

UNIVERZITET U BEOGRADU
MATEMATIČKI FAKULTET



MASTER RAD

**REŠAVANJE MATEMATIČKIH PROBLEMA U REALNOM KONTEKSTU U
VIŠIM RAZREDIMA OSNOVNE ŠKOLE – PRAĆENJE KOGNITIVNIH
AKTIVNOSTI UČENIKA**

Mentor:
Dr Milan Božić

Student:
Jovanka Urošević

SADRŽAJ

| | |
|---|-----------|
| PREDGOVOR | 2 |
| UVOD | 3 |
| Rešavanje matematičkih problema | 3 |
| Rešavanje matematičkog problema iz perspektive konstruktivnog razumevanja pročitano teksta | 5 |
| Obrasci ponašanja pri rešavanju matematičkih zadataka | 6 |
| Otac modernog rešavanja problema - Đerđ Polja (George Pólya) | 8 |
| GLAVNO ISTRAŽIVANJE | 12 |
| Cilj istraživanja | 12 |
| Opis instrumenata i postupak istraživanja | 12 |
| Analiza i rezultati istraživanja..... | 13 |
| ZAKLJUČAK | 31 |
| Predlozi poboljšanja nastave matematike..... | 32 |
| PRILOZI | 34 |
| LITERATURA | 37 |

PREDGOVOR

Matematičko rešavanje problema je kompleksna misaona aktivnost koja uključuje brojne procese i strategije. Rešavanje problema ima dve etape: predstavljanje problema i njegovo izvršavanje. Uspešno rešavanje problema nije moguće bez prethodnog adekvatnog predstavljanja problema. Adekvatno predstavljanje problema ukazuje na to da je onaj ko rešava problem, problem razumeo i služi da vodi učenika kroz plan rešavanja. Učenici koji imaju problema u predstavljanju matematičkog problema, imaće problema i u njegovom rešavanju.

Fokus ovog rada je praćenje kognitivnih aktivnosti učenika viših razreda osnovne škole prilikom rešavanja matematičkih tekstualnih problema iz ugla razumevanja napisanog teksta.

Učenjem kako se rešavaju zadaci u matematici učenici bi trebalo da usvoje način razmišljanja, navike postojanosti i radozanosti i samopouzdanje u nepoznatim situacijama. Dakle, kroz učenje rešavanja problema u matematici učenici bi trebalo da nauče kako da razmišljaju strateški dok rešavaju matematičke zadatke. Rešavanje problema je bilo izučavano sa raznih aspekata kao što su uloga domen specifičnog znanja i strategija (Owen & Sweller, 1989), obrade teksta (Kintsch, 1994a, 1994b; Kintsch & Greeno, 1985; Nathan, Kintsch, & Young, 1992; van Dijk & Kintsch, 1983), teorija šema (Marshall, 1995), i obrada informacija (Briars & Larkin, 1984; Mayer, 1992; Silver, 1987). Ova sveobuhvatna istraživanja su dosta pomogla da se razumeju kognitivni procesi neophodni za rešavanje matematičkih problema.

Iako svaki od ovih aspekata ističe razumevanje problema kao esencijalni osnov za rešavanje istog, mali broj studija je izučavao rešavanje problema iz ugla razumevanja pisanog teksta. Prethodna istraživanja koja su se bavila vezom između rešavanja matematičkih problema i razumevanja pročitane teksta su imale pomešane rezultate. Takodje postoje studije koje su se bavile ispitivanjem veze između lošeg poznavanja jezika i problema u rešavanju matematičkih zadataka.

Cilj ovog rada je da se utvrdi u kolikoj meri čitanje i razumevanje pisanog teksta utiče na rezultate rešavanja matematičkih problema kod osnovaca.

UVOD

Rešavanje matematičkih problema

Rešavanje matematičkih problema se zasniva na interakciji između upotrebe analize i sinteze, a počinje procesom čitanja. Bazirajući se na stečenom znanju i stalnom obradom elemenata teksta stvara se model zasnovan na konceptu objekta ili mentalni model. Ovi modeli mogu da se sastoje od crteža koji omogućavaju razvoj mentalnih slika ili od unutrašnjih interpretacija elemenata problema i njihovih odnosa. Tačan model se formira kroz aktivnu transformaciju baze teksta, aktivaciju šema odgovarajućih za taj tip zadatka i integracijom odgovarajućih elemenata zadatka u te šeme. Ovi kognitivni procesi su znatno olakšani efikasnim i aktivnim čitanjem i razvijena predstava služi kao ram za rešenje. Znači, uspeh ili nesupeh u rešavanju zadataka zavisi umnogome od aktivnog čitanja sa razumevanjem, stvorene mentalne predstave kao i od mogućnosti da se kontroliše ili primeni proces rešavanja zadatka.

Postoje dokazi da greške u rešavanju zadataka kod dece proističu iz nerazumevanja pisanog teksta. Ovo nerazumevanje može da bude posledica više činilaca kao što su na primer učenje na nematernjem jeziku, nedostatak konceptualnog ili proceduralnog matematičkog znanja, nemogućnost da se koordinišu sve neophodne strukture znanja neophodne za rešavanje problema ili neodgovarajuća strategija čitanja.

Mnoga deca čitaju matematičke tekstualne zadatke i direktno ih prevode u aritmetičke operacije. Međutim, đaci koji imaju sofisticiraniji način u rešavanju matematičkih problema prvo pristupaju izgradnji mentalnog modela koji samim tim daje podršku kognitivnom procesu.

Teorije o čitanju sa razumevanjem nam pomažu da shvatimo strategije koje mladi učenici mogu da koriste da bi konstruisali konkretne predloge i stvorili mentalne modele.

Primer nekonzistentne upotrebe jezika u tekstualnim zadacima nam može pomoći da ilustrujemo ove procese i strategije:

Prošle godine Marko je prodao 250 karata za dečiju pozorišnu predstavu. To znači da je prodao 5 puta više od onog sto je prodala Ana. Koliko je karata prodala Ana?

Ovaj problem se smatra za problem sa nekonzistentom upotrebom jezika (IL problem – *inconsistent language problem*) zato što je objekat u drugoj rečenici nepoznata količina i odnosni izraz u recenici (5 puta više) je obrnuto proporcionalan od matematičke radnje koja je neophodna za rešavanje zadatka.

Za ovaj zadatak ključne reči bi mogle da budu: Marko, 250 karata, Ana, i pet puta više karata. Ove ključne reči se mogu upotrebiti kao konzistentni jezički format (*CL-consistent language*) tako da predstavljaju odnos između zadatka i šeme koju učenik koristi da bi rešio ovaj tip zadatka: *Marko prodaje 250 karata za dečije pozorište. Ana prodaje jednu petinu od 250 karata koje prodaje Marko. Koliko karata prodaje Ana?*

Da bi predstava „IL” zadatka bila tačna učenik koji rešava zadatak mora biti oprezan da ne kombinuje elemente zadatka sa odnosnim izrazom datim u istom. Mnogi učenici pri rešavanju „IL” tipa zadatka prvo transformišu ovaj zadatak u „CL” format kao što je već navedeno na prethodnom primeru.

Da bi se izbegla česta greška u ovom procesu translacije (iz IL u CL) učenik će još jednom pročitati odnosnu rečenicu da bi utvrdio odnos između broja karata koje proda svako dete. On/ona moraju da zapamte datu informaciju kao i u kom kontekstu i u kom odnosu se nalazi sa ostalim elementima zadatka. I na kraju on/ona može da dovede u pitanje da li se subjekat odnosne rečenice odnosi na Anu ili na Marka i može li da transformiše odnosnu rečenicu tako da je nepoznata količina subjekat iste.

Dobro formirana predstava (prezentacija) o situaciji predstavljenoj u zadatku je neophodna za rešavanje problema. Majerova (*Richard E. Mayer, 1992*) analiza govori o dve podfaze rešavanja zadatka: 1) planiranje i nadgledanje 2) rešavanja zadatka. Planiranje i nadgledanje zahteva aktivaciju strateškog znanja kao i nadgledanje samog procesa rešavanja zadatka. Rešavanje zadatka, sa druge strane, zahteva znanje o izvršavanju tražene matematičke operacije. Dakle, tačno predstavljanje i rešavanje matematičkog tekstualnog zadatka zavisi od dva seta znanja: znanja jezika i simboličkog/matematičkog znanja. Da bi bio uspešan učenik mora da ima obe ove strukture znanja i mogućnost da ih kombinuje.

Rešavanje matematičkog problema iz perspektive konstruktivnog razumevanja pročitanoog teksta

Teorije rešavanja matematičkih problema nam pružaju uvid u razumevanje kognitivnog procesa i faza u razvoju predstavljanja problema koje vode ka rešenju. Sa druge strane aspekt razumevanja pročitanoog teksta nam daje dalji uvid u razumevanje procesa rešavanja zadataka i u ponašanju koje učenici koriste da bi razumeli tekstualne zadatke. Čitanje je aktivni proces u kome čitalac interaguje sa tekstem da bi mu dao odgovarajuće značenje. Vodjeni očekivanjima, prethodnim iskustvima i znanjem, čitaoci usmeravaju svoju interakciju sa tekstem biranjem odgovarajućih elemenata kojim će se posvetiti. Po Andersonu (*Richard C. Anderson, 1984, Learning to read in American schools*) razumevanje „je stvar aktivacije ili kreacije odgovarajućih šema koje omogućavaju koherentno objašnjenje objekata ili događaja koji se spominju u tekstu”. Štampani tekst je stimulus interpretiran od strane čitaoca pošto tokom čitanja dolazi do interakcije sa tekstem i aktivacije procesa analize i sinteze. Poznavanje jezika, poznavanje sveta oko sebe kao i metakognitivna znanja olakšavaju proces analize. Dominacija ovim strukturama znanja je od esencijalnog značaja za proces stvaranja značenja koji se može opisati i kao aktivnost stvaranja „konstruktivnog odgovora”. Efikasni čitaoci odgovaraju na svoj nivo razumevanja i u skladu sa tim menjaju svoje ponašanje, aktivirajući strategije korekcije greški, kada je to neophodno. Nova informacija nije nešto što se jednostavno prihvati, već ljudi uglavnom izgrade svoju hipotezu o značenju te informacije i provere svoju hipotezu o značenju iste kada se sledeći put susretnu sa njom.

Tvrdnja da ljudi vrše filtraciju teksta u skladu sa već usvojenim znanjima sa ciljem da ga razumeju ima veliki uticaj na stvaranje teorije o predstavljanju matematičkog problema u toku njegovog rešavanja. Konstrukcija predstave problema zavisi od toga u kojoj meri je učenikovo matematičko konceptualno i proceduralno znanje dobro formirano kao i od toga koliko učenik aktivno transformiše elemente teksta u toku obrade teksta. Ovo poslednje se može meriti upotrebom konteksta, mogućnosti da se informacija iz problema zapamti kao i objašnjenjem i opravdanjem rešenja problema. Učenici koji aktivno posmatraju svoje razumevanje i svesni su svog nerazumevanja mogu da promene svoje ponašanje u toku obrade teksta. Na osnovu inicijalnog pokušaja da izgradi predstavu problema, učenik će ili ponovo pročitati tekst ili će

početi da rešava zadatak. Predstava problema je postepen proces, početno razumevanje je promenjeno na osnovu stalne obrade teksta i postojećeg znanja.

Iako postoji veliki broj istraživanja i teorijskih rasprava o kognitivnom procesu neophodnom da bi se stvorila predstava o problemu koja će dovesti do njegovog rešenja, mali broj analiza je istraživao verbalne protokole da ispita ponašanje koje učenici koriste da bi stvorili ovu predstavu.

Obrasci ponašanja pri rešavanju matematičkih zadataka

Da bi opisao ponašanje pri rešavanju matematičkih zadataka Šonfeld (*Alan Schoenfeld, 1987, Cognitive science and mathematics education*) je ispitivao verbalne protokole koje u procesu rešavanja tekstualnih zadataka koriste iskusni i neiskusni učenici. Neiskusni učenici počinju da rešavaju problem neefikasnim metodama zasnovanim uglavnom na istraživanju problema i nastavljaju bez nadgledanja svog napretka. Za razliku od njih, učenici koji su imali dosta iskustva u rešavanju tekstualnih zadataka po čitanju zadatka pristupaju analizi problema pa tek onda pristupaju rešavanju problema koristeći pritom druge kognitivne procese kao što su planiranje, sprovođenje i proveravanje i vođeni procenama dobijenim iz ovih procesa menjaju svoje ponašanje u toku rešavanja problema. Za iskusne učenike, razvijanje mentalnih šema i modela problema je dinamičan proces koji obuhvata mnoge transformacije.

Matematički tekstualni zadaci u kojima se predstavlja numerički odnos između poznate i nepoznate količine najčešće izazivaju teškoće zato što kombinuju složenost relacionih izjava i jezičke konzistencije. Dva sledeća primera ilustruju različite jezičke strukture u „CL” i „IL” problemu vezanom za množenje:

„CL”: Milan pretrči 10 kilometara nedeljno. Kosta pretrči 3 puta više kilometara nedeljno od Milana. Koliko kilometara pretrči Kosta za 4 nedelje?

„IL”: Milan pretrči 10 kilometara nedeljno. On pretrči jednu trećinu od onog što pretrči Kosta nedeljno. Koliko kilometara pretrči Kosta za 4 nedelje?

U „CL” problemima nepoznata veličina je subjekat uporedne rečenice i relacioni pojam je konzistentan sa aritmetičkom operacijom koja se zahteva za rešenje zadatka (npr. koristi se

pojam N puta više i za rešavanje zadatka je potrebna operacija množenja). Za razliku od „CL” problema, u „IL” problemima nepoznata veličina je objekat u uporednoj rečenici i relacioni pojam nije konzistentan sa aritmetičkom operacijom (npr. koristi se pojam N puta više ali je za rešavanje zadatka potrebna operacija deljenja).

Ako učenici u procesu rešavanja zadatka koriste šeme (predstave) izgrađene za rešavanje CL zadataka i u stanju su da uoče razliku između šeme CL zadatka i onoga što se traži u IL zadatku, najverovatnije će pribеći pretvaranju IL zadatka u CL formu. Ova transformacija zahteva zamenu suprotnog aritmetičkog pojma. Na primer ako će učenik gore navedeni primer IL problema da ispravno prevede u CL problem moraće da zameni izraz „jednu trećinu” za „tri puta više”. Učenici imaju najviše problema u rešavanju IL zadataka upravo iz razloga što vrlo često greše u upotrebi adekvatne aritmetičke operacije tj. upotrebljavaju obrnutu aritmetičku operaciju od one neophodne za ispravno rešavanje zadatka.

Istraživanja su pokazala da se učenici fokusiraju na manje delove teksta i da se u toku ponovljenog čitanja teksta više fokusiraju na brojeve nego na reči, kao i da se u slučaju IL problema, za razliku od CL problema, ipak fokusiraju više na reči nego na brojeve. U CL problemima kao i kod učenika koji su neuspešno rešavali IL probleme utvrđen je obrazac ponašanja koji je nazvan „direktni translacioni pristup”. Takvo ponašanje podrazumeva da se učenici fokusiraju na brojeve i na relacioni pojam i odmah ih povezuju u aritmetičku operaciju. Za razliku od ovog obrasca ponašanja učenici koji su uspešno rešavali IL probleme su se fokusirali više na imena varijabli kao i na relacione pojmove nego na brojeve. Ovakav obrazac ponašanja je nazvan „pristup sa razumevanjem” zato što učenik formira mentalni model. Učenik koji uspešno rešava zadatke ređe se fokusira na brojeve od učenika koji nesušešno rešava zadatke. Ovi različiti obrasci u ponašanju pri rešavanju zadataka dovode do razlika u preciznosti pri formiranju mentalnog modela što dalje dovodi do razlika u ishodu rešenja.

Otac modernog rešavanja problema – Đerđ Polja (George Pólya)

Neosporan otac matematičkog rešavanja problema je Đerđ Polja (13. Decembar 1887.-7.septembar 1985.), jedan od giganata klasične analize dvadesetog veka. On je smatrao da je rešavanje matematičkih problema praktično umetnost koja se može učiti i naučiti. Njegove knjige *How To Solve It* (1945) i set iz dva toma *Mathematics and Plausible Reasoning* (1954) i *Mathematical Discovery* (1962) su klasici. Prva, koja je prevedena na 21 jezik je prodana u preko milion kopija za godinu dana. Njegove knjige su postavile bazu za „prosvećeno” razmišljanje u edukaciji matematike, u kojoj je cilj učenikovo razumevanje, a ne memorisanje. Nastavnici širom sveta su sa entuzijazmom prihvatili njegove sugestije.

Polja je rođen u Budimpešti, a preminuo je u Kaliforniji nakon skoro 98 godina. Roditelji su mu bili Jevreji, kasnije pokatoličeni. Đerđ koji se originalno zvao György, pohađao je Dániel Berzsenyi Gymnasium, ali nije bio sjajan iz matematike. U početku je on odbijao da prihvati ulogu koju mu je sudbina namenila zato što su, kako je kasnije objasnio, njegovi profesori matematike, koji je trebalo da mu služe kao uzor, bili izuzetno loši profesori.

Čak i u ranom uzrastu Polja je imao odličan talenat za analiziranje i rešavanje problema, zbog čega ga je njegov ujak bodrio da krene u ostvarivanje karijere u matematici, ali je Polja želeo da kao i njegov otac studira prava. Upisao je Budimpeštanski univerzitet ali mu je postalo dosadno da uči napamet sve pravne tehnikaliije. Kada je pročitao Darwinovo „Poreklo čoveka”, Polja je nakratko počeo da studira biologiju ali kada ga je brat ubedio da od toga neće zaraditi velike novce, Đerđ se prebacio na jezike i literaturu. Zatim je otišao na filozofiju, ali da bi je bolje razumeo morao je da nauči matematiku i tu se „upecao”. Doktorirao je matematiku na Budimpeštanskom univerzitetu (1912). Tema njegove teze koju je bukvalno odradio bez supervizije je bila geometrijska verovatnoća. Sledeću godinu je proveo u Getingenu.

Poljin prvi posao je bio da podučava baronovog sina. Njegov učenik je imao problema sa matematikom jer mu je nedostajala veština rešavanja matematičkih problema. Da bi se izborio sa ovim Polja je počeo da razvija svoj metod rešavanja problema za koji se nadao da neće pomoći samo njegovom studentu, već mnogima sa sličnim problemom. On je bio uveren da rešavanje problema nije neka specijalna sposobnost sa kojom su neki rođeni, a neki ne, već neka praktična veština koju svako može da nauči.

Pre nego što je napustio Evropu, napisao je knjigu „Kako rešiti“ („*How to solve it*“), u kojoj opisuje korake i strategije za rešavanje problema. Poljine strategije za rešavanje problema se sastoje od tako očiglednih principa, da se možemo zapitati zašto ih niko pre nije definisao.

Polja smatra da bi neko rešio problem, potrebno je da postavlja „dobra“ pitanja. Četiri Poljina osnovna principa su:

1. Razumevanje problema,
2. Pravljenje plana,
3. Izvršenje plana,
4. Provera

Poljin prvi princip: razumevanje problema

Ovo izgleda toliko očigledno da se često i ne pominje, ipak učenici su često blokirani u svojim naporima da reše neki problem baš zbog toga što neki problem ili neki njegov deo ne razumeju.

To je razlog zašto je Polja učio nastavnike da svojim učenicima postavljaju pitanja kao što su:

- Da li razumeš sve reči koje su korišćene u ovom problemu?
- Šta se od tebe traži da nadješ ili dokažeš?
- Možeš li da ponoviš problem svojim rečima?
- Možeš li da zamisliš sliku ili dijagram koja bi ti možda pomogla u rešavanju problema?
- Da li imaš dovoljno informacija koje će ti omogućiti da rešiš problem?

Takođe, učenici bi trebalo sami sebi da postavljaju određena pitanja:

- Šta je u zadatku nepoznata? Šta je dato u zadatku? Šta je uslov zadatka?
- Da li je moguće ispuniti uslov? Da li je uslov dovoljan da odredi nepoznatu? Ili je nedovoljan? Ili je kontradiktoran?
- Nacrtati figuru, obeležiti figuru.
- Odvojiti različite delove uslova i zapisati ih.

Poljin drugi princip: pravljenje plana

U ovom delu, učenici bi trebalo da urade sledeće:

- Pronađu vezu između nepoznate i onoga što je u zadatku dato. Možda će morati da razmotre pomoćne probleme, ako se neposredna veza ne može naći. Trebalo bi da naprave eventualni plan rešavanja.
- Da se zapitaju da li su se ikada susreli sa ovakvim problemom, ili sa istim problemom ali u drugačijoj formi. Da li su se susreli sa sličnim problemom? I da li znaju neku teoremu koja bi bila od koristi?
- Da obrate pažnju na nepoznatu i da se zapitaju da li znaju sličan problem sa istom ili sličnom nepoznatom.
- Ako ne uspevaju da reše problem, da probaju da reše bar njegov deo ili da se prisete sličnog problema koji bi umeli da reše.
- Da se zapitaju da li su iskoristili sve podatke i sve uslove zadatka.

Poljin treći princip: izrada zadatka

Ovaj korak podrazumeva izradu samog zadatka, korak po korak, uz proveru tačnosti svakog koraka.

Poljin četvrti princip: provera zadatka

Polja ističe da je važno „pogledati unazad” i utvrditi šta smo i šta nismo uradili. Takođe obratiti pažnju na rezultat i da li ima smisla, kao i proveriti da li se rezultat uklapa u sve uslove zadatka.

Poljine principe možemo opisati i kao: 1. Vidi

2. Isplaniraj

3. Uradi

4. Proveri

Dobar deo Poljinog rada je upućen nastavnicima i u njima govori da nije jedini zadatak nastavnika da nauče učenike kako da reše problem, već i da ih nauče kako da sami formulišu/ preformulišu određeni problem.

U njegovoj knjizi Matematička otkrića (*Mathematical Discovery*, 1981), Polja ističe 10 matematičkih „zapovesti” za nastavnike:

1. Budi zainteresovan za svoj predmet;
2. Znaj svoj predmet;
3. Znaj da je najbolji način učenja nečega samostalno otkrivanje;
4. Probaj da čitaš lica svojih učenika, da vidiš njihova očekivanja i poteškoće. Probaj da se staviš na njihovo mesto;
5. Nemoj im davati samo informacije, već „kako-zašto” razmišljanje;
6. Pusti ih da uče pogađanjem;
7. Pusti ih da uče dokazivanjem;
8. Probaj da formulišu pravilo koje je iza konkretnog problema;
9. Nemoj im otkrivati sve odjednom, pusti ih da pogađaju;
10. Predlaži im, ne teraj ih da samo prihvataju činjenice.

Ne postoji konkretna definicija matematičkog „problema”, ali je moguće napraviti razliku između problema i zadatka. Kod zadatka učenik zna šta treba da radi i kako to da uradi, dok kod problema inicijalno učenik ne zna ni šta ni kako treba da uradi. Jedna od prvih stvari prilikom rešavanja problema je razložiti ga na manje i napraviti plan rešavanja, što nekada nije ni malo lako. Za učenike koji samo memorišu tehnike rešavanja problema, pravljenje plana podrazumeva biranje već poznate tehnike, bez razumevanja problema, što ih uglavnom dovodi do pogrešnog rešenja problema. Nakon što dobiju rešenje, ovakvi učenici ga uglavnom ne proveravaju, jer u većini slučajeva čak i ne znaju da li njihovo rešenje ima smisla. U svemu ovome nastavnici matematike imaju veliku ulogu - da nauče ovakve učenike da razmišljaju o problemu i da mu ne pristupaju bez ikakvog pokušaja razumevanja. I sam Polja je govorio da su nastavnici matematike „babice” u stvaranju ideja („A mathematics teacher is a midwife to ideas”).

GLAVNO ISTRAŽIVANJE

Cilj istraživanja

Cilj ovog istraživanja je utvrđivanje u kojoj meri način na koji je određen matematički zadatak napisan utiče na učenika i na njegovo rešavanje zadatka. Očekuje se da nalazi istraživanja daju informaciju u kojoj meri učenici umeju da reše izvestan zadatak napisan na jedan način i kasnije taj isti zadatak, drugačije zapisan, ne umeju da reše.

Opis instrumenata i postupak istraživanja

Istraživanje je sprovedno u osnovnoj školi „Đura Jakšić“ u Beogradu među učenicima petog razreda. U istraživanju su učestvovala tri odeljenja petog razreda sa ukupno 54 učenika. Iz odeljenja petog jedan je učestvovalo 19 učenika (10 dečaka i 9 devojčica), iz odeljenja petog dva 17 učenika (8 dečaka i 9 devojčica), i iz odeljenja petog tri 18 učenika (10 dečaka i 8 devojčica).

Učenici su rešavali 8 zadataka smeštenih u realan kontekst i u skladu sa njihovim uzrastom i matematičkim predznanjem. Zadatke su rešavali samostalno bez pomoći istraživača.

U tih 8 zadataka učenici su dobili parove zadataka koji su gotovo isti, samo drugačije napisani. Naime, u 4 zadatka (prvi, drugi, peti i šesti) nepoznata veličina je bila subjekat uporedne rečenice i relacioni pojam je u direktnoj vezi sa matematičkom operacijom koja je neophodna za rešavanje problema (na primer, koristi se pojam „za n više“ i za rešavanje zadatka je potrebna operacija sabiranja). U preostala 4 zadatka (treći, sedmi, četvrti i osmi) je nepoznata veličina bila objekat uporedne rečenice i relacioni pojam nije u direktnoj vezi sa matematičkom operacijom neophodnom za rešavanje zadatka (na primer, koristi se pojam „za n više“, ali je za rešavanje zadataka potrebna operacija oduzimanja).

Parovi zadataka koji su slični, samo drugačije zapisani su: prvi i treći, drugi i sedmi, peti i četvrti, šesti i osmi.

Nakon rešavanja zadataka učenici su odgovarali na pitanja iz ankete, gde je trebalo da se izjasne o težini zadataka, o razumevanju isith, kao i o poteškoćama koje su imali pri rešavanju zadataka.

Analiza i rezultati istraživanja

U tabeli 1 su prikazani zbirni rezultati odeljenja peto jedan po zadacima, u tabeli 2 su zbirni rezultati odeljenja peto dva po zadacima, a u tabeli 3 odeljenja peto 3. U tabeli 4 su prikazani ukupni rezultati testiranja.

Tabela 1: zbirni rezultati petog jedan

| redni br.zadatka | Tačno urađen zadatak | | Natačno urađen zadatak | | Nerađen zadatak | |
|---------------------|----------------------|----------|------------------------|----------|-----------------|----------|
| | broj | procenat | broj | procenat | broj | procenat |
| 1 | 18 | 94,74 | 1 | 5,26 | - | - |
| 2 | 14 | 73,68 | 3 | 15,79 | 2 | 10,53 |
| 3 | 8 | 42,11 | 11 | 57,89 | - | - |
| 4 | 12 | 63,16 | 7 | 36,84 | - | - |
| 5 | 18 | 94,74 | 1 | 5,26 | - | - |
| 6 | 10 | 52,63 | 9 | 47,37 | - | - |
| 7 | 14 | 73,68 | 5 | 26,32 | - | - |
| 8 | 7 | 36,84 | 8 | 42,11 | 4 | 21,05 |

Tabela 2: zbirni rezultati petog dva

| redni br.zadatka | Tačno urađen zadatak | | Natačno urađen zadatak | | Nerađen zadatak | |
|---------------------|----------------------|----------|------------------------|----------|-----------------|----------|
| | broj | procenat | broj | procenat | broj | procenat |
| 1 | 16 | 94,12 | 1 | 5,88 | - | - |
| 2 | 13 | 76,47 | 4 | 23,53 | - | - |
| 3 | 9 | 52,94 | 8 | 47,06 | - | - |
| 4 | 14 | 82,35 | 3 | 17,65 | - | - |
| 5 | 15 | 88,24 | 2 | 11,76 | - | - |
| 6 | 11 | 64,71 | 6 | 35,29 | - | - |
| 7 | 12 | 70,59 | 5 | 29,41 | - | - |
| 8 | 7 | 41,18 | 10 | 58,82 | - | - |

Tabela 3: zbirni rezultati petog tri

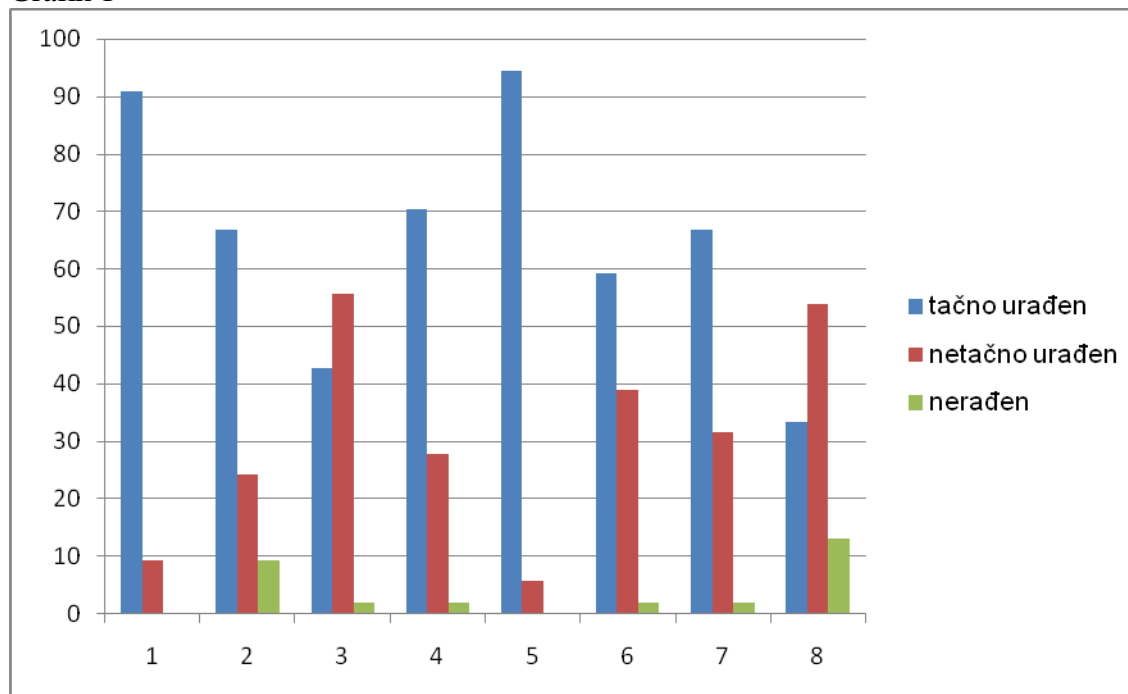
| redni br.zadatka | Tačno urađen zadatak | | Natačno urađen zadatak | | Nerađen zadatak | |
|---------------------|----------------------|----------|------------------------|----------|-----------------|----------|
| | broj | procenat | broj | procenat | broj | procenat |
| 1 | 15 | 83,33 | 3 | 16,67 | - | - |
| 2 | 9 | 50,00 | 6 | 33,33 | 3 | 16,67 |
| 3 | 6 | 33,33 | 11 | 61,11 | 1 | 5,56 |
| 4 | 12 | 66,67 | 5 | 27,78 | 1 | 5,56 |
| 5 | 18 | 100,00 | - | - | - | - |
| 6 | 11 | 61,11 | 6 | 33,33 | 1 | 5,56 |
| 7 | 10 | 55,56 | 7 | 38,89 | 1 | 5,56 |
| 8 | 4 | 22,22 | 11 | 61,11 | 3 | 16,67 |

Tabela 4: ukupni rezultati testiranja

| redni br.zadatka | Tačno urađen zadatak | | Netačno urađen zadatak | | Nerađen zadatak | |
|---------------------|----------------------|----------|------------------------|----------|-----------------|----------|
| | broj | procenat | broj | procenat | broj | procenat |
| 1 | 49 | 90,74 | 5 | 9,26 | - | - |
| 2 | 36 | 66,67 | 13 | 24,07 | 5 | 9,26 |
| 3 | 23 | 42,59 | 30 | 55,56 | 1 | 1,85 |
| 4 | 38 | 70,37 | 15 | 27,78 | 1 | 1,85 |
| 5 | 51 | 94,44 | 3 | 5,56 | - | - |
| 6 | 32 | 59,26 | 21 | 38,89 | 1 | 1,85 |
| 7 | 36 | 66,67 | 17 | 31,48 | 1 | 1,85 |
| 8 | 18 | 33,33 | 29 | 53,70 | 7 | 12,96 |

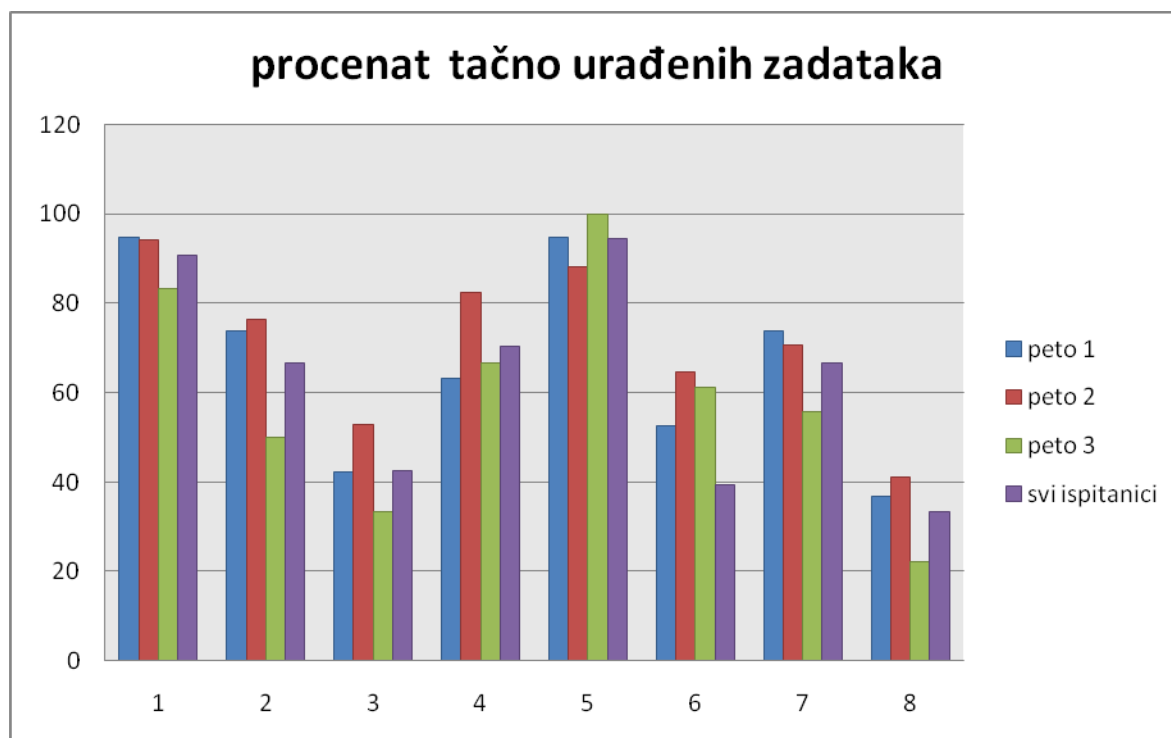
Ukupni rezultati testiranja su i slikovno prikazani na grafiku 1.

Grafik 1

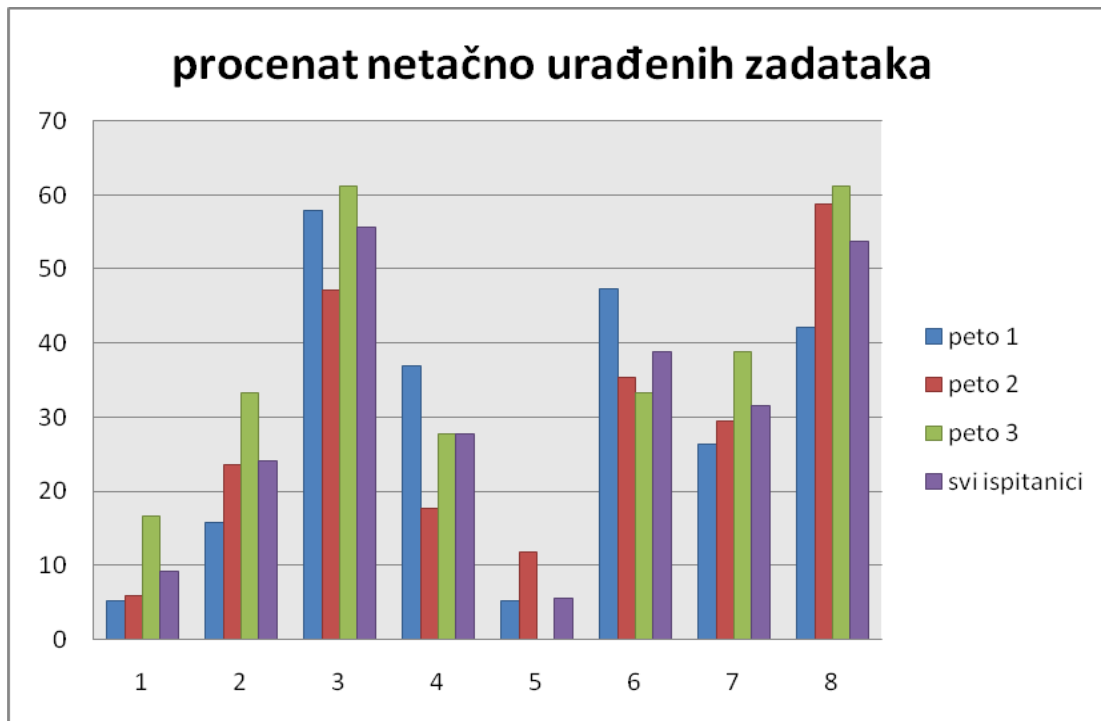


Na sledeća tri grafika (grafik 2, grafik 3, grafik 4) možemo videti slikovni prikaz tačno urađenih zadataka, netačno urađenih kao i neradjenih zadataka za sva tri odeljenja pojedinačno i ukupno za celo istraživanje.

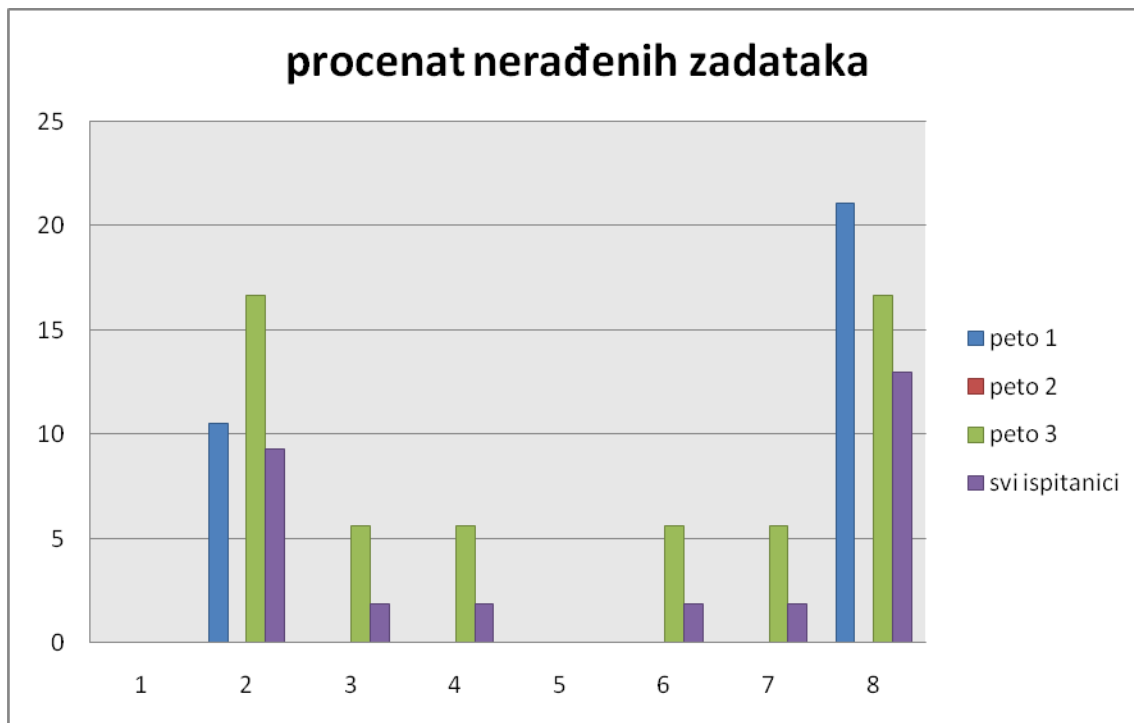
Grafik 2



Grafik 3



Grafik 4



Ako bi analizirali parove zadataka koji su suštinski isti samo drugačije formulisani i njihovu tačnu urađenost, to bi onda izgledalo ovako (tabela 5, tabela 6, tabela 7, tabela 8)

Tabela 5

| odeljenje | zadatak pod rednim brojem 1 | | | | | | zadatak pod rednim brojem 3 | | | | | |
|-----------|-----------------------------|-------|----------------|-------|-----------------|---|-----------------------------|-------|----------------|-------|-----------------|------|
| | tačno urađen | | netačno urađen | | nerađen zadatak | | tačno urađen | | netačno urađen | | nerađen zadatak | |
| | broj | % | broj | % | broj | % | broj | % | broj | % | broj | % |
| peto 1 | 18 | 94,74 | 1 | 5,26 | - | - | 8 | 42,11 | 11 | 57,89 | - | - |
| peto 2 | 16 | 94,12 | 1 | 5,88 | - | - | 9 | 52,94 | 8 | 47,06 | - | - |
| peto 3 | 15 | 83,33 | 3 | 16,67 | - | - | 6 | 33,33 | 11 | 61,11 | 1 | 5,56 |
| ukupno | 49 | 90,74 | 5 | 9,26 | - | - | 23 | 42,59 | 30 | 55,56 | 1 | 1,85 |

Tabela 6

| odeljenje | zadatak pod rednim brojem 5 | | | | | | zadatak pod rednim brojem 4 | | | | | |
|-----------|-----------------------------|-------|----------------|-------|-----------------|---|-----------------------------|-------|----------------|-------|-----------------|------|
| | tačno urađen | | netačno urađen | | nerađen zadatak | | tačno urađen | | netačno urađen | | nerađen zadatak | |
| | broj | % | broj | % | broj | % | broj | % | broj | % | broj | % |
| peto 1 | 18 | 94,74 | 1 | 5,26 | - | - | 12 | 63,16 | 7 | 36,84 | - | - |
| peto 2 | 15 | 88,24 | 2 | 11,76 | - | - | 14 | 82,35 | 3 | 17,65 | - | - |
| peto 3 | 18 | 100 | - | - | - | - | 12 | 66,67 | 5 | 27,78 | 1 | 5,56 |
| ukupno | 51 | 94,44 | 3 | 5,56 | - | - | 38 | 70,37 | 15 | 27,78 | 1 | 1,85 |

Tabela 7

| odeljenje | zadatak pod rednim brojem 2 | | | | | | zadatak pod rednim brojem 7 | | | | | |
|-----------|-----------------------------|-------|----------------|-------|-----------------|-------|-----------------------------|-------|----------------|-------|-----------------|------|
| | tačno urađen | | netačno urađen | | nerađen zadatak | | tačno urađen | | netačno urađen | | nerađen zadatak | |
| | broj | % | broj | % | broj | % | broj | % | broj | % | broj | % |
| peto 1 | 14 | 73,68 | 3 | 15,79 | 2 | 10,53 | 14 | 73,68 | 5 | 26,32 | - | - |
| peto 2 | 13 | 76,47 | 4 | 23,53 | - | - | 12 | 70,59 | 5 | 29,41 | - | - |
| peto 3 | 9 | 50,00 | 6 | 33,33 | 3 | 16,67 | 10 | 55,56 | 7 | 38,89 | 1 | 5,56 |
| ukupno | 36 | 66,67 | 13 | 24,07 | 5 | 9,26 | 36 | 66,67 | 17 | 31,48 | 1 | 1,85 |

Tabela 8

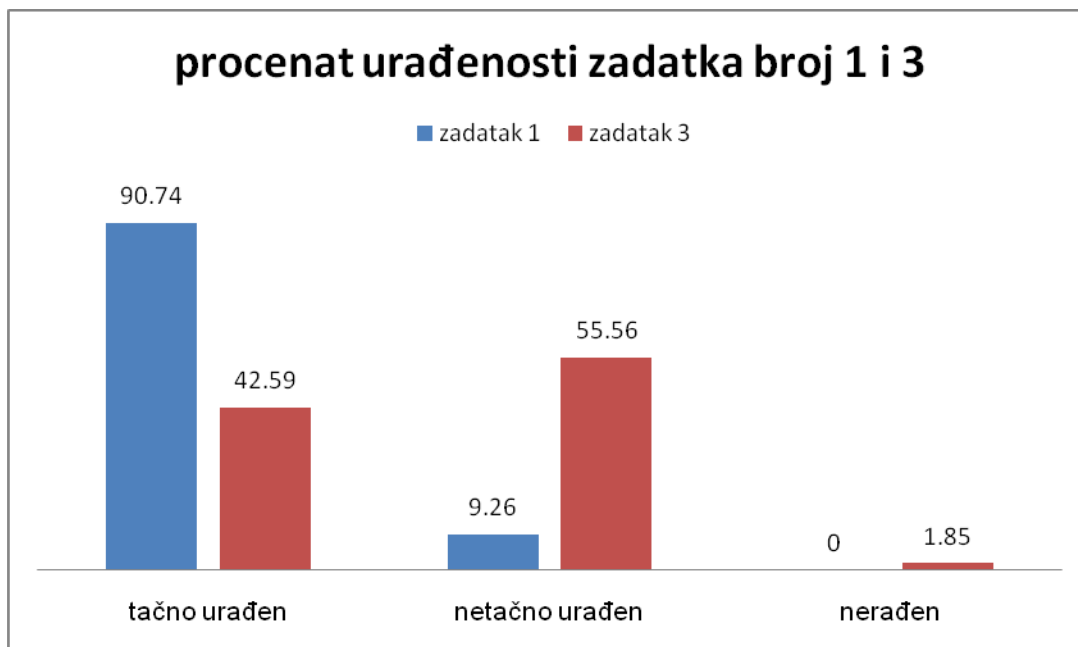
| odeljenje | zadatak pod rednim brojem 6 | | | | | | zadatak pod rednim brojem 8 | | | | | |
|-----------|-----------------------------|-------|----------------|-------|-----------------|------|-----------------------------|-------|----------------|-------|-----------------|-------|
| | tačno urađen | | netačno urađen | | nerađen zadatak | | tačno urađen | | netačno urađen | | nerađen zadatak | |
| | broj | % | broj | % | broj | % | broj | % | broj | % | broj | % |
| peto 1 | 10 | 52,63 | 9 | 47,37 | - | - | 7 | 36,84 | 8 | 42,11 | 4 | 21,05 |
| peto 2 | 11 | 64,71 | 6 | 35,29 | - | - | 7 | 41,18 | 10 | 58,82 | - | - |
| peto 3 | 11 | 61,11 | 6 | 33,33 | 1 | 5,56 | 4 | 22,22 | 11 | 61,11 | 3 | 16,67 |
| ukupno | 32 | 59,26 | 21 | 38,89 | 1 | 1,85 | 18 | 33,33 | 29 | 53,70 | 7 | 12,96 |

Na sledećim graficima (grafik 5, grafik 6, grafik 7 i grafik 8) je slikovni prikaz tačnosti urađenosti parova sličnih zadataka. Na grafiku 5 je analiza za zadatke broj 1 i broj 3, na grafiku 6 je analiza za zadatke broj 5 i broj 4, na grafiku 7 za zadatke broj 2 i broj 7, a na grafiku 8 za zadatke broj 6 i broj 8.

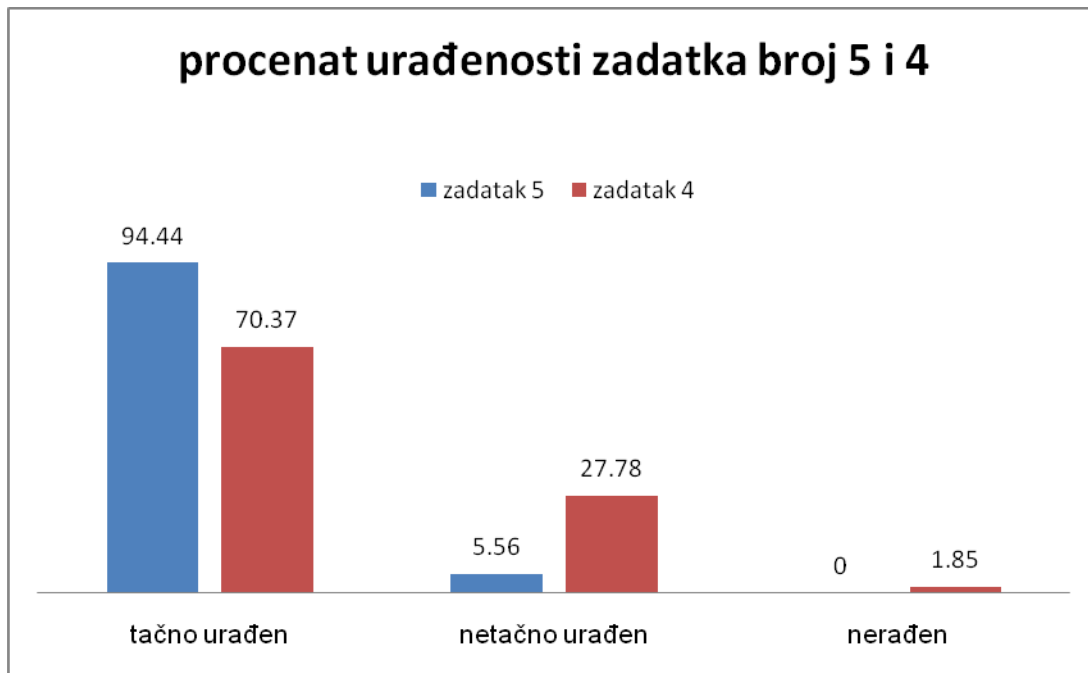
Plavom bojom su označeni zadaci kod kojih je nepoznata veličina bila subjekat uporedne rečenice i relacioni pojam je u direktnoj vezi sa matematičkom operacijom koja je neophodna za rešavanje problema (zadaci sa konzistentnom upotrebom jezika).

Crvenom bojom su označeni zadaci kod kojih je nepoznata veličina bila objekat uporedne rečenice i relacioni pojam nije u direktnoj vezi sa matematičkom operacijom neophodnom za rešavanje zadatka (zadaci sa nekonzistentnom upotrebom jezika).

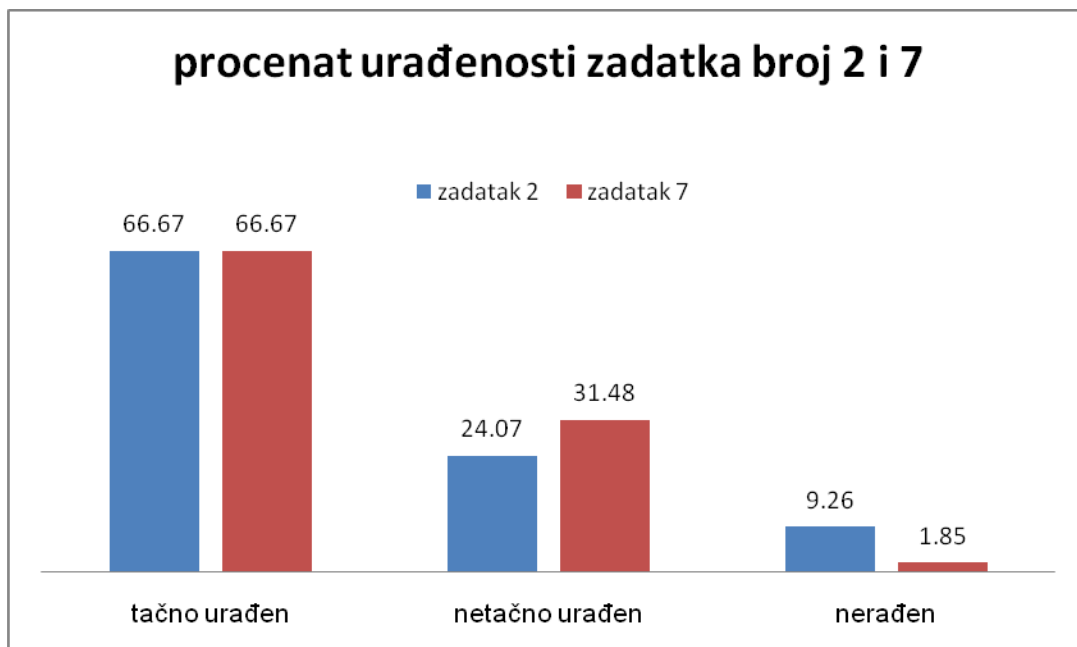
Grafik 5



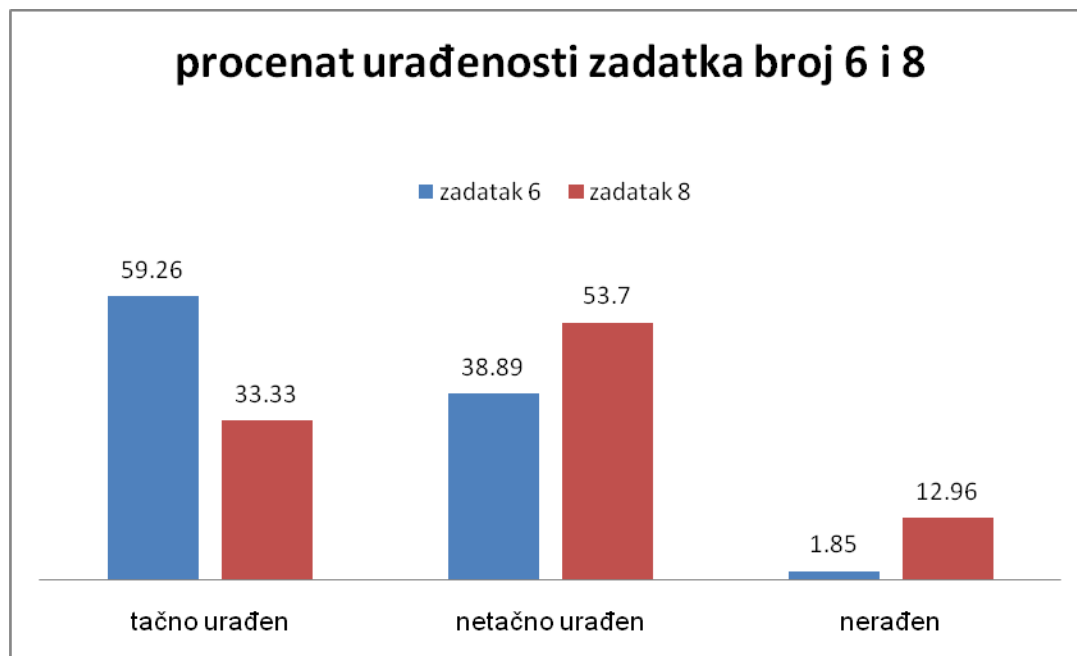
Grafik 6



Grafik 7



Grafik 8



Na navedenim graficima jasno se vidi da su učenici u mnogo većoj meri tačno uradili zadatke kod kojih je relacioni pojam u direktnoj vezi sa matematičkom operacijom koja je neophodna za rešavanje problema u odnosu na zadatke kod kojih relacioni pojam nije u direktnoj vezi sa matematičkom operacijom neophodnom za rešavanje zadatka.

Odstupanje od očekivanog rezultata se javilo kod zadataka broj 2 i broj 7, gde su učenici procentualno u potpuno istoj meri uradili tačno i zadatak broj 2 i zadatak broj 7, iako se očekivalo da u većoj meri urade tačno zadatak broj 2. Međutim, analiziranjem njihovih radova jasno se vidi da su drugi zadatak u većem broju slučajeva netačno uradili zbog grešaka u računanju, a mnogo manje zbog pogrešno primenjene operacije tj. nerazuemavanja zadatka.

Analizirajući netačno urađene zadatke utvrđeno je da su zadaci netačno urađeni iz tri razloga:

1. Zbog pogrešno primenjene računске operacije, tj.suštinskog nerazumevanja zadatka,
2. Greške u računu
3. Ostavljanja nedovršenog zadatka

Ova analiza je prikazana u sledećim tabelama: u tabeli 9 je prikazana analiza za odeljenje peto jedan, u tabeli 10 za odeljenje peto dva, u tabeli 11 za odeljenje peto tri i u tabeli 12 zbirno za sva tri odeljenja.

Tabela 9: odeljenje peto jedan

| redni br.zadatka | Nerazumevanje zadatka | | Greška u računu | | Nedovršen zadatak | |
|---------------------|-----------------------|----------|-----------------|----------|-------------------|----------|
| | broj | procenat | broj | procenat | broj | procenat |
| 1 | - | - | 1 | 5,26 | - | - |
| 2 | - | - | 3 | 15,79 | - | - |
| 3 | 11 | 57,89 | - | - | - | - |
| 4 | 6 | 31,58 | 1 | 5,26 | - | - |
| 5 | - | - | 1 | 5,26 | - | - |
| 6 | 3 | 15,79 | 3 | 15,79 | 3 | 15,79 |
| 7 | 4 | 21,05 | - | - | 1 | 5,26 |
| 8 | 7 | 36,84 | 1 | 5,26 | - | - |

Tabela 10: odeljenje peto dva

| redni br.zadatka | Nerazumevanje zadatka | | Greška u računu | | Nedovršen zadatak | |
|---------------------|-----------------------|----------|-----------------|----------|-------------------|----------|
| | broj | procenat | broj | procenat | broj | procenat |
| 1 | 1 | 5,88 | - | - | - | - |
| 2 | 3 | 17,65 | 1 | 5,88 | - | - |
| 3 | 8 | 47,06 | - | - | - | - |
| 4 | 2 | 11,76 | 1 | 5,88 | - | - |
| 5 | - | - | 2 | 11,76 | - | - |
| 6 | 3 | 17,65 | 1 | 5,88 | 2 | 11,76 |
| 7 | 5 | 29,41 | - | - | - | - |
| 8 | 9 | 52,94 | - | - | 1 | 5,88 |

Tabela 11: odeljenje peto tri

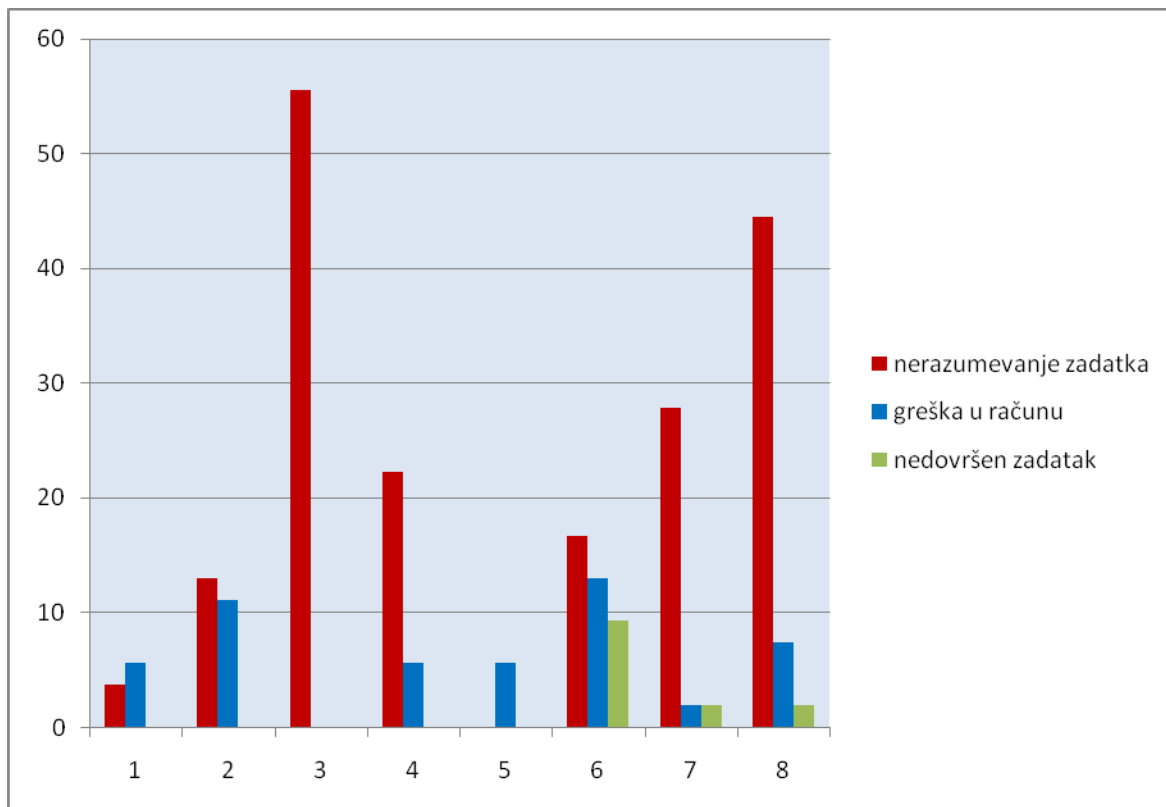
| redni br.zadatka | Nerazumevanje zadatka | | Greška u računu | | Nedovršen zadatak | |
|---------------------|-----------------------|----------|-----------------|----------|-------------------|----------|
| | broj | procenat | broj | procenat | broj | procenat |
| 1 | 1 | 5,56 | 2 | 11,11 | - | - |
| 2 | 4 | 22,22 | 2 | 11,11 | - | - |
| 3 | 11 | 61,11 | - | - | - | - |
| 4 | 4 | 22,22 | 1 | 5,56 | - | - |
| 5 | - | - | - | - | - | - |
| 6 | 3 | 16,67 | 3 | 16,67 | - | - |
| 7 | 6 | 33,33 | 1 | 5,56 | - | - |
| 8 | 8 | 44,44 | 3 | 16,67 | - | - |

Tabela 12: sva tri odeljenja

| redni br.zadatka | Nerazumevanje zadatka | | Greška u računu | | Nedovršen zadatak | |
|---------------------|-----------------------|----------|-----------------|----------|-------------------|----------|
| | broj | procenat | broj | procenat | broj | procenat |
| 1 | 2 | 3,70 | 3 | 5,56 | - | - |
| 2 | 7 | 12,96 | 6 | 11,11 | - | - |
| 3 | 30 | 55,56 | - | - | - | - |
| 4 | 12 | 22,22 | 3 | 5,56 | - | - |
| 5 | - | - | 3 | 5,56 | - | - |
| 6 | 9 | 16,67 | 7 | 12,96 | 5 | 9,26 |
| 7 | 15 | 27,78 | 1 | 1,85 | 1 | 1,85 |
| 8 | 24 | 44,44 | 4 | 7,41 | 1 | 1,85 |

Na sledećem grafiku (grafik 9) je slikovno prikazana analiza razloga netačno urađenih zadataka zbirno za sva tri odeljenja.

Grafik 9



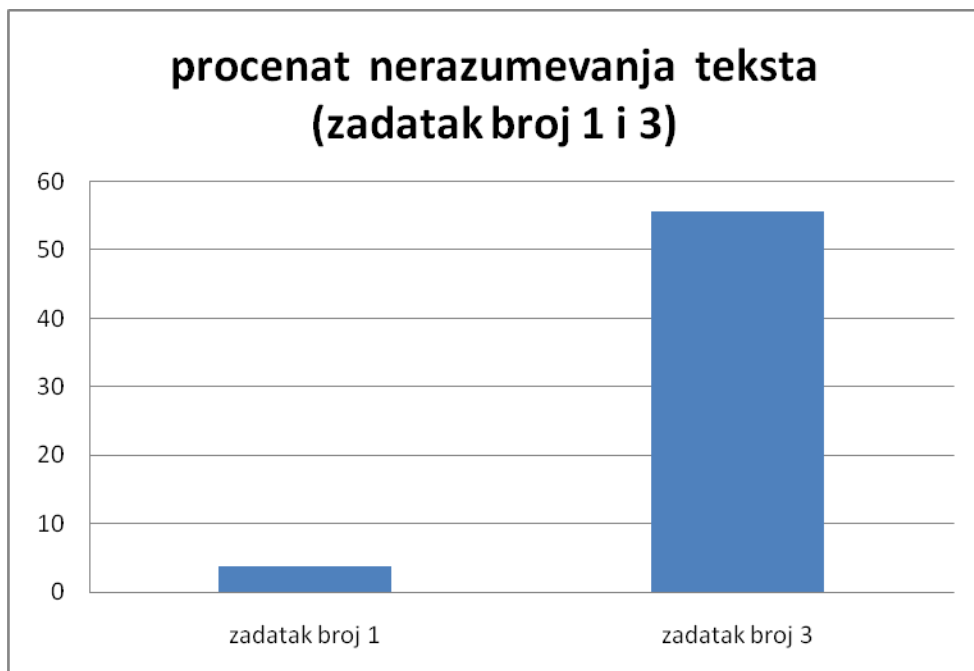
Iz navedene analize se jasno vidi da zaista veliki procenat učenika ima problema sa razumevanjem napisanog teksta zadatka. Kao što je i očekivano, u zadacima u kojima relacioni pojam nije u direktnoj vezi sa matematičkom operacijom neophodnom za rešavanje zadatka (zadatak broj tri, četiri, sedam i osam) učenici u velikoj meri ne shvataju napisani tekst i ne znaju koju operaciju treba da primene.

Interesantno je primetiti da zadatak broj tri 55,56% učenika nije tačno uradilo, i da su svi oni pogrešno uradili zadatak zbog nerazumevanja napisanog teksta. Tj. svi koji su pogrešili ovaj zadatak su primenili pogrešnu računsku operaciju (onu koja je spomenuta u samom tekstu zadatka).

Isto ovo važi za sedmi zadatak u odeljenju peto dva. 29,41% učenika nije tačno uradilo zadatak i svi zbog nerazumevanja teksta.

Ako bi upoređivali parove kompatibilnih zadataka i njihovo nerazumevanje, grafikoni bi izgledali ovako: (grafik 10, grafik 11, grafik 12, grafik 13)

Grafik 10



Zadatak broj 1 glasi: *U jednoj korpi je 45,12 kg grožđa. U drugoj korpi je za 12,35 kg više nego u prvoj. Koliko kilograma grožđa ima u drugoj korpi?*

Dok zadatak broj 3 glasi: *U jednoj prodavnici patike koštaju 3520,99 dinara. To je za 508,16 dinara manje od cene tih patika u drugoj prodavnici. Koliko koštaju te patike u drugoj prodavnici?*

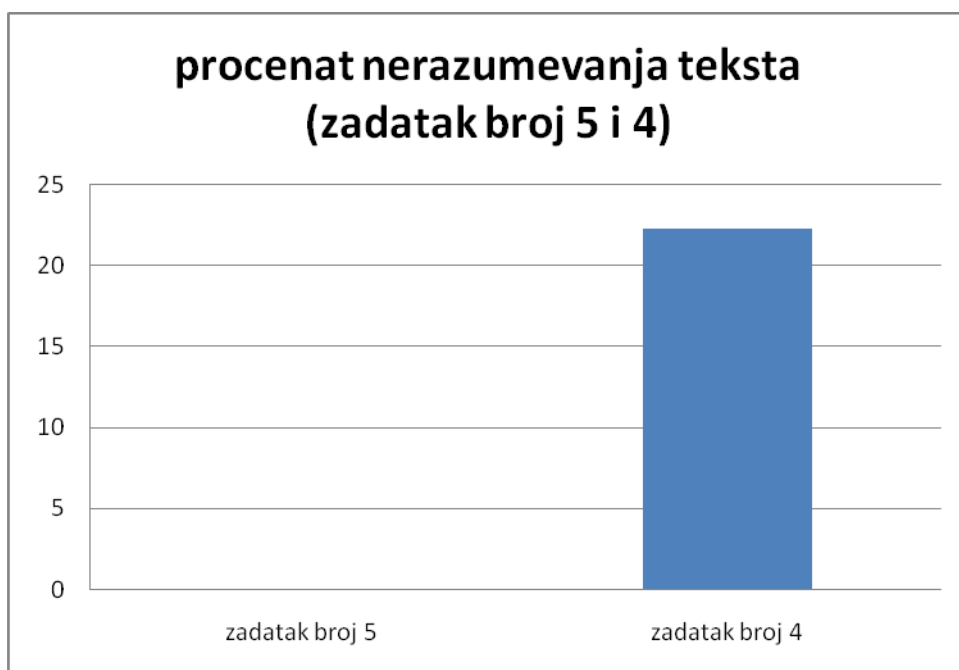
Kao što se već vidi, u prvom zadatku je upotrebljen pojam „više“ i za rešavanje zadatka je neophodna operacija sabiranja. U trećem zadatku je upotrebljen pojam „manje“, ali je za rešavanje zadatka takođe potrebna operacija sabiranja.

Dakle, neophodno je da učenik ume da uoči i razume razliku između ova dva tipa zadatka da bi ih tačno rešio. Učenik koji razume razliku, ume da prevede jedan tip zadatka u drugi i da ga

uspešno reši. Na ovom konkretnom primeru, ume da zadati pojam „cena prvih patika je za 508,16 dinara manja od cene drugih“, prevede u „cena drugih patika je za 508,16 dinara veća od cene prvih“, a samim tim ume i da upotrebi odgovarajuću aritmetičku operaciju.

Učenici koji ne umeju da uoče razliku između ova dva tipa zadatka, vide samo pojam „manje“ i direktno primenjuju operaciju oduzimanja. Na primeru ova dva zadatka je 55,56% takvih učenika.

Grafik 11

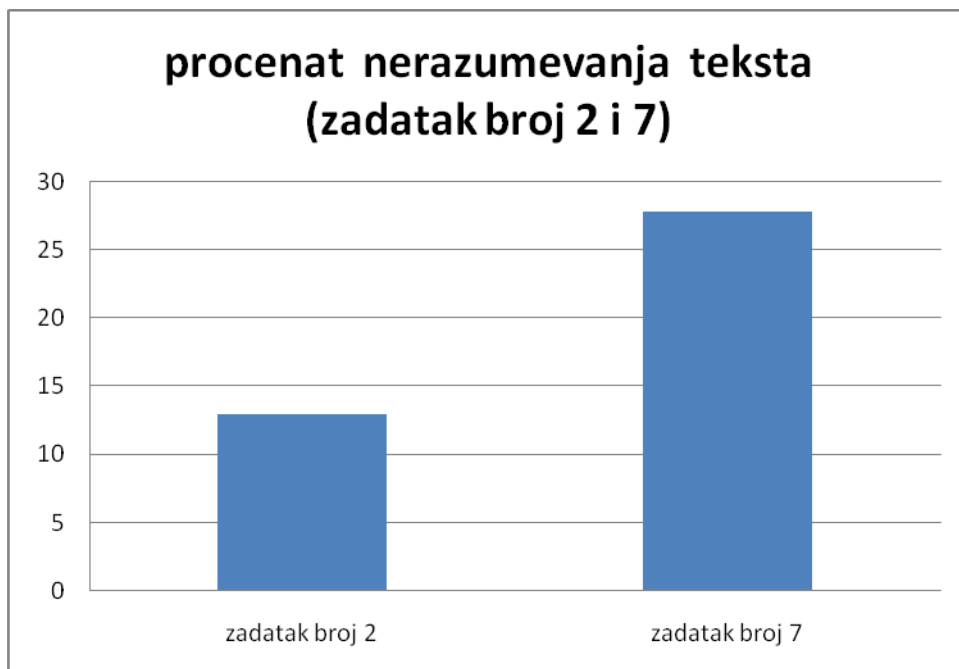


Zadatak broj 5 glasi: *Mirko je visok 167,5 cm, a njegova sestra je niža za 12,3 cm. Koliko je visoka Mirkova sestra?*

Zadatak broj 4 glasi: *Ana je teška 53,6 kg. Ana je za 5,4 kg teža od njene sestre. Koliko kilograma ima Anina sestra?*

Kao i u prethodna dva primera neophodno je da učenik uoči razliku između ova dva tipa zadatka i da ume da odredi adekvatnu matematičku operaciju za njihovo rešavanje, a ne samo da iskoristi operaciju koja je „napisana“ u zadatku. U ovom slučaju 22,22% učenika to nije umelo.

Grafik 12

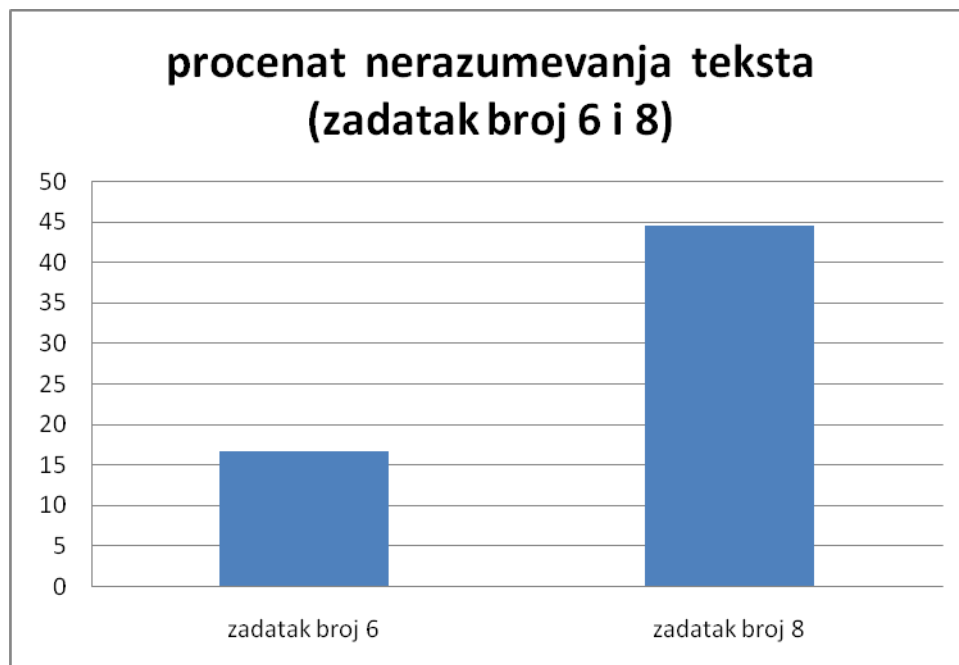


Zadatak broj 2 glasi: *Siniša je pojeo $\frac{2}{3}$ pice, a Aleksa 5 puta manje. Koji deo pice je pojeo Aleksa?*

Zadatak broj 7 glasi: *Maja je uradila $\frac{3}{5}$ domaćeg zadatka, a to je 4 puta više od onoga što je Milena uradila. Koji deo domaćeg zadatka je uradila Milena?*

U ovom slučaju je 27,78 % učenika pokazalo nerazumevanje zadatka broj 7, a čak 12,96% kod zadatka broj 2. Porast broja nerazumevanja zadatka broj 2 je zbog pojavljivanja razlomaka.

Tabela 13



Zadatak broj 6 glasi: *Jovana za nedelju dana uštedi 450 dinara. Milica za nedelju dana uštedi 4 puta više. Koliko novca Milica uštedi za tri nedelje?*

Zadatak broj 8 glasi: *Jovan za nedelju dana zaradi 900 dinara. To je $\frac{1}{4}$ novca koji Ivan zaradi za nedelju dana. Koliko novca Ivan zaradi za tri nedelje?*

Na ovim primerima 16,67% učenika nije razumelo zadatak broj 6, a čak 44,44% zadatak broj 8. Povećano nerazumevanje kod zadatka broj 6 je nastalo usled uvođenja još jedne matematičke operacije.

Nakon što su završili sa zadacima, učenici su popunili i anketu gde su odgovarali na pitanja o težini zadataka i o tome da li su im zadaci bili jasni. Rezultati ankete za sva tri odeljenja o težini i jasnoći zadataka su dati u sledećoj tabeli (Tabela 13)

Tabela 13

| redni br.zadatka | Laki zadaci (za učenike) | | Teški zadaci (za učenike) | | Nejasni zadaci (za učenike) | |
|---------------------|--------------------------|----------|---------------------------|----------|-----------------------------|----------|
| | broj | procenat | broj | procenat | broj | procenat |
| 1 | 2 | 3,70 | 1 | 1,85 | - | - |
| 2 | 3 | 5,56 | 6 | 11,11 | 3 | 5,56 |
| 3 | 2 | 3,70 | 2 | 3,70 | 2 | 3,70 |
| 4 | 2 | 3,70 | 3 | 5,56 | 2 | 3,70 |
| 5 | 2 | 3,70 | - | - | 1 | 1,85 |
| 6 | 1 | 1,85 | 4 | 7,41 | 2 | 3,70 |
| 7 | 1 | 1,85 | 10 | 18,52 | 5 | 9,26 |
| 8 | - | - | 30 | 55,56 | 9 | 16,67 |

Iz navedene tabele se vidi da je učenicima najteži bio osmi zadatak, tj. da se 55,56% izjasnilo da je taj zadatak najteži. Isto tako se najveći broj učenika izjasnilo da im je ovaj zadatak bio nejasan (16,67%), a niko od učenika nije rekao da mu je ovaj zadatak bio lak, što se sve i poklapa sa tim da je samo 33,33% učenika tačno uradilo ovaj zadatak.

Interesantno je da se kod trećeg zadatka 3,7% učenika izjasnilo da im je zadatak težak i isto toliko učenika da im je zadatak nejasan, a tačno ga je uradilo samo 42,59% učenika i uz to kod 55,56% radova se vidi da učenicima ovaj zadatak nije jasan. Iz ovoga dodatno zaključujemo koliko je učenicima nejasno šta se u zadatku traži.

Takođe je interesantno da se niko od učenika nije izjasnilo da mu je težak peti zadatak, sem jednog učenika koji se izjasnilo da mu nije jasan, a u pregledu zadataka se vidi da ni jedna greška kod petog zadatka nije nastala zbog nerazumevanja zadatka.

Generalno kod svakog zadatka je procenat učenika koji tvrde da im je zadatak težak ili nejasan manji u odnosu na procenat onih kod kojih se iz rada vidi da je zadatak nejasan.

Nakon ovog časa i pregledanih radova, učenicima su vraćeni radovi i zajedno sa njima su analizirane napravljene greške. Učenicima je objašnjeno gde su grešili i na šta treba da obrate pažnju. Uz pomoć nastavnika pokušavali su da sami transformišu probleme i prevedu ih u sebi jednostavnije. Bilo je primetno da su učenicima transformisani problemi bili potpuno jasni i da su im tako bili lako rešivi, kao i to da su bili iznenađeni kako to sami nisu uspeli da urade.

ZAKLJUČAK

Nakon sprovedenog istraživanja možemo zaključiti da među učenicima postoji veliki problem u razumevanju napisanog teksta prilikom rešavanja matematičkih problema.

U velikoj meri način na koji je zadatak napisan utiče na učenika i na tačnost rešavanja zadatka. Veliki je problem što učenici ne umeju ni da prepoznaju sličnost između određenih zadataka, i nisu ni svesni da su već gotovo isti zadatak uradili tačno.

Postoji veliki broj učenika za koje se ne može reći da prilikom rešavanja problema koriste transformaciju informacije date u problemu ili da koriste kontekst samog problema. Oni jesu obraćali pažnju na brojeve iz zadatka, ali ne i na kontekst u kome su oni dati i nisu uspeli da izvuku bitne informacije iz konteksta zadatka. Ovakvi učenici direkto po čitanju zadatka prevode elemente problema u matematičke operacije. Računica koju sprovode je najčešće čisto samo pokušaj da nešto napišu, ali bez stvarnog razumevanja.

Manji broj učenika ume da transformiše zadatak u informaciju, ne koriste direktno matematičke operacije, već razumeju kontekst zadatka, izvlače bitne informacije i koriste adekvatne računске operacije.

Pored toga što veliki procenat učenika ne razume zadatak, veliki problem u osnovnim školama je i to što se učenici i ne trude da razumeju problem, lako odustaju, a velikim delom nisu ni svesni da problem nisu razumeli.

Rezultate ovog istraživanja bi trebalo iskoristiti u cilju poboljšanja nastave matematike.

Predlozi poboljšanja nastave matematike

Kada govorimo o nastavi matematike u Srbiji, možemo govoriti o promenama na svim „nivoima“. Možemo govoriti o samom Planu i programu nastave, o zbirkama i udžbenicima, o radu nastavnika u učionici. Po mom mišljenju neophodno bi bilo izvršiti promene na svim nivoima.

Što se tiče Plana i programa, trebalo bi ga rasteretiti, koliko god je to moguće. Na ovaj način bi se dobilo u radu na kvalitetu, a ne kvantitetu. Takođe, neophodno je uskladiti Plan i program matematike sa ostalim predmetima, kako bi učenicima bilo jednostavnije da povežu matematiku sa drugim oblastima i da umeju da je primene u drugim predmetima. Tada bi i nastavnici jednostavnije mogli da urade korelaciju među predmetima.

Ako govorimo o zbirkama i udžbenicima, bilo bi poželjno u njih uvrstiti što više matematičkih problema u realnom kontekstu, kako bi učenici povezali matematiku sa svakodnevnim životom i svetom oko sebe.

Što se tiče samih nastavnika i rada u učionici, bilo bi neophodno da što više oslušuju odeljenja i učenike sa kojima rade i da na prvom mestu prilagode rad svakom odeljenju posebno. Ne postoji univerzalan model rada na času.

Nastavnici bi trebalo da se trude da povećaju zainteresovanost kod učenika za rešavanje problema i da ih nauče da je neophodno posvećivanje problemu da bi se isti rešio.

Trebalo bi ih u što većoj meri bodriti da sami razmišljaju, sami pokušavaju da reše problem, da postavljaju što više pitanja i da probaju da sami dođu do rešenja, jer je ovakvo učenje najdelotvornije.

Bilo bi lepo kada bi nastavnici u okviru istog časa uradili jedan problem napisan na više načina, kako bi učenicima bila jasno da jednostavnom preformulacijom teksta mogu doći do problema koji je za njih lakše rešiv. Nastavnici bi trebalo da ih nauče kako da sami preformulišu određeni problem. Na ovakav način bi možda izbegli nerazumevanje napisanog teksta kod učenika.

Neophodno je i da se nastavnici više posvete podučavanju učenika načinima razmišljanja, da ih što više ohrabruju da samostalno razmišljaju, da probaju, da povezuju, da čitaju zadatak više puta. Jako je važno i naučiti ih da je proveravanje zadatka izuzetno važno, kao i to da proveravaju da li rešenje koje su dobili ima smisla.

Iz svega navedenog možemo zaključiti da je neophodno sistemski raditi na unapređenju nastave matematike, kao i na osposobljavanju i motivisanju kako učenika, tako i nastavnika.

PRILOZI

Prilog 1

Peti razred

prva grupa

1. U jednoj korpi je 45,12 kg grožđa. U drugoj korpi je za 12,35 kg više nego u prvoj. Koliko kilograma grožđa ima u drugoj korpi?
2. Siniša je pojeo $\frac{2}{3}$ pice, a Aleksa 5 puta manje. Koji deo pice je pojeo Aleksa?
3. U jednoj prodavnici patike koštaju 3520,99 dinara. To je za 508,16 dinara manje od cene tih patika u drugoj prodavnici. Koliko koštaju te patike u drugoj prodavnici?
4. Ana je teška 53,6 kg. Ana je za 5,4 kg teža od njene sestre. Koliko kilograma ima Anina sestra?
5. Mirko je visok 167,5 cm, a njegova sestra je niža za 12,3 cm. Koliko je visoka Mirkova sestra?
6. Jovana za nedelju dana uštedi 450 dinara. Milica za nedelju dana uštedi 4 puta više. Koliko novca Milica uštedi za tri nedelje?
7. Maja je uradila $\frac{3}{5}$ domaćeg zadatka, a to je 4 puta više od onoga što je Milena uradila. Koji deo domaćeg zadatka je uradila Milena?
8. Jovan za nedelju dana zaradi 900 dinara. To je $\frac{1}{4}$ novca koji Ivan zaradi za nedelju dana. Koliko novca Ivan zaradi za tri nedelje?

Prilog 2

Peti razred

druga grupa

1. U jednom džaku je 56,23 kg brašna. U drugom džaku je za 12,15 kg više nego u prvom. Koliko kilograma brašna ima u drugom džaku?
2. Ognjen je pročitao $\frac{2}{7}$ knjige, a Aleksa 14 puta manje. Koji deo knjige je pročitao Aleksa?
3. U jednoj prodavnici telefon košta 8540,90 dinara. To je za 712,5 dinara manje od cene tog telefona u drugoj prodavnici. Koliko košta taj telefon u drugoj prodavnici?
4. Jovan ima 73,2 kg. Jovan je za 7,4 kg teži od njegovog brata. Koliko kilograma ima Jovanov brat?
5. Miloš je visok 173,5 cm, a njegova sestra je niža za 22,4 cm. Koliko je visoka Miloševa sestra?
6. Ivana za nedelju dana zaradi 1250 dinara. Milica za nedelju dana zaradi 3 puta više. Koliko novca Milica zaradi za četiri nedelje?
7. Pavle je uradio $\frac{2}{5}$ domaćeg zadatka, a to je 3 puta više od onoga što je Milena uradila. Koji deo domaćeg zadatka je uradila Milena?
8. Petar za nedelju dana uštedi 800 dinara. To je $\frac{1}{4}$ novca koji Janko uštedi za nedelju dana. Koliko novca Janko uštedi za tri nedelje?

Prilog 3

Ime i prezime:

Anketa:

1. Nabroj redne brojeve zadataka koji su ti bili laki:
2. Koji zadatak ti je bio najlakši i zašto?
3. Da li ti neki zadatak nije bio jasan, koji i šta ti nije bilo jasno?
4. Koji zadaci su ti bili teški?
5. koji zadatak ti je bio najteži i zašto ti je bio težak?

LITERATURA

1. Anderson, R.C. (1984). *Learning to read in American schools: Basal readers and content texts* (pp.469-482)
2. Goldin, G. A. (1992). Meta-analysis of problem-solving: A critical response. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23, 274-283.
3. Kintsch, W., & Greeno, J. G. (1985). Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological Review*, 92, 109-129.
4. Marshall, S. P. (1995). *Schemas in problem solving*. New York: Cambridge University Press
5. Mayer, R. E. (1992). Mathematical problem solving: Thinking as based on domain-specific knowledge. In R. E. Mayer (Ed.), *Thinking, problem solving, and cognition* (pp. 455-489). New York: Freeman.
6. Owen, E., & Sweller, J. (1989). Should problem solving be used as a learning device in mathematics? *Journal for Research in Mathematics Education*, 20, 321-328.
7. Polya, G. (1957): *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method* (2nd ed.). Princeton, NJ: Princeton.
8. Polya, G. (1962): *Mathematical Discovery: On Understanding, Learning, and Teaching Problem Solving*. 2 vols. New York: John Wiley & Son
9. Stephen J. Pape (2004): Middle School Children's Problem-Solving Behavior: A Cognitive Analysis from a Reading Comprehension. *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 35, No. 3, 187-219
10. Schoenfeld, A. H. (1985a): *Mathematical problem solving*. New York: Academic Press
11. Schoenfeld, A. H. (1992): *Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics*. In D. A. Grows (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). New York: Macmillan.