СВЕТ. МИХАИЛОВИЋ,
проф. III м. гимн. у Београду

МИХАИЛО СИМИЋ,
директор гимназије

АРИТМЕТИКА

ЗА I РАЗРЕД СРЕДЊИХ ШКОЛА

Овај уџбеник је препоручен од Главног просветног савета С.бр. 277 од 14 VII 1932 и одобрен од Министарства просвете одлуком С. Н. бр. 25.850 од 23 VIII 1932.

ИЗДАЊЕ, ШТАМПА И ПОВЕЗ
ИЗДАВАЧКОГ ПРЕДУЗЕЋА „НАРОДНА ПРОСВЕТА"
БЕОГРАД 1934.

I

Писање и читање бројева

Бројеви и цифре

Ако хоћемо да дознамо колико има на једној гомили динара, морамо их избројати. Ако желимо да знамо колико је дугачка једна жица морамо је измерити метром. Узмимо да смо бројањем нашли да на гомили има 37 динара и да смо мерењем утврдили да је жица дугачка 9 метара. Онда су 37 и 9 бројеви. Можемо казати у опште: *Резултат бројања или мерења назива се број*. Сваки број је састављен из јединица. И горња два броја су састављена из јединица, али те јединице нису исте врсте. Код првог броја јединице су динари, а код другог метри. Сваки такав број код кога је назначена врста његових јединица назива се именован број. Ако је број написан тако да се види само колико има јединица, али није назначена њихова врста, онда се такав број назива неименован. Такви су бројеви напр. 7, 55, 1 204 итд.

Ако су два или више бројева састављени из истих јединица онда се ти бројеви називају истоимени. Напр. код 12 литара и 175 литара 12 и 175 су истоимени бројеви.

За писање бројева служимо се знацима који се називају цифре. Цифара има десет: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0. Помоћу тих цифара можемо написати сваки, ма како велики број. Свака цифра сама за себе у исто време је и број. Број који се може написати само једном цифром назива се једноцифрен. Највећи једноцифрен број је 9. Да бисмо написали број десет морамо узети две цифре 1 и 0. Цифра 1 у броју 10 има десет пута већу вредност од цифре 1 саме за себе. Затим даље цифра 1 у броју 100 има сто пута већу вредност од цифре 1 саме за себе, а десет пута већу вредност од цифре 1 у броју 10. Исто тако и свака друга цифра може имати разне вредности према месту на коме се налази у неком броју. Прва цифра с десне стране претставља просте јединице; друга цифра с десна на лево претставља десетице, које се називају још и *више јединице првог реда;* трећа цифра с десна на лево претставља стотине или *више јединице другог реда* итд.

Дељење бројева у класе

Ради лакшег читања бројева делимо их у класе тако да се у свакој класи налазе по три цифре. Прва је *класа јединица* коју чине јединице десетице и стотине; друга је *класа хиљада* коју чине јединице хиљада, десетице хиљада и стотине хиљада; трећа је *класа милиона,* коју чине: јединице милиона, десетице милиона и стотине милиона; итд. Деоба у класе може се прегледно претставити овом табелом:

Трећа класа милиона			Друга класа хиљада			Прва класа јединица		
6	4	8	1	0	4	7	3	5
Стотине милиона	Десетице милиона	Јединице милнона	Стотине хиљада	Десетнце хиљада	Јединице хиљада	Стотиие	Десетице	Јединице

На овај начин деоба у класе може се продужити докле се хоће, али се у обичном животу ретко употребљавају бројеви, који би ималн више од три класе. При писању бројева између појединих класа не треба стављати никакве знаке (тачке, запете, црте), али се може између двеју узастопних класа оставити нешто мало већи размак, него између цифара исте класе. Напр.: 465 702.

При читању бројева свака се класа чита као засебан број уз који се додаје назив класе. Код прве класе назив класе обично се изоставља. Број написан у табели прочитаћемо овако: шест стотина четрдесет осам милиона, сто четири хиљаде, седам стотина тридесет пет.

Задаци за вежбање

1) Кога реда јединице претстављају прве цифре с леве стране код ових бројева: 347, 69, 3074, 523 368, 60 350?

2) Како ће се изменити вредност појединих цифара код броја 31 853, ако му се с десне стране допише 0?

3) Шта бива с вредношћу појединих цифара код броја 7 046, ако му се с леве стране допише 0?

4) Ако се код броја 28 163 између цифара 1 и 6 уметне 0, како ће се изменити вредност појединих његових цифара?

5) Шта бива с вредношћу појединих цифара броја 403 915 ако му се избрише крајња цифра 5?

6) Ако се код броја 3 700 избришу обадве нуле, како ће се изменити вредност осталих његових цифара?

7) Ако се код броја 7 125 уметне по једна 0 између цифара 2 и 5, и између цифара 7 и 1, како ће се изменити вредност појединих његових цифара?

8) Прочитати бројеве: 840 353, 50 036, 3 070 044, 901 008, 10 040 080.

9) Код ових бројева написати цифре обрнутим редом па их онда прочитати: 17 005, 1 209 001, 3 210, 270 040, 12 002 100.

10) Написати бројеве: осамнаест хиљада тридесет један, триста седамдесет хиљада седам стотина осам, деветнаест хиљада четрнаест, сто осам хиљада триста четрдесет.

11) Написати бројеве: четрдесет хиљада сто осамдесет, педесет хиљада петнаест, двеста хиљада деведесет, два милиона осамдесет хиљада деветнаест.

12) Који је најмањи а који највећи троцифрен број?

13) У броју 35 275 која петица има већу вредност и колико пута има већу вредност?

14) У броју 48 771 која седмица има већу вредност и колико пута има већу вредност?

15) У броју 103 010 која јединица има већу вредност и колико пута има већу вредност?

Домаћи задатак

1) Како ће се изменити вредност појединих цифара броја 73 ако му се с десне стране допишу ма које три цифре?

2) Ове бројеве написати речима: 7 340, 510 018, 1 035 004.

3) Написати бројеве: девет хиљада седамдесет седам, четрдесет хиљада четрдесет, два милиона педесет хиљада један.

4) Код ових бројева написати цифре обрнутим редом па добивене бројеве написати речима: 7 104, 28 050, 209 000.

5) Написати све двоцифрене бројеве који имају бар једну седмицу (при томе обратити пажњу да ниједан од тих бројева не буде написан два пут).

6) Написати све троцифрене бројеве чије су цифре 1, 2 и 3.

Писање бројева са ознакама јединица

Ако из неког броја издвојимо једну цифру па је напишемо саму за себе онда се не види њена права вредност. Ако се жели да се њена права вредност види и тако кад је написана одвојено, онда се то може постићи на тај начин, што ће се поред те цифре ставити каква ознака, која ће обележавати вредност места на коме се налази та цифра. Ово су ознаке које се обично употребљавају за обележавање вредности места:

За јединице	Ј
За десетице	Д
За стотине	С
За јединице хиљада . .	Х
За десетице хиљада . .	ДХ

За стотине хиљада . . CX
За милионе . . . . . M

Узмимо сад број 430 701. Ако из њега издвојимо цифру 7 онда ћемо њену праву вредност претставити овако: 7C. Исто тако права вредност цифре 3 биће претстављена са 3ДХ. Најзад и цео број можемо написати овако:

4CX 3ДХ 7X 1J.

Кад се број пише на овај начин онда се нуле изостављају, јер нису потребне, пошто свака цифра има своју ознаку.

Декадни бројни систем

Видели смо већ да цифра 1 у броју 10 има десет пута већу вредност од цифре 1 саме за себе. Да бисмо то боље схватили узмимо да су нам јединице динари. За 10 динара можемо добити једну десетодинарку. Дакле десетодинарка садржи 10 дин. у *једном комаду*. Исто тако 10 простих јединица сакупљених у гомилу можемо сматрати као нову јединицу и означити је цифром 1. Али да бисмо ту нову јединицу разликовали од просте јединице ми је називамо *вишом јединицом првог реда* и с десне стране јој дописујемо 0. За тим даље 10 виших јединица првог реда сакупљених у гомилу можемо сматрати као другу нову јединицу па и њу обележити цифром 1. Али да бисмо ту нову јединицу разликовали од просте јединице и од више јединице првог реда ми је називамо *вишом јединицом другог реда* и дописујемо јој с десне стране две нуле. На тај начин можемо добити колико год хоћемо виших јединица.

Тако је постао *декадни бројни систем* којим се ми данас служимо за писање бројева и у коме 10 јединица ма кога реда чине једну јединицу најближег вишег реда. Проста јединица и све јединице вишег реда називају се једним именом *декадне јединице*. Ред декадне јединице увек је одређен бројем нула којима се пише та декадна јединица. Тако напр. број 1 000 је виша декадна јединица трећег реда јер се пише са 3 нуле, број 10 000 000 је виша декадна јединица седмог реда јер се пише са 7 нула итд.

Задаци за вежбање

1) Ове бројеве написати са ознакама: 3 472, 801, 14 036, 20 570, 31 004, 509 003 (напр. 725 = 7С 2Д 5Ј).

2) Написати са ознакама бројеве: 10 500, 400 030, 760 030.

3) Ове бројеве написати без ознака: 4Х 7С 3Д 9Ј, 5Х 1С 6Ј, 7Х 4Д, 3ДХ 5С 4Д 2Ј, 8ДХ 3Х 3Ј (напр. 5С 7Д 2Ј = 572).

4) Написати без ознака бројеве: 5СХ 1Х 7С 3Д 4Ј, 3ДХ 9С 1Ј, 4СХ 8Д 3Ј.

5) Ове бројеве написати речима: 3Х 8Д 3Ј, 7ДХ 4С, 6СХ 1Х 8С 5Ј.

6) Ове бројеве написати са ознакама: девет хиљада седамдесет и пет, четрдесет и шест хиљада осамдесет и два, триста пет хиљада девет стотина девет, сто двадесет хиљада седамдесет и шест.

Домаћи задатак

1) Написати са ознакама бројеве: 40 707, 700 305, 580 030.

2) Написати без ознака бројеве: 5ДХ 3Х 8Д 4Ј, 4СХ 7ДХ 5С, 8СХ 3ДХ 9Д 1Ј.

3) Написати речима бројеве: 2СХ 7ДХ 5С 6Д 3Ј, 1СХ 4Х 4Д, 5СХ 5ДХ 1С 7Ј.

4) Написати са ознакама бројеве: хиљаду сто девет, дванаест хиљада двеста осам, четири стотине десет хиљада осамнаест.

Римске цифре

Цифре 1, 2, 3...... којима се обично служимо за писање бројева називају се арапске цифре. Поред тих арапских цифара често се употребљавају и римске цифре. Те су цифре: I = 1, V = 5, X = 10, L = 50, C = 100, D = 500, M = 1000.

За писање бројева римским цифрама и читање бројева написаних римским цифрама служе нам ова основна правила:

1) *Две или више једнаких цифара написаних једна до друге сабирају се.* Напр. XXX = 30.

2) *Ако се ма којој цифри допише цифра мање вредности с десне стране, онда се мања цифра додаје већој, а ако се до-*

пише с леве стране, онда се мања цифра одузима од веће. Напр. LV = 55, CD = 400.

3) *Ако се нека цифра налази између две цифре веће вредности, онда она иде уз цифру с десне стране. Напр.* CXL = 140.

Помоћу ових правила многи бројеви могли би се написати на више начина. Напр. бројеви 8 и 40 могли би се писати овако:

$8 = 5 + 3$	VIII	$40 = 10 + 10 + 10 + 10 =$ XXXX
$8 = 10 - 2 =$ IIX		$40 = 50 - 10 =$ XL

Да би се избегла разноликост при писању бројева усвојен је један утврђен начин писања бројева, који је опредељен овим помоћним правилима:

1) *Не треба писати више него 3 једнаке цифре једну до друге.* Напр. XXXIV = 34 а не XXXIIII = 34.

2) *С леве стране ма које цифре не треба писати више него једну цифру мање вредности, а та цифра мање вредности никако не сме бити V, L и D.*

Напр. CM = 900, али није правилно VC = 95.

3) *Цифра I не пише се лево од цифара L, C, D и M, нити цифра X лево од цифара D и M.* Напр. IL = 49 или XM = 990 није правилно.

Има начина да се римским цифрама пишу врло велики бројеви, али се римске цифре обично не употребљују за бројеве веће од 2 000.

Римске цифре обично се употребљују за означавање редних бројева. Тако напр. у обичном животу римским бројевима се означавају: школски разреди (IV разред гимназије), месеци у години (место 5 августа пише се 5 VIII), главе у књигама итд. У историји римски бројеви се употребљавају за означавање векова (XIX век) за разликовање владалаца са истим именом (Луј XV, Луј XVIII) итд.

Задаци за вежбање

1) Написати римским цифрама бројеве: 7, 15, 68, 86, 378.

2) Написати римским цифрама: 4, 29, 41, 90, 140.

3) Написати арапским цифрама: XVII, XXXVI, LVIII, CXI, CXXVI.

4) Прочитати бројеве: XXIX, XLV, XCVII, CIII, CXLIV.

5) Написати римским цифрама: 539, 394, 495, 648, 888.

6) Напнсати римским цифрама: 499, 749, 969, 1 340, 1 494.

7) Прочитати бројеве: CCXCIX, DIV, CDXCVI, DCCIX.

8) Написати арапским цифрама: MCDLVIII, MCMII, MCMXL, MXL.

9) Ове неправнлно напнсане бројеве написатн правилно XLIIX, IL, VC, CCCCVL, VD, IM.

10) Написати римскнм цифрама: четири стотине девет, хиљаду триста деведесет, хиљаду деветстотина четрдесет и осам.

Домаћи задатак

1) Написати римским цифрама: 88, 279, 984, 1 619, 1 998.

2) Написати арапским цифрама: XCIX, CCCXLVI, CDXLVI.

3) Написати речима: XCIV, CCXIX, CDXIV, MXCIX, MCDIV.

4) Ове неправнлно написане бројеве написати правилно: IIC, CCVC, DCIC, DCCCCVL, XMIV.

5) Означити римским цифрама ове месеце: април, септембар, јули, новембар, мај.

II

Рачунске радње с целим бројевима

САБИРАЊЕ

Први задатак. На једној гомили имамо 14 дин., а на другој 9 дин. Колико има динара укупно на обадвема гомилама?

Други задатак. Један виноградар има два винограда. У једном има 9 775 чокота а у другом 6 380 чокота. Колико има свега чокота?

Нама је већ познато да се ови задаци решавају рачунском радњом која се назива сабирање. Њихова су решења:

14 дин. + 9 дин. = 23 дин.
9 775 чок. + 6 388 чок. = 16 155 чок.

У сваком од ова два задатка имамо по три броја. Прва два броја који су познати (код првог задатка 14 дин. и 9 дин. код другог задатка 9 775 чок. и 6 380 чок.) називају се *сабирци,* а трећи број који треба израчунати (код првог задатка 23 дин. а код другог 16 155 чок.) назива се *збир.*

Задржимо се сад на првом задатку и поставимо себи питање: Да ли би тај задатак могао решити један човек, који не уме да сабира али зна да броји? Лако се можемо уверити да би такав човек тај задатак могао решити на један од ова три начина:

Први начин. Скупио би све динаре на једну гомилу па би их избројао.

Други начин. Пошто зна да на већој гомили има 14 дин. замислио би да је бројао до 14, па би онда почео да одваја по 1 дин. са мање гомиле и наставио би да броји: 15, 16, 17..... Кад одвоји и последњи динар изговориће број 23.

Трећи начин. Пошто зна да на мањој гомили има 9 дин., замислио би да је бројао до 9, па би онда почео одвајати са веће гомиле по 1 дин. и продужио би да броји: 10, 11, 12... Кад одвоји и последњи динар изговориће број 23.

Као што видимо овај се задатак може решити и простим бројањем или добројавањем.

Пређимо сад на други задатак. Да ли би и тај задатак могао да реши један човек који не уме да сабира али зна да броји? Свакако да би га могао решити као и први, само што би му он задао много више посла. Код овог задатка он би морао ићи од чокота до чокота и бројати од 9 776 до 16 155. Овај нам пример јасно показује какву корист имамо од брзог и правилног рачунања.

Ред сабирака

Задатак. Који је то број, који има онолико јединица колико бројеви 8, 7 и 4 укупно?

И ако су код овог задатка мали сабирци ми ипак нисмо у стању да одједанпут саберемо сва три сабирка. Ми најпре сабирамо прва два сабирка, па затим добивени збир сабирамо са трећим сабирком. Из тога видимо да овај задатак управо садржи два задатка чија су решења:

$$8 + 7 = 15,$$
$$15 + 4 = 19.$$

Али ми то пишемо краће овако:

$$8 + 7 + 4 = 19.$$

Исти задатак могли смо израдити и овако:

$$4 + 7 = 11,$$
$$11 + 8 = 19,$$

или краће написано

$$4 + 7 + 8 = 19.$$

Упоредимо сад ова два решења:

$$8 + 7 + 4 = 19 \text{ и } 4 + 7 + 8 = 19.$$

Ми видимо да нам оба решења дају исти збир, али се разликују по томе што су први и трећи сабирак променили своја места. Лако се можемо уверитн да сабнрцима можемо и на други начин мењати места. Збир ће остати увек истн.

Правило. *Вредност збира неће се променити ако сабирци промене своја места.*

Употреба заграда

Задатак. Једна варошка општина подигла је две школске зграде. Једна зграда има у приземљу 4 учионице а на спрату 7 учионица; друга зграда има у приземљу 5 учионица а на спрату 9 учионица. Колико има учионица свака поједина зграда, а колико обе заједно?

Овај задатак управо садржи три задатка чија су решења:

$$4 + 7 = 11$$
$$5 + 9 = 14$$
$$11 + 14 = 25.$$

Али ми можемо та три решења обухватити овим једним.

$$(4 + 7) + (5 + 9) = 25.$$

Заграде којима смо се овде послужили показују нам ред кога треба да се држимо при сабирању. Оне нам показују да треба најпре да саберемо сабирке 4 и 7, за тим сабирке 5 и 9 и најзад збирове 11 и 14. Другим речима: заграде нам показују да сабирцн 4 и 7 чине једну засебну целину, а сабирци 5 и 9 другу засебну целину. Кад не би било заграда онда бисмо сабирали овако:

$$4 + 7 = 11,$$
$$11 + 5 = 16,$$
$$16 + 9 = 25.$$

Ако су сабирци велики бројеви и ако их има много онда је најбоље поделити их у више група и израчунати збирове појединих група, па за тим сабрати те збирове. На тај начин образоване групе сабирака постају засебне целине које би требало ставити у заграде, кад би се хтело то назначити.

Усмено и писмено сабирање

Сабирање се врши на два начина: усмено и писмено. Који ћемо од ова два начина изабрати зависи нешто од сабирака а нешто и од наше умешности. Ако сабирци нису великн бројеви и ако их нема више од два, сабраћемо их усмено, јер ћемо на тај начин уштедити сувишно писање.

При усменом сабирању поступа се овако: Већем сабирку додаје се мањи тако да му се додају најпре јединице највишег реда, за тим јединице најблнжег нижег реда итд., док се не дође до простих јединица. Напр., ако треба усмено сабрати бројеве 483 н 252 ради се овако:

$$483 + 200 = 683, \; 683 + 50 = 733, \; 733 + 2 = 735.$$

Ако имамо више од два сабирка, онда их још можемо сабрати усмено, ако су сви сем првог једноцифрени бројеви. У свима осталим случајевима сабирање се обично врши писмено. При писменом сабирању сабирци се пишу у истом реду или један испод другог. Ма како да су сабирци написани, сабирање се по правилу почиње од првог сабирка и најпре се сабирају просте јединице свих сабирака. За тим се сабирају редом: више јединице првог реда, више јединице другог реда итд., док се не дође до највиших јединица. Ако се при сабирању јединица извесног реда добије двоцифрен или вишецифрен број, онда се у резултату пише само прва цифра с десне стране, а број, који остаје кад се одбаци та цифра, додаје се најближим вишим јединицама. Напр.

$$\begin{array}{r} 74 \\ 58 \\ 33 \\ 86 \\ \hline 251 \end{array}$$

На овом примеру посматраћемо једног невештог и једног вештог рачунџију. Ево како ће они радити тај задатак:

Невешт рачунџија: 4 и 8 јесу 12, 12 и 3 јесу 15, 15 и 6 јесу 21; 1 пишем 2 задржавам; 2 и 7 јесу 9, 9 и 5 јесу 14, 14 и 3 јесу 17, 17 н 8 јесу 25.

Вешт рачунџија: 4, 12, 15, 21; 1, 2, 9, 14, 17, 25.

Ми видимо да је вешт рачунџија од свих цифара датих сабирака изговорио само цифру 4, а остале цифре само је у памети додавао и изговарао само збирове. Потрудимо се да и ми од сад радимо као овај вешт рачунџија.

Проба сабирања

Проба сабирања састоји се у томе, да се провери да ли је збир тачно израчунат. То проверавање може се извршити у главном на два начина.

Први начин. Треба сабрати све сабирке почев сабирање од првог сабирка, па за тим поново сабрати све сабирке почев сабирање од последњег сабирка. Ако се у оба случаја добије исти резултат, онда се сматра да је збир тачно израчунат.

Пример.

$$8 + 3 + 7 + 9 = ?$$

Ако почнемо сабирање од првог сабирка радићемо овако:

8, 11, 18, 27.

Ако почнемо од последњег сабирка рад ће бити овакав:

9, 16, 19, 27.

Идући разним путевима дошли смо до истог резултата. Дакле врло је вероватно да нисмо погрешили.

Други начин. Треба груписати сабирке у групе на два разна начина. За тим треба израчунати збирове појединих група и најзад сабрати нађене збирове.

Први пример.

$$7 + 4 + 8 + 5 + 1 + 9 = ?$$

Начинимо најпре две групе у свакој по три сабирка. Ако се послужимо заградама то се може написати овако:

$$(7 + 4 + 8) + (5 + 1 + 9) = 19 + 15 = 34.$$

Сад начинимо три групе у свакој по два сабирка. То ћемо написати овако:

$$(7 + 4) + (8 + 5) + (1 + 9) = 11 + 13 + 10 = 34.$$

И овде смо радећи на два разна начина дошли до истог резултата. Дакле можемо сматрати да нисмо погрешили.

Други пример.

$$382 + 295 + 136 + 618 = ?$$

Да не бисмо писали сабирке двапут написаћемо их овако у два реда:

$$\begin{array}{rcrc} & 382 & + & 295 = \\ + & \underline{136} & + & \underline{618} = \end{array}$$

За тим ћемо сабрати сабирке у истом реду и сабирке један испод другог. Најзад ћемо сабрати два збира написана у истом реду и два збира написана један испод другог и онда ако нисмо погрешили, у оба случаја добићемо исти крајњи збир. Цео рад ће изгледати овако:

$$\begin{array}{rcrcr} & 382 & + & 295 = & 677 \\ + & \underline{136} & + & \underline{618} = & \underline{754} \\ & 518 & + & 913 = & 1\,431 \end{array}$$

Ако је број сабирака врло велики (у новчаним књигама) онда се проверавање резултата врши на тај начин, што сабирање врше три разна лица. Ако сва три лица, радећи независно једно од другог, нађу исте збирове, онда се узима да је збир несумњиво тачан, јер је тешко замислити да су могла сва три лица да погреше па ипак да добију исте резултате. На овај начин могу се и два или три друга узајамно контролисати при изради задатака.

Сабирање именованих бројева

Задатак. Један економ има два воћњака. У једном има 725 шљива и 418 јабука а у другом 540 шљива и 336 јабука. Пита се: 1) колико има у оба воћњака шљива а колико јабука и 2) колико има свега дрвета у једном а колико у другом воћњаку.

Решење.

1) 725 шљ. + 540 шљ. = 1 265 шљ.
   418 јаб. + 336 јаб. = 754 јаб.

2) 725 дрв. (шљ.) + 418 дрв. (јаб.) = 1 143 дрв.
   530 дрв. (шљ.) + 336 дрв. (јаб.) = 876 дрв.

Закључак. Именовани бројеви могу се сабирати само у том случају ако су истоимени. Ако се деси да је задатак постављен тако, да се тражи сабирање разноимених бројева, онда је то могуће само у том случају, ако се јединице свих сабирака могу заменити новим јединицама истог имена.

Растављање бројева на сабирке

Јасно је да се сваки број може сматрати као збир од два или више сабирака. Ако неки број изразимо као збир од два или више сабирака, онда кажемо да смо га раставили на сабирке. Бројеви се могу растављати на сабирке на разне начине. Напр. број 9 можемо раставити на сабирке овако:

$$9 = 3 + 6,$$
$$9 = 2 + 3 + 4,$$
$$9 = 1 + 1 + 2 + 5 \text{ итд.}$$

На тај начин можемо и сваки вишецифрени број да раставимо на његове јединице, десетице, стотине итд. Напр.

$$\begin{aligned} 258 &= 2С + 5Д + 8Ј. \\ &= 200 + 50 + 8. \end{aligned}$$

Задаци за вежбање

Усмено

Извршити ова сабирања:

1) $60 + 39$, $80 + 24$, $90 + 75$, $20 + 97$
2) $150 + 30$, $220 + 43$, $480 + 70$, $570 + 36$
3) $53 + 27$, $48 + 33$, $98 + 22$, $108 + 45$
4) Израчунати збир највећег једноцифреног и највећег двоцифреног броја.
5) Израчунати збир свих једноцифрених бројева.

Писмено

Извршити ова сабирања потписујући сабирке један испод другог:

1) $308 + 694$, $1\,475 + 738$, $5\,801 + 3\,279$.
2) $9\,211 + 789$, $8\,207 + 803$, $22\,427 + 906$.

3) 301 + 10 799, 44 208 + 36 194, 108 736 + 792 089.

4) 976 + 808 + 684, 1 218 + 973 + 86.

5) 1 275 + 39 + 12 808, 107 416 + 725 + 51 903.

6) 40 073 + 85 + 146 317 + 794.

7) 840 + 153 471 + 96 + 6 318 + 202 747.

8) 4Х 9С 6Ј + 5Х 9Д 4Ј, 6ДХ 8Д 3Ј + 9Х 9С 8Д 8Ј.

Извршити ова сабирања без потписивања:

9) 4 907 + 1 231, 51 382 + 3 624, 7 447 + 2 563.

10) 91 999 + 9 011, 73 544 + 30 857.

11) 4 018 + 3 711 + 8 591, 7 309 + 12 763 + 586.

12) 5 577 + 9 403 + 8 714 + 3 509.

13) 32 007 + 1 516 + 693 + 88.

14) 2 035 + 746 + 30 813 + 4 905.

15) 274 + 40 395 + 86 + 5 917 + 802.

Користећи се правилом о реду сабирака и употребом заграда код ових задатака наћи најподеснији начин решавања:

16) 794 + 101 + 6 + 99.

17) 8 + 25 + 592 + 3 375.

Ове задатке решити групишући сабирке у две групе:

18)		19)	
	42 708		306
	919		17 915
	3 846		283 526
	12 780		9 337
	4 325		58
	36 441		491 004
	794		25 893
	48 606		776
	51 367		3 890
	9 512		51 063

Ове задатке израдити сабирајући сабирке онако како стоје, па за тим извршити пробу са сабирцима поређаним по величини (први да буде највећи, па за тим редом све мањи).

20) 40 018 + 201 001 + 4 696 + 200 996 + 4 703 =

21) 5 099 + 71 005 + 4 999 + 5 100 + 70 999 =

Ове задатке израдити сабирајући целе колоне:

22)	23)	24)
198	99	493
479	78	97
88	389	1 379
396	95	86
85	197	299
1 498	1 199	6 094
194	96	589
79	488	98
297	2 787	179
489	98	1 395
2 097	97	99
	326	688
		33

25) Колико има дана од почетка године до 14 маја (закључно) ако је година проста?

26) Дрварски трговац има три дрваре. Он је продао за годину дана ове количине куб. метара дрва:

	букових	церових	грабових
у I дрвари	3 924	2 107	870
у II дрвари	3 063	1 544	531
у III дрвари	2 518	975	482

Колико је продао свега дрва а) од сваке поједине врсте, б) у свакој појединој дрвари, в) укупно?

27) У једној породици у једном месецу издаци су износили: за храну 2 420 дин., за одело 1 160 дин., за стан 1 750 дин., за огрев 725 дин. и за остале потребе 638 дин. Колико су износили укупно сви издаци?

28) У једном воћњаку има 1 372 шљиве, 585 јабука и 149 крушака. Колико има свега дрвета у томе воћњаку?

29) Неко је имао у новчаном заводу 148 750 дин. и задужио се још 75 000 дин. па је тим новцем сазидао кућу. За тим је ту кућу продао са чистом зарадом од 16 250 дин. Пошто је продао кућу?

30) Један купац купио је у једној радњи три пара ципела: један пар за 125 дин. други за 240 дин. и трећи за 370 дин. Кад је платио на каси добио је натраг 65 дин. Коју је суму купац предао на каси?

31) Један трговачки помоћник био је у једној радњи две године. Прве године примио је на име плате 8 640 дин. (за целу годину), а друге године повећана му је плата за 2 160 дин. Колико је примио за све време?

32) На једној железничкој станици има: на једном колосеку 75 отворених теретних вагона, 46 затворених теретних вагона и 19 путничких вагона; на другом колосеку 12 отворених теретних вагона, 37 затворених теретних вагона и 29 путничких вагона; на трећем колосеку 55 отворених теретних вагона и 108 затворених теретних вагона. Колико има у тој станици свега вагона од сваке поједине врсте, колико има свега теретних вагона и колико укупно вагона?

33) Један предузимач уложио је сву своју имовину у три зграде. Те зграде вределе су: једна 145 000 дин., друга 420 000 дин. и трећа 308 000 дин. За тим је продао најскупљу зграду са добитком од 32 700 дин. Пита се да ли је тај предузимач после продаје имао више у готовом новцу или у зградама.

34) Производња угља у једном руднику износила је у 1929 год. 2 840 вагона. За тим је произведено у 1930 год. 270 вагона више него у 1929 год. а у 1931 год. 328 вагона више него у 1930 год. Колико износи укупна производња угља за те три године?

Домаћи задатак

Израдити ову табелу ученичког успеха у једној гимназији и срачунати збирове положених и усправних редова, па за тим сабирањем збирова у положеном и усправном реду проверити тачност резултата.

Разред	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	Свега
Одлични	11	5	5	4	7	4	8	7	
Врло добри	33	10	15	13	15	29	21	19	
Добри	49	32	22	35	24	41	32	32	
Полажу попр. испит .	28	24	34	23	43	40	32	13	
Понављају разред .	27	12	10	22	29	6	11	—	
Неоцењени	—	3	—	2	3	2	2	—	
Губе право на школ. .	—	2	4	1	6	1	—	—	
Свега . .									

ОДУЗИМАЊЕ

Први задатак. На једној гомили има 33 динара. Ако из те гомиле издвојимо 8 дин. колико ће још остати на гомили?

Други задатак. Једно буре хвата 45 литара а у њему се налази 29 литара течности. Колико је потребно литара течности да се буре допуни?

Познато нам је већ да се ова два задатка решавају рачунском радњом која се назива одузимање. Њихова су решења:

I 33 дин. — 8 дин. = 25 дин.
II 45 лит. — 29 лит. = 16 лит.

У сваком од ова два задатка имамо по три броја: два дата и један који треба израчунати. Онај од два дата броја који треба умањити (код првог задатка 33 дин. а код другог 45 лит.) назива се *умањеник*, а онај други дати број, који показује за колико га треба умањити (код првог задатка 8 дин., а код другог 29 лит.) назива се *умалитељ*. Број који треба израчунати (код првог задатка 25 дин., а код другог 16 лит.) назива се *разлика*.

Запитајмо се сад да ли би ова два задатка могао решити један човек који зна да броји, али не зна да одузима. Лако се можемо уверити да би он та два задатка могао решити простим бројањем на овај начин.

Први задатак. Из гомиле на којој је 33 дин. издвојио би 8 дин., па би за тим избројао преостале динаре и нашао би да их има 25.

Други задатак. Сипао би у буре по 1 литар течности и бројао би 1, 2, 3 . . . . Кад наспе последњи литар, т. ј. кад буре буде пуно, изговориће број 16, а тај број је управо тражена разлика.

Као што видимо човек који не зна да рачуна решава ова два задатка на два сасвим различна начина. Код првог задатка он врши стварно одузимање, а код другог додавање (али у оба случаја израчунава разлику). Исто тако и ми можемо сваки задатак из одузимања да решимо на два начина: обичним одузимањем и додавањем. Одузимање додавањем најбоље ћемо објаснити на овим примерима:

1) $$\begin{array}{r} 35 \\ + \boxed{\equiv} \\ \hline 47 \end{array}$$

2) $$\begin{array}{r} 27 \\ + \boxed{\equiv} \\ \hline 81 \end{array}$$

Овде имамо два задатка из сабирања. Оба су задатка израђена, али је један сабирак покривен. Јасно је да код обадва задатка непознати сабирак можемо израчунати, ако од збира одузмемо познати сабирак. При томе ће збир постати умањеник, познати сабирак умалитељ, а непознати сабирак биће разлика. Да бисмо пронашли непознате сабирке треба да одговоримо на питања:

1) Који број треба додати броју 35 да би се добио збир 48?

2) Који број треба додати броју 27 да би се добио збир 81?

Код првог задатка лако се налази непознати сабирак. Одмах се види да треба цифри 5 додати 2 да би се добило 7, а цифри 3 треба додати 1 да би се добило 4. И тако се долази до овог решења:

$$\begin{array}{r} 35 \\ +\ 12 \\ \hline 47 \end{array}$$

Тражени сабирак је дакле 12.

Код другог задатка одмах се види да нема таквог броја, који би, кад се сабере са цифром 7, дао збир 1. Зато ћемо потражити број, који ће, кад се дода цифри 7, дати збир 11. Одмах видимо да је то број 4. И онда се рачуна овако:

7 и 4 јесу 11, 1 додајемо десетицама; 1 и 2 јесу 3 и 5 јесу 8. Или краће:

7 и 4, 11; 1 и 2, 3 и 5, 8.

Тако долазимо до овог решења:

$$\begin{array}{r} 27 \\ +\ 54 \\ \hline 81 \end{array}$$

Непознати сабирак је дакле 54. *При рачунању морамо пазити да израчунате цифре (4 и 5) изговарамо јаче наглашено и да их пишемо истовремено кад их и изговарамо.* Тражећи непознати сабирак ми смо овде у ствари извршили ово одузимање:

$$\begin{array}{r} 81 \\ -\ 27 \\ \hline 54 \end{array}$$

Упоредимо сад ова два решења:

$$\mathrm{I}\ \begin{array}{r} 27 \\ +\ 54 \\ \hline 81 \end{array} \qquad\qquad \mathrm{II}\ \begin{array}{r} 81 \\ -\ 27 \\ \hline 54 \end{array}$$

Код обадва решења видимо иста три броја, али нису на исти начин распоређени. Који је од ова два распореда правилнији? Несумњиво распоред код другог решења, пошто је то задатак из одузимања, те је природно да разлика буде на крају. Ми ћемо при решавању задатака из одузимања умањеник, умалитељ и разлику писати оним редом, којим су они написани код другог решења, али ћемо рачунати онако, како смо рачунали код првог решења. Да бисмо се довољно увежбали, треба неколико пута да поновимо рачун пишући умањеник, умалитељ и разлику најпре онако како су написани код првог решења, па за тим онако како су написани код другог решења.

Да бисмо могли на овај начин решавати све задатке из одузимања треба да се придржавамо овог општег упутства:

Умалитељ се потпише испод умањеника тако да јединице истог реда дођу једне испод других, па се онда најпре одузимају просте јединице, а за тим редом више јединице. Код сваке две одговарајуће цифре тражи се број, који треба додати цифри умалитељевој, да би се добила цифра умањеникова. Сви тако нађени бројеви морају бити једноцифрени, и они сачињавају тражену разлику. Ако се при том деси да је цифра умањеникова мања од одговарајуће цифре умалитељеве, онда се она повећа за 10, али се по том мора одмах следећа цифра умалитељева повећати за 1.

Пример. Од броја 3 174 одузети 1 836.

Потписујемо умалитељ испод умањеника.

$$\begin{array}{r} 3\,174 \\ -\,1\,836 \\ \hline \end{array}$$

и рачунајући говоримо: 6 и 8, 14; 1 и 3, 4 и 3, 7; 8 и 3, 11; 1 и 1, 2 и 1, 3. Дакле решење је:

$$\begin{array}{r} 3\,174 \\ -\,1\,836 \\ \hline 1\,338 \end{array}$$

Задаци за вежбање

Код ових задатака наћи непознате сабирке:

1) $\begin{array}{r} 46 \\ +\,\boxed{} \\ \hline 59 \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} 75 \\ +\,\boxed{} \\ \hline 91 \end{array}$ 3) $\begin{array}{r} 384 \\ +\,\boxed{} \\ \hline 736 \end{array}$ 4) $\begin{array}{r} 4\,739 \\ +\,\boxed{} \\ \hline 5\,566 \end{array}$

Извршити одузимања:

5) $\begin{array}{r} 96 \\ -\,43 \\ \hline \end{array}$ 7) $\begin{array}{r} 644 \\ -\,188 \\ \hline \end{array}$ 9) $\begin{array}{r} 8\,324 \\ -\,5\,678 \\ \hline \end{array}$ 11) $\begin{array}{r} 4\,305 \\ -\,3\,297 \\ \hline \end{array}$

6) $\begin{array}{r} 57 \\ -\,39 \\ \hline \end{array}$ 8) $\begin{array}{r} 5\,383 \\ -\,2\,741 \\ \hline \end{array}$ 10) $\begin{array}{r} 7\,044 \\ -\,2\,948 \\ \hline \end{array}$ 12) $\begin{array}{r} 92\,008 \\ -\,1\,099 \\ \hline \end{array}$

13) 81 — 37. 16) 1 008 — 915. 19) 92 008 — 1 099.
14) 409 — 156. 17) 9 000 — 11. 20) 10 013 — 9 028.
15) 800 — 312. 18) 12 011 — 9 002. 21) 104 017 — 8 979.
22) 5Х 3С 7Д 2Ј — 3Х 7С 2Д 5Ј 24) 3Х — 9С 4Ј.
23) 5С 1Ј — 7Д 4Ј. 25) 2ДХ 3С — 5Х 3Д.

26) Од хиљаду седамдесет одузети седам стотина четири.

27) Од седамдесет шест хиљада једанаест одузети осам хиљада четири.

28) Триста осам одузети од пет стотина.

29) Две хиљаде седамнаест одузети од шест хиљада триста.

30) За колико треба повећати 396 да се добије 571?

31) Који је број за 444 мањи од збира бројева 565 и 656?

32) За колико треба повећати разлику бројева 756 и 347 па да се добије збир истих бројева?

Домаћи задатак

Извршити ова одузимања:

1) 791 — 382, 2 321 — 1 234, 14 716 — 7 809, 6 000 — 981, 110 011 — 9 012.

2) 4Х 7С 5Ј — 9С 8Д, 1СХ 3Ј — 9Х 4С 7Ј.

3) За колико треба повећати збир бројева 1 374 и 1 709 да би се добио број 5 000?

Проба одузимања

Видели смо већ да се сабирање претвара у одузимање, ако је познат збир и један сабирак, а други сабирак треба израчунати. Онда се збир претвара у умањеник; познати сабирак постаје умалитељ, а непознати сабирак је разлика. Јасно је да се исто тако и одузимање може претворити у сабирање. То ће бити онда, ако су код одузимања познати умалитељ и разлика, а умањеник треба израчунати. Тада се сабирањем разлике и умалитеља добија умањеник. На томе се оснива проба одузимања. Ако хоћемо да проверимо, да ли смо при одузимању тачно израчунали разлику, треба да саберемо разлику и умалитељ и онда, ако нисмо погрешили, збир ће бити једнак умањенику.

Пример. Проверити да ли је тачан резултат код овог одузимања:

$$\begin{array}{r} 3\,146 \\ -1\,729 \\ \hline 1\,417 \end{array}$$

Треба сабрати разлику и умалитељ, али ми их нећемо преписивати већ ћемо их сабирати како стоје: 7, 16, 6; 1, 2, 4; 4, 11, 1; 1, 2, 3.

Кад се разлика мења, а кад се не мења

Први задатак. Дати су бројеви 71 и 46 па се тражи да се изврше ове радње:

1) Да се израчуна њихова разлика.

2) Да се умањеник повећа за 3 (а умалитељ да остане исти), па да се понова израчуна разлика.

3) Да се умањеник повећа за 8 (а умалитељ да остане исти) па да се и овог пута израчуна разлика.

4) Да се промене умањеника упореде са променама разлике и да се изведе закључак.

Одговори.

1) $71 - 46 = 25$

2) $74 - 46 = 28$

3) $79 - 46 = 33$

4) Умањеник повећан за 3 и разлика повећана за 3; умањеник повећан за 8 и разлика повећана за 8.

Закључак. Ако се умањеник повећа за известан број, а умалитељ остане исти, и разлика ће се повећати за исти број.

Какав ће се закључак извести за случај, да се умањеник смањује, а умалитељ остаје исти?

Други задатак. Дати су бројеви 53 и 16, па се тражи да се изврше ове радње:

1) Да се израчуна њихова разлика.

2) Да се умалитељ повећа за 2 (а умањеник да остане исти), па да се поново израчуна разлика.

3) Да се умалитељ повећа за 5 (а умањеник да остане исти), па да се и овог пута израчуна разлика.

4) Да се промене умалитеља упореде са променама разлике и да се из тога упоређивања изведе закључак.

Одговори.

1) $53 - 16 = 37$

2) $53 - 18 = 35$

3) $53 - 21 = 32$

4) Умалитељ *повећан* за 2, разлика *смањена* за 2; умалитељ *повећан* за 5, разлика *смањена* за 5.

Закључак. Кад се умалитељ *повећа* за извесан број, а умањеник остане исти, разлика ће се *смањити* за исти број.

Какав ће се закључак извести за случај да се умалитељ смањује, а умањеник остаје исти?

Трећи задатак. Дати су бројеви 45 и 27, па се тражи да се изврше ове радње:

1) Да се израчуна њихова разлика.

2) Да се и умањеник и умалитељ повећају за 4, па да се поново израчуна разлика.

3) Да се и умањеник и умалитељ смање за 9, па да се и овога пута израчуна разлика.

4) Да се упореде добивене разлике и да се резултат упоређивања искаже у виду правила.

Одговори.

1) $45 - 27 = 18$

2) $49 - 31 = 18$

3) $36 - 18 = 18$

4) Разлика остаје иста.

Правило. *Ако се умањеник и умалитељ за исти број повећају, или се за исти број смање, разлика остаје иста.*

Ово нам правило може корисно послужити при усменом одузимању.

Пример. Израчунати усмено $83 - 37$.

Ако и умањеник и умалитељ повећамо за 3 имаћемо:

$$86 - 40 = 46.$$

Бројни израз

Задатак. Један радник имао је 48 дин. па је једног дана зарадио 9 дин. а потрошио 23 дин., а другог дана је зарадио

25 дин. а потрошио 7 дин. Колико му је остало новаца после тога?

Да бисмо решили тај задатак треба да извршимо ове четири рачунске радње:
$48 + 9 = 57$, $57 - 23 = 34$, $34 + 25 = 59$, $59 - 7 = 52$.
Али то се краће пише овако:

$$48 + 9 - 23 + 25 - 7 = 52.$$

Ако овде изоставимо знак „=” и резултат 52, остаје

$$48 + 9 - 23 + 25 - 7.$$

Овакав спој више бројева са назначеним рачунским радњама назива се *бројни израз*. Горњи бројни израз састављен је из 5 бројева, али њих може бити и више или мање. И два броја могу сачињавати бројни израз. Бројни изрази су напр.:

$5 + 11$, $23 - 14$, $36 - 19 + 8$ итд.

Број који се добије кад се изврше све назначене рачунске радње назваћемо *вредност бројног израза*.

Ако са два или више бројних израза треба предузети нове рачунске радње, онда се ти изрази сматрају као засебне целине и стављају се у заграду. Напр. ако треба од вредности бројног израза $32 - 5$ одузети вредност бројног израза $17 - 9 + 4$, онда се то пише овако:

$$(32 - 5) - (17 - 9 + 4).$$

И ова два бројна израза са назначеним одузнмањем опет сачињавају један нов бројни израз.

Задаци за вежбање

Усмено

Извршити ова назначена одузимања:

1) $19 - 11$, $23 - 15$, $58 - 30$, $31 - 19$.
2) $42 - 27$, $80 - 64$, $50 - 23$, $95 - 42$.
3) $62 - 25$, $327 - 200$, $700 - 640$, $400 - 385$.
4) $240 - 130$, $810 - 740$, $135 - 80$, $108 - 75$.

5) Неко купи робе за 36 дин. и да на каси новчаницу од 100 дин. Колико ће добити натраг?

6) Једно буре хвата 72 литара, а у њему има 58 литара вина. Колико је потребно вина да се буре допуни?

7) Неко је био дужан 700 дин. па је дао две отплате: једну од 120 дин. и другу од 250 дин. Колико је још дужан?

8) Оцу је сад 68 година, његовом старијем сину 42 године а млађем сину 27 година. Колико је година било оцу а колико старијем сину кад се родио млађи син?

Писмено

Израчунати вредност ових бројних израза:

1) 36 — (11 + 6).

2) (101 — 44) — (63 — 36).

3) 19 + (100 — 58) — (51 — 37).

4) (47 + 38 — 29) — (111 — 94) + 21

5) Збир три броја износи 29 608. Један од тих бројева 7 466 а други је за 4 058 већи од првог. Колики је трећи број?

6) Од броја 78 974 одузети збир његових цифара.

7) Од најмањег четвороцифреног броја, чије су све цифре различите одузети највећи троцифрен број, чије су све цифре различите.

8) Од најмањег петоцифреног броја, чије су све цифре различите, одузети највећи четвороцифрени број, чије су све цифре различите.

9) Ако се код назначеног збира 107 + 96 први сабирак повећа за 39, шта ће бити са збиром (т.ј. за колико ће се збир променити)?

10) Ако се код назначеног збира 83 + 58 први сабирак смањи за 46, шта ће бити са збиром?

11) Ако се код назначеног збира 75 + 117 први сабирак повећа за 58, шта треба учинити с другим сабирком, па да збир остане исти?

12) Ако се код назначеног збира 48 + 207 + 19 први сабирак смањи за 14 а други за 98, шта треба учинити с трећим сабирком, па да збир остане исти?

13) Једно буре, пуно течности, тешко је 508 килограма, а празно буре тешко је 49 килограма. Колико износи тежина саме течности?

14) Неко је купио кућу за 227 000 дин., и пошто је утрошио на оправку 36 240 дин. продао је кућу за 270 000 дин. Колико износи чиста добит?

15) Један предузимач погодио је да изврши неке радове за 2 450 дин. и узео је три радника. Једноме је платио 480 д., другоме 625 дин. и трећем 816 дин. Колика је била његова чиста добит?

16) Неко је поручио код кројача два пара одела: један од 1 850 дин. и други од 2 400 дин. и обавезао се да их исплати за три месеца. Ако је првог месеца платио 960 дин. а другог 1 225 дин., колико је имао да плати трећег месеца?

17) Једна чаша пуна воде тешка је 330 грама а тежина празне чаше износи 85 грама. Друга чаша пуна воде тешка је 370 грама, а тежина празне чаше износи 145 грама. У којој чаши има више и колико има више воде?

18) У једном бурету које хвата 428 литара има 250 литара вина. У њега се наспе још 136 литара, а после извесног времена оточи се 175 литара вина. Колико је литара вина било потребно да би се буре после тога допунило?

19) Један трговац купио је неку робу за 24 780 дин., платио је царине 7 326 дин. и за превоз 3 808 дин. За тим је продао један део робе за 19 400 дин. а други део за 21 000 дин. Колико износи његова добит?

20) Један трговац има имање у вредности 288 000 дин. и робе у вредности 162 700 дин., а дужан је 185 720 дин. Други трговац има робе у вредности 300 000 дин., а дужан је 76 250 дин. Који је од њих двојице бољег имовног стања?

21) У једној школи било је у почетку школске године 1 084 ученика. У току године уписало се 66 нових ученика, исписало се 45 ученика, напустило је школу 12 ученика и искључено је 104 ученика. Колико је било ученика на крају школске године?

22) Један трговац има кућу у вредности 180 000 дин., робе у вредности 96 800 дин. и у готовом новцу 12 650 дин., а његов дуг износи код једног новчаног завода 208 000 дин. и код другог завода 105 000 дин. Да ли је његова имовина довољна да измири сав дуг и, ако није довољна, колико му недостаје?

Домаћи задатак

1) Израчунати вредност овог бројног израза:

$$(703 + 307) - (703 - 307).$$

2) Од највећег четвороцифреног броја који се може написати цифрама 0, 4, 5 и 7 одузети најмањи четвороцифрен број, који се може написати тим истим цифрама.

3) Два брата поделила су наследство тако, да је старијем брату припало 109 400 динара, а млађи брат је добио 18 800 динара мање од старијег. Колико је износило цело наследство?

МНОЖЕЊЕ

Први задатак. Један путник путовао је 4 дана и сваког дана проводио је на путу по 7 часова. Колико је свега часова провео на путу?

Други задатак. Један винарски трговац продао је 1000 литара вина по 12 дин. литар. Коју је суму примио?

Нама је већ познато да се ови задаци решавају рачунском радњом која се назива множење. Њихова су решења:

7 час. $\times$ 4 = 28 часова.

12 динара $\times$ 1 000 = 12 000 динара.

Ми смо те задатке лако решили јер нам је позната рачунска радња множење. Него запитајмо се: да ли би те задатке могао да реши један човек, који не уме да множи али зна да сабира. Лако се можемо уверити, да би он те задатке могао решити сматрајући их као задатке из сабирања. Први задатак он бн израдио овако:

7 час. + 7 час. + 7 час. + 7 час. = 28 час.

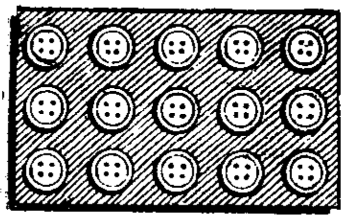
Други задатак решио би на исти начин, само што би му тај задатак задао много више посла, пошто би морао да сабира хиљаду сабирака.

Закључак. *Множење је постало из сабирања и оно управо није ништа друго него скраћено сабирање једнаких сабирака.*

Знамо већ да се код сабирања морају писати сви сабирци. Али код множења, пошто се један исти сабирак непрестано понавља, довољно је да се тај сабирак напише само једанпут, а поред њега да се стави број који показује колико се пута јавља тај сабирак. И онда онај број, који је код сабирања био сабирак, код множења се назива *множеник*, а онај други број, који показује колико се пута јавља тај сабирак, назива се *множитељ*. Између множеника и множитеља ставља се знак множења: „ $\times$ ” или „ $\cdot$ ”. Резултат множења назива се *производ*. Између множитеља и производа ставља се знак једнакости „ $=$ ”. Знак „ $\times$ ” обично се употребљава при множењу именованих бројева, а знак „ $\cdot$ ” при множењу неименованих бројева. Напр.:

4 дин. $\times$ 3 = 12 дин., $15 \cdot 4 = 60$.

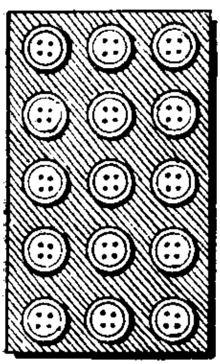
Комутациони закон множења



Сл. 1.

На картону поређана су дугмад правилно у редове као што показује сл. 1. Видимо да има 3 реда по 5 дугмади. То се пише овако:

5 дугм. + 5 дугм. + 5 дугм. = 15 дугм. или
5 дугм. $\times$ 3 = 15 дугм.



Сл. 2.

Окренимо сад картон уздуж, као што показује сл. 2. Очевидно да се број дугмади није променио, али сад имамо 5 реди у сваком по 3 дугмета. То се пише овако:

3 дугм. + 3 дугм. + 3 дугм. +
3 дугм. + 3 дугм. = 15 дугм.

или

3 дугм. $\times$ 5 = 15 дугм.

До резултата 15 дугм. ми смо дакле дошли са ова два рачуна:

5 дугм. $\times$ 3 = 15 дугм.
3 дугм. $\times$ 5 = 15 дугм.

Ако изоставимо назив јединице, ова се два рачуна пишу простије овако:

$$5 \cdot 3 = 15,$$
$$3 \cdot 5 = 15.$$

Правила

1) Множеник може бити именован или неименован број, али множитељ је увек неименован број.

2) Производ се не мења ако множеник и множитељ промене своја места.

Како производ не мења своју вредност ако множеник и множитељ промене своја места, то се они често пута називају заједничким именом *чинитељи*.

Производ од три или више чинитеља

Задатак. Производ бројева 3 и 7 помножити бројем 4.

Решење:

$$3 \cdot 7 = 21,$$
$$21 \cdot 4 = 84.$$

Ова два множења могу се краће написати овако:

$$3 \cdot 7 \cdot 4 = 84.$$

и онда се каже да је број 84 производ бројева 3, 7 и 4. Кад су овако три чинитеља написани један поред другог онда то значи да треба први чинитељ помножити другим, па затим добивени производ трећим чинитељем. Исто тако, ако има више од три чинитеља, множи се први чинитељ другим, добивени производ трећим, нови производ четвртим итд.

Бројни изрази код множења

Ако имамо два или више чинитеља поређаних један до другог, али њихов производ није израчунат, онда су тиме само назначена множења, која треба извршити. Такав низ чинитеља са назначеним множењима назваћемо *назначени производ*. Назначени производи су напр.

$$4 \cdot 9, \quad 3 \cdot 7 \cdot 11, \quad 5 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 14 \cdot 9.$$

Сваки назначени производ је у исто време и бројни израз. Али има и таквих бројних израза, код којих су поред множења назначене и друге рачунске радње. Код таквих израза треба обратити пажњу на ред кога се треба држати при извршењу рачунских радњи. За пример нека нам послуже ова два израза:

$$4 + 7 \cdot 3 \text{ и } (4 + 7) \cdot 3$$

Код обадва израза имамо исте бројеве и исте рачунске радње, али изрази нису исти. Ако хоћемо да израчунамо вредност тих израза, онда ћемо код првог израза најпре израчунати производ бројева 7 и 3, па ћемо добивени производ додати броју 4, а код другог израза најпре ћемо сабрати бројеве 7 и 4, па ћемо добивени збир помножити бројем 3. У првом случају добија се као резултат број 25, а у другом случају број 33.

При срачунавању сложенијих израза треба се придржавати овог реда: Извршити најпре радње у заградама, затим сва множења и најзад сабирања и одузимања. Ако су код заграђених израза назначена сабирања, одузимања и множења, онда се при срачунавању тих израза опет извршују најпре сва множења, па за тим сабирања и одузимања.

Код израза без заграда увек се извршују најпре множења, па за тим сабирања и одузимања.

Пример. Израчунати вредност бројног израза

$$(17 - 3 \cdot 4) \cdot 7 - (2 \cdot 3 + 1) \cdot 4 + 18.$$

Најпре извршујемо множења у заградама и добијамо овај нов израз

$$(17 - 12) \cdot 7 - (6 + 1) \cdot 4 + 18.$$

За тим извршујемо остале радње у заградама и добијамо овај израз без заграда

$$5 \cdot 7 - 7 \cdot 4 + 18.$$

Пошто више нема заграда извршујемо сва множења

$$35 - 28 + 18.$$

Најзад извршујемо остале радње и добијамо резултат

$$25.$$

Ред чинитеља

Задатак. На једном послу радила су 4 радника с надницом од 30 динара и свршили су посао за 5 дана. Којом су сумом исплаћени сви радници?

Овај задатак може се решити на три начина.

Први начин. Најпре израчунавамо дневну зараду свих радника

$$30 \cdot 4 = 120 \text{ или } 4 \cdot 30 = 120.$$

за тим укупну зараду за 5 дана

$$120 \cdot 5 = 600.$$

Обадва рачуна пишу се уједно овако

$$30 \cdot 4 \cdot 5 = 600 \text{ или } 4 \cdot 30 \cdot 5 = 600.$$

Други начин. Најпре израчунавамо зараду једног радника за 5 дана

$$30 \cdot 5 = 150 \text{ или } 5 \cdot 30 = 150$$

за тим укупну зараду сва 4 радника

$$150 \cdot 4 = 600.$$

Обадва рачуна пишу се уједно овако

$$30 \cdot 5 \cdot 4 = 600 \text{ или } 5 \cdot 30 \cdot 4 = 600.$$

Трећи начин. Најпре израчунавамо укупан број свих надница

$$5 \cdot 4 = 20 \text{ или } 4 \cdot 5 = 20$$

за тим укупну зараду свих радника

$$30 \cdot 20 = 600 \text{ или } 20 \cdot 30 = 600$$

Најзад обадва рачуна пишу се уједно овако

$$5 \cdot 4 \cdot 30 = 600 \text{ или } 4 \cdot 5 \cdot 30 = 600$$

Упоредимо сад ових шест бројних израза:

$$30 \cdot 4 \cdot 5,\ 4 \cdot 30 \cdot 5,$$
$$30 \cdot 5 \cdot 4,\ 5 \cdot 30 \cdot 4,$$
$$5 \cdot 4 \cdot 30,\ 4 \cdot 5 \cdot 30.$$

Видели смо већ да сви ти бројни изрази дају исти производ и ако су њихови чинитељи на разне начине поређани. И на другим примерима можемо се уверити, да производ неће променити вредност, ако чинитељи ма на који начин измењају своја места.

Правило. *Вредност производа неће се променити ако чинитељи промене своја места.*

Таблица множења

Казали смо да се множење може сматрати као скраћено сабирање. То значи да се неки задаци из сабирања могу брже решити множењем. Али, да би се са сабирања прешло на множење, потребно је знати таблицу множења. А знати таблицу множења то значи: знати на памет производе, чији су множеник и множитељ једноцифрени бројеви. Цела таблица множења садржи се у овој табели:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	1
2	4	6	8	10	12	14	16	18	2
3	6	9	12	15	18	21	24	27	3
4	8	12	16	20	24	28	32	36	4
5	10	15	20	25	30	35	40	45	5
6	12	18	24	30	36	42	48	54	6
7	14	21	28	35	42	49	56	63	7
8	16	24	32	40	48	56	64	72	8
9	18	27	36	45	54	63	72	81	9

Ова табела садржи 9 положених и 10 усправних редова. Положени редови називају се просто редови, а усправни редови врсте. Сваки број налази се у једном реду и једној врсти.

Напр. број 35 налази се у *петом* реду и у *седмој* врсти. Да видимо сад како ћемо наћи производ ма која два једноцифрена броја. Примера ради узмимо да су чинитељи бројеви 4 и 9. Њихов је производ онај број који се налази у четвртом реду и у деветој врсти. А то је број 36. На исти начин одређујемо производ ма која два чинитеља.

Бројеви 1 и 0 као чинитељи

На основу комутационог закона множења можемо написати.

$$3 \cdot 1 = 1 \cdot 3 = 1 + 1 + 1 = 3.$$
$$5 \cdot 0 = 0 \cdot 5 = 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0.$$

Одавде видимо да је

$$3 \cdot 1 = 3,\ 1 \cdot 3 = 3,\ 5 \cdot 0 = 0,\ 0 \cdot 5 = 0.$$

Исто тако биће и

$$4 \cdot 3 \cdot 1 = 4 \cdot 3,\ \ 2 \cdot 1 \cdot 6 = 2 \cdot 6,\ \ 5 \cdot 7 \cdot 0 = 0,\ \ 4 \cdot 0 \cdot 9 = 0.$$

Правила.

1) *Број 1 као чинитељ не треба писати.*

2) *Ако се међу чинитељима неког израза налази макар једна 0, онда је и вредност целог израза 0.*

Множење декадним јединицама

Ако се једном броју допише *0* с десне стране, видели смо да ће свака његова цифра добити 10 пута већу вредност, а то значи да ће и сам број постати 10 пута већи. Дакле, ако треба неки број помножити са 10, онда ћемо му само дописати једну *0* с десне стране. Исто тако број се множи са $100 = 10 \cdot 10$, ако му се допишу две нуле с десне стране; број се множи са $1000 = 10 \cdot 10 \cdot 10$, ако му се с десне стране допишу три нуле итд.

Правило. *Број се множи ма којом декадном јединицом, ако му се с десне стране допише онолико нула, колико их има та декадна јединица.*

Примери:

$287 \cdot 10 = 2\,870$, $31 \cdot 100 = 3\,100$, $44 \cdot 10\,000 = 440\,000$.

Назначени збир као чинитељ

Задатак. Једна гостионица има три одељења. У једном одељењу има 2 лустера, у другом одељењу 3 лустера и у трећем одељењу 4 лустера. Ако сваки лустер има по 5 сијалица, колико има свега сијалица у сва три одељења?

Овај задатак можемо решити на два начина.

Први начин. Израчунаћемо колико има сијалица у сваком појединoм одељењу, па ћемо нађене бројеве сабрати.

$$5 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 5 \cdot 4 = 10 + 15 + 20 = 45.$$

Други начин. Израчунаћемо колико има лустера у сва три одељења, па ћемо нађеним бројем помножити број сијалица на једном лустеру.

$$5 \cdot (2 + 3 + 4) = 5 \cdot 9 = 45.$$

Видимо дакле да изрази $5 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 5 \cdot 4$ и $5 \cdot (2 + 3 + 4)$ кад се срачунају, дају једнаке резултате. То значи да мора бити

$$5 \cdot (2 + 3 + 4) = 5 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 5 \cdot 4.$$

или ако променимо места чинитељима

$$(2 + 3 + 4) \cdot 5 = 2 \cdot 5 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 5.$$

Правила.

1) Ако треба један број помножити назначеним збиром, онда се може тај број помножити посебно сваким сабирком, па затим нађени производи сабрати.

2) Ако треба назначени збир помножити једним бројем, онда се може сваки сабирак помножити тим бројем, па за тим нађени производи сабрати.

Множење бројева чије су крајње цифре нуле

Задатак. Израчунати производ бројева 120 и 300.

Решење:

$$12\cancel{0} \cdot 3\cancel{00} = 12 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 100$$

36 600

$$
\begin{aligned}
&= 12 \cdot 3 \cdot 10\,100 \\
&= 36 \cdot 1\,000 \\
&= 36\,000.
\end{aligned}
$$

Ако нађени производ упоредимо са чиниteљима, долазимо до ових закључака:

1) Производ има на крају онолико нула, колико их имају оба чинитеља укупно.

2) Број 36, који се добија кад се у производу изоставе крајње нуле, тачан је производ бројева 12 и 3, који се добијају кад се код оба чинитеља изоставе крајње нуле.

Правило. *Производ два броја чије су крајње цифре нуле може се израчунати, ако се помноже бројеви који остају, кад се код оба чинитеља изоставе крајње нуле, па се за тим резултату допишу све изостављене нуле.*

Напомена. Ако један од чинитеља нема ниједне нуле на крају, онда се резултату дописује онолико нула, колико их има други чинитељ.

Множење вишецифреног броја једноцифреним

Задатак. Број 247 помножити бројем 3.

Решење.

$$
\begin{aligned}
247 \cdot 3 &= (200 + 40 + 7) \cdot 3 \\
&= (7 + 40 + 200) \cdot 3 \\
&= 7 \cdot 3 + 40 \cdot 3 + 200 \cdot 3 \\
&= 21 + 120 + 600.
\end{aligned}
$$

Ако ове сабирке потпишемо један испод другог имаћемо:

$$
\begin{array}{r}
21 \\
120 \\
600 \\
\hline
741
\end{array}
$$

Други сабирак има једну нулу на крају, јер је постао множењем десетица, а трећи сабирак има две нуле на крају, јер је постао множењем стотина. Пошто те крајње нуле не утичу на резултат, могу се изоставити, и онда ћемо имати.

$$\begin{array}{r} 21 \\ 12 \\ 6 \\ \hline 741 \end{array}$$

Овде је сад други сабирак производ множитеља и множеникове цифре на месту десетица, а трећи сабирак производ множитеља и множеникове цифре на месту стотина. Због изостављених нула сабирци су потписани један испод другог за једно место у лево. Овај се рачун може још упростити, ако се у исто време множи и сабнра. Тада се рачун пише овако:

$$\begin{array}{r} 247 \\ 3 \\ \hline 741 \end{array}$$

а при рачунању говори се: 3 пута 7 , 21 ; 1 пишем 2 додајем десетицама; 3 пута 4, 12 и 2 , 14 ; 4 пишем 1 додајем стотинама; 3 пута 2 , 6 и 1 , 7. Или још краће овако: 3 пута 7 , 21 ; 1 , 2 ; 3 пута 4 , 12 и 2 , 14 ; 4 , 1 ; 3 пута 2 , 6 и 1 , 7.

У опште при множењу вишецифреног броја једноцифреним придржаваћемо се овог упутства : Множитељем треба помножити сваку цифру множеникову почев множење од јединица. Ако се при множењу јединица добије једноцифрен број, онда се јединице пишу на месту јединица, а десетице се задржавају и додају производу, који се добија множењем десетица. При томе се опет може добити једноцифрен илн двоцифрен број. Ако се добије једноцифрен број, он се пише на месту десетица, а ако се добије двоцифрен број, онда се десна цифра пише на месту десетица, а лева цифра се задржава и додаје производу, који се добија множењем наредне цифре. Тај се поступак продужава док се не изможе све цифре множеникове.

Задаци за вежбање

Усмено

1) Помножити са 10 бројеве : 18, 304, 1 796, 800, 710.
2) Помножити са 10 бројеве : 29, 80, 101, 200, 9 090.

Извршити ова множења:

3) 90 · 8, 70 · 20, 300 · 30, 500 · 40, 8 000 . 7 000.

4) 17 · 4, 25 · 8, 44 · 9, 68 · 3, 108 . 7.

5) 94 · 4, 115 · 3, 222 · 5, 1 009 · 9, 3 030 . 4.

6) У 28 новчаница од по 10 дин. колико има динара?

7) У 53 новчанице од по 100 дин. колико има динара?

8) 12 новчаница од по 1000 дин. треба разменити у новчанице од по 10 дин. Колико ће се добити тих новчаница?

9) За 23 новчанице од по 10 дин. колико се добија двединараца?

10) Колико је потребно табака хартије за штампање једне књиге, ако књига износи 12 штампаних табака и штампа се у 8 000 примерака?

Писмено

Извршити ова множења:

1) 1 203 · 3
2) 381 · 7
3) 808 · 8
4) 392 · 5
5) 5 007 · 6
6) 1 250 · 8
7) 1 089 · 9
8) 10 989 · 9
9) 24 · 90
10) 308 · 700
11) 37 037 · 3
12) 142 857 · 7 ·

Израчунати вредност ових израза:

13) 15 · 4 · 9
14) 18 · 5 · 40
15) 25 · 8 · 14 · 5
16) 51 · 4 — 32 · 6
17) 20 · 4 · 3 — 11 · 7 · 2
18) (17 + 2) · 8 — (17 — 2) · 9
19) (32 · 4 — 14 · 9 — 2) · 3
20) (17 · 9 — 16 · 8) · (9 · 4 — 7 · 5)
21) (11 · 9 — 14 · 7) · (147 — 23 · 6)
22) (8 · 8 — 9 · 7) · (18 · 4 — 9 · 8).

23) Један радник радио је неки посао 8 недеља и сваке недеље примао је по 252 дин. Колико је примио за све време?

24) Точак на једној машини учини 7 225 обрта за 1 час. Колико ће обрта учинити за 8 часова?

25) Један зидар радио је на једној згради 7 недеља и сваке недеље зарадио је по 288 дин. За тим је на другој згради радио 9 недеља и сваке је недеље зарадио по 270 дин. Колико је зарадио свега?

26) У једном бурету има 440 литара вина. Ако се из тог бурета сваког дана отопи по 6 литара, колико ће остати у њему вина после 6 недеља?

27) Један чиновник који прима месечно 3 706 дин. уштедио је за 6 месеци 1 640 дин. Колико је потрошио за то време?

28) Један сељак продао је 170 килограма јабука по 6 дин. килограм, па је од добивеног новца купио 95 литара вина по 5 дин. и 9 литара ракије по 28 дин. литар. Колико му је претекло новца?

Домаћи задатак

1) Извршити ова множења: 843 · 6, 2 181 · 3, 14 717 · 7, 25 875 · 8, 7 200 · 70.

2) Израчунати вредност бројног израза: (215 — 109) · (102 — 94) — 107 · 7.

3) Један столар дужан је једном гостионичару 3 200 дин. Он му је израдио 8 столова по 275 динара и дао му у готову 250 динара. Колико је после тога још остао дужан?

Множење вишецифреног броја вишецифреним

Задатак. Израчунати производ бројева 381 и 724.

Решење.

$$\begin{aligned} 381 \cdot 724 &= 381 \cdot (700 + 20 + 4) \\ &= 381 \cdot (4 + 20 + 700) \\ &= 381 \cdot 4 + 381 \cdot 20 + 381 \cdot 700 \\ &= 1\,524 + 762 \cdot 10 + 2\,667 \cdot 100 \\ &= 1\,524 + 7\,620 + 266\,700. \end{aligned}$$

Потпишимо сабирке један испод другог и извршимо сабирање:

$$\begin{array}{r} 1\,524 \\ 7\,620 \\ 266\,700 \\ \hline 275\,844 \end{array}$$

Други сабирак постао је кад се множеник помножи десетицама множитељевим, зато има на крају једну нулу. Трећи сабирак постао је кад се множеник помножи стотинама множитељевим, зато има две нуле на крају. Пошто те нуле, које се јављају код другог и трећег сабирка, не утичу на резултат, могу се изоставити, и онда ће горњи рачун бити написан овако:

$$\begin{array}{r} 1\,524 \\ 762 \\ 2\,667 \\ \hline 275\,844 \end{array}$$

Овде се сад други сабирак добија кад се множеник помножи множитељевом цифром на месту десетица, а трећи сабирак је производ множеника и множитељеве цифре на месту стотина. Због изостављених нула сабирци су потписани један испод другог за једно место у лево. Цео рачун пише се овако:

```
    381
    724
 ------
  1 524
   762
2 667
-------
275 844
```

При рачунању говори се 4 пута 1, 4; 4 пута 8, 32; 2, 3; 4 пута 3, 12 и 3, 15; 2 пута 1, 2; 2 пута 8, 16; 6, 1; 2 пута 3, 6 и 1, 7 итд.

У опште при множењу вишецифреног броја вишецифреним придржаваћемо се овог упутства: Множеник треба измножити редом свима цифрама множитељевим почев множење цифром на месту јединица. Тако добивени делимични производи потписују се један испод другог за по једно место у лево и сабирају се.

Проба множења

Знамо да се вредност производа не мења ако чинитељи промене своја места. На томе правилу оснива се проба множења. Ако хоћемо да проверимо тачност резултата који смо добили при множењу, треба да променимо места чинитељима, па да поново извршимо множење: Ако ни при првом ни при другом множењу не погрешимо, онда ћемо у оба случаја добити исти резултат.

Пример.

```
  218        37
   37       218
------     ----
 1 526      296
  654       37
-----      74
8 066      -----
           8 066
```

Степен

Ако су код множења сви чинитељи једнаки онда се производ назива *степен.* Ако има два једнака чинитеља производ се назива *други степен,* а ако има три једнака чинитеља производ се назива *трећи степен.* Други степен назива се још и *квадрат* а трећи степен *куб.* Напр. 16 је други степен (или квадрат) броја 4, јер је $4 \cdot 4 = 16$. Исто тако број 64 је трећи степен (или куб) броја 4, јер је $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$. Изрази $4 \cdot 4$ и $4 \cdot 4 \cdot 4$ пишу се краће овако:

$$4 \cdot 4 = 4^2$$

$$4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^3$$

и читају се

4^2: четири на други степен или четири на квадрат.

4^3: четири на трећи степен или четири на куб.

Исто тако читамо:

15^2: петнаест на други степен или петнаест на квадрат.

15^3: петнаест на трећи степен или петнаест на куб.

Бројеви 4 и 15 називају се основе, а бројеви 2 и 3 изложитељи.

Примери.

1) Како се пише и колико износи квадрат броја 18?

$18^2 = 18 \cdot 18$, $18 \cdot 18 = 324$, $18^2 = 324$.

2) Како се пише и колико износи куб броја 7?

$7^3 = 7 \cdot 7 \cdot 7$, $7 \cdot 7 = 49$, $49 \cdot 7 = 343$, $7^3 = 343$.

Задаци за вежбање

Извршити ова назначена множења:

1) $45 \cdot 11$, $73 \cdot 37$, $55 \cdot 78$

2) $926 \cdot 45$, $819 \cdot 11$, $31 \cdot 690$.

3) $125 \cdot 128$, $130 \cdot 190$, $15 \cdot 7\,316$.

4) $15\,694 \cdot 47$, $1\,703 \cdot 507$, $10\,099 \cdot 47$.

5) $6\,734 \cdot 12$, $10\,631 \cdot 72$, $5\,144 \cdot 24$.

Код ових задатака после множења извршити пробу:

6) $3\,030 \cdot 79$, $1\,700 \cdot 380$, $12\,001 \cdot 69$.

7) $1\,201 \cdot 796$, $10\,301 \cdot 97$, $1\,090 \cdot 206$.

8) Како се пише и колико износи 56^2?

9) Колико износи 307^2?

10) Како се чита и колико износи 17^3?

11) Колико износи 83^3?

Израчунати вредност ових бројних израза:

12) $238 \cdot 14 - (408 - 199) \cdot 15$.

13) $(5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4) \cdot (11^2 - 4 \cdot 5 \cdot 6)$.

14) За колико треба повећати израз $(100 + 1) \cdot (100 - 1)$ па да буде једнак са изразом $(101 + 1) \cdot (101 - 1)$?

15) За колико треба смањити израз $(102 - 65) \cdot 12$ па да буде 2 пута већи од израза $(52 - 29) \cdot 6$?

16) За колико треба смањити збир бројева 1 793 и 1 594 па да буде 12 пута већи од разлике истих бројева?

17) Један речник има 65 штампаних табака. Колико има страна тај речник, ако сваки табак има 16 страна?

18) Један насип подигну 14 радника за 11 дана. Колико би било потребно радника да се насип подигне за 1 дан?

19) Један месар прода 16 канти масти по 16 дин. килограм. Ако је у свакој канти било по 16 килограма масти, коју је суму примио?

20) Сандук шећера тежак је 56 килограма, а празан сандук тежи 8 килограма. Колико износи вредност шећера, ако је цена 1 килограма 12 динара?

21) Трговац је продао 150 метара платна за 2 400 динара и при том је на сваком метру зарадио по 3 динара. Колико њега стаје сва роба?

22) Неко купи 23 сијалице по 14 динара и 18 сијалица по 22 динара и да на каси новчаницу од 1 000 динара. Колико ће добити натраг?

23) Једна фабрика има 52 стручна радника чија је надница 72 динара и 328 обичних радника чија је надница 35 динара. Која је сума потребна да се исплате сви радници за 7 дана?

24) Један чиновник, који прима месечно 2 783 динара, био је дужан 4 240 динара. Он је за годину дана потрошио 31 788 динара, а уштеду је употребио на отплату дуга. Колики је био његов дуг по истеку године?

25) Један предузимач погодио је да изврши неке радове за 7 500 дин. Он је узео 12 радника, којима је плаћао по 28 динара дневно, и свршио је посао за 14 дана. Ако је поред тога још и на друге разне издатке утрошио 1 170 динара, колико износи његова чиста добит?

26) Један столар израдио је за једну школу 276 клупа по 186 динара комад. За материјал је издао 16 298 динара и радницима је платио 24 520 динара. Колико износи његова чиста добит?

27) Сељак прода трговцу 18 килограма вуне по 27 динара килограм, а купи од њега 45 дасака по 12 динара комад. Ко је од њих двојице имао да доплати и колико?

28) Даљина месеца од земље је за 1 714 километара већа од 30 земљиних пречника. Ако се зна да земљин пречник износи 12 756 километара колико је удаљен месец од земље?

Домаћи задатак

Извршити ова назначена множења:

1) $408 \cdot 75$, $6\,734 \cdot 18$, $904 \cdot 1\,104$.

2) За колико треба повећати израз $(72 \cdot 3 - 18 \cdot 11) \cdot 79$ па да буде једнак с квадратом броја 39?

3) Дрварски трговац набавио је 5 000 кубних метара дрва по 96 динара кубни метар, а продао је 3 146 кубних метара по 125 динара, а остало по 120 динара кубни метар. Колико износи његова зарада?

ДЕЉЕЊЕ

Први задатак. На једној гомили има 28 динара. Ако се та гомила подели на 4 једнака дела, по колико ће динара садржати сваки део?

Други задатак. На једној гомили има 18 динара. На колико једнаких гомила треба поделити ту суму, да би на свакој гомили било по шест динара?

Нама је већ познато да се ови задаци решавају рачунском радњом која се назива дељење. Али ми ћемо претпоставити да имамо пред собом једног човека, коме су познате све рачунске радње сем дељења, па да видимо да ли би он могао да реши та два задатка. Лако се можемо уверити, да би он ова два задатка могао решити оваквим размишљањем.

I. Ја не знам колико ће бити динара на свакој гомили, ако се 28 динара распореде у 4 једнаке гомиле, али кад су динари распоређени у гомиле, онда их могу опет сакупити у једну гомилу и при томе ја бих извршио сабирање једнаких сабирака т. ј. множење. Тај би се рачун могао написати овако:

$$\boxed{}\ \text{динара} \times 4 = 28\ \text{динара}.$$

Дакле треба наћи број динара који помножен са 4 даје производ 28 динара. А то су 7 динара.

II. Ја не знам на колико гомила треба распоредитн 18 динара, да би на свакој гомили било по 6 динара, алн ако су динари распоређени по 6 у једној гомили, онда их могу опет сакупити у једну гомилу и при томе ја бих извршио сабирање једнаких сабирака, тј. множење. Тај би се рачун могао написати овако:

$$6\ \text{динара} \times \boxed{} = 18\ \text{динара}.$$

Дакле треба наћи број којим треба помножити 6 динара, да би се добио производ 18 динара. А тај је број 3.

Као што видимо човек који не зна дељење решио би ове задатке помоћу множења. Код првог задатка познат је производ и множитељ а треба нзрачунати множеник. Код другог задатка познат је производ и множеннк а треба израчунатн множитељ. Ако хоћемо множење да преобратимо у дељење онда два позната броја и резултат који треба израчунати добијају своје нарочите називе. Први познатн број, који смо код множења назвали производ, код дељења се назива *дељеник*. Други познати број, који нам је код множења био множитељ (код првог задатка) или множеник (код другог задатка), код дељења се назива *делитељ*. Непознати број, који је код множења био множеник (код првог задатка) или множитељ (код другог задатка) код дељења се назива *количник*.

Код дељења бројеви се пишу овим редом: дељеник, делнтељ, количник. Између дељеника и делитеља ставља се знак дељења „ : ", а између делитеља и количника знак једнакости „=". Према томе решења првог и другог задатка била би написана овако:

$$28\ \text{динара} : 4 = 7\ \text{динара},$$
$$18\ \text{динара} : 6\ \text{динара} = 3.$$

Први рачун читамо: 28 динара подељено са 4 једнако је 7 динара. Други рачун читамо: 6 динара у 18 динара садржи се 3 пут.

Као што видимо ако се рачуна са именованим бројевима могу се разликовати две врсте дељења:

1) Ако је делитељ неименован број, онда је количник именован. Такво дељење обичио се назива право дељење.

2) Ако је делитељ именован број, количник је неименован. Такво дељење назива се дељење у смислу мерења.

Ако се рачуна *с неименованим бројевима,* онда ће очевидно и дељеник и делитељ и количник бити неименовани бројеви. У том случају не разликују се две врсте дељења, пошто је сасвим свеједно, да ли је делитељ постао од множеника или од множитеља. Тада можемо казати: Дељење је рачунска радња, која се изводи из множења, ако је познат производ и један чинитељ, па треба израчунати други чинитељ. При томе се познати производ назива *дељеник,* познати чинитељ *делитељ,* а непознати чинитељ *количник.*

Напомена. Ако су делитељ и количник једноцифрени бројеви, онда се количник лако одређује помоћу таблице множења.

Непотпуни количник

Задатак. Три ученика имају да поделе 17 пера. Колико ће добити сваки од њих?

Овде је 17 пера дељеник а 3 делитељ. Знамо да је дељеник једнак производу из делитеља и количника. Али јасно је да нема таквог броја, који би, помножен са 3, дао производ 17. Ако ученици поделе пера тако, да сваки добије по 5 пера, онда ће преостати 2 пера. Пошто нема никаквог начина да се 2 пера поделе на 3 ученика, то се та 2 пера издвајају као *остатак.* Онда се број 5 пера узима као количник, али за разлику од тачног количника, код кога нема остатка, он се назива *непотпуни количник.* Према томе, ако се делитељ не садржи тачно у дељенику, производу делитеља и непотпуног количника треба додати остатак, да би се добио дељеник. Код нашег задатка биће:

$$5 \cdot 3 + 2 = 17.$$

Јасно је да остатак мора бити мањи од делитеља. Јер кад би био једнак делитељу, или би био већи од њега, онда би се делитељ садржао у остатку, а такав остатак у ствари не би био остатак. Напр. ако бисмо написали

$$29 : 4 = 6 \text{ (са остатком 5)}$$

онда тај рачун не би био тачан. Пошто се делитељ 4 садржи у остатку 5 (1 пут) то ће непотпуни количник бити 7. Дакле биће

$$29 : 4 = 7 \text{ (са остатком 1)}.$$

Напомена. Ако су делитељ и количник једноцифрени бројеви, непотпуни количник одређује се лако помоћу таблице множења. Пошто се делитељ не садржи у дељенику без остатка, треба узети за дељеник најближи мањи број, у коме се делитељ садржи без остатка. Пошто се израчуна количник, остатак се добија, ако се делитељ помножи количником, па се добивени производ одузме од дељеника.

Пример.

$$53 : 8 = 6 \text{ (са остатком 5)}$$

Пошто се 8 не садржи у 53, тражимо најближи мањи број у коме се 8 садржи, а то је број 48. Знамо да је $6 \cdot 8 = 48$, а то значи да се 8 у 48 садржи 6 пута. Остатак ћемо добити ако делитељ помножимо количником, па добивени производ одузмемо од дељеника. То се обично пише овако:

$$\begin{array}{l} 53 : 8 = 6. \\ \underline{48} \\ \;\;5 \end{array}$$

Изрази код дељења

Ако је дељење два броја назначено, али није израчунат количник, онда се тако добивен спој два броја везаних знаком дељења назива *назначени количник*.

Ако дељеник и делитељ нису бројеви већ какви било изрази, онда се они стављају у заграду. Напр.

$$(24 : 2) : (3 \cdot 2),\ (5 \cdot 6 - 9) : 3,\ (6 + 8 \cdot 3) : 5.$$

Ако се назначени количници јављају у неком изразу као чинитељи, они се стављају у заграду. Напр.

$$5 \cdot (8 : 2) \cdot 11,\ (12 : 4) \cdot (4 : 2) \cdot (8 - 4).$$

Ако су у неком бројном изразу назначени количници везани знацима сабирања и одузимања они се не стављају у заграду. При срачунавању таквих израза, ако су без заграда, увек се извршују најпре назначена дељења, па за тим сабирања и одузимања. Напр.

$$15 : 5 + 18 : 3 - 28 : 4 = 3 + 6 - 7 = 2.$$

Кад се количник мења а кад се не мења

Први задатак. Дати су бројеви 24 и 4, па се тражи да се с њима изврше ове радње:

1) Да се израчуна њихов количник.

2) Да се дељеник помножи са 2, па да се поново израчуна количник.

3) Да се дељеннк подели са 3, па да се и овог пута израчуна количник.

4) Да се промене дељеника упореде с променама количника и да се из тога упоређивања изведе закључак.

Одговорн:

1) $24 : 4 = 6$,

2) $48 : 4 = 12$,

3) $8 : 4 = 2$.

4) Дељеник повећан 2 пут — и количник повећан 2 пут; дељеник смањен 3 пут — и колнчник смањен 3 пут.

Закључак. Ако се дељеник повећа извесан број пута, и количник ће се повећати исти број пута; ако се дељеник смањи извесан број пута, и количник ће се смањити исти број пута.

Другн задатак. Дати су бројеви 36 и 4, па се тражи да се с њима изврше ове радње:

1) Да се израчуна њихов количник.

2) Да се делитељ помножи са 3, па да се опет израчуна количник.

3) Да се делитељ подели са 2, па да се и овог пута израчуна количник.

4) Да се промене делитеља упореде с променама количника и да се из тога упоређивања изведе закључак.

Одговори:

1) 36 : 4 = 9

2) 36 : 12 = 3

3) 36 : 2 = 18

4) Делитељ 3 пут већи — количник 3 пут мањн; делитељ 2 пут мањн — количник 2 пут већи.

Закључак. Ако се делнтељ *повећа* извесан број пута, количник ће се *смањити* исти број пута; ако се делитељ смањи извесан број пута, количник ће се *повећати* исти број пута.

Трећи задатак. Дати су бројеви 30 и 6 па се тражи да се с њима изврше ове радње:

1) Да се израчуна њихов количник.

2) Да се и дељеник и делитељ помноже са 2, па да се поново израчуна количник.

3) Да се и дељеник и делитељ поделе са 3, па да се и овог пута израчуна количник.

4) Да се упореде сва три количника и да се резултат упоређивања искаже у виду правила.

Одговори:

1) 30 : 6 = 5

2) 60 : 12 = 5

3) 10 : 2 = 5

4) Количници су једнаки.

Правило. *Ако се дељеник и делитељ истим бројем помноже или поделе, количник се неће променити.*

Напомена. Ако се и дељеник и делитељ поделе истим бројем (који се у њима садржи без остатка), онда се та радња назива *скраћивање назначеног количника.*

Бројеви 1 и 0 као дељеници, делитељи и количници

Знамо да је

$$14 \cdot 1 = 14.$$
$$0 \cdot 9 = 0.$$

Ако множење преобратимо у дељење имаћемо

$$14 : 1 = 14,$$
$$14 : 14 = 1,$$
$$0 : 9 = 0.$$

Правила.

1) *Ако је делитељ број 1, количник је једнак дељенику.*
2) *Ако су дељеник и делитељ једнаки, количник је 1.*
3) *Ако је дељеник 0, онда је и количник 0.*

Бројеви чије су крајње цифре нуле, као дељеници и делитељи

Први случај. *Дељеннк се завршава нулама, а делитељ је декадна јединица.*

Знамо да је

$$38 \cdot 10 = 380,$$
$$27 \cdot 1\,000 = 27\,000,$$
$$400 \cdot 100 = 40\,000.$$

380 : 10 = 38
380 : 10 = 38
40000 : 100

Ако множење преобратимо у дељење имаћемо:

$$380 : 10 = 38,$$
$$27\,000 : 1\,000 = 27,$$
$$40\,000 : 100 = 400.$$

Правило. *Ако је дељеник број чије су крајње цифре нуле, а делитељ нека декадна јединица, онда је количник једнак броју који се добија кад се код дељеника одбаци онолико крајњих нула, колико их има декадна јединица којом се дели.*

Напомена. Јасно је да се ово правило не може применити на случај, кад декадна јединнца има већи број нула од дељеника.

Напр. ако треба извршити дељење

$$4\,700 : 1\,000$$

онда се код дељеника не могу одбацити три нуле пошто их има само две.

Други случај. *Дељеник се завршава нулама, а делитељ се садржи без остатка у броју, који остаје кад се одбаце једна или више дељеникових крајњих нула.*

Знамо да је

$$42 : 6 = 7$$

Ако дељеник увећамо 100 пута, и колнчник ће се увећати 100 пута. Или друкче речено: ако дељенику допишемо две нуле, мораћемо и количнику да допишемо две нуле. Тада ће бити:

$$4\,200 : 6 = 700.$$

Дакле: 4 200 поделићемо са 6, ако 42 поделимо са 6, па затим количнику допишемо две нуле. Исто тако биће:

$$21\,000 : 3 = 7\,000,$$
$$400 : 8 = 50,$$
$$100\,000 : 25 = 4\,000.$$

Да ли ћемо на овај начин моћи да извршимо дељење:

$$400 : 3\ ?$$

Нећемо моћи, јер се 3 не садржи без остатка ни у 400 ни у 40.

Закључак. *Ако је дељеник број чије су крајње цифре једна или више нула, а делитељ се садржи без остатка у броју, који остаје кад се одбаце једна или више нула дељеникових, онда се рачун може упростити. Тога ради треба одбацити што је могуће више дељеникових крајњих нула, тако да се добије број, у коме се делитељ садржи без остатка. За тим треба тај број поделити делитељем и количнику дописати све одбачене нуле дељеникове.*

Трећи случај: *И дељеник и делитељ завршавају се нулама.*

Видели смо да се количник не мења, ако и дељеник и делитељ истим бројем поделимо. Зато, ако се и дељеник и делитељ завршавају нулама, моћи ћемо рачун да упростимо ако и дељеник и делитељ поделимо највећом декадном јединицом, којом се могу оба поделити (тј. ако извршимо скраћивање). Тада се овај случај своди на претходни (други случај).

Пример.

$$45\,000 : 900 = 450 : 9$$
$$= 50.$$

Напомена. Ако је количник непотпун, па се дељење изврши без скраћивања па за тим са скраћивањем, онда ће у оба случаја количник бити исти, али остаци ће се разликовати. Напр.

$$300 : 70 = 4 \text{ (са остатком 20)}$$
$$30 : 7 = 4 \text{ (са остатком 2)}.$$

Зато ако је потребно да се има тачан остатак скраћивање не треба вршити.

Назначени збир као дељеник

Задатак. У једној кафани издато је за хлеб: једног дана 20 дин., другог дана 28 дин. и трећег дана 32 дин. Ако је цена једном хлебу 4 дин., колико је хлебова купљено за сва три дана?

Овај задатак можемо израдити на два начина.

Први начин. Израчунаћемо колико је хлебова купљено посебно: првог дана, другог дана и трећег дана, па ћемо за тим нађене бројеве сабрати. Цео рачун може се написати овако:

$$20 : 4 + 28 : 4 + 32 : 4 = 5 + 7 + 8 = 20.$$

Други начин. Израчунаћемо која је сума издата за хлеб за сва три дана, па ћемо нађену суму поделити са 4. Цео рачун може се написати овако:

$$(20 + 28 + 32) : 4 = 80 : 4 = 20.$$

Видимо дакле да изрази $20 : 4 + 28 : 4 + 32 : 4$ и $(20 + 28 + 32) : 4$ кад се срачунају дају једнаке резултате. Дакле мора бити

$$(20 + 28 + 32) : 4 = 20 : 4 + 28 : 4 + 32 : 4.$$

Правило. *Ако треба назначени збир поделити једним бројем, онда се може сваки сабирак поделити тим бројем, па за тим нађени количници сабрати.*

Дељење једноцифреним бројем

Први задатак. Три радника зараде на једном послу 741 динар. Кад им је та сума исплаћена, добили су 7 стотинарки, 4 десетице и 1 динар. На који ће начин њих тројица поделити тај новац, тако да сваком припадне иста сума?

Решење: Природно је да најпре поделе стотинарке. Сваки ће добити по 2 стотинарке, али ће једна претећи. Да би даље продужили деобу, ту стотинарку мораће да размене у десетице. Тада ће имати да деле свега 14 десетица. Сваком ће припасти по 4 десетице а две ће претећи. Кад и те две десетице размене у динаре, имаће да поделе још 21 динар. Тада ће сваки добити по 7 динара.

Цео рачун може се написати овако:

7 стотинарки : 3 = 2 стотинарке (са остатком 1 стотинарка).

1 стотинарка = 10 десетица.

10 десетица + 4 десетице = 14 десетица.

14 десетица : 3 = 4 десетице (са остатком 2 десетице).

2 десетице = 20 динара.

20 динара + 1 динар = 21 динар.

21 динар : 3 = 7 динара.

Дакле сваки радник добио је по 2 стотинарке, 4 десетице и 7 динара, тј. 247 динара.

Овај се рачун краће изводи овако:

```
741 : 3 = 247
6
--
14
12
---
 21
 21
---
  0
```

При рачунању говори се: 3 у 7 садржи се 2 пут, 2 (стотине) пишем у количнику; 2 пута 3, 6, 6 и 1, 7; спуштам 4; 3 у 14 садржи се 4 пута, 4 (десетице) пишем у количнику; 4 пут 3, 12, 12 и 2, 14; спуштам 1; 3 у 21 садржи се 7 пута, 7 (јединице) пишем у количнику; 7 пута 3, 21, 21 и 0, 21.

Рачун се може још више скратити ако се не пишу производи (6, 12, 21), који се добијају множењем делитеља појединим цифрама количниковим, већ се истовремено множи и одузима. Тада се рачун изводи овако:

```
741 : 3 = 247
--
14
---
 21
---
  0
```

При рачунању говори се: 3 у 7, 2 пут; 2 пут 3, 6 и 1, 7; спуштам 4; 3 у 14, 4 пута 3, 12 и 2, 14; спуштам 1; 3 у 21, 7 пута; 7 пута 3, 21 и 0, 21.

Други задатак. Поделити 5 872 са 8.

Решење: Пошто се 8 не садржи у 5, то у количнику неће бити хиљада. Зато се 5 хиљада претварају у стотине и здружују са стотинама, па се онда 58 стотина деле са 8. Даље се рачуна као и код првог задатка. Цео рачун изводи се овако:

$$\begin{array}{l} 5\,872 : 8 = 734 \\ \underline{}\ 27 \\ \ \ \underline{}\ 32 \\ \ \ \ \ \ 0 \end{array}$$

При одредби појединих цифара количникових дељеннци су нам били бројеви 58, 27 и 32. Ти бројеви називају се делимнчни дељеници. Број 58 је први, број 27 други и број 32 трећи делимични дељеник.

Задаци за вежбање

Усмено

Извршити ова назначена дељења:

1) 36 : 4, 42 : 7, 72 : 8.
2) 280 : 10, 5 400 : 100, 105 000 : 1 000.
3) 800 : 10, 300 000 : 1 000, 200 000 : 100.
4) 160 : 20, 240 : 60, 5 600 : 800.
5) 140 : 7, 32 000 : 8, 6 300 : 9.
6) 900 : 30, 12 000 : 40, 81 000 : 900.
7) Којим бројем треба помножити 9, да се добије 63?
8) Који број треба помножити са 7, да се добије 56?
9) Који се број у 45 садржи 9 пута?
10) Којим бројем треба поделити 56, да се добије 9?

Код ових назначених дељења израчунати количнике и остатке:

11) 14 : 3, 27 : 4, 64 : 7.
12) 22 : 9, 50 : 6, 79 : 8.
13) 61 : 7, 53 : 8, 42 : 9.
14) Колико има дводинараца у 32 динара?
15) За једну нову зграду потребно је 56 прозорских окана. Ако је за сваки прозор потребно по 8 окана, колико има прозора та зграда?
16) Колико има недеља у 52 дана?

17) У једној учионици има 39 ученика. Они су распоређени по 4 у клупи, а само у последњој клупи их је мање. Колико има свега клупа и колико је ученика у последњој клупи?

18) У једном бурету има 51 литар вина. Ако се сваког дана точи по 6 литара, за које време ће се буре испразнити?

Писмено

Извршити ова назначена дељења:

1) 518 : 2, 329 : 7, 749 : 9.
2) 7 014 : 3, 11 036 : 4, 59 456 : 8.
3) 1 842 : 6, 45 320 : 5, 63 018 : 9.
4) 12 600 : 7, 9 546 : 8, 700 015 : 5.
5) 180 305 : 9, 141 : 7, 55 923 : 7.
6) 720 900 : 9, 540 005 : 6, 72 727 : 8.

Израчунати вредност ових бројних израза:

7) (4 770 : 5) : 3,
8) (301 028 : 7) : 4.
9) (1 320 — 36 . 21) : 6.
10) (30 . 9 + 45 . 7) : (17 . 14 — 229).
11) (7 209 : 9 — 3 018 : 6 + 2) : 4.

Ова назначена дељења извршити не пишући делимичне дељенике (напр. 528 : 3 = 176):

12) 28 : 2, 52 : 2, 42 : 3, 85 : 5, 98 : 7.
13) 256 : 2, 717 : 3, 640 : 4, 702 : 6, 256 : 8.
14) 3 208 : 2, 5 814 : 3, 7 316 : 4, 15 020 : 5, 3 816 : 9.

15) Ако код назначеног производа 9 . 8 први чинитељ повећамо 2 пут, колико пута ће се повећати вредност производа?

16) Ако код назначеног производа 11 . 12 други чинитељ смањимо 3 пут, колико пута ће се смањити вредност производа?

17) Ако код назначеног производа 5 . 28 први чинитељ помножимо са 4 а други поделимо са 4, да ли ће се променити вредност производа?

18) Ако код назначеног производа 72 . 7 први чинитељ поделимо са 6, шта треба да учинимо са другим чинитељем па да вредност производа остане непромењена?

19) Неко је купио 3 метра штофа за 234 динара. Пошто је један метар?

20) Трговац купи робе за 34 040 динара и положи одмах 9 500 динара, а остатак обавеже се да исплати у 6 једнаких отплата. Колико је износила једна отплата?

21) Једном раднику плаћа се сваки радни час по 7 динара. За колико ће дана зарадити 2 912 динара, ако ради по 8 часова дневно?

22) Једно буре пуно вина хвата 442 литра, а друго празно 147 литара. Празно буре треба напунити из пуног, па за тим остало вино, преручити у балоне од по 5 литара. Колико ће бити таквих балона?

23) Колико је било преступних а колико простих година од Христовог рођења до 1932 године, ако се зна да је свака четврта година преступна?

24) Наследство од 117 000 динара имало је да се подели на 3 брата и 5 сестара, тако да једна половина припадне браћи а друга сестрама. По колико је припало сваком брату, а колико свакој сестри?

25) Један радник имао је 1360 динара уштеђеног новца. Он је сваког дана зарађивао по 42 динара, а трошио је по 50 динара. За које време је утрошио сву уштеђевину?

26) Једно земљиште има облик правоугаоника и његова дужина износи 246 метара. За ограђивање тога земљишта набављено је 5 628 тараба. Колико износи ширина тога земљишта, ако се зна да је за метар ограде потребно 7 тараба?

Домаћи задатак

1) Извршити ова назначена дељења:

$$3\,184 : 4, \; 53\,541 : 7, \; 47\,448 : 8, \; 557\,204 : 7.$$

2) Израчунати вредност бројног израза:

$$(4\,072 : 4 + 1\,988) : (105 - 96).$$

3) Три брата наследила су имање чија је вредност износила 840 000 динара. По колико ће припасти свакоме од њих, пошто се исплате два дуга: један од 118 740 динара а други од 294 000 динара?

Дељење вишецифреним бројем

При дељењу вишецифреним бројем важно је да се утврди, да ли је количник једноцифрен или вишецифрен број. Јасно је да ће количник увек бити једноцифрен број, ако је мањи од 10, а то ће бити само у ова два случаја:

1) ако дељеник и делитељ имају исти број цифара и

2) ако дељеник има једну цифру више од делитеља, али је прва цифра дељеникова мања од прве цифре делитељеве, или — за случај да су код дељеника и делитеља једна или више првих цифара једнаке — ако се идући с лева на десно пре̇наиђе на већу цифру код делитеља.

Ако бисмо претпоставили да је количник у оба случаја 10, онда, да бисмо израчунали остатак, треба делитељ да помножимо са 10, па да добивени производ одузмемо од дељеника. Међутим јасно је да ће тај производ у оба случаја бити већи од дељеника, што значи да количник мора бити мањи од 10.

За пример нека нам послуже ова три назначена дељења:

9 816 : 1 308, 3 485 : 520 и 73 265 : 7 381.

Ако сва три делитеља помножимо са 10 добићемо као производе бројеве: 13 080, 5 200 и 73 810. Пошто је сваки од тих производа већи од одговарајућег дељеника јасно је да у сва три случаја количник мора бити мањи од 10, тј. мора бнти једноцифрен број.

Први задатак. Колико се пута садржи 1 796 у 8 537?

Решење: Одмах видимо да се 1 796 у 8 537 не садржи 10 пута. То значи да је количник једноцифрени број. Али ми не можемо с поузданошћу одредити тај број, већ се морамо помоћи пробањем. Ми ћемо се задовољити да најпре одредимо број који је приближан количнику, па ћемо онда лакше израчунати и сам количник. Ако се деси да пробањем одмах нађемо тачну вредност — утолико боље, али на то не можемо увек рачунати. Да бисмо при пробању себи олакшали посао, ми ћемо и код дељеника и код делитеља две крајње цифре заменити нулама и онда ћемо, пошто и дељеник и делитељ поделимо са 100, имати да извршимо ово пробно дељење.

85 : 17.

Али ни овде не можемо одмах с поузданошћу одредити тачну вредност количника. Зато ћемо опет последње цифре код дељеника и делитеља заменити нулама и онда ћемо, пошто и дељеник и делитељ поделимо са 10, имати да извршимо ово пробно дељење, које нам даје *први пробни количник*.

$$8 : 1 = 8.$$

Сад треба да проверимо да ли овај количннк задовољава пробно дељење 85 : 17. Зато ћемо помножити 17 са 8 и пошто се уверимо да је производ већи од дељеника 85, даље ћемо множити 17 редом бројевима 7, 6 и 5. Пошто је

$$17 \,.\, 5 = 85$$

то ћемо број 5 узети за *други пробнн количник.* Али ни тај количник не мора бити тачан. Да бисмо проверили тачност тога количника треба њиме да помножимо прави делитељ, тј. треба да извршимо ово множење:

$$1\,796 \cdot 5 = 8\,980.$$

Пошто је производ већи од дељеника то је количник на сваки начин број 4. Тиме смо одредили непотпуни количник и онда се рачун довршује овако:

$$\begin{array}{l} 8\,537 : 1796 = 4. \\ \underline{7184} \\ 1353 \end{array}$$

Овај се рачун може упростити, ако се производ делитеља и количника не потписује, већ се истовремено множи и одузима. Тај рачун објаснићемо помоћу ове табеле:

Х	С	Д	Ј
8	5 +30	3 +40	7 +20
4 +3	28 +4	36 +2	24
1	3	5	3

:1796 = 4

У овој табели исписани су у првом реду дељеник, делитељ и количник, у трећем реду су бројеви, који се добијају кад се поједине цифре делитељеве множе количником, а у петом реду је остатак. При одређивању остатка сматрамо дељеник (8 537) као умањеник, а умалитељ нам сачињавају бројеви у трећем реду (4Х, 28С, 36Д, 24Ј). Да бисмо могли извршити одузимање повећали смо умањеник за 20Ј, 40Д и 30С. Да се, при томе, не би променила разлика, морали смо и умалитељ повећати за 2Д, 4С и 3Х. При рачунању бројеви у другом, трећем и четвртом реду не пишу се већ се само изговарају. Рачун се најкраће изводи овако:

$$\begin{array}{l} 8\,537 : 1\,796 = 4 \\ \hline 1\,353 \end{array}$$

При рачунању говори се: 1 796 у 8 537 садржи се 4 пута; 4 пута 6, 24 и 3, 27; 2 (задржавам); 4 пута 9, 36 и 2, 38 и 5, 43; 4 (задржавам); 4 пута 7, 28 и 4, 32 и 3, 35; 3 (задржавам); 4 пута 1, 4 и 3, 7 и 1, 8.

Други задатак. Колико се пута садржи 2 218 у 15 026?

Решење: Количник је очевидно једноцифрен број. Али овај се задатак разликује од претходног тиме, што овде дељеник има једну цифру више него делитељ. Зато ће овде и код оба-два пробна дељења дељеници имати по једну цифру више него делитељи. Први пробни количник даје нам ово пробно дељење:

$$\begin{array}{l} 15 : 2 = 7 \\ \hline 1 \end{array}$$

Сад треба да проверимо да ли овај количник задовољава пробно дељење 150 : 22. Дакле рачунаћемо овако (усмено):

$$22 \cdot 7 = 154$$
$$22 \cdot 6 = 132.$$

значи да је други пробни количник 6. Тим количником сад множимо прави делитељ:

$$2\,218 \cdot 6 = 13\,308.$$

Пошто је производ мањи од дељеника то је тражени количник 6 и онда се рачун довршује овако:

$$\begin{array}{l} 15\,026 : 2\,218 = 6 \\ \hline 1\,718 \end{array}$$

Напомена. Ако је дељеник мањи од делитеља, онда се делитељ не садржи у дељенику ни једанпут. Математичким језиком то се каже: делитељ се садржи у дељенику нула пута. Тада је количник 0 а остатак је једнак дељенику.

Пример.

$$\begin{array}{l} 8 : 11 = 0 \\ \underline{} \\ 8 \end{array}$$

При рачунању говори се: 11 у 8 (садржи се) 0 пута, 0 пута 11, 0 и 8, 8.

Трећи задатак. Извршити дељење 87 164 : **342.**

Решење: Одмах видимо да ће количник бити вишецифрен број. Али пошто се делитељ не садржи ни у првој цифри (8) ни у броју који чине прве две цифре (8 7), то количник неће имати ни десетице хиљада ни хиљаде. Зато ћемо десетице хиљада и хиљаде претворити у стотине, и онда ћемо моћи да поделимо 871 са 342. Број 871 биће дакле први делимични дељеник. Количник и остатак израчунаћемо као код претходног задатка. Да бисмо сад могли да продужимо дељење, спустићемо прву наредну цифру дељеникову (6) и на тај начин добићемо други делимични дељеник, с којим ћемо извршити исте радње као и с првим делимичним дељеником итд. Цео рачун биће изведен овако:

$$\begin{array}{l} 87\,164 : 342 = 254. \\ \hline 18\,76 \\ \hline 1\,664 \\ \hline 296 \end{array}$$

При рачунању говори се: 342 у 871 (садржи се) 2 пут; 2 пут 2, 4 и 7, 11; (1 задржавам); 2 пут 4, 8 и 1, 9 и 8, 17; 1 (задржавам); 2 пут 3, 6 и 1, 7 и 1, 8; спуштам 6; 342 у 1 876 (садржи се) 5 пута; 5 пута 2, 10 и 6, 16; 1 (задржавам); 5 пута 4, 20 и 1, 21 и 6, 27; 2 (задржавам); 5 пута 3, 15 и 2, 17 и 1, 18; спуштам 4; 342 у 1664 (садржи се) 4 пута; 4 пута 2, 8 и 6, 14; 1 (задржавам); 4 пута 4, 16 и 1, 17 и 9, 26; 2 (задржавам); 4 пута 3, 12 и 2, 14 и 2, 16.

Напомена. Може се десити да се спуштањем неке цифре дељеникове добије као делимични дељеник број, који је мањи од делитеља. Тада се у количнику пише нула и одмах се спушта наредна цифра дељеникова, па се онда продужује дељење.

Примери.

1) $7\,982 : 26 = 307$
182
0

2) $680\,238 : 34 = 20\,007$
$00\,238$
0

Проба дељења

Видели смо да је дељење рачунска радња обрнута множењу и да дељеник увек мора бити једнак производу делитеља и количника. Зато, ако хоћемо да проверимо да ли смо тачно извршили дељење, треба да израчунамо производ делитеља и количника. Ако при томе добијемо као резултат дељеник, онда је рачун тачан. Ако се дељење свршава са остатком, онда се дељеник добија кад се производу делитеља и количника дода остатак.

Примери.

1) $7\,093 : 41 = 173$, $173 \cdot 41 = 7\,093$.
Рачун је тачан.
2) $2\,996 : 28 = 17$, $28 \cdot 17 = 476$.
Рачун није тачан.
3) $318 : 7 = 45$, $45 \cdot 7 + 3 = 315 + 3$
38 $\qquad = 318$.
3
Рачун је тачан.

Просечне или средње вредности

Задатак. Неко је купио 3 килограма јабука. Један килограм је платио 6 динара, други килограм 5 динара а трећи килограм 4 динара. Ако се све јабуке помешају колико ће вредети 1 килограм?

Решење: Најпре рачунамо укупну вредност сва три килограма:

$$6 \text{ дин.} + 5 \text{ дин.} + 4 \text{ дин.} = 15 \text{ дин.}$$

За тим укупну вредност делимо са 3 и добијамо вредност једног килограма помешаних јабука:

$$15 \text{ дин.} : 3 = 5 \text{ дин.}$$

Ова два рачуна можемо спојити, ако у место дељеника 15 дин. ставимо израз

$$6 \text{ дин.} + 5 \text{ дин.} + 4 \text{ дин.}$$

Тада ће оба рачуна бити изражена овако:

$$(6 \text{ дин.} + 5 \text{ дин.} + 4 \text{ дин.}) : 3 = 5 \text{ дин.}$$

Количник 5 дин. у овом случају назива се просечна цена. Просечну цену ми смо добили на тај начин, што смо укупну вредност поделили бројем килограма. У опште, ако имамо више неједнаких сабирака, онда збир ових сабирака подељен бројем сабирака даје за количник број, који се назива просечна (или средња) вредност сабирака. Напр. ако су сабирци бројеви: 3, 4, 8, 9 и 11, онда ћемо просечну вредност сабирака добити овим рачуном:

$$(3 + 4 + 8 + 9 + 11) : 5 = 35 : 5 = 7.$$

Задаци за вежбање

Извршити ова назначена дељења:

1) 72 : 12, 92 : 23, 80 : 16.
2) 147 : 21, 210 : 35, 567 : 63.
3) 2 706 : 22, 2 176 : 14.
4) 2 835 : 21, 7 248 : 24.
5) 1 696 : 53, 1 035 : 45.
6) 8 88 : 12, 9 45 : 21.
7) 74 284 : 14, 26 847 : 57.
8) 32 928 : 84, 10 848 : 16.
9) 21 904 : 37, 37 02 : 49.
10) 54 677 : 73, 25 000 : 70.
11) 4 305 : 105.
12) 9 360 : 120.
13) 8 496 : 118.
14) 35 313 : 149.

15) 142 380 : 315.
16) 505 521 : 711.
17) 145 452 : 372.
18) 148 000 : 400.
19) 742 300 : 908.
20) 61 297 : 135.
21) 482 232 : 1 704.
22) 916 400 : 3 012.

Код ових задатака после дељења извршити пробу:

23) 9 672 : 31, 84 882 : 42.
24) 3 770 : 58, 32 382 : 72.
25) 168 448 : 56, 81 423 : 109.
26) 961 401 : 19.
27) 119 016 : 17.
28) 20 651 : 35.
29) 25 067 : 38.

30) За колико треба смањити број 576 да би се могао поделити без остатка са 33?

31) За колико треба повећати број 7 197 да би се могао поделити без остатка са 19?

32) Неко је провео у бањи 21 дан и потрошио је 2 289 динара. Шта га стаје сваки дан бављења у бањи?

33) Неко је плаћао стан 1380 дин. месечно и за извесно време издао је свега 9 660 дин. Колико је месеци становао у томе стану?

34) Једно дело отштампано је у три књиге. Прва књига има 224 стране, друга књига 192 стране, а трећа књига 272 стране. Колико има штампаних табака то дело, ако се зна да један табак има 16 страна?

35) За успостављање везе између две телеграфске станице набављено је 1 340 телеграфских стубова. Ако се зна да је за сваки километар потребно 20 стубова, колико су удаљене те две станице?

36) За колико ће дана минутна казаљка на часовнику учинити 2 000 обрта?

37) Колико се пута садржи 49 у 6 272? Ако се делитељ смањи за 12, за колико треба смањити дељеник, па да количник остане исти?

38) Колико се пута садржи 14 у 4 564? Ако се дељеник повећа за 14, за колико ће се повећати количник?

39) Један кројач купио је два комада штофа: један од 75

метара за 13 200 динара и други од 62 метра за 11 470 динара. Који је од та два штофа скупљи?

40) Један путник путовао је 5 дана и прешао је: првог дана 42 километра, другог дана 36 километара, трећег дана 32 километра, четвртог дана 19 километара и петог дана 16 километара. Колико је прелазио просечно за један дан?

41) Трговац је купио 275 килограма јабука и 42 килограма меда за 2 131 динар. Ако су јабуке 5 динара килограм, пошто је мед?

42) 7 тона угља вреде исто толико колико и 36 кубних метара дрва. Ако 1 тона угља вреди 720 динара, пошто је 1 кубни метар дрва? (1 тона = 1 000 килограма).

43) Трговац помеша 51 килограм сувих шљива по 7 динара, 12 килограма по 8 динара и 57 килограма по 11 динара килограм. Пошто ће бити килограм помешаних шљива?

44) Једна фабрика хартије поклонила је ученицима једне школе 7 500 табака хартије. Та је школа имала 450 ученика и хартија је подељена на све ученике подједнако, али је после деобе претекло још хартије. Та преостала хартија поново је подељена на 25 сиромашних ученика. Колико је табака добио сваки ученик при првој деоби, а колико сваки сиромашан ученик при другој деоби?

45) Један аутомобил превезао је са пристаништа на дрвару 1 640 кубних метара дрва, превозећи увек по 12 кубних метара. Ако је дрвара удаљена од пристаништа 3 километра, колико је километара прешао аутомобил док је превезао сва дрва? (Обратити пажњу на остатак).

Домаћи задатак

1) Извршити ова назначена дељења:

333 333 : 37, 531 484 : 106, 581 082 : 83.

2) Колико се пута садржи 14 у 49 028? За колико треба повећати дељеник, па да се количник повећа за 21?

3) Трговац је продао 118 метара платна и 84 метара свилене тканине за 8 644 динара. Ако је метар платна рачунао 22 динара, пошто је метар свилене тканине?

III

Рачунске радње с вишеименим и децималним бројевима

ЈЕДИНИЦЕ ЗА МЕРЕЊЕ ДУЖИНЕ

Свака дужина, која се употребљава за премеравање других дужина, назива се јединица за мерење дужине. Данас је опште усвојена јединица за мерење дужине *метар*. Да бисмо измерили напр. једну греду, ми ћемо преносити метар с једног краја греде на други крај. Ако смо при томе метар пренели напр. 6 пута, онда кажемо да је греда дугачка 6 метара. Као ознака за краће обележавање метра употребљава се слово *m*, и зато се у место 6 метара пише краће 6 m.

Ако бисмо хтели да измеримо дужину једне писаљке или игле, онда се не бисмо могли послужити метром. За мерење таквих дужина, које су мање од метра, потребне су нам дакле и јединице мање од метра. Али и за дужине веће од метра не служимо се увек метром. Напр. за мерење великих одстојања на земљиној површини не служимо се метром, јер би таква одстојања била изражена великим бројевима. На тај начин су постале јединице изведене од метра.

Ако 1 m поделимо на 10 једнаких делова, онда се такав један део узима као нова јединица за мерење дужине и назива се *десиметар*. Ми онда кажемо: *десиметар је један десети део од метра.* Исто тако један десети део од десиметра, тј. стоти део од метра, сматра се као друга нова јединица за мерење дужине, и она се назива *сантиметар*. Најзад један десети део од сантиметра, или хиљадити део од метра, је трећа нова јединица за мерење дужине, н она се назива *милиметар.* То би биле јединице мање од метра. Оне се обележавају овим ознакама: десиметар са *dm*, сантиметар са *cm* и милиметар са *mm*.

На сличан начин постале су и јединице веће од метра. Те су јединице: *декаметар* који има 10 *m*, хектометар који има 10 декаметара или 100 *m* и *километар* који има 10 хектометара или 1 000 *m*. За обележавање тих јединица употребљавају се ове ознаке: за декаметар *Dm*, за хектометар *hm* и за километар *km*.

Односи између појединих јединица прегледно су претстављени у овој табели:

	km.	hm.	Dm.	m.	dm.	cm.	mm.
1 km.	1	10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000
1 hm.	—	1	10	100	1 000	10 000	100 000
1 Dm.	—	—	1	10	100	1 000	10 000
1. m.	—	—	—	1	10	100	1 000
1 dm.	—	—	—	—	1	10	100
1 cm.	—	—	—	—	—	1	10
1 mm.	—	—	—	—	—	—	1

Од ових јединица најчешће се употребљавају: километар, метар, сантиметар и милиметар; ређе су употребљава десиметар, а још ређе хектометар и декаметар.

Вишеимени бројеви

Ма коју јединицу да смо изабрали за мерење, врло се ретко дешава, да се том јединицом нека дужина може тачно измерити. Најчешће се дешава да претекне један део дужине, који је мањи од изабране јединице. За мерење тога преосталог дела мора се употребити мања јединица. Ако треба напр. измерити дужину учионице ми ћемо изабрати за јединицу метар. Узмимо да смо мерењем нашли да је дужина учионице 8 m, и да је претекао један део који се не може измерити метром. Сад ћемо за мерење тога преосталог дела употребити десиметар, и претпоставимо да смо нашли да дужина тога дела износи 4 dm, али да је опет претекао један део који је мањи од десиметра. За мерење тога дела употребићемо сантиметар и узмимо да он износи тачно 7 cm.

Као што видимо дужина учионице изражена је са три броја: 8 m, 4 dm и 7 cm. Али пошто та три броја изражавају *једну* дужину, то се сматра да и они чине један број. Тај број пише се

8 m 4 dm 7 cm

и, пошто је изражен са више дужинских јединица, назива се *вишеимени број.*

Мерењем дужине учионице нашли смо да она износи тачно 8 m 4 dm 7 cm. Али да смо мерењем последњег остатка нашли да он износи нешто мало више од 7 cm. (а мање од 8 cm.) ми тај вишак не бисмо узели у обзир, тј. ми бисмо га занемарили, пошто нам за дужину учионице није потребна тако велика тачност. У некој другој прилици ми бисмо могли занемарити и сантиметре, па често пута и десиметре и метре. Напр. отстојања између удаљених градова ми заокругљујемо на километре.

Напомена. Сваки вишеимени број ми можемо претворити у обичан именован број, који ће бити изражен само једном јединицом. Такав број за разлику од вишеименог назваћемо *једноименим.*

Претварање јединица за мерење дужине

Први задатак. Колико има десиметара у 8 m?

Решење. Знамо да је:

$$1\ \text{m} = 10\ \text{dm}.$$

Према томе биће:

$$\begin{aligned} 8\ \text{m.} &= 10\ \text{dm.} \times 8 \\ &= 8\ \text{dm.} \times 10 \\ &= 80\ \text{dm.} \end{aligned}$$

Закључак. *Ма које јединице за мерење дужине претварамо у најближе ниже јединице, ако број датих јединица помножимо са 10, тј. ако му допишемо једну нулу.*

Други задатак. Колико има десиметара у 120 cm?

Решење. Знамо да 10 cm. чине 1 dm. Према томе у 120 cm биће онолико десиметара, колико се пута садржи 10 у 120. Дакле

$$120 : 10 = 12$$

Значи да у 120 cm има 12 dm.

Закључак. *Ма које јединице за мерење дужине претварамо у најближе више јединице, ако број датих јединица поделимо са 10, тј. ако му изоставимо једну крајњу нулу.*

Ако треба извесне јединице претворити у ма које друге ниже или више јединице, онда се претварање може извршити поступно. То поступно претварање састоји се у томе, да се најпре дате јединице претворе у најближе ниже или више, па за тим да се те нове јединице претворе у наредне ниже или више итд. редом, док се не дође до тражених јединица. Свако такво појединачно претварање, при коме се извесне јединице претварају у најближе ниже или више јединице назваћемо *делимичним претварањем.*

Примери.

1) Колико има десиметара у 3 hm?

$$3\ \text{hm} = 30\ \text{Dm}$$
$$30\ \text{Dm} = 300\ \text{m}$$
$$300\ \text{m} = 3\,000\ \text{dm}.$$

2) Колико има десиметара у 2 400 mm?

$$2\,400\ \text{mm} = 240\ \text{cm}.$$
$$240\ \text{cm} = 24\ \text{dm}.$$

Код првог примера извршили смо 3 делимична претварања виших јединица у ниже, и при томе смо броју 3 дописали 3 нуле, тј. помножили смо га са 1 000. Код другог примера извршили смо 2 делимична претварања нижих јединица у више, и при томе смо код броја 2 400 изоставили 2 крајње нуле, тј. поделили смо тај број са 100.

Закључак. *Ако треба извесне јединице претворити у ма које ниже јединице, онда се број датих јединица множи оном декадном јединицом, која има онолико нула, колико тражено* *претварење садржи делимичних претварања. Ако треба извесне јединице претворити у ма које више јединице, онда се број датих јединица дели оном декадном јединицом, која има онолико нула, колико тражено претварање садржи делимичних претварања.*

Први задатак. Колико има сантиметара у 8 m 4 dm 7 cm?

Решење.

8 m 4 dm 7 cm = 8 m + 4 dm + 7 cm.
= 800 cm + 40 cm + 7 cm.
= 847 cm.

Други задатак. Колико има сантиметара у 3 hm 5 m 8 cm?

Решење.

3 hm 5 m 8 cm = 3 hm + 5 m + 8 cm.
= 30 000 cm + 500 cm + 8 cm.
= 30 508 cm.

Закључак. *Ако треба један вишеимени број, који изражава дужину, да се преобрати у једноимени број, онда се само испишу једна до друге цифре, које означавају узастопне јединице (почев од највиших), а на крају се само напише ознака најнижих јединица. Ако код неког вишеименог броја недостају извесне јединице (између јединица које број садржи), њихова се места попуњавају нулама.*

Примери.

1) 7 Dm 1 m 4 dm = 714 dm.
2) 2 Km 5 hm 9 m = 2 509 m.

Напомена. Често се дешава да се изврши претварање само једног дела вишеименог броја. Напр. вишеимени број 3 m 5 dm 8 cm може се написати овако: 3 m 58 cm. Овде је, као што видимо извршено претварање само једног дела вишеименог броја (5 dm 8 cm). Разуме се да је у том случају број 3 m 58 cm и даље остао вишеимени.

Трећи задатак. Колико има метара, десиметара и сантиметара у 814 cm?

Решење.

814 cm = 800 cm + 10 cm + 4 cm.
= 8 m + 1 dm + 4 cm.
= 8 m 1 dm 4 cm.

Четврти задатак. Колико има метара, десиметара, сантиметара и милиметара у 8 046 mm?

Решење.

$$8046 \text{ mm} = 8\,000 \text{ mm} + 40 \text{ mm} + 6 \text{ mm}.$$
$$= 8 \text{ m} + 4 \text{ cm} + 6 \text{ mm}.$$
$$= 8 \text{ m } 4 \text{ cm } 6 \text{ mm}.$$

Закључак. *Ако треба један једноимени број, који изражава дужину претворити у вишеимени, онда се све цифре датог броја пишу посебно и уз сваку цифру се дописује ознака јединице, тако да последња цифра добија ознаку јединица датог једноименог броја, цифра до ње ознаку најближих виших јединица итд. Ако се деси да је нека цифра нула, онда се не пише ни та нула ни њена ознака.*

Задаци за вежбање

Колико има

1) сантиметара у 43 m?
2) метара у 720 dm?
3) метара у 2 100 cm?
4) десиметара у 8 Dm?
5) километара у 42 000 m?
6) десиметара у 23 hm?
7) милиметара у 2 Dm?
8) хектометара у 70 000 cm
9) метара у 4 000 cm?
10) хектометара у 140 000 dm?
11) десиметара у 80 000 mm?
12) милиметара у 120 m?

Ове вишеимене бројеве претворити у једноимене:

13) 3 dm 8 cm
14) 5 m 7 dm 4 cm
15) 1 m 4 dm 3 cm 8 mm
16) 2 m 5 cm
17) 3 km 9 m
18) 4 hm 7 cm
19) 3 m 5 cm 4 mm
20) 4 Dm 1 dm 8 mm
21) 1 km 5 m 9 cm
22) 2 km 3 dm 8 cm
23) 5 m 14 cm
24) 3 km 218 m
25) 6 m 98 mm
26) 4 km 17 m

Ове једноимене бројеве претворити у вишеимене, изражене узастопним јединицама:

27) 57 cm
28) 843 cm
29) 1 375 mm
30) 508 m
31) 1 409 mm
32) 23 008 mm
33) 50 306 cm
34) 10 009 mm

Ове једноимене бројеве претворити у вишеимене изражене километрима и метрима:

35) 2 748 m
36) 7 306 m
37) 1 051 m

Ове једноимене бројеве претворити у вишеимене изражене метрима и сантиметрима:

38) 472 cm
39) 1 705 cm
40) 2 056 cm

Домаћи задатак

Ове вишеимене бројеве претворити у једноимене:

1) 1 km 7 hm 9 m 3) 4 km 209 m
2) 2 hm 8 m 6 cm 4) 3 m 76 mm

Ове једноимене бројеве претворити у вишеимене изражене узастопним јединицама:

5) 5 146 m 7) 13 007 cm
6) 9 085 mm 8) 20 270 cm

Ове једноимене бројеве претворити у вишеимене изражене метрима и сантиметрима:

9) 1 596 cm 10) 2 601 cm

Децимални бројеви

Први задатак. Колико има метара у 832 dm?

Решење. Код датог броја 832 dm цифра 2 значи десиметре, цифра 3 метре и цифра 8 декаметре. Пошто је јединица десиметар то нам цифра 2 претставља јединице, цифра 3 десетице и цифра 8 стотине. Ако хоћемо да нам јединица буде метар, онда ће цифра 3 претстављати јединице а цифра 8 десетице. Шта ће у том случају претстављати цифра 2? Знамо да цифра 2 значи десиметре и да су десиметри десети делови од метра. Дакле, ако хоћемо да нам јединица буде метар, цифра 2 претстављаће десете делове од јединице. Да би сад вредност сваке цифре била тачно претстављена између цифара 3 и 2 треба ставити какав знак, који ће обележавати границу између јединица и десетих делова од јединице. Зато се обично употребљава једна запета, која се назива *десетна запета.* Тада се може написати:

$$832 \text{ dm} = 83{,}2 \text{ m}.$$

Други задатак. Колико има метара у 427 cm?

Решење. Код датог броја 427 cm цифра 7 значи сантиметре, цифра 2 десиметре и цифра 4 метре. Ако хоћемо да нам јединица буде метар онда ће цифра 4 претстављати јединице. Пошто су десиметри десети а сантиметри стоти делови од метра, то ће нам цифра 2 претстављати десете а цифра

7 стоте делове од јединице. И овде ћемо између јединица и десетих делова од јединице ставити десетну запету, и онда ћемо моћи да напишемо: 427 cm = 4,27 m.

Трећи задатак. Колико има метара у 596 mm.

Решење. Код датог броја 596 mm цифра 6 значи милиметре, цифра 9 сантиметре и цифра 5 десиметре. Дакле нема ниједне цифре која би значила метре. Али ми можемо број 596 mm написати овако:

0596 mm

Кад је тај број тако написан, онда цифра 0 значи метре. Ако хоћемо да нам јединица буде метар, онда ће цифра 5 претстављати десете, цифра 9 стоте и цифра 6 хиљадите делове од јединице. И у овом случају морамо између јединица и десетих делова од јединице ставити десетну запету. Тада ћемо моћи да напишемо:

596 mm = 0,596 m.

Бројеви 83,2 m 4,27 m и 0,596 m одликују се тиме, што садрже десете, стоте и хиљадите делове од јединице. Такви бројеви називају се *децимални бројеви*. Цифре лево од десетне запете називају се *цели*, а цифре десно од десетне запете *децимали*.

Децимални бројеви који немају целих (напр. 0,596 m) називају се *десетни разломци*. Јасно је да је сваки десетнн разломак мањи од јединице.

Бројеви који не садрже делова од јединице за разлику од децималних бројева називају се *цели бројеви*.

Децимални бројеви, као и цели, могу бити именовани или неименовани. Неименовани децимални бројеви били би напр. 18,75 или 2,308. Децимални бројеви могу имати и више од три децимала. Напр. децималан број 1,28537 поред десетих (2), стотих (8) и хиљадитих (5) има и десетохиљадитих (3) и стохиљадитих (7) делова од јединице. У опште: број децимала је неограничен.

Читање децималних бројева

Да бисмо се упознали са правилним читањем децималних бројева ми ћемо их најпре писати у виду вишеимених бројева. Узмимо напр. број 7,496 m.

делови сто пута мањи него код броја 0,6 m али их зато има 100 пута више.

Правило. *Сваком децималном броју можемо дописати с десне стране произвољан број нула. Исто тако, ако се децималан број завршава нулама све се крајње нуле могу изоставити. У оба случаја вредност децималног броја остаје непромењена.*

Сабирање и одузимање децималних бројева

При сабирању и одузимању целих бројева водили смо рачуна о томе, да бројеве потписујемо један испод другог тако, да јединице истог реда дођу једне испод других. Исто ћемо тако радити и при сабирању и одузимању децималних бројева. Ако бројеви, који се сабирају или одузимају, имају исти број децимала, онда ће увек последњи децимали доћи један испод другог. Али врло често се дешава да бројеви с којима се рачуна немају исти број децимала, или да међу њима има и целих бројева. У сваком случају при потписивању треба обратити пажњу на то, да цифре које претстављају просте јединице дођу једна испод друге (тј. да дође десетна запета испод десетне запете).

При рачунању поступак је исти као и код целих бројева. Било да се сабира било да се одузима рачунање се почиње од најнижих јединица, а у резултату се ставља десетна запета, чим се сврши рачун с децималима. Напр.

$$\begin{array}{r} 14\,300 \text{ mm} \\ +\,8\,127 \text{ mm} \\ \hline 22\,427 \text{ mm} \end{array} \quad \text{или} \quad \begin{array}{r} 14{,}3 \text{ m} \\ +\,8{,}127 \text{ m} \\ \hline 22{,}427 \text{ m} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5{,}704 \\ -\,2{,}363 \\ \hline 3{,}341 \end{array}$$

Код одузимања, ако умањеник и умалитељ немају исти број децимала, најбоље је дописивањем нула изједначити број децимала, па тек онда приступити одузимању. Исто тако ако је умањеник или умалитељ цео број, томе броју треба на крају ставити десетну запету, па после запете дописати онолико нула, колико је потребно да се број децимала изједначи. Напр.

ако треба извршити одузимања: 28,5 — 9,406 и 47 — 29,76, онда се рачун извршује овако:

$$\begin{array}{r} 28{,}500 \\ -\,9{,}406 \\ \hline 19{,}094 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 47{,}00 \\ 29{,}76 \\ \hline 17{,}24 \end{array}$$

Задаци за вежбање

Прочитати децималне бројеве:

1) 17,316 5) 9,004 9) 701,0508.
2) 5,3091 6) 3,723548 10) 44,0072.
3) 36,03 7) 20,00083 11) 0,000109.
4) 0,108 8) 0,01305 12) 26,710046.

Написати децималне бројеве:

13) Петнаест целих и тридесет шест хиљадитих.

14) Два цела и седам хиљада педесет осам десетохиљадитих.

15) Сто целих и триста пет хиљадитих.

16) Нула целих и десет хиљада четрдесет девет стохиљадитих.

17) Седамдесет шест целих и две хиљаде осамнаест стохиљадитих.

18) Три цела и тридесет хиљада седамдесет седам милионитих.

Код ових задатака извршити сабирање потписујући сабирке један испод другог:

19) 4,71 + 8,16.
20) 15,39 + 2,46.
21) 0,481 + 10,719.
22) 21,05 + 7,96 + 5,41.
23) 1,277 + 0,807 + 9,926.
24) 3,73 + 17,06 + 0,58 + 9,43.
25) 40,16 + 8,037.
26) 35,2 + 6,833.
27) 4,72 + 33,5 + 19,091.
28) 0,035 + 0,7 + 0,39.
29) 0,6 + 0,081 + 0,35 + 0,0246.
30) 2,704 + 11,96058 + 7,44.

31) 9,06 + 0,3905 + 1,518 + 0,10735.
32) 23,398 + 7,83978 + 1,382 + 0,39022.
33) 48,306 + 129 + 57,4 + 9,26.
34) 5 + 0,192 + 19 + 7,49685.

Код ових задатака извршити сабирање без потписивања:

35) 56,13 + 8,49.
36) 9,349 + 3,516 + 27,521.
37) 2,7 + 5,18.
38) 12,15 + 3,372.
39) 1,51 + 2,075 + 3,4655.
40) 72,509 + 9,4938 + 17,07.
41) 0,00518 + 0,2749 + 2,36.
42) 10,053 + 0,0071 + 0,03.

Код ових задатака извршити одузимање потписујући умалитеље испод умањеника:

43) 8,39 — 5,46.
44) 12,05 — 4,37.
45) 7,412 — 1,608.
46) 103,181 — 49,363.
47) 2,7204 — 0,9635.
48) 29,46 — 18,8.
49) 1,3171 — 0,52.
50) 6,1 — 1,11.
51) 0,77 — 0,6714.
52) 141,3 — 9,5004.
53) 100 — 74,109.
54) 19,3724 — 16.
55) 1 — 0,735.
56) 206,415 — 39.

Код ових задатака извршити одузимање без потписивања:

57) 28,4 — 17,8.
58) 7,59 — 4,61.
59) 0,417 — 0,358.
60) 12,15 — 9,6.
61) 6,305 — 3.
62) 31,012 — 14,26.
63) 3,8 — 1,47.
64) 5,3 — 2,816.
65) 1 — 0,99.
66) 10 — 0,814.

Домаћи задатак

Ове децималне бројеве написати речима:

1) 18,06 2) 7,3009 3) 1,00441 4) 0,010038.

Извршити назначене рачунске радње потписујући сабирке један испод другог и умалитеље испод умањеника:

5) 2,794 + 11,376.
6) 41,033 — 30,785.
7) 0,077 + 0,25 + 0,7349.
8) 40 — 19,0158.

Сабирање и одузимање вишеимених бројева

Сваки именовани број може се изразити као цео (једноимени број, ако се све његове јединице претворе у најниже. Напр. вишеимени број

7 m 2 dm 3 cm 8 mm

пише се као цео (једноимени број) овако:

7 238 mm.

Али тај се број може написати на више начина као децималан број. Ако узмемо за јединицу сантиметар, онда ћемо ставити десетну запету после цифре 3 (која значи сантиметре), а на крају ћемо ставити назив јединице cm. Ако узмемо за јединицу десиметар, ставићемо запету после цифре 2 (која значи десиметре), па ћемо на крају ставити назив јединице dm. Итд. Тако ћемо добити ове децималне бројеве:

723,8 cm.
72,38 dm.
7,238 m.

Пошто се вишеимени бројеви претворе у целе или децималне (једноимене) бројеве, онда се с њима рачуна као са неименованим целим или децималним бројевима. При томе треба имати на уму да се могу сабирати и одузимати само бројеви истога имена.

Примери.

1) 8 dm 3 cm 4 mm	83,4 cm	83,4
— 3 dm 9 cm	— 39 cm	— 39,0
		44,4 cm
2) 1 m 3 cm 7 mm	1,037 m	1,037
— 9 cm 6 mm	— 0,096 m	— 0 096
		0,941 m.

Задаци за вежбање

Код ових задатака најпре све бројеве изразити метрима, па за тим извршити назначене рачунске радње:

1) 3 m 7 dm + 8 m 5 dm.
2) 6 m 5 dm 4 mm + 8 m 7 dm 6 mm.
3) 1 m 3 dm + 8 dm + 2 m 7 dm.
4) 4 dm 9 cm + 5 dm 2 cm + 3 dm 5 cm.
5) 5 m 7 dm — 2 m 8 dm.
6) 8 m — 5 dm.
7) 7 dm 3 cm — 4 dm 9 cm.
8) 3 m 1 cm + 7 dm — 9 m 2 cm.

Код ових задатака најпре све бројеве изразити сантиметрнма, па за тим извршити назначене рачунске радње:

9) 2 cm 6 mm + 9 cm 3 mm + 8 mm.
10) 5 dm 2 mm — 3 dm 8 cm.
11) 1 m 5 cm + 9 dm 3 cm + 1 dm 9 mm.
12) 2 dm 7 mm — 4 cm + 8 mm.

Код ових задатака најпре све бројеве изразити километрнма, па за тим извршити назначене рачунскѐ радње:

13) 18 Km 306 m + 6 Km 85 m + 1 Km 9 m
14) 3 Km — 245 m — 1 Km 92 m
15) 900 m + 2 Km 320 m — 1 Km 474 m.
16) 56 m + 144 m — 72 m — 8 m.

17) Од једног комада платна који износи 50 m продато је 16 m 25 cm. Колико је још остало у комаду?

18) Једна страна једног троугла изиоси 1 dm, друга страна 7 cm 2 mm н трећа страна 5 cm 9 mm. Колики је обим тога троугла?

19) Један телеграфски стуб дугачак је 7 m. Колико ће бити висок ако се укопа у земљу 96 cm?

20) У једном пакету су четири књиге: једна је дебела 3 cm 5 mm, друга 1 cm 7 mm, трећа 4 cm и четврта 2 cm 7 mm. Колико је дебео цео пакет?

21) Једно двориште ограђено је са четири страие. Дужина ограде износн с једне стране 36 m 7 dm, с друге стране 23 m 9 dm, с треће стране 32 m. Ако је цела ограда дугачка 110 m 4 dm, колико износн дужина ограде с четврте стране?

22) Једна соба висока је 3 m. У соби се налази сто висок 7 dm 6 cm, на столу је клупица висока 3 dm 8 cm и на клупици стоји човек висок 1 m 8 dm 2 cm. Да ли човек достиже главом до таванице?

23) Једно ограђено двориште дугачко је 4 Dm. Од једног краја дворишта до капије има 2 Dm 3 m 2 dm, а од другог краја дворишта до капије 1 Dm 4 m 9 dm. Колико је метара широка капија?

24) Неко има две мотке: једну дугачка 2 m 25 cm и другу дугачка 1 m 25 cm. Он би хтео мању мотку да скрати за 25 cm, али нема чиме да мери. Да ли би могао, и на који начин, то да учини и без мерења?

Домаћи задатак

Код ових задатака израчунати резултате у метрима:

1) 5 m 7 dm 4 cm + 3 m 2 dm 8 cm.

2) 4 m 1 cm — 1 m 4 cm.

Код ових задатака израчунати резултате у десиметрима:

3) 1 m 8 cm + 2 dm 3 mm + 9 cm.

4) 2 m 9 cm — 7 dm 8 mm.

5) Један конопац дугачак је 7 m. Колико ће износити дужина конопца, ако се на њему завеже чвор, који скраћује дужину конопца за 7 cm 8 mm?

Множење и дељење децималних бројева вишим декадним јединицама

I Ако хоћемо један децимални број да помножимо са 10, треба свакој његовој цифри да увећамо вредност 10 пута. То ћемо постићи ако десетну запету помакнемо за једно место у десно. Исто тако, ако хоћемо децималан број да помножимо са 100, треба свакој његовој цифри да повећамо вредност 100 пута; а то ћемо постићи ако десетну запету помакнемо за 2 места у десно. Напр.

$$48{,}319 \cdot 10 = 483{,}19.$$
$$48{,}319 \cdot 100 = 4\,831{,}9.$$

Код првог примера после померања десетне запете за једно место у десно десетице су постале стотине, јединице су постале десетице, десети делови су се претворили у јединице итд. Дакле свака цифра је добила 10 пута већу вредност, па је према томе и сам број повећан 10 пута. Код другог примера померањем десетне запете за два места у десно десетице су постале хиљаде, јединице су се преобратиле у стотине итд. Дакле свака цифра добила је сто пута већу вредност, па је према томе и сам број постао 100 пута већи.

Ако треба број 48,319 помножити са 1 000, онда се десетна запета мора помаћи за 3 места у десно. Тада би десетна запета дошла после цифре 9. Али, пошто је то последња цифра, производ ће бити цео број и запета се онда не пише, јер није потребна. Тада ће бити

$$48{,}319 \cdot 1\,000 = 48\,319.$$

Сад да видимо како ћемо помножити исти број са 10 000. У овом случају требало би десетну запету помаћи за 4 места у десно, али множеник има само 3 децимала. Зато ћемо множенику дописати једну нулу с десне стране и онда ће бити

$$48{,}319 \cdot 10\,000 = 48{,}3190 \cdot 10\,000$$
$$= 483\,190.$$

Закључак. *Ако треба један децималан број помножити неком вишом декадном јединицом, онда је производ једнак броју, који се добија кад се код множеника десетна запета помакне у десно за онолико места, колико декадна јединица има нула. Ако је број децимала мањи од броја нула код декадне јединице, онда треба најпре дописати множенику онолико нула, колико је потребно да се број децимала изједначи с бројем нула, и онда је производ једнак броју, који се добија, кад се код множеника изостави десетна запета.*

II. Ако хоћемо један децималан број да поделимо са 10, треба свакој његовој цифри да смањимо вредност 10 пута. То ћемо постићи ако десетну запету помакнемо за 1 место у лево. Исто тако ако хоћемо децималан број да поделимо са 100, треба свакој његовој цифри да смањимо вредност 100 пута, а то ћемо постићи ако десетну запету помакнемо за 2 места у лево. Напр.

$$531{,}6 : 10 = 53{,}16$$
$$531{,}6 : 100 = 5{,}316.$$

Ако треба овај број поделити са 1 000, онда се десетна запета мора помаћи за 3 места у лево. Тада све цифре постају децимали и испред десетне запете ставља се нула. Дакле биће:

$$531{,}6 : 1\,000 = 0{,}5316.$$

Сад да видимо како ћемо исти број поделити са 10 000. У овом случају треба десетну запету помаћи за 4 места у лево, али то није могуће, пошто се лево од десетне запете налазе само 3 цифре. Да би и у овом случају било могућно померање десетне запете, лево од прве цифре дописују се две нуле и онда се дељење извршује овако:

$$\begin{aligned} 531{,}6 : 10\,000 &= 00531{,}6 : 10\,000 \\ &= 0{,}05316. \end{aligned}$$

Закључак. *Ако треба један децималан број поделити неком вишом декадном јединицом, онда је количник једнак броју, који се добија кад се код дељеника десетна запета помакне у лево за онолико места, колико декадна јединица има нула. Ако је број цифара лево од десетне запете мањи од броја нула, или је једнак броју нула код декадне јединице, онда треба дописати множенику с леве стране онолико нула, колико је потребно да број цифара лево од десетне запете буде за 1 већи од броја нула код декадне јединице, па за тим поступити на напред показани начин.*

Напомена. Ако треба неки цео број поделити декадном јединицом (која се у том броју не садржи без остатка), онда се цео број може написати у виду *привидног децималног броја.* А цео број пише се у виду привидног децималног броја, ако му се на крају стави десетна запета и после запете напише једна (или више) нула. Кад је број тако написан, онда се дељење може извршити на напред показани начин.

Напр.

$$\begin{aligned} 32 : 1\,000 &= 32,0 : 1\,000 \\ &= 0032,0 : 1\,000 \\ &= 0,0320 \\ &= 0,032. \end{aligned}$$

Практично радећи ми нећемо цео број писати у виду привидног децималног броја, већ ћемо одмах одвојити онолико децимала, колико декадна јединица има нула. Напр.

$$175 : 100 = 1{,}75, \quad 14 : 1\,000 = 0{,}014.$$

Задаци за вежбање

Извршити назначена множења и дељења декадним јединицама:

1) 3,52 · 10.	7) 26,07 · 1 000.	13) 0,0050 · 10
2) 17,46 · 100.	8) 216 · 100.	14) 0,071 · 100 000. ✓
3) 15,4 : 10.	9) 0,25 : 10.	15) 358 · 10 000.
4) 102,8 · 100.	10) 0,31 · 10 000.	16) 7 800 : 1 000.
5) 271,35 : 100. ✓	11) 1,7 : 1 000.	17) 2,4 : 100 000 ✓
6) 480,3 : 1 000.	12) 16 : 100.	18) 45 : 1 000 000.

19) Који број треба поделити са 100, да би се добио количник 4, 32?

20) Који број треба помножити са 1 000, да би се добио производ 114, 8?

21) Који број треба поделити са 10 000, да би се добио количник 3, 81?

22) Који број треба помножити са 1 000, да би се добио производ 5, 9?

23) Којом декадном јединицом треба помножити број 3,17 да би се добио производ 31 700? 10000

24) Којом декадном јединицом треба поделити број 480 да би се добио количник 0,0048? 100000

ЈЕДИНИЦЕ ЗА МЕРЕЊЕ ПОВРШИНЕ

Као јединица за мерење површине узима се квадрат чија страна износи 1 m. Тај квадрат назива се квадратни метар и обележава се ознаком m². Квадратни метар је основна јединица за мерење површине, а поред тога постоје још и изведене више и ниже јединице. Свега има 7 јединица за мерење површине. Те су јединице, поређане по величини (са својим ознакама):

Квадратни километар	1 Km²
Квадратни хектометар	1 hm²
Квадратни декаметар	1 Dm²
Квадратни метар	1 m²
Квадратни десиметар	1 dm²
Квадратни сантиметар	1 cm²
Квадратни милиметар	1 mm²

Ако сваку страну квадратног метра поделимо на 10 једнаких делова, па за тим спојимо наспрамне деоне тачке на супротним странама, квадратни метар биће подељен на 100 мањих квадрата. Сваки од тих квадрата је квадратни десиметар, и по томе се види да постоји однос:

$$1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2.$$

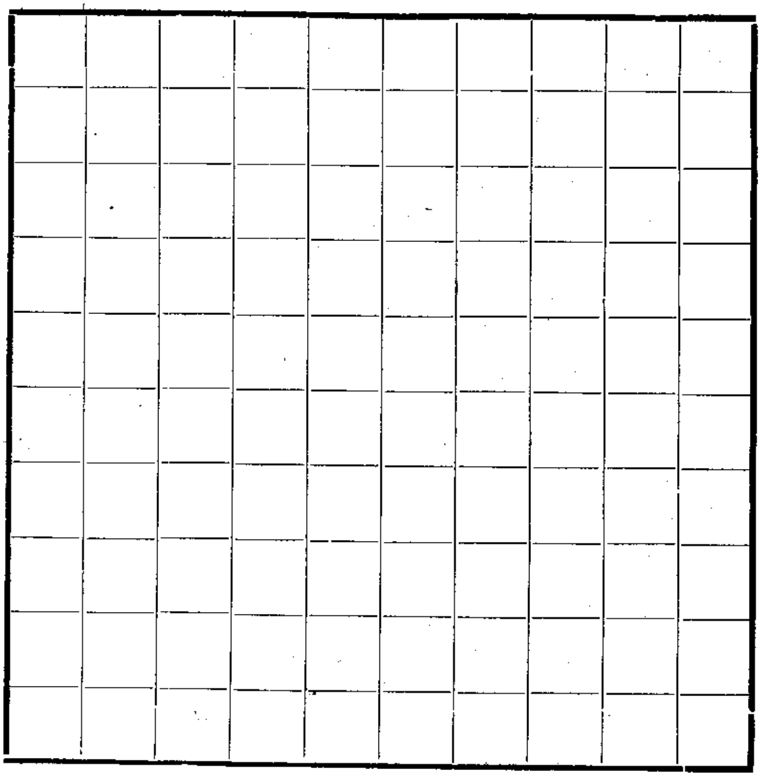
Исто тако је

$$1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ cm}^2.$$

и према томе

$$\begin{aligned} 1 \text{ m}^2 &= 100 \text{ cm}^2 \times 100 \\ &= 10\,000 \text{ cm}^2. \end{aligned}$$

На овој слици имамо квадратни десиметар подељен на квадратне сантиметре.



Сл. 3.

У опште свака јединица за мерење површине 100 пута је већа од најближе мање јединице, а односи између појединих јединица прегледно су претстављени у овим двема табелама:

I.

	Km²	hm²	Dm²	m²
1 Km²	1	100	10 000	1 000 000
1 hm²	—	1	100	10 000
1 Dm²	—	—	1	100
1 m²	—	—	—	1

II.

	m²	dm²	cm²	mm²
1 m²	1	100	10 000	1 000 000
1 dm²	—	1	100	10 000
1 cm²	—	—	1	100
1 mm²	—	—	—	1

Напомена. Квадратни декаметар назива се још и *ар* и бележи се ознаком *a*, а квадратни хектометар назива се још и *хектар* и бележи се ознаком *ha*. Ар и хектар су практичне јединице, које се употребљавају за премеравање земљишта.

Вишеимени бројеви који изражавају површину

Видели смо да се при мерењу дужина врло ретко дешава, да се нека дужина може тачно измерити само једном јединицом. Исто тако и при мерењу површина најчешће се употребљавају по две или више јединица. Тако постају вишеимени бројеви који изражавају површину. Напр. нека површина, измерена квадратним метрима, квадратним десиметрима и квадратним сантиметрима, била би изражена вишеименим бројем овако:

$$12\ m^2\ 9\ dm^2\ 35\ cm^2.$$

Код вишеимених бројева који изражавају дужину поједине узастопне јединице претстављене су једноцифреним бројевима, а овде се јављају чешће двоцифрени, а ређе једноцифрени бројеви.

Претварање јединица за мерење површине

Први задатак. Колико има квадратних сантиметара у 42 dm²?

Решење. Знамо да је

$$1\ dm^2 = 100\ cm^2$$

Према томе биће

$$\begin{aligned} 42\ dm^2 &= 100\ cm^2 \times 42 \\ &= 42\ cm^2 \times 100 \\ &= 4\,200\ cm^2. \end{aligned}$$

Закључак. *Ма које јединице за мерење површине претварамо у најближе ниже јединице, ако број датих јединица помножимо са 100, па за тим резултату допишемо ознаку нижих јединица.*

Други задатак. Колико има квадратних метара у 4 800 dm²?

Решење. Знамо да 100 dm² чине 1 m². Према томе у 4 800 dm² биће онолико квадратних метара, колико се пута садржи 100 у 4 800. Дакле рачунаћемо овако:

$$4\,800 : 100 = 48$$

Значи да у 4 800 dm² има 48 m².

Закључак. *Ма које јединице за мерење површине претварају се у најближе више јединице, ако се број датих јединица подели са 100, па се за тим резултату допише ознака виших јединица.*

Ако се приликом претварања виших јединица у ниже десн, да се дељеннк не може поделнти са 100 без остатка, онда се као резултат претварања добија децнмалан број. Ако су јединнце које треба претворити написане у виду децималног броја, онда се претварање врши померањем десетне запете. Ако се при томе више јединице претварају у најблнже ниже, десетна запета помера се за два места у десно, а ако се врши претварање нижих јединица у најближе више, онда се десетна запета помера за 2 места у лево. То нам је јасно пошто знамо, да се, померањем десетне запете за два места у десно, број повећава 100 пута, и да се померањем запете за два места у лево, број смањује 100 пута.

Примери.

1) Колико има квадратннх сантиметара у 7,0258 dm^2?

$$7{,}0258\ dm^2 = 702{,}58\ cm^2.$$

2) Колнко има квадратних метара у 370,14 dm^2?

$$370{,}14\ dm^2 = 3{,}7014\ m^2.$$

3) Колико има квадратних метара у 3128 dm^2?

$$3\,128\ dm^2 = 31{,}28\ m^2.$$

4) Колико има квадратних сантиметара у 36,52 dm^2?

$$36{,}52\ dm^2 = 3\,652\ cm^2.$$

5) Колико нма квадратних километара у 9 hm^2?

$$9\ hm^2 = 009\ hm^2$$
$$= 0{,}09\ km^2.$$

6) Колико има ара у 8,3 ha?

$$8{,}3\ ha = 8{,}30\ ha$$
$$= 830\ a.$$

Ако треба извесне јединице претворити у ма које друге ниже или више јединице, онда се претварање може извршити постепно, на сличан начин као што је то показано код јединица за мерење дужине.

Примери.

1) Колико има квадратних сантиметара у 14,382674 m^2?

$$14{,}382674\ m^2 = 1438{,}2674\ dm^2,$$
$$1438{,}2674\ dm^2 = 143826{,}74\ cm^2.$$

2) Колико има квадратних километара у 428537,48 m^2?

$$428537,48\ m^2 = 4285,3748\ Dm^2,$$
$$4285,3748\ Dm^2 = 42,853748\ hm^2,$$
$$42,853748\ hm^2 = 0,42853748\ km^2.$$

Код првог примера извршили смо 2 делимична претварања виших јединица у ниже, и при томе смо десетну запету померили у десно за 2 пута по 2 места, тј. свега за 4 места. Код другог примера извршили смо 3 делимична претварања нижих јединица у више, и при томе смо десетну запету померили у лево за 2 пута по 3 места, тј. свега за 6 места. Ако сад бројеве 14, 382674 m^2 и 428537,48 m^2 поделимо у двоцифрене класе почев од десетне запете на лево и на десно, онда ће ти бројеви бити написани овако:

14,|38|26|74 m^2, 42|85|37,|48 m^2.

И сад можемо казати: код првог примера извршили смо 2 делимична претварања виших јединица у ниже, и при томе смо десетну запету помакли за 2 класе у десно; код другог примера извршилн смо три делимична претварања нижих јединица у више, и при томе смо десетну запету помакли за 3 класе у лево.

Закључак. *Претварање јединица за мерење површине, ако је површина изражена децималним бројем, врши се на тај начин, што се десетна запета помера у лево или у десно за онолико двоцифрених класа, колико износи број делимичних претварања, из којих се састоји тражено (потпуно) претварање. Ако се при томе претварају више јединице у ниже, десетна запета помера се у десно, а ако се претварају ниже јединице у више, десетна запета помера се у лево. Ако је површина изражена целим бројем, онда се цео број замишља написан у виду привидног децималног броја, па се онда с њиме поступа као и са правим децималним бројем.*

Напомена. При дељењу бројева у класе треба имати на уму да прва класа може имати и једну цифру, али све остале класе морају битн двоцифрене. Код децималних бројева може се десити да за последњу класу остане само једна цифра. У том случају на место друге цифре ставља се нула. Ако се не би ставила та нула учинила би се грешка. Напр. ако треба

112,5 m^2 претворити у квадратне десиметре, онда ћемо број 112,5 m^2 поделити у класе овако 1|12,|50 m^2. Тада ће бити 112,5 m^2 = 11 250 dm^2.Ако последњу класу не бисмо допунили нулом имали бисмо погрешан резултат претварања: 112,5 m^2 = 1125 dm^2.

Претварање вишеимених бројева који изражавају површину

Први задатак. Вишеимени број 23 m^2 14 dm^2 58 cm^2 претворити у једноимени број изражен квадратним сантиметрима.

Решење.

$$\begin{aligned} 23\ m^2\ 14\ dm^2\ 58\ cm^2 &= 23\ m^2 + 14\ dm^2 + 58\ cm^2 \\ &= 230\,000\ cm^2 + 1\,400\ cm^2 + 58\ cm^2 \\ &= 231\,458\ cm^2. \end{aligned}$$

Видимо да се једноимени број добија из вишеименог просто на тај начин, што се двоцифрени бројеви, који изражавају узастопне јединице, испишу један до другог, па се на крају стави ознака најнижих јединица.

Други задатак. Вишеимени број 17 dm^2 38 mm^2 претворити у једноимени број изражен квадратним милиметрима.

Решење.

$$\begin{aligned} 17\ dm^2\ 38\ mm^2 &= 170\,000\ mm^2 + 38\ mm^2. \\ &= 170\,038\ mm^2. \end{aligned}$$

Овде дати вишеимени број не садржи квадратне сантиметре. Зато су у резултату места квадратних сантиметара попуњена нулама.

Трећи задатак. Вишеимени број 45 m^2 8 dm^2 претворити у једноимени број изражен квадратним десиметрима.

Решење.

$$\begin{aligned} 45\ m^2\ 8\ dm^2 &= 4\,500\ dm + 8\ dm^2 \\ &= 4\,508\ dm^2. \end{aligned}$$

Овде су квадратни десиметри изражени једноцифреним бројем, и зато је у резултату једно место испред цифре 7 попуњено нулом.

Закључак. *Ако треба неки вишеимени број, који изражава површину, претворити у једноимени број изражен најнижим јединицама датог вишеименог броја, онда се бројеви, који изражавају узастопне јединице почев од највиших, допишу један другоме, па се на крају стави ознака најнижих јединица. Ако неке јединице недостају, њихово се место попуњује двема нулама, а за случај да су извесне јединице изражене једноцифреним бројем, једно место испред тога броја попуњује се нулом. Та се нула не пише само онда, ако би она била прва цифра.*

Четврти задатак. Једноимени број 430 007 mm^2 претворити у вишеимени број изражен узастопним јединицама.

Решење. Знамо да две последње цифре, сматране као један број претстављају квадратне милиметре, две цифре до њих квадратне сантиметре итд. Зато, да бисмо овај број преобратили у вишеимени, треба да га поделимо у класе идући с десна у лево, тако да у свакој класи буду по две цифре. Ако сад класе бројимо с лева на десно, онда ће последња класа претстављати квадратне милиметре, класа испред ње претстављаће квадратне сантиметре, а прва класа квадратне десиметре. Према томе биће:

$$\begin{aligned} 430\,007\ \mathrm{mm}^2 &= 43\ \mathrm{dm}^2\ 00\ \mathrm{cm}^2\ 07\ \mathrm{mm}^2 \\ &= 43\ \mathrm{dm}^2\ 7\ \mathrm{mm}^2. \end{aligned}$$

Закључак. *Ако треба неки једноимени број, који изражава површину, претворити у вишеимени број, онда се једноимени број дели у двоцифрене класе с десна у лево. Тада се свака класа сматра као засебан број, који добија ознаку својих јединица. Последња класа (ако се класе броје с лева у десно) добија ознаку најнижих јединица, претпоследња класа ознаку најближих виших јединица итд. Ако су у некој класи обе цифре нуле, та се класа не пише, а ако је прва цифра нула, та се нула изоставља.*

Напомена. Ако треба неки вишеимени број претворити у једноимени изражен ма којим јединицама, онда се најпре претвара вишеимени број у једноимени изражен најнижим јединицама датог вишеименог броја, па се за тим тај број претвара у други једноимени број изражен ма којим јединицама.

Задаци за вежбање

Колико има

1) квадратних сантиметара у 14 dm^2?
2) квадратних сантиметара у 24 m^2?
3) квадратних метара у 6 000 dm^2?
4) квадратних кнлометара у 20 000 ha?
5) квадратннх сантиметара у 5,25 dm^2?
6) квадратних метара у 8,3057 ha?
7) ара у 1 375 m^2?
8) хектара у 2 650 m^2?
9) квадратних километара у 44 728 a?
10) квадратних мнлнметара у 3,8 cm^2?
11) квадратних десиметара у 1,26 a?
12) хектара у 35,9 m^2?

Ове вишеимене бројеве претворити у једноимене изражене квадратним метрима:

13) 3 a 17 m^2.
14) 2 m^2 23 dm^2 76 cm^2.
15) 1 ha 98 m_2.
16) 5 m^2 7 dm^2.

Ове вишеимене бројеве претворити у једноимене изражене хектарима:

17) 1 km^2 8 ha 82 a.
18) 4 a 79 m^2.
19) 9 a 9 m^2.
20) 1 ha 8 m_2.

Ове једноимене бројеве претворити у вишеимене изражене узастопним јединнцама:

21) 35 273 cm^2.
22) 210 574 mm^2.
23) 700 061 cm^2.
24) 30 009 cm^2.

Код ових задатака најпре све бројеве изразити квадратним метрима, па за тим извршити назначене рачунске радње:

25) 2 a 15 m^2 + 17 a 86 m^2.
26) 21 m^2 9 dm^2 — 3 m^2 46 dm^2
27) 11 m^2 88 cm^2 + 9 m^2 15 dm^2 — 14 m^2 7 cm^2.
28) 15 dm^2 68 cm^2 — 9 dm^2 70 cm^2.
29) 1 a 75 dm^2 — 72 m^2 8 dm^2.
30) 81 dm^2 9 cm^2 — 60 dm^2 + 56 cm^2.

Домаћи задатак

Колико има квадратних сантиметара:

1) у 2 m^2 36 dm^2 8 cm^2?
2) у 1 a 7 dm^2 92 cm^2?

Ове једноимене бројеве написати у виду вишеимених бројева:

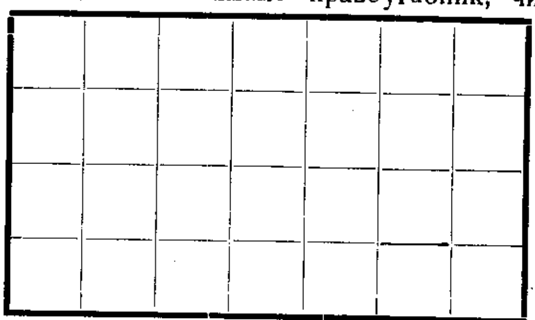
3) 420 690 cm^2. 4) 1 000 409 mm^2.

Израчунати у квадратним сантиметрима вредност израза:

$$3\ m^2\ 7\ dm^2\ 66\ cm^2 + 48\ dm^2\ 9\ cm^2 - 3\ m^2\ 94\ cm^2.$$

Множење децималних бројева

На сл. 4 имамо правоугаоник, чија је дужина 7 cm. а ширина 4 cm, и који је подељен на квадратне сантиметре. Видимо да у сваком положеном реду има по 7 cm^2 и да има свега 4 таква реда. Површину тога правоугаоника израчунаћемо, ако број квадратних сантиметара у једном реду помножимо бројем редова. Дакле рачунаћемо овако.



Сл. 4.

$$7\ cm^2 \times 4 = 28\ cm^2.$$

Не водећи рачуна о ознакама може се казати да су бројеви, које морамо помножити да бисмо израчунали површину, једнаки бројевима, којима су одмерене дужина и ширина правоугаоника. Отуда излази

Правило. *Површина правоугаоника добија се кад се помноже дужина и ширина изражене истим јединицама.*

Први задатак. Израчунати површину правоугаоника чија је дужина 4,12 m. а ширина 1,86 m.

Решење. Претворићемо метре у сантиметре, и онда ће дужина бити 412 cm. а ширина 186 cm. Према томе имаћемо да извршимо ово множење:

$$\begin{array}{r} 412 \\ 186 \\ \hline 2472 \\ 3296 \\ 412 \\ \hline 76\,632 \text{ cm}^2. \end{array}$$

Ако сад поново претворимо сантиметре у метре а квадратне сантиметре у квадратне метре, онда се цео рачун изводи на исти начин, али се пише овако:

$$\begin{array}{r} 4{,}12 \\ 1{,}86 \\ \hline 2472 \\ 3296 \\ 412 \\ \hline 7{,}6632 \text{ m}^2. \end{array}$$

Други задатак. Израчунати површину правоугаоника чија је дужина 2,6 m а ширина 1,42 m.

Решење. Претворићемо метре у сантиметре и онда ћемо имати да извршимо ово множење.

$$\begin{array}{r} 260 \\ 142 \\ \hline 520 \\ 1040 \\ 260 \\ \hline 36\,920 \text{ cm}^2. \end{array}$$

Ако сад поново претворимо сантиметре у метре а квадратне сантиметре у квадратне метре, онда се рачун пише овако:

$$
\begin{array}{r}
2,60 \\
1,42 \\
\hline
5\,20 \\
1040 \\
260 \\
\hline
3,6920 \text{ m}^2.
\end{array}
$$

Јасно је да се резултат неће променити, ако изоставимо нулу код множеника. Тада се рачун изводи овако:

$$
\begin{array}{r}
2,6 \\
1,42 \\
\hline
52 \\
104 \\
26 \\
\hline
3,692 \text{ m}^2
\end{array}
$$

Трећи задатак. Израчунати површину правоугаоника чија је дужина 337 cm. а ширина 2 m.

Решење. Пошто је потребно да дужина и ширина буду изражене истим јединицама, претворићемо метре у сантиметре. Тада ћемо имати да извршимо ово множење;

$$
\begin{array}{r}
337 \\
200 \\
\hline
67400 \text{ cm}^2.
\end{array}
$$

Ако сад претворимо сантиметре у метре а квадратне сантиметре у квадратне метре и изоставимо непотребне нуле, онда се рачун пише овако:

$$
\begin{array}{r}
3,37 \\
2 \\
\hline
6,74 \text{ m}^2.
\end{array}
$$

Видимо да код сва три задатка производ има онолико децимала колико оба чнитеља укупно.

Закључак. *При израчунавању производа два децимална броја, илн једног целог и једног децималног броја, врши се множење без обзира на десетну запету (тј. као да су оба чинитеља цели бројеви), па се за тим у резултату одваја онолико децимала, колико их имају оба чинитеља укупно.*

Дељење децималног броја целим бројем

Први задатак. Једну жицу која је дугачка 372,96 m треба поделити на 12 једнаких делова. Колики ће бити један део?

Решење. Претворићемо метре у сантиметре и онда ћемо имати да извршимо ово дељење:

$$\begin{array}{l} 37\,296 : 12 = 3\,108. \\ \hline \;\;12 \\ \hline \;\;\;\;96 \\ \hline \;\;\;\;\;\;0 \end{array}$$

Ако сад поново претворимо сантиметре у метре, рачун се пише овако

$$\begin{array}{l} 372{,}96 : 12 = 31{,}08. \\ \hline \;\;12 \\ \hline \;\;\;\;96 \\ \hline \;\;\;\;\;\;0 \end{array}$$

Овде се рачун изводи као да је дељеник цео број, само што се у количнику ставља десетна запета, чим се доврши дељење целих.

Други задатак. Извршити дељење 7,632 m : 24.

Решење. Претворићемо метре у милиметре и тада ћемо имати да извршимо ово дељење:

$$\begin{array}{l} 7\,632 : 24 = 318 \text{ mm}. \\ \hline \;\;43 \\ \hline \;\;192 \\ \hline \;\;\;\;\;0 \end{array}$$

Ако сад поново претворимо милиметре у метре, рачун се пише овако:

$$\begin{array}{l} 7{,}632 : 24 = 0{,}318 \text{ m}. \\ \hline \;\;43 \\ \hline \;\;192 \\ \hline \;\;\;\;\;0 \end{array}$$

Овде је прва цифра количникова 0 (целих). Ту цифру добијамо кад поделимо 7 (целих) са 24. Пошто смо довршили дељење целих, у количнику стављамо десетну запету, и онда настављамо дељење као и да не постоји десетна запета.

Трећи задатак. Извршити дељење 12,288 m : 256.

Решење. Претворићемо метре у милиметре, и онда ћемо имати да извршимо ово дељење:

$$
\begin{array}{r}
12\,288 : 256 = 48 \text{ mm.} \\
\hline
2\,048 \\
\hline
0
\end{array}
$$

Сад ћемо поново претворити милиметре у метре и онда се рачун пише овако:

$$
\begin{array}{r}
12{,}288 : 256 = 0{,}048 \text{ m.} \\
\hline
2\,048 \\
\hline
0
\end{array}
$$

Да видимо сад како се овде добијају прва и друга нула у количнику. Као први делимични дељеник узимамо целе, тј. број који чине цифре лево од десетне запете (12). Количник је 0 (целих). За тим узимамо као други делимични дељеник број, који чине цели заједно са првим децималом (122). Количник је опет 0 (десетих). Онда узимамо као трећи делимични дељеник број, који чине цели заједно са прва два децимала (1 228). Сад добијамо као количник 4 и продужујемо дељење као и обично.

Закључак. *При дељењу децималног броја целим бројем поступа се као и при дељењу целих бројева, само што се у количнику ставља десетна запета, чим се доврши дељење целих. Ако је делитељ већи од дељеника, онда се као први делимични дељеник узима број, који чине цифре лево од десетне запете, а у количнику се пише нула и после те нуле ставља десетна запета. За тим се узима као други делимични дељеник број, који чине цели са првим децималом (при чему се сматра као да не постоји десетна запета). Ако је делитељ већи и од тога броја, у количнику се опет пише нула, па се за тим узима као трећи делимични дељеник број, који чине цели са прва два децимала итд. Тај се поступак продужује све донде, док се не дође до делимичног дељеника, у коме се делитељ садржи, и онда се дељење продужује као обично.*

Дељење децималног броја децималним и целог броја децималним

Први задатак. Колико се пута садржи 5,12 у 7,168?

Решење. Знамо да се вредност количника неће променити, ако се и дељеник и делитељ истим бројем помноже. Овде ћемо и дељеник и делитељ помножити са 100, тј. код оба броја померићемо десетну запету за 2 места у десно, и онда ћемо имати да извршимо ово дељење:

$$716,8 : 512 = 1,4$$
$$\underline{2048}$$
$$0$$

Други задатак. Колико се пута садржи 1,44 у 36?

Решење. И дељеник и делитељ помножићемо са 100, и онда ћемо имати да извршимо ово дељење:

$$360 : 144 = 2,5.$$
$$\underline{720}$$
$$0$$

Трећи задатак. Колико се пута садржи 3,25 у 26?

Решење. Треба и дељеник и делитељ да помножимо са 100, тј. дељенику да допишемо две нуле, а код делитеља да изоставимо десетну запету. Тада ћемо имати да извршимо ово дељење:

$$2\,600 : 325 = 8$$

Закључак. *Ако је делитељ децималан број, дељење се не може извршити, пре него што се удеси да делитељ буде цео број. То се постиже на тај начин, што се и дељеник и делитељ множе декадном јединицом, која има онолико нула колико и делитељ децимала. Онда се задатак своди на дељење децималног броја целим или целог броја целим.*

Дељење у случају кад се делитељ не садржи у дељенику без остатка

Први задатак. Извршити дељење 586 : 8.

Решење. Ако једном целом броју ставимо на крају десетну запету и после запете допишемо неколико нула, онда томе броју нисмо променили вредност, већ смо га само написали у виду привидног децималног броја. Тако можемо и овде дељенику ставити на крај десетну запету и дописати му неколико нула, па за тим извршити дељење овако:

586,000 : 8 = 73,25.
26
20
40
0

Практично радећи ми нећемо дељенику стављати десетну запету и дописивати му нуле, већ ћемо делити као и обично, док не поделимо онај делимични дељеник, који смо добили спуштањем последње цифре дељеникове. Онда ћемо у количнику ставити десетну запету, па ћемо продужити дељење дописујући сваком остатку нулу. Дакле радићемо овако:

586 : 8 = 73,25
26
20
40
0

Други задатак. Извршити дељење 3,5 : 1,1.

Решење. Пошто изоставимо десетне запете имаћемо да извршимо ово дељење:

35 : 11 = 3,1818 . . .
20
90
20
90
2

Пошто увек добијамо као делимичне дељенике бројеве 20 и 90, ово се дељење никад не може довршити. Кад год се при дељењу деси, да се делимични дељеници стално понављају истим редом, онда ће количник бити децималан број са неограниченим бројем децимала. Такав број назива се *перио-*

дичан децималан број. Периодичан се назива због тога, што се група децимала, који се понављају (18) назива *период*.

Задаци за вежбање

Извршити назначена множења и дељења:

1) 22,07 . 3.
2) 5,183 . 14.
3) 45,2 . 6,4
4) 70,36 . 0,5.
5) 1,25 . 0,8.
6) 1372 . 0,25.
7) 3,96 . 7,03.
8) 0,148 . 0,7.
9) 0,06 . 1,009.
10) 17,09 . 2,5 . 0,06.
11) 109,7 . 0,08 . 1,204.
12) 1,24 . 2,75 . 0,125 . 8.
13) 11,76 : 8.
14) 232,32 : 44.
15) 9,44 : 16.
16) 0,2807 : 7.
17) 0,2736 : 38.
18) 9,35 : 4,25.
19) 10,08 : 2,8.
20) 67,58872 : 1,25.
21) 35 : 1,25.
22) 42 : 2,625.
23) 16,2 : 0,18.
24) 5,4 : 0,375.
25) 333 : 148.
26) 7 : 16.

Код ових задатака израчунати количник са 6 децимала:

27) 43 : 11.
28) 14 : 37.

29) Израчунати површину правоугаоника, чија је дужина 3,12 m а ширина 1,65 m.

30) Израчунати површину једног табака хартије, који је дугачак 44,8 cm а широк 33,9 cm.

31) Израчунати површнну једне праве улице, која је дугачка 325 m а шнрока 9,24 m.

32) Израчунати површину једне коцке, чија је ивица дугачка 2,47 dm.

33) Израчунати површину квадра чија је дужнна 7,8 cm, ширина 4,5 cm и висина 16 cm.

34) Површина једног правоугаоника износи 5,13 m², а дужина му је 2,7 m. Колика је ширина тога правоугаоника?

Домаћи задаци

1) 14,08 . 52.
2) 60,74 . 3,8.
3) 47,36 : 32.
4) 100,35 : 1,5.
5) 0,208 . 0,05.
6) 6,25 . 0,0024.
7) 75,6 : 0,14.
8) 10 : 128.

9) Израчунати површину правоугаоннка чија је дужина 7,8 cm. и ширина 3,6 cm.

10) За патосање једног ходника употребљено је 425 квадратних плочица дужине 1,48 dm. Колика је површина пода тога ходника?

Множење и дељење вишеименованих бројева

Видели смо да се сваки вишеимени број може претворити у једноимени цео или децималан број. Кад је вишеимени број претворен у једноименн, онда се он може множити и делити као и неименовани цели или децимални бројеви. При томе само треба имати на уму, да је код множења множитељ увек неименован број, а код дељења делитељ може бити неименован или именован број, према чему се разликују две врсте дељења. При рачунању ознаке јединица (m, cm итд.) не морају се писати, али у крајњем резултату, ако је резултат именован број, треба увек ставити ознаку јединице.

Примери.

1) 3 m 8 dm 2 cm $\times$ 14 = 3,82 m $\times$ 14

```
  3,82
    14
 -----
 15 28
 38 2
 -----
 53,48 m.
```

2) 4 m 56 mm : 8 = 4,056 m : 8.

```
 4,056 : 8 = 0,507 m.
 -----
   56
```

3) 5 km 706 m : 36 m = 5 706 m : 36 m

```
 5 706 : 36 = 15,85
 -----
 2 10
 -----
   306
   ---
   180
   ---
     0
```

Количник је неименован број.

Задаци за вежбање

Код ових задатака израчунати резултат у метрима:

1) 2 m 5 dm 4 cm $\times$ 18.

2) 1 m 8 mm : 7.

3) 7 dm 4 cm 5 mm $\times$ 7,2.

Код ових задатака израчунати резултат у квадратним десиметрима:

4) 5 dm^2 42 cm^2 $\times$ 3.

5) 32 m^2 44 dm^2 38 cm^2 : 6.

6) 1 m^2 3 dm^2 88 cm^2 $\times$ 25.

7) 2 m^2 64 cm^2 : 16.

8) 1 a 7 m^2 80 dm^2 : 2,8.

9) Колико се пута садржи 1 dm 2 cm 5 mm у 2 m 8 dm 7 cm 5 mm? Кош

10) Колико се пута садржи 2 dm^2 14 cm^2 у 36 dm^2 38 cm^2?

11) Колики је обим равностраног троугла, ако му је страна дугачка 2 dm 5 cm 8 mm?

12) Колика је страна онога квадрата чији обим износи 3 dm 4 cm?

13) Обим једне развијене коцкине мреже износи 1 m 2 cm 2 mm. Колика је ивица коцке, која се добија склапањем мреже?

14) Обим точка на једним колима износи 2 m 36 cm. Колики ће пут прећи кола, док се точак обрне 1 000 пута?

15) Обим точка на једним колима износи 2 m 16 cm. Колико пута ће се обрнути точак, док кола пређу пут од 2 km 862 m?

16) Један рам дугачак је 4 dm 8 cm а широк 3 dm 2 cm. Ширина оквира износи 4 cm 6 mm. Израчунати обим рама мерен са унутарње стране.

17) Обим једног рама износи: мерен споља 1 m 60 cm а мерен изнутра 1 m 32 cm. Колика је ширина оквира?

18) Једна књига дебела је 2 cm 2 mm, а има 526 страна. Колико је дебео један лист (у милиметрима са два децимала)?

19) Код једних кола обим предњег точка износи 1 m 80 cm, а обим задњег точка 2 m 25 cm. Док се предњи точак обрне 30 пута, колико пута ће се обрнути задњи точак?

20) Израчунати површину правоугаоника чија је дужина 7 m 4 dm 3 cm, а ширина 4 m 5 dm 3 cm.

21) Израчунати површину коцке чије су ивице дугачке 4 cm 7 mm.

22) Израчунати површину квадра чија је дужина 1 dm 8 cm, ширина 1 dm 2 cm и висина 3 dm.

23) Збир свих (12) ивица једног квадра износи 8 dm 4 cm, а његова основа има дужину 5 cm 4 mm и ширину 3 cm 6 mm. Израчунати његову висину и површину.

24) Дужина једног правоугаоника износи 5 m 9 cm, а ширина 3 m 2 dm. За колико ће се смањити његова површина, ако му се дужина смањи за 3 dm 5 cm?

25) Колски део (средина) једне улице широк је 7 m 5 dm. Та улица патосана је каменим коцкама такве величине, да их је по 48 у квадратном метру, а свега их је утрошено за целу улицу 81 000 комада. Колико је дугачка та улица?

Домаћи задатак

Извршити назначена множења и дељења:

1) 1 m 5 dm 9 mm $\times$ 3,14.

2) 5 dm 1 cm 6 mm : 6.

3) 1 ha 8 $m^2 \times$ 103.

4) 18 m^2 2 dm^2 66 cm^2 : 1,73.

5) Обим једнога квадрата износи 3 m 44 cm. Колика је његова површина?

Јединице за мерење запремине

Као јединица за мерење запремине узима се коцка чија је ивица 1 m. Таква коцка назива се кубни метар и обележава се ознаком m^3. Поред кубног метра, који се сматра као основна јединица, постоје још и изведене мање и веће јединице. Свега има 7 јединица за мерење запремине. Те су јединице, поређане по величини, са својим ознакама:

кубни километар	1 km^3
кубни хектометар	1 hm^3
кубни декаметар	1 Dm^3
кубни метар	1 m^3
кубни десиметар	1 dm^3
кубни сантиметар	1 cm^3
кубни милиметар	1 mm^3

Ако се три коцкине ивице, које се стичу у једном темену, поделе свака на 10 једнаких делова, онда ће сваки такав део бити 1 dm. Ако се за тим даље коцка испресеца равнима, које су паралелне са странама коцкиним и пролазе кроз деоне тачке, онда ће кубни метар бити подељен на мале коцке, које ће све бити кубни десиметри. Пошто је коцка тако подељена на кубне десиметре замислимо је сад подељену на слојеве дебеле по 1 dm. Јасно је да ће бити 10 таквих слојева у свакоме по $10 \cdot 10 = 100\ dm^3$. Свега ће дакле бити $1\,000\ dm^3$. Значи да је

$$1\ m^3 = 1\,000\ dm^3.$$

Ако на исти начин поделимо и кубни десиметар (на сл. 5 нешто умањен) на кубне сантиметре и кубни сантиметар на кубне милиметре, наћи ћемо као и горе да је

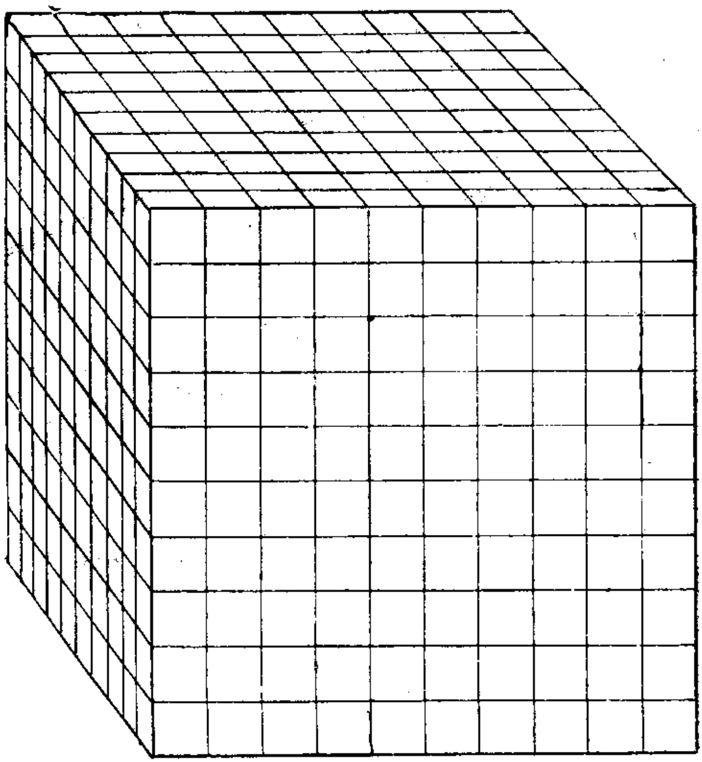
$$1\ dm^3 = 1\,000\ cm^3$$

$$1\ cm^3 = 1\,000\ mm^3.$$

Према томе биће и

$$1\ m^3 = 1\,000\ cm^3 \cdot 1\,000 = 1\,000\,000\ cm^3.$$

$$1\ dm^3 = 1\,000\ mm^3 \cdot 1\,000 = 1\,000\,000\ mm^3.$$



Сл. 5.

У опште свака јединица за мерење запремине хиљаду пута је већа од најближе ниже јединице, а односи између појединих јединица прегледно су претстављени у овим двема табелама:

I

	km^3	hm^3	Dm^3	m^3
1 km^3	1	1 000	1 000 000	1 000 000 000
1 hm^3	—	1	1 000	1 000 000
1 Dm^3	—	—	1	1 000
1 m^3	—	—	—	1

II

	m^3	dm^3	cm^3	mm^3
1 m^3	1	1 000	1 000 000	1 000 000 000
1 dm^3	—	1	1 000	1 000 000
1 cm^3	—	—	1	1 000
1 mm^3	—	—	—	1

Вишеимени бројеви који изражавају запремину

Као дужине и површине исто се тако и запремине могу изражавати вишеименим бројевима. Нека запремина измерена кубним метрима, кубним десиметрима и кубним сантиметрима била би изражена вишеименим бројем, напр. овако:

$$8\ m^3\ 314\ dm^3\ 79\ cm^3.$$

Као што видимо поједине јединице могу бити изражене троцифреним, двоцифреним или једноцифреним бројем. Међутим најчешће се јављају троцифрени, ређе двоцифрени а најређе једноцифрени бројеви.

Претварање јединица за мерење запремине

Први задатак. Колико има кубних десиметара у 12 m^3?

Решење.

$$
\begin{aligned}
1\ m^3 &= 1\,000\ dm^3 \\
12\ m^3 &= 1\,000\ dm^3 \times 12 \\
&= 12\ dm^3 \times 1\,000 \\
&= 12\,000\ dm^3
\end{aligned}
$$

Закључак. *Ма коју врсту јединица за мерење запремине претварамо у најближе ниже јединице, ако број датих јединица помножимо са 1000, па за тим резултату допишемо ознаку нижих јединица.*

Други задатак. Колико кубних десиметара има у 138 000 cm^3?

Решење. Знамо да 1 000 cm^3 чине 1 dm^3. Према томе у 138 000 cm^3 биће онолико кубних десиметара, колико се пута садржи 1 000 у 138 000. Дакле рачунаћемо овако:

$$138\,000 : 1\,000 = 138.$$

Значи да у 138 000 cm^3 има 138 dm^3.

Закључак. *Ма коју врсту јединица, за мерење запремине претварамо у најближе више јединице, ако број датих јединица поделимо са 1 000, па за тим разултату допишемо ознаку виших јединица.*

Ако се приликом претварања нижих јединица у више деси да се дељеник не може поделити са 1 000 без остатака, онда се као резултат претварања добија децималан број. Ако су јединице, које треба претворити, написане у виду децималног броја, онда се претварање врши померањем десетне запете за три места у лево или у десно, тј. множењем или дељењем броја датих јединица са 1 000. Јасно је да се десетна запета при претварању виших јединица у најближе ниже помера за три места у десно, а при претварању нижих јединица у најближе више за три места у лево.

Примери.

1) Колико има кубних десиметара у $6{,}250416\ m^3$?

$$6{,}250416\ m^3 = 6250{,}416\ dm^3.$$

2) Колико има кубних десиметара у $4271{,}038\ cm^3$?

$$4271{,}038\ cm^3 = 4{,}271038\ dm^3.$$

3) Колико има кубних метара у $22800\ dm^3$?

$$22800\ dm^3 = 22{,}800\ m^3 = 22{,}8\ m^3.$$

4) Колико има кубних милиметара у $43{,}985\ cm^3$?

$$43{,}985\ cm^3 = 43985\ mm^3.$$

5) Колико има кубних метара у $5\ dm^3$?

$$\begin{aligned} 5\ dm^3 &= 0005\ dm^3 \\ &= 0{,}005\ m^3. \end{aligned}$$

6) Колико има кубних сантиметара у $18{,}7\ dm^3$?

$$\begin{aligned} 18{,}7\ dm^3 &= 18{,}700\ dm^3 \\ &= 18700\ cm^3. \end{aligned}$$

Ако треба извесне јединице претворити у макоје друге ниже или више јединице, онда се претварање може извршити поступно, тј. помоћу делимичних претварања, на сличан начин као што је то показано код јединица за мерење дужине и код јединица за мерење површине. Сва је разлика у томе што се овде бројеви деле у троцифреие класе (цели бројеви с десна у лево, а децималии бројеви од десетие запете на лево и на десно). Ово дељење у троцифреие класе врши се због тога, што се при сваком делимичном претварању број датих јединица множи или дели са 1 000, тј. десетна запета помера му се за три места у десно или у лево. При дељењу у класе треба имати на уму, да прва класа може имати н две или само једну цифру, а све остале класе морају бити троцифрене. Код децималних бројева може се десити, да за последњу класу остану две или само једна цифра. У томе случају, да би се класа допунила, допнсују се једиа или две нуле.

Примери.

1) Колико има кубних сантиметара у $3{,}287\,136\ m^3$?

$$\begin{aligned} 3{,}287\,136\ m^3 &= 3,\,|\,287\,|\,136\ m^3 \\ &= 3\,287\,136\ cm^3. \end{aligned}$$

2) Колико има кубних десиметара у 1 280 074 mm^3?

$$1\,280\,074\ mm^3 = 1\,|\,280\,|\,074\ mm^3$$
$$= 1{,}280\,074\ dm^3.$$

3) Колико има кубних сантиметара у 0,02759 m^3?

$$0{,}02759\ m^3 = 0,\,|\,027\,|\,590\ m^3$$
$$= 27\,590\ cm^3.$$

4) Колико има кубних сантиметара у 0,0012 m^3?

$$0{,}0012\ m^3 = 0,\,|\,001\,|\,200\ m^3$$
$$= 1\,200\ cm^3.$$

Закључак. *Претварање јединица за мерење запремине, ако је запремина изражена децималним бројем, врши се на тај начин, што се десетна запета помера у лево или у десно за онолико троцифрених класа, колико износи број делимичних претварања, из којих се састоји тражено претварање. Ако се при томе претварају више јединице у ниже, десетна запета помера се у десно, а ако се претварају ниже јединице у више, десетна запета помера се у лево. Ако је запремина изражена целим бројем, онда се цео број замишља написан у виду привидног децималног броја, па се за тим с њиме поступа као и са правим децималним бројем.*

Претварање вишеимених бројева који изражавају запремину у једноимене и обратно

Први задатак. Колико има кубних сантиметара у 75 dm^3 342 cm^3?

Решење.

$$75\ dm^3\ \ 342\ cm^3 = 75\ dm^3 + 342\ cm^3$$
$$= 75\,000\ cm^3 + 342\ cm^3$$
$$= 75\,342\ cm^3.$$

Други задатак. Колико има кубних милиметара у 2 dm^3 18 mm^3?

Решење.

$$2\ dm^3\ \ 18\ mm^3 = 2\ dm^3 + 18\ mm^3$$
$$= 2\,000\,000\ mm^3 + 18\ mm^3$$
$$= 2\,000\,018\ mm^3.$$

Закључак. *Ако треба неки вишеимени број, који претставља запремину, претворити у једноимени број изражен најнижим јединицама датог вишеименог броја, онда се троцифрени бројеви који изражавају узастопне јединице, почев од највиших, допишу један другом, па се на крају стави ознака најнижих јединица. Ако неке јединице недостају, њихово се место попуњује трима нулама, а за случај да су извесне јединице изражене двоцифреним или једноцифреним бројем, онда се двоцифреном броју дописује с леве стране једна нула, а једноцифреном броју две нуле. Те се нуле не дописују само у почетку броја.*

Трећи задатак. Колико има кубних метара, кубних десиметара и кубних сантиметара у 1 000 042 cm^3?

Решење. Број 1 000 042 поделићемо у троцифрене класе с десна у лево, и онда ће последња класа (042) претстављати кубне сантиметре, друга класа (000) кубне десиметре и прва класа (1) кубне метре. Према томе биће

$$1 \,|\, 000 \,|\, 042 \text{ cm}^3 = 1 \text{ m}^3 \; 000 \text{ dm}^3 \; 042 \text{ cm}^3$$
$$= 1 \text{ m}^3 \; 42 \text{ cm}^3.$$

Закључак. *Ако треба једноимени број, који претставља запремину, претворити у вишеимени број, онда се једноимени број дели у троцифрене класе с десна у лево. Тада се свака класа сматра као засебан број, који добија ознаку својих јединица. Последња класа добија ознаку јединица датог једноименог броја, претпоследња класа добија ознаку најближих виших јединица итд. Ако су у некој класи све три цифре нуле, та се класа не пише, а ако су нуле прве две цифре или само прва цифра, те се нуле не пишу.*

Напомена. Претварање вишеименог броја у једноимени број изражен ма којим јединицама врши се на тај начин, што се најпре претвори вишеимени број у једноимени, изражен најнижим јединицама датог вишеименог броја, па се за тим тај једноимени број претвара у други, изражен ма којим другим јединицама.

Задаци за вежбање

Колико има

1) кубних десиметара у 51 m^3?

2) кубних сантиметара у 6 m^3?
3) кубних десиметара у 14,328 m^3?
4) кубних метара у 29,402 dm^3?
5) кубних сантиметара у 0,300 728 m^3?
6) кубних десиметара у 18,0 045 m^3?
7) кубних сантиметара у 4,66 dm^3?
8) кубних метара у 38 800 cm^3?
9) кубних милиметара у 0,0 026 dm^3?
10) кубних десиметара у 400 mm^3?

Ове вишеимене бројеве претворити у једноимене изражене кубним сантиметрима:

11) 92 dm^3 308 cm^3.
12) 1 m^3 145 dm^3 912 cm^3.
13) 76 cm^3 422 mm^3
14) 15 dm^3 79 cm^3 806 mm^3.
15) 3 m^3 936 cm^3.
16) 5 dm^3 88 mm^3.

Ове једноимене бројеве претворити у вишеимене:

17) 430 872 dm^3.
18) 20 036 cm^3.
19) 7 204,309 dm^3.
20) 60 817,74 cm^3.
21) 25 004,079 dm^3.
22) 16,6056 m^3.

Извршити назначене рачунске радње:

23) 31 dm^3 218 cm^3 + 109 dm^3 722 cm^3.
24) 9 dm^3 76 cm^3 — 2 dm^3 317 cm^3.
25) 380 m^3 200 dm^3 $\times$ 1,41.
26) 5 m^3 412 cm^3 : 12.

27) Колико се пута садржи 39 dm^3 87 cm^3 у 2 m^3 485 dm^3 306 cm^3?

28) Израчунати запремину коцке чија је ивица дугачка 6 cm 2 mm.

29) Израчунати запремину унутрашњости једне кутије, која је дубока 4 cm и чије дно има дужину 7 cm 3 mm и ширину 4 cm 8 mm.

30) Једна учионица дугачка је 7 m, широка 4 m 6 dm и висока 4 m 4 dm. Ако у тој учионици има 40 ученика, по колико кубних метара ваздуха дође на сваког ученика?

31) Ивица једне коцке дугачка је 7 cm 6 mm, а један квадар има дужину 1 dm 4 cm, ширину 7 cm 1 mm и висину 4 cm 2 mm. Које од та два тела има већу запремину? Да ли то тело има и површину већу?

32) Израчунати запремину једне даске, која је дугачка 3 m 4 dm, широка 2 dm 5 cm а дебела 3 cm 2 mm.

33) Дно једног суда у облику квадра дугачко је 3 dm 7 cm а широко 2 dm 4 cm. Суд је дубок 1 dm 8 cm и у њему се налази вода у висини од 1 dm 3 cm. Колико је потребно кубних десиметара воде да се суд допуни?

34) Један суд у облику квадра има димензије: дужину 1 m 2 dm, ширину 7 dm 5 cm и дубину 4 dm. Други суд у облику квадра има димензије: дужину 3 dm 2 cm, ширину 2 dm и дубину 1 dm 8 cm. Колико је потребно мањих судова пуних воде, да се напуни већи суд?

Домаћи задатак

Извршити назначене рачунске радње:

1) 5 m^3 26 dm^3 411 cm^3 + 1 m^3 173 dm^3 689 cm^3.

2) 3 m^3 — 510 dm^3 902 cm^3.

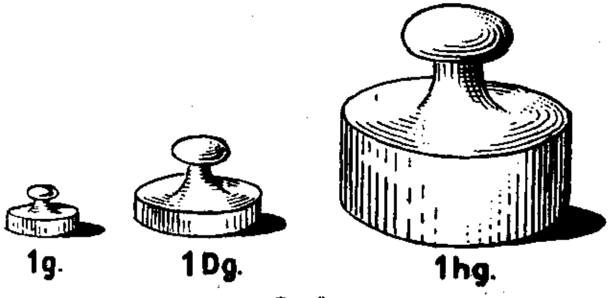
3) 8 dm^3 44 cm^3 $\times$ 7.

4) 1 cm^3 580 mm^3 : 4.

5) Неко је купио 5 дасака дугачких 3 m 2 dm, широких 2 dm 5 cm и дебелих 3 cm. Колико је платио, ако се рачуна кубни метар дрвета 800 динара?

ЈЕДИНИЦЕ ЗА МЕРЕЊЕ ТЕЖИНЕ

За мерење тежине служимо се јединицом која се назива *грам*. Грам се обично прави од месинга и у природној величини видимо га на слици 6. Тај комад месинга, од кога је начињен



Сл. 6.

грам, мора бити исто толико тежак, колико и 1 cm^3 чисте воде. Поред грама, који се сматра као основна јединица за мерење тежине, употребљавају се још и друге мање и веће јединице. Те су јединице изведене из грама на исти начин, на који су изведене и јединице за мерење дужине из метра. То значи да је свака јединица десети део од најближе веће, а десет пута је већа од најближе мање јединице. Изведених јединица заједно с грамом има седам. Те су јединице, поређане по величини, заједно са својим ознакама:

килограм	1 kg
хектограм	1 hg
декаграм	1 Dg
грам	1 g
десиграм	1 dg
сантиграм	1 cg
милиграм	1 mg.

На слици 6 видимо поред грама и декаграм и хектограм у природној величини.

За велике тежине употребљавају се и јединице изведене из килограма, а то су

1) *метарска цента* (или квинтал) који има 100 kg и бележи се ознаком q.

2) *тона* која има 1 000 kg и бележи се ознаком t.

По себи се разуме да се јединице за мерење тежине могу претварати као и све остале јединице. Исто тако бројеви, који изражавају тежину, могу се писати као једноимени или као вишеимени, и с њима се могу вршити све рачунске радње као и са осталим именованим бројевима. При томе треба имати на уму *да се сви разултати, до којих смо дошли код јединица за мерење дужине, могу применити и на јединице за мерење тежине (грам и из њега изведене јединице).*

Прнмери.

1) Колико има грама у 2 kg 3 hg 9 g?

2 kg 3 hg 9 g = 2 kg 3 hg 0 Dg 9 g.
= 2 309 g.

2) Колико има грама у 7 kg 306 g?

7 kg 306 g = 7 306 g.

3) Колико има килограма у 76 g?

76 g = 0 076 g.
= 0,076 kg.

4) 3 kg 18 g : 6 = 3 018 g : 6
3 018 : 6 = 503 g.
18

Задаци за вежбање

Колико има

1) декаграма у 5 kg 8 hg?
2) килограма у 1 kg 9 Dg?
3) сантиграма у 3 hg 7 g?
4) хектограма у 5 dg 6 cg?

Извршити назначене рачунске радње:

5) 2 kg 802 g + 7 kg 45 g + 1 kg 9 g.
6) 18 kg 95 g — 9 kg 148 g.
7) 2 g 75 mg × 34.
8) 4,148 g · 7,25.
9) 0,03 t : 0,1125.
10) 11 kg 25 g : 225 g.

11) На једном тасу теразија, које су у равнотежи, налази се један тег од 2 hg и један од 5 Dg, а на другом тасу је једна јабука, један тег од 1 hg, један од 1 Dg и један од 5 g. Колико је тешка јабука?

12) На једном тасу теразија налази се један тег од 1 kg, један од 2 hg и један од 5 Dg, а на другом тасу је један суд тежак 320 g и у суду 750 g брашна. Колико треба досути брашна, па да теразије буду у равнотежи?

13) Једна жица увијена у колут дугачка је 75 m. Колико је килограма тежак тај колут, ако је један метар жице тежак 96 g?

14) Један рис хартије има 500 табака, а тежак је 6,25 kg. Колико је тежак један табак хартије?

15) Један кубни метар ваздуха тежак је 1 kg 290 g. Колико износи тежина ваздуха у једној соби која је дугачка 4 m, широка 3 m 5 dm и висока 3 m 2 dm?

16) Једна гвоздена шипка квадратног пресека дебела је 2 cm а дугачка 3 m 5 dm. Колико је тешка та шипка, ако се зна да је 1 cm^3 гвожђа тежак 7,7 g?

17) Сто златника тешки су 645 g. Колико су тешки 24 златника?

18) Ивице једне оловне коцке дугачке су 4 cm. Ако се зна да је 1 cm^3 олова тежак 11,35 g, колико је тешка цела оловна коцка?

19) Једна сребрна плоча (квадар), дугачка 8 cm, широка 5 cm и дебела 6 mm, тешка је 251,28 g. Колико је тежак 1 cm^3 сребра?

20) На једном тасу теразија налази се тег од 500 g, а на другом тасу суд тежак 160 g. У тај суд треба налити онолико живе, колико је потребно да се успостави равнотежа. Ако се зна да је 1 cm^3 живе тежак 13,6 g, колико је потребно кубних сантиметара живе, да би теразије биле у равнотежи?

Домаћи задатак

Извршити назначене рачунске радње:

1) 1 kg 5 Dg 8 g — 7 hg 8 Dg 9 g + 3 hg 6 g.

2) 2 t 208 kg × 15.

3) 5 kg 46 g : 12.

4) Колико се пута садржи 72 kg 5 hg у 2 t 855 kg?

5) У једном отвореном суду налази се 275 g неке течности. Ако се зна да од те течности сваког дана изветри по 5 g 4 dg колико ће још остати течности у суду после 18 дана?

ЈЕДИНИЦЕ ЗА МЕРЕЊЕ ТЕЧНОСТИ

За мерење течности и зрнастих плодова (по запремини) употребљава се јединица која се назива *литар.* Литар није ништа друго него 1 dm^3, само што се он не прави у облику коцке већ обично у облику ваљкастог суда. Поред литра употребљавају се и друге веће и мање јединице. Те су јединице изведене из литра на исти начин, као што су изведене јединице за мерење тежине из грама, тј. свака је јединица десети део од најближе веће, а десет пута је већа од најближе мање јединнце. Свака има седам јединица за мерење течности. Те су јединице, поређане по величини, заједно са својим ознакама:

килолитар	1 kl
хектолитар	1 hl
декалитар	1 Dl
литар	1 l
десилитар	1 dl
сантилитар	1 cl
мililитар	1 ml

Напомена, учињена код јединица за мерење тежине о претварању и о рачунским радњама, важи у свему и за јединице за мерење течности. Претварање виших јединица у ниже или нижих у внше врши се помоћу делимичних претварања, тако да се за свако делимично претварање број датих јединица множи или дели са 10. Бројеви који изражавају запремину течности пишу се као цели или децнмални именовани бројеви, с којим се рачуна као и са осталим именованим бројевима.

Примери.

1) Колико има десилитара у 2 l 8 cl?

$$2\ \mathrm{l}\ 8\ \mathrm{cl} = 2\ \mathrm{l}\ 0\ \mathrm{dl}\ 8\ \mathrm{cl}$$
$$= 208\ \mathrm{cl}$$
$$= 20{,}8\ \mathrm{dl}.$$

2) Колико се чашица коњака од 2 cl може добити из једне боце у којој има 7 dl коњака?

$$7\ \mathrm{dl} = 70\ \mathrm{cl}$$
$$70\ \mathrm{cl} : 2 = 35.$$

Задаци за вежбање

1) Који је део од литра 1 cl?
2) Колико садржи кубних сантиметара 1 l ?
3) Колико садржи кубних сантиметара 1 cl ?
4) Који је део од кубног метра 1 hl ?
5) Којој је јединици за мерење запремине једнак 1 ml ?
6) Колико садржи кубних милиметара 1 ml ?

7) Колико садржи десилитара 1 hl?

8) Који је део од декалитра 1 ml?

9) Који се број у 2 hl 3 l садржи 35 пута?

10 Којим бројем треба поделити 7,2 l да се добије као количник број 0,03 l?

11) У једном бурету има 350 l воде. Кад се из бурета источи 165,5 l воде, онда је буре са преосталом водом тешко 240,2 kg. Колико је тешко празно буре?

12) Један гостионичар купио је 2 hl 75 l вина по 680 дин. хектолитар. Колико је платио?

13) У једном резервоару има 441 hl воде. Ако се за 1 час испушта по 1 260 l воде, за колико часова ће се резервоар испразнити?

14) Једна кап воде има 0,05 ml. Колико има капи у једном литру воде? 1000 : 0,05

15) Ако се зна да је један литар маслиновог уља тежак 920 g, и ако се 1 kg уља цени 28 динара, колико треба платити за 75 l уља?

16) За транспорт једног бурета пуног вина треба платити по 2 динара за сваки килограм тежине. Празно буре тешко је 66,4 kg, а хвата 4 hl 28 l. Колико ће се платити за транспорт, ако се зна да је 1 l вина тежак 950 g?

17) Литар вина вреди 8 динара, а литар ракије 27 динара. Колико се литара вина може добити за 62 l ракије?

18) Једно буре пуно воде тешко је 250 kg, а исто буре пуно вина тешко је 239 kg. Ако се зна да је 1 l вина тежак 0,95 kg, колико хвата и колико је тешко само буре?

Домаћи задатак

1) Једна бочица „одола" садржи 85 cm^3 течности. Колико је то десилитара?

2) Из једне боце у којој је било 7 dl коњака источено је 15 чашица по 2 cl 5 ml. Колико је још остало коњака у боци?

3) У један суд, који хвата 6 l, накапље за 1 час 7 500 капи воде. Ако једна кап износи 0,05 ml за колико часова ће се суд напунити?

ЈЕДИНИЦЕ ЗА МЕРЕЊЕ НОВЧАНЕ ВРЕДНОСТИ

У Краљевини Југославији основна је јединица за мерење новчане вредности *динар*. Друга мања јединица је *пара*, која износи један стоти део од динара. За обележавање динара употребљава се ознака *дин.*, а за обележавање паре ознака *п*. Према томе постоји однос

$$1 \text{ дин.} = 100 \text{ п.}$$

Ми имамо данас четири врсте новца: ситан метални новац, сребрни новац, златан новац (златници) и папирни новац (новчанице). Све врсте новца који је данас у промету виде се у овој табели:

ВРСТА НОВЦА	ВРЕДНОСТ	
	дин.	п.
Ситан метални новац		25
		50
	1	
	2	
Сребрни новац	10	
	20	
	50	
Златан новац	10	
	20	
Папирни новац	10	
	100	
	1000	

И јединице за мерење новчане вредности могу се претварати. Динаре претварамо у паре ако број динара помножимо са 100, а паре у динаре ако број пара поделимо са 100.

Примери.

1) Колико има пара у 136 дин.?

$$\begin{aligned} 136 \text{ дин.} &= 100 \text{ п.} \times 136 \\ &= 136 \text{ п.} \times 100 \\ &= 13\,600 \text{ п.} \end{aligned}$$

2) Колико има динара у 5 п.?

$$\begin{aligned} 5 \text{ п.} &= 005 \text{ п.} \\ &= 0{,}05 \text{ дин.} \end{aligned}$$

3) Колико има пара у 11 дин. 8 п.?

$$\begin{aligned} 11 \text{ дин. } 8 \text{ п.} &= 1\,100 \text{ п.} + 8 \text{ п.} \\ &= 1\,108 \text{ п.} \end{aligned}$$

4) Колико има динара у 7 дин. 5 п.?

$$\begin{aligned} 7 \text{ дин. } 5 \text{ п.} &= 700 \text{ п.} + 5\text{п.} \\ &= 705 \text{ п.} \\ &= 7{,}05 \text{ дин.} \end{aligned}$$

Обични разломци: половина, четвртина, осмина и петина

Знамо да се за 1 дин. могу добити 2 педесетпарца. Исто тако знамо да се у место 50 п. каже пола динара. Пошто је динар јединица, то је онда педесетпарац половина јединице. Дакле како ћемо добити половину јединице? Очевидно кад јединицу поделимо на 2 једнака дела. То значи, да у место 50 п. можемо писати:

$$1 \text{ дин.} : 2.$$

Исто тако, ако се неименована јединица подели на два једнака дела, добија се једна половина, која се у виду назначеног количника може написати овако

$$1 : 2.$$

Међутим као знак дељења у место две тачке (:) често се употребљава и положена црта (—), тако да се дељеник пише изнад црте а делитељ испод црте. Према томе, ако се као знак дељења употреби положена црта, једна половина пише се овако

$$\frac{1}{2}$$

Знамо да се за 1 дин. могу добити 4 двадесетпетпарца. Дакле двадесетпетпарац је четврти део од јединнце. Један четврти део од јединице назива се једна четвртина и пише се овако

$$\frac{1}{4}$$

Колико се двадесетпетпараца може добити за једну дводинарку? — Пошто се за 1 дин. добију 4 двадесетпетпараца, за дводинарку добиће се 8. Значи да је двадесетпетпарац један осми део од дводинарке. Ако дводинарку узмемо за јединицу, онда је двадесетпетпарац један осми део од јединице. Један осми део од јединице назива се једна осмина и пише се овако:

$$\frac{1}{8}$$

За једну новчаницу од 10 дин. можемо добити 5 дводинарки. Према томе, ако новчаницу од 10 дин. сматрамо за јединицу, који је део од јединице дводинарка? Очевидно пети део. Један пети део од јединице назива се једна петина и пише се овако:

$$\frac{1}{5}$$

Бројеви $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ и $\frac{1}{5}$ називају се обични разломци.

Задаци за вежбање

Усмено

1) Неко је купио 1 kg. шећера за 12,50 дин. и $\frac{1}{4}$ kg кафе за 13,50 дин. Колико је платио?

2) Неко је купио $\frac{1}{8}$ kg бадема за 5,50 дин. и платио је новчаницом од 10 дин. Колико је добио натраг?

3) Неко је купио робе за 82, 50 дин. и платио је новчаницом од 100 дин. Колико је добио натраг?

4) Шта стају 100 комада јаја по 1,15 дин. комад?

5) Шта стају 10 поштанских марака по 25 пара?

6) Шта стају 4 дописне карте по 75 пара?

7) Ако је цена једном килограму брашна 4,50 динара, колико треба платити за $\frac{1}{2}$ kg?

8) Сто главица купуса стају 145 дин. Пошто је једна главица?

9) Неко је купио 50 паприка. Колико има да плати, ако пиљар рачуна по 17 дин. „стотину"?

10) Неко је купио $\frac{1}{2}$ kg соли и платио новчаницом од 10 дин. Ако је цена једном килограму соли 3 дин., колико ће добити натраг?

Писмено

1) Једна риба, тешка 2 kg 450 g, плаћена је 61,25 дин. Пошто је килограм?

2) Једно земљиште у облику правоугаоника дугачко је 72,4 m а широко 21,6 m. Ако се квадратни метар цени 12,50 дин. колико вреди то земљиште?

3) Винарски трговац купио је 5 hl 70 l вина за 4 332 дин., а продавао га је по 10,50 дин. литар. Колико је зарађивао на 1 hl?

4) Дрварски трговац купио је 520 кубних метара дрва за 45 000 дин. и за превоз је платио 9 860 дин. Ако је дрва продавао по 130 дин. кубни метар, колико је зарађивао на сваком кубном метру?

5) Тона једног угља продаје се по 650 дин. Шта стају 420 kg?

6) Тона једног угља продаје се по 400 дин. Колико се килограма угља добија за 260 дин.?

7) Неко је помешао 5 l ракије по 42 дин. и 3 l по 32 дин. литар. Пошто је литар тако добивене мешавине?

8) Један прекупац купује јаја по 5 комада за 4 дин. а продаје по 4 комада за 5 дин. Колико зарађује на 100 комада?

9) Неко је у пиљарници изабрао 10 јабука и ставио их на један тас теразија. Пиљар је на други тас ставио један тег од 1 kg и један од 500 g, али су тегови претегли. За тим је на тас с јабукама ставио тег од 100 g и теразије су биле у равнотежи. Колико је имао купац да плати и шта стаје једна јабука, ако се те јабуке продају по 7,50 дин. килограм?

10) На једној гомили има, нешто у динарима, нешто у двадесетпетпарцима, свега 22,50 дин. Још се зна да је број динара једнак броју двадесетпетпараца. Која је сума у динарима а која у двадесетпетпарцима?

Домаћи задатак

1) Неко је купио 3,1 m штофа за одело по 175 дин. метар. За прибор платио је 215,50 дин., а кројач му је наплатио за израду 450 дин. Шта га стаје одело?

2) Неко је купио 25 дописних карата по 75 п., 70 поштанских марака по 25 п. и 12 марака по 3 дин. Ако је платио стотинарком колико је добио натраг?

3) Сељанка је продала јаја по 10 комада за 11 дин. Колико је примила за 65 комада?

ЈЕДИНИЦЕ ЗА МЕРЕЊЕ ВРЕМЕНА

Јединице које се употребљавају за мерење времена знатно се разликују од свих осталих јединица. Видели смо да се код свих јединица, с којима смо се до сад упознали, претварање врши множењем или дељењем декадним јединицама 10, 100 и 1 000. С тога смо сва претварања вршили просто дописивањем и изостављањем нула или померањем десетне запете. Код јединица за мерење времена, као што ћемо видети, претварање се не врши на тај начин.

Има у главном шест јединица за мерење времена. Те су јединице поређане по величини, заједно са својим ознакама:

година , . . г.
месец . . . . мес.
дан . . . . . д.
час . . . . . ч.
минут . . . . м.
секунд . . . с.

Између узастопних јединица постоје ови односи

1 г. = 12 мес.
1 мес. = 30 д. (просечно)
1 д. = 24 ч.

1 ч. = 60 м.
1 м. = 60 с.

Година је време које је потребно земљи да обиђе око сунца. То време износи (приближно) 365 д. 6 ч. Ако се година рачуна заокругљено 365 д. онда ће занемарени часови за 4 године дати 1 дан. Због тога се узима да свака четврта година има 366 дана. Таква година назива се *преступна* за разлику од обичних година које се називају *просте*. Преступна година познаје се по томе што се њен број може поделити бројем 4 без остатка.

Дан је време које је потребно земљи, да се једанпут обрне око своје осовине. Однос између месеца и дана не може бити тачно опредељен, пошто сви месеци нису једнаки. Зато се узима да месец има просечно 30 дана. Иначе у простој години поједини месеци имају.

јануар	31 д.	јули	31 д.
фебруар	28 д.	август	31 д.
март	31 д.	септембар . . .	30 д.
април	30 д.	октобар	31 д.
мај	31 д.	новембар . . .	30 д.
јуни	30 д.	децембар . . .	31 д.

У преступној години фебруар има 29 дана.

Претварање јединица за мерење времена

Напред смо споменули, да се претварање јединица за мерење времена не може вршити онако лако, као што се врши претварање осталих јединица, с којима смо до сад радили. То је, у осталом, и разумљиво, пошто односи између јединица за мерење времена нису изражени декадним јединицама 10, 100 и 1 000, већ неким другим бројевима. Ипак главно начело претварања остаје исто. Сва је разлика у томе, што се претварање јединица за мерење времена не врши множењем или дељењем декадним јединицама, већ множењем или дељењем неким другим бројевима. Тако напр. ако треба претворити дане у часове, онда се број дана множи бројем 24, јер дан има 24 ч. Обратно, ако треба претворити часове у дане, број часова дели се са 24. Исто тако минуте претварамо у секунде множећи број минута са 60, а секунде у минуте делећи број секунада са 60 итд.

Примери

1) Колико има секунада у 25 м?

$$25 \text{ м} = 60 \text{ с} \times 25$$
$$= 25 \text{ с} \times 60$$
$$= 1\,500 \text{ с.}$$

2) Колико има дана у 552 ч?

$$\begin{array}{l} 552 : 24 = 23 \\ \underline{48} \\ 72 \\ \underline{72} \\ 0 \end{array}$$

Из ових примера видели смо како се претварају ма које јединице у најближе ниже или више јединице. Ако треба извесне јединице претворити у ма које ниже или више јединице, онда се претварање врши поступно, тј. дате јединице претварају се најпре у најближе ниже или више, па се за тим нове јединице претварају у наредне ниже или више итд.

Примери

1) Колико има минута у 18 д.?

$$\begin{array}{r} 18 \\ \underline{24} \\ 72 \\ \underline{36} \\ 432 \text{ ч.} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 432 \\ \underline{60} \\ 25\,920 \text{ м.} \end{array}$$

2) Колико има часова у 54 000 с.?

$$54\,000 : 60 = 900$$
$$900 : 60 = 15.$$

Претварање вишеимених бројева у једноимене и једноимених у вишеимене

Први задатак. Колико има минута у 8 д. 14 ч. 36 м.?

Решење. Најпре ћемо претворити дане у часове и нађени број сабрати са 14 ч. За тим ћемо све часове претворити у минуте и нађени број сабрати са 36 м. Дакле рачунаћемо овако:

$$8 \cdot 24 = 192,\ 192 + 14 = 206,\ 206 \cdot 60 = 12\,360,\ 12\,860 + 36 = \\ = 12\,396.$$

Закључак. *Ако треба неки вишеимени број претворити у једноимени, онда се најпре највише јединице тога броја претварају у најближе ниже јединице. За тим се те јединице, пошто се саберу са јединицама истог имена датог вишеименог броја, претварају у наредне ниже јединице итд. редом, док се не дође до најнижех јединица датог вишеименог броја.*

Други задатак. Колико има часова, минута и секунада у 14 326 с.?

Решење: Да бисмо претворили секунде у минуте извршићемо ово дељење:

$$\begin{array}{l} 14\,326 : 60 = 238 \\ \underline{232} \\ \underline{526} \\ 46 \end{array}$$

Јасно је да (непотпуни) количник 238 претставља минуте а остатак 46 секунде. Значи да је

$$14\,326 \text{ с.} = 238 \text{ м. } 46 \text{ с.}$$

Сад треба да претворимо минуте у часове. Ради тога извршићемо ово дељење:

$$\begin{array}{l} 238 : 60 = 3 \\ 58 \end{array}$$

Овде нам количник 3 претставља часове а остатак 58 минуте. Значи да је

$$238 \text{ м.} = 3 \text{ ч. } 58 \text{ м.}$$

Према томе је

$$14\,326 \text{ с.} = 3 \text{ ч. } 58 \text{ м. } 46 \text{ с.}$$

Закључак. *Ако треба једноимени број претворити у вишеимени, онда се најпре претварају дате јединице у најближе више, за тим се добивене најближе више претварају у наредне више јединице итд. редом, док се не изврши и последње могуће претварање. При томе свако поједино претварање даје непотпун количник и остатак. Остатак претставља јединице* *које се претварају, а количник најближе више јединице. Пошто се изврши и последње претварање, онда ће последњи количник претстављати највише јединице траженог вишеименог броја, а поједини остаци поређани обрнутим редом претстављаће редом ниже јединице.*

Рачунске радње са вишеименим бројевима који претстављају време

При рачунању с вишеименим бројевима може се поступити на један од ова два начина:

1) Вишеимени бројеви се најпре претварају у једноимене бројеве.

2) Рачуна се са самим вишеименим бројевима.

Кад се ради с вишеименим бројевима који претстављају време, поступа се на други начин, пошто претварање јединица за мерење времена задаје много веће тешкоће, него претварање осталих јединица. На први начин се поступа само у изузетним случајевима. Напр. ако треба поделити вишеимени број вишеименим бројем, онда се морају и дељеник и делитељ претворити у једноимене (истоимене) бројеве, јер се иначе дељење не би могло извршити.

Сабирање и одузимање вишеимених бројева

Први задатак. Сабрати 8 г. 9 мес. и 3 г. 11 мес.

Решење. Бројеве потписујемо један испод другог тако, да јединице истог имена дођу једне испод других, и онда сабирамо најпре месеце па за тим године. Цео рачун изводи се овако:

8 г. 9 мес.	20 мес. = 1 г. 8 мес. Месеце пишемо, а 1 г. додајемо годинама.
3 г. 11 мес.	
(20 мес.)	
12 г. 8 мес.	

Други задатак. Сабрати 5 д. 8 ч. 49 м. 40 с., 2 д. 19 ч. 56 с. и 1 д. 14 м. 35 с.

Решење. Да бисмо могли потписати сабирке тако, да истоимени делови дођу један испод другог, место јединица које недостају попуњујемо нулама. За тим потписујемо сабирке и почињемо сабирање од секунада. Цео рачун изводи се овако:

5 д. 8 ч. 49 м. 40 с.	131 с. = 2 м. 11 с., секунде пишемо
2 д. 19 ч. 0 м. 56 с.	а минуте додајемо минутима. —
1 д. 0 ч. 14 м. 35 с.	65 м. = 1 ч. 5 м., минуте пишемо а
(28 ч) (65 м)(131 с)	1 ч. додајемо часовима.
9 д. 4 ч. 5 м. 11 с.	28 ч. = 1 д. 4 ч., часове пишемо а
	1 д. додајемо данима.

Закључак. *При сабирању вишеимених бројева потписујемо сабирке један испод другог тако, да јединице истог имена дођу једне испод других. Ако се деси да код неких сабирака недостају извесне јединице, места тих јединица попуњују се нулама, и онда се почиње сабирање од најнижих јединица. Ако се сабирањем ма којих јединица добије број, који садржи једну или више виших јединица, те се више јединице издвајају и додају се најближим вишим једнницама.*

Трећи задатак. Колика је разлика између 12 д. 7 ч. 42 м. и 7 д. 16 ч. 30 м.?

Решење. Најпре ћемо потписати умалитељ испод умањеника, тако да јединице истог имена дођу једне испод других.

12 д. 7 ч. 42 м.
7 д. 16 ч. 30 м.

Пошто је број часова код умањеника мањи од броја часова код умалитеља, то се одузимање часова не може извршити. Зато ћемо умањеник повећати за 24 ч., али при том ћемо морати и умалитељ да повећамо за 1 д. Онда ћемо одузимање извршити овако:

12 д. 31 ч. 42 м.
— 8 д. 16 ч. 30 м.
4 д. 15 ч. 12 м.

Закључак. *При одузимању вишеимених бројева потписује се умалитељ испод умањеника тако, да јединице истог имена дођу једне испод других, па се за тим почиње одузимање од најнижих јединица. Ако се одузимање извесних јединица не може извршити због тога, што је број тих јединица већи од* *броја истих јединица код умањеника, онда се број умањеникових јединица повећа за онолико, колико тих јединица има у једној најближој вишој јединици, а у исто време се и најближе више јединице умалитељеве повећају за 1.*

Множење и дељење вишеимених бројева

Први задатак. Један часовник изостаје сваког дана по 2 м. 19 с. Колико ће изостати за 20 д.?

Решење. Треба 2 м. 19 с. помножити са 20. Множење се почиње од најнижих јединица, а цео рачун изводи се овако:

2 м.	19 с.	380 с. : 60 = 6 м.
	20	20 с.
(40 м.	380 с.)	20 с. пишемо, а 6 м. додајемо
46 м.	20 с.	минутима.

Закључак. *При множењу вишеимених бројева најпре се множе најниже јединице, па за тим редом више јединице. Ако се множењем извесних јединица добије број који садржи једну или више најближих виших јединица, онда се те више јединице издвајају и додају се броју, који се добија множењем најближих виших јединица.*

Други задатак. Колико износи шести део од 8 ч. 33 м. 12 с.?

Решење. Треба 8 ч. 33 м. 12 с. поделити са 6. Дељење ћемо почети од највиших јединица, тј. од часова. Добићемо делимични количник 1 ч. и остатак 2 ч. Делимични количник написаћемо у количнику, а остатак ћемо претворити у минуте, које ћемо додати минутима дељениковим. Сад ћемо добивени збир поделити са 6, па ћемо делимични количник написати у количнику, а остатак претворити у секунде итд. Цео рачун изводи се овако:

8 ч.	33 м.	12 с. : 6 = 1 ч. 25 м. 32 с.	2 ч. = 120 м.
2 ч.	120 м.	180 с.	3 м. = 180 с.
	153 м.	192 с.	
	33	12	
	3 м.	0	

Закључак. *Ако треба неки вишеимени број поделити неименованим бројем, онда се дељење почиње од највиших јединица, које чине први делимични дељеник. Дељењем првог делимичног дељеника добија се непотпун количник и остатак. Непотпуни количник пише се у количнику а остатак, пошто се претвори у најближе ниже јединице, додаје се дељениковим јединицама истог имена, и добивени збир се узима као други делимични дељеник. С тим другим делимичним дељеником поступа се као и са првим, и рачун се продужује све донде, док се не поделе и најниже јединице.*

Напомена. Напред смо споменули, да се у извесним случајевима не може рачунати са вишеименим бројевима, пре него што се претворе у једноимене. Ти су случајеви: 1) ако је множитељ децималан број, 2) ако је делитељ децималан број и 3) ако је делитељ именован број. У свим тим случајевима вишеимени бројеви се морају претворити у једноимене.

Обични разломци: трећина и шестина

Колики је део од 1 м. време од 20 с.?

Знамо да је 1 м. = 60 с. и да је 60 с. : 3 = 20 с. Значи да је време од 20 с. трећи део од 1 м. Један трећи део од 1 м. назива се једна трећина минута и пише се овако:

$$\frac{1}{3} \text{ м.}$$

Исто тако и један трећи део од неименоване јединице назива се једна трећина и пише се овако:

$$\frac{1}{3}$$

Колики је део од 1 г. време од 2 мес.?

Знамо да је 1 г. = 12 мес. и да је 12 мес. : 6 = 2 мес. Значи да је време од 2 мес. шести део од 1 г. Један шести део од 1 г. назива се једна шестина године. Исто тако и један шести део од неименоване јединице назива се једна шестина и пише се овако:

$$\frac{1}{6}$$

Бројеви $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{6}$ називају се обични разломци, као и бројеви $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, и $\frac{1}{5}$.

Који је од свих ових разломака највећи, а који најмањи? Којим редом треба да буду написани ако хоћемо да буду поређани по величини?

Задаци за вежбање

Ове вишеимене бројеве преобратити у једноимене:

1) 11 ч. 36 м. 44 с.
2) 7 ч. 52 с.
3) 3 д. 18 ч. 53 м.
4) 15 д. 16 м.
5) 1 д. 22 ч. 31 м. 55 с.
6) 3 д. 43 м. 58 с.

Ове једноимене бројеве преобратити у вишеимене:

7) 30 250 с.
8) 64 845 с.
9) 28 914 м.
10) 172 858 с.
11) Колико има часова а колико минута у месецу јануару?
12) Колико има минута у 5 д. 16 ч.?
13) Колико има година у 3 246 мес.?
14) Колико има дана у 16 г. (4 године су преступне)?

Извршити назначене рачунске радње:

15) 5 д. 8 ч. 32 м. + 14 д. 19 ч. 46 м.
16) 3 д. 17 ч. 33 м. + 15 д. 7 ч. 47 м. + 7 д. 28 м.
17) 8 д. 5 ч. 46 м. + 21 ч. 18 м. 50 с. + 1 д. 42 м.
18) 18 г. — 15 г. 9 мес. + 10 м. 24 д.
19) 15 ч. — 9 ч. 25 м. 38 с.
20) 6 ч. 62 м. 19 с. × 3.
21) 14 ч. 9 м. 22 с. × 8.
22) 9 ч. 41 м. 16 с. × 14.
23) 2 ч. 33 м. 25 с. × 9.

24) 85 г. 6 мес. : 18.

25) 13 ч. 18 м. 8 с. : 22.

26) 7 ч. 2 м. 6 с. : 15 м. 38 с.

27) Колико обрта учини секундна казаљка за 18 дана?

28) Колико обрта учини минутна казаљка од 1 јула до краја године?

29) За које време секундна казаљка учини 12 316 обрта?

30) Једна тица прелети по 12 m у секунди. Колико ће прелетети за 2 м. 18 с.?

31) Неки путник путовао је 2 ч. 5 м. У сваком минуту учинио је по 108 корачаји, а сваки корак му је био дугачак по 82 cm. Колики је пут прешао?

32) Између две узастопне мене месечеве прође 29 д. 12 ч. 44 м. Ако је од једне мене прошло 10 д. 54 м. 26 с., за које време ће наступити нова мена?

33) Колика је разлика између преступне године, која се рачуна 366 дана и стварне године, која износи 365 д. 5 ч. 48 м. 46 с.?

34) Неко је живео 53 г. 9 мес. 17 д., а умро је 4 маја, 1929 године. Кад се родио?

35) Српска војска напустила је Београд 8 октобра, 1915 године, а после пробоја Солунског фронта ушла је у Београд 1 новембра, 1918 године. Колико је времена Београд био под окупацијом?

36) Један часовник изостаје за дан 3 м. 18 с. Колико ће изостати од почетка године до краја фебруара, ако је година проста?

37) Један путник прешао је 8 km за 1 ч. 32 м. 16 с. За које време је прелазио 1 km?

38) Један часовник изостаје за 1 дан 1 м. 35 с. За колико ће дана изостати 28 м. 30 с.?

Домаћи задатак

Израчунати вредност ових израза:

1) (15 ч. — 7 ч. 40 м. 8 с.) · 6.

2) (3 д. 34 м. + 1 д. 17 ч. 42 м.) : 8.

3) Један часовник изостао је од 1 маја до краја јула 21 м. 28 с. Колико изостаје за дан?

САДРЖАЈ