

SAVEZ BEOGRADSKIH RAKETNIH I
ASTRONAUTIČKIH KLUBOVA

Ing. Srbočjub Minović

RAKETODINAMIKA
SKRIPTA PO PREDAVANJIMA - ZA INTERNU UPOTREBU U KLUBOVIMA
JARD-a

BEOGRAD
1965.

P R E D G O V O R

Uspesi koji su postignuti zadnjih godina na polju ostvarenja kosmičkih letova - lansiranjem čitavog niza veštačkih zemljinih satelita, a posebno onih sa ljudskom posadom, izazvali su veliko interesovanje kako medju stručnjacima - tako i kod široke javnosti a naročito medju omladinom. Kao rezultat ovog velikog interesovanja, na teritoriji Beograda je ponikao čitav niz klubova ljubitelja astronautike i raketne tehnike, različitog stepena aktivnosti, te u cilju objedinjavanja i koordinacije rada ovih - osnovan je Savez beogradskih raketnih i astronautičkih klubova.

Pored ove svoje uloga koordinatora zajedničkog rada, ovaj Savez je, prema programu svog rada, stavio sebi u zadatak da preduzimanjem pojedinih akcija i direktno vrši svoju misiju širenja tehničkih znanja iz ove oblasti.

Kao jedna od tih akcija pojavljuje se i izdavanje serije skripti iz pojedinih oblasti raketne tehnike medju kojima su prva ova iz Raketodinamike. Ova skripta napisao je Dr Ing. Srboljub Minović prema svojim održanim predavanjima, a prema izvornoj literaturi naznačenoj na zadnjoj strani.

Ovom prilikom želimo da izrazimo drugu Minoviću svoju zahvalnost za predusretljivost koju je pokazao ustupajući nam svoj pisani rad.

ZA SAVEZ B.R.A.K.

Predsednik

Ing. Sava Mirić, s.r.

S A D R Ź A J

	Str.
1. Aerodinamički oblici projektila i sile koje deluju na upravljivi projektil	1
2. Koordinatni sistemi i veze među njima	4
2a. Određjivanje orijentacije vektora brzine u odnosu na koordinatni sistem vezan za zemlju	6
3. Kinematske jednačine koje određuju obrtanje projektila u odnosu na koordinatni sistem vezan za zemlju	9
4. Kinematske jednačine koje određuju kretanje centra težišta projektila	10
5. Određjivanje sistema jednačina kretanja projektila	13
6. Atmosfera i njena svojstva	18
7. Uzgonska sila projektila	19
7-a. Uzgon izolovanih krila	20
7-b. Uzgonska sila izolovanog trupa projektila	23
7-c. Uzgonska sila kombinacije krilo-trup	26
8. Otpor projektila	29
8-a. Otpor izolovanog krila	29
8-b. Talasni otpor krila	32
8-c. Indukovani otpor krila	35
8-d. Otpor izolovanog trupa	35
8-e. Otpor zadnjeg dela trupa	37
8-f. Bazisni otpor trupa	37
8-g. Indukovani otpor trupa	39
8-h. Otpor celog projektila	40
9. Moment koji deluje na projektil	41
9-a. Centar potiska izolovanog krila	42
9-b. Centar potiska izolovanog trupa	43
9-d. Uzdužna statička stabilnost	45
9-e. Prigušeni aerodinamički momenti	48
9-f. Prigušeni moment trupa	49

II.

	Str.
9-g. Prigušeni moment komandnih površina	49
10. Aerodinamičke prenosne funkcije projektila	50
11. P relazni procesi pri stepenastom otklonu komandnih površina	57
11-a. Oscilatorni prelazni proces	58
11-b. Vreme trajanja prelaznog procesa	60
11-c. Veličina prebačaja	60
12. Balistička i pravolinijska putanja projektila	61
12-a. Neupravljivi-idealno stabilisani projektil	64
12-b. Let projektila po pravolinijskoj putanji u vertikalnoj ravni	65
13. Vodjenje projektila metodom triju tačaka	65
14. Primer proračuna putanje PT projektila vodjenog metodom triju tačaka	75

AERODINAMIČKI OBLICI PROJEKTILA I SILE
KOJE DELUJU NA UPRAVLJIVI PROJEKTIL

Predmet kursa raketodinamike je da izučava jednačine kretanja upravljivog projektila.

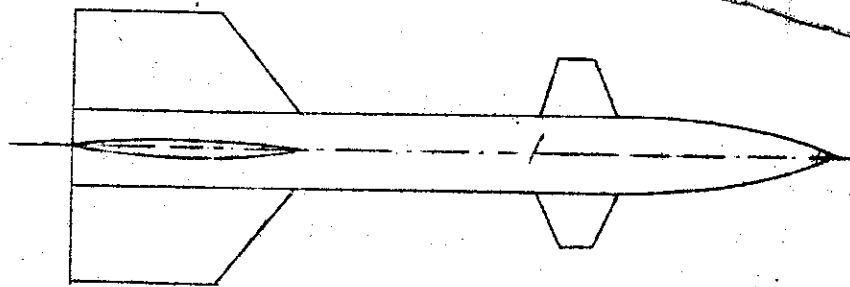
Radi što tačnijeg navodjenja projektila na cilj neophodno je da projektil bude dobro upravljiv, da bi brzo i tačno zauzeo u prostoru onaj položaj, koji mu diktira komandni sistem navodjenja. Pri tome neophodno je obezbediti kako dovoljan stepen manevarskih sposobnosti tako i dovoljan stepen stabilnosti projektila.

Aerodinamički oblik upravljivog projektila bira se u zavisnosti od njegove namene, uslova leta i drugih taktičko-tehničkih razloga.

Po pravilu upravljivi projektil sastoji se iz tela /fjuzelaža/, nosećih površina i komandnih površina.

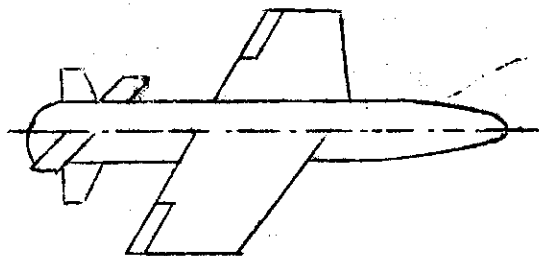
U zavisnosti od broja nosećih i komandnih površina razlikujemo nekoliko oblika projektila:

Ako projektil ima četiri upravno rasporedjene površine, noseće, i četiri upravno rasporedjene komandne površine - projektil se naziva krstastim.



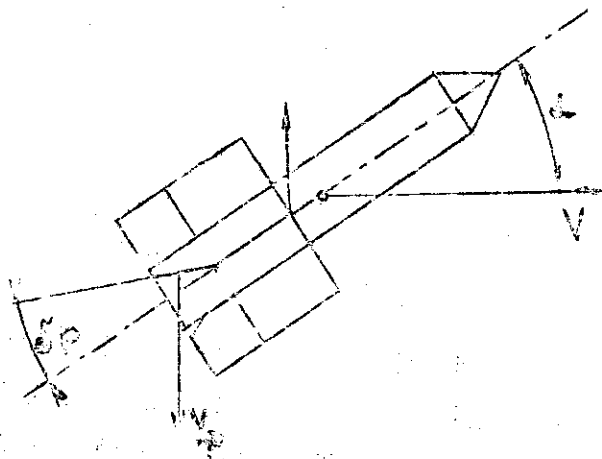
Sl. 1

Ako projektil ima dva krila i dva sistema komandnih površina koje dejstvuju slično komandama visine, pravca i elonima na avionu - takav tip projektila naziva se "avionom".



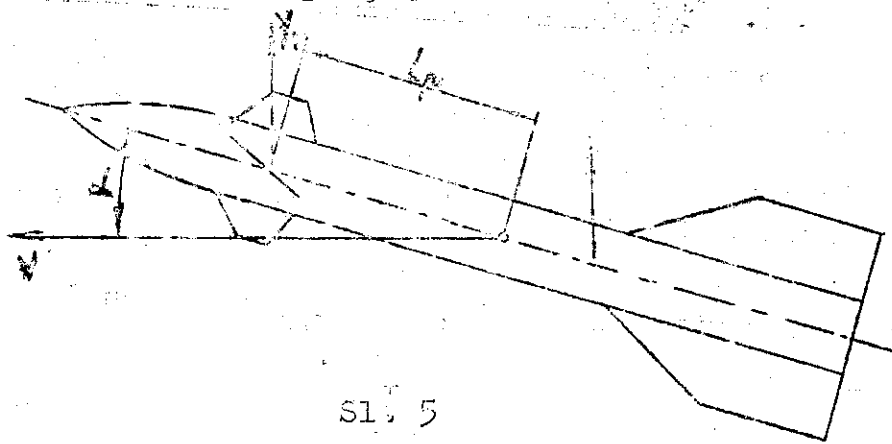
Sl. 2

= 3 =



Sl. 4.

Kada se komandne površine nalaze ispred centra težišta projektila takav projektil nazivamo "patka".



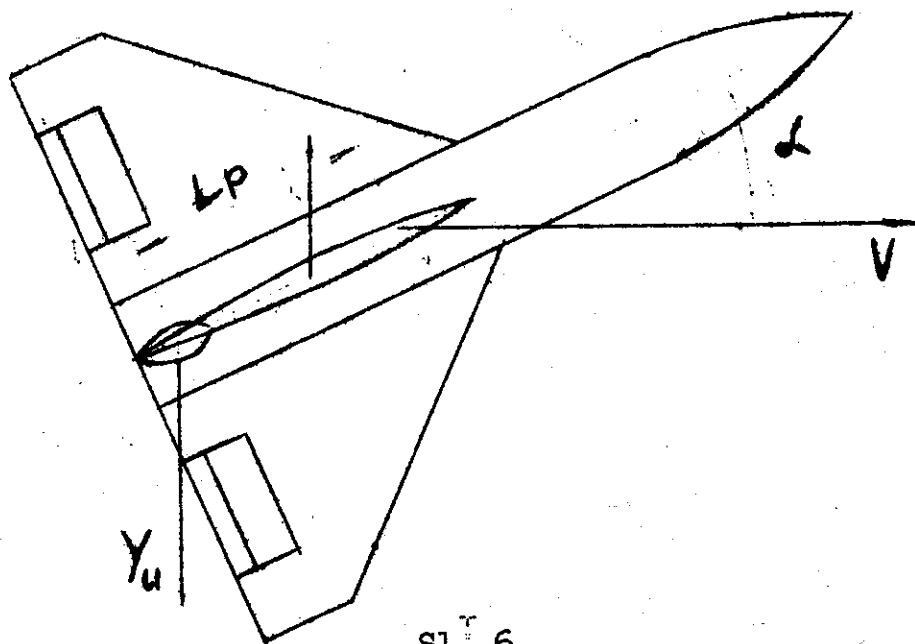
Sl. 5

Pored nabrojanih kestastih konstrukcija stoje i projektili sa pokretnim nosećim površinama, koje stvaraju uzgonsku silu pri svoa obrtanju oko trupa. Kod ovakvih konstrukcija projektila, napadni ugao trupa u odnosu na struju vazduha ostaje mali blagodarći velikim stabilišućim površinama na repu projektila.

Mesto komandnih površina na nokin projektilima tipa zemlja - zemlja, za stvaranje potrebnih komandnih sila upotrebljavaju se interseptori. Interseptori predstavljaju male površine koje se postavljaju na krilu tako da struje upravno na struju vazduha. Pri otklonu interseptora od neutralnog položaja interseptor nenja uzgonsku silu nosećih površina a samim tim i komandne uzgonske sile u odnosu na centar težišta projektila.

Brana interseptora nalazi se u blizini izlaza ivice

krila i osciluje gore dole, pri čemu se vreme zadržavanja na gornjaci i donjaci nože po želji menjati.



Sl. 6

Interceptorski tip projektila nije naišao na veliku primenu, jer interceptori stvaraju veliki otpor i sa druge strane, koeficijent normalnog ubrzanja kod projektila sa interceptorina ne može da pređe vrednost $n = 2,5 g$.

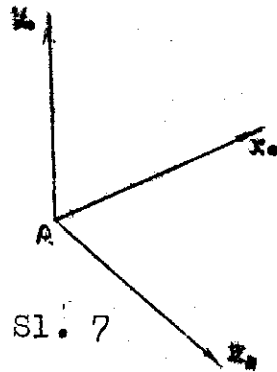
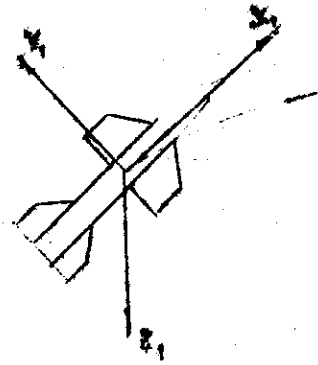
2. KOORDINATNI SISTEMI I VEZA MEDJU NJIMA

Položaj projektila u prostoru određuje se pre svega pomoću triju koordinata X_0, Y_0, Z_0 koje određuju položaj centra težišta projektila u odnosu na koordinatni sistem vezan za zemlju. Početak koordinatnog sistema usvaja se u tački odakle se vrši lansiranje projektila. Osa A_{Y_0} uperena je vertikalno u vis, osa A_{X_0} u pravcu lansiranja a osa A_{Z_0} upravno na prve dve ose.

Orijentacija projektila u prostoru određena je međusobnim položajem vezanog koordinatnog sistema za projektil $/X_1, Y_1, Z_1/$ i nepokretnog koordinatnog sistema vezanog za zemlju.

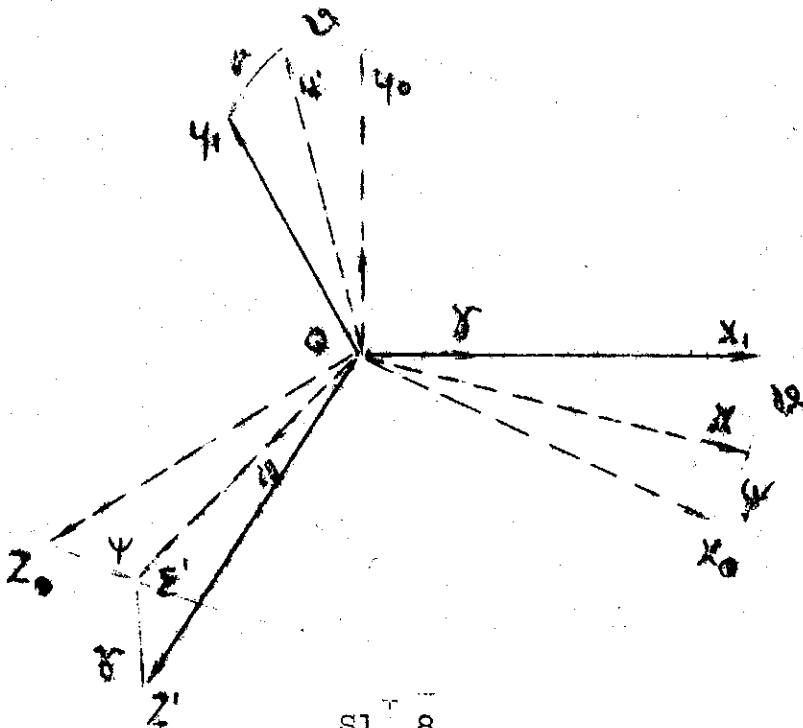
Početak vezanog koordinatnog sistema postavi se u centar težišta projektila. Osa O_{X_1} postavlja se duž uzdužne ose sinetrije projektila, osa O_{Y_1} uperena je u vis a

u pravu desnog krila projektila.



Sl. 7

Prona tome tri koordinate X_0, Y_0, Z_0 početka O vezanog koordinatnog sistema i tri ugla, koja zaklapaju ose ova dva koordinatna sistema u potpunosti definišu položaj projektila u prostoru.



Sl. 8

Uglen klizanja ψ bazira se ugao između zonaljske ose Ox_2 i projekcije ose Ox_1 vezane na projektil na horizontalnu ravan.

Uglen stava β naziva se ugao između ose Ox_1 i horizontalne ravni.

Ugao valjanja α naziva se ugao između ose i vertikalne ravni koja prolazi kroz osu Ox_1 .

ODREĐJIVANJE ORIJENTACIJE VEKTORA BRZINE U U ODNOSU NA KOORDINATNI SISTEM VEZAN ZA ZEMLJU

Radi određivanja orijentacije brzine centra težišta projektila u prostoru u odnosu na koordinatni sistem vezan za zemlju /početak koji je smešten u centru težišta projektila a koordinatne ose izabrane tako da budu paralelne koordinatnim osama sistema vezanin za zemlju/, koristino ugao ψ između projekcija vektora brzine na horizontalnu ravan i Ox_2 osu. Ugao ψ zove se i uglen azinuta putanje; ugao θ između vektora brzine V i horizontalne ravni. Ugao β zove se i uglen elevacije putanje.

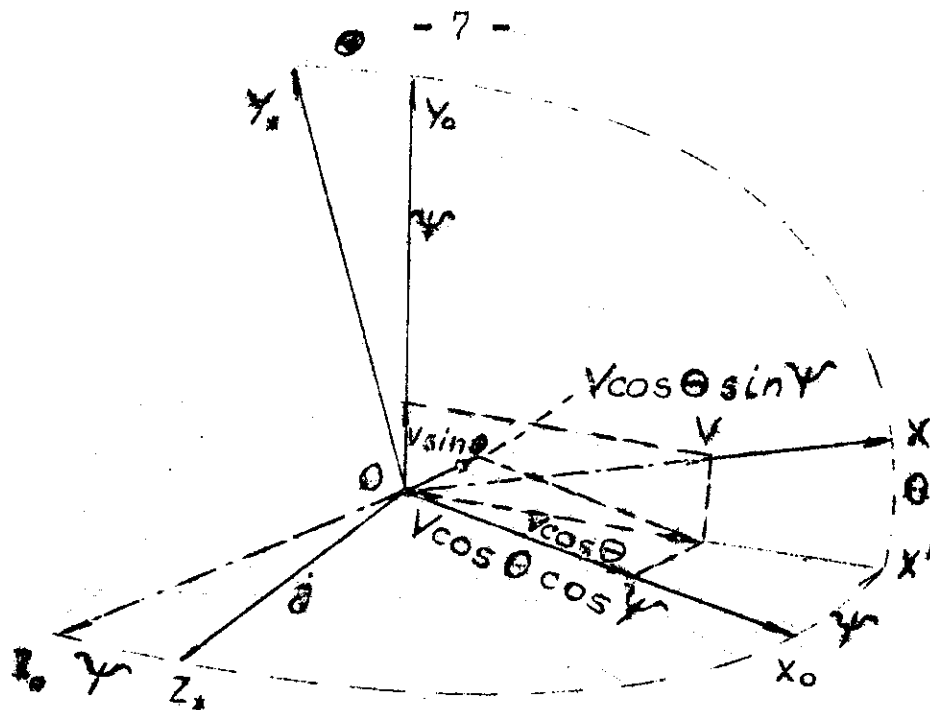
U opštem slučaju pri letu projektila, vektor brzine V , koji karakteriše pravac leta ne poklapa se sa uzdužnom osom projektila Ox_1 .

Položaj projektila u odnosu na vektor brzine centra težišta određuje se napadnim uglom i uglom skretanja.

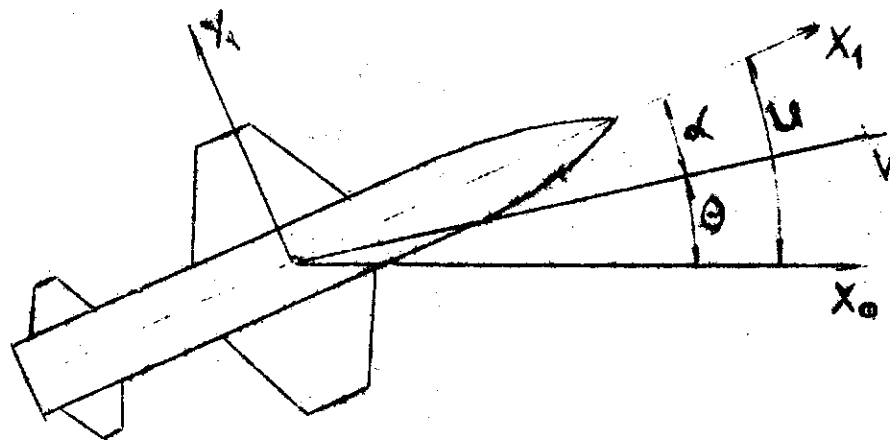
Uglen skretanja β naziva se ugao između vektora brzine V i ravni sinetrije projektila Ox_1 .

Napadni uglen α naziva se ugao između projekcije vektora brzine na ravn sinetrije projektila i uzdužne ose projektila Ox_1 .

Medjusobna zavisnost između ugla stava β , napadnog ugla α i ugla elevacije θ , za let projektila u vertikalnoj ravni prikazana na slici 10.

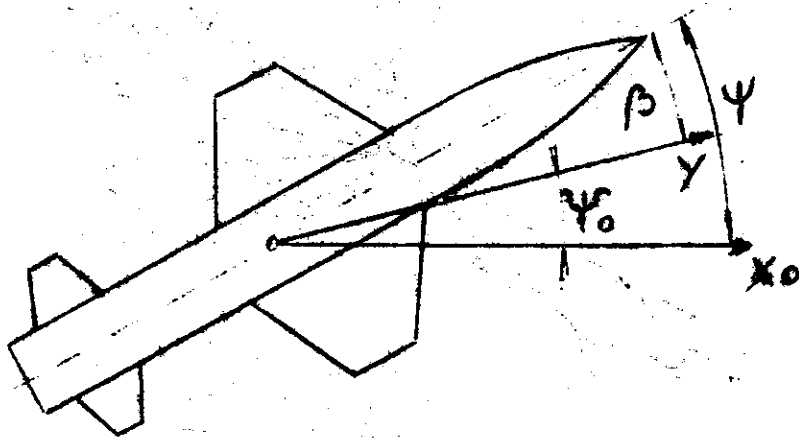


Sl. 9



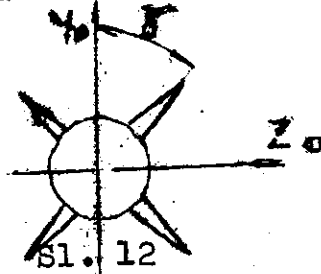
Sl. 10

Medjusobna zavisnost izmedju ugla klizanja γ , ugla skretanja β i azinuta ψ , za let projektila u horizontalnoj ravni prikazana je na slici br. 11



Sl. 11

Ugao valjanja definisan je na slici 12.



Sl. 12

Izmedju brzinskog koordinatnog sistema prikazanog na sl. 9 i vezanog koordinatnog sistema za zemlju postoje sledeće zavisnosti:

$$\sin \theta = \sin \psi \cos \alpha \cos \beta - \cos \psi \cos \psi \cos \gamma \sin \alpha - \cos \psi \sin \gamma \sin \beta$$

$$\begin{aligned} \sin \psi \cos \theta &= \sin \psi \cos \alpha \cos \beta + \\ &+ \cos \psi \sin \alpha \sin \delta \cos \beta + \sin \psi \sin \psi \cos \gamma \sin \alpha \cos \beta - \\ &- \cos \psi \cos \gamma \sin \beta + \sin \psi \sin \psi \sin \gamma \sin \beta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin \gamma \cos \theta &= \sin \psi \cos \alpha \sin \beta - \\ &- \cos \psi \cos \gamma \sin \alpha \sin \beta + \\ &+ \cos \psi \sin \gamma \cos \beta \end{aligned}$$

3. KINEMATSKE JEDNAČINE KOJE ODREĐUJU OBRTANJE PROJEKTILA U ODNOSU NA KOORDINATNI SISTEM VEZAN ZA ZEMLJU

Pri ispitivanju kretanja projektila neophodno je odrediti kinematske jednačine koje definišu promenu ugaonih koordinata. ψ, ϑ, γ

Interesuju nas kinematske jednačine koje daju vezu između izvoda po vremenu uglova ψ, ϑ, γ i projekcije vektora ugaone brzine projektila na koordinatna ose vezane za projektil. $\omega_x, \omega_y, \omega_z$.

Na skici br.8 date su vrednosti ugaonih brzina $\vec{\omega}$ po pravcu i smeru.

Vektor ugaone brzine projektila $\vec{\omega}$ možemo izraziti u obliku

$$\vec{\omega} = \vec{\psi} + \vec{\vartheta} + \vec{\gamma}$$

Koristeći se kosinusima uglova između vektora i koordinatnim sistemom vezanim za projektil dobijamo da su ugaone brzine rotacije projektila u odnosu na vezani koordinatni sistem date izrazima:

$$\omega_x = \frac{d\gamma}{dt} + \frac{d\vartheta}{dt} \sin \vartheta$$

$$\omega_y = \frac{d\psi}{dt} \cos \vartheta \cos \gamma + \frac{d\vartheta}{dt} \sin \gamma$$

$$\omega_z = -\frac{d\psi}{dt} \cos \vartheta \sin \gamma + \frac{d\vartheta}{dt} \cos \gamma$$

Oдавде se lako mogu dobiti jednačine koje povezuju izvode uglova ψ, ϑ i γ s projekcijama ugaonih brzina rotacije projektila u odnosu na vezani koordinatni sistem za projektil

$$\frac{d\vartheta}{dt} \cos \vartheta = \frac{1}{\cos \vartheta} (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma$$

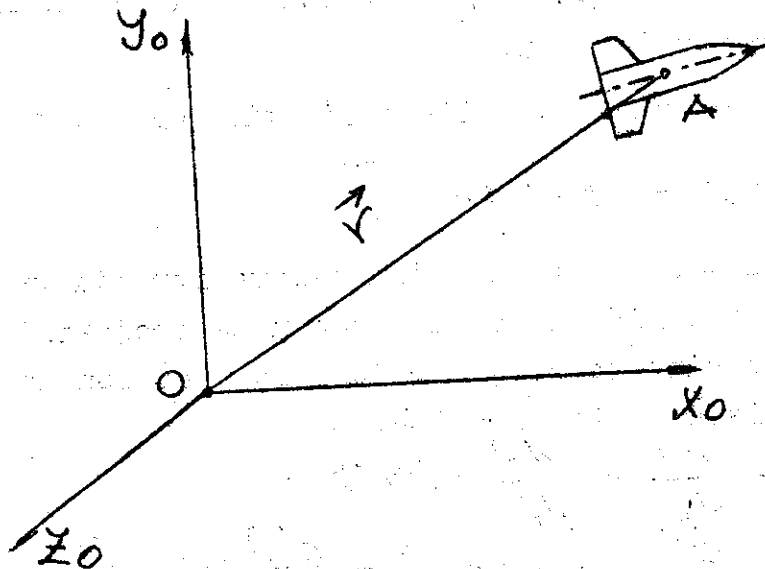
$$\frac{d\gamma}{dt} = \omega_x - \tan \vartheta (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma)$$

4. KINEMATSKE JEDNAČINE KOJE ODREĐUJU KRETANJE
CENTRA TEŽIŠTA PROJEKTILA

Koordinatne ose, u kojima se izučava kretanje centra težišta projektila, biraju se u zavisnosti od problema. U jednom slučaju pogodno je proučavati kretanje projektila u odnosu na koordinatni sistem vezan za zemlju a u drugom nekom slučaju pogodno je ispitivati kretanje cilja u odnosu na projektil.

Pri proučavanju kretanja projektila, položaj centra težišta u odnosu na nepokretni koordinatni sistem određen je vektorom:

$$\vec{r} = \vec{AO}$$



Sl. 13

Vektor \vec{r} nazivamo vektorom udaljenja.

Ako diferenciramo jednačinu 4.1 dobićemo kinematsku jednačinu kretanja projektila u vektorskom obliku.

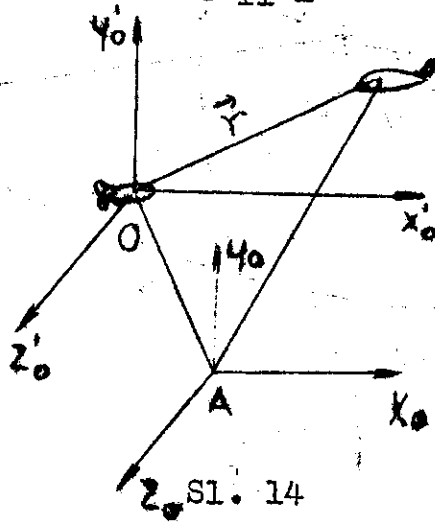
$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}$$

4.2

Pri proučavanju kretanja projektila u odnosu na cilj, kao vektor udaljenja \vec{r} , koji određuje međusobno udaljenje projektila i cilja, pogodno je izabrati vektor, koji polazi iz centra težišta projektila O i završava se u centru težišta cilja C .

$$\vec{r} = \vec{AC} - \vec{AO}$$

4.3



Pravu OC , koja prolazi kroz centar težišta projektila i cilja nazivamo linijom gledanja cilja, a vektor , vektorom udaljenja.

Diferenciranjem jednačine 4.3 dobijamo vektorsku kinematsku jednačinu, koja definiše kretanje cilja u odnosu na projektil

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}_y - \vec{v}$$

4.4

pri čemu je \vec{v}_y brzina cilja u vektorskom obliku.

Sv akvoj vektorskoj jednačini odgovaraju tri skalarne jednačine

$$\frac{dx}{dt} = v \cos \theta \cos \varphi$$

$$\frac{dy}{dt} = v \sin \theta$$

$$\frac{dz}{dt} = -v \cos \theta \sin \varphi$$

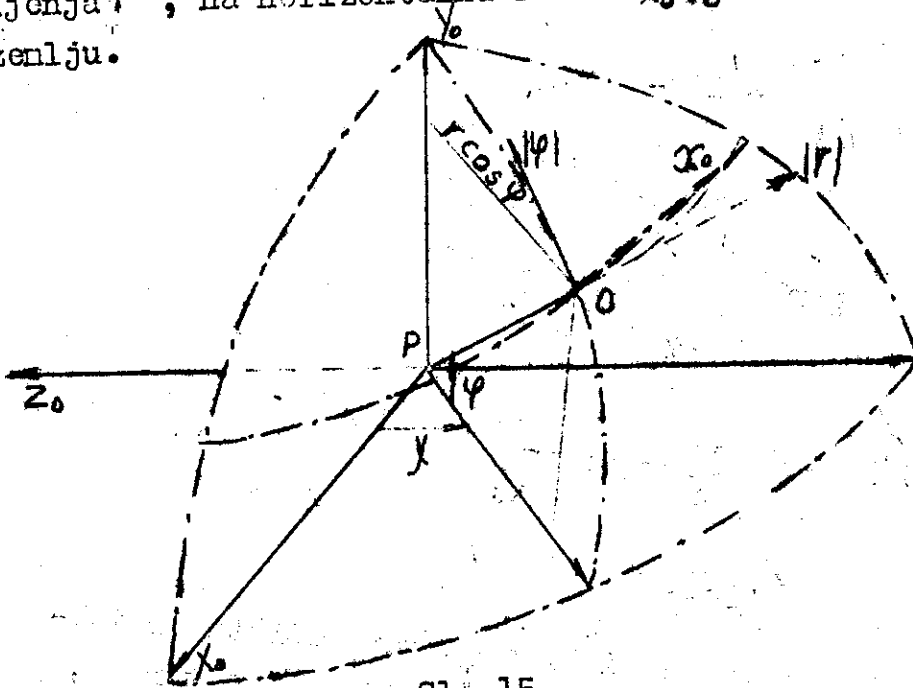
4.5

Često je pri proučavanju kretanja projektila pogodno koristiti se svernim koordinatnim sistenom.

Kao što se iz sl. 15 može videti položaj bilo kakve tačke u odnosu na koordinatni sistem vezan za zemlju određuje se preko sledećih sveričnih koordinata:

- a/ udaljenjen r
- b/ uglon mesta φ koji zaklapa radijus vektor \vec{r} i horizontalna ravan,

c/ azinuten χ , tj. uglom između projekcije vektora udaljenja \vec{r} , na horizontalnu ravan Px_0z_0 i ose Px_0 , vezano za zenlju.



Sl. 15

Projekcije vektora

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{V}$$

na sverne koordinate mora se izraziti u obliku:

$$V_r = \frac{dr}{dt}$$

$$V_\varphi = r \frac{d\varphi}{dt}$$

Da bi projekciralili vektor brzine V na ose svernog koordinatnog sistema neophodno je poznavati uglove koje zaklapa sverni koordinatni sistem i brzinski koordinatni sistem.

Kao rezultate dobijamo:

$$\frac{dr}{dt} = V \cos \theta \cos(\varphi - \chi) \sin \varphi + V \sin \theta \sin \varphi$$

$$r \frac{d\varphi}{dt} = + V \cos \theta \cos(\varphi - \chi) \sin \varphi + V \sin \theta \cos \varphi \quad 4.7$$

$$r \cos \varphi \frac{d\chi}{dt} = V \cos \theta \sin(\varphi - \chi)$$

Kinenatske jednačine, koje opisuju relativno kretanje projektila i cilja dobijano projiciranjem jednačina 4.4 na ose svrnog koordinatnog sistema, čiji se početak nalazi u centru težišta cilja O :

$$\frac{dr}{dt} = V_4 \cos \theta_4 \cos(\psi_4 - \chi) \cos \varphi + V_4 \sin \theta_4 \sin \varphi - V \cos \theta \cos(\psi - \chi) \cos \varphi - V \sin \theta \sin \varphi$$

$$r \frac{d\varphi}{dt} = -V_4 \cos \theta_4 \cos(\psi_4 - \chi) \sin \varphi + V_4 \sin \theta_4 \cos \varphi + V \cos \theta \cos(\psi - \chi) \sin \varphi - V \sin \theta \cos \varphi$$

$$r \cos \varphi \frac{d\chi}{dt} = V_4 \cos \theta_4 \sin(\psi_4 - \chi) - V \cos \theta \sin(\psi - \chi)$$

5. ODREĐJIVANJE SISTEMA JEDNAČINA KRETANJA PROJEKTILA

Pored kinenatskih jednačina izvedenih u poglavlju 3. i 4. radi potpunog definisanja kretanja projektila u prostoru, neophodno je uzeti u obzir još šest diferencijalnih jednačina, koje karakterišu kretanje težišta projektila i kretanje projektila oko težišta.

Da bi sisten jednačina kretanja projektila upro- stili posmatračno odvojeno kretanje projektila u vertikalnoj ravni od kretanja projektila u horizontalnoj ravni.

Pri letu projektila u vertikalnoj ravni, kinenatski parametri koji definišu kretanje u horizontalnoj ravni $\beta, \gamma, \omega_x, \omega_y$ su nuli.

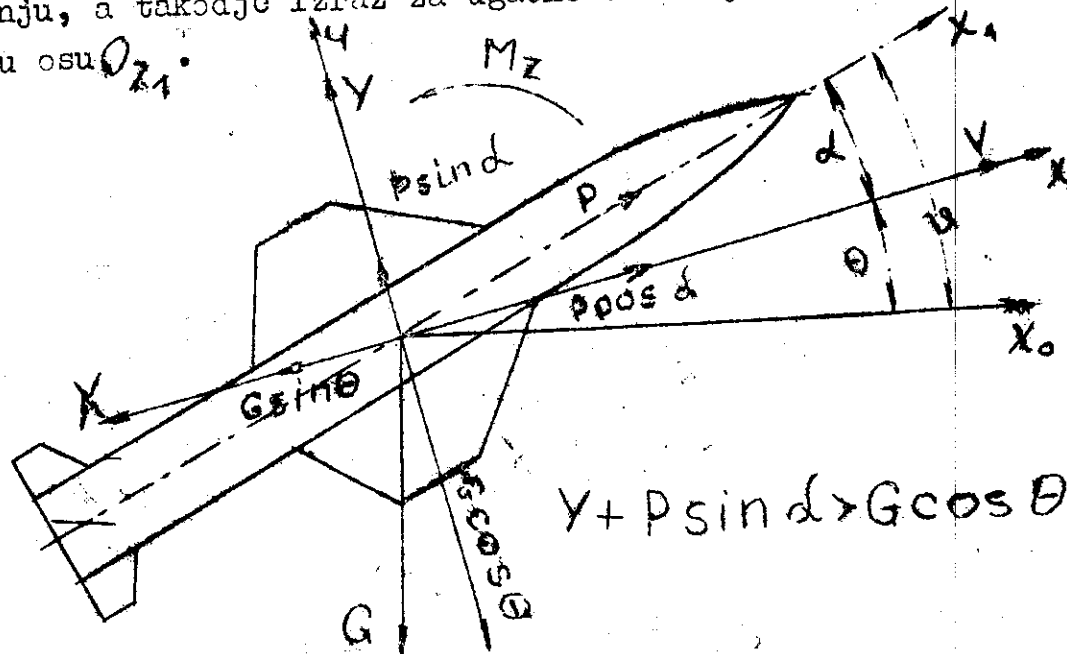
Ovakvo kretanje u vertikalnoj ravni naziva se i uzdužnim kretanjem. Pri uzdužnom kretanju menjaju se samo kinenatski parametri $V, \theta, \psi, \chi, H, r, \varphi$ koji predstavljaju ustvari parametre uzdužnog kretanja.

Kretanje projektila u vertikalnoj ravni prikazano je na slici br. 16.

Pridjimo sada izvedjenju jednačina kretanja posmatrajući priložene sile i momenta koje deluju na projektil. Neophodno je naći izraze za linearna ubrzanja duž tangente i normale

Virtual Library of Faculty of Mathematics - University of Belgrade

na putanju, a takodje izraz za ugaono ubrzanje u odnosu na poprečnu osu Oz_1 .



Sl. 16

Tangencijalno ubrzanje duž putanje označavano sa $\frac{dv}{dt}$. Veličinu tangencijalnog ubrzanja možemo naći na osnovu poznatog zakona iz mehanike: proizvod mase tela i ubrzanja daje silu koja deluje na telo.

Sila koja deluje u pravcu brzine predstavlja ustvari rezultantu projekcije svih spoljnih sila koje deluju na projektil u letu.

Na projektil u letu deluju sledeće sile:

- sila potiska motora F , koja deluje duž ose motora,
- uzgonska sila Y , koja je uvek upravna na pravac brzine,
- otpor X , orijentisan svojom smerom niz pravac brzine.

Ako projektujemo sve gore pomenute sile na pravac leta projektila dobićemo prvu jednačinu kretanja u obliku:

$$m \frac{dv}{dt} = P \cos \alpha - X - G \sin \theta \quad 5.1$$

Normalno ubrzanje na putanju kretanja projektila određuje se izrazom:

$$j_n = \frac{v^2}{R} \quad 5.2$$

pri čemu su: v - brzina leta; R - prečnik krivine leta.

Pri analizi leta projektila pogod nije je normalno ubrzanje izraziti u obliku

$$j_n = V \frac{d\theta}{dt} \quad 5.3$$

uzinajući u obzir ugaonu brzinu rotacije putanje projektila

Pošto važi jednačina:

$$V = R \frac{d\theta}{dt} \quad 5.4$$

to projekciranjen svih sila koje deluju na projektil duž normale na putanju dobijamo drugu jednačinu uzdužnog kretanja projektila

$$m V \frac{d\theta}{dt} = V + P \sin \alpha - G \cos \theta \quad 5.5$$

Da bi krivina putanje bila okrenuta na gore ($\frac{d\theta}{dt} > 0$) neophodno je da $P \sin \alpha + V$ bude veća od $G \cos \alpha$, da bi krivina putanje bila okrenuta na dole ($\frac{d\theta}{dt} < 0$) neophodno je da $P \sin \alpha + V$ bude manje od $G \cos \theta$.

I na kraju kako je iz mehanike poznato, proizvod momenta inercije projektila oko OZ_1 ose i ugaonog ubrzanja ravno je momentu svih spoljnih sila u odnosu na izabranu osu.

Na taj način dobijamo

$$I_z \frac{d\omega_z}{dt} = M_z \quad 5.6$$

Obaona brzina obrtanja projektila oko ose OZ_1 noža se izraziti kinematskom jednačinom

$$\omega = \frac{d\psi}{dt} \quad 5.7$$

Sistem jednačina koje definišu kretanje projektila u vertikalnoj ravni nože se sad izraziti u obliku:

$$\boxed{\omega = \frac{d\psi}{dt}} \quad m \frac{dV}{dt} = P \cos \alpha - X - G \sin \theta \quad 5.8$$

$$m V \frac{d\theta}{dt} = P \sin \alpha + V - G \cos \theta \quad 5.9$$

$$I_z \frac{d\omega_z}{dt} = M_z \quad 5.10$$

$$\frac{d\alpha}{dt} = \omega_z \quad 5.11$$

$$m = m_0 - t \text{ m/sec} \quad 5.12$$

Iz jednačine 2.1 dobijano

$$\theta = \alpha - \alpha \quad 5.13$$

$$\frac{dr}{dt} = V \cos(\varphi - \theta); \quad r \frac{d\varphi}{dt} = -V \sin(\varphi - \theta); \quad \frac{dH}{dt} = V \sin \theta$$

5.14

5.15

5.16

A jednačine kretanja cilja u odnosu na projektil noženo izraziti u obliku:

$$\frac{dr}{dt} = V_y \cos(\varphi - \theta_y) = V \cos(\varphi - \theta) \quad 5.17$$

$$r \frac{d\varphi}{dt} = -V_y \frac{\sin}{\cos}(\varphi - \theta_y) + V \sin(\varphi - \theta) \quad 5.18$$

Jednačine kretanja projektila u horizontalnoj ravni izvodimo na sličan način.

Kao što je već ranije rečeno opšte kretanja projektila sastoji se iz uzdužnog i poprečnog kretanja pri čemu postoji uzajamna zavisnost između ta dva kretanja.

Kao što smo videli iz jednačine 5.9 do 5.18 uzdužno kretanje projektila u vertikalnoj ravni noženo proučavati potpuno nezavisno od poprečnog kretanja ukoliko se let odigrava samo u jednoj vertikalnoj ravni.

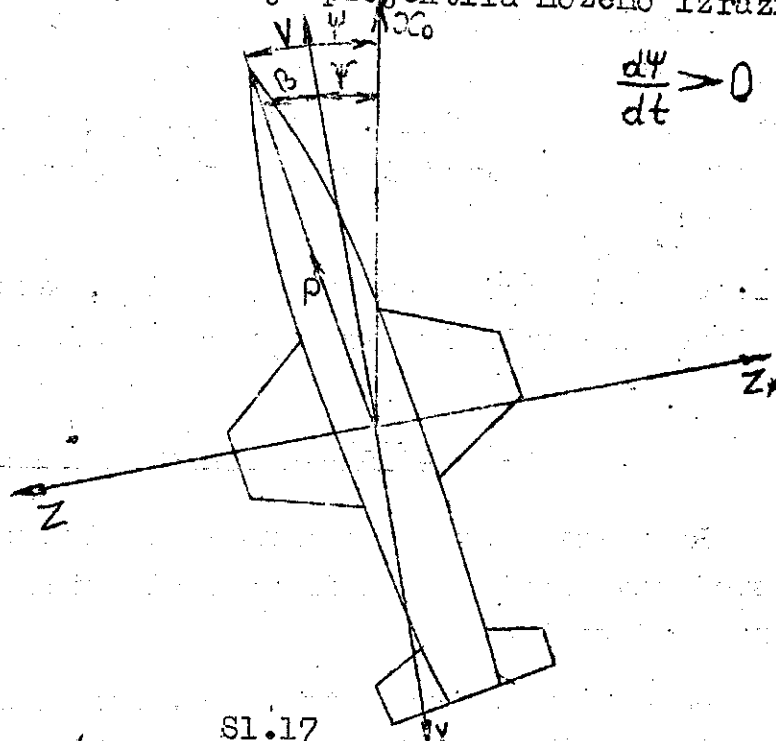
Pri analizi poprečnog kretanja projektila noženo isključiti iz posmatranih jednačina veličine V, α, m . Iz ovoga izlazi, da je neophodno, pri proučavanju poprečnog kretanja projektila, odrediti približnim metodom pronenu parametra uzdužnog kretanja koje ulaze u jednačine poprečnog kretanja.

Iz ovoga izlazi da uzdužno kretanje uvek utiče na poprečno.

Kretanje projektila u horizontalnoj ravni prikazano je na sl. br. 17.

Polazeći od istih principa, koje smo koristili pri

izvodjenju jednačina kretanja projektila u vertikalnoj ravni, jednačine poprečnog kretanja projektila noženo izraziti u obliku:



$$\frac{d\psi}{dt} > 0$$

Sl. 17

$$m \frac{d\psi}{dt} = P \cos \alpha \cos \beta - X$$

$$0 = P \sin \alpha + Y - G$$

$$-mV \frac{d\psi}{dt} = -P \cos \alpha \sin \beta + Z$$

$$I_y \frac{d\omega_y}{dt} = M_y$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{1}{\cos \psi} \omega_y$$

$$\psi = \theta + \alpha = \alpha$$

$$\frac{dr}{dt} = V \cos(\psi - \chi) \sin \psi$$

$$r \frac{d\psi}{dt} = -V \cos(\psi - \chi) \sin \psi$$

$$r \cos \psi \frac{d\chi}{dt} = V \sin(\psi - \chi)$$

$$H = \text{const}, \quad \psi = \psi - \beta$$

Jednačine kretanja cilja u odnosu na projektil noženo izraziti u obliku:

$$\frac{dr}{dt} = V_4 \cos(\psi_4 - \chi) \cos \psi - V \cos(\psi - \chi) \cos \psi$$

$$r \frac{d\psi}{dt} = -V_4 \cos(\psi_4 - \chi) \sin \psi + V \cos(\psi - \chi) \sin \psi$$

$$r \cos \psi \frac{d\chi}{dt} = V_4 \sin(\psi_4 - \chi) + V \sin(\psi - \chi)$$

Analiza gornjih jednačina može se zaključiti da je broj postojećih jednačina potpuno dovoljan u slučaju analize neupravljivog projektila. U slučaju upravljivog projektila neophodno je poznavati i zakon otklona konandnih površina.

$$\delta_r \quad \delta_n \quad \delta_e$$

što u sistem uvodi tri naknadne jednačine, koja ustvari definišu sistem za stabilizaciju i upravljanje na projektilu.

6. ATMOSFERA I NJENA SVOJSTVA

Rasnostrino svojstva atmosfere, inajući u vidu šta od tih svojstava zavise veličine aerodinamičkih sila, koje deluju na projektil u letu.

Osnovni parametar atmosfere, koji utiče na veličinu aerodinamičkih sila je gustina vazduha. Izvestan uticaj ima takodje i temperatura T , pošto se sa promenom temperature menja i brzina zvuka

$$a = \sqrt{\kappa g R T} = 20,1 \sqrt{T}$$

Na taj način, na aerodinamičke sile utiču uglavnom gustina ρ , temperatura T i pritisak p .

Ispitivanjem promene temperature ustanovljeno je da temperatura opada za $0,65^\circ$ na svakih 100 m visina, ispitivanja atmosfere do visine $h = 11 - 12$ km ustanovljeno je da se gornja postavka dobro slaže.

Od visine 11 km, temperatura se dalje ne smanjuje i zadržava približno konstantnu vrednost od -56°C do visine od 20 km. Zatim ponovo temperatura postepeno raste do visine od 50 km.

Promena pritiska, gustine i temperature za standardnu međunarodnu atmosferu data je izrazima:

$$\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{h}{44300}\right)^{5,256}$$

$$p = p_0 \left(1 - \frac{h}{44300}\right)^{4,256}$$

$$T = T_0 - 0,0065 h$$

pri čemu je:

Pritisak na nivou mora

$$P_0 = 760 \text{ mm Hg}$$

Gustina na nivou mora

$$\rho_0 = 0,125 \text{ kg s}^{-3}/\text{m}^3$$

Temperatura $T_0 = 288 \text{ }^\circ\text{K}$

h je dato u metrima.

Pri proračunu putanje mogu se koristiti bilo jednačine 6.2 do 6.4 ili odgovarajuće tablice standardne atmosfere

H	$\rho \text{ kg s}^{-3}/\text{m}^3$	$\Delta = \frac{\rho}{\rho_0}$	$a \text{ m/sec}$	$T \text{ }^\circ\text{K}$
0	0,125	1	340	288
1000	0,1134	0,9074	336,4	281,5
5000	0,0751	0,6008	320,5	255,5
7000	0,0601	0,4811	312,2	242,5
10000	0,0421	0,3367	299,4	223,0
15000	0,0197	0,1580	295	216,5
20000	0,0090	0,0717	295	216,5

7. UZGONSKA SILA PROJEKTILA

Uzgonska sila Y predstavlja aerodinamičku silu koja deluje na projektil. Veličina sile uzgona zavisi od visine i brzine leta, aerodinamičkog oblika projektla i položaja komandnih površina. Uzgonska sila proporcionalna je napadnom uglu α i može se izraziti u obliku:

$$Y = C_y \frac{1}{2} \rho V^2 S$$

7.1

Da bi proanalizirali uzgonsku silu projektla razmotrićemo uzgonske sile elemenata projektla tj. uzgonsku silu krila, uzgonsku silu komandnih površina, uzgonsku silu izolovanog trupa i na kraju uzgonsku silu celog projektla.

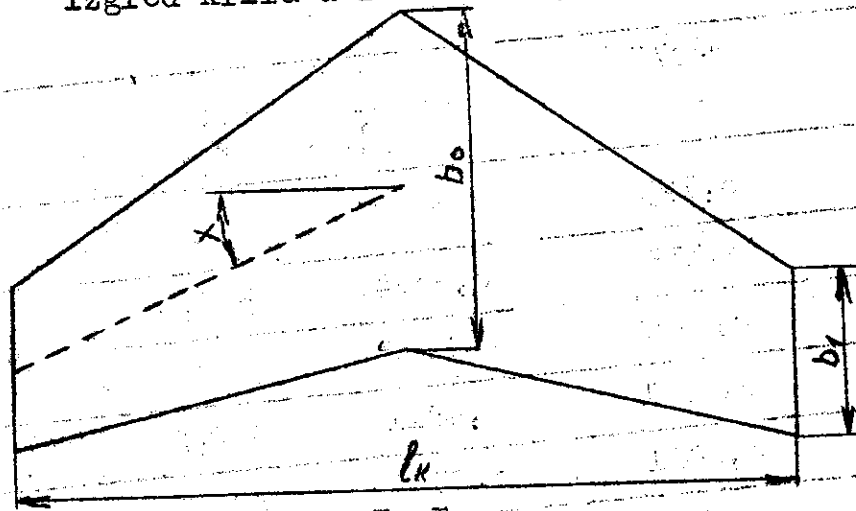
7 - a. UZGON IZOLOVANIH KRILA

Pri malim napadnim uglovima, koeficijent uzgona izolovanih sila proporcionalan je napadnom uglu

$$C_{y\text{izkr.}} = C_{y\text{izkrd}}^{\alpha}$$

Koeficijent proporcionalnosti zavisi od M_a broja, oblika krila koji je definisan vitkošću λ , suženjem η i uglom strele χ , i relativne debljine krila c/t .

Izgled krila u ravni dat je na skici br. 7.1



Sl. 7.1

Koeficijent proširenja definisan je izrazom:

$$\eta = \frac{b_0}{b_1} > 1$$

7.2

Vitkost krila definisana je izrazom:

$$\lambda = \frac{lk^2}{S}$$

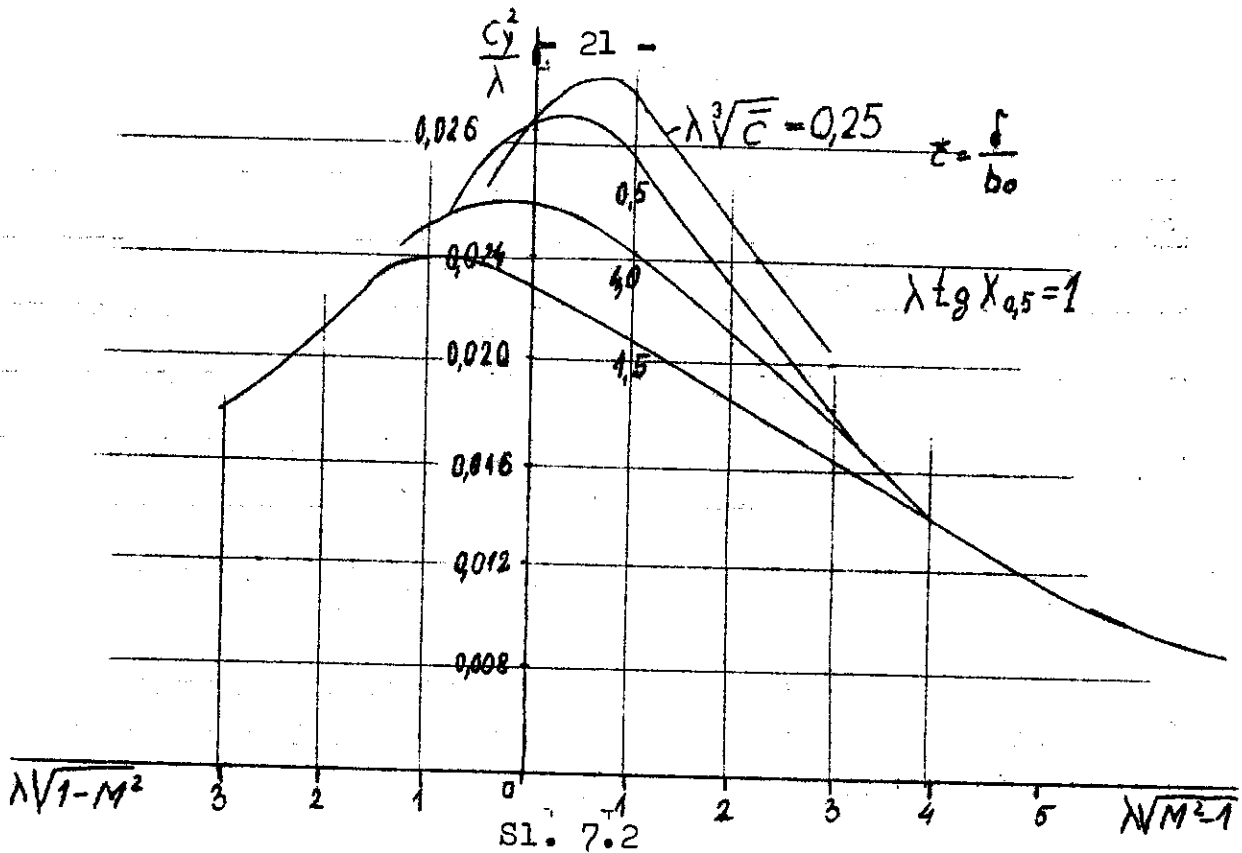
7.3

pri čemu S predstavlja površinu krila.

Ugao χ definiše ugao strele srednje linije krila.

Koeficijent proporcionalnosti uzgona u zavisnosti od gornjih parametara prikazan je na skici br. 7.2

Za druge vrednosti proizvoda vitkosti i ugla imamo slične dijagrame.



Tako se iz dijagrama tipa 7.2 mogu dobiti gradijanti krive uzgona izolovanih krila kako u subsonici tako i u supersonici.

Sa skice br. 7.1 može se uočiti veliki uticaj relativne debljine profila krila na gradijent uzgona krila sa sledećim parametrima

$$b_1 = 290 \text{ mm}; \quad b_0 = 1150 \text{ mm}; \quad l = 1460 \text{ mm}; \quad \alpha = 30^\circ$$

Površina krila iznosi:

$$S_k \doteq 2 \cdot 0,525 \text{ m}^2 = 1,050 \text{ m}^2$$

Proširenje krila iznosi:

$$\eta = \frac{1150}{290} = 3,97$$

Vitkost krila iznosi

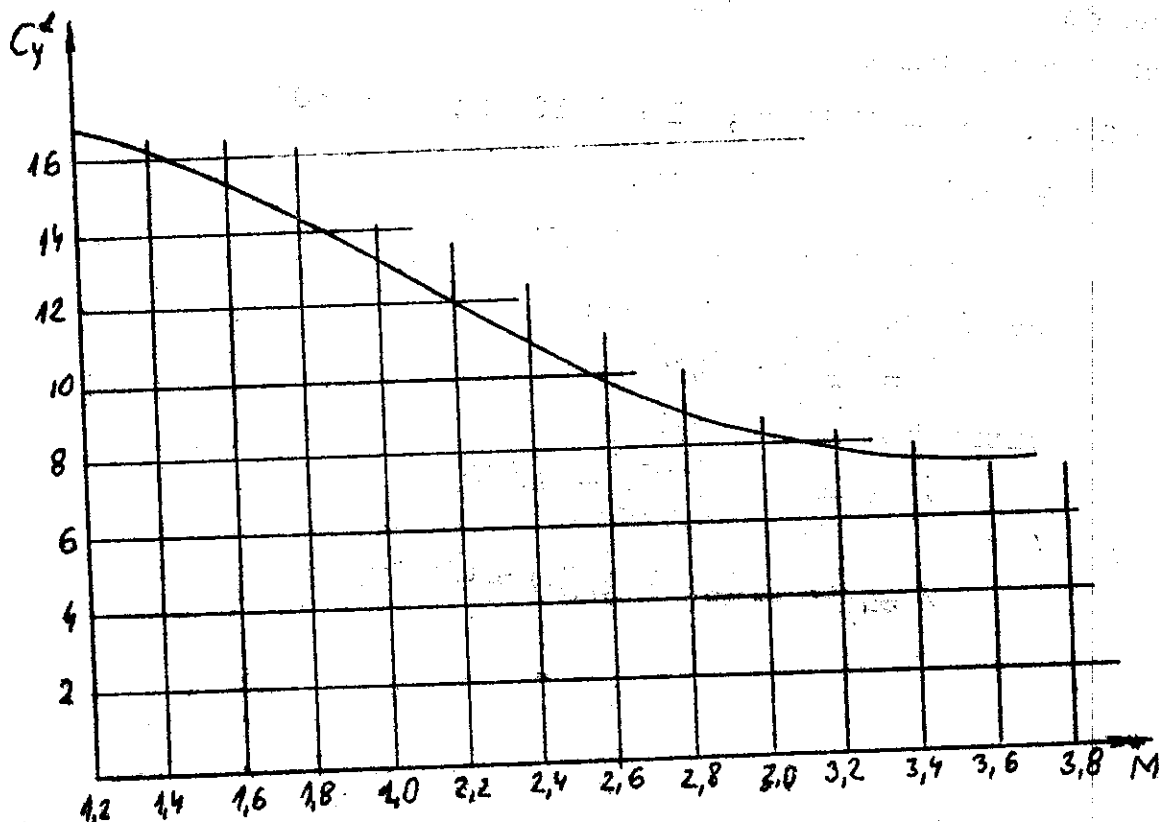
$$\lambda = \frac{l^2}{S_k} = \frac{1,46^2}{1,050} = 1,615$$

$$\lambda \cdot \text{tg} \alpha = 1,615 \cdot \text{tg} 30 = 0,934$$

$\lambda\sqrt{M^2-1}$	1	2	3	4	5	
M	1,175	1,590	2,21	2,67	3,26	
C_y^d	2,88	2,55	1,97	1,55	1,26	svedeno na krila
C_y^d	16,76	14,86	11,50	9,05	7,35	svedeno na trup
Y	2330	3760	5600	6300	7850	

pri čemu je odnos površine krila prema poprečnom preseku trupa dat izrazom

Predstavljajući prethodnu tabelu na dijagramu možemo dobiti zavisnost koeficijenta uzgona izolovanog krila u funkciji Mahovog broja tj. brzine



Iz dijagrama vidimo da se gradijant sile uzgona izolovanog krila smanjuje sa Mahovim brojem.

Promena sile uzgona izolovanog krila pri letu projektila na visini od 1000 m sa napadnim uglom od $\alpha = 5^\circ$ data je takodje u gornjoj tabeli.

Gustina vazduha na visini od 1000 m data je vred nošću

$$= 0,1134 \text{ kg sec}^2/\text{m}^4$$

$$Y = C_y^{\alpha} \frac{\alpha}{57,3} \cdot \frac{1}{2} \rho V^2 S_k = C_y^{\alpha} \frac{\alpha}{57,3} \cdot \frac{1}{2} \rho V^2 S_t$$

$$Y = 16,70 \frac{5}{57,3} \cdot 0,1134 \cdot \frac{1}{2} (1,175 \cdot 340)^2 \cdot 0,131 = 2330 \text{ kg}$$

Iz gornje tabele može se zaključiti da se uzgonska sila izolovanih krila sa povećanjem brzine naglo povećava bez obzira na smanjenja gradijanta uzgonske sile izolovanog krila.

Odredjivanje koeficijenta krive uzgona u funkciji mahovog broja vrši se na osnovu ispitivanja u aerotunelima.

Uzgon krila je linearan sa napadnim uglom.

7-b. UZGONSKA SILA IZOLOVANOG TRUPA PROJEKTILA

Pri opticanju trupa projektila strujom vazduha, koji se nalazi pod napadnim uglom javlja se normalna sila na osu trupa koja se može izraziti silom Y_1 i tangencijalna sila /duž ose trupa/ koja se izražava silom X_1 .

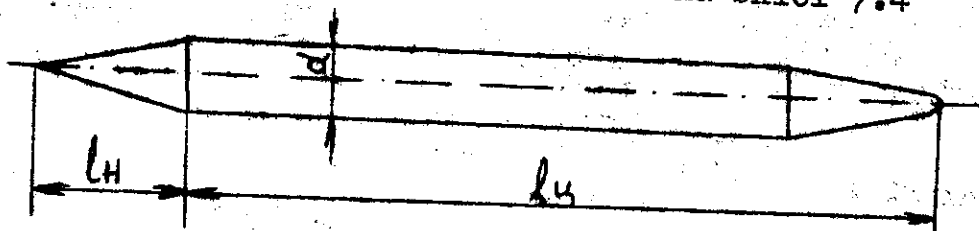
Normalna sila trupa definisana je izrazom:

$$Y_1 = C_{y_1} \frac{1}{2} \rho V^2 S_t$$

7.5

Na osnovu analize niza rotacionih tela u aerodinamičkim tunelima došlo se do zaključka da je normalna sila nosnog dela trupa projektila zavisna od Mahovog broja, dužine noša, dužine celog projektila i prečnika projektila.

Telo projektila predstavino na skici 7.4



Sl. 7.4

vitkost nosa definisana je sa

$$\lambda_{nosA} = \frac{l_m}{d} = \frac{2240}{480}$$

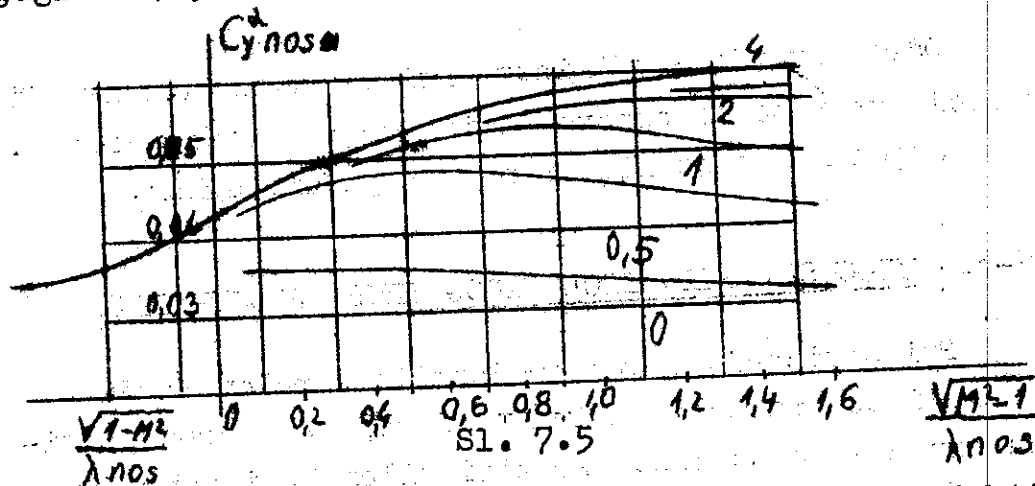
vitkost cilindričnog tela trupa definisana je sa:

$$\lambda = \frac{l_{tr}}{d} = \frac{3100}{480} = 6,46$$

Normalna sila nosnog dela trupa može se izraziti u obliku

$$C_{y_1} = 57,3 C_{y_n}^* \sin \alpha \cos \alpha$$

pri čemu je $C_{y_n}^*$ za oživalni i konusni nos projektila dat na dijagramu 7.5.



Za normalnu silu zadnjeg dela trupa projektila može se koristiti formuion:

$$C_{y_{z.d.t.}} = -0,3 \sin \alpha \cos \alpha (1 - \eta_{z.d.t.}^2) \quad 7.7$$

pri čemu $\eta_{z.d.t.} = \sqrt{\frac{S_b}{S_t}}$ predstavlja suženja trupa projektila na zadnjem delu.

S_b predstavlja poprečni presek baze projektila.

Osin normalne sile koju stvaraju nos i zadnji sužavajući deo projektila, pri većim napadnim uglovima neophodno je uzinati u obzir dopunske normalne sile nastale usled opticanja tela projektila poprečnom strujen vazduha.

Koeficijent ove komponente normalne sile može se izraziti u obliku

$$\Delta C_{y_1} \approx 0,312 \lambda_t^2 \sin^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha \quad 7.8$$

Ukupni gradijent normalne sile trupa može se izraziti u obliku

$$C_{y_{t.}} = \left[57,3 C_{y_{nos}}^* - 0,30(1 - \eta_{z.d.t.}^2) \right] \sin \alpha \cos \alpha + 0,312 \lambda_t^2 \sin^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha$$

Da bi našli koeficijent uzgonske sile trupa moramo projekirati normalnu i tangencijalnu silu na pravac brzine projektila. Kao rezultat dobijamo da je koeficijent uzgonske sile izolovanog trupa dat izrazom:

$$C_{y_t} = C_{y_{t,e}} \cos \alpha - C_{x_{t,e}} \sin \alpha \quad 7.10$$

ili

$$C_y = [57,3 C_{y_{nosa}}^{\alpha} - 0,30(1 - \eta_{z.d.t.}^2)] \sin \alpha \cos \alpha \quad 7.11$$

Za male vrednosti napadnih uglova imamo:

$$C_{y_t}^{\alpha} = 57,3 C_{y_{nosa}}^{\alpha} - 0,30(1 - \eta_{z.d.t.}^2) - C_{x_{t,e}} \quad 7.12$$

$$C_{y_t} = C_{y_t}^{\alpha} \frac{\alpha}{57,3} \quad 7.13$$

Koeficijent tangencijalne sile trupa C_x blizak je po svojoj veličini koeficijentu otpora tela projektila pri nultnom napadnom uglu.

Za napred usvojen oblik tela projektila imamo da je:

M	1,4	1,8	2,2	2,6	3,0
M^2-1	0,979	1,497	1,96	2,40	2,83
	0,165	0,253	0,331	0,406	0,477
	2,35	2,57	2,68	2,88	2,97

Usvajajući vrednost suženja zadnjeg dela trupa $\eta_{z.d.t.} = \frac{254}{480}$ imamo da je $1 - \eta_{z.d.t.}^2 = 0,72$ te je s toga priraštaj normalne sile usled suženja zadnjeg dela trupa ravan:

$$C_{y_{z.d.t.}} = -0,216 \sin \alpha \cos \alpha \quad 7.14$$

Veličina dopunske normalne sile nastale usled popročnog opstrujavanja trupa projektila može se izraziti u obliku:

$$\Delta C_y = 37,42 \cdot \sin^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha \quad 7.15$$

Promena normalne sile sa napadnim uglom tela projektila data je u donjoj tabeli za $Ma = 2,2$.

	0	2,5	5,0	7,5	10	12,5
	0,000	0,0019	0,0076	0,0171	0,0303	0,0470
	0,000	0,0435	0,0867	0,1295	0,171	0,2115
	0,000	0,107	0,222	0,319	0,420	0,520
	0,000	0,003	0,025	0,084	0,198	0,384
	0,000	0,110	0,247	0,403	0,618	0,904
Y_1 kg	0,000	632	1420	2320	3560	5200

7-c. UZGONSKA SILA KOMBINACIJE KRILU - TRUP

Ako se rotaciono telo nalazi pod uglom prema struji, te se brzina može rastaviti u dve komponente...

a/ komponentu paralelnu osi tela koja iznosi:

$$V \cdot \cos \alpha \approx V$$

b/ komponentu upravnu na telo koja iznosi:

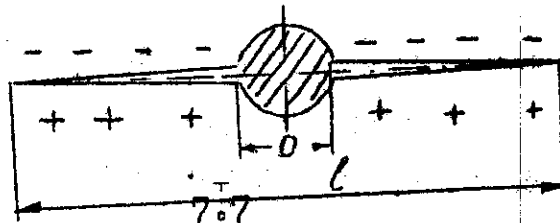
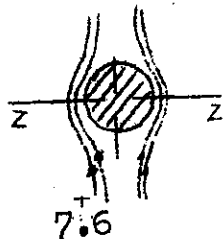
$$V \cdot \sin \alpha \approx V \frac{\alpha}{57,3}$$

Ako posmatrano opticanje cilindričnog tela poprečnom strujom, može se dokazati da tačke koje leže na liniji z-z imaju brzinu veću od $V \frac{\alpha}{57,3}$

Može se izvesti da je nesna poprečna brzina ravna

$$v = V \frac{\alpha}{57,3} \left(1 + \frac{D^2}{4Z^2} \right)$$

pri čemu D označava prečnik cilindričnog dela trupa a Z - rastojanje od ose cilindra.



U tačkama na osi cilindra imamo da je poprečna brzina ravna

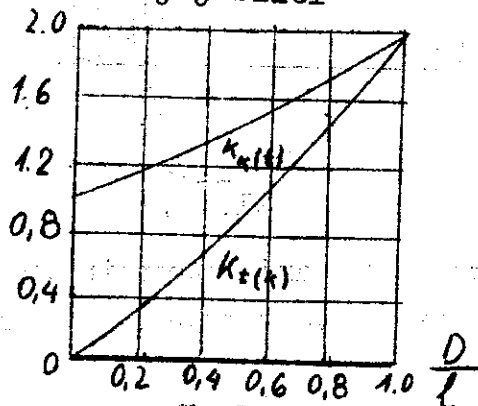
$$V_y = 2V \frac{\alpha}{57.3}$$

Na osnovu ovoga, uzgonska sila krila u prisustvu trupa biće veća od uzgonske sile izolovanog krila kada se nalaze pod istim napadnim uglom α .

Ukoliko uzgonsku silu krila označimo sa Y_k ta se povećanje uzgona krila u odnosu na uzgon izolovanog krila može izraziti u obliku

$$Y_k = K_{k(t)} Y_{12.k} \quad 7.17$$

Koeficijent povećanja uzgona krila u prisustvu trupa prikazan je na donjoj slici



Sl. 7.8

U našem proračunskom primeru imamo

$$\frac{D}{l} = \frac{0,480}{1,940} = 0,247$$

te je

$$K_{k(t)} = 1,25$$

što znači da se uzgon krila u prisustvu trupa povećava za 25 % u odnosu na uzgon izolovanog krila.

S druge strane krila utiču na uzgon trupa.

Razlika pritisaka $\Delta p = p - p_\infty$ koja se pojavljuje na gornjaci i donjaci krila prestire se i na odgovarajuću površinu trupa koja se nalazi u oblasti Mahovih konusa.

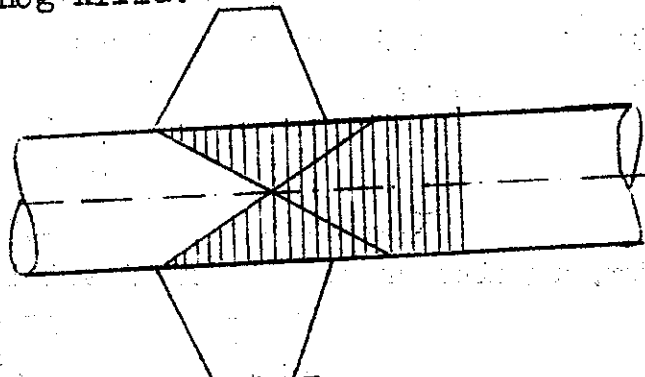
Ovo dovodi do pojave dodirne uzgonske sile na trupu usled prisustva krila i čija se veličina može izraziti u obliku:

$$Y_t = K_t(k) Y_{12.kr}$$

Koeficijent $K_t(\kappa)$ nalazi se na skici 7.8 i za naš brojni primer iznosi:

$$K_t(\kappa) = 0,40$$

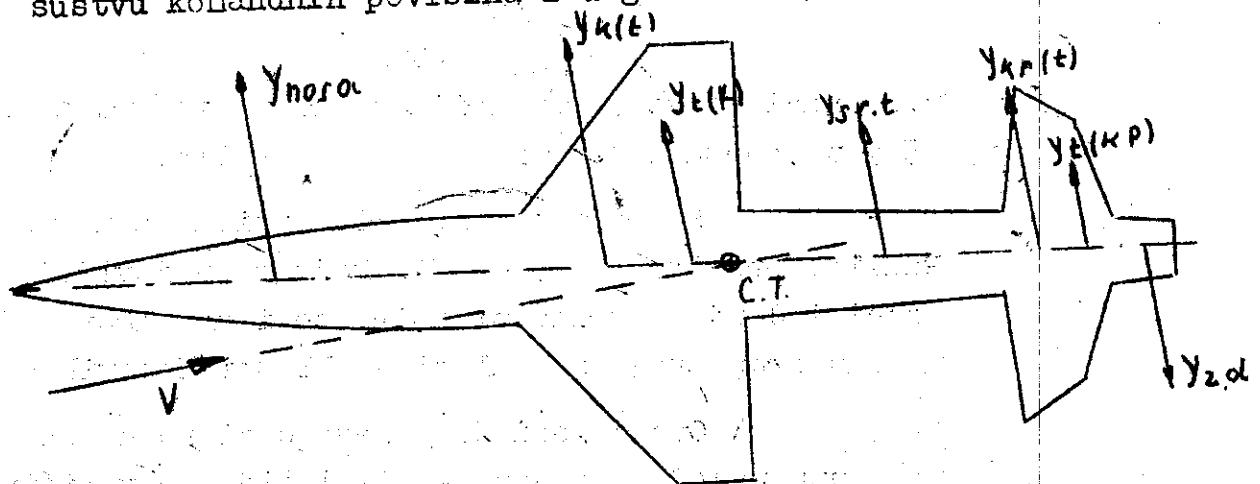
što znači da se indukovana vrednost uzgona na trupu usled prisustva krila ne može zanemariti jer iznosi 40 % vrednosti uzgona izolovanog krila.



Sl. 7.9

Uzgon konandnih površina u prisustvu trupa i uzgon trupa u prisustvu konandnih površina određuje se na sličan način.

Uzgonska sila cele letilice dobija se kao zbir uzgonskih sila pojedinih elemenata tj. uzgona nosa projektića, uzgona krila u prisustvu trupa, uzgona trupa u prisustvu krila, uzgona cilindričnog dela trupa, uzgona konandnih površina u prisustvu trupa, uzgona trupa u prisustvu konandnih površina i uzgona zadnjeg dela trupa.



$$Y = Y_{nos.} + Y_{k(t)} + Y_{t(kr)} + Y_{sr.t.} + Y_{kp.(t)} + - Y_{z.d.t.}$$

$$Y = C_y \frac{1}{2} \rho V^2 S_t$$

8. OTPOR PROJEKTILA

8-a. OTPOR IZOLOVANOG KRILA

Otpor krila projektila predstavlja se kao suma dveju komponentata

$$C_x = C_{x_0} + C_{x_i}$$

gde C_{x_i} - predstavlja indukovani otpor krila nastao usled uzgona na krilu

C_{x_0} - predstavlja otpor krila pri nultom napadnom uglu.

Koeficijent nultog otpora predstavlja zbir dveju komponenti: otpora oblika /trenje, vrtložni trag/ i talasni otpor

$$C_{x_0} = C_{x_p} + C_{x_b}$$

Koeficijent otpora trenja krila projektila računana se po formuli

$$C_{x_p} = 2 C_f \eta \mu$$

gde C_f - predstavlja koeficijent trenja ravne ploče.

Koeficijent trenja ravne ploče zavisi od finoće obrade površine, tj. od rapavosti površine, zatim zavisi od tačke preobražaja laminarnog graničnog sloja u turbulentni, Reynolds-ovog broja koji se izražava kao:

$$Re = \frac{V \cdot b}{\nu}$$

pri čemu je V - brzina projektila

b - uslovno usvojena dužina - obično srednja dužina tetive krila

ν - kinenatski stepen viskoznosti a dat je u m^2/sec .

Kinenatski stepen viskoznosti za vazduh pri temperaturi od 15°C $\rho_0 = 0,125$ i $B_0 = 760$ Hg iznosi:

$$\nu = 1,45 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{sec}$$

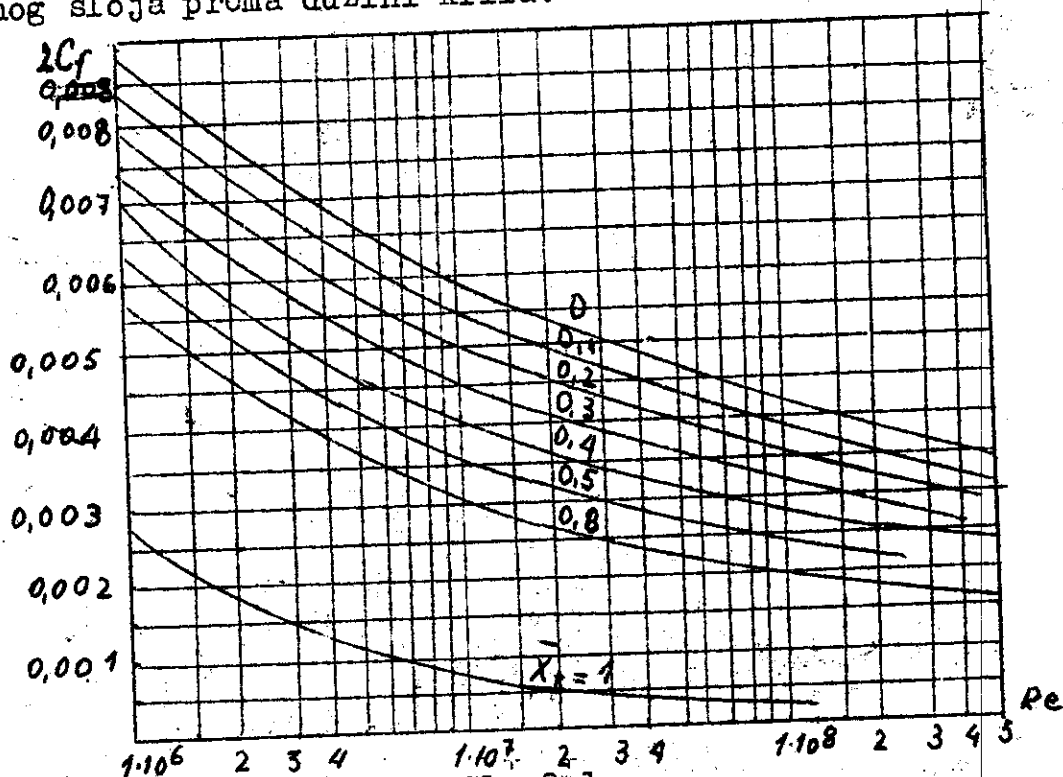
te se Reynoldsov broj može izraziti u obliku:

$$Re = 69000 V \cdot b$$

Koeficijent trenja ravne ploče uglavnom zavisi od Re i Ma .

Na skici 8.1 predstavljena je zavisnost koeficijenta trenja od Re i X_t .

X_t - predstavlja odnos dužine laminarnog graničnog sloja prema dužini krila.



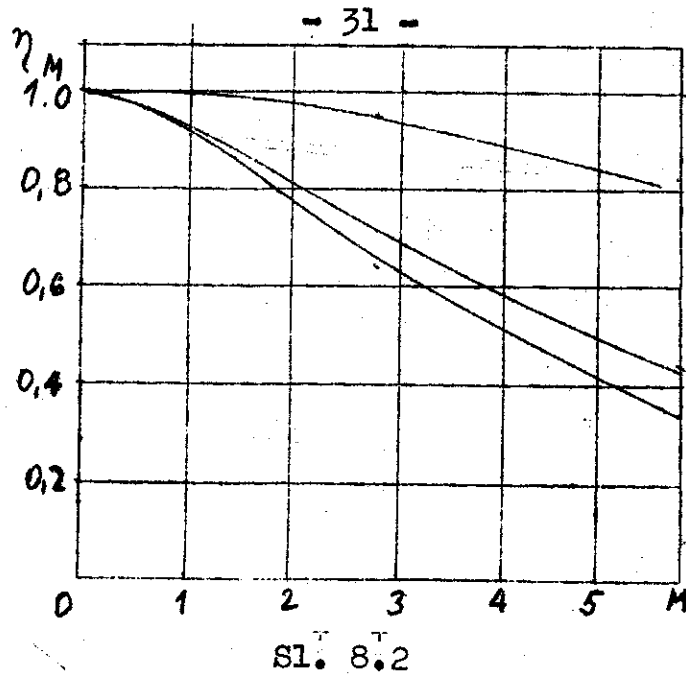
Sl. 8.1

Popravni koeficijent usled uticaja Mahovog broja dat je na skici 8.2.

Povećanje Mahovog broja smanjuje koeficijent trenja skoro dva puta.

Primera radi odredimo otpor trenja krila pri letu projektila na visini 6000 m.

Za visinu od 6000 m koeficijent kinematske viskoznosti iznosi $= 24,2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{sec}$.



M	1,4	1,8	2,2	2,6	3,0	
V m/sec	444	571	697	825	951	
Re · 10 ⁻⁶	14,6	18,8	22,9	27,2	31,4	
2c _f	0,0057	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	svedeno na krilo
2c _f	0,0626	0,0595	0,0575	0,0561	0,0545	trup resp. pov.
	0,860	0,788	0,738	0,681	0,630	
2c _f	0,0538	0,0496	0,0424	0,0383	0,0344	
Jedan par krila	63	91	123	156	310	H=6000m
	106	153	208	264	525	H=1000m

Odnos kvašene površine krila prema poprečnom preseku trupa iznosi:

$$\frac{4S_k}{S_t} = \frac{4 \cdot 0,525}{0,181} = 11,6$$

Sila otpora trenja krila pri letu projektila na visini od 6000 m data je obrazcom:

$$X = 2 C_f \frac{1}{2} \rho V^2 S$$

$$X_{ktr} = 0,0538 \frac{1}{2} \cdot 0,0675 (1,4 \cdot 316)^2 \cdot 0,181 = 63 \text{ kg}$$

Otpor trenja konandnih površina i otpor trenja trupa računaju se na sličan način. Biraju se samo odgovarajuće vrednosti referentnih dužina koje su neophodne za proračun odgovarajućeg Re broja.

8 - b. TALASNI OTPOR KRILA

Na osnovu teorijskih analiza i eksperimentalnih ispitivanja koeficijent talasnog otpora krila $C_{x\beta}$ zavisi od M , debljine i oblika aeroprofila a takodje i od oblika krila.

Za trapezast oblik krila sa romboidnim aeroprofilom inamo da je koeficijent talasnog otpora krila dat izrazom

$$\frac{C_{x\beta}}{\lambda^2} = f(\lambda \sqrt{M^2 - 1})$$

$$\lambda \sqrt{c}$$

Svaka kriva odgovara odredjenom parametru $\lambda \operatorname{tg} \chi$

Uticaj relativne debljine je nešto jače naglašen oko vrednosti $M = 1$.

Promena koeficijenta talasnog otpora u zavisnosti od brojnih parametara predstavljena je na donjoj skici /sl.8.

Aeroprofili proizvoljnog oblika inaju talasni otpor koji se može izraziti u obliku:

$$C_{x\beta} = (C_{x\beta})_{\text{romb. pr.}} [1 + \varphi(K-1)]$$

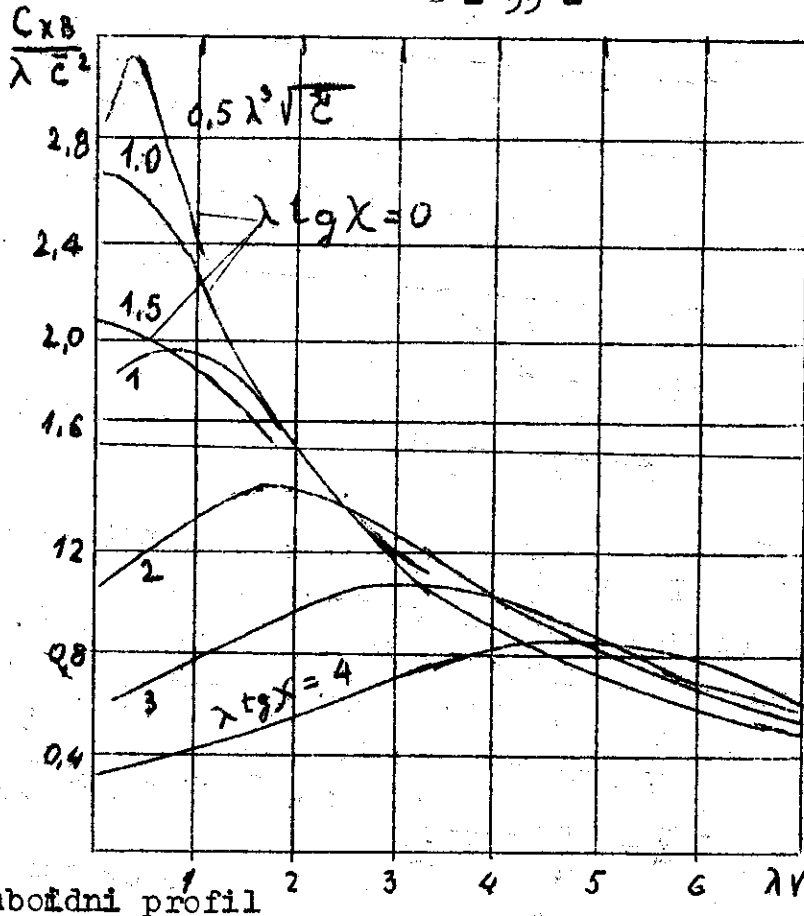
$C_{x\beta \text{ rom.}}$ određuje se sa skice 8.3 u zavisnosti od parametra $\eta, \lambda \operatorname{tg} \chi, \lambda \sqrt{c}$

Koeficijent K obuhvata uticaj oblika aeroprofila.

Koeficijent φ određuje se u zavisnosti od koeficijenta

$$\lambda \sqrt{M^2 - 1} - \lambda \operatorname{tg} \chi c$$

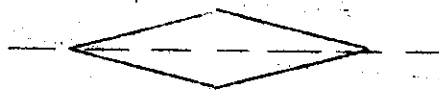
Zavisnost koeficijenta φ data je na skici 8.5



$\eta = 5$
 $\bar{x}_c = 0,5$

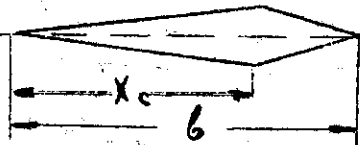
Ovaj dijagram
 važi za ron-
 boidni profil

Ronboidni profil



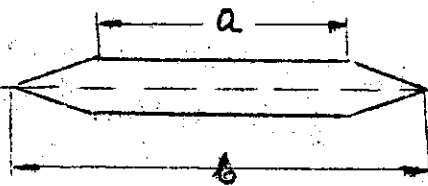
K_1
 1

Četvorougli profil



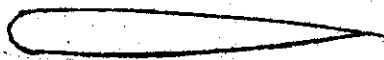
$\frac{1}{4 \bar{x}_c (1 - \bar{x}_c)}$

Šestougli

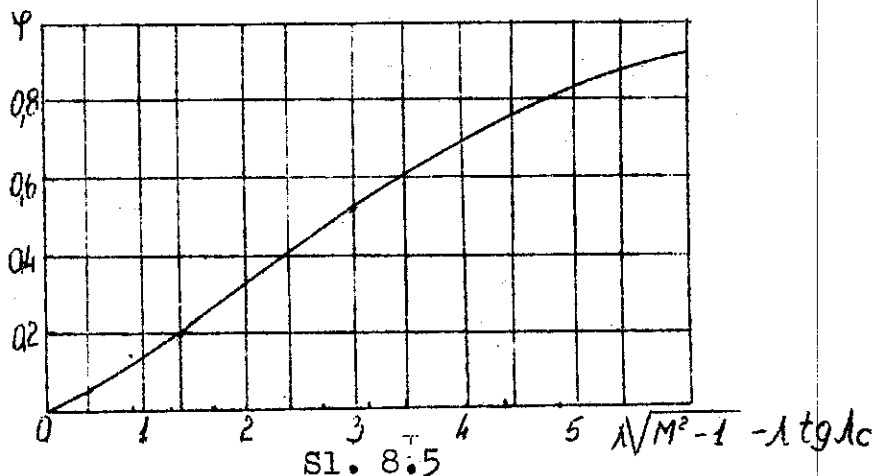


$\frac{1}{1 - \frac{a}{b}}$

Dozvučni aeroprofil



$2,5 - 4$



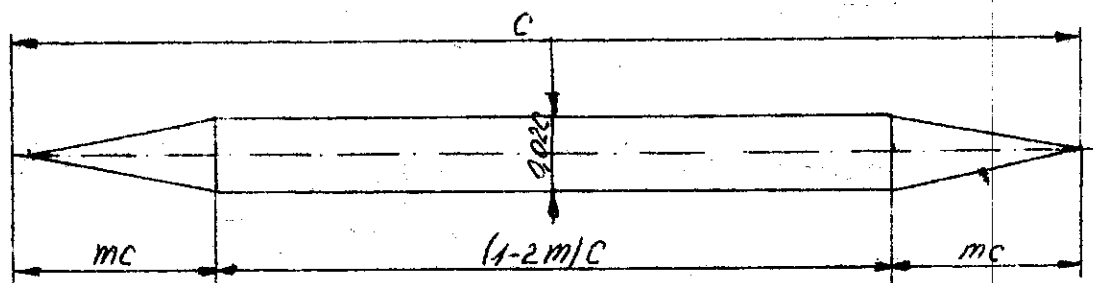
Da bi odredili uticaj talasnog otpora u odnosu na otpor trenja proračunaćemo vrednost talasnog otpora za krilo koje smo već posmatrali pri proračunu uzgona.

Ugao strelice srednje linije iznosi: $\alpha = 30^\circ$

Vitkost krila iznosi:

$$\lambda = \frac{L_k^2}{S_k} = \frac{1,46^2}{1,050} = 1,615 \text{ pa je } \lambda \text{ tg } \alpha = 0,934$$

Aeroprofil krila je sledećeg oblika



i relativne debljine od 2 %

Pošto je $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$ to koeficijent K iznosi

$$K = 2 \quad \lambda \sqrt{\epsilon} = 1,615 \sqrt{0,02} = 0,44$$

Odnos površine krila prema površini trupa iznosi:

$$\frac{S_k}{S_t} = \frac{1,050 \cdot 2}{0,181} = 11,6$$

$$C_{XB} = C_{XB \text{ romb}} (1 + \varphi) \quad \text{koef. otpora oba para krila}$$

$$X_B = C_{XB} \frac{1}{2} \rho V^2 S$$

$$X_B = 0,0176 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,0673 (1,14 \cdot 316)^2 \cdot 0,181 = 14,7 \text{ kg}$$

Konačno se iz tabele može videti talasni otpor raste sa kvadratom relativne debljine aeroprofila.

$\sqrt{M^2-1} - \lambda \operatorname{tg} \alpha$	0	0,12	0,35	0,55	0,72	
$\sqrt{M^2-1}$	1	2	3	4	5	
M	1,175	1,590	2,21	2,67	3,26	
$C_{XB}/\lambda \bar{c}^2$	2,35	1,58	1,20	0,95	0,70	
$C_{XB \text{ romb}}$	0,00152	0,00102	0,00077	0,00061	0,00045	krilo rep povr.
C_{XB}	0,00152	0,00114	0,00104	0,00095	0,00077	
	0,0176	0,0132	0,0121	0,0110	0,0090	svedeno na trup
$X_B \text{ kg}$	14,7	19,8	35,5	47,3	56,5	
$\lambda \cdot \bar{c}^2$	1615	178	320	423	510	

8-c. INDUKOVANI OTPOR KRILA

Indukovani otpor nastaje usled obrazovanja vrtloga, koji su posledica uzgona.

Indukovani otpor može se izraziti u opštem obliku izrazom:

$$X_i = Y \operatorname{tg} \alpha$$

ili u obliku koeficijenta preko formule

$$C_{xi} = C_{yk} \operatorname{tg} \alpha$$

Talasni otpor komandnih površina i indukovani otpor komandnih površina određuju se na sličan način.

8-d. OTPOR IZOLOVANOG TRUPA

Koeficijent otpora trupa određuje se preko izraza:

$$C_{xt} = C_{xot} + C_{xit}$$

gde je:

$$C_{xot} = C_{xt_{tr.t.}} + C_{xnos} + C_{xz d.t.} + C_{xb}$$

$C_{xt_{tr.}}$ - koeficijent trenja trupa

C_{xnos} - koeficijent talasnog otpora pri nultom napadnom uglu

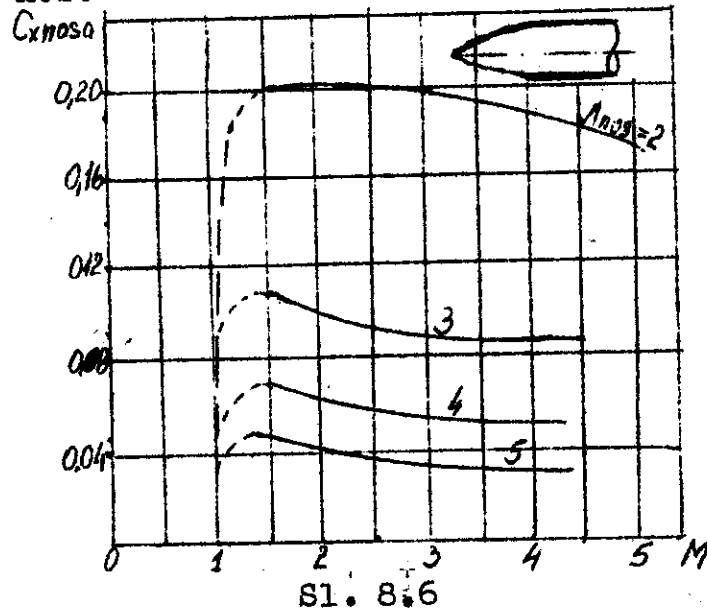
$C_{x_{zdt}}$ - koeficijent talasnog otpora zadnjeg dela trupa
 C_{xb} - koeficijent otpora baze.

Koeficijent otpora trenja trupa sračunava se na sličan način kao i koeficijent trenja krila.

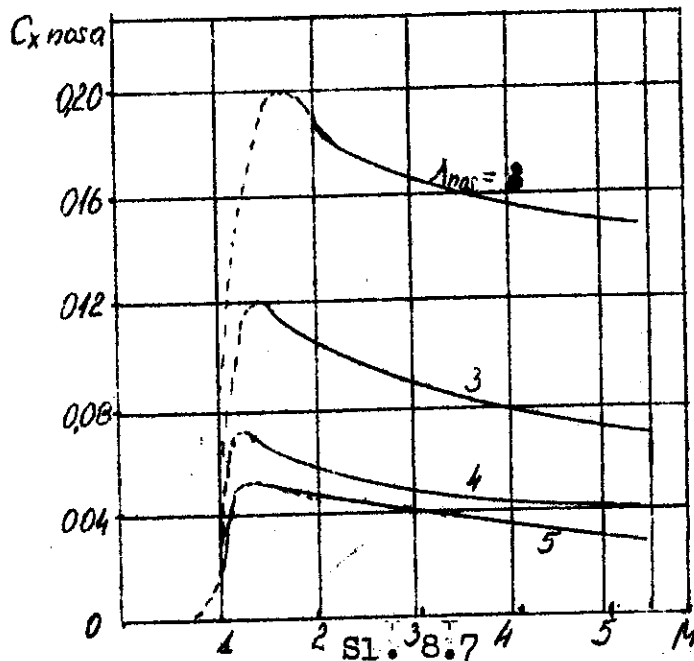
$$C_{xt_{tr}} = \frac{2C_f}{2} \cdot \frac{F_{kub}}{S_k}$$

pri čemu je F_{kub} - kvašena površina trupa.

Koeficijent otpora nosa određuje se sa dijagrama 8.6 koji je dobiven na bazi eksperimentalnih ispitivanja za oživalni nos.



Za konusni nos imamo:

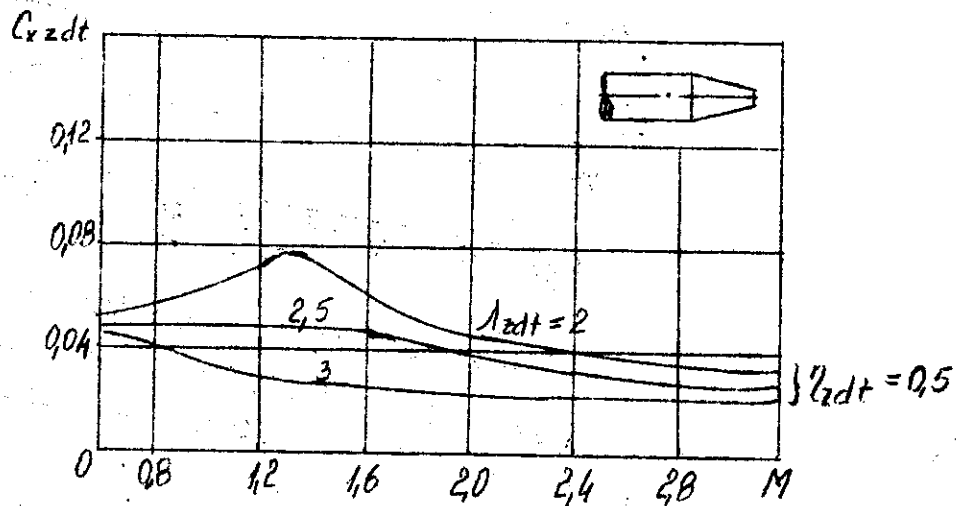


Pri opticanju rotacionog tela brzinom većom od zvuka na površini nosnog dela tela pojavljuje se povećan pritisak u odnosu na okolnu sredinu što u stvari predstavlja talasni otpor nosa.

Pri kobaoničnom kretanju talasni otpor nosa ravan je nuli.

8-e. OTPOR ZADNJEG DELA TRUPA

Dobija se kao posledica razlike pritisaka na zadnjem delu trupa i okolne sredine i može se predstaviti u funkciji Mahovog broja.



Sl. 8.8

8-f. BAZISNI OTPOR TRUPA

Podpritisak koji se formira na bazu tela projektila zavisi od mnogo čionica: oblika zadnjeg dela trupa, postojanja ili nepostojanja krilnih površina u oblasti zadnjeg dela trupa, uticaja mlaza raketnog motora, dužine tela projektila, vrste graničnog sloja.

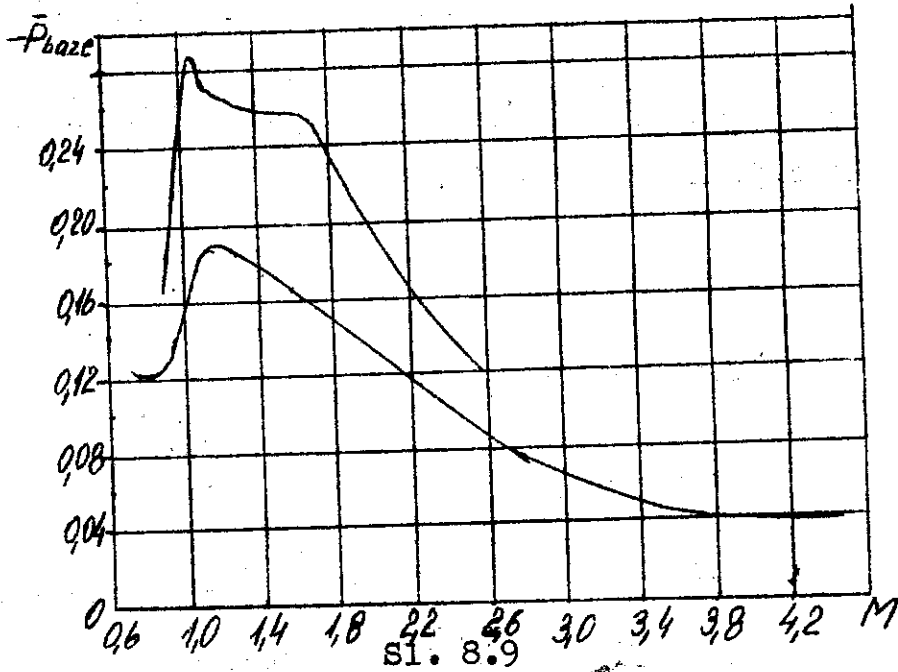
Na bazisni podpritisak najveći uticaj imaju Ma broj, debljina profila krilnih površina u oblasti zadnjeg

dela trupa i oblik zadnjeg dela trupa.

Na osnovu eksperimentalnih ispitivanja koeficijent bazisnog pritiska

$$\bar{P}_{baze} = \frac{P_0 - P_{\infty}}{\frac{1}{2} \rho V^2}$$

dat je na skici u zavisnosti od Ma broja



Uticaj krilnih površina na bazisni pritisak oseća se u dijapazonu M od jedinice do dvojke. Pri relativnoj debljini profila krila od 10 % koeficijent bazisnog podpritiska raste za skoro dva puta.

Na osnovu eksperimentalnih podataka može se zaključiti da se koeficijent bazisnog pritiska znatno smanjuje sa smanjenjem površine baze

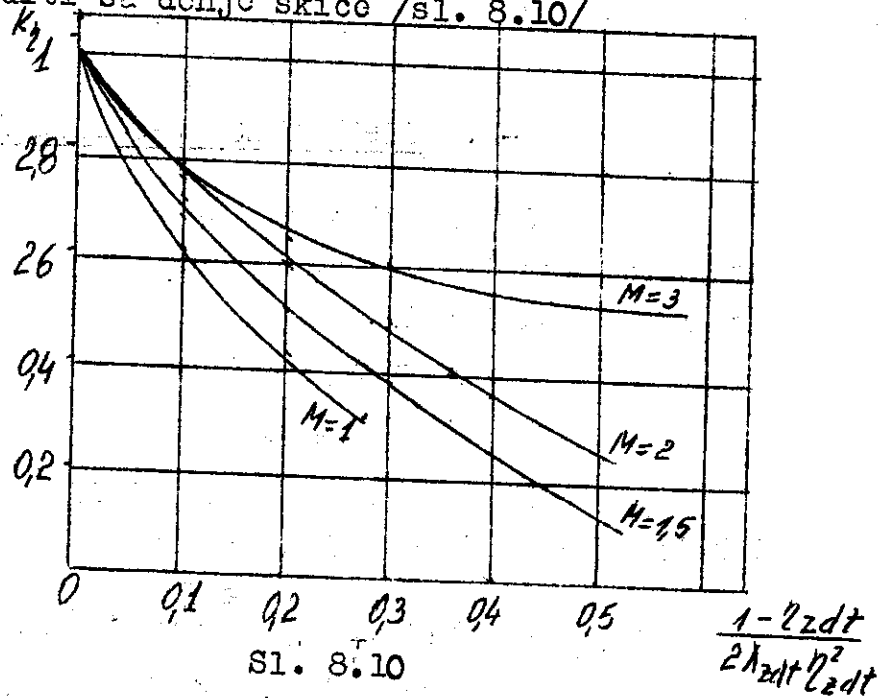
$$S_0/S_1 = \eta^2 \text{ z.d.}$$

Koeficijent bazisnog otpora projektila može se odrediti preko jednačine:

$$C_{x_{baze}} = -\bar{P}_{baze} \cdot \eta \cdot \frac{S_b}{S_t}$$

pri čemu se koeficijent bazisnog pritiska određuje sa skice 8.8.

Koeficijent karakteriše uticaj Ma broja, suženja i vitkosti zadnjeg dela trupa na bazisni otpor i može se odrediti sa donje skice /sl. 8.10/



8-8. INDUKOVANI OTPOR TRUPA

U prvoj približnosti indukovani otpor trupa predstavlja projekciju normalne sile trupa Y_1 na pravac brzina. Pored normalnih sila na indukovani otpor trupa utiče i dopunska tangencijalna sila koja se pojavljuje kao posledica pritiska na repu i zadnji delu trupa.

Koeficijent indukovanog otpora trupa noženo izraziti u obliku

$$C_{x,t} = C_{y,t} \sin \alpha + \xi (C_{y,nos} + C_{y,z.d.t.}) \sin \alpha$$

Iz eksperimentalnih podataka inano da je u super-sonici

$$\xi = \frac{1,5}{1 + \lambda nos}$$

$$\xi = -0,2 \quad \text{pri } M \approx 0,2 \quad \text{pri brzinama } M > 1,2$$

Uvrštavanje izraza za uzgon trupa, uzgon nosa i zadnjeg dela projektila u gornji izraz dobijamo:

$$C_{x,t} = (1 + \xi) [57,3 C_{y,nos} - 0,3(1 - \eta_{z.d.t.}^2)] \sin^2 \alpha \cos \alpha + 0,312 \lambda_t \sin^3 \alpha \tan \alpha$$

Gornja formula daje sasvim zadovoljavajuće slaganje sa eksperimentalnim vrednostima indukovanoeg otpora trupa u širokom opsegu napadnih uglova.

8-h. OTPOR CELOG PROJEKTILA

Otpor celog projektila noženo izraziti kao sumu otpora projektila pri nul-ton napadnom uglu i indukovanoeg otpora projektila tj.

$$X = X_0 + X_i$$

$$C_x = C_{x_0} + C_{x_i}$$

Na osnovu ovoga koeficijent nul-tog otpora projektila noženo izraziti u obliku

$$C_{x_0} = 1,1 \left(C_{x_{012.k.}} \frac{\sum S_R}{S_t} + C_{x_t} + C_{x_{0kp}} \frac{S_{kp}}{S_t} \right)$$

Koeficijent 1,1 koji je uveden u gornji izraz treba da kompenzira moguće greške pri proračunu otpora pri nul-ton napadnom uglu projektila.

Koeficijent indukovanoeg otpora projektila zavisi od napadnog ugla i otklona konandnih površina.

$$C_{x_i} = C_{x_{it}} + C_{x_{ik(t)}} \left(\frac{S_k}{S_t} \right) + C_{x_{ikp}(t)} \frac{S_{kp}}{S_t} + C_{x_{it}(k)} \frac{S_k}{S_t} + C_{x_{it}(kp)} \frac{S}{S}$$

Primeru radi koeficijent nul-tog otpora pesnatranog projektila i otpor pri letu na visini od 6000 metara dat je u donjoj tabeli

M	1,4	1,8	2,2	2,6	3,0	
C_x	0,403	0,345	0,30	0,262	0,234	
X_0 kg	477	670	870	160	1265	H=6000 m
X_0 kg	810	1130	1480	1800	2150	H=1000 m

$$X_0 = C_x \cdot \frac{1}{2} \rho v^2 S$$

$$X_0 = 0,403 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,0673 (1,4 \cdot 316)^2 \cdot 0,181 = 477 \text{ kg}$$

Ako izvršimo analizu raspodele ukupnog otpora na elemente projektila vidimo da na trup otpada 60% otpora, na krila otpada 26% otpora pri $\check{c} = 2\%$ a na komandne površine otpada 14 % otpora.

Ukoliko povećavamo relativnu debljinu krila i komandnih površina, vrednost balasnog otpora naglo raste /s kvadratom relativne debljine/ te može postati znatno veći od otpora trupa projektila.

9. MOMENAT KOJI DELUJE NA PROJEKTIL

Pri proučavanju momenta sile koje deluju na projektil koristimo se vezanim koordinatnim sistemom $O_{x,y,z}$. Centar vezanog koordinatnog sistema nalazi se na centru težišta projektila. Osa O_x , uperena je duž ose tela unapred.

Moment propinjanja aerodinamičkih sila uzgona sračunavano po izrazu:

$$M_{Z_1} = m_{Z_1} \frac{1}{2} \rho V^2 S d_0 \quad 9.1$$

pri čemu S predstavlja poprečni presek trupa a d_0 prečnik trupa projektila.

Veličina aerodinamičkog momenta M_{Z_1} , pri zadanoj brzini i visini leta zavisi od niza faktora i to: napadnog ugla, ugla otklona komandnih površina. Osim toga na veličinu momenta propinjanja utiče i ugaona brzina obrtanja projektila oko ose $O_{z_1} \omega_{z_1}$. Pri malim vrednostima $\alpha, \delta, \omega_{z_1}$ postoji linearna zavisnost momenta od gornjih veličina te moment propinjanja možemo izraziti u obliku:

$$M_{Z_1} = M_{Z_1}^{\alpha} \alpha + M_{Z_1}^{\delta} \delta + M_{Z_1}^{\omega_{z_1}} \omega_{z_1} \quad 9.2$$

pri čemu su:

$$M_{Z_1}^{\alpha}, M_{Z_1}^{\delta}, M_{Z_1}^{\omega_{z_1}}$$

Koeficijent momenta propinjanja možemo izraziti u obliku:

$$m_{Z_1} = m_{Z_1}^{\alpha} \alpha + m_{Z_1}^{\delta} \delta + m_{Z_1}^{\omega_{z_1}} \omega_{z_1} \quad 9.3$$

Koeficijenti $m_{Z_1}^L, m_{Z_1}^S, m_{Z_1}^{WZ_1}$ zavise od brzine leta i oblika projektila.

Aerodinamički moment M_{Z_1} određujemo kao proizvod odgovarajuće uzgonske sile i kraka do težišta projektila.

9-a. CENTAR POTISKA IZOLOVANOG KRILA

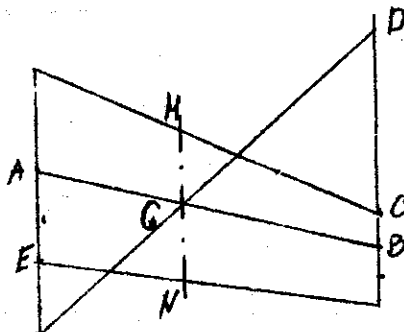
U slučaju izolovanog krila položaj centra potiska određuje se veličinom:

$$\bar{x}_{cpA} = \frac{x_{opA}}{b_A}$$

9.4

pri čemu \bar{x}_{cpA} označava rastojanje od centra potiska do početka srednje aerodinamičke tetive.

Postoji prsti grafički metod za određivanje srednje aerodinamičke tetive krila.



Sl. 9.1

1. Prava AB čeli korenu i krajnju tetivu krila na dve polovine.

2. U produžetku krajnje tetive nanosimo dužinu $CD = b_0$ a u produžetku korena tetive nanosimo dužinu $EF = b_1$. Krajeve D i E sjedinjujemo pravom; tačka G označava presek pravih AB i DE i predstavlja težište površine trapeza.

3. Dužina MN predstavlja dužinu srednje aerodinamičke tetive.

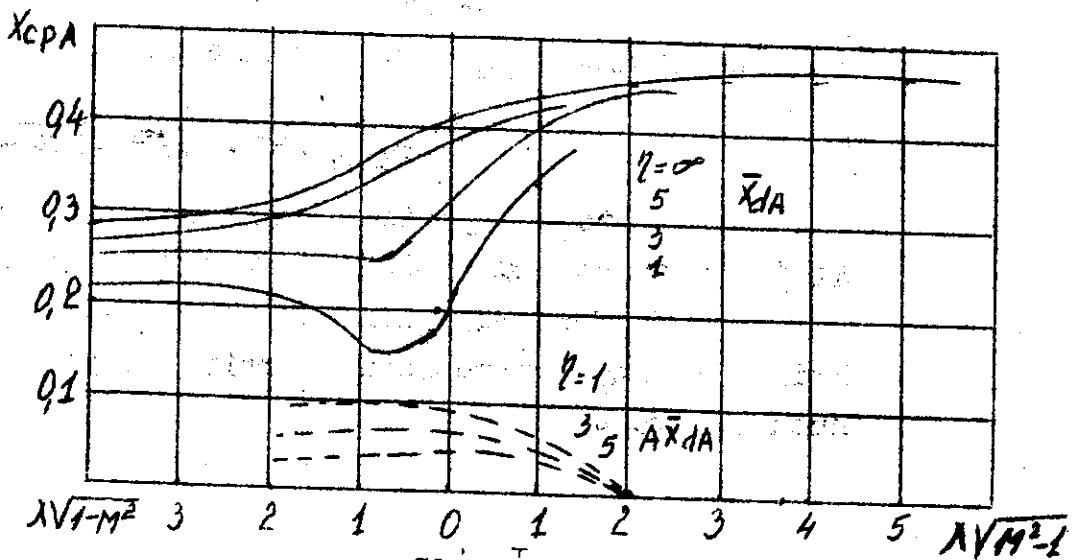
Kao što se na skici 9.1 može videti početak srednje aerodinamičke tetive ne poklapa se sa početkom korena tetive.

Na osnovu teorije i eksperimentalnih podataka centar potiska krila sa simetričnim acroprofilom, noženo izraziti u zavisnosti od vitkosti krila i Mahovog broja u obliku: ①

$$\bar{x} = f(\lambda \sqrt{M^2 - 1})$$

pri čemu postoje različite familije dijagrama za različite vrednosti parametara λ , $\tan \alpha/2$ i η

$$\bar{x} = f(\lambda \sqrt{M^2 - 1}) \quad \text{②}$$



Na gornjoj skici punim linijama označena je vrednost centra potiska izolovanog krila pri malim vrednostima napadnog ugla $\alpha(0-5^\circ)$. Opiti pokazuju da se pri daljem povećanju napadnog ugla centar potiska pomera unazad.

U prvoj približnosti može se uzeti da se centar potiska izolovanog krila može izraziti u obliku:

$$\bar{x}_{cpA} = (x_{cpA})_{\alpha=5} + \frac{\alpha-5}{15} (\Delta x_{cpA})_{\alpha=20} \quad 9.5$$

9-b. CENTAR POTISKA IZOLOVANOG TRUPA

U poglavlju pri. proučavanju uzgona uočili smo da se uzgon trupa sastoji iz:

$$C_{y_{it}} = C_{y_{itnosa}} + C_{y_{itdt}} + \Delta C_{y_{it}} \quad 9.6$$

Uzgon nosa trupa deluje u centru potiska nosa koji se sračunava po obrascu

$$x_{cp \text{ nosa}} = L_{\text{nosa}} - \frac{W_{\text{nosa}}}{S_t} \quad 9.7$$

pri čemu W nosa predstavlja zapreminu nosa.

Uzgon cilindričnog dela trupa usvaja se da deluje na rastojanju

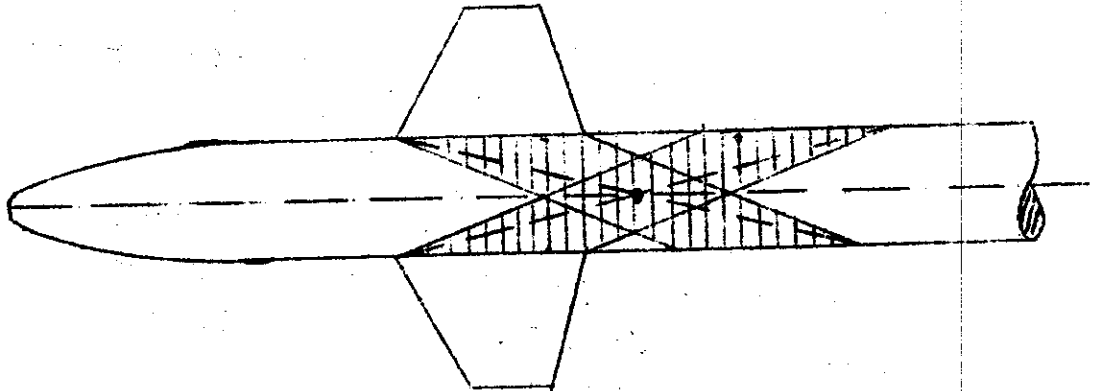
$$x_{cp4} = 0,6L_T \quad 9.8$$

a uzgon zadnjeg dela trupa deluje na rastojanju

$$x_{cpz.d.t} = L_t = 0,5L_{z.d.t} \quad 9.9$$

Centar potiska krila u prisustvu trupa usvaja se da je ravan centru potiska izolovanog krila.

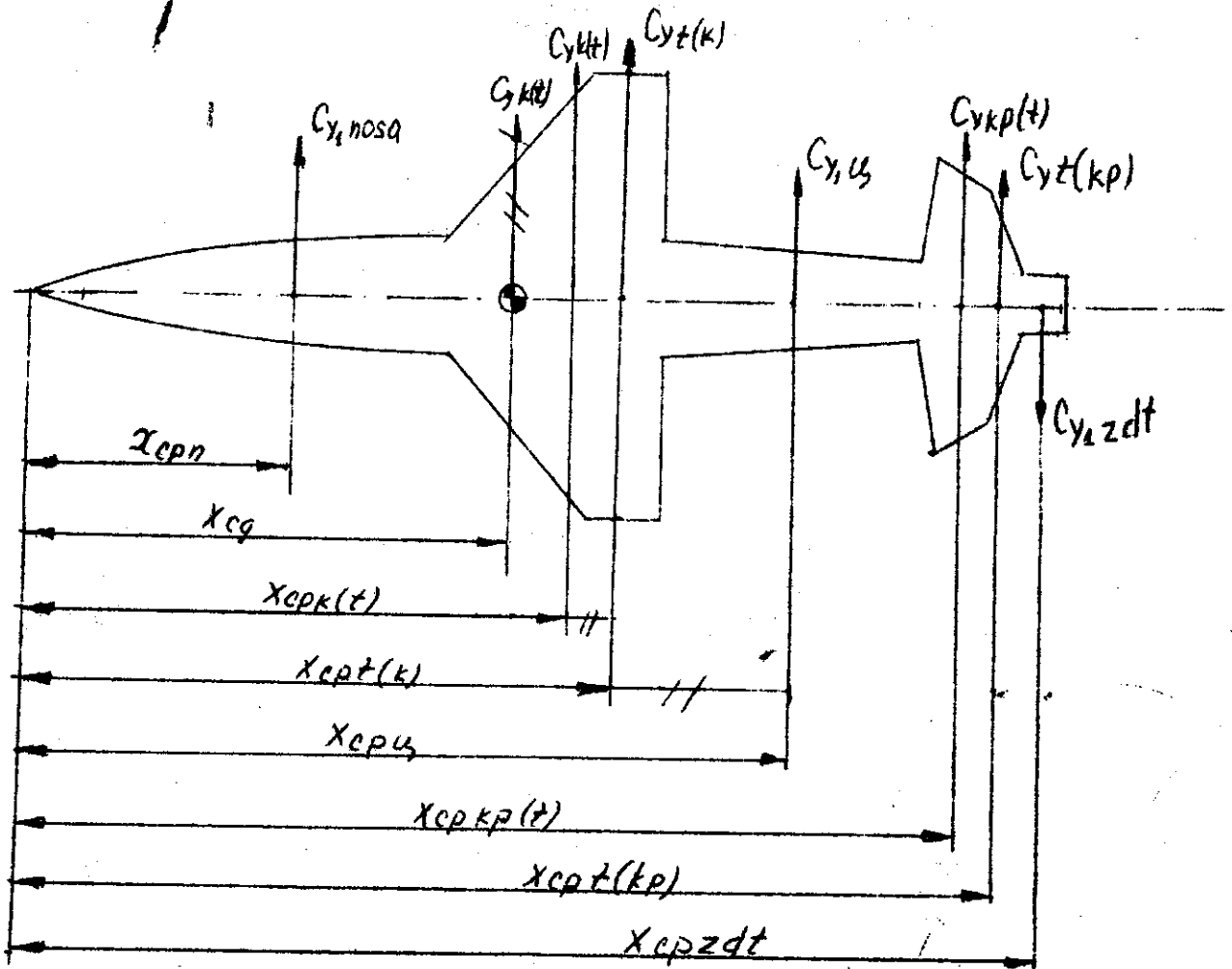
Centar potiska uzgonske sile trupa u prisustvu krila usvaja se u težištu površine koje grade Mahovi konusu na trupu



Sl. 9.3

Centar potiska komandnih površina u prisustvu trupa i trupa u prisustvu komandnih površina određuje se na sličan način.

Centar potiska celog projektila određuje se na osnovu donje skice.



$C_{y,zdt}$ ←

Sl. 9.4

a po jednačini:
$$X_{cp} = \frac{C_{y,nosa} X_{cp0} + C_{y,k(t)} X_{cp,k(t)} + C_{y,t(k)} X_{cp,t(k)} + C_{y,u} X_{cp,u} + C_{y,kp(t)} X_{cp,kp(t)} + C_{y,t(kp)} X_{cp,t(kp)} - C_{y,zdt} X_{cp,zdt}}{C_{y,nosa} + C_{y,k(t)} + C_{y,t(k)} + C_{y,u} + C_{y,kp(t)} + C_{y,t(kp)} - C_{y,zdt}}$$

Koeficijent momenta propinjanja za zadani položaj težišta određuju se po formuli

$$m_{z_1} = -C_y \frac{X_{cp} - X_{cg}}{d}$$

9.11

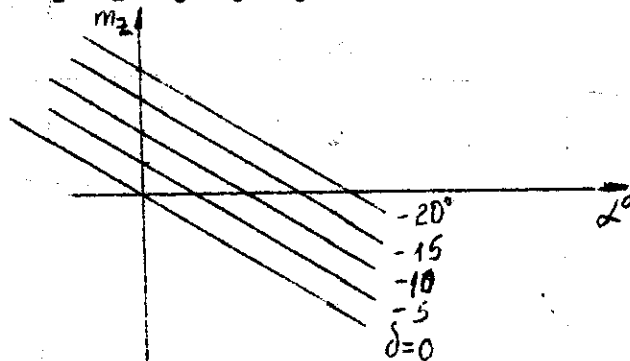
9-d. UZDUŽNA STATIČKA STABILNOST

Kao što je bilo naponenuto koeficijent momenta propinjanja pri pravolinijskom letu može se izraziti u obliku:

$$m_{z_1} = m_{z_1}^L L + m_{z_1}^{\delta} \delta$$

9.12

Kao što se iz gornjeg izraza može videti koeficijent momenta propinjanja je linearna funkcija uglova α i δ



Sl. 9.5

Nagib gornjih pravih prema apscisnoj osi karakteriše veličinu koeficijenta m_z^0 , a rastojanje između njih veličinu m_z^{δ} .

Opiti pokazuju da linearni karakter koeficijenta momenta propinjanja od napadnog ugla postoji samo pri malim vrednostima napadnih uglova, dok se pri većim vrednostima zapaža izrazita nelinearnost koeficijenta propinjanja od napadnog ugla.

U dinamici leta veliki značaj ima statička stabilnost projektila. Stanje ravnoteže svih sila koje deluju na projektil karakterišu se uslovnom da je moment propinjanja projektila ravan nuli.

Izjednačavanjem uzdužnih momenata koji deluju na projektil sa nulom naziva se i trinovanje i takav se let zove - trinovanim letom.

Da bi projektil leteo pod napadnim uglom α neophodno je otkloniti komandne površine za ugao δ da bi se stvorio moment suprotnog znaka koji drži ravnotežu sa momentom nastalim usled napadnog ugla projektila α .

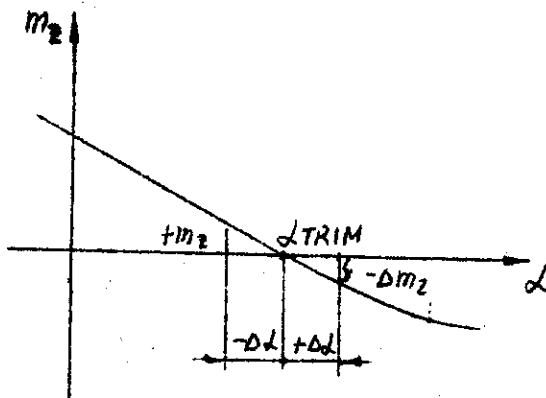
Poznato je da ravnoteža može biti stabilna i nestabilna. U slučaju stabilne ravnoteže projektil, izveden iz ravnotežnog leta - vraća se u početno stanje leta posle prestanka uznenirenja.

U slučaju statički nestabilnog projektila pri ne-

znatnom izvođenju istog iz stanja ravnotežnog leta, projektil se više ne vraća na isti.

Karakter i veličina statičke stabilnosti projektila karakteriše se veličinom i znakom koeficijenta priraštaja momenta propinjanja sa napadnim uglom.

U zavisnosti od nagiba krive $m_z = f(\alpha)$ u oblasti $m_z = 0$ inano tri posebna slučaja statičkog stabiliteta projektila



Sl. 9.6

Kriva na gornjoj skici karakterisana je negativnim nagibom prema apscisnoj osi tj.

$$\left(\frac{\partial m_z}{\partial \alpha}\right)_{\alpha = \alpha_{TRIM}} < 0 \quad 9.13$$

Ako izvedeno projektil iz stanja stacionarnog leta povećavajući ili smanjujući napadni ugao u odnosu na trinovanu vrednost napadnog ugla α_{TRIM} za neku malu veličinu $\Delta \alpha$, te će na projektil delovati aerodinamički moment koji će težiti da poveća napadni ugao ukoliko je $\alpha < \alpha_{TRIM}$ ili da ga smanji ukoliko je $\alpha > \alpha_{TRIM}$, tj. projektil će se uvek vraćati u svoj stacionarni režim leta. To znači da je projektil statički stabilan.

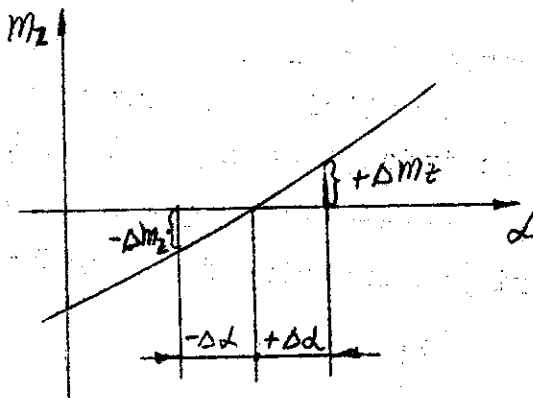
Veličina aerodinamičkog momenta određuje se preko priraštaja koeficijenta momenta

$$\Delta m_z = (m_z)_{\alpha = \alpha_{TRIM}} \Delta \alpha \quad 9.14$$

Ukoliko tangens ugla nagiba momenta krive prema apscisnoj osi pozitivan

$$\left(\frac{\partial m_z}{\partial \alpha}\right)_{\alpha = \alpha_{TRIM}} > 0 \quad 9.15$$

projektil je nestabilan jer se pri otklonu projektila u bilo koju stranu javlja aerodinamički moment koji teži da otklon poveća.



Sl. 9.7

Ukoliko je:

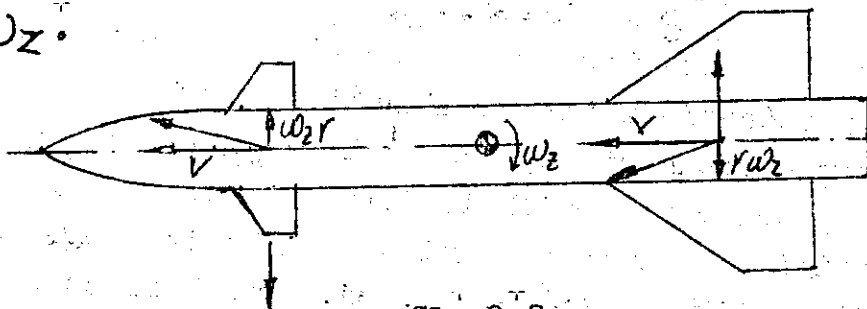
$$\left(\frac{\partial m_z}{\partial \alpha} \right) \alpha = \alpha \cdot TRIM = 0$$

projektil je neutralno stabilan.

9.16

9-0. PRIGUŠNI AERODINAMIČKI MOMENTI

Posmatrajmo projektil koji leti brzinom V i istovremeno rotira oko svoje poprečne ose s ugaonom brzinom ω_z .



Sl. 9.8

Pri rotaciji projektila svaka tačka na projektilu ima dopunsku brzinu koja je upravna na radijus vektor r , koji povezuje centar težišta sa posmatranom tačkom. Dopunska brzina iznosi $\omega_z r$. Usled svega napadni uglovi elemenata projektila razlikuju se od napadnog ugla pri pravolinijskom letu projektila. Promena napadnih uglova elemenata doводи do pojave dopunskih aerodinamičkih sila, koje sa svoje strane stvaraju dopunske aerodinamičke momente.

Monent koji se stvara pri rotaciji projektila oko uzdužne ose ugaonom brzinom ω_z suprostavlja se rotaciji te se s toga naziva prigušenim aerodinamičkim momentom.

Opiti pokazuju da je veličina prigušenog momenta proporcionalna ugaonoj brzini obrtanja projektila.

$$\Delta M_z(\omega_z) = M_z^{\omega_z} \cdot \omega_z \quad 9.17$$

pri čemu je:

$$M_z^{\omega_z} = m_z^{\omega_z} q S d \frac{d}{V} \quad 9.18$$

Parcijalni derivativ $m_z^{\omega_z}$ je uvek negativan.

9-f. PRIGUŠNI MOMENT TRUPA

Pošto skoro celu uzgonsku silu trupa stvara nos trupa, to i dopunsku silu usled rotacije ω_z stvara nos projektila. Predpostavimo da dopunska uzgonska sila deluje u centru potiska nosa. Veličina dopunske uzgonske sile definisana je dopunskim napadnim uglom

$$\Delta \alpha = -57,3 \frac{\omega_z}{V} (x_{cg} - x_{cp \text{ nosa}}) \quad 9.19$$

te je:

$$\Delta V = C_{y \text{ nosa}} \Delta \alpha \frac{1}{2} \rho V^2 S \quad 9.20$$

monent

$$\Delta M_z = \Delta V (x_{cg} - x_{cp \text{ nosa}}) \quad 9.21$$

te je:

$$m_z^{\omega_z} = -57,3 C_{y_n} \frac{(x_{cg} - x_{cp \text{ nosa}})^2}{d^2} \quad 9.22$$

9-g. PRIGUŠENI MOMENT KOMANDNIH POCVRŠINA

Pošto je rastojanje centra potiska komandnih površina do centra težišta projektila veliko, to se dopunski napadni ugao sračunava po obrascu

$$\Delta L = -57,3 \frac{\omega_z}{V} (x_{cg} - x_{epkp}) \quad 9.23$$

Usled promene napadnog ugla menja se i uzgonska sila konandnih površina za veličinu

$$\Delta V = C_{ykp}^{\alpha} K_{kp}(t) \Delta L \frac{1}{2} \rho V^2 S_{kp} \quad 9.24$$

Te je moment:

$$\Delta M_z = \Delta V (x_{cg} - x_{epkp}) \quad 9.25$$

a bezdimenzioni koeficijent priraštaja momenta propinjanja može se izraziti u obliku:

$$m_{zkp}^{\omega_z} = -57,3 C_{ykp}^{\alpha} K_{kp}(t) \frac{S_{kp}}{S_t} \left(\frac{x_{cg} - x_{epkp}}{d} \right)^2$$

Prigušeni moment konandnih površina predstavlja procentualno najveći deo prigušenog momenta projektila, zbog velikog rastojanja konandnih površina od centra težišta projektila.

10. AERODINAMIČKE PRENSNE FUNKCIJE PROJEKTILA

Posmatrajmo sisten diferencijalnih jednačina kretanja projektila koji vrši manevar u vertikalnoj ravni.

$$\left. \begin{aligned} m \frac{dv}{dt} &= P \cos \alpha - X - G \sin \theta \\ mV \frac{d\theta}{dt} &= P \sin \alpha + Y - G \cos \theta \\ I_z \frac{d\omega_z}{dt} &= M_z \end{aligned} \right\} 10.1$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{dv}{dt} &= \omega_z ; \quad \frac{dm}{dt} = -m \sec \\ \theta &= \alpha - \alpha ; \quad \frac{d\alpha}{dt} = V \cos \theta \end{aligned} \right\} 10.2$$

$$\frac{dH}{dt} = V \sin \theta$$

Kao što je poznato, sistem diferencijalnih jednačina naziva se linearnim, ukoliko se u jednačinama ne pojavljuju proizvodi ili viši stepeni od prvog - nepoznate funkcije.

Kad govorimo o linearnom sistemu obično podrazumevano takav sistem koji se sa dovoljnom tačnošću može opisati linearnim diferencijalnim jednačinama.

Gornje diferencijalne jednačine predstavljaju tipičan sistem nelinearnih, nehomogenih diferencijalnih jednačina.

Neophodno je, radi lakšeg rešavanja problema, izvršiti linearizaciju gornjih jednačina.

Neuznemirom putanjon leta nazivamo putanju pri kojoj ne postoje nikakvi slučajni mali poremećaji koji izbacuju projektil iz teorijske putanje leta.

U stvarnosti putanja leta se uvek razlikuje od teorijske presto na projektil deluje čitav niz poremećaja kao što su uzburkanost atmosfere, slučajni nanevar cilja i sl.

Svi ovi faktori utiču na let projektila i možemo smatrati da se let projektila može predstaviti neuznemirom teorijskom putanjon na koju se dodaju dodatna dopunska kretanja projektila nastala kao posledica raznih uznemirenja.

Ukoliko su uznemirenja mala, to se poremećajne putanje malo razlikuju od neuznemirom putanja. Ova mala razlika uznemireno putanje u odnosu na teorijsku neuznemiromu daje mogućnost za linearizaciju diferencijalnih jednačina kretanja projektila.

Radi linearizacije svi kinematski parametri kretanja predstavljeni su u vidu zbira njihove vrednosti pri uznemirenom letu i razlike u odnosu na neuznemiromu vrednost.

$$V(t) = V_*(t) + \Delta V(t)$$

$$\left. \begin{aligned} \Theta(t) &= \Theta_*(t) + \Delta\Theta(t) \\ \omega_z(t) &= \omega_{z*}(t) + \Delta\omega_z(t) \\ \alpha(t) &= \alpha_*(t) + \Delta\alpha(t) \end{aligned} \right\} 10.3$$

Ovde je sa zvezdicom označena vrednost kinematskih veličina pri neuznemirenom kretanju.

Veličina $\Delta V(t)$; $\Delta\Theta(t)$; i $\Delta\alpha(t)$ predstavljaju razliku kinematskih parametara u uznemirenom i neuznemirenom letu.

Na sličan način aerodinamičke momente i sile možemo predstaviti kao zbir odgovarajućih aerodinamičkih sila /ili momenata/ pri neuznemirenom kretanju i malih poremećajnih veličina nastalih usled uznemirenog kretanja projektila.

$$X = X_* + \left(\frac{\partial X}{\partial V}\right)_* \Delta V + \left(\frac{\partial X}{\partial \alpha}\right)_* \Delta \alpha + \left(\frac{\partial X}{\partial \delta}\right)_* \Delta \delta$$

$$Y = Y_* + \left(\frac{\partial Y}{\partial V}\right)_* \Delta V + (Y^{\alpha})_* \Delta \alpha + (Y^{\delta})_* \Delta \delta$$

$$\begin{aligned} M_z &= M_{z*} + \left(\frac{\partial M_z}{\partial V}\right)_* \Delta V + (M_z^{\alpha})_* \Delta \alpha + \\ &+ (M_z^{\omega_z})_* \Delta \omega_z + (M_z^{\alpha})_* \Delta \alpha + (M_z^{\delta})_* \Delta \delta \end{aligned} \quad 10.4$$

Ukoliko jednačine 10.3 i 10.4 stavimo u jednačine 10.1 i radi kratkoće obeležavanja stavimo da je:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_* = P^V \quad ; \quad \left(\frac{\partial X}{\partial V}\right)_* = X^V \quad 10.5$$

i stavimo da su poremećaji ravni nuli dobijaju se jednačine neuznemirenog kretanja projektila. Ako od jednačina koje predstavljaju uznemireno kretanje projektila oduzemo jednačinu stacionarnog leta dobićemo jednačine poremećajnog kretanja u obliku:

$$\frac{d\Delta V}{dt} = \frac{P^V - X^V}{m} \Delta V + \frac{P^{\alpha} - X^{\alpha}}{m} \Delta \alpha - g \cos \Theta \Delta \Theta - \frac{X^{\delta}}{m} \Delta \delta$$

$$\frac{d\Delta \Theta}{dt} = \frac{P^{\alpha} - Y^{\alpha}}{mV} \Delta V + \frac{P + Y^{\alpha}}{mV} \Delta \alpha + \frac{g \sin \Theta}{V} \Delta \Theta + \frac{Y^{\delta}}{mV} \Delta \delta$$

$$\frac{d\Delta\omega_z}{dt} = \frac{M_z^v}{I_z} \Delta V + \frac{M_z^L}{I_z} \Delta \alpha + \frac{M_z^{\omega_z}}{I_z} \Delta \omega_z + \frac{M_z^{\dot{\alpha}}}{I_z} \Delta \dot{\alpha} + \frac{M_z^{\delta}}{I_z} \Delta \delta$$

$$\frac{d\Delta U}{dt} = \Delta \omega_z \quad ; \quad \Delta \alpha = \Delta U - \Delta \Theta$$

10.6

$$\frac{d\Delta X}{dt} = \cos \Theta \cdot \Delta V - V \sin \Theta \cdot \Delta \Theta$$

$$\frac{d\Delta H}{dt} = \sin \Theta \cdot \Delta V + V \cos \Theta \cdot \Delta \Theta$$

U gornjim jednačinama se kao promenljivi parametri pojavljuju $V, \Theta, \omega_z, U, H, \alpha, X$

Pri projektovanju autopilota neophodno je poznavati svojstva projektila kao objekta.

Dinamička svojstva projektila, kao objekta regulisanja karakterišu se promenljivim kretanjem nastalim usled otklona komandnih površina. Često se ta svojstva nazivaju osobinama upravljivosti i stabilnosti leta projektila. Pod upravljivošću projektila podrazumeva se njegova sposobnost da odgovori na otklon komandnih površina odgovarajućom izmenom parametra kretanja /napadnog ugla, ugla propinjanja, nagiba putanje/ i dr.

Stabilnost leta projektila karakterisan je karakterom izmene veličina $\Delta V, \Delta \Theta, \Delta U, \Delta \alpha$ itd. sa vremenom. Ukoliko se sve gore pobrajane kinematske veličine pri porastu vremena smanjuju projektil je stabilan; nasuprot ukoliko samo neka od njih raste projektil je nestabilan.

Radi uprošćenog pisanja jednačine 10.6 uvedimo sledeće oznake:

$$a_{00} = \frac{X^v - P^v}{m} \left[\frac{1}{\text{sec}} \right] ; a_{02} = \frac{X^L + P^L}{mV} \left[\frac{m}{\text{sec}^2} \right]$$

$$a_{03} = \frac{X^{\delta}}{m} \left[\frac{m}{\text{sec}^2} \right] ; a_{04} = g \cos \Theta \left[\frac{m}{\text{sec}^2} \right]$$

$$a_{10} = -\frac{M_z^v}{I_z} \left[\frac{1}{m \text{sec}^2} \right] ; a_{40} = \frac{P^L + Y^v}{mV} \left[\frac{1}{m} \right]$$

Koeficijent

$$\alpha_{11} = - \frac{M_z^{\omega_z}}{I_z} = - \frac{m_z \omega_z \frac{1}{2} \rho V^2 S d}{I_z} \frac{d}{V}$$

karakteriše aerodinamičko prigušenje projektila.

Koeficijent

$$\alpha_{12} = - \frac{M_z^l}{I_z} = \frac{-57,3 m_z^l \frac{1}{2} \rho V^2 S d}{I_z}$$

karakteriše statički stabilitet projektila

Koeficijent

$$\alpha_{13} = - \frac{M_z^{\delta}}{I_z} = \frac{-57,3 m_z^{\delta} \frac{1}{2} \rho V^2 S d}{I_z}$$

predstavlja efektivnost komandi visine.

Koeficijent

$$\alpha_{22} = \frac{Y^l + P}{m V} = \frac{57,3 C_y^l \frac{1}{2} \rho V^2 S + P}{m V}$$

karakteriše priraštaj ugaone brzine tangente na putanju pri otklonu napadnog ugla za jedinicu

$$\alpha_{23} = \frac{Y^{\delta}}{m V} = \frac{57,3 C_y^{\delta} \frac{1}{2} \rho V^2 S}{m V}; \quad \alpha_{24} = \frac{g}{V} \sin \theta$$

$$\alpha_{12}^l = \frac{M_z^l}{I_z} = \frac{m_z^l \frac{1}{2} \rho V^2 S d}{I_z} \frac{d}{V}$$

Uvodeći gornje oznake u jednačine 10.6 dobijamo

$$\frac{d \Delta V}{dt} + \alpha_{200} \Delta V + \alpha_{202} \Delta l + \alpha_{203} \Delta \delta + \alpha_{204} \Delta \theta = 0$$

$$\alpha_{201} \Delta V + \frac{d \Delta \omega_z}{dt} + \alpha_{11} \Delta \omega_z + \alpha_{12} \Delta l + \alpha_{12}^l \frac{d \Delta l}{dt} + \alpha_{13} \Delta \delta$$

$$+ \alpha_{240} \Delta V + \alpha_{242} \Delta l + \alpha_{243} \Delta \delta + \alpha_{244} \Delta \theta - \frac{d \Delta \theta}{dt} = 0$$

$$- \Delta \omega_z + \frac{d \Delta \vartheta}{dt} = 0; \quad \Delta l + \Delta \theta - \Delta \vartheta = 0$$

Kao što se iz opita može zaključiti let projektila definišu kratkoperiodne i dugoperiodne oscilacije.

Pošto se brzina leta u vremenskom intervalu u

koné se posmatra stabilnost leta i odgovor projektila na datu komandu mala manja to se u gornjim jednačinama može zanemariti prva jednačina za promenu aksijalne brzine, a u ostalim jednačinama članovi uz te dobijamo:

$$\frac{d^2 \Delta V}{dt^2} + a_{11} \frac{d \Delta V}{dt} + a_{12} \Delta \alpha + a'_{12} \frac{d \Delta \alpha}{dt} + a_{13} \Delta \delta = 0$$

$$\frac{d \Delta \theta}{dt} - a_{42} \Delta \alpha - a_{43} \Delta \delta - a_{44} \Delta \theta = 0 \quad 10.8$$

$$\Delta V - \Delta \theta - \Delta \alpha = 0 \quad \text{za } \theta = 0 \quad a_{44} = 0$$

Pošto je uzgonska sila koju stvaraju komandne površine mala u odnosu na uzgonsku silu krila te se može zanemariti član a_{43} kao mala veličina.

Da bi dobili prenosne funkcije projektila koristeći se Laplas-ovom transformacijom, jednačine 10.8. dobijamo u obliku:

$$\begin{aligned} p(p + a_{11})V + (pa'_{12} + a_{12})\alpha &= -a_{13}\delta \\ p\theta - a_{42}\alpha &= 0 ; \quad V - \theta - \alpha = 0 \end{aligned} \quad 10.9$$

Rešavajući gornji sistem jednačina aerodinamičke prenosne funkcija projektila dobijamo u obliku:

Aerodinamska prenosna funkcija ugla propinjanja u odnosu na otklon komandne površine

$$\frac{V(p)}{\delta(p)} = K \frac{T_1 p + 1}{p[T^2 p^2 + 2\zeta T p + 1]} \quad 10.10$$

Aerodinamska prenosna funkcija elevacionog ugla u odnosu na otklon komandne površine

$$\frac{\theta(p)}{\delta(p)} = K \frac{1}{p[T^2 p^2 + 2\zeta T p + 1]} \quad 10.11$$

Aerodinamska prenosna funkcija napadnog ugla u odnosu na otklon komandne površine

$$\frac{\alpha(p)}{\delta(p)} = K T_1 \frac{1}{T^2 p^2 + 2\zeta T p + 1} \quad 10.12$$

Aerodinamska prenosna funkcija normalnog ubrzanja u odnosu na otklon komandne površine

$$\frac{R_y(p)}{\delta(p)} = K \frac{V}{g} \frac{1}{T^2 p^2 + 2\zeta T p + 1}$$

pri čemu je faktor pojačanja

$$K = \frac{-a_{13}a_{42}}{a_{12} + a_{11}a_{42}} \approx \frac{-a_{13}a_{42}}{a_{12}} = -\frac{m_z^s}{m_z^d} \frac{p+y^d}{mV} \left[\frac{1}{\text{sec}} \right]$$

$$K \frac{V}{g} \approx -\frac{m_z^s}{m_z^d} \frac{p+V^d}{G}$$

vrenenska konstanta

$$T_1 = \frac{1}{a_{42}} [\text{sec}] = \frac{mV}{57,3 C_y \frac{1}{2} \rho V^2 S + P}; \quad K T_1 \approx -\frac{a_{13}}{a_{12}} = -\frac{m_z^s}{m_z^d}$$

Rešavajući karakterističnu jednačinu sistema

$$T^2 p^2 + 2 \xi T p + 1 = 0$$

dobijamo rešenje

$$p_{1/2} = \frac{1}{T} \left(-\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1} \right)$$

pri čemu su:

$$T = \frac{1}{\sqrt{a_{12}a_{11}a_{42}}} = \sqrt{a_{12}} = \sqrt{\frac{-I_z}{57,3 (X_{c9} - X_{cp}) C_y \frac{1}{2} \rho V^2 S}}$$

i predstavlja vrenensku konstantu projektila koja definiše nepriugušenu prirodnu frekvenciju istog.

Faktor prigušenja definisan je izrazom:

$$\xi = \frac{a_{11} + a_{12} + a_{42}}{2\sqrt{a_{12}a_{11}a_{42}}} \approx \frac{1}{2} \left(\frac{p+y^d}{mV} - \frac{M_z^{\omega_z} + M_z^d}{I_z} \right) \left(\sqrt{\frac{-M_z^d}{I_z}} \right)$$

Ukoliko je faktor prigušenja $\xi < 1$ to su koreni karakteristične jednačine kompleksno konjugovani

$$p_{1/2} = \frac{1}{T} \left(-\xi \pm i \sqrt{1 - \xi^2} \right)$$

i prelazni proces je oscilatoran.

Ukoliko je faktor prigušenja $\xi > 1$ koreni karakteristične jednačine su stvarni i prelazni proces je aperi-odičan.

U slučaju stacionarnog leta inamo da je $p=0$ te

$$\text{je: } K = \left(\frac{\dot{y}}{\delta} \right)_{ust.re} = \left(\frac{\dot{\theta}}{\delta} \right)_{ust.re} \left[\frac{1}{\text{sec}} \right] \quad 10.14$$

te K i $K \frac{V}{g}$ karakteriše manevarske osobine projektila, jer odredjuju veličinu ugaone brzine \dot{y} i $\dot{\theta}$ pri otklonu konan-dnih površina.

Pošto je normalno ubrzanje u vertikalnoj ravni definisano izrazom

$$n_y = \frac{P 57,3 + Y}{G} \quad 10.15$$

dobijamo da je: $\frac{q}{V} n_y = \frac{P + Y^2}{mV} \Delta + \frac{Y^2}{mV} \delta$ 10.16

te se može dobiti da je koeficijent normalnog ubrzanja definisan izrazom $n_y = \frac{Y}{q} \dot{\Theta}$ 10.17

Faktor pojačanja prenosne funkcije K predstavlja važnu dinamičku karakteristiku projektila.

Tako naprimer koeficijent pojačanja K daje vezu između otklona komandne površine i ugaone brzine promene pravca leta projektila

$$\Delta \Theta_{ust. rež} = K \Delta \delta$$
 10.18

Ukoliko je K veće, veće su manevarske sposobnosti projektila.

Pri otklonu komandnih površina za ugao $\Delta \delta$, posle prestanka prelaznog procesa javlja se koeficijent normalnog ubrzanja

$$\Delta n_{y ust. rež} = K \frac{V}{q} \Delta \delta$$
 10.19

Očevidno je da je maksimalno moguće normalno ubrzanje koje se može dobiti ravno

$$n_y \text{ raspoloživo} = K \frac{V}{q} \delta_{max}$$
 10.20

Da bi obezbedili dovoljan stepen upravljivosti poželjno je da se koeficijenti K i $K \frac{V}{q}$ što manje menjaju.

Zanemarujući uticaj potisne sile dobijamo:

$$K \frac{V}{q} \approx -57,3 C_Y \frac{m_z \delta}{m_z^2} \frac{\frac{1}{2} \rho V^2 S}{G} = \frac{57,3 m_z \frac{1}{2} \rho V^2 S}{X_{cp} - \bar{X}_{cp} G}$$

11. PRELAZNI PROCESI PRI STEPENASTOM OTKLONU KOMANDNIH POVRŠINA

Usled stepenastog otklona komandnih površina projektil zauzima posle isteka prelaznog procesa, novi ravnotežni položaj koji odgovara datom otklonu komandnih površina.

Aerodinamičke prenosne funkcije promene elevacionog ugla, napadnog ugla i koeficijenta normalnog ubrzanja no-

$x(p)$

ženo izraziti u obliku: $\frac{X(p)}{\delta(p)} = \frac{K}{T^2 p^2 + 2\zeta T p + 1}$ 11.

pri čemu je X bilo koja od veličina θ, ω, n_y

- δ - otklon komandnih površina
- K - faktor pojačanja prenosne funkcije
- T - vrenenska konstanta sistema
- ζ - faktor prigušenja oscilacije

Prenosnu funkciju 11.1 možemo izraziti u obliku diferencijalne jednačine

$$(T^2 p^2 + 2\zeta T p + 1) X = K \delta \quad 11.2$$

Gornja jednačina predstavlja nehomogenu diferencijalnu jednačinu.

Opšte rešenje sastoji se iz opšteg rešenja homogene diferencijalne jednačine

$$(T^2 p^2 + 2\zeta T p + 1) X = 0$$

i parcijalnog rešenja diferencijalne jednačine 11.2.

Opšte rešenje predstavljeno je korenima karakteristične jednačine

$$T^2 \lambda^2 + 2\zeta T \lambda + 1 = 0$$

koji glase

$$\lambda_{1/2} = \frac{-\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1}}{T} \quad 11.3$$

Opšte rešenje jednačine 11.2 dato je u obliku:

$$X = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} + K \quad 11$$

pri čemu su C_1 i C_2 konstante koje se određuju iz početnih uslova.

11-a. OSCILATORNI PRELAZNI PROCES

Ukoliko je prigušni faktor $\zeta < 1$

$$d_{12} > \frac{(d_{11} + d_{12} + d_{22})}{4} - d_{11} d_{22} \quad 11$$

dobijamo oscilatorni prelazni proces. Oscilatorni proces dobija se u slučaju kad a je statički stabilitet projektila veći u odnosu na prigušenje.

Uvrštavajući korene

$$\lambda_{1/2} = \frac{1}{T} (-\xi \pm i\sqrt{1-\xi^2}) \quad 11.6$$

u jednačini 11.4 dobijano

$$\frac{x}{k \cdot g} = 1 - \frac{e^{-\frac{\xi}{T} t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \cos\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T} t - \varphi_1\right) \quad 11.7$$

gde je:

$$\tan \varphi_1 = \xi (1-\xi^2)^{-\frac{1}{2}} \quad 11.8$$

Pošto je realni deo korena negativan to su oscilacije prigušne a koeficijent ξ/T predstavlja koeficijent prigušenja. Ukoliko je koeficijent veći slobodne oscilacije projektila se brzo prigušuju.

Koeficijent prigušenja može se izraziti u obliku:

$$\frac{\xi}{T} = \frac{1}{2} \left(-\frac{M_z^{\omega_z} + M_z^{\dot{\omega}_z}}{I_z} + \frac{Y^k + P}{mV} \right) \quad 11.9$$

Analizom gornjeg izraza možemo primetiti da stepen statičke stabilnosti ne utiče na prigušenje nje slobodnih oscilacija projektila.

Ugaona brzina slobodnih oscilacija iznosi:

$$\omega = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T} = \sqrt{a_{12} a_{11} a_{42} - \frac{1}{4} (a_{11} + a_{12}' + a_{42})^2} \quad \left[\frac{\text{rad}}{\text{sec}} \right]$$

Na učestanost slobodnih oscilacija najveći uticaj ima koeficijent statičke stabilnosti projektila a_{12} . Pri povećanju statičke stabilnosti slobodna učestanost oscilacija raste.

U slučaju kada je prigušenje ravno nuli dobijano nepriгуšenu prirodnu frekvenciju projektila

$$\omega_c = \sqrt{a_{12} + a_{11} a_{42}} = \frac{1}{T} \quad \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \quad 11.11$$

Sopstvena učestanost projektila određuje se formulom:

$$f = \frac{\omega_c}{2\pi} \quad \frac{c}{\text{sec}} \quad 11.12$$

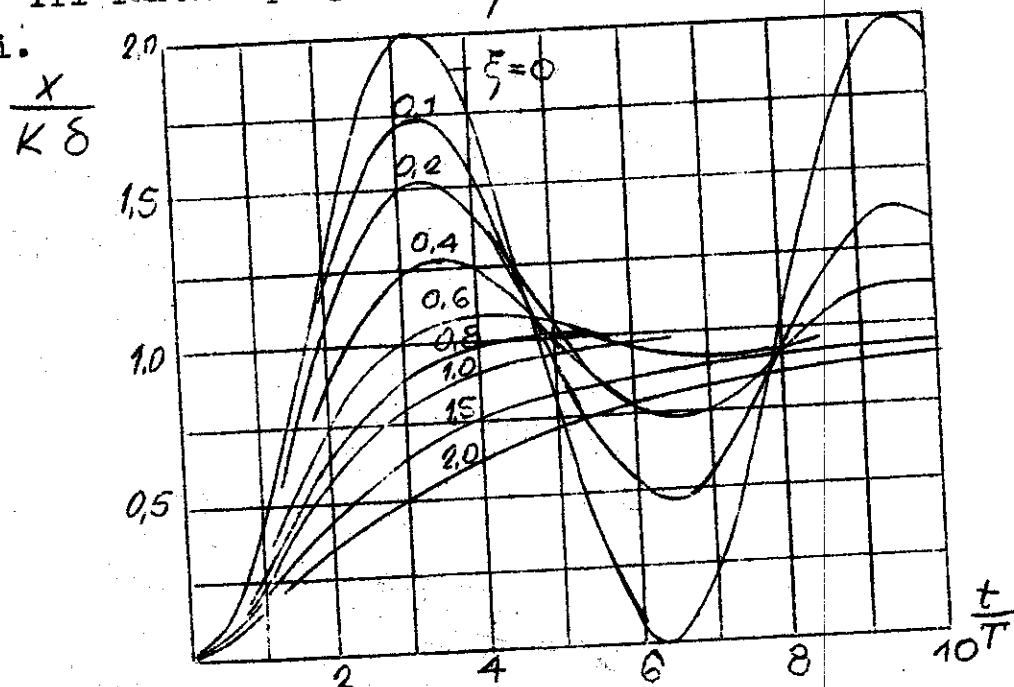
$$f \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{-57.3 m^2 \frac{1}{2} P V^2 S d'}{I_z}} \quad 11.13$$

Kao što se iz gornjeg izraza može videti i prirodna frekvencija zavisi od momenta inercije, stepena statičkog stabiliteta i brzine i visine leta.

11-b. VREME TRAJANJA PRELAZNOG PROCESA

Na donjoj skici dat je karakter prelaznog procesa sa u funkciji vremena za različite vrednosti koeficijenta prigušenja.

Pri faktoru prigušenja $\xi = 0,75$ prelazni proces je najkraći.



Vreme regulisanja definisano je vremenom za koje se oscilacija smanje na vrednost manju od 5%.

Pri datoj vrednosti ξ vreme regulisanja obrnuto je proporcionalno neprigušenoj sopstvenoj učestanosti projektila.

Pri $\xi = 0,75$ vreme regulisanja je približno

$$t_p \approx 3T \approx \frac{3}{\omega_c}$$

11.12

11-c. VELIČINA PREBAČAJA

Pri koeficijentu prigušenja $\xi > 1$ nema prebačaja u odnosu na stacionarni režim leta.

Odredimo veličinu prebačaja pri koeficijentu prigušenja $\xi < 1$

Posmatrana veličina može se izraziti u obliku:

$$X = X_{st} rez \left[1 - e^{-\frac{\xi}{T}t} \left(\cos \omega t + \frac{\xi}{\omega T} \sin \omega t \right) \right] \quad 11$$

Maksimalna vr ednost prebačaja u prelaznom procesu biće pri uslovu $\dot{X} = 0$ tj. pri: $t = \frac{G}{\omega}$ i iznosi:

$$X_{max} = X_{st. rez} \left(1 + e^{-\frac{G}{T\omega}} \right) \quad 11.16$$

Veličina prebačaja definiše se izrazom:

$$X_{preb} = X_{max} - X_{st. rez} \quad 11.17$$

Procentualni prebačaj definisan je izrazom:

$$\sigma = \frac{X_{max} - X_{st. rez}}{X_{st. rez}} \quad 11.18$$

Pri stepenastom otklonu komandnih površina inano:

$$\sigma = e^{-\frac{G}{T\omega}} = e^{-\frac{G\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \quad 11.19$$

Kao što se može videti prebačaj zavisi samo od koeficijenta prigušenja. Kod projektila veličina prigušenja se kreće oko 0,2 te prebačaj iznosi oko 50%.

12. BALISTIČKA I PRAVOLINIJSKA PUTANJA PROJEKTILA

Jednačine kretanja projektila u vertikalnoj ravni noženo izraziti u obliku:

$$m \frac{dV}{dt} = P \cos \alpha - X - G \sin \theta$$

$$mV \frac{d\theta}{dt} = P \sin \alpha + Y - G \cos \theta$$

$$\frac{dx}{dt} = V \cos \theta ; \quad \frac{dH}{dt} = V \sin \theta$$

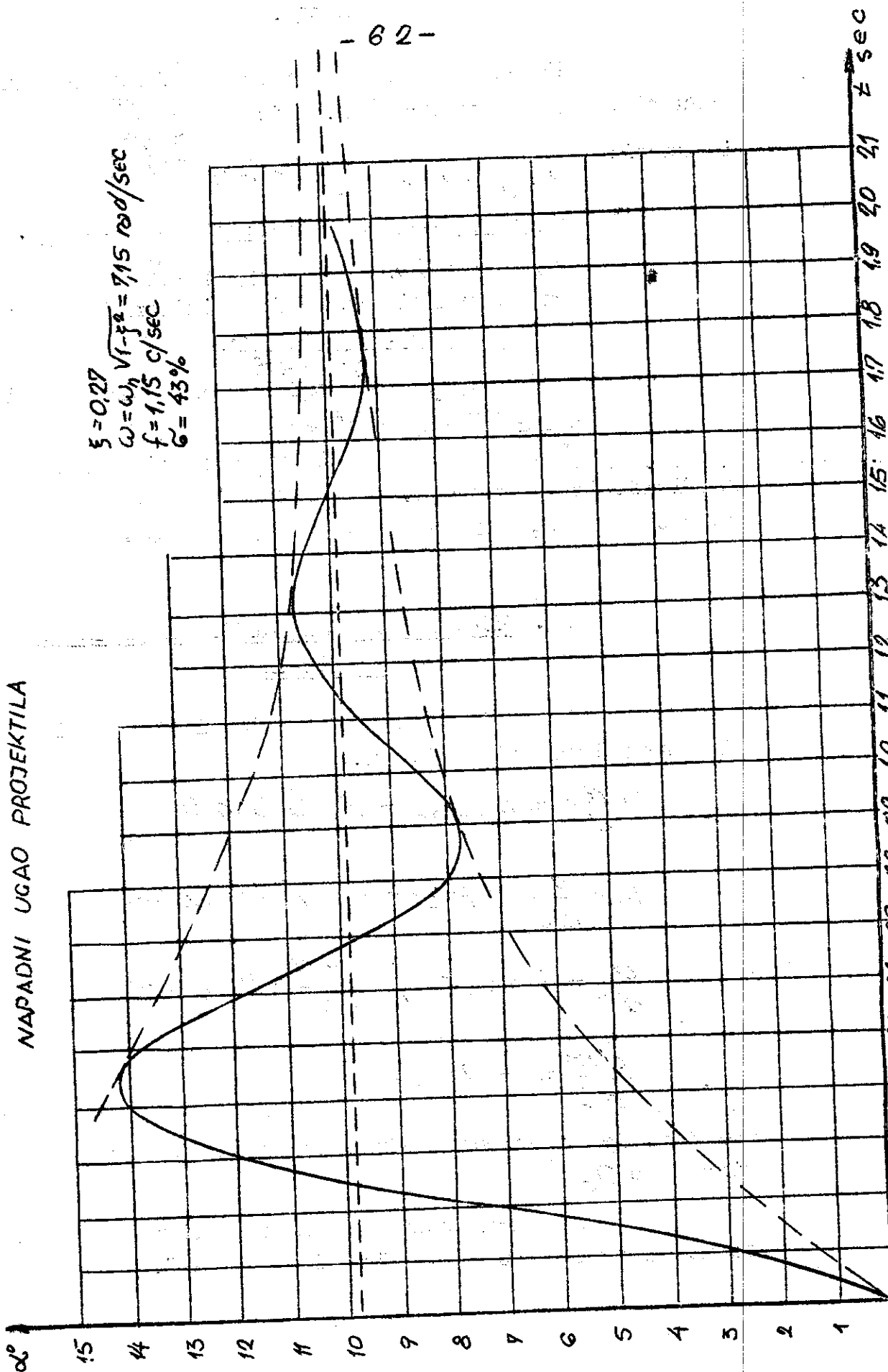
$$\frac{dm}{dt} = -m \sec$$

12.1

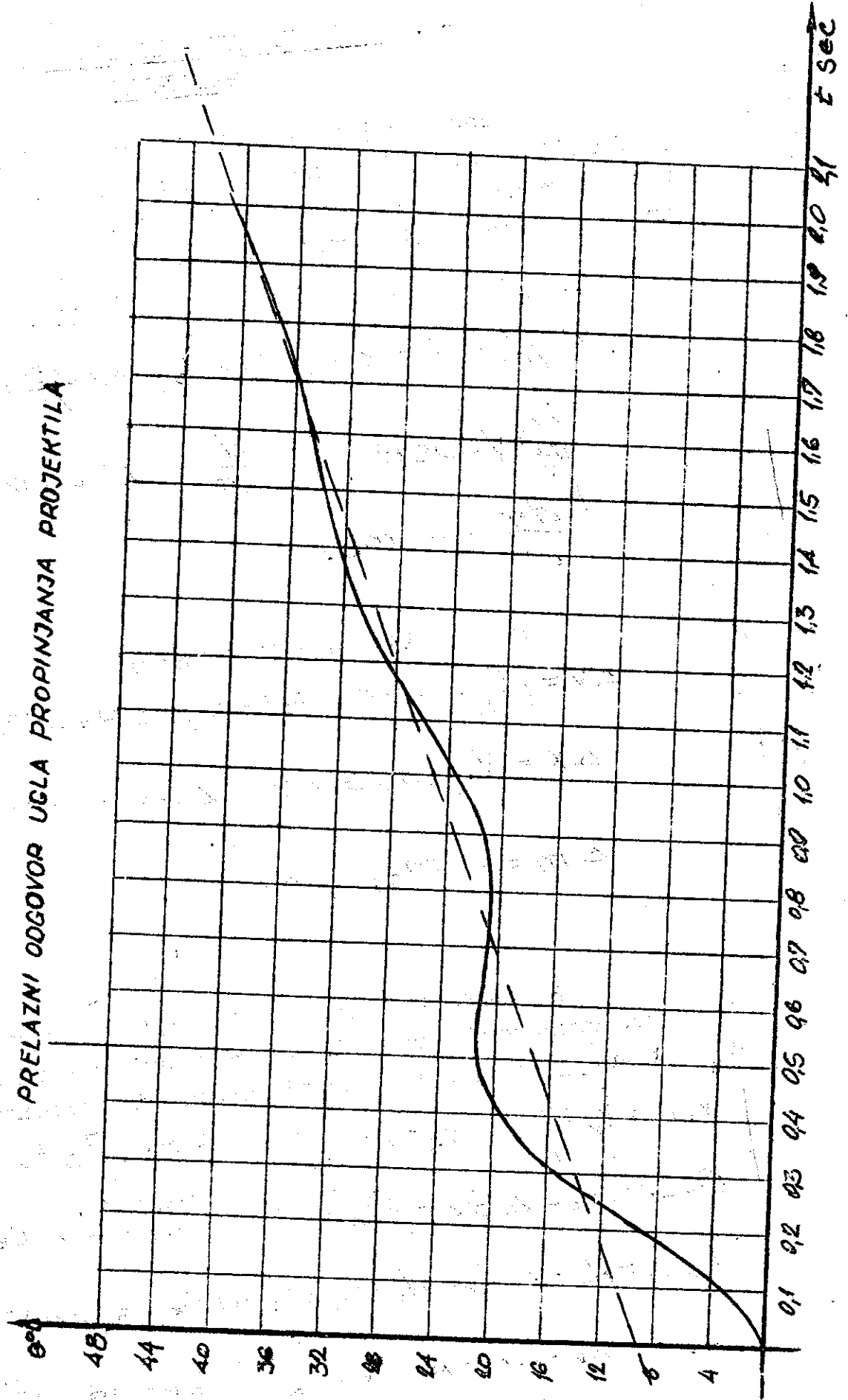
pri čemu je zanemarena jednačina obrtanja projektila oko težišne ose Oz_1 .

Pri proračunu putanje u vertikalnoj ravni služimo se metodom proračunavanja "korak po korak".

NAPADNI UGAO PROJEKTILO



PRELAZNI ODGOVOR UGLA PROPINJANJA PROJEKTILA



12-a. NEUPRAVLJIVI - IDEALNO STABILISANI
PROJEKTIL

Posmatrajmo balistički let idealno stabilisanog projektila koji leti sa napadnim uglom nula, kod koga je i ugaona brzina obrtanja $\dot{\theta}$ takodje mala. U tom slučaju nomen-tna jednačina će biti zadovoljena na svakoj tački na putanji.

Jednačine 12.1 svode se na oblik:

$$\left. \begin{aligned} m \frac{dV}{dt} &= P - X - G \sin \theta; \quad mV \frac{d\theta}{dt} = -G \cos \theta \\ \frac{dx}{dt} &= V \cos \theta \quad ; \quad \frac{dH}{dt} = V \sin \theta \\ \frac{dm}{dt} &= -m \epsilon c \end{aligned} \right\} 12.2$$

Integracija se vrši računski

$$\left. \begin{aligned} \Delta V &= \left[\frac{P-X}{m} - g \sin \theta \right] \Delta t; \quad \Delta \theta = -57,3 \frac{g \cos \theta}{V} \Delta t \\ \Delta X &= V_k \cos \theta \Delta t; \quad \Delta H = V_k \sin \theta \Delta t \\ \Delta m &= -m \epsilon c_k \Delta t \end{aligned} \right\} 12.3$$

Sabirajući dobivene priraštaje sa prethodnim vrednostima datih veličina dobijamo vrednosti parametara V, θ, H, m u momentu t_{k+1} na osnovu poznatih vrednosti u momentu t_k .

$$\left. \begin{aligned} V_{k+1} &= V_k + \Delta V_k = V_k + \left[\frac{P-X_k}{m_k} - g \sin \theta_k \right] \Delta t_k \\ \theta_{k+1} &= \theta_k + \Delta \theta_k = \theta_k - 57,3 \frac{g \cos \theta_k}{V_k} \Delta t_k \\ H_{k+1} &= H_k + \Delta H_k = H_k + V_k \Delta t_k \sin \theta_k + \frac{1}{2} (a_k) \Delta t_k^2 \sin \theta_k \\ X_{k+1} &= X_k + \Delta X_k = X_k + V_k \Delta t_k \cos \theta_k + \frac{1}{2} a_k \Delta t_k^2 \cos \theta_k \end{aligned} \right\} 12.4$$

Proračun ponavljano korak po korak i tako proračunavano željenu balističku putanju.

12-b. LET PROJEKTILA PO PRAVOLINIJSKOJ PUTANJI U VERTIKALNOJ RAVNI

Integraciju jednačina 12.3 vršimo na sličan način. Pri pravolinijskom letu projektila imamo da je

$\theta = \text{const.}$ Jednačine 12.1 svode se na oblik:

$$m \frac{dV}{dt} = P \cos \alpha - X - G \sin \theta ; 0 = P \sin \alpha + Y - G \cos \theta \quad 12.5$$

Poznavajući u momentu t_k parametre $V_k, \theta_k, H_k, X_k, m_k, \alpha_k$ sračunavamo veličine

$$a_k = \frac{1}{m_{k-1}} [P \cos \alpha_{k-1} - X_{k-1} - G_{k-1} \sin \theta] ; V_k = V_{k-1} + a_k \Delta t_k$$

$$X_k = X_{k-1} + V_{k-1} \Delta t_k \cos \theta + \frac{1}{2} a_k \Delta t_k^2 \cos \theta \quad 12.6$$

$$H_k = H_{k-1} + V_{k-1} \Delta t_k \sin \theta + \frac{1}{2} a_k \Delta t_k^2 \sin \theta$$

$$C_{y_k} = \frac{1}{\frac{1}{2} \rho_k V_k^2 \frac{d^2 G}{4}} [G_k \cos \theta - P \sin \alpha_{k-1}]$$

Poznavajući vrednost uzgona trinovanog leta iz dijagrama $C_y = f(\alpha)_{\text{trim}}$ nalazimo trinovanu vrednost napadnog ugla α_{trim} a za datu vrednost iz dijagrama $C_x = f(\alpha)$ odgovarajuću vrednost koeficijenta otpora projektila.

Pošto je utrošak goriva u jedinici vremena raketnih motora poznat to se promena mase projektila računa po obrascu:

$$m_{k+1} = m_k - m_{\text{sec}} \Delta t_k \quad 12.7$$

Koeficijent maksimalnog normalnog ubrzanja koji projektil može da razvije u datom momentu sračunava se po obrascu:

$$n_{y_k} = \frac{\left(\rho \frac{d^2}{57.3} + V_k \right)_{\text{trim. max}}}{G_k} \quad 12.8$$

13. VODJENJE PROJEKTILA METODOM TRIJU TAČAKA

Vodjeni projektil bilo kog tipa ima za zadatak da uništi cilj, te se kao zadatak sistema za navodjenje po-

stavlja obezbedjenje što tačnijeg pogadjanja.

Pošto se projektilom može upravljati, to u principu postoji beskonačni broj raznih putanja, koje bi obezbedile pogadjanje cilja. Potrebno je iz mnoštva mogućih putanja izabrati tu, koja pri odredjenim uslovima obezbedjuje pogodak. Pri izboru putanje treba voditi računa ne samo o verovatnoći pogadjanja cilja nego i o nizu drugih činilaca kao što su: najkraće vreme leta, maksimalna ugaona brzina, maksimalno normalno ubrzanje, stabilnost leta i dr. Svi ovi činioci imaju bitnog uticaja na projektovanje i izbor načina vođenja.

Na taj način, putanja leta projektila nije proizvoljna već je odredjena usvojenim načinom vođenja. S kinematske tačke gledišta metoda navođenja odredjuje teorijsku putanju leta projektila.

Linija koja spaja cilj sa projektilom naziva se linijom gledanja /viziranja/.

Pronena pravca linije projektil - cilj ulazi u petlju navođenja kao kinematska prenosna funkcija. Step en uticaja kinematske prenosne funkcije na navođenje zavisi od rastojanja izmedju projektila i cilja. Pri velikom rastojanju ni kretanje cilja ni kretanje projektila ne utiču bitno na pronenu ugaone brzine obrtanja linije viziranja. Na malim međusobnim rastojanjima uticaj kinematske prenosne funkcije sve više raste i male promene pravca kretanja projektila ili cilja mogu dovesti do jakih promena pravca leta projektila, što sa svoje strane traži velike otklone komandnih površina, velika normalna ubrzanja, prelazne procese i može dovesti projektil i u režim nestabilnog leta, ukoliko je aerodinamika projektila nelinearna.

METODA TRIJU TAČAKA

predstavlja način vođenja projektila po krivolinijskoj putanji pri čemu se projektil uvek nalazi na liniji koja spaja cilj sa okom strelca. U tom slučaju strelac uvek vidi projektil izmedju sebe i cilja. Linija viziranja koja spaja tri tačke: cilj, projektil i oko strelca svo vreme se

prenešta u prostoru usled kretanja cilja.

Zadatak operatera svodi se na održavanje konture projektila na konturi cilja za sve vreme leta projektila do sudara.

Posmatraćeno samo kretanje projektila u horizontalnoj ravni.

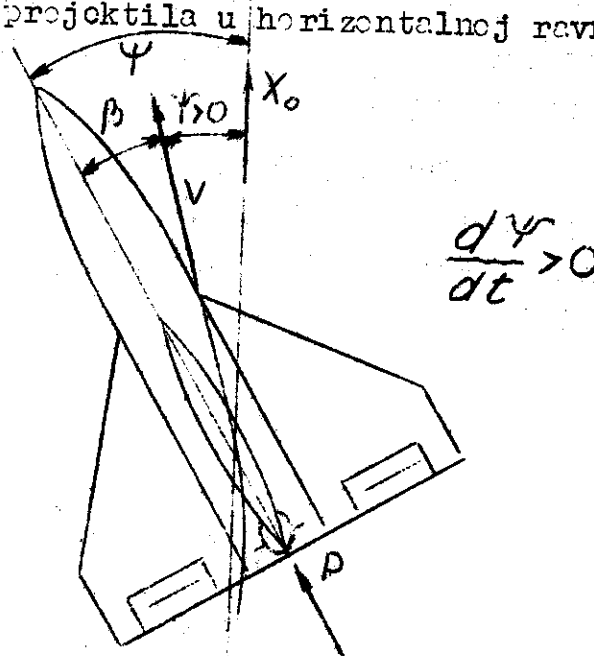
Kao što je već ranije rečeno opšte kretanje projektila sastoji se iz uzdužnog i poprečnog kretanja pri čemu postoji uzajamna zavisnost između ta dva kretanja.

Kretanje projektila u vertikalnoj ravni možemo proučavati potpuno nezavisno od poprečnog kretanja ukoliko se let odigrava samo u jednoj vertikalnoj ravni.

Pri analizi poprečnog kretanja projektila ne možemo isključiti iz posmatranih jednačina veličine ψ . Iz ovog izlazi da je pri proučavanju poprečnog kretanja projektila neophodno približnim metodom odrediti promenu parametara uzdužnog kretanja koje ulaze u jednačine poprečnog kretanja.

Iz ovog izlazi da uzdužno kretanje uvek utiče na poprečno.

Kretanje projektila u horizontalnoj ravni prikazano je na donjoj slici.



Sl. 13.1

Diferencijalne jednačine poprečnog kretanja projektila možemo izraziti u obliku

$$m \frac{dV}{dt} = P \cos \beta - X ; 0 = P \frac{d}{57,3} + Y - G$$

$$-mV \frac{d\gamma}{dt} = \left(-P \frac{\beta}{57,3} + Z\right) 57,3 ; I_y \frac{d\omega_y}{dt} = M_y$$

$$\vartheta = \Theta + \alpha = \alpha \quad \text{za } \Theta = 0$$

13.1

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{1}{\cos \vartheta} \omega_y = \frac{1}{\cos \alpha} \omega_y \approx \omega_y \quad \gamma = \psi - \beta$$

$$\frac{dx}{dt} = V \cos(\gamma - \chi) \quad \frac{dx}{dt} = V \cos \gamma ; \frac{dz}{dt} = -V \sin \gamma$$

$$C_z^{\beta} = -C_y^{\alpha} ; C_z^{\delta} = -C_y^{\delta}$$

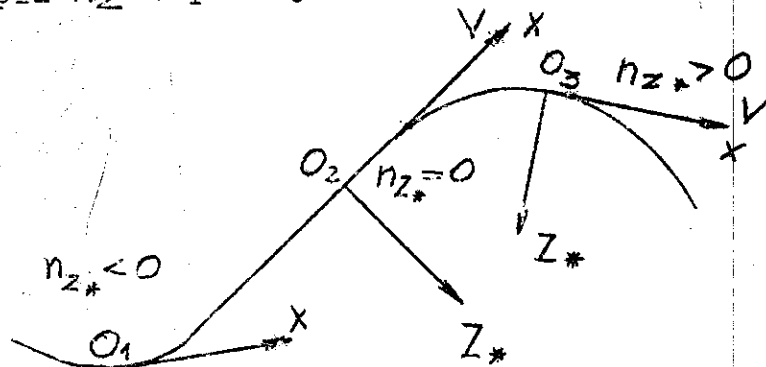
Koeficijent bočnog opterećenja određen je izrazom

$$n_z = \frac{-P \frac{\beta}{57,3} + Z}{Q}$$

13.2

Kao što je poznato ugaona brzina tangente na putanji određena je koeficijentom bočnog ubrzanja. Ukoliko je veće bočno ubrzanje n_z utoliko je veća ugaona brzina tangente na putanju.

Pri $n_{z*} > 0$ krivina putanje je usmerena u desno; tj. u pravcu desnog krila, pri $n_{z*} < 0$ krivina putanje je uperena u levo a pri $n_z = 0$ putanja u horizontalnoj ravni je pravolinijska

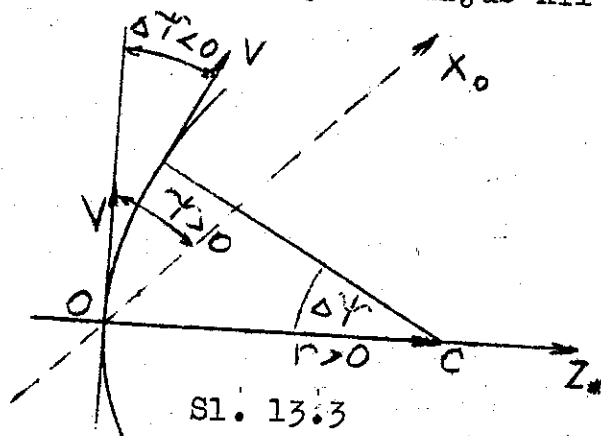


Sl. 13.2

$$n_{z*} = -\frac{V}{g} \frac{d\gamma}{dt}$$

13.3

Izvedimo jednačinu za radijus krivine putanje. U zavisnosti od pravca skretanja radijus krivine može biti pozitivan i negativan. Posmatrajmo radijus krivine $r = OC$



Ako sa plus označimo one radijuse koji su usmereni u pravcu pozitivne Oz_* ose a znak - za suprotne dobijamo da je poluprečnik krivine dat izrazom

ili konačno
$$r_{z*} = - \frac{v}{d\gamma/dt} \quad 13.4$$

$$r_{z*} = \frac{v^2}{gn_{z*}} \quad 13.5$$

Kao što se može zaključiti veličina radijusa krivine smanjuje se sa povećanjem bočnog ubrzanja.

Pri daljoj analizi smatraćemo da je brzina projektila poznata funkcija vremena i da se može usvojiti neka srednja konstantna vrednost.

Dalje usvajamo da sistem upravljanja radi idealno - bez zakašnjenja.

Neka se u nekom momentu cilj nalazi u tački C , a projektil u tački O . Vektor brzine projektila \vec{V} i cilja \vec{V}_y određuju u prostoru ravan, koju nazivamo ravan približavanja. Vektor r leži u toj ravni i sa vektorom brzine projektila \vec{V} zaklapa ugao η . Ugao η meri se u odnosu na vektor brzine pri čemu se za pozitivni smer usvaja obrtanje vektora \vec{r} u suprotnom smeru od kazaljke na satu.

Na sličan način određuje se i pravac vektora brzine cilja i označimo ga sa η_y

Ukoliko je radijus vektor \vec{r} obrnut u suprotnom smeru od kretanja kazaljke na satu ugao η_y je pozitivan.

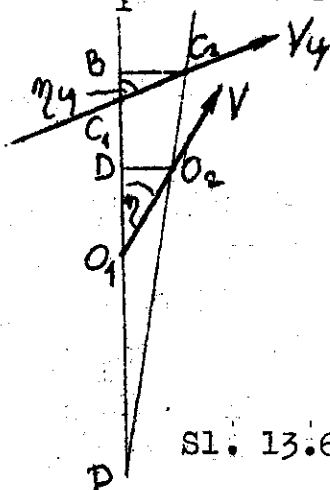
pri navodjenju po zraku neophodno da se tačka O nalazi svo
vrene na pravoj BC to su uglovi χ i χ_y jednaki, te je

$$\epsilon = \chi_y(t) - \chi = 0 \quad (17.7)$$

Ovde χ_y predstavlja poznatu funkciju vrenena po-
što je kretanje cilja poznato.

Radi uprošćenja analiza pretpostavimo da faza
navodjenja počinje od momenta ispaljivanja.

Izvedimo prvo izraz za ugao preticanja η . Neka
se cilj kreće po proizvoljnoj putanji i za interval vrene-
na Δt pomeri se iz tačke O_1 u tačku O_2 . Projektil za to vre-
ne pomeri se iz tačke O_1 u tačku O_2 .



Sl. 13.6

Očevidno je da je:

$$CO_2 = V_y dt \quad \text{a} \quad O_1O_2 = V dt \quad (13.8)$$

Zanemarujući male veličine višeg reda iz sl. 13.6

možemo dobiti da je:

$$\frac{BC_2}{DO_2} = \frac{PO_2}{PO_1} = \frac{r_y}{r} \quad (13.9)$$

Pošto je:

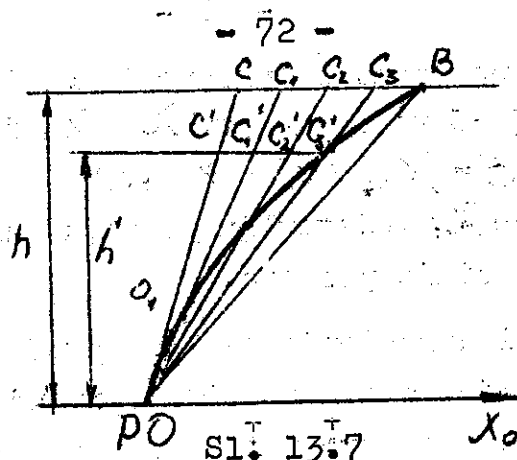
$$BC_2 = V_y dt \sin \eta_y \quad \text{a} \quad DO_2 = V dt \sin \eta \quad (13.10)$$

dobijamo:

$$\sin \eta = \frac{r}{r_y} \frac{1}{p} \sin \eta_y$$

pri čemu je $p = V/V_y$ odnos brzine projektila prema brzini cilja.

Da bi ispitati svojstva putanje pri navodjenju
metodom triju tačaka, proanalizirajmo slučaj pri kome se cilj
kreće po pravilonijskoj putanji konstantnom brzinom. Pred-
postavimo da je odnos brzine projektila prema brzini cilja
konstantan. Usvojivši ove pretpostavke cilj se kreće po
pravoj, paralelnoj osi Px_0 na rastojanju h .



Putanja leta projektila, koji se navodi metodom triju tačaka prolazi kroz tačke PO, O_2, O_3, B , pri čemu B predstavlja tačku sudara.

Predpostavimo sada da se cilj kreće po nekoj drugoj pravcoj paralelnoj Px_0 osi, ali na rastojanju h' . Ako iznedju brzina i posnatranih rastojanja važi odnos:

$$p'/p = h/h'$$

13.12

projektil leti po istoj putanji PO, O_2, O_3 do nove tačke sudara O_3 .

Neka se za vrened t linija viziranja prenesti iz položaja PO u položaj PO_1 ; za to vreme projektil se prenesti iz tačka O na liniji PO u tački O_1 na liniji PO_1 . Očevidno je da je putanja leta projektila OO_1 indentična i nezavisna od rastojanja cilja od ose Px_0 . Menja se samo tačka sudara: u prvom slučaju tačka sudara je B a u drugom O_3 .

Iz sličnosti trouglova PCC_1 i PCC_1 inamo:

$$h'/c'c_1 = h/cc_1 \quad \text{ili} \quad h'/v'_y = h/v_y$$

13.13

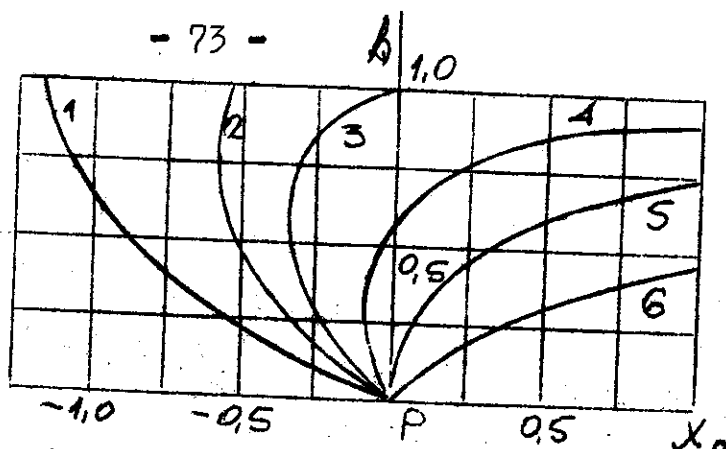
Ukoliko pomožimo poslednji izraz sa V i označimo sa $p' = V'_y$ dobijamo izraz 13.12.

Kao što se može zaključiti teorijske putanje, dobivene navedjenjen po metodu triju tačaka i dobivene za određen odnos brzina p' , važe i za na koji drugi odnos brzina p' ukoliko se predpostavi da se cilj kreće ne po pravcoj na rastojanju h , već po pravcoj na rastojanju

$$h' = p h / p'$$

13.14

Na slici 13.8 data je familija putanje pri $h = 1$ i $p = 1$.



1. $\chi_0 = 160^\circ 20'$; 2. $\chi_0 = 151^\circ$; 3. $\chi_0 = 142^\circ 30'$
 4. $\chi_0 = 121^\circ$; 5. $\chi_0 = 90^\circ$; 6. $\chi_0 = 45^\circ$

Sl. 13.8

Svaka od krivih odgovara nekom od početnih vrednosti ugla χ_0 . Pri proizvoljnom odnosu brzina v putanju leta projektila noženo naći povlačeći pravolinijsku putanju cilja na rastojanju $h = 1/p$ od ose $P\chi_0$.

Odredimo sada ugaono brzinu tangente na putanju. Podjino od jednačina

$$\frac{dr}{dt} = v \cos(\chi - \psi) ; r \frac{d\chi}{dt} = -v \sin(\chi - \psi) \quad 13.15$$

Vodeći računa da je:

$$\epsilon = \chi_\psi - \chi = 0 \quad \text{noženo prići izvođenju.}$$

Diferenciranjem druge jednačine 13.15 dobijamo:

$$\frac{dr}{dt} \frac{d\chi}{dt} + r \frac{d^2\chi}{dt^2} = -v \cos(\chi - \psi) \left(\frac{d\chi}{dt} - \frac{d\psi}{dt} \right) - \frac{dv}{dt} \sin(\chi - \psi)$$

Uvedeći izraze za dv/dt i $r d\chi/dt$ u gornji izraz

dobijamo:

$$\frac{d\psi}{dt} = 2 \frac{d\chi}{dt} + \frac{r}{dr/dt} \left(\frac{d^2\chi}{dt^2} - \frac{1}{v} \frac{dv}{dt} \frac{d\chi}{dt} \right) \quad 13.16$$

Odredimo veličinu dr/dt polazeći od izraza 13.15

$$\frac{dr}{dt} = v \sqrt{1 - \sin^2(\chi - \psi)} = \sqrt{v^2 - r^2 \left(\frac{d\chi}{dt} \right)^2} \quad 13.17$$

Ako jednačinu 13.17 uvedemo u jednačinu 13.16 konačno dobijamo:

$$\frac{d\psi}{dt} = 2 \frac{d\chi}{dt} + \frac{r \left(\frac{d^2\chi}{dt^2} - \frac{1}{v} \frac{dv}{dt} \frac{d\chi}{dt} \right)}{\sqrt{v^2 - r^2 \left(\frac{d\chi}{dt} \right)^2}} \quad 13.18$$

Posmatrajmo specijalni slučaj pri kome je odnos brzine cilja i projektila konstantna i cilj leti pravolinijski ($\dot{Y}_4 = 0$)

Kretanje cilja u odnosu na strelca možemo izraziti u obliku: $\frac{dX_4}{dt} = -\frac{V_4}{V_4} \sin X_4$ 13.19

Pošto je $X_4 = X$; $r_4 = h/\sin X$; dobijamo: $\frac{dX}{dt} = -\frac{V}{ph} \sin^2 X$ 13.20

Ako diferenciramo gornji izraz dobićemo: $\frac{d^2 X}{dt^2} = -\frac{V}{hp} \sin 2X \frac{dX}{dt} = \frac{V^2}{p^2 h^2} \sin^2 X \sin 2X$

Uvrštavajući izraze 13.21 i 13.20 u izraz 13.18 dobijamo: $\frac{d^2 Y}{dt^2} = -\frac{V}{ph} \sin^2 X \left(2 - \frac{r \sin 2X}{\sqrt{p^2 h^2 - r^2 \sin^4 X}} \right)$ 13.22

Kao što se može zaključiti, ugaona brzina tangente na putanju može postati beskonačna jedino ako je: $ph = r \sin^2 X$ 13.23

Pošto je $r \sin X \leq h$ to uslov 13.23 možemo izraziti u obliku: $p \leq \sin X$

Pošto je $p > 1$ ugaona brzina tangente na putanju pri navodjenju metodom triju tačaka je konačna veličina.

Analizom izraza 13.22, možemo zaključiti da postoje tri različite grupe putanja.

Trajektorije, koje se u potpunosti nalaze u prvom kvadrantu, na primer putanje 5 i 6 na sl. 13.8, kod kojih je $X < 90^\circ$ ^{$\sin 2X = 0$} maksimalna vrednost ugaone brzine tangente na putanju \dot{Y} javlja se pri samom startu projektila i iznosi: $|\dot{Y}|_{max} = \frac{2V}{ph} \sin^2 X$ 13.24

Ako se putanja nalazi potpuno u drugom kvadrantu, naprimer putanja 1 i 2 na slici 13.8 kod kojih je $X > 90^\circ$, $\sin 2X \leq 0$ maksimalna vrednost ugaone brzine tangente na putanju \dot{Y} dobija se u tački sudara projektila i cilja:

$|\dot{Y}|_{max} = \frac{V}{ph} \sin^2 X_k \left(2 + \frac{r_k |\sin 2X_k|}{\sqrt{p^2 h^2 - r_k^2 \sin^4 X_k}} \right)$

pri čemu X_k i r_k predstavljaju koordinate tačke sudara u svernom koordinatnom sistemu.

Proračun vršimo metodom "korak po korak" a koristimo sledeće jednačine:

$$a_k = \frac{1}{m_{k-1}} [P \cos \beta_{k-1} - X_{k-1}] \quad 14.1$$

$$V_k = V_{k-1} + a_k \Delta t \quad 14.2$$

$$C_{y_k} = \frac{1}{\frac{1}{2} \rho V_k^2 S} [G_k - P \sin \alpha_{k-1}] \quad 14.3$$

Na osnovu sračunate vrednosti koeficijenta uzgona odredjujemo vrednost napadnog ugla:

Kretanje cilja je poznato

$$X_{y_k} = X_{y_{k-1}} + \Delta X_{y_i} = X_{y_{k-1}} + V_y \Delta t \quad 14.4$$

$$r_{y_k} = \sqrt{Z_y^2 + X_{y_k}^2} \quad Z_y = h = \text{const} \quad 14.5$$

$$\sin X_k = \frac{h}{r_{y_k}} \quad X < 90^\circ \quad 14.6$$

$$P_k = \frac{V_k}{V_y} \quad 14.7$$

$$\left(\frac{dX}{dt}\right)_k = -\frac{V_k}{P_k h} \sin^2 X_k \quad 14.8$$

$$\left(\frac{d^2 X}{dt^2}\right)_k = -\frac{V_k^2}{P_k^2 h^2} \sin^2 X_k \sin 2X_k \quad 14.9$$

$$\Delta r_k = V_k \cos(X - \psi)_{k-1} \Delta t \quad 14.10$$

$$r'_k = r_{k-1} + \Delta r_k \quad 14.11$$

$$\left(\frac{d\psi}{dt}\right)_k = 2 \left(\frac{dX}{dt}\right)_k + \frac{V_k' \left(\frac{d^2 X}{dt^2}\right)_k - V_k \left(\frac{dV}{dt}\right)_k \left(\frac{dX}{dt}\right)_k}{\sqrt{V_k^2 - V_k'^2} \left(\frac{dX}{dt}\right)_k} \quad 14.12$$

$$\Delta \psi_k = \left(\frac{d\psi}{dt}\right)_k \Delta t \times 57,3 \quad 14.13$$

$$\psi_k = \psi_{k-1} + \Delta \psi_k \quad (\psi_1 = \alpha_0 + \Delta \psi_1) \quad 14.14$$

$$C_{z_k} = \frac{1}{\frac{1}{2} \rho V_k^2 S} [P \sin \beta_{k-1} - m_k V_k \left(\frac{d\psi}{dt}\right)_k] \quad 14.15$$

Na osnovu sračunate vrednosti koeficijenta počne sile odredjujemo vrednost ugla β_k

Ukupni napadni ugao letilice sračunavamo po obrascu

$$\sqrt{\alpha_k^2 + \beta_k^2} \quad 14.16$$

i sa datom vrednošću ulazimo u dijagram koeficijenta otpora i određujemo C_x .

Otpor sračunavamo po obrascu:

$$X_k = C_{xk} \frac{1}{2} \rho V^2 S \quad 14.17$$

Koeficijent potrebnog bočnog ubrzanja u datom momentu sračunavamo po obrascu:

$$n_{zk} = \frac{-P \sin \beta_k + Z_k}{G_k} \quad 14.18$$

Maksimalna vrednost ugla trinovanja $\beta_{T \max}$ određuje se iz krivih koeficijenta momenta.

Maksimalna vrednost bočne sile sračunava se po obrascu:

$$Z_{k \max} = C_{zk \max} \frac{1}{2} \rho V_k^2 S \quad 14.19$$

Koeficijent maksimalnog bočnog ubrzanja sračunavamo po obrascu:

$$n_{zk \max} = \frac{-P \sin \beta_{k \max} + Z_{k \max}}{G_k} \quad 14.20$$

Predjoni put sračunavamo po obrascima:

$\Delta X_k = V_k \cos \gamma_k \Delta t$	14.21
$X_k = X_{k-1} + \Delta X_k$	14.22
$\Delta Z_k = -V_k \sin \gamma_k \Delta t$	14.23
$Z_k = Z_{k-1} + \Delta Z_k$	14.24

Rastojanje od strelca do projektila sračunavamo po obrascu:

$$r_k = X_k^2 + Z_k^2 \quad 14.25$$

Usvojimo da je brzina cilja $V_c = 10 \text{ m/sec}$.

Usvojimo da je $h = 900,0 \text{ m}$.

Za početnu vrednost ugla viziranja usvojimo vrednost

$$X_0 = 96^\circ 45'$$

Proračun je dat tabelarno.

t	sec	0,7	1,7	2,7	3,7	4,7	5,7	6,7	7,7
Δt	sec	0,7	1	1	1	1	1	1	1
G	kg	18,86	18,72	18,55	18,39	18,22	18,06	17,89	17,
m		1,922	1,91	1,89	1,87	1,86	1,84	1,82	1,8
p	kg	25	25	25	25	25	25	25	25
g		0,125	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125	0,1
∂_k	m/sec^2	0,62	0,62	0,401	0,322	0,294	0,284	0,222	
V_k	m/sec	111,3	111,92	112,3	112,68	112,90	113,18	113,4	
V_k^2		12500	12541	12615	12674	12746	12809	12859	
$0,5g V_k^2 S$		10,2	10,4	10,47	10,494	10,55	10,60	10,648	
C_{yk}		1,620	1,575	1,550	1,5399	1,518	1,499	1,476	
d_k		5,35	5,15	5,10	5,05	5,00	4,98	4,85	
X_{yk}		-100	-90	-80	-70	-60	-50	-40	-30
r_{yk}		905,54	904,50	903,5	902,7	902,0	901,4	900,89	
$\sin \eta_{yk}$		0,9939	0,9950	0,9961	0,9970	0,9978	0,9984	0,9990	
P_k		11,13	11,192	11,23	11,261	11,29	11,318	11,34	
$(dx/dt)_k$		-0,010	-0,011	-0,011	-0,011	-0,11	-0,011	-0,011	
$(d^2x/dt^2)10^4$		-0,265	-0,243	-0,215	-0,188	-0,166	-0,139	-0,109	
Δr_k			111,9	112,3	112,5	112,8	113,1	113,1	
r'_k		39	150,9	263,2	375,7	488,5	601,6	714,7	
d^2y/dt^2		80,021	-8,022	-0,022	-8,022	-8,022	-8,022	-8,022	
$\Delta \gamma_k$		1'53"	-1'16"	-1'16"	1'16"	1'17"	1'17"	1'17"	
γ_k		95°52'	94°36'	93°20'	92°4'	90°41'	89°24'	88°7'	
C_{zk}		0,405	0,399	0,396	0,394	0,390	0,386		
ZR		4,132	4,157	4,142	4,122	4,121	4,093		
βR		-1,30	-1,30	-1,29	-1,28	-1,28	-1,25		
$\sin \beta_k$		-0,022	-0,022	-0,022	-0,022	-0,022	-0,021		
$\sin \delta_k$		0,0931	0,090	0,089	0,088	0,087	0,087	0,085	
$\sqrt{\alpha_k^2 + \beta_k^2}$		5,51	5,31	5,245	5,245	5,16	5,135		
C_{zk}		2,34	2,33	2,33	2,33	2,32	2,32		
X_k		23,85	24,23	24,39	24,45	24,47	24,59		
η_{zk}		0,249	0,252	0,253	0,254	0,256	0,257		
β_{kmax}		-12	-12	-12	-12	-12	-12	-12	-12
η_{zkmax}		2,224	2,280	2,320	2,339	2,372	2,403		
Z_{kmax}		36,72	37,44	37,80	37,77	37,98	38,16		
ΔX_k		-2,73	-8,95	-6,52	-4,07	-1,34	+1,17		
$X_k \Delta Z_k$		-2,73	-11,68	-18,20	-22,27	-23,61	-22,44		
Z_k		-38,80	-150,7	-262,9	-375,5	-488,4	-601,5		
r_k		39	-151,1	263,55	376,15	488,9	601,95		
γ_k		96°18'	95°41'	95°3'	94°25'	93°47'	93°14'	92°32'	
$X - \psi$		26'	1'5"	1'43"	2'21"	2'6"	3'50"		
$\cos(X - \psi)$		0,9999	0,9998	0,9995	0,9991	0,9985	0,9977		
$\gamma_k - \gamma_k$		866,5	753,4	640,0	526,6	413,1	299,5		
$\sin \gamma_k$		0,9947	0,9969	0,9983	0,9993	0,9999	0,9999	0,9999	
$\cos \gamma_k$		0,1020	0,0801	0,0581	0,0362	0,0119	0,0104	0,0328	

Analizom brojnih vrednosti koje ulaze u formulu 15.12 može se sa dovoljnom približnošću uzeti da je:

$$\frac{d\gamma}{dt} \approx 2 \left(\frac{dx}{dt} \right) = -2 \frac{V_k}{p_k h} \sin^2 \alpha_k \quad 14.26$$

ili

$$\frac{d\gamma}{dt} = -2 \frac{V_y}{h} \sin^2 \alpha_k$$

Koeficijent bočnog ubrzanja može se izraziti u obliku:

$$n_z = -\frac{V}{g} \frac{d\gamma}{dt} \quad 14.27$$

$$n_z = 2 \frac{V}{g} \frac{V_y}{h} \sin^2 \alpha_k \quad 14.28$$

Maksimalnu vrednost bočnog ubrzanja dobijamo pri sudaru sa $\alpha_k = 90^\circ$ tj.

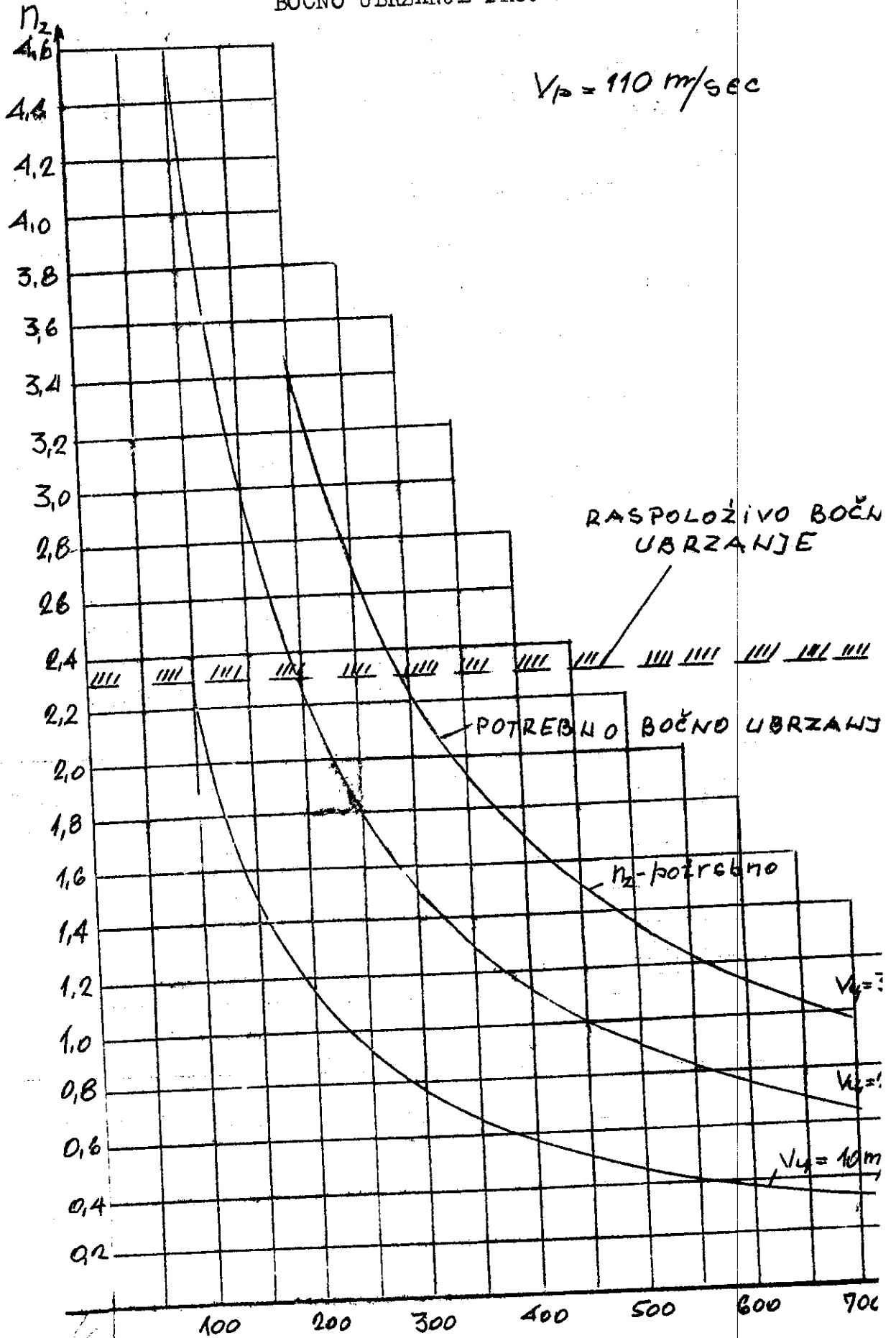
$$n_z \max = 2 \frac{V V_y}{g h} \quad 14.29$$

Za $V = 110$ m/sec i brzinu cilja $V_y = 10$ m/sec u donjoj tabeli prikazana je promena maksimalnog bočnog ubrzanja sa promenom udaljenja strelca od cilja

$\frac{2 \cdot 100 \cdot 10}{9,81 h}$	2,25	1,125	0,751	0,563	0,452	0,375	0,322
$\frac{2 \cdot 110 \cdot 20}{9,81 h}$	4,50	2,25	1,50	1,125	0,900	0,750	0,643
$\frac{2 \cdot 110 \cdot 30}{9,81 h}$	6,75	3,37	2,25	1,685	1,350	1,125	0,963
h	100	200	300	400	500	600	700

Diagram je prikazan na sledećoj strani

BOČNO UBRZANJE PROJEKTILA



Analizom dijagrama sa prethodne strane noženo doći do sledećih zaključaka:

Ukoliko se posmatra projektil čija je srednja brzina u toku rada narš motora oko 110 n/sec, i ukoliko je projektil u stanju da razvije maksimalno bočno ubrzanje od

$$n_{zmax} = 2,3 g$$

to se s tim projektilom ne mogu gadjati ciljevi koji se kreću brzinom:

$$\begin{aligned} V_{cy} &= 10 \text{ n/sec} && \text{- na najmanjem rastojanju od } h = 100 \text{ n} \\ V_{cy} &= 20 \text{ n/sec} && \text{- na najmanjem rastojanju od } h = 195 \text{ n} \\ V_{cy} &= 30 \text{ n/sec} && \text{- na najmanjem rastojanju od } h = 290 \text{ n} \end{aligned}$$

Odavde izlazi da je maksimalni radijus dejstva protiv tenkovskih projektila odredjen minimalno potrebnim vremenom za dovedjenje projektila na liniju nišanjenja, pošto se projektil ispaljuje pod elevacionim uglom od 15 do 20° u odnosu na liniju nišanjenja.

Sa prethodnog dijagrama može se takođe zaključiti da se n_z potrebno smanjuje sa povećanjem udaljenja h cilja od str elca. Ukoliko je potrebno bočno ubrzanje manje, veća je verovatnoća pagadjanja cilja.

Korišćena literatura:

1. A.A. Lebedev, L.S. Černobrovkin
Dinamika peleta bespilotnih letateljnih aparatov
2. G.D. Krisenko
Upravljenije reaktivnini snarjadani
3. V.I. Fodosjev, G.B. Sinjarev
Vvedenie v raketnuju tehniku