 1987, *L'analyse par ondelettes*, Science, Septembre 1987, No 119, 28-37.
4. Popiński, W., Kosek, W., 1994, *Wavelet Transform and Its Application for Short Period Earth Rotation Analysis*, Polish Academy of Sciences, Space Research Centre, Artificial Satellites, Planetary Geodesy No 22, Vol. 29 No 2, 75-86.
5. Press, W., Teukolsky S., Vetterling, W., Flannery B., 1992, *Numerical Recipes in FORTRAN (The Art of Scientific Computing, Second Edition)*, Cambridge University Press, New York.
6. Torrence, C., Compo, G.P., 1998, *A Practical Guide to Wavelet Analysis*, Bull. Amer. Soc., January 1998.

AMS Subject Classification: 42 C 40

¹ Astronomical Observatory, Volgina 7, 11160 Belgrade 74, Yugoslavia

² Department of Astronomy, Mathematical Faculty, Studentski trg 16, 11000 Belgrade, Yugoslavia

E-mail: pjovanovic@aob.bg.ac.yu

SYNTHETIC THEORY OF ASTEROID MOTION: PROPER ELEMENTS AND CHAOS

Zoran Knežević¹ and Andrea Milani²

We developed a new, purely numerical procedure for the computation of “synthetic” proper elements of asteroids, which consists in: (i) numerical integration of asteroid orbits in the framework of a realistic dynamical model, (ii) online digital filtering of the short-periodic effects, (iii) Fourier analysis to remove main forced terms and find proper modes with given arguments, and (iv) checking the accuracy by means of the running box tests.

By means of this theory, we produced a new set of accurate proper elements and frequencies for 10256 outer main belt asteroids between 2.5 and 4.0 AU. For each integrated body we provide an individual estimate of the accuracy of the results, and of the maximum Lyapunov Characteristic Exponent; these data enabled us to conduct a comprehensive, yet straightforward statistical analysis of the results, and to produce a “dynamical portrait” of the outer main belt as a whole.

We achieved an average improvement of the accuracy of new proper elements with respect to previously available ones, computed by means of our analytical theory, by more than a factor of 3. In terms of the relative velocity this means that the typical accuracy is of the order of ~ 5 m/sec.

AMS Subject Classification: 85

¹ Astronomical Observatory, Volgina 7, 11160 Belgrade 74, Yugoslavia

² Dipartimento di Matematica, Università di Pisa, Via Buonarroti 2, I-56127 Pisa, Italia

E-mail: zoran@aob.bg.ac.yu

КОЛИКО СУ ДОБРЕ УНУТРАШЊЕ МЕТОДЕ ЗА ЛИНЕАРНО ПРОГРАМИРАЊЕ?

Вера В. Ковачевић-Вујчић, Мирослав Д. Ашић

Познато је да унутрашње методе решавају проблем линеарног програмирања у полиномијалном времену, док симплекс метода захтева експоненцијално време за решавање одређених класа проблема. У раду се показује да је и за унутрашње методе могуће конструисати класе „лосих“ проблема. Ради се о фамилији примално дегенерисаних проблема малих димензија које чак ни стандардни робусни пакети засновани на унутрашњим методама не могу да реше због нумеричких тешкоћа. Даје се теоријско објашњење оваквог понашања.

AMS Subject Classification: 90C

Факултет организационих наука, Београд

E-mail: verakov@fon.fon.bg.ac.yu

ПРИМАЛНО-ДУАЛНА МЕТОДА ЗА СЕМИДЕФИНИТНУ РЕЛАКСАЦИЈУ ПРОБЛЕМА ТРГОВАЧКОГ ПУТНИКА

В. В. Ковачевић-Вујчић, М. М. Чангаловић и Ј. Ј. Кратица

Разматра се понашање примално-дуалне методе на семидефинитној релаксацији проблема трговачког путника. Предлаже се почетна тачка која припада релативној унутрашњости допустивог скупа, затим процедура итеративног додавања нарушених ограничења и ефикасније рачунање одговарајућих оператора. На примерима се илуструје да се на овај начин време извршавања смањује и до 40 пута. Разматрају се и потпроблеми добијени фиксирањем одређених променљивих у процедури гранања и ограничавања.

AMS Subject Classification: 90

Факултет организационих наука, Београд

E-mail: verakov@fon.fon.bg.ac.yu

ЈЕДНА ПРИМЕДБА О КЛОТОИДИ И ГАМА ФУНКЦИЈИ

Илија Б. Лазаревић и Братислав Д. Иричанин

У раду је дат предлог уопштења клотоиде (Cognu-јеве спирале, прелазне криве) — криве у равни из фамилије псеудоспирала. Изведене су параметарске једначине уопштене клотоиде, а одатле су локализоване асимптотске (стежне) тачке, при чему се појавила и гама функција. На основу геометријских особина посматраних кривих изведени су закључци о могућностима утврђивања приближних обостраних ограничења ових тачака, што у спрези са претходним пружа, колико је ауторима познато, нову могућност интервалног ограничавања гама функције, тј. израчунавања вредности у њеном основном интервалу. То се изводи на основу неједнакости

$$\sum_{k=0}^{2m+1} (-1)^k \frac{((2n-\frac{1}{2})\pi)^{2k+1-\alpha}}{(2k)!(2k+1-\alpha)} < \frac{\pi}{2\Gamma(\alpha) \cos \frac{\alpha\pi}{2}} < \sum_{k=0}^{2m+2} (-1)^k \frac{((2n+\frac{1}{2})\pi)^{2k+1-\alpha}}{(2k)!(2k+1-\alpha)},$$

или

$$\sum_{k=0}^{2m+1} (-1)^k \frac{(2n\pi)^{2k+2-\alpha}}{(2k+1)!(2k+2-\alpha)} < \frac{\pi}{2\Gamma(\alpha) \sin \frac{\alpha\pi}{2}} < \sum_{k=0}^{2m+2} (-1)^k \frac{((2n+1)\pi)^{2k+2-\alpha}}{(2k+1)!(2k+2-\alpha)},$$

уз вођење рачуна о вредностима параметара m и n .

AMS Subject Classification: 41 A 28, 33 B 15

Универзитет у Београду, Електротехнички факултет, Катедра за математику примењену у електротехници, 11120 Београд, п. ф. 35-54, Булевар краља Александра 73

E-mail: iricanin@galeb.etf.bg.ac.yu

МАТЕМАТИКА, MATHEMATICA[©] И ПРИМЕНЕ

Александар Т. Липковски

Програмски пакет Mathematica фирме Wolfram Research Inc. има огромне могућности коришћења у разним математичким проблемима, почев од нумеричких прорачуна, преко симболичких калкулација и завршавајући графичким презентацијама. Аутор је често користио програм Mathematica у свом научном истраживању [1], у настави аналитичке, пројективне и алгебарске геометрије [2], као и у разноврсним применама. У последње време аутор је имао значајну сарадњу са хемичарима (моделирање фракција у хроматографији [3]) и физичарима (моделирање процеса атеросклерозе крвних судова применом теорије катастрофа). О тим применама биће речи у овом излагању.

ЛИТЕРАТУРА

1. A.L., *О једном алгебарском проблему из физике елементарних честица*, 10. конгрес математичара Југославије 2000, Београд.
2. A.L., *Visualization of simple algebro-geometric ideas*. VisMath, 1, 2000, elektronski časopis na adresi <http://turing.mi.sanu.ac.yu/vismath/>
3. A.L., S.Niketić, *Modelling fractions in CSP chromatography*, ICM 2000, Barcelona

AMS Subject Classification: 68 U 30, 41 A 99, 65 D 10, 92 C 50, 92 E 99

Математички факултет, Београд

E-mail: acal@matf.bg.ac.yu

**COMPATIBILITY CONDITIONS FOR FINITE
DEFORMATIONS OF COSSERAT SHELLS AND PLATES**

Ilija Lukačević and Smilja Milanović

The compatibility conditions of elasticity are given a bimetric formulation based upon a systematic use of covariant differentiation with respect to the reference configuration. That is applied to two-dimensional Cosserat surfaces.

The purpose of this paper is to apply bimetric formulae of differential geometry to Cosserat continua to obtain formulae for finite deformations of thin shells and plates.

AMS Subject Classification: 73

Faculty of Mathematics, Studentski trg 16, Beograd

E-mail: smiljaml@matf.bg.ac.yu

**ИЗРАЧУНАВАЊЕ ВРЕДНОСТИ ПОЛИНОМА
ПРИМЕНОМ МАТЕМАТИЧКИХ СПЕКТАРА**

Јован Мадих

У овом раду изложена је нова метода за израчунавање вредности полинома коришћењем математичких спектра (спектра М. Петровића). К. Орлов је дао једну спектралну методу применом операције множења математичких спектра у циљу смањења броја математичких операција. Даље смањење броја операција може се остварити применом Безуовог става. Вредност полинома се може израчунати помоћу остатка дељења математичких спектра. Потребно је једно дељење и једно сабирање (или одузимање) спектра. Разматрају се случајеви целобројних и рационалних коефицијената полинома (аргумент полинома је такође целобројан или рационалан).

Поред тога дати су урађени примери који илуструју примену предложене методе. Разрађена је програмска подршка за рад са математичким спектрима.

Универзитет у Нишу, Природно-математички факултет, Ћирила и Методија 2, 18000 Ниш.

VISUALIZATION OF DIFFERENT FIELDS OF MATHEMATICS

Eberhard Malkowsky and Vesna Veličković

In this paper we visualize different fields of mathematics, geometry, differential geometry and crystallography. For this purpose we applied our software for drawing mathematical curves and surfaces on computer screens, printers and plotters. The curves may be given by parametric representation or equations. The surfaces may be given by parametric representation.

AMS Subject Classification: 53 A 05, 68 N 05

Природно-математички факултет, Универзитет у Нишу, Ћирила и Методија 2, 18000 Ниш

E-mail: ema@BankerInter.net vvesna@BankerInter.net

ПРОБЛЕМИ У МЕДИЦИНИ И МАТЕМАТИКА

Сава Мићић

У раду ће бити представљени неки медицински проблеми и могућност примене математике за њихово решавање.

AMS Subject Classification: 90 C

Уролошка клиника, Београд, Генерала Жданова 51

E-mail: savamira@eunet.yu

ИМПЛЕМЕНТАЦИЈЕ МЕТОДА ЕЛИМИНАЦИЈЕ КВАНТОРА У НЕКИМ МАТЕМАТИЧКИМ ТЕОРИЈАМА

Жарко Мијајловић, Александар Јовановић, Миомир Ристић,
Наташа Добрашиновић, Владимир Алексић, Владимир Филиповић,
Маријана Јанковић, Оља Јовановић, Рака Јовановић,
Маријана Лукић, Ивона Марић, Горан Марковић,
Маја Миличић, Владимир Перовић, Срђан Шево

Група је дуже времена ангажована на софтверским имплементацијама елиминације квантора за Монадички рачун првог реда, Теорију алгебарски затворених поља и Теорију реално затворених поља. Елиминацијом квантора се разрешава питање одлучивости. Сама метода је високе алгоритамске сложености, што је отежавало софтверске имплементације и ограничавало ефикасност. Наше софтверске имплементације, реализоване након низа оптимизационих захвата, омогућавају интелигентно решавање прилично сложених математичких задатака, а имају и интересантне друге примене.

Математички факултет, Студентски трг 16, Београд

E-mail: aljosh@infosky.net

A NEW PRIMAL-MIXED 3D FINITE ELEMENT IN ANALYSIS OF PLATES AND SHELLS

Dubravka Mijuca

In the present paper the primal-mixed finite element scheme, able to cope with unmodified, completely 3-dimensional constitutive laws is developed. One of the basic motivations for the development of such method is the increasing importance of reliable, 3-dimensional material formulation. In addition, the objective was to attain numerical efficiency, including the fully 3-dimensional continuous displacement and stress fields. The performance of a new low order three-dimensional HC8/9 finite element in the C0 continuous stress and displacement coordinate independent primal-mixed formulation is investigated. The main goal is to show that this element can be reliably used in the case of regular plates and shells model problems. The present approach is based on the known stationary Reissner's principle in the linear elasticity. It is amply recognized and recently numerically proven that primal-mixed finite element formulation, having the displacements and stresses as fundamental variables, has many advantages over a primal finite element formulation, where fundamental unknowns are displacements only.

AMS Subject Classification: 74K 20, 74K 25, 74S 05

Математички факултет, Студентски трг 16, 11000 Београд

E-mail: dmijuca@matf.bg.ac.yu

ПРИМЕНА МАТЕМАТИЧКИХ МОДЕЛА У ПЕНЗИОНО ИНВАЛИДСКОМ ОСИГУРАЊУ

Лазар Л. Милићевић¹ и Стеван Р. Стевић²

Анализа садашњег стања пензионо-инвалидског осигурања (ПИО) указује на потребу веће примене научних достигнућа у управљању процесима функционисања и развоја тог система. Карактеристично је да се сазнања и методе из актуарске математике недовољно примењују у овој области, и ако је познато, да се без стручне и научне теоријске подлоге не могу чинити квалитетнији помади у развоју ПИО.

Предмет разматрања овог рада је израда математичко-статистичких модела који егзактно одражавају функционалне односе између појединих категорија у систему ПИО. Сматрамо да се помоћу добијених модела и савремених рачунарских средстава могу обезбедити потпуније информације за успешније вођење политике у овој сфери друштвеног живота. Изведени модели се заснивају на стохастичким процесима, јер су време наступања инвалидности и смртности случајне величине.

Будући да је инвалидност апстрактан појам, који, између осталог, зависи од степена развоја: средстава за рад, друштвене свести и организације рада у свакој земљи, потребно је уз изведене моделе сачинити и примереније актуарске таблице.

ЛИТЕРАТУРА

1. Isenbart, Fritz, *Lebens-versicherungs-mathematik für Praxis und Studium*, GABLER Wiesbaden, 1987.
2. Милићевић, Лазар, *Прилог развоју информационог система пензијског и инвалидског осигурања*, (Докторска дисертација), Економски факултет Брчко, 1987.
3. Komarnicki, Johann, *Simulationstechnik*, VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf, 1992.
4. Saxer, Walter, *Versicherungsmathematik*, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1989.
5. Група аутора, *Методологија за статистичка истраживања у области здравственог, пензијског и инвалидског осигурања*, Савез заједница ПИОЈ Београд, 1987.

¹ Виша техничка школа у Крагујевцу, Шпанских бораца 8

² Економски факултет у Брчком, Доситеја Обрадовића 4

E-mail: atanas@knez.uis.kg.ac.yu

НОВЕ ОПТИМАЛНЕ КАРТОГРАФСKE ПРОЈЕКЦИЈЕ

Иван Несторов

Предавање „Нове оптималне картографске пројекције“ посвећено је изналажењу конформних картографских пројекција које би, према критеријумима минималности деформација, биле боље од познатих, и до сада, уобичајено коришћених, картографских пројекција.

За разлику од традиционалног приступа овом проблему, где се картографске пројекције одређују тако да се на основу задатих почетних услова траже оптималне функције пресликавања, а затим се у зависности од њих одређују функције одговарајућих деформационих параметара пројекције, овде се примењује такав начин одређивања картографских пројекција где се на основу оптимизованих функција линеарних деформација налазе функције пресликавања и функције других непознатих карактеристика.

У циљу решавања овако постављеног задатка излаже се математички апарат у оквиру ког је тражено нумеричко решење одговарајућег граничног проблема. При том је као полазиште за изналагање нових конформних картографских пројекција, установљених на основу карактера и распореда линеарних деформација, коришћена Поасонова парцијална диференцијална једначина са граничним условом Чебишева. За метод нумеричке интеграције ове једначине изабран је метод најмањих квадрата, јер он даје тачну вредност тражене хармонијске функције линеарне размере, док је гранични услов задовољен приближно. Поасонова једначина има велики теоријски значај у математичкој картографији, јер се њеном интеграцијом може добити велики број, како познатих, тако и засад још непознатих конформних пројекција. Поменута једначина, изведена за случај пресликавања обртног елипсоида на раван, представља покушај да се да допринос овој проблематици.

Дају се експериментална испитивања која показују да новодобијене адаптабилне конформне пројекције, које су оптимизоване и у минималном и у варијационом смислу, разматрана подручја пресликавања могу боље конформно преликати него што се то чинило применом најчешће коришћених пројекција код нас: Гаус-Кригерове и Ламбертове пројекције. Коначно, може се закључити да симетричне адаптабилне конформне пројекције дају довољно равномеран распоред линеарних деформација и повољан однос њихових екстремних вредности, те да се стога ове пројекције могу успешно користити како за приказивање мањих подручја на Земљи, тако и за приказивање већих земаља, континената, океана као и других небеских тела.

Кључне речи: Оптималне картографске пројекције, Пресликавање обртног елипсоида на раван, Обрнути задатак математичке картографије, Диференцијалне једначине математичке картографије, Поасонова парцијална диференцијална једначина, Критеријум Чебишева, Критеријуми минималности деформација, Адаптабилне симетричне картографске пројекције.

Грађевински факултет Универзитета у Београду, Бул. краља Александра 73,
11000 Београд

E-mail: nestorov@grf.bg.ac.yu

ON THE GALACTOCENTRIC ORBITS

Slobodan Ninković

A particular case of the stationary gravitational potential with axial symmetry concerning the Milky Way is considered. Some special cases of calculated orbits are presented. The results are obtained by solving the differential equations numerically applying the Runge-Kutta Method.

AMS Subject Classification: 85

Astronomska opservatorija, Volgina 7, 11160 Beograd-74, Yugoslavia

E-mail: sninkovic@aob.bg.ac.yu

NEKHOROSHEV STABILITY OF ASTEROID MOTION

Rade Pavlović and Zoran Knežević

We investigate a long term stability of asteroid motion in the framework of Nekhoroshev's theorem by studying the local geography of phase space. Using the results of numerical integrations of more than 10000 real asteroids in the outer part of the main belt by Knežević & Milani (Z. Knežević & A. Milani, Synthetic Theory of Asteroid Motion: Proper Elements and Chaos; this meeting), we divided the phase space by the values of maximum Lyapunov Characteristic Exponents (LCE). We set up a grid of fictitious asteroids on each of the areas of assumed stability and made numerical integrations of equations of motion for a long enough span of time. To search for the no-resonance domains of the Nekhoroshev structure, we analysed gradients of the LCE in a number of main belt regions and estimate the stability of asteroid motion.

AMS Subject Classification: 85

Astronomical Observatory, Volgina 7, 11160 Belgrade 74, Yugoslavia

E-mail: rpavlovic@aob.bg.ac.yu

**АНАЛИЗА КОМПОНЕНТИ ДИСПЕРЗИЈА
ПРИ ИЗРАВНАЊУ МРЕЖЕ ЛОНГИТУДА**Глигорије Перовић¹ и Зорица Цветковић²

Проблем тежина у задатку изравнања мрежа лонгитуда до сада није разрешен због непознавања структуре дисперзија опажања. При изравнању дела Европске мреже лонгитуда (ELN), које је рађено у оквиру пројекта укључења

Београда у ову мрежу, анализирани су нови модели за одређивање компоненти дисперзија опажања. Овим моделима боље је описана структура дисперзија, тако да су тежине ближе њиховим правим вредностима од до сада коришћених.

¹ Грађевински факултет, Бул. краља Александра 73/1, Београд

² Астрономска опсерваторија, Волгина 7, 11160 Београд-74

E-mail: zcvetkovic@aob.bg.ac.yu

НОВА ФАЗИ ЛОГИКА И ЊЕНЕ ПРИМЕНЕ

Драган Радојевић

У раду се даје приказ нове фазе логике ($[0, 1]$ -вредносна логика) која је за разлику од досадашњих комплементарна класичној (Буловој) логици. Основна мањкавост постојећих фази „логика“ је само делимично слагање са класичном логиком, што има за последицу: (а) експлозију броја могућих логичких формула у зависности од броја могућих вредности истинитости логичких функција, (б) неједнозначност еквивалентних у класичном смислу логичких формула, и (в) незадовољавање основних постулата класичне логике – закон искључења трећег и контрадикције. Сви ови проблеми превазиђени су у новој фази логици.

У раду ће се илустровати могућности примене нове фазе логике на следећим примерима: (а) доношење одлука на основу више атрибута и (б) анализа поузданости нестандартних система (биолошко-техничких, нпр).

AMS Subject Classification: 90 A

Институт „Михајло Пупин“, Београд, Волгина 15

E-mail: draganr@L100.imp.bg.ac.yu

ОБЈЕКТНЕ ФУНКЦИЈЕ 1D СИСТОЛИЧКИХ ПОЉА ЗА РЕАЛИЗАЦИЈУ ПРОИЗВОДА МАТРИЦЕ И ВЕКТОРА

Драган М. Ранђеловић, Игор Ж. Миловановић и Ружица Станковић

Пођимо од следећег алгоритма за производ матрице и вектора

```

for  $k := 1$  to  $N_3$  do
  for  $i := 1$  to  $N_1$  do
     $a(i, 1, k) := a(i, 0, k)$ 
     $b(i, 1, k) := b(i - 1, 1, k)$ 
     $c(i, 1, k) := c(i, 1, k - 1) + a(i, 1, k)b(i, 1, k)$ 

```


при чему су иницијалне вредности $a(i, 0, k) = a_{ik}$, $b(0, 1, k) = b_k$, $c(i, 1, 0) = 0$. Код стандардног поступка пројектовања дозвољени правци пројектовања систоличких поља су:

$$\vec{\mu} = [1 \ 0 \ 0]^T, \quad \vec{\mu} = [0 \ 0 \ 1]^T, \quad \vec{\mu} = [1 \ 0 \ 1]^T.$$

Одговарајућа систоличка поља означимо са SV1, SV2 и SV3, респективно. Оно што је новина овог рада, је да поступак за синтезу систоличких поља који би се базирао на резултатима овог рада допушта да су и правци пројектовања:

$$\vec{\mu} = [1 \ 1 \ -1]^T, \quad \vec{\mu} = [1 \ -1 \ 1]^T, \quad \vec{\mu} = [-1 \ 1 \ 1]^T, \quad \vec{\mu} = [1 \ 1 \ 1]^T,$$

такође дозвољени. За ове правце пројектовања се добијају тополошки иста систоличка поља која ћемо означавати са SV4. Сва ова поља су добро проучена у литератури, са и без оптималних карактеристика (видети [3]).

ЛИТЕРАТУРА

1. T. I. Tokić, I. Ž. Milovanović, D. M. Randelović, E. I. Milovanović, *Determining VLSI Array Size for One Class of Nested Loop Algorithms*, *Advances in Computer and Information Sciencs'98*, IOS Pres., 1998., 389–396.
2. Д. М. Ранђеловић, Е. И. Миловановић, М. К. Стојчев, И. Ж. Миловановић, *О критеријумима за избор ваљаних трансформација за синтезу планарних систоличких поља*, INFO'99
3. Д. М. Ранђеловић, *Објектне функције за синтезу систоличких поља*, Докторска дисертација, ПМФ Приштина-Крушевац, 1999.

Виша пословна школа Косово Поље-Блаце

E-mail: ganacd@bankerinter.net

ПРИМЕНА МЕТОДЕ КОНАЧНИХ ЕЛЕМЕНАТА НА РЕШАВАЊЕ ПАРЦИЈАЛНИХ ДИФЕРЕНЦИЈАЛНИХ ЈЕДНАЧИНА

Александар Седмак и Младен Берковић

Анализирана је могућност примене метода коначних елемената на решавање физичких проблема који могу да се опишу парцијалним диференцијалним једначинама и одговарајућим почетним и/или граничним условима. Метода коначних елемената је уведена преко варијационе формулације проблема, применом Галеркиновог поступка, који, уз једноставно увођење и базних функција (интерполација) и коначних елемената као субдомена проблема (дискретизација), омогућава прецизну математичку анализу са поузданом проценом грешке интерполације и дискретизација. Могућности методе су илустроване примерима решавања проблема напонског стања чврстог тела са прслином (елиптични гранични проблем са сингуларитетом) и нестационарног нелинеарног термомеханичког проблема (симулација процеса са променом стања и структуре материјала, као што су ливење, каљење и заваривање).

Машински факултет, 27. марта 80, 11000 Београд

E-mail: sedmaka@EUnet.yu

ТЕОРИЈСКИ И МЕТОДОЛОШКИ АСПЕКТИ ПРИМЕНЕ МЕТОДЕ МОНТЕ КАРЛО

Стеван Р. Стевић¹, Лазар Л. Милићевић²

Значајна примена методе Монте Карло се односи на истраживање комплексних стохастичких и динамичких система помоћу извођења експеримената на одређеним типовима математичких и логичких модела.

Предмет разматрања овог рада је елаборација теоријских и методолошких аспеката уз образложење амбијента, разноврсности и плодотворности примене наведене методе. Структура рада је следећа: симулација и моделовање, случајни бројеви и променљиве, те методолошки кораци примене и верификације добијених решења.

Из изложене материје се може сагледати да се описана метода може успешно применити путем следећих методских корака: системска анализа објекта који се истражује, детерминисање проблема и циља истраживања, дефинисање математичког модела (идентификација варијабли, параметара и њихове међусобне зависности), извођење експеримента функција расподеле \mapsto случајни бројеви и променљиве \mapsto аритметичка средина \mapsto функција критеријума), тестирање и избор повољног решења.

Показано је да су за тестирање добијених решења повољни Колмогоров-Смирнов и χ^2 тест и да примена савремене информационе технологије значајно доприноси успешности целокупног експеримента.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ivković, Z., *Matematička statistika*, Naučna knjiga, Beograd, 1976.
2. Kohlas, Jürg, *Monte Carlo Simulation in Operations Research*, Springer-Verlag, Berlin, 1982.
3. Komarnicki, Johann, *Simulationstechnik*, VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf, 1987.
4. Soldić Aleksić, Jasna, *Aplikativni softver za statističku analizu i tabelarna izračunavanja*, Ekonomski fakultet, Beograd, 1998.
5. Žižić, M., Lovrić, M., Pavličić, D., *Metodi statističke analize*, Ekonomski fakultet, Beograd, 1996.

¹ Економски факултет у Брчком, Доситеја Обрадовића 4

² Виша техничка школа у Крагујевцу, Шпанских бораца 8

E-mail: atanas@knez.uis.kg.ac.yu

**МАТЕМАТИСА 4 И НЕКИ ПРОБЛЕМИ
ДИНАМИЧКЕ АСТРОНОМИЈЕ****Стево Шеган и Никола Витас**

У раду су приказане могућности програмског система МАТЕМАТИСА 4 у решавању неких конкретних проблема примењене математике. Дат је и графички приказ проблема са посебним освртом на могућности анимирања. Као пример искоришћен је проблем два тела у динамичкој астрономији.

Математички факултет, Студентски трг 16, Београд

E-mail: segan@matf.bg.ac.yu

**МАТЕМАТИЧКА ТЕОРИЈА МЕХАНИКЕ ОШТЕЋЕЊА
СА ПРИМЕНАМА****Драгослав Шумарац**

У раду се даје најопштији приступ одређивању еластичних параметара тела ослабљеног шупљинама елиптичног облика. Полазећи од произвољно постављене елиптичне шупљине у равни, одређује се прво њен допринос еластичним константама, а затим помоћу статистичке расподеле шупљина налазе и тзв. глобалне еластичне константе. При томе се примењују два поступка: Тејлоров и само-консистентни модел. Код првог поступка занемарује се интеракција дефеката, док се по другом узима у обзир тзв. слаба интеракција. Оба модела се примењују код мале концентрације шупљина. У случају веће концентрације потребно је узети строжију интеракцију дефеката. У раду је такође показано да су кружне шупљине и прслине само специјални случајеви овде изведеног модела. Овако добијени математички модел је примењен на одредивању крутости челичних штапова оштећених ударом гелера. То представља улазни податак за статичку и динамичку анализу конструкција, какви су рецимо челични мостови, методом коначних елемената. Цео поступак је примењен код анализе и реконструкције моста Пивница на прузи Краљево-Рашка.

Грађевински факултет, Булевар Револуције 73, 11000 Београд

E-mail: sumi@EUnet.yu

ПРИМЕНА ТЕОРИЈЕ РАСПЛИНУТИХ СКУПОВА НА УТВРЂИВАЊЕ СТЕПЕНА НЕОДРЕЂЕНОСТИ СТАЊА ЕКОСИСТЕМА

Душка Тепавчевић

Као последица ситуације у којој се налази животна средина, поставља се питање да ли је могуће на неки начин измерити степен неодређености стања појединих њених елемената, прављењем одговарајућег математичког модела.

У раду се повезује теорија расплнутих скупова са проблемима заштите животне средине на нов начин, добијајући широк спектар могућности примене особина расплнутих скупова на различите екосистеме. Изнесена је метода утврђивања степена неодређености стања као и количине сопствене информације произвољног екосистема. Екосистем се описаном методом представља као расплнути скуп и на тај начин, дефинисањем различитих функција, се одређују његове жељене особине.

Рачунајући неодређеност стања екосистема у одређеном временском периоду, може се извести закључак о тенденцијама пораста или смањења неодређености стања тих екосистема (тј. повећању или смањењу количине сопствене информације), што би омогућило доношење закључака и одлука о степену важности преузимања одређених радњи ради утврђивања стања и мера заштите посматраних екосистема.

AMS Subject Classification: 03B52, 94D05

Гимназија „Јован Јовановић Змај“, Златне греде 4, Нови Сад

E-mail: etepavce@eunet.yu

SEQUENTIALLY ADAPTIVE RBF NETWORK IN MODELING ON NONSTATIONARY SYSTEMS

Branimir Todorović, Miomir Stanković and Slavica Todorović-Zarkula

In this paper modeling of nonstationary problems using neural networks is considered. The modeling is based on sequential adaptation of network parameters and structure, learning without forgetting on the parameter and structure level and resolving the noise/nonstationarity dilemma. Radial Basis Function Network with local hidden units is chosen in order to insure learning without forgetting on the structure level. It is shown that demand for learning without forgetting on the parameter level is equivalent to the consistency of the parameter estimator (Extended Kalman Filter in this paper). From the Kalman filter consistency test, the criterion for addition of new units was derived. The dilemma noise/nonstationarity is resolved by combining constructive (addition of neurons) and destructive approach

(connections and neurons pruning) to the structure adaptation. The pruning methods, derived for neural network which parameters are estimated by EKF, can be considered as incremental versions of well-known pruning methods: Optimal Brain Surgeon and Optima Brain Damage.

Fakultet zaštite na radu, Čarnojevićeva 10a, 18000 Niš

E-mail: mstan@znrfaq.znrfaq.ni.ac.yu

ПРИМЕНЕ МАТЕМАТИКЕ У РУДАРСТВУ И ГЕОЛОГИЈИ

Слободан Вујић

У раду ће бити дат пресек стања, истраживања и трендова примене математике у рударству и геологији, са освртом на наша искуства кроз конкретне примере примене.

Катедра за примену рачунара, Рударско-геолошки факултет, Бушина 7, 11000 Београд

E-mail: vujic@rgf.bg.ac.yu

ОЧИГЛЕДНА ГЕОМЕТРИЈА КРОЗ АНИМАЦИЈЕ

Срђан Вукмировић

У излагању ће бити приказане неке анимације рађене у програму *Mathematics 4.0*. Посебна пажња је посвећена неорјентабилним површима: Клајновој боци и Мебијусовој траци. Биће приказано лепљење две Мебијусове траке у Клајнову боцу, кретање нормале по Мебијусовој траци, пропадање хиперкоцке кроз тродимензиони простор ...

Математички факултет, Београд, Студентски трг 16, 11000 Београд

E-mail: vsrdjan@matf.bg.ac.yu

**НАСТАВА, ИСТОРИЈА И
ПОПУЛАРИЗАЦИЈА МАТЕМАТИКЕ
TEACHING, HISTORY AND
POPULARIZING OF MATHEMATICS**

**РЈЕШАВАЊЕ ЕКСТРЕМАЛНИХ ПРОБЛЕМА
ЕЛЕМЕНТАРНИМ ПУТЕМ**

Миомир Анђић

Циљ саопштења је да скрене пажњу на рјешавање екстремалних проблема без примјене извода. Апсолутне максимуме и минимуме појединих функција (полиноме, рационалне, коријене, експоненцијалне, логаритамске, тригонометријске), елегантно ћемо налазити користећи неколико занимљивих тврђења (принципа), који се такође доказују елементарним путем. На основу њих се лако налазе и поједини условни екстемуми функција двије и три промјенљиве и лако доказују неки „мали“ изопериметријски проблеми.

Коначно, биће показано како се у рјешавању поменутих проблема може успјешно користити својство осне симетрије и позната веза аритметичке и геометријске средине бројева.

Тема је вечно актуелна и за такмичења разних нивоа.

Министарство просвјете и науке, Новака Милошева 36/А, Подгорица

E-mail: andjics@www.com

**О РЕАЛИЗАЦИЈИ ПРОГРАМСКИХ САДРЖАЈА
ИЗ МАТЕМАТИКЕ**

Мирољуб Чабрић

Обрада основних и битних садржаја није крај у савлађивању програма математике. Врло брзо се уочи да већина ученика не влада солидно обрађеним садржајима. Из ових разлога намеће се питање како постићи већу трајност знања важних програмских садржаја. Ово питање анализирамо обрадом области степеновања, решавањем једначина и неједначина.

Значајно је при увођењу неког појма обезбедити разумевање тог појма, да би се могло очекивати његово осмишљено коришћење касније.

У фази када се увежбавају одређена правила степеновања ученици раде искључиво помоћу њега, а и не примећују друге, можда једноставније и природније начине да се уради исти задатак.

У одмаклој фази утврђивања обавезно испитати могућности израде истог задатка на више начина.

Решавање једначина и неједначина – ученици више то чине механички, а мање са логичким закључивањем; при том изостаје провера тачности добијеног реултата.

Гундулићева 6, Зрењанин

МАТЕМАТИЧКА ТЕОРИЈА МУЗИКЕ, ФИБОНАЧИЈЕВ НИЗ И НЕКА ЊЕГОВА ИСПОЉАВАЊА У ПРИРОДИ

Милош Чанак

У раду се разматрају нека испољавања златног пресека и Фибоначијевог низа у природи, као и везе са музиком а посебно са квинтним кругом.

AMS Subject Classification: 00 A 06

Пољопривредни факултет, Немањина 6, 11080 Земун

ЗАШТО СУ ПОТРЕБНА ИСТРАЖИВАЊА У ОБЛАСТИМА ИСТОРИЈЕ И МЕТОДИКЕ МАТЕМАТИКЕ (ГЕОМЕТРИЈЕ)?

Саво Тебић

У раду је разматрана потреба за истраживањима у областима историје и методике математике са посебним освртом на геометријске садржаје. Наведен је низ примера истакнутих светских и наших математичара који су добар део својих активности посветили истраживањима у областима историје и методике математике. Дат је низ илустративних примера који оправдавају и увођење историјског метода у наставу математике. Прецизно су дефинисани разлози због којих историја математике и методика математике заслужују систематска истраживања.

Питање нужности ревизије садржаја и методике наставе геометрије у школи је итекако актуелно и поред тога што се овој проблему крајем 19. и у 20. веку поклањала изузетна пажња.

Савремена методика наставе геометрије треба да да одговор на суштинско питање: Какав треба да буде систем геометријског образовања у савременој школи да би могао да обезбеди потребни ниво геометријског знања ученика и друштвено значајне циљеве наставе математике?

AMS Subject Classification: 01 A 07

Виша техничка школа, Борђа Стратимировића, 23000 Зрењанин

**ПРИКАЗ МАЊЕ ПОЗНАТИХ РАДОВА МИХАИЛА
ПЕТРОВИЋА АЛАСА, НАМЕЊЕНИХ НАСТАВНИЦИМА
И УЧЕНИЦИМА ОСНОВНИХ И СРЕДЊИХ ШКОЛА**

Мирко Дејић

Поред радова намењених научној јавности, Михаило Петровић Алас написао је и десетак радова популарне и поучне садржине. Ти радови су објављивани у педагошким часописима (Наставник, Професорски гласник и др.) и као прилози за средњошколске уџбенике (Билимовић-Анђелић, „Геометрија“ I, II, III, IV, V). Наслови неких од тих радова су: *О зависности међу величинама у задацима, Стварне и привидне геометријске немогућности, Занимљивости у применама Питагориног правила, Неодређени, немогући и непотпуно одређени планиметријски задаци, Једно питање из наставе о логаритмима*, итд.

Даће се кратак приказ тих радова.

Учитељски факултет, Јагодина

ЛИНИЈА ТЕЖИШТА И ЦЕНТАР ОПИСАНЕ КРУЖНИЦЕ

Криста Ђокић

Дефиниција. Права која садржи тежиште троугла и паралелна је једној страници троугла, зове се *линија тежишта*.

Теорема 1. Линија тежишта троугла дели у размери 2 : 1 сваку дуж одређену ма којом тачком праве одређене паралелном страницом и теменом које не припада паралелној страници.

Теорема 2. Дужина одсечка линије тежишта троугла је две трећине од дужине странице са којом је паралелна.

Теорема 3. Линије тежишта троугла деле троугао на три подударна троугла и три паралелограма једнаких површина.

Дефиниција и теореме у вези са линијом тежишта нам олакшавају решавање многих задатака.

Теорема 4. Центар описане кружнице правоуглог троугла је средиште хипотенузе, оштроуглог троугла је у унутрашњој области троугла и тупоуглог троугла је ван троугла.

У вези са четвртом теоремом могуће је и очигледно средство (направљено од пластике) у настави основног образовања.

ЛИТЕРАТУРА

1. К. Ђокић, *О значајним линијама троугла*, Математички лист XXX-3, Београд, 1995.
2. К. Ђокић, *Теорема у вези линије тежишта*, Просветни преглед – Педагошка пракса 350, септембар 1997, Београд.

О. Ш. „8. октобар“, 16210 Власотинце

MATHEMATICAL 20TH CENTURY SOUVENIRS
THROUGH THE ELEMENTARY AND SECONDARY SCHOOL OR
A NEW APPROACH TO TEACHING CLASSICAL MATHEMATICS

Jasna Fempl-Madžarević

The more teaching material accumulates in the “peaks of the science”, the more has to descend “down to the base”!

According to statistics, less than 3 % of all secondary-school leavers decide to take the school-leaving exam in mathematics. Mathematics is losing its centuries-long leading position among general education subjects. This is paradoxical phenomenon on the eve of the new millennium when mathematics allows development of modern micro and macro technologies, and a rise of both technical and humanistic sciences and linguistics.

This phenomenon could perhaps be eliminated, or at least mitigated, by placing a stronger emphasis on, and a more frequent mentioning and popularization of some “Mathematical 20th century souvenirs” (some concepts of the sets theory of mathematical logic, graphs, nets, the nodes problems, the congruency relation, and applicability of such mathematical “novelties”).

REFERENCES

1. D. Rayner, *Higher GCSE Mathematics—Revision and Practise*, Oxford University Press, 1994.
2. Stanley Thornes, *GCSE Higher Mathematics—a Full Course*, Publishers Ltd 1992.
3. D. Acketa, Snezana Matic-Kukic, *Geometrija za informatičare*, Novi Sad, 1998.
4. M. Stojakovic, *Stazama matematike*, Novi Sad, 1977.
5. Z. Šporer, *Uh, ta matematika*, Školska knjiga, Zagreb, 1975.

Peta beogradska gimnazija, Ilije Garašanina 24, Beograd

E-mail: srleyu@eunet.yu

ИДЕНТИФИКАЦИЈА ДАРОВИТИХ УЧЕНИКА ЗА МАТЕМАТИКУ

Слађана Хотомски

Друштвена брига за садашњост и будућност школства и математике подразумева благовремено откривање ученика способних да своју енергију, способности, знања и умења усмере на дуготрајан пут овладавања тајнама и лепотама математике.

Даровитост подразумева потенцијалне способности, које значајно превазилазе просек (даровите деце има 1–3%), а таленат је исказана способност. Даровитост је склоп особина које конкретном ученику омогућава да постиже трајно, изразито натпросечне резултате у једној или више области људске делатности. То високо постигнуће може се манифестовати на (ре)продуктиван начин, а условљено је високим ступњем развијености појединих способности (њихових композиција), снажном личном мотивацијом и повољном спољашњом ситуацијом.

Тестовима ТМС-ОШ, МГ1, МГ2 и ПМС (аутор Слађана Хотомски) уз психолошки тест ТРЛ ($0,80 < r < 0,90$) у основној школи врши се идентификација даровитих ученика за математику од IV до VIII разреда, а тестом ТМС-СШ у средњој школи. Стандардизованим тестовима помоћу норми омогућава се наставницима и професорима математике да на објективан начин одаберу ученике за додатну наставу, те оптимум у напретку и развоју.

Министарство просвете РС, Трг Светог Димитрија 2А/4, 22000 Сремска Митровица

E-mail: sladjanah@ptt.yu

О МЕТОДИ ПАРЦИЈАЛНЕ ИНТЕГРАЦИЈЕ

Миодраг Ивовић

У скоро свим књигама у којима се обрађује метод парцијалне интеграције, углавном се каже: ако су $u(x)$ и $v(x)$ диференцијабилне функције и ако постоји неодређени интеграл $\int u(x)v'(x) dx$, онда постоји и интеграл $\int v(x)u'(x) dx$ и при томе важи једнакост

$$\int u(x)v'(x) dx = u(x)v(x) - \int v(x)u'(x) dx,$$

која омогућује израчунавање неодређеног интеграла неких класа функција. Ако се не даје ова формулација, онда се даје нека која се своди на ову.

У саопштењу ће бити доказано да је ова формулација непотпуна, јер не важи у случајевима када је

$$u(x)v(x) = C \quad (C - \text{константа}).$$

AMS Subject Classification: 26 A 06

Економски факултет, Каменичка 6, 11000 Београд

О РЕКУРЗИВНОЈ ДЕФИНИЦИЈИ ДЕТЕРМИНАНТИ

Милан Јањић

У раду ће бити дат један метод по коме се, посебно на техничким факултетима, могу предавати детерминанте. Детерминанте се дефинишу рекурзивно, развојем по првој врсти. На тај се начин избегава претходно дефинисање појма пермутације. Затим ће бити изложен један релативно једноставан доказ, математичком индукцијом, Лапласовог правила о развоју детерминанте, из кога се лако изводе битне особине детерминанти.

Природно-математички факултет, Младена Стојановића 2, Бања Лука, Република Српска.

E-mail: agnus@blic.net

МАТЕМАТИЧКА РАДИОНИЦА МЛАДИХ (Шта смо урадили, а шта намеравамо да урадимо.)

С. Јевтић¹, З. Васиљевић¹
Б. З. Поповић², М. Станић², С. Јовановић², Н. Икодиновић²

После неколико месеци припрема, у јануару прошле године почела је са радом МАТЕМАТИЧКА РАДИОНИЦА МЛАДИХ (МРМ). Радионицу су основали Природно-математички факултет и Прва крагујевачка гимназија. Основни циљ МРМ-а је популаризација математике и то, пре свега, кроз рад са талентованим ученицима основних и средњих школа. Мислимо да наша искуства у организацији, начин тестирања, селекција ученика и први резултати могу бити интересантни за ширу математичку јавност, а посебно за онај њен део који се ангажује на ширењу интересовања за математику међу младима.

¹ Прва крагујевачка гимназија, Даничићева 1, 34000 Крагујевац, Југославија

² Природно-математички факултет, Универзитет у Крагујевцу. Радоја Домановића 12, 34000 Крагујевац, Југославија

E-mail: bpopovic@uis0.uis.kg.ac.yu stanicm@ptt.yu

BASIC FEATURES OF RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION

Đorđe Kadijević

Examined are purposes, theoretical frameworks, questions and methods of research in mathematics education. Considered are standards for judging research context and outcome. Given are various examples of existing research, including the author's own studies summarized at <http://www.mi.sanu.ac.yu/~djkadij>.

AMS Subject Classification: 00 A 35

Mathematical Institute, Serbian Academy of Sciences and Arts, Kneza Mihaila 35, 11001 Belgrade & XV Belgrade Gymnasium, Grocka 40, 11090 Belgrade, Yugoslavia

E-mail: djkadij@mi.sanu.ac.yu

БРОЈ – ПЕРИОДНИ СИСТЕМ ЕЛЕМЕНАТА – УНИВЕРЗАЛНИ ОКТАВНИ ЗАКОН

Весна Којић

Универзални октавни закон, који се изражава у бојама, кристалима, вирусима, разним формама биљног света (шишарке, ананас, сунцокрет), кретањима небеских тела, присутан је и у Периодном систему елемената, где октаве, као најстабилније интервале у музичкој лингвистици, представљају племенити гасови – елементи који немају нестабилне електроне.

Број се јавља као индикативни и конструктивни фактор, не само на атомском нивоу, него још много непосредније што се више улази у унутрашњост атома, па чак и у његово језгро. Он се тамо јавља скоро у чистом стању, а појмови парног и непарног, блиски питагорејским спекулацијама о чистим, односно научним бројевима такође се ту показују, природно везани за појмове динамичке симетрије и асиметрије.

Математичка гимназија, Народног фронта 37, 11000 Београд

E-mail: mm93102@alas.matf.bg.ac.yu

РЕШАВАЊЕ ЈЕДНАЧИНЕ $x^n + Ax^k + B = 0$

Саша Манић

У раду се разматрају услови под којима Галоа група одређене класе предубилног тринома $x^n + Ax^k + B = 0$, где су A, B цели бројеви, није решива, као и услови под којима је могуће решити дату једначину.

Дати су подаци из историје математике о решавању једначина трећег, четвртог и петог степена. Наведени су примери тринома степена већег од четири који се могу решити, као и начин решавања.

AMS Subject Classification: 01 A 55, 12 F 10

Административно биротехничка школа, Трг Ослобођења 8, 18000 Ниш

НЕКИ ПРИМЕРИ НЕСТАНДАРДНИХ ЈЕДНАЧИНА

Бојан Марковић

Овим саопштењем рјешавам самостално састављене једначине, у првом реду експоненцијалну једначину са 2 непознате:

$$2^x + 3^{2y+1} + 3^{6/x} = (\sqrt{2})^{x+2} \cdot 27^{1/x} + 2\sqrt{3} \cdot 15^y - 25^y,$$

затим нелинеарну диофантову једначину (у скупу \mathbb{N})

$$x^{y^8+z^6} + (x+t)^{y^8+z^6} - (x+4)^{y^8+z^6} = 0$$

итд.

AMS Subject Classification: 97 U 40

Гимназија „Иван Горан Ковачић“, Бранка Попића 4, Херцег-Нови

ОСНОВА МОДЕЛА РЕАЛИЗАЦИЈЕ ПРОГРАМА НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ У ПРВОМ РАЗРЕДУ ГИМНАЗИЈЕ И СРЕДЊЕ ТЕХНИЧКЕ ШКОЛЕ

Мато Ђ. Мијајловић

Концепцијски, програм је подјелењ у 6 глава, а практично се реализује кроз 14 поглавља ($14 \times 4 = 56$ контролних задатака и теорема) (1. варијанта) или 248 контролних питања (2. варијанта), с тим да се 4. и 5. глава обрађују у одређеном редослиједу.

Реализацију овакве концепције поспјешују:

а) оригинално урађени радни листови, који су иначе приручни материјал за припремну математичку школу (до 6 ученика у одјељењу) за први разред гимназије и средње техничке школе;

б) оригинални приручник за самоучење, који представља урађене радне листове са додатком у виду збирке потенцијално најбитнијих задатака са рјешењима, као и теоријским додатком и моделима контролних и писмених задатака.

Провјера ученичких знања врши се просјечно крајем сваког трећег часа у посебним свескама, или тестовима од 10–20 питања на крају обраде конкретнoг поглавља, а према устаљеној скали оцјењивања.

AMS Subject Classification: 97 U 30

Гимназија „Иван Горан Ковачић“, Бранка Попића 4, Херцег-Нови

E-mail: siki@cg.yu

ЈЕДАН РАЧУНАРСКИ ПОГЛЕД НА КОНСТРУКЦИЈЕ ТРОУГЛОВА

Мато Ђ. Мијајловић¹ и Драган М. Ацкета²

Предлаже се да се при обради конструктивних геометријских задатака (пре свега) у основној школи рачунар користи као *помоћно* средство за приказивање конструкција, разложених по корацима, никако са циљем да замени, већ да подстакне креацију ученика. До идеје која води решењу постављеног проблема ученик треба да дође у фази анализе, која се у целости врши без помоћи рачунара. Рачунар се користи тек у фази (реализације) конструкције, засноване на извршеној анализи, а може евентуално бити од користи и у фази дискусије решења.

У циљу имплементације одговарајућих програма пожељно је да се у што већој мери изврши систематизација геометријских конструкција које се користе у настави. На пример, у „бази конструкција“ посебно се групишу конструкције код којих је нагласак на примени помоћних слика (рецимо, троуглова који се конструишу на основу правила подударности), конструкције које су засноване на методи геометријских места (као што је скуп тачака из којих се дата дуж види под датим углом), као и конструкције које се базирају на трансформацијама (ротација, трансляција, хомотетија, сличност).

На вишим ступњевима образовања имплементација приказивања геометријских конструкција може бити једна од тема практичних вежби, у оквиру наставе рачунарства.

Поменуते идеје илуструју се на одабраним конструкцијама троуглова. Направљен је прототип програма, у који је у даљем развоју предвиђено да се угради једна делимична систематизација конструкција троуглова које се срећу у наставној пракси. Применом одговарајућег менија, корисник програма одабира конструкцију коју треба приказати, као и одговарајуће улазне податке.

AMS Subject Classification: 97 U 50

¹ Гимназија „Иван Горан Ковачић“, Бранка Попића 4, Херцег-Нови

² Институт за математику, Трг Доситеја Обрадовића 4, 21000 Нови Сад

E-mail: acketa@unsim.ns.ac.yu

ПЕДЕСЕТ ГОДИНА САВЕЗА ДРУШТАВА МАТЕМАТИЧАРА,
ФИЗИЧАРА И АСТРОНОМА ЈУГОСЛАВИЈЕ
– ГОДИНУ ДАНА ПОСЛЕ

Јелена Милоградов-Турин¹ и Владимир Мићић²

Подстакнути инспиративним чланцима Богољуба Станковића посвећеним значајним јубилејима – 50 година Савеза друштава математичара, физичара и астронома Југославије и X конгресу математичара Југославије, аутори су учинили напор да наставе са истраживањем доступних материјала и одлучили да резултате изложе. Посебна пажња је посвећена каснијем периоду. Аутори су употпунили приказ рада Савеза, укључивши и активности на пољу астрономије и физике.

ЛИТЕРАТУРА

1. Станковић, Б., 1999, *Настава математике*, XLIV, 3–4, 1–11.
2. Stanković, B., 1999, *Matematički vesnik*, 51, 3–4, 111–116.

АМС-класификација: 01 А 60

¹ Математички факултет, Студентски трг 16, Београд

E-mail: jelenam@matf.bg.ac.yu

² Грађевински факултет, Булевар револуције 73, Београд

E-mail: vladimic@Eunet.yu

ЕЛЕМЕНТАРНИ ДОКАЗ СТИРЛИНГОВЕ ФОРМУЛЕ

Слободан Милорадовић

Стирлингова формула, која се примењује у испитивању конвергенције једне широке класе бројних низова (a_n) и бројних редова $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, чији општи чланови зависе од $n!$, стандардно се доказује, у курсевима више анализе, после теорије бројних редова помоћу развоја логаритамске функције у степени ред.

У овом раду, она се доказује пре теорије бројних редова, непосредно после извођења Валисове формуле, користећи чињеницу да монотон и ограничен низ конвергира као и две неједнакости доказане уз помоћ хиперболе $xy = 1$.

Саобраћајни факултет, Војводе Степе 305, Београд

НОВИ ДОКАЗ МОНОТОНОСТИ НИЗА $(e_n) = (1 + 1/n)^n$

Бранка Милошевић

Доказ монотоности низа $(e_n) = (1 + 1/n)^n$, $n \in N$ непосредно индуктивно, без примене Бернулијеве неједнакости.

1. Доказ није изведен непосредним доказивањем монотоности поменутог низа, већ упоређивањем одговарајућих чланова парова коначних низова

$$(a_k) = \left(\left(1 + \frac{1}{n} \right)^k \right)_{k \in J_n} \quad \text{и} \quad (b_k) = \left(\left(1 + \frac{1}{n+1} \right)^{k+1} \right)_{k \in J_n}, \quad J_n = \{1, 2, \dots, n\},$$

за произвољно $n \in N$. Прецизније, доказана је тврдња

$$(\forall n \in N)(\forall k \leq n) a_k < b_k,$$

дакле,

$$(\forall n \in N) a_n < b_n,$$

односно

$$(\forall n \in N) \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n < \left(1 + \frac{1}{n+1} \right)^{n+1}.$$

2. Притом је у доказу коришћена атипична примена математичке индукције, боље рећи, измењена метода математичке индукције која би се могла назвати парцијална, параметарска, условљена индукција.

Гимназија Младост, 12300 Петровац

УЏБЕНИК У НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ У ФУНКЦИЈИ САМООБРАЗОВАЊА УЧЕНИКА

Мирослав-Мирко Младеновић

– Уџбеник у настави математике у функцији стицања знања и самооспособљавања учења – учења у функцији самообразовања ученика

– Коришћење уџбеника у настави – оспособљавање ученика – приликом обраде, утврђивања, вежбања задатака (конкретно експериментално коришћење рада са уџбеником од петог до осмог разреда основне школе)

– Оспособљавање ученика у вештини односно „техници“ учења из уџбеника (конкретни примери из праксе)

– Уџбеник у функцији учења – учења путем открића, решавања проблема, како у стицању нових појмова, правила, тако и у сналажењу у проблемским ситуацијама у животу

– Уџбеник у функцији активног односа ученика према настави – активна настава, као и у формирању радних навика за самосталан рад у решавању математичких задатака и самосталног знања из уџбеника

О. Ш. „Браћа Миленковић“, село Шишава, 16210 Власотинце

О ПРИОРИТЕТУ НЕКИХ ПОЗНАТИХ МАТЕМАТИЧКИХ РЕЗУЛТАТА

Миодраг С. Петковић

Многи значајни резултати у математици носе имена великих математичара. У овом саопштењу бавимо се питањем које припада историји математике: *Да ли су неки од резултата заиста формулисани од стране математичара чија имена носе?* Када је развијен Хорнеров метод? Ко је први извео Карданове формуле? Ко је формулисао Крамерово правило? Када је по први пут коришћен Гаусов метод елиминације? Ко је открио Хорнеров метод? Како је Лопитал дошао до правила које носи његово име? Да ли је Паскалов троугао био познат пре Паскала? Када је откривена Питагорина теорема? Ко је први публикувао Симпсоново правило? Ко је извео Тејлоров ред?

Одговори на ова питања и коментари о приоритету поменутих резултата су тема овог саопштења.

AMS Subject Classification: 01

Електронски факултет, Београдска 14, Ниш

E-mail: msp@ban.junis.ni.ac.yu

PUPILS' ACHIEVEMENTS IN MATHEMATICS IN TEACHING-LEARNING PROCESS DURING AND AFTER THE WAR EVENTS

Biljana Popović¹, Sonja Šumonja²,
Danijela Stojanović³ and Bojana Ilić⁴

The authors analyze teaching-learning process during and after the war in 1999 events. They are specially interested in mathematics courses for the sixth grade elementary school and the fourth grade secondary school pupils. The experimental group consists of pupils in 1999/2000 school year. The control group consists of pupils in three previous generations. Two types of questioners are analyzed: one for the pupils and another for their own and other teachers of mathematics. The questions primary concern teaching-learning process in mathematics and general conditions for that process. Pupils' success in mathematics at the end of the school year for the experimental and the control group is compared. The psychological aspect of the achievements is discussed. According to the psychological issues, not only past frustrating experiences, but also an anticipation of possible new war scenes, could seriously decrease pupils' success in school learning.

AMS Subject Classification: 00 A 35

¹ Faculty of Sciences and Mathematics, Department of Mathematics, University of Niš, Ćirila i Metodija 2, 18000 Niš, Yugoslavia

E-mail: biljanap@ban.junis.ni.ac.yu

² Electrotechnical School “Nikola Tesla”, 18000 Niš, Yugoslavia

E-mail: ssumonja@bankerinter.net

³ Elementary School “Učitelj Tasa”, 18000 Niš, Yugoslavia

⁴ Faculty of Philosophy, Department of Psychology, University of Niš, Ćirila i Metodija 2, 18000 Niš, Yugoslavia

E-mail: psycho@bankerinter.net

НЕКА ЗАПАЖАЊА ПРОБЛЕМСКЕ НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ У ОСНОВНИМ И СРЕДЊИМ ШКОЛАМА У ОПШТИНИ ПАНЧЕВО

Стеван Пујић

Проблемска настава је вид савремене наставе и има истраживачки карактер, . . . , овде се ограничавамо само на активности и мишљења, . . . , тј. ученици у ОШ и СШ треба да схвате наставни садржај како би знање могли применити у одређеним околностима свога домена, па је и главни циљ проблемске наставе развијање стваралачког мишљења – истраживање (решавање задатака проблемског типа када су њене предности јасне), . . . , тј. настава која продужава учење путем откривања и увиђања, јер је водећу улогу Проблемске наставе до данас довољно потврдила дидактичка теорија и пракса.

Машинска школа, Браће Јовановића 103, 26000 Панчево

МОГУЋНОСТИ И ОГРАНИЧЕЊА УЧЕЊА НА ДАЉИНУ

Зоран Путник и Маријана Грабовац

Револуција коју је изазвао Интернет са својим пратећим електронским сервисима, поново је умногоме повећала интерес и за неке од раније познатих идеја. Дописне школе, те учење преко аудио и видео трака, добило је нови, изузетан замах појавом мултимедијалних Web-страница. Такође, програмски језик Java са изузетно једноставним могућностима коришћења мултимедија, аплета, техника “mailing”-листа, асинхроних или синхроних “news” или “chat” конференција, аудио и видео клипова, олакшао је заморни посао креирања туторских система и учења уз помоћ рачунара.

У овом раду, биће дата детаљна анализа ситуације у сфери образовања на даљину у нашој земљи. Посебан осврт биће дат највећим проблемима на које се налази: недовољној техничкој подршци, честом потребом за додатним хардвером и софтвером, као и непредвидивим временом одзива. Биће предложене неке смернице за наставак истраживања у овој области.

AMS Subject Classification: 00A35

Институт за математику, Природно-математички факултет, Универзитет у Новом Саду

E-mail: putnik@unsim.ns.ac.yu majsas@EUnet.yu

ПОВРШИНА И ЗАПРЕМИНА ПРАВИЛНИХ ПОЛИЕДАРА

Веселин Рмуш

Саопштење садржи, углавном, извођење образаца за израчунавање површине и запремине правилних полиедара, а посебно површине и запремине правилног додекаедра и запремине правилног икосаедра. С обзиром да се образци за израчунавање површине правилног тетраедра, правилног октаедра, правилног хексаедра (коцке) и образац за израчунавање површине правилног икосаедра врло једноставно изводе, приказани су табеларно само крајњи образци.

Просветна инспекција – Подручна јединица 84300 Беране

E-mail: veljkor@cg.yu

ПРИМЈЕНЕ СКАЛАРНОГ ПРОИЗВОДА НА ЗАДАТКЕ ИЗ ГЕОМЕТРИЈЕ

Радоје Шћепановић

Природно-математички факултет, Цетињски пут б.б, Подгорица

E-mail: radoje@rc.pmf.cg.ac.yu

НЕКА ИСКУСТВА У РАДУ СА УЧЕНИЦИМА ПОЉОПРИВРЕДНЕ ШКОЛЕ У БАЧКОЈ ТОПОЛИ

Бисерка Заклан

Радим у пољопривредној школи у Бачкој Тополи. Предајем ученицима првог и другог разреда. Ученици у настави користе удбеник, а одговарајућа збирка

за тај програм не постоји. Да би повећала број задатака и заинтересовала их за рад, припреmila сам радне листове из области квадратне једначине и неједначине. Такав рад је резултирао боље савладаним градивом што се показало и кроз оцене.

Ове школске године са истим радним листовима нисам добила резултате. Чињеница да је прошла школска година прекинута и да су ученици дошли у школу после дугог распуста, довела је до велике незаинтересованости и нерада. Без обзира на овај тренутни неуспех планирам да овакав рад проширим на већи део наставе.

Пољопривредна школа, Суботички пут б.б, Бачка Топола

ИНДЕКС
INDEX

- Acketa, Dragan 120
Adnađević, Dušan 24
Aleksić, Vladimir 102
Andonovski, Nenad 95
Anđić, Miomir 112
Antonevich, A. 49, 62
Ašić, Miroslav 98
- Berković, Mladen 107
Bjelica, Momčilo 39
Blagojević, Pavle 24, 69
Bokan, Neda 25
Borisavljević, Mirjana 13
Bshouty, Daoud 40
Bučkovska, Aneta 49
Budimirović, Vjekoslav 18
Bulat, Milan 95
Burić, Nikola 30
- Celakoski, N. 19
Cofman, Judita 1
Crvenković, Siniša 2
Cvetković, Dragana 50
Cvetković, Dragoš 2
Cvetković, Zorica 105
- Čabrić, Miroljub 112
Čanak, Miloš 63, 113
Čangalović, Mirjana 98
Čukić, Ljubomir 50
Čupona, Gj. 19
- Ćebić, Savo 113
Ćurić, Mladen 91
- Davidović, Tatjana 83
Dejić, Mirko 114
Dimitrovski, Dragan 65
- Dimovski, Dončo 18
Divnić, Tomica 40, 63
Dobrašinović, Nataša 102
Dolićanin, Ćemal 25
Dostanić, Milutin 3
Došen, Kosta 4, 13
Dragović, Vladimir 4
Drašković, Zoran 92
Dugošija, Đorđe 92
Dunderski, Veljko 95
- Đokić, Krista 114
Đorđević, Dragan 51
Đorđević, Slaviša 51
Đorić, Mirjana 26
Đuranović-Miličić, Nada 76
Đurčić, Dragan 40, 41
Đurović, Dragutin 96
- Fempl-Madarević, Jasna 115
Filipović, Vladimir 102
Fisher, Brian 42
- Gajić, Ljiljana 52
Goračinova, Lidija 20
Govedarica, Vidan 26
Grabovac, Marijana 124
Grulović, Milan 13
Guberinić, Slobodan 92
- Harland, James 84
Hedrih (Stevanović), Katica 93
Herceg, Dragoslav 76, 77, 81
Herceg, Đorđe 77
Hotomski, Slađana 116
- Ikodinović, N. 117
Ilić, Bojana 123

- Iričanin, Bratislav 99
 Isaković-Ilić, Mirjana 14
 Ivić, Aleksandar 4
 Ivković, Zoran 70
 Ivović, Miodrag 41, 116

 Jablan, Slavik 26, 34, 94
 Jaćimović, Milojica 5
 Janeva, Biljana 19
 Janičić, Predrag 83
 Janić, Milan 27
 Janković, Marijana 102
 Janković, Slobodanka 70
 Janković, Svetlana 71, 71
 Janković, Vladimir 78
 Janjić, Milan 117
 Jarić, Jovo 95
 Ješić, Siniša 52
 Jevtić, S. 117
 Jocić, Danko 52
 Jolevska-Tuneska Biljana 42
 Jovanović, Aleksandar 95, 102
 Jovanović, Bora 96
 Jovanović, Boško 78
 Jovanović, Ivan 53
 Jovanović, Miljana 71, 71
 Jovanović, Olja 102
 Jovanović, Predrag 96
 Jovanović, Raka 102
 Jovanović, S. 117

 Kadelburg, Zoran 54
 Kadijević, Đorđe 118
 Kaljaj, David 42
 Kapetanović, Miodrag 14
 Kečkić, Dragoljub 54
 Kera, S. 37
 Kishimoto, Kikuo 95
 Knežević, Zoran 97, 105
 Kojić, Vesna 118
 Kounakovskaia, O. V. 28
 Kovačević-Vujčić, Vera 98, 98

 Krapež, Aleksandar 19
 Kratica, J. 98
 Kravarušić, Ratko 54, 55
 Krsteska, Biljana 28

 Labudović, Novo 43
 Lavrentjev, Igor M. 60
 Lazarević, Ilija 99
 Lazarević, Vera 19
 Lažetić, Nebojša 63
 Lebedev, A. 62
 Lipkovski, Aleksandar 20, 99
 Lukačević, Ilija 100
 Lukić, Marijana 102
 Lutovac, Tatjana 84
 Lyzzaik, Abdallah 43

 Madić, Jovan 100
 Malešević, Branko 44
 Malešević, Jovan 44
 Maličić, Helena 77, 81
 Mališić, Jovan 72
 Malkowsky, Eberhard 55, 101
 Manevska, Violeta 18
 Manić, Saša 118
 Manojlović, Jelena 64
 Marić, Ivona 102
 Marinković, Boban 79
 Marjanović, Tihomir 55
 Marković, Bojan 119
 Marković, Goran 95, 102
 Markovski, Smile 20, 85
 Medvedeva, L. B. 29
 Merkle, Milan 74
 Meštrović, Romeo 56
 Mičić, Vladimir 121
 Mičić, Sava 101
 Mihaljević, Miodrag 6
 Mijačlović, Mato 119, 120
 Mijačlović, Žarko 14, 102
 Mijatović, Milorad 54, 55
 Mijuca, Dubravka 102

- Milani, Andrea 97
Milanović, Smilja 100
Milenković, Olivera 30
Miličić, Maja 102
Miličić, Miloš 21
Miličić, Pavle 57
Milićević, Lazar 103, 108
Milogradov-Turin, Jelena 121
Miloradović, Slobodan 121
Milošević, Branka 122
Milošević, Vladislav 72
Milovančević, Dušan 30
Milovanović, Gradimir 6, 79
Milovanović, Igor 106
Miljković, Dejan 95
Minčić, Svetislav 31
Mitrović, Slobodanka 72
Mitrović, Zoran 57
Mladenović Miroslav-Mirko 122
Mladenović, Nenad 7, 83
Mladenović, Pavle 73
Mršević, Mila 31

Najev Petričević, Zlata 32
Nedić, Jelena 76
Nenadić, Goran 86
Nestorov, Ivan 103
Nikčević, Stana 30, 32
Nikić, Miodjub 45
Nikolić, R. 25
Ninković, Slobodan 105

Obradović, Milutin 45
Ognjanović, Zoran 15
Olaleru, Johnson 58
Omiya, Masaki 95
Orovčanec, Marija 58
Ostrogorski, Tatjana 46

Pandeki, Nikola 46
Parezanović, Nedeljko 7
Paunić, Đura 8
Pavićević, Žarko 43, 47

Pavlović, Ljiljana 82
Pavlović, Rade 105
Pavlović-Lažetić, Gordana 87, 88
Pejović, Nadežda 96
Perišić, Dragoljub 95
Perović, Gligorije 74, 74, 105
Perović, Vladimir 102
Petković, Miodrag 76, 123
Petrić, Zoran 13
Petrović-Torgašev, Miroslava 32
Pikula, Milenko 55
Pilipović, Stevan 49, 54, 55, 59, 59, 65
Ponnusamy, S. 45
Popović, Biljana 123
Popović, Branislav 117
Popović, Milanka 29
Prešić, Slaviša 9
Prvanović, Mileva 33
Pujić, Stevan 124
Pušić, Nevena 33
Putnik, Zoran 124

Radenović, Stojan 54
Radeka, Ivana 77, 81
Radojević, Dragan 106
Radović, Ljiljana 34
Rajković, P. M. 80
Rajović, Miloje 65
Rakić, Zoran 34
Rakočević, Vladimir 9, 53
Ralević, Nebojša 65
Randelović, Dragan 106
Rašajski, Marija 74
Rašković, Miodrag 15
Ristić, Miomir 102
Rmuš, Veselin 125
Rosić, Nikola 66

Sedmak, Aleksandar 107
Spalević, M. M. 79
Spasić, Irena 88
Stanić, M. 117

- Stanišić, Predrag 89
 Stankov, Dragan 81
 Stanković, Bogoljub 60
 Stanković, Mića 35
 Stanković, Miomir 47, 110
 Stanković, Ružica 106
 Stanojević, Časlav 48
 Stanojević, Momir 35
 Stefanović, Nedeljko 16
 Stević, Stevan 103, 108
 Stojanović, Danijela 123
 Stojanović, Milica 36
 Stojanović, Mirjana 59
 Stojanović, Stevan 75
 Stojiljković, R. 65
 Surla, Katarina 77, 81
 Šćepanović, Radoje 60, 125
 Šegan, Stevo 109
 Šešelja, Branimir 21
 Ševo, Srđan 102
 Šućurović, Emilija 37
 Šumarac, Dragoslav 109
 Šumonja, Sonja 123
 Tamburić, Slaviša 95
 Teijun Wang 95
 Teofanov, Nenad 65
 Tepavčević, Andreja 19, 22
 Tepavčević, Duška 110
 Timotijević, Tatjana 89
 Todorčević, Stevo 1
 Todorović, Branimir 110
 Todorović-Zarkula, Slavica 110
 Tomantschger, Kurt W. 66, 67
 Torgašev, Aleksandar 61
 Tošić, Dušan 90
 Trenčevski, Kostadin 37
 Tričković, Slobodan 47
 Tuneski, Nikola 48
 Uzelac, Aleksandar 95
 Uzelac, Zorica 82
 Vasiljević, Z. 117
 Veličković, Vesna 101
 Velimirović, Ljubica 38
 Vidanović, Mirjana 47
 Vilotijević, Mladen 10
 Vitas, Nikola 109
 Vujić, Slobodan 111
 Vukmirović, Srđan 111
 Vukomanović, Đorđe 16
 Vuković, Veljko 22
 Vulićević, Branko 17
 Vulkov, Lubin 78
 Wegner, Bernd 10
 Zaklan, Biserka 125
 Živaljević, Rade 11
 Živković, Miodrag 12
 Žižović, Mališa 41

CIP - Каталогизација у публикацији
Народна библиотека Србије, Београд

51(048)

КОНГРЕС математичара Југославије (10 : 2000 :
Београд)

Резимеа / 10. конгрес математичара
Југославије, Београд, 8-11. октобар 2000. :
(организатори) Математички факултет , Београд
... (и др.) : (редактор, editor Зоран
Каделбург) = Abstracts / 10th Congress of
Yugoslav Mathematicians, Belgrade, October 8
-11, 2000. : (organized by) Faculty of

mathematics, Belgrade ...(et al.).-
Београд : Matematički fakultet, 2000
(Београд : Vedes). -125стр. : 21cm

Текст на срп. и енгл. језику. /тираж 2000.-
Библиографија уз сваки резиме.-Регистар.
ISBN 86-7589-016-8

1. Математички факултет (Београд)
а) Математика - Библиографија, реферативне
ИД= 86615564

Virtual Library of Faculty of Mathematics - University of Belgrade

elibrary.matf.bg.ac.rs



ISBN 86-7589-016-8