

UNIVERZITET U BEOGRADU
MATEMATIČKI FAKULTET

Ivana S. Milić Žitnik

**Numerička analiza dinamike
rezonantnih asteroida pod
deјstvom efekta Jarkovskog**

Doktorska disertacija

Beograd, 2017

UNIVERSITY OF BELGRADE
FACULTY OF MATHEMATICS

Ivana S. Milić Žitnik

**Numerical analysis of the
dynamics of resonant asteroids
under the influence of the
Yarkovsky effect**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2017

Podaci o mentoru i članovima komisije

Mentor i član komisije:

Dr Bojan Novaković, docent
Matematički fakultet, Univerzitet u Beogradu

Članovi komisije:

Dr Zoran Knežević, akademik
Srpska Akademija Nauka i Umetnosti

Dr Rade Pavlović, viši-naučni saradnik
Astronomska opservatorija, Beograd

Datum odbrane:

Zahvalnica

Ova teza je napisana pod supervizijom mentora docenta dr Bojana Novakovića, akademske 2016/2017 godine na Matematičkom fakultetu Univerziteta u Beogradu. Teza je realizovana u okviru projekta 176011 “Dinamika i kinematika nebeskih tela i sistema” Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja na Astronomskoj opservatoriji u Beogradu pod rukovodstvom dr Radeta Pavlovića.

Želim prvo da izrazim posebnu zahvalnost svom mentoru na idejama, savetima, vremenu i velikoj pomoći u izradi doktorske teze, kao i na predlaganju teme za ovu disertaciju.

Akademiku dr Zoranu Kneževiću i višem-naučnom saradniku dr Radetu Pavloviću sam veoma zahvalna na korisnim savetima i primedbama koji su umnogome doprineli poboljšanju kvaliteta ove disertacije.

Izuzetno sam zahvalna babi Ljiljani, roditeljima, sestri Aniti i celoj porodici i svim mojim prijateljima na ukazanoj podršci, savetima i razumevanju tokom mojih doktorskih studija. Neizmernu zahvalnost dugujem suprugu Luki.

Tezu posvećujem roditeljima, Dragani i Slavoljubu, jer njihova usmeravanja su me navela na ovaj lep put.

Ivana S. Milić Žitnik

U Beogradu,
s jeseni 2017. godine.

Numerička analiza dinamike rezonantnih asteroida pod dejstvom efekta Jarkovskog

SAŽETAK

Predmet ispitivanja ove disertacije je interakcija između rezonanci u srednjem kretanju i efekta Jarkovskog. Pomenuta interakcija se javlja kada se asteroid zbog promene velike poluose svoje putanje (usled efekta Jarkovskog) transportuje do rezonance. Rezonanca uzrokuje periodične oscilacije velike poluose asteroida oko njenog centra. Sa druge strane, efekat Jarkovskog upravo dovodi do (trajne) sekularne evolucije velikih poluosa asteroida. Kao rezultat njihove interakcije menja se prosečna brzina promene velike poluose u odnosu na onu do koje dolazi samo usled Jarkovskog. Jedan od glavnih ciljeva ovog istraživanja bio je da se ispita ova interakcija i pokuša ustanoviti i opisati kako vreme koje asteroidi provedu u rezonanci zavisi od određenih svojstava, kako samih tih rezonanci, tako i asteroida. Uticaj rezonance na brzinu promene velike poluose nije do sada proučavan u ovom obimu i sa ovog stanovišta. U cilju ispitivanja pomenute interakcije numerički je simulirano orbitalno kretanje test asteroida u rezonancama pomoću ORBIT9 integratora. Najznačajniji rezultat ove disertacije svakako je utvrđivanje postojanja funkcionalne zavisnosti između dužine vremena koje objekti provedu u rezonanci sa jedne, i brzine promene velike poluose, ekscentriciteta orbite i jačine rezonance sa druge strane. U radu ne samo da je potvrđeno postojanje pomenute zavisnosti, već je ona po prvi put i eksplicitno definisana. Dva najzanimljivija rezultata su da je vreme provedeno u rezonanci obrnuto srazmerno brzini promene velike poluose usled efekta Jarkovskog, kao i da je to vreme direktno srazmerno jačini rezonance.

Ključne reči: Nebeska mehanika, Male planete–asteroidi, Metode: numeričke, Metode: statističke

Naučna oblast: Astronomija i astrofizika

Uža naučna oblast: Nebeska mehanika

UDK: 523.44:519.654(043.3)

Numerical analysis of the dynamics of resonant asteroids under the influence of the Yarkovsky effect

Abstract

The subject of this dissertation is interaction between the mean motion resonances and the Yarkovsky effect. This interaction occurs when an asteroid due to the changes of its orbital semi-major axis (caused by the Yarkovsky effect) reach the resonance. The resonance induces a periodic oscillations in the asteroid's semi-major axis around its center. The Yarkovsky effect exactly causes the permanent (secular) evolution of the orbital semi-major axis. As a result of their interaction the mean semi-major axis drift speed is modified with respect to the one caused solely by Yarkovsky. One of the main goals of this investigation was to study this interaction, and to establish and define how the time that an asteroid spend in the resonance depends on some characteristics of this resonance, as well as of the asteroid itself. So far, the impact of the resonance on the semi-major axis drift speed has not been studied to that extent neither from that point of view. In order to study the aforementioned interaction the orbital motion of test particles across the resonances is numerically simulated using ORBIT9 integrator. The most important result of this dissertation certainly is determination of functional relation between on one side the time-period that objects spend inside a resonance, and, on the other side, the semi-majors axis drift speed, the orbital eccentricity and the resonance strength. In this work not only that existence of the above-mentioned relationship is confirmed, but for the first time it was explicitly defined. Two the most interesting results are that the time spent in the resonance is inversely proportional to the semi-major axis drift speed caused by the Yarkovsky effect, and that this time is directly proportional to the resonance strength.

Keywords: Celestial mechanics, Minor planets–asteroids, Methods: numerical, Methods: statistical

Scientific area: Astronomy and astrophysics

Scientific field: Celestial mechanics

UDK: 523.44:519.654(043.3)

Sadržaj

1	Uvod	1
2	Asteroidi	4
2.1	Nastanak asteroida	5
2.2	Otkriće asteroida	6
2.3	Nomenklatura asteroida	9
2.4	Najvažnije svemirske misije u vezi sa proučavanjem asteroida	10
2.5	Orbitalni elementi asteroida	15
2.5.1	Oskulatorni elementi	17
2.5.2	Sopstveni elementi	17
2.6	Podela asteroida i njihove karakteristike	20
2.6.1	Objekti unutar Zemljine orbite	20
2.6.2	Asteroidi bliski Zemlji	22
2.6.3	Dinamika asteroida bliskih Zemlji	26
2.6.4	Mars kroser asteroidi	29
2.6.5	Glavni asteroidni pojas	34
2.6.6	Poreklo i dinamika asteroida u Glavnom asteroidnom pojasu	38
2.7	Fizičke, hemijske i dinamičke osobine asteroida	39
2.7.1	Taksonomija	40
2.7.2	Veličina i albedo	43
2.7.3	Oblik	49
2.7.4	Masa i gustina	51
2.7.5	Parametri rotacije	54
2.7.6	Površinska i unutrašnja struktura	55
2.7.7	Termalna inercija	56
2.8	Potencijalna opasnost od asteroida	57
2.9	Familije asteroida: nastanak, identifikacija i starost	59
2.9.1	Familije asteroida u asteroidnom pojasu	65

3	Negravitacioni efekti	70
3.1	Efekat Jarkovskog	72
3.1.1	Direktna detekcija efekta Jarkovskog	77
3.1.2	Primene efekta Jarkovskog	80
3.2	JORP efekat	88
3.2.1	Direktna detekcija JORP efekta	91
3.2.2	Primene JORP efekta	94
4	Orbitalne rezonance	98
4.1	Rezonance u srednjem kretanju	99
4.1.1	Difuzne rezonance	102
4.2	Sekularne rezonance	103
4.3	Spin-orbit rezonance	106
5	Metoda	107
5.1	Izbor rezonanci u srednjem kretanju	108
5.2	Definisanje granica rezonanci u srednjem kretanju	110
5.3	Izbor vrednosti brzine Jarkovskog	112
5.4	Numeričke integracije	113
5.4.1	Numerički integrator – <i>ORBIT9</i>	113
5.4.2	Dinamički modeli u <i>ORBIT9</i>	114
5.4.3	Početni uslovi za integraciju	114
5.5	Određivanje trenutaka ulaza i izlaza iz rezonance	115
5.5.1	Definisanje vremenskih intervala provedenih u rezonanci: dt i dtr	119
6	Rezultati	120
6.1	Reprezentativni primeri ponašanja asteroida u rezonanci	120
6.2	Rezultati za dt	123
6.3	Rezultati za dtr	131

7	Analiza rezultata i diskusija	137
7.1	Jednačina za $\langle dtr \rangle$, SR i da/dt	137
7.2	Raspodela dtr	144
7.2.1	Laplasova asimetrična raspodela	147
8	Zaključak i budući rad	152
9	Literatura	154
10	Dodatak – Raspodela dtr vremena za test objekte	186
11	Biografija autora	196

1 Uvod

Nakon formiranja Sunca i planeta, pre oko 4.5 milijardi godina, ostalo je mnogo “građevinskog materijala”. Ovo grumenje materijala nazivamo asteroidi i mogu se naći u velikom broju u Glavnom asteroidnom pojasu¹ (GAP).

Svet asteroida se oduvek brzo menjao. Ni u jednoj sferi astronomije ne otkrivaju se novi objekti takvom brzinom. Nove teorije o evoluciji asteroida neprekidno nastaju i razvijaju se. Automatizovani teleskopi i svemirske misije iznova prave nova otkrića pružajući neprekidno detaljne podatke o prirodi asteroida.

Dinamika asteroida je pod uticajem složene međuzavisnosti gravitacionih i negravitacionih fenomena. Najvažniji gravitacioni mehanizmi za kretanje asteroida su rezonance, naročito rezonance u srednjem kretanju² (RSK), dok je ključni negravitacioni mehanizam koji utiče na dinamiku asteroida efekat Jarkovskog³. RSK mogu uzrokovati ili sporu evoluciju (Nesvorný & Morbidelli 1998; Minton & Malhotra 2010; Novaković *et al.* 2010) ili velike orbitalne promene (Morbidelli & Moons 1995; Gladman *et al.* 1997), ali mogu da deluju i kao zaštitni mehanizmi (Morbidelli *et al.* 1995; Gallardo *et al.* 2011). Poslednjih deset godina efekat Jarkovskog je korišćen da reši i razjasni brojne nejasnoće u nauci o asteroidima (Vokrouhlický *et al.* 2015b). Efekat Jarkovskog je suptilna negravitaciona sila koja nastaje zbog asimetrične emisije termalne energije sa rotirajućeg tela (Farinella & Vokrouhlický

¹Glavni asteroidni pojas je oblast koja se prostire između orbita Marsa i Jupitera.

²Rezonance u srednjem kretanju su gravitacione pojave koje nastaju kada dva tela koja obilaze oko istog centralnog tela imaju srazmerne orbitalne periode.

³Efekat Jarkovskog je termalna sila koja nastaje usled nesimetrične reemisije toplote sa tela koje orbitira oko Sunca, što utiče na promenu njegovih putanjskih elemenata.

1999; Bottke *et al.* 2006). Ova sila prouzrokuje uglavnom sekularnu promenu velike poluose i posebno “podstiće” asteroide da prelaze brojne rezonance, kao primarni mehanizam koji dovodi asteroide do rezonanci. Efekat Jarkovskog je veoma važan kako u dopremanju asteroida u rezonance tako i u uklanjanju asteroida iz Glavnog pojasa (Farinella *et al.* 1998). Rezonance imaju sposobnost da određeno vreme zadrže asteroide uprkos haotičnoj difuziji i efektu Jarkovskog (Gallardo *et al.* 2011). Međudejstvo sa mrežom relativno slabih rezonanci može uticati na pomeraj velike poluose kada je asteroid na svom putu preko GAP-a (Vokrouhlický & Brož 2002). Takva međudejstva mogu dovesti do važne rezultujuće promene u kretanju asteroida usled efekta Jarkovskog. Radi detaljnog razumevanja uloge efekta Jarkovskog u evoluciji asteroida, analiza međuzavisnosti kretanja sa uračunatom brzinom Jarkovskog i rezonanci u srednjem kretanju bi bila veoma korisna (Vokrouhlický *et al.* 2001).

Detaljno proučavanje pomenute međuzavisnosti nije do sada urađeno, što je bila glavna motivacija za ovu tezu. Cilj ove disertacije je precizno utvrđivanje dejstva rezonanci u srednjem kretanju na kretanje asteroida usled efekta Jarkovskog. U tom smislu, cilj rada je da pre svega tačno utvrdi kako brzina promene velike poluose putanje asteroida (do koje dolazi pod dejstvom efekta Jarkovskog) zavisi od jačine rezonance preko koje se asteroid kreće, i da ispita kako vreme koje asteroid provede u rezonanci zavisi od jačine pomenutog efekta i rezonance.

Osnovna hipoteza od koje ovde polazimo je da postoji funkcionalna međuzavisnost između brzine promene velike poluose orbite asteroida usled efekta Jarkovskog i jačine RSK. Pored toga, u cilju pojednostavljenja problema, pretpostavlja se da je, za svaki pojedinačni objekat, brzina promene velike poluose do koje dolazi usled dejstva efekta Jarkovskog konstantna. Nismo razmatrali uticaj JORP (*Yarkovsky–O’Keefe–Radzievsky–Paddack*) efekta ili uticaj nekog drugog sličnog negravitacionog mehanizma, koji menja orijentaciju ose rotacije asteroida i menja intenzitet brzine promene velike poluose orbite koji nastaje usled efekta Jarkovskog (Vokrouhlický *et al.* 2006a), jer smo imali veliki uzorak test objekata. Vrednosti brzine Jarkovskog koje smo ovde koristili se zato mogu smatrati srednjim vrednostima za dati vremenski interval. Dobijeno je nekoliko važnih rezultata za koje se nadamo da će u budućnosti moći da posluže za razna modeliranja kretanja asteroida kako preko slabih tako i preko jačih rezonanci.

Teza je podeljena u sledećih sedam poglavlja. U prvom poglavlju, **Asteroidi**, govori se o njihovom pronalasku, nastanku, misijama ka asteroidima, orbitalnim elementima i fizičkim i hemijskim karakteristikama asteroida. U drugom poglavlju, **Negravitacioni efekti**, kazano je osnovno o nastanku, detekciji, delovanju

i primenama mehanizama Jarkovskog i JORP-a. U trećem poglavlju, **Orbitalne rezonance**, navedene su najvažnije rezonance u Sunčevom sistemu, prikazane su njihove osnovne karakteristike i opisana je njihova podela, mehanizam nastanka i delovanja. U četvrtom poglavlju, **Metoda**, govori se o razvoju metode za analizu prelazaka asteroida preko rezonance, o korišćenom numeričkom integratoru i o numeričkim integracijama. U petom poglavlju, **Rezultati**, predstavljeni su detaljno rezultati dobijeni u ovoj disertaciji, dok je u šestom poglavlju, **Analiza rezultata i diskusija**, izložena detaljna analiza tih rezultata. Konačno, u sedmom poglavlju, **Zaključak i budući rad**, predstavljeni su najvažniji zaključci, kao i planovi za dalji rad na ovoj temi.

Ivana S. Milić Žitnik
Beograd, 2017

2 Asteroidi

U Enciklopediji Sunčevog sistema, drugo izdanje, objavljeno 2007. godine u Akademskoj štampi (*Academic Press*) asteroid je definisan kao: “Kameno, ugljenično ili metalično telo, manje od planete, koje orbitira oko Sunca”. Imenica “asteroid” znači nalik na zvezdu. Asteroidi su čvrsta, ali ne uvek kompaktna tela. Oni prečnika od nekoliko stotina metara pa do nekoliko kilometara najčešće predstavljaju tzv. “krš na gomili”. Primer asteroida tog tipa je (25143) Itokava (*Itokawa*) veličine $535 \times 294 \times 209$ m (Fujiwara *et al.* 2006), koju je posetio japanski svemirski brod Hajabusa (*Hayabusa*) u septembru 2005. godine (slika 1). Asteroid tipa “krš na gomili” je jedan od rezultata kada je roditeljsko telo rasparčano udarom i onda pod uticajem sopstvene gravitacije je promenilo oblik. Itokava ipak ne pokazuje znake takvog udara.



Slika 1: (25143) Itokava, jedan primer asteroida, koji po građi pripada grupi “krš na gomili” (Izvor: Dymock 2010).

Ovde će prvenstveno biti opisani asteroidi iz GAP-a, jer se tu nalazi većina asteroida Sunčevog sistema. GAP nam pomaže da rekonstruišemo poreklo i evoluciju Sunčevog sistema, verovatno bolje nego i same planete. To je zato što o GAP-u postoje nekoliko ključnih činjenica koje se mogu iskoristiti kao efikasan vodič za opisivanje razvoja, kalibraciju i ocenjivanje modela evolucije Sunčevog sistema, jer su se asteroidi najmanje izmenili od svog nastanka, u poređenju sa ostalim objektima Sunčevog sistema. Asteroidi su zbog toga od velikog značaja za nauku jer govore o najstarijem periodu našeg planetarnog sistema. Izučavanje njihove evolucije nije ništa manje značajno od izučavanja evolucije planeta, jer u sebi čuvaju tragove iz različitih faza evolucije Sunčevog sistema kao celine.

Asteroidi su se formirali u dinamički mirnom protoplanetarnom disku, ali njihove orbite su postale u jednom trenutku gravitaciono poremećene od Jupitera pa je to dovelo do sudara velikih brzina. Kao rezultat, na desetine velikih asteroida se raspadalo u sudarima u Sunčevom sistemu, dajući grupe fragmenata poznate kao familije asteroida.

2.1 Nastanak asteroida

Nije sav izvorni materijal iskorišćen za formiranje velikih planeta u Sunčevom sistemu. Od manjeg dela su nastali asteroidi i komete⁴. Asteroidi su do određenog stepena evoluirali od formiranja, uključujući unutrašnje zagrevanje, topljenje površine usled udara i radijacije i bombardovanje mikrometeoritima.

Formiranje asteroida je bilo ekstremno brzo, kako su pokazala posmatranja tima naučnika sa Univerziteta u Merilendu. Kompjuterska simulacija Stjuarta Vajdenšilinga (*Stuart Weidenschilling*) i eksperiment (*Cosmic Dust Agglomeration Experiment*) pokrenut od strane Jirgen Bluma (*Jurgen Blum*) i njegovih kolega, podržali su sledeći proces nastanka asteroida. Prva faza je da mikročestice ili manje čestice prašine u disku formiraju labave skupine slabim sudarima (Blum *et al.* 2000; Weidenschilling *et al.* 2001). Od toga se potom međusobnim sudarima formiraju male centimetarske grudve niske gustine koje ostaju “slepljene” zajedno. Ovi mali objekti rastu privlačeći više čestica prašine i kombinujući se sa drugim grudvama, dok se

⁴Kometa je malo ledeno telo Sunčevog sistema koje se zagreva kada prolazi dovoljno blizu Sunca i počinje da isparava što proizvodi njen omotač i rep.

u takvim sudarima neke grudve i raspadnu (Paolicchi *et al.* 2002). Na taj način, objekti mogu da narastu do nekoliko stotina metara (Ghosh *et al.* 2003). Kao što znamo iz posmatranja, asteroidi mogu imati prečnike od nekoliko metara do nekoliko stotina kilometara, pa i veće. Pretpostavlja se da su veliki asteroidi najverovatnije primordijalni, u smislu da nisu nastali u sudarima velikih roditeljskih tela (Bottke *et al.* 2005a) niti su bili podvrgnuti nekim negravitacionim efektima (kao što je efekat Jarkovskog). Štaviše, postoji mišljenje da su prvi planetezimali bili veliki, najčešće sa prečnikom nekoliko stotina kilometara (Morbidelli *et al.* 2009; Johansen *et al.* 2015) i da su kasnije njihovim sudarima nastajali sve manji objekti.

Novi modeli su pokazali da asteroidi veličina između 100 i 1000 km mogu direktno da se formiraju gravitacionim kolapsom malih čestica koje su bile organizovane u guste strukture i klastere u turbulentnom gasu (Johansen *et al.* 2015). Gustine ovih čestica su dostizale dovoljno visoke vrednosti u ovim strukturama pod visokim pritiskom što je prouzrokovalo gravitacioni kolaps i formiralo planetezimale sa veličinama čak do 1000 km (Johansen *et al.* 2007, 2011; Kato *et al.* 2012). O nastanku asteroida će biti više reči u poglavlju 2.6 kada će biti detaljno opisan nastanak asteroida u GAP-u.

2.2 Otkriće asteroida

Ticijus⁵ je 1760. godine počeo da razmišlja o rastojanjima između planeta i Sunca. On je 1766. godine izračunao prosečno odstojanje svake planete od Sunca i uočio pravilo da je svaka planeta oko 1.5 puta dalja od prethodne u odnosu na Sunce. Ovo pravilo je objavljeno 1772. godine od strane Bodea⁶ (Bodeov zakon, kasnije je dobio prefiks Ticijus). Prema ovom “zakonu” trebalo bi da postoji planeta između Marsa i Jupitera, na oko 2.8 AJ od Sunca. Tada su počeli značajni naponi da se pronade “nedostajuća” planeta, što je kasnije dovelo do otkrića GAP-a. Godine 1800. mađarski baron Franc Havijer von Zah (*Franz Xavier von Zach*), astronom i direktor Siberg (*Seeberg*) opservatorije je finansirao specijalno traženje nedostajuće planete. Oformio je grupu od 24 astronoma (“Nebeska policija”) koji su podelili nebo na 24 zone, svakom po jedna zona za pretraživanje. Prvog januara 1801. go-

⁵*Johann Daniel Titius* (1729–1796), pruski astronom.

⁶*Johann Elert Bode* (1747–1826), nemački astronom.

dine Pjaci⁷ je na rutinskom posmatranju teleskopom u Palermu uočio prvi asterooid poznat čovečanstvu. Video je svetli objekat koga nije bilo na zvezdanim mapama na rastojanju 2.766 AJ od Sunca. Prvo je pomislio da je to bila kometa, zato što su komete tada bile jedini tip orbitirajućih objekata za koje su ljudi znali, osim planeta. To telo ipak nije ličilo na kometu. Pjaci je inače bio član grupe “Nebeska policija”, mada su oni formalno odbili da ga pozovu da učestvuje u potrazi, pa je bio u vreme njegovog otkrića asteroida van te grupe. Pjaci je obavestio grupu da je pronašao novi objekat, ali tada niko nije mogao da vidi objekat, jer je bio izgubljen. Ni poznati astronom Vilijam Heršel (*William Herschel*) nije mogao da pronađe taj objekat. Ipak, uz pomoć Pjacijevih posmatranja i Gausovog⁸ proračuna tačnog položaja, objekat je vrlo brzo ponovo pronađen u prvoj polovini 1801. godine.

U prvi mah se mislilo da je telo nedostajuća planeta između Marsa i Jupitera, ali je vrlo brzo primećeno da je telo jako malo. Sadašnja vrednost prečnika ovog tela je 975 km, ali u to vreme je taj objekat bio razočaravajuće malih dimenzija⁹. Pjaci je ovo telo nazvao Ceres¹⁰. Otkriće Ceresa je podstaklo dalja otkrića asteroida: 1802. godine Palas (na 2.772 AJ), 1804. godine Juno (na 2.668 AJ) i 1807. godine Vesta (na 2.361 AJ). Ovim otkrićima se tada činilo naučnoj zajednici da je “poremećena” prirodna ravnoteža u redosledu planeta. Tada su shvatili da su otkrili novu klasu objekata u Sunčevom sistemu. Predložili su da se ovi mali objekti zovu asteroidi. Godine 1815. “Nebeska policija” je konačno prestala da traži nedostajuću planetu i doneli su zaključak da upravo skup malih tela zauzima prostor između orbite Marsa i Jupitera. Nakon što je Vesta otkrivena 1807. godine, sledeći asteroid je bio otkriven 1845. godine. Do 1857. godine bilo je otkriveno 50 asteroida, a do 1900. je bilo poznato 463 asteroida.

Otkriće asteroida je vrlo složen proces koji se sastoji iz nekoliko faza: detekcija, potvrda i prateća posmatranja (obično nekoliko posmatranja). Većina otkrivenih asteroida poslednjih godina bili su prvi put posmatrani jednim od šest automatizovanih pretraživača kojima upravljaju profesionalni astronomi: *Catalina Sky Survey* (CSS), *Near-Earth Asteroid Tracking* (NEAT), *Lincoln Near-Earth Asteroid Research* (LINEAR), *Panoramic Survey Telescope and Rapid Response System* (Pan-STARRS), *Lowell Observatory Near-Earth Object Search* (LONEOS) i *Spacewatch*. Ove opservatorije su sposobne da detektuju mnogo slabije objekte i naprave slike

⁷*Giuseppi Piazzi* (1746–1826), sicilijanski monah i italijanski astronom.

⁸*Carl Friedrich Gaus* (1777–1855), nemački matematičar i astronom.

⁹<http://minorplanetcenter.net/blog/asteroid-classification-i-dynamics/>

¹⁰Ceres je reklasifikovan kao patuljasta planeta na Generalnoj Skupštini Međunarodne Astronomske Unije u avgustu 2006. godine.

daleko veće površine neba u datom vremenu nego do tada postojeći instrumenti.

Tipični program pretraživanja uključuje pravljenje nekoliko slika određene površine neba u toku jednog sata. Ove slike bivaju analizirane softverom za detekciju pokretnih objekata koji eliminiše stacionarne objekte (kao što su zvezde) i udare kosmičkih zraka. Ako je pokretni objekat detektovan, njegov položaj će biti upoređen sa položajima poznatih asteroida i kometa (da bi se videlo da li se radi o novom objektu) i izveštaj će biti predat Centru za male planete (*Minor planet center* – MPC¹¹). MPC objavljuje detalje o novootkrivenim objektima, omogućujući drugim posmatračima, profesionalcima i amaterima, da pokušaju da snime objekat i tako potvrde otkriće. Početna orbita nije dobro definisana i zato predviđanja budućih položaja mogu biti neprecizna. MPC objavljuje mape mogućih položaja, omogućujući posmatračima da pretraže određeni deo neba u potrazi za novim objektom, ili da poprave njegovu postojeću orbitu.

Ako jedan asteroid nije posmatran najmanje dve godine, njegov trenutni položaj može se razlikovati od predviđenog položaja i do nekoliko lučnih minuta. Projekat *Follow-Up Astrometric Program*, pokrenut od strane italijanske organizacije *Minor Planet Observers*, ima za cilj posmatranje asteroida koji predstavljaju opasnost ili koji će biti izgubljeni. Sličan posao radi i Lovel opservatorija (*Lowell Observatory's Hierarchical Observing Protocol for Asteroids*).

Kada je jedan asteroid otkriven mora biti označen privremenom oznakom posmatrača. Nakon potvrde tog otkrića, u toku narednih posmatranja, biće označen privremenom oznakom i od strane MPC-a. Stalan broj se dodeljuje kada je orbita asteroida dobro definisana. Detaljan opis numerisanja i imenovanja asteroida može se naći na internet stranici Međunarodne astronomske unije¹² (*Naming Astronomical Objects*) i MPC stranici¹³ (*Guide to Minor Body Astrometry*).

Broj novootkrivenih asteroida u toku jednog meseca je porastao u današnje vreme na nekoliko hiljada, ali sa udaljavanjem od Sunca detekcija malih i mračnih objekata je teška, pa verovatno mnogo njih ostaje neotkriveno. Na internet stranici MPC-a¹⁴ dat je podatak da je do kraja aprila 2017. godine otkriveno 733599 malih tela (od toga je 488449 asteroida numerisano i 241177 nenumerisano, dok su njih 3973 komete).

¹¹MPC, osnovan 1947. pod pokroviteljstvom Međunarodne Astronomske Unije, odgovoran je za prikupljanje posmatračkih podataka (astrometrijskih i fotometrijskih) asteroida i kometa i za računanje njihovih orbita.

¹²<https://www.iau.org/>

¹³<http://minorplanetcenter.net>

¹⁴<http://minorplanetcenter.net/mpc/summary>

2.3 Nomenklatura asteroida

U početku je svaki asteroid bio označen simbolom (slično kao što planete imaju simbole). Ovaj sistem je ubrzo postao složen kako se broj asteroida povećavao. Neki asteroidi su dobijali veoma složene simbole koji su bili teški za prepoznavanje, pa je taj sistem napušten.

Godine 1852. Džejms Ferguson (*James Ferguson*) je uspostavio novi sistem označavanja asteroida u cilju njihovog lakšeg zapisivanja: 1 Astrea (*Astraea*), 2 Higija (*Hygiea*) i 3 Eunomia (broj i ime asteroida). Postoje neke rasprave o tome ko je uveo ovaj sistem, kao Volf i Guld (*Wolf & Gould*) koji su tvrdili da su oni to uradili 1851. godine. Ovaj sistem je napušten zbog nekih svojih nedostataka. Godine 1892. novi privremeni sistem označavanja, predložen od strane Krugera, primenjen je na novim asteroidima tako što je godinu otkrića pratilo veliko slovo. Zatim je i ovo promenjeno tako što su se koristila dva velika slova posle godine otkrića. Tada su mislili da neće biti više od 26 novih otkrića za pola meseca, pa je svaka polovina meseca u godini označavana jednim slovom: prva polovina januara je označena slovom A, a druga polovina slovom B, prva polovina februara je označena slovom C i tako redom. Za svaku polovinu meseca novim otkrićima je davano još jedno slovo oznake, tako da je prvi asteroid u svakoj polovini meseca dobijao oznaku A i tako redom. Na primer, prvi otkriveni asteroid u drugoj polovini februara 2004. ima privremenu oznaku 2004 DA (D je za drugu polovinu februara i A znači prvi otkriveni asteroid u toj polovini meseca). Nažalost, ovaj sistem je postao brzo ograničavajući kako je brzina otkrivanja asteroida rasla, jer su se 90-ih godina XIX veka počele koristiti foto ploče za traženje asteroida.

Sadašnji sistem obeležavanja je predložio Bouver (*Bower*) 1924. godine i implementirao ga je 1925. godine. Ako bi se više od 24 novih asteroida otkrilo u polovini meseca, sledeći asteroid je dobijao oznaku A1, pa B1 i tako redom do sledećih slova (jer u ovom slučaju se nisu koristila slova I i Z, zato što podsećaju na brojeve 1 i 2), pa zatim bi otpočinjao treći alfabet sa oznakama A2 i tako dalje. Jedan primer privremenog označavanja je 2008 VU3. Prva četiri broja predstavljaju godinu otkrića, prvo slovo predstavlja prvu ili drugu polovinu meseca u kom je otkriven asteroid, i drugo slovo sa brojem su redosled otkrića asteroida u toj polovini meseca. Tako je

asteroid 2008 VU3 otkriven 92. po redu u prvoj polovini novembra 2008. godine.

Da bi se odlučilo o konačnom rednom broju asteroida, orbita asteroida mora da bude izračunata vrlo precizno i mora se potvrditi da je to novi asteroid. Novootkriveni asteroid GAP-a mora biti posmatran po dve ili tri noći tokom četiri različite opozicije da bi dobio konačnu oznaku, dok se asteroidi bliski Zemlji posmatraju samo u dve ili tri opozicije. Konačni brojevi asteroida kreću od broja 1. Tako Ceres nosi broj 1 i zvanično je označen sa (1) Ceres. Mnogi asteroidi imaju i ime, kao što je to slučaj sa Ceresom. Pronalazač asteroida ima deset godina da predloži ime za svoj objekat od trenutka kada objekat dobije stalan broj. Ime mora da odobri jedanaestočlani "Komitet za imena malih tela". Prvih 400 asteroida je dobilo ime po likovima iz klasične mitologije, ali posle toga su bile korišćene mnoge druge kategorije imena. Asteroidi su dobijali imena po poznatim ljudima iz različitih sfera života, po nazivima biljaka, pa čak i po mašinama¹⁵.

2.4 Najvažnije svemirske misije u vezi sa proučavanjem asteroida

Od kada je prva svemirska misija posetila malo telo dobijeni su važni podaci. Pre ovih misija naučnici su smatrali da su asteroidi samo komadi stene i gvožđa. Prva letelica koja je fotografisala neki asteroid bila je Galileo 1991. godine. Slike sa Galilea i iz kasnijih misija su upotpunile razumevanje asteroida. Ove slike su bile prvi dokaz da asteroidi mogu imati prirodne satelite. Bez svemirskih misija, proučavanje asteroida ne bi imalo brz napredak. Nauka o asteroidima je postala veoma značajna što zaključujemo i na osnovu velikog broja misija u vezi sa asteroidima.

Ciljevi misija u vezi sa asteroidima su karakterizacija unutrašnje strukture asteroida, gustine, oblika, sastava i mase, kao i posedovanje informacije o površinskim strukturama, kraterima i magnetizmu. Iz ovih merenja se saznalo dosta o istoriji, strukturi i nastanku ovih tela, kao i kolika im je temperatura i da li su voda ili ugljenik bili značajni u njihovom formiranju. Sada ćemo navesti najvažnije misije u vezi sa asteroidima.

¹⁵Asteroidi sa specijalnim brojevima često dobijaju specijalna imena, kao (1000) *Piazz*, (2000) *William Herschel*, (3000) *Leonardo da Vinci*, (4000) *Hipparchus*, (5000) *IAU*, (6000) *United Nations*, (7000) *Marie and Pierre Curie*, (8000) *Isaac Newton* i tako dalje.

Galileo (*Galileo*) 1989 (Američka misija)

Galileo je lansirala Nacionalna Avionska i Svemirska Agencija (NASA) 1989. godine, sedam godina nakon planiranog datuma za lansiranje. Osim što je cilj ove misije bio Jupiter sa satelitima, Galileo je prošao blizu dva asteroida, i to na 1600 km od (951) Gaspre i na 2400 km od (243) Ide. Napravio je prve slike asteroida visoke rezolucije. Gaspra je fotografisana 1991. i Ida 1993. godine. Na ovim slikama je otkriveno da Ida ima sopstveni mesec Daktil (*Dactyl*), prečnika oko 1.4 km (Chapman *et al.* 1995). To je bilo prvo otkriće da asteroid može da poseduje prirodni satelit. Tada je utvrđeno da je sastav Ide i Daktila različit. Pretpostavlja se da je Daktil nastao delimičnim topljenjem matičnog tela od kog ne potiče Ida. Sa nekoliko slika je bilo uočljivo da je Gaspra veoma nepravilnog oblika sa puno kratera, veličine $19 \times 12 \times 11$ km. Galileo je snimio sudar komete Šumejker–Levi (*Shoemaker–Levy*) 9 i Jupitera 1994. godine. Misija je uspešno završena 2003. godine.

NEAR Šumejker (*NEAR Shoemaker*) 1996 (Američka misija)

NEAR (*Near–Earth Asteroid Rendezvous*) Šumejker je lansirala NASA 1996. godine da bi prvenstveno susrela asteroid (433) Eros. Izučavan je više od godinu dana. Primarni ciljevi misije su bili dobijanje podataka o sastavu, mineralima, morfologiji, unutrašnjoj raspodeli mase i magnetnom polju Erosa. NEAR Šumejker je prvo prošao na 1200 km od asteroida (253) Matilde 1997. godine i to je bio prvi blizak susret sa asteroidom *C* tipa (sa većinskim udelom ugljenika). Tada je procenjena masa ovog asteroida iz gravitacionog poremećaja letelice na $(1.033 \pm 0.044) \times 10^{17}$ kg, iz čega je kasnije izvedena njena niska vrednost gustine od oko 1.3 g/cm^3 (Yeomans *et al.* 1997). U orbitu oko Erosa letelica je dospela 2000. godine i napravila veliki broj orbita oko asteroida. Tada je izmerena veličina Erosa od $13 \times 13 \times 33$ km. Pre toga je Eros bio meren zvezdanom okultacijom, ali ovom misijom su dobijene daleko tačnije dimenzije asteroida. Skoro svi ciljevi misije su ispunjeni. Jedino nisu uspeli da uspostave vezu između Erosa i meteorita na Zemlji većinskog silikatnog sastava, kao što je Eros. NEAR Šumejker nije uspeo ni da dokaže ni da opovrgne ovu vezu. Misija se završila kada je letelica sletela na Eros 2001. godine.

Hajabusa (*Hayabusa*) 2003 (Japanska misija)

Hajabusu (ranije poznata kao MUSES–C) je lansirala 2003. godine Japanska svemirska agencija (JAXA). Cilj je bio da se vrati materijal sa asteroida (25143) Itokava na Zemlju radi daljih istraživanja prirode asteroida. Letelica je stigla blizu asteroida 2005. godine. Hajabusa je proučila oblik, rotaciju, boju, sastav i gustinu ovog aste-

roida. Itokava je nepravilnog oblika tipa “krš na gomili”, male gustine. U novembru 2005. godine letelica se spustila vrlo blizu tla asteroida radi uzimanja uzoraka u obliku sitnog grumenja za koje je kasnije potvrđeno da su kamene prirode. Letelica je vratila prikupljeni materijal sa Itokave 2010. godine. Hajabusa je bila prva letelica koja je mogla da vrati uzorke sa asteroida na Zemlju. Iz uzoraka je pronađeno da je Itokava asteroid S-tipa. Iz prašine prikupljene sa površine asteroida izveden je zaključak da je identična materijalu od koga su sačinjeni meteoriti. Time je uspostavljena veza između posmatranja asteroida i laboratorijskih analiza meteorita, kao i kosmičke prašine.

Roseta (*Rosetta*) 2004 (Evropska misija)

Rosetu je lansirala Evropska Svemirska Agencija (ESA) 2004. godine. Letelica je prošla pored dva asteroida, (2867) Šteins (2008. godine) i (21) Lutetia (2010. godine). Instrumenti su vršili merenja asteroida Šteins oko mesec dana. Dobijene su dimenzije asteroida $6.67 \times 5.81 \times 4.47$ km. Na njemu je detektovan krater širine oko 2.1 km, što je veoma iznenadilo naučnike kako je asteroid preživeo jak udar. U julu 2010. godine Roseta je prošla i pored (21) Lutetie, velikog asteroida GAP-a, sa minimalnim odstojanjem od 3168 ± 7.5 km. Bliski prilaz je omogućio ispitivanje oko polovine površine ovog asteroida, naročito severne hemisfere. Utvrđeno je da ima veoma mnogo kratera. Najveći krater je prečnika 45 km, dok je prečnik Lutetie oko 100 km. Iz bliskog prilaza je utvrđena masa Lutetie $(1.700 \pm 0.017) \times 10^{18}$ kg i zatim izračunata gustina $(3.4 \pm 0.3) \times 10^3$ kg/m³ (Patzold *et al.* 2011). Merenje magnetnog polja je takođe bilo urađeno, kao i ispitivanje okruženja asteroida. Letelica je došla do komete Čurjumov–Gerasimenko (*Churyumov–Gerasimenko*) 2014. godine. Cilj misije je bio da istraži najdetaljnije do tada kometu, što je i učinjeno. Roseta je bila prva letelica koja se kretala oko komete. Površina ove komete nije bila poznata pre Rosetinog dolaska. Letelica je ispitivala sublimaciju leda, magnetno polje i uopšte sastav i strukturu komete. Poslednji kontakt sa ovom letelicom je bio u septembru 2016. godine, jer je tad odlučeno da bude kraj misije tako što je letelica bila isprogramirana da padne na površinu komete.

Don (*Dawn*) 2007 (Američka misija)

Don je svemirska sonda koju je lansirala NASA 2007. godine. Don je dizajniran da orbitira oko dva najmasivnija asteroida (4) Veste i patuljaste planete (1) Ceresa (Russell & Raymond 2011). Cilj misije je bio da se odgonetne nastanak Sunčevog sistema. Ovo je prva letelica koja je posetila patuljastu planetu, kao što je Ceres.

Ova dva tela su po sastavu veoma različita: Ceres ima koru pretežno sačinjenu od leda, a Vesta je kamenita sa suvim tlom. Najmasivniji su u asteroidnom prstenu i nastali su nakon formiranja Jupitera.

Letelica je ušla u orbitu Veste u julu 2011. godine i provela tu 14 meseci pre nego što je krenula ka Ceresu krajem 2012. godine. Podaci iz Don misije su otkrili na površini Veste dosta velikih kratera usled drevnih asteroidnih udara. Dva kratera se naročito izdvajaju po veličini, od 500 km i 400 km u prečniku. Krajem 2012. godine je saopšteno da su posmatrani kanali na Vesti, što se protumačilo kao posledica nekadašnjeg postojanja tekuće vode. Letelica je posetila Ceres u martu 2015. godine. Pronađen je led u omotaču Ceresa, što je podstaklo pitanje porekla leda, koje još uvek nije razjašnjeno. Pretpostavlja se da ima ostatke unutrašnjeg okeana tečne vode ispod sloja leda. U ovoj misiji je otkriveno da je površina Ceresa prekrivena sa dosta malih kratera. Nekoliko belih mrlja uočenih na površini mogu da ukazuju i na prisustvo soli magnezijuma (Ruesch *et al.* 2016).

Rezultat misije je da su Ceres i Vesta nastali u ranoj istoriji Sunčevog sistema. Iz posmatranja najvećeg kratera (prečnik 500 km) koji se nalazi na južnom polu Veste bilo je dovoljno da se potvrdi da je iz izbačenog materijala nastala Vesta familija (Russell *et al.* 2012). Ceres i Vesta predstavljaju most u razumevanju između formiranja ledenih tela i stenovitih planeta Sunčevog sistema. Letelica je i dalje u orbiti oko Ceresa i predviđeno je da tamo ostane do kraja misije, koja i dalje traje.

Čeng (*Chang'e*) 2 2010 (Kineska misija)

Čeng 2 je kineska lunarna sonda koja je lansirana 2010. godine. Planirano je da misija traje oko 6 meseci, a već traje skoro 7 godina. Ona je nastavak Čeng 1 misije. Čeng 2 je bila deo prve faze Kineskog Lunarnog Istraživačkog Programa i sprovođila je istraživanje sa 100 km visoke lunarne orbite radi pripremanja za spuštanje i kretanje Čeng 3, koja je lansirana 2013. godine. Nakon ispunjavanja primarnog cilja, letelica je napustila lunarnu orbitu i došla 2011. godine u Zemlja – Sunce L2 Lagranževu tačku¹⁶. Ovo je bilo prvi put da letelica sa lunarne orbite ode direktno u L2 tačku. Zatim je iz L2 tačke 2012. godine krenula ka asteroidu (4179) Tutatis (*Toutatis*), pored koga je uspešno prošla na rastojanju od samo 3.2 km. Dobijene

¹⁶Lagranževe tačke ili tačke libracije su položaji u orbitalnoj konfiguraciji dva velika tela gde malo treće telo kontrolisano samo njihovom gravitacijom može da održava stabilni položaj u odnosu na dva velika tela. Postoje 5 takvih tačaka. Prve tri (L1, L2, L3) su na liniji koja spaja dva velika tela i one su nestabilne. Svaka od poslednje dve tačke (L4 i L5) je stabilna, jer gradi jednakostranični trougao sa dva velika tela (imaju jednaka rastojanja od dva velika tela).

dimenzije asteroida su $4.75 \times 2.4 \times 1.95$ km. Ovo je jedan kamenit asteroid, nepravilnog oblika tipa “krš na gomili” koji se sastoji iz dva dela. Na kraju većeg dela je otkriven veliki krater, što predstavlja jednu od najznačajnijih geoloških karakteristika asteroida. Misija ka asteroidu je bila uspešna. Letelica će se nadalje koristiti u svrhu utvrđivanja mogućnosti odlazaka u dubok svemir, kao i za potvrdu njenih kontrolnih kapaciteta.

GAIA 2012 (Evropska misija)

GAIA je svemirska opservatorija za astrometriju koja ima zadatak da napravi trodimenzionalni katalog naše Galaksije, Mlečnog puta, u procesima razotkrivanja njenog sastava, formiranja i evolucije. Letelicu je lansirala ESA u decembru 2013. godine. Cilj misije je konstrukcija najpreciznijeg i najvećeg trodimenzionalnog svemirskog kataloga sa ukupno milijardu astronomskih objekata, većinom zvezda, ali i kvazara, kometa, asteroida i planeta. Od GAIA se očekuje da detektuje na desetine hiljada novih asteroida i kometa u Sunčevom sistemu.

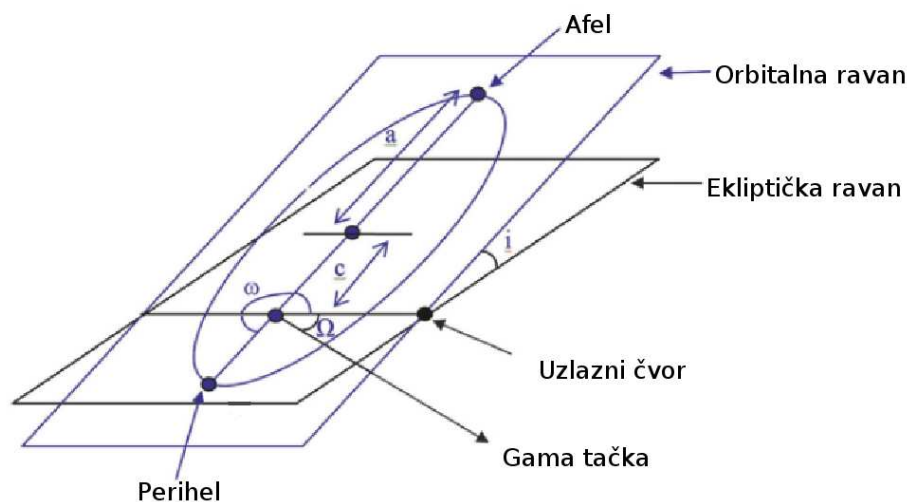
U Sunčevom sistemu će prvenstveno biti posmatrani asteroidi GAP-a. GAIA će tačno meriti položaje i brzine asteroida više od 5 godina, težeći da izračuna njihove orbite sa do sada najvećom preciznošću. Mala gravitaciona sila u bliskom prilazu asteroida i nekog tela menja njihove putanje. Ovaj mali gravitacioni poremećaj biće zabeležen astrometrijskim merenjima GAIA, iz kojih će moći da se izračuna masa asteroida. Otkrivanje fizičkih osobina asteroida biće fundamentalni doprinos svemirske misije GAIA planetarnoj nauci. Jedan od ciljeva GAIA misije je pronalazanje Atira asteroida, sa orbitama između Zemlje i Sunca (region koji je veoma teško posmatrati teleskopima sa Zemlje). Takođe će pokušati da detektuje asteroide koji predstavljaju potencijalnu opasnost za život na Zemlji.

OSIRIS-REx 2016 (Američka misija)

OSIRIS-REx je svemirska stanica koju je lansirala NASA septembra 2016. godine. Cilj misije je proučavanje asteroida (101955) Benu (*Bennu*). Ovaj asteroid je izabran zbog ugljeničnog sastava, koji potiče iz vremena nastanka Sunčevog sistema, zbog čega se asteroidi smatraju “vremenskim kapsulama”. Planiran je povratak materijala sa asteroida 2023. godine. Od analize materijala se očekuje da omogući naučnicima da saznaju više o formiranju i evoluciji Sunčevog sistema, o početnim fazama formiranja planeta i o izvoru organskih sastojaka od kojih je nastao život.

2.5 Orbitalni elementi asteroida

Putanja asteroida oko Sunca (ili putanja bilo kog tela Sunčevog sistema koje kruži oko nekog drugog) je određena sa šest parametara, koji se zovu orbitalni elementi. Orbitalnim elementima se jedinstveno određuje putanja tela i položaj ravnine putanje u odnosu na ekliptičku ravan. Standardni skup od šest orbitalnih elemenata čine ekliptički Keplerovi elementi: velika poluosa (a), ekscentricitet (e), nagib putanjske ravnine (i), longituda uzlaznog čvora (Ω), argument perihela (ω) i srednja anomalija (M) (slika 2).



Slika 2: Orbitalni elementi (Izvor: Dymock 2010).

Velika poluosa i ekscentricitet (numerički ekscentricitet), definišu veličinu i oblik putanje, respektivno. Velika poluosa predstavlja veći od dva poluprečnika elipse po kojoj se telo kreće, dok nam ekscentricitet govori o tome koliko elipsa odstupa od kruga, tj. koliko je izdužena, $e = c/a$, gde je $c = \sqrt{a^2 - b^2}$ (linearni ekscentricitet) rastojanje između centra i žiže elipse i b je mala poluosa elipse (orbite asteroida su elipse¹⁷). Za većinu asteroida u GAP-u važi da je $e < 0.4$ i $i < 30^\circ$ (slika 3)¹⁸.

¹⁷*Oumuamua* je prvi poznati međuzvezdani asteroid sa hiperboličkom orbitom. Otkriven je 19. oktobra 2017. godine Pan-STARRS teleskopom, 40 dana nakon što je prošao kroz najbližu tačku Suncu, a koja je udaljena 0.22 AJ od Zemlje.

¹⁸Na slici 3 su predstavljeni sintetički sopstveni orbitalni elementi (a_s, e_s, i_s), preuzeti iz kataloga ovih elemenata (<http://hamilton.dm.unipi.it/astdys2/propsynth/all.syn>) sa AstDyS stranice (Internet informacijski servis o asteroidima – *Asteroids Dynamic Site*, <http://hamilton.dm.unipi.it/astdys>).

Vrednosti ekscentriciteta za kretanje po elipsi su u intervalu $0 < e < 1$. U specijalnom slučaju za $e = 0$ kretanje je kružno, a zatim sa povećanjem ekscentriciteta elipsa postaje sve izduženija i postaje za $e = 1$ parabola i za $e > 1$ hiperbola. Na eliptičnoj orbiti tačka u kojoj je telo najbliže Suncu zove se perihel (q), a tačka u kojoj je najdalje zove se afel (Q). Rastojanja tela od Sunca u tim tačkama se dobijaju iz jednačina $q = a(1 - e)$ i $Q = a(1 + e)$.

Nagib putanjske ravni je ugao između ravni u kojoj se telo kreće i neke referentne ravni, koja je najčešće ekliptika (i zajedno sa longitudom uzlaznog čvora određuje položaj ravni putanje tela u odnosu na referentnu ravan). Ako je $i > 90^\circ$ kretanje objekta je retrogradno (za $i < 90^\circ$ je direktno tj. pozitivno). Longituda uzlaznog čvora je ugao koji se meri u referentnoj ravni od referentnog pravca (pravac ka γ tački) do pravca ka uzlaznom čvoru¹⁹ putanje, u direktnom smeru. Argument perihela je ugao koji određuje orijentaciju putanje u putanjskoj ravni. Meri se u putanjskoj ravni od pravca ka uzlaznom čvoru do pravca ka perihelu, u smeru kretanja tela. Srednja anomalija je ugao koji nam govori koliko je objekat na svojoj orbiti udaljen od perihela svoje putanje. Ovaj ugao definiše kao $M = n(t - t_0)$, gde je n srednje dnevno kretanje, t_0 trenutak prolaska kroz perihel, a t je trenutak za koji se računa udaljenost tela od perihela.

Argument perihela i srednja anomalija nisu dobro definisani u slučajevima kada je e i/ili i jednako 0, jer kada je $i = 0^\circ$ ne može se odrediti položaj uzlaznog čvora, dok u slučajevima kada je $e = 0$ ne može se odrediti pravac ka perihelu. Iz tog razloga uvedena su druga dva orbitalna elementa²⁰ za koje ne postoji pomenuti problem i koji se često koriste umesto argumenta perihela i srednje anomalije. To su longituda perihela ($\bar{\omega}$) definisana sa $\bar{\omega} = \Omega + \omega$ i srednja longituda (Λ) definisana sa $\Lambda = M + \Omega + \omega$.

Kod asteroida razlikujemo dva osnovna tipa orbitalnih elemenata: oskulatorne (o kojima je do sada bilo reči) i sopstvene elemente. Sopstveni elementi mogu biti analitički i sintetički.

¹⁹Uzlazni čvor je jedna od dve tačke na putanji tela koje pripadaju pravoj po kojoj se seku putanjska ravan i ravan ekliptike. U njoj se telo koje je bilo ispod ravni ekliptike penje iznad te ravni. Analogno, druga presečna tačka zove se silazni čvor, dok se presečna prava koja spaja ove dve tačke zove *linija čvorova*.

²⁰Orbitalni elementi i orbitalni dijagrami su slobodno dostupni u udžbenicima i na internet stranicama MPC-a, <http://www.minorplanetcenter.net/iau/mpc.html> i Laboratorije za mlaznu propulziju (*Jet Propulsion Laboratory*), <http://www.jpl.nasa.gov/>.

2.5.1 Oskulatorni elementi

Orbitalni elementi koji mogu da se izračunaju direktno iz posmatranja se nazivaju oskulatorni. Njihova najčešća primena je predviđanje vrlo tačnih položaja tela u bliskoj budućnosti ili prošlosti, tj. generisanje efemerida. Kao što je poznato, svaki asteroid je uvek podvrgnut gravitacionim silama planeta i ostalih tela. Gravitacioni poremećaji uzrokuju da se orbita asteroida postepeno menja. Oskulatorna orbita je orbita kojom bi se asteroid zauvek kretao kada bi u trenutku, za koji je određena, svi poremećaji nestali. Takva orbita je samo pod uticajem gravitacione sile Sunca.

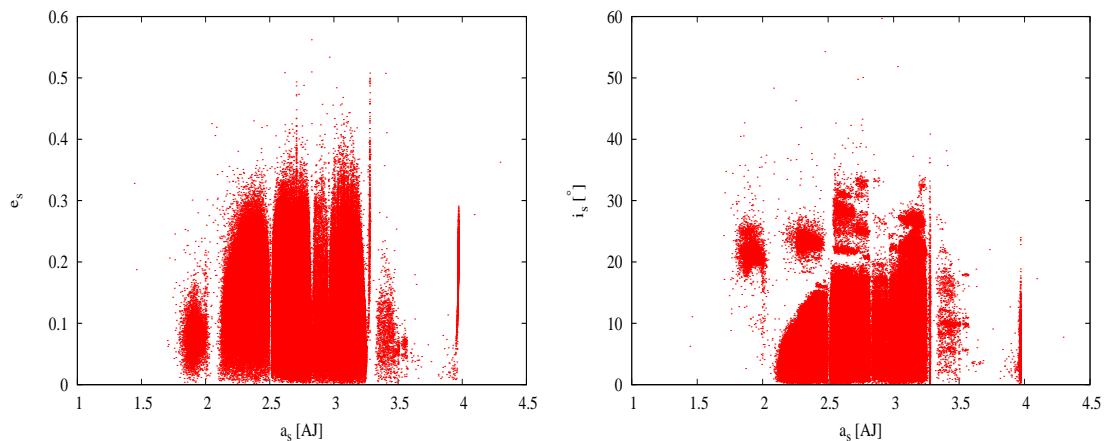
Međutim, oskulatorni elementi asteroida se konstantno menjaju u toku vremena usled gravitacionih poremećaja drugih tela, pre svega velikih planeta. Usled gravitacionih uticaja planeta, dolazi do značajnih kratkoperiodičnih varijacija u oskulatornim elementima asteroida u periodu vremena jednakom periodu orbitalne revolucije i dugoperiodičnih sa periodima reda revolucije orbita i dužim. Ovi poremećaji menjaju međusobna rastojanja između asteroida u prostoru oskulatorne velike poluose, ekscentriciteta i nagiba orbite. Zbog toga oskulatorni elementi nisu pogodni za analizu dinamičke evolucije asteroida u dugim vremenskim intervalima, klasifikaciju asteroida po familijama i za pouzdano određivanje dugoperiodičnih karakteristika orbita asteroida.

2.5.2 Sopstveni elementi

Za izučavanje karakteristika kretanja asteroida u dugim vremenskim intervalima koriste se sopstveni elementi. Sopstveni elementi se dobijaju iz trenutnih, oskulatornih, elemenata eliminisanjem kratkoperiodičnih i dugoperiodičnih poremećaja, koji su nastali zbog gravitacionih uticaja planeta. Sopstveni elementi su nepromenljivi u vremenu (ako dinamika haosa, negravitacione sile ili drugi poremećaji mogu biti zanemareni). Definicija sopstvenih elemenata, kao kvazi-integrala kretanja asteroida, i metode korišćene za njihovo računanje su objašnjeni u Knežević *et al.* (2002). Ovi elementi se mogu dobiti analitičkim putem koristeći teoriju poremećaja (Milani & Knežević 1990, 1994) ili numerički, integraleći orbite i primenjujući Furijeovu analizu (Knežević & Milani 2000; Knežević *et al.* 2002). Sopstveni elementi se jednostavno mogu definisati kao oni što opisuju prosečno kretanje datog tela. Sopstveni elementi asteroida su $(a_p, e_p, i_p, \Omega_p, \bar{\omega}_p)$ mada se najčešće koriste samo tri (a_p, e_p, i_p) . Na

slici 3 su predstavljeni sintetički sopstveni orbitalni elementi (a_s, e_s, i_s) , preuzeti iz kataloga sintetičkih sopstvenih elemenata sa AstDyS-a²¹.

Uopšteno govoreći, sopstveni elementi predstavljaju integrale kretanja i zato se pretpostavlja da su neka vrsta prosečnog kretanja koje je konstantno za veoma dug period. Međutim, poznato je da je problem N -tela nerešiv, i da zato ne postoje takvi integrali kretanja. Kao posledica toga, sopstveni elementi se mogu dobiti kao kvazi integrali kretanja, što je dobra aproksimacija stvarne dinamike. Takođe, mogu se smatrati i integralima kretanja, ali u veoma uprošćenom dinamičkom modelu.



Slika 3: Asteroidi GAP-a su predstavljeni u ravnima (a_s, e_s) levo i (a_s, i_s) desno.

Sopstveni elementi za većinu asteroida niskih ili srednjih ekscentriciteta i nagiba orbita su računati analitičkim teorijama zasnovanim na serijama razvoja poremećajnih Hamiltonijana²². Ove teorije zahtevaju veoma složene relacije i imaju problem u konvergenciji rešenja. Najnaprednija teorija ove vrste je teorija Milani & Kneževića (1990, 1994), zasnovana na Lijevim serijama kanonskih transformacija (Yuasa 1973). Ona uzima u obzir članove razvoja do drugog reda u poremećajnoj masi i do četvrtog reda u ekscentricitetu i nagibu. Procedura za računanje sopstvenih elemenata u

²¹<http://hamilton.dm.unipi.it/astdys2/propsynth/all.syn>.

²²Hamiltonova mehanika je nastala razvojem klasične mehanike i daje iste rezultate kao ne-Hamiltonova klasična mehanika. Hamiltonovu mehaniku je prvi formulisao Hamilton (*William Rowan Hamilton*) 1883. godine iz Lagranževe mehanike, koja je bila preformulisana klasična mehanika od strane Lagranža (*Joseph Louis Lagrange*) 1788. godine. U Hamiltonovoj mehanici klasični fizički sistem je opisan skupom kanonskih koordinata $\mathbf{r} = (\mathbf{q}, \mathbf{p})$, gde su q_i, p_i generalisane koordinate. Vremenska evolucija sistema jedinstveno je definisana Hamiltonovim jednačinama: $d\mathbf{p}/dt = -\partial H/\partial \mathbf{q}$ i $d\mathbf{q}/dt = +\partial H/\partial \mathbf{p}$, gde je $H = H(\mathbf{q}, \mathbf{p}, t)$ Hamiltonijan koji najčešće odgovara ukupnoj energiji sistema. Za zatvorene sisteme, to je zbir kinetičke i potencijalne energije sistema.

smislu analitičke teorije je veoma efikasna i pogodna za računanje velikih kataloga sopstvenih elemenata za hiljade asteroida, jer zahteva malo računarskog vremena (Knežević & Milani 2003). Međutim, analitički sopstveni elementi imaju ograničenu tačnost, jer se smanjuje preciznost za orbite sa visokim nagibima i ekscentricitetima zbog zanemarivanja u razvoju članova većih stepena po sinusu nagiba i po ekscentricitetu. Pored toga, obično se koriste bez procene grešaka, uprkos postojanju načelne mogućnosti da se izvedu takvi proračuni bazirani na veličini zanemarenih članova.

Knežević & Milani (2000, 2001) su razvili metod za račun sintetičkih sopstvenih elemenata asteroida, koji se sastoji od skupa numeričkih procedura, pod zajedničkim nazivom sintetička teorija. Metod se sastoji iz: 1) numeričke integracije orbita asteroida u sistemu realnog dinamičkog modela, 2) digitalno filtriranje kratko-periodičnih poremećaja da bi se izračunali srednji elementi i sopstvena velika poluosa, 3) Furijeova analiza rezultata koja otklanja glavne prinudne članove i izdvaja sopstveni ekscentricitet, nagib i odgovarajuće osnovne frekvencije, 4) provera tačnosti rezultata. Preciznost sintetičkih sopstvenih elemenata je bolja više nego za faktor 3 u odnosu na rezultate izračunate iz najnaprednije verzije analitičke teorije (Knežević *et al.* 2002). Sa druge strane, u poređenju sa analitičkim elementima, računanje sintetičkih sopstvenih elemenata zahteva mnogo veće računarske resurse, što ipak u današnje vreme ne predstavlja značajan problem.

Značaj sintetičkih sopstvenih elemenata u klasifikaciji asteroida po familijama se može naći detaljno predstavljeno u Knežević *et al.* (2002). Štaviše, sintetički sopstveni elementi omogućavaju detaljniju analizu unutrašnje strukture familija asteroida (Knežević & Milani 2003). U Knežević & Milani (2001) detaljno je analizirana tačnost i dugoročna pouzdanost sintetičkih sopstvenih elemenata za spoljašni deo GAP-a. U Knežević *et al.* (2002) ista vrsta podataka je predstavljena za ceo GAP.

Sopstveni elementi asteroida koji seku putanje planeta su takođe razvijeni. Pri rešavanju njihovih jednačina kretanja javlja se singularitet uvek u trenutku presecanja putanje planeta. U cilju izbegavanja ovog problema, Gronchi & Milani (1999, 2001) su uveli uopšteni princip usrednjavanja orbite asteroida koja seče orbitu planete. Njihovo rešenje takođe daje sopstvene frekvencije i uslove bliskih prilaza sa svakom planetom. Posebno je interesantan slučaj asteroida koji seku Zemljinu putanju, jer daje mogućnost da se izračunaju potencijalni udari asteroida u Zemlju. Stabilnost sopstvenih elemenata za asteroide koji seku putanje planeta je garantovana samo za kratak vremenski period, bilo da je reda perioda jedne cele oscilacije ω , ili do prvog veoma bliskog prilaza planeti. Ipak, oni su veoma značajni za proučavanje dinamike asteroida u okolini Zemlje.

Nekoliko specijalno adaptiranih teorija postoji za posebne dinamičke populacije, kao što su Trojanci²³ (Milani 1993; Beaugéa & Roig 2001), Hilde (Schubart 1982), asteroidi u sekularnim rezonancama (Morbidelli 1993; Milani *et al.* 2017) i za još neke grupe²⁴, kao i za asteroide visokog ekscentriciteta i/ili nagiba (Lemaître & Morbidelli 1994).

2.6 Podela asteroida i njihove karakteristike

Jedna od najvažnijih podela asteroida može se izvršiti prema njihovom rastojanju od Sunca. U tom smislu asteroidi se mogu podeliti na sledeće grupe: objekti unutar Zemljine orbite (UZO), Asteroidi bliski Zemlji (ABZ), Mars kroser asteroidi, asteroidi GAP-a, Trojanci, Kentauri²⁵ i Edžvort–Kajperov pojas²⁶. Ovo je međutim relativno gruba podela, pa se obično asteroidi iz svake od grupa mogu dalje razvrstati na podgrupe, od kojih će neke biti pomenute u daljem tekstu.

2.6.1 Objekti unutar Zemljine orbite

Po definiciji, asteroidi čije se cele orbite nalaze unutar Zemljine orbite, zovu se objekti unutar Zemljine orbite (UZO). Ovoj populaciji pripada bilo koji mali objekat sa afelskim rastojanjem $Q < 0.983$ AJ (0.983 je Zemljino perihelsko rastojanje). Prema tipu svoje orbite, objekti UZO se mogu podeliti na Vulkanoidne ($Q < 0.307$ AJ), Vatiore ($0.307 < Q < 0.718$ AJ) i Atiire ($0.718 < Q < 0.983$ AJ), što se može videti na slici 4. Oblast UZO-a je primetno manje naseljena nego oblast ABZ-a i cela populacija UZO se sastoji od veoma ograničenog broja objekata.

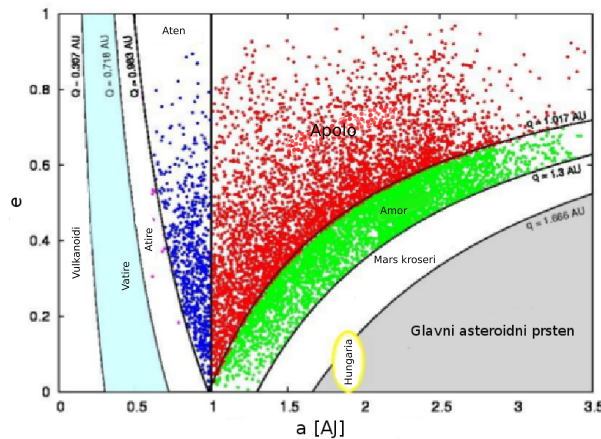
²³Trojanci su velika i značajna populacija malih tela. Oni su u 1:1 rezonanci sa planetom, ali se ne sudaraju sa njom zato što osciluju (imaju libraciono kretanje) oko jedne od dve Lagranževe tačke L4 i L5, koje leže na oko 60° ispred i 60° iza planete na njenoj orbiti, respektivno.

²⁴Sopstveni elementi za GAP i za asteroide bliske Zemlji su dostupni na AstDyS-u i na stranici *Near Earth Objects Dynamic Site* – NEODys (<http://newton.dm.unipi.it/neodys/>).

²⁵Kentauri su mala tela koja zauzimaju region između Jupitera i Neptuna, sa velikom poluosom između 5.2 AJ (velika poluosa Jupitera) i 30 AJ (velika poluosa Neptuna). Ne postoji zvanična definicija Kentaura, ali su u trenutku otkrića bili definisani kao asteroidi.

²⁶Edžvort–Kajperov pojas objekata se nalazi na udaljenosti od 30 AJ do 50 AJ od Sunca. Dele se tradicionalno u dve grupe: klasični i rezonantni objekti

Vulkanoidi su još uvek hipotetički objekti koji orbitiraju oko Sunca u unutrašnjosti Merkurove orbite, $Q < 0.307$ AJ. Veruje se da bi takvo telo moglo da postoji ako bi imalo kružnu orbitu između 0.07 i 0.21 AJ od Sunca. Moguće postojanje ovih objekata je prvi predložio Weidenschilling (1978) kao moguće objašnjenje kontradikcija u istoriji o nastajanju kratera na Merkur. Unutrašnja granica populacije procenjena je na oko 0.09 AJ. Unutar ove granice asteroidi ne mogu da prežive zbog visoke temperature i efekta Jarkovskog (Vokrouhlický *et al.* 2000). Evans & Tabachnik (1999, 2000) su izveli numeričke simulacije sa ciljem da proučavaju dugoperiodičnu stabilnost Vulkanoida. Oni su pronašli da u prstenu od ~ 0.1 do ~ 0.2 AJ postoje dinamički stabilne orbite. Mala tela mogu preživeti veoma dugo (u poređenju sa starošću Sunčevog sistema) na ovim orbitama, ako imaju prečnik veći od 0.1 km. Prema Evans & Tabachnik (1999, 2000) objekti iza 0.21 AJ su dinamički nestabilni. Međutim, važno je napomenuti da ovi autori nisu uzeli u obzir efekat Jarkovskog koji može značajno da promeni dinamičku sliku ovog regiona.



Slika 4: Razlike između objekata UZO i ABZ u ravni (a , e). Populacija ABZ-a je ograničena na orbite sa $q < 1.3$ AJ. Predstavljene su tri ABZ klase: Amor ($1.017 < q < 1.3$ AJ), Apolo ($a > 1.0$ AJ, $q < 1.017$ AJ) i Aten ($a < 1.0$ AJ, $Q > 0.983$ AJ), dok su tri klase objekata UZO: Atira ($0.718 < Q < 0.983$ AJ), Vatira ($0.307 < Q < 0.718$ AJ) i Vulkanoidi ($Q < 0.307$ AJ). Kompletna lista asteroida koji pripadaju svakoj od ovih populacija može se naći na internet strani Centra za male planete [http : //www.minorplanetcenter.net/iau/lists/MPLists.html](http://www.minorplanetcenter.net/iau/lists/MPLists.html) (Izvor: Novaković 2013).

Traženje Vulkanoida je veliki izazov zbog njihove blizine Suncu. Bilo je nekoliko traženja Vulkanoida (Leake *et al.* 1987; Campins *et al.* 1996; Durda *et al.* 2000; Schumacher & Gay 2001; Zhao *et al.* 2009), ali nije bio otkriven nijedan objekat.

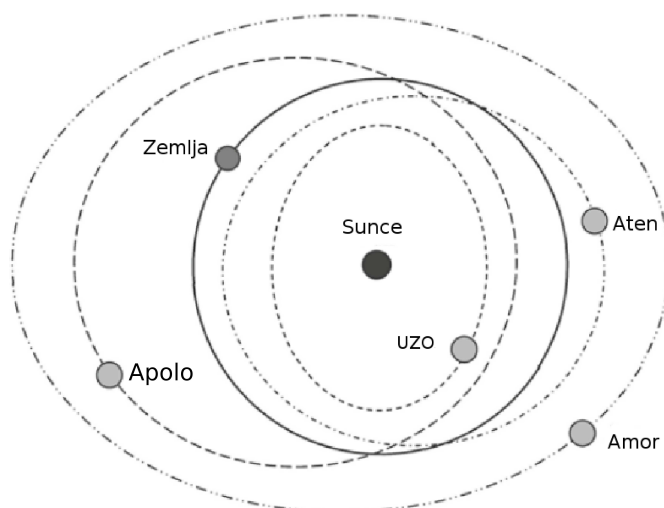
Mada ova istraživanja nisu dala nijedan Vulkanoid, dobijeni rezultati su eliminisali mogućnost da objekti veći od 10 km u prečniku postoje na ovoj lokaciji (Durda *et al.* 2000; Zhao *et al.* 2009). Ovi pronalasci i činjenica da je malo verovatno da kilometarski objekti mogu da prežive u ovom regionu zbog efekta Jarkovskog (Vokrouhlický *et al.* 2000), dovode u pitanje hipotezu o postojanju Vulkanoida. Posle traženja u poslednjih 150 godina astronomi još uvek nisu našli takvo telo.

Vatire, u skladu sa definicijom navedenom gore, predstavljaju asteroide sa afelskim rastojanjem između 0.307 i 0.718 AJ, ali kao i u slučaju Vulkanoida, oni su još uvek hipotetički objekti. Orbite takvih asteroida bi trebalo da su cele unutar orbite Venere, ali mogu seći orbitu Merkura ako imaju perihelsko rastojanje ispod 0.307 AJ.

Atire su asteroidi koji orbitiraju oko Sunca unutar Zemljine putanje ($0.718 < Q < 0.983$ AJ). Dobili su ime po svom prototipu, prvom i najvećem otkrivenom objektu iz ove populacije asteroidu (163693) Atira, prečnika oko 2 km (Greenstreet *et al.* 2012). Ovo je relativno nova klasa asteroida sa nejasnoćama oko njihove definicije korišćene od strane različitih autora. Iako se klasifikuju kao objekti UZO, Atire mogu da se smatraju potpopulacijom asteroida bliskih Zemlji (videti poglavlje 2.6.2), zato što mogu relativno blizu da priđu Zemlji. Proučavanje koje su uradili Greenstreet *et al.* (2012) je dalo rezultat da među asteroidima sa perihelskim rastojanjem $q \leq 1.3$ AJ očekivani broj Atira i Vatira je samo 1.38 ± 0.04 i 0.22 ± 0.03 , respektivno.

2.6.2 Asteroidi bliski Zemlji

Asteroidi bliski Zemlji, sa perihelskim rastojanjem $q \leq 1.3$ AJ i afelskim $Q \geq 0.983$ AJ, imaju osobinu da prilaze blizu Zemlji. Neki imaju orbitu vrlo blisku Zemljinoj i njihovi orbitalni elementi osciluju u velikom opsegu. Na slici 5 su prikazane tri podgrupe ove grupe (podela u odnosu na položaj njihove orbite prema Zemljinoj): Aten (*Atens*), Apolo (*Apollos*) i Amor (*Amors*).



Slika 5: Orbite asteroida bliskih Zemlji (Izvor: Dymock 2010).

Neki asteroidi bliski Zemlji su od velikog značaja, jer se mogu istražiti in-situ sa manje finansijskih izdataka nego što može da se istraži Mesec. ABZ predstavljaju interesantnu naučnu mogućnost za geohemijska i astronomska istraživanja. Predstavljaju potencijalne ekonomske izvore za eksploataciju. Takođe, mnogi pripadnici ABZ-a se smatraju potencijalnim opasnostima za Zemlju, jer se sudari između ABZ-a i Zemlje ne mogu isključiti. Svi asteroidi koji mogu da priđu Zemljinoj orbiti na rastojanje ≤ 0.05 AJ i sa apsolutnom magnitudom $H \leq 22$, smatraju se mogućom opasnošću za Zemlju. Asteroidi koji ne mogu da priđu Zemlji bliže od 0.05 AJ (20 puta dalje od Meseca) ili imaju prečnik manji od 100 m ne predstavljaju opasnost za život na Zemlji.

Ukupan broj ABZ-a sa $H < 18$ ($D > 1$ km) procenjen je u Bottke *et al.* (2002c) na 960 ± 120 , što se slaže sa skorašnjim pronalaskom NEOWISE (Mainzer *et al.* 2011) koji je našao 981 ± 19 ABZ-a sa $D > 1$ km. Mainzer *et al.* (2011) su takođe procenili ukupan broj ABZ-a, većih od 100 m u prečniku, na 20500 ± 3000 što je malo manje nego što je bilo u prethodnim radovima (Rabinowitz *et al.* 2000; Harris 2008). Do maja 2012. godine bilo je poznato oko 8800 ABZ-a, sa prečnikom između 1 m i 32 km. Međutim, do aprila 2017. godine je već otkriveno 16013 ABZ-a svih veličina prema podacima Laboratorije za mlaznu propulziju (*Jet Propulsion Laboratory*, <https://cneos.jpl.nasa.gov/stats/totals.html>).

Prosečni životni vek asteroida bliskog Zemlji od samo nekoliko miliona godina su dobili Farinella *et al.* (1998) i Farinella & Vokrouhlický (1999). Životni vek jednog asteroida bliskog Zemlji je relativno kratak, u proseku od 2.2 do 6.5 miliona

godina (Mgod), u skladu sa istraživanjima Bottke *et al.* (2000a, 2000b). Dinamički proračuni (Morbidelli *et al.* 2002; Bottke *et al.* 2002c) su pokazali da je životni vek asteroida bliskog Zemlji tipično nekoliko miliona godina. Bottke *et al.* (2000a) su dobili da manje od 1% ABZ-a živi duže od 100 Mgod.

Sa orbitalnim životom veoma kratkim, u poređenju sa starošću Sunčevog sistema, novi asteroidi moraju konstantno da stižu na orbite blizu Zemlje da bi broj asteroida bliskih Zemlji ostao približno konstantan, što je dobijeno iz posmatranja. Prihvaćeno poreklo ovih asteroida je da su neki asteroidi GAP-a prešli u unutrašnji deo Sunčevog sistema kroz orbitalne rezonance (Morbidelli *et al.* 2002). Rezonance u srednjem kretanju sa Jupiterom pojačavaju poremećaj orbita asteroida tako što povećavanjem vrednosti ekscentriciteta orbita usled difuzije, asteroidi ulaze u rezonancu ν_6 . Rezonanca ν_6 povećava ekscentricitete i nagibe orbita asteroida i na taj način oni dolaze do unutrašnjeg dela Sunčevog sistema. Novi asteroidi migriraju u ove rezonance u srednjem kretanju usled efekta Jarkovskog, čime se omogućava neprekidno dopremanje ABZ-a.

Da rezonance konstantno ne obogaćuju region ABZ-a novim asteroidima, region bi postao potpuno prazan i nestao bi za nekoliko desetina miliona godina (Morbidelli & Vokrouhlický 2003), ali se ovo nikada nije desilo za vreme istorije Sunčevog sistema. Svedočanstvo o tome su krateri na Zemlji i Mesecu (Grieve & Shoemaker 1994, Neukum & Ivanov 1994), koji su pokazali da je broj ABZ-a ostao približno konstantan za poslednje 3.5 milijarde godina.

U Morbidelli & Vokrouhlický (2003) istraživan je značaj efekta Jarkovskog za ABZ prečnika od jednog do nekoliko kilometara. Sa inovacionom simulacionom šemom Morbidelli & Vokrouhlický (2003) su izračunali da 100–160 tela sa $H < 18$ ulaze u 3:1 rezonancu sa Jupiterom za milion godina od kojih 40–60 ulaze u ν_6 rezonancu. Interval za broj asteroida postoji usled nepreciznih (neizvesnih) vrednosti parametara simulacije kao što je promena orijentacije ose rotacije, veličina asteroida, jačina efekata Jarkovskog i JORP-a. Ovaj fluks objekata je u saglasnosti sa proračunom Bottke *et al.* (2002c) koji je zasnovan na orbitalnoj raspodeli ABZ-a i njihovoj dužini života. Morbidelli & Vokrouhlický (2003) su dobili rezultate za fluks asteroida pretpostavljajući da GAP sadrži 1300000 asteroida sa apsolutnom magnitudom $H < 18$.

U Granvik *et al.* (2017) su locirani putevi za odlazak asteroida iz GAP-a, naročito u region ABZ-a, i procenili su relativni fluks različitih puteva za bekstvo kao funkciju veličine objekata i promene velike poluose pod uticajem efekta Jarkovskog. Pronašli su više od 10 puteva za prelaz asteroida iz GAP-a u region ABZ-a, i oni se

tipično poklapaju sa RSK niskog reda sa Jupiterom i sa sekularnim rezonancama. Model samo sa uračunatim efektom Jarkovskog predviđa da je fluks asteroida ka regionu ABZ-a previše visok u poređenju sa fluksom koji se dobija iz posmatranja, i razlika se povećava kod malih asteroida. Nasuprot tome, dinamički model koji uključuje kombinaciju efekta Jarkovskog i JORP-a predviđa da je fluks malih asteroida ka regionu ABZ-a oko 5 puta manji od vrednosti dobijene iz posmatranja. Iz ovoga se može zaključiti da je karakteristična vremenska skala za JORP ciklus duža nego što predviđa njihovo modelovanje JORP efekta.

Većina asteroida bliskih Zemlji ima poreklo u GAP-u. ABZ su više haotični od njihovih predaka u GAP-u po orbitama i veoma raznoliki po sastavu. Imaju visoko ekscentrične orbite. ABZ sa orbitama niskih nagiba imaju češće bliske prilaze sa unutrašnjim planetama, posebno sa Zemljom, Venerom i Marsom, i veoma su poremećeni od Jupitera i asteroida GAP-a kada priđu blizu afela. Bez obzira na njihovo poreklo, poremećaji (gravitacioni i negravitacioni) dovode do toga da nijedan ABZ ne formira dugoživeće kolizione familije. Postoje četiri potencijalne sudbine za bilo koji ABZ (O'Brien & Greenberg 2005). Većina njih udari u planetu (na primer Zemlju) ili udari u neki drugi asteroid (kolizioni kaskadni proces koji proizvodi male objekte koji su još više pod uticajem negravitacionih sila). Treća mogućnost je da asteroidi dospevaju na visoko-ekscentrične orbite i padnu na Sunce, jer njihov perihel se veoma približava žiži njihove orbite (Suncu). Četvrti slučaj je da budu rasejani izvan unutrašnjeg dela Sunčevog sistema usled interakcije sa Jupiterom.

Aten asteroidi imaju orbitalnu veliku poluosu $a < 1$ AJ i afelsko rastojanje $Q \geq 0.983$ AJ. Ovo je najmanje brojna od tri ABZ potpopulacije. Od kada je Eleanor Helin (*Eleanor Helin*) otkrila (2062) Aten 1976. godine (Helin & Shoemaker 1977), više od 700 članova je bilo otkriveno. Većinu svog vremena ovi objekti provode na orbitama unutar Zemljine orbite, ali povremeno seku orbitu Zemlje i mogu potencijalno da se sudare sa njom.

Apolo asteroidi imaju $a > 1$ AJ i perihelsko rastojanje $q \leq 1.017$ AJ, gde je 1.017 AJ afelsko rastojanje Zemlje. Kad njihovi nagibi teže 0, orbite sa perihelom većim od Zemljinog afela će seći Zemljinu orbitu. Čak i sa nagibom različitim od 0, presecanje se dešava ako se uzlazni ili silazni čvor nalaze u blizini Zemljine orbite. Prvi član grupe, asteroid (1862) Apolo, otkrio je Karl Vilhelm Reinmuth (*Karl Wilhelm Reinmuth*) 1932. godine. Procenjeno je da oko 62% ukupnog broja ABZ-a su Apolo asteroidi (Bottke *et al.* 2002c). Najveći član je (1866) Sizifus (*Sisyphus*), sa prečnikom oko 10 km.

Amor asteroidi su definisani sa $1.017 \leq q \leq 1.3$ AJ. Ovi objekti mogu da priđu

blizu Zemlji ali ne seku njenu orbitu i zato ne mogu da se sudare sa Zemljom. Prvi otkriveni ABZ, (433) Eros, pripada ovoj klasi. Otkrio ga je 1898. godine Karl Gustav Witt (*Carl Gustav Witt*) na *Urania* univerzitetu (Berlin, Nemačka), i nezavisno od njega otkrio ga je Ogist Šarloa (*Auguste Charlois*) na Opservatoriji u Nici (Francuska). Sa prečnikom 17 km, (433) Eros je drugi najveći ABZ. Godine 1932. (1221) Amor je otkrio Delport (*Delporte*), po kome je cela grupa dobila ime. Najveći poznati ABZ, (1036) Ganimed (*Ganymed*), takođe je Amor asteroid, sa prečnikom oko 32 km.

2.6.3 Dinamika asteroida bliskih Zemlji

Razumevanje dinamičkih karakteristika ABZ zahteva određivanje njihove lokacije i jačine rezonanci kao i efekte bliskih prilaza sa planetama. Dinamika asteroida u regionu zemljolikih planeta je pod jakim uticajem bliskih prilaza sa planetama. Svaki bliski prilaz sa planetom prouzrokuje promenu velike poluose asteroida što utiče istog trenutka na promenu njegove tangencijalne komponente brzine na putanji za iznos koji zavisi od geometrije bliskog prilaza i od mase planete. Promena u velikoj poluosi je korelisana sa promenom u ekscentricitetu (i u nagibu) usled kvazi očuvanja Tiserandovog²⁷ (*Tisserand*) parametra T , definisanog sa $T = a_{pla}/a + 2[a/a_{pla}(1 - e^2)]^{1/2} \cos(i)$ u odnosu na veliku poluosu planete, a_{pla} , sa kojom objekat ima bliski prilaz (Öpik 1976). Bliski prilaz sa Jupiterom može lako da izbaciti telo iz Sunčevog sistema, dok je ovo praktično nemoguće kod bliskih prilaza sa zemljolikim planetama, zbog njihovih malih masa u odnosu na Jupiter. Pod uticajem samo bliskog prilaza sa jednom planetom, i zanemarujući efekte na promenu nagiba, telo će imati slobodan hod po krivoj u (a, e) ravni definisanom sa $T = \text{const}$. Ove krive su poprečne na sve RSK i na većinu sekularnih rezonanci, pa telo može biti prebačeno iz jedne rezonance i transportovano u neku drugu.

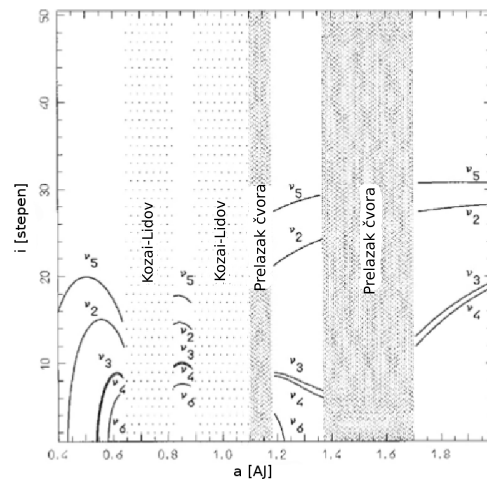
Stvarna dinamika u regionu ABZ-a je rezultat komplikovane interakcije između rezonanci i bliskih prilaza (Michel *et al.* 1996) i zato je izuzetno haotična. U Michel *et al.* (1996) je numerički ispitana dinamička evolucija dva asteroida bliska Zemlji, (433) Erosa i (4660) Nereusa, da bi se istražili zbog planiranih svemirskih misija. Rezultat numeričkih simulacija je da je orbitalna evolucija (4660) Nereusa pod utica-

²⁷Pseudo energija Jakobi integrala koja mora biti očuvana u ograničenom problemu tri tela za kružnu putanju.

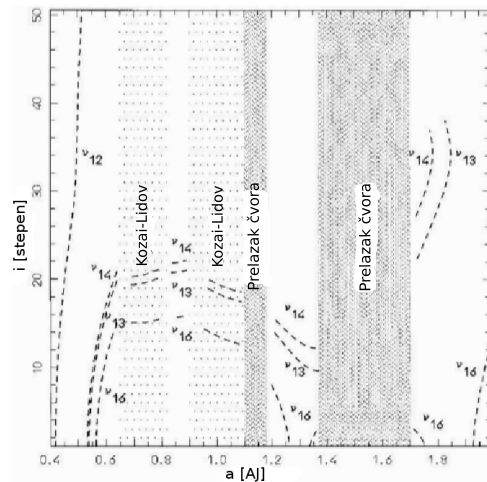
jem bliskih prilaza Zemlji što prouzrokuje slučajne promene njegove velike poluose. Većina orbitalnih klonova (433) Erosa su dospeli na orbite koje seku putanju Marsa, a manji deo je sekao putanju Zemlje, dok je jedan klon Erosa pogodio Zemlju. Eros je verovatno dospeo do sadašnje orbite “sporom” evolucijom zbog bliskih prilaza sa Marsom i relativno je stari fragment koji je nastao u sudaru u GAP-u.

RSK u regionu zemljolikih planeta nisu tako jake kao one u GAP-u. Ovo je zato što su zemljolike planete manje masivne od Jupitera, dok Jupiter nije tako blizu ovom regionu zemljolikih planeta. Mada su one relativno slabe, RSK locirane unutar orbite Marsa su veoma guste i često se preklapaju međusobno. Ovo teži da proširi haotične zone i poveća efikasnost ovih rezonanci, čineći ih veoma važnim za dinamiku ABZ-a.

Sekularne rezonance mogu da stvore odbrambeni mehanizam od bliskih prilaza ili da stvore transportni mehanizam od jednog regiona faznog prostora do drugog. Jedna takva studija o sekularnim rezonancama govori o ν_6 (Morbidelli *et al.* 2002; Morbidelli & Vokrouhlický 2003) koja doprema objekte iz Glavnog pojasa u region ABZ-a. Lokacije linearnih sekularnih rezonanci se dobijaju iz semi-analitičke teorije. Na slikama 6 i 7 predstavljeno je nekoliko sekularnih rezonanci u regionu zemljolikih planeta.



Slika 6: Položaj sekularnih rezonanci u (a, i) ravni sa frekvencijama longitude perihela malog tela i planeta za $e = 0.1$. Region označen sa Kozai–Lidov odgovara regionima libracije argumenta perihela malog tela oko 0° ili 180° (Izvor: Michel & Froeschlé 1997).



Slika 7: Sekularne rezonance sa frekvencijom longitude čvora za malo telo i za planete (Izvor: Michel & Froeschlé 1997).

Takođe, Kozai–Lidov rezonance²⁸ imaju nezanemarljivu ulogu u dinamici ABZ-a. Iako mogu da deluju kao faktor destabilizacije, mogu takođe da predstavljaju zaštitni mehanizam koji sprečava objekat da ima bliske prilaze sa planetama. Na primer, za orbitalnu veliku poluosu veću od Zemljine, bliski prilazi sa Zemljom mogu da se dese samo blizu perihela, ali dok ω ima libracije oko 90° ili 270° i nagib je veliki, perihel uvek leži van orbitalne ravni planete, pa tako sprečava bliske prilaze između asteroida i planete. Položaj Kozai–Lidov rezonance u unutrašnjem delu Sunčevog sistema je prikazan na slikama 6 i 7.

Dinamičku klasifikaciju ABZ-a su uradili Milani *et al.* (1989) u okviru Spejsgard (*SPACEGUARD*) projekta (Milani 1989). Ova klasifikacija je bazirana na numeričkim integracijama orbita 410 ABZ-a sa vremenom integracije 200000 godina. Kao kriterijum su korišćene glavne karakteristike presecanja putanja planeta: presecanje čvorova i bliski prilazi sa Zemljom, RSK sa Zemljom, vrednost za q i bliski prilazi Jupiteru. U skladu sa ovom klasifikacijom ABZ su podeljene na šest orbitalnih klasa i svaka je dobila ime po svom najpoznatijem članu.

Geographos klasa: Imaju orbite koje seku Zemljinu i evolucija njihove velike poluose a zavisi većinom od bliskih prilaza Zemlji (i u nekim slučajevima od Venere).

Toro klasa: Objekti koji su ponekad zaključani u rezonancama u srednjem kre-

²⁸Kozai–Lidov rezonanca je tip sekularne rezonance koji nastaje kada je frekvencija g longitude perihela asteroida $\bar{\omega}$ jednaka frekvenciji s longitude njegovog uzlaznog čvora Ω (Kozai 1962).

tanju, a u kojima efikasno izbegavaju bliske prilaze sa Zemljom.

Kozai klasa: Objekti imaju perihelsko rastojanje ispod 1 AJ, ali ne seku Zemljinu orbitu usled sekularnih mehanizama zaštite.

Alinda klasa: Objekti koji ne seku Zemljinu orbitu, ali su pod jakim uticajem RSK sa Jupiterom pa imaju velike varijacije u ekscentricitetu.

Eros klasa: Objekti sa perihelskim rastojanjem iznad 1 AJ, koji nisu ni u jednoj velikoj rezonanci sa Jupiterom.

Oljato klasa: Ovo su objekti koji nisu u rezonanci sa Jupiterom (barem za neko značajno vreme), nemaju orbitalne promene pod uticajem bliskih prilaza sa zemljolikim planetama, i nemaju bliske prilaze sa Jupiterom niti seku orbitu Jupitera.

Dinamička klasifikacija u Milani *et al.* (1989) je korisna za razumevanje dinamike ABZ-a. Ipak, mora se uzeti u obzir da su sve ove orbite jako haotične, pa se mogu desiti prelasci objekata između različitih dinamičkih klasa.

2.6.4 Mars kroser asteroidi

Mars kroser je asteroid čija se orbita nalazi delimično unutar orbite Marsa i koja seče Marsovu orbitu i nijednu orbitu ostalih zemljolikih planeta ($1.3 < q < 1.666$ AJ, $a < 3.5$ AJ). Postoji podela na plitke Mars kroser asteroide, sa perihelom između 1.58 i 1.67 AJ, i duboke Mars kroser asteroide sa perihelom između 1.3 i 1.58 AJ (rastojanje Marsa od Sunca varira između 1.38 i 1.67 AJ). Prvi identifikovani Mars kroser objekat je bio (132) Etra (*Aethra*). Otkrio ga je Džejms Kreg Votson (*James Craig Watson*) 1873. godine.

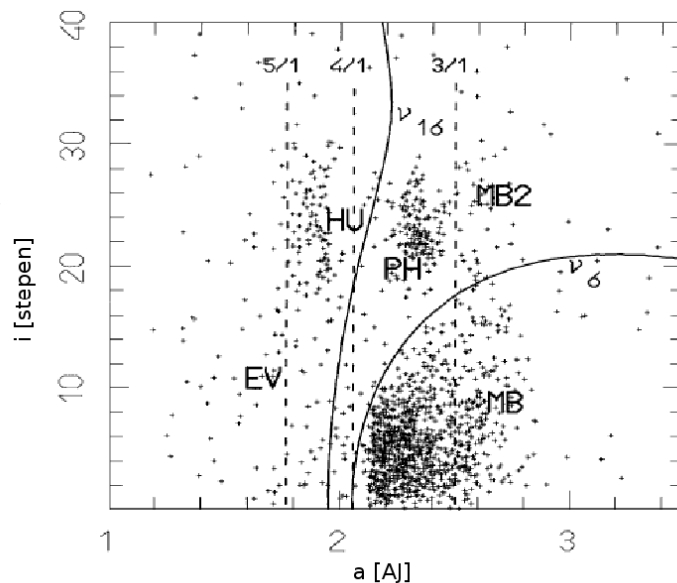
Postojanje difuznih rezonanci vodi mnoge asteroide GAP-a u sadašnje haotično ponašanje (Nesvorný *et al.* 2002b), čak iako je efekat ove haotičnosti slab. Ove tanke rezonance mogu da proizvedu spore promene u orbitalnim parametrima asteroida vodeći njihovu evoluciju do objekata koji seku orbite planeta. Posebno u unutrašnjem prstenu GAP-a, difuzne rezonance mogu da objasne postojanje karakteristične populacije malih tela poznatih kao Mars kroser populacija. U skladu sa

Migliorini *et al.* (1998), Mars kroser objekti su definisani kao tela sa $q > 1.3$ AJ i sa kombinacijom (a, e, i) vrednosti tako da seku orbitu Marsa u toku ciklusa sekularne oscilacije ekscentriciteta. Glavni deo populacije Mars krosera je smešten ispod ν_6 rezonance. Michel *et al.* (2000) su vršeci numeričke simulacije dinamičke evolucije asteroida na orbitama Mars krosera pokazali da asteroidi koji pripadaju glavnom delu populacije Mars krosera postaju asteroidi bliski Zemlji za nekoliko desetina miliona godina. Kasnije, Bottke *et al.* (2002c) su integralili hiljade test objekata iz različitih regiona izvora ABZ-a u cilju izračunavanja raspodele orbitalnih elemenata i apsolutnih magnituda ove populacije. Rezultat ovog rada je da pomenuta populacija Mars krosera predstavlja značajan izvor asteroida bliskih Zemlji zajedno sa ν_6 i 3:1 rezonancama.

Michel *et al.* (2000) su nastavili numerička istraživanja dinamičke evolucije Mars kroser asteroida koja su započeli Migliorini *et al.* (1998) i unapredili ih računajući evoluciju orbita celog tadašnjeg posmatranog uzorka ove populacije za preko 100 Mgod. Da bi identifikovali Mars kroser objekte, integralili su 300000 godina poznate asteroide u 1997. godini iz Bovelovog kataloga (Bowell *et al.* 1994) sa perihelskim rastojanjem manjim od 1.78 AJ. Na bazi tadašnjih orbitalnih elemenata u ovom radu je pokazano da se ova populacija može podeliti na različite grupe koje imaju precizno određene dinamičke osobine i dužine života, kao i završna stanja. Mars kroser objekti najčešće nakon 60 Mgod presecaju Zemljinu orbitu. Zatim, mogu preći iz položaja Zemlja kroser objekta u Mars kroser objekat pre nego što udare u Sunce ili budu izbačeni iz Sunčevog sistema. Iz ovih rezultata je pokazano da Mars kroser asteroidi mogu da održe konstantnom oko polovinu populacije višekilometarskih Zemlja kroser objekata.

Populacija Mars krosera može da bude klasifikovana na osnovu postojeće orbitalne raspodele. Takva klasifikacija je korisna za razlikovanje različitih dinamičkih ponašanja. Slika 8 prikazuje orbitalnu raspodelu Mars kroser objekata u odnosu na veliku poluosu i nagib. Tri glavne grupe Mars krosera je relativno lako identifikovati: asteroidi GAP-a odgovarajućih ekscentriciteta ispod ν_6 rezonance daju MB grupu Mars krosera, Hungarija (*Hungaria*) region daje HU i Fokea (*Phocaea*) region PH grupu. Činjenica da većina ovih objekata ne seče putanje planeta, sugerise da oni snabdevaju objektima region Mars kroser objekata "hraneći" pomenute grupe: MB, HU i PH. Ovo je već bilo sugerisano u Migliorini *et al.* (1998). Među preostalim Mars kroser objektima, oni na levoj strani 4:1 rezonance sa Jupiterom imaju orbitalne elemente koji se razlikuju od populacije asteroida koja ne seče orbite planeta. Kao što je pokazano u Michel *et al.* (2000), oni su evoluirali u odnosu na orbitu koju

su imali kada su prvi put presekli orbitu Marsa i označeni su sa EV. Konačno, Mars kroser asteroidi desno od 3:1 i iznad ν_6 rezonance mogu da se povežu sa asteroidima koji ne seku putanje planeta u ovom regionu i označavaju se sa MB2.



Slika 8: Orbitalna raspodela Mars kroser asteroida u ravni (a, i) . Oznake se odnose na različite grupe opisane dalje u tekstu. Dve krive označavaju lokacije ν_6 i ν_{16} sekularnih rezonanci. Isprekidane linije odgovaraju položajima 5:1, 4:1 i 3:1 rezonance sa Jupiterom (Izvor: Michel *et al.* 2000).

Michel *et al.* (2000) su definisali sledeće granice za veliku poluosu i nagib svake grupe.

MB su Mars kroser asteroidi sa $a > 2.06$ AJ (lokacija 4:1 rezonance sa Jupiterom) i sa nagibom takvim da se nalaze ispod ν_6 sekularne rezonance. MB je najbrojnija grupa. Numeričke simulacije koje su izveli Michel *et al.* (2000) su pokazale da 50% MB Mars kroser objekata su postali Zemlja kroser objekti u roku od približno 60 Mgod.

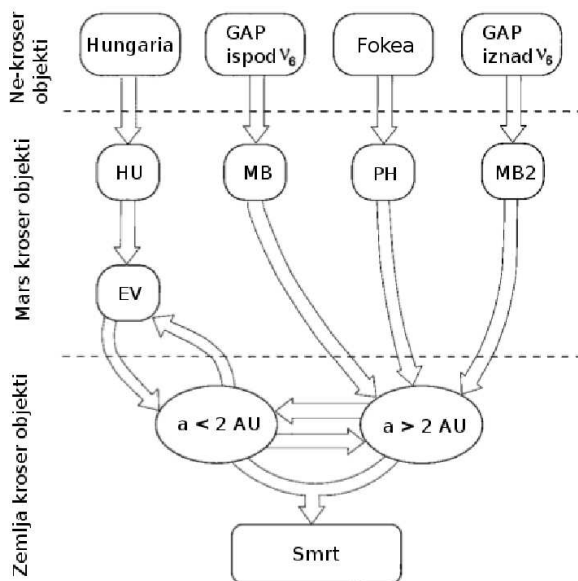
HU imaju $1.77 < a < 2.06$ AJ i $i > 15^\circ$. Mars kroser objekti koji pripadaju HU grupi postaju Zemlja kroser objekti na dužim vremenskim skalama, usled redukovane snage i frekvencije bliskih susreta sa Marsom na orbitama sa visokim nagibima. U toku integracije od 100 Mgod, 51.5% HU objekata nikad ne postanu Zemlja kroser objekti, ali oko 1.5% njih dospe u region Aten asteroida.

PH imaju $2.1 < a < 2.5$ AJ (između 4:1 i 3:1 rezonance sa Jupiterom) i nalaze se iznad ν_6 sekularne rezonance. PH grupa je najstabilnija, većinom zbog niskih učestanosti bliskih prilaza sa Marsom i visokih relativnih brzina. Zato samo 31%

ovih objekata u 100 Mgod dospe do zone u kojoj seče Zemljinu orbitu.

MB2 imaju $a > 2.5$ AJ i nalaze se iznad ν_6 sekularne rezonance. Tipična evolucija MB2 asteroida je kvalitativno slična evoluciji MB asteroida, ali zbog njihove početne vrednosti velikih poluosa ($a > 2.5$ AJ), rezonance koje ih transportuju su prvenstveno 3:1, 8:3, 7:3 i 5:2 sa Jupiterom.

EV su Mars kroser objekti koji imaju trenutnu veliku poluosu $a < 1.77$ AJ ili $1.77 < a < 2.06$ AJ (nalaze se između 5:1 i 4:1 rezonance sa Jupiterom) sa nagibom $i < 15^\circ$.



Slika 9: Šematski prikaz nastanka Mars kroser objekata i njihova postepena evolucija u Zemlja kroser objekte. Broj HU, PH, MB i MB2 se održava zahvaljujući asteroidima koji ne seku orbite planeta: Hungarija, Fokea i asteroidi GAP-a (ispod i iznad ν_6 rezonance). Oni održavaju konstantnim broj jednog dela Zemlja kroser objekata i EV Mars kroser objekata. Strelice označavaju glavni fluks između objekata (Izvor: Michel *et al.* 2000).

Činjenica da MB, HU i PH grupe imaju velike poluose i nagibe vrlo slične trima populacijama asteroida koje ne seku orbitu Marsa (asteroidi glavnog pojasa, Hungarija i Fokea) sugeriše da ove populacije možda neprekidno gube objekte u region Mars kroser objekata (slika 9). Kao potvrda ovog tvrđenja je da su numeričke integracije od 100 Mgod pokazale da je većina asteroida sa visokim ekscentricitetima u unutrašnjem asteroidnom prstenu ($2.1 < a < 2.5$ AJ) nestabilna (Michel *et al.* 2000). Veliki deo integraljenih objekata pokazuje spori porast sopstvenog ekscentriciteta i značajan deo njih postaju Mars kroser objekti u roku od 100 Mgod. Broj

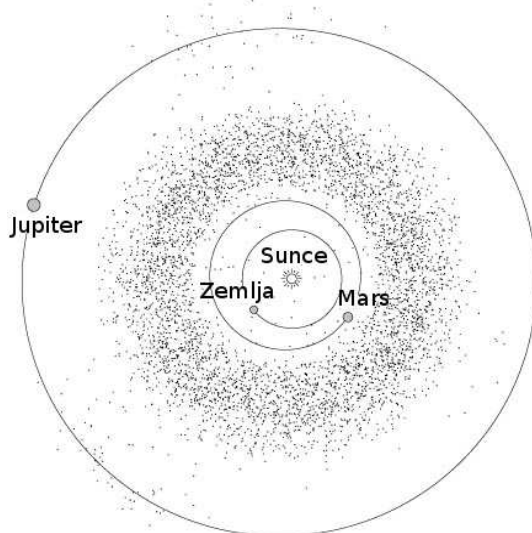
tela, koja su pobegla iz unutrašnjeg asteroidnog pojasa, dovoljno je veliki da mogu da održe MB Mars kroser populaciju u konstantnom broju sigurno za narednih 60 Mgod.

Većina Mars kroser objekata su fragmenti velikih asteroida GAP-a. U skladu sa ovim klasičnim scenarijom, koji kaže da su asteroidi i meteoriti nastali iz kratera u sudarima između velikih asteroida u GAP-u (Greenberg & Nolan 1989), oni su posle sudara ubačeni u rezonance. Rezonance su povećale njihov ekscentricitet i oni su počeli da seku orbite zemljolikih planeta. Zatim su ih bliski prilazi sa planetama rasejali po celom regionu, gde su oni posmatrani i klasifikovani kao Mars kroser i Zemlja kroser objekti. Simulacije (Gladman *et al.* 1997) su pokazale da prosečni dinamički život tela u 3:1 rezonanci sa Jupiterom i u ν_6 je samo 2 Mgod, jer ove rezonance povećavaju ekscentricitet tela, primoravajući većinu tela da se sudare sa Suncem. Kao posledica, u cilju održavanja posmatrane populacije krosera planeta, broj tela koji je ubačen u ove rezonance treba da bude oko 25% ukupne populacije. Ovo znači da klasični scenario ne može da objasni poreklo višekilometarskih Mars i Zemlja kroser objekata. Takođe, nedostatak klasičnog scenarija je što predviđa nastanak mnogo više Zemlja kroser nego Mars kroser asteroida. Iz svega navedenog, zaključujemo da klasični scenario ima dosta nedostataka.

Da bi se bolje razumelo poreklo Mars kroser objekata i prvenstveno dinamička veza između asteroida GAP-a i MB populacije, izvršene su numeričke integracije pomoću integratora *SWIFT* opisanog u Levison & Duncan (1994) orbita 412 asteroida GAP-a (Morbidelli & Nesvorný 1999). Asteroidi su izabrani sa oskulatornim perihelskim rastojanjem manjim od 1.8 AJ, sa velikom poluosom manjom od 2.5 AJ, sa nagibom manjim od 15° i koji nisu sekli orbitu Marsa u prvih 300000 godina. Integracije su pokrivale vremenski interval od 100 Mgod do 300 Mgod. Rezultat je bio da većina asteroida imaju haotične orbite i 25% njih postane deo MB populacije, što otklanja jedan nedostatak klasičnog scenarija. Ovaj proces nastaje uglavnom zbog rezonanci sa Marsom (3:5, 7:12, 4:7, 5:9, 7:13 i 1:2), rezonanci sa Jupiterom (7:2 i 10:3) i rezonanci tri tela sa Jupiterom i Saturnom ili sa Jupiterom i Marsom (Morbidelli & Nesvorný 1999).

2.6.5 Glavni asteroidni pojas

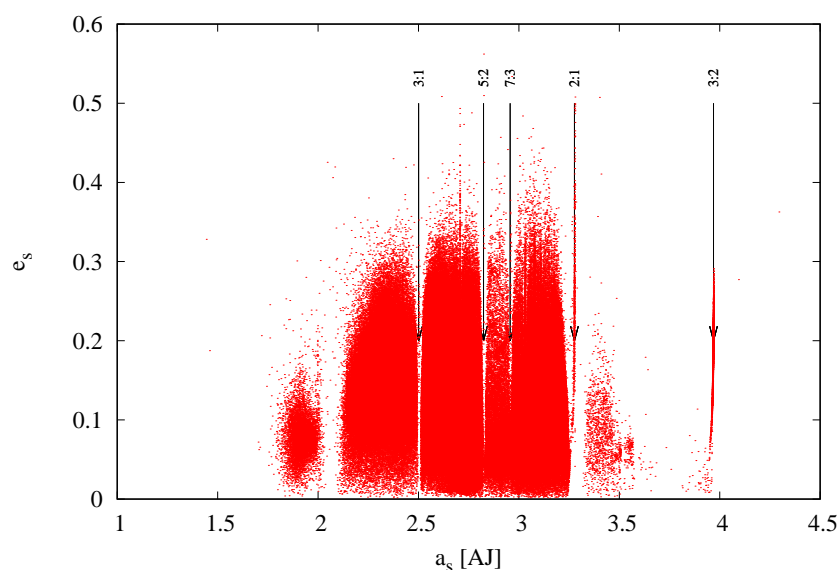
Asteroidi Glavnog asteroidnog pojasa su otkriveni na samom početku XIX veka (videti poglavlje 2.2) i predstavljaju većinu asteroida Sunčevog sistema. GAP leži između orbita Marsa i Jupitera i ceo Sunčev sistem deli na unutrašnji i spoljašnji (slika 10). Pojas asteroida se prostire između 1.7 i 4.0 AJ (slika 3 i slika 11). Njegov najgušći deo GAP (2.1–3.3 AJ) se deli na tri zone. Zona I (unutrašnja) se prostire od 2.1 do 2.5 AJ, zona II (središnja) od 2.5 do 2.8 AJ i zona III (spoljašnja) od 2.8 do 3.3 AJ.



Slika 10: Šematski prikaz asteroida Glavnog asteroidnog pojasa (Izvor: [http : /ase.tufts.edu/cosmos/print _images.asp?id = 36](http://ase.tufts.edu/cosmos/print_images.asp?id=36)).

Može se lako uočiti da najveći broj asteroida u GAP-u ima $e \approx 0.1$ i $i \approx 5^\circ$ (slika 3). U GAP-u postoje i praznine sa vrlo malo asteroida, Kirkvudove praznine²⁹, kao što su 3:1, 5:2, 7:3 i 2:1 sa Jupiterom (slika 11). Vidi se da na rastojanju 3.9 AJ (rezonanca 3:2) postoji određena koncentracija asteroida (slika 11).

²⁹Kirkvudove praznine je otkrio američki matematičar i astronom Danijel Kirkvud (*Daniel Kirkwood*) 1857. godine, što je 1866. godine bilo potvrđeno. To su mesta koja odgovaraju različitim odnosima orbitalnih perioda, tj. različitim RSK sa Jupiterom. Takve praznine nisu neophodno bez asteroida, ali su retko naseljeni.



Slika 11: Neke od Kirkvudovih praznina koje odgovaraju rezonancama sa Jupiterom, prikazane u ravni sintetičkih sopstvenih elemenata (a_s , e_s).

Za samo 26 asteroida³⁰ GAP-a je poznato da imaju prečnik veći od 200 km. Raspodela asteroida GAP-a prečnika manjeg od 1 km je nepoznata usled posmatračkih ograničenja. Za asteroide u GAP-u sa prečnicima većim od 1 km, iz raspodele veličina se procenjuje njihov broj na približno 700000 (optički *Sloan Digital Sky Survey*; Abazajian *et al.* 2004; Ivezić *et al.* 2001) do $(1.2 \pm 0.5) \times 1000000$ (dobijeno posmatranjem na infracrvenim talasnim dužinama na *Infrared Space Observatory*; Tedesco & Desert 2002). Ova velika razlika između optičkog i infracrvenog rezultata postoji, jer su optička posmatranja prilagođena za posmatranje asteroida sa visokim albedom (osvetljenost asteroida zavisi od albeda), dok infracrveni fluks je slabo zavistan od albeda. U Tedesco *et al.* (2005) broj asteroida GAP-a sa prečnikom većim od 1 km je procenjen na približno 2000000 što je više od prethodne procene u Tedesco & Desert (2002).

U GAP-u je najviše asteroida sačinjeno od ugljenika, metala i silikata³¹. Karbonatni asteroidi (bogati ugljenikom) dominiraju u spoljašnjoj zoni asteroidnog prstena. Silikatni asteroidi su tipični za unutrašnji deo prstena. Oni su sastavljeni od silikata, nekih metala i malog procenta ugljenika. Asteroidi bogati metalom čine mali deo populacije GAP-a i sastavljeni su od gvožđa, nikla i nekih silikatnih komponenti. Postoji hipoteza da oni vode poreklo od metalnih jezgara raspalih asteroida,

³⁰http://ssd.jpl.nasa.gov/sbdb_query.cgi.

³¹O taksonomiji asteroida videti poglavlje 2.7.1.

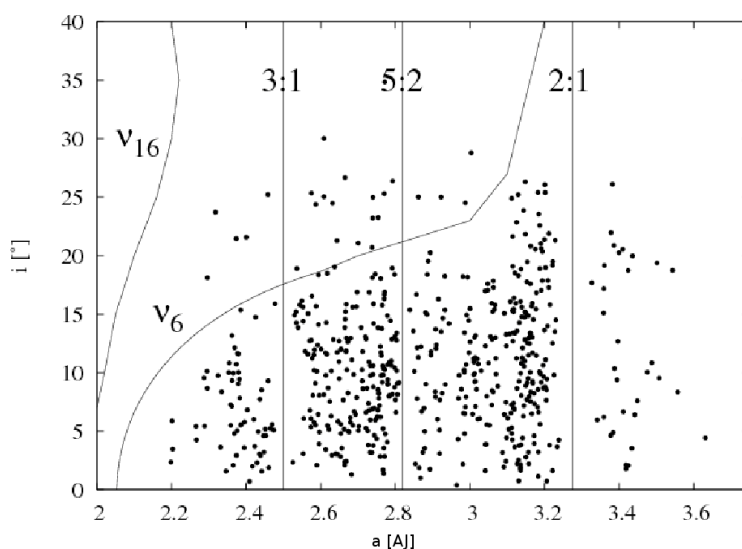
usled sudara. Postoje i relativno retki bazaltni asteroidi. Veruje se da ovi asteroidi u GAP-u potiču od asteroida Veste. Otkriće bazaltnih asteroida različitog hemijskog sastava pretpostavlja njihovo različito poreklo, na primer od različitih delova istog roditeljskog tela ili od različitih roditeljskih tela. U Moskovitz *et al.* (2008) su izračunali raspodelu velikih poluosa asteroida tipa Veste (*V* tip), iz kojih se videlo da je Vesta dala većinski doprinos postojanju bazaltnih asteroida u GAP-u, ali i druga potpuno ili delimično diferencirana tela, kao i rasejani planetezimali iz unutrašnjeg Sunčevog sistema ($a < 2$ AJ).

Dejvid Džuvit (*David Jewitt*) i Henri Sju (*Henry Hsieh*) su 2006. godine saopštili da asteroid (118401) Linear ima rep nalik repu komete (Hsieh & Jewitt 2006; Hsieh *et al.* 2011), a koji je bio posmatran 2005. godine. To je bio već treći asteroid GAP-a (sa približno kružnom orbitom) koji je pokazivao takvu aktivnost. Takvi asteroidi su nazvani aktivni asteroidi. Oni imaju omotač (komu) i rep nalik kometinom i izbacuju prašinu (Jewitt *et al.* 2015). Uzroci aktivnosti su brojni i raznoliki. Kod aktivnih asteroida postoji mogućnost da tanka kora može da zaštiti ledenu unutrašnjost, a zbog povremenih udara pri kojima se stvaraju rupe u asteroidu omogućeno je ledu da isparava (Jewitt *et al.* 2015). Druga, manje verovatna, mogućnost je da su tela nastala van GAP-a i potom su bila ubačena na njihove sadašnje orbite. Potencijalni uzroci aktivnosti mogu biti nestabilnost u rotaciji, promena pritiska zračenja i elektrostatičko odbijanje. Naučni interes ispitivanja aktivnih asteroida leži u otvaranju novih vrata za direktno proučavanje raspada asteroida i leda na asteroidima.

GAP je nastao dinamično, kao region u proto–planetarnom disku gde su planetezimali pobuđeni Jupiterom imali prevelike brzine da bi se nagomilali i formirali su samo nekoliko objekata (Petit *et al.* 2001). Za vreme migracije planeta, značajan broj ledom bogatih objekata iz spoljašnje oblasti Sunčevog sistema su mogli biti ubačeni u GAP kao rezultat dinamičke interakcije sa Jupiterom (Levison *et al.* 2009). Od tada je GAP dobio složenu strukturu. Došlo je do postepenog smanjenja mase asteroidnog pojasa kako su objekti migrirali na orbite koje su poremećene zbog gasovitih džinova. Neki od objekata koji su ušli u unutrašnji deo Sunčevog sistema formirali su region ABZ-a (videti poglavlje 2.6.3 za detaljnije objašnjenje). Trećina asteroida u GAP-u su članovi kolizionih familija, ostaci velikih objekata koji su se raspali relativno skoro u Sunčevom sistemu (Nesvorný *et al.* 2005).

Položaj i oblik unutrašnje ivice GAP-a (slika 12) su rezultat sekularne rezo-

nance³² ν_6 (Williams & Faulkner 1981). U ovom slučaju je frekvencija longitude perihela $\bar{\omega}$ orbite asteroida samerljiva sa frekvencijom longitude perihela Saturnove orbite, tj. $g = g_6$ (ili $\nu_6 = g - g_6$, gde 6 označava šestu planetu – Saturn). Efekat ove rezonance brzo opada sa udaljavanjem od prikazane krive. Inače, ova rezonanca je veoma jaka i može da uveća ekscentricitet orbite asteroida u ovom regionu (Morbidelli *et al.* 2002). To povećanje ekscentriciteta je dovoljno veliko da ovi asteroidi mogu da dospeju do orbita planeta. Srednje vreme života asteroida u ν_6 je oko 2 Mgod, nakon čega oko 80% asteroida udari u Sunce i oko 12% odu na hiperbolične orbite usled bliskog prilaza Jupiteru (Gladman *et al.* 1997).



Slika 12: Sekularne rezonance ν_6 i ν_{16} u ravni (a, i) asteroidnog prstena za asteroide sa apsolutnom magnitudom $H < 9.7$ (Izvor: Morbidelli *et al.* 2010).

Williams (1971) je numerički pokazao da se glavne sekularne rezonance u Sunčevom sistemu, ν_5 , ν_6 i $\nu_{16} = s - s_6$, gde je s frekvencija longitude uzlaznog čvora, Ω , asteroida i s_6 frekvencija longitude uzlaznog čvora Saturna, nalaze relativno međusobno blizu (slike 8 i 12). Posebno, regioni oko ν_6 i ν_{16} su skoro prazni. Takođe, rezonanca 4:1 između Jupitera i asteroida se nalazi na 2.06 AJ, gde su ν_6 i ν_{16} najbliže. Williams (1973a, 1973b) je naglasio izuzetan značaj sekularnih rezonanci za transport iz GAP-a, jer ekscentricitet u sekularnoj rezonanci može dostići visoku vrednost. Takođe, rezonanca ν_{16} uzrokuje velike varijacije u orbitalnom nagibu, čime može da se objasni visoki nagib Apolo i Amor asteroida.

Veoma je bitno reći da se o dinamičkoj strukturi GAP-a može saznati i iz sop-

³²O sekularnim rezonancama biće dat detaljan opis u poglavlju 4.2.

stvenih elemenata asteroida. Ovi elementi se mogu dobiti iz teorije poremećaja. Kao što smo već rekli, najnapredniju teoriju ove vrste su dali Milani & Knežević (1990) i njome su izračunali sopstvene elemente za 4100 numerisana asteroida. Njihovi sopstveni elementi su se pokazali dovoljno dobrim za identifikaciju familija asteroida. Ovim računom je kasnije značajno poboljšana tačnost sopstvenih elemenata kod asteroida sa niskim i srednjim nagibima i ekscentricitetima u GAP-u (Milani & Knežević 1994). U malom procentu slučajeva, tačnost računanja sopstvenih elemenata je bila poremećena rezonancama u srednjem kretanju i sekularnim rezonancama. Spisak takvih rezonanci je dopunjen i predstavljen u Milani & Knežević (1994), čime je tada dobijena detaljna mapa dinamičke strukture asteroidnog pojasa. Milani & Knežević (1994) su ispitali i dinamiku devet sekularnih rezonanci visokog reda koje do tada nisu bile poznate. Ispitali su dugoperiodičnu dinamiku nekih od ovih sekularnih rezonanci i otkrili su velike oscilacije ekscentriciteta kod asteroida koji su bili pod uticajem jedne ili više rezonanci. Pokazali su geometriju sekularnih rezonanci u prostoru sopstvenih elemenata i njihovu vezu sa raspodelom asteroida i sa najistaknutijim familijama asteroida (za detalje videti sliku 7 u Milani & Knežević (1994)).

2.6.6 Poreklo i dinamika asteroida u Glavnom asteroidnom pojasu

Proučavanje asteroida je značajno radi odgonetanja dinamičke i sudarne evolucije samog pojasa asteroida. Veoma je značajno proučavanje asteroida i sa jednog drugog aspekta. Često se kaže da svaki model evolucije Sunčevog sistema mora biti potvrđen u asteroidnom pojasu. Odnosno, svaka teorija o evoluciji našeg planetarnog sistema mora biti u saglasnosti sa onim što o tom pojasu znamo. U početku se mislilo da je asteroidni pojas nastao od ostataka velike planete za koju se pretpostavljalo da je zauzimala region između Marsa i Jupitera. Ovu teoriju je Vilijamu Heršelu (*William Herschel*) predložio Hajnrih Olbbers (*Heinrich Olbers*) kao moguće objašnjenje za postojanje Ceresa i Palasa. Kasnije, ova hipoteza se pokazala pogrešnom.

Iako su asteroidi i Zemlja imali različite evolucione puteve, formirani su istim fizičkim procesima i dele zajedničko poreklo. Asteroidni pojas predstavlja posebni izazov za razumevanje formiranja zemljolikih planeta zbog njegove male mase. Iz direktnih izračunavanja masa najvećih asteroida i procene ukupne mase asteroid-

nog pojasa, zasnovane na ukupnom gravitacionom poremećaju koji utiče na Mars, u radovima (Krasinsky *et al.* 2002; Somenzi *et al.* 2010; Kuchynka & Folkner 2013) je zaključeno da je njegova ukupna masa približno 4.5×10^{-4} Zemljinih masa. Ova vrednost je veoma niska u poređenju sa procenom mase koja je postojala u primarnom regionu asteroidnog pojasa (Weidenschilling 1977) koja je iznosila nekoliko masa Zemlje. Tako je sadašnja masa asteroidnog pojasa 1000 puta manja u odnosu na očekivanja. Moguće je istraživati gubljenje mase prvobitnog pojasa u skladu sa znanjem koje imamo o njegovoj sudarnoj evoluciji. Sudarna istorija asteroida je predmet rada Bottke *et al.* (2015b), a ovde će biti navedene najvažnije osobine pomenutog procesa. Prvo, strogo je naglašeno da ova razlika u masi ne može da proističe samo iz sudarne erozije. Drugo, gubitak mase asteroidnog pojasa se desio veoma davno. Jedan način da se usaglasi nekadašnji asteroidni pojas sa sadašnjim je uvođenje pretpostavke da su više od 99% asteroida imali orbite koje su ih odvele iz asteroidnog pojasa zauvek (otuda i gubljenje mase). Ovo bi značilo da ekscentriciteti i nagibi tela koja danas vidimo u GAP-u karakterišu ona čije su orbite bile najmanje ekscentrivane. Uzimajući u obzir ove pretpostavke i ograničenja, predloženo je nekoliko modela za opisivanje nastanka prvobitnog asteroidnog pojasa i raspored planeta u našem planetarnom sistemu. Ovde ćemo samo nabrojati modele evolucije Sunčevog sistema: Rani modeli, Vederilov model (*Wetherill's model*), Model Velike promene pravca (*Grand Tack model*), Nica Model (*Nice Model*), Nica 2 Model i Period nakon nestabilnosti džinovskih planeta.

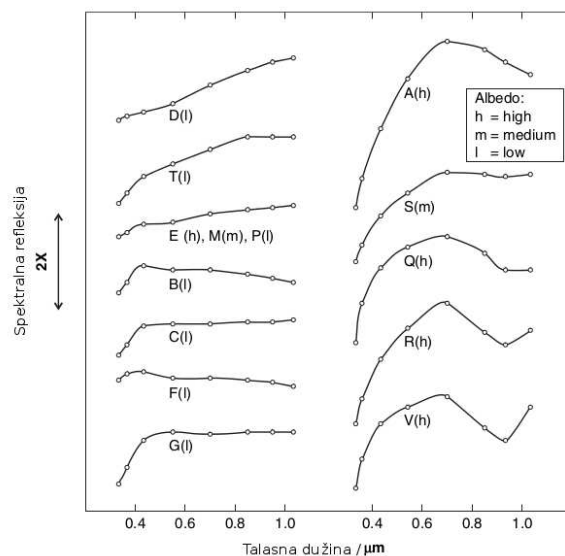
2.7 Fizičke, hemijske i dinamičke osobine asteroida

Studije fizičkih i hemijskih osobina asteroida su od osnovnog značaja za razumevanje porekla, evolucije i sastava Sunčevog sistema. Sadašnje znanje o osobinama asteroida potiče iz brojnih izvora. Do nedavno se o većini asteroida skoro ništa nije znalo, osim o njihovoj apsolutnoj vizuelnoj magnitudi i orbitalnim parametrima. Podaci dobijeni iz svemirskih misija kao i iz brojnih posmatračkih programa su nam omogućili nova saznanja o fizičkim i hemijskim osobinama asteroida. Sada znamo da su asteroidi podvrgnuti različitim procesima i da se veoma razlikuju po veličini, obliku, sastavu i svojstvima rotacije.

2.7.1 Taksonomija

Sa porastom heliocentričnog rastojanja se smenjuju spektralni tipovi asteroida od *S* preko *C* do *D* (Zellner *et al.* 1985). Različiti tipovi taksonomskih sistema su korišćeni u cilju opisivanja refleksionih osobina posmatranih asteroida i povezivanja sa analognim meteoritima. Većina našeg znanja o sastavu asteroida potiče upravo iz analize meteorita u laboratorijama (Burbine *et al.* 2002a). Optička i blisko-infracrvena spektroskopija nam daju informacije o strukturi asteroida, upoređujući spektre različitih asteroida da bi se identifikovali zajednički spektralni tipovi sa laboratorijskim spektrom meteorita. Dok se taksonomska klasifikacija oslanja uglavnom na spektroskopska ili spektrofotometrijska posmatranja, može se izvesti i iz merenja albeda (samo za dva osnovna tipa *C* i *S*). Postoje nekoliko šema za klasifikaciju i veliki broj taksonomskih klasa koje su bile predložene. Danas su najčešće u upotrebi sistemi opisani u Tholen (1984) i Bus & Binzel (2002).

Prvi korak u određivanju sastava asteroida je korišćenje posmatračkih podataka u cilju klasifikovanja asteroida u različite klase. Ovo čini problem lakšim, jer ako se može dobiti površinska struktura jednog člana klase, onda je ona verovatno slična ostalim članovima klase. Šema koja će ovde biti izložena je klasifikacija američkog astronoma David J. Tolena (Tholen 1984, 1989). Ovo je široko korišćena klasifikacija, na koju se oslanjaju novije klasifikacije. Zasnovana je na 8 uskih intervala talasnih dužina u opsegu od 0.3 do 1.1 μm , i na geometrijskom albedu. Na slici 13 je prikazan srednji reflektujući spektar svake klase (ukupno 14 klasa) i indikator albeda (visoki-h, srednji-m i niski-l).



Slika 13: Reflektujući spektar i geometrijski albedo za 14 Tolenovih klasa asteroida. Primitimo da su spektri međusobno vertikalno pomereni za proizvoljne vrednosti (Izvor: Jones 2007).

Većina asteroida pripada jednoj od nekoliko sledećih osnovnih klasa koje su dobile mnemonička imena.

Članovi klase **C** imaju nizak geometrijski albedo najčešće u intervalu 2–7%, jer imaju veoma tamnu boju. Ceres pripada klasi **C** sa albedom 7.3% (Millis *et al.* 1987). Klasa **C**, prema spektru i albedu, konzistentna je sa kompozicijom ugljeničnih hondrita koji sadrže silikate pomešane sa hidratizanim mineralima i sa malom količinom legure gvožđa i nikla, ugljenika i organskih sastojaka. Ugljenik i organski sastojci su većinski odgovorni za nizak albedo klase **C**. Asteroidi ove klase se nalaze uglavnom u srednjem i spoljašnjem delu Glavnog pojasa. Oni su dominantna klasa u GAP-u (Zellner 1979, DeMeo *et al.* 2015).

S klasa asteroida ima viši albedo najčešće sa vrednošću oko 12–25%. **S** tip asteroida sadrži mešavinu sličnu leguri gvožđa i nikla sa značajnim udelom silikata. Ovaj tip asteroida pokazuje spektralne karakteristike silikatnog sastava sličnog kamenim meteoritima. Oni dominiraju u unutrašnjem delu GAP-a (Gradie *et al.* 1989, DeMeo *et al.* 2015). Na uzorku koji je sadržao oko 300 ABZ-a, više od 50% asteroida je pripadalo **S** klasi (Binzel *et al.* 2002).

X (ili **EMP**) klasi pripada većina preostalih asteroida koja ima bezlični spektar na optičkim talasnim dužinama. Proučavanje sastava i spektralnih osobina asteroida **X** tipa je veoma aktivno polje istraživanja. Postoje tri različite grupe **X** tipa koje se razlikuju prema albedu. Klasa **E** ima visoki albedo, $p_V > 0.3$. Tipični predstavnici

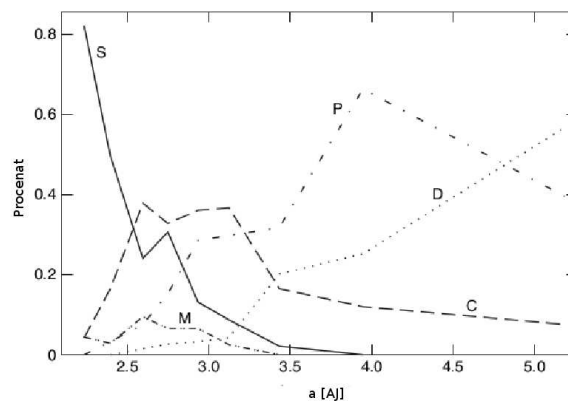
ove grupe su asteroidi Hungarija familije (Ćuk *et al.* 2014). Klasa *M* ima prosečni albedo, $0.1 < p_V < 0.2$. Grupa *M* ima prvenstveno legure gvožđa sa nekoliko procenta nikla, pomešano sa malo silikata. Neki od njih su zato povezani sa gvozdenim meteoritima, dok drugi nemaju metale. Asteroidi tipa *P* imaju veoma nizak albedo, $p_V < 0.1$. Za *P* tip asteroida se veruje da je sastavljen od silikata i nije poznata analogija sa meteoritima. Veoma su zastupljeni među Jupiterovim Trojancima.

Manje zastupljeni asteroidi *Q* tipa imaju albedo srednje vrednosti 0.21. Oni su relativno retki u unutrašnjem asteroidnom prstenu (DeMeo *et al.* 2009). Njihov spektar je sličan spektru *S* tipa, sa prisustvom metala.

Klasa *D* je malo zastupljena i liči na klasu *C* sa vrednošću albeda 0.04. Za neke *D* i *P* tip asteroide među ABZ se veruje da su ugašena jezgra kometa (u zavisnosti od njihovih orbitalnih karakteristika). Asterodi *D* tipa su pronađeni u spoljašnjem asteroidnom pojasu. Mali broj Trojanaca, koji su klasifikovani, pripada većinom tamnom *D* tipu. Sastoje se pretežno od organskih silikata i ugljenika. Prema Nica modelu³³ asteroidi *D* tipa moguće je da vode poreklo iz Kajperovog pojasa³⁴ (McKinnon 2008). Asteroidi *P* i *D* tipa su najviše zastupljeni u spoljašnjem delu GAP-a (Binzel *et al.* 2002).

Ostale Tolenove klase sadrže vrlo mali broj članova, pa ih ovde nećemo spomenuti detaljnije.

Slika 14 prikazuje raspodelu sa heliocentričnim rastojanjem pet najbrojnijih klasa asteroida. Jasno je da se raspodele razlikuju od jedne do druge klase.



Slika 14: Raspodela u asteroidnom pojasu pet najbrojnijih klasa asteroida (Izvor: Jones 2007).

I pored činjenice da je Tolenova taksonomija predstavljala ogroman korak na-

³³Nica model opisuje fazu nestabilnosti džinovskih planeta i njen posledični uticaj na asteroidni pojas.

³⁴Edžvort–Kajperov pojas objekata se nalazi na udaljenosti od 30 AJ do 50 AJ od Sunca.

pred i da je masovno korišćena, dalji napredak tehnike i gomilanje posmatračkih podataka doveli su do još bolje klasifikacije. Noviju spektralnu klasifikaciju asteroida izvršili su Bus (1999) i Bus & Binzel (2002). Ova klasifikacija je detaljnija od Tolenove i bazirana je na boljim i obimnijim posmatračkim podacima, tako da se ona danas najviše koristi. U Busovoj klasifikaciji se polazi od tri velike klase S , C i X u koje su svrstani svi asteroidi, a zatim se ove velike klase dele na više malih podgrupa kojima se preciznije definišu spektralne karakteristike objekata. U Bus-DeMeo taksonomiji (DeMeo *et al.* 2009) postoji 25 klasa zasnovanih na analizi glavnih komponenata vidljivog i blisko-infracrvenog spektra sa talasnim dužinama od 0.45 do 2.45 μm . Ova klasifikacija je uključila infracrveni deo spektra što je omogućilo preciznije karakterisanje asteroida. Nova klasifikacija je zadržala skoro u potpunosti klase definisane u Bus (1999) a pojavila se samo jedna nova klasa.

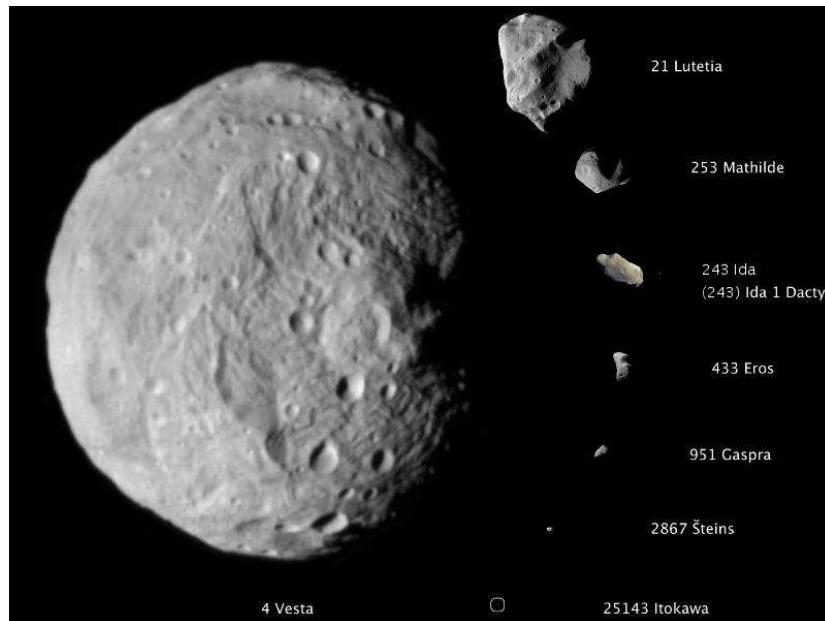
Mešavine silikata, gvožđa i nikla dominiraju u unutrašnjem pojasu (klasa S), a materijali od ugljenika i hidratisani minerali preovlađuju kako rastojanje od Sunca raste (klase C , P , D). Jedno objašnjenje ove situacije bi moglo da bude da su se materijali u spoljašnjem pojasu formirali tu, gde je niža temperatura uticala na kondenzaciju isparljivih supstanci, kao što su materijali od ugljenika i hidratisani minerali. U toplijem unutrašnjem pojasu ovaj proces nije bio moguć, pa zato ima samo legura silikata, gvožđa i nikla. Zagrevanje asteroida od strane Sunca opada sa heliocentričnim rastojanjem, pa asteroidi u unutrašnjem asteroidnom pojasu mogu biti zagrevani više nego u spoljašnjem pojasu. Ovo objašnjenje pretpostavlja, međutim, nekadašnje postojanje samo ograničene migracije različitih klasa preko asteroidnog pojasa.

2.7.2 Veličina i albedo

Prečnici i albeda asteroida su značajni za određivanje starosti familija asteroida i pripadnosti asteroida određenoj familiji. Imaju značajnu ulogu i u razumevanju koji izvori među asteroidima GAP-a i kometama su najverovatnije proizveli asteroide bliske Zemlji.

Veličina je jedna od osnovnih fizičkih osobina asteroida. Kao što je poznato iz posmatranja, veličina asteroida varira, najčešće od nekoliko stotina metara do nekoliko stotina kilometara u prečniku (slika 15). Najveći asteroidi su (4) Vesta prečnika 578 km, (2) Palas prečnika 570 km, (10) Higija 530 km itd. Asteroidi

su previše mali i previše daleko od Zemlje da bi se razlikovali od svetle tačke na nebu. Samo u retkim slučajevima (neki pripadnici ABZ-a) veličine asteroida se mogu proceniti iz direktnog merenja sa Habi svemirskog teleskopa (Li *et al.* 2010) ili sa moćnih teleskopa na Zemlji koji su opremljeni adaptivnom optikom (Drummond *et al.* 2009). Ostali metodi za određivanje veličine asteroida uključuju radarska posmatranja (Ostro *et al.* 2002).



Slika 15: Asteroidi različitih veličina (Izvor: Russell *et al.* 2012).

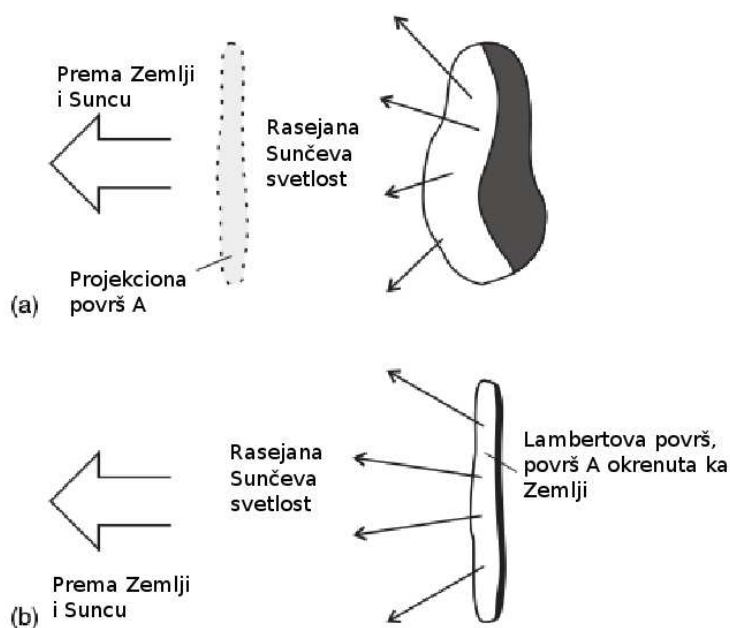
Veličine većine asteroida se mogu dobiti indirektnim merenjima. Jedan indirektnan način izračunavanja veličine asteroida je iz posmatranja zvezdanih okultacija (Đurech *et al.* 2011). Iz brzine i vremena za koje asteroid blokira svetlost zvezde, dobija se prečnik asteroida.

Za većinu asteroida su samo optički fotometrijski podaci dostupni, obično iz astrometrijskih merenja sa ograničenom fotometrijskom tačnošću. Količina reflektovane svetlosti je proporcionalna refleksionoj površini i albedu, na osnovu čega mogu da se izvuku grubi zaključci o veličini asteroida. Jedna važna veličina je apsolutna optička magnituda, H , koja se definiše kao vizuelna magnituda korigovana za heliocentrično i posmatračevo rastojanje na 1 AJ i za fazni ugao (ugao koji gradi pravac asteroid–Zemlja sa pravcem asteroid–Sunce) od 0° (Bowell *et al.* 1989). Apsolutna magnituda H je u vezi sa prečnikom D i geometrijskim albedom³⁵ p_V (Fowler &

³⁵Albedo je bezdimenzioni koeficijent kojim se određuje refleksiona sposobnost površine. Uzima vrednosti od nule za površine bez refleksije (savršeno crna tela) do jedan za potpunu refleksiju belih površina. To

Chillemi 1992) $D = 10^{-H/5} \frac{1329}{\sqrt{p_V}}$ km. Vrednost p_V zavisi od sastava i strukture površine, pa asteroidi različitih veličina i na istom rastojanju od posmatrača mogu da imaju isti prividni sjaj pri optičkim posmatranjima. Veličina p_V za asteroide uzima približno vrednosti iz širokog intervala (0.02, 0.6). Zbog toga se na ovaj način prečnici asteroida mogu samo grubo proceniti.

Drugi indirektan metod zavisi od merenja gustine fluksa reflektovane sunčeve svetlosti koju primamo sa tela. Gustina fluksa F je opšti pojam definisan kao jačina elektromagnetnog zračenja po jedinici apsorbujuće površine. Ako su intervali zračenja uski, brojni i blizu jedan drugom, onda se gustina fluksa meri spektrometrijom. Ako intervali ne ispunjavaju prethodne uslove, merenje koje se koristi je fotometrija. U našem slučaju apsorbujuća površina biće normalna na pravac ka asteroidu i F će se prostirati po talasnim dužinama celog Sunčevog spektra. Pretpostavimo da se asteroid nalazi u opoziciji, pa su Sunce, Zemlja i asteroid na približno pravoj liniji. U ovakvom slučaju asteroid viđen sa Zemlje ima nulti fazni ugao i odgovarajuća gustina fluksa se označava sa $F_r(0)$ (slika 16a).



Slika 16: a) Asteroid u opoziciji, b) Ravna Lambertova površina, jednaka refleksionoj površini asteroida (Izvor: Jones 2007).

znači da albedo uključuje i difuzno i refleksiono zračenje objekta. Ima nekoliko vrsta albeda. U astronomiji se najčešće koriste geometrijski (odnos stvarne osvetljenosti nebeskog tela i idealizovane ravne potpuno reflektujuće površi istih dimenzija kao izvor) i Bond (deo ukupnog elektromagnetnog zračenja nebeskog tela koje je reflektovano nazad u svemir) albedo.

Može se pokazati da važi $F_r(0) = kp_V A$, gde je k koeficijent koji je poznat za dati asteroid, A je refleksiona površina asteroida upravna na naš pravac posmatranja (slika 16a) i p_V je geometrijski albedo. Ovaj je odnos $F_r(0)/F_L(0)$, gde je $F_L(0)$ gustina fluksa koju bi mogli da primimo od ravne Lambertove (*Lambertian*) površine normalne na pravac ka Suncu i Zemlji, jednak refleksionoj površini asteroida (slika 16b). Lambertova površina je savršeno difuzna (suprotno ogledalu) i reflektuje 100% zračenja. Ako znamo p_V i ako imamo iz merenja $F_r(0)$, onda A možemo da dobijemo iz gornje jednačine i potom možemo da procenimo srednji prečnik.

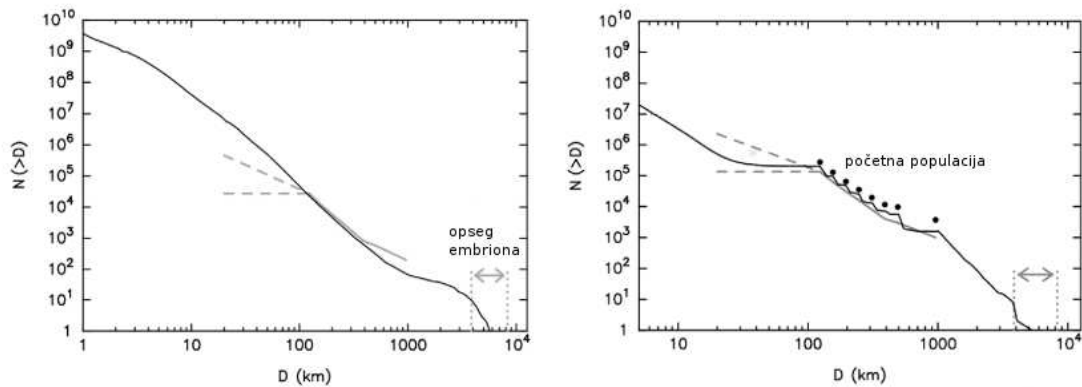
Posmatrana raspodela veličina asteroida u GAP-u pokazuje veoma strmi nagib za tela sa prečnikom većim od 100 km i mnogo blaži nagib za manja tela (Bottke *et al.* 2005b). Slična promena nagiba sa prevojem za prečnike približne 130 km je posmatrana u Kajperovom pojasu (Fraser *et al.* 2014). Bilo je očekivano da je prelaz od strmog ka blažem nagibu posledica raspada usled sudara malih tela. Bottke *et al.* (2005b) su došli do suprotnog zaključka ispitivajući sudarnu evoluciju u GAP-u do detalja. Oni su koristili brojna ograničenja (kao što je ukupan broj sudarnih familija asteroida) u njihovom kolizionom evolucionom modelu. Ako se pretpostavi da početna raspodela veličine asteroida GAP-a ima jedinstveni nagib (posmatrani nagib za $D > 100$ km), tako ograničena sudarna evolucija nije dovoljna da redukuje nagib raspodele veličina objekata manjih od 100 km sve do posmatranih vrednosti tj. da napravi posmatrani prelom. Zato, Bottke *et al.* (2005b) su zaključili da prelom na $D \approx 100$ km predstavlja rezultat originalne raspodele veličina. Ipak, modeli sugerišu da sama sudarna evolucija ne može da stvori prelom za prečnike veće od 80 km (Pan & Sari 2005), što je značajno manje od 100 km.

Morbidelli *et al.* (2009) nisu dobili prelom na $D \approx 100$ km u asteroidnom pojasu u simulaciji sudara počevši sa populacijom malih planetezimala (slika 17). Imajući u vidu nove modele formiranja velikih planetezimala (Johansen *et al.* 2007; Cuzzi *et al.* 2008), predložili su da je 100 km bio minimalni prečnik originalnih planetezimala. Štaviše, nisu mogli da naprave trenutni nagib za $D > 100$ km uzajamnim sudarima između asteroida veličine 100 km. Morbidelli *et al.* (2009) su zaključili da su ovi veliki planetezimali bili rođeni sa sličnim nagibom. Takođe, novi rezultati sugerišu da se trenutna raspodela po veličinama može proizvesti razmatrajući slepljivanje čestica u planetezimale veličine 100 km za vreme gasovite faze diska, proces koji nije razmatran u Morbidelli *et al.* (2009) (Lambrechts & Johansen 2012).

Weidenschilling (2011) je uspeo da proizvede prelom na $D \approx 100$ km u asteroidnom pojasu iz simulacija sudarne koagulacije počevši od objekata prečnika od 50 – 200 m. Zbog male veličine objekata disk generalno ostaje dinamički hladan,

mada orbite manjih objekata postaju blago eksčitovane. Zbog većih relativnih brzina a manjeg Hilovog poluprečnika³⁶, manji objekti rastu sporije od većih. Stoga, u simulacijama Weidenschilling-a (2011), javlja se prelom u raspodeli po veličinama na $D \approx 100$ km, koji je prouzrokovan različitim brzinama akrecije manjih i većih planetezimala. Ovde treba imati u vidu da svako dinamičko mešanje populacija, kao što je ono uzrokovano turbulencijom gasa u disku, dovodi do prekida ovog procesa. Ipak, rezultati dobijeni u radu Weidenschilling (2011) ukazuju da akrecija asteroida od početne populacije malih planetezimala, prečnika manjeg od 1 km, ne treba da bude isključena.

Ostala su i dalje otvorena najvažnija pitanja o početnim veličinama asteroida: o poreklu oštarih razlika u veličini asteroida iza preloma na 100 km i da li su se asteroidi formirali kao mali, srednje veličine ili veliki.



Slika 17: Crna linija predstavlja konačnu kumulativnu raspodelu veličina asteroida $N(>D)$, u funkciji prečnika asteroida D (Morbidelli *et al.* 2009). Ovi modeli koagulacije su počeli ili sa planetezimalima veličine kilometra (levi grafik) ili sa početnom raspodelom koja prati trenutnu (posmatranu) raspodelu veličina asteroida između 100 i 1000 km u prečniku (desni grafik). Siva linija pokazuje trenutnu raspodelu veličina asteroida većih od 100 km u prečniku. Model sa malim planetezimalima prekomerno proizvodi asteroide manje od 100 km u prečniku: gornja isprekidana linija predstavlja trenutnu raspodelu veličina malih asteroida dok donja isprekidana linija ukazuje na stroža ograničenja u raspodeli veličina usled akrecije u GAP-u (Izvor: Johansen *et al.* 2015).

O asteroidima se mnogo može saznati i iz podataka o albedu. Pored mogućnosti da se proceni veličina ovih objekata, albedo daje značajne informacije i o njihovom

³⁶Hilov poluprečnik je dat formulom $R_H = a_p(m_p/3)^{1/3}$, gde je m_p masa planete relativna u odnosu na masu Sunca i a_p je velika poluosa planete.

sastavu. Pronađeno je da su asteroidi GAP-a tamniji sa porastom heliocentričnog rastojanja (Masiero *et al.* 2011). Metode za izračunavanje albeda asteroida uključuju osim proučavanja svetlosti i polarizaciju reflektovane svetlosti kao funkciju faznog ugla (Muinonen *et al.* 2002). Albeda i prečnici izračunati iz posmatranja u infracrvenom domenu su se pokazali korisnim za izučavanje raznovrsne strukture asteroida u GAP-u. WISE/NEOWISE³⁷ (Wright *et al.* 2010; Masiero *et al.* 2011) misija je izmerila prečnike 129750 asteroida. Time je omogućeno računanje njihovih geometrijskih vizuelnih albeda p_V iz jednačine $D = 1329 \times 10^{-H/5} / \sqrt{p_V}$. Koristeći ove podatke, istražili su raspodelu albeda i prečnika u GAP-u. Detektovali su promenu prosečne vrednosti albeda upoređujući unutrašnji, srednji i spoljašnji deo GAP-a i potvrdili da je raspodela albeda u svakom regionu bimodalna (dvostruka Gausova raspodela): svetli ($p_V \approx 0.25$) i tamni kompleks ($p_V \approx 0.06$).

U Usui *et al.* (2013) je predstavljena analiza osobina albeda asteroida GAP-a detektovanih satelitom za posmatranje u infracrvenom opsegu AKARI. AKARI je istražio više od 96% neba od 2006. do 2007. godine (Murakami *et al.* 2007). Napravili su katalog za 5120 posmatranih asteroida uključujući njihove veličine i albeda. Katalog sadrži kompletne podatke za asteroide sa apsolutnom magnitudom $H < 10.3$, što odgovara prečnicima većim od 20 km. U ovom radu je potvrđeno da je raspodela albeda asteroida Glavnog pojasa bimodalna, što se već pokazalo iz prethodnih posmatranja. Ovde se bimodalna raspodela ne ogleda samo u ukupnoj populaciji, nego zasebno i u unutrašnjim, središnjim i spoljašnjim regionima Glavnog pojasa. Bimodalna raspodela svake grupe sadrži asteroide *C* tipa sa niskim albedom i *S* tipa sa visokim albedom. Pronašli su da mali asteroidi imaju veću raznolikost u albedu od velikih asteroida. Srednji albedo cele populacije opada sa porastom velike poluose, što se može objasniti procentom zastupljenosti taksonomskih klasa. Procenat tamnih asteroida (*C* i *D* tipa) raste, dok svetlih asteroida (*S* tipa) opada sa porastom heliocentričnog rastojanja. Svi podaci iz WISE misije su dostupni u arhivi NASA *Infrared Science Archive*³⁸. Podaci iz NEOWISE se objavljuju godišnje počevši od 2015. godine. Osim ove misije, AKARI, Spicer (*Spitzer*) i Heršel (*Herschel*) su značajno uvećale broj malih planeta i asteroida sa dobro izračunatim prečnicima i albedom. Rezultati dobijeni u ovim misijama su međusobno u saglasnosti.

³⁷Wide-Field Infrared Survey Explorer, <http://irsa.ipac.caltech.edu/Missions/wise.html>.

³⁸<http://irsa.ipac.caltech.edu/Missions/wise.html>.

2.7.3 Oblik

Pošto je većina asteroida rezultat sudara, njihovi oblici uglavnom nisu sferni, već nepravilni. Veliki asteroidi i patuljaste planete su skoro sferna tela od nekoliko stotina kilometara u poluprečniku. Za asteroid napravljen od silikata i gvožđa, kritični poluprečnik³⁹ je oko 300 km. Kod najvećih asteroida, Palas, Vesta i Higija, oblici su ostali relativno blizu sferi (ili elipsoidu). Ovakav oblik posledica je velike mase tih asteroida, jer je u procesu formiranja njihova gravitacija bila dovoljno snažna da ih oblikuje u sferu. Velika odstupanja od sfernog oblika su prisutna kod asteroida malih veličina. Oni imaju najrazličitije nepravilne oblike poput kamenja koje nalazimo u prirodi. Zato reč poluprečnik kod asteroida ima značenje prosečnog rastojanja od centra do površine asteroida.

Zaključak o obliku nekog asteroida se najčešće donosi prema promeni njegovog sjaja. Razumljivo je da telo sfernog oblika reflektuje uvek istu količinu svetlosti, ako se izuzme to što za posmatrača sa Zemlje nebeska tela koja kruže oko Sunca ulaze u svoje faze. Brže i izraženije promene sjaja nekog asteroida govore o njegovom nepravilnom obliku. Slika 18 prikazuje tipične asteroide GAP-a na istoj skali, slikane sa prolazeće letelice. Vidljivi deo Matilde je veličine 59×47 km. Veliki krater u centru asteroida Matilde, tri manja i mnogo malih kratera ukazuju na istoriju teškog bombardovanja, što je načinilo od nekih asteroida – familije asteroida.



Slika 18: Tri asteroida GAP-a: Matilde, Gaspra i Ida (Izvor: Dymock 2010).

Za asteroide, kao što su Ganimed i Eros, dva najveća ABZ-a, prelomi i zrna-

³⁹Kritični poluprečnik nastaje kada se spoljašnja sila, kao što je gravitacija, izjednači sa unutrašnjom silom. Kritični poluprečnik kod čvrstih tela nastaje kada je telo savladano sopstvenom gravitacijom svedeno na sferni oblik sa minimumom potencijalne energije.

sta struktura unutrašnjosti asteroida određuju njihove ovalne oblike i otpornost na udar. Ovakvi objekti se najčešće označavaju imenom “krš na gomili” (Harris 1996). Nepravilni oblici se očekuju kao rezultat fragmentacije nakon sudara, mada u nekim slučajevima mali asteroid može da ima nepravilni oblik od samog nastanka. Jedan oblik koji veoma odstupa od sfernog je oblik “kosti” $217 \times 94 \times 81$ km, koji ima asteroid (216) Kleopatra (Ostro *et al.* 2000).

Nekoliko asteroida imaju oblike određene direktno iz optičkih posmatranja. Hابل teleskop je napravio slike Ceresa na kojima je Ceres približno sfernog oblika sa ekvatorijalnim poluprečnikom od 487 km i polarnim poluprečnikom od 455 km, sa razlikom među njima od svega 30 km. Iz Don misije je dobijeno da je razmak između centra mase i geometrijskog centra Ceresa 1 ± 0.4 km, što može da se objasni postojanjem malih unutrašnjih nehomogenosti ili pomeranjem jezgra.

Nekoliko tehnika je do sada razvijeno za određivanje oblika asteroida. Najpouzdaniji metod je direktno slikanje asteroida svemirskim teleskopom (Li *et al.* 2010) ili velikim teleskopima na Zemlji sa adaptivnom optikom (Drummond *et al.* 2009). Radarska posmatranja (Ostro *et al.* 2002) i spekl-interferometrija⁴⁰ (Drummond *et al.* 1985) su takođe korisna za određivanje oblika, kao i pomračenja zvezda (Džurech *et al.* 2011). Primeri nekih oblika asteroida prikazani su na slici 19.



Slika 19: Različiti oblici asteroida (Izvor: Ostro *et al.* 2010).

⁴⁰Tehnika za generisanje jasne složene slike nebeskog objekta zamagljene atmosferskom turbulencijom u kojoj je veliki broj slika sa kratkom ekspozicijom matematički korelisano softverom.

2.7.4 Masa i gustina

Gustina asteroida je fundamentalna osobina za razumevanje njihovog unutrašnjeg sastava i građe. Određivanje gustina asteroida je povezano sa određivanjem njihovih masa i prečnika, pa su poznate za mali broj asteroida.

Ipak različite tipove asteroida karakterišu različite gustine, pa se na osnovu spektralnog tipa može odrediti od čega je asteroid sastavljen, a samim tim i proceniti njegovu gustina. Može se odrediti da li je telo kompaktno ili “krš na gomili”. Svaka strukturna klasifikacija daje različite uvide u formiranje i evoluciju asteroida.

Masa asteroida se klasično dobija iz analize njegovih gravitacionih efekata na orbitu najčešće drugog asteroida (poremećenog tela) tokom njihovog međusobnog bliskog prilaza, a otuda se računa gustina ako je poznat prečnik asteroida. Bliski prilazi Ceresu, Palasu, Vesti i Higiji omogućili su da se izračuna njihova gustina od približno $2.09 \pm 0.05 \text{ g cm}^{-3}$, $2.70 \pm 0.34 \text{ g cm}^{-3}$, $3.42 \pm 0.20 \text{ g cm}^{-3}$, $2.56 \pm 0.76 \text{ g cm}^{-3}$ respektivno (Baer & Chesley 2008). Iz Don misije je dobijeno da je zapremina Ceresa $(434 \pm 1.5) \times 10^6 \text{ km}^3$ i gustina $2.162 \pm 0.008 \text{ g cm}^{-3}$ (Park *et al.* 2016). Gustina Ceresa je mnogo manja od gustine Meseca, što ukazuje na prisustvo leda.

Orbita Idinog satelita Daktila ukazuje na gustinu Ide jednaku $2.6 \pm 0.5 \text{ g cm}^{-3}$ (Belton *et al.* 1995). Iz NEAR (*Near Earth Asteroids Observations*) misije na Eros 2001. godine je dobijeno da je gustina Erosa $2.5 \pm 0.8 \text{ g cm}^{-3}$. Itokavu je obišla japanska letelica Hajabusa 2005. godine i dobijena je gustina asteroida 2.5 g cm^{-3} . Ove gustine asteroida su konzistentne sa visokim sadržajem kamenitog materijala i svi, osim Veste, imaju nisku koncentraciju gvožđa. Na svojoj putanji NEAR je prošao pored Matilde i izračunao gustinu $1.3 \pm 0.2 \text{ g cm}^{-3}$, što se smatra niskom gustinom. Niska gustina bi mogla da bude zbog hidratiziranih supstanci u izobilju, ali analiza reflektovane svetlosti od površine ukazuje suprotno. Zato bi niska gustina mogla da ukazuje na visoku poroznost, koja je mogla da nastane zbog udara i kasnijeg sastavljanja. Visoka poroznost može da objasni kako je Matilde mogla da preživi velike udare koji su joj prouzrokovali mnogo kratera na površini, ali ne i njeno rasparčavanje. Niska gustina je takođe dobijena za asteroid (87) Silviju (*Sylvia*), koja ima dva mala satelita. Vrednost gustine je oko 1.2 g cm^{-3} što može da znači da je Silvija takođe usled udara postala krš na gomili, a njeni sateliti su fragmenti nastali posle udara.

U istraživanju koje je uključilo 40 malih tela Consolmagno *et al.* (2008) su naglasili 4 različite makroporoznosti. Makroporoznost odražava količinu pukotina u

unutrašnjosti asteroida. Najveći asteroidi su očigledno kompaktni bez ikakve makroporoznosti. Manje masivni asteroidi imaju 20% ili veću makroporoznost. Ovaj procenat je mnogo veći kod ledenih tela (komete i objekti na rubu Sunčevog sistema). Kod asteroida *C* tipa je veća makroporoznost nego kod asteroida *S* tipa. Kameni materijali dominiraju kod nekoliko ABZ-a i kod nekih asteroida u GAP-u, čije su gustine merene sa visokom preciznošću. U spoljašnjem asteroidnom pojasu i u populaciji Trojanaca, niske gustine ukazuju na značajni procenat leda i mali procenat stena.

Najveću masu imaju (1) Ceres, (4) Vesta, (2) Palas i (10) Higijsa. Njihova ukupna masa čini više od polovine mase GAP-a. Masa Ceresa je $4.75 \pm 0.03 \times 10^{-10}$, Veste $1.34 \pm 0.01 \times 10^{-10}$, Palasa $1.06 \pm 0.013 \times 10^{-10}$ i Higijsa $4.54 \pm 0.15 \times 10^{-11}$ mase Sunca (Baer & Chesley 2008). Dobijena vrednost za ukupnu masu GAP-a je $(12.25 \pm 0.19) \times 10^{-10}$ mase Sunca (Pitjeva & Pitjev 2015).

Znanje o masama asteroida je važno sa nekoliko aspekata. Kada se kombinuje sa poznatom zapreminom asteroida, dobija se gustina iz koje se dobijaju informacije o sastavu. Poznato je da veliki asteroidi uzrokuju značajne gravitacione poremećaje na kretanje mnogih drugih asteroida za vreme uzajamnih bliskih prilaza. U cilju preciznog predviđanja kretanja poremećajnih tela, potrebno je znati njihove tačne mase. Nekoliko asteroida imaju mase izmerene sa dovoljnom preciznošću (kao na primer Palas i Vesta). Jedan način za izračunavanje mase asteroida je merenje uzajamnih gravitacionih poremećaja usled bliskog prilaza (Hilton 2002; Mouret 2007). Masa može biti izračunata iz poremećaja u kretanju asteroida pored Marsa ili asteroida pored nekog masivnog asteroida, kada se detektuju promene u orbitalnim elementima poremećenog tela. Ovo uopšteno podrazumeva uticaj velikog masivnog asteroida na male asteroide. Sa velikom preciznošću kojom GAIA može da izračuna orbitu asteroida, mogu da se detektuju mali efekti koji utiču na orbitu, kao što su mali poremećaji usled bliskih prilaza. Jasno je da efekat može da se detektuje ako se astrometrijska posmatranja mogu dobiti neposredno pre ili posle bliskog prilaza. Pokazano je u Mouret (2007) da će GAIA izračunati masu oko 150 asteroida sa relativnom preciznošću boljom od 50%. Međutim, neki asteroidi će biti loše posmatrani u GAIA misiji ili će se susret sa njima desiti na početku ili na kraju misije (Hestroffer *et al.* 2010). U drugom slučaju, postojaće samo pola podataka što će biti beskorisno, pa će biti zanimljivo upotpuniti podatke sa dodatnim posmatranjima sa Zemlje. Zanimljivo je da drugi asteroidi na listi za posmatranje GAIA misije za računanje masa nemaju trenutno izračunate mase ili deluju kao velika poremećajna tela na Mars (Hestroffer *et al.* 2010). Uz pomoć posmatranja visoke rezolucije sa

Zemlje masa će biti dobijena sa visokom preciznošću za oko 60 asteroida, obuhvatajući mnoge taksonomske klase i omogućavajući testiranje veza između gustine i taksonomije. Poznato je da asteroidi sa strukturom “krš na gomili” imaju specijalnu poroznost čineći ovu vezu netrivialnom (Britt *et al.* 2002).

U Kuzmanoski *et al.* (2010) je predstavljena preračunata vrednost mase Veste (pre nego što je dobijena njena masa iz Don misije 2011. godine približno 2.59×10^{20} kg (Russell *et al.* 2012)), izračunata iz njenog najvećeg gravitacionog poremećaja na izabrane asteroide za vreme njihovih uzajamnih bliskih prilaza. U pomenutom radu je korišćen novi metod za računanje mase, koji je zasnovan na povezivanju posmatranja pre susreta sa orbitom dobijenom iz posmatranja posle susreta. Procenjena masa Veste je $(1.3 \pm 0.001) \times 10^{-10}$ mase Sunca.

Određivanje mase malih tela može biti podeljeno na tri kategorije u odnosu na gravitacione efekte koji se analiziraju.

Skretanje orbite za vreme bliskih prilaza. Masa malih tela je za nekoliko redova veličine manja od mase planeta. Asteroidi ipak mogu malo uticati na orbite drugih malih asteroida (Michalak 2001). Ovaj metod je široko korišćen. Netačnost od nekoliko procenata može biti dostignuta za najmasivnije asteroide (Zielenbach 2011).

Praćenje letelice. Doplerov pomak⁴¹ radio signala poslat sa letelice oko asteroida može biti upotrebljen za računanje orbite letelice ili njene promene za vreme prilaza. Ovi učestali pomaci su posledica gravitacionih poremećaja orbite letelice uzrokovani masom asteroida (Fujiwara *et al.* 2006). Mase asteroida (253) Matilda i (433) Eros određene su na osnovu njihovog gravitacionog uticaja na letelice koje su prošle blizu njih. Ovo je veoma precizna tehnika, sa netačnošću od samo nekoliko procenata.

Orbita satelita. Iz optičkih i radio slika komponenata sistema, njihova zajednička orbita se može izračunati i masa se može dobiti iz trećeg Keplerovog zakona (Fang *et al.* 2011). Na ovaj način su izračunate mase nekih objekata u spoljašnjem delu Sunčevog sistema (posmatranih Hابل svemirskim teleskopom ili velikim teleskopima na Zemlji), asteroida bliskih Zemlji (iz radarskih posmatranja) i asteroida GAP-a (sa svemirskih ili teleskopa na Zemlji ili spekl-interferometrije). Ovo je druga najpreciznija metoda sa greškom od 10–15%.

⁴¹Velicina promene talasne dužine je proporcionalna brzini relativnog kretanja izvora u odnosu na posmatrača. Ova pojava u opštem obliku se naziva Doplerov efekat. U svetlosti sa objekta koji se udaljava od nas, registrovaćemo izvesno pomeranje spektra ka njegovom crvenom delu, dok će objekat koji nam se približava, emitovati svetlost sa pomakom ka plavom delu spektra.

2.7.5 Parametri rotacije

Kod većine asteroida orijentacija ose rotacije i brzina rotacije su nepoznati. Na osnovu brzine rotacije se mogu doneti zaključci o njihovoj unutrašnjoj strukturi. Skoro svi asteroidi malog prečnika su čvrsta tela (monoliti), a asteroidi velikog prečnika mogu biti često i labavo vezana kolekcija fragmenata zvana “krš na gomili”. Veza između brzine rotacije i veličine asteroida nije još uvek konačno definisana.

Postoje dve dobro utvrđene tehnike za izračunavanje fizičkih modela oblika asteroida i rotacije sa posmatranjima sa Zemlje, kao što su fotometrijska posmatranja na optičkim dužinama (Kaasalainen *et al.* 2002) i radarska posmatranja (Ostro *et al.* 2002). Promene sjaja nekog asteroida govore o njegovom nepravilnom obliku. Telo sfernog oblika, koje se kreće po kružnoj putanji, reflektuje jednu istu količinu svetlosti, ako se izuzme to što za posmatrača sa Zemlje nebeska tela koja kruže oko Sunca imaju različite faze. Posmatranjem kratkoperiodičnih promena sjaja, pošto se one ponavljaju u jednakim ciklusima, može se odrediti brzina rotacije asteroida. Ako iznova može da se napravi slika asteroida, onda rotacioni period može da se izračuna direktno. Na primer, Habl teleskopom je ponavljanjem posmatranja utvrđen rotacioni period 9.075 h (Chamberlain *et al.* 2007).

Brzina rotacije asteroida se značajno razlikuje od objekta do objekta, u rasponu od samo nekoliko minuta do nekoliko nedelja. Najveći broj asteroida se okrene oko svoje ose za period od 2 do 13 časova. Rotacija asteroida većih od 40 km u prečniku ima približno Maksvelovu (*Maxwell*) raspodelu koja sugerise da su oni prvobitna tela u asteroidnom pojasu ili njihovi najveći ostaci nakon sudara (Pravec *et al.* 2002) sa srednjim rotacionim periodom oko 10 h (Harris & Pravec 2006). Manji asteroidi sve više odstupaju od Maksvelove raspodele sa smanjenjem veličine. Mali asteroidi sa prečnikom između 0.15 i 10 km pokazuju i sporu i brzu rotaciju (Pravec *et al.* 2002). Oni su nastali kao proizvod sudara i uglavnom imaju malu gustinu. Većina malih asteroida, manjih od 0.15 km, su brzrotirajuća tela. Postoji zanimljiva dihotomija u rotacionim brzinama asteroida: dok su periodi svih poznatih asteroida, većih od 1 km u prečniku, veći od 2.2 h, većina manjih objekata rotira brže, sa periodima rotacije od nekoliko minuta u ekstremnim slučajevima. Tako na primer, asteroid Ganimed ima prečnik 38.5 km i period rotacije 10.31 h, Eros ima prečnik 23.6 km i period rotacije 5.27 h, dok asteroid Aten ima prečnik 0.9 km sa periodom rotacije

čak 40.77 h (Binzel *et al.* 2002). Do danas je otkriveno mnogo malih tela sa br-
zom rotacijom. Većina brzih rotatora ima period rotacije manji od 2.5 h. Asteroid
P/2012 F5 se nalazi u GAP-u sa periodom rotacije 3.24 ± 0.01 h (Drahus *et al.* 2015),
a asteroid 2005 EC₁₂₇ ima period rotacije 1.65 ± 0.01 h (Chang *et al.* 2017).

Period rotacije se menja u toku vremena i to pre svega usled nedisruptivnih su-
dara ili JORP efekta (Marzari *et al.* 2011). Veliki asteroidi su značajno manje pod
uticajem ovih efekata i mogu da očuvaju brzinu svoje rotacije, dok manji asteroidi
nisu imuni na ove efekte. Pored pomenutih efekata na brzinu rotacije ABZ-a utiču
i njihovi bliski prilazi sa nekom od unutrašnjih planeta (Scheeres *et al.* 2004).

2.7.6 Površinska i unutrašnja struktura

Pod površinskom i unutrašnjom strukturom asteroida podrazumevamo kompak-
nost asteroida i njegov hemijski sastav, o čemu je već bilo reči u prethodnim po-
glavlјima. Površinska struktura jednog asteroida može se utvrditi iz kombinacije
različitih tipova podataka. Ovo uključuje koeficijente refleksije na različitim ta-
lasnim dužinama, izvedene iz merenja gustine fluksa. Prvi korak ka određivanju
površinske strukture je korišćenje posmatračkih podataka, da bi asteroidi bili pode-
ljeni u različite klase.

Zaključci o unutrašnjoj strukturi asteroida mogu biti izvedeni iz gustine, koja
je poznata za asteroide do kojih su išle letelice, za neke dvojne sisteme i za neke
asteroide koji su imali bliske prilaze sa drugim asteroidima. Gustina se može dobiti
iz mase i zapremine koje su poznate za nekoliko stotina asteroida (Carry 2012). Po-
stoje mnogi objekti, uključujući Eros, sa makroporoznošću oko 20%. Drugi objekti
pokazuju poroznost i veću od 50% u ekstremnim slučajevima i oni su najčešće tipa
“krš na gomili”, kao što je Matilde (Britt *et al.* 2002). Važno je napomenuti da
netačnost u gustini postoji obično zbog netačnosti u prečniku (Merline *et al.* 2002;
Richardson & Walsh 2006).

Kod manjeg broja asteroida (kod diferenciranih asteroida) u toku formiranja teži
elementi su tonuli ka centru tela usled gravitacione sile. Veliki diferencirani asteroidi

su najčešće gvozdeni, kameni i kameno–gvozdeni. Postojanje diferenciranih asteroida potvrđuju različite vrste meteorita pronađene na Zemlji. Na primer, gvozdeni meteorit najčešće potiče iz jezgra diferenciranog asteroida a kameno–gvozdeni iz jezgra ili omotača tela uništenog u sudaru. Dalja podrška za diferencijaciju i za rano formiranje diferenciranih asteroida dolazi iz skorašnjeg izučavanja klase gvozdениh meteorita poznati kao angriti. Njihova matična tela imaju magnetno polje reda 20–40% sadašnje jačine Zemljinog, za šta je potrebno gvozdeno jezgro, što znači da su se rano formirali. Veliki asteroidi su sposobni da formiraju gvozdeno jezgro sa kamenim omotačem. Treba naglasiti da je relativno mali broj asteroida diferenciran.

Informacije o unutrašnjoj strukturi mogu se potencijalno dobiti iz posmatrane dihotomije u brzini rotacije asteroida. Kao što je prvi primetio Harris (1996), “spin barijera” od 2.2 h se poklapa sa rotacionom brzinom na kojoj je centrifugalna sila na ekvatoru sfernog tela jednaka gravitacionoj sili. Asteroidi “krš na gomili” pri bržim rotacijama se raspadaju, i upadljivo odsustvo takvih brzih rotacija asteroida većih od 1 km, ukazuje da su bili većinom, ako ne i svi “krš na gomili”. Na drugoj strani, mali asteroidi sa velikom brzinom rotacije najčešće su monolitni.

2.7.7 Termalna inercija

Do sada je malo poznato o termalnoj inerciji asteroida. Termalna inercija opisuje površinsku morfologiju asteroida i vrednosti joj zavise od reljefa na površini asteroida, stepena kompaktnosti i od strukture ispod površine debljine nekoliko centimetara (Mellon *et al.* 2000). To je mera otpornosti materijala na promene temperature i određuje raspodelu površinske temperature. Površina tela sa niskom termalnom inercijom se brzo greje ili brzo hladi. Termalna inercija je veoma osetljivi indikator za prisustvo ili odsustvo materijala na površini asteroida. Tako je termalna inercija prašine veoma niska, pesak ima višu termalnu inerciju, a kamenje još višu.

Termalna inercija asteroida se može dobiti iz upoređivanja merenja njegove termalne–infracrvene emisije sa sintetičkim fluksom generisanim u odgovarajućem termofizičkom modelu (Delbó 2004). Što se tiče modeliranja, poteškoće proizilaze zato što su najvažnije veličine, kao što su oblik tela i rotacioni parametri, nepoznate. U Delbó *et al.* (2007) je identifikovan trend porasta termalne inercije sa opadanjem prečnika asteroida. Veoma se malo zna o termalnoj inerciji kod asteroida prečnika reda kilometra. Na uzorku ABZ-a Delbó *et al.* (2007) su pokazali da je prosečna

termalna inercija kilometarskih asteroida $200 \pm 40 \text{ J m}^{-2} \text{ s}^{-0.5} \text{ K}^{-1}$. Dovoljno detaljni termofizički modeli su do sada testirani samo za velike asteroide u GAP-u, koji se razlikuju od malih ABZ-a na više načina (Harris & Lagerros 2002). Već je 70-ih godina XX veka primećeno da tipična termalna inercija velikih asteroida mora biti mala, uporediva sa termalnom inercijom Meseca (Morrison 1977). Prvo veliko proučavanje termalne inercije je bilo u radu Müller & Lagerros (1998) koji su kvalitativno proučavali termalnu inerciju pet velikih asteroida GAP-a. Termalna inercija je proučena i za pet asteroida bliskih Zemlji (Harris *et al.* 2005; Müller *et al.* 2005). Vrednosti za pomenute asteroide bliske Zemlji i za asteroide Glavnog pojasa leže u opsegu od 5 do $1000 \text{ J m}^{-2} \text{ s}^{-0.5} \text{ K}^{-1}$. Lebofsky *et al.* (1978, 1979) i Veeder *et al.* (1989) su našli indirektni dokaz da bi značajan procenat ABZ-a trebalo da imaju veoma visoku termalnu inerciju što ukazuje na stenovitu površinu. Delbó *et al.* (2003), na drugoj strani, izveli su termalno spektrofotometrijsko istraživanje ABZ-a i utvrdili da većina njihovih objekata mora posedovati termo-izolacioni sloj regolita.

2.8 Potencijalna opasnost od asteroida

Poznato je da su planete zemljolikog tipa i njihovi sateliti prekriveni kraterima. Ovo je sasvim uočljivo na telima kao što su Mesec i Mars, gde je erozivni proces relativno spor, ali i na Zemlji, gde je značajan broj kratera sačuvan. Iako Zemljini aktivni površinski procesi relativno brzo uništavaju “zapise” udara, do nedavno je identifikovano oko 170 kopnenih kratera (Grieve *et al.* 2007). Među objektima koji dospevaju na tlo, većina je dovoljno velika i masivna pa predstavlja većinski izvor vanzemaljskog materijala dostupnog za proučavanje u laboratorijama na Zemlji.

Veliki asteroidi sa masama od nekoliko hiljada tona i više, ne usporavaju značajno u atmosferi. Oni pogađaju tlo brzinama ponekad većim i od druge kosmičke brzine (11.2 km/s) i imaju dovoljno veliku kinetičku energiju za formiranje kratera (Miljković *et al.* 2013; Čelebonović 2017). Dok je naše razumevanje procesa formiranja kratera još uvek nepotpuno (Holsapple *et al.* 2002), jasno je da potencijalno opasni asteroidi sa prečnikom većim od 1 km nose neuporedivo veću količinu energije od nuklearnih raketa, pa takvi udari mogu da prouzrokuju globalne katastrofe. Pre oko 65 Mgod, kada se desilo izumiranje dinosaurus, kako se široko veruje, pao je

na Zemlju objekat prečnika oko 10 km (Alvarez *et al.* 1980).

Ne predstavljaju svi asteroidi u blizini Zemlje opasnost za život na Zemlji. Asteroid blizak Zemlji može da postane potencijalno opasni asteroid za Zemlju ako ima ili može da ima vrlo blizak prilaz Zemlji. Radi sprečavanja udara asteroida u Zemlju, sa razvojem tehnike počela su posmatranja i otkrivanje potencijalno opasnih asteroida. Kongres SAD-a je 90-ih godina XX veka zahtevao od NASA-e da detektuje 90% svih asteroida bliskih Zemlji većih od 1 km u periodu od 10 godina. Ovo istraživanje (*Spaceguard Survey*) je pokrenuto 1998. godine, a datum za kraj istraživanja je bila 2008. godina. Nekoliko uspešnih programa otkrivanja asteroida je bilo pokrenuto što je dovelo do naglog i stalnog rasta broja novootkrivenih asteroida. Novi program koji je zatim usledio zahtevao je od NASA-e da otkrije 90% svih ABZ-a većih od 140 m u prečniku do 2020. godine.

Jedan od asteroida čije se kretanje prati i koji predstavlja buduću potencijalnu opasnost za Zemlju je (99942) Apofis (*Apophis*). Apofis pripada grupi asteroida blizu Zemlje i prečnika je 270 ± 50 m. Imao je kratko vreme, nakon njegovog otkrića 2004. godine, nezapamćeno veliku verovatnoću sudara sa Zemljom u 2029. godini (2.7 %). Tada će se dogoditi istorijski blizak prilaz Zemlji kakav se događa jednom u 800 godina. Već krajem decembra 2004. godine, sudar u 2029. godini je mogao da se odbaci na osnovu novodobijenih astrometrijskih podataka. Udaljenost asteroida od geocentra u 2029. godini je trenutno procenjena na 5.89 ± 0.35 Zemljinih poluprečnika sa 3σ netačnošću (Chesley 2006). Njegova orbita će svakako biti poremećena zbog Zemljine gravitacije. Odgovarajući rizik za potencijalni udar u 2036. godini je 2.2×10^{-5} . Istraživači u NASA/JPL, Kalteh (*Caltech*) i Arecibo opservatoriji su objavili rezultate radarskih posmatranja asteroida Apofis sa detaljnom analizom njegovog kretanja (Giorgini *et al.* 2008). Analize Apofisovih sledećih bliskih prilaza (kao što će biti bliski prilaz Zemlji u 2036. godini) treba da se urade uzimajući u obzir netačnosti predviđanja trajektorije prouzrokovane interakcijom asteroida sa sunčevom radijacijom i drugim faktorima. Kako se putanja asteroida konstantno popravljala Arecibo posmatranjima, šanse za udar u Zemlju se smanjuju. Za tačnije procene efekat Jarkovskog mora biti uzet u razmatranje (Chesley 2006). Apofis će se sresti sa (144898) 2004 VD17, drugim potencijalno opasnim asteroidom za Zemlju, 2034. godine na rastojanju od 6.7 mesečevih rastojanja od Zemlje sa netačnošću u položaju od 1.6 mesečevih rastojanja (0.15σ u odnosu na Apofisovu početnu lokaciju). NASA je definisala minimalno rastojanje⁴² između potencijalno opasnog

⁴²Minimalno rastojanje pri presecanju orbite (*Minimum orbit intersection distance*–MOID) je mera koja se koristi u astronomiji da bi se procenio potencijalni bliski prilaz i verovatnoća sudara između astronomskih

asteroida i Zemlje (EMOID). Ako je rastojanje između asteroida i Zemlje ≤ 0.05 AJ i asteroid ima prečnik veći od 100 m, onda je asteroid potencijalno opasan za Zemlju. Prema sadašnjim proračunima, 2034. godine će Apofis biti na rastojanju manjem od 0.05 AJ od Zemlje.

Na MPC internet stranici se nalazi lista potencijalno opasnih asteroida za Zemlju (<http://www.minorplanetcenter.net/iau/lists/Dangerous.html>), kao i na internet stranicama NEODyS-a i JPL-a. Sredinom 2017. godine se na njoj nalazilo skoro 2000 takvih asteroida sa apsolutnom magnitudom manjom od 22. Većina pripada Apolo asteroidima, dok jedna mala grupa pripada Aten asteroidima.

2.9 Familije asteroida: nastanak, identifikacija i starost

Familije asteroida predstavljaju značajnu oblast istraživanja. Njihova dinamička evolucija je od velikog značaja jer su one jedan od glavnih izvora asteroida bliskih Zemlji. Hirajama⁴³ je sproveo 1918. statističko istraživanje i pokazao, na uzorku od svega nekoliko stotina asteroida, da asteroidi GAP-a mogu da se grupišu u odnosu na orbitalne elemente, kao što su velika poluosa, nagib i ekscentricitet (Hirayama 1918). Hirajama je otkrio 5 takvih statistički značajnih grupacija koje su nazvane Hirajamine familije, u njegovu čast (Koronis, Eos, Temis, Maria i Flora). Fragmenti nastali raspadom roditeljskog asteroida manifestuju se kao grupe u prostoru sopstvenih elemenata ponekad i nakon milijardu godina od sudara. Ove grupe se zovu familije asteroida. Kod izučavanja familija asteroida najvažnije informacije o njima se dobijaju iz identifikacije samih familija (uključujući i klasifikaciju asteroida u familije) i iz određivanja starosti familija.

Nastanak familije asteroida. Postoje dve mogućnosti nastanka familije asteroida: raspad roditeljskog tela usled sudara ili formiranjem kratera na roditeljskom telu (Zappalà *et al.* 1995; Nesvorný *et al.* 2006b; Leliwa–Kopystyński *et al.* 2009). Prvi je da se roditeljsko telo raspalo i pretrpelo značajan gubitak mase (više od 50%), sa određenom akumulacijom fragmenata u strukturu “krš na gomili”. Po drugom obje (http : //www.webcitation.org/6a2NQ2ufY). Definiše se kao rastojanje između najbližih tačaka oskulaturnih orbita dva tela.

⁴³Kiyotsugu Hirayama (1874–1943), japanski astronom.

gom scenariju je roditeljsko telo sačuvalo većinu prvobitne mase (više od 50%), ali je zbog sudara na njemu nastao veliki krater. Međutim, u Milani *et al.* (2014) su u identifikaciji familija nastalih iz kratera koristili kriterijum da novonastali delovi imaju zapreminu koja nije veća od 10% zapremine roditeljskog tela. Veliki sudari asteroida, uključujući i one sudare koji proizvode familije, smatralo se da se dešavaju prosečno jednom u nekoliko desetina miliona godina. Tada mali fragmenti mogu da postanu sateliti nekim asteroidima.

Identifikacija familije asteroida. U prošlosti je postojao problem u identifikaciji familija zbog nedovoljne tačnosti sopstvenih orbitalnih elemenata, kao i zbog neodgovarajućih metoda. Familije predstavljaju rezultat sudara dva asteroida, a delovi tih asteroida imaju slične sopstvene elemente. Sopstveni elementi su važni za identifikaciju familije, jer su približno konstantni, dok se oskulatorni menjaju usled poremećaja na kratkim i dugim vremenskim skalama. U cilju otklanjanja promena, precizne dinamičke teorije su razvijene i primenjene. Kompletni pregled analitičkih, semi-analitičkih i sintetičkih teorija je predstavljen u Knežević *et al.* (2002).

Najčešće korišćeni metod za identifikaciju familija asteroida je grupisanje asteroida u (a_s, e_s, i_s) prostoru. Metoda se zove Hijerarhijsko grupisanje (*Hierarchical Clustering Method*–HCM), opisana je u Zappalà *et al.* (1990, 1994) i definiše kritično rastojanje, d_{cut} . Najznačajniji deo HCM algoritma je izbor vrednosti slobodnog parametra d_{cut} . U metodi se zahteva da za rastojanje u faznom prostoru između dve susedne orbite grupisane ovim algoritmom važi $d=d(a_s, e_s, i_s) < d_{cut}$. Glavna prednost HCM metode nad drugim metodama je da ne postoji stroga pretpostavka ugrađena u HCM o obliku familije asteroida u prostoru sopstvenih elemenata. Ovo je zato što lanac napravljen povezivanjem obližnjih orbita može da prati članove familije čak iako su njihove orbite dinamički evoluirale. Glavni problem ove metode je pojava tzv. lančanog efekta (*chaining*). Uzrok ovog problema je što se pripadnost asteroida familiji određuje mereći njegovo rastojanje do najbližeg člana što može da dovede do uključivanja pozadinskih objekata tj. uljeza kao i do pravljenja veza sa susednim familijama. Nedavno je razvijen algoritam za izbacivanje uljeza koji je zasnovan na HCM metodi (Radović *et al.* 2017). Ako je vrednost d_{cut} previše velika, HCM će spojiti različite familije. Problem u identifikaciji familije nastaje i kada je vrednost d_{cut} previše mala, onda mnoge raširene familije će ostati neprimećene i velike familije će biti veštački podeljene na nekoliko delova. Tačnije, jedan od predloga je da d_{cut} treba da bude proporcionalno veličini asteroida ili obrnuto proporcionalno apsolutnoj magnitudi. Izražavanje ove zavisnosti znači dodavanje novih parametara

što čini celu identifikacionu proceduru složenijom. Zato se u novije vreme koristi metoda iz dva koraka sa različitim vrednostima parametra d_{cut} za male i velike asteroide (Milani *et al.* 2014).

Drugi slobodan parametar HCM metode je minimalni broj objekata za koji se grupacija može smatrati statistički značajnom. Ova dva slobodna parametra su međusobno povezana, i povećanjem graničnog rastojanja, raste i minimalni broj objekata koji grupacija mora imati da bi bila statistički značajna. Da bi se izabrala statistički značajna grupacija potrebno je analizirati za koje vrednosti rastojanja d_{cut} se pojavljuju, kao i šta se sa njima dešava na većim rastojanjima, npr. da li im broj ostaje približno isti ili veoma brzo raste ili da li se spajaju sa nekom drugom grupom. Statistički najznačajnije grupacije su one koje se pojavljuju za male vrednosti rastojanja d_{cut} .

Krajem XX veka se verovalo da polovina poznatih asteroida pripada familijama (Zappalà *et al.* 1995). Poslednjih godina se procenjivalo da oko trećine asteroida u asteroidnom pojasu pripadaju familijama (Nesvorný *et al.* 2005). Danas približno 25% asteroida pripada familijama, prema proceni koja se može dobiti iz lista članova familija na AstDyS-u⁴⁴ iz 2016. godine. Prema Nesvornijevoj bazi familija asteroida⁴⁵ dobija se da se približno 38% asteroida nalazi u familijama. Baza sadrži asteroide koji su članovi 122 familije, uključujući i familije na visokim putanjskim nagibima. Ove familije su identifikovane u Nesvorný *et al.* (2015) korišćenjem programskog koda zasnovanog na metodi Hijerarhijskog grupisanja.

Teorija o zajedničkom poreklu članova familija je podržana sličnim refleksionim spektrima posmatranim kod članova većine familija asteroida. Spektri se razlikuju kod članova različitih familija (Cellino *et al.* 2002). Članovi familije asteroida trebalo bi da imaju istu boju kao njihovo roditeljsko telo. Ove boje je teško razlikovati i zbog toga je potreban teleskop kao *Sloan Digital Sky Survey* (2.5 m teleskop) i pogodni filteri. Parker *et al.* (2008) su podelili familije asteroida na plavu i crvenu grupu, koristeći izračunate boje iz kataloga SDSS MOC 4, što odgovara *C* i *S* klasi asteroida, respektivno. Kod obe klase su našli da pripadanje familijama raste sa porastom vrednosti *H*, od približno 20% za apsolutnu magnitudu 9 do približno 50% za apsolutnu magnitudu 11. Za objekte sa apsolutnom magnitudom većom od 11, procenat plavih i crvenih asteroida u familijama varira.

Određivanje starosti familije asteroida. Do sada je predloženo više metoda

⁴⁴http://hamilton.dm.unipi.it/astdys2/propsynth/all_ero.famtab

⁴⁵<http://sbn.psi.edu/pds/resource/nesvornyfam.html>.

za određivanje starosti familija asteroida. Jedna od prvih metoda predloženih u ovu svrhu zasniva se na činjenici da je u okviru linearne sekularne teorije kretanja zbir longituda čvora i perihela konstantan zbog činjenice da su njima odgovarajuće frekvencije jednake po apsolutnoj vrednosti ali suprotnog znaka (Brouwer 1951). U stvari, zbir ovih uglova nije u realnosti konstantan, ali je njegova promena vrlo spora. Vreme potrebno za ravnomerno raspoređivanje ovih zbirova (0° – 360°) je od 10 do 100 Mgod. Ovom metodom je Brauver našao veoma neravnomernu raspodelu vrednosti zbira longituda čvora i perihela kod Eos familije. Analizirajući nekoliko većih članova Eos familije, rezultat ove metode je ukazivao na veoma mladu familiju, što se pokazalo netačnim. Međutim, kasnije analize su pokazale da je pomenuti zbir konstantan za familije starosti samo do 1 Mgod (Farinella *et al.* 1989). Na osnovu ovoga je zaključeno da se ovom metodom može eventualno odrediti samo donja granica starosti familija.

U svrhu određivanja starosti familija asteroida koristila se i metoda zasnovana na modeliranju funkcije raspodele članova familije po veličinama i poređenju rezultata iz modela sa posmatranjima (Marzari *et al.* 1999). Ova metoda takođe nije pouzdana, jer je jedan od problema nepoznata početna funkcija raspodele članova familije.

Naredna metoda se zasniva na prebrojavanju kratera na površini asteroida, jer na osnovu procene učestalosti nastanka kratera može da se proceni starost familije. Ovo važi pod pretpostavkom da nakon formiranja familije nije bilo novih sudara u njoj, što je samo jedan od nedostataka ove metode. Ova metoda je primenjena na asteroid (243) Ida, člana Koronis familije (Chapman *et al.* 1996).

Korišćenje haotične difuzije u svrhu određivanja starosti familije asteroida prvi su primenili Milani & Farinella (1994) za procenu starosti Veritas familije za koju su procenili da je mlađa od 50 Mgod. Od tada je ovaj metod značajno unapređen i njime se mogu prilično precizno odrediti starosti nekih familija.

Vremenom je postalo jasno da nije dovoljno uzeti samo jedan efekat u obzir, već treba uključiti i druge efekte u metod računanja starosti. Noviji rezultati o modeliranju kombinovanog uticaja više efekata predstavljeni su u Novaković *et al.* (2010) gde je korišćena do tada najsavršenija verzija metode haotične hronologije (koja uzima u obzir lokalnu promenu koeficijenata difuzije) u kombinaciji sa uticajem efekta Jarkovskog. Ova metoda je korišćena za procenu starosti Lixiaohua (*Lixiaohua*) i Teobalda (*Theobalda*) familija.

Zatim se pojavila metoda integracije unazad koja se zasniva na numeričkoj integraciji unazad u vremenu članova familije, sve do trenutka kada vrednosti uglova

longitude čvora i perihela svih članova familije ne postanu dovoljno bliski, tj. dok se svi ne grupišu oko vrednosti koja odgovara orbiti roditeljskog tela (Nesvorný *et al.* 2002c). Za primenu ove metode trebalo bi imati veliki broj članova da bi se isključila mogućnost slučajnog grupisanja. Ovo je danas jedan od najpouzdanijih i veoma preciznih metoda za određivanje starosti mladih familija.

Starost mladih familija se može izračunati direktno numeričkim integracijama orbita njihovih članova unazad u vremenu pokazujući da članovi konvergiraju roditeljskom telu u određenom trenutku u prošlosti. Ovo se zove trenutak raspada. Još jedan nedostatak metode integracije orbita unazad u vremenu je što ne može da se primeni na familije asteroida starije od 18 Mgod (Radović 2017). Ovo je zato što je dinamika asteroida GAP-a na dužim vremenskim skalama često haotična zbog bliskih susreta sa Ceresom ili nekim velikim asteroidima i zbog negravitacionih efekata koje je teško modelirati sa potrebnom preciznošću. Konvergencija integracije unazad može biti značajno unapređena ako se efekat Jarkovskog uzme u račun (Nesvorný & Bottke 2004). Na ovaj način je određena starost Karin klastera, koja iznosi 5.75 ± 0.05 Mgod (Nesvorný *et al.* 2002c).

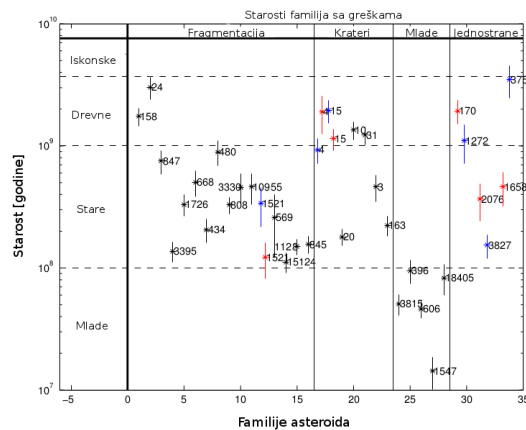
Značajan napredak u određivanju starosti familija je nastao shvatanjem značaja termalnog efekta Jarkovskog za orbite asteroida. Ovaj statistički metod za procenu starosti familije je razvijen u Farinella & Vokrouhlický (1999) i unapređen u Vokrouhlický *et al.* (2006a, 2006b). Metod prati detaljno kako se menja morfologija familije u odnosu na veliku poluosu a dok se članovi familije udaljavaju usled efekta Jarkovskog. Prati se trenutna raspodela članova familije u okviru “V”-oblika. Od trenutka nastanka familije, njeni članovi se udaljavaju od roditeljskog tela zbog efekta Jarkovskog, tako što se veći članovi sporije udaljavaju, a manji brže. Cela familija poprima oblik slova V u ravni $(\delta a_p, 1/D)$, gde je δa_p promena sopstvene velike poluose usled efekta Jarkovskog i D prečnik asteroida. Vreme potrebno da familija evoluiru od nekog početnog stanja do takvog oblika se može odrediti (ako se odredi efekat Jarkovskog) i ono predstavlja starost familije. Ova metoda je uspešno korišćena za računanje starosti kod 60-tak familija: Eos, Erigone, Astrid itd. (Milani *et al.* 2017). Nedostatak ove metode je veoma sporo dejstvo efekta Jarkovskog, pa se precizno mogu odrediti starosti starih familija od nekoliko desetina miliona godina i više.

Jasno je iz nekoliko različitih argumenata da je spisak poznatih familija daleko od konačnog (Nesvorný *et al.* 2015). Na primer, većina familija sa roditeljskim telom prečnika 100–200 km imaju starost manju od 1 milijarde godina (Brož *et al.* 2013). Nasuprot tome, učestalost udara u GAP-u, i stoga učestalost formiranja familija,

trebalo bi da je ostala nepromenjena u proteklih 3.5 milijarde godina (u ranijim epohama je verovatno bio veći). Tako da nedostaju mnoge familije sa starošću većom od 1 milijarde godina. Ove familije je teško detektovati u današnje vreme, verovatno jer su doživele disperziju usled dinamičkih procesa i negravitacionih efekata, izgubile članove u sudarima, i zato se ne ističu dovoljno iz gusto naseljene pozadine glavnog pojasa (one su sada deo pozadine).

Većina familija asteroida je veoma stara, najčešće reda nekoliko stotina miliona godina (Nesvorný *et al.* 2015; Spoto *et al.* 2015). Ima i familija starijih od jedne milijarde godina, kao što je Eos familija čija je starost procenjena na 1.3 ± 0.5 milijarde godina (Vokrouhlický *et al.* 2006c, Nesvorný *et al.* 2015). Mlade familije su nastale u relativno bliskoj prošlosti i nisu mnogo evoluirale od svog postanka do danas. Prve otkrivene familije mlađe od 10 Mgod su Karin i Veritas (Nesvorný *et al.* 2003). U radu Nesvorný & Vokrouhlický (2006) su predstavljene neke familije mlađe čak od 1 Mgod. Zatim su predložene i neke veoma mlade familije kao što je Datura, za koju se veruje da je stara samo 450 hiljada godina (Nesvorný *et al.* 2006a). Mlade familije pružaju mogućnost analize familija onakvih kakve su približno bile u trenutku nastanka.

U Spoto *et al.* (2015) su dobijene statistički značajne starosti za 37 sudarnih familija. Ovi rezultati pružaju mogućnost uvida u sudarnu hronologiju asteroidnog pojasa. Na slici 20 su prikazane starosti familija računane u ovom radu, koje omogućavaju mnoga statistički značajna poređenja među različitim tipovima familija.

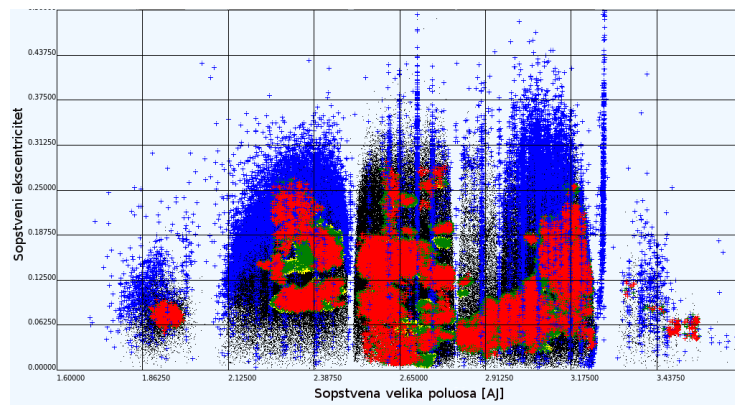


Slika 20: Starosti familija (u logaritamskoj skali) i njihove netačnosti. Ako dve starosti iste familije (koje se dobili numeričkim fitovanjem obe strane “V”-oblika u $(a, 1/D)$ ravni) nisu u saglasnosti, prikazane su obe starosti. To je primenjeno na familijama 4, 15, 1521. Horizontalne isprekidane linije razdvajaju starost familija i vertikalne linije razdvajaju tipove familija (Izvor: Spoto *et al.* 2015).

Očigledno je da su dobijeni značajni rezultati za mlade i drevne familije, malo ima rezultata za primordijalne familije asteroida, dok je u potpunosti uspešno izračunata starost starih familija. Mada bi ove rezultate trebalo unaprediti, posebno uzimajući tačniju kalibraciju efekta Jarkovskog, oni mogu biti početak realne hronologije asteroidnog pojasa.

2.9.1 Familije asteroida u asteroidnom pojasu

U asteroidnom pojasu je do nedavno otkriveno ukupno preko 100 familija (Zappalà *et al.* 1995; Nesvorný *et al.* 2005; Novaković *et al.* 2011; Nesvorný 2012; Brož *et al.* 2013; Milani *et al.* 2014). Prikaz lokacija tih familija u ravni sopstvena velika poluosa - sopstveni ekscentricitet je dat na slici 21. Neke od familija u asteroidnom prstenu koje ćemo ovde pomenuti su Hungarija, Flora, Eunomija, Koronis, Eos, Temis, Fokea i Hilda.



Slika 21: Raspodela asteroida po sopstvenim elementima, na x -osi je sopstvena velika poluosa i na y -osi je sopstveni ekscentricitet. Crvenom bojom je predstavljeno jezgro familija (najveći članovi), žutom halo (objekti na periferiji familija), zelenom asteroidi pridruženi familijama na osnovu njihove blizine jezgru (manji članovi), crnom su obeleženi pozadinski asteroidi, ljubičastom je obeležena dvostruka klasifikacija (asteroidi koji su pridruženi više od jednoj familiji) i plavom rezonantni asteroidi. (Izvor: <http://hamilton.dm.unipi.it/astdys/index.php?pc=5>. Slika je generisana grafičkim alatom na internet stranici AstDyS-a).

Izabrane familije su samo neki od primera i ne daju celokupnu sliku o familijama asteroida, ali svaka navedena familija ima svoje specifične karakteristike.

Hungarija region je gusto naseljeni deo orbitalnog faznog prostora koji se nalazi na unutrašnjoj granici GAP-a, $1.75 < a < 2$ AJ, $e < 0.16$, $16^\circ < i < 34^\circ$, (Milani *et al.* 2010; Knežević *et al.* 2010; Novaković 2011). Nazvan je prema prvom otkrivenom asteroidu (434) Hungarija. Hungarija region ima vrlo složenu dinamiku, okružen je sa 5:1 i 4:1 rezonancama sa Jupiterom, i sa ν_5 i ν_{16} sekularnim rezonancama (Scholl & Froeschlé 1986). U Hungarija regionu su Williams (1989, 1992) i Lemaître (1994) identifikovali grupisanje u prostoru sopstvenih elemenata, što ukazuje na prisustvo familija.

U ovom regionu, kao njegovo gusto jezgro, detektovana je Hungarija familija sa 1117 objekata ($1.883 < a < 1.988$ AJ, $0.051 < e < 0.097$). Jedna je od najvećih familija sa visokim nagibima, $20^\circ < i < 22^\circ$ (Milani *et al.* 2010, 2014) koja sadrži najveći asteroid (434) Hungarija sa velikom poluosom 1.9443 AJ. Ova familija je nastala u sudaru i sadrži većinu asteroida iz Hungarija regiona. Postoje indikacije da ova familija sadrži podfamilije ili podgrupe (članovi familije su zbijeniji od ostalih okolnih članova što znači da su nastali kasnije iz sudara u početnoj familiji, nakon njenog formiranja) i parove asteroida. U Milani *et al.* (2010) je procenjena starost familije između 250 i 300 Mgod.

Flora familija se nalazi u gusto naseljenom unutrašnjem delu asteroidnog prstena i pretežno je sastavljena od silikatnih asteroida. Ograničena je u velikoj poluosi sa ν_6 rezonancom na jednoj strani. Prvo pominjanje Flora familije je bilo u kontekstu teškog utvrđivanja njenih granica i male kompaktnosti (Hirayama 1919). Od tada, postojanje Flora familije je bilo predmet raznih istraživanja (Mothé–Diniz *et al.* 2005; Carruba *et al.* 2013; Milani *et al.* 2014). Prisustvo nekoliko velikih familija koje se preklapaju sa familijom Flora i uklanjanje značajnog procenta Flora objekata preko obližnje ν_6 rezonance usložnjava i otežava identifikaciju članova ove familije (Dykhuis *et al.* 2014), pa do sada nije poznat broj članova ove familije.

Za asteroid (8) Flora se pretpostavlja da je najveći ostatak roditeljskog tela. Leži na unutrašnjoj ivici familije sa sopstvenim orbitalnim elementima $(a_p, e_p, i_p) = (2.20$ AJ, $0.146, 5.6^\circ)$ i sa perihelskim rastojanjem 1.858 AJ, što asteroid (8) Flora dovodi blizu Marsa (afelsko rastojanje Marsa je 1.666 AJ). Ako se (8) Flora nalazi blizu mesta raspada roditeljskog tela, moguće je da je Flora familija izgubila većinu retrogradno–rotirajućih objekata usled kretanja objekata zbog efekta Jarkovskog u ν_6 rezonancu (Vokrouhlický & Farinella 2000; Bottke *et al.* 2001). Onaj deo članova familije koji je preživeo na većim vrednostima velike poluose u odnosu na roditeljsko telo, uglavnom su direktno rotirajući objekti (Haegert & Molnar 2009; Hanuš *et al.*

2013a; Kryszczyńska 2013) i formiraju polovinu karakterističnog “V”-oblika familije u ravni ($a, 1/D$). Blizina ν_6 rezonance takođe povećava ulogu regiona u kom se nalazi Flora familija, kao izvora za snabdevanje populacije Mars kroser objekata i ABZ-a (Scholl & Froeschle 1991; Morbidelli & Vokrouhlický 2003; Vernazza *et al.* 2008).

Eunomija familija se nalazi u središnjem delu GAP-a ($2.521 < a < 2.731$ AJ, $0.117 < e < 0.181$, $20^\circ < i < 22^\circ$). Granica sa većim velikim poluosama V-oblika familije je pod uticajem 8:3 rezonance, a druga granica je pod uticajem 3:1 rezonance sa Jupiterom (sa izvesnom razlikom u nagibu između leve i desne granice). Ima 6845 identifikovanih članova (Milani *et al.* 2014). Najveći član, (15) Eunomija (*Eunomia*), ima prečnik 264 km. Familija Eunomija je velika grupa asteroida *S* tipa. Pronađeno je da je ukupna zapremina familije 1.38×10^7 km³, što je ekvivalentno telu prečnika 297 km (Leliwa-Kopystyński *et al.* 2009).

Eunomija spada u familije nastale “krater” scenarijom. Raspodele sopstvenih elemenata članova familije ukazuju na nekadašnje moguće postojanje višestrukih sudara, jer raspodela velikih poluosa ima prazninu oko 2.66 AJ, blizu mesta gde se nalazi (15) Eunomija. Raspodela članova familije oko roditeljskog tela za (a_p , e_p , i_p) i baricentar familije, koji je vrlo blizu (15) Eunomije (ne uključujući (15) Eunomiju), u suprotnosti su sa raspodelama brzina kod familija koje su nastale iz kratera roditeljskog tela u jednom sudaru (Milani *et al.* 2014). Ove činjenice govore da nije bio dovoljan jedan sudar da objasni oblik ove familije. Razlika u nagibima leve i desne strane može da se protumači kao prisustvo dve familije različitih ali približnih starosti, obe nastale u sudaru. Takođe, postoji još jedna (najverovatnija) interpretacija, da je familija Eunomija nastala iz dva kratera koji su se nalazili na suprotnim stranama roditeljskog tela. Baricentri tih dveju familija su se nalazili sa različitih strana velike poluose (15) Eunomije.

Koronis familija se nalazi u relativno dinamički mirnom regionu ($2.816 < a < 2.985$ AJ, $0.016 < e < 0.101$, $1.66^\circ < i < 2.69^\circ$), sa izuzetkom sekularne rezonance $3\nu_6 - 2\nu_5$, koja u većem broju slučajeva menja ekscentricitete asteroida (Bottke *et al.* 2001; Carruba *et al.* 2013; Nesvorný *et al.* 2015). Nalazi se između snažnih rezonanci u srednjem kretanju sa Jupiterom (5:2 i 7:3), koje oštro seku levu i desnu granicu V-oblika familije, pa nema familije “satelite”. Efekat Jarkovskog ubacuje kako male tako i velike objekte ove familije u rezonancu 5:2. Koronis familija ima 5118 poznatih članova (Carruba *et al.* 2016a) i nastala je u

sudaru koji je vodio ka skoro potpunom uništenju roditeljskog tela. Najveći poznati asteroid, (208) Lakrimosa (*Lacrimosa*), ima prečnik 41 km, dok još 20 asteroida imaju prečnike veće od 25 km. Asteroid (158) Koronis ima prečnik oko 39 km (<https://ssd.jpl.nasa.gov/sbdb.cgi?sstr=2000158#content>).

Utvrđeno je da je familija stara 2.5 ± 1 milijardu godina (Bottke *et al.* 2001), što se slagalo sa svim prethodnim procenama starosti ove familije. Rezultati iz Carruba *et al.* (2016a) potvrđuju analize koje su uradili Binzel *et al.* (1993) i Carruba *et al.* (2013), da je Koronis familija *S* tipa, sa malim procentom asteroida “uljeza” *C* tipa (7.9% od dostupnog uzorka).

Eos familija se pojavljuje blizu rezonance 7:3 sa Jupiterom ($2.950 < a < 3.146$ AJ, $0.022 < e < 0.133$, $8.51^\circ < i < 12.23^\circ$). Roditeljsko telo je imalo prečnik ≈ 220 km (Tanga *et al.* 1999). Sa više od 10000 poznatih članova Eos familija je jedna od najbrojnijih i najranije otkrivenih familija (Vokrouhlický *et al.* 2006c; Milani *et al.* 2014). Ispitivanjem nekih članova familije u infracrvenom opsegu pokazalo je odstupanja od *S* tipa, pa je tako dobijena njihova sopstvena kategorija, *K* spektralni tip asteroida, što je neuobičajen tip za asteroide izvan Eos familije. Eos familija ima najveću raznolikost taksonomskih klasa od bilo koje poznate familije (Mothé–Diniz *et al.* 2008). Ova raznolikost vodi ka pretpostavci da je roditeljsko telo Eos familije bilo delimično diferencirano (Mothé–Diniz *et al.* 2008; Burbine *et al.* 2002b).

Themis familija se nalazi u spoljašnjoj zoni GAP-a ($3.062 < a < 3.240$ AJ, $0.114 < e < 0.192$, $0.52^\circ < i < 2.75^\circ$). Dobila je ime po asteroidu (24) Themis (*Themis*), koji ima prečnik 214 km. Jedna je od najnaseljenijih familija sa oko 4000 pouzdano određenih članova (Nesvorný 2012; Milani *et al.* 2014), većinom *B* i *C* tipa (Florczak *et al.* 1999; Mothé–Diniz *et al.* 2005). Themis familija ima dobro definisano jezgro od velikih asteroida koga okružuje region malih asteroida. Ova familija je iz više razloga posebna. Veruje se da je jedina familija GAP-a koja je nastala od raspada tela *B/C* tipa, prečnika većeg od 200 km (Brož *et al.* 2013). Kao takva, pruža jedinstveni pogled na unutrašnju strukturu prvobitnog asteroida. Themis je prvi asteroid GAP-a na kome je detektovan led na površini (Campins *et al.* 2010; Rivkin & Emery 2010). Za asteroide Themis familije se pretpostavlja da imaju malu gustinu zbog visokog sadržaja leda (Marchis *et al.* 2008).

Fokea region je pod uticajem veoma zanimljive dinamike, pa je zato bio detaljno izučavan (Knežević & Milani 2003; Carruba 2009, 2010; Michtchenko *et al.* 2010).

Region je ograđen važnim sekularnim rezonancama: ν_6 na niskom nagibu, ν_5 i ν_{16} na visokom nagibu (Knežević *et al.* 1991).

Fokea familija je dobila ime po najvećem članu (25) Fokea (*Phocaea*) u istoi-menom regionu. Ima oko 1000 članova (Milani *et al.* 2014) i ubraja se u familije srednje veličine. Asteroidi Fokea familije imaju veliku poluosu od 2.25 do 2.5 AJ, sa nagibom većim od 20° i ekscentricitetom između 0.15 i 0.3 (Milić Žitnik & Novaković 2015). Fokea familija ima dinamičke granice sa svih strana (osim sa jedne) koje je razdvajaju skoro u potpunosti od ostatka GAP-a. U odnosu na veliku poluosu ograđena je sa dve rezonance u srednjem kretanju sa Jupiterom. Jedina strana na kojoj ne postoji dinamička granica je ka niskim ekscentricitetima. Jedna unutrašnja granica se uvek povezuje sa 7:2 rezonancom koja se nalazi na oko 2.25 AJ, i spoljašnja granica je određena sa 3:1 na 2.5 AJ.

Kretanje asteroida **Hilda** grupe je istraživao Schubart (1982). Kasnije su Brož & Vokrouhlický (2008) identifikovali Hilda familiju sa roditeljskim telom i najvećim članom (153) Hilda. Asteroidi Hilda familije su u 3:2 rezonanci sa Jupiterom. Rezultati u Brož *et al.* (2011) ukazuju, međutim, na vrlo nisku sudarnu aktivnost roditeljskog tela Hilda familije u rezonanci 3:2. Hilda familija ima posebnu raspodelu veličine asteroida, jer je siromašna asteroidima malih dimenzija. Ovo nije samo zbog selekcije u posmatranju asteroida, zato što u 3:2 rezonanci 52% asteroida sa sopstvenim elementima ima $H > 14.75$ (Milani *et al.* 2017).

U skladu sa Brož *et al.* (2011), starost familije je 4 milijarde godina, što znači da je izgubila većinu malih članova (ili sve male članove) i postala je previše proređena da bi njeni članovi mogli da se detektuju strogom metodom HCM (Milani *et al.* 2014).

Usled velikih heliocentričnih rastojanja Hilda asteroidi su doživeli manje zagrevanja i više su očuvali prvobitni sastav. Oni mogu da sadrže veliki procenat leda u njihovim unutrašnjostima (Bell *et al.* 1989). Nedavne ideje o ranoj istoriji Sunčevog sistema sugerišu da Trojanci planeta Jupiterovog tipa mogu biti prebačeni na njihove sadašnje orbite sa mesta nastanka, koje je bilo mnogo dalje od Sunca (Morbidelli *et al.* 2005). Ovo se takođe pretpostavlja i za Hilda region (Brož *et al.* 2011). Ovaj događaj se možda desio za vreme dramatične migracije džinovskih planeta pre oko 3.8 milijarde godina (Levison *et al.* 2008), pa su zato Hilda objekti sličniji malim telima spoljašnjeg Sunčevog sistema, nego telima GAP-a.

3 Negravitacioni efekti

Dinamika asteroida je pod uticajem gravitacione sile, međusobnih sudara kao i negravitacionih efekata Jarkovskog (*Yarkovsky*) i JORP-a (*Yarkovsky–O’Keefe–Radzievskii–Paddack*). Efekat Jarkovskog opisuje malu ali značajnu silu koja utiče na orbitalno kretanje asteroida manjih od 30–40 km u prečniku, mada kod veoma malih tela teži nuli. Taj efekat je prouzrokovan sunčevom energijom jer kada se tela zagrevaju na Suncu, onda reemituju energiju u vidu termalnog zračenja. Ova sila je znatno slabija od gravitacione sile Sunca i planeta, ali može da proizvede merljive promene orbite za nekoliko decenija i značajne orbitalne promene za milion do milijardu godina. Isti fizički fenomen takođe stvara termalni momenat koji može da modifikuje rotaciju i nagibe ose rotacija malih tela. Ovaj efekat se zove JORP efekat. U poslednjoj deceniji efekat Jarkovskog i JORP su se upotrebljavali da bi se ispitalo i možda rešilo veliki broj nerešenih pitanja u planetarnoj nauci u vezi sa malim planetama.

Ivan Osipovič Jarkovski (*Ivan Osipovich Yarkovsky*) (1844–1902), ruski građevinski inženjer, rođen u Poljskoj, zapisao je u privatno objavljenom članku (Yarkovsky 1901; Beekman 2006) da bi zagrevanje direktno rotirajuće planete trebalo da proizvede transversalno ubrzanje u njenom kretanju. Dok je Jarkovski bio samo u stanju da grubo proceni veličinu ovog efekta, uspeo je da zasnuje ideju koja je vek kasnije postala teorija o tome kako se orbite malih objekata oko Sunca modifikuju usled apsorpcije i reemisije sunčeve energije. Smatra se da je Ernst J. Öpik očuvao rad Jarkovskog⁴⁶ živim i uveo ga u zapadnu literaturu, dugo nakon što je

⁴⁶Rad Jarkovskog je dostupan u originalnom obliku kao dodatak tezi Miroslava Broža (<http://sirrah.troja.mff.cuni.cz/mira/mp/phdth/>).

originalni rad bio izgubljen (Öpik 1951). Otprilike u isto vreme, slične ideje su počele da se pojavljuju u ruskoj naučnoj literaturi kroz rad Radzievskog (*Vladimir V. Radzievskii*) (Radzievskii 1952b). Koncept Radzievskog se zasnivao na promenljivom koeficijentu albeda na površini (Radzievskii 1952a). Međutim, nije postojao čvrst dokaz o dovoljno velikim varijacijama albeda na površini asteroida ili meteoroida. Stefen Paddock (*Stephen J. Paddack*) i Džon Kif (*John O'Keefe*) podržali su ideju razmatrajući nepravilne oblike i termalno zračenje, umesto reflektovane sunčeve svetlosti, koje će efikasnije promeniti iznos brzine rotacije meteoroida. Tada je nastao JORP. JORP je rođen kao “drugo ja” efekta Jarkovskog više od pola veka nakon rada Jarkovskog (Paddack 1969; Paddack & Rhee 1975; Rubincam 2000). Ideje Radzievskog su usavršene konceptom radijaciono-indukovanog ubrzanja sinhronizovanih satelita planeta (Vinogradova & Radzievskii 1965). Znatno kasnije je nastala ideja o postojanju binarnog JORP efekta (Čuk & Burns 2005).

Od 1950. do 1970. godine se videlo sporo oživljavanje onoga što je danas rezultiralo u efekat Jarkovskog i JORP-a. Kroz radove Davida Rubinkama (*David P. Rubincam*) i Paola Farinele (*Paolo Farinella*) krajem 90-ih godina XX veka studije ovih efekata su uveliko oživele. Obojica su proučavala termalne poremećaje kretanja veštačkog satelita. U tom proučavanju su uvideli direktnu vezu između orbitalnih efekata koji utiču na geodinamiku veštačkog satelita kao što je LAGEOS i orbitalnih efekata na male meteoroidne (Afonso *et al.* 1995; Rubincam 1995, 1998; Farinella *et al.* 1998) usled njihovog kretanja oko izvora zračenja (Sunca). Među prvima koji su govorili o mogućim posledicama efekta Jarkovskog na meteoroidne i asteroide su bili Hartmann *et al.* (1997). Vokrouhlický je jedan od prvih autora koji je veoma detaljno počeo da istražuje uticaj efekta Jarkovskog na orbitalnu evoluciju asteroida (Vokrouhlický & Farinella 1998; Vokrouhlický 1998a, 1998b). Mogućnost detekcije efekta Jarkovskog, kao merljive orbitalne promene, prvi su predložili Vokrouhlický *et al.* (2000). Od tada su se pojavili novi rezultati sa primenama neregulacionih efekata proširenim na dinamiku malih asteroida i njihovih populacija (Bottke *et al.* 2002a, 2006).

3.1 Efekat Jarkovskog

Efekat Jarkovskog nastaje kao rezultat nesimetrične reemisije toplote kojom Sunce zagreva površinu asteroida. Na taj način javlja se slaba sila, koja u zavisnosti od smera rotacije asteroida, blago povećava ili smanjuje njegovu orbitalnu brzinu. Ova promena orbitalnih brzina dovodi do promena orbita asteroida, tj. njihovih putanjskih elemenata. Efekat Jarkovskog dovodi pre svega do promene velike poluose orbite, a u manjoj meri i do promene drugih orbitalnih elemenata. Takođe, intenzitet ovog efekta obrnuto je proporcionalan prečniku tela, pa je samim tim efekat više izražen kod manjih objekata. Tipična brzina promene velike poluose za asteroid prečnika 1 km, koji se nalazi u GAP-u, iznosi oko $(3-5) \times 10^{-4}$ AJ Mgod⁻¹ (Vokrouhlický *et al.* 2015b).

Asteroidi manjih dimenzija su naročito podložni uticaju efekta Jarkovskog. Efekat nastaje na onoj strani rotirajućeg objekta koja je najtoplija. Ta strana emituje više fotona. Ako se telo kreće u istom smeru u kom rotira, postepeno pravi spiralu ka spolja i velika poluosa se povećava. U suprotnom, ako orbitalno i rotaciono kretanje imaju suprotne smerove, telo pravi spiralu ka unutra.

Efekat Jarkovskog zavisi od emitovanog termalnog zračenja. Bilo koja smisljena procena efekta Jarkovskog zahteva termofizički model tela. Ipak, procena efekta Jarkovskog zahteva mali broj uslova o obliku tela, čak i običan sferni model daje dovoljno dobru aproksimaciju orbitalne evolucije tela. Dok efekat Jarkovskog utiče na promene svih orbitalnih elemenata, ono u čemu se razlikuje od većine drugih poremećaja je sekularni uticaj na veliku poluosu, a . Pretpostavimo da važi 1) linearizacija graničnih uslova površine, 2) rotacija oko ose rotacije fiksirane u inercijalnom prostoru (na vremenskoj skali koja je uporediva sa revolucijom oko Sunca) i 3) kružna orbita oko Sunca. Onda je ukupna srednja promena orbite u a sastavljena iz dve komponente (Rubincam 1995, 1998; Farinella *et al.* 1998; Vokrouhlický 1998a, 1999):

$$\left(\frac{da}{dt}\right)_{dnevna} = -\frac{8}{9} \frac{\alpha\Phi}{n} W(R_\omega, \Theta_\omega) \cos\gamma, \quad (3.1)$$

dnevni efekat, i:

$$\left(\frac{da}{dt}\right)_{sezonska} = \frac{4}{9} \frac{\alpha\Phi}{n} W(R_n, \Theta_n) \sin^2\gamma, \quad (3.2)$$

sezonski efekat, pri čemu su R_ω i R_n bezdimenzioni poluprečnici tela, Θ_ω i Θ_n su bezdimenzioni termalni parametri koji će kasnije biti definisani, γ je nagib ose rotacije (ugao između ose rotacije i ose normalne na orbitalnu ravan), n je srednje dnevno kretanje i $\alpha = 1 - A$, gde je A Bond albedo (Vokrouhlický & Bottke 2001). Ovdje je $\Phi = \pi R^2 F / (mc)$, gde je π matematička konstanta, R poluprečnik tela, F solarni fluks na orbitalnom rastojanju a od Sunca, m je masa tela i c je brzina svetlosti. Veličina Φ je fizička karakteristika efekta u vezi sa apsorbovanom ili rasejanom sunčevom svetlošću po površini tela. Pošto je $m \propto R^3$, dobija se $\Phi \propto 1/R$. Veoma je važno pomenuti da dnevna i sezonska komponenta efekta Jarkovskog imaju različite zavisnosti od nagiba ose rotacije, γ : 1) dnevna komponenta je $\propto \cos\gamma$ i može da napravi pozitivnu ili negativnu promenu velike poluose (postiče maksimum za 0° ili 180° nagiba) i 2) sezonska komponenta je $\propto \sin^2\gamma$ i rezultira uvek smanjenjem velike poluose (postiče maksimum za 90° nagiba).

Njihova veličina je proporcionalna funkciji:

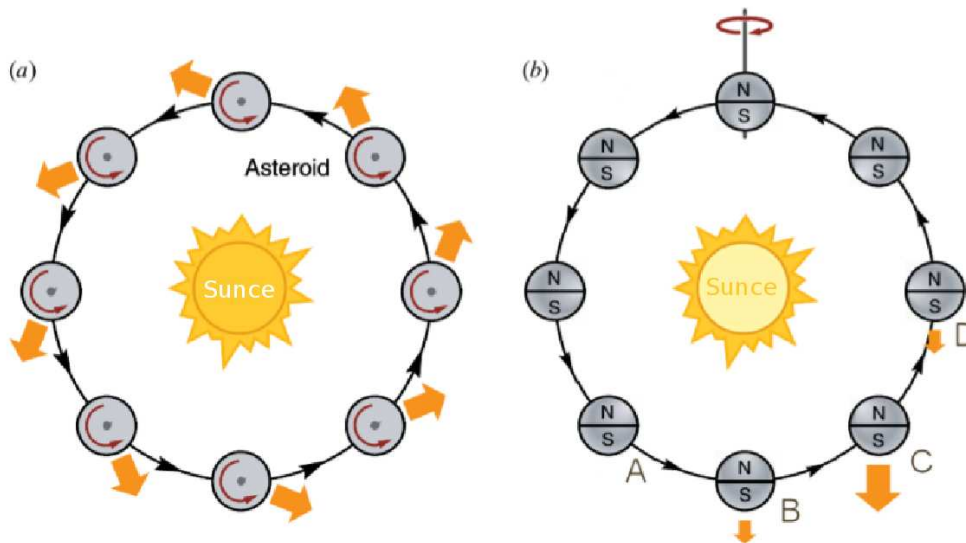
$$W(R_\nu, \Theta_\nu) = -\frac{\kappa_1(R_\nu)\Theta_\nu}{1 + 2\kappa_2(R_\nu)\Theta_\nu + \kappa_3(R_\nu)\Theta_\nu^2} \quad (3.3)$$

koja se računa iz termalnih parametara tela i frekvencije ν . Poslednja jednačina važi bilo za rotacionu frekvenciju ω (za dnevnu komponentu) bilo za srednje dnevno kretanje n (za sezonsku komponentu). Termalni parametri potrebni za model su: 1) površinska termalna provodljivost K , 2) površinski toplotni kapacitet C i 3) površinska gustina ρ . Ovi parametri, zajedno sa frekvencijom ν , ne pojavljuju se u jednačini (3.3) samostalno. Češće se oni, u procesu rešavanja problema difuzije toplote i računanja orbitalnih poremećaja, kombinuju u dva parametra. Prvo, oni daju skalirajuću dužinu $l_\nu = \sqrt{K/(\rho C \nu)}$ koja označava karakterističnu dubinu promene temperature pod pretpostavkom da je površinsko zračenje periodično sa frekvencijom ν . Bezdimenzioni poluprečnik tela R_ν u jednačini (3.3) je definisan sa $R_\nu = R/l_\nu$. Analogno su definisani R_ω i R_n . Drugo, površinska termalna inercija $\Gamma = \sqrt{K\rho C}$ ulazi u bezdimenzioni termalni parametar Θ_ν jednačine (3.3) koristeći definiciju $\Theta_\nu = \Gamma\sqrt{\nu}/(\epsilon\sigma T_\star^3)$, gde je ϵ termalna emisivnost površine, σ je Štefan-Bolcmanova konstanta i T_\star je temperatura subsolarne tačke ($\epsilon\sigma T_\star^4 = \alpha F$). Analogno su definisani Θ_ω i Θ_n . Kada je poluprečnik tela R mnogo veći od l_ν onda nastaje situacija da su tri κ koeficijenta u jednačini (3.3) jednaka $1/2$ (Rubincam 1995; Vokrouhlický 1998a) za proizvoljnu vrednost R_ν . Stoga, za velika tela W faktori ne zavise od veličine R i onda važi da je $W \simeq W(\Theta_\nu) = -0.5\Theta_\nu/(1 + \Theta_\nu + 0.5\Theta_\nu^2)$. Sledi da efekat Jarkovskog ima maksimum za $\Theta_\nu \simeq 1$, a za velike ili male vrednosti

Θ_ν efekat iščezava. U ovom slučaju, sekularna promena velike poluose da/dt usled efekta Jarkovskog se skalira kao $\propto 1/R$ sa karakterističnim poluprečnikom R . Za male asteroide, bilo da su blizu Zemlji ili su u GAP-u, Θ_ω je obično reda jedinice dok je Θ_n mnogo manje, iz čega proizilazi da dnevna komponenta efekta Jarkovskog obično dominira nad sezonskom komponentom.

Puno modela je razvijeno da testira ulogu svake uprošćene pretpostavke gore pomenute koristeći analitičke, semi-analitičke ili potpuno numeričke metode. Ovo uključuje 1) nehomogenost ovih termalnih parametara (Vokrouhlický & Brož 1999), 2) spajanje dnevne i sezonske komponente efekta Jarkovskog (Vokrouhlický 1999; Sekiya & Shimoda 2013, 2014), 3) efekti ne-sfernog oblika za proste (konveksni oblici) (Vokrouhlický 1998b) ili opšte geometrijske oblike (uključujući nekonveksne oblike), 4) nelinearnost površinskih graničnih uslova termalnog modela (Sekiya & Shimoda 2013, 2014), 5) uloga vrlo visoke orbitalne ekscentričnosti (Spitale & Greenberg 2001, 2002; Sekiya & Shimoda 2014), 6) kada rotacija nije oko glavne ose rotacije (Vokrouhlický *et al.* 2005a), ili 7) efekat Jarkovskog za dvojne asteroide (Vokrouhlický *et al.* 2005b). Za svaki od njih je pronađeno da modifikuje rezultate nulte aproksimacije modela sa nekoliko desetina procenata bez menjanja osnovne zavisnosti efekta Jarkovskog od nagiba ose rotacije, od veličine objekta ili od termalnih parametara (osim možda za specijalni slučaj orbita sa veoma visokim ekscentricitetima, gde znak efekta Jarkovskog može biti promenjen (Spitale & Greenberg 2001)).

Površinska temperaturna asimetrija usled termalne inercije vodi ka postepenom povećanju ili smanjenju velike poluose, u zavisnosti od nagiba ose rotacije i smera rotacije (slika 22). Dnevna i sezonska komponenta efekta Jarkovskog su najefikasnije u situacijama opisanim na slici 22. Pošto sila Jarkovskog zavisi od površinske temperaturne asimetrije, stoga zavisi od termalne inercije. Sila Jarkovskog nestaje u graničnim slučajevima nulte i beskonačne termalne inercije gde je temperaturna raspodela simetrična oko subsolarne tačke. Brzina rotacije i heliocentrično rastojanje su takođe veoma važni.



Slika 22: (a) Šematski prikaz dnevnog efekta Jarkovskog za ose rotacije normalne na orbitalnu ravan. Usled termalne inercije, prateća popodnevna strana objekta koji direktno rotira je toplija od vodeće jutarnje hemisfere, što dovodi do veće emisije sa popodnevnne strane. Ukupna rezultujuća termalna sila (narandžaste strelice) ima komponentu ubrzanja tangencijalnu na orbitu, prouzrokujući sekularno povećanje orbitalne velike poluose a (komponenta radijalne sile je tipično zanemarljiva u odnosu na sunčevu gravitaciju). Analogno, tela koja retrogradno rotiraju usporavaju se usled Jarkovskog i njihova orbita se smanjuje. (b) Sezonska komponenta efekta Jarkovskog, sa osom rotacije koja leži u orbitalnoj ravni. Sezonsko zagrevanje i hlađenje “severne” i “južne” hemisfere povećava termalnu silu, koja leži duž ose rotacije. Vrednost termalne sile (narandžaste strelice) varira duž orbite kao rezultat termalne inercije, iako maksimum sunčevog zračenja “severna” i “južna” hemisfera prime u položajima A i C, maksimalna vrednost termalne sile se desi u položajima B i D. Ukupni efekat nakon cele revolucije uzrokuje da se objekat spiralno uvija ka Suncu, tj. sezonska komponenta efekta Jarkovskog uvek smanjuje a (Bottke *et al.* 2006) (Izvor: Müller 2007).

Slede nekoliko primera kako efekat Jarkovskog utiče na orbitalnu dinamiku tela (manjih od 30 km).

Najranija merenja jačine sile Jarkovskog dolaze sa LAGEOS satelita, koji je dizajniran za visoko precizno lasersko merenje (Rubincam 1987, 1988, 1990). Tražeći uzrok sekularnog smanjenja velike poluose LAGEOS satelita, primećeno je da mora da postoji sezonska komponenta osim originalne dnevne komponente efekta Jarkovskog. Sezonski efekat utiče ne samo na Zemljine satelite, kao što je LAGEOS, već i

na ostale objekte koji orbitiraju oko Sunca.

Efekat Jarkovskog je takođe izmeren za asteroide pomoću podataka sa Arecibo i Goldston radio teleskopa (Chesley *et al.* 2003). Za asteroid (6489) Golevka prečnika 0.53 km Chesley *et al.* (2003) su pokazali da je pretrpeo orbitalni pomeraj u periodu od 1991. do 2003. godine koji ne može da se objasni samo gravitacionim poremećajima, ali je u skladu sa dodatnim uticajem efekta Jarkovskog. Asteroid Golevka je imao nekoliko bliskih prilaza Zemlji (Bottke *et al.* 2006). Pronašli su da je negravitaciono ubrzanje Golevke u saglasnosti sa teorijom Jarkovskog (Vokrouhlický *et al.* 2001). Merenja efekta Jarkovskog putem radara i optičke astrometrije nude nov način za otkrivanje fizičkih osobina asteroida bliskih Zemlji (Vokrouhlický *et al.* 2005a, b).

Na kraju prošlog veka se postavilo pitanje kako objekti GAP-a dospevaju u rezonance (Wisdom 1983; Morbidelli & Gladman 1998; Migliorini *et al.* 1998; Morbidelli & Nesvorný 1999). Zaključili su da mora postojati stabilan mehanizam koji dovodi male objekte GAP-a u jake rezonance odakle odlaze u prostor blizak Zemlji. Većina njih na kraju postane ABZ ili Mars-kroser asteroid (Bottke *et al.* 2000a, 2002b). Nekada se smatralo da su asteroidi direktno ubačeni u rezonance nakon sudara u GAP-u (Farinella *et al.* 1993). Međutim, sudari u asteroidnom pojasu se dešavaju retko. Pretpostavlja se da se samo oko 20 asteroida prečnika većeg od 100 km raspalo u poslednje 3 do 4 milijarde godina (Bottke *et al.* 2005a, b). Takođe, srednji dinamički život materijala ubačenog u rezonance je samo nekoliko miliona godina (Gladman *et al.* 1997; Bottke *et al.* 2002c), pa bi kratki vek materijala u rezonancama mogao eventualno da vodi ka pražnjenju GAP-a (Migliorini *et al.* 1998; Michel *et al.* 2000). Ovi problemi mogu da se pogoršaju činjenicom da je najveći broj mogućih roditeljskih tela smešten daleko od rezonanci u dinamički stabilnom regionu (Nesvorný *et al.* 2002a), pa bi raspadom asteroida u GAP-u nastajale brojne familije što se ne poklapa sa posmatranjima (Nesvorný *et al.* 2003). Iz navedenih razloga, Farinella & Vokrouhlický (1999) su objavili da većina rezonanci GAP-a dobija asteroide sa prečnikom ne većim od 30 km putem efekta Jarkovskog. Ovo moguće rešenje može da objasni raznolikost spektara asteroidne populacije u unutrašnjem Sunčevom sistemu (Binzel *et al.* 2004). Zavisnost efekta Jarkovskog od veličine objekta objašnjava različite raspodele po veličinama asteroida bliskih Zemlji i asteroida GAP-a (Delbó *et al.* 2008).

Jedna od prvih predloženih primena efekta Jarkovskog je bila da objasni kako se mala tela transportuju iz Glavnog pojasa do Zemlje (Öpik 1951; Radzievskii 1952a; Peterson 1976). Pretpostavljalo se da ovaj efekat sporo smanjuje njihove velike po-

luose, ali vremenska skala uključena u ovaj scenario je bila previše velika da bi se smatrala praktičnom. Deo rešenja za problem dužine vremenske skale je pronađen u Wetherill (1979) i Wisdom (1983), koji su pokazali da jake RSK i sekularne rezonance u unutrašnjem GAP-u mogu pomeriti tela na orbite koje seku Zemljinu orbitu za približno 1 Mgod. Ovaj scenario doprema veliki deo meteoroida do Zemlje sa CRE⁴⁷ starošću od nekoliko miliona godina (Farinella *et al.* 1994; Gladman *et al.* 1997). Ove vrednosti nisu u saglasnosti sa CRE vrednošću za većinu kamenih i gvozdени meteorita (Morbidelli & Gladman 1998). Da bi izbegli ovaj problem Farinella *et al.* (1998) su izuzeli direktno ubacivanje objekata u rezonance i umesto toga su pretpostavili da efekat Jarkovskog sporo doprema materijal u jake rezonance GAP-a. Ovi objekti će dugo biti bombardovani kosmičkim zracima koji će povećati njihov CRE. Osim toga, gvozdeni meteoriti imaju različite termalne provodljivosti od kamenih. Promene velikih poluosa, da/dt , gvozdени meteorita su dovoljno spore da objasne njihove visoke vrednosti za CRE (0.1–1 milijardu godina). Efekat Jarkovskog je dao objašnjenje za CRE vrednosti kamenih meteorita i razlike između CRE kamenih i gvozdени meteorita, jer je obrnuto proporcionalan masi, pa samim tim i gustini objekta. Što je veća gustina asteroida, promena velike poluose da/dt je sporija, pa je CRE gvozdени asteroida veće od CRE kamenih. Takođe, efekat Jarkovskog je od suštinskog značaja za predviđanje udara asteroida u Zemlju. Ovaj efekat je odlučujući činilac da li će se asteroid (29075) 1950 DA, objekat sa veoma visokom verovatnoćom sudara, sudariti sa Zemljom 2880. godine ili ne (Giorgini *et al.* 2002).

3.1.1 Direktna detekcija efekta Jarkovskog

Kao što smo spomenuli, detekciju efekta Jarkovskog prvi su predložili Vokrouhlický *et al.* (2000). Ideja je ležala u prvom iznenađujućem rezultatu koji kaže da bi sila Jarkovskog, koja deluje na 0.5 km asteroid blizak Zemlji, morala da bude najviše 0.1 N, prouzrokujući ubrzanje od samo 1 pm/s² (Vokrouhlický *et al.* 2015b).

⁴⁷Izloženost kosmičkim zracima (*Cosmic-ray exposure*) je vremenski interval od trenutka kada se meteoroid odvojio od roditeljskog tela do trenutka njegovog pada na Zemlju.

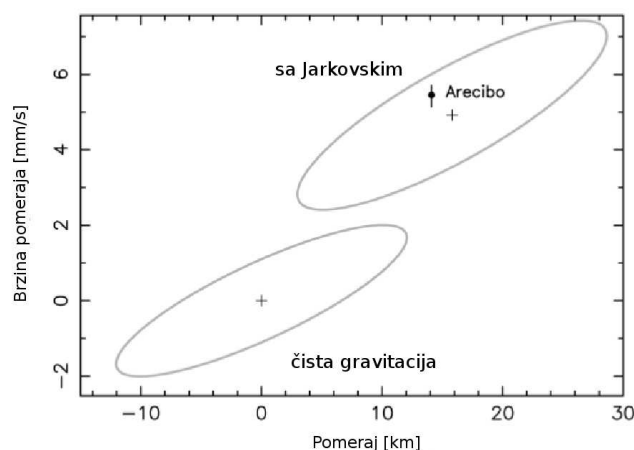
Zato nastaju mali poremećaji od nekoliko desetina kilometara na velikoj poluosi za asteroid blizak Zemlji prečnika 0.5 km posle samo jedne decenije. U principu, takva devijacija je primetna za vreme bliskog prilaza Zemlji, optičkim ili radarskim posmatranjima, ali ključni izazov je da preciznost predviđanja položaja mora biti značajno veća od promene koja nastaje usled efekta Jarkovskog i koja se meri.

Kod prvog testiranja signala efekta Jarkovskog u astrometrijskim podacima datog objekta, orbita je fitovana na date podatke transverzalnim negravitacionim ubrzanjem $a_T = A_2(r_0/r)^2$, gde je A_2 parametar iz procene orbitalnih elemenata, $r_0 = 1$ AJ normalizujuća konstanta i r je heliocentrično rastojanje asteroida (Chesley *et al.* 2015). Za svaki objekat su Chesley *et al.* (2015) razmatrali procenu A_2 istovremeno sa oskulatornim orbitalnim elementima. Ovaj model daje direktno iznos pomeraja srednje velike poluose, koji je proporcionalan A_2 , ističući orbitalnu devijaciju usled efekta Jarkovskog (Farnocchia *et al.* 2013a). Korišćenje jednog parametra (A_2) u modelu efekta Jarkovskog je posebno pogodno jer u potpunosti zaobilazi termofizičke procese koji su inače od fundamentalnog značaja za ovaj efekat.

Detekcija efekta Jarkovskog zahteva najmanje tri radarska merenja u toku jedne decenije ili nekoliko decenija optičkog posmatranja, u odsustvu radarskog merenja. Naravno, na manjim objektima bi efekat Jarkovskog mogao da se otkrije mnogo brže, ali problem sa malim telima je da se za njih mnogo teže pravi odgovarajuća astrometrijska baza podataka. Zbog ovoga, samo nekoliko objekata sa prečnikom $D < 100$ m imaju direktnu detekciju efekta Jarkovskog. Trebalo bi naglasiti da posmatranja ne dozvoljavaju direktno merenje sekularne promene velike poluose. Umesto toga, oni su otkrili pomeranje u položajima asteroida duž orbite, efekat koji se uvećava $\propto t^2$ za dato vreme t (Vokrouhlický *et al.* 2000).

Kao što je predviđeno u Vokrouhlický *et al.* (2000), (6489) Golevka je bila prvi asteroid sa nespornom detekcijom uticaja efekta Jarkovskog na njegovu orbitu (Chesley *et al.* 2003). U ovom slučaju detekcija je bila moguća samo zahvaljujući dostupnosti tri dobro razdvojena radarska posmatranja u 1991., 1995. i 2003. godini. Iz prva dva radarska posmatranja se dobija velika poluosa, koja vodi do preciznog predviđanja položaja u 2003. godini, dok posmatranje iz 2003. godine daje promenu putanje.

Slika 23 predstavlja predviđanje položaja za 2003. godinu sa posmatranjima zasnovanim na principu Doplerovog efekta uz njihovu netačnost zajedno sa pratećim netačnostima. Predviđanja su dobro razdvojena nivoom poverenja većim od 90% i stvarni položaj asteroida se našao blizu predviđanja koje uključuje efekat Jarkovskog.



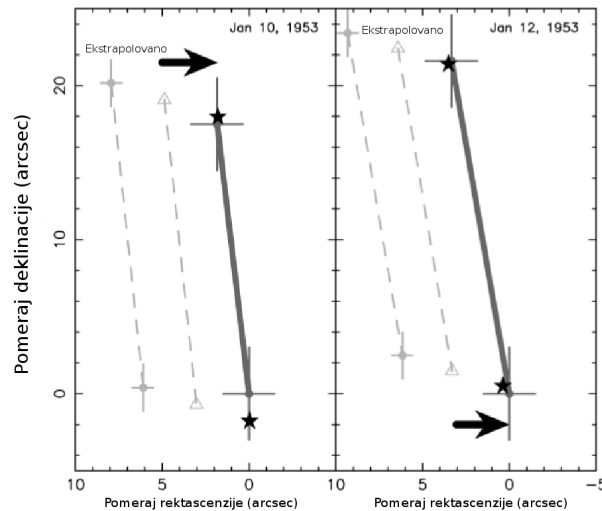
Slika 23: Orbitalno rešenje za asteroid (6489) Golevka iz astrometrijskih podataka pre maja 2003. godine projektovano na ravan radarskih posmatranja: (i) položaj na apscisi i (ii) brzina na ordinati. Koordinatni početak ravni se poklapa sa centrom rešenja koje uključuje samo gravitacione poremećaje. Siva elipsa označena kao “čista gravitacija” predstavlja 90% nivo poverenja u orbitalnom rešenju usled netačnosti u astrometrijskim posmatranjima. Centar sive elipse označen “sa Jarkovskim” je predviđeno rešenje sa uključenom silom Jarkovskog (Vokrouhlický *et al.* 2000). Primetimo pomeraj od ~ 15 km i pomeraj od ~ 5 mm/s. Tri aktuelna Arecibo posmatranja iz 24., 26. i 27. maja 2003. godine su prikazana crnim simbolom (netačnosti ovih merenja su previše mala da bi bila prikazana na ovoj skali). Posmatranja su se savršeno uklopila u region orbitalnog rešenja koje uključuje efekat Jarkovskog (Izvor: Chesley *et al.* 2003).

Druga detekcija efekta Jarkovskog je bila za (152563) 1992 BF, što je prva detekcija koja se nije oslanjala na radarsku astrometriju (Vokrouhlický *et al.* 2008). Ovaj asteroid prečnika pola kilometra ima optički luk od 13 godina (od 1992. do 2005. godine) posmatranja i četiri arhivska položaja za više od dve noći u 1953. godini. Čista gravitaciona orbita ne može da fituje ova posmatranja, ali uključanjem efekta Jarkovskog u račun gravitaciona orbita dobro fituje posmatranja i daje procenu da/dt sa odnosom signal–šum približno 15 (slika 24).

U ovakvim slučajevima, gde se detekcija u velikoj meri oslanja na izolovane i stare podatke, treba obratiti pažnju na mogućnost da loša merenja kvare rezultat. Kao što je predstavljeno na slici 24, položaj iz 1953. godine ne bi mogao da se pripiše starim posmatranjima, jer su položaji premereni uz korišćenje modernih kataloga.

Najpreciznije merenje Jarkovskog je zabeleženo na asteroidu (101955) Benu sa

0.5% preciznosti detekcije efekta Jarkovskog, što je daleko najbolja preciznost do sada (Chesley *et al.* 2014). Asteroid (2009) BD je najmanji objekat ($D \sim 4$ m) sa potvrđenom detekcijom Jarkovskog, koja je postignuta zbog njegove orbite nalik Zemljinoj kao i dvogodišnjeg posmatranja (Mommert *et al.* 2014). Takođe, postoje detekcije, sa dobrim posmatranjima, dva asteroida sa prečnicima između 2 km i 3 km, (2100) Ra-Šalom (*Ra-Shalom*) i (4179) Tutatis (Nugent *et al.* 2012; Farnocchia *et al.* 2013a), sa 4 i 5 radarskih posmatranja.



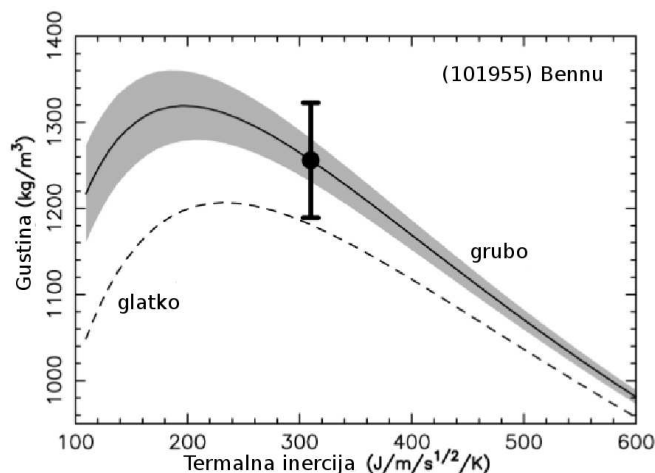
Slika 24: Mereni i predviđeni položaji za (152563) 1992 BF za 10. januar (levo) i 12. januar (desno) 1953. godine. Tamna siva puna linija je trag asteroida koji se pojavio na snimcima sa Palomara u toku dve noći. Koordinatni početak, sa rektascenzijom na apscisi i deklinacijom na ordinati, proizvoljno je postavljen na kraj pomenutog traga. Prvi levi isprekidani trag označen sa “ekstrapolovano” predstavlja čistu ekstrapolaciju moderne orbite bez uključenih termalnih sila. Neslaganje u rektascenziji malo se popravljja ako se podaci iz 1953. godine uključe u orbitalno rešenje kao što prikazuje srednji isprekidani trag. I pored toga, rešenje je više od 3σ daleko od merenog traga. Samo ako se termalna ubrzanja uključe u orbitalno rešenje, predviđeni orbitalni položaj se poklapa sa posmatranjima: zvezde pokazuju fitovane položaje na početku i na kraju traga (Izvor: Vokrouhlický *et al.* 2008).

3.1.2 Primene efekta Jarkovskog

Dinamičke i fizičke osobine asteroida. Efekat Jarkovskog može da se koristi kao alat za istraživanje prirode individualnih asteroida. Kretanje asteroida usled efekta Jarkovskog je posledica nekoliko fizičkih osobina tela, pa direktno merenje

da/dt omogućava uvid u te karakteristike. Osobine asteroida od primarnog značaja su orijentacija ose rotacije, veličina i masa asteroida, mada su i termalne, refleksione osobine i brzina rotacije takođe važni. U najlošijoj situaciji, koja nije tako česta, poznato je samo da/dt i apsolutna magnituda H . Čak i u ovom slučaju možemo staviti smisljena ograničenja na nagib rotacione ose tela kroz $\cos\gamma$ zavisnost. Na primer, znak da/dt otkriva da li je rotacija retrogradna ili direktna.

Kada su parametri rotacije tela poznati, iz kombinacije radarskih posmatranja i krive sjaja, imamo mnogo jasniji uvid u prirodu tela zato što je $\cos\gamma$ poznato pa je termalni parametar Θ_ω bolje određen. U takvim slučajevima ostaje prosta veza između ρD i termalne inercije Γ . Prečnik D može npr. biti direktno meren radarom ili izveden iz poznatog albeda i apsolutne magnitude, omogućavajući da se uvedu granice za gustinu tela ρ i za termalnu inerciju Γ . Sivi region na slici 25 je ograničenje ovog tipa za slučaj asteroida (101955) Benu.



Slika 25: Gustina tela, ρ , za (101955) Benu iz detektovane vrednosti za efekat Jarkovskog kao funkcija površinske termalne inercije Γ . Isprekidana linija odgovara $da/dt = \text{const.}$ rešenju za model glatke površine, uzimajući u obzir detaljan model oblika i nelinearni uslov za granicu. Puna linija uzima u obzir 50% nepravilnosti malih razmera na svakoj ravnoj površini u modelu oblika, dok siva zona uzima u obzir procenu od $\sim 17\%$ netačnosti u ukupnoj vrednosti površine. Nelinearnost da/dt u ravni (ρ, Γ) proizilazi iz jednačina (3.1) i (3.3) (Izvor: Chesley *et al.* 2014).

Maksimalna vrednost ρ na slici 25 je povezana sa $\Theta_\omega \simeq 1$ gde efekat Jarkovskog ima maksimalnu efikasnost. Primećujemo da korelacija između ρ i Γ može u principu biti izbegnuta nezavisnom procenom ρ iz koje se direktno procenjuje Γ , mada sa dva moguća rešenja. Iako ovaj pristup do sada nije bio moguć, očekuje se kao

prirodni ishod prve detekcije efekta Jarkovskog na dobro posmatranom binarnom sistemu. Drugi pristup u izbegavanju korelacije između ρ i Γ zasniva se na merenju odstupanja sunčevog radijacionog pritiska na orbiti, koji daje odnos površina–masa. Sa procenom veličine, nezavisna procena mase može dovesti do dvostrukog rešenja za termalnu inerciju tela (Mommert *et al.* 2014).

Alternativni pristup je bio uspešno primenjen u nekoliko specijalnih slučajeva do danas. Konkretno, posmatranja termalne emisije asteroida mogu da obezbede nezavisno izračunavanje termalne inercije, rešavajući vezu između ρ i Γ i omogućavajući direktnu procenu gustine asteroida. Možda je najupečatljiviji primer slučaj (101955) Benu, koji ima dobro određen oblik, rotaciju i termalnu inerciju. Kada se ove karakteristike povežu sa visokom preciznošću procene da/dt rezultat za gustinu je $1,260 \pm 70 \text{ kg/m}^3$ (slika 25). Drugi slični slučajevi su (1862) Apolo, (1620) Geografos (*Geographos*) i (29075) 1950 DA (Rozitis *et al.* 2013, 2014; Rozitis & Green 2014). U svakom od ovih slučajeva se kombinuju da/dt , radarska posmatranja i termalna merenja da bi se izračunala gustina asteroida. U najboljim slučajevima detekcije efekta Jarkovskog, gde takođe koristimo model oblika, rotaciju i termofizičke karakteristike, može se izračunati lokalna gravitacija tela. Ovo može biti od velikog značaja za svemirske misije čiji su ciljevi asteroidi. Rozitis *et al.* (2014) su pronašli da njihova termalna merenja, kada se kombinuju sa pomerajem usled efekta Jarkovskog na primeru (29075) 1950 DA (Farnocchia & Chesley 2014) zahtevaju malu masu asteroida.

Uticao na populaciju. Detekcija efekta Jarkovskog omogućava jedan celovit pogled na asteroide blizu Zemlji. Od posebnog značaja je raspodela nagiba ose rotacija. Otkriveno je da 28 od 36 asteroida ima $da/dt < 0$, dakle 78% uzorka ima retrogradnu rotaciju (Vokrouhlický *et al.* 2015b). Ovaj višak retrogradnih tela predstavlja potvrdu rezultata koji je prvi put objavljen u La Spina *et al.* (2004). Ovaj mehanizam nastajanja viška retrogradnih tela u ABZ populaciji je posledica uticaja transportnog efekta Jarkovskog (Morbidelli & Vokrouhlický 2003). Lokacija ν_6 rezonance implicira da asteroidi GAP-a koji ulaze u unutrašnji deo Sunčevog sistema ovom putanjom, moraju imati $da/dt < 0$, tj. retrogradnu rotaciju. Tela sa direktnom rotacijom imaju tendenciju da se udalje od ove rezonance. Asteroidi ulaze u unutrašnji deo Sunčevog sistema i kroz druge rezonance, najviše kroz 3:1 rezonancu sa Jupiterom, kroz koju dolazi približno isti broj retrogradno i direktno rotirajućih tela. Farnocchia *et al.* (2013a) su analizirali ovu raspostranjenost retrogradnog kretanja, uključujući neke selekzione efekte i među njima i detekciju efekta Jarkovskog. Pronašli su da je raspostranjenost retrogradnog kretanja u potpunosti

saglasna sa transportom usled efekta Jarkovskog i naglašeno je da se to može koristiti za izračunavanje raspodele nagiba ose rotacija asteroida u okolini Zemlje.

Procena opasnih udara. Većina prijavljenih potencijalnih udara je povezana sa novootkrivenim objektima za koje je neodređenost za udar u Zemlju uslovljena netačnošću dostupnih astrometrijskih posmatranja. Za nekoliko asteroida sa izvanredno preciznom orbitom, efekat Jarkovskog je ključni deo analize rizika potencijalnog udara u Zemlju. Kada je efekat Jarkovskog direktno otkriven iz astrometrijskih podataka, pristup analizi je postao jasan, kao i u slučaju (101955) Benu i (29075) 1950 DA (Milani *et al.* 2009; Chesley *et al.* 2014; Farnocchia & Chesley 2014).

Postoje neki slučajevi gde astrometrija pruža malo ili nimalo znanja o efektu Jarkovskog, a ipak je on glavni činilac u proračunima potencijalnih sudara sa Zemljom. U takvim situacijama primorani smo da pretpostavimo raspodelu za albedo, nagib ose rotacije, termalnu inerciju i još neke parametre i iz njih da izračunamo raspodelu za A_2 ili za da/dt . Monte Karlo pristup sa ovim raspodelama omogućuje bolju procenu opasnosti od asteroida koje prete Zemlji, stoga bolje izračunavanje verovatnoće udara. Ova tehnika je bila neophodna za (99942) Apofis i bila je primenjena u Farnocchia *et al.* (2013b) pre nego što su Vokrouhlický *et al.* (2015a) upotrebili parametre rotacije ovog asteroida.

Transport meteorita. Efekat Jarkovskog sa njegovom mogućnošću da sekularno menja veliku poluosu meteoroida (prethodnika meteorita, za koje se veruje da su fragmenti velikih asteroida pozicionirani u GAP-u) je prvobitno predložen za glavni element transportovanja meteoroida do Zemlje (Peterson 1976). Međutim, direktan transport iz GAP-a, na primer kao što je kad se putanja malog tela spiralno uvija ka Suncu usled efekta Jarkovskog, traje veoma dugo vremena i zato su vrednosti termalnih parametara i/ili brzine rotacije nepouzdanе za tela veličine reda metra. Problem je prevaziđen u kasnim 70–im i ranim 80–im godinama XX veka napretkom u razumevanju dinamike asteroida. Brojni radovi su pokazali da transportna putanja koja povezuje objekte GAP-a sa orbitama planeta koje objekti seku, u stvari su sekularne rezonance i rezonance u srednjem kretanju sa velikim planetama. Uzimajući u obzir ovu informaciju zajedno sa efektom Jarkovskog, Vokrouhlický & Farinella (2000) su konstruisali model u kojem se meteoroidi koji su nastali u sudarnim procesima u unutrašnjim ili centralnim delovima GAP-a transportuju efektom Jarkovskog u rezonance. Na putanji neki od meteoroida se mogu raspasti, što može da stvori nove rojeve kćeri meteoroida koji eventualno dospevaju do putanja sa kojih prelaze na orbite planeta koje seku. Sa ovim modelom, Vokrouhlický i Farinella su uspeli da objasne raspodelu starosti kamenih meteorita na

osnovu kosmičkog zračenja, kao kombinaciju nekoliko vremenskih skala: (i) vreme koje meteoroid ima pre sudara (ii) vreme koje meteoroid ima pre nego što dopu- tuje do rezonance, (iii) vreme koje je potrebno da od te rezonance stigne do orbite koja seče Zemljinu orbitu i (iv) vreme koje mu je potrebno da sa te orbite udari u Zemlju. Ovaj model svakako sadrži brojne pretpostavke i potencijalno slabe ele- mente, posebno u svetlu kasnijeg brzog razvoja JORP teorije, što iziskuje dalji rad na njemu. Na primer, jedna od teškoća u popravci modela o transportu meteoroida je netačnost u identifikaciji roditeljskog asteroida za datu klasu meteoroida.

Model koji su predstavili Nesvorný *et al.* (2009) (koji je najviše napravljen za određivanje izvornog regiona L-hondrita (Gefion familija), ali može da služi i za LL-hondrite i H-hondrite), zahteva da neposredno roditeljsko telo ovih meteoroida ima prečnik između 5 i 50 m, da bi dospeli do jake 3:1 rezonance sa Jupiterom. Ovo znači da bi oni trebalo da migriraju pod uticajem Jarkovskog za 0.25–0.3 AJ od njihove izvorne lokacije za manje od pola milijarde godina. Dok ovo nije problem u scenariju gde tela rotiraju oko njihove fiksne ose, ostaje nejasno da li ovo važi kada tela počinju da imaju poremećaje, ili njihove ose evoluiraju brzo, usled JORP efekta. Jasno je da je mnogo rada potrebno da bi se razumeo efekat Jarkovskog u telima veoma malih prečnika (od nekoliko metara) čija osa može da pretrpi brzu evoluciju.

Orbitalna konvergencija u familijama i parovima asteroida. Tokom pro- tekle decenije efekti Jarkovskog i JORP su pomogli da značajno povećamo naše znanje o familijama asteroida. Ovo je zato što ovi efekti predstavljaju jedinstveni vremenski proces u modeliranju strukture familija. Najtačniji rezultati su dobijeni za dovoljno mlade familije asteroida, mlađe od 18 Mgod (Radović 2017). Kao što je dato u Nesvorný *et al.* (2003), osnovna metoda za utvrđivanje starosti mladih familija je određena konvergencijom orbitalnih sekularnih uglova (longitude čvora i pericentra, Ω i $\bar{\omega}$) u jednom trenutku prošlosti. Zato što su vrednosti precesije uglova Ω i $\bar{\omega}$ veoma osetljive na vrednosti velike poluose, onda zavise i od pomeraja da/dt usled efekta Jarkovskog. Doprinos efekta Jarkovskog ne može biti zanemar- ljiv, zato što promene u precesiji proizvode efekte koji kvadratno rastu sa vremenom. Nesvorný & Bottke (2004) su značajno smanjili netačnost procene starosti Karin fa- milije uključujući efekat Jarkovskog u model. U isto vreme, njihov rad omogućuje efektivnu detekciju efekta Jarkovskog za asteroide GAP-a. Ova metoda je kasnije korišćena za određivanje starosti nekoliko mladih familija (Novaković 2010; Novako- vić *et al.* 2012, 2014).

Dok metode za određivanje starosti mladih familija asteroida uključuju konver-

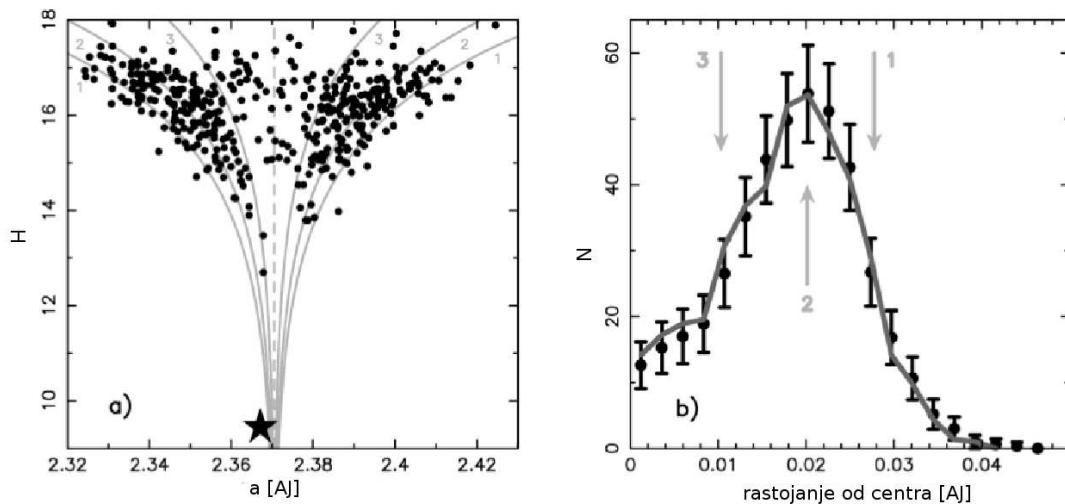
genciju samo orbitalnih uglova, računanje starosti parova asteroida (Vokrouhlický & Nesvorný 2008; Pravec *et al.* 2010) predstavlja još složeniji zadatak. U ovom slučaju se traži da se postigne puna konvergencija dve orbite asteroida u jedinstvenu lokaciju u Dekartovom prostoru (u okviru rastojanja vrednosti jednog prečnika Hilove⁴⁸ sfere roditeljskog tela) i sa malom relativnom brzinom (u poređenju sa brzinom oslobađanja od roditeljskog tela). Nije iznenađujuće da efekat Jarkovskog opet ima značajnu ulogu u ovom zadatku. U najboljim slučajevima, parovi (6070) Reinland (*Rheinland*) i (54827) 2001 NQ8 dozvoljavaju izvođenje ograničenja za nagib ose rotacija individualnih komponenti, što daje predviđanja koja je moguće direktno proveriti u narednim posmatranjima (Vokrouhlický & Nesvorný 2009; Vokrouhlický *et al.* 2011).

Širenje familija asteroida. Starije familije asteroida (≥ 20 Mgod) ne dozvoljavaju finu procenu starosti gore opisanim metodama, jer je nemoguće pouzdano rekonstruisati prethodne vrednosti orbitalnih uglova zbog prisustva haosa. U tim slučajevima se obično koriste vrednosti sopstvene velike poluose, ekscentriciteta i nagiba putanje. Sopstveni elementi se računaju za vremenske intervale koji su obično kraći od tipičnih starosti velikih familija asteroida. Pošto je kaos prisutan u dugim vremenskim intervalima, posledica toga je spora difuzija sopstvenih elemenata e_p i i_p , dok efekat Jarkovskog menja sopstvenu veliku poluosu a_p .

Bottke *et al.* (2001), proučavajući anomaliju u strukturi Koronis familije, predstavili su prvi jasni primer velikog uticaja efekta Jarkovskog na promenu oblika familije asteroida u a_p i e_p . Takođe je određena njena prosečna starost na 2.5–3 milijarde godina. Odgovarajući metod za računanje starosti familije stare oko nekoliko stotina miliona godina prezentovali su Vokrouhlický *et al.* (2006a). Taj metod potiče iz posmatranja malih asteroida, u nekim familijama, koji su gurnuti ka ekstremnim vrednostima velike poluose, i ako se posmatranja predstave u (a_p, H) ravni dobija se “V”–oblik (slika 26). Vokrouhlický *et al.* (2006a) su pokazali da je “V”–struktura rezultat duge dinamičke evolucije familije. Naročito, pretpostavljajući da je početna disperzija sopstvenih velikih poluosa a_p članova familije bila mala, oni su pokazali da efekat Jarkovskog ima dominantni uticaj u proširenju velike poluose familije. Uz pomoć JORP efekta, efekat Jarkovskog ima maksimalnu jačinu, i gura male članove familije ka ekstremnim vrednostima a_p . Ako je odgovarajuće modeliran, ovaj metod (Monte-Karlo kod koji prati evoluciju asteroida putem Jarkovski/JORP simulacije)

⁴⁸Hilova sfera je aproksimacija gravitacione sfere unutar koje je dominantan gravitacioni uticaj posmatranog tela. Nju je definisao američki astronom Džordž Vilijam Hil (*George William Hill*) na osnovu rada francuskog astronoma Edvarda Rošea (*Edouard Roche*). Iz ovog razloga je poznata i kao Rošea sfera.

omogućava približno određivanje vremenskog intervala neophodnog da familija koja se formira mala, dostigne posmatranu veličinu (slika 26).



Slika 26: Levo: Erigona familija projektovana na ravan sopstvene velike poluose a_p i apsolutne magnitude H sa 432 numerisanih članova familije koji su prikazani crnim simbolima, uključujući asteroid (163) Erigona (označen simbolom zvezde). Sive linije pokazuju $0.2H = \log(|a_p - a_0|/C)$, sa $a_0 = 2.3705$ AJ za tri različite vrednosti parametra C označene sa 1, 2 i 3. Parametar C ima pozitivne i negativne vrednosti i opisuje širenje familije koje se dešava pod uticajem efekta Jarkovskog i JORP (definiciju parametra C videti u Vokrouhlický *et al.* 2006a). Desni panel: fiksirani nivo za H (16 magnituda u ovom slučaju), pri čemu postoji 1-1 veza između C vrednosti i rastojanja od centra a_0 , prikazanog na apscisi. Simboli predstavljaju Erigona familiju koristeći statističku raspodelu u C -binovima (pretpostavljajući simetriju $C \rightarrow -C$ u ovom slučaju), netačnost je \sqrt{N} , gde je N aditivni broj asteroida u binu. Numerički model (tamna siva linija) nastoji da odgovara raspodeli uz dodavanje nekoliko slobodnih parametara kao što su starost familije i početno udaljavanje fragmenata od najvećeg fragmenta (roditeljskog tela). Sive strelice ukazuju na odgovarajuće $C=\text{const.}$ linije na levom panelu (Izvor: Vokrouhlický *et al.* 2015b).

Erigona familija je primer relativno stare familije (procenjena starost oko 300 Mgod) koja je izložena većim uticajem efekta Jarkovskog i JORP. Ona je nastala raspadom asteroida C tipa, prečnika oko 110 km i sa velikom poluosom oko 2.37 AJ. Nekoliko primena ove metode mogu se naći u brojnim radovima (Vokrouhlický *et al.* 2006a, 2006b, 2006c; Bottke *et al.* 2007; Carruba 2009; Carruba & Morbidelli 2011). Nedavno Bottke *et al.* (2015a) su primetili da primena unapređene metode

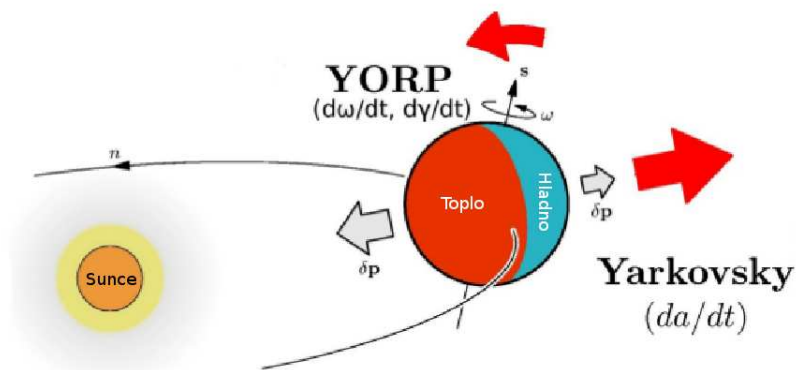
ne daje zadovoljavajuće rešenje za niski albedo Eulalia familije, koja se nalazi u unutrašnjem delu GAP-a. Njihove predložene izmene zahtevaju suviše dugo vreme koje provode mali asteroidi sa ekstremnim vrednostima nagiba ose rotacije, koji zauzvrat zahtevaju istovremeno usporavanje u evoluciji njihovih rotacija pod uticajem JORP-a. U stvari, ovo se može lako dobiti pretpostavljajući da se snaga JORP-a menja na vremenskoj skali kraćoj od JORP ciklusa (Cotto-Figueroa *et al.* 2015). Nije sasvim jasno zašto se ovaj fenomen primarno manifestovao na ovoj određenoj familiji, ili može generalno da se odnosi na sve familije starosti nekoliko stotina miliona godina i više. Model koji su dali Vokrušički i njegovi saradnici prirodno sadrži pretpostavku da mali članovi familija na svakoj od strana V-oblika imaju dominantno jedan nagib ose rotacije (direktno-rotirajući objekti zauzimaju region familije sa većim vrednostima nagiba i obratno). Radovi Hanuš *et al.* (2013b) i Kryszczyńska (2013) potvrđuju ovaj trend na slučajevima nekoliko familija.

Svojevrsna situacija nastaje kod familija čiji su članovi u rezonanci u srednjem kretanju sa Jupiterom prvog reda. U ovim slučajevima, zaključavanje u rezonanci onemogućuje velike promene u velikoj poluosi, ali efekat Jarkovskog se manifestuje kroz sekularno povećanje ili smanjenje ekscentriciteta. Modelovanje ove evolucije su uradili mnogi autori da bi procenili starost Šubart (*Schubart*) i Hilda familija lociranih u 3:2 rezonanci sa Jupiterom (Brož & Vokrouhlický 2008; Brož *et al.* 2011; Milani *et al.* 2017).

U Spoto *et al.* (2015) je korišćena metoda za računanje starosti familija asteroida koja uključuje fitovanje metodom najmanjih kvadrata obe strane "V" oblika familije u ravni sopstvene velike poluose i inverznog prečnika, da bi se izračunali odgovarajući nagibi obe strane. Razvijen je jedan unapređen model za greške zbog netačnosti prečnika asteroida. Najbolja merenja efekta Jarkovskog su korišćena za procenu efekta Jarkovskog kod svake familije. Rezultati su predstavljeni odvojeno za "sudarne" familije, "kraterske" familije, za mlade (kompaktne) familije i za "jednostrane" familije. Veoma dobri rezultati su dobijeni za starost starih familija, dok su starosti nekih familija po prvi put izračunate. Starosti svih familija u pomenu tom radu su dobijene jedinstvenom metodologijom, pa se starosti različitih familija mogu međusobno porediti, omogućavajući uvid u hronologiju sudara u asteroidnom pojasu.

3.2 JORP efekat

JORP efekat, u širem smislu označava momenat koji proizilazi iz interakcije tela koje rotira sa sunčevim zracima koji padaju na njegovu površinu (slika 27). Ovaj efekat je manje proučen od efekta Jarkovskog.



Slika 27: Jedna ilustracija principa efekta Jarkovskog i JORP-a. Kako asteroid apsorbuje sunčevo zračenje, njegova strana okrenuta ka Suncu postaje toplija od suprotne strane. Infracrveno zračenje sa površine u tom slučaju je anizotropno, zbog čega nastaje efekat Jarkovskog koji utiče na orbitalno kretanje asteroida i JORP efekat koji modifikuje parametre rotacije (Brož 2006) (Izvor: Novaković 2013).

Kao i kod efekta Jarkovskog, apsorbovana sunčeva svetlost ne dovodi do sekularnih promena brzine rotacije ili nagiba ose rotacije (Breiter *et al.* 2007; Nesvorný & Vokrouhlický 2008b; Rubincam & Paddack 2010). Rasejana sunčeva svetlost na optičkim talasnim dužinama i sila nastala usled termalnog zračenja proizvode dinamičke efekte koji se akumuliraju na dugim vremenskim skalama. Mora da se razmatraju dve komponente JORP efekta nezavisno, jer karakteristike rasejanog i termalno emitovanog zračenja nisu iste i proizvode različite momente. Pored toga, termalna komponenta ima vremensko kašnjenje zbog konačne vrednosti površinske termalne inercije i trebalo bi formalno da zavisi od određenog površinskog elementa.

Iako su ova pitanja u prvom planu trenutnih istraživanja, počecemo sa nultom aproksimacijom koju je uveo Rubincam (2000): 1) površinska termalna inercija je zanemarljiva, tako da se termalno zračenje reemituje bez kašnjenja i 2) reflektovano i termalno izračene komponente su po pretpostavci izotropne. Ova aproksimacija izbegava precizno termalno modeliranje pa su rezultati relativno neosetljivi na vred-

nost albeda površine tela. Ovo važi jer JORP efekat iščezava kod tela prostih oblika (kao što su rotacioni elipsoidi, Breiter *et al.* (2007)) i javlja se kod tela nepravilnih oblika (Paddack 1969). Nepoznavanje oblika tela je najveća prepreka u modeliranju JORP efekta.

Značaj finih detalja geometrije bio je otkriven prvim analitičkim i semi-analitičkim modelima JORP efekta. Ovde su postojala dva prilaza paralelno razvijena. Scheeres *et al.* (2007) i Scheeres & Mirrahimi (2008) su koristili oblik poliedra kao početnu tačku u njihovim istraživanjima, dok su Nesvorný & Vokrouhlický (2007, 2008a) i Breiter & Michalska (2008) koristili modelovanje oblika serijama sfernih harmonika. Oba modela predviđaju, posle usrednjavanja rezultata po ciklusu rotacije i revolucije, dugoročne promene brzine rotacije ω i nagiba ose rotacije γ koje mogu biti izražene kao:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\Lambda}{C} \sum_{n \geq 1} A_n P_{2n}(\cos\gamma), \quad (3.4)$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{\Lambda}{C\omega} \sum_{n \geq 1} B_n P_{2n}^1(\cos\gamma). \quad (3.5)$$

Ovde je $\Lambda = 2FR^3/(3c)$, C moment inercije koji odgovara osi rotacije, $P_{2n}(\cos\gamma)$ su Ležandrovi polinomi parnog stepena i $P_{2n}^1(\cos\gamma)$ su njima odgovarajuće Ležandrove funkcije. Karakteristike Ležandrovih polinoma parnog stepena i Ležandrovih funkcija reda 1 u jednačinama (3.4) i (3.5) od direktne do indirektna refleksije $\gamma \longleftrightarrow \pi - \gamma$ povlače sledeće osobine $d\omega/dt$ i $d\gamma/dt$: 1) promena brzine rotacije je simetrična dok 2) promena nagiba ose rotacije je antisimetrična pod uticajem te transformacije. Ranije numeričke studije (Rubincam 2000; Vokrouhlický & Čapek 2002; Čapek & Vokrouhlický 2004) su predlagale da ukupni efekat JORP-a na rotaciju iščezava kada je $\gamma \sim 55^\circ$ i $\gamma \sim 125^\circ$. Ovo svojstvo se može konačno razumeti uz jednačinu (3.4) zato što ove vrednosti nagiba ose rotacije odgovaraju korenima Ležandrovih polinoma drugog stepena. Pošto je $C \propto R^5$, jednačine (3.4) i (3.5) podrazumevaju da su iznosi brzine i nagiba ose rotacije proporcionalni $1/R^2$. Ovo je važna razlika u odnosu na zavisnost od veličine tela kod efekta Jarkovskog (proporcionalno $1/R$). Iz ove srazmernosti je vidljivo da snaga JORP-a raste veoma brzo sa smanjivanjem prečnika objekata. Kada karakteristični poluprečnik tela R postane uporediv sa dubinom prodora l_ω dnevnog termalnog talasa, efikasnost sprovođenja toplote kroz telo je znatno povećana što čini temperaturnu razliku na površini tela znatno manjom. Breiter *et al.* (2010) su zbog toga predlagali da za snagu JORP efekta važi $\propto 1/R$.

Onda bi snaga JORP-a još uvek rasla za male objekte. Osim toga, njihov rezultat je bio samo usmeren na termalnu komponentu JORP efekta, dok deo koji je povezan sa direktno rasejanom sunčevom svetlošću i dalje je bio proporcionalan sa $\propto 1/R^2$. Tako da sudbina rotacije malih meteoroida još uvek nije poznata u današnje vreme.

Osnovna razlika između složenih rezultata JORP efekta (jednačine (3.4) i (3.5)) i jednostavnih procena uticaja efekta Jarkovskog (jednačine (3.1) i (3.2)) je priroda beskonačnih nizova. Bezdimenzioni koeficijenti A_n i B_n u jednačinama (3.4) i (3.5) se određuju na osnovu oblika tela, bilo analitički ili semi-analitički (Nesvorný & Vokrouhlický 2007, 2008a; Scheeres & Mirrahimi 2008; Breiter & Michalska 2008; Kaasalainen & Nortunen 2013). Nizovi u jednačinama (3.4) i (3.5) mogu konvergirati brzo, sa prvih nekoliko članova koji su dominantni, ili mogu konvergirati sporo, sa članovima visokog stepena koji usporavaju konvergenciju (Nesvorný & Vokrouhlický 2007, 2008a; Kaasalainen & Nortunen 2013).

Dok je ovo ponašanje primećeno u analitičkom modeliranju, detaljne numeričke studije osetljivosti JORP-a na malim površinama (kao što su krateri) uradio je Statler (2009). Ovo je takođe omogućilo Statleru (2009) da predloži novi pravac istraživanja JORP efekta. On je primetio da osetljivost JORP-a na veoma malim površinama može uticati na njegovo raznoliko ponašanje na dovoljno kratkim vremenskim skalama što bi značajno promenilo dugoročnu evoluciju parametara rotacije, sa evolucijom koja se kreće sporo i konstantno ka asimptotskom stanju ili ima slučajno kretanje.

Kvadrupol ($2n = 2$), član najvišeg stepena u serijama razvoja u jednačinama (3.4) i (3.5), nastao je pod pretpostavkom poklapanja početka referentnog sistema i geometrijskog centra tela (npr. centar mase kod homogene raspodele gustine). Ako je osa rotacije pomerena od ove tačke, pojavljuju se dodatni članovi u ovim serijama i koeficijenti (A_n , B_n) se modifikuju i zato se predviđeni JORP efekat menja (Nesvorný & Vokrouhlický 2007, 2008a).

Nepravilnosti na površini asteroida. Za trenutne modele je neophodno uzeti u obzir nelinearnosti na površini tela u cilju boljeg opisivanja i predviđanja uticaja nelinearnih mehanizama. Najprostiji od nelinearnih efekata je senčenje nekih delova površine drugim delovima, koje može da se dogodi na površinama koje nisu konveksne. Blokiranjem svetlosti se povećava temperaturni kontrast između osvetljenih i osenčenih površina. Senčenje zahteva testiranje da li sunčev zrak odbijen od elementa površine seče drugi površinski element (Vokrouhlický & Čapek 2002). Drugi nelinearni efekat podrazumeva površinske nepravilnosti koje utiču na refleksiju, apsorpciju i zračenje. Parametarski modeli za refleksiju sa grubih površina su

dobro razvijeni, kao što je model za primenu na JORP efekat (Breiter & Vokrouhlický 2011).

Golubov & Krugly (2012) su otkrili još jedan aspekt JORP efekta na malim skalama: asimetričnu provodljivost toplote preko površinskih oblika za koje važi $s \leq l_\omega$, gde je s poluprečnik površinske krivine, l dubina termalnog talasa i ω predstavlja dužinu posmatrane vremenske skale. Stena provodi toplotu od osvetljene istočne strane do zapadne osenčene strane ujutru, i od zapadne strane nazad do istočne posle podne. Usled noćnog hlađenja temperaturni gradijent je ujutru strmiji i zato se više toplote sprovede i izrači od zapadne strane, rezultujući silom nastalom usled termalnog zračenja na istočnoj strani. Ova situacija zahteva kompletni trodimenzioni model transfera toplote (Golubov *et al.* 2014; Ševeček *et al.* 2015). Ova istraživanja ukazuju na ukupnu tendenciju JORP-a da ubrzava rotaciju objekata. Bolje razumevanje efekata na malim površinskim strukturama je od suštinskog značaja za razumevanje dinamike JORP-a.

Haotična komponenta JORP-a. Poseban problem u modeliranju termalnih efekata se javlja kod tela koja haotično rotiraju. Ovo je zato što određivanje difuzije toplote u telu uključuje vremensku komponentu, jer dimenzije tela su ograničene, a vremenska koordinata nije. Za tela koja rotiraju oko glavne ose (imaju fiksirani pravac u inercijalnom prostoru) orbitalni period je fundamentalni vremenski interval, dok kod tela koja haotično rotiraju rotacija nije određena jednim periodom. Najčešće je opisana periodom rotacije i precesije, koji mogu biti nesrazmerni.

Ova situacija je numerički proučena kod asteroida (4179) Tutatis (Vokrouhlický *et al.* 2005a) i (99942) Apofis (Vokrouhlický *et al.* 2015a). Oba istraživanja sugerišu da haotično rotiranje ne poništava obavezno efekat Jarkovskog, bar ne kod relativno velikih tela.

3.2.1 Direktna detekcija JORP efekta

Analize populacija malih asteroida ukazuju na jasne tragove njihove evolucije usled JORP efekta, u brzini rotacije i nagibu ose rotacije. Tačna posmatranja individualnih objekata, za sada ne dozvoljavaju detekciju sekularnih promena u nagibu ose rotacije i otkrivaju samo sekularne efekte u iznosu brzine rotacije. Čak i ta detekcija predstavlja izazov, jer JORP ima slab uticaj na 1 km asteroide na heliocentričnom rastojanju 1 AJ.

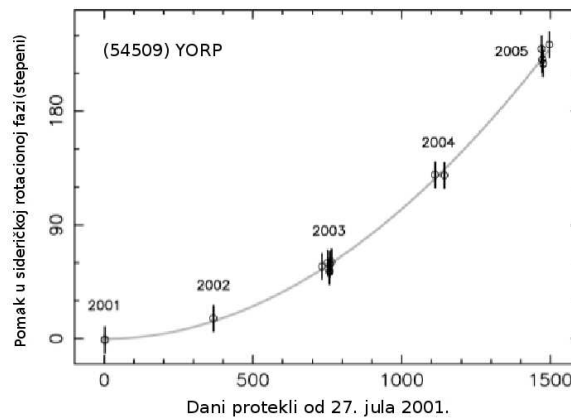
Slično kao kod efekta Jarkovskog, detekcija JORP-a je moguća kroz tačna merenja faze φ povezane sa brzinom rotacije. Ovo važi kada se rotaciona frekvencija ω menja linearno sa vremenom, $\omega(t) = \omega_0 + (d\omega/dt)t$ (usvajanjem najjednostavnije moguće pretpostavke, dok $d\omega/dt$ može imati sopstvenu promenu u vremenu), faza φ raste sa kvadratom vremena $\varphi(t) = \varphi_0 + \omega_0 t + 1/2(d\omega/dt)t^2$ (Vokrouhlický *et al.* 2015b). Računanje JORP indukovane promene u rotaciji $d\omega/dt$ može u osnovi da se poveže sa iznosom rotacione frekvencije ω_0 u $d\omega/dt = 0$ modelu. To je zato što male varijacije u ω_0 izazivaju promenu faze rotacije koja raste linearno sa vremenom. Detekcija JORP-a potiče od mogućnosti da se razluči ovaj linearni trend usled procene ω_0 i da se razluči kvadratni signal usled ne-nulte vrednosti $d\omega/dt$.

U idealnoj situaciji kada su posmatranja dovoljno gusta i ravnomerno raspoređena u vremenskom intervalu T , korelacija između ω_0 i $d\omega/dt$ može biti izbegnuta postavljanjem početka merenja vremena u centar intervala T . U granicama intervala, T , JORP se manifestuje kroz promenu faze $\simeq 1/8(d\omega/dt)T^2$. Zato važi da se JORP efekat može detektovati kada je njegova vrednost veća od faznog pomaka $\delta\varphi$ koji proizvodi greške u posmatranjima. Pretpostavimo da je $\delta\varphi \simeq 5^\circ$ i da je T oko 10 godina, granica detektovanja vrednosti $d\omega/dt$ je tada $\simeq 5 \times 10^{-8}$ rad/d². Očigledno, detekcija zahteva duži vremenski period, T , ako tačnost starih posmatranja to dozvoli. U praksi, u kasnim 60-im ili ranim 70-im godinama XX veka fotoelektrična fotometrija je uvedena i omogućila je dovoljno verna posmatranja krive sjaja. Ovo postavlja T na maksimum od 40 godina za dovoljno svetle objekte (Ďurech *et al.* 2008). Takođe treba naglasiti da se pomenuti ω i φ odnose na sideričku rotaciju i fazu, respektivno. Stoga, da bi se konvertovali fotometrijski podaci asteroida u φ potrebno je znati orijentaciju njegove ose rotacije u inercijalnom prostoru, kao i oblik asteroida.

Prva direktna posmatranja JORP efekta u rotacionom periodu su objavljena za asteroid (1862) Apolo (Kaasalainen *et al.* 2007) i (54509) JORP (Lowry *et al.* 2007; Taylor *et al.* 2007). Slika 28 prikazuje jedan primer kvadratnog pomaka u sideričkoj rotacionoj fazi φ u slučaju (54509) JORP, malog ko-orbitalnog asteroida Zemlje. Očekivana vrednost promene rotacije usled JORP-a odgovara posmatranoj vrednosti, omogućavajući interpretaciju signala kao detekciju JORP efekta, mada je njihovo tačno poređenje nemoguće usled nedostatka znanja o tačnom obliku ovog tela.

(25143) Itokava ima posebno mesto među asteroidima sa detektovanim JORP efektom. Nije samo prvi asteroid za koji je JORP detekcija predviđena (Vokrouhlický *et al.* 2004), već je oblik ovog tela poznat veoma precizno zahvaljujući poseti

svemirske letelice Hajabusa. To je omogućilo istraživačima da podignu tačnost predikcije JORP efekta na visok nivo (Scheeres *et al.* 2007; Breiter *et al.* 2009; Lowry *et al.* 2014), uzimajući u obzir da su rezultati u ovom slučaju veoma osetljivi na male nepravilnosti u obliku asteroida. Najdetaljniji proračuni dosledno su predviđali usporavanje rotacije usled JORP efekta, suprotno detektovanoj promeni u brzini rotacije. Rešenje ove zagonetke su predložili Scheeres *et al.* (2007). Oni su rekli da razlika u gustini između “glave” i “tela” ovog asteroida može značajno da pomeri centar mase. Ovo uvodi dodatnu komponentu obrtnog momenta koja bi mogla da “prevaziđe” JORP obrtni momenat, izvorno računat za homogena tela, i čini da predviđeno usporenje postane ubrzanje rotacije. Lowry *et al.* (2014) su usvojivši ovo rešenje, predvideli da dva dela asteroida Itokava imaju različite gustine, približno 1.75 g/cm^3 i 2.85 g/cm^3 .



Slika 28: Pomak u sideričkoj rotacionoj fazi $\Delta\varphi$ u zavisnosti od vremena za mali Zemljin ko-orbitalni asteroid (54509) JORP. Simboli su merenja sa njihovom procenjenom netačnošću. Siva linija je kvadratni pomak $\Delta\varphi = 1/2(d\omega/dt)t^2$ sa $d\omega/dt = 350 \times 10^{-8} \text{ rad/d}^2$. Vremenski početak je proizvoljno postavljen na 27. jul 2001. godine kada je bilo prvo merenje (Izvor: Taylor *et al.* 2007).

Ipak, postoje slučajevi kada situacija može biti još složenija, na primer da transverzalni prenos toplote na površini asteroida usled neravnina na asteroidu može prouzrokovati sistematsku promenu koja bi vodila ka ubrzanju rotacije (Golubov & Krugly 2012). Golubov *et al.* (2014) i Ševeček *et al.* (2015) su pokazali da detektovano ubrzanje u rotaciji Itokava možda može biti većim delom posledica efekata opisanih u Golubov & Krugly (2012) bez pozivanja na veliku razliku u gustini asteroida. Komplikovani slučaj Itokave je dao i održava motivaciju za detaljno modelovanje JORP efekta. Na sreću, ne pokazuju svi oblici asteroida takvu ekstremnu

osetljivost na male površinske karakteristike, omogućavajući zato lakše poređenje detektovanog i predviđenog JORP signala.

Pet asteroida kod kojih je detektovan JORP efekat imaju ubrzanje nezavisno od vrednosti perioda rotacije. Statistički se očekuje da se detektuje usporavanje rotacije usled JORP-a naročito među asteroidima koji sporo rotiraju, ali ovo je tačno za ona tela za koja se tačna fotometrijska posmatranja najčešće mogu teško obaviti. Rezultati pokušaja da se detektuje JORP efekat kod asteroida sa periodom rotacije između 20 i 40 sati se očekuju u narednih nekoliko godina (Vokrouhlický *et al.* 2015b).

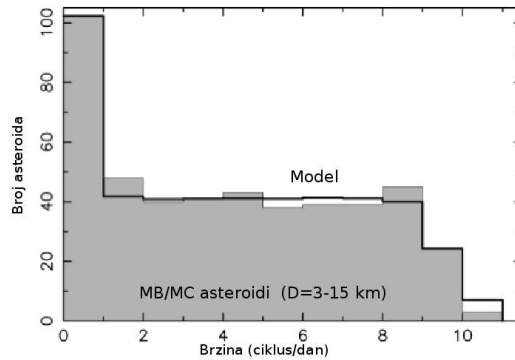
3.2.2 Primene JORP efekta

Raspodela brzine rotacije za male asteroide. Raspodela rotacionih frekvencija za velike asteroide u GAP-u se poklapa sasvim dobro sa Maksvelovom raspodelom srednjeg perioda rotacije približno od 8 h do 12 h, u zavisnosti od veličine korišćenog bina. Međutim, podaci rotacije za asteroide koji su manji od 20 km pokazuju značajno odstupanje od ovog zakona, bilo da imaju veoma sporu ili veoma brzu rotaciju. Slični podaci su takođe dostupni za ABZ, ali uzorak u GAP-u je više odgovarajući zato što njegovo tumačenje nije složeno zbog odsustva bliskih prilaza sa planetama. Nakon eliminacije poznatih binarnih sistema, individualni kilometarski asteroidi u GAP-u imaju približno uniformnu raspodelu rotacionih frekvencija (Pravec *et al.* 2008 i slika 29). Jedino statistički značajno odstupanje je višak tela koja sporo rotiraju (period im je duži od 24 h).

Ovi rezultati su dobro objašnjeni prostim modelom JORP evolucije. U tom pogledu brzine rotacije asteroida su pod uticajem JORP efekta vođene ka ekstremnim (velikim ili malim) vrednostima na karakterističnim JORP vremenskim skalama koje zavise od veličine asteroida. Asteroidi evoluiraju ka stanju brže rotacije i odbacuju masu i stoga usporavaju svoju rotaciju, dok oni koji veoma usporavaju svoju rotaciju ulaze u fazu “tumbanja”. Oni mogu kasnije da izađu iz ovog stanja sa novim vektorom rotacije, ili mogu da dobiju ugaoni momenat rotacije pod uticajem sudara. Posle nekoliko ciklusa (rotacija) brzina rotacije dobija približno uniformnu raspodelu i “sećanje” na njenu početnu vrednost se briše.

Statler *et al.* (2013) su predstavili prvi pokušaj određivanja osobina rotacija veoma malih ABZ-a uklanjanjem selekcionih efekata. Oni su pronašli veoma veliki

procenat brzo rotirajućih tela u grupi sa prečnicima < 60 m, koji može posvedočiti o sposobnosti JORP-a da ubrza rotaciju malih asteroida. Veći uzorak manje podložan potencijalnim greškama i selekcionim efektima biće potreban da potvrdi ovaj potencijalno važan rezultat.



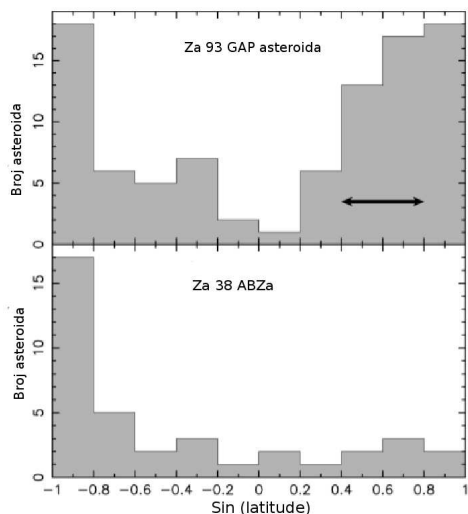
Slika 29: Raspodela brzine rotacije za 462 asteroida GAP-a (oznaka MB na grafiku) i asteroida koji seku putanju Marsa (oznaka MC na grafiku) (prečnika 3–15 km). Raspodela odstupa od uniformne samo iz dva razloga: (i) višak tela koja sporo rotiraju sa periodima dužim od 1 dan (prvi bin), (ii) linearno opadanje broja asteroida koji rotiraju 8–10 ciklusa/dan. Prvi donosi informaciju o tome kako se rotacija ubrzava, a drugi je prosto posledica zavisnosti granice rotacione fisije od stvarnog oblika tela. Rezultati iz prostog modela JORP populacije su prikazani crnom bojom (Model) (Izvor: Pravec *et al.* 2008).

Raspodela nagiba ose rotacije. Raspodela orijentacije polova velikih asteroida (veliĉine > 30 km) u GAP-u je približno izotropna, sa jednim viškom direktno rotirajućih tela. Sa druge strane, ose rotacije asteroida (veliĉine ≤ 30 km) su veoma koncentrisane oko ekliptiĉkih severnih i juĉnih polova (Hanusĉ *et al.* 2013a; slika 30).

Primetimo da je ovaj trend bolje vidljiv u retrogradno rotirajućoj grupi (nagibi $> 90^\circ$), zato Źto su direktno rotirajućii asteroidi poremećeni sekularnim spin-orbit rezonancama (samerljivost izmeĉu rotacionog perioda i perioda precesije ose rotacije) (Vokrouhlický *et al.* 2006d). Kao rezultat, ovde postoji više meŹanja meĉu nagibima osa rotacija ($< 90^\circ$) Źto prouzrokuje njihovu neŹto uniformniju raspodelu na slici 30. Ovaj rezultat se moĉe sloŹiti sa gore pomenutim prostim modelom JORP evolucije, zato Źto JORP vodi nagibe osa rotacija ka njihovim ekstremnim vrednostima (Āapek & Vokrouhlický 2004).

Raspodela orijentacije osa rotacije kod ABZ, uprkos joŹ uvek ograniĉenom uzorku, ukazuje na dominantnu orijentaciju u pravcu juĉnog ekliptiĉkog pola (La Spina *et*

al. 2004; slika 30).



Slika 30: Gornji panel: Raspodela latituda ekliptičkog pola za 93 asteroida GAP-a (veliĉine manje od 30 km). Strelica pokazuje zonu direktno rotirajućih objekata potencijalno pod uticajem spin-orbit rezonanci, o kojima će biti reći u poglavlju 4.3. (Vokrouhlický *et al.* 2006d). Ovaj efekat ne postoji kod retrogradno rotirajućih objekata i polovi se približavaju ka ekstremnim vrednostima. Donji panel: Raspodela latituda ekliptičkog pola za 38 ABZ-a. Ovde dominiraju retrogradno rotirajući objekti (73%), zato što ova vrsta rotacije nudi veću verovatnoću da objekti migriraju ka zemljolikim planetama. U oba sluĉaja, tendencija ka ekstremnim vrednostima latituda nastaje zbog JORP efekta (Izvor: Vokrouhlický *et al.* 2015b).

Odnos između broja retrogradno i direktno rotirajućih tela je približno 3:1. Ovo je veoma dobro slaganje sa predviđanjem iz modela, gde većina ABZ koji su isporučeni iz GAP-a putem glavnih rezonantnih putanja, sekularne ν_6 rezonance i 3:1 rezonance sa Jupiterom (Bottke *et al.* 2002b), pod uticajem su i efekta Jarkovskog (Morbidelli & Vokrouhlický 2003). Ovo je zato što se do 3:1 rezonance može doći iz heliocentriĉnih orbita i sa malim i sa velikim vrednostima velike poluose, a do ν_6 rezonance se može doći samo smanjenjem velikih poluosa heliocentriĉnih orbita. Uzevši u obzir odnos u kom ove rezonance doprinose povećanju broja ABZ (Bottke *et al.* 2002c), dobija se posmatrani 3:1 odnos između retrogradnih i direktnih rotacija. Ovo oĉigledno implicira da pravac rotacionog pola ne postaje znaĉajno modifikovan nakon što asteroidi uđu u zonu presecanja putanja zemljolikih planeta.

Još jedan interesantan podatak dolazi iz prouĉavanja raspodele osa rotacija malih binarnih sistema u GAP-u. Pravec *et al.* (2012) su pokazali da raspored polova

ovih sistema nije ravnomeran i ima izrazitu koncentraciju ka ekliptičkim polovima, imitirajući tako raspodelu osa rotacija individualnih asteroida u istoj klasi. Ova slika je u skladu sa modelom u kome su ovi mali binarni sistemi formirani fisijom od roditeljskog tela, čija rotacija je bila dostigla graničnu brzinu zbog JORP efekta.

4 Orbitalne rezonance

Jedan od glavnih mehanizama koji određuje dinamičku strukturu Sunčevog sistema su orbitalne rezonance. Rezonanci u Sunčevom sistemu ima veoma mnogo. U nebeskoj mehanici, orbitalne rezonance nastaju kada dva tela koja orbitiraju oko istog centra vrše pravilan, periodični gravitacioni uticaj jedno na drugo. U opštem slučaju, rezonance se karakterišu celobrojnomo srazmernošću između određenih frekvencija. Tu se mogu podrazumevati orbitalni periodi (na primer, periodi obilaženja planete i asteroida oko Sunca), rotacioni periodi (na primer, kod nekih dvojnih asteroida), rotacioni i orbitalni periodi (na primer, rotacioni i orbitalni periodi Meseca se poklapaju), kao i srazmernost između sekularnih frekvencija orbita asteroida i planete. Planete se takođe međusobno mogu nalaziti u rezonancama ili približno u rezonancama.

Rezonance mogu biti uzrok kako dugotrajne stabilnosti (na primer, dva tela nemaju nikad bliski prilaz) tako i nestabilnosti orbita (na primer, asteroid bude izbačen sa orbite). One imaju veliki značaj u razumevanju raspodele, transporta i dinamičkog života malih tela i satelita. Postoje nekoliko glavnih tipova orbitalnih rezonanci u Sunčevom sistemu: rezonance u srednjem kretanju, sekularne rezonance i spin-orbit rezonance.

4.1 Rezonance u srednjem kretanju

Rezonance u srednjem kretanju nastaju kada dva tela koja se kreću oko istog centralnog tela imaju srazmerne orbitalne periode. Ovo su najčešće rezonance u Sunčevom sistemu. One čine najsloženiji deo dinamike Sunčevog sistema.

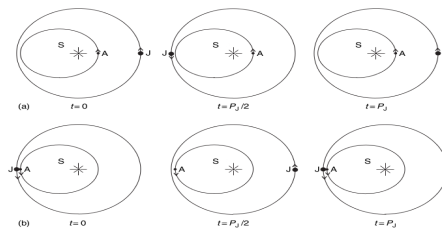
Kretanje je rezonantno ako je količnik dve rezonantne frekvencije veoma blizu količniku dva prirodna broja: $kn - k_i n_p \approx 0$, gde su n i n_p srednja dnevna kretanja dva tela (na primer, asteroida i planete gde se indeks p odnosi na planetu), k_i i k su uzajamno prosti koeficijenti iz skupa prirodnih brojeva. To znači da masa m (sa velikom poluosom a) izvodi k_i revolucija, dok masa m_p (sa velikom poluosom a_p) izvede k revolucija. Prirodni broj $q = |k_i - k|$ zove se red rezonance. Ako je $a < a_p$, rezonanca je unutrašnja i orbita tela mase m je unutar orbite tela mase m_p . Ako je $a > a_p$ rezonanca je spoljašnja i orbita tela mase m je izvan orbite tela m_p . Ovo takođe znači da je količnik dve velike poluose određen i ima vrednost datu sa:

$$\frac{n}{n_p} = \frac{\mu^{1/2} a_p^{3/2}}{a^{3/2} \mu^{1/2}} = \left(\frac{a_p}{a}\right)^{3/2} = \frac{k_i}{k} \quad \Rightarrow \quad a_{rez} = a = \left(\frac{k}{k_i}\right)^{2/3} a_p \quad (4.1)$$

gde je $\mu = G(m + m_p)$ i G je univerzalna gravitaciona konstanta sa približnom vrednošću $6.67428 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.

Rezonanca je snažnija što su brojevi k_i i k manji i kada je red rezonance manji. Takođe, jačina rezonance zavisi i od udaljenosti i mase planete sa kojom je objekat u rezonanci. U Sunčevom sistemu najznačajnije su rezonance sa planetom Jupiter jer je ona najmasivnija planeta i stoga najznačajnije poremećajno telo.

Slika 31 ilustruje slučaj Jupitera i asteroida kada je $P_J/P = 2$. To znači da dok Jupiter obiđe jednom orbitu asteroid napravi dve orbite, što se označava sa 2:1.



Slika 31: Rezonanca 2:1 između Jupitera i asteroida. (a) Asteroid je u perihelu kada je na liniji sa Suncem i Jupiterom (verovatno stabilno stanje). (b) Asteroid je u afelu kada je na liniji sa Suncem i Jupiterom (verovatno nestabilno stanje) (Izvor: Jones 2007).

Na slici 31 a) asteroid je u perihelu kada je na liniji sa Suncem i Jupiterom (Jupiterova orbita ima mali ekscentricitet) najbliži Suncu. Zato, asteroid nikad nije blizu Jupiteru, i njegova orbita je najverovatnije stabilna. Na slici 31 b) asteroid je u afelu kada je na liniji sa Suncem i Jupiterom, najdalje od Sunca, pa je Jupiteru bliži i trpi jaču gravitacionu silu. Ovo se ponavlja posle svakog orbitalnog perioda Jupitera, pa se efekat privlačenja akumulira, verovatno vodeći izbacivanju asteroida sa njegove orbite.

Širina (i jačina) rezonanci u srednjem kretanju proporcionalna je ekscentricitetu (u manjoj meri i nagibu orbite), pa je samim tim sa povećanjem ekcentriciteta sve veći deo faznog prostora zahvaćen rezonancama. Na ekcentricitetima većim od 0.3, u spoljašnjem delu GAP-a, skoro sve rezonance se spajaju formirajući “haotično more”, gde su poremećaji orbita asteroida veliki. Neke od glavnih RSK su date u tabeli 1.

Pored rezonanci u srednjem kretanju između dva tela, veoma su značajne i rezonance između tri tela (Murray & Dermott 1999), kod kojih važi $kn + k_i n_i + k_j n_j \approx 0$, gde se indeksi i i j odnose na dve različite planete (k , k_i , k_j su koeficijenti iz skupa celih brojeva i n , n_i , n_j su srednja dnevna kretanja asteroida i dve planete). Red rezonance tri tela se računa formulom $q = |k + k_i + k_j|$. Kao primer, pomenimo rezonancu, između Jupitera, Saturna i asteroida, 5J-2S-2A koja se nalazi približno na 3.174 AJ i jedna je od najsnažnijih rezonanci tri tela u GAP-u (Nesvorný & Morbidelli 1998).

Tabela 1: Neke glavne rezonance u srednjem kretanju dva tela sa Jupiterom, q je red rezonance i a je srednja velika poluosa rezonance.

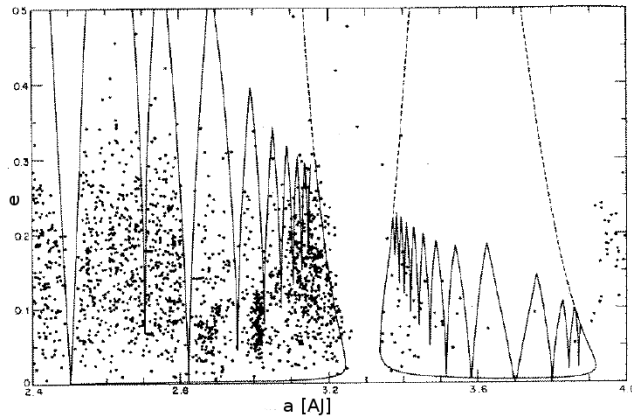
n/n_p	q	a [AJ]
2/1	1	3.28
3/2	1	3.97
3/1	2	2.50
5/2	3	2.82
5/3	2	3.70
7/3	4	2.96

Vrednosti velikih poluosa na kojima se javljaju određene rezonance u srednjem kretanju možemo odrediti koristeći se III Keplerovim zakonom u skraćenom obliku: $a^3/P^2 = a_p^3/P_p^2 = 1$, gde se indeks p odnosi na planetu. U slučaju rezonance 3:1

sa Jupiterom imamo $a_J=5.2$ AJ i $P = P_J/3$, iz čega dobijamo da je centar ove rezonance $a \approx 2.5$ AJ.

Rezonantni ugao (argument) u sistemu dva tela koja su u rezonanci je $\sigma = m_p\lambda_p + m\lambda + p_p\bar{\omega}_p + p\bar{\omega} + l_p\Omega_p + l\Omega$, gde su $\lambda_p, \lambda, \bar{\omega}_p, \bar{\omega}, \Omega_p, \Omega$ srednje longitide, longitide perihela i longitide čvora planete i asteroida respektivno, a m_p, m, p_p, p, l_p, l su koeficijenti iz skupa celih brojeva koji zadovoljavaju pravilo Dalamberta $m_p+m+p_p+p+l_p+l=0$. Ako su nagibi orbita zanemarljivi tj. ako se radi o kretanju u ravni, longitide čvorova se ne uzimaju u račun rezonantnog ugla (Nesvorný & Morbidelli 1998). U slučaju da rezonantni ugao osciluje (libracija – analogno kretanju klatna), onda se sistem nalazi u rezonanci, a ako rezonantni ugao cirkuliše, sistem se nalazi izvan rezonance. Kretanje sistema na granici između libracije rezonantnog ugla i njegove cirkulacije odgovara separatriisi (granici) rezonance (Chirikov 1979). U sistemu tri tela (dve planete i asteroid), koja su u rezonanci, rezonantni ugao je: $\sigma = m_{p1}\lambda_{p1} + m_{p2}\lambda_{p2} + m\lambda + p_{p1}\bar{\omega}_{p1} + p_{p2}\bar{\omega}_{p2} + p\bar{\omega} + l_{p1}\Omega_{p1} + l_{p2}\Omega_{p2} + l\Omega$, gde su $\lambda_{p1}, \lambda_{p2}, \lambda, \bar{\omega}_{p1}, \bar{\omega}_{p2}, \bar{\omega}, \Omega_{p1}, \Omega_{p2}, \Omega$ srednje longitide, longitide perihela i longitide čvora planeta i asteroida, a $m_{p1}, m_{p2}, m, p_{p1}, p_{p2}, p, l_{p1}, l_{p2}, l$ su koeficijenti iz skupa celih brojeva koji zadovoljavaju pravilo Dalamberta $m_{p1} + m_{p2} + m + p_{p1} + p_{p2} + p + l_{p1} + l_{p2} + l = 0$ (Nesvorný & Morbidelli 1998).

Prvo sistematsko računanje širine RSK u asteroidnom prstenu su uradili Dermott & Murray (1983) (slika 32).



Slika 32: Raspodela oskulaturnih elemenata asteroida poznatih 1983. godine za $2.4 \text{ AJ} < a < 4.0 \text{ AJ}$. Tanke linije predstavljaju libracione širine RSK sa Jupiterom. U regionu preklapanja rezonanci, libracione širine za 2:1 i 3:2 su predstavljene tačkastim linijama (Izvor: Morbidelli 2002).

Oni su proučavali RSK sa Jupiterom oblika $n/n_J = m/(2m + 1), m/(2m - 1)$,

$2m/(3m+1)$, za m iz skupa prirodnih brojeva, kao i 8:3 rezonancu koja se nalazi na 2.7 AJ. Ove rezonance imaju najveću širinu u razmatranom opsegu velikih poluosa. Kao što se može videti na slici 32, rezonance za $a > 2.9$ AJ se preklapaju na visokim ekscentricitetima ($e > 0.4$). Kada se rezonance preklapaju, samo u centralnom delu rezonance može da se očekuje očuvanje regularnog kretanja (rezonantna ostrva) dok je ostatak faznog prostora haotičan.

Poznato je da je nastanak haosa prouzrokovan preklapanjem nekoliko rezonanci u većini slučajeva (Lecar *et al.* 2001). Osim toga, kaos može da nastane usled preklapanja harmonika jedne iste rezonance (Nesvorný & Morbidelli 1998). Primer je rezonanca 3:1 sa Jupiterom u kojoj kaos postoji usled preklapanja više harmonika. Haotično kretanje takođe postoji i blizu separatrisa rezonanci.

Jedan od najbolje poznatih primera orbitalnih rezonanci je rezonanca tri galilejska satelita koja se zove rezonanca Laplasa, gde je Evropa u 1:2 rezonanci sa Iom i u 2:1 rezonanci sa Ganimedom. Srednja kretanja tih satelita obrazuju rezonancu Laplasa ($n_I - 2n_E$) + ($2n_G - n_E$) = $n_I - 3n_E + 2n_G = 0$ (Murray & Dermott 1999). Laplasove rezonance su sasvim uobičajene kod nekih sistema satelita.

4.1.1 Difuzne rezonance

GAP je ispresecan brojnim uskim (slabim) rezonancama u srednjem kretanju, kao što su to rezonance sa Jupiterom visokog reda (gde su orbitalne frekvencije predstavljene kao odnos velikih prirodnih brojeva), rezonance tri tela sa Jupiterom i Saturnom i rezonance sa Marsom (Morbidelli & Nesvorný 1999). Takve rezonance u srednjem kretanju se nazivaju još i difuzne rezonance, zbog njihovog difuznog (transportnog) delovanja na asteroide. Zbog uticaja ovih rezonanci, mnogi (ili većina) asteroida GAP-a imaju haotično kretanje (Nesvorný *et al.* 2002b). Efekat ove haotičnosti je veoma slab, jer velika poluosa asteroida ostaje između uskih rezonantnih regiona, dok se sopstveni ekscentricitet i nagib menjaju sa vremenom u haotično-difuznom procesu (Knežević *et al.* 2002; Novaković *et al.* 2010) što prouzrokuje transportno delovanje na asteroide. Stoga, vreme potrebno da haotično-difuzni proces transportuje asteroid na orbitu koja seče orbitu Marsa (ili Jupitera) se kreće od nekoliko desetina miliona godina do milijardu godina, u zavisnosti od rezonance i početnog ekscentriciteta orbite asteroida (Holman & Murray 1996).

4.2 Sekularne rezonance

Sekularne rezonance nastaju kao posledica samerljivosti frekvencija orbite asteroida i planete (ili više planeta). Ove rezonance podrazumevaju uglove koji se sporo menjaju, dakle, longitudu perihela ili longitudu čvora. Postojanje i značaj sekularnih rezonanci su istakli još u XIX veku Le Verrier (1856), Tisserand (1882) i Charlier (1900, 1902), kada su primetili poklapanje između sekularne rezonance $g = g_6$ i unutrašnje granice GAP-a.

Moderni pristup problemu sekularnih rezonanci počinje Williams (1969). On je razvio mešovitu analitičko–numeričku teoriju koja je mogla da se koristi za račun sopstvenih elemenata za orbite asteroida sa velikim ekscentricitetima i nagibima. U skladu sa ovom teorijom, Viliijams je identifikovao lokacije tri sekularne rezonance u asteroidnom pojasu: $g = g_5$, $g = g_6$ i $s = s_6$. Kasnije, zahvaljujući brojnim radovima (Froeschlè & Scholl 1989; Morbidelli & Henrard 1991; Knežević *et al.* 1991; Milani & Knežević 1992; Michel 1997) nastala je mapa sa položajima najznačajnijih sekularnih rezonanci u Sunčevom sistemu. Time smo dobili jasnu sliku o dinamičkom okruženju Sunčevog sistema.

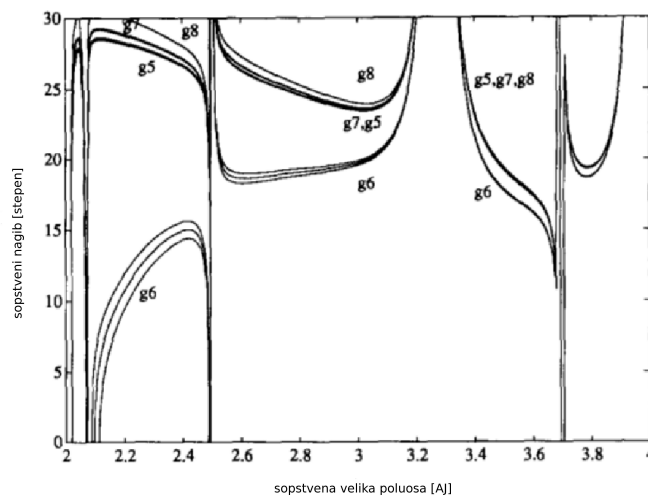
Kretanje orbita u prostoru znači da se menjaju longituda perihela ($\bar{\omega}$) i longituda uzlaznog čvora (Ω). Brzina promene ova dva sekularna ugla u vremenu označava se sa $d\bar{\omega}/dt = g$, odnosno $d\Omega/dt = s$, pa se g i s zovu frekvencijama ovih uglova. Koristeći frekvencije, sekularna rezonanca se može izraziti kao $kg + k_i g_i \approx 0$, odnosno $ks + k_i s_i \approx 0$, gde se indeks i odnosi na planetu i zovu se linearne sekularne rezonance. Pored sekularnih rezonanci koje su povezane sa promenama jednog od uglova, $\bar{\omega}$ ili Ω , postoje i takve gde su obe frekvencije uključene. To su nelinearne sekularne rezonance. U tom slučaju važi $kg + k_i g_i + ls + l_j s_j \approx 0$, gde su k, l celi brojevi, a indeksi i, j se odnose na dve planete.

Najjače su linearne sekularne rezonance koje nastaju kada je sekularna frekvencija sekularnog ugla asteroida jednaka odgovarajućoj frekvenciji planete. Jedan primer linearne sekularne rezonance je $\nu_6 = g - g_6$ koja uključuje frekvencije longituda perihela asteroida i Saturna (broj 6 označava šestu planetu od Sunca). Sekularne rezonance se nalaze unutar ili u blizini GAP-a i Kajperovog pojasa (Knežević *et al.* 1991; Morbidelli & Moons 1993; Morbidelli 1997; Malhotra 1998).

U Novaković *et al.* (2015) je ukazano na značaj linearnih sekularnih rezonanci između patuljaste planete Ceresa i asteroida. Oni su pokazali da ovaj tip sekular-

nih rezonanci može biti važan dinamički faktor u određenim regionima asteroidnog pojasa. Carruba *et al.* (2016b) su pokazali da linearne sekularne rezonance sa Ceresom smanjuju broj asteroida koji se nalaze relativno blizu Ceresa, dajući time još dokaza da sekularne rezonance uopšteno mogu biti važne čak iako je poremećajno telo relativno malo. Proučavanje značaja dinamičkih poremećaja prouzrokovanih od (1) Ceresa i (4) Veste, kroz njihove sekularne rezonance, na asteroide Glavnog pojasa su uradili Tsirvoulis & Novaković (2016).

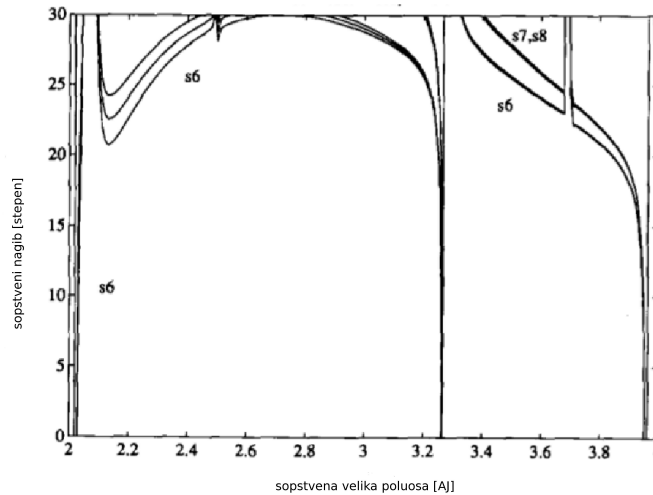
Na slikama 33 i 34 su predstavljene najznačajnije sekularne rezonance u asteroidnom pojasu, za veliku poluosu od 2 AJ do 4 AJ, računane za fiksiranu srednju vrednost sopstvenog ekscentriciteta 0.1 (Knežević *et al.* 1991).



Slika 33: Mapa linearnih sekularnih rezonanci longitude perihela u asteroidnom pojasu, za konstantnu vrednost sopstvenog ekscentriciteta ($e_p=0.1$) u ravni (a_p, i_p). Rezonance su označene odgovarajućim sopstvenim frekvencijama planeta (na primer, g_6 je oznaka za $g = g_6$). Položaj rezonanci u srednjem kretanju 3:1, 2:1, 5:3 i 3:2 sa Jupiterom je dat u tabeli 1 (Izvor: Knežević *et al.* 1991).

Značaj sekularnih rezonanci za dinamiku Sunčevog sistema je raznovrstan. Za unutrašnji pojas GAP-a Williams (1973a, 1973b) je predložio da visoke amplitude rezonantnih oscilacija ekscentriciteta asteroida mogu rezultovati presecanjem putanje Marsa. Ubrzo, Ward *et al.* (1976) su predložili da je relativno visoki ekscentricitet i nagib Merkurove orbite posledica prolaska Merkura upravo kroz sekularne rezonance u ranijoj istoriji Sunčevog sistema. Relativno kasnije, prebrisavanje asteroidnog pojasa sekularnim rezonancama je takođe predloženo kao mehanizam koji povećava vrednosti ekscentriciteta i nagiba orbita asteroida (Lemaître & Dubru 1990). Litwick & Wu (2011) su proučavali haotičnu orbitalnu evoluciju planetarnog sistema,

fokusirajući se na interakciju sa sekularnim rezonancama, koje su dominantne na dugim vremenskim skalama. Rezultat istraživanja su primenili na izučavanje porijekla Merkurovog orbitalnog haosa i potvrdili da su sekularne rezonance uzrok tog haosa.



Slika 34: Mapa linearnih sekularnih rezonanci longituda čvora u asteroidnom pojasu za konstantnu vrednost sopstvenog ekscentriciteta ($e_p=0.1$) u ravni (a_p, i_p). Rezonance su označene odgovarajućim sopstvenim frekvencijama planeta (na primer, s_6 je oznaka za $s = s_6$). Položaj rezonanci u srednjem kretanju 3:1, 2:1, 5:3 i 3:2 sa Jupiterom je dat u tabeli 1 (Izvor: Knežević *et al.* 1991).

Posle složenih analiza, dokazano je da lokacija ν_6 rezonance definiše unutrašnju granicu GAP-a (Knežević *et al.* 1991; Morbidelli 1993). Pretpostavlja se da ova rezonanca omogućava put asteroidima ka zemljolikim planetama i Suncu (Farinella *et al.* 1994; Morbidelli *et al.* 1994).

Mnoga istraživanja su pokazala mogući značaj sekularnih rezonanci za transport meteoroida i asteroida bliskih Zemlji na orbite koje se seku sa putanjama planeta, često koristeći Monte–Karlo tehnike za modeliranje haotične orbitalne evolucije fragmenata asteroida (Wetherill 1988).

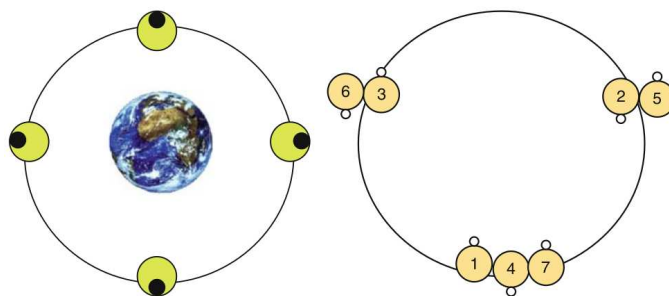
Kozai–Lidov rezonanca (Kozai 1962) je vrsta sekularne rezonance koja se dešava kada je frekvencija g longituda perihela $\bar{\omega}$ asteroida jednaka frekvenciji s longituda uzlaznog čvora Ω istog asteroida. Ova rezonanca ne uključuje frekvenciju orbite planete. Karakteristika ove rezonance je libracija argumenta perihela ω oko 90° ili 270° usled poremećaja izazvanog Jupiterom, kao i oko 180° usled poremećaja izazvanog Zemljom i Venerom. To rezultira velikim međusobno povezanim oscilacijama ekscentriciteta i nagiba (sa malom ili nikakvom promenom velike poluose),

kao posledica očuvanja z -komponente uglovnog momenta $(1 - e^2)^{1/2} \cos(i) = \text{const.}$, što važi u slučaju Kozai–Lidov rezonance. Posebno poznat slučaj je Plutonov čiji argument perihela ima libraciju oko 90° (Malhotra & Williams 1997).

4.3 Spin–orbit resonance

Spin–orbit rezonance podrazumevaju samerljivost između rotacionog perioda asteroida i orbitalnog perioda satelita, kao i između rotacionog i orbitalnog perioda tela. Tip rezonanci kada je odnos rotacionog perioda glavne komponente i rotacionog perioda njenog satelita predstavljen razlomkom malih celih brojeva su spin–spin rezonance (Batygin & Morbidelli 2015). Ovo je veoma zanimljiva klasa rezonanci u vezi sa sinhronom rotacijom, kao što je rotacija Meseca, satelita Jupitera i Saturna ili slučaj spin–orbit rezonance 3:2 Merkura. Spin–orbit rezonanca 1:1 naziva se i “sinhronizovano” stanje rotacije (Malhotra 1998).

Primeri spin–orbit rezonanci se mogu naći kod binarnih zvezdanih sistema i kod nekih prirodnih satelita u Sunčevom sistemu (Malhotra 1998). Merkur je najpoznatiji slučaj u Sunčevom sistemu sa 3:2 spin–orbit rezonancom, sa orbitalnim periodom od 88 dana i rotacionim periodom od 59 dana (slika 35), što su pokazala radarska posmatranja (Pettengill & Dyce 1965).



Slika 35: Šematski prikaz sinhronne rotacije, kod Meseca, gde je period rotacije jednak periodu revolucije oko primarne komponente (levi panel). I slučaj Merkura, gde je period rotacije jednak $2/3$ periodu revolucije (desni panel) (Izvor: Lemaître 2010).

Spin–orbit rezonance se javljaju često i kod višestrukih asteroida. Navešćemo samo neke binarne asteroide: (90) Antiope (Masiero *et al.* 2011), (809) Lundia (Marchis *et al.* 2012) i (939) Isberga (Carry 2012).

5 Metoda

U ovom poglavlju će biti predstavljeni metoda i alati koji su korišćeni u ovoj tezi radi dobijanja rezultata našeg planiranog istraživanja. U cilju izučavanja posledica interakcije između rezonanci u srednjem kretanju i termalnog efekta Jarkovskog na kretanje asteroida u Glavnom asteroidnom pojasu, razvili smo odgovarajuće metode za računanje trenutaka ulaza i izlaza asteroida iz rezonance sa određenom brzinom Jarkovskog. Svrha istraživanja je ispitivanje kako dužina vremena koje objekti provedu u rezonanci u srednjem kretanju zavisi od brzine promene velike poluose usled efekta Jarkovskog, ekscentriciteta orbite asteroida kao i jačine rezonance. Pratili smo samo promenu velike poluose unutar slabih rezonanci i rezonanci srednje jačine, jer unutar njih dolazi do izražaja promena velike poluose usled efekta Jarkovskog. Kod veoma jakih rezonanci, velika poluosa je “zaključana” i može samo da osciluje između granica rezonance. Ovo dovodi do toga da se uticaj efekta Jarkovskog ispoljava pre svega kroz promenu ekscentriciteta orbita rezonantnih asteroida (Brož & Vokrouhlický 2008, Milani *et al.* 2017).

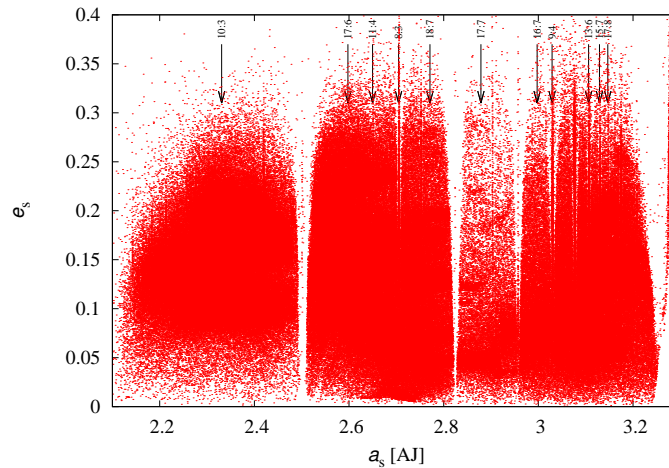
Izabrali smo 12 različitih rezonanci između asteroida i Jupitera, i po 6000 test asteroida za analizu svake od tih rezonanci (tabela 2). Rezonance su birane tako da su izolovane od bliskih susednih rezonanci, pa su zato dominantne u svojoj neposrednoj okolini jer se ne preklapaju sa ostalim rezonancama. Orbitalno kretanje ukupno 72000 test asteroida je simulirano između 40 i 120 Mgod, u zavisnosti od jačine (širine) rezonance, pomoću *ORBIT9* integratora (Milani & Nobili 1988).

U simulacije je uključen uticaj termalne sile Jarkovskog u vidu sekularne promene velike poluose. Ovaj efekat primorava asteroide da interaguju sa rezonancama. Izabrano je 10 ekvidistantnih vrednosti brzine promene velike poluose od -4×10^{-5}

do -2×10^{-3} AJ/Mgod. U cilju izbegavanja bliskih prilaza sa planetama, analizirali smo asteroide čiji su početni ekscentriciteti iz intervala $[0, 0.1]$.

5.1 Izbor rezonanci u srednjem kretanju

Izabrane rezonance sa Jupiterom, kao što je pomenuto, imaju centar u odnosu na veliku poluosu u intervalu $[2.3, 3.2]$ AJ (slika 36). Najjaču od izabranih rezonanci 7:3, smo izuzeli iz konačnih analiza jer su preliminarni rezultati pokazali da se zbog svoje jačine, ponaša drugačije od ostalih rezonanci, što će biti dodatno objašnjeno u poglavlju 6. Radi jednostavnijeg uzajamnog poređenja rezultata uzeli smo rezonance samo sa jednom planetom, pa je Jupiter bio prirodan izbor, jer je najveća i najmasivnija planeta u Sunčevom sistemu. Veoma jake rezonance, kao što su 3:1 ili 5:2 sa Jupiterom, nisu bile odgovarajuće za našu metodu, pre svega jer u kombinaciji sa bliskim prilazima planetama, dovode do brzog izbacivanja objekata (Vokrouhlický *et al.* 2001). Pored toga, jake rezonance imaju velike širine pa se preklapaju sa obližnjim rezonancama i zato ne ispunjavaju uslov izolovanosti. Takođe, u rezonancama 3:1, 5:2 i 7:3 dolazi do preklapanja sekularnih rezonanci što može da poveća ekscentricitet asteroida čak do jedinice (Moons & Morbidelli 1993, 1995).



Slika 36: Položaji 11 orbitalnih rezonanci analiziranih u ovom radu (osim 7:3), prikazani u ravni (a_s, e_s) sintetičkih sopstvenih elemenata (Izvor: Milić Žitnik & Novaković 2016).

Detaljno razumevanje vloge efekta Jarkovskog u evolucionom procesu orbita asteroida u GAP-u zahteva kvantitativnu analizu interakcije orbita sa slabim rezonancama, a pod uticajem efekta Jarkovskog (Vokrouhlický *et al.* 2001). Polovina RSK koje smo izabrali su upravo relativno slabe rezonance. Najznačajnije informacije o ovim rezonancama su date u tabeli 2. Uzeli smo rezonance čija snaga pokriva veoma širok opseg vrednosti (7 redova veličina). U Gallardo (2006) je detaljno opisan numerički metod za računanje snage rezonance koji smo primenili u ovoj tezi.

Za datu rezonantnu orbitu definisanu parametrima $(a, e, i, \bar{\omega}, \Omega)$ određuje se najpre funkcija poremećaja $R(\sigma)$, gde je σ rezonantni kritični ugao. Zatim se pomoću $R(\sigma)$ definiše snaga rezonance SR :

$$SR(a, e, i, \omega) = \{R\} - R_{min} \quad (5.1)$$

gde je $\{R\}$ aritmetička sredina $R(\sigma)$ u odnosu na σ (računaju se vrednosti $R(\sigma)$ za više vrednosti $\sigma \in (0^\circ, 360^\circ)$), a R_{min} je njena minimalna vrednost. Jačine svih rezonanci smo izračunali uzimajući da je $e = 0.1$, $i = 5^\circ$ i $\omega = 60^\circ$.

Tabela 2: Karakteristike rezonanci u srednjem kretanju, gde je q red, a_{rez} centar i SR snaga rezonance. Ponovljena konjunkcija se dešava na svakih k orbita asteroida za k_i orbite Jupitera.

$k:k_i$	q	a_{rez} [AJ]	SR
7:3	4	2.95652	0.00003509070792
9:4	5	3.02908	0.00000676555192
8:3	5	2.70470	0.00000219867213
13:6	7	3.10626	0.00000027294620
15:7	8	3.12923	0.00000005640444
11:4	7	2.64978	0.00000002891613
17:8	9	3.14673	0.00000001181632
10:3	7	2.33084	0.00000000617311
16:7	9	2.99744	0.00000000448720
17:7	10	2.87871	0.00000000033103
18:7	11	2.77108	0.00000000002283
17:6	11	2.59757	0.00000000000599

5.2 Definisanje granica rezonanci u srednjem kretanju

Određivanje granica (širine) rezonanci nam je neophodno radi određivanja trenutaka ulaza i izlaza asteroida iz rezonance. Amplituda libracije opisuje širinu i jačinu rezonance, tj. varijaciju u orbitalnim elementima (posebno u velikoj poluosi) koju rezonanca može da proizvede (Soja *et al.* 2011). Soja i saradnici razmatrali su tri postojeće metode (analitičku, semi-analitičku i numeričku) za računanje širine i/ili jačine rezonanci u srednjem kretanju.

Prvi, analitički, pristup izvođenja izraza za približnu libraciju je predstavljen u Murray & Dermott (1999) i on opisuje približne promene širine važeće na niskim ekscentricitetima. Ova aproksimacija može biti iskorišćena da se dobije približna rezonantna širina.

Drugi, semi-analitički, metod koji se koristi za računanje snage rezonance, SR , razvio je Tabare Galjardo (Gallardo 2006). Da bi se uporedile ove vrednosti sa širinom rezonanci dobijenom iz drugih metoda, izvršeno je pretvaranje SR u jedinice velike poluose (Soja *et al.* 2011). Ova formula za konverziju jačine rezonance u širinu važi za ekscentricitete manje od 0.3. Usled ograničenosti pomenutih metoda na visokim ekscentricitetima, razvijeni su numerički metodi za računanje širine rezonance.

Prema trećem, numeričkom, pristupu rezonantna širina može biti izračunata prostim ispitivanjem dinamike tela u rezonanci tokom vremena. Ovo može biti urađeno korišćenjem numeričkog integratora (Rauch & Hamilton 2002), tako što se ubacuju test objekti u unutrašnjost rezonance i proučava se njihovo kretanje određeni vremenski period. Maksimalna veličina oscilacije čestice zavisi od jačine rezonance, i određuje širinu te rezonance.

Zbog specifičnosti istraživanja, u ovoj tezi međutim nisu korišćene pomenute metode za račun širine rezonanci, već je razvijen nešto drugačiji pristup. Razlog je to što smo hteli da budemo sigurni da se test asteroidi nalaze vrlo blizu granica rezonance, kako unutrašnje (na manjim vrednostima velike poluose) tako i spoljašnje (na većim vrednostima velike poluose), ali svakako izvan rezonance.

Spoljašnju (ulaznu) granicu rezonance za četiri različita intervala srednjeg ekscentriciteta i velike poluose izračunali smo koristeći se metodom pokušaja i pogreške. Ekscentricitet se ne može predstaviti jednom linearnom funkcijom velike poluose na celom intervalu granice rezonance i zato smo uzeli više intervala (a , e)

za aproksimaciju granice, pri čemu je uvek bilo $e \leq 0.1$ da bismo izbegli haotičnost usled mogućeg preklapanja rezonanci na većim ekscentricitetima. Da bi identifikovali granicu, postavili smo 12 test objekata blizu očekivane lokacije granice rezonance u svakom od 4 intervala (a, e) i pratili njihovo kretanje 2 Mgod. Kretanje ovih objekata, tj. promenu velike poluose u vremenu, smo ispitivali pomoću softvera *ORBIT9*. Vrednost nagiba putanjske ravni fiksirali smo na $i = 5^\circ$, dok smo ostale orbitalne elemente Ω , ω i M izabrali slučajno, i bili su isti za svaki interval, i kod svake rezonance. Kada je objekat u rezonanci postoje oscilacije velike poluose u vremenu između granica, a oko centra rezonance. Iz oscilacija velike poluose tokom vremena proveravali smo da li su objekti unutar ili izvan rezonance. Zatim smo iterativno popravljali vrednosti velike poluose u svakom intervalu (a, e) sve dok objekti nisu bili postavljeni što bliže granici rezonance, ali ipak izvan nje. Oslanjajući se na granice rezonanci dobijene na ovaj način, generisali smo početne uslove za integraciju test asteroida.

U tabeli 3 su predstavljene vrednosti širine svih 12 RSK za $e = 0.025$ i $e = 0.1$, koje smo dobili primenom opisane numeričke metode (videti i Milić Žitnik & Novaković 2016). U tabeli 3 je prikazana i širina rezonanci dobijena semi-analitičkim putem iz formule

$$da^{s-a} = \pm \left(\frac{16 SR a^3}{3 GM_\odot} \right)^{1/2} \quad (5.2)$$

gde je G univerzalna gravitaciona konstanta i M_\odot masa Sunca (Gallardo 2006; Soja *et al.* 2011). Primetimo da širina rezonance po ovoj formuli takođe zavisi od ekscentriciteta, jer je jačina rezonance definisana sa $SR = C_r n a^2 e^q$, pri čemu je C_r član koji zavisi od snage rezonance, a q označava red rezonance (Murray & Dermott 1999).

Poređenjem $da_{e=0.1}^n$ i $da_{e=0.1}^{s-a}$, tj. širine rezonanci dobijene numeričkim i semi-analitičkim metodom, respektivno, očigledno je da se kod relativno jakih i veoma slabih rezonanci ove vrednosti razilaze. Kod jakih rezonanci $da_{e=0.1}^{s-a}$ je za jedan red veličine veće od $da_{e=0.1}^n$, dok je kod najslabijih rezonanci za jedan ili dva reda veličine manje od $da_{e=0.1}^n$ (tabela 3). Ovo razilaženje vrednosti širine rezonanci između numeričke i semi-analitičke metode se može objasniti time što kod ove druge metode širina je direktno srazmerna e^q , pri čemu je red rezonance q veći kod slabijih rezonanci, pa se e^q smanjuje sa povećanjem reda rezonance. Iako je pomenuta veza prirodna, ipak semi-analitički model izgleda suviše osetljiv na red rezonance, pa kod jakih rezonanci precenjuje, a kod slabih potcenjuje širine tih rezonanci.

Tabela 3: Širine 12 rezonanci dobijene numeričkom i semi-analitičkom metodom.

Rezonanca	$da_{e=0.025}^n$ [AJ]	$da_{e=0.1}^n$ [AJ]	$da_{e=0.1}^{s-a}$ [AJ]
7:3	0.00100	0.00400	0.01106845
9:4	0.00012	0.00090	0.00504008
8:3	0.00012	0.00080	0.00242426
13:6	0.00010	0.00026	0.00105127
15:7	0.00008	0.00022	0.00483206
11:4	0.00008	0.00022	0.00026959
17:8	0.00008	0.00022	0.00022302
10:3	0.00006	0.00020	0.00010276
16:7	0.00006	0.00020	0.00012777
17:7	0.00006	0.00016	0.00003266
18:7	0.00004	0.00014	0.00000810
17:6	0.00004	0.00010	0.00000377

5.3 Izbor vrednosti brzine Jarkovskog

Efekat Jarkovskog smo implementirali kao ubrzanje kretanja zasnovano na usvojenoj brzini promene velike poluose da/dt . Deset različitih negativnih ekvidistantnih vrednosti za da/dt je korišćeno u ovom istraživanju, u opsegu od -4×10^{-5} do -2.0×10^{-3} AJ/Mgod. Ovaj interval je izabran na osnovu očekivanog pomeraja da/dt za asteroide prečnika 1 km u Glavnom pojasu, koji je reda veličine 10^{-4} AJ/Mgod. U tom smislu usvojene brzine Jarkovskog odgovaraju objektima veličine od nekoliko stotina metara pa sve do desetak kilometara, interval u kome se nalazi većina poznatih asteroida. Promena velike poluose usled Jarkovskog je negativna u svim slučajevima, jer smo test asteroide postavili na spoljašnjoj granici rezonance primoravajući ih konstantno da se kreću u smeru ka Suncu, tj. prema posmatranoj rezonanci.

Nismo razmatrali JORP efekat, niti bilo koji drugi mogući negravitacioni mehanizam, koji može da promeni orijentaciju ose rotacije asteroida (na primer, i usled sudara se menja smer ose rotacije). Ovi efekti mogu posredno da utiču na intezitet brzine promene velike poluose orbite usled Jarkovskog. Iz tog razloga se vrednosti

brzine Jarkovskog koje smo ovde koristili, mogu shvatiti kao srednje vrednosti za dati vremenski interval. Ova aproksimacija je opravdana jer imamo veliki broj test objekata.

5.4 Numeričke integracije

U cilju ispitivanja dugoročnog trenda kretanja asteroida preko rezonance, usled efekta Jarkovskog, korišćene su numeričke integracije orbita test asteroida, u dinamičkom modelu koji uključuju efekat Jarkovskog. Za svaki od 600 test objekata jedne rezonance ulaznog kataloga izabrano je po deset vrednosti brzine Jarkovskog sa svrhom budućeg boljeg razumevanja međusobnog uticaja između gravitacione i negravitacione sile na orbitu asteroida. Orbitalno kretanje 72000 objekata (6000 objekata \times 12 rezonanci) je simulirano između 40 i 120 Mgod u zavisnosti od snage rezonance, pri čemu je duži period integracije bio potreban za asteroide u jačim rezonancama.

5.4.1 Numerički integrator – *ORBIT9*

Numeričke integracije orbita asteroida urađene su koristeći *ORBIT9* integrator (Milani & Nobili 1988) ugrađen u višenamenski *OrbFit* paket⁴⁹. *OrbFit* je softverski paket koji omogućava računanje orbita asteroida tako što od njihovih trenutnih posmatranja može da izračuna orbite, kao i njihove buduće i prošle položaje na nebeskoj sferi. Ovo je softver koji može da se koristi za identifikaciju poznatog asteroida, da proučava buduće ili prošle bliske prilaze sa Zemljom, tako da se njime može proceniti rizik od udara asteroida i još mnogo toga. *OrbFit* je razvio tim profesionalnih naučnika, koji su radili na polju dinamike asteroida i kometa, računanje orbita, nelinearne i haotične dinamike i astrometrije. Ovo je slobodno dostupan softver koji se stalno ažurira i nadograđuje.

ORBIT9 je višekoračni numerički integrator (kao starter koristi implicitni *Runge–Kutta–Gauss* metod) namenjen računanju orbita asteroida u dugim vremenskim intervalima (desetine miliona godina za asteroide Glavnog pojasa) i prilagođen za

⁴⁹*OrbFit* paket je dostupan na [http : //adams.dm.unipi.it/orbfit/](http://adams.dm.unipi.it/orbfit/).

različite korake integracije. Obično koristi jedan od dva dinamička modela koji uključuju direktne efekte četiri spoljašnje planete i baricentričnu popravku koja uzima u račun indirektni efekat unutrašnjih planeta ili direktne efekte sedam planeta i baricentričnu popravku za Merkur. Ostale važne opcije uključuju uklanjanje kratko–periodičnih efekata, računanje maksimalnog Ljapunovog karakterističnog eksponenta, kao i praćenje bliskih prilaza. Koristi se veoma intenzivno godinama u različitim istraživačkim projektima, na različitim mašinama i operativnim sistemima. U ovim različitim primenama je dokazano da je pouzdan i za najsloženija naučna istraživanja.

5.4.2 Dinamički modeli u *ORBIT9*

Koristili smo oba dinamička modela u *ORBIT9*: model koji uključuje samo četiri spoljašnje planete i model sa sedam planeta. Dinamički model sa sedam planeta (od Venere do Neptuna) upotrebljen je za rezonance čiji je centar udaljen manje od 2.5 AJ od Sunca, što je bio slučaj samo za 10:3 rezonancu. Dinamički model sa četiri planete (od Jupitera do Neptuna) koristili smo za rezonance čiji je centar na odstojanju od Sunca većem od 2.5 AJ (za sve osim za rezonancu 10:3). Da bi se uzeo u obzir indirektni efekat ostalih planeta u oba modela, masa nedostajućih planeta je dodata masi Sunca i baricentrična popravka je primenjena na početne uslove (Milani & Knežević 1992). Takođe, efekat Jarkovskog bio je uključen u svim simulacijama i dinamičkim modelima.

Sve analize u vezi sa našom metodom su primenjene nad srednjim orbitalnim elementima, koji su oslobođeni od skoro svih kratko–periodičnih poremećaja. Srednje orbitalne elemente smo dobili direktno iz *ORBIT9* koji ima opciju da izvrši digitalno filtriranje oskulatornih elemenata u cilju otklanjanja kratko–periodičnih oscilacija.

5.4.3 Početni uslovi za integraciju

Pretpostavljajući da se za jedan manji interval ekscentriciteta granica rezonance u ravni (a, e) može predstaviti pravom linijom

$$e = ka + n, \tag{5.3}$$

na početku integracije smo postavili 600 test objekata na 4 povezane duži koje čine izlomljenu liniju koja predstavlja ulaznu granicu rezonance. Ekscentricitete smo ekvidistantno postavili u svaki od četiri intervala $[0, 0.025]$, $[0.025, 0.05]$, $[0.05, 0.075]$, $[0.075, 0.10]$. Pošto izlomljena linija prati spoljašnju (ulaznu) granicu rezonance, vrednosti za veliku poluosu a su izabrane za svaki od četiri intervala tako da zadovoljavaju jednačinu (5.3) u svakom od odgovarajućih intervala (a, e) . Kao što je već pomenuto, uzeto je e iz segmenta $[0, 0.1]$ da bi se izbegla haotičnost koja je prisutna na višim ekscentricitetima, a posebno da bi se izbegli bliski prilazi planetama.

Nagibi putanjskih ravni svih test asteroida postavljeni su na $i = 5^\circ$, zato što se oko tog nagiba nalazi najveći broj asteroida u Glavnom pojasu. Preostala tri ugla, longituda uzlaznog čvora (Ω), argument pericentra (ω) i srednja anomalija (M), izabrani su slučajno iz intervala $[0^\circ, 360^\circ]$, što smo opisali u poglavlju 5.2. Izlaz objekta iz rezonance može zavistiti i od vrednosti sekularnih uglova sa kojima objekat ulazi u rezonancu, i različite vrednosti ovih uglova mogu načelno proizvesti različite rezultate. Mi koristimo veliki uzorak objekata, pa je slučajni izbor ovih uglova odgovarajući jer ne utiče značajno na rezultate. Na kraju izbora početnih uslova, za svaku orbitu je uzeto 10 različitih vrednosti brzine Jarkovskog, kao što je već opisano u poglavlju 5.3.

5.5 Određivanje trenutaka ulaza i izlaza iz rezonance

Naša metoda za računanje trenutka izlaza iz rezonance se sastoji iz četiri glavna koraka (Milić Žitnik & Novaković 2015, 2016).

Prvi korak se sastoji u definisanju unutrašnje (izlazne) granice rezonance u funkciji velike poluose i ekscentriciteta (slika 37). Unutrašnju granicu rezonance za četiri različita intervala srednjih ekscentriciteta i velike poluose smo dobili kao rezultat osne simetrije spoljašnje granice rezonance (koja je određena prilikom definisanja početnih uslova), u odnosu na centar rezonance u funkciji srednje velike poluose, posmatrano u ravni (a_m, e_m) . Koristili smo hipotezu da su granice RSK simetrične u odnosu na centar rezonance u ravni (a_m, e_m) .

Drugi korak je konstruisanje ulaznog kataloga sa 6000 objekata za svaku rezonancu tako da objekti prate oblik ulazne granice rezonance, što je već opisano u

poglavljju 5.2.

Treći korak je izvršavanje numeričkih integracija sa oba dinamička modela sa uračunatom brzinom Jarkovskog, što je opisano u poglavljju 5.4.

Četvrti korak je primena kriterijuma za izlaz iz rezonance nad srednjim orbitalnim elementima. Za ovu svrhu smo definisali dva uslova koja moraju biti zadovoljena da bi se prihvatilo da je objekat izašao iz rezonance.

Prvi uslov je zasnovan na definisanju položaja unutrašnje (izlazne) granice, ali sada postoje pet intervala za orbitalne elemente a_m i e_m (tabela 4), jer su nakon integracija dobijeni i ekscentriciteti veći od 0.1. Da bi odredili trenutak napuštanja rezonance posmatrali smo vremenske serije od po 1000 (za 7:3 i 8:3 rezonance), odnosno 2000 (za ostalih 10 rezonanci) uzastopnih parova (a_m, e_m) dobijenih iz integracija. Parove smo brojali od trenutka t_0 koji odgovara trenutku kada je objekat prvi put prešao jedan od 5 definisanih segmenata granice rezonance, navedenih u tabeli 4. U zavisnosti od blizine susednih najbližih rezonanci izlaznoj granici posmatrane rezonance, odredili bismo broj parova (od pomenutih 1000 ili 2000 uzastopnih parova) koji je morao da se nađe u jednom od pomenutih 5 intervala tabele 4. Broj parova koji smo odredili bio je različit za svaku rezonancu i zbog toga što su rezonance različitih jačina, a ne samo zbog blizine susednih rezonanci. Veći broj parova smo uzimali kod jačih rezonanci da bismo se osigurali da je objekat sigurno krenuo da izlazi iz rezonance. Čim bi tako definisani broj parova pripao intervalima iz tabele 4, bio bi zadovoljen prvi uslov. Usvojili bi trenutak t_0 za trenutak njegovog ispunjenja i tada bi počeli sa ispitivanjem drugog uslova.

Tabela 4: Kriterijum za izlazak iz rezonance 9:4 kao funkcija srednje velike poluose a_m i srednjeg ekscentriciteta e_m .

$0.100 \leq e_m,$	$a_m < 3.02853 \text{ AJ}$
$0.075 \leq e_m < 0.100,$	$a_m < 3.02863 \text{ AJ}$
$0.050 \leq e_m < 0.075,$	$a_m < 3.02881 \text{ AJ}$
$0.025 \leq e_m < 0.050,$	$a_m < 3.02891 \text{ AJ}$
$0 \leq e_m < 0.025,$	$a_m < 3.02902 \text{ AJ}$

Drugi uslov je zasnovan na promeni srednje velike poluose asteroida, počevši od trenutka t_0 , i njenom poređenju sa očekivanom promenom srednje velike poluose samo usled brzine Jarkovskog. Naime, ako je evolucija velike poluose u saglasnosti sa očekivanim uticajem efekta Jarkovskog, onda je objekat napustio rezonancu. U

cilju definisanja ovog uslova, primenjen je metod najmanjih kvadrata da bi fitovali vremenske serije srednje velike poluose. Fitovanje je izvršeno na vremenskom intervalu od najmanje 0.2 Mgod do najviše 1 Mgod (u većini slučajeva je korišćen interval od 1 Mgod, ali zbog blizine sa drugim RSK u nekim slučajevima nije bilo moguće koristiti ovaj interval pa je korišćen i vremenski interval od 0.2 Mgod), počevši od trenutka t_0 kada je prvi uslov bio uspunjen (orbitalni elementi su bili ispisivani sa korakom od 200 godina). Iz fitovanja vremenske serije $a_m(t)$ linearnom jednačinom

$$a_m = kt + n \quad (5.4)$$

(jer a_m linearno opada sa vremenom usled usvojene konstantne negativne brzine Jarkovskog), računati su uređeni parovi (k, n) i njihove standardne greške (σ_k, σ_n) na pomenutom vremenskom intervalu. Koristeći rezultate fitovanja, drugi uslov je definisan sa sledeća tri povezana poduslova:

- koeficijent pravca, k , najboljeg fitovanja mora biti negativan, da bi bio u saglasnosti sa usvojenom negativnom vrednošću brzine Jarkovskog za posmatrani objekat,
- količnik koeficijenta k i njegove greške σ_k mora da bude veći ili jednak od neke unapred zadate vrednosti iz skupa $\{4, 5, 15, 30\}$, koja je birana u zavisnosti od blizine susednih rezonanci izlaznoj granici rezonance kao i od jačine posmatrane rezonance. Na primer, ako je rezonanca velike jačine i blizu njene izlazne granice se nalazi neka rezonanca onda je koeficijent uzimao manje vrednosti zbog velikog šuma u korišćenim podacima. Tako bismo se osigurali da koristimo samo pouzdane vrednosti k (videti diskusiju kod slike 38 i slike 40).
- vrednost usvojenog negativnog pomeraja Jarkovskog (što je analogno koeficijentu pravca k) test objekta mora biti u intervalu $(k - \sigma_k, k + \sigma_k)$, da bi se potvrdilo da je promena srednje velike poluose uglavnom posledica efekta Jarkovskog, uz pretpostavku da je interakcija sa rezonancom skoro zanemarljiva, što se i podrazumeva ako je asteroid izvan rezonance.

Ako su sva tri poduslova ispunjena, smatramo da je drugi uslov ispunjen u trenutku t_0 . Na kraju, u trenutku t_0 kada objekat zadovolji prvi i drugi uslov, onda je objekat izašao iz rezonance. U daljem tekstu to je trenutak izlaza iz rezonance i označavaćemo ga sa t_2 .

Sada ćemo opisati kriterijum za ulaz u rezonancu, koji se sastoji samo iz dva koraka, jer je mnogo jednostavnije zabeležiti ulaz u rezonancu u poređenju sa izlazom

iz rezonance.

Prvi korak je zasnovan na definisanom položaju spoljašnje (ulazne) granice rezonance, koristeći srednje orbitalne elemente i pet različitih intervala za ekscentricitet koji prate oblik ulazne granice rezonance u ravni (a_m, e_m) . Ove vrednosti su već definisane u poglavlju 5.2. Vrednosti e_m i a_m za ulaznu granicu su dobijene kao rezultat osne simetrije izlazne granice u odnosu na centar rezonance koji je izražen preko velike poluose. Primer ulazne granice je prikazan za rezonancu 9:4 u tabeli 5.

Tabela 5: Kriterijum za ulazak u rezonancu 9:4 kao funkcija srednje velike poluose a_m i srednjeg ekscentriciteta e_m .

$0.100 \leq e_m,$	$a_m < 3.02963 \text{ AJ}$
$0.075 \leq e_m < 0.100,$	$a_m < 3.02953 \text{ AJ}$
$0.050 \leq e_m < 0.075,$	$a_m < 3.02935 \text{ AJ}$
$0.025 \leq e_m < 0.050,$	$a_m < 3.02925 \text{ AJ}$
$0 \leq e_m < 0.025,$	$a_m < 3.02914 \text{ AJ}$

Drugi korak je brojanje parova (a_m, e_m) koji zadovoljavaju jedan od 5 intervala za a_m i e_m iz tabele 5, počevši od trenutka t_0 kada je prvi par pripao jednom od ovih intervala. Da bismo bili sigurni da je objekat počeo da ulazi u rezonancu (isto kao i kod izlaza iz rezonance), na osnovu vremenskih serija dobijenih iz numeričkih integracija, prebrojavali smo broj uzastopnih parova (a_m, e_m) koji ispunjavaju zadati uslov. Ponovo, u zavisnosti od jačine rezonance, broj parova iz pomenutih skupova je uzimao vrednosti iz intervala $[5, 464]$, gde je najmanja vrednost bila korišćena za najslabiju rezonancu (17:6), a najveća vrednost za najjaču rezonancu (7:3). Kod jačih rezonanci smo uzimali veći broj parova da bismo bili sigurni da je objekat ušao u rezonancu, jer je broj parova proporcionalan širini (jačini) rezonance.

Kada bi bio ispunjen drugi korak, smatrali bismo da je objekat ušao u rezonancu u trenutku t_0 . U daljem tekstu, to je trenutak ulaza u rezonancu i označavaćemo ga sa t_1 .

5.5.1 Definisanje vremenskih intervala provedenih u rezonanci: dt i dtr

Vremenski interval $dt = t_2 - t_1$ definisali smo kao vreme za koje objekat pređe preko rezonance, gde t_1 i t_2 označavaju trenutke ulaza i izlaza iz rezonance, respektivno.

U toku razvijanja metode za računanje trenutaka ulaza i izlaza i proučavanja rezultata, definisali smo još jednu fizičku veličinu koja meri vreme. Tu promenljivu smo označili sa

$$dtr = dt - d\tau \quad (5.5)$$

gde je $dt = t_2 - t_1$ i $d\tau = \Delta a / (da/dt)$. Veličina $\Delta a = a_2 - a_1$ je razlika srednjih velikih poluosa u trenucima t_2 i t_1 , da/dt je usvojena brzina Jarkovskog. Uvođenjem veličine dtr dobili smo objektivniju procenu uticaja rezonance na promenu velike poluose pod dejstvom efekta Jarkovskog. Vreme dtr dobijamo kada od dt , vremena koje objekat provede u rezonanci, oduzmemo $d\tau$, vreme za koje bi objekat prešao rastojanje Δa samo pod uticajem brzine Jarkovskog. Vreme dtr je manje osetljivo na kriterijume preciznog određivanja trenutaka ulaza i izlaza iz rezonance, jer poredi vreme za koje je objekat prešao dati put sa vremenom za koje bi objekat prešao taj isti put samo pod dejstvom Jarkovskog, pa samim tim dtr može imati pozitivne ili negativne vrednosti. Kada bi dtr bilo jednako nuli, onda rezonanca ne bi imala nikakav uticaj na kretanje asteroida ($dt = d\tau$), odnosno asteroid bi se kretao samo pod uticajem efekta Jarkovskog kroz rezonancu bez ikakvog uticaja rezonance.

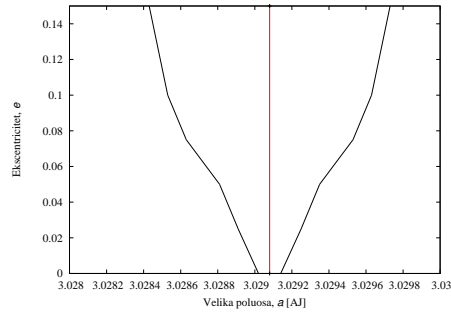
Samo za asteroide koji su prešli preko rezonance računali smo vremenske intervale dt i dtr . Za razliku od veličine dt koja ne razdvaja uticaj rezonance i brzine Jarkovskog na kretanje asteroida, fizičkom veličinom dtr smo izolovali i opisali značaj i ulogu jačine RSK na kretanje asteroida, pa smo naše najvažnije rezultate i zaključke izveli upravo iz ove fizičke veličine.

6 Rezultati

6.1 Reprezentativni primeri ponašanja asteroida u rezonanci

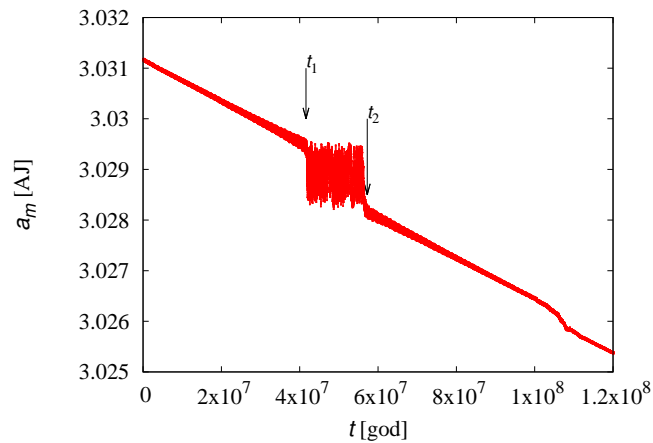
Rezultati numeričkih integracija orbita mogu se svrstati u nekoliko karakterističnih ponašanja asteroida prilikom prelaska rezonanci u srednjem kretanju. Pored slučaja kada je asteroid prešao preko rezonance, koji smo mi razmatrali u našim rezultatima, postoje još i slučajevi kada je asteroid ušao u rezonancu ali nije izašao iz rezonance (zbog nedovoljne dužine vremena integracije) ili je bio izbačen iz rezonance posle određenog vremena.

Sada ćemo predstaviti prvi slučaj na primeru jedne od naših najjačih rezonanci 9:4. Na slici 37 su prikazane granice i centar rezonance 9:4 u ravni (a_m, e_m) , određeni numeričkom metodom opisanom u poglavlju 5.2.

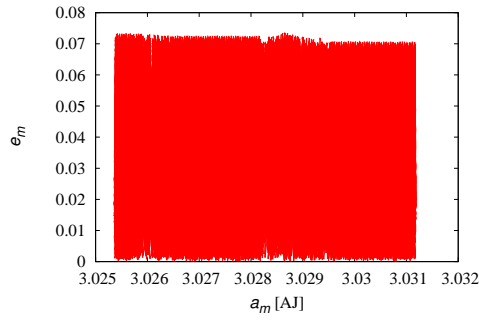


Slika 37: Ulazna i izlazna granica rezonance 9:4 u ravni (a_m , e_m). Centar ove rezonance je na rastojanju 3.0291 AJ od Sunca.

Na slici 38 vidimo primer asteroida sa najmanjom brzinom Jarkovskog $da/dt = -4 \times 10^{-11}$ AJ/god koji je ušao u rezonancu 9:4 i u njoj proveo $dt \approx 16$ Mgod, dok je $\langle dt \rangle$, aritmetička sredina vremena zadržavanja test asteroida u ovoj rezonanci za navedenu brzinu Jarkovskog, približno 30 Mgod. Vreme integracije orbita asteroida u ovoj rezonanci je 120 Mgod. Koeficijent pravca, $k = -4.13 \times 10^{-11}$ AJ/god sa standardnom greškom $\sigma_k = 1.3 \times 10^{-12}$ AJ/god je dobijen na intervalu od 1 Mgod počevši od trenutka $t_2 = 57253000$ godina kada su bili zadovoljeni uslovi za izlaz iz rezonance. Na slici 39 je prikazana promena ekscentriciteta istog objekta u ravni (a_m , e_m). Njegova orbita je slabo difuzna u prostoru srednjih orbitalnih elemenata.

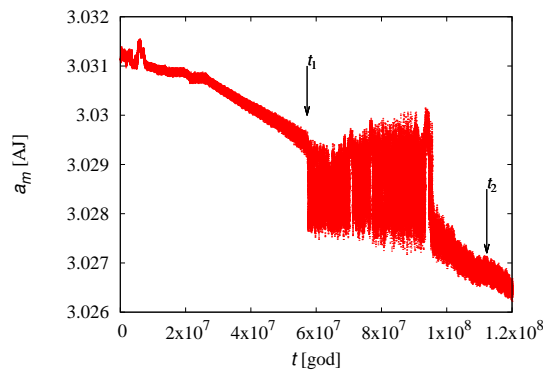


Slika 38: Primer test objekta sa brzinom Jarkovskog $da/dt = -4 \times 10^{-11}$ AJ/god, koji je ušao u rezonancu 9:4 u trenutku $t_1 = 41602600$ godina, a izašao iz pomenute rezonance u trenutku $t_2 = 57253000$ godina.

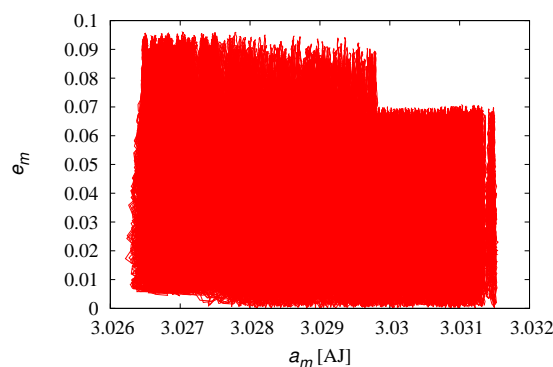


Slika 39: Promena ekscentriciteta objekta prikazanog i na slici 38, ali u ravni (a_m, e_m) . Asteroid je proveo celo vreme integracije u rezonanci konstantno se krećući ka manjim vrednostima velike poluose. Maksimalna vrednost ekscentriciteta ove orbite tokom integracije je približno 0.07. Na osnovu ponašanja orbitalnih elemenata zaključujemo da nije bilo značajnijih poremećaja kretanja ovog test asteroida, osim uticaja efekta Jarkovskog usled koga je objekat na kraju izašao iz rezonance.

Na slici 40 je prikazana promena velike poluose objekta sa najmanjom brzinom Jarkovskog $da/dt = -4 \times 10^{-11}$ AJ/god, koji je boravio relativno dugo u rezonanci 9:4, $dt \approx 55$ Mgod. Koeficijent pravca, $k = -4.27 \times 10^{-11}$ AJ/god sa standardnom greškom $\sigma_k = 2.8 \times 10^{-12}$ AJ/god je postignut na intervalu od 1 Mgod počevši od trenutka $t_2 = 112261800$ godina kada su bili zadovoljeni uslovi za izlaz iz rezonance. Ovde treba primetiti da trenutak t_2 ne odgovara baš najbolje trenutku kada asteroid napušta rezonancu. Dok ovaj nedostatak kriterijuma za određivanje trenutka izlaza iz rezonance može značajno da utiče na procenu vremena dt , on ne utiče na vreme dtr . Na slici 41 je prikazana promena ekscentriciteta istog objekta u ravni (a_m, e_m) .



Slika 40: Objekat sa brzinom Jarkovskog $da/dt = -4 \times 10^{-11}$ AJ/god koji je ušao u rezonancu 9:4 u trenutku $t_1 = 57211400$ godina i izašao u trenutku $t_2 = 112261800$ godina. Objekat je ostao dugo u rezonanci $dt \approx 55$ Mgod, u odnosu na prosečno vreme zadržavanja u ovoj rezonanci za ovu brzinu Jarkovskog.



Slika 41: Promena ekscentriciteta objekta prikazanog i na slici 40, ali u ravni (a_m , e_m). Asteroid je proveo celo vreme integracije u rezonanci konstantno se krećući ka manjim vrednostima velike poluose. Vrednost ekscentriciteta ove orbite je bila uvek manja od 0.1 tokom integracije. Prvih približno 60 Mgod integracije objekat je imao maksimalni ekscentricitet 0.07, a onda mu se povećala vrednost do 0.1, što predstavlja približno trenutak ulaza u rezonancu.

6.2 Rezultati za dt

Prvo ćemo predstaviti rezultate vezane za veličinu dt , a potom za veličinu dtr , koje su definisane u poglavlju 5.5.1. Zbog određenih prednosti dtr u odnosu na dt , predstavljenih u poglavlju 5.5.1, odlučili smo se da u našem istraživanju pre svega koristimo veličinu dtr . Ipak, ovde smo predstavili i rezultate za dt , jer treba naglasiti da je odnos dt i dtr sa određenim fizičkim veličinama (npr. jačina rezonance, brzina promene velike poluose itd.) veoma sličan, što smo i hteli ovde da pokažemo.

Prvo ćemo dati osnovne informacije o numeričkim integracijama u tabeli 6. Kao što se i moglo očekivati, najmanji broj objekata uspeva da pređe najjaču rezonancu, dok najveći broj objekata prelazi najslabije rezonance. Ipak, verovatno najbitnija činjenica ovde je da većina test objekata prelazi preko svih rezonanci, uključujući i one najjače.

Tabela 6: Rezultati interakcije asteroida sa rezonancama u srednjem kretanju.

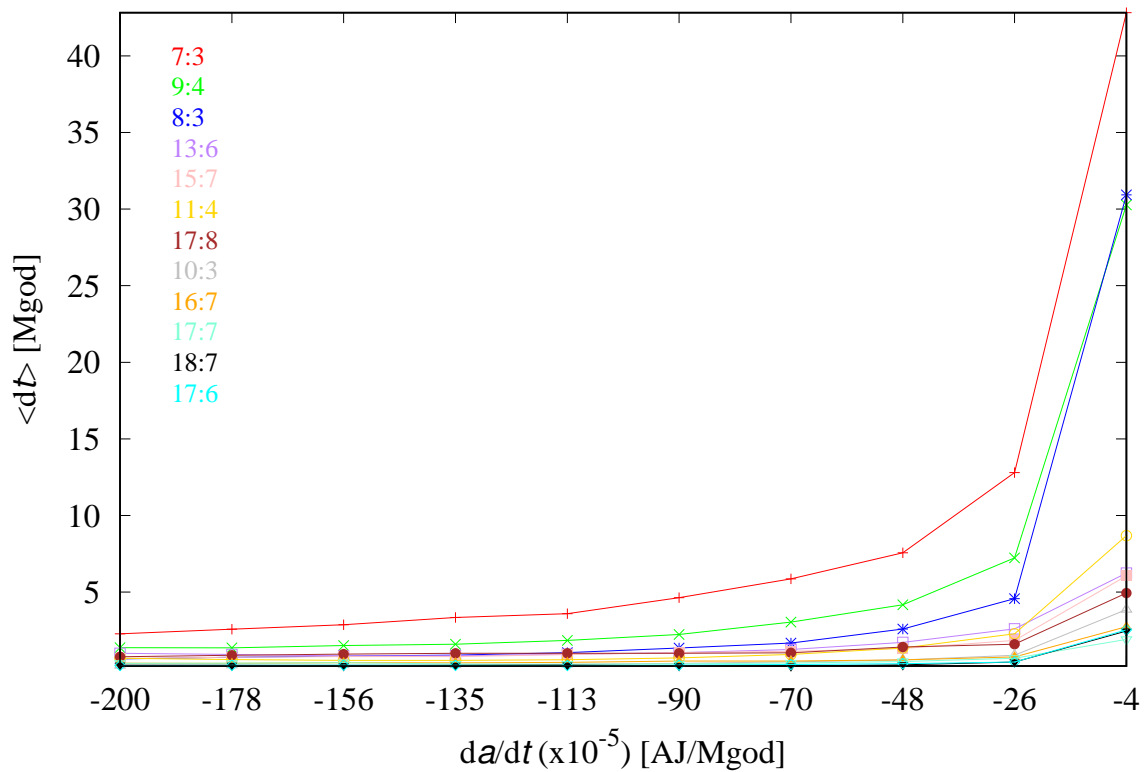
RSK	Vreme int. [Mgod]	Broj obj.	Obj. prešli RSK
7:3	100	6000	5043
9:4	120	6000	5713
8:3	80	6000	5719
13:6	100	6000	5708
15:7	120	6000	5743
11:4	60	6000	5982
17:8	120	6000	5672
10:3	30	6000	5996
16:7	60	6000	5635
17:7	40	6000	5655
18:7	40	6000	6000
17:6	40	6000	6000

Gladman *et al.* (1997) su izučavali vreme života objekata u rezonancama 7:3 i 9:4, i pronašli da se ono kreće od nekih par desetina miliona godina u 7:3, pa sve oko 50 Mgod u 9:4 rezonanci. Interesantno je međutim da je u našim simulacijama objektima bilo potrebno veoma slično vreme da pod uticajem efekta Jarkovskog pređu preko svake od tih rezonanci. Ovo sugeriše da je uticaj rezonance na kretanje objekata izmenjen kada se uključi efekat Jarkovskog, i da u tom slučaju veliki broj asteroida uspešno prelazi preko rezonance pre nego budu izbačeni. Kao rezultat ovoga imamo da rezonance izbacuju značajno manje asteroida, nego u modelu bez efekta Jarkovskog. Nešto slično sugerisali su Morbidelli & Nesvorný (1999) koji su predložili da efekat Jarkovskog može redukovati vreme provedeno u rezonanci, čime čini haotičnu difuziju manje efikasnom. Takođe, Bottke *et al.* (2000b) su ispitali mogućnost zarobljavanja asteroida u rezonanci u srednjem kretanju. Jedan od rezultata njihove analize je bio da slabije rezonance i jake ngravitacione sile koje menjaju orbitu objekata, čine verovatnoću zadržavanja i zarobljavanja objekata manjom, koja direktno zavisi od njihovog međusobnog odnosa.

Mi smo analizirali odnos između prosečnog vremena $\langle dt \rangle$ provedenog u rezonanci i brzine Jarkovskog. Može se videti na slici 42 da asteroidi sa manjim vrednostima brzine Jarkovskog (x -osa) provode u rezonanci prosečno duže vremena $\langle dt \rangle$ (y -osa). Ovo se može nazvati pravilom koje važi u svakoj rezonanci. Takođe, u jačim re-

zonancama je $\langle dt \rangle$ veće nego u slabijim, gde je $\langle dt \rangle$ aritmetička sredina vremena dt za koje su objekti sa određenom brzinom Jarkovskog prešli određenu rezonancu. Otuda postoji 10 vrednosti $\langle dt \rangle$ za svaku rezonancu koje su predstavljene na slici 42.

Primetimo na slici 42 da postoji naglo uvećanje vremena dt kod najjačih rezonanci, naročito za najmanje vrednosti brzine Jarkovskog, što bi se moglo objasniti eksponencijalnim rastom jačine naših izabranih rezonanci. U tabeli 7 je predstavljeno prosečno vreme boravka test asteroida u rezonancama, od onih koji su prešli rezonancu, usrednjeno u odnosu na 10 brzina Jarkovskog. Ovo prosečno vreme $\langle dt \rangle$ raste sa porastom jačine rezonanci.



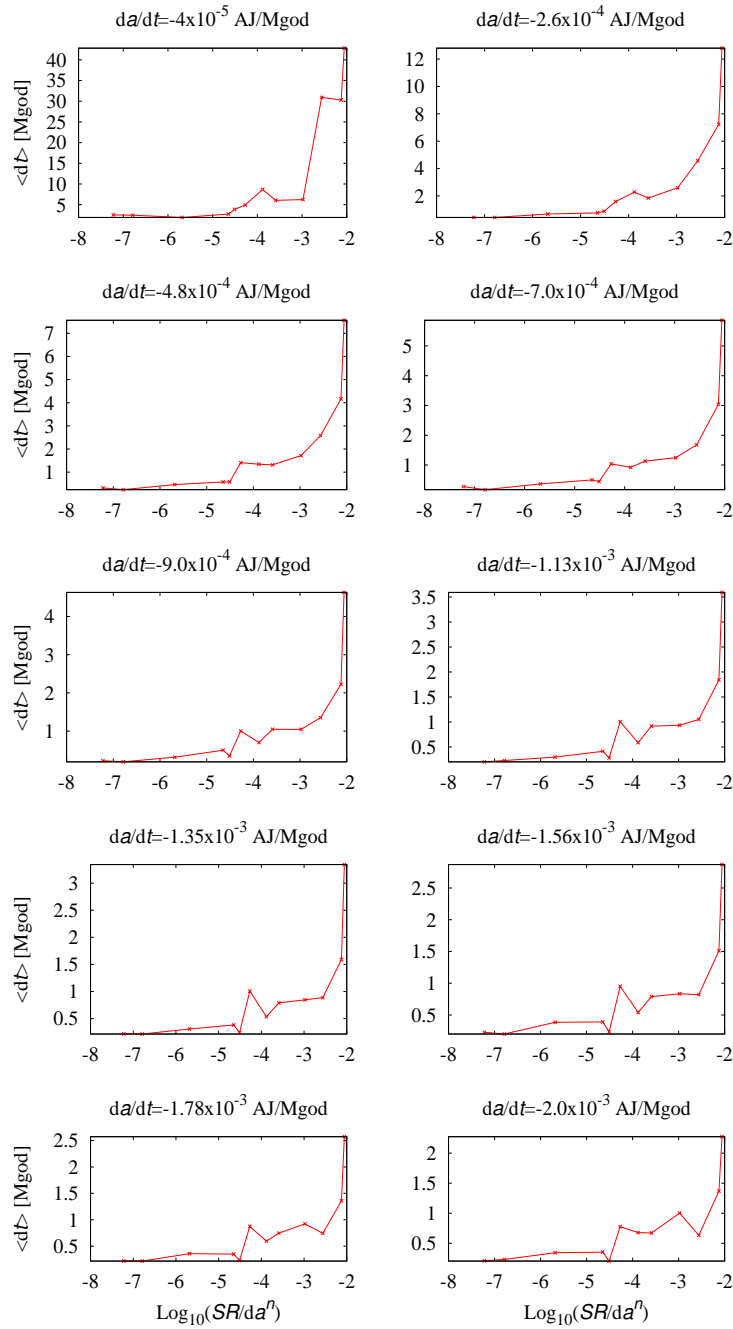
Slika 42: Zavisnost prosečnog vremena $\langle dt \rangle$ (y -osa) koje su proveli objekti u rezonanci od 10 vrednosti brzine Jarkovskog (x -osa). Različite boje na grafiku odgovaraju različitim rezonancama.

Tabela 7: Prosečno vreme boravka test asteroida u rezonancama, od onih koji su prešli rezonancu, usrednjeno u odnosu na 10 brzina Jarkovskog.

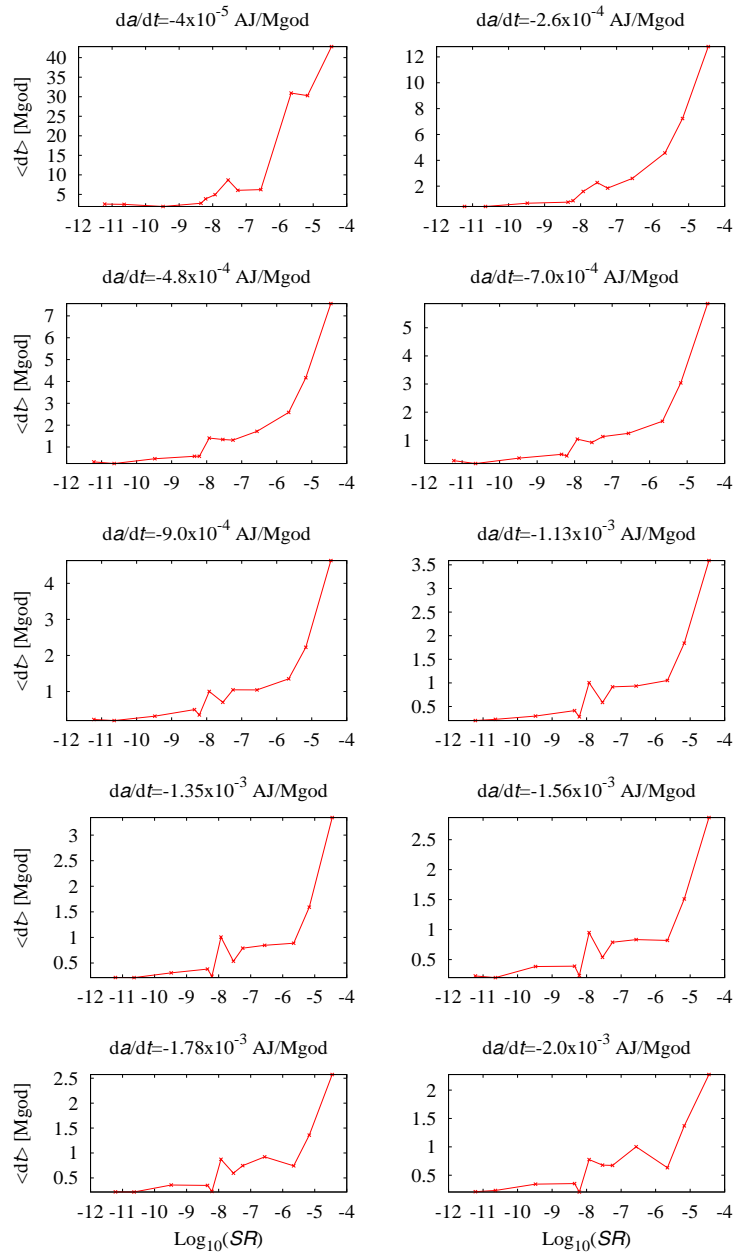
RSK	$\langle dt \rangle$ za 10 brzina Jarkovskog [god]
7:3	8832596.9
9:4	5462061.2
8:3	4524297.9
13:6	1737911.9
15:7	1530848.1
11:4	1686542.3
17:8	1458885.8
10:3	729171.3
16:7	695501.9
17:7	542422.8
18:7	458611.6
17:6	485966.4

Nakon toga smo analizirali aritmetičku sredinu vrednosti vremenskog intervala test asteroida $\langle dt \rangle$ u zavisnosti od logaritma snage rezonance (SR). Na slikama 43 i 44 su predstavljeni rezultati ove analize.

Analizirali smo promenu vremena $\langle dt \rangle$ u zavisnosti od logaritma snage rezonance, kao i od snage rezonance normalizovane na širinu rezonance ($da_{e=0.1}^n$ koju smo dali u tabeli 2 i koja važi za $e \approx 0.1$). U oba slučaja došli smo do očekivanog rezultata da objekti provode više vremena u jačim rezonancama.



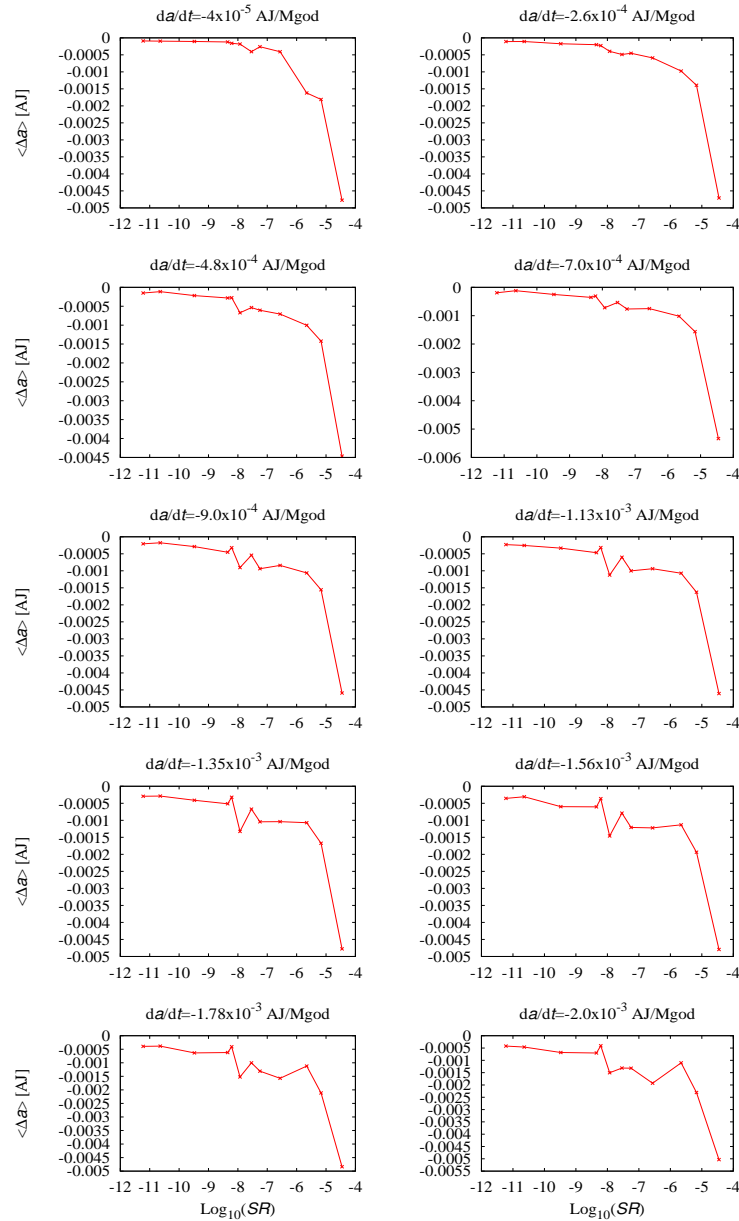
Slika 43: Zavisnost prosečnog vremena $\langle dt \rangle$ (y -osa), koje provedu objekti u rezonancama, od logaritma jačine rezonance normalizovane na širinu rezonance $\text{Log}_{10}(SR/da_{e=0.1}^n)$ (x -osa) za objekte koji su prešli rezonancu. Ova funkcionalna zavisnost je predstavljena posebno za svaku od 10 vrednosti brzine Jarkovskog.



Slika 44: Zavisnost prosečnog vremena $\langle dt \rangle$ (y -osa), koje provedu objekti u rezonancama, od logaritma jačine rezonanci $\text{Log}_{10}(SR)$ (x -osa) za objekte koji su prešli rezonancu. Ova funkcionalna zavisnost je predstavljena posebno za svaku od 10 vrednosti brzine Jarkovskog.

Ispitali smo i zavisnost prosečne razlike velikih poluosa $\langle \Delta a \rangle = \langle a_2 - a_1 \rangle$ (aritmetička sredina razlike između vrednosti dve velike poluose asteroida u trenucima izlaza (t_2) i ulaza (t_1) u rezonancu) od logaritma jačine rezonance ($\text{Log}_{10}(SR)$). Ovaj rezultat sam po sebi nije značajan, ali je prikazan radi ilustracije promene širine $\langle \Delta a \rangle$ sa snagom rezonance, kao i radi ilustracije dobrog funkcionisanja krite-

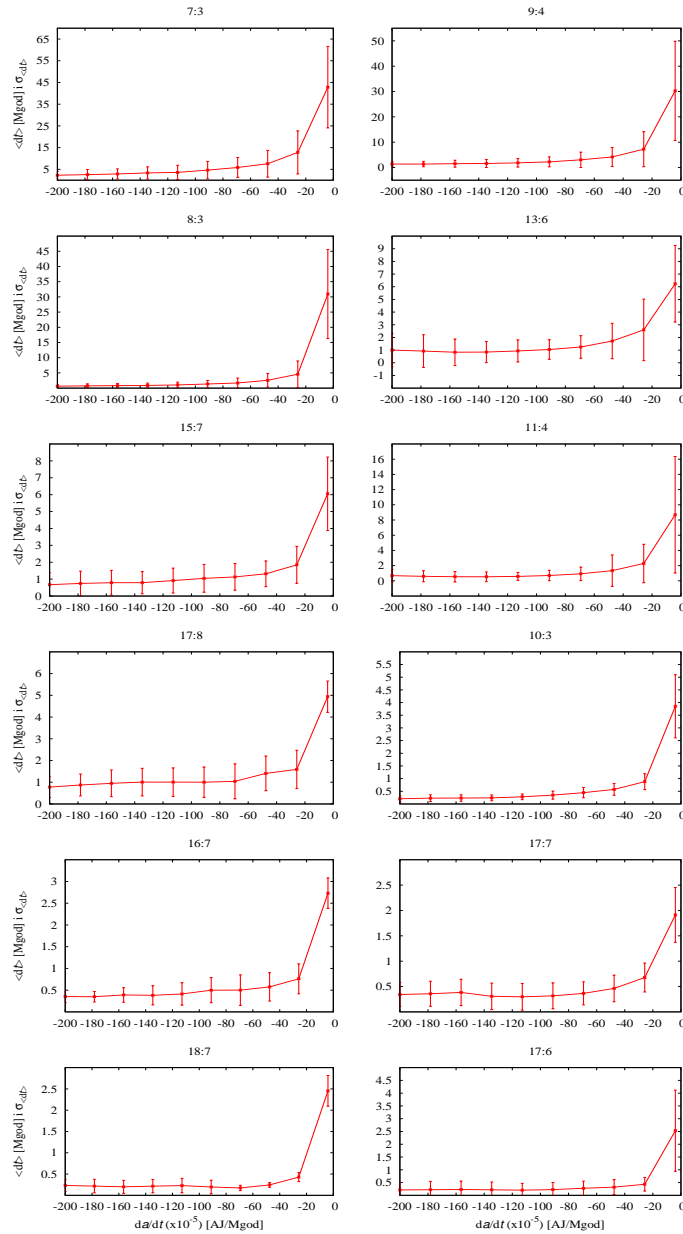
rijuma za određivanje trenutaka ulaza i izlaza iz rezonance. Ispitivana funkcija je prikazana na slici 45.



Slika 45: Zavisnost prosečne razlike velikih poluosa $\langle \Delta a \rangle$ asteroida, u trenucima t_1 i t_2 , (y -osa) od logaritma jačine rezonance $\text{Log}_{10}(SR)$ (x -osa) za objekte koji su prešli rezonancu. Ova funkcionalna zavisnost je predstavljena posebno sa svaku od 10 vrednosti brzine Jarkovskog. Vrednosti ekscentriciteta test objekata su oko 0.1.

Zatim smo analizirali zavisnost prosečnog vremenskog intervala koji su proveli objekti u rezonanci, $\langle dt \rangle$, od 10 vrednosti brzine Jarkovskog. Rezultati su prikazani na slici 46 (videti i diskusiju kod slike 42). Može se lako uočiti da za najmanju

vrednost brzine Jarkovskog, objekti ostaju najduže u rezonanci, i obratno. Ovaj rezultat je jasan, jer je objektima sa najmanjom brzinom Jarkovskog potrebno najviše vremena da pređu preko najjače (najveće širine) rezonance. Važi i obrnuto. Prikazano je i standardno odstupanje za $\langle dt \rangle$, koje je najveće kod objekata sa najmanjom brzinom Jarkovskog.

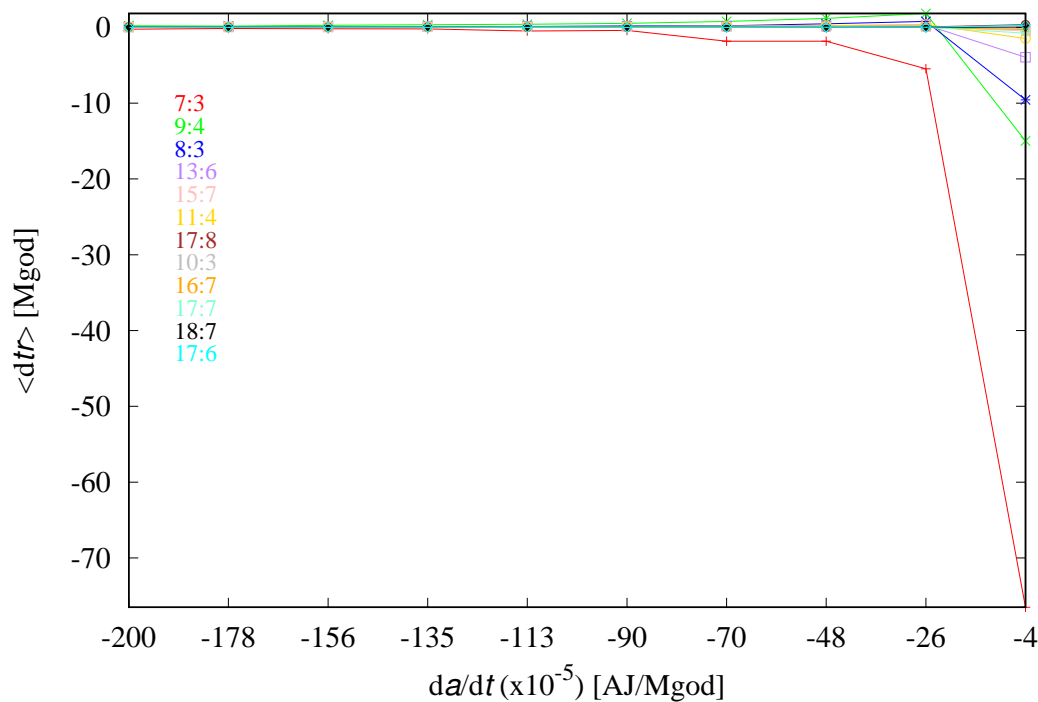


Slika 46: Zavisnost prosečnog vremenskog intervala $\langle dt \rangle$ koji su proveli objekti u rezonancama od 10 različitih vrednosti brzine Jarkovskog. Rezultati za $\langle dt \rangle$ su prikazani sa svojim standardnim odstupanjima.

6.3 Rezultati za dtr

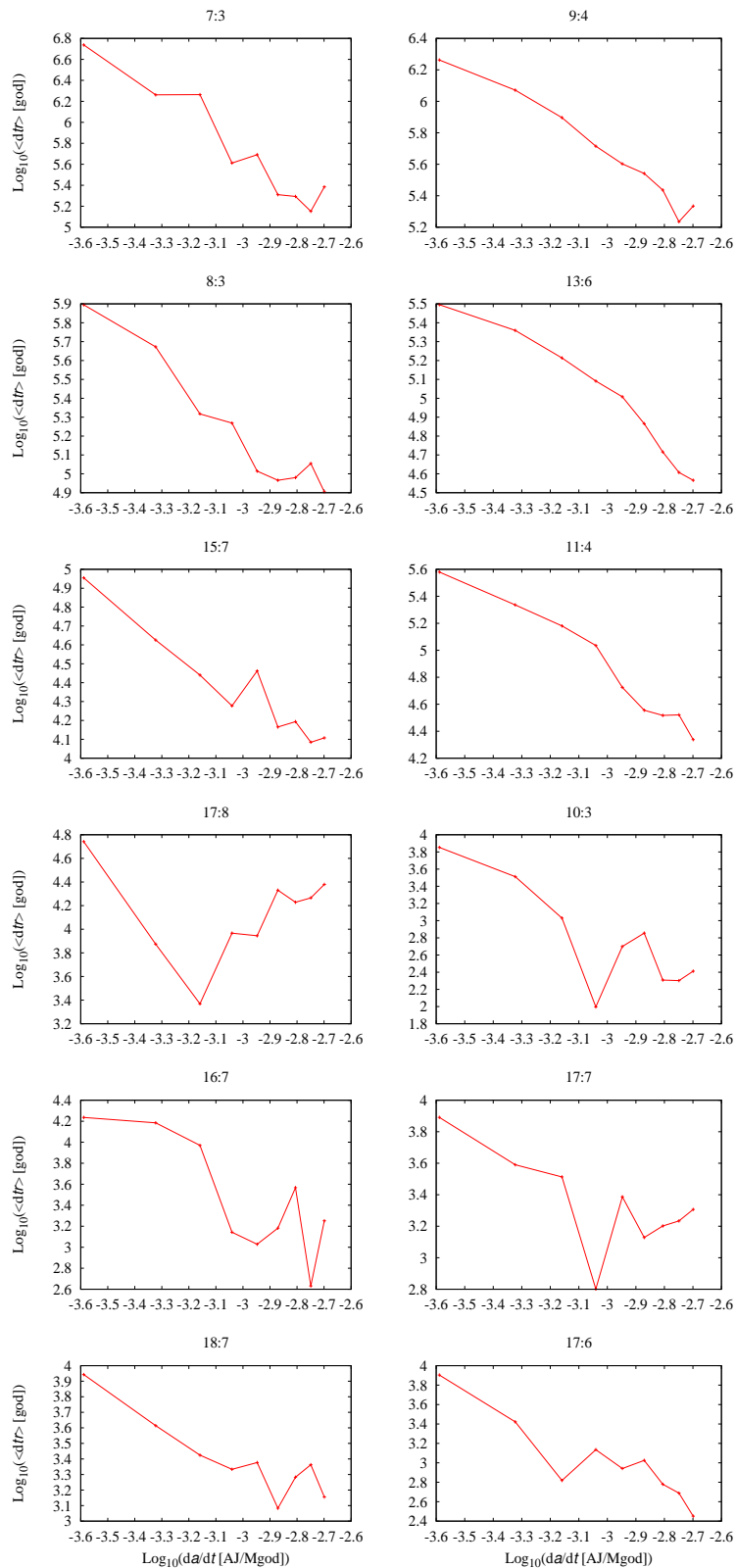
Sada ćemo predstaviti rezultate koje smo dobili za fizičku veličinu $\langle dtr \rangle$. Prvo smo hteli da ispitamo funkcionalnu zavisnost prosečnog vremena $\langle dtr \rangle$ od 10 različitih vrednosti brzine Jarkovskog (razmatrani su uvek objekti koji su prešli odgovarajuću rezonancu).

Može se uočiti na slici 47 da su neke vrednosti $\langle dtr \rangle$ negativne (za najmanju brzinu Jarkovskog kod najjačih rezonanci), što bi značilo da je vreme potrebno objektu da pređe rezonancu, dt , manje od vremena $d\tau$ koje bi mu bilo potrebno da pređe put iste dužine ali samo pod uticajem efekta Jarkovskog (jednačina 5.5). Ovo znači da postoji efekat “ubrzavanja” kretanja asteroida u rezonancama, o čemu će u narednim poglavljima biti više reči. Ovaj efekat je naročito izražen kod najjačih rezonanci (7:3, 9:4 i 8:3) za najmanje vrednosti brzine Jarkovskog, gde su vrednosti $\langle dtr \rangle$ najnegativnije. Primetimo da su vrednosti $\langle dtr \rangle$ (bilo pozitivne bilo negativne) kod najslabijih rezonanci, za sve testirane brzine Jarkovskog, relativno male, upravo zbog jačanja relativne uloge efekta Jarkovskog u promeni velike poluose u slabim rezonancama. Sa druge strane, za najveće brzine Jarkovskog se može uočiti da je vreme $\langle dtr \rangle$ relativno kratko u svim rezonancama.



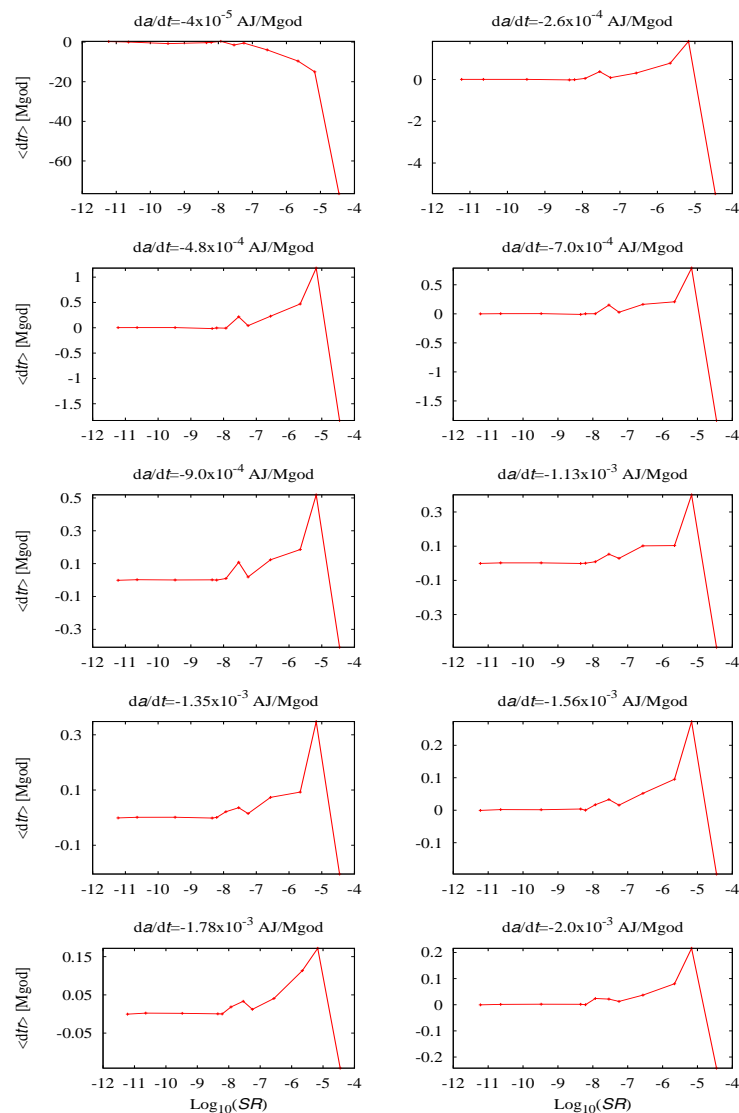
Slika 47: Promena prosečnog vremena $\langle dtr \rangle$ test asteroida koji su prešli rezonancu je predstavljena u zavisnosti od 10 različitih vrednosti brzine Jarkovskog da/dt . Veličina $\langle dtr \rangle$ je prikazana linijom različite boje za svaku rezonancu, poređane od najjače ka najslabijoj.

Na slici 48 prikazana je promena prosečnog vremena $\langle dtr \rangle$ test objekata (slično kao na slici 47), ali za svaku rezonancu i za 9 brzina Jarkovskog posebno (osim za najmanju brzinu jer je $\langle dtr \rangle$ negativno kod svih rezonanci za ovu brzinu) radi preglednosti. Ovde je predstavljen logaritam $\langle dtr \rangle$ na y -osi i logaritam da/dt na x -osi radi bolje vidljivosti rezultata. Jedan od važnijih zaključaka je da test asteroidi sa najvećom brzinom Jarkovskog u najslabijoj rezonanci provode najmanje vremena, i važi obrnuto. Veća odstupanja prosečnih vrednosti $\langle dtr \rangle$ od trenda promene mogu se primetiti kod slabijih rezonanci zbog slabljenja relativnog uticaja jačine rezonance u odnosu na brzinu efekta Jarkovskog. Trend opadanja apsolutne vrednosti $\langle dtr \rangle$ sa porastom brzine Jarkovskog je očigledan kod svih rezonanci (obrnuto srazmerne veličine), što smo i hteli pokazati. Veličina $\langle dtr \rangle$, kao i veličina $\langle dt \rangle$, pokazuje eksponencijalni rast kod najjačih rezonanci upravo zbog eksponencijalnog rasta jačine analiziranih rezonanci.



Slika 48: Promena prosečnog vremena $\langle dtr \rangle$ test objekata koji su prešli odgovarajuću rezonancu u zavisnosti od 9 različitih vrednosti brzine Jarkovskog, bez najmanje brzine Jarkovskog. Rezultati su prikazani za svaku rezonancu posebno u 'Log-Log' ravni.

Na slici 49 je prikazana zavisnost između prosečnog vremenskog intervala $\langle dtr \rangle$ i jačine 12 rezonanci, za svaku vrednost brzine Jarkovskog. U najjačim rezonancama objekti imaju najduže prosečno vreme zadržavanja, tj. $\langle dtr \rangle$ i SR su direktno srazmerne veličine. Može se uočiti da prosečnu najnegativniju vrednost $\langle dtr \rangle$ uvek ima rezonanca sa najvećom jačinom, 7:3, za svaku vrednost brzine Jarkovskog. Zato smo nju izuzeli iz konačnih rezultata, jer se ponaša drugačije od ostalih rezonanci. Ona ubrzava test objekte mnogo više od ostalih rezonanci, koje mogu da ubrzaju ali i da uspore objekte (slika 49).



Slika 49: Promena prosečnog vremena $\langle dtr \rangle$ test asteroida u rezonancama u funkciji logaritma jačine rezonanci SR . Prikazani su samo objekti koji su prešli odgovarajuću rezonancu za svaku od 10 različitih vrednosti brzine Jarkovskog.

Funkcija zavisnosti vremena $\langle dtr \rangle$ od logaritma jačine rezonanci SR pokazuje jasan trend, osim u slučaju najmanje brzine Jarkovskog, kada pokazuje neki vid suprotnog trenda (videti levi-gornji panel na slici 49). Interesantno je da vrednosti $\langle dtr \rangle$ dobijene za najjaču rezonancu 7:3, pokazuju saglasnost sa trendom dobijenim za najmanju vrednost brzine Jarkovskog, dok nisu u saglasnosti sa trendom dobijenim za druge vrednosti da/dt . Dobijeni rezultat je veoma zanimljiv, jer može da znači da ispod neke određene vrednosti da/dt objekti brzo “preskoče” rezonancu. Pošto je ovo nađeno za samo jednu vrednost da/dt , detaljnije proučavanje je potrebno da bi se izveo zaključak o ponašanju objekata koji imaju veoma male vrednosti brzine promene velike poluose. Zato je iz većine daljih analiza isključena i najmanja vrednost brzine Jarkovskog, koja će biti predmet budućih analiza.

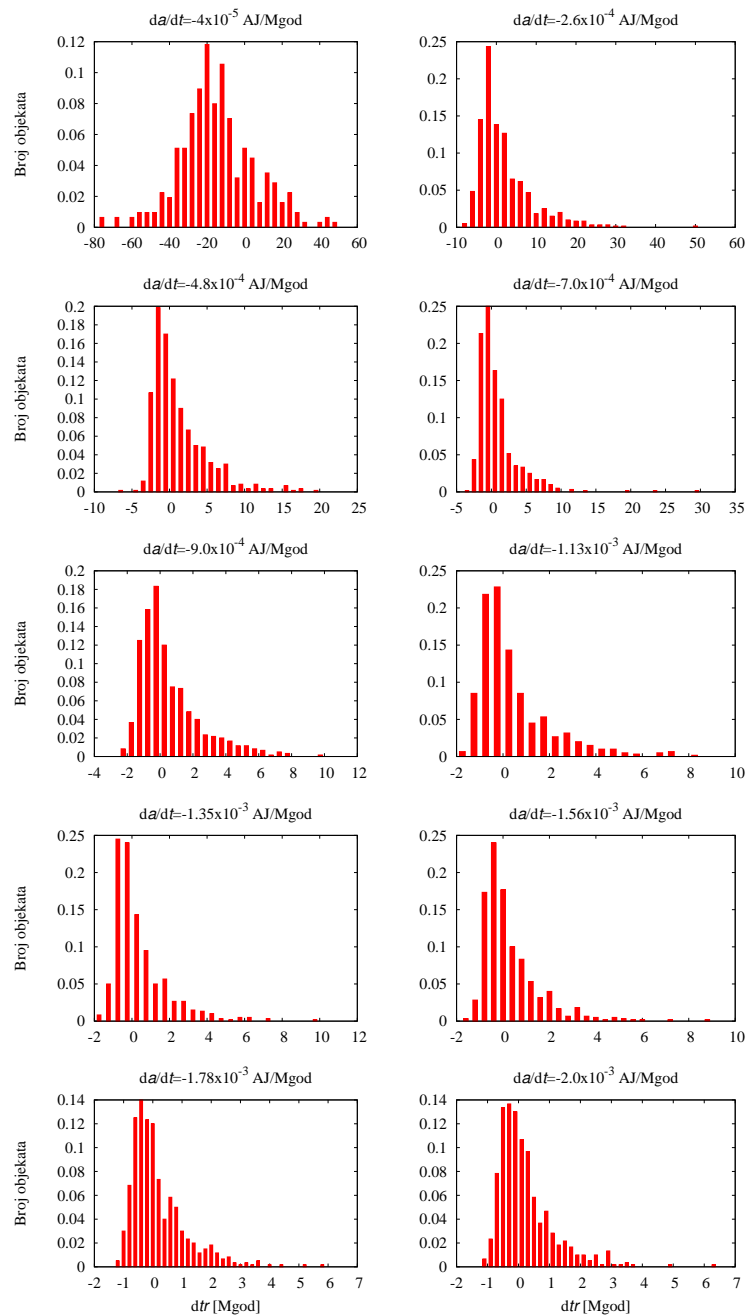
Da bi se proučio efekat rezonance u srednjem kretanju na promenu velike poluose objekta usled efekta Jarkovskog, pored trenda promene $\langle dtr \rangle$, važno je analizirati i raspodelu dtr vremena za test asteroide za različite rezonance i različite brzine Jarkovskog. Na slici 50 su prikazani histogrami za 9:4 rezonancu posebno za svaku od 10 vrednosti brzine Jarkovskog. Za ostale ispitivane rezonance histogrami raspodela dtr vremena za test asteroide za svaku od 10 vrednosti Jarkovskog se mogu naći u poglavlju 10.

Prvo što se može zaključiti je da ista rezonanca može uticati na brzinu promene velike poluose na dva načina, da je poveća ili smanji. Vremensko kašnjenje (ili žurenje) dtr prouzrokovano dejstvom RSK ima pozitivne (ili negativne) vrednosti, što znači da rezonanca može da uspori (ili ubrza) pomeraj u velikoj poluosi tj. da omogućiti asteroidu da kasnije (ili ranije) stigne do određene vrednosti velike poluose.

Interesantno je primetiti da se negativne vrednosti dtr češće javljaju kod jačih rezonanci. Razlog bi moglo biti to što je period oscilacija velike poluose u rezonancama istog reda veličine kao i vreme Ljapunova, tj. ovaj period je kraći kod haotičnijih objekata, pa je samim tim period oscilacija velike poluose u proseku kraći kod jačih rezonanci. Kraći period oscilovanja poluose znači da objekat češće prilazi granici rezonance, pa efekat Jarkovskog ima više šansi da brzo izvede objekat iz rezonance. U kombinaciji sa nešto većom amplitudom oscilovanja poluose u jakim rezonancama, ovo dovodi do česte pojave negativnih vrednosti vremena dtr kod ovih rezonanci.

Sa histograma prikazanim na slici 50 se vidi da raspodela dtr vremena za test asteroide otkriva da je disperzija dtr manja za veće brzine Jarkovskog i veća za manje brzine Jarkovskog. Takođe, uočava se na histogramima da je disperzija dtr manja kod jačih rezonanci i veća kod slabijih (videti poglavlje 10 za histograme

ostalih rezonanci). Stoga, zaključujemo da je disperzija dtr najmanja kod asteroida sa najvećom brzinom Jarkovskog u najjačim rezonancama. Takođe, na ovim histogramima veći je “rep” podataka sa pozitivnim vrednostima dtr , jer dt je načelno neograničena veličina, dok je vrednost $d\tau$ ograničena, kako širinom rezonance, tako i konstantnim vrednostima brzine Jarkovskog (videti jednačinu 5.5).



Slika 50: Raspodela dtr vremena za test asteroide u najjačoj ispitivanoj rezonanci, 9:4 (Izvor: Milić Žitnik 2016).

7 Analiza rezultata i diskusija

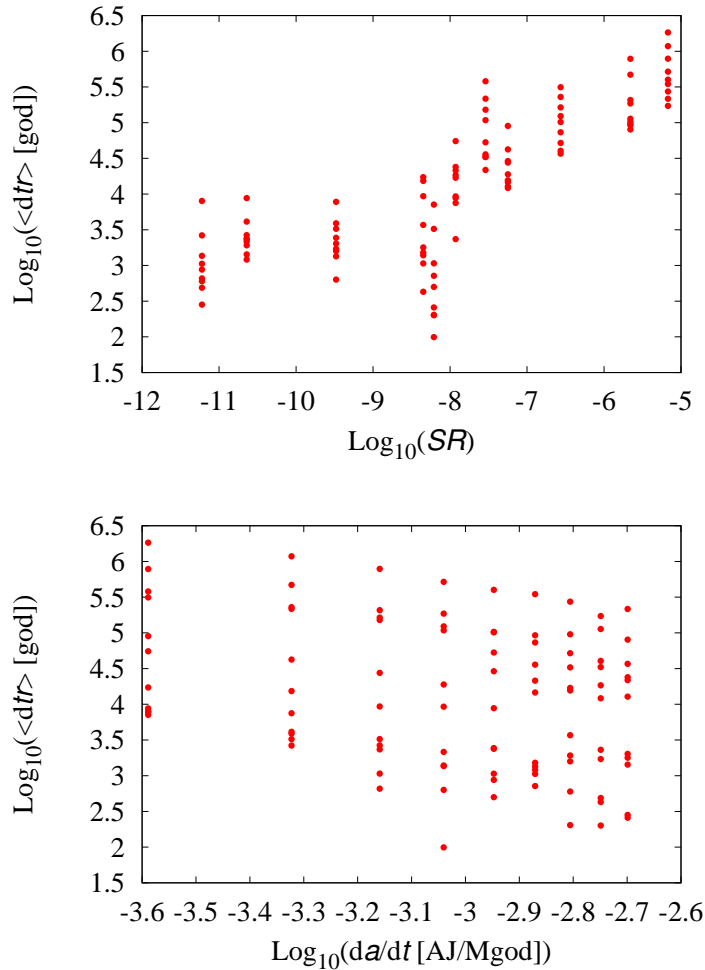
U ovom poglavlju ćemo nastaviti sa prikazom analize rezultata. Do sada smo predstavili funkcionalnu zavisnost između $\langle dtr \rangle$ i određenih fizičkih veličina. Cilj nam je da opišemo kretanje asteroida jednačinom koja će povezati neophodne fizičke veličine kako bi se mogao dovoljno precizno opisati prelazak asteroida preko rezonance u srednjem kretanju, a pod uticajem efekta Jarkovskog.

7.1 Jednačina za $\langle dtr \rangle$, SR i da/dt

Uprkos činjenici da postoji značajna disperzija, naši rezultati jasno otkrivaju vezu između prosečnog vremena žurenja (kašnjenja) $\langle dtr \rangle$, jačine rezonance SR i brzine Jarkovskog da/dt . Na slici 51 korišćena je 'Log-Log' skala da bismo pokazali funkcionalnu vezu između $\langle dtr \rangle$ i SR (gornji panel), kao i $\langle dtr \rangle$ i da/dt (donji panel). Očigledno je da $\langle dtr \rangle$ raste sa porastom snage rezonance⁵⁰ SR . U 'Log-Log' ravni ova zavisnost izgleda skoro linearno, što ukazuje na eksponencijalnu vezu između $\langle dtr \rangle$ i SR . Određena odstupanja od ove funkcionalne zavisnosti postoje za slabe rezonance, kao što se može videti na gornjem panelu slike 51. Slična linearna zavi-

⁵⁰Zanimljivo je da slična veza postoji između rezonantnog kašnjenja i SR u rasejanom disku, koji čine objekti na visoko ekscentričnim orbitama sa velikom poluosom većom od 50 AJ, koju su proučavali Lukawka & Mukai (2007). Oni su ispitivali fenomen koga karakterišu višestruka uzastopna zarobljavanja objekata u RSK (osim 1:1 rezonance) sa Neptunom (rezonantno "lepljenje").

snost se pokazala između $\langle dtr \rangle$ i da/dt , ali u ovom slučaju sa koeficijentom pravca prave suprotnog znaka, zato što $\langle dtr \rangle$ opada dok da/dt raste.



Slika 51: Gornji panel: zavisnost prosečnog vremenskog kašnjenja (žurenja) prouzrokovano rezonancom, $\langle dtr \rangle$, od snage rezonance SR . Donji panel: zavisnost $\langle dtr \rangle$ od brzine promene velike poluose, da/dt u 'Log-Log' ravni (Izvor: Milić Žitnik & Novaković 2016).

Iz prethodno uočenog sledi da takođe postoji eksponencijalna veza između $\langle dtr \rangle$ i da/dt . Pretpostavljajući da postoji jedinstvena funkcionalna veza između $\langle dtr \rangle$, SR i da/dt , gore navedeni rezultati ukazuju da bi se ona mogla opisati sledećom jednačinom:

$$\langle dtr \rangle = c_1 (SR)^\beta \left(\frac{da}{dt}\right)^\gamma \quad (7.1)$$

sa koeficijentom c_1 i sa eksponentima β i γ . Iz jednačine (7.1) nepoznati parametri se mogu naći numeričkim putem, fitovanjem svih dostupnih podataka. Odlučili smo

da primenimo metod najmanjih kvadrata koristeći jednačinu:

$$\log_{10}(\langle dtr \rangle) = \beta \log_{10}(SR) + \gamma \log_{10}\left(\frac{da}{dt}\right) + c_2 \quad (7.2)$$

primenjenu nad podacima predstavljenim na slici 51. Našli smo da su parametri fitovanja koji opisuju najbolju relaciju između $\langle dtr \rangle$, SR i da/dt : $\beta = 0.44 \pm 0.03$, $\gamma = -1.09 \pm 0.20$ i $c_2 = 4.35 \pm 0.66$.

Kao što je već rečeno, podaci predstavljeni na gornjem panelu slike 51 ukazuju da pravac promene $\langle dtr \rangle$ može da se razlikuje za male i velike vrednosti SR . Najprihvatljivije objašnjenje za “previsoke” vrednosti $\langle dtr \rangle$ dobijene za rezonance manje jačine je slabi odnos signal/šum u ovim slučajevima, jer su ove vrednosti $\langle dtr \rangle$ male u poređenju sa njihovim standardnim greškama. Iz tog razloga smo ponovili istu proceduru fitovanja na podacima iz kojih je isključeno pet najslabijih rezonanci. Tada su dobijene sledeće vrednosti parametara: $\beta = 0.47 \pm 0.04$, $\gamma = -0.97 \pm 0.15$ i $c_2 = 5.11 \pm 0.54$. Očigledno, dva skupa parametara nisu samo veoma slična, nego i statistički ista. Trebalo bi napomenuti da je u oba slučaja eksponent γ blizak -1 , sugerišući da je prosečno vreme usporavanja/ubrzavanja obrnuto proporcionalno brzini promene velike poluose usled efekta Jarkovskog. Štaviše, eksponent β ima vrednost blisku 0.5. Ovo nas vodi ka zaključku da su $\langle dtr \rangle$, SR i da/dt u određenoj funkcionalnoj vezi koja se može opisati jednačinom:

$$\langle dtr \rangle = 10^{-1} \sqrt{SR} \left(\frac{da}{dt}\right)^{-1} \quad (7.3)$$

gde je $\langle dtr \rangle$ izraženo u Mgod i da/dt u AJ/Mgod.

Strogo govoreći, jednačina (7.3) važi za vrednosti ekscentriciteta oko 0.1, za koje smo SR izračunali. Poznato je odavno da SR zavisi od ekscentriciteta (Malhotra 1994; Gallardo 2006; Lukawka & Mukai 2007). Uopšteno, ovaj problem se može prevazići uvođenjem dodatnog parametra u jednačinu (7.3), koji će zavistiti od ekscentriciteta.

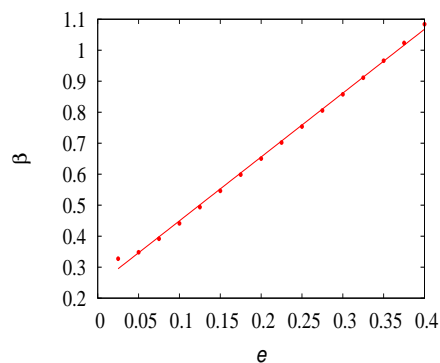
Zbog funkcionalne zavisnosti između SR i e , izračunali smo SR za različite vrednosti ekscentriciteta $0.025 \leq e \leq 0.4$ sa korakom 0.025 (0.4 je gornja granica vrednosti ekscentriciteta za većinu asteroida u Glavnom pojasu). Zatim smo izračunali nepoznate parametre fitovanja za nove vrednosti e i SR . U tabeli 8 su date vrednosti β za sve $0.025 \leq e \leq 0.4$, jer β definiše vezu između SR i e . Jasno je da β zavisi linearno od ekscentriciteta (vidi sliku 52), pa se može izraziti u obliku $\beta = ae + b$. Parametri a i b se mogu izračunati metodom najmanjih kvadrata primenjenom nad podacima iz tabele 8. Njihove vrednosti su $a = 2.06 \pm 0.02$ i $b = 0.24 \pm 0.01$ za 11 rezonanci.

Parametar γ iz jednačine (7.1) ima istu vrednost za sve vrednosti ekscentriciteta (tabela 8), jer zavisi samo od brzine Jarkovskog, koja je ista u svim slučajevima, tj. ne zavisi od ekscentriciteta.

Tabela 8: Vrednosti β , γ i c_2 za $0.025 \leq e \leq 0.4$ sa svojim standardnim odstupanjima (Izvor: Milić Žitnik 2016).

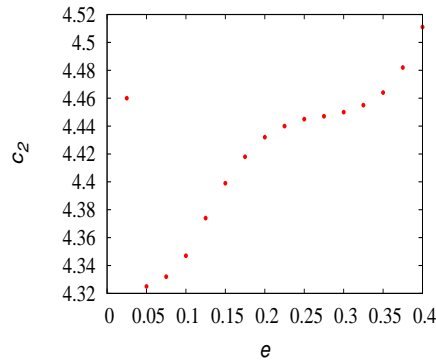
e	$\beta \pm \sigma_\beta$	$\gamma \pm \sigma_\gamma$	$c_2 \pm \sigma_{c_2}$
0.025	0.327 ± 0.024	-1.092 ± 0.207	4.460 ± 0.680
0.05	0.348 ± 0.025	-1.092 ± 0.207	4.325 ± 0.675
0.075	0.392 ± 0.028	-1.092 ± 0.204	4.332 ± 0.665
0.1	0.441 ± 0.030	-1.092 ± 0.201	4.347 ± 0.656
0.125	0.494 ± 0.034	-1.092 ± 0.199	4.374 ± 0.649
0.150	0.546 ± 0.037	-1.092 ± 0.197	4.399 ± 0.645
0.175	0.598 ± 0.040	-1.092 ± 0.196	4.418 ± 0.642
0.200	0.650 ± 0.043	-1.092 ± 0.196	4.432 ± 0.641
0.225	0.702 ± 0.047	-1.092 ± 0.196	4.440 ± 0.641
0.250	0.754 ± 0.050	-1.092 ± 0.196	4.445 ± 0.643
0.275	0.805 ± 0.054	-1.092 ± 0.197	4.447 ± 0.646
0.300	0.858 ± 0.058	-1.092 ± 0.198	4.450 ± 0.649
0.325	0.911 ± 0.062	-1.092 ± 0.200	4.455 ± 0.654
0.350	0.966 ± 0.067	-1.092 ± 0.201	4.464 ± 0.659
0.375	1.023 ± 0.071	-1.092 ± 0.202	4.482 ± 0.663
0.400	1.084 ± 0.076	-1.092 ± 0.203	4.511 ± 0.667

Linearna zavisnost između e i β je prikazana na slici 52.



Slika 52: Zavisnost između e i β za $0.025 \leq e \leq 0.4$ (Izvor: Milić Žitnik 2016).

Vrednosti c_2 zavise od ekscentriciteta tako što rastu sa porastom vrednosti e (osim za $e = 0.025$). Zavisnost između e i c_2 je prikazana na slici 53. Dobijena funkcija ima oscilacije oko linearnog trenda. Iz tog razloga ovde nismo tražili funkcionalnu zavisnost između e i c_2 , već se vrednosti c_2 za odgovarajući interval ekscentriciteta po potrebi mogu uzeti iz tabele 8.

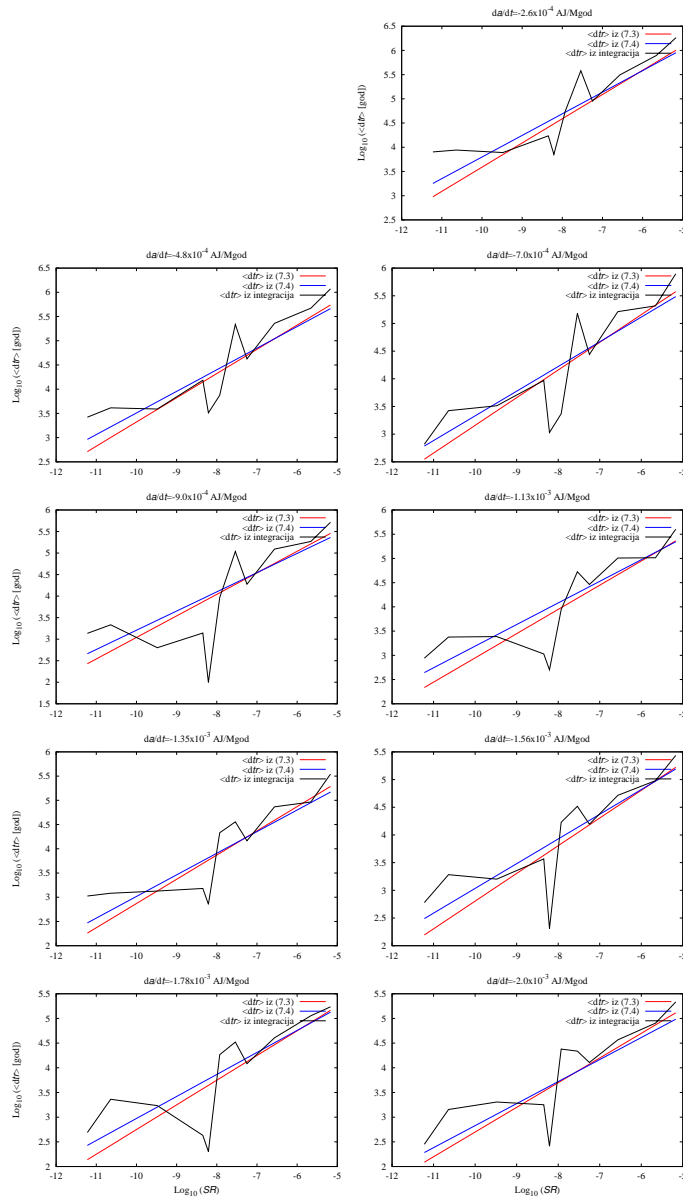


Slika 53: Zavisnost između e i c_2 za $0.025 \leq e \leq 0.4$.

Konačno smo dobili funkcionalnu vezu između prosečnog vremena provedenog u rezonanci $\langle dtr \rangle$, snage rezonance SR , ekscentriciteta e i brzine promene velike poluose da/dt , koja važi za $0.025 \leq e \leq 0.4$:

$$\log_{10}(\langle dtr \rangle) = (2.06e + 0.24) \log_{10}(SR) - 1.09 \log_{10}\left(\frac{da}{dt}\right) + c_2. \quad (7.4)$$

Zatim smo izračunali vrednosti $\langle dtr \rangle$ iz jednačine (7.3), iz uopštene jednačine (7.4) za $e \approx 0.1$, i iz numeričkih integracija, kako bismo međusobno uporedili ove vrednosti. Dobijeni rezultat prikazan je na slici 54. Možemo primetiti da su vrednosti za $\langle dtr \rangle$ iz jednačina slične u rezonancama velikih i srednjih jačina, dok se nešto veća odstupanja javljaju kod slabih rezonanci. Primećujemo i određena odstupanja vrednosti $\langle dtr \rangle$ dobijenih iz numeričkih integracija od vrednosti dobijenih iz jednačina. Razlozi za ova odstupanja verovatno leže u činjenici da jednačina (7.3) predstavlja aproksimaciju funkcionalne relacije između SR , da/dt i $\langle dtr \rangle$, kao i činjenica da slabe rezonance imaju mali odnos signal/šum pri računanju $\langle dtr \rangle$, o čemu smo već pisali (videti diskusiju kod slike 51).



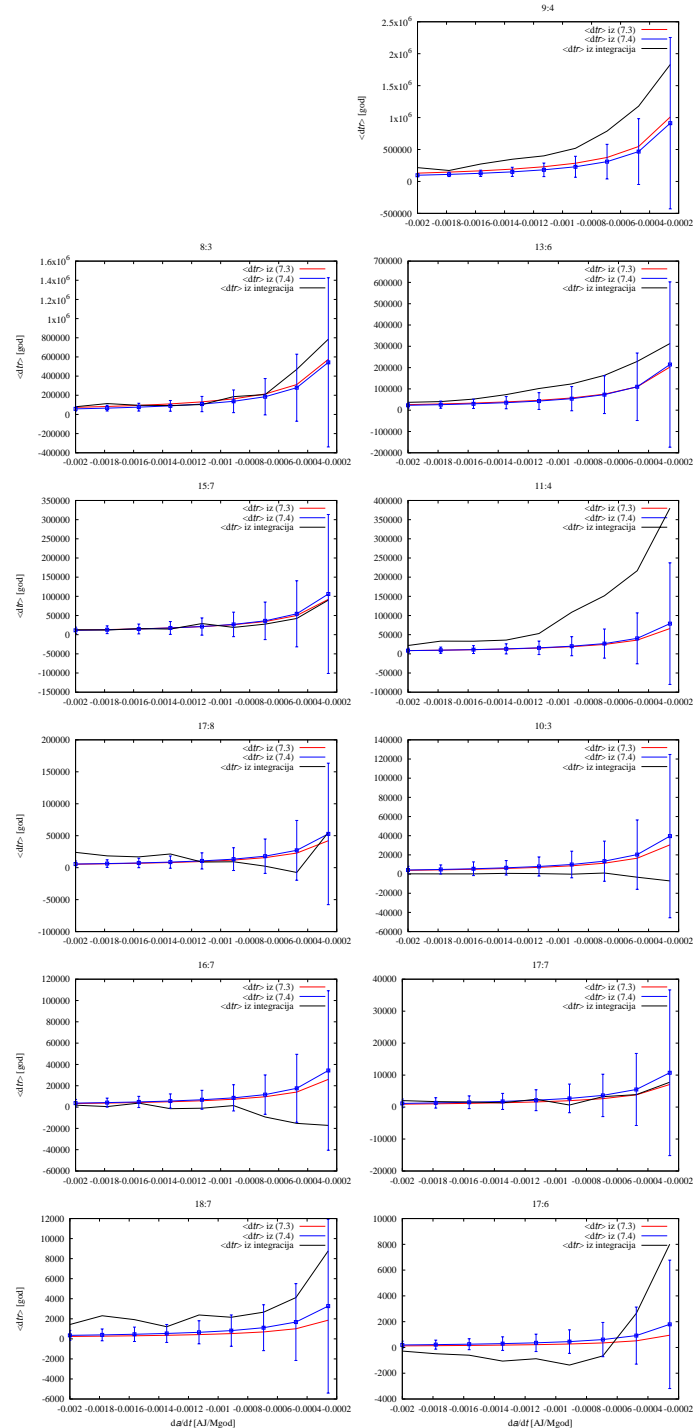
Slika 54: Razlike zavisnosti $\log_{10}(\langle dtr \rangle)$ od $\log_{10}(SR)$ u svim rezonancama za 9 najvećih brzina Jarkovskog između jednačina (7.3) i (7.4) i numeričkih integracija.

Da bi bolje razumeli tačnost jednačine (7.4), kao i u cilju boljeg definisanja njenih ograničenja, odredili smo i grešku procene vremena $\langle dtr \rangle$ dobijenog ovom jednačinom. Pomenutu grešku $\sigma(\langle dtr \rangle)$, možemo odrediti diferenciranjem same jednačine (7.4) smatrajući koeficijente β , γ i c_2 promenljivim veličinama. Na taj način dobijamo:

$$\sigma(\langle dtr \rangle) = \langle dtr \rangle \times \ln(10) \times [d\beta \log_{10}(SR) + d\gamma \log_{10}(da/dt) + dc_2]. \quad (7.5)$$

Na osnovu formule (7.5) izračunali smo 3σ grešku za $\langle dtr \rangle$ i došli do zaključka

da se u najvećoj meri neslaganja između rezultata dobijenih jednačinom (7.4) i numeričkih integracija, odnosno rezultata dobijenih jednačinom (7.3), mogu objasniti greškom procene dobijene na osnovu jednačine (7.4) (videti sliku 55).



Slika 55: Procena vrednosti $\langle dtr \rangle$ dobijena pomoću jednačina (7.3) i (7.4), odnosno iz numeričkih integracija. Kod rezultata dobijenih jednačinom (7.4) prikazan je i 3σ interval greške dobijene iz formule (7.5).

Na osnovu prethodnih analiza rezultata dolazimo do zaključka da je jednačinu (7.4) moguće koristiti za RSK jačine iz intervala $[6 \times 10^{-12}, 6.7 \times 10^{-6}]$ i za opseg brzina Jarkovskog $[2.6 \times 10^{-4}, 2 \times 10^{-3}]$ AJ/Mgod.

7.2 Raspodela dtr

Jedan od najznačajnijih rezultata koje smo dobili je raspodela vremena dtr koje asteroidi provedu u rezonanci u srednjem kretanju. Stoga, u cilju izučavanja rezultata interakcije između RSK i sekularnog pomeraja u velikoj poluosi i njihovog uticaja na kretanje asteroida, analizirali smo raspodelu dtr vremena test objekata. U tu svrhu, prvo smo napravili histograme koji prikazuju raspodelu dtr za test objekte koji su prešli odgovarajuću rezonancu.

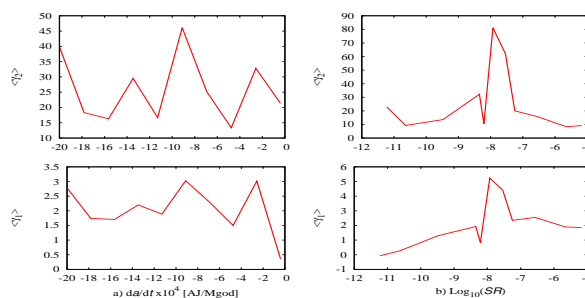
Na slici 50 su prikazani histogrami za rezonancu 9:4 (najjača rezonanca posle 7:3). Raspodela vremena dtr je veoma slična kod svih rezonanci. Histogrami sugerišu da je raspodela dtr uvek asimetrična, nekad više u levo, a nekad više u desno u odnosu na bin sa najvećim brojem objekata. U cilju potvrđivanja ovih osobina, izračunali smo treći i četvrti standardni momenat, koeficijente asimetrije γ_1 i spljoštenosti γ_2 (videti Carruba *et al.* (2012) za sličnu primenu).

Za većinu vrednosti brzine Jarkovskog i u svim RSK, objekti imaju pozitivnu vrednost koeficijenta γ_1 , što znači da raspodela dtr ima duži “rep” na desnoj strani (pozitivne vrednosti) nego na levoj strani (negativne vrednosti) (tabela 9). Većina objekata ima visoku pozitivnu vrednost koeficijenta spljoštenosti γ_2 , a to znači da raspodela dtr ima oštar vrh i duge, debele “repove”. To ukazuje na veliku disperziju vrednosti dtr što je vidljivo na histogramima za rezonancu 9:4 (slika 50), kao i za sve ostale naše rezonance (videti grafike u poglavlju 10).

Tabela 9: Vrednosti trećeg i četvrtog standardnog momenta: γ_1 i γ_2 za 11 RSK i za 10 vrednosti brzine Jarkovskog (Izvor: Milić Žitnik 2016).

$\frac{da}{dt}$	9:4	8:3	13:6	15:7	11:4	17:8	10:3	16:7	17:7	18:7	17:6
	γ_1										
-0.00004	0.18	0.49	-0.93	0.55	-8.43	0.57	1.70	1.72	2.60	0.67	4.79
-0.00026	1.95	1.96	3.24	2.17	3.84	2.10	2.90	-2.24	8.14	0.42	8.71
-0.00048	1.71	2.01	3.07	1.72	4.84	2.46	0.59	-2.79	0.74	0.33	1.82
-0.00069	3.39	2.39	2.53	1.70	4.11	3.74	0.75	8.08	0.42	0.49	-2.31
-0.00091	1.52	1.84	2.41	3.47	4.62	13.03	0.39	8.60	0.04	-0.21	-2.42
-0.00113	1.87	2.04	2.83	5.31	4.60	2.24	0.39	2.82	0.23	1.26	-2.82
-0.00135	2.06	2.14	2.55	2.00	6.12	11.58	0.68	0.79	0.30	-1.34	-2.67
-0.00156	2.16	1.86	3.22	1.46	7.59	2.09	0.51	1.15	0.23	0.67	-2.18
-0.00178	1.79	2.09	2.59	2.42	9.16	1.40	0.20	0.69	0.19	0.39	-1.77
-0.00200	1.94	2.17	3.97	2.69	7.70	13.07	0.19	0.43	0.34	-0.07	-1.82
	γ_2										
-0.00004	3.66	3.02	4.51	12.73	135.95	3.97	12.07	11.21	11.56	7.44	29.10
-0.00026	8.76	7.50	17.70	13.56	25.95	23.35	27.58	24.60	98.94	4.30	104.08
-0.00048	6.80	9.06	19.28	9.36	35.01	22.84	7.75	13.58	2.97	4.29	16.04
-0.00069	24.17	11.67	14.89	10.81	27.09	42.11	10.08	114.28	2.23	6.52	12.79
-0.00091	5.65	7.37	12.46	35.92	32.75	240.41	8.77	119.21	3.10	28.38	13.14
-0.00113	7.08	8.73	15.08	49.97	30.69	16.58	6.96	18.66	2.58	13.81	13.63
-0.00135	9.06	9.09	12.66	11.94	50.10	193.13	7.49	7.08	3.35	8.96	11.96
-0.00156	10.04	7.50	17.71	11.23	79.71	14.37	9.74	5.55	3.36	9.26	11.08
-0.00178	7.60	9.27	15.57	22.86	110.56	6.95	6.76	4.65	3.57	5.51	8.29
-0.00200	8.99	10.71	28.89	21.96	92.31	247.71	6.74	3.71	4.07	4.57	8.62

Ispitivanjem zavisnosti standardnih momenata γ_1 , γ_2 kao i aritmetičkih sredina vrednosti γ_1 , γ_2 od brzine Jarkovskog i jačine rezonanci, nismo uspeli da dođemo do neke jasne veze. Ovo nas je vodilo ka zaključku da se raspodela vremena dtr ne može aproksimirati jednoparametarskom, nego bar dvoparametarskom raspodelom (slika 56).



Slika 56: a) Funkcionalna zavisnost između $\langle \gamma_1 \rangle$, $\langle \gamma_2 \rangle$ (aritmetička sredina vrednosti γ_1 , γ_2 po svim vrednostima jačine rezonanci posebno za svaku brzinu Jarkovskog) i da/dt , b) Funkcionalna zavisnost između $\langle \gamma_1 \rangle$, $\langle \gamma_2 \rangle$ (aritmetička sredina vrednosti γ_1 , γ_2 po svim vrednostima brzine Jarkovskog posebno za svaku rezonancu) i $Log_{10}(SR)$.

Većina test objekata je prešla rezonancu kada $dtr \rightarrow \pm 0$. Tada je vreme za koje asteroid pređe rezonancu dt približno jednako po apsolutnoj vrednosti $d\tau$, vremenu za koje bi asteroid prešao rezonancu samo pod uticajem efekta Jarkovskog (bez uticaja rezonance). Histogrami za dtr otkrivaju da je disperzija dtr manja za veće brzine Jarkovskog i veća za manje brzine Jarkovskog. Ovo je pokazano na slici 50 za rezonancu 9:4. Ovo pravilo važi za sve rezonance i sve vrednosti brzine Jarkovskog.

U cilju pronalazaženja jedinstvene funkcije raspodele koja opisuje posledicu interakcije RSK i brzine Jarkovskog na vreme kretanja asteroida preko rezonance, morali smo najpre da ispitamo da li dva uzorka imaju istu raspodelu. Uzeli smo 34 histograma raspodele dtr ($\approx 31\%$ naših uzoraka) za različite rezonance, i uporedili smo 26 parova histograma. Histogrami koji su upoređivani imaju istu podelu na x -osi (intervali za dtr) u okviru iste rezonance, ali sa različitim vrednostima brzine Jarkovskog. Primenili smo Kolmogorov–Smirnov test za dva uzorka da bi testirali nultu hipotezu H_0 : “Dva uzorka imaju istu raspodelu, $P_0 = P_1$ ”, sa dve vrednosti nivoa značajnosti $\alpha=0.05$ i $\alpha=0.01$. U slučaju $\alpha=0.05$ pronašli smo da je nulta hipoteza H_0 prihvatljiva za 20 parova histograma, dok je za $\alpha=0.01$ H_0 prihvaćena za 21 par. Nulta hipoteza nije bila prihvaćena kod svih upoređivanih parova zbog razlika u broju test objekata u određenim intervalima dtr , što je bila posledica različite brzine Jarkovskog. Ovi rezultati pretpostavljaju da podaci prikazani na histogramima pripadaju istoj raspodeli ili vrlo sličnim raspodelama.

U cilju analiziranja raspodele dtr koristili smo Laplasovu asimetričnu statističku raspodelu⁵¹ (Đorić *et al.* 2007). Laplasova asimetrična funkcija gustine ima dve grane, levu i desnu, respektivno, definisane kao:

$$g(x) = \frac{(1-p)}{l} \times \exp \frac{-|x-a|}{l}, x \leq a \quad \text{i} \quad g(x) = \frac{p}{l} \times \exp \frac{-|x-a|}{l}, x > a \quad (7.6)$$

gde je a , parametar lokacije, jedinstvena vrednost x za koju $g(x)$ ima globalni maksimum, gde je $l > 0$ skalirajući parametar i $0 < p < 1$ je parametar oblika. Za $p = 0.5$ grane su simetrične i spajaju se u tački čija je apscisa parametar lokacije, a . Za $p \neq 0.5$ grane su asimetrične, razdvajaju se i jedna grana ima veće vrednosti od druge. Njihova asimetričnost se povećava sa udaljavanjem parametra p od 0.5. Za veće vrednosti parametra skaliranja, l , funkcija gustine dostiže manji maksimum i obrnuto važi.

⁵¹U Kotz *et al.* (2001) su predstavljene različite varijacije asimetrične Laplasove funkcije i dat je osvrt na njihovu primenu.

7.2.1 Laplasova asimetrična raspodela

Histogrami su bili motivacija za nastavak analize raspodele dtr za test asteroide. Na predstavljenim histogramima vidljivo je da raspodela objekata ima asimetrični eksponencijalni karakter na obe strane u odnosu na bin sa maksimalnom vrednošću. Posle mnogo pokušaja ispitivanja o tome koja statistička raspodela najbolje odgovara našim podacima, našli smo nekoliko mogućih odgovarajućih funkcija. Na primer, Maksvelova (*Maxwell*) i Košijeva (*Cauchy*) četvoroparametarska raspodela su odgovarale većini podataka samo za četiri najjače rezonance (mada ne za sve vrednosti brzine Jarkovskog), ali ne i za ostale rezonance (greške parametara raspodele su bile previsoke). Na kraju, kao najbolje rešenje, usvojili smo asimetričnu Laplasovu (*Laplace*) statističku raspodelu, za sve rezonance i za sve vrednosti brzine Jarkovskog.

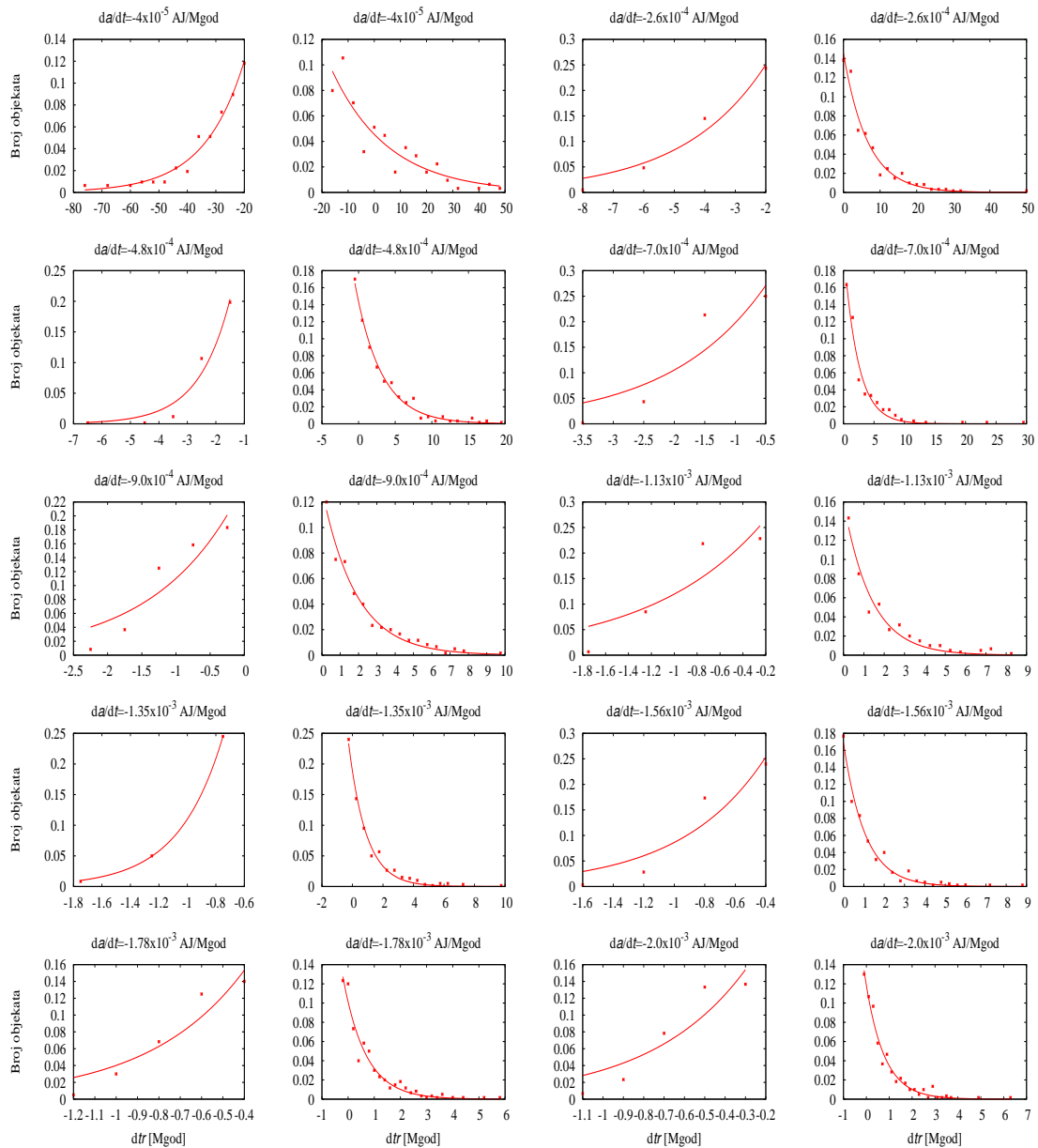
Laplasova asimetrična funkcija gustine ima dve različite asimetrične grane sa istim parametrima što nije dovoljno za odgovarajuće opisivanje raspodele dtr u njenom izvornom obliku. Zbog toga je neophodno bilo posmatrati grane Laplasove funkcije gustine nezavisno (jednačina 7.6), tj. umesto dva parametra (p , l) uzeti u račun četiri parametra, posebno za levu (p_l , l_l) i desnu (p_r , l_r) granu funkcije:

$$g(x) = \frac{(1 - p_l)}{l_l} \times \exp\left(\frac{-|x - a|}{l_l}\right), x \leq a \quad \text{i} \quad g(x) = \frac{p_r}{l_r} \times \exp\left(\frac{-|x - a|}{l_r}\right), x > a \quad (7.7)$$

gde je a parametar lokacije za koji funkcija ima maksimalnu vrednost i koji pripada levoj grani funkcije, $l_l > 0$ i $l_r > 0$ su skalirajući parametri, $0 < p_l < 1$ i $0 < p_r < 1$ su parametri oblika. S obzirom da su ove grane sada postale dve nezavisne funkcije, pomenuta zavisnost između parametara (p_l , l_l , p_r , l_r) i oblika i maksimuma funkcije ne mora da važi. Ovaj izbor nam je omogućio najbolju aproksimaciju raspodele dtr sa veoma malim greškama za sve parametre u skoro svim slučajevima. Takođe, smisao podele Laplasove funkcije gustine na dve nezavisne grane je izračunavanje što je moguće tačnije vremenskog intervala dtr za asteroide koji su prešli preko određene rezonance sa određenom brzinom Jarkovskog.

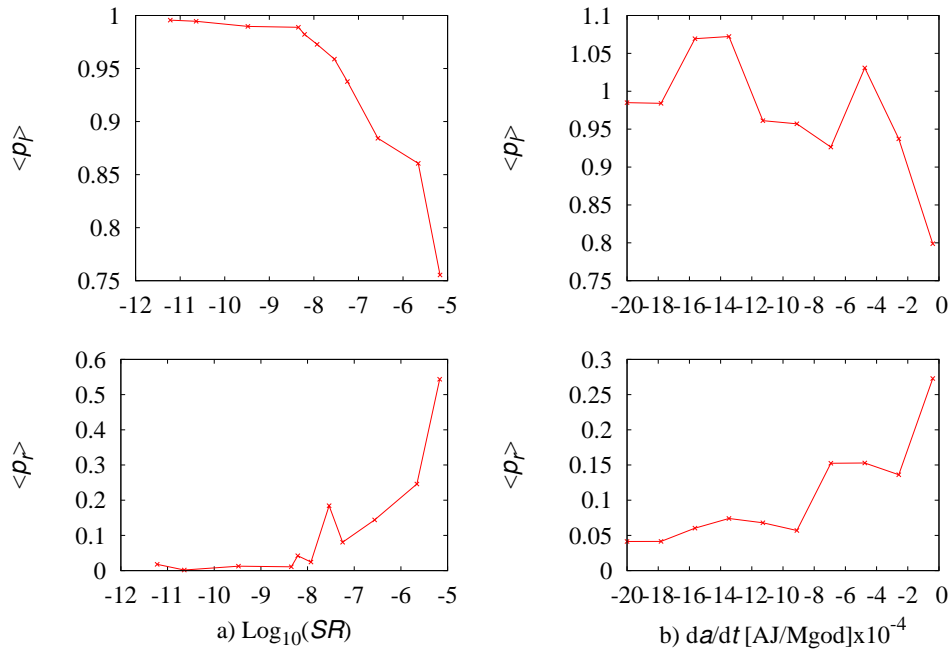
U cilju potvrđivanja da je izabrana raspodela odgovarajuća za naše podatke, primenili smo Pirsonov (*Pearson*) χ^2 test sa nivoom značajnosti $\alpha = 0.05$. Naša nulta hipoteza H_0 je bila "Podaci imaju modifikovanu Laplasovu asimetričnu raspodelu, odnosno zadovoljavaju jednačinu (7.7)". Dobijeni rezultati pokazuju da u oko 80%

slučajeva ova raspodela odgovara u potpunosti. Analiziravši preostalih 20% podataka, pronašli smo da je u svim tim slučajevima H_0 odbačeno zbog veoma dugog “repa” podataka, nastalog zbog malog broja vrednosti dtr koje su veoma udaljene od maksimuma funkcije gustine. Zato što su te vrednosti statistički nepouzdana, izuzeli smo ih iz podataka i ponovili Pirsonov test. Posle ove izmene, za sve podatke je bila prihvaćena nulta hipoteza H_0 . Zasnvano na χ^2 statističkom testu, zaključili smo da je usvojena modifikovana Laplasova asimetrična raspodela odgovarajuća za naše podatke.



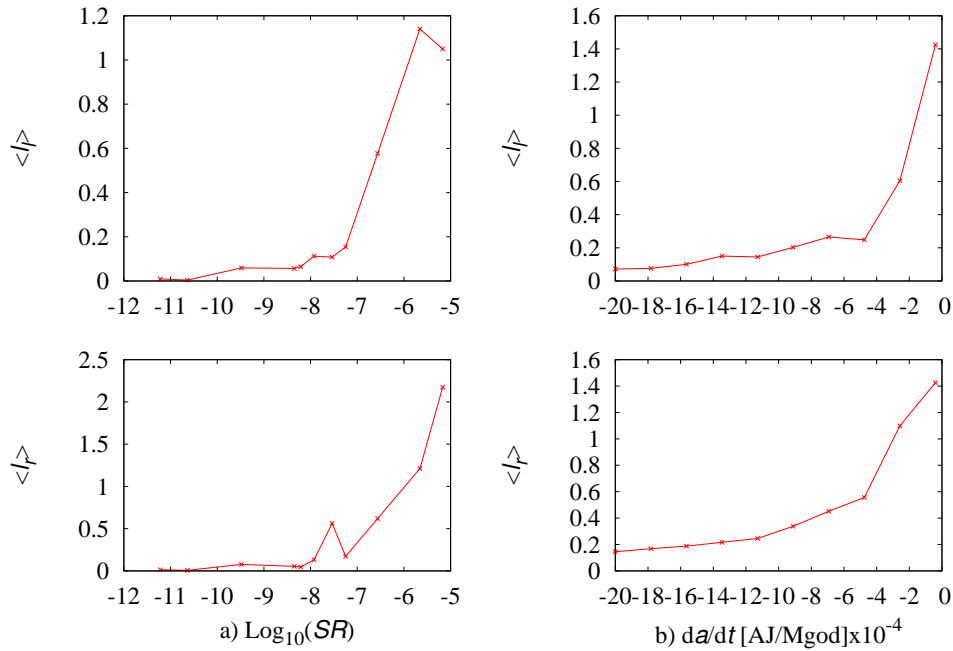
Slika 57: Raspodela dtr vremena funkcijom gustine Laplasove asimetrične raspodele za test objekte u rezonanci 9:4. (Izvor: Milić Žitnik 2016).

Slika 57 prikazuje fitovanje raspodele dtr vremena funkcijom gustine Laplasove asimetrične raspodele (jednačina 7.7) za rezonancu 9:4. Analize parametara funkcije gustine modifikovane Laplasove asimetrične raspodele su dale sledećih osam najznačajnijih rezultata. Aritmetička sredina parametra $\langle p_l \rangle$, po svim vrednostima brzine Jarkovskog u funkciji jačine rezonance, prikazana je na slici 58 a). Vrednost parametra $\langle p_l \rangle$ opada sa porastom jačine rezonance, tj. najvišu vrednost ima za najslabiju rezonancu i najnižu vrednost za najjaču rezonancu. Nasuprot parametru $\langle p_l \rangle$, aritmetička sredina vrednosti parametra $\langle p_r \rangle$, u svim slučajevima brzine Jarkovskog, ima najvišu vrednost u najjačoj rezonanci, dok je najniža vrednost dobijena za najslabiju rezonancu i vrednost $\langle p_r \rangle$ opada sa slabljenjem rezonance.



Slika 58: a) Zavisnost između $\langle p_l \rangle$, $\langle p_r \rangle$ i snage rezonanci, b) Zavisnost između $\langle p_l \rangle$, $\langle p_r \rangle$ i brzine Jarkovskog (Izvor: Milić Žitnik 2016).

Nakon toga smo hteli da ispitamo kako se vrednosti aritmetičkih sredina parametara $\langle p_l \rangle$, $\langle p_r \rangle$, po svim vrednostima jačine rezonanci, menjaju u odnosu na brzinu Jarkovskog. Dobili smo da vrednosti $\langle p_l \rangle$ rastu sa porastom brzine Jarkovskog i vrednosti $\langle p_r \rangle$ rastu sa opadanjem brzine Jarkovskog (slika 58 b)). Pomenuta zavisnost važi i posebno za svaku ispitivanu rezonancu.



Slika 59: a) Zavisnost između $\langle l_l \rangle$, $\langle l_r \rangle$ i snage rezonance, b) Zavisnost između $\langle l_l \rangle$, $\langle l_r \rangle$ i brzine Jarkovskog (Izvor: Milić Žitnik 2016).

Vrednost aritmetičke sredine parametara $\langle l_l \rangle$ i $\langle l_r \rangle$, po svim vrednostima brzine Jarkovskog, opada sa slabljenjem rezonance (slika 59 a)). Takođe, postoje zanimljivi rezultati o funkcionalnoj vezi između vrednosti aritmetičke sredine parametara $\langle l_l \rangle$ i $\langle l_r \rangle$, po svim vrednostima jačine rezonanci, i brzine Jarkovskog. Njihove vrednosti opadaju od najmanje brzine Jarkovskog do najveće brzine Jarkovskog (slika 59 b)). Pomenuta zavisnost važi i posebno za svaku ispitivanu rezonancu.

Sa poznatim pojedinačnim vrednostima parametara $\{l_l, l_r, p_l, p_r\}$ je moguće lako odrediti vremenske intervale dtr za unapred poznati broj asteroida (sa njihovim poznatim promenama velikih poluosa) koji uspeju da izađu iz rezonance poznate jačine. Na osnovu do sada izloženog, usvojeno je da se pomenuta funkcionalna veza između skupa parametara $\{l_l, l_r, p_l, p_r\}$ i brzine Jarkovskog i snage rezonance, opiše sledećom jednačinom:

$$\log_{10}(\{l_l, l_r, p_l, p_r\}) = a \log_{10}(SR) + b \log_{10}\left(\frac{da}{dt}\right) + c. \quad (7.8)$$

Parametri fitovanja (a , b , c) se mogu naći numerički, primenom metode najmanjih kvadrata nad jednačinom (7.8). Vrednosti fitovanih parametara (a , b , c) opisuju najbolje relaciju između skupa parametara $\{l_l, l_r, p_l, p_r\}$, SR i da/dt (tabela 10). Konačno, sa poznatim vrednostima parametara (a , b , c) koje možemo pročitati u

tabeli 10 i sa poznatom jačinom rezonance i brzinom Jarkovskog, lako nalazimo parametre $\{l_l, l_r, p_l, p_r\}$ rešavanjem jednačine (7.8), iz kojih potom računamo vremenske intervale dtr za asteroide koji su izašli iz rezonance.

Tabela 10: Vrednosti fitovanih parametara (a, b, c) iz jednačine (7.8) sa njihovim standardnim odstupanjima (Izvor: Milić Žitnik 2016).

	$a \pm \sigma_a$	$b \pm \sigma_b$	$c \pm \sigma_c$
l_l	0.397 ± 0.014	-0.919 ± 0.055	-0.980 ± 0.205
l_r	0.434 ± 0.019	-0.928 ± 0.077	-0.619 ± 0.284
p_l	-0.018 ± 0.003	0.069 ± 0.012	0.035 ± 0.044
p_r	0.426 ± 0.024	-0.926 ± 0.094	-1.206 ± 0.344

Parametri fitovanja (a, b, c) modifikovane Laplasove asimetrične raspodele mogu se koristiti za različita dalja istraživanja o kretanju asteroida preko RSK.

8 Zaključak i budući rad

Ova disertacija, kao i radovi koji su objavljeni u okviru nje, imaju nekoliko naučnih rezultata koji daju doprinos izučavanju interakcije između gravitacione sile (rezonance u srednjem kretanju) i negravitacione sile (brzina promene velike poluose usled efekta Jarkovskog) u Glavnom asteroidnom pojasu. U ovoj tezi je pokazano koliko dugo asteroidi sa određenom zadatom brzinom promene velike poluose borave u nekoj rezonanci u srednjem kretanju, kao i kako to vreme zavisi od ekscentriciteta asteroida.

Naš glavni cilj je bio da izučimo dinamičko ponašanje i posledice koje na kretanje asteroida izaziva njihov prelazak preko rezonanci uzrokovan dejstvom efekta Jarkovskog. U tu svrhu razvili smo model koji opisuje glavne aspekte orbitalne evolucije test asteroida pod uticajem RSK i efekta Jarkovskog. Razvijeni model je zatim primenjen na 66000 test asteroida, izabranih tako da usled promene njihove velike poluose, prelaze preko 11 rezonanci sa 10 različitih brzina promene velike poluose koje se dešavaju pod uticajem efekta Jarkovskog. Uradili smo nekoliko statističkih istraživanja i dobili rezultate koji mogu biti od koristi u budućim istraživanjima na ovom polju nebeske mehanike.

U tezi je predstavljen jedan novi pogled na interakciju između rezonanci u srednjem kretanju i efekta Jarkovskog. Najpre je pokazano da postoji funkcionalna zavisnost između prosečnog vremena provedenog u rezonanci, snage rezonance i brzine promene velike poluose asteroida usled efekta Jarkovskog. U sledećem koraku ova veza je detaljno analizirana što je rezultiralo preciznim opisivanjem pomenute veze kroz jednačinu (7.3). Pošto je uočeno da prosečno vreme $\langle dtr \rangle$ zavisi i od ekscentriciteta, polazna jednačina je proširena i dobijena je nova koja može da se

primeni za sve vrednosti orbitalnog ekscentriciteta. Sa datom snagom rezonance, brzinom Jarkovskog i ekscentricitetom asteroida, sada se direktno može izračunati prosečno vreme $\langle dtr \rangle$ koje asteroid provede u rezonanci, od trenutka ulaza do trenutka izlaza iz rezonance, što je verovatno i glavni rezultat ove disertacije.

Precizno definisanje funkcije raspodele vremena zadržavanja asteroida u rezonanci, koju smo ovde izveli i koristili (jednačina 7.8), omogućava generisanje dtr vremena za proizvoljno veliki skup test asteroida sa zadatom brzinom promene velike poluose, prilikom njihovog prelaska preko rezonance poznate jačine.

Tema obrađena u ovoj tezi otvara mnoge mogućnosti za dalji rad. Jednačine (7.3) i (7.8) se mogu primeniti na asteroidima u rezonancama veoma širokog opsega jačine (od čak 7 redova veličine). Jedan od budućih zadataka je svakako primena i dalje testiranje ovih jednačina u rezonancama iz pomenutog opsega jačine, a posebno i izvan tog opsega. Takođe, planiramo uključivanje inklinacije i argumenta perihela u jednačinu (7.3) radi bolje procene vremena dtr .

Rad na preostalim temama će podrazumevati i analizu kretanja asteroida preko drugih rezonanci različitih jačina sa dva i sa tri tela, kao i širi opseg brzine Jarkovskog. Posebno ćemo analizirati kretanje asteroida sa veoma malim brzinama Jarkovskog. Planirana dalja detaljnija izučavanja kretanja asteroida pod uticajem negravitacionog efekta Jarkovskog i drugih negravitacionih efekata daće bolju sliku o evoluciji Glavnog asteroidnog pojasa i uopšte bolje poznavanje evolucije asteroida u našem planetarnom sistemu. Takođe, rezultati dobijeni u ovoj tezi se mogu lako implementirati u metode Monte Karlo tipa, radi simuliranja migracije asteroida preko rezonanci u asteroidnom pojasu. Ovo može značajno ubrzati simulacije orbitalne evolucije asteroida na dugim vremenskim skalama.

9 Literatura

Abazajian K., Adelman–McCarthy J. K., Agueros M. A., Allam S. S., Anderson K. S. J., Anderson S. F. *et al.*, 2004, The Second Data Release of the Sloan Digital Sky Survey, *Astrophys. J.*, **128**, 502–512.

Afonso G. B., Gomes R. S., Florczak M. A., 1995, Asteroid fragments in Earth–crossing orbits, *Planet Sp. Sci.*, **43**, 787–795.

Alvarez L. W., Alvarez W., Asaro F., Michel H. V., 1980, Extraterrestrial Cause for the Cretaceous–Tertiary Extinction, *Science*, **208**, 1095–1108.

Batygin K., Morbidelli A., 2015, Spin–spin coupling in the Solar system, *Astrophys. J.*, **810**, 110–118.

Baer J., Chesley S. R., 2008, Astrometric masses of 21 asteroids and an integrated asteroid ephemeris, *Cel. Mech. Dyn. Astr.*, **100**, 27–42.

Beaugéa C., Roig F., 2001, A Semianalytical Model for the Motion of the Trojan Asteroids: Proper Elements and Families, *Icarus*, **153**, 391–415.

Beekman G., 2006, I. O. Yarkovsky and the discovery of 'his' effect, *J. Hist. Astron.*, **37**, 71–86.

Bell J. F., Davis D. R., Hartmann W. K., Gaffey M. J., 1989, Asteroids - The big picture, In: Asteroids II (Binzel R., Gerhels T., Matthews M. S., eds.), *Proceedings of the Conference*, Tucson, AZ, University of Arizona Press, 921–945.

Belton M., Chapman C., Thomas P., Davies M., Greenberg R., Klaasen K. *et al.*, 1995, The bulk density of asteroid 243 Ida from Dactyl's orbit, *Nature*, **374**, 785–788.

Binzel R. P., Xu S., Bus S. J., 1993, Spectral Variations within the Koronis Family: Possible Implications for the Surface Colors of Asteroid 243 Ida, *Icarus*, **106**, 608–611.

Binzel R. P., Lupishko D. F., Di Martino M., Whiteley R. J., Hahn G. J., 2002,

Physical Properties of Near-Earth Objects, In: Asteroids III (Bottke W. F., Cellino A., Paolicchi P., Binzel R. P., eds.), *Proceedings of the Conference*, University of Arizona Press, Tucson, 255–271.

Binzel R. P., Rivkin A. S., Stuart J. S., Harris A. W., Bus S. J., Burbine T. H., 2004, Observed spectral properties of near-Earth objects: results for population distribution, source regions, and spaceweathering processes, *Icarus*, **170**, 259–294.

Blum J., Wurm G., Kempf S., Poppe T., Klahr H., Kozasa T. *et al.*, 2000, Growth and form of planetary seedlings: Results from a microgravity aggregation experiment, *Phys. Rev. Lett.*, **85**, 2426–2429.

Bottke W. F., Jedicke R., Morbidelli A., Petit J. M., Gladman B., 2000a, Understanding the distribution of near-Earth objects, *Science*, **288**, 2190–2194.

Bottke W. F., Rubincam D. P., Burns J. A., 2000b, Dynamical Evolution of Main Belt Meteoroids: Numerical Simulations Incorporating Planetary Perturbations and Yarkovsky Thermal Forces, *Icarus*, **145**, 301–331.

Bottke W. F., Vokrouhlický D., Brož M., Nesvorný D., Morbidelli A., 2001, Dynamical spreading of asteroid families via the Yarkovsky effect: The Koronis family and beyond, *Science*, **294**, 1693–1696.

Bottke W. F., Cellino A., Paolicchi P., Binzel R. P., 2002a, An Overview of the Asteroids: The Asteroids III Perspective (Bottke W. F. *et al.*, eds.), *Proceedings of the Conference*, University of Arizona Press, Tucson, 3–15.

Bottke W. F., Vokrouhlický D., Rubincam D. P., Brož M., 2002b, The effect of Yarkovsky thermal forces on the dynamical evolution of asteroids and meteoroids, In: Asteroids III (Bottke W. F. *et al.*, eds.), *Proceedings of the Conference*, Univ. of Arizona Press, Tucson, 395–408.

Bottke W. F., Morbidelli A., Jedicke R., Petit J. M., Levison H. F., Michel P. *et al.*, 2002c, Debaised orbital and absolute magnitude distribution of the near-Earth objects, *Icarus*, **156**, 399–433.

Bottke W. F., Durda D. D., Nesvorný D., Jedicke R., Morbidelli A., Levison H. F., 2005a, Linking the collisional history of the main asteroid belt to its dynamical excitation and depletion, *Icarus*, **179**, 63–94.

Bottke W. F., Durda D. D., Nesvorný D., Jedicke R., Morbidelli A., Vokrouhlický

- D. *et al.*, 2005b, The fossilized size distribution of the main asteroid belt, *Icarus*, **175**, 111–140.
- Bottke W. F., Vokrouhlický D., Rubincam D. P., Nesvorný D., 2006, The Yarkovsky and Yorp effects: Implications for asteroid dynamics, *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.*, **34**, 157–191.
- Bottke W. F., Vokrouhlický D., Chapman C. R., Nesvorný D., 2007, Gaspra's steep crater population was produced by a large recent breakup in the Main Asteroid Belt, *Lunar Planet. Sci.* **38**, **2165**, (2pp).
- Bottke W. F., Vokrouhlický D., Walsh K. J., Delbo M., Michel P., Lauretta D. S. *et al.*, 2015a, In search of the source of asteroid (101955) Bennu: Application of the stochastic YORP model, *Icarus*, **247**, 191–217.
- Bottke W. F., O'Brien D. P., Bagatin A. C., Morbidelli A., Marchi S., 2015b, The Collisional Evolution of the Main Asteroid Belt, In: Asteroids IV (Michel P. *et al.*, eds.), *Proceedings of the Conference*, Univ. of Arizona, Tucson, 733–756.
- Bowell E., Chernykh N. S., Marsden B. G., 1989, Discovery and follow up of asteroids, *Proceedings of the Conference*, Tucson, University of Arizona Press, 21–38.
- Bowell E., Muinonen K., Wasserman L. H., 1994, A public-domain asteroid orbit data base, In: Asteroids, Comets, Meteors (Milani A., Di Martino M., Cellino A., eds.), *Proceedings of the Conference*, Kluwer, Dordrecht, 477–481.
- Breiter S., Michalska H., Vokrouhlický D., Borczyk W., 2007, Radiation induced torques on spheroids, *Astron. Astrophys.*, **471**, 345–353.
- Breiter S., Michalska H., 2008, YORP torque as the function of shape harmonics, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **388**, 927–944.
- Breiter S., Bartczak P., Czekaj M., Oczujda B., Vokrouhlický D., 2009, The YORP effect on 25143 Itokawa, *Astron. Astrophys.*, **507**, 1073–1081.
- Breiter S., Vokrouhlický D., Nesvorný D., 2010, Analytical YORP torques model with an improved temperature distribution function, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **401**, 1933–1949.
- Breiter S., Vokrouhlický D., 2011, YORP effect with anisotropic radiation, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **410**, 2807–2816.

- Britt D. T., Yeomans D., Housen K., Consolmagno G., 2002, Asteroid density, porosity, and structure. In: Asteroids III (Bottke W. F., Cellino A., Paolicchi P., Binzel R. P., eds.), *Proceedings of the Conference*, University of Arizona Press, Tucson, 485–500.
- Brouwer D., 1951, Secular variations of the orbital elements of minor planets, *Astron. J.*, **56**, 9–32.
- Brož M., 2006, Yarkovsky Effect and the Dynamics of the Solar System, *PhD. Thesis*, Charles University, Prague, (184pp).
- Brož M., Vokrouhlický D., 2008, Asteroids families in the first order resonances with Jupiter, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **390**, 715–732.
- Brož M., Vokrouhlický D., Morbidelli A., Nesvorný D., Bottke W. F., 2011, Did the Hilda collisional family form during the late heavy bombardment?, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **414**, 2716–2727.
- Brož M., Morbidelli A., Bottke W. F., Rozehnal J., Vokrouhlický D., Nesvorný D., 2013, Constraining the cometary flux through the asteroid belt during the late heavy bombardment, *Astron. Astrophys.*, **551**, A117 (16pp).
- Burbine T. H., McCoy T. J., Jarosewich E., Sunshine M. J., 2002a, Deriving asteroid mineralogies from reflectance spectra: Implications for the MUSES–C target asteroid, *27th Symposium on Antarctic Meteorites*, Tokyo, 9–11.
- Burbine T. H., McCoy T. J., Meibom A., Gladman B., Keil K., 2002b, Meteoritic Parent Bodies: Their Number and Identification, In: Asteroids III (Bottke W. F., Cellino A., Paolicchi P., Binzel R. P., eds.), *Proceedings of the Conference*, University of Arizona Press, Tucson, 653–667.
- Bus S. J., 1999, Compositional structure in the asteroid belt: Results of a spectroscopic survey, PhD. Thesis, Massachusetts Institute of Technology.
- Bus S. J., Binzel R. P., 2002, Phase II of the Small Main–Belt Asteroid Spectroscopic Survey: A Feature–Based Taxonomy, *Icarus*, **158**, 146–177.
- Campins H., Davis D. R., Weidenshilling S. J., Magee M., 1996, Searching for Vulcanoids, Completing the Inventory of the Solar System, *Astronomical Society of the Pacific Conference Proceedings*, **107**, 85–96.
- Campins H., Hargrove K., Pinilla–Alonso N., Howell E. S., Kelley M. S., Licandro

- J. *et al.*, 2010, Water ice and organics on the surface of the asteroid 24 Themis, *Nature Lett.*, **464**, 1320–1321.
- Carruba V., 2009, The (not so) peculiar case of the Padua family, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **395**, 358–377.
- Carruba V., 2010, Dynamical erosion of asteroid groups in the region of the Phocaea family, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **403**, 1834–1848.
- Carruba V., Morbidelli A., 2011, On the first ν_6 anti-aligned librating asteroid family of Tina, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **412**, 2040–2051.
- Carruba V., Huaman M., Douwens S., Domingos, R. C., 2012, Chaotic diffusion caused by close encounters with several massive asteroids. The (4) Vesta case, *Astron. Astrophys.*, **543**, A105, (12pp).
- Carruba V., Domingos R. C., Nesvorný D., Roig F., Huaman M. E., Souami D., 2013, A multi-domain approach to asteroid families' identification, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **433**, 2075–2096.
- Carruba V., Nesvorný D., Aljbaae S., 2016a, Characterizing the original ejection velocity field of the Koronis family, *Icarus*, **271**, 57–66.
- Carruba V., Nesvorný D., Marchi S., Aljbaae S., 2016b, Footprints of a possible Ceres asteroid paleo-family, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **458**, 1117–1126.
- Carry B., 2012, Density of asteroids, *Planet. Sp. Sci.*, **73**, 98–118.
- Cellino A., Bus S. J., Doressoundiram A., Lazzaro D., 2002, Spectroscopic Properties of Asteroid Families, In: Asteroids III (Bottke W. F., Cellino A., Paolicchi P., Binzel R. P., eds.), *Proceedings of the Conference*, University of Arizona Press, Tucson, 633–643.
- Chamberlain M. A., Sykes M. V., Esquerdo G. A., 2007, Ceres lightcurve analysis—Period determination, *Icarus*, **188**, 451–456.
- Chang C.-K., Lin H.-W., Ip W.-H., Lin Z.-Y., Kupfer T., Prince T. A. *et al.*, 2017, Confirmation of Large Super-Fast Rotator (144977) 2005 EC_{127} , *Astrophys. J. Lett.*, **840**, L22.
- Chapman C. R., Veverka J., Thomas P. C., Klaasen K., Belton M. J. S., Harch A. *et al.*, 1995, Discovery and Physical Properties of Dactyl a Satellite of Asteroid 243

Ida, *Nature*, **374**, 783–785.

Chapman C. R., Ryan E. V., Merline W. J., Neukum G., Wagner R., Thomas P. C. *et al.*, 1996, Cratering on Ida, *Icarus*, **120**, 77–86.

Charlier C. V. L., 1900, Mémoires et observations. Sur les points singuliers inégalités séculaires des petites planètes, *Bull. Astronomique 1*, **17**, 209–219.

Charlier C. V. L., 1902, Die mechanik des himmels. 2 Bande, Leipzig, Veit and company.

Chesley S. R., Ostro S. J., Vokrouhlický D., Čapek D., Giorgini J. D., Nolan M. C. *et al.*, 2003, Direct detection of the Yarkovsky effect via radar ranging to the near–Earth asteroid 6489 Golevka, *Science*, **302**, 1739–1742.

Chesley S. R., 2006, Potential impact detection for Near–Earth asteroids: the case of 99942 Apophis (2004 MN₄), *Proceedings of the International Astronomical Union*, **1**, 215–228.

Chesley S. R., Farnocchia D., Nolan M. C., Vokrouhlický D., Chodas P. W., Milani A. *et al.*, 2014, Orbit and bulk density of the OSIRIS–REx target asteroid (101955) Bennu, *Icarus*, **235**, 5–22.

Chesley S. R., Farnocchia D., Pravec P., Vokrouhlický D., 2015, Direct Detections of the Yarkovsky Effect: Status and Outlook, *Proceedings IAU Symposium*, **318**, 9pp.

Chirikov B. V. A., 1979, Universal instability of many–dimensional oscillator systems, *Physics Reports*, **52**, 263–379.

Consolmagno G. J., Britt D. T., Macke R. J., 2008, What density and porosity tell us about meteorites, *Lunar and Planetary Science XXXIX*, **1391**, 1582, (2pp).

Cotto–Figuerola D., Statler T. S., Richardson D. C., Tanga P., 2015, Coupled spin and shape evolution of small rubble–pile asteroids: self–limitation of the YORP effect, *Astrophys. J.*, **803**, (18pp).

Cuzzi J. N., Hogan R. C., Shariff K., 2008, Toward Planetesimals: Dense Chondrule Clumps in the Protoplanetary Nebula, *Astrophys. J.*, **687**, 1432–1447.

Čapek D., Vokrouhlický D., 2004, The YORP effect with finite thermal conductivity, *Icarus*, **172**, 526–536.

Čelebonović V., 2017, Condensed matter physics and impact crater formation, *Publ.*

Astron. Obs. Belgrade, **96**, 63-70.

Ćuk M., Burns J. A., 2005, Effects of thermal radiation on the dynamics of binary NEAs, *Icarus*, **176**, 418–431.

Ćuk M., Gladman B. J., Nesvorný D., 2014, Hungaria asteroid family as the source of aubrite meteorites, *Icarus*, **239**, 154–159.

Delbó M., Harris A. W., Binzel R. P., Pravec P., Davies J. K., 2003, Keck observations of Near–Earth asteroids in the thermal infrared, *Icarus*, **166**, 116–130.

Delbó M., 2004, The nature of near–earth asteroids from the study of their thermal infrared emission, *PhD Thesis*, Berlin.

Delbó M., Dell’oro A., Harris A. W., Mottola S., Mueller M., 2007, Thermal inertia of near–Earth asteroids and implications for the magnitude of the Yarkovsky effect, *Icarus*, **190**, 236–249.

Delbó M., Tanga P., Mignard F., 2008, On the detection of the Yarkovsky effect on near–Earth asteroids by means of Gaia, *Planet. Sp. Sci.*, **56**, 1823–1827.

DeMeo F. E., Binzel R. P., Slivan S. M., Bus S. J., 2009, An extension of the Bus asteroid taxonomy into the near–infrared, *Icarus*, **202**, 160–180.

DeMeo F. E., Alexander C. M. O’D., Walsh K. J., Chapman C. R., Binzel R. P., 2015, The Compositional Structure of the Asteroid Belt, In: Asteroids IV (Michel P., DeMeo F. E., Bottke W. F., eds.), Univ. of Arizona, Tucson, 13–42.

Dermott S. F., Murray C. D., 1983, Nature of the Kirkwood gaps in the asteroid belt, *Nature*, **301**, 201–205.

Drahus M., Waniak W., Tendulkar S., Agarwal J., Jewitt D., Sheppard S. S., 2015, Fast Rotation and Trailing Fragments of the Active Asteroid P/2012 F5 (Gibbs), *Astrophys. J. Lett.*, **802**, L8, 6 pp.

Drummond J. D., Cocke W. J., Hege E. K., Strittmatter P. A., 1985, Speckle interferometry of asteroids: I. 433 eros, *Icarus*, **61**, 132–151.

Drummond J. D., Christou J., Nelson J., 2009, Triaxial ellipsoid dimensions and poles of asteroids from AO observations at the Keck–II telescope, *Icarus*, **202**, 147–159.

Durda D. D., Stern S. A., Colwell W. B., Parker J. Wm., Levison H. F., Hassler D.

- M., 2000, A New Observational Search for Vulcanoids in SOHO/LASCO Corona-graph Images, *Icarus*, **148**, 312–315.
- Dykhuis M. J., Molnar L., Van Kooten S. J., Greenberg R., 2014, Defining the Flora Family: Orbital properties, reflectance properties and age, *Icarus*, **243**, 111–128.
- Dymock R., 2010, Asteroids and dwarf planets and how to observe them, Springer, United Kingdom.
- Ďurech J., Vokrouhlický D., Kaasalainen M., Higgins D., Krugly Yu. N., Gaftonyuk N. M. *et al.*, 2008, Detection of the YORP effect for asteroid (1620) Geographos, *Astron. Astrophys.*, **489**, L25–L28.
- Ďurech J., Kaasalainen M., Herald D., Dunham D., Timerson B., Hanuš J. *et al.*, 2011, Combining asteroid models derived by lightcurve inversion with asteroidal occultation silhouettes, *Icarus*, **214**, 652–670.
- Đorić D., Jevremović V., Mališić J., Nikolić–Đorić E., 2007, Atlas raspodela, Građevinski fakultet, Beograd.
- Evans N. W., Tabachnik S., 1999, Possible long-lived asteroid belts in the inner Solar System, *Nature*, **399**, 41–43.
- Evans N. W., Tabachnik S., 2000, Asteroids in the inner Solar system – II. Observable properties, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **319**, 80–94.
- Fang J., Margot J. L., Brozovic M., Nolan M. C., Benner L. A. M., Taylor P. A., 2011, Orbits of near-earth asteroid triples 2001 SN263 and 1994 CC: properties, origin and evolution, *Astron. J.*, **141**, 154–168.
- Farinella P., Carpino M., Froeschlé Ch., Froeschlé Cl., Gonczi R., Knežević Z. *et al.*, 1989, The ages of asteroid families, *Astron. Astrophys.*, **217**, 298–306.
- Farinella P., Gonczi R., Froeschlé Ch., Froeschlé Cl., 1993, The injection of asteroid fragments into resonances, *Icarus*, **101**, 174–187.
- Farinella P., Froeschle Cl., Gonczi R., 1994, Meteorite Delivery and Transport, *Asteroids, comets, meteors 1993, Proceedings of the 160th International Astronomical Union*, 205–222.
- Farinella P., Vokrouhlický D., Hartmann W. K., 1998, Meteorite Delivery via Yarkovsky Orbital Drift, *Icarus*, **132**, 378–387.

- Farinella P., Vokrouhlický D., 1999, Semimajor Axis Mobility of Asteroidal Fragments, *Science*, **283**, 1507–1510.
- Farnocchia D., Chesley S. R., Vokrouhlický D., Milani A., Spoto F., Bottke W. F., 2013a, Near Earth asteroids with measurable Yarkovsky effect, *Icarus*, **224**, 1–13.
- Farnocchia D., Chesley S. R., Chodas P. W., Micheli M., Tholen D. J., Milani A. *et al.*, 2013b, Yarkovsky-driven impact risk analysis for asteroid (99942) Apophis, *Icarus*, **224**, 192–200.
- Farnocchia D., Chesley S. R., 2014, Assessment of the 2880 impact threat from asteroid (29075) 1950 DA, *Icarus*, **229**, 321–327.
- Florczak M., Lazzaro D., Mothé-Diniz T., Angeli C. A., Betzler A. S., 1999, A spectroscopic study of the Themis family, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, **134**, 463–471.
- Fowler J. W., Chillemi J. R., 1992, IRAS asteroid data processing. In: The IRAS Minor Planet Survey (Tedesco E. F., Veeder G. J., Fowler J. W., Chillemi J. R., eds.), *Technical Report PL-TR-92-2049*, Phillips Laboratory, Hanscom AF Base, MA.
- Fraser W. C., Brown M. E., Morbidelli A., Parker A., Batygin K., 2014, The Absolute Magnitude Distribution of Kuiper Belt Objects, *Astrophys. J.*, **782**, 100–114.
- Froeschlè C., Scholl H., 1989, The three principal secular resonances $\nu(5)$, $\nu(6)$, and $\nu(16)$ in the asteroidal belt, *Celest. Mech. Dyn. Astron.*, **46**, 231–251.
- Fujiwara A., Kawaguchi J., Yeomans D. K., 2006, The Rubble-Pile Asteroid Ito-kawa as Observed by Hayabusa, *Science*, **312**, 1330–1334.
- Gallardo T., 2006, Atlas of the mean motion resonances in the Solar System, *Icarus*, **184**, 29–38.
- Gallardo T., Venturini J., Roig F., Gil-Hutton R., 2011, Origin and sustainability of the population of asteroids captured in the exterior resonance 1:2 with Mars, *Icarus*, **214**, 632–644.
- Ghosh A., Weidenschilling S. J., McSween Jr. H. Y., 2003, Importance of the accretion process in asteroid thermal evolution: 6 Hebe as an example, *Meteorit. Planet. Sci.*, **38**, 711–724.

- Giorgini J. D., Ostro S. J., Benner L. A. M., Chodas P. W., Chesley S. R., Hudson R. S. *et al.*, 2002, Asteroid 1950 DA's Encounter with Earth in 2880: Physical Limits of Collision Probability Prediction, *Science*, **296**, 132–136.
- Giorgini J. D., Benner L. A. M., Ostro S. J., Nolan M. C., Busch M. W., 2008, Predicting the Earth encounters of (99942) Apophis, *Icarus*, **193**, 1–19.
- Gladman B. J., Migliorini F., Morbidelli A., Zappalà V., Michel P., Cellino A. *et al.*, 1997, Dynamical lifetimes of objects injected into asteroid belt resonances, *Science*, **277**, 197–201.
- Golubov O., Krugly Y. N., 2012, Tangential component of the YORP effect, *Astrophys. J. Lett.*, **752**, L11, (5pp).
- Golubov O., Scheeres D. J., Krugly Y. N., 2014, A three-dimensional model of tangential YORP, *Astrophys. J.*, **794**, 22–31.
- Gradie J. C., Chapman C. R., Tedesco E. F., 1989, Distribution of taxonomic classes and the compositional structure of the asteroid belt, In Asteroids II (Binzel R. P. *et al.*, eds.), Univ. of Arizona, Tucson, 316–335.
- Granvik M., Morbidelli A., Vokrouhlický D., Bottke W. F., Nesvorný D., Jedicke R., 2017, Escape of asteroids from the main belt, *Astron. Astrophys.*, **598**, A52, (13pp).
- Greenberg R., Nolan M. C., 1989, Delivery of asteroids and meteorites to the inner solar system, In: Asteroids II (Binzel R., Gehrels T., Matthews M. S., eds.), *Proceedings of the Conference*, Univ. of Arizona Press, Tucson, 778–804.
- Greenstreet S., Gladman B., Ngo H., Granvik M., Larson S., 2012, Production of Near-Earth asteroids on retrograde orbits, *Astrophys. J. Lett.*, **749**, L39, (5pp).
- Grieve R. A. F., Shoemaker E. M., 1994, The record of past impacts on Earth, In: Hazards due to Comets and Asteroids, (Gehrels T., Matthews M. S., Schumann A., eds.), Univ. of Arizona Press, Tucson, 417.
- Grieve R. A. F., Cintala M. J., Tagle R., 2007, Planetary Impacts, In: Encyclopedia of the Solar System, 2. ed., (McFadden L.-A. *et al.* eds), 826.
- Gronchi G. F., Milani A., 1999, Averaging of earth-crossing orbits, Impact of Modern Dynamics in Astronomy, *Colloquium 172 of the IAU*, 433–434.

- Gronchi G. F., Milani A., 2001, Proper Elements for Earth-Crossing Asteroids, *Icarus*, **152**, 58–69.
- Hartmann W. K., Farinella P., Weidenschilling S., Ryan E. V., Vokrouhlický D., Marzari F. *et al.*, 1997, Yarkovsky Effects: Possible Consequences on Meteorites and Asteroids, *Lunar. Planet. Sci.* **28**, **1703**, 517.
- Haegert M. J., Molnar L. A., 2009, Flora spin axis survey: Confirmation of the Yarkovsky effect, In: *AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts*, **41**, 56.02.
- Hanuš J., Ďurech J., Brož M., Marciniak A., Warner B. D., Plicher F. *et al.*, 2013a, Asteroids' physical models from combined dense and sparse photometry and scaling of the YORP effect by the observed obliquity distribution, *Astron. Astrophys.*, **551**, A67, (16pp).
- Hanuš J., Brož M., Ďurech J., Warner B. D., Brinsfield J., Durkee R. *et al.*, 2013b, An anisotropic distribution of spin vectors in asteroid families, *Astron. Astrophys.*, **559**, A134, (19pp).
- Harris A. W., 1996, The Rotation Rates of Very Small Asteroids: Evidence for 'Rubble Pile' Structure, *Lunar. Planet. Sci.* **27**, 493-494.
- Harris A. W., Lagerros J. S. V., 2002, Asteroids in the Thermal Infrared, In: Asteroids III (Bottke W. F., Cellino A., Paolicchi P., Binzel R. P., eds.), *Proceedings of the Conference*, University of Arizona Press, Tucson, 205–218.
- Harris A. W., Mueller M., Delbó M., Bus S. J., 2005, The surface properties of small asteroids: Peculiar Betulia: a case study, *Icarus*, **179**, 95–108.
- Harris A. W., Pravec P., 2006, Rotational properties of asteroids, comets and TNOs, *Asteroids, Comets, Meteors, Proceedings of the International Astronomical Union*, **229**, 439–447.
- Harris A. W., 2008, The Limits of Stable Shapes of “Rubble Pile” Asteroids, *Bull. Americ. Astronom. Soc.*, **40**, 55.01.
- Helin E. F., Shoemaker E. M., 1977, 1976 UA: Second Asteroid with Orbit Smaller than Earth's, *Bull. Americ. Astronom. Soc.*, **9**, 461.
- Hestroffer D., Dell'Oro A., Cellino A., Tanga P., 2010, The Gaia Mission and the Asteroids, In: Dynamics of Small Solar System Bodies and Exoplanets (Souchay J.,

- Dvorak R., eds.), *Lect. Notes Phys.*, **790**, Springer, Berlin–Heidelberg.
- Hilton J. L., 2002, Asteroid masses and densities, In: Asteroids III (Bottke Jr. W. F., Cellino A., Paolicchi P., Binzel R. P., eds.), *Proceedings of the Conference*, University of Arizona Press, Tucson, 103–112.
- Hirayama, K., 1918, Groups of asteroids probably of common origin, *Astron. J.*, **31**, 185–188.
- Hirayama K., 1919, Further note on the families of asteroids, *Ann. l’Obs. Astron.*, Tokyo, Ser. 3, Vol. 1, (8pp).
- Holman M. J., Murray N. W., 1996, Chaos in high–order mean motion resonances in the outer asteroid belt, *Astron. J.*, **112**, 1278–1293.
- Holsapple K. A., Glibin I., Housen K., Nakamura A., Ryan E., 2002, Asteroid Impacts: Laboratory Experiments and Scaling Laws, In: Asteroids III (Bottke W. F., Cellino A., Paolicchi P., Binzel R. P., eds.), *Proceedings of the Conference*, University of Arizona Press, Tucson, 443–462.
- Hsieh H. H., Jewitt D., 2006, Main Belt Comets: Ice in the Inner Solar System, *Bull. Americ. Astronom. Soc.*, **38**, 492.
- Hsieh H. H., Ishiguro M., Lacerda P., Jewitt D., 2011, Physical Properties of Main–belt Comet 176P/LINEAR, *Astron. J.*, **142**, 29–41.
- Ivezić Ž., Tabachnik S., Rafikov R., Lupton R. H., Quinn T., Hammergren M. *et al.*, 2001, Solar System Objects Observed in the Sloan Digital Sky Survey Commissioning Data, *Astron. J.*, **122**, 2749–2784.
- Jewitt D., Hsieh H., Agarwal J., 2015, The active asteroids, In: Asteroids IV (Michel P., DeMeo F. E., Bottke W. F., eds.), Univ. of Arizona, Tucson, 221–241.
- Johansen A., Oishi J. S., Mac Low M. M., Klahr H., Henning T., Youdin A., 2007, Rapid planetesimal formation in turbulent circumstellar disks, *Nature*, **448**, 1022–1025.
- Johansen A., Klahr H., Henning T., 2011, High–resolution simulations of planetesimal formation in turbulent protoplanetary discs, *Astron. Astrophys.*, **529**, A62, (16pp).
- Johansen A., Jacquet E., Cuzzi J. N., Morbidelli A., Gounelle M., 2015, Dynamical

- evolution: New Paradigms For Asteroid Formation, In: Asteroids IV (Michel P., DeMeo F. E., Bottke W. F., eds.), 451–471.
- Jones B. W., 2007, *Discovering the Solar System*, The Open University, Milton Keynes, UK.
- Kaasalainen M., Torppa J., Piironen J., 2002, Models of Twenty Asteroids from Photometric Data, *Icarus*, **159**, 369–395.
- Kaasalainen M., Āurech J., Warner B. D., Krugly Y. N., Gaftonyuk N. M., 2007, Acceleration of the rotation of asteroid 1862 Apollo by radiation torques, *Nature*, **446**, 420–422.
- Kaasalainen M., Nortunen H., 2013, Compact YORP formulation and stability analysis, *Astron. Astrophys.*, **558**, A104, (8pp).
- Kato M. T., Fujimoto M., Ida S., 2012, Planetesimal Formation at the Boundary between Steady Super/Sub-Keplerian Flow Created by Inhomogeneous Growth of Magnetorotational Instability, *Astrophys. J.*, **747**, 11–21.
- Knežević Z., Milani A., Farinella P., Froeschle Ch., Froeschle Cl., 1991, Secular resonances from 2 to 50 AU, *Icarus*, **93**, 316–330.
- Knežević Z., Milani A., 2000, Synthetic Proper Elements for Outer Main Belt Asteroids, *Celest. Mech. Dynam. Astron.*, **78**, 17–46.
- Knežević Z., Milani A., 2001, Synthetic theory of asteroid motion: proper elements and chaos. In: *Proceedings 10th Congress of Yugoslav Mathematicians*, (Kadelburg Z., ed.), Fac. Math. Univ. Belgrade, 389–393.
- Knežević Z., Lemaître A., Milani A., 2002, The determination of asteroid proper elements, In: Asteroids III (Bottke W. F., Cellino A., Paolicchi P., Binzel R. P., eds.), *Proceedings of the Conference*, Univ. Arizona Press and LPI, 603–612.
- Knežević Z., Milani A., 2003, Proper element catalogs and asteroid families, *Astron. Astrophys.*, **403**, 1165–1173.
- Knežević Z., Novaković B., Milani A., 2010, Dynamical characteristics of Hungaria asteroids, *Publ. Astron. Obs. Belgrade*, **90**, 11–18.
- Kotz S., Kozubowski T. J., Podgórski, K., 2001, *The Laplace Distribution and Generalizations*, Birkhäuser, Boston.

- Kozai Y., 1962, Secular Perturbations of asteroids with high inclination and eccentricity, *Astron. J.*, **67**, 591–598.
- Krasinsky G. A., Pitjeva E. V., Vasilyev M. V., Yagudina E. I., 2002, Hidden mass in the asteroid belt, *Icarus*, **158**, 98–105.
- Kryszczyńska A., 2013, Do Slivan states exist in the Flora family? II. Fingerprints of the Yarkovsky and YORP effects, *Astron. Astrophys.*, **551**, A102, (6pp).
- Kuchynka P., Folkner W. M., 2013, A new approach to determining asteroid masses from planetary range measurements, *Icarus*, **222**, 243–253.
- Kuzmanoski M., Apostolovska G., Novaković B., 2010, The mass of (4) Vesta derived from its largest gravitational effects, *Astron. J.*, **140**, 880–886.
- La Spina A., Paolicchi P., Kryszczyńska A., Pravec P., 2004, Retrograde spins of near-Earth asteroids from the Yarkovsky effect, *Nature*, **428**, 400–401.
- Lambrechts M., Johansen A., 2012, Rapid growth of gas-giant cores by pebble accretion, *Astron. Astrophys.*, **544**, A32 (13pp).
- Le Verrier U. J., 1856, Recherches astronomiques: (suite), *Annales de l'Observatoire de Paris*, **2**.
- Leake M. A., Chapman C. R., Weidenschilling S. J., Davis D. R., Greenberg R., 1987, The chronology of Mercury's geological and geophysical evolution: The volcanoid hypothesis, *Icarus*, **71**, 350–375.
- Lebofsky L. A., Veeder G. J., Lebofsky M. J., Matson D. L., 1978, Visual and radiometric photometry of 1580 Betulia, *Icarus*, **35**, 336–343.
- Lebofsky L. A., Lebofsky M. J., Rieke G. H., 1979, Radiometry and surface properties of Apollo, Amor and Aten asteroids, *Astron. J.*, **84**, 885–888.
- Lecar M., Franklin F. A., Holman M. J., Murray N. W., 2001, Chaos in the Solar System, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, **39**, 581–631.
- Leliwa-Kopystyński J., Burchell M. J., Włodarczyk I., 2009, The impact origin of Eunomia and Themis families, *Meteorit. Planet. Sci.*, **44**, 1929–1935.
- Lemaître A., Dubru P., 1990, The Secular Resonances in the Primitive Solar Nebula, *Report 90/03*, PuN, Département de Mathématique, Facultés Universitaires de Namur, Belgium.

- Lemaître A., 1994, Hungaria: A Potential New Family, Astronomical Society of the Pacific Conference Series, *Proceedings of the international conference*, **63**, 140.
- Lemaître A., Morbidelli A., 1994, Proper elements for highly inclined asteroidal orbits, *Celest. Mech. Dynam. Astron.*, **60**, 29–56.
- Lemaître A., 2010, Resonances: Models and Captures, Dynamics of Small Solar System Bodies and Exoplanets, *Lect. Notes Phys.*, Springer, Berlin–Heidelberg, 790.
- Levison H. F., Duncan M. J., 1994, The Long–Term Dynamical Behavior of Short–Period Comets, *Icarus*, **108**, 18–36.
- Levison H. F., Morbidelli A., VanLaerhoven C., Gomes R., Tsiganis K., 2008, Origin of the structure of the Kuiper belt during a dynamical instability in the orbits of Uranus and Neptune, *Icarus*, **196**, 258–273.
- Levison H. F., Bottke W. F., Gounelle M., Morbidelli A., Nesvorný D., Tsiganis K., 2009, Contamination of the asteroid belt by primordial trans–Neptunian objects, *Nature*, **460**, 364–366.
- Li J. Y., McFadden L. A., Thomas P. C., Mutchler M. J., Parker J. Wm., Young E. F. *et al.*, 2010, Photometric mapping of Asteroid (4) Vesta’s southern hemisphere with Hubble Space Telescope, *Icarus*, **208**, 238–251.
- Lithwick Y., Wu Y., 2011, Theory of secular chaos and mercury’s orbit, *Astrophys. J.*, **739**, 17pp.
- Lowry S. C., Fitzsimmons A., Pravec P., Vokrouhlický D., Boehnhardt H., Taylor A. P. *et al.*, 2007, Direct detection of the asteroidal YORP effect, *Science*, **316**, 272–274.
- Lowry S. C., Weissman P. R., Duddy S. R., Rozitis B., Fitzsimmons A., Green S. F. *et al.*, 2014, The internal structure of asteroid (25143) Itokawa as revealed by detection of YORP spin–up, *Astron. Astrophys.*, **562**, A48, (9pp).
- Lykawka P. S., Mukai T., 2007, Resonance sticking in the scattered disk, *Icarus*, **192**, 238–247.
- Mainzer A., Grav T., Bauer J., Masiero J., McMillan R. S., Cutri R. M. *et al.*, 2011, Neowise observations of Near–Earth objects: preliminary results, *Astrophys. J.*, **743**, 2–19.

- Malhotra R., 1994, Nonlinear resonances in the solar system, *Phys. Nonlin. Phenomena*, **77**, 289–304.
- Malhotra R., Williams, J. G., 1997, Pluto’s Heliocentric Orbit, In: Pluto and Charon (Stern A. S., Tholen D. J., eds.), University of Arizona Press, p.127.
- Malhotra R., 1998, Orbital resonances and chaos in the solar system, Solar system formation and evolution, *ASP Conference Series* (Lazzaro D. *et al.*, eds.), **149**, 37–63.
- Marchis F., Pollock J., Pravec P., Baek M., Greene J., Hutton L. *et al.*, 2008, (3749) Balam, *Central Bureau Electronic Telegrams*, **1297:1**.
- Marchis F., Enriquez J. E., Emery J. P., Mueller M., Baek M., Pollock J. *et al.*, 2012, Multiple asteroid systems: Dimensions and thermal properties from Spitzer Space Telescope and ground-based observations, *Icarus*, **221**, 1130–1161.
- Marzari F., Farinella P., Davis D. R., 1999, Origin, Aging, and Death of Asteroid Families, *Icarus*, **142**, 63–77.
- Marzari F., Rossi A., Scheeres D. J., 2011, Combined effect of YORP and collisions on the rotation rate of small Main Belt asteroids, *Icarus*, **214**, 622–631.
- Masiero J. R., Mainzer A. K., Grav T., Bauer J. M., Cutri R. M., Dailey J. *et al.*, 2011, Main Belt Asteroids with WISE/NEOWISE. I. Preliminary Albedos and Diameters, *Astrophys. J.*, **741**, 68, 20pp.
- McKinnon W. B., 2008, On The Possibility Of Large KBOs Being Injected Into The Outer Asteroid Belt, *Bull. Americ. Astron. Soc.*, **40**, 464.
- Mellon M. T., Jakosky B. M., Kieffer H. H., Christensen P. R., 2000, High-Resolution Thermal Inertia Mapping from the Mars Global Surveyor Thermal Emission Spectrometer, *Icarus*, **148**, 437–455.
- Merline W. J., Close L. M., Siegler N., Dumas C., Chapman C. R., Rigaut F. *et al.*, 2002, Discovery of a Loosely-bound Companion to Main-belt Asteroid (3749) Balam, *Bull. Americ. Astron. Soc.*, **34**, 835.
- Michalak G., 2001, Determination of asteroid masses: II. (6) Hebe, (10) Hygiea, (15) Eunomia, (52) Europa, (88) Thisbe, (444) Gyptis, (511) Davida and (704) Interamnia, *Astron. Astrophys.*, **74**, 703–711.

- Michel P., Froeschlé C., Farinella P., 1996, Dynamical evolution of two near–Earth asteroids to be explored by spacecraft: (433) Eros and (4660) Nereus, *Astron. Astrophys.*, **313**, 993–1007.
- Michel P., 1997, Effects of Linear Secular Resonances in the Region of Semimajor Axes Smaller Than 2 AU, *Icarus*, **129**, 348–366.
- Michel P., Froeschlé C., 1997, The Location of Linear Secular Resonances for Semimajor Axes Smaller Than 2 AU, *Icarus*, **128**, 230–240.
- Michel P., Migliorini F., Morbidelli A., Zappalà V., 2000, The Population of Mars–Crossers: Classification and Dynamical Evolution, *Icarus*, **145**, 332–347.
- Michtchenko T. A., Lazzaro D., Carvano J. M., Ferraz–Mello S., 2010, Dynamic picture of the inner asteroid belt: implications for the density, size and taxonomic distributions of real objects, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **401**, 2499–2516.
- Migliorini F., Michel P., Morbidelli A., Nesvorný D., Zappalà V., 1998, Origin of Multikilometer Earth– and Mars–Crossing Asteroids: A Quantitative Simulation, *Science*, **281**, 2022–2024.
- Milani A., Nobili A. M., 1988, Integration error over very long time spans, *Celest. Mech.*, **43**, 1–34.
- Milani A., 1989, Planet Crossing Asteroids and Parallel Computing: Project Spaceguard, *Celest. Mech. Dyn. Astron.*, **45**, 111–118.
- Milani A., Carpinio M., Hahn G., Nobili A. M., 1989, Dynamics of planet–crossing asteroids: Classes of orbital behaviour: Project SPACEGUARD, *Icarus*, **78**, 212–269.
- Milani A., Knežević Z., 1990, Secular perturbation theory and computation of asteroid proper elements, *Celest. Mech. Dyn. Astron.*, **49**, 347–411.
- Milani A., Knežević Z., 1992, Asteroid proper elements and secular resonances, *Icarus*, **98**, 211–232.
- Milani A., 1993, The Trojan asteroid belt: Proper elements, stability, chaos and families, *Celest. Mech. Dyn. Astron.*, **57**, 59–94.
- Milani A., Knežević Z., 1994, Asteroid Proper Elements and the Dynamical Structure of the Asteroid Main Belt, *Icarus*, **107**, 219–254.

- Milani A., Farinella P., 1994, The age of the Veritas asteroid family deduced by chaotic chronology, *Nature*, **370**, 40–42.
- Milani A., Chesley S. R., Sansaturio M. E., Bernardi F., Valsecchi G. B., Arratia O., 2009, Long term impact risk for (101955) 1999 RQ36, *Icarus*, **203**, 460–471.
- Milani A., Knežević Z., Novaković B., Cellino A., 2010, Dynamics of the Hungaria asteroids, *Icarus*, **207**, 769–794.
- Milani A., Cellino A., Knežević Z., Novaković B., Spoto F., Paolicchi P., 2014, Asteroid families classification: Exploiting very large datasets, *Icarus*, **239**, 46–73.
- Milani A., Knežević Z., Spoto F., Cellino A., Novaković B., Tsirvoulis G., 2017, On the ages of resonant, eroded and fossil asteroid families, *Icarus*, **288**, 240–264.
- Milić Žitnik I., Novaković B., 2015, On some dynamical properties of the Phocaea region, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **451**, 2109–2116.
- Milić Žitnik I., 2016, Interaction between Yarkovsky force and mean–motion resonances: some specific properties, *Serb. Astron. J.*, **193**, 19–26.
- Milić Žitnik I., Novaković B., 2016, The role of mean–motion resonances in semimajor axis mobility of asteroids, *Astrophys. J. Lett.*, **816**, L31, (6pp).
- Miljković K., Wieczorek M. A., Collins G. S., Laneuville M., Neumann G. A., Melosh H. J. *et al.*, 2013, Asymmetric Distribution of Lunar Impact Basins Caused by Variations in Target Properties, *Science*, **342**, 724–726.
- Millis R. L., Wasserman L. H., Franz O. G., Nye R. A., Oliver R. C., Kreidl T. J. *et al.*, 1987, The Size, Shape, Density, and Albedo of Ceres from Its of BD+8°471 Occultation, *Icarus*, **72**, 507–518.
- Minton D. A., Malhotra R., 2010, Dynamical erosion of the asteroid belt and implications for large impacts in the inner solar system, *Icarus*, **207**, 744–757.
- Mommert M., Hora J. L., Farnocchia D., Chesley S. R., Vokrouhlický D., Trilling D. E. *et al.*, 2014, Constraining the physical properties of Near–Earth object 2009 BD, *Astrophys. J.*, **786**, 148–157.
- Moons M., Morbidelli A., 1993, The main mean motion commensurabilities in the planar circular and elliptic problem, *Celest. Mech. Dyn. Astron.*, **57**, 99–108.
- Moons M., Morbidelli A., 1995, Secular resonances inside mean–motion commensu-

- rabilities: the 4/1, 3/1, 5/2 and 7/3 cases, *Icarus*, **114**, 33–50.
- Morbidelli A., Henrard J., 1991, The main secular resonances ν_6 , ν_5 and ν_{16} in the asteroid belt, *Celest. Mech. Dyn. Astron.*, **51**, 169–197.
- Morbidelli A., 1993, Asteroid Secular Resonant Proper Elements, *Icarus*, **105**, 48–66.
- Morbidelli A., Moons M., 1993, Secular Resonances in Mean Motion Commensurabilities: The 2/1 and 3/2 Cases, *Icarus*, **102**, 316–332.
- Morbidelli A., Gonczi R., Froeschlé Ch., Farinella P., 1994, Delivery of meteorites through the ν_6 secular resonance, *Astron. Astrophys.*, **282**, 955–979.
- Morbidelli A., Moons, M. 1995, Numerical Evidence on the Chaotic Nature of the 3/1 Mean Motion Commensurability, *Icarus*, **115**, 60–65.
- Morbidelli A., Thomas F., Moons M., 1995, The resonant structure of the Kuiper belt and the dynamics of the first five trans-Neptunian objects, *Icarus*, **118**, 322–340.
- Morbidelli A., 1997, Chaotic Diffusion and the Origin of Comets from the 2/3 Resonance in the Kuiper Belt, *Icarus*, **127**, 1–12.
- Morbidelli A., Gladman B., 1998, Orbital and temporal distributions of meteorites originating in the asteroid belt, *Meteorit. Planet. Sci.*, **33**, 999–1016.
- Morbidelli A., Nesvorný D., 1999, Numerous weak resonances drive asteroids toward terrestrial planets' orbits, *Icarus*, **139**, 295–308.
- Morbidelli A., 2002, Modern Celestial Mechanics: Aspects of Solar system Dynamics, Taylor & Francis Inc., Great Britain.
- Morbidelli A., Bottke W. F., Froeschlé Ch., Michel P., 2002, Origin and evolution of near-Earth objects, In: Asteroids III (Bottke W. F., Cellino A., Paolicchi P., Binzel R. P., eds.), *Proceedings of the Conference*, University of Arizona Press, Tucson, 409–422.
- Morbidelli A., Vokrouhlický D., 2003, The Yarkovsky-driven origin of near-Earth asteroids, *Icarus*, **163**, 120–134.
- Morbidelli A., Levison H. F., Tsiganis K., Gomes R., 2005, Chaotic capture of Jupiter's Trojan asteroids in the early Solar System, *Nature*, **435**, 462–465.

- Morbidelli A., Bottke W. F., Nesvorný D., Levison H. F., 2009, Asteroids were born big, *Icarus*, **204**, 558–573.
- Morbidelli A., Brassier R., Gomes R., Levison H. F., Tsiganis K., 2010, Evidence from the asteroid belt for a violent past evolution of Jupiter’s orbit, *Astron. J.*, **140**, 1391–1401.
- Morrison D., 1977, Asteroid sizes and albedos, *Icarus*, **31**, 185–220.
- Moskovitz N. A., Jedicke R., Gaidos E., Willman M., Nesvorný D., Fevig R. *et al.*, 2008, The Distribution of Basaltic Asteroids in the Main Belt, *Icarus*, **198**, 77–90.
- Mothé–Diniz T., Roig F., Carvano J. M., 2005, Reanalysis of asteroid families structure through visible spectroscopy, *Icarus*, **174**, 54–80.
- Mothé–Diniz T., Carvano J. M., Bus S. J., Duffard R., Burbine T. H., 2008, Mineralogical analysis of the Eos family from near–infrared spectra, *Icarus*, **195**, 277–294.
- Mouret S., 2007, Investigations on the dynamics of minor planets with Gaia, *PhD Dissertation*, Observatoire de Paris.
- Muinsonen K., Pironen J., Kaasalainen S., Cellino A., 2002, Asteroid photometric and polarimetric phase curves: empirical modeling, In: *Memorie della Societa Astronomica Italiana*, **73**, 716.
- Murakami H., Baba H., Barthel P., Clements D. L., Cohen M., Doi Y. *et al.*, 2007, The Infrared Astronomical Mission AKARI, *Publ. Astron. Soc. Jap.*, **59**, 369–376.
- Murray N., Holman M., 1997, Diffusive chaos in the outer asteroid belt, *Astron. J.*, **114**, 1246–1259.
- Murray C. D., Dermott S. F., 1999, Solar System Dynamics, Cambridge University Press, Cambridge.
- Müller T. G., Lagerros J. S. V., 1998, VizieR On–line Data Katalog: Asteroids as IR Standards for ISOPHOT, VizieR On–line Data Katalog: J/A+A/338/340.
- Müller T. G., Sekiguchi T., Kaasalainen M., Abe M., Hasegawa S., 2005, Thermal infrared observations of the Hayabusa spacecraft target asteroid 25143 Itokawa, *Astron. Astrophys.*, **443**, 347–355.
- Müller M., 2007, Surface Properties of Asteroids from Mid–Infrared Observations and Thermophysical Modeling, *PhD Dissertation*, Freie Universitaet Berlin.

- Nesvorný D., Morbidelli A., 1998, Three-body mean motion resonances and the chaotic structure of the asteroid belt, *Astron. J.*, **116**, 3029–3037.
- Nesvorný D., Morbidelli A., Vokrouhlický D., Bottke W. F., Brož M., 2002a, The Flora Family: A Case of the Dynamically Dispersed Collisional Swarm?, *Icarus*, **157**, 155–172.
- Nesvorný D., Ferraz-Mello S., Holman M., Morbidelli A., 2002b, Regular and Chaotic Dynamics in the Mean-Motion Resonances: Implications for the Structure and Evolution of the Asteroid Belt, In: Asteroids III (Bottke W. F., Cellino A., Paolicchi P., Binzel R. P., eds.), *Proceedings of the Conference*, Tucson, University of Arizona Press, 379–394.
- Nesvorný D., Bottke W. F., Dones L., Levison H. F., 2002c, The recent breakup of an asteroid in the main-belt region, *Nature*, **417**, 720–771.
- Nesvorný D., Bottke W. F., Levison H. F., Dones L., 2003, Recent origin of the zodiacal dust bands, *Astrophys. J.*, **591**, 486–497.
- Nesvorný D., Bottke W. F., 2004, Detection of the Yarkovsky effect for main-belt asteroids, *Icarus*, **170**, 324–342.
- Nesvorný D., Jedicke R., Whiteley R. J., Ivezić Ž., 2005, Evidence for asteroid space weathering from the Sloan Digital Sky Survey, *Icarus*, **173**, 132–152.
- Nesvorný D., Vokrouhlický D., 2006, New Candidates for Recent Asteroid Breakups, *Astron. J.*, **132**, 1950–1958.
- Nesvorný D., Vokrouhlický D., Bottke W. F., 2006a, The Breakup of a Main-Belt Asteroid 450 Thousand Years Ago, *Science*, **312**, 1490.
- Nesvorný D., Bottke W. F., Vokrouhlický D., Morbidelli A., Jedicke R., 2006b, Asteroid families, *Proceedings of the 229th IAU Symposium: Asteroids, Comets, Meteors* (Daniela L., Sylvio Ferraz M., Angel F. Julio, eds.), Cambridge University Press, Cambridge, 289–299.
- Nesvorný D., Vokrouhlický D., 2007, Analytic theory of the YORP effect for near-spherical objects, *Astron. J.*, **134**, 1750–1768.
- Nesvorný D., Vokrouhlický D., 2008a, Vanishing torque from radiation pressure, *Astron. Astrophys.*, **480**, 1–3.

- Nesvorný D., Vokrouhlický D., 2008b, Analytic theory for the YORP effect on obliquity, *Astron. J.*, **136**, 291–299.
- Nesvorný D., Vokrouhlický D., Morbidelli A., Bottke W. F., 2009, Asteroidal source of L chondrite meteorites, *Icarus*, **200**, 698–701.
- Nesvorný D., 2012, Nesvorny HCM asteroid families V2.0, EAR-A-VARGBDET-5-NESVORNYFAM-V2.0, NASA Planetary Data System.
- Nesvorný D., Brož M., Carruba V., 2015, Identification and dynamical properties of asteroid families, In: Asteroids IV (Michel P., De Meo F. D., Bottke W. F., eds.), *Proceedings of the Conference*, University of Arizona Press and LPI, 297–321.
- Neukum G., Ivanov B. A., 1994, Crater size distributions and impact probabilities on Earth from lunar, terrestrial–planet and asteroid cratering data, In: Hazards due to Comets and Asteroids (Gehrels T., Matthews M. S., Schumann A., eds.), Univ. of Arizona Press, Tucson, p. 359.
- Novaković B., 2010, Portrait of Theobalda as a young asteroid family, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **407**, 1477–1486.
- Novaković B., Tsiganis K., Knežević Z., 2010, Chaotic transport and chronology of complex asteroid families, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **402**, 1263–1272.
- Novaković B., 2011, Familije asteroida u asteroidnom prstenu: klasifikacija i određivanje starosti, Doktorska disertacija, Univerzitet u Beogradu.
- Novaković B., Cellino A., Knežević Z., 2011, Families among high–inclination asteroids, *Icarus*, **216**, 69–81.
- Novaković B., Dell’Oro A., Cellino A., Knežević Z., 2012, Recent collisional jet from a primitive asteroid, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **425**, 338–346.
- Novaković B., 2013, Orbital and Dynamical Characteristics of Small Bodies in the Region of Inner Planets, In: *Asteroids: Prospective Energy and Material Resources* (ed. Badescu V.), Springer, Berlin–Heidelberg, 45–79.
- Novaković B., Hsieh H. H., Cellino A., Michelli M., Pedani M., 2014, Discovery of a young asteroid cluster associated with P/2012 F5 (Gibbs), *Icarus*, **231**, 300–309.
- Novaković B., Maurel C., Tsirvoulis G., Knežević Z., 2015, Asteroid Secular Dynamics: Ceres’ Fingerprint Identified, *Astrophys. J. Lett.*, **807**, L5, (5pp).

- Nugent C. R., Margot J. L., Chesley S. R., Vokrouhlický D., 2012, Detection of semi-major axis drifts in 54 near-Earth asteroids, *Astron. J.*, **144**, 60–73.
- O’Brien D. P., Greenberg R., 2005, The collisional and dynamical evolution of the main-belt and NEA size distributions, *Icarus*, **178**, 179–212.
- Öpik E. J., 1951, Collision probabilities with the planets and the distribution of interplanetary matter, *Proc. Roy. Irish Acad.*, **A54**, 165–199.
- Öpik E. J., 1976, Interplanetary encounters: Close-range gravitational interactions, Amsterdam, Elsevier Scientific Publishing Co., *Developments in Solar System and Space Science*, **2**, 160pp.
- Ostro S. J., Hudson R. S., Nolan M. C., Margot J. L., Scheeres D. J., Campbell D. B. *et al.*, 2000, Asteroid radar shape models, 216 Kleopatra, NASA Planetary Data System, EAR-A-5-DDR-RADARSHAPE-MODELS-V1.1:RSHAPES-216KLEOPATRA-200006.
- Ostro S. J., Benner L. A. M., Giorgini J. D., Magri C., Margot J. L., Nolan M. C., 2002, Asteroid radar astronomy at the Dawn of the New millennium, *Lunar and Planetary Science* **33**, 1715.
- Ostro S. J., Magri C., Benner L. A. M., Giorgini J. D., Nolan M. C., Hine A. A. *et al.*, 2010, Radar imaging of Asteroid 7 Iris, *Icarus*, **207**, 285–294.
- Paddack S. J., 1969, Rotational bursting of small celestial bodies: Effects of radiation pressure, *J. Geophys. Res.*, **74**, 4379–4381.
- Paddack S. J., Rhee J. W., 1975, Rotational bursting of interplanetary dust particles, *Geophys. Res. Lett.*, **2**, 365–367.
- Pan M., Sari R., 2005, Shaping the Kuiper belt size distribution by shattering large but strengthless bodies, *Icarus*, **173**, 342–348.
- Paolicchi P., Burns J. A., Weidenschilling S. J., 2002, Side effects of collisions: Spin rate changes, tumbling rotation states and binary asteroids, In: Asteroids III (Bottke W. F. *et al.*, eds.), *Proceedings of the Conference*, Univ. of Arizona Press, 517–526.
- Park R. S., Konopliv A. S., Bills B., Castillo-Rogez J., Asmar S. W., Rambaux N. *et al.*, 2016, Gravity science investigation of Ceres from Dawn, *47th Lunar and Planetary Science Conference*, 8395–8396.

- Parker A., Ivezić Ž., Jurić M., Lupton R., Sekora M. D., Kowalski A., 2008, The size distributions of asteroid families in the SDSS Moving Object Catalog 4, **198**, 138–155.
- Patzold M., Andert T. P., Asmar S. W., Anderson J. D., Barriot J. P., Bird M. K. *et al.*, 2011, Asteroid 21 Lutetia: Low Mass, High Density, *Science*, **334**, 491–492.
- Peterson C., 1976, A source mechanism for meteorites controlled by the Yarkovsky effect, *Icarus*, **29**, 91–111.
- Petit J. M., Morbidelli A., Chambers J., 2001, Discovery and long-term tracking of TNOs, *Bull. Amer. Astron. Soc.*, **33**, 1030.
- Pettengill G. H., Dyce R. B., 1965, A Radar Determination of the Rotation of the Planet Mercury, *Nature*, **206**, 1240.
- Pitjeva E. V., Pitjev N. P., 2015, Masses of asteroids and total mass of the main asteroid belt, *Proceedings of the IAU 10*, 212–217.
- Pravec P., Harris A. W., Michalowski T., 2002, Asteroid Lightcurves, In: Asteroids III, (Bottke, W. F., Cellino, A., Paolicchi P., Binzel R. P., eds.), *Proceedings of the Conference*, University of Arizona Press, Tucson, 113–122.
- Pravec P., Harris A. W., Vokrouhlický D., Warner B. D., Kušnirák P., Hornoch K. *et al.*, 2008, Spin rate distribution of small asteroids, *Icarus*, **197**, 497–504.
- Pravec P., Vokrouhlický D., Polishook D., Scheeres D. J., Harris A. W., Gálad A. *et al.*, 2010, Formation of asteroid pairs by rotational fission, *Nature*, **466**, 1085–1088.
- Pravec P., Scheirich P., Vokrouhlický D., Harris A. W., Kušnirák P., Hornoch K. *et al.*, 2012, Binary asteroid population. II. Anisotropic distribution of orbit poles, *Icarus*, **218**, 125–143.
- Rabinowitz D., Helin E., Lawrence K., Pravdo S., 2000, A reduced estimate of the number of kilometre-sized near-Earth asteroids, *Nature*, **403**, 165–166.
- Radović V., 2017, Limitations of backward integration method for asteroid family age estimation, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **471**, 1321–1329.
- Radović V., Novaković B., Carruba V., Marčeta D., 2017, An automatic approach to exclude interlopers from asteroid families, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **470**, 576–591.

- Radzievskii V. V., 1952a, A mechanism for the disintegration of asteroids and meteorites, *Astron. Zh.*, **29**, 162–170.
- Radzievskii V. V., 1952b, The influence of anisotropy of reemitted sunlight on the orbital motion of asteroids and meteoroids, *Astron. Zh.*, **29**, 1952–1970.
- Rauch K. P., Hamilton D. P., 2002, The HNBODY Package for Symplectic Integration of Nearly-Keplerian Systems, *Bull. Americ. Astronom. Soc.*, **34**, 938.
- Richardson D. C., Walsh K. J., 2006, Binary Minor Planets, *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.*, **34**, 47–81.
- Rivkin A. S., Emery J. P., 2010, Detection of ice and organics on an asteroidal surface, *Nature*, **464**, 1322–1323.
- Rozitis B., Duddy S. R., Green S. F., Lowry S. C., 2013, A thermophysical analysis of the (1862) Apollo Yarkovsky and YORP effects, *Astron. Astrophys.*, **555**, A20, (12pp).
- Rozitis B., Green S. F., 2014, Physical characterisation of near-Earth asteroid (1620) Geographos. Reconciling radar and thermal-infrared observations, *Astron. Astrophys.*, **568**, A43, (11pp).
- Rozitis B., MacLennan E., Emery J. P., 2014, Cohesive forces prevent the rotational breakup of rubble-pile asteroid (29075) 1950 DA, *Nature*, **512**, 174–176.
- Rubincam D. P., 1987, LAGEOS orbit decay due to infrared radiation from Earth, *J. Geophys. Res.*, **92**, 1287–1294.
- Rubincam D. P., 1988, Yarkovsky Thermal Drag on LAGEOS, *J. Geophys. Res.*, **93**, 13805–13810.
- Rubincam D. P., 1990, Mars: Change in Axial Tilt Due to Climate?, *Science*, **248**, 720–721.
- Rubincam D. P., 1995, Asteroid orbit evolution due to thermal drag, *J. Geophys. Res.*, **100**, 1585–1594.
- Rubincam D. P., 1998, Yarkovsky thermal drag on small asteroids and Mars–Earth delivery, *J. Geophys. Res.*, **103**, 1725–1732.
- Rubincam D. P., 2000, Radiative spin-up and spin-down of small asteroids, *Icarus*, **148**, 2–11.

- Rubincam D. P., Paddack S. J., 2010, Zero secular torque on asteroids from impinging solar photons in the YORP effect: A simple proof, *Icarus*, **209**, 863–865.
- Ruesch O., Platz T., Schenk P., McFadden L. A., Castillo–Rogez J. C., Quick L. C. *et al.*, 2016, Cryovolcanism on Ceres, *Science*, **353**, aaf4286.
- Russell C. T., Raymond C. A., 2011, The Dawn Mission to Vesta and Ceres, *Sp. Sci. Rev.*, **163**, 3–23.
- Russell C. T., Raymond C. A., Coradini A., McSween H. Y., Zuber M. T., Nathues A. *et al.*, 2012, Dawn at Vesta: Testing the Protoplanetary Paradigm, *Science*, **336**, 684–686.
- Scheeres D. J., Marzari F., Rossi A., 2004, Evolution of NEO rotation rates due to close encounters with Earth and Venus, *Icarus*, **170**, 312–323.
- Scheeres D. J., Abe M., Yoshikawa M., Nakamura R., Gaskell R. W., Abell P. A., 2007, The effect of YORP on Itokawa, *Icarus*, **188**, 425–429.
- Scheeres D. J., Mirrahimi S., 2008, Rotational dynamics of a solar system body under solar radiation torques, *Celest. Mech. Dyn. Astron.*, **100**, 69–103.
- Scholl H., Froeschle Ch., 1986, The effects of the secular resonances ν_{16} and ν_5 on asteroidal orbits, *Astron. Astrophys.*, **170**, 138–144.
- Scholl H., Froeschle Ch., 1991, The $\nu(6)$ secular resonance region near 2 AU – A possible source of meteorites, *Astron. Astrophys.*, **245**, 316–321.
- Schubart J., 1982, Three characteristic parameters of orbits of Hilda–types asteroids, *Astron. Astrophys.*, **114**, 200–204.
- Schumacher G., Gay J., 2001, An attempt to detect Vulcanoids with SOHO/LASCO images, *Astron. Astrophys.*, **368**, 1108–1114.
- Sekiya M., Shimoda A. A., 2013, An iterative method for obtaining a nonlinear solution for the temperature distribution of a rotating spherical body revolving in a circular orbit around a star, *Planet. Sp. Sci.*, **84**, 112–121.
- Sekiya M., Shimoda A. A., 2014, An iterative method for obtaining a nonlinear solution for the temperature distribution of a rotating spherical body revolving in an eccentric orbit, *Planet. Sp. Sci.*, **97**, 23–33.
- Smirnov E. A., 2016, The mean motion resonances in the asteroid’s dynamics, *PhD*

Dissertation, Sankt-Peterburg.

Soja R. H., Baggaley W. J., Brown P., Hamilton D. P., 2011, Dynamical resonant structures in meteoroid stream orbits, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **414**, 1059–1076.

Somenzi L., Fienga A., Laskar J., Kuchynka P., 2010, Determination of asteroid masses from their close encounters with Mars, *Planet. Space Sci.*, **58**, 858–863.

Spitale J., Greenberg R., 2001, Numerical evaluation of the general Yarkovsky effect: Effects on semimajor axis, *Icarus*, **149**, 222–234.

Spitale J., Greenberg R., 2002, Numerical evaluation of the general Yarkovsky effect: Effects on eccentricity and longitude of periaipse, *Icarus*, **156**, 211–222.

Spoto F., Milani A., Knežević Z., 2015, Asteroid family ages, *Icarus*, **257**, 275–289.

Statler T. S., 2009, Extreme sensitivity of the YORP effect to small-scale topography, *Icarus*, **202**, 502–513.

Statler T. S., Cotto-Figueroa D., Riethmiller D. A., Sweeney K. M., 2013, Size matters: The rotation rates of small near-Earth asteroids, *Icarus*, **225**, 141–155.

Ševeček P., Brož M., Čapek D., Ďurech J., 2015, The thermal emission from boulders on (25143) Itokawa and general implications for the YORP effect, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **450**, 2104–2115.

Tanga P., Cellino A., Michel P., Zappalà V., Paolicchi P., Dell’Oro A., 1999, On the Size Distribution of Asteroid Families: The Role of Geometry, *Icarus*, **141**, 65–78.

Taylor P. A., Margot J. L., Vokrouhlický D., Scheeres D. J., Pravec P., Lowry S. C. *et al.*, 2007, Spin rate of asteroid (54509) 2000 PH5 increasing due to the YORP effect, *Science*, **316**, 274–277.

Tedesco E. F., Desert F. X., 2002, The Infrared Space Observatory Deep Asteroid Search, *Astron. J.*, **123**, 2070–2082.

Tedesco E. F., Cellino A., Zappalà V., 2005, The Statistical Asteroid Model. I. The Main-Belt Population for Diameters Greater than 1 Kilometer, *Astron. J.*, **129**, 2869–2886.

Tholen D. J., 1984, Asteroid taxonomy from cluster analysis of photometry, Univ. Arizona, *PhD Dissertation*.

- Tholen D. J., 1989, Asteroid taxonomic classifications, In: Asteroids II (Binzel R. P., Gehrels T., Matthews M. S., eds.), *Proceedings of the Conference*, Univ. Arizona Press, Tucson, 1139–1150.
- Tisserand F., 1882, Memoire sur les mouvements seculaires des plans des orbites de trois planetes, *Annales de l'Observatoire de Paris*, **16**, E.1–E.57.
- Tsirvoulis G., Novaković B., 2016, Secular resonances with Ceres and Vesta, *Icarus*, **280**, 300–307.
- Usui F., Kasuga T., Hasegawa S., Ishiguro M., Kuroda D., Muller T. G. *et al.*, 2013, Albedo Properties of Main Belt Asteroids Based on the Infrared All-Sky Survey of the Astronomical Satellite AKARI, *Astrophys. J.*, **762**, 56–69.
- Veeder G. J., Hanner M. S., Matson D. L., Tedesco E. F., Lebofsky L. A., Tokunaga A. T., 1989, Radiometry of Near–Earth asteroids, *Astron. J.*, **97**, 1211–1219.
- Vernazza P., Binzel R. P., Thomas C. A., DeMeo F. E., Bus S. J., Rivkin A. S. *et al.*, 2008, Compositional differences between meteorites and Near–Earth asteroids, *Nature*, **454**, 858–860.
- Vinogradova V. P., Radzievskii V. V., 1965, The acceleration of the Martian satellites and the stabilization of orbits of artificial satellites, *Astron. Zh.*, **42**, 424–432.
- Vokrouhlický D., 1998a, Diurnal Yarkovsky effect for meter–sized asteroidal fragments' mobility I. Linear theory, *Astron. Astrophys.*, **335**, 1093–1100.
- Vokrouhlický D., 1998b, Diurnal Yarkovsky effect for meter–sized asteroidal fragments' mobility II, Non–sphericity effects, *Astron. Astrophys.*, **338**, 353–363.
- Vokrouhlický D., Farinella P., 1998, Orbital Evolution of Asteroidal Fragments into the n6 Resonance via Yarkovsky Effects, *Astron. Astroph.*, **335**, 351–362.
- Vokrouhlický D., 1999, A complete linear model for the Yarkovsky thermal force on spherical asteroid fragments, *Astron. Astrophys.*, **344**, 362–366.
- Vokrouhlický D., Brož M., 1999, An improved model of the seasonal Yarkovsky force for the regolith–covered asteroid fragments, *Astron. Astrophys.*, **350**, 1079–1084.
- Vokrouhlický D., Farinella P., 2000, Efficient delivery of meteorites to the Earth from a wide range of asteroid parent bodies, *Nature*, **407**, 606–608.
- Vokrouhlický D., Farinella P., Bottke W. F., 2000, The Depletion of the Putative

- Vulcanoid Population via the Yarkovsky Effect, *Icarus*, **148**, 147–152.
- Vokrouhlický D., Bottke W. F., 2001, The Yarkovsky thermal force on small asteroids and their fragments: Choosing the right albedo, *Astron. Astrophys.*, **371**, 350–353.
- Vokrouhlický D., Brož M., Farinella P., Knežević Z., 2001, Yarkovsky–Driven Leakage of Koronis Family Members: I. The Case of 2953 Vysheslavia, *Icarus*, **150**, 78–93.
- Vokrouhlický D., Brož M., 2002, Interaction of the Yarkovsky–drifting orbits with weak resonances: numerical evidence and challenges, In: *Modern Celestial Mechanics: From Theory to Applications*, (Celletti A., Ferraz–Mello S., Henrard J., eds.), Dordrecht–Kluwer, 467–472.
- Vokrouhlický D., Čapek D., 2002, YORP–induced long–term evolution of the spin state of small asteroids and meteoroids. I. Rubincam’s approximation, *Icarus*, **159**, 449–467.
- Vokrouhlický D., Čapek D., Kaasalainen M., Ostro S. J., 2004, Detectability of YORP rotational slowing of asteroid 25143 Itokawa, *Astron. Astrophys.*, **414**, L21–L24.
- Vokrouhlický D., Čapek D., Chesley S. R., Ostro S. J., 2005a, Yarkovsky detection opportunities. I. Solitary asteroids, *Icarus*, **173**, 166–184.
- Vokrouhlický D., Čapek D., Chesley S. R., Ostro S. J., 2005b, Yarkovsky detection opportunities. II. Binary asteroids, *Icarus*, **179**, 128–138.
- Vokrouhlický D., Brož M., Bottke W. F., Nesvorný D., Morbidelli A., 2006a, Yarkovsky/YORP chronology of asteroid families, *Icarus*, **182**, 118–142.
- Vokrouhlický D., Brož M., Bottke W. F., Nesvorný D., Morbidelli A., 2006b, The peculiar case of the Agnia asteroid family, *Icarus*, **183**, 349–361.
- Vokrouhlický D., Brož M., Morbidelli A., Bottke W. F., Nesvorný D., Lazzaro D. *et al.*, 2006c, Yarkovsky footprints in the Eos family, *Icarus*, **182**, 92–117.
- Vokrouhlický D., Nesvorný D., Bottke W. F., 2006d, Secular spin dynamics of inner main–belt asteroids, *Icarus*, **184**, 1–28.
- Vokrouhlický D., Nesvorný D., 2008, Pairs of asteroids probably of common origin,

Astron. J., **136**, 280–290.

Vokrouhlický D., Chesley S. R., Matson R. D., 2008, Orbital identification for asteroid 152563 (1992 BF) through the Yarkovsky effect, *Astron. J.*, **135**, 2336–2340.

Vokrouhlický D., Nesvorný D., 2009, The common roots of asteroids (6070) Rheinland and (54827) 2001 NQ8, *Astron. J.*, **137**, 111–117.

Vokrouhlický D., Ďurech J., Polishook D., Krugly Y. N., Gaftonyuk N. N., Burkhonov O. A. *et al.*, 2011, Spin vector and shape of (6070) Rheinland and their implications, *Astron. J.*, **142**, 159–167.

Vokrouhlický D., Farnocchia D., Čapek D., Chesley S. R., Pravec P., Scheirich P. *et al.*, 2015a, The Yarkovsky effect for 99942 Apophis, *Icarus*, **252**, 277–283.

Vokrouhlický D., Bottke W. F., Chesley S. R., Scheeres D. J., Statler T. S., 2015b, The Yarkovsky and YORP Effects, In: Asteroids IV (Michel P. *et al.*, eds.), Univ. of Arizona, Tucson, 509–531.

Ward W. R., Colombo G., Franklin F. A., 1976, Secular resonance, solar spin down and the orbit of Mercury, *Icarus*, **28**, 441–452.

Weidenschilling S. J., 1977, The distribution of mass in the planetary system and solar nebula, *Astrophys. Sp. Sci.*, **51**, 153–158.

Weidenschilling S. J., 1978, Iron/silicate fractionation and the origin of Mercury, *Icarus*, **35**, 99–111.

Weidenschilling S. J., Davis D. R., Marzari F., 2001, Very early collisional evolution in the asteroid belt, *Earth, Planets and Space*, **53**, 1093–1097.

Weidenschilling S. J., 2011, Initial sizes of planetesimals and accretion of the asteroids, *Icarus*, **214**, 671–684.

Wetherill G. W., 1979, Steady state populations of Apollo–Amor objects, *Icarus*, **37**, 96–112.

Wetherill G. W., 1988, Where do the Apollo objects come from?, *Icarus*, **76**, 1–18.

Williams J. G., 1969, Secular perturbations in the Solar System, *PhD Dissertation*, University of California, Los Angeles.

Williams J. G., 1971, In Physical Studies of Minor Planets (Gehrels T., ed.), *NASA*

SP-267, 177–181.

Williams J. G., 1973a, Meteorites from the asteroid belt? *Eos*, **54**, 233.

Williams J. G., 1973b, Secular resonances, *Bull. Amer. Astron. Soc.*, **5(3)**, 363.

Williams J. G., Faulkner J., 1981, The positions of secular resonance surfaces, *Icarus*, **46**, 390–399.

Williams J. G., 1989, Asteroid family identifications and proper elements, In: Asteroids II (Binzel R. P., Gehrels T., Matthews M. S., eds.), *Proceedings of the Conference*, Tucson, University of Arizona Press, 1034–1072.

Williams J. G., 1992, Asteroid families—An initial search, *Icarus*, **96**, 251–280.

Wisdom J., 1983, Chaotic behavior and the origin of the 3/1 Kirkwood gap, *Icarus*, **56**, 51–74.

Wright E. L., Eisenhardt P. R. M., Mainzer A. K., Ressler M. E., Cutri R. M., Jarrett T. *et al.*, 2010, The Wide-field Infrared Survey Explorer (WISE): Mission Description and Initial On-orbit Performance, *Astron. J.*, **140**, 1868.

Yarkovsky I. O., 1901, The density of luminiferous ether and the resistance it offers to motion, (in Russian) Bryansk, published privately by the author.

Yeomans D. K., Barriot J. P., Dunham D. W., Farquhar R. W., Giorgini J. D., Helfrich C. E. *et al.*, 1997, Estimating the Mass of Asteroid 253 Mathilde from Tracking Data During the NEAR Flyby, *Science*, **278**, 2106–2109.

Yuasa M., 1973, Theory of secular perturbations of asteroids including terms of higher orders and higher degrees, *Publ. Astron. Soc. Japan*, **25**, 399–445.

Zappalà V., Cellino A., Farinella P., Knežević Z., 1990, Asteroid families. I - Identification by hierarchical clustering and reliability assessment, *Astron. J.*, **100**, 2030–2046.

Zappalà V., Cellino A., Farinella P., Knežević Z., 1994, Asteroid families. 2: Extension to unnumbered multiopposition asteroids, *Astron. J.*, **107**, 772–801.

Zappalà V., Bendjoya Ph., Cellino A., Farinella P., Froeschlé C., 1995, Asteroid Families: Search of a 12487–Asteroid Sample Using Two Different Clustering Techniques, *Icarus*, **116**, 291–314.

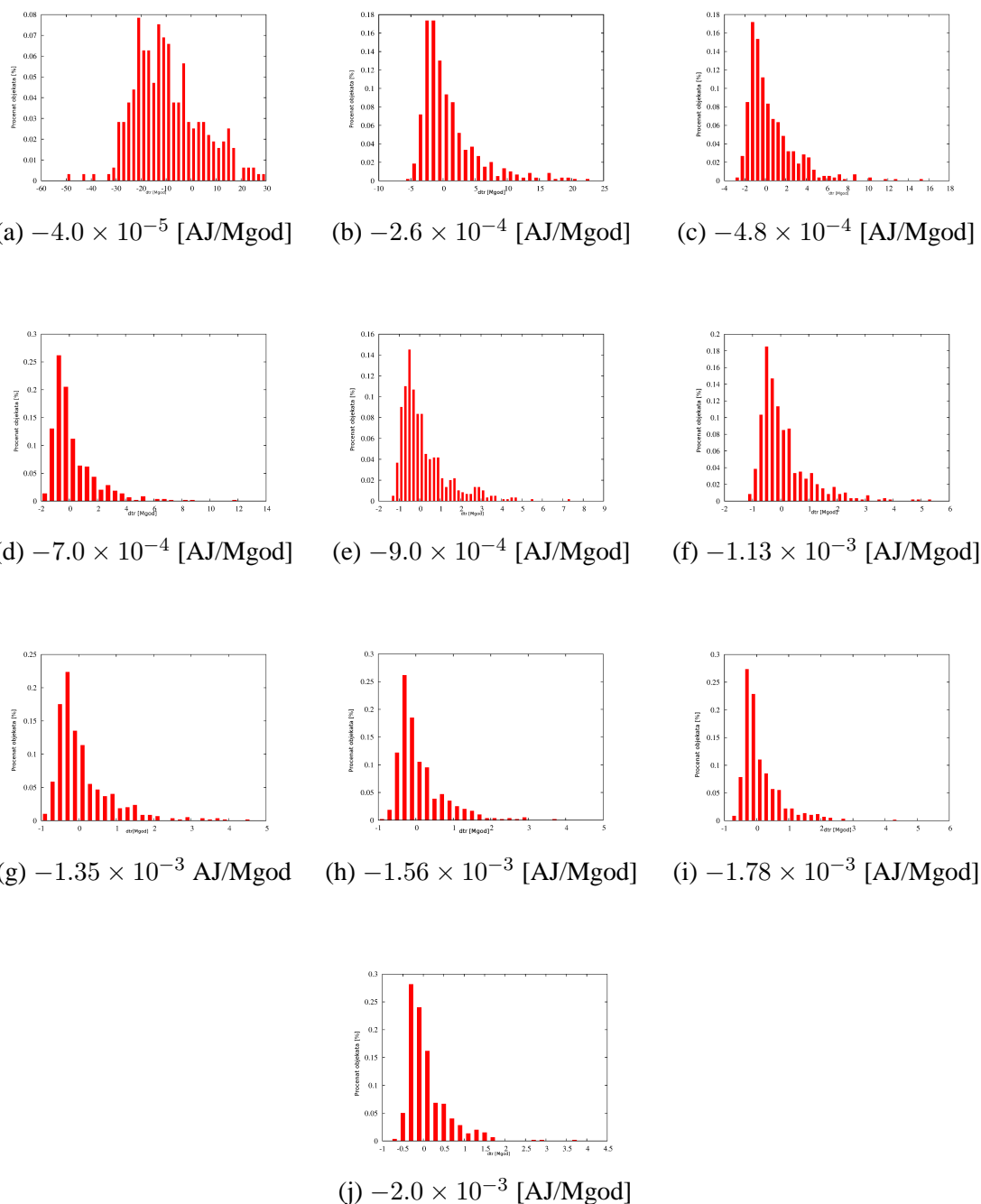
Zellner B., 1979, Asteroid taxonomy and the distribution of the compositional types, In Asteroids (ed. Gehrels T.), Univ. of Arizona, Tucson, 783–806.

Zellner B., Tholen D. J., Tedesco E. F., 1985, The eight-color asteroid survey: Results for 589 minor planets, *Icarus*, **61**, 355–416.

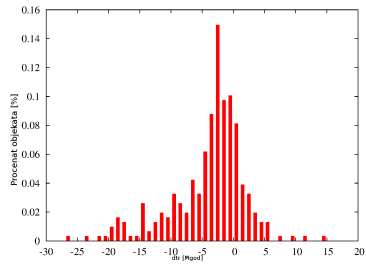
Zhao H., Lu H., Zhaori G., Yao J., Ma Y., 2009, The search for vulcanoids in the 2008 total solar eclipse, *Science in China Series G: Physics, Mechanics and Astronomy*, **52**, 1790–1793.

Zielenbach W., 2011, Mass determination studies of 104 large asteroids, *Astron. J.*, **142**, 120–127.

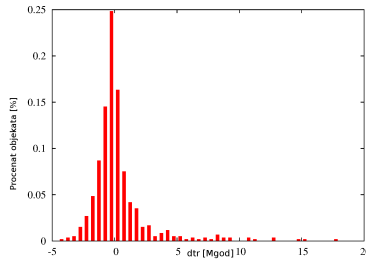
10 Dodatak – Raspodela dtr vremena za test objekte



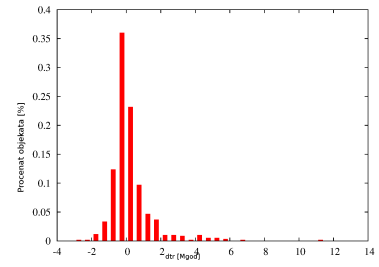
Slika 60: Raspodela dtr vremena za test objekte u rezonanci 8:3 za svaku vrednost brzine Jarkovskog. Na x -osi je predstavljeno dtr izraženo u milionima godina i na y -osi je predstavljen broj objekata u delovima jednog celog.



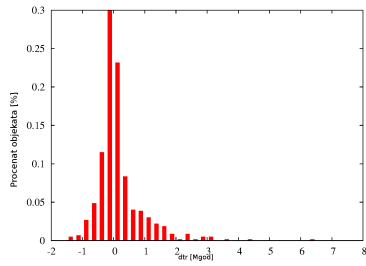
(a) -4.0×10^{-5} [AJ/Mgod]



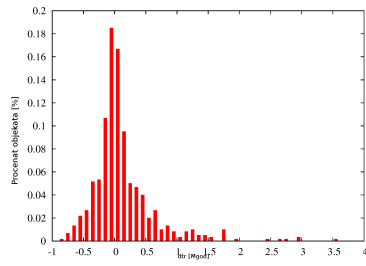
(b) -2.6×10^{-4} [AJ/Mgod]



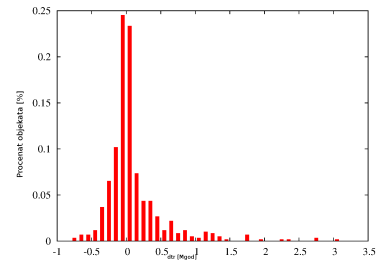
(c) -4.8×10^{-4} [AJ/Mgod]



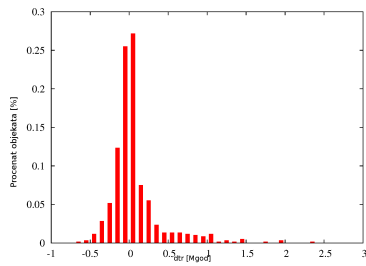
(d) -7.0×10^{-4} [AJ/Mgod]



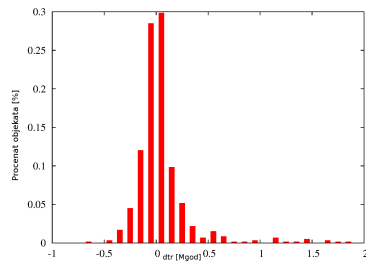
(e) -9.0×10^{-4} [AJ/Mgod]



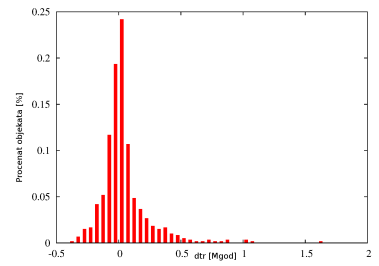
(f) -1.13×10^{-3} [AJ/Mgod]



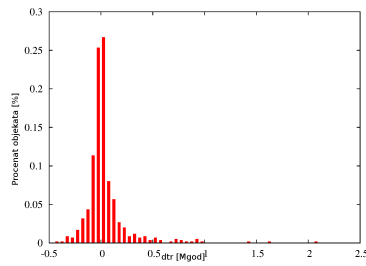
(g) -1.35×10^{-3} [AJ/Mgod]



(h) -1.56×10^{-3} [AJ/Mgod]

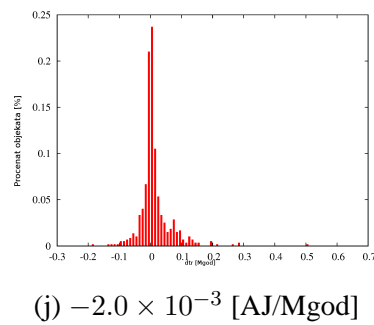
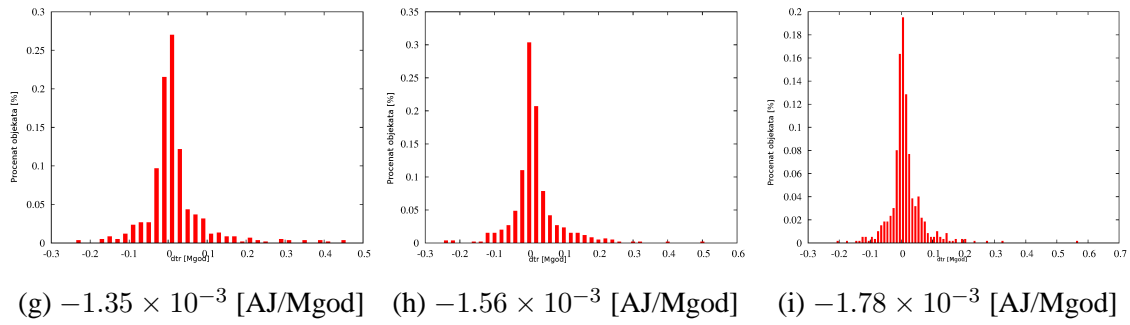
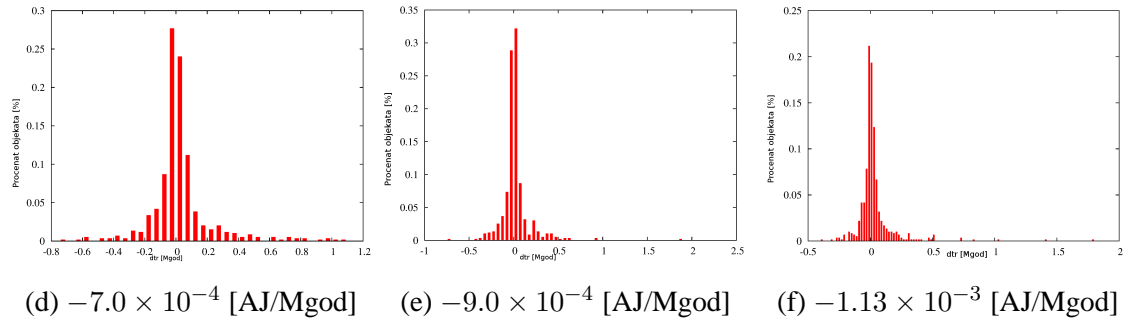
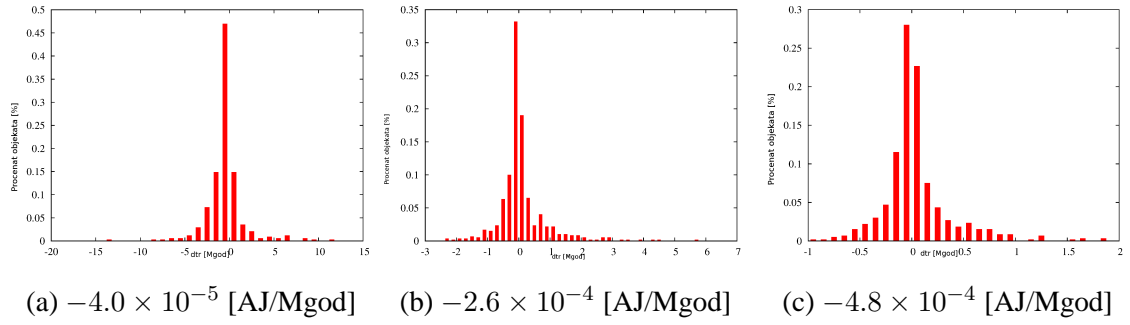


(i) -1.78×10^{-3} [AJ/Mgod]

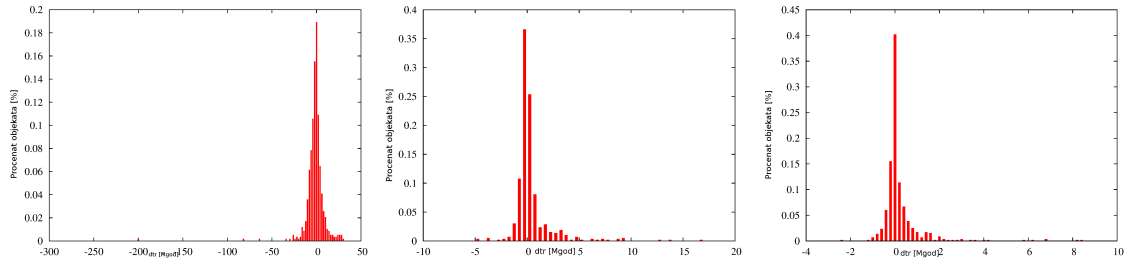


(j) -2.0×10^{-3} [AJ/Mgod]

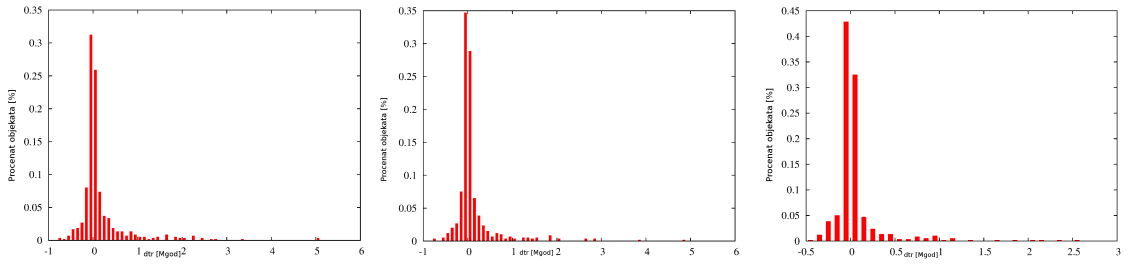
Slika 61: Isto kao na slici 60, samo za rezonancu 13:6.



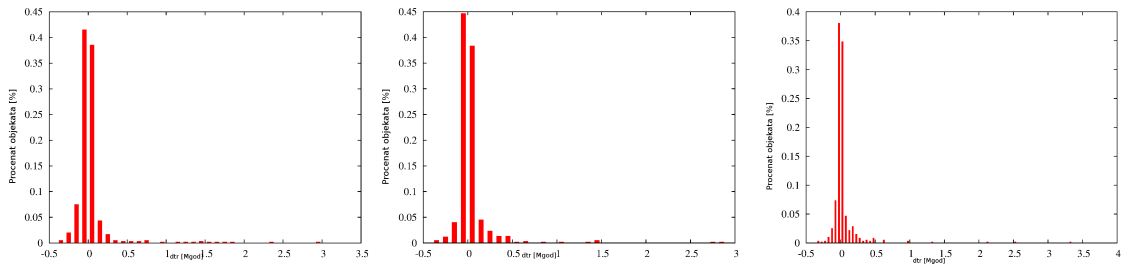
Slika 62: Isto kao na slici 60, samo za rezonancu 15:7.



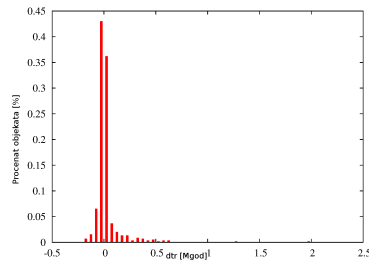
(a) -4.0×10^{-5} [AJ/Mgod] (b) -2.6×10^{-4} [AJ/Mgod] (c) -4.8×10^{-4} [AJ/Mgod]



(d) -7.0×10^{-4} [AJ/Mgod] (e) -9.0×10^{-4} [AJ/Mgod] (f) -1.13×10^{-3} [AJ/Mgod]

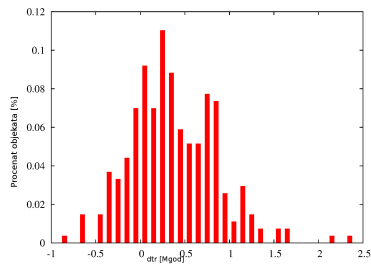


(g) -1.35×10^{-3} [AJ/Mgod] (h) -1.56×10^{-3} [AJ/Mgod] (i) -1.78×10^{-3} [AJ/Mgod]

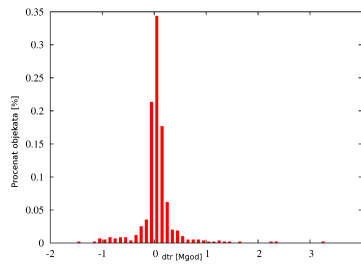


(j) -2.0×10^{-3} [AJ/Mgod]

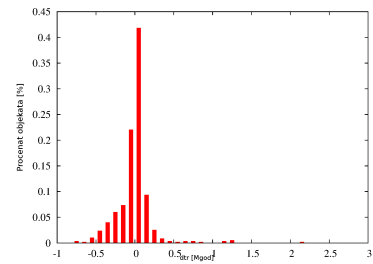
Slika 63: Isto kao na slici 60, samo za rezonancu 11:4.



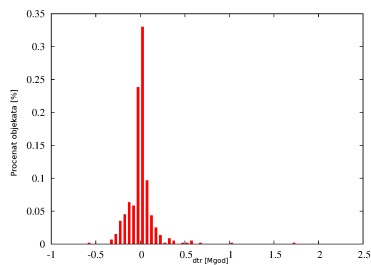
(a) -4.0×10^{-5} [AJ/Mgod]



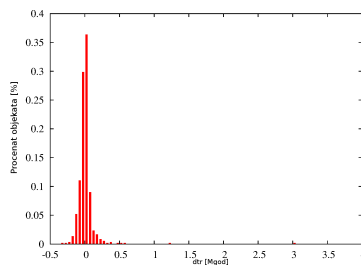
(b) -2.6×10^{-4} [AJ/Mgod]



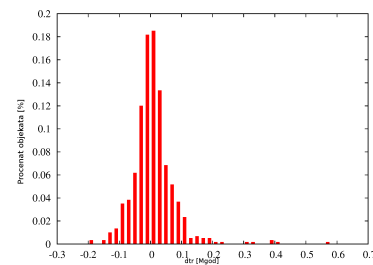
(c) -4.8×10^{-4} [AJ/Mgod]



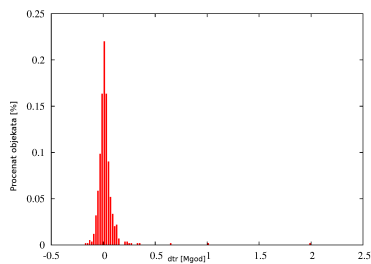
(d) -7.0×10^{-4} [AJ/Mgod]



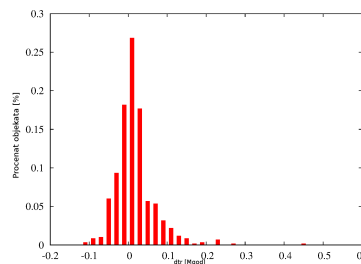
(e) -9.0×10^{-4} [AJ/Mgod]



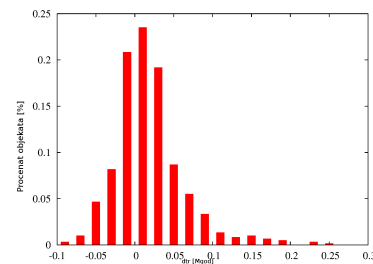
(f) -1.13×10^{-3} [AJ/Mgod]



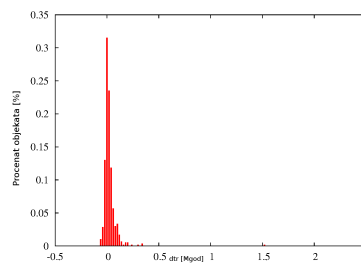
(g) -1.35×10^{-3} [AJ/Mgod]



(h) -1.56×10^{-3} [AJ/Mgod]

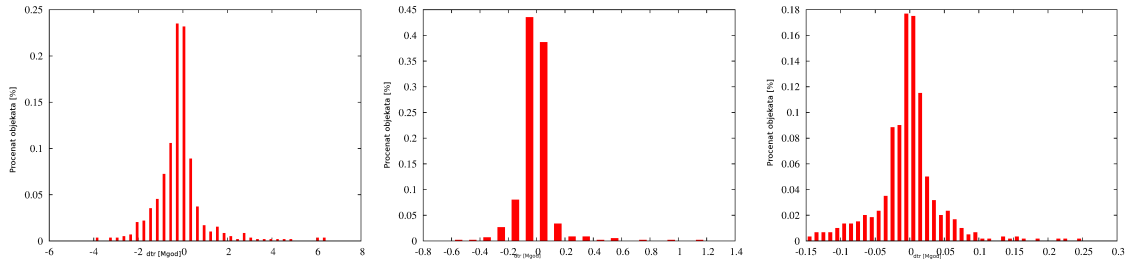


(i) -1.78×10^{-3} [AJ/Mgod]

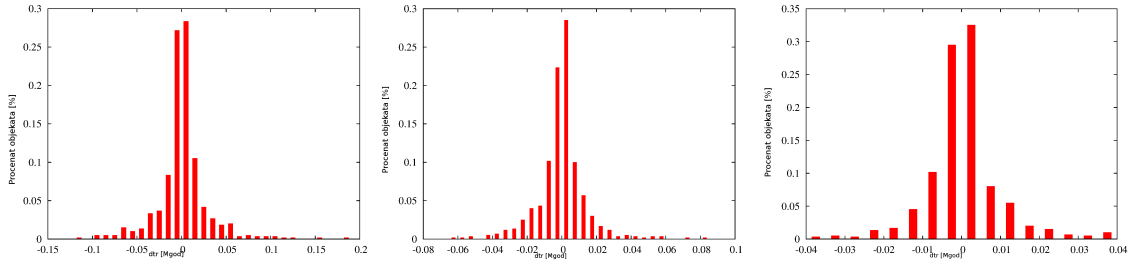


(j) -2.0×10^{-3} [AJ/Mgod]

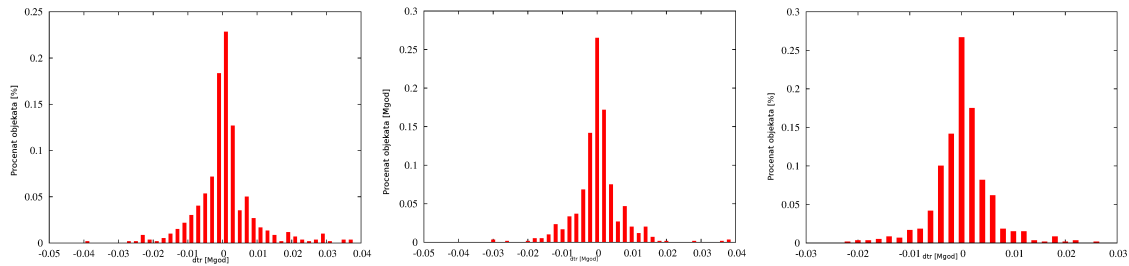
Slika 64: Isto kao na slici 60, samo za rezonancu 17:8.



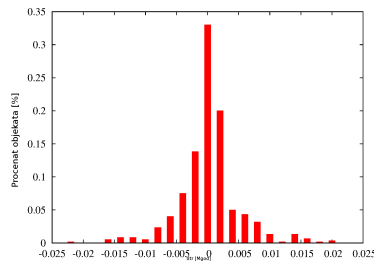
(a) -4.0×10^{-5} [AJ/Mgod] (b) -2.6×10^{-4} [AJ/Mgod] (c) -4.8×10^{-4} [AJ/Mgod]



(d) -7.0×10^{-4} [AJ/Mgod] (e) -9.0×10^{-4} [AJ/Mgod] (f) -1.13×10^{-3} [AJ/Mgod]

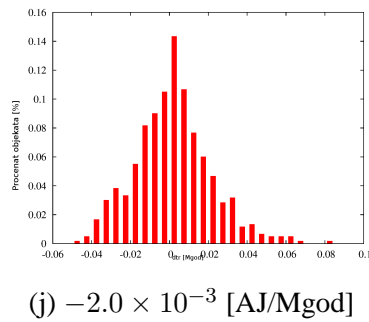
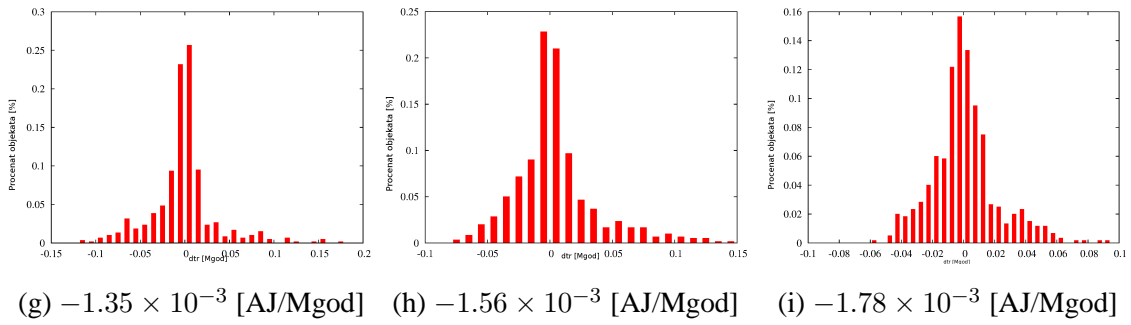
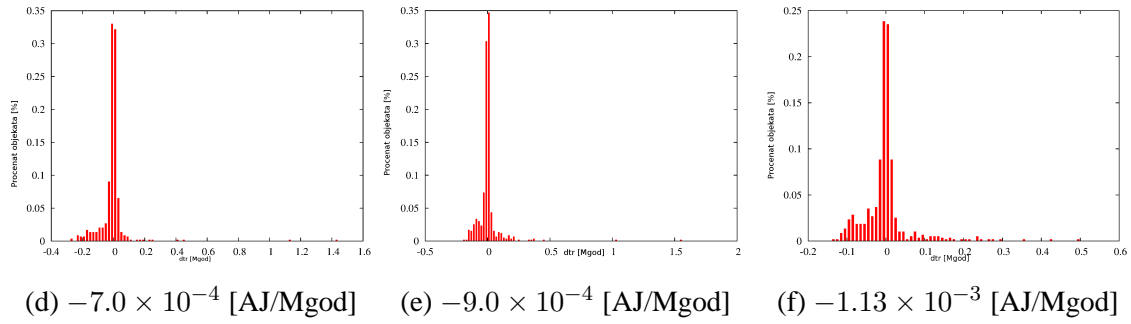
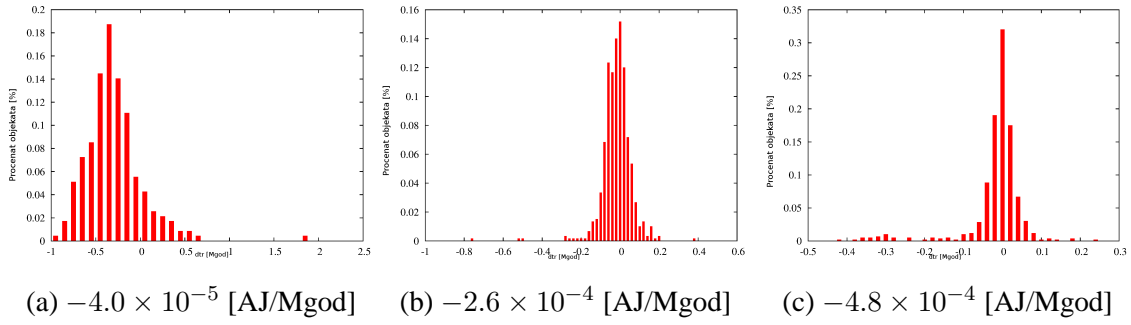


(g) -1.35×10^{-3} [AJ/Mgod] (h) -1.56×10^{-3} [AJ/Mgod] (i) -1.78×10^{-3} [AJ/Mgod]

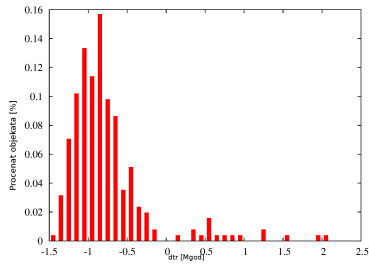


(j) -2.0×10^{-3} [AJ/Mgod]

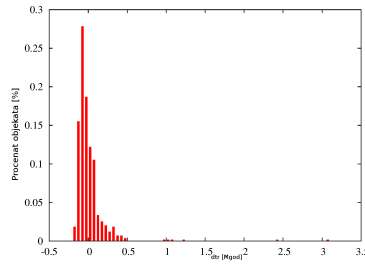
Slika 65: Isto kao na slici 60, samo za rezonancu 10:3.



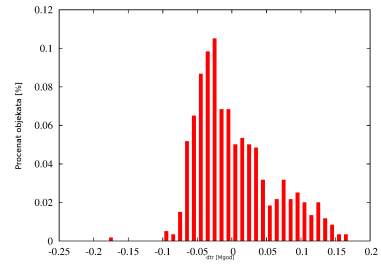
Slika 66: Isto kao na slici 60, samo za rezonancu 16:7.



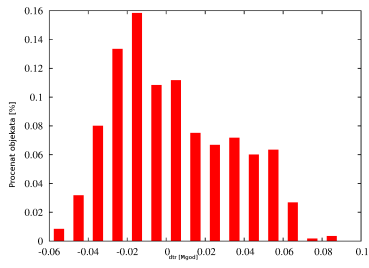
(a) -4.0×10^{-5} [AJ/Mgod]



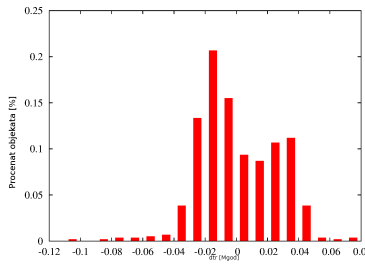
(b) -2.6×10^{-4} [AJ/Mgod]



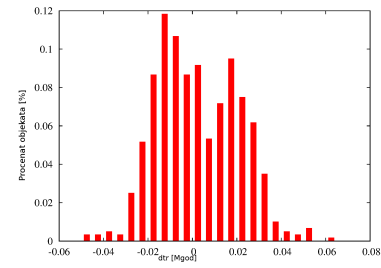
(c) -4.8×10^{-4} [AJ/Mgod]



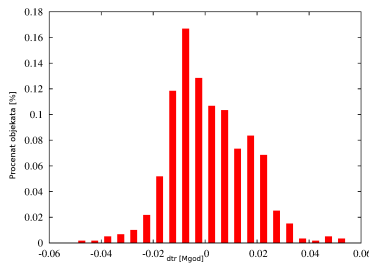
(d) -7.0×10^{-4} [AJ/Mgod]



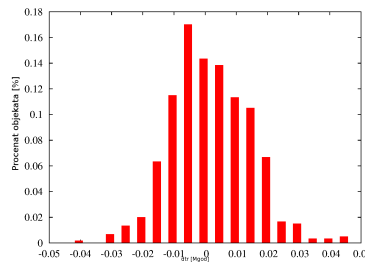
(e) -9.0×10^{-4} [AJ/Mgod]



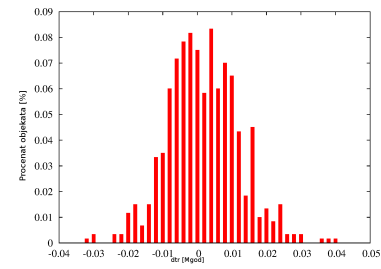
(f) -1.13×10^{-3} [AJ/Mgod]



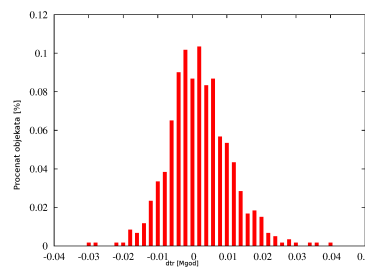
(g) -1.35×10^{-3} [AJ/Mgod]



(h) -1.56×10^{-3} [AJ/Mgod]

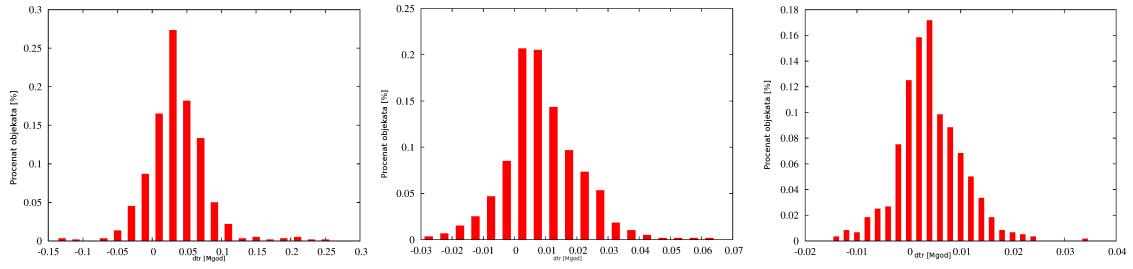


(i) -1.78×10^{-3} [AJ/Mgod]

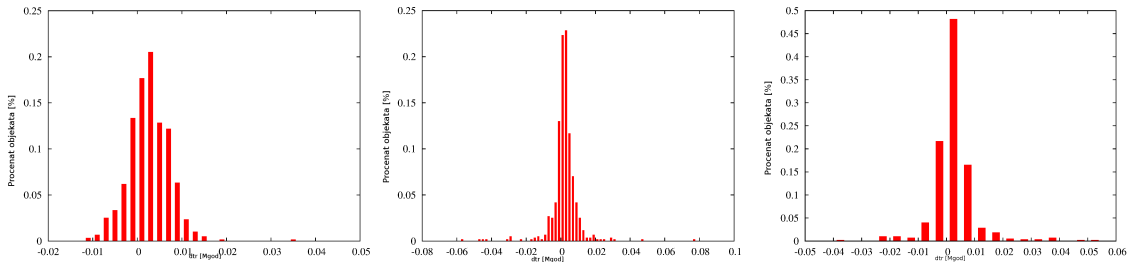


(j) -2.0×10^{-3} [AJ/Mgod]

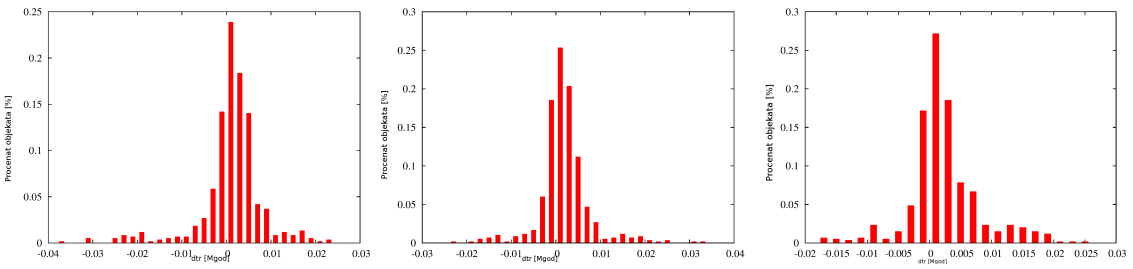
Slika 67: Isto kao na slici 60, samo za rezonancu 17:7.



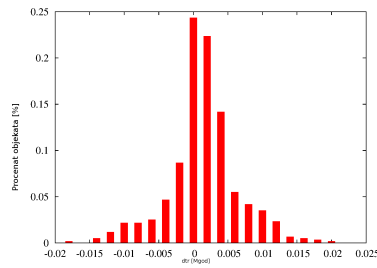
(a) -4.0×10^{-5} [AJ/Mgod] (b) -2.6×10^{-4} [AJ/Mgod] (c) -4.8×10^{-4} [AJ/Mgod]



(d) -7.0×10^{-4} [AJ/Mgod] (e) -9.0×10^{-4} [AJ/Mgod] (f) -1.13×10^{-3} [AJ/Mgod]

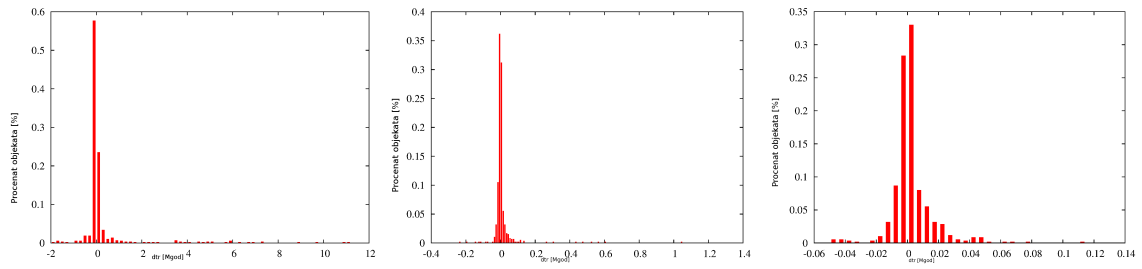


(g) -1.35×10^{-3} [AJ/Mgod] (h) -1.56×10^{-3} [AJ/Mgod] (i) -1.78×10^{-3} [AJ/Mgod]

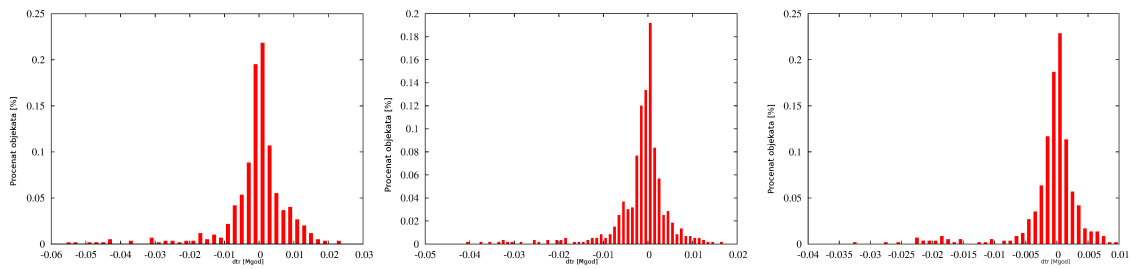


(j) -2.0×10^{-3} [AJ/Mgod]

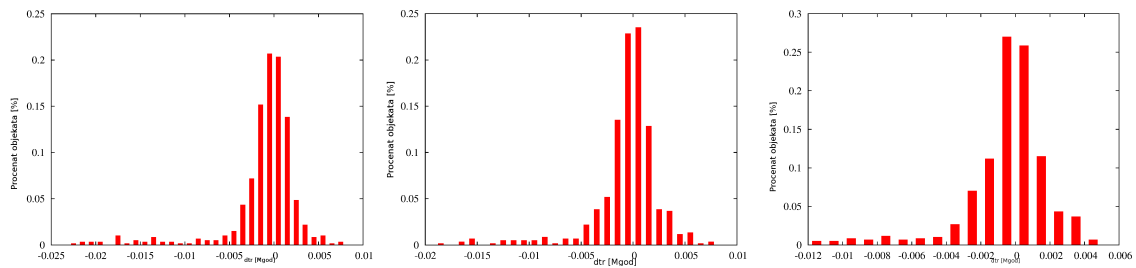
Slika 68: Isto kao na slici 60, samo za rezonancu 18:7.



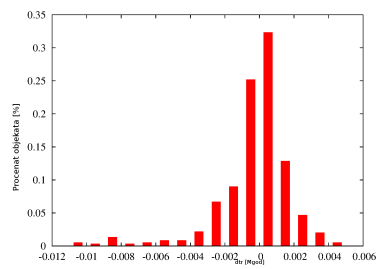
(a) -4.0×10^{-5} [AJ/Mgod] (b) -2.6×10^{-4} [AJ/Mgod] (c) -4.8×10^{-4} [AJ/Mgod]



(d) -7.0×10^{-4} [AJ/Mgod] (e) -9.0×10^{-4} [AJ/Mgod] (f) -1.13×10^{-3} [AJ/Mgod]



(g) -1.35×10^{-3} [AJ/Mgod] (h) -1.56×10^{-3} [AJ/Mgod] (i) -1.78×10^{-3} [AJ/Mgod]



(j) -2.0×10^{-3} [AJ/Mgod]

Slika 69: Isto kao na slici 60, samo za rezonancu 17:6.

11 Biografija autora

Ivana Milić Žitnik je rođena 18.09.1984. u Kruševcu, Srbija. Diplomirala je na Matematičkom fakultetu Univerziteta u Beogradu na smeru Astronomija 2009. godine sa prosečnom ocenom 8.62 u zvanju Diplomirani matematičar - astronom. Diplomске akademske master studije je završila 2010. godine na istom smeru sa zvanjem Master astronomije. Na master studijama je imala prosečnu ocenu 9.20 i na odbrani master rada 10. Doktorske studije na istom smeru je upisala 2010. godine na budžetu Republike Srbije i imala je prosečnu ocenu 9.875.

Boravila je na Astronomskoj opservatoriji Ondřejov u Češkoj u 2007. i 2008. godini učestvujući u izradi posmatračkog kataloga zvezda zenitne tube, u obradi podataka i posmatranjima pomoću CCD kamere. Pohađala je u 2007. godini letnju školu astronomije u Beogradu, organizovanu od strane Matematičkog fakulteta. Bila je saradnik 2010. i 2016. godine u radu Nacionalnog astronomskog olimpijskog komiteta, u držanju časova i pregledanju zadataka sa regionalnog takmičenja.

Na projektu 176011 "Dinamika i kinematika nebeskih tela i sistema" na Astronomskoj opservatoriji u Beogradu zasniva radni odnos 2011. godine na određeno vreme od tri godine u zvanju istraživač pripravnik. Radni odnos na neodređeno vreme ima od 2014. godine. U zvanje istraživač saradnik je izabrana 2011. godine i reizabrana u isto zvanje 2015. godine. Bila je član Lokalnog organizacionog komiteta na XVI Nacionalnoj konferenciji astronoma Srbije i XVIII Srpskoj astronomskoj konferenciji. Učestvovala je sa saopštenjima na 13 međunarodnih i nacionalnih konferencija. Ima 6 radova sa recenzijom, od čega su 4 objavljena u časopisima na SCI listi.

Прилог 1.

Изјава о ауторству

Потписани-а Ивана Милић Житник

број индекса 2012/2010

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

Нумеричка анализа динамике резонантних астероида
под дејством ефекта Јарковског

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

Потпис докторанда

У Београду, 14.11.2017.

Ивана Милић Житник

Прилог 2.

Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора Ивана Милић Житник

Број индекса 2012/2010

Студијски програм Астрономија и астрофизика
Нумеричка анализа динамике резонантних астероида

Наслов рада под дејством ефекта Јарковског

Ментор др Бојан Новаковић

Потписани/а Ивана Милић Житник

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла за објављивање на порталу **Дигиталног репозиторијума Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис докторанда

У Београду, 14.11.2017.

Ивана Милић Житник

Прилог 3.

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Нумеричка анализа динамике резонантних астероида
под дејством ефекта Јарковског

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство
2. Ауторство - некомерцијално
3. Ауторство – некомерцијално – без прераде
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима
5. Ауторство – без прераде
6. Ауторство – делити под истим условима

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци, кратак опис лиценци дат је на полеђини листа).

Потпис докторанда

У Београду, 14.11.2017.

Милана Милићкић

1. Ауторство - Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.

2. Ауторство – некомерцијално. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.

3. Ауторство - некомерцијално – без прераде. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.

4. Ауторство - некомерцијално – делити под истим условима. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.

5. Ауторство – без прераде. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.

6. Ауторство - делити под истим условима. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.