

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ

Др БРАНИСЛАВ М. ШЕВАРЛИЋ

Др ЗАХАРИЈЕ М. БРКИЋ

ОПШТА АСТРОНОМИЈА

ОСНОВИ КЛАСИЧНИХ АСТРОНОМСКИХ ДИСЦИПЛИНА



САВРЕМЕНА АДМИНИСТРАЦИЈА

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ

Др БРАНИСЛАВ М. ШЕВАРЛИЋ
редовни професор
Природно-математичког факултета

Др ЗАХАРИЈЕ М. БРКИЋ,
редовни професор
Природно-математичког факултета

ОПШТА АСТРОНОМИЈА

ОСНОВЕ КЛАСИЧНИХ АСТРОНОМСКИХ ДИСЦИПЛИНА

ЗА СТУДЕНТЕ ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКОГ ФАКУЛТЕТА

1971.

„САВРЕМЕНА АДМИНИСТРАЦИЈА”
издавачко-штампарско предузеће
БЕОГРАД

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ

Решењем Ректора Универзитета бр. 857 од 20. маја 1967. године овај
уџбеник одобрен је као уџбеник Универзитета

ИЗДАЊЕ:

„САВРЕМЕНА АДМИНИСТРАЦИЈА”

издавачко — штампарско предузеће

Београд, Кнез Михаилова бр. 6/V

Телефони: 624-096 и 622-369

Поштански фах: 479

Текући рачун: 608-1-140-1

Главни и одговорни уредник:

МИЛУТИН СРДИЋ

Уредник:

БОРА М. СТЕПАНОВИЋ

Технички уредник:

ВУКАШИН ОГЊЕНОВИЋ

ПРЕДГОВОР

Општа астрономија, баш као ни општа математика или општа физика, није посебна научна дисциплина, већ само наставни предмет. Она се на Природно-математичком факултету предаје у првој и другој години. Док у првој години она обухвата основе астрофизике и космогоније, у другој години обрађује основе класичних астрономских дисциплина: сферне, практичне и теоријске астрономије, небеске механике и, на крају, основе астрономске и физичке геодезије.

На тај начин општа астрономија, као наставни предмет, има двојаки циљ: да слушаоце уведе у основе свих астрономских дисциплина и оспособи их за слушање посебних течајева астрономије у старијим годинама и, с друге стране, да пружи будућим професорима астрономије у средњој школи солидна општа знања из овог предмета.

Ова књига обрађује основе класичних астрономских дисциплина, па је зато намењена првенствено слушаоцима друге године астрономске групе на природно-математичким факултетима. Но баш због своје општости може се користити и у свим другим факултетима и вишим школама где се предаје астрономија, као што су геодетски факултети, поморске војне и трговачке академије. Она, најзад, треба корисно да послужи и свим професорима астрономије у средњој школи као основа за освежавање њиховог стручног знања и за избор наставног градива.

Подаци из астронаутике, као у осталом и из астрономије унети су закључно са 1969. годином кад је рукопис ушао у штампу.

Писци су се трудили да у овој првој књизи своје врсте у нашој земљи постигну и јасност у излагању и савремени научни ниво. Они су свесни да у овом пионирском раду нису ни могли до краја успети. Зато ће бити захвални свакоме ко им саопшти недостатке ове књиге ма које врсте они били.

Писци су захвални рецензентима доц. др В. Оскањану и доц. др Ј. Симовљевићу, који су прегледали рукопис, као и својим сарадницима др Б. Телекију, вишем научном сараднику Астрономске опсерваторије, за низ драгоцених примедба и за свестрану помоћ око опремања рукописа, геодетском инжењеру Д. Шалетићу за преглед последње главе, студенту астрономије Р. Јовановићу за прикупљене податке из астронаутике, др инг Љ. Николићу, геодетском капетану Д. Мандићу и студенткињи Ж. Николић на изради већег дела цртежа, као и мр. С. Садаков за помоћ у коректурама.

Б. Ш.

З. Б.

САДРЖАЈ

УВОД

	Страна
1. Приступ — — — — —	3
2. Осврт на историјски развој астрономије — — — — —	4
3. Осврт на развој астронаутике — — — — —	7

Г л а в а п р в а

ОСНОВЕ СФЕРНЕ АСТРОНОМИЈЕ

А. Привидно дневно обртање небеске сфере

4. Небеска сфера и њени елементи — — — — —	17
5. Координатни системи за одређивање положаја небеског тела —	19
6. Привидно дневно обртање небеске сфере и звездано време. Небески екваторски координатни систем — — — — —	22
7. Координате тачке на Земљи — — — — —	24
8. Мере за углове — — — — —	25
9. Основни изрази сферне тригонометрије подешени за примену у астрономији — — — — —	26
10. Претварање координата — — — — —	32
11. Основне карактеристике звезда и основна сазвежђа — —	36
12. Излаз и залаз небеског тела — — — — —	38
13. Пролаз небеског тела кроз меридијан — — — — —	40
14. Пролаз небеског тела кроз први вертикал — — — — —	41
15. Највећа дигресија небеског тела — — — — —	42
16. Израчунавање паралактичког угла — — — — —	44
17. Пролаз небеског тела кроз дати алмукантар — — — — —	45
18. Приближна хоризонтска ефемерида Северњаче — — — — —	46
19. Прираштаји хоризонтских координата — — — — —	47

Б. Привидно годишње кретање Сунца и мере за време

20. Привидно годишње кретање Сунца и његове последице — —	50
21. Право, средње и грађанско време — — — — —	54
22. Месно, зонско и указно време — — — — —	57

23. Везе између правог, средњег, грађанског, зонског и указног времена — — — — — — — — — —	61
24. Прелаз са звезданог на грађанско и са грађанског на звездано време — — — — — — — — — —	63
25. Одређивање изгледа звезданог неба — — — — — — — — — —	67

В. Привидно Месечево кретање око Земље

26. Привидно Месечево кретање око Земље — — — — — — — — — —	68
27. Неравномерности Земљина обртања — — — — — — — — — —	70
28. Ефемеридско време — — — — — — — — — —	73

Г. Календари и хронологија

29. Три врсте календара — — — — — — — — — —	76
30. Јулијански календар или стари стил — — — — — — — — — —	77
31. Грегоријански календар или нови стил — — — — — — — — — —	77
32. Миланковићева реформа јулијанског календара — — — — — — — — — —	78
33. Пројекти новог календара — — — — — — — — — —	78
34. Хронолошко рачунање — — — — — — — — — —	79

Д. Привидно кретање планета, комета, метеорских ројева и метеора

35. Привидно кретање доњих и горњих планета по небеској сфери	79
36. Птолемејев геоцентрични систем света — — — — — — — — — —	81
37. Привидни изглед Месеца и планета — — — — — — — — — —	83
38. Комете, метеорски ројеви и метеори — — — — — — — — — —	84

Б. Појаве које мењају положаје небеских тела

39. Астрономска рефракција — — — — — — — — — —	87
40. Утицај рефракције на излаз и залаз — — — — — — — — — —	92
41. Треперење звезда. Сумраци — — — — — — — — — —	92
42. Паралакса небеског тела — — — — — — — — — —	95
43. Дневна паралакса и њен утицај на хоризонтске и екваторске координате Сунца — — — — — — — — — —	98
44. Одређивање даљина и правих величина небеских тела у Сунчевом систему — — — — — — — — — —	104
45. Годишња паралакса звезда и њен утицај на еклиптичке и екваторске координате — — — — — — — — — —	108
46. Одређивање звезданих даљина тригонометријском методом — — — — — — — — — —	113
47. Абериација светлости — — — — — — — — — —	115
48. Дневна абериација и њен утицај на екваторске координате — — — — — — — — — —	121
49. Утицај годишње абериације на еклиптичке и екваторске координате — — — — — — — — — —	122
50. Прецесија — механизам појаве — — — — — — — — — —	125

	Страна
51. Утицај прецесије на екваторске координате — — — — —	131
52. Астрономска нутација — — — — —	135
53. Утицај астрономске нутације на екваторске координате —	138
54. Сопствено кретање звезда и његов утицај на екваторске координате — — — — —	140
54' Средњи прави и привидни положај звезде и њихова међусобна веза — — — — —	143
55. Астрономске ефемериде — годишњаци — — — — —	149

Г л а в а д р у г а

ОСНОВЕ ПРАКТИЧНЕ АСТРОНОМИЈЕ

А. Астрометријски инструменти

56. Историјски развој астрометријских инструмената — — —	152
57. Часовници, хронометри и хронографи и њихова употреба —	162
58. Мерни органи астрономских инструмената и њихова употреба	172
59. Универзални инструмент, његова основна ректификација и употреба — — — — —	179
60. Зенит-телескоп, његова основна ректификација и употреба —	187
61. Мали пасажни инструмент с безличним микрометром, његова основна ректификација и употреба — — — — —	190
62. Астролаб с призмом, његова основна ректификација и употреба	192
63. Секстанти, њихова основна ректификација и употреба — —	195
64. Инструменти за фундаменталну астрометрију, њихова основна ректификација и употреба — — — — —	200
65. Екваторијал, његова основна ректификација и употреба — —	205
66. Астрограф, његова основна ректификација и употреба — —	211
67. Нови астрометријски инструменти. — — — — —	216
68. Астрономске опсерваторије — — — — —	224

Б. Основне методе астрономских посматрања (мерења)

69. Оријентисање на Земљи по Сунцу, Месецу и звездама — —	225
70. Приближне методе одређивања меридијана, географске ширине и часовникова стања — — — — —	227
71. Прецизно одређивање азимута правца из мереног правца звезде	233
72. Методе за прецизно одређивање географске ширине — — —	234
73. Методе за прецизно одређивање часовникова стања — —	238
74. Методе за једновремено одређивање географске ширине и часовникова стања — — — — —	241
75. Часовна служба — — — — —	242
76. Методе за одређивање географске дужине — — — — —	247
77. Примене астрономије у геодезији — — — — —	250
78. Примене астрономије у морепловству и ваздухопловству —	252
79. Методе за одређивање положаја вештачких Земљиних сателита (ВЗС) — — — — —	253

80. Појам о апсолутном и релативном одређивању екваторских координата звезда — — — — —	254
81. Појам о астрографском одређивању екваторских координата — — — — —	257
82. Посматрачки звездани каталози — — — — —	258
83. Фундаментални звездани каталози — — — — —	260
84. Систематске грешке каталога — — — — —	262
85. Фундаменталне астрономске константе — — — — —	264

Г л а в а т р е ћ а

ОСНОВЕ ТЕОРИЈСКЕ АСТРОНОМИЈЕ

А. Транслаторно кретање

86. Коперников хелиоцентрични систем света — — — — —	266
87. Право Земљино годишње кретање око сунца. Извођење Кеплерових закона из посматрања — — — — —	267
88. Право Месечево кретање око Земље — — — — —	270
89. Права кретања планета и објашњење њихових привидних кретања Коперниковом теоријом — — — — —	271
90. Елементи планетских путања — — — — —	274
91. Одређивање геоцентричних положаја планете из путањских елемената — — — — —	276
92. Путање планетских сателита — — — — —	282
93. Привидни распоред Јупитерових сателита — — — — —	283
94. Облик Сатурнових прстенова — — — — —	284
95. Путање комета — — — — —	285
96. Путање метеора и метеорских ројева (потока) — — — — —	289
97. Путање вештачких Земљиних сателита (ВЗС) — — — — —	291

Б. Ротационо кретање

98. Земљина ротација — — — — —	294
99. Утицај ротације на Земљин облик и њену гравитацију — — — — —	297
100. Одређивање ротационог кретања небеских тела посматраних са Земље — — — — —	298
101. Елементи ротације Сунца и планета — — — — —	300
102. Месечево ротационо кретање — — — — —	302
103. Месечеве либрације — — — — —	303

В. Помрачења

104. Помрачења Месеца — — — — —	305
105. Помрачења Јупитерових сателита — — — — —	309
106. Помрачења Сунца — — — — —	311
107. Сарос — — — — —	316
108. Окултације небеских тела Месецем — — — — —	317
109. Пролази Меркура и Венера испред Сунчевог котура — — — — —	318

Г л а в а ч е т в р т а

ОСНОВЕ НЕБЕСКЕ МЕХАНИКЕ.

	Страна
110. Извођење закона опште гравитације из Кеплерових закона —	319
111. Теоријско извођење Кеплерових закона из Њутнова — проб- лем двају тела — — — — — — — — — —	322
112. Појам о проблему трију и више тела. Поремећаји — — —	330
113. Појам о проблему трију и више тела — — — — — — —	332
114. Поремећаји Месечева кретања — — — — — — —	334
115. Поремећаји планетских путања и проблем стабилности Сун- чева система — — — — — — — — — —	335
116. Открића Урана, малих планета, Нептуна и Плутона — — —	335
117. Плима и осека — — — — — — — — — —	337
118. Одступања у Месечеву кретању која се не могу објаснити Њу- тоновим законом гравитације — — — — — — — — — —	340
119. Померање перихела Меркурове путање — — — — — — —	340

Глава пета

ОСНОВЕ АСТРОНОМСКЕ И ФИЗИЧКЕ ГЕОДЕЗИЈЕ

A. Основе астрономске геодезије

120.	Земљин облик	— — — — — — — — — — — — — —	341
121.	Спуштање хоризонта и даљина вида	— — — — — — — — — — — — — —	342
122.	Мерење димензија Земље као лопте	— — — — — — — — — — — — — —	343
123.	Триангулација	— — — — — — — — — — — — — —	347
124.	Нивелман	— — — — — — — — — — — — — —	348
125.	Степенска мерења. Одређивање Земљина сфероида	— — — — — — — — — — — — — —	350
126.	Употреба вештачких сателита за одређивање Земљина облика	— — — — — — — — — — — — — —	352
127.	Геоид и његово одређивање астрономско-геодетском методом	— — — — — — — — — — — — — —	354
128.	Снимање земљишта	— — — — — — — — — — — — — —	356
129.	Картографске пројекције. Израда и репродукција планова и карата	— — — — — — — — — — — — — —	360

Б. Основе физичке геодезије

130.	Промене силе теже на Земљиној површини	—	—	—	—	—	—	—	—	364
131.	Гравиметријски инструменти	—	—	—	—	—	—	—	—	365
132.	Аномалије силе теже. Изостазија	—	—	—	—	—	—	—	—	366
133.	Астрономско-гравиметријско одређивање геоида	—	—	—	—	—	—	—	—	367
134.	Периодично померање Земљиних полова	—	—	—	—	—	—	—	—	368
135.	Вековно померање Земљиних полова	—	—	—	—	—	—	—	—	371
136.	Плима и осека Земљине коре	—	—	—	—	—	—	—	—	376
137.	Одређивање Земљине масе и средње густине	—	—	—	—	—	—	—	—	377
138.	Физичка грађа Земље	—	—	—	—	—	—	—	—	379
139.	Хемијски састав Земљине коре и језгра	—	—	—	—	—	—	—	—	382
140.	Развитак Земљине коре	—	—	—	—	—	—	—	—	384
141.	Земљина старост	—	—	—	—	—	—	—	—	386
Преглед појмова и имена										388
Литература										400

ОПШТА АСТРОНОМИЈА

У В О Д

1. **Приступ.** — Астрономија је најстарија и најтачнија природна наука која изучава положаје, привидна и права кретања, даљине, димензије, масе, физичку природу, хемијски састав, постанак и развој небеских тела, и то како оних у нашој ближој насеобини — *Сунчеву систему* (Сунце, планете планетоиди, сателити природни и вештачки, комете, метеори и космичка прашина), тако и оних у нашој широј насеобини — *Звезданом систему* или *Галаксији* (звезде, звездана јата, светле и тамне галактичке маглине и међузвездана материја) и, најзад, оних у другим звезданим системима, другим галаксијама — спиралним и другим вангалактичким маглинама.

До својих резултата астрономија долази теоријским (математичким) разматрањем, као и посматрањем (мерењем) и њиховом математичком обрадом. Посматрања се данас врше оптичким и другим инструментима. Зато је услов за успешно изучавање астрономије добро познавање математике и физике.

Астрономија се дели на:

1^о *Сферну астрономију*, која даје математичка правила за дефинисање положаја небеских тела и изучавање њихових привидних кретања изазваних разним природним појавама.

2^о *Практичну астрономију*, која даје методе за испитивање астрономских инструмената, за одређивање положаја небеских тела и тачака на Земљи астрономским инструментима и за одређивање фундаменталних астрономских констаната.

Обе ове гране заједно називају се још *положајна астрономија*, *математичка астрономија* или *астрометрија*.

3^о *Небеску механику*, која полазећи од закона механике, до којих се дошло обрадом посматрања и извесних претпоставака, математички изучава законе правих трансляторних и обртних кретања небеских тела и облике ових тела.

4^о *Теоријску астрономију*, која из положаја небеских тела одређених посматрањем израчунава њихове путање — *орбите* — и из ових путања израчунава њихове положаје за сваки жељени тренутак у прошлости, садашњости и будућности, тз. *ефемериде*.

5^о *Астрофизику* или *физичку астрономију*, која изучава физички и хемијски састав небеских тела и услове који на њима и у њима владају.

6^o *Звездану астрономију*, која, користећи најчешће методе математичке статистике, а исто тако небеске механике и астрофизике, изучава законитости живота и кретања звезда и звезданих група у нашем и другим звезданим системима.

7^o *Космогонију*, која се бави питањима постанка и развоја појединих небеских тела и њихових система и, најзад,

8^o *Космологију*, која покушава да докучи законитости којима се повинује васиона као целина.

Основи свих ових грана астрономије уче се често у виду уводног течаја под називом *општа астрономија*.

Поред свог основног значаја који астрономија има као једна од фундаменталних наука, она има велики идеолошки и васпитни значај у образовању правилног погледа на свет и свој велики практични значај при одређивању, одржавању и преношењу тачног времена, одређивању географских координата и премеру Земље, календарским и хронолошким рачунима, морепловству, ваздухопловству, космопловству, итд. Она је, користећи се методима математике и физике, давала кроз читаву историју наука највећег подстрека за развој ове две науке, а затим геодезије, геофизике, геохемије, хемије, и, најзад, технике и оптике, одакле долази њен значај за развој ових наука.

2. Осврт на историјски развој астрономије. — Смена дана и ноћи и годишњих доба, као и оријентација на Земљи помоћу звезда, били су познати још преисторијским номадима, а њима се служио и први земљорадник.

Прва дубља знања о кретањима небеских тела поникла су у Кини, Асиру и Вавилонији на 3000 г. пре н. е. Они су већ поделили све звезде у сазвежђа и пратили привидна кретања Сунца, Месеца и онда познатих планета (Меркур, Венера, Марс, Јупитер и Сатурн) по небеској сфери. Увели су зодијачке знаке. Знали су дужину године и приметили неједнакост годишњих доба. Годину су поделили у 12 месеца, а дан у 12 двоструких часова. Открили су периоду „сарос“ од 19 тропских година, после које се понављају Сунчева и Месечева помрачења. Одредили су периоде обилажења Месеца и планета по звезданом небу. Знали су да је Зорњача и Вечерњача једна те иста планета. Почетак египатског календарског рачунања пада у 4242. г. пре н. е.

Египћани су знали за годину од 365 дана, но већ су били приметили да она за четвртину дана закашњава за природним појавама. И они су вршили систематска посматрања небеских тела, као и Вавилонци, како у астролошке, тако и у практичне сврхе. Приметили су да кишном периоду, везаном за земљорадњу, претходи Сиријусов излаз непосредно пре Сунца — *хелијачки излаз* — што им је омогућило да предвиђају кишне периоде.

Астрономија се јавља у Грчкој у VI в. пре н. е., где су је пренели морепловци из Месопотамије и Египта. *Талес* предвиђа Сунчева помрачења, први учи да небо и Земља имају облик лопте. Ту и тада јавља се први геоцентрични систем света, који су створили питагорејци: Земља је лопта која лебди у средишту васионе око кога се окреће кристална сфера звезда. У њој се окрећу 7 мањих сфера, од којих свака носи по једно покретно небеско тело — Сунце, Месец и 5 планета. Каснији питагорејци већ померају Земљу из сре-

дишта васионе и уче да се она okreће око своје осе изазивајући промену дана и ноћи. Са овим постаје непотребно обртање сфере звезда.

У Атини је *Хераклид* већ учио да се Земља okreће и да око ње обилазе Сунце и Месец а око Сунца планете, па се тако приближио хелиоцентричном систему света. Међутим, *Аристотел* (IV в. пре н. е.) је био чисти геоцентричар. Он је први научним разлозима доказао Земљин сферни облик и приближне димензије. Земљино кретање оспоравао је из непознавања закона инерције и неизмерно великих звезданих даљина.

Од IV в. пре н. е. до II в. астрономија цвета у грчкој колонији у Александрији. *Аристил* и *Тимохарис* (IV в. пре н. е.) стварају први звездани каталог у еклиптичком координатном систему. **Аристарх** (III в. пре н. е.) налази геометријске методе и из мерења углова међу небеским телима одређује први величине Сунца и Месеца и даљине ових небеских тела. Величина Сунчева одређује га да га стави у средиште света и тако ствара први научно засновани хелиоцентрични систем са Сунцем у средишту васионе око кога обилазе Земља и све остале планете. *Ератостен* (II в. пре н. е.) налази први методу за премер Земљиних димензија и добива за Земљин полупречник вредност блиску данашњој. У његово време Египћани врше календарску реформу уводећи први пут преступне године (*Канонски едикт*). 200 година доцније Александријац *Сосиген* ову реформу уводи у римски календар, преко кога се и данас задржала (*стари стил* или *јулијански календар*).

Нешто касније *Аполоније* даје чувену теорију епикикала у покушају да реши проблем како би изгледале посматране са Земље путање планета које обилазе око Сунца по *Аристарховом* учењу.

Хипарх (II в. пре н. е.) конструише нове инструменте и даје нов каталог звезда. Упоређујући га с *Аристилевим* и *Тимохарисовим* открива појаву прецесије. Иако велики посматрач, *Хипарх* није имао космички поглед *Аристархов*, те се враћа геоцентричном систему света.

Птоlemeј (II в.) стоји у завидном положају према другим грчким астрономима, јер му је главно дело „*Алмагест*” — Зборник свих астрономских знања старог века — у целини сачувано и преко Арапа доспело и у западну Европу у средњем веку. Ослањајући се на *Хипарха*, *Птоlemeј* у њему даје слику свог геоцентричног система света: ① Небески свод има облик лопте и обрће се као ова. ② По свом облику наша је Земља, сматрана као целина, такође округла. ③ Својим положајем наша Земља заузима, као какав центар, средиште целокупног небеског свода. ④ Својом величином и одстојањем наша Земља стоји према сфери звезда некретница у односу једне тачке. ⑤ Земља нема кретања које би изазвало промену њена положаја.

Подржаван учењем цркве овај систем се задржао кроз цео средњи век. У овој епохи је млади арапски народ, који је освојио све земље у Средоземљу, овладао тековинама грчке културе и пренео их и у саму Европу. Чувени су остали арапски премери Земље и њихова посматрања небеских тела. Опсерваторија *Улуг-Бекова* у Самарканду и данас је живи споменик ове културе.

У западној Европи први је *Никола Кузански* (XV в.) учио да се Земља креће. Његови савременици *Пурбах* и *Региомонтанус* превели су *Архимеда* и *Птоlemeја* и тако упознали западну Европу са грчком и александријском астрономијом.

У епохи ренесансе јавља се у Европи низ великих астронома који васкрсавају стару грчку астрономију и доводе је до новог савршенства. Први је *Коперник* (1473—1543), који са новом снагом и доказима васпоставља хелиоцентрични систем у савршенијем облику од *Аристархова* у свом бесмртном делу „*De revolutionibus orbium coelestium*”, 1543. По њему Земља врши три кретања: ① Дневно обртање око своје осе од запада на исток, из кога следује привидно кретање свих звезда од истока према западу. ② Годишње кретање око Сунца од запада према истоку, из кога следује привидно годишње крета-

ње Сунца у истом смеру. 3. Вишегодишње конично кретање Земљине осе око нормале на равни еклиптике у обрнутом смеру од претходних кретања.

Велики посматрач неба Тихо Брахе (1546—1601) на својој опсерваторији »Uraniborg« на данском острву Хвену био је у то време конструисао читав арсенал великих инструмената и извршио са својим ученицима низ посматрања звезда и планета, нарочито Марса. Ова последња послужила су његовом ученику Јохану Кеплеру да доврши Коперников хелиоцентрични систем и обогати га егзактним законима планетског кретања.

Међутим, Галилејева (1564—1642) је заслуга за очигледне доказе у прилог Коперникова система, што је знао први уперити у небо новопронађени дурбин. Сагледавши Јупитерове месеце постало му је намах јасно да се кретања небеских тела врше и око других средишта но што је Земља, а кад је сагледао Венерине мене сумње више није могло бити да планете, па међу њима и Земља, обилазе око Сунца. У своме делу »Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo Tolemaico e Copernicano« (1632.) са таквом је жестином устао у одбрану Коперникова система који је инквизиција осудила, да је био мучен и изложио се доживотном прогонству. Из сличног разлога нешто пре тога био је философ Бордано Бруно жив спаљен на ломачи.

Нешто касније, када је хелиоцентрични систем већ био усвојен у научним круговима, Јохан Кеплер (1571—1630) подвргао је нумеричкој обради Брахеова посматрања, да после више година дође до својих знаменитих закона планетског кретања исказаних у његовим делима »Astronomia nova de motibus stellae Martis« (1609) и »Harmonices mundi« (1619): ① Планете описују око Сунца елипсе, у заједничкој жижи тих елипса налази се Сунце. ② Радијус-вектор Сунце-планета превлачи у једнаким временима једнаке површине. ③ Квадрати времена обилажења појединих планета око Сунца имају се као кубови великих полуоса њихових путања.

Пошто је Хајгенс (1629—1695) дао своје теореме о центрипеталном убрзању, Њутну (1643—1727) је пошло за руком да да у прецизној научној форми основне законе механике, а затим служећи се њима, као и Кеплеровим законима и Хајгенсовим теоремама, да дође до свог закона опште гравитације исказаног у његовом бесмртном делу »Philosophiae naturalis principia mathematica« (1687): Сваки део материје у васиони привлачи сваки други део силе којом која пада у правцу тих деова а има интензитет сразмеран производу њихових маса а обрнуто сразмеран квадрату њихова растојања. Из овог закона никла је једна нова наука — небеска механика, која је даље решила многе дотле нерешене проблеме трансляторних и обртних кретања разних небеских тела, проблеме њихових облика, проблем плиме и осеке и многе друге.

Открића појава аберације и паралаксе сјајно су потврдила Коперниково учење које је данас у основи астрономске науке, а Земљина спљоштеност, Беров закон, Фукоов оглед и др. очигледно су доказали Земљину ротацију. Леверије—Адамсово откриће Нептуна (1845—1846) било је прави тријумф Њутнова закона. Касније су се показали извесни недостаци и у самој Њутновој теорији, који су данас делимично отклоњени теоријом релативности.

Са оснивањем великих опсерваторија у Паризу 1665, Гриницу 1676, Русији 1692. и др. и са применом дурбина на астрономске инструменте јавља се низ нових открића. 1718. откривено је сопствено кретање звезда, измерена су Земљина просторства и даљина Сунца. Од 1835.—1840. Струве, Бесел и Хендерсон одредили су прве звездане даљине и показали да нас од најближих звезда раздваја неколико светлосних година. Откривени су сателити великих планета, а већ крајем XVIII в. орбитско кретање двојних звезда.

У то доба Хершел је открио да се и Сунце креће међу звездама и дао прве податке о структури Млечног Пута. Кант (1755) и Лаплас (1796) дају прве хипотезе о постанку Сунчевог система, које су учиниле револуцију у схватању о вечитој сталности висионе и кретању небеских тела.

Половином XIX в. нагло се уводе физички инструменти у астрономска посматрања, примењује се фотографија и спектроскопија. Ствара се нова грана астрономије — астрофизика. Мере се радијалне брзине звезда, које компоноване с њиховим сопственим кретањима дају представу о просторном кретању звезда и ударају темељ звезданој динамици и звезданој астрономији. Физичким мерењима, крајем XIX и почетком XX в. утврђују се основне карактеристике звезда: величина, сјај, температура, маса, густина, укупно зрачење и др. Долази и до сазнања да има мали број веома врелих и сјајних звезда, цинава, огроман број звезда сличних карактеристика као и Сунце и такође мањи број црвених патуљака. Откривају се звезде са изузетно густом материјом — бели патуљци.

Ми се овде нећемо задржавати на читавом низу значајних открића којима је наша знања о васиони обогатила астрофизика у овом веку, јер се о њима подробније говори у Курсу опште астрономије I. Међутим, не можемо пропустити а да не истакнемо све већи значај који и астрометрија или положајна астрономија добива из дан у дан са човековим освајањем васионе и са применом електронике на астрометријске инструменте за најпрецизнија мерења. Откривају се појаве померања Земљиних полова и континената, откривају се неравномерности у Земљиној ротацији и друге важне појаве и улази све ближе у познавање њихових законитости. Одређују се нове, тачније вредности за тзв. фундаменталне астрономоке константе, а с проналаском атомског часовника чија се тачност пење на милионите делове секунде јавља потреба за увођењем новог временског еталона и нове јединице за мерење времена. То су проблеми који су данас предмет најживљих преокупација у астрометрији, која је са пуштањем вештачких земљиних сателита и њиховим научним и многоструким практичним коришћењем поново постала веома актуелна.

3. Осврт на развој астронаутике. — Нагли развој ракетне технике у периоду после другог светског рата, затим развитак прецизне механике, аутоматике, радио-електронике и многих других грана науке и технике, омогућио је успешно лансирање вештачких небеских тела на путању око Земље и даље у међупланетски простор.

Прву теорију ракетног кретања са конкретним предлогом плана за освајање васионе дао је Циолковски 1903. г. У том пројекту реч је о вишестепеној ракети избаченој са вештачког Земљиног сателита (ВЗС) у правцу Месеца са техничким појединостима које се једна по једна у наше време приводе у стварност. У тој тежњи главни проблем је био достићи тако велику почетну брзину која ће пројектил одвојити од Земље и изнети га ван практичног домашаја њене теже, да се више на њу не врати.

Да би се ВЗС кретао по кружној путањи, потребно је по Даламберовом принципу да његова тежина mg буде једнака центрифугалној сили mv^2/r тј. Потребно је да буде избачен тз. *првом космичком брзином*, која при Земљиној површини износи $v_1 = \sqrt{gr} = \sqrt{9,81 \cdot 637800} = 7,912 \text{ km/sec}$.

Да би се ракета отиснула у међупланетски простор, треба да је њена кинетичка енергија $mv^2/2$ једнака потенцијалној mg_0R на Земљиној површини, тј. $\frac{mv^2}{2} = mgR$

Потребно је да достигне другу космичку или критичну брзину v_2 , која се добива из горње једнакости: $v_2 = \sqrt{2g_0 R} = \sqrt{1 \cdot 2} = 7912 \sqrt{2} = 11,170 \text{ km/sec}$

Да би се ВЗС подигао на одређену висину, а затим упутио на путању око Земље, потребно је брзину v_1 нешто повећати и довести је на тзв. *карактеристичну брзину* V_x која се креће између v_1 и v_2 . V_x за висину од 200 км износи око 8 км/сек. Пошто се ракета избаци вертикално, на одређеној висини њој се аутоматски промени смер у хоризонталан. Ако се карактеристична брзина и мало повећа или смер није потпуно хоризонталан ВЗС ће се кретати по елиптичној путањи.

Пре но што бисмо изнели кратак историјат пуштања ВЗС, васионских бродова (ВБ) и аутоматских међупланетских станица (АМС) и навели главне резултате њихове значајне за астрономију, поменимо само да се пројектују већ бродови који ће напустити и сам Планетски систем и упутити се на пла-

нетски систем неке од оближњих звезда. Да би се то остварило потребно је брзину v_1 још више повећати, тј. достићи тз. *трећу космичку брзину*. За њом ће доћи *четврта космичка брзина* која ће наше ракете — васионске лабораторије — са инструментима, затим са роботима и, најзад, са људима упутити ван нашег Звезданог система, према другим галаксијама, дакле ма у који жељени кутак васионе.

① *Вештачки Земљини сателити (ВЗС)*. Први вештачки Земљин сателит „Спутњик 1” лансиран је 4. 10. 1957. г. из СССР у вези с програмом научних истраживања у оквиру Међународне геофизичке године 1957/58. „Спутњик” је имао облик лопте пречника 53 см. а тежина му је била 83,6 кг. Кружио је око Земље 94 дана. За то време је Земљу облетео 1400 пута и превалио око 40 милиона километара. На спољној површини имао је 4 антене у облику штапова. 2 радиоемисиона уређаја непрекидно су емитовала сигнале које су могли примати и радио аматери. Помоћу „Спутњика 1” дошло се до драгоцених података о високим слојевима атмосфере (перихел 228 км, афел 946 км, нагиб путање према екватору $64^{\circ}3$). Мерене температуре и густина ваздуха у јоносфери показале су да су теоријске вредности биле ниже од стварних.

Изабацивањем „Спутњика 1” започела је нова ера практичних метода астрономије, нова ера у проучавању васионе.

Већ месец дана доцније на путању око Земље убачен је „Спутњик 2”, тежак 508,3 кг, намењен испитивању космичких зракова, ултраљубичастог и рендгенског зрачења Сунца, температуре, притиска и понашање пса Лајке, који је био уједно прво живо биће са Земље у васиони. Овим сателитом је такође испитивана нехомогеност јоносфере.

1. 2. 1958. г. САД избацују на путању око Земље сателит „Експлорер 1” који је у 1969. г. још увек летео око Земље. Сврха му је била да проучи космичке зраке, микрометеорите, температуру околне средине итд. Резултат истраживања је био откриће тз. унутрашњег појаса зоне захваћене радијације. 17. 3. 1958. г. избачен је из САД сателит „Вангард 1”, помоћу кога су вршена нова мерења температуре и густине ваздуха у горњим слојевима атмосфере, као и геодезијска мерења која су показала да је Земља крушкаста облика.

„Спутњик 3” избачен је у мају месецу 1958. г. са циљем да проучи састав атмосфере, концентрацију позитивних јона у околини Земље (перихел 217 км, афел 1878 км, нагиб $65^{\circ}3$), електростатичка поља, магнетно поље Земље, корпускуларно зрачење са Сунца, космичке зраке, микрометеорите, притисак и температуру у простору око сателита и у самом сателиту.

Наредна три сателита „Експлорер 6”, „Вангард 3” и „Експлорер 7” избачена један за другим у другој половини 1959. г. у размаку од по месец дана, имала су за циљ да проуче магнетно поље Земље, микрометеорите, температуру јоносфере (на висинама од 250 км до 42400 км над Земљом), да изврше мерења рендгенског зрачења и далеког ултраљубичастог зрачења Сунца, простирања радио таласа кроз јонизовану средину, као и могућност коришћења Сунчевих батерија.

1. 4. 1960. г. из САД лансиран је први метеоролошки сателит „Тирос 1”, опремљен уређајима за телевизијско преношење слика о кретању формација облака. Током наредних година избацивани су

све савршенији метеоролошки сателити, који су изванредно много допринели развоју метеорологије. Ми се на њима нећемо задржавати, као ни на телекомуникацијским сателитима, ни на онима избаченим у војне сврхе.

Помоћу сателита „Транзит I B” избаченог 13. 4. 1960. г. испитивана је први пут могућност примене сателита као помоћног средства за навигацију по сваком времену. Априла 1961. г. избачен је 51. вештачки Земљин сателит „Експлорер 11” намењен мерењима гама зрачења и радијација уопште. Том приликом први пут је избачен омањи телескоп *Черенковљев* бројач у васиону.

Церија совјетских сателита избачених у размаку од 15. 5. 1960. г. („Спутњик 4”), па до 25. 3. 1961. г. („Спутњик 10”), била је у ствари припрема за први лет човека око Земље. Том приликом у више махова су се користили нарочито увежбани пси. Исте године (1961.) након остварених летова совјетских астронаута, на сличан начин су и Американци испитали, избацивањем капсуле „Меркури МА-5” са шимпанзом, која је облетела Земљу 2 пута и спустила се на Атлантук, могућност слања својих астронаута на путању око Земље.

Лансирањем „Космоса 1”, 16. 3. 1962. г. Совјети су започели систематско проучавање васионског простора и горњих слојева атмосфере помоћу сателита тог типа. Серија од 24 сателита типа „Космос” у 1962/63. г. и 27 истог типа у 1964. била је намењена проучавању космичких зракова, метеорског материјала, концентрације наелектрисаних честица, магнетног поља Земље, простирања електромагнетских таласа кроз јоносферу итд.

Поменимо још неколико ВЗС од већег значења. 30. 1. 1964. г. из СССР је успешно лансиран васионски систем од две научне станице „Електрон 1” и „Електрон 2”, које су једном ракетом-носачем изведене на потпуно различите путање. Оба сателита носила су исте уређаје за мерење електрона и протона различитих енергија. Ова мерења требало је да омогуће одређивање састава зрачења у Земљином радијацијском појасу једноновременно на два места у простору. Станица „Електрон 1” изучавала је унутрашњи део радијацијског појаса, док је станица „Електрон 2” проучавала његов спољашњи део.

На „Електрону 1” налазио се радио-отпремник који је емитовао кохерентне радио таласе, чије је праћење помоћу земаљских станица пружало податке о њиховом простирању кроз јонизовану средину и о концентрацији електрона у областима које је пресекала трајекторија сателита. Специјалним бројачима регистроване су биле и честице малих енергија.

„Електрон 2” имала је 2 магнетометра за мерење величине и смера магнетних поља у околини Земље. Једним је мерено интензивно Земљино магнетно поље, а другим слабе пертурбације поља. На овом сателиту су се налазили и инструменти за регистрацију Сунчевих рендгенских зракова.

16. 7. 1965. г. је у Совјетском Савезу на путању изведен сателит „Протон 1” са корисним теретом од 12 тона. Комплекс научне апаратуре на „Протону 1” предвиђен је био за решавање низа фундаменталних проблема физике космичких зракова супервисоких енергија, а посебно за проучавање космичких зракова са Сунца и одређи-

вање високоенергетског спектра гама зрачења које емитује центар наше Галаксије. Ово је прво из серије великих научних космичких лабораторија типа „Протон” намењених сложеним истраживањима космичких зракова.

Током целе 1965. г. Совјети лансирају на путању око Земље још 52 сателита типа „Космос”. Путање ових, као и свих раније избачених сателита из серије „Космос”, кретале су се у размаку од 150 км до 60 000 км висине.

18. 5. 1966. г. помоћу сателита „Муња 1”, који је био лансиран у телекомуникацијске сврхе 23. 4. 1965. г. у СССР, први пут у историји наше планете могла је да се види њена лопта непосредно из васионе са удаљености од близу 40 000 км. Са такве даљине у видно поље камере стала је цела Земља. Сlike Земљине примљене са „Муње 1” пружиле су нам могућност тачнијег одређивања оптичких карактеристика наше планете и карактера распореда осветљености на видљивом контуру Земљином. Бојене фотографије Земљине, са приближно исте даљине, послао је 10. 11. 1967. г. амерички сателит „АТС-1”.

У то време око Земље већ кружи 190. сателит из серије „Космос”. Програм научних истраживања помоћу ових сателита проширен је на подручје биологије (рецимо 22-дневни боравак два пса у „Космосу 110”) као и на технику спајања сателита посредством команди са Земље или чак без посредовања командних центара на Земљи (случај аутоматског спајања „Космоса 186” и „Космоса 187” октобра 1967.)

До краја 1967. и током 1968. г. Совјетски Савез лансира још 71 сателит ове серије.

У истом размаку у САД врше слична по садржини испитивања (космички зраци, процеси на Сунцу, метеоролошки феномени итд.) помоћу сателита типа „Експлорер”, „OSO”, „ESSA” итд.

2. *Космички бродови са посадом.* — Прва путовања људи у васиону започео је 12. 4. 1961. г. тада 27-годишњи Јуриј Алексејевич Гагарин, пилот-астронаут васионског брода „Восток 1”, лансираног на путању око Земље из Совјетског Савеза. Овај историјски лет трајао је 108 минута, од којих је 55 минута Гагарин провео у бестежинском стању. Параметри путање били су: перихел 181 км, афел 327 км, нагиб 65°,4. Експеримент је показао да човечји организам може изванредно добро да поднесе услове оваквог лета и да се поново врати на Земљу. Други лет човека око Земље извео је *Герман Титов* у космичком броду „Восток 2”, 6. 8. 1961. г. Он је облетео Земљу 17 пута и након 25 часова лета успешно се вратио на Земљу.

Кабина са првим америчким астронаутом *Џоном Гленом* — „Меркјури МА6” — лансирана у васиону 20. 2. 1962. г., три пута је облетела Земљу и успешно се вратила на њу. Три месеца доцније амерички астронаут *С. Карпентер* у капсули истог типа је поновио подвиг свог претходника.

За овим је уследио групни лет пара *Николајев — Поповић*. *Андреј Николајев* је васионским бродом „Восток 3” 11. 8. 1962. г. напустио Земљу и провео 95 часова (62,5 кругова око Земље) у васиони. У међувремену, дан након лансирања „Востока 3”, васионски брод „Восток 4” са пилотом астронаутом *Павелом Поповићем* лан-

сиран је на готово исту путању на којој је био и *Николајев*, тако да су се бродови у извесним тренуцима налазили на растојању 6—7 км. Са „Востоком 4” проверене су и могућности маневрисања васионским бродовима у лету.

3. 10. 1962. г. дужи космички лет (од 9 ч. 12 м) извео је амерички астронаут *Валтер Шира* у васионском броду „Сигма 7 Меркјури МА8”.

Пети лет совјетских астронаута извео је *Валериј Биковски* 14. 6. 1963. г. Астронаут је провео у васиони 119 часова, за које је време направио 82 круга око Земље. Два дана доцније придружила му се (16. 6. 1963.) у броду истог типа — „Восток” — прва жена астронаут, Валентина Терјешкова. Она је обишла Земљу 48 пута. У току три дана заједничког боравка у васиони пар *Биковски* — *Терјешкова* су дали низ одговора на питања из опсежног научно-истраживачког програма специјалног карактера. Један од важних закључака је да женски организам успешно подноси услове васионског лета.

Наредни лет совјетских астронаута (12. 10. 1964.) био је бродом нове конструкције „Васход 1”, тежине 5 320 кг. Посаду су сачињавали пилот-пуковник *Владимир Комаров*, научник *Константин Феоктисов* и лекар *Борис Јегоров*. Сва тројица су овог пута била без уобичајене васионске одеће — скафандера. У васиони су провели 24ч 17м и на крају извели прво спуштање на Земљу без напуштања брода при атерирању. Наредни, осми лет совјетских космонаута *Павела Бељајева* и *Алексеја Леонова* бродом „Васход 2”, 18. 3. 1965. г., донео је ново достигнуће: *Леонов* је излазио из брода и задржао се у васиони око 10 мин. Враћање брода на Земљу обављено је први пут ручним командовањем *Бељајева*, за разлику од дотадашњих спуштања совјетских васионских бродова на Земљу, која су се обављала аутоматским вођењем са Земље. Летови су се углавном изводили на висинама испод 500 км.

3. јуна 1965. из САД лансиран је „Џемини 4” васионски брод из серије „Џемини” (програм „Џемини” укључивао је 10 пилотираних летова за време којих је требало да се изврши 50 различитих научних, техничких и технолошких експеримената). Посада овог брода је била састављена од *Џемса Мак Дивита* и *Едуарда Вајта*. У току лета први пут је амерички астронаут изишао у васиону. *Вајт* је у васиони провео 20 мин. привезан ужетом од 7,5 м за брод. При маневрисању користио се ракетном пушком. Посада је провела 97 часова и 57 минута у васиони. Из серије „Џемини” најуспелији летови били су бродовима „Џемини 10” и „Џемини 11”. Васионски брод „Џемини 10” са космонаутима *Јангом* и *Колинсом* лансиран је 19. 7. 1966. г. сто минута пре полетања лансирана је ракета „Ејцина 10” којом је *Јанг* и *Колинс* требало да обаве „васионски рандеву”. Астронаути су извршили све постављене задатке: обавили су спајање са „Ејцином 10”, а затим и са „Ејцином 8”, као и излазак ван брода на висини од око 760 км изнад Земље. Лет је трајао 70 часова и 47 минута. 12. 9. 1966. г. лансиран је „Џемини 11” са астронаутима *Конрадом* и *Гордоном*. Већ у првом кругу *Гордон* је напустио кабину и извршио спајање брода са ракетом „Ејцином 11”, и то на висини од 1365 км (што је до данас најдубљи продор бродова

са посадом у васиону). Планирана шетња астронаута Гордона у трајању од 115 м трајала је само 35 м због интензивног знојења и замаглавања *Гордоновог* скафандера. 15. 11. 1967. г. амерички васионски брод „Демини 12” са астронаутима *Демсом* *Ловелом* и *Едвином Олдрином* завршио је четвородневни лет у васиони. 11. новембра извршено је спајање са ракетом „Ејлина”, а 13. новембра је *Олдрин* напустио кабину брода на 2 ч 10 м. Поред изласка у васиону астронаут *Олдрин* је 2 пута фотографисао Земљу, звезде и излазак Сунца.

1967. г. пале су и прве људске жртве у освајању васионе. Након погибије три америчка астронаута — *Грисона*, *Вајта* и *Чафиа*, на Земљи при проби свог васионског брода, погинуо је и астронаут-пуковник *Владимир Комаров*, 24. 4. 1967. г. на последњој деоници лета васионским бродом Совјетског Савеза „Сајуз 1”, због квара који је настао на падобранским уређајима у тренутку када је требало да се помоћу њих смањи брзина кретања васионског брода.

До краја 1967. г. још само амерички астронаути излазе на путању око Земље у свом васионском броду „Аполо 4” остварујући тиме једну од етапа програма „Аполо” који има за циљ — искрцавање двојице астронаута на Месец и повратак целе екипе од три члана на Земљу. Тројица астронаута су испитивали овај васионски брод нешто мање од 24 часа. Јануара и фебруара 1968. г. врше се испитивања „Месечевог брода” без посаде на путањи око Земље, помоћу кога двојица астронаута треба да се спусте на површину Месеца након одвајања од матичног брода „Аполо”, који остаје на путањи око Месеца са једним чланом посаде.

Априла и октобра 1968. г. амерички астронаути врше последње припреме за лет до Месеца и натраг, подражавајући тај дуги пут на путањи око Земље.

Октобра 1968. г., узастопним лансирањем два васионска брода, „Сајуз-2” и „Сајуз-3”, на готово идентичне путање, Совјети врше значајан експеримент са новим васионским бродовима типа „Сајуз”. Конструкција, опрема и изврсне маневарске способности ових бродова, отвориле су нове могућности за њихово коришћење као научне путањске васионске лабораторије, већих димензија, са људском посадом.

Децембра 1968. г. САД прелазе једну од најзначајнијих етапа у човековом освајању васионе. Са Рта Кенеди помоћу ракете носача „Сатурн 5”, чија је потисна сила 3 милиона и 400 хиљада кг., лансиран је 21. 12. 1968. г. васионски брод „Аполо 8” (тежак 42 600 кг). Чланови посаде су били *Френк Бормен*, *Демс Ловел* и *Вилијам Андерс*. Храбри астронаути ушли су у путању око Месеца 24. 12. 1968. г. и близу 20 час. облетали Месец на висини нешто већој од 112 км вршећи притом снимања и посматрања Месечевог тла, након чега су свој васионски брод усмерили ка Земљи. После 147 ч. лета 27. 12. 1968. г. спустили су се на Пацифик са научним материјалом од изванредног значаја. У току лета од Земље до Месеца и натраг, астронаути су емитовали 5 телевизијских емисија за Земљу. На остварењу овог подухвата у САД је радило близу 300 000 људи од чега око 40 000 научних радника и инжењера.

Јануара 1969. г., остварена је још једна етапа у освајању свемира, од изузетног значаја. 14. 1. 1969. г. из Совјетског Савеза је лан-

сиран васионски брод „Сајуз 4” у коме се налазио астронаут *Владимир Шаталов*. 15. 1. 1969. г. лансиран је брод „Сајуз-5” са три астронаута *Борисом Волиновим*, *Алексејем Јелисејевим* и *Јевгенијем Хруновим*. Параметри путање ових васионских бродова су били респективно: максимална удаљеност од Земље — 225 и 230 км, минимална удаљеност — 173 и 180 км, време обиласка 88'25" и 88'7", углови нагиба оба брода су били — 51°40', тј. бродови су обилазили око Земље у истој равни. Основне етапе експеримента су биле: спајање васионских бродова посредством ручних команди у јединствену путањску станицу, дужи боравак двојице астронаута ван бродова и њихов прелазак из једног брода у други и испитивање великог комплекса нових система космичке технике. Експеримент је успешно извршен. Након раздвајања бродова најпре се спустио на Земљу „Сајуз-4” са тројицом астронаута (17. 1. 1969.), а потом „Сајуз-5” са астронаутом *Волиновим* (18. 1. 1969.).

Успешни летови америчких астронаута око Месеца с великим приближавањем његова модула Месечевој површини у „Аполу 9” и „Аполу 10”, као и прво спуштање човека на Месец у „Аполу 11”, 20. јула 1969. г., извршени су када се текст ове књиге већ налазио у штампи.

3. Аутоматске међупланетске станице (АМС). У овом периоду наглог развоја астронаутике, поред вештачких Земљиних сателита и космичких бродова са људском посадом, у васиону је избачено мноштво аутоматских станица. Поменимо само најважније.

Најпре су Американци избацили васионску сонду „Пионир 1” — 11. 10. 1958. г. на даљину од 113 800 км од Земље, која је била намењена мерењима космичких зракова, Земљиног и Месечевог магнетног поља, микрометеорита и температуре ван сонде и у сонди. Затим је 6. 12. 1958. г. васионском сондом „Пионир 3”, која је исто тако била избачена на даљину од преко 100 000 км, извршено мерење космичких зракова и концентрације наелектрисаних честица дуж пута сонде. Том приликом је откривен и спољашњи појас зоне захваћене радијације.

2. 1. 1959. г. Совјети су избацили на путању око Сунца АМС „Луњик 1”, која је слала податке на Земљу о притиску и температури у сонди, о саставу гасова у међупланетском простору, о корпускуларном зрачењу Сунца, космичким зрацима, магнетном пољу Земље и Месеца и метеоритима.

Сличну намену је имала и америчка АМС „Пионир 4” — избачена 2 месеца доцније.

Према програму истраживања васионског простора који су себи поставили совјетски научници, 12. 9. 1959. г. је у СССР лансирана друга васионска ракета која је носила АМС „Луна 2”. „Луна 2” је доспела на Месечеву површину. Први пут у историји остварен је васионски лет са Земље на друго небеско тело. Совјети су ради обележавања овог епохалног догађаја спустили на површину Месеца медаљу са грбом СССР и годином и месецем спуштања. Лет васионске ракете са АМС „Луна 2” трајао је дан и по. Поправка ракетине путање за време њеног лета ка Месецу није била предвиђена.

„Луна 2” и њени уређаји били су слични „Луни 1”. Магнетометар „Луна 2” је био нешто осетљивији, па је тако са већом сигурношћу утврђено да Месец нема сопственог магнетног поља. Такође су извршена мерења радијацијских појасева, промене интензитета и енергије компоненте тешких атома у космичким зрацима, гасне компоненте међупланетске материје, као и микрометеорита. Помоћу ових мерења дошло се до закључака да око Месеца нема зоне захваћене радијације (што одговара податку да Месец нема магнетног поља), да постоји повећање концентрације гасне компоненте међупланетске материје са приближавањем површини Месеца.

4. 10. 1959. г. лансирана је у Совјетском Савезу АМС „Луна 3”. Главни јој је задатак био добијање фотографија оне стране Месеца која се са Земље не може видети. АМС „Луна 3” састојала се од цилиндричног тела танких зидова са сферним дном. У телу станице налазила се потпуна научна опрема, док су споља били постављени сви неопходни пријемници. На горњем дну је био илуминатор са поклопцем који се аутоматски отварао пред почетак снимања. Под њим су се налазили објективи фотоапарата и пријемници за оријентацију ка Месецу. На горњем и доњем дну постојали су мали илуминатори пријемника система сунчане оријентације. На доњем дну су се налазили командни мотори тог система. 7. октобра извршена је оријентација станице „Луна 3” и том приликом је извршено снимање невидљиве стране Месеца са удаљености од 65,68 хиљада километара.

Снимање је вршено помоћу два објектива са жижном даљином 200 м и 500 м на специјалном термостабилном 35-милиметарском филму, чије је развијање и утврђивање обављено у једном раствору са додатком материје која повећава лепљивост, јер се цео процес одвијао у условима бестежинског стања и јаким вибрација. Путања АМС и почетак снимања одабрани су били тако да се на добијеним снимцима нађе довољан број познатих објеката, како би се могла учртати координатна мрежа у циљу одређивања координата новооткривених објеката и омогућило доношење закључака о квалитету телевизијског пријема ових снимака и веродостојности запажених елемената на делу површине која се са Земље не види. Према овим подацима израђена је и карта Месечеве невидљиве стране.

12. 2. 1961. г. извршен је први међупланетски лет космичке сонде „Венера 1” — према Венери. Но задатак ове АМС није успешно обављен, јер је престала радио веза са Земљом већ након неколико дана од лансирања. Слично се догодило и са америчком АМС типа „Реинцер”, послатом у току 1962. г. ка Месецу, са задатком да сними Месец изблиза. Међутим остале АМС из ове серије — „Реинцер”, која је била предвиђена за снимање Месеца у току „тврдог” спуштања ових станица, у току наредних година послале су велики број изванредних фотографија на којима се могла запазити фина структура Месечеве површине и по којима су израђене нове детаљне карте Месеца.

27. 8. 1962. г. Американци су послали своју прву АМС „Маринер 2”, која је прошла крај Венере на удаљености од 15 000 км. Сви физички параметри који карактеришу околину међупланетске ста-

нице, а на овој удаљености од Венере, први пут су постали доступни научницима.

У току новембра 1964. г. из САД лансиране су још 2 АМС типа „Маринер“ у правцу Марса. Експеримент са АМС „Маринер 3“ није успео. АМС „Маринер 4“ је међутим прикупила драгоцене податке о Марсу. 14. 7. 1965. г. станица је послала серију изванредно јасних фотографија (21) Марсове површине (са растојања од 17 000 км), што је од изванредног значаја за упознавање Марса, који је поред Венере за астрономе свакако најинтересантнија планета. Од података најзначајнији су: о слабом интензитету магнетног поља Марса и слабој интензивности зоне за увећане радијације, као и о малој дебљини атмосфере.

18. 6. 1965. г. лансирана је АМС „Зонд 3“ из СССР у циљу научних испитивања у далеком васионском простору. АМС „Зонд 3“ била је снабдевена великим комплексом научних апарата за изучавање магнетних својстава васионског простора око Земље и међупланетске средине, Сунчевог ветра, нискофреквентног зрачења (из радиодиапазона) Галаксије, микрометеора, космичких зракова, као и за испитивање инфрацрвеног и ултраљубичастог спектра Месечеве површине. Посебан задатак ове АМС био је снимање невидљиве стране Месеца у тренутку њеног пролаза на даљини од преко 9 000 км од Месечеве површине. Фотографисање Месеца је трајало нешто више од једног часа. За време фотографисања добијено је 25 снимака Месечеве површине изванредне оштрине.

Прво меко спуштање АМС „Луна 9“ на Месечеву површину, 3. 2. 1966. г., у рејону Океана бура, означило је почетак нове етапе у истраживању Месеца. 4. 2. 1966. г., по команди са Земље, станица је почела снимати околни предео на Месецу и слике слати на Земљу. Сlike предела на Месецу преношене су на Земљу помоћу специјалног фототелевизијског система за снимање и одашиљање. За спуштање „Луна 9“ одабран је рејон у екваторској области Месеца око јутарњег терминатора, што је веома погодно за снимање његове површине.

3. 4. 1966. г. АМС „Луна 10“ (лансирана 31. 3. 1966. г.) била је изведена на селеноцентричну путању и постала први у свету вештачки сателит Месеца. „Луна 10“ је била опремљена великим комплексом научне апаратуре за прецизно одређивање евентуалног магнетног поља Месеца, проучавање хемијског састава његове површине, итд. Сателит је активно радио до 3. 5. 1966. г. и за то време начинио 460 обилазака око Месеца. До краја 1966. г. избачене су још 2 АМС типа „Луна“ које су постале Месечеви сателити, али које су имале далеко опсежнији програм испитивања средине која окружује Месец (између осталог и фотографисање Месечеве површине).

„Луна 13“ лансирана 21. 12. 1966. г. је друга совјетска АМС која је извршила меко спуштање на Месчево тле. Ипак за разлику од „Луна 9“, поред уобичајеног снимања панораме Месеца, извршена је и анализа Месчевог тла копањем и подвргавањем узорка физичко-механичким испитивањима. Станица „Луна 13“ дала је јединствене податке о Месчевој повшини.

2. 6. 1966. г. АМС „Сервејер 1” извршила је прво меко спуштање америчких Месечевих сонди. Послала је више хиљада веома квалитетних снимака околине. Ова станица је прва од летилица типа „Сервејер” које су у току 1966. и 1967. г. са различитих тачака на Месецу послале фотографије (и физичко-хемијске анализе тла) од изванредног научног значаја. Исто тако из САД је 14. 8. 1966. г. лансирана АМС „Луна орбитари 1” — Месечев сателит који је уједно и први из те серије америчких Месечевих сателита. Фотографије које су ове летилице слале у току 1966. и 1967. г. од непроцењиве су вредности, као до сада најквалитетније фотографије Месечеве површине.

1. 3. 1966. г. специјални лоптасти део совјетске АМС „Венера 3” (лансирана 16. 11. 1965.) доспео је, први пут у историји, на површину планете Венере. Њен основни задатак био је проучавање међупланетског простора на путу од Земље до Венере и саме планете Венере. Она је требало да уђе у густе слојеве Венерине атмосфере и пренесе податке непосредних мерења температуре, притиска и састава атмосфере. То што научницима није пошло за руком да остваре са „Венером 3” због прекида везе у тренутку уласка АМС у атмосферу Венере, остварено је 18. 10. 1967. г. са АМС „Венера 4”. Тог дана „Венера 4” меко се спустила на површину планете и послала податке од непроцењивог значаја, податке које је ова станица прикупила за неколико минута, а до којих научници уз напоран рад нису могли да дођу деценијама. Температура атмосфере над самом површином Венере је 280°C . Притисак 15 атмосфера. Радијацијских појасева нема. Нема ни магнетног поља Венере. 90—95% атмосфере чини угљендиоксид. Азота готово и нема. Водене паре нема више од 1,2%, док кисеоник у састав атмосфере улази са 0,4%. Температура атмосфере са порастом висине над површином планете опада 10° по километру. По свему судећи на висини од 25 км над Венером услови за живот нису тако драстични (притисак 1 атмосфера и температура $+ 30^{\circ}\text{C}$).

Само 24 часа доцније (19. 10. 1967.) на удаљености од 4 000 км од Венере прошла је америчка АМС „Маринер 5”. Обрада података са „Маринера 5” је показала да је, ако се усвоји као тачан податак о пречнику Венере добијен радио-астрономским мерењима, притисак на површини Венере 75 пута већи од овог на Земљи, а температура на површини $+ 480^{\circ}\text{C}$. Ово би, пак, значило да је станица „Венера 4” или престала да емитује сигнале 24 км изнад Венерине површине или је пала на неки врх те висине.

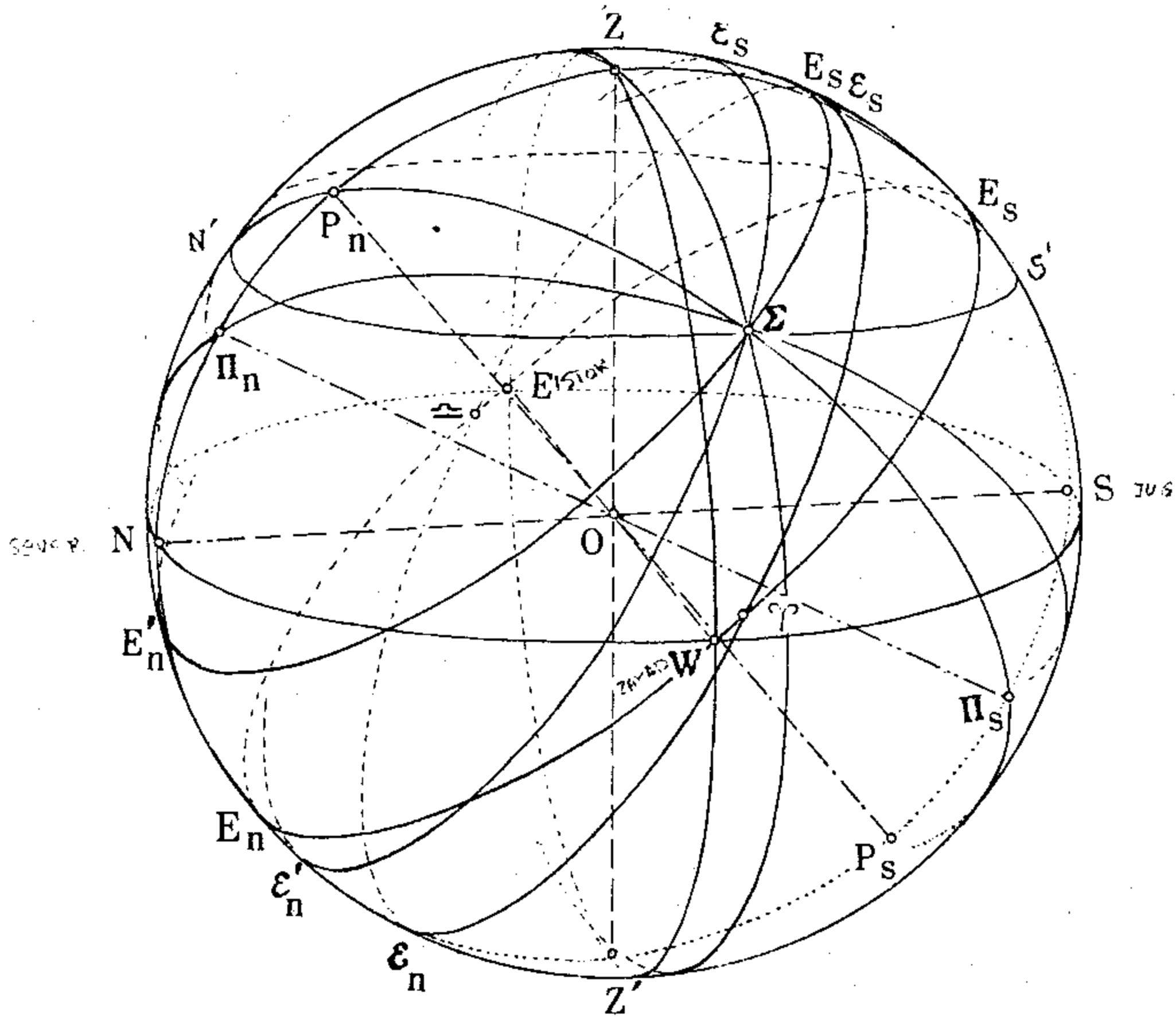
До краја 1967. г. и у току 1968. г. Американци су послали на Месец „Сервејер 6” и „Сервејер 7”, док су Совјети на путању око Месеца послали још „Луну 14” и „Луну 15”, „Зона 5” и „Зона 6”. Последње две станице су се након напуштања Месечеве путање, меко спустиле на Земљу. Почетком 1969. г. ка Венери су совјетски научници лансирали узастопце две АМС „Венеру 5” и „Венеру 6”. Обе су се након 4 месеца путовања меко спустиле на Венеру (маја 1969. г.) емитујући податке о физичким параметрима који карактеришу атмосферу ове планете. У последње време истраживања се више оријентишу према Марсу.

Глава прва

ОСНОВИ СФЕРНЕ АСТРОНОМИЈЕ

А. ПРИВИДНО ДНЕВНО ОБРТАЊЕ НЕБЕСКЕ СФЕРЕ

4. **Небеска сфера и њени елементи.** — Због огромних даљина небеских тела не можемо непосредним посматрањем створити слику о њиховим удаљењима, па их у првој апроксимацији сматрамо сва на једнаким даљинама, сматрамо да се налазе на површини једне замишљене лопте, коју зовемо *небеска сфера*, пројектована у правцима у којима их са Земље видимо. Тако добивамо њихове *положаје* на небеској сфери, а изучавајући промене ових положаја изучавамо у ствари њихова *кретања*. За средиште небеске сфере узимамо посматрачево око (*топоцентар*), неки пут Земљино средиште (*гео-*



Сл. 1. Небеска сфера и њени елементи

центар), а неки пут Сунчево средиште (*хелиоцентар*). Њен полупречник узимамо за јединицу, због чега се углови међу небеским телима и луци великих кругова међу њима на небеској сфери изражавају истим мерним бројевима.

Основно тачко, праве, кругови и равни на које се ослањамо при одређивању положаја и изучавању кретања у сферној астрономији су (сл. 1):

1° вертикала ZOZ' као правац резултанте силе Земљине гравитације и центрифугалне силе настале њеним обртањем — материјализује се правцем мирног виска;

2° прави хоризонт $SWNE$, као круг небеске сфере настао пресеком равни која додирује Земљу у месту посматрања са небеском сфером и стоји управно на вертикали; треба га разликовати од привидног хоризонта — линије дуж које се „додирују небо и Земља“;

3° Зенит Z и надир Z' , као тачке продора вертикале кроз видљиву и невидљиву небеску полусферу;

4° алмукантар(ат) $S'\Sigma N'$, као мали круг небеске сфере паралелан правом хоризонту;

5° вертикал $Z\Sigma Z'$, као велики круг небеске сфере дуж кога је сече свака раван која пролази кроз вертикалу — вертикална раван;

6° небеска поларна осовина P_n OP_s или светска осовина, као продужени правац Земљине обртне осовине;

7° небески полови, као тачке продора небеске сфере небеском поларном оковином — један северни P_n и други јужни P_s ; северни је онај из кога се види да се сва небеска тела у току дана крећу око Земље у смеру казаљке на часовнику, други је јужни;

8° небески екватор или кратко екватор E_sWE_nE , као велики круг небеске сфере настао њеним пресеком с екваторском равни, која стоји управно на светској оковини делећи небеску сферу на северну и јужну полусферу, које носе назив по истоименим половима што се на њима налазе;

9° дневни паралел $E'_s\Sigma E'_n$, као мали круг небеске сфере паралелан небеском екватору;

10° ~~часовни~~ или деклинацијски круг $P_n\Sigma P_s$, као велики круг небеске сфере настао пресеком њеним са равни која пролази кроз светску осовину;

11° небески меридијан или кратко меридијан P_nZP_s , као велики круг небеске сфере настао њеним пресеком са равни која пролази кроз светску осовину и зенит;

12° северна тачка N и 13° јужна тачка S , као тачке пресека меридијана с правим хоризонтом — северна лежи испод северног небеског пола, а јужна се налази дијаметрално супротно од ње;

14° подневачка линија NOS , као права која спаја северну и јужну тачку хоризонта и дуж које се секу раван хоризонта и меридијанска раван;

15° први вертикал EZW , као велики круг небеске сфере чија је раван управна на равни меридијана;

16° источна тачка E и 17° западна тачка W , као тачке пресека првог вертикала с хоризонтом, од којих се источна налази на оном луку хоризонта где небеска тела излазе, а западна на супротном, где ова тела залазе;

18⁰ *еклиптика* $E_s \gamma E_n$, као велики круг небеске сфере по коме Сунце обавља привидно годишње кретање око Земље (в. § 19.);

19⁰ *поларна осовина еклиптике* $\Pi_n O\Pi_s$, као права која пролази кроз Земљино средиште и стоји управно на равни еклиптике;

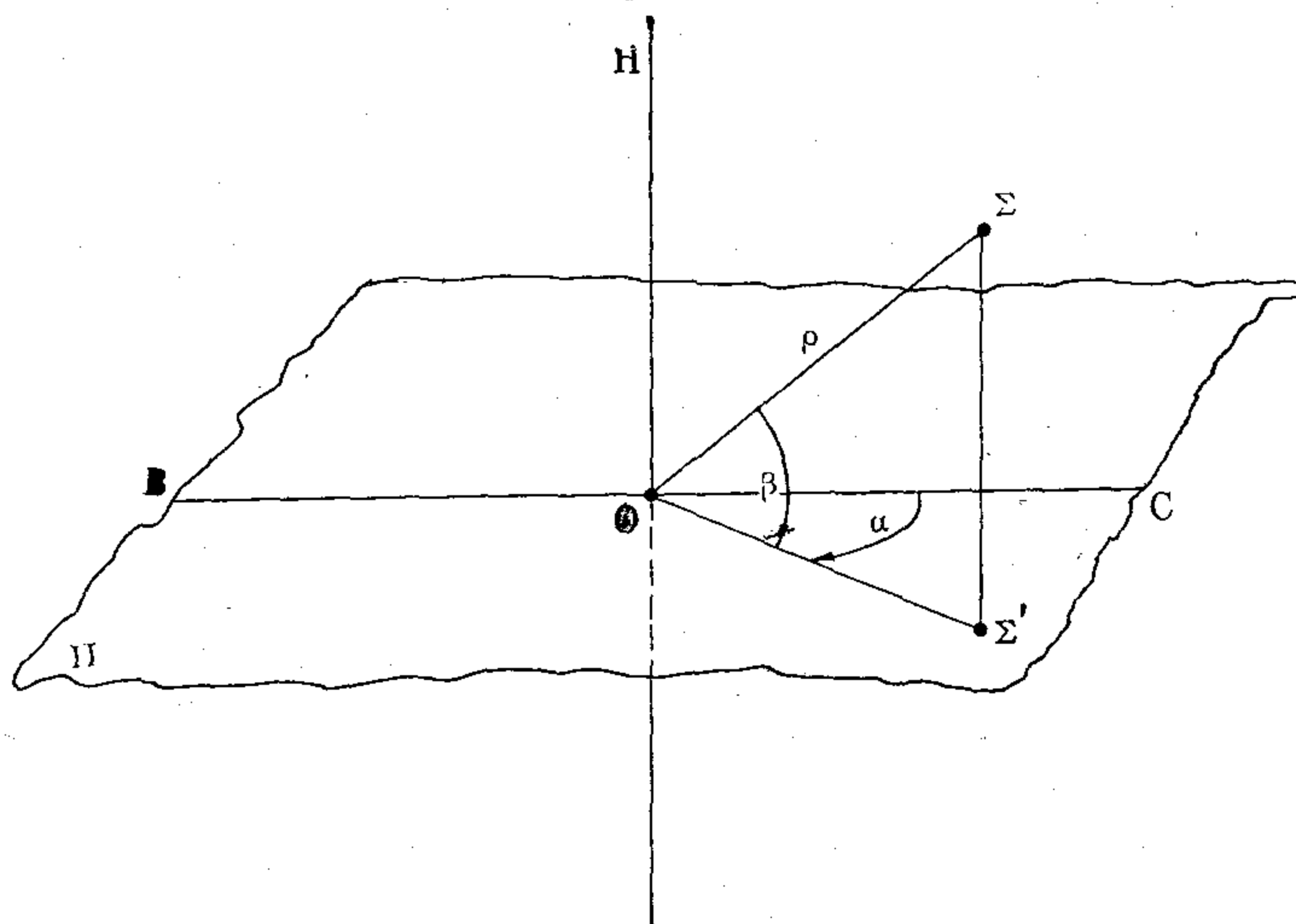
20⁰ *полови еклиптике* Π_n и Π_s , као тачке продора небеске сфере поларном осовином еклиптике;

21⁰ *тачка пролећне равнодневице* или *зама тачка* (ν) као пресек еклиптике и небеског екватора у коме Сунце при свом привидном годишњем кретању прелази са јужне на северну небеску хемисферу;

22⁰ *круг латитуде* $\Pi_n \Sigma \Pi_s$, као велики круг небеске сфере који пролази кроз полове еклиптике и небеско тело и

23⁰ *круг лонгитуде* $E'_s \Sigma E'_n$, као мали круг небеске сфере паралелан еклиптици, који пролази кроз небеско тело.

На тачним дефиницијама елемената небеске сфере изграђена је цела положајна астрономија.

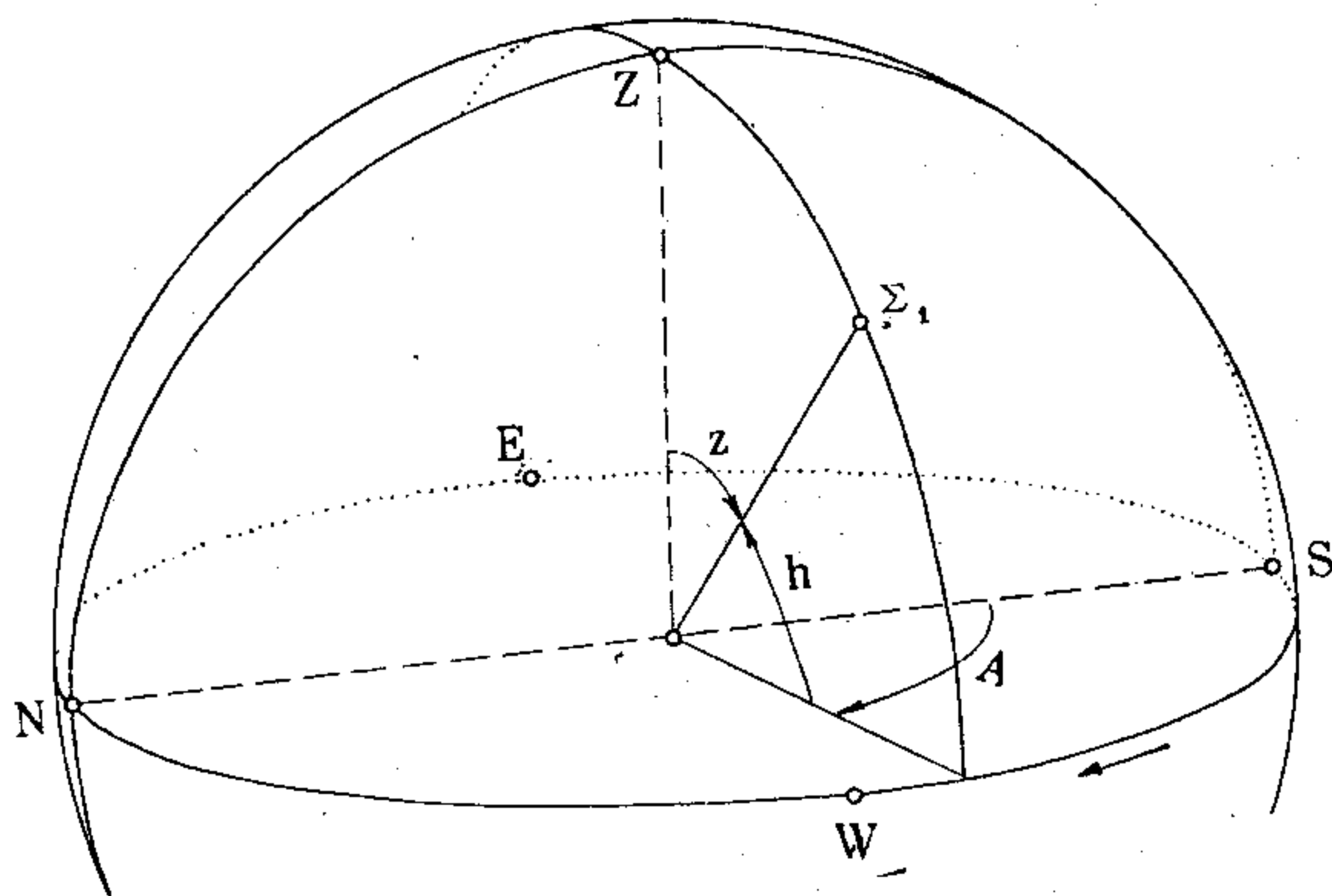


Сл. 2. Сферни координатни систем

5. Координатни системи за одређивање положаја небеског тела. — Положаји небеских тела одређују се у сферној астрономији помоћу сферног координатног система. Овај координатни систем одређен је основном равни Π (сл. 2) и правом управном на њој OH , основним правцем у тој равни BOC и смером у коме се углови у њој рачунају позитивни. Координате у овом систему су потег ρ и

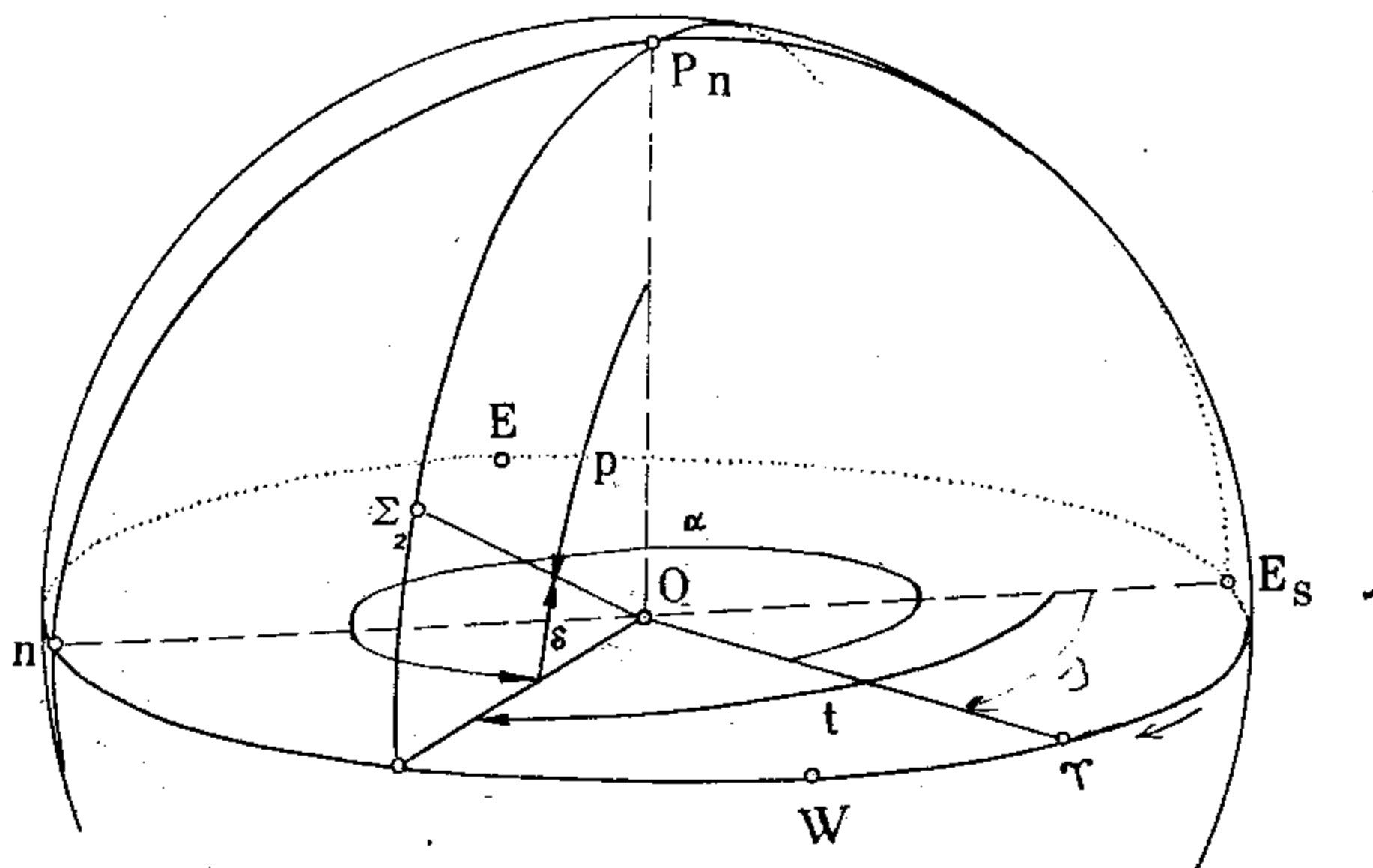
два угла α и β . У сферној астрономији се овај потег, као полупречник небеске сфере, узима за јединицу и тако положај небеског тела на небеској сфери одређује само са два угла. Бирајући за основну раван једном, кад нам је то потребно, раван хоризонта други пут раван екватора, трећи пут раван еклиптике, долазимо до три врсте сферних координатних система у астрономији, то су:

1^о хоризонтски координатни систем (сл. 3),



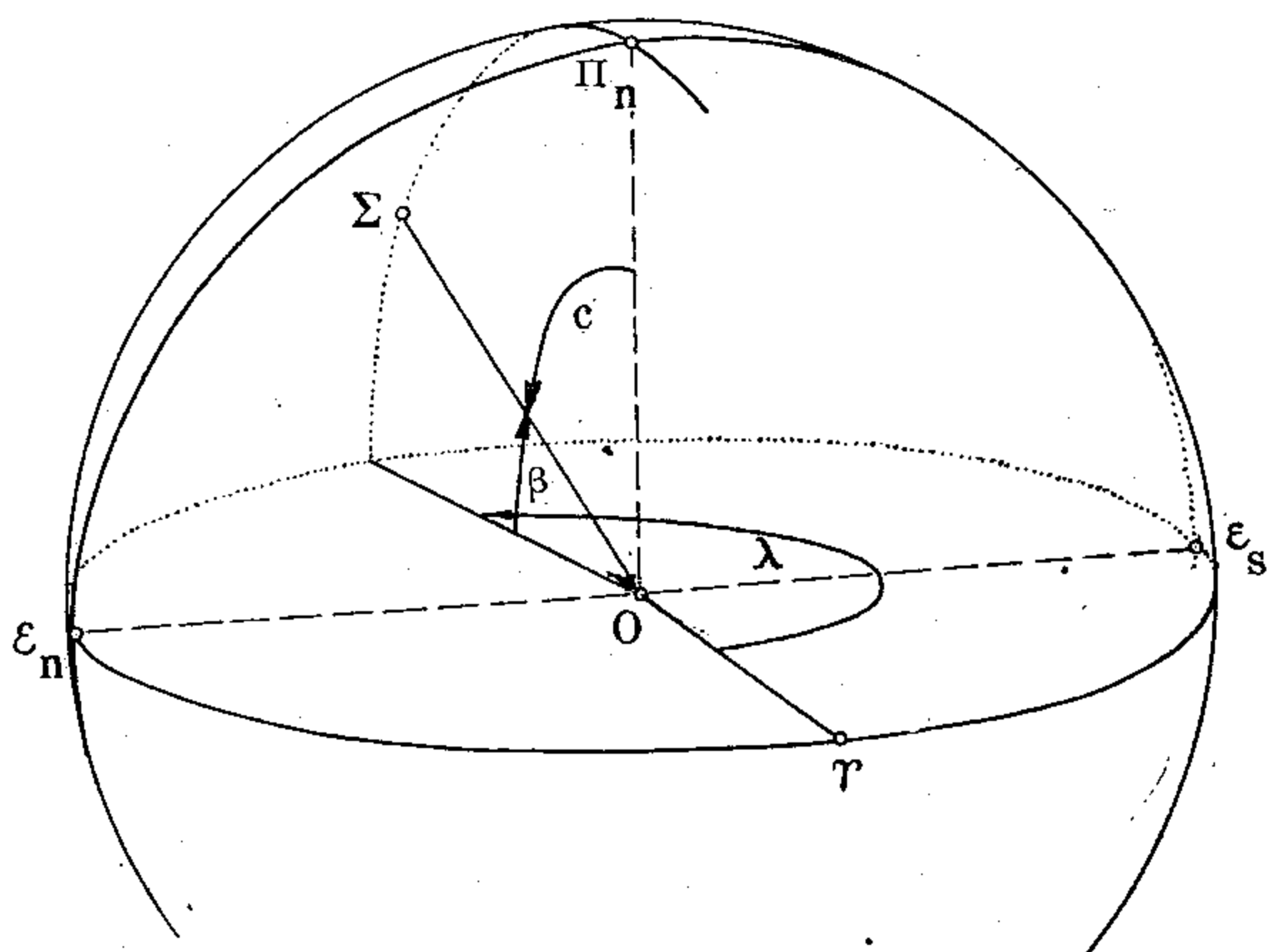
Сл. 3. Хоризонтски координатни систем

2^о екваторски координатни систем (сл. 4) и



Сл. 4. Екваторски координатни системи

3^o еклиптички координатни систем (сл. 5).



Сл. 5. Еклиптички координатни систем

У хоризонтском систему координате су азимут A и висина h . Азимут је угао у хоризонтској равни који се мери од јужне тачке до пресека вертикала који пролази кроз небеско тело са хоризонтом у смеру казаљке на часовнику. Овај смер назива се ретроградни. Азимут се може кретати у границама од $0-360^\circ$. Понекад се азимут рачуна од северне тачке и обележава са A_n . Висина је угао у вертикалној равни који се мери од хоризонта до визуре ка небеском телу, као дужи која спаја посматрачево око с небеским телом. Може се кретати за небеска тела изнад хоризонта од 0 до $+90^\circ$ и за она испод хоризонта од 0 до -90° . Место висине чешће се употребљава зенитска даљина z . То је угао у вертикалној равни између правца вертикале усмерене ка зениту и визуре ка небеском телу. Креће се од зенита до надира и може узимати све вредности од 0 до $+180^\circ$. Висина и зенитска даљина везане су, према томе, изразом

$$z + h = 90^\circ \quad (1)$$

Хоризонтске координате мењају се с променом места посматрања, тј. с координатним почетком, као и у току дана услед привидног дневног кретања небеске сфере (в. § 5). Зато се каже да је овај координатни систем месни.

У екуаторском систему координате су часовни угао t и деклинација δ . Часовни угао се мери у равни екуатора од правца ка тачки E_s (сл. 4) до пресека равни деклинацијског круга с екуаторском, и то у ретроградном смеру и може се кретати од $0-360^\circ$ или у часовној мери од $0-24^h$ (в. § 7). Деклинација се мери у равни деклина-

цијског круга од екватора до визуре ка небеском телу и на северној небеској хемисфери може се кретати од 0 до $+90^\circ$, а на јужој од 0 до -90° . Понекад се место деклинације употребљава *поларна даљина* p . То је угао у равни деклинацијског круга који се мери од правца ка северном небеском полу до визуре на небеско тело и може се кретати од 0 до $+180^\circ$. Деклинација и поларна даљина везане су, према томе, изразом

$$\delta + p = 90^\circ. \quad (2)$$

У овом координатном систему мења се само прва координата са променом места посматрања и у току привидног обртања небеске сфере (в. § 5), па је и он месни и зато се тачније назива *месни екваторски систем*.

У еклиптичком систему координате су *небеска лонгитуда* или кратко *лонгитуда* λ и *небеска латитуда* или кратко *латитуда* β . Лонгитуда се мери у еклиптичкој равни од правца ка γ тачки до праве пресека равни круга латитуде с еклиптичком у смеру супротном смеру казаљке на часовнику. Овај се смер назива *директни*. Може се кретати од 0— 360° . Латитуда се мери у равни круга латитуде од еклиптике до визуре на небеско тело и за разна небеска тела распоређена од еклиптике до њеног северног пола може узимати све вредности од 0 до $+90^\circ$ и за она распоређена од еклиптике до њеног јужног пола све вредности од 0 до -90° . Понекад се место небеске латитуде употребљава *небеска колатитуда* c или угао у равни круга латитуде, који се мери од правца ка северном полу еклиптике до визуре на небеско тело. Он може узимати све вредности од 0 до $+180^\circ$. Латитуда и колатитуда везане су, према томе, изразом

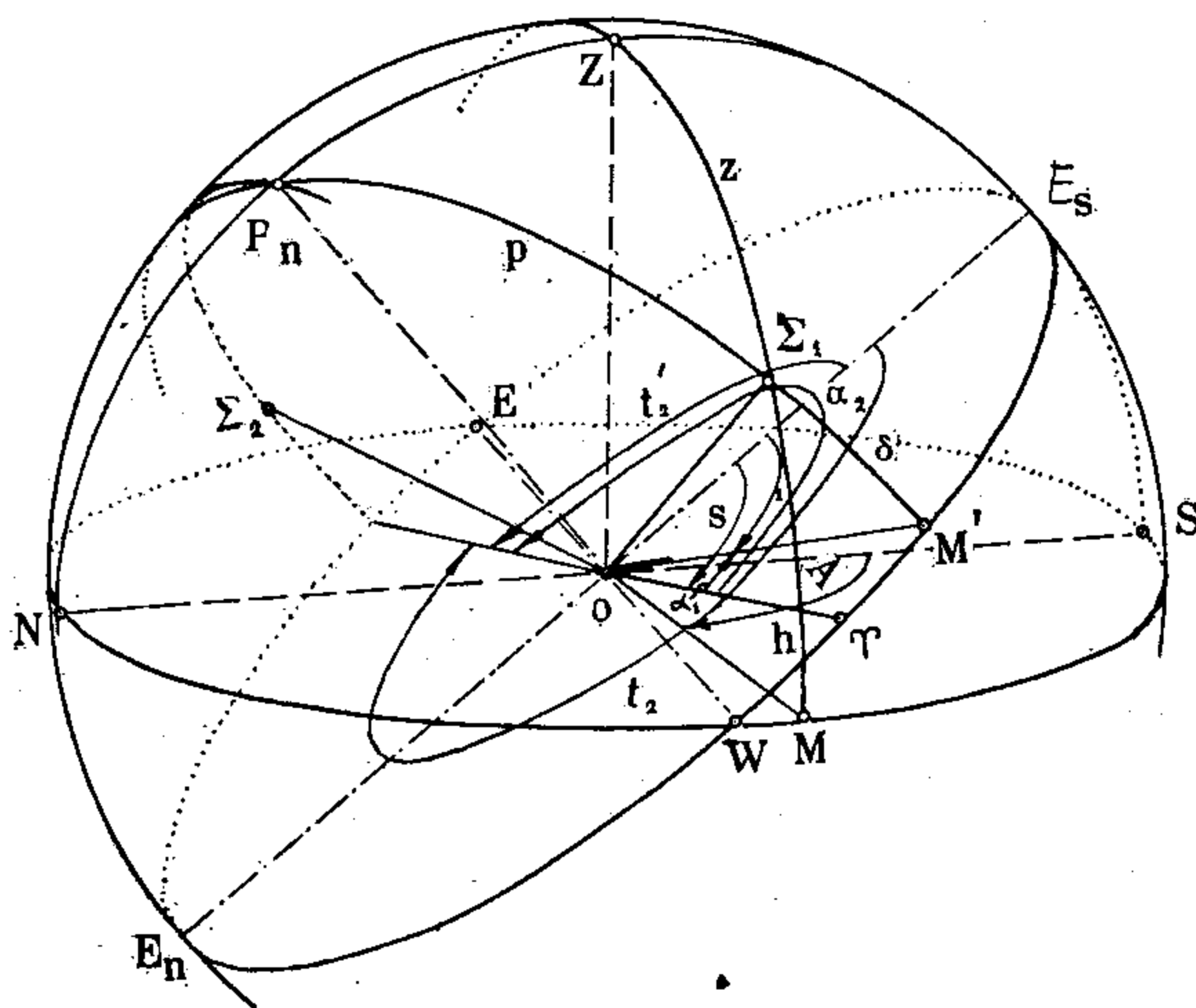
$$\beta + c = 90^\circ. \quad (3)$$

Овај се координатни систем употребљава најчешће у теоријској астрономији при проучавању правих кретања тела Сунчева система.

6. Привидно дневно обртање небеске сфере и звездано време. Небески екваторски координатни систем. — Услед Земљина обртања око њене поларне осовине са запада на исток небеска сфера изврши привидно један пун обрт са истока на запад у току једног практично сталног временског размака који се зове *звездани дан*. Услед овога сва небеска тела излазе на источном делу хоризонта, пењу се поступно по небеској сфери, достижу своје највеће висине, а затим се поступно спуштају према западном делу хоризонта на коме залазе. У току привидног дневног кретања свако небеско тело опише свој дневни паралел и двапут прође кроз меридијан — *горњи* и *доњи пролаз кроз меридијан*.

Звездани дан је основна јединица за мерење времена у астрономији. *Звездано време* s , пак, мери се величином часовног угла γ тачке у сваком тренутку. Служећи се часовницима или хронометрима који показују звездано време астрономи посматрачи бележе ово време у тренутку кад својим инструментима мере координате небеских тела.

Услед тога што свака звезда описује по један дневни паралел, деклинација се у току времена не мења. Да би се постигло да се и друга координата не мења, те да се могу положаји небеских тела одредити двама сталним бројевима, уведен је поред месног екваторског и тзв. небески екваторски координатни систем (сл. 4). У њему је деклинација, као једна од координата, задржана, а часовни угао је замењен углом који се рачуна у екваторској равни од γ тачке, у директном смеру, до равни часовног круга звезде. Овај се угао зове ректасцензија α и креће се од $0-24^h$. Сталан је зато што часовни



Сл. 6. Веза између месног и небеског екваторског координатног система

круг γ тачке и часовни круг звезде у току привидног дневног кретања не мењају међусобни положај, јер се небеска сфера привидно окреће као целина, па и γ тачка учествује у привидном дневном кретању.

Са сл. 6 се види да за небеско тело које се налази на западној половини небеске сфере између ректасцензије и часовног угла постоји веза

$$s_w = \alpha + t, \quad (4)$$

а за оно које се налази на источној полусфери веза

$$Se = 8 - t' \quad (5)$$

ако се часовни угао t рачуна од тачке E_s у једном и другом смеру или само веза (4) ако се рачуна од E_s у ректроградном смеру од $0-360^\circ$ или од $0-24^h$.

За тело у горњем пролазу кроз меридијан или у горњој кулминацији је

$$s = \alpha, \quad (6)$$

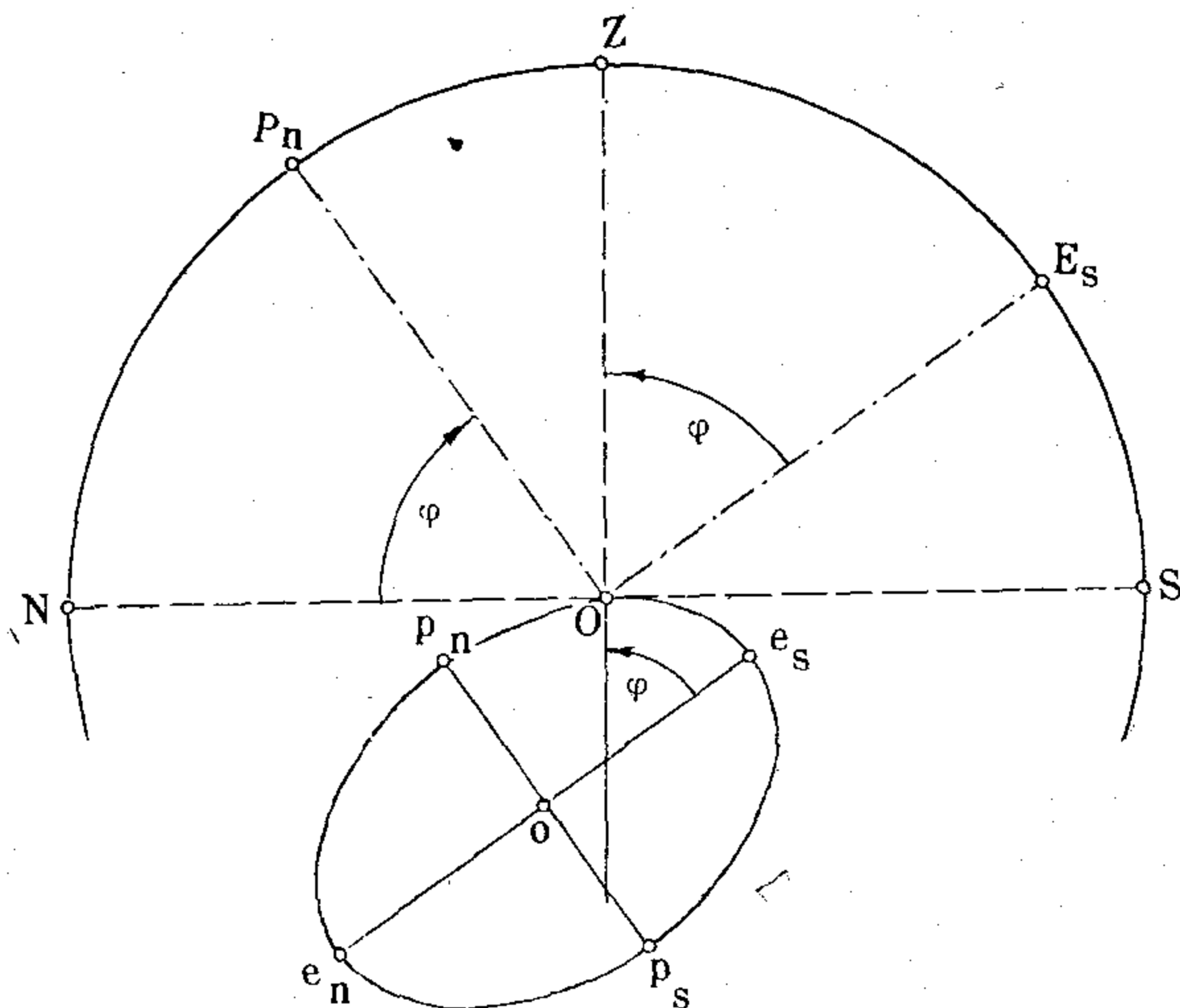
а за тело у доњем пролазу кроз меридијан или у доњој кулминацији

$$s = \alpha \pm 12^h. \quad (7)$$

Везе (4) и (5), одн. само (4), служе за прелаз са месних на небеске екваторске координате датог небеског тела и за обрнут прелаз у датом тренутку s звезданог времена, ако им се формално прикључи идентичност

$$\boxed{\delta \equiv \delta.} \quad (8)$$

⑦ Координате тачке на Земљи. — Положај тачке на Земљиној површини одређује се трима координатама — географском ширином, географском дужином и надморском висином.

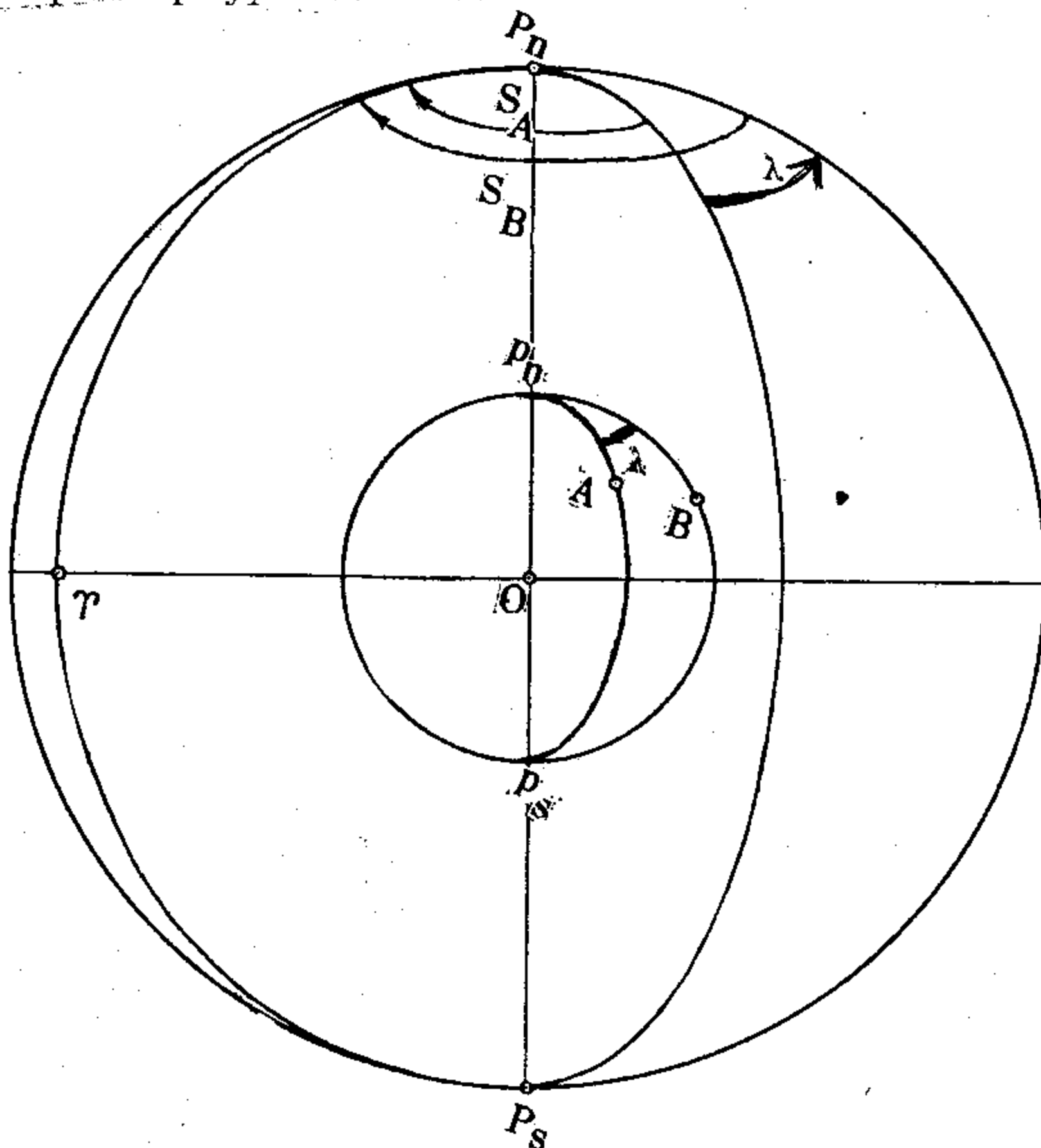


Сл. 7. Географска ширина

⑩ Географска ширина (која се одређује астрономским методама и која се зато често назива и астрономска ширина) је угао који заклапа вертикала у датој тачки Земљине површине са екваторском равни. Она је једнака висини пола над хоризонтом, као што очигледно следи са сл. 7.

У геодезији се још користи и геодетска ширина или угао који заклапа нормала на Земљиним елипсоиду у датој тачки са екваторском равни.

(2^o) Географска дужина (која се одређује астрономским методама и зато назива још и астрономска дужина) је угао диједар између меридијанске равни почетног меридијана на Земљи и меридијана датог места (сл. 8). За почетни меридијан у данашње време је међународним договором усвојен меридијан који пролази кроз Гриничку опсерваторију код Лондона.



Сл. 8. Географска дужина

У геодезији се још користи и геодетска дужина која се одређује геодетским методама.

3^o. Надморска висина је висина у метрима тачке над једним мирним средњим морским нивоом који је замишљен да се протеже испод свих неравнина на Земљиној површини. Одређује се геодетским методама (нивелман, в. §. 124).

8. Мере за углове — У астрономији углови се у пракси мере у степенима, а у теорији рачунају у радијанима. Ове јединице познате су из геометрије и анализе. Но привидно дневно кретање пружило је астрономији и трећу — часовну јединицу за мерење углова. Како небеска тела у току привидног дневног кретања опишу за 24 звездана часа 360° , а њихови часовни углови прираштају практично равномерно, то се они, као и ректасцензије, могу мерити и изражавати и часовном мером. При том је очигледна следећа веза између степена и часова, као и њихових ситнијих делова:

$$\begin{aligned} 24^h &= 360^\circ \\ 1^h &= 15^\circ, & 1^\circ &= 4^m, \\ 1^m &= 15', & 1' &= 4^s, \\ 1^s &= 15'', & 1'' &= 0^s,66. \end{aligned} \quad (9)$$

Према томе прелаз са астрономске (часовне) мере угла на геометријску врши-

мо множењем њихова мерног броја са 15, а прелаз са геометријске на астрономску деобом са 15.

Подсетимо се још, потпуности ради, прелаза са геометријске мере на аналитичку и обрнутог прелаза. Обележимо ли два угла изражена геометријском мером са a и b и иста та два угла изражена аналитичком мером са a' и b' и у сразмери

$$\frac{a'}{b'} = \frac{a}{b}$$

ставимо

$$\begin{aligned} b' &= \pi = 3,14159\dots, \\ b &= 180^\circ = 180 \cdot 60' = 180 \cdot 60 \cdot 60'' = 648\,000'', \end{aligned}$$

за прелаз са геометријске на аналитичку меру добивамо израз

$$a' = \frac{b'a}{b} \Rightarrow a' = \frac{\pi \cdot a}{648\,000} = \frac{1}{206\,264,806\dots} \cdot a = \frac{a}{\rho}. \quad (10)$$

Бројни коефицијент у њему $\frac{1}{\rho}$ представља $1''$ изражен у радијанима ρ . Но како је угао од $1''$ веома мали, може се његов лук заменити синусом са 14 тачних децималних места, тј. може се написати

$$\frac{1}{206\,264,806\dots} = \arcsin 1'' \approx \sin 1'' = 0,000\,004\,848\,136\,8,$$

па за прелаз са геометријске на аналитичку меру имамо израз

$$a' = a \sin 1'', \quad (11)$$

који је довољно тачан за све практичне потребе у астрономији.

Обрнути прелаз, са аналитичке на геометријску меру, врши се онда очигледно преко тачног израза

$$a = 206\,264,806\dots a' = \rho \cdot a' \quad (12)$$

или преко приближног

$$a = \frac{a'}{\sin 1''}, \quad (13)$$

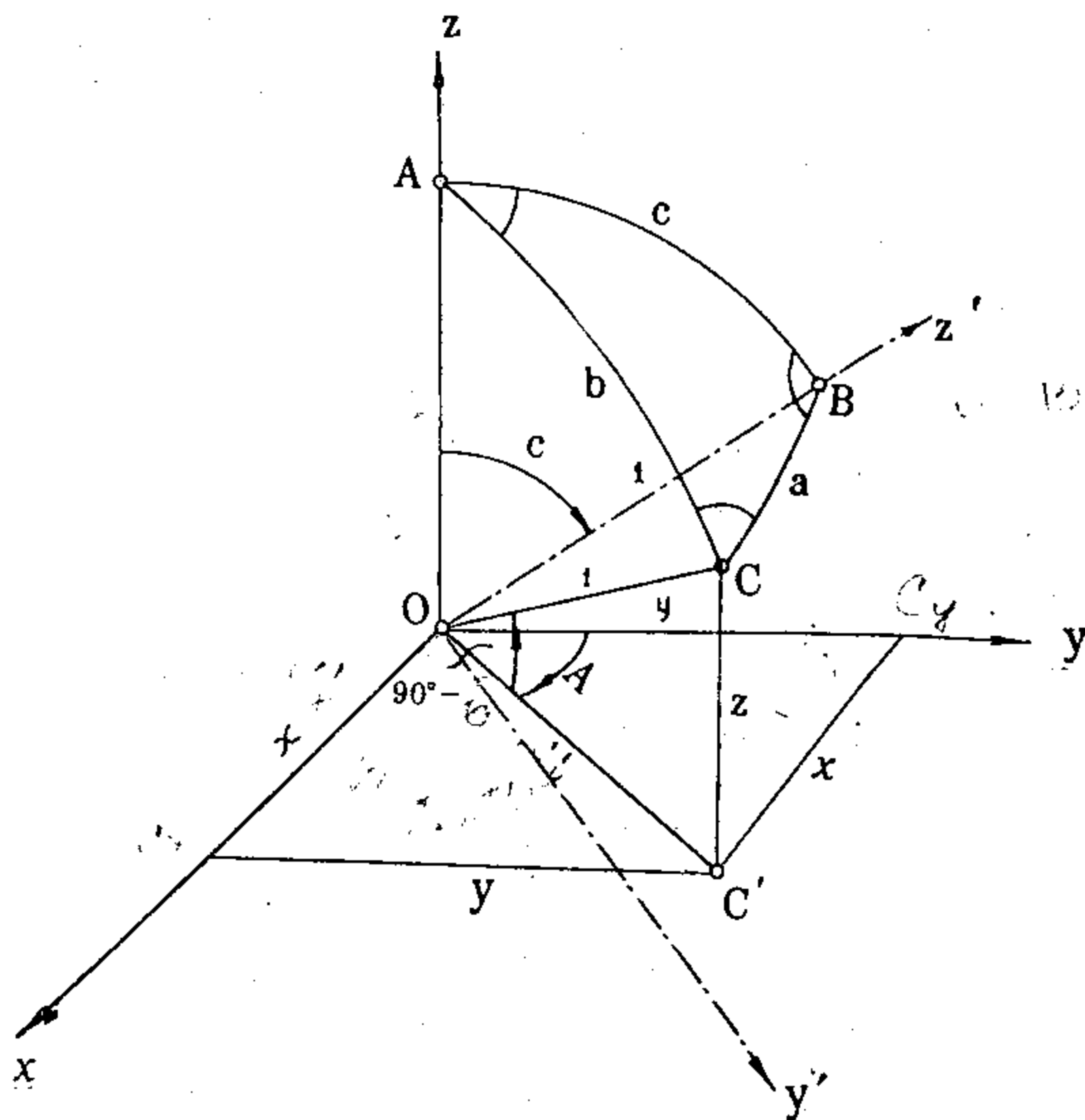
чија је тачност довољна за све практичне потребе у астрономији.

Прелаз са астрономске мере на аналитичку и обрнут прелаз врши се обично преко геометријске мере.

9. Основни изрази сферне тригонометрије подешени за примену у астрономији. — За успостављање веза међу координатама два разна сферна координатна система, као и за израчунавање сферних координата небеских тела у њиховим карактеристичним положајима у којима се она посматрају у разне сврхе потребно је повезати ове координате аналитичким изразима. Оне се повезују као елементи сферних троуглова на небеској сфери. Потребно је, дакле, у поменутом циљу знати везе међу елементима сферног троугла.

Сферни троугао је слика на сфери ограничена луцима три велика круга те сфере који се секу. Сферни троугао има 3 темена (тачке A, B, C на сл. 9),

3 угла (које ћемо обележавати истим ознакама као и темена) и 3 стране (a, b, c на сл. 9). Мерни бројеви страна, ако је полупречник сфере једнак јединици, једнаки су мерним бројевима углова које заклапају у средишту сфере њени полупречници повучени до односних темена. Углови су једнаки угловима које међу собом заклапају тангенте у теменима.



Сл. 9. Сферни троугао

Да бисмо дошли до основних израза који везују елементе сферног троугла, поставимо га у праволинијски правоугли координатни систем (сл. 9) тако да му теме A лежи на осовини z , а страна c у координатној равни yOz . Координате темена C биће тада

$$\begin{aligned} x &= \sin b \sin A, \\ y &= \sin b \cos A, \\ z &= \cos b. \end{aligned} \quad (14)$$

Обрнемо ли координатни систем око осовине Ox за угао c , тако да осовина Oz пређе у Oz' , у новом систему ће елементи a и $(\pi - B)$ играти улогу елемената b и A у старом систему. Зато ако у изразима (14) заменимо b са a , и A са $\pi - B$, добићемо за координате темена C у новом систему

$$\begin{aligned} x' &= \sin a \sin B, \\ y' &= -\sin a \cos B, \\ z' &= \cos a. \end{aligned} \quad (15)$$

Искористимо ли изразе за ротацију координатног система, добро познате из

аналитичке геометрије:

$$\begin{aligned}x' &= x, \\y' &= y \cos c - z \sin c, \\z' &= y \sin c + z \cos c.\end{aligned}$$

и уврстимо ли у њих изразе (14) и (15), добићемо три основна израза сферне тригонометрије, који се најчешће примењују и који су познати под називом Гаусова група:

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A, \quad (16)$$

$$\sin a \sin B = \sin b \sin A, \quad (17)$$

$$\sin a \cos B = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A. \quad (18)$$

То су: косинусна теорема, синусна теорема и синусно-косинусна теорема.

Из последњег израза добијамо нов ако заменимо a са b и A са B :

$$\sin b \cos A = \cos a \sin c - \sin a \cos c \cos B. \quad (19)$$

Ако синусно-косинусни израз (18) помножимо са $\sin A$ и поделимо синусним (17), добијамо нов израз

$$\operatorname{ctg} b \sin c = \cos c \cos A + \sin A \operatorname{ctg} B. \quad (20)$$

Сменимо ли у њему a са b и A са B , добијамо још један нов израз

$$\operatorname{ctg} a \sin c = \cos c \cos B + \sin B \operatorname{ctg} A. \quad (21)$$

Изрази (20) и (21) представљају трећу групу образаца сферне тригонометрије.

Последњи израз добићемо ако косинусну теорему (16) применимо на тзв. поларни троугао, који је са латим везан на тај начин што му углови допуњују стране датог троугла до 180° . То је израз

$$\cos A = -\cos B \cos C + \sin B \sin C \cos a. \quad (22)$$

Све изведене изразе можемо сада сврстати у следећи преглед:

$$\left\{ \begin{aligned} \cos a &= \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A, \\ \sin a \sin B &= \sin b \sin A, \\ \sin a \cos B &= \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A, \\ \sin b \cos A &= \cos a \sin c - \sin a \cos c \cos B, \\ \operatorname{ctg} a \sin B &= \cos b \cos C + \sin C \operatorname{ctg} A, \\ \operatorname{ctg} b \sin a &= \cos a \cos C + \sin C \operatorname{ctg} B, \\ \cos A &= -\cos B \cos C + \sin B \sin C \cos a. \end{aligned} \right. \quad (23)$$

Сви остали изрази који везују елементе сферног троугла изводе се из ових цикличком пермутацијом елемената и решавају сферни троугао у свима случајевима.

Ако је један угао, рецимо $A = 90^\circ$, онда је сферни троугао правоугли и из горњих образаца добијају се за правоугли сферни троугао следећи изрази:

$$\cos a = \cos b \cos c, \quad (24)$$

$$\sin b = \sin a \sin B, \quad (25)$$

$$\sin c = \sin a \sin C, \quad (26)$$

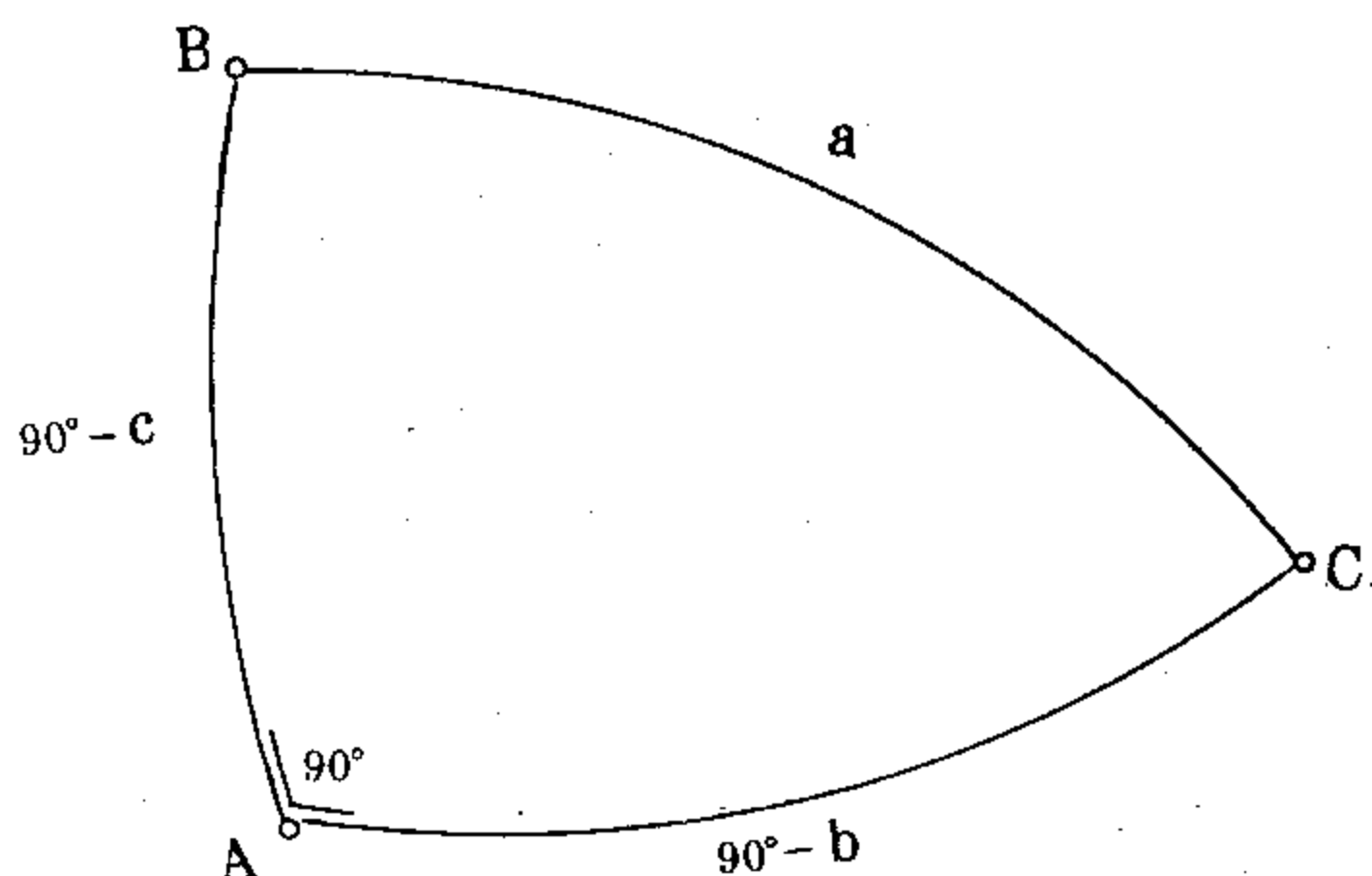
$$\operatorname{tg} b = \sin c \operatorname{tg} B = \operatorname{tg} a \cos C, \quad (27)$$

$$\operatorname{tg} c = \sin b \operatorname{tg} C = \operatorname{tg} a \cos B, \quad (28)$$

$$\cos a = \operatorname{ctg} B \operatorname{ctg} C, \quad (29)$$

$$\cos B = \cos b \sin C, \quad (30)$$

$$\cos C = \cos c \sin B. \quad (31)$$



Сл. 10. Неперово мнемоничко правило

Ови се изрази лако могу написати ако се послужимо следећим Неперовим правилом за памћење. Место катета испишемо њихове комплементе (сл. 10), а прави угао не сматрамо за елеменат троугла. У том случају се сви изрази могу обухватити једном реченицом: косинус сваког елемента једнак је производу синуса супротних, а исто тако и производу котангенса суседних елемената.

У случају решавања сферног троугла нумерички, тј. машином за рачунање, ови су нам изрази довољни. Но за логаритамско рачунање десне стране израза за косоугли троугао морају се претворити у производе. У решавању сферног троугла могу се појавити 6 различитих случајева:

дате	непознате
a, b, c	A, B, C
A, B, C	a, b, c
$a, b, C,$	A, B, c
A, B, c	a, b, C
a, b, A	B, C, c
A, B, a	b, c, C

1^о Бордине аналогије. — У првом случају ћемо углове изразити помоћу страна ако израз (16) решимо по $\cos A$, образујемо $1 - \cos A$ и $1 + \cos A$, а за-

тим $\sin^2 \frac{A}{2}$ и $\cos^2 \frac{A}{2}$ и ставимо $2p = a + b + c$, па разлике косинуса претворимо

у производе. Тако се добијају Бордине аналогије

$$\sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{\sin(p-b) \sin(p-c)}{\sin b \sin c}}, \quad (32)$$

$$\cos \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{\sin p \sin(p-a)}{\sin b \sin c}}, \quad (33)$$

$$\operatorname{tg} \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{\sin(p-b) \sin(p-c)}{\sin p \sin(p-a)}}, \quad (34)$$

из којих се цикличком пермутацијом елемената добивају и остале.

У другом случају ћемо стране изразити помоћу углова кад на поларни троугао (чије су стране суплементне угловима датог троугла, а углови суплементни странама датог троугла) применимо последња три израза. Те су везе:

$$\sin \frac{a}{2} = \sqrt{\frac{\sin s \cdot \sin(A-s)}{\sin B \sin C}}, \quad (35)$$

$$\cos \frac{a}{2} = \sqrt{\frac{\sin(B-s) \sin(C-s)}{\sin B \sin C}}, \quad (36)$$

$$\operatorname{tg} \frac{a}{2} = \sqrt{\frac{\sin s \sin(A-s)}{\sin(B-s) \sin(C-s)}}, \quad (37)$$

где је s половина тзв. *сферног ексцеса*, тј. $2s = A + B + C - \pi$.

2° Деламброве или Гаусове аналогије. — Ако чиниоце с десних страна идентичности

$$\begin{aligned} \sin \frac{1}{2}(A \pm B) &= \sin \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \pm \cos \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2}, \\ \cos \frac{1}{2}(A \pm B) &= \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \mp \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2}, \end{aligned}$$

заменимо изразима (32), (33), и (34), па збирове и разлике синуса претворимо у производе, добивамо 4 помоћна обрасца за решавање наредних случајева косоуглог сферног троугла, позната под именом *Деламбрових* или *Гаусових* *аналогиија*:

$$\frac{\sin \frac{A+B}{2}}{\cos \frac{a-b}{2}} = \frac{\cos \frac{C}{2}}{\cos \frac{c}{2}}, \quad (38)$$

$$\frac{\sin \frac{A-B}{2}}{\sin \frac{a-b}{2}} = \frac{\cos \frac{C}{2}}{\sin \frac{c}{2}}, \quad (39)$$

$$\frac{\cos \frac{A+B}{2}}{\cos \frac{a+b}{2}} = \frac{\sin \frac{C}{2}}{\cos \frac{c}{2}}, \quad (40)$$

$$\frac{\cos \frac{A-B}{2}}{\sin \frac{a+b}{2}} = \frac{\sin \frac{C}{2}}{\sin \frac{c}{2}}, \quad (41)$$

који се кратко могу обухватити следећом схемом подесном за памћење:

$$\frac{\csc s s \frac{l}{2} (A \pm B)}{\csc s c s \frac{1}{2} (a \pm b)} = \frac{s s c c \frac{l}{2} C}{c s c s \frac{1}{2} c} \quad (42)$$

3^о Неперове аналогије. — У трећем случају непознате елементе A, B, c из датих a, b, C , добивамо на следећи начин. Делећи прву Гаусову аналогију трећом и другу четвртном добивамо за углове A и B обрасце

$$\operatorname{tg} \frac{A+B}{2} = \frac{\cos \frac{a-b}{2}}{\cos \frac{a+b}{2}} \operatorname{ctg} \frac{C}{2}, \quad (43)$$

$$\operatorname{tg} \frac{A-B}{2} = \frac{\sin \frac{a-b}{2}}{\sin \frac{a+b}{2}} \operatorname{ctg} \frac{C}{2} \quad (44)$$

Страну c затим даје једна од Гаусових аналогија.

У четвртном случају деобом прве Гаусове аналогије другом и треће четвртном добивамо за непознате стране a и b везе

$$\operatorname{tg} \frac{a+b}{2} = \frac{\cos \frac{A-B}{2}}{\cos \frac{A+B}{2}} \operatorname{tg} \frac{c}{2}, \quad (45)$$

$$\operatorname{tg} \frac{a-b}{2} = \frac{\sin \frac{A-B}{2}}{\sin \frac{A+B}{2}} \operatorname{tg} \frac{c}{2}, \quad (46)$$

а угао C налазимо из једне од Гаусових аналогија. Последње четири везе познате су под именом Неперове аналогије.

У петом случају B се добива из синусне теореме (17), а C и c из Неперових аналогија. Задатак је могућ ако је

$$\frac{\sin b \sin A}{\sin a} \leq 1. \quad (47)$$

У шестом случају b се добива из синусне теореме, а C и c из Неперових аналогија. Последња два случаја имају по 2 решења, али се из конкретних услова бира оно које одговара задатку.

4^о Контролни образац. — Из Гаусових аналогија, које су облика

$$\frac{\cos \alpha}{\cos \beta} = \frac{\cos \gamma}{\cos \delta},$$

можемо извести везу

$$\frac{\cos \alpha + \cos \beta}{\cos \alpha - \cos \beta} = \frac{\cos \gamma + \cos \delta}{\cos \gamma - \cos \delta}$$

или везу

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha + \beta}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha - \beta}{2} = \operatorname{tg} \frac{\gamma + \delta}{2} \operatorname{tg} \frac{\gamma - \delta}{2}.$$

Кад у њу уврстимо вредности за α , β , γ и δ из Гаусових аналогича и обележимо

$$2p = a + b + c \quad \text{и} \quad \sigma = A + B + C - \pi,$$

добивамо образац

$$\operatorname{tg} \frac{\sigma}{4} = \sqrt{\operatorname{tg} \frac{p}{2} \operatorname{tg} \frac{p-a}{2} \operatorname{tg} \frac{p-b}{2} \operatorname{tg} \frac{p-c}{2}}, \quad (48)$$

који везује све елементе сферног троугла, па може послужити као контролни образац за његово решење.

Гаусова група образаца (16), (17), и (18) може се подесити за логаритмисање и сменама

$$\cos b = m \sin M, \quad \sin b \cos A = m \cos M, \quad (49)$$

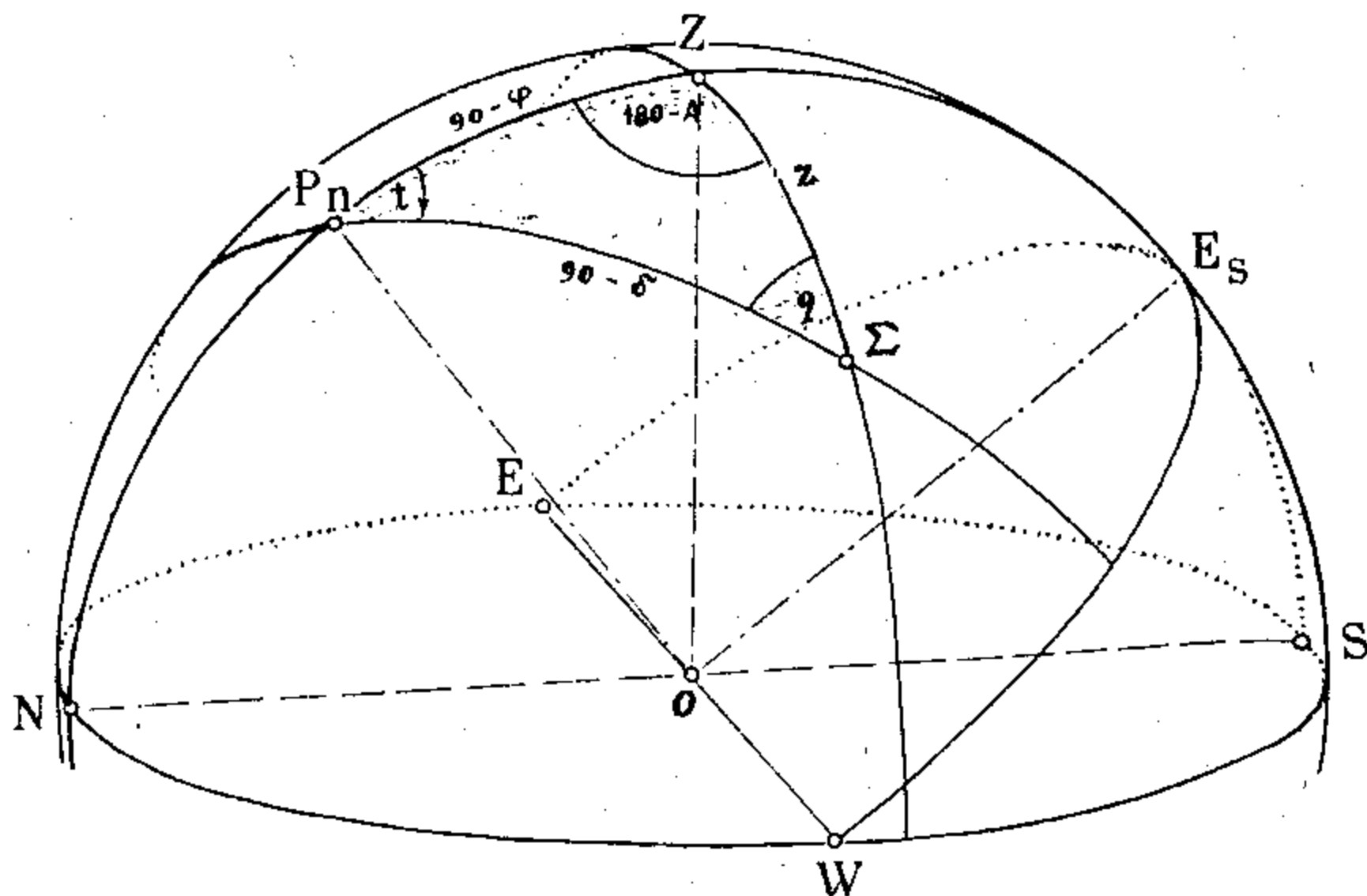
после којих она добија облик

$$\cos a = m \sin (M + c), \quad (50)$$

$$\sin a \sin B = \sin b \sin A, \quad (51)$$

$$\sin a \cos B = m \cos (M + c). \quad (52)$$

10. Претварање координата. — Луци небеског меридијана $P_n Z$ вертикала $Z \Sigma$ и деклинацијског круга $P_n \Sigma$ једног небеског тела Σ образују сферни троугао с теменима у полу P_n , зениту Z и самом небеском телу Σ , који је познат под називом *положајни* или *паралактички троугао* (сл. 11). Он има за елементе и координате хоризонтског и координате месног екваторског система, па се његовим решавањем може вршити прелаз с једних координата на друге.



Сл. 11. Положајни (паралактички) троугао

1⁰ Прелаз са месних екваторских на хоризонтске координате. — Ако на положајни троугао применимо Гаусову групу образаца (16), (17) и (18) тежећи да с леве стране добу хоризонтске координате, добићемо везе између датих месних екваторских и непознатих хоризонтских координата:

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t, \quad (53)$$

$$\sin z \sin A = \cos \delta \sin t, \quad (54)$$

$$\sin z \cos A = -\cos \varphi \sin \delta + \sin \varphi \cos \delta \cos t. \quad (55)$$

Сменама

$$\sin \delta = m \sin M, \quad (56)$$

$$\cos \delta \cos t = m \cos M, \quad (57)$$

оне добивају облик подесан за логаритамски рачун:

$$\cos z = m \cos (\varphi - M), \quad (58)$$

$$\sin z \sin A = \cos \delta \sin t, \quad (59)$$

$$\sin z \cos A = m \sin (\varphi - M). \quad (60)$$

Угао M можемо наћи деобом смене (56) са (57), а m ако ове смене квадрирамо и саберемо.

Кад је угао који се тражи мали, тачније се одређује из тангенса. Зато последњим везама можемо дати и други облик. Деобом везе (59) са (60) добивамо

$$\operatorname{tg} A = \frac{\cos \delta \sin t}{m \sin (\varphi - M)}.$$

Место бројитеља можемо на основи смене (57) ставити $m \cos M \operatorname{tg} t$, па за рачунање азимута добивамо израз

$$\operatorname{tg} A = \frac{\operatorname{tg} t \cos M}{\sin (\varphi - M)}. \quad (61)$$

И зенитну даљину можемо добити из тангенса ако везу (60) поделимо са (58):

$$\operatorname{tg} z = \frac{\operatorname{tg} (\varphi - M)}{\cos A}. \quad (62)$$

Ако смену (57) поделимо везом (60), добивамо образац

$$\frac{\cos \delta \cos t}{\sin z \cos A} = \frac{\cos M}{\sin (\varphi - M)}, \quad (63)$$

који може служити за проверавање рачуна.

Из (56) и (57) деобом добивамо M

$$\operatorname{tg} M = \frac{\operatorname{tg} \delta}{\cos t}. \quad (64)$$

Квадрант угла M узима се према знаку уз $\operatorname{tg} M$. Ако је $\operatorname{tg} M > 0$, M је у I или III квадранту, ако је $\operatorname{tg} M < 0$, M је у II или IV квадранту.

Ако је $0 \leq t \leq 180^\circ$, онда је и $0 \leq A \leq 180^\circ$. Ако је пак $180^\circ \leq t \leq 360^\circ$, онда је и $180^\circ \leq A \leq 360^\circ$. z је увек између 0° и 180° .

2^о Прелаз са хоризонтских на месне екваторске координате. — Применимо ли Гаусову групу образаца (16), (17) и (18) на положајни троугао $P_n Z \Sigma$ (сл. 11), но тежећи да с леве стране дођу месне екваторске координате, добивамо везе за израчунавање ових координата кад су дате хоризонтске:

$$\sin \delta = \cos z \sin \varphi - \sin z \cos \varphi \cos A, \quad (65)$$

$$\cos \delta \sin t = \sin z \sin A, \quad (66)$$

$$\cos \delta \cos t = \cos z \cos \varphi + \sin z \sin \varphi \cos A. \quad (67)$$

Сменама

$$\cos z = n \cos N, \quad (68)$$

$$\sin z \cos A = n \sin N, \quad (69)$$

из којих се може деобом наћи помоћни угао N :

$$\operatorname{tg} N = \operatorname{tg} z \cos A, \quad (70)$$

везе (65), (66) и (67) добивају облик подесан за логаритамско рачунање:

$$\sin \delta = n \sin (\varphi - N), \quad (71)$$

$$\cos \delta \sin t = \sin z \sin A, \quad (72)$$

$$\cos \delta \cos t = n \cos (\varphi - N), \quad (73)$$

Кад је угао који се тражи мали, тачније се одређује из тангенса. Као и у претходној тачки, последњим везама можемо дати и други облик. Деобом везе (72) са (73) добивамо

$$\operatorname{tg} t = \frac{\sin z \sin A}{n \cos (\varphi - N)}.$$

Ако смену (69) помножимо са $\operatorname{tg} A$, бројитељ овог израза можемо написати и овако

$$\sin z \sin A = n \sin N \operatorname{tg} A,$$

зато израз за $\operatorname{tg} t$ добива облик

$$\operatorname{tg} t = \frac{\operatorname{tg} A \sin N}{\cos (\varphi - N)}. \quad (74)$$

Поделимо ли везу (71) са (73) добивамо за рачунање деклинације из тангенса израз

$$\operatorname{tg} \delta = \cos t \operatorname{tg} (\varphi - N). \quad (75)$$

Ако смену (69) поделимо везом (73) добијамо образац

$$\frac{\sin z \cos A}{\cos \delta \cos t} = \frac{\sin N}{\cos (\varphi - N)} \quad (76)$$

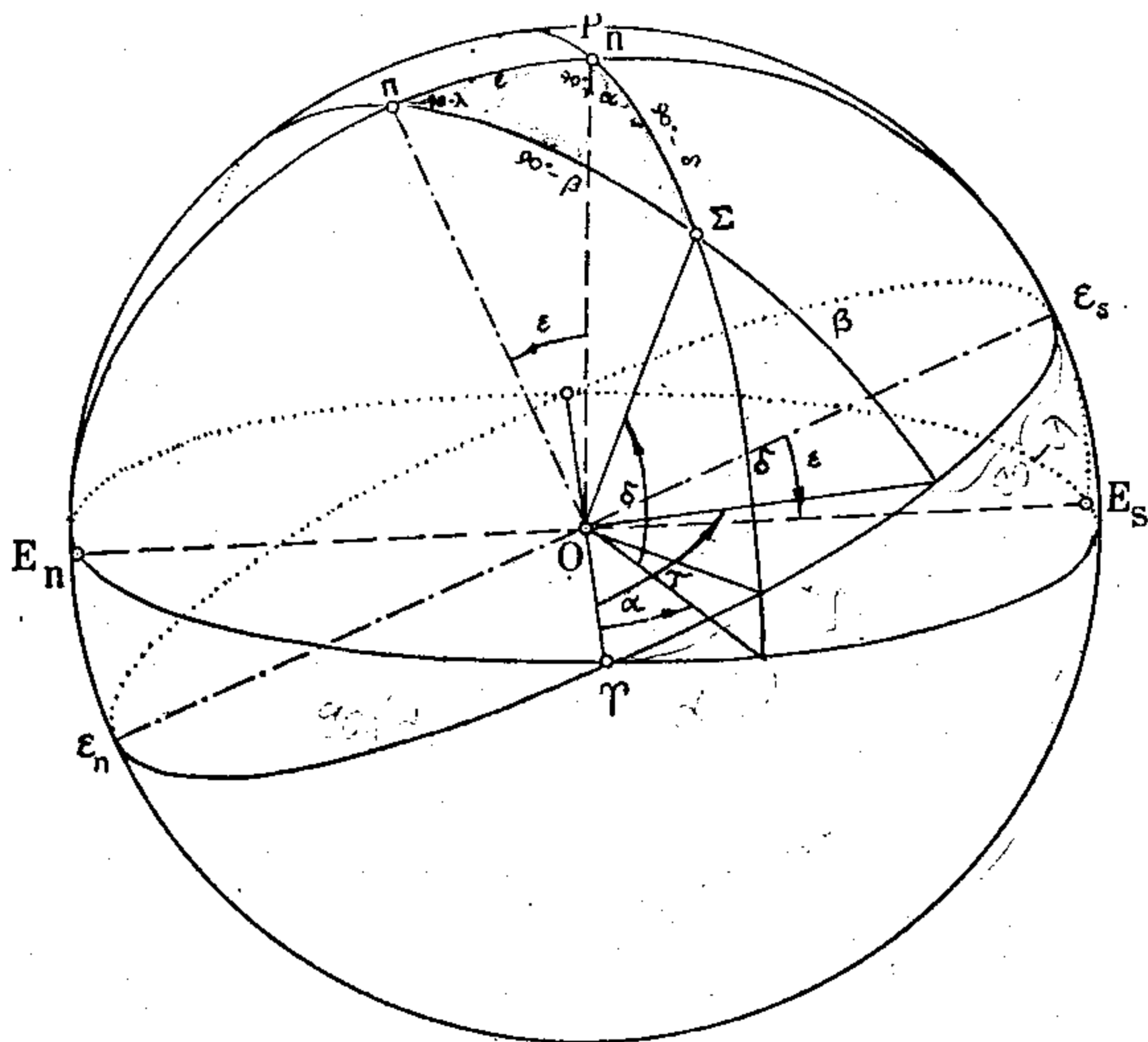
који може служити за проверавање рачуна.

У погледу одређивања квадранта за N и t важе исте примедбе као и у претходној тачки.

За обострано претварање координата описано у тачкама 1^о и 2^о данас постоји више врста таблица и номограма.

3^о Прелаз са месних екваторских на небеске екваторске координате и обрнут прелаз. — Везе између месних екваторских и небеских екваторских координата дате су изразима (4), (5) и (8) у § 6. Ако се из датих хоризонтских траже небеске екваторске координате, најпре се пређе на месне екваторске, а затим на небеске екваторске координате.

4^о Прелаз са небеских екваторских на еклиптичке координате. — Ако на сл. 12 учртамо и небески екваторски и еклиптички координатни систем и учимо положај једне звезде Σ у оба система, добивамо сферни троугао $P_n \Pi \Sigma$ који у својим елементима садржи и небеске екваторске и еклиптичке координате. Његовим решењем добивају се везе за прелаз са једних координате на друге. Применом Гаусове групе образаца (16), (17) и (18) на троугао $P_n \Pi \Sigma$ тако да с леве стране добијамо еклиптичке координате, добивамо везе



Сл. 12. Веза између небеских екваторских и еклиптичких координата

$$\sin \beta = \cos \epsilon \sin \delta - \sin \epsilon \cos \delta \sin \alpha, \quad (77)$$

$$\cos \beta \cos \lambda = \cos \delta \cos \alpha, \quad (78)$$

$$\cos \beta \sin \lambda = \sin \epsilon \sin \delta + \cos \epsilon \cos \delta \sin \alpha. \quad (79)$$

Оне се користе за прелаз са небеских екваторских координата на еклиптичке, који се најчешће јавља у теоријској астрономији.

Сличним сменама као у тачкама 1^о и 2^о могу се и ове везе лако претворити у изразе подесне за логаритамско рачунање.

5^о *Прелаз са еклиптичких на небеске екваторске координате.* — Ако применимо Гаусову групу на троугао P_n Π Σ тако да с леве стране остану небеске екваторске координате, добивамо везе за прелаз са познатих еклиптичких на непознате небеске екваторске координате:

$$\begin{aligned} \sin \delta &= \cos \varepsilon \sin \beta + \sin \varepsilon \cos \beta \sin \lambda, & (80) \\ \cos \delta \cos \alpha &= \cos \beta \cos \lambda, & (81) \\ \cos \delta \sin \alpha &= -\sin \varepsilon \sin \beta + \cos \varepsilon \cos \beta \sin \lambda. & (82) \end{aligned}$$

Ове се везе користе на пример при извођењу утицаја астрономске нутације на екваторске координате (в. § 52). И оне се могу сличним сменама као у тачкама 1^о и 2^о подесити за логаритамско рачунање.

11. *Основне карактеристике звезда и основна сазвежђа.* — У претходном параграфу већ смо се срели са именима неких звезда, а у наредним параграфима све ћемо се више с њима сретати. Зато је потребно да се овде ближе упознамо са основним карактеристикама звезда, са сазвежђима с којима ћемо се најчешће сретати и с најсјајнијим звездама и другим небеским телима у њима.

Три основне карактеристике сваке звезде са гледишта класичне астрономије су *положај (координате), привидна величина и боја*.

1^о *Боје звезда.* — Боја звезде одређује се по најинтензивнијој врсти зрачења у њеном спектру, а главне боје звезда су: *плава* (спектарски тип O и B), *бела* (A), *жута* (F и G) и *црвена* (K, M и N).

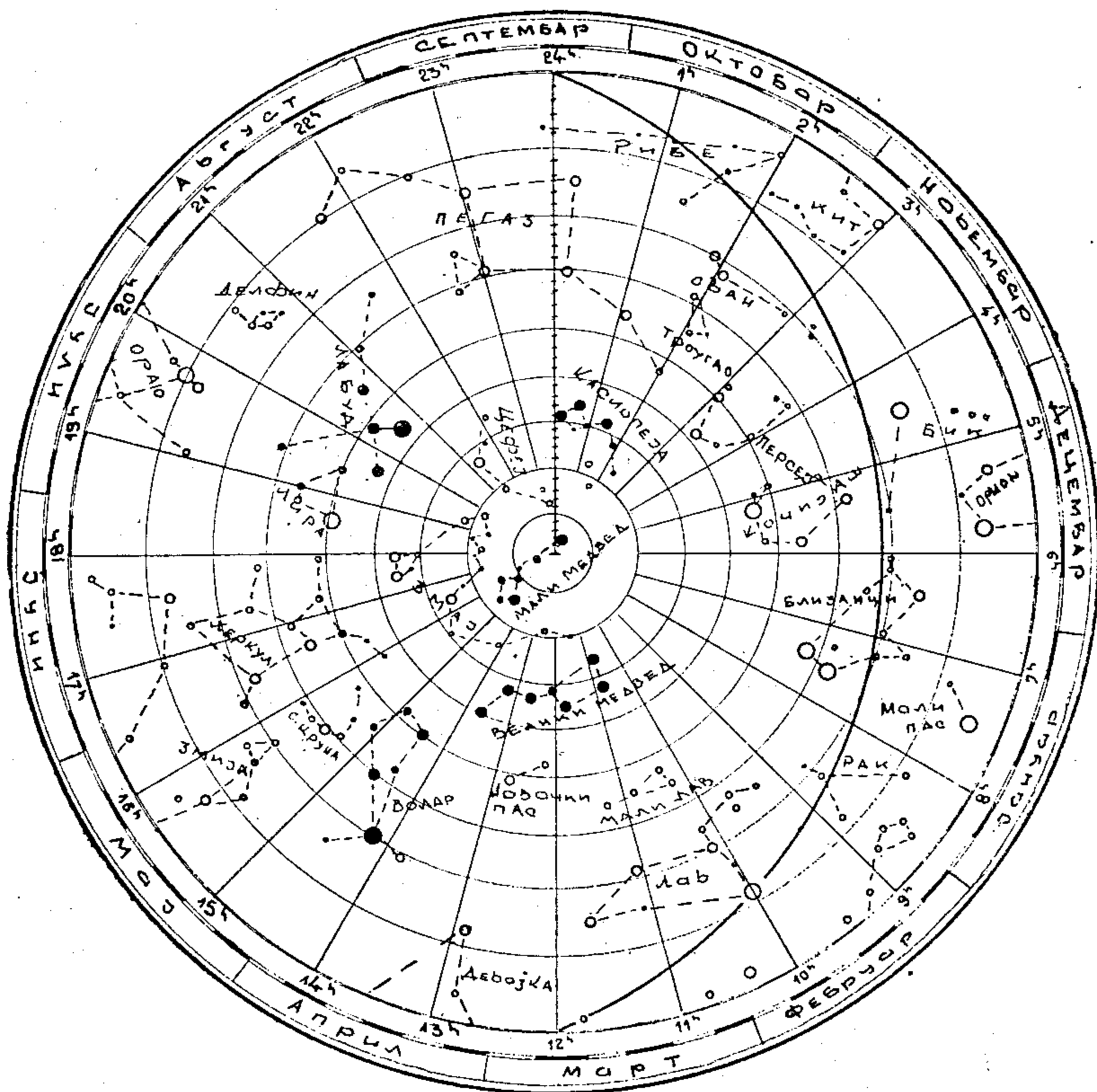
2^о *Привидне величине звезда.* — Још су стари народи све звезде видљиве голим оком (око 2000 на једној хемисфери) делили по степену сјајности на 6 привидних величина. Кад је отпочела звездана фотометрија видело се да је свака наредна привидна величина 2,5 пута слабија од претходне. За најсјајније звезде, планете, Месец и Сунце ова је скала продужена у негативном смеру, а за звезде слабија сјаја усвојене су привидне величине веће од шесте.

3^о *Сазвежђа.* — Стари су народи ради боље приближне оријентације у положајима звезда делили ове у групе — *сазвежђа*, којима су давали различита имена (било својих јунака, било животиња или предмета на које им се чинило да ова сазвежђа личе). Данас је *положај* звезда дат њиховим координатама, но ради брже и прегледне оријентације ова се подела и данас задржала, само су измењене границе сазвежђа и подешено је да оне иду дуж небеских меридијана и паралела. Најсјајније звезде имају и своја имена, иначе се обележавају грчким словима

α алфа	β бета	γ гамма	δ делта	ε еписILON	ζ дзета	η ега
υ тхета	ι јота	κ капа	λ ламода	μ ми	ν ни	ξ кси
ο омикрон	π пи	ρ ро	σ сигма	τ тау	υ ипсилон	φ фи
χ хи	ψ пси	ω омега				

уз ознаку сазвежђа. Слабије звезде бележе се латинским словима, а још слабије бројевима уз ознаку каталога.

(а) Циркумполарна група сазвежђа. — На северном делу небеске сфере најупадљивије и највеће сазвежђе су Велика Кола или Велики Медвед (Ursa Maior) (сл. 13). Продужимо ли око 5 пута размак између звезда α и β у том смеру долазимо до двојне звезде 2, привидне величине, која је у данашње време само око 1° удаљена од пола — то је Северњача или Полара (α Ursae



Сл. 13. Најмаркантнија сазвежђа северне небеске хемисфере

Minoris). Она се налази у репу Малог Медведа (Ursa Minor), нешто мање сјајног сазвежђа које има сличан облик са претходним. С друге стране овог сазвежђа, на приближно једнаком одстојању као и Велики Медвед, налази се треће циркумполарно сазвежђе Касиопеја (Cassiopeia) у виду слова W. Ово је циркумполарна група сазвежђа која у нашим крајевима никад не залази, већ целе своје дневне паралеле описује изнад хоризонта. Овој групи припадају још нека мање упадљива сазвежђа.

Услед Земљина обилажења око Сунца (в. § 19) у разна годишња доба око поноћи кулминују разне групе сазвежђа. Зато их у свако доба године сва не можемо сагледати, но ако бацимо поглед на карту северне хемисфере са извученом мрежом деклинацијских кругова и паралела, можемо лако наћи 4 групе сазвежђа: зимску, према којој је окренут реп Малог Медведа, пролећну, испод Великог Медведа, летњу, према којој је усмерен реп Великог Медведа и јесењу, испод Малог Медведа.

б. Зимска група сазвежђа. — У зимској групи најмаркантнија су сазвежђа: Кочијаш (*Auriga*), Бик (*Taurus*), Близанци (*Gemini*), Орион (*Orio*), Мали Пас (*Canis Minor*) и Велики Пас (*Canis Maior*) (в. сл. 13). Најсјајнија звезда у Кочијашу је α *Aurigae* или *Capella*, у Бикy α *Tauri* или *Aldebaran* (у њему су и велика растурена звездана јата *Плејаде* и *Хијаде*), у Близанцима су најпознатије две сјајне звезде α *Geminorum-Castor* и β *Geminorum-Polux*, обе вишеструке, у Ориону, који обилује сјајним звездама, најсјајније су α *Orionis-Betelgeuze* и β *Orionis-Rigel*, у његовом мачу позната је вишеструка звезда θ *Orionis*, као и велика дифузна маглина и тамна маглина у непосредној близини. Најсјајнија звезда у Малом Псу је α *C. Minoris* или *Procyon*, а у Великом Псу α *C. Maioris* или *Sirius*, ово је и најсјајнија звезда на читавом небу.

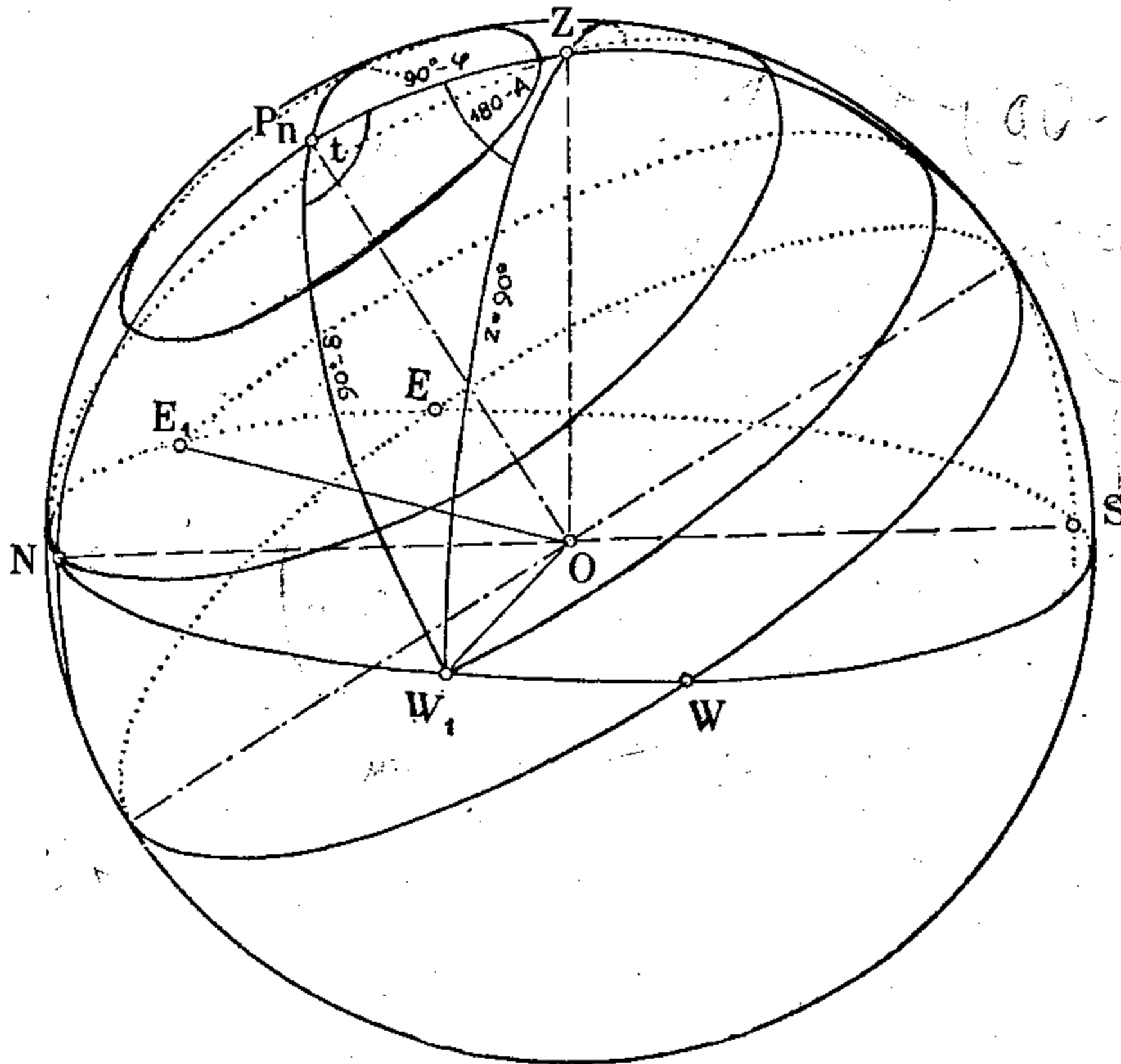
в. Пролећна група сазвежђа. — У пролећној групи најочљивија су 3 сазвежђа: Рак (*Cancer*), Лав (*Leo*) и Девојка (*Virgo*). У Раку се и слободним оком види велико растурено јато звезда *Preserae* или *Jasle*. У Лаву се истичу две сјајне звезде: α *Leonis-Regulus* и β *Leonis-Denebola*, а у Девојци сјајна звезда α *Virginis* или *Spica* (Клас) (в. сл. 13.).

г. Летња група сазвежђа. — У летњој групи најмаркантнија су сазвежђа: Волар (*Bootes*), Северна Круна (*Corona Borealis*), Херкул (*Hercules*), Лири (*Lyra*), Лабуд (*Cygnus*) и Орао (*Aquila*). Најсјајнија звезда у Волару је α *Bootis* или *Arcturus*, у С. Круни α *C. Borealis* или *Gemma*. Херкул нема упадљиво сјајних звезда, али је познат са свог збивеног звезданог јата од око 40 000 звезда, које се и у слабијим дурбинима види као просута жеравица. Најсјајнија звезда у Лири је α *Lyrae* — *Vega*, у Лабуду — α *Cygni* или *Deneb* и у Орлу — α *Aquilae* или *Altair*.

д. Јесења група сазвежђа. — У јесењој групи су најочљивија сазвежђа: Пегаз (*Pegasus*), Андромеда (*Andromeda*), Персеј (*Perseus*), Рибе (*Pisces*) и Кит (*Cetus*). У Пегазу је најсјајнија звезда α *Pegasi* или *Markab*, у Андромеди — α *Andromedae* или *Sirrah* (ово је сазвежђе чувено и са сјајне спиралне маглине по средини). У Персеју је, поред најсјајније звезде α *Persei* или *Mirfak*, чувена и променљива β *Persei* или *Algol*, као и двојно збивено јато звезда. У тешко уочљивом сазвежђу Рибе, које се састоји из слабих звезда налази се пролећна тачка, која се може наћи испод сазвежђа Пегаз ако се у правцу звезда α *Andr.* и β *Pegs.* пренесе још једном њихов размак.

12. Излаз и залаз небеског тела. — У параграфима 11—14 биће изведене хоризонтске координате небеских тела у 4 положаја најкарактеристичнија за астрономска посматрања, као и звездана време на када се тела налазе у тим положајима. Полазни подаци су увек небеске екваторске координате којима је дато једно небеско тело и оне се узимају из астрономских годишњака или ефемерида (в. параграф 54). Хоризонтске координате и време, који се рачунају, потребни су за припрему посматрања (мерења).

Тачке излаза и залаза су у првој апроксимацији тачке пресека дневног паралела небеског тела с хоризонтом, на сл. 14 E_1 и W_1 . Једначина (53) у којој је у тренутку излаза и залаза $z=90^\circ$, даје



Сл. 14. Тачке излаза и залаза

$$\cos t = -\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta, \quad (83)$$

а звездано време излаза и залаза добивамо затим из веза

$$\begin{aligned} s_E &= \alpha - t, \\ s_W &= \alpha + t. \end{aligned} \quad (84)$$

Положаји тачака излаза и залаза одређени су потпуно њиховим азимутима. Једначина (65), кад у њу ставимо $z=90^\circ$, даје

$$\cos A = -\frac{\sin \delta}{\cos \varphi}. \quad (85)$$

При томе је $A_F > 180^\circ$, а $A_w < 180^\circ$.

Ако изразе (83) и (85) напишемо у облику

$$|\cos t| = \frac{\operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} (90^\circ - \varphi)} \leq 1 \quad (86) \quad \text{и} \quad |\cos A| = \frac{\sin \delta}{\sin (90^\circ - \varphi)} \leq 1 \quad (87)$$

добивамо неједнакост

$$\delta < 90^\circ - \varphi \quad (88)$$

као услов да звезда излази и залази, тј. неједнакост

$$\delta > 90^\circ - \varphi \quad \text{— циркуларне} \quad (89)$$

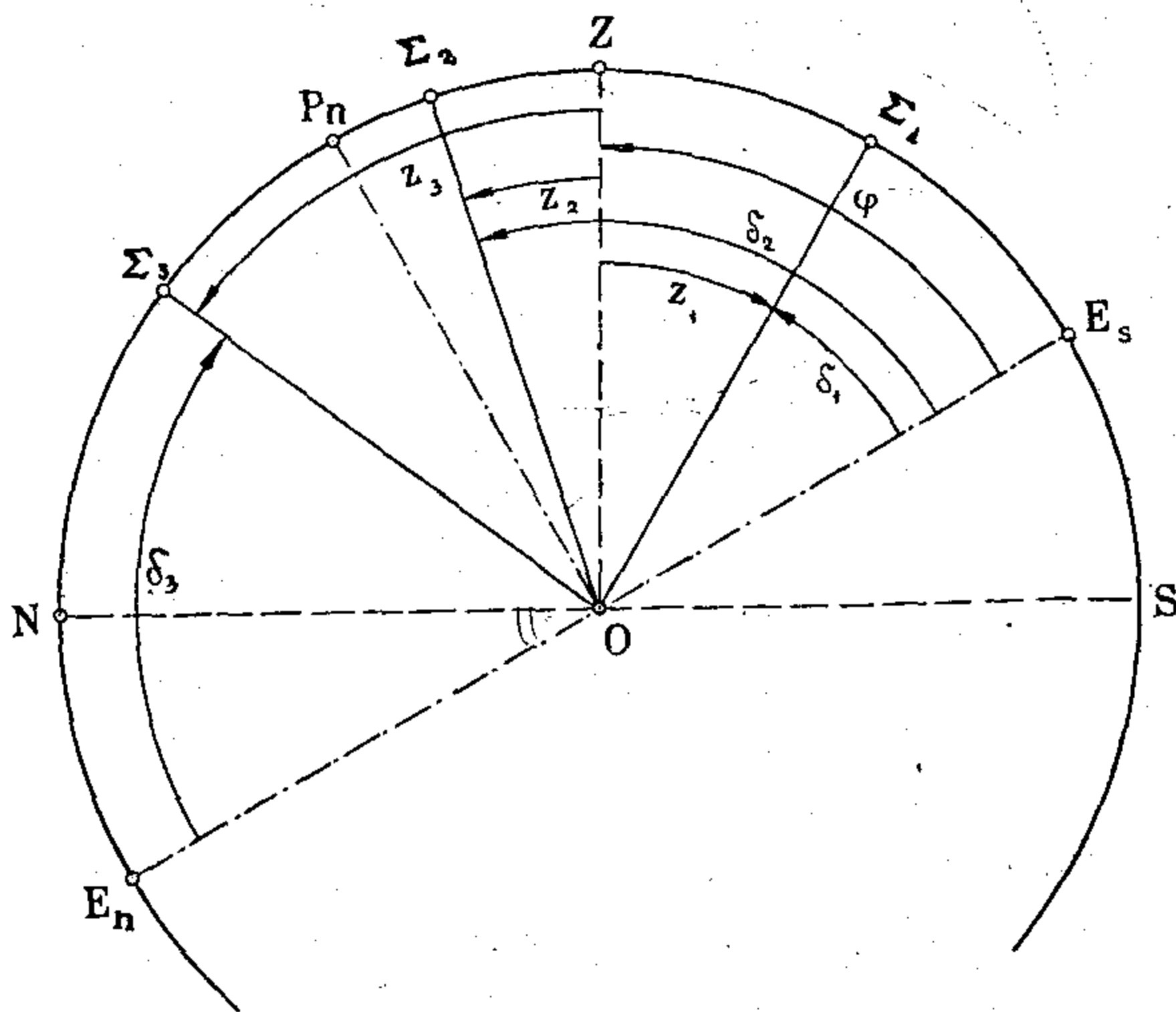
као услов да она нема излаза и залаза. Ове последње звезде цео свој дневни паралел описују изнад хоризонта и називају се циркуларне. Ови услови следе и из геометријског расуђивања.

Кад је угао t мали, тачније се налази из тангенса. Образујемо изразе $1 - \cos t$ и $1 + \cos t$, а затим њихов количник, па добивамо:

$$\operatorname{tg} \frac{t}{2} = \sqrt{\frac{\cos (\varphi - \delta)}{\cos (\varphi + \delta)}} \quad (90)$$

На сличан начин добивамо и за азимут тачке излаза, одн. залаза израз

$$\operatorname{tg} \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{\operatorname{tg} 45^\circ - \frac{(\varphi - \delta)}{2}}{\operatorname{tg} 45^\circ - \frac{(\varphi + \delta)}{2}}} \quad (91)$$



Сл. 15. Положаји небеских тела у меридијану

Коначно је

$$A_w = A, \quad A_E = 360^\circ - A. \quad (92)$$

13. Пролаз небеског тела кроз меридијан. — Звездано време горњег и доњег пролаза небеског тела кроз меридијан, као што смо видели у параграфу 5, дато је изразима

$$\begin{cases} s_g = \alpha, \\ s_d = \alpha \pm 12^h. \end{cases} \quad (93)$$

$$(94)$$

Све звезде које се налазе у меридијану јужно од зенита (Σ_1 на сл. 15) имају азимут

$$A_s = 0^\circ, \quad (95)$$

а све које кулминују северно од зенита (Σ_2 и Σ_3 на сл. 15) имају азимут

$$A_n = 180^\circ, \quad (96)$$

Зенитна даљина звезде која кулминује јужно од зенита (Σ_1) је

$$z_s = \varphi - \delta_s, \quad (97)$$

оне која кулминује између зенита и пола (Σ_2)

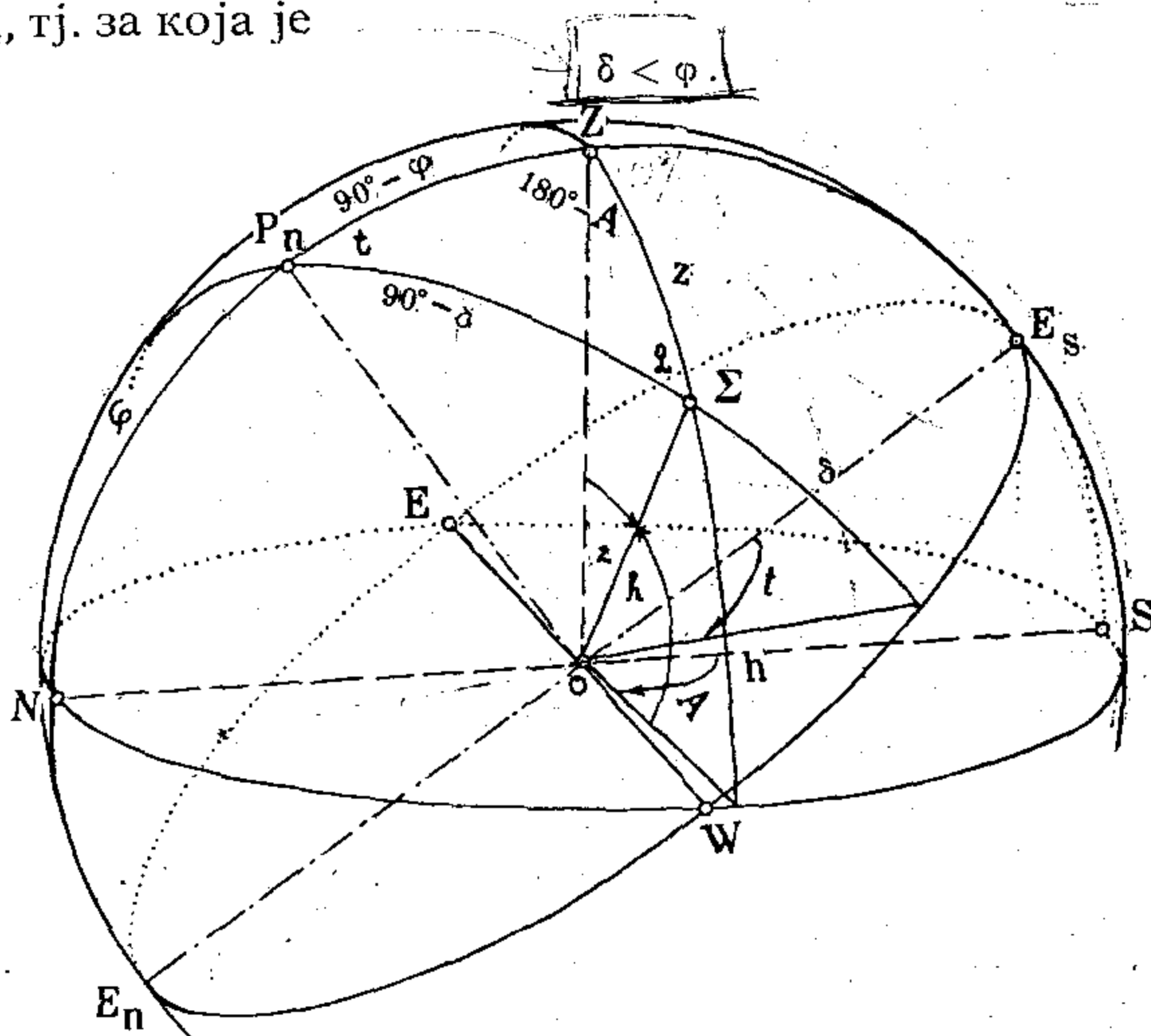
$$z_{ng} = \delta_n - \varphi, \quad (98)$$

а оне која кулминује између пола и хоризонта (Σ_3)

$$z_{nd} = 180^\circ - \delta_n - \varphi. \quad (99)$$

14. Пролаз небеског тела кроз први вертикал. — Кроз први вертикал могу проћи само она небеска тела која кулминују јужно од зенита, тј. за која је

$$\delta < \varphi. \quad (100)$$



Сл. 16. Пролази небеског тела кроз први вертикал

Из паралактичког троугла с правим углом код Z (сл. 16) тада добијамо

$$\cos t = \frac{\operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} \varphi}, \quad (101)$$

а звездана времена источног и западног пролаза кроз први вертикал добијамо из израза

$$s_E = \alpha - t, \quad s_W = \alpha + t. \quad (102)$$

Из истог троугла добијамо и зенитну даљину небеског тела у том тренутку:

$$\cos z = \frac{\sin \delta}{\sin \varphi} \leq 1 \quad (103)$$

Азимути су

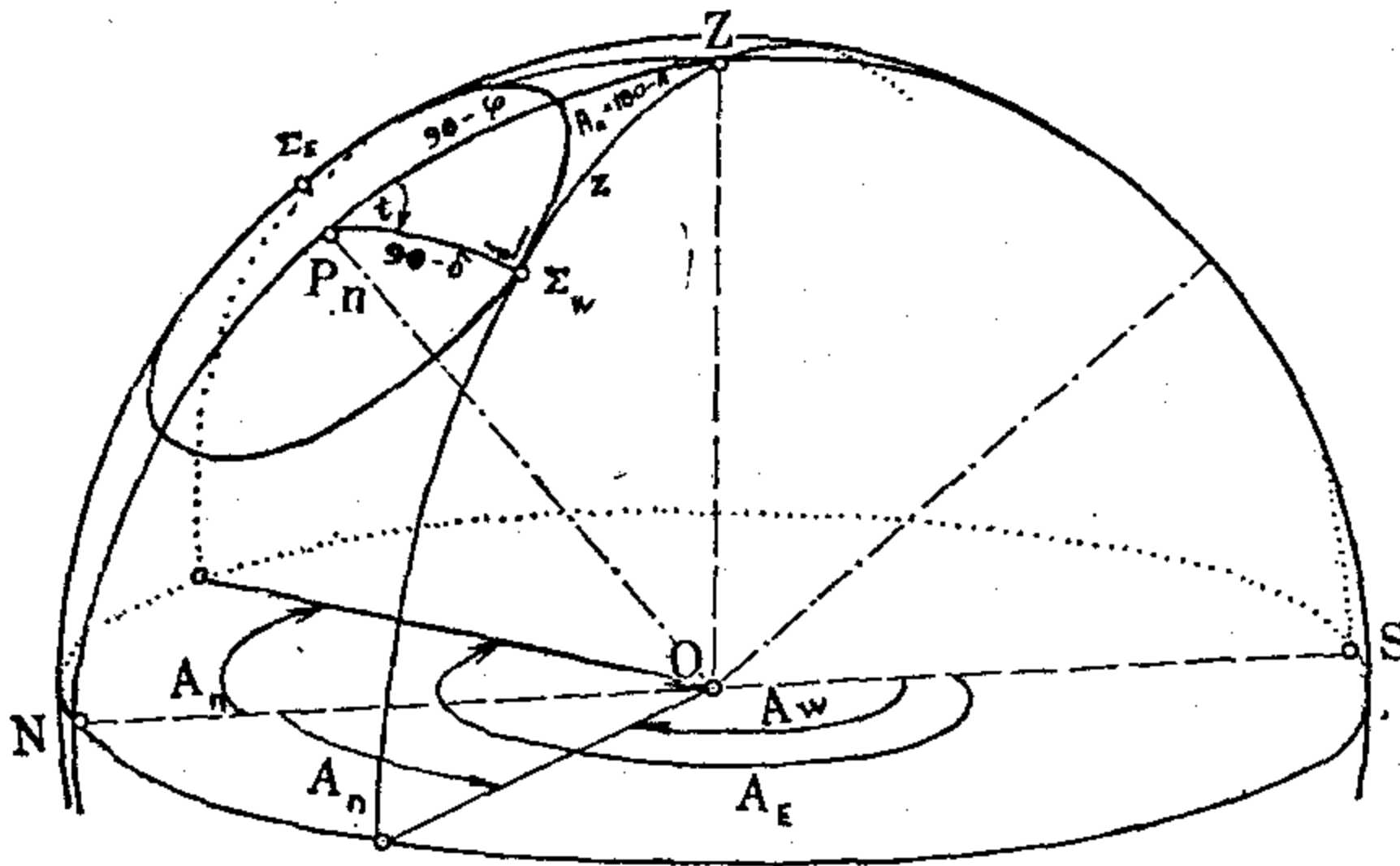
$$A_E = 270^\circ, \quad A_W = 90^\circ. \quad (104)$$

Ако образујемо изразе $(1 - \cos t)$ и $(1 + \cos t)$ и њихов количник, добивамо за t такође израз

$$\operatorname{tg} \frac{t}{2} = \sqrt{\frac{\sin(\varphi - \delta)}{\sin(\varphi + \delta)}} \quad (105)$$

На сличан начин и за z израз

$$\operatorname{tg} \frac{z}{2} = \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \frac{(\varphi - \delta)}{2}}{\operatorname{tg} \frac{(\varphi + \delta)}{2}}} \quad (106)$$



Сл. 17. Небеско тело у највећој дигресији

15. Највећа дигресија небеског тела. — Звезде које кулминују северно од зенита, чије је

$$\delta > \varphi, \quad (107)$$

не пролазе у току дана све вредности азимута од 0° — 360° , већ он осцилује око 180° . Највише се удаљује од 180° кад је звезда у тачки додира њена вертикала с паралелом. Тај положај зове се *највећа дигресија* или *највећа елонгација*. Из правоуглог паралактичког троугла $P_n Z \Sigma$ (сл. 17) тада се добива

$$\cos t = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \delta}, \quad (108)$$

одакле се за звездано време највеће источне и западне дигресије добива

$$s_E = \alpha - t, \quad s_W = \alpha + t. \quad (109)$$

Из истог троугла хоризонтске координате звезде у највећој дигресији добивамо из израза

$$\cos z = \frac{\sin \varphi}{\sin \delta}, \quad (110)$$

$$\sin A_n = \frac{\cos \delta}{\cos \varphi}, \quad (111)$$

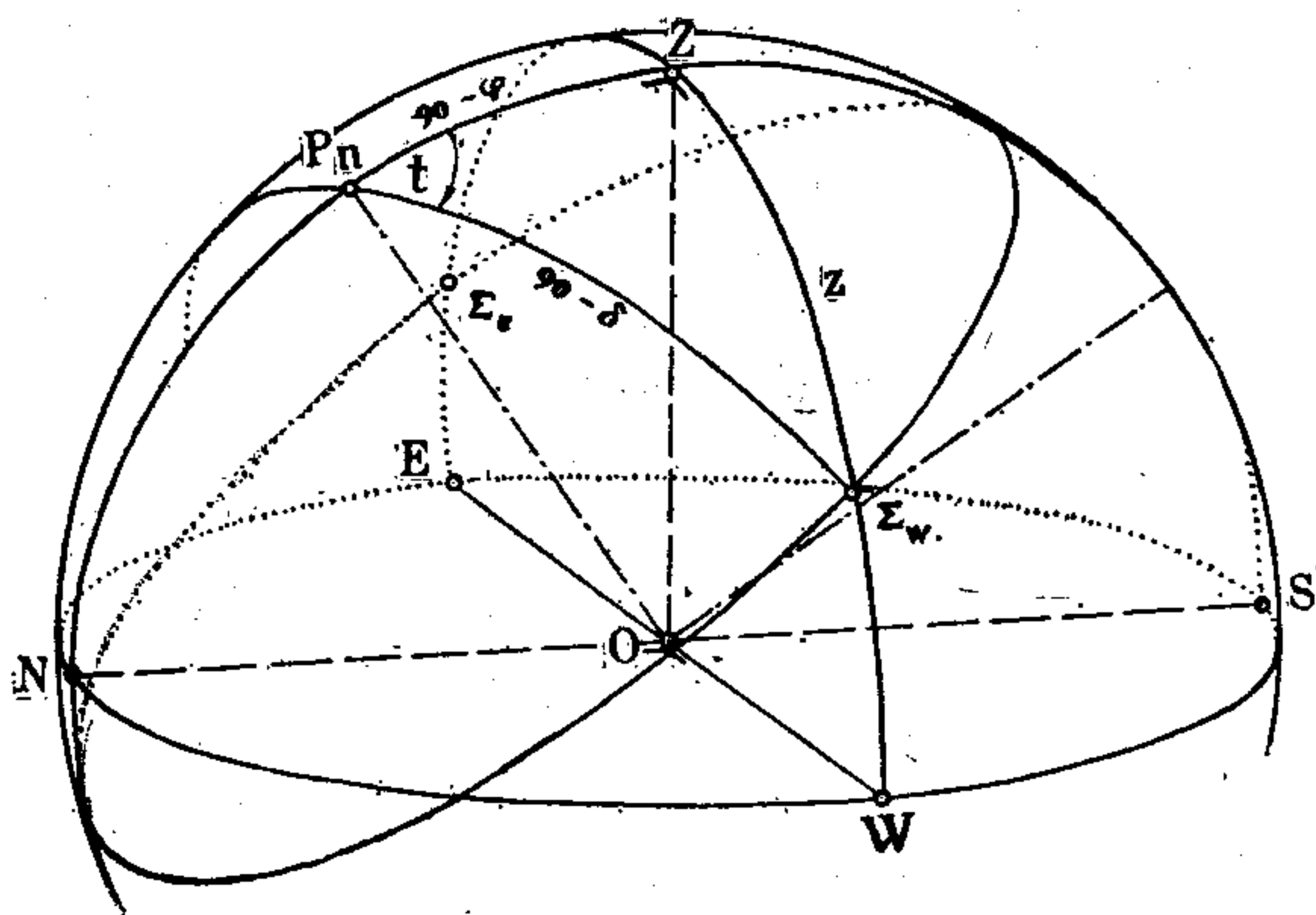
$$A_E = 180^\circ + A_n, \quad A_W = 180^\circ - A_n \quad (112)$$

Образујемо ли изразе $(1 - \cos t)$ и $(1 + \cos t)$, а затим њихов количник, t добивамо и из израза

$$\operatorname{tg} \frac{t}{2} = \sqrt{\frac{\sin(\delta - \varphi)}{\sin(\delta + \varphi)}}. \quad (113)$$

На сличан начин добивамо још један израз и за z :

$$\operatorname{tg} \frac{z}{2} = \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \frac{\delta - \varphi}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\delta + \varphi}{2}}}. \quad (114)$$



Сл. 18. Израчунавање паралактичког угла

ако образац (111) напишемо у облику

$$\cos(90^\circ - A) = \frac{\cos \delta}{\cos \varphi},$$

на исти начин као за t и за z , добивамо и за A_n израз

$$\operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{A_n}{2} \right) = \sqrt{\operatorname{tg} \frac{\delta - \varphi}{2} \operatorname{tg} \frac{\delta + \varphi}{2}} \quad (115)$$

16. Израчунавање паралактичког угла. —

1° Из хоризонтских координата.

Угао између часовног круга и вертикала који пролази кроз небеско тело зове се *паралактички угао*. Ако су дате хоризонтске координате небеског тела, применом Гаусових образаца (17) и (18) на паралактички троугао $P_n Z \Sigma$ (сл. 18) добивамо везе

$$\cos \delta \sin q = \pm \cos \varphi \sin A, \quad (116)$$

$$\cos \delta \cos q = \sin z \sin \varphi + \cos z \cos \varphi \cos A. \quad (117)$$

које деобом дају

$$\boxed{\operatorname{tg} q = \pm \frac{\cos \varphi \sin A}{\sin z \sin \varphi + \cos z \cos \varphi \cos A}} \quad (118)$$

Оне сменама

$$n \sin N = \sin \varphi, \quad (119)$$

$$n \cos N = \cos \varphi \cos A, \quad (120)$$

добивају облик подесан за логаритмисање:

$$\cos \delta \sin q = \cos \varphi \sin A, \quad (121)$$

$$\cos \delta \cos q = n \cos (z - N). \quad (122)$$

Може се q добити логаритамским путем и из тангенса, ако се и бројитељ и именитељ десне стране једначине (118) подели са $\cos A$. После смене

$$\frac{\operatorname{tg} \varphi}{\cos A} = \operatorname{tg} N, \quad (123)$$

за q добивамо израз

$$\operatorname{tg} q = \pm \operatorname{tg} A \cos N \sec (z - N). \quad (124)$$

2° Из екваторских координата.

Ако су дате екваторске координате небеског тела, на сличан начин за q добивамо везе

$$\sin z \sin q = \pm \cos \varphi \sin t, \quad (125)$$

$$\sin z \cos q = \cos \delta \sin \varphi - \sin \delta \cos \varphi \cos t, \quad (126)$$

које деобом дају

$$\boxed{\operatorname{tg} q = \pm \frac{\cos \varphi \sin t}{\cos \delta \sin \varphi - \sin \delta \cos \varphi \cos t}} \quad (127)$$

Једначине (125) и (126) после смена

$$m \sin M = \cos \varphi \cos t, \quad (128)$$

$$m \cos M = \sin \varphi, \quad (129)$$

Добивају облик подесан за логаритмисање:

$$\sin z \sin q = \cos \varphi \sin t, \quad (130)$$

$$\sin z \cos q = m \cos (\delta + M). \quad (131)$$

Може се и израз за $\operatorname{tg} q$ довести на облик подесан за логаритмисање ако у једначини (127) с десне стране и бројитељ и имени-тељ поделимо са $\cos \varphi \cos t$. После смене

$$\frac{\operatorname{tg} \varphi}{\cos t} = \operatorname{ctg} M, \quad (132)$$

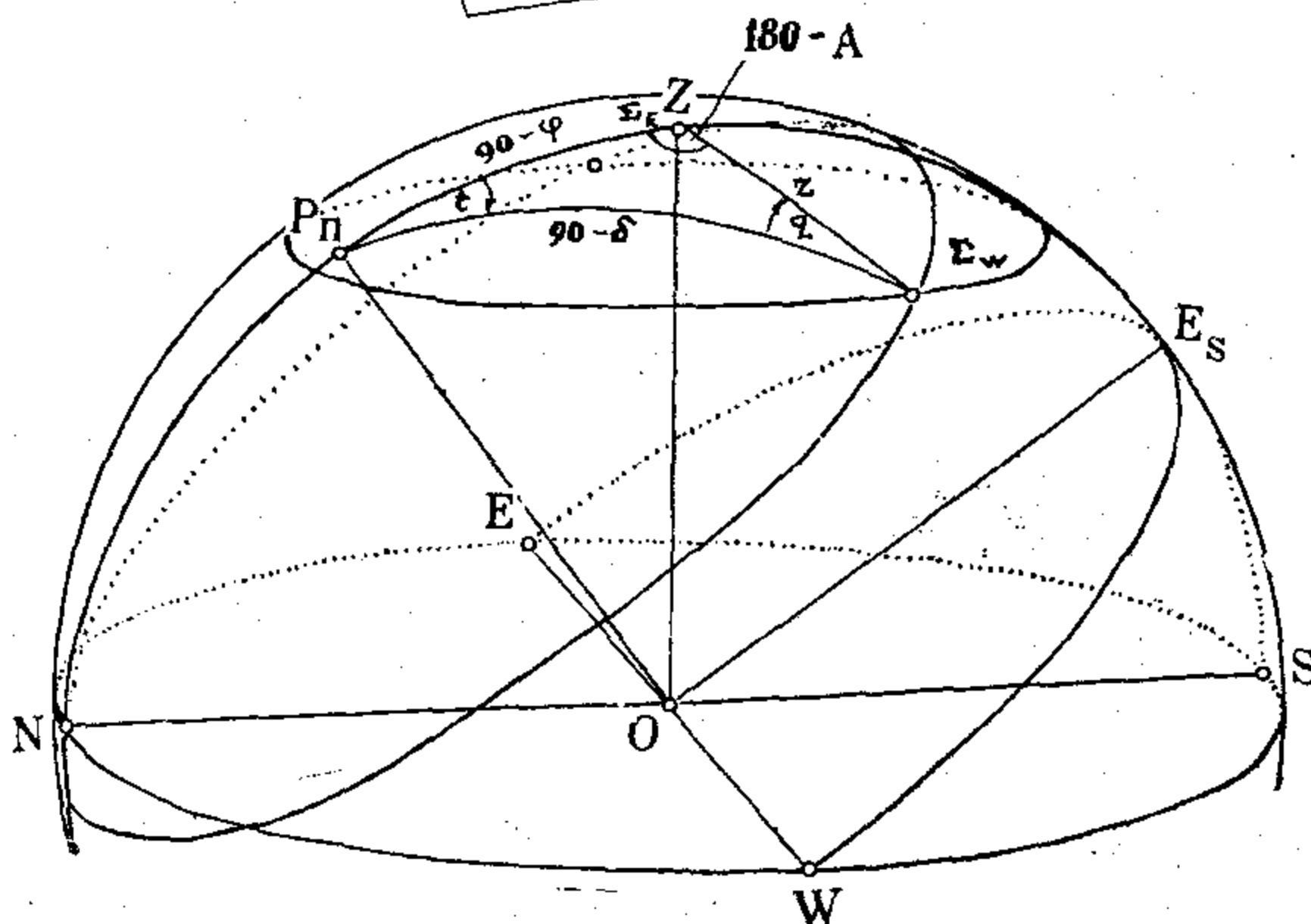
за q добивамо израз

$$\operatorname{tg} q = \pm \operatorname{tg} t \sin M \sec (\delta + M). \quad (133)$$

3°) У тренутку пролаза звезде кроз први вертикал паралактички троугао постаје правоугли с правим углом код z и паралактички се угао тада добива из израза

$$\sin q = \frac{\cos \varphi}{\cos \delta}.$$

је I вертикал (134)



Сл. 19. Пролаз небеског тела кроз дати алмукантар

17) Пролаз небеског тела кроз дати алмукантар. — Небеско ће тело проћи кроз алмукантар зенитне даљине z , ако зенитне даљине тог тела у кулминацијама задовољавају услов

$$Z_{mg} < z < Z_{md}. \quad (135)$$

Ако у познати образац

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t, \quad (136)$$

ставимо смену

$$\cos t = 1 - 2 \sin^2 \frac{t}{2}, \quad (137)$$

а затим

$$\varphi - \delta = z_m, \quad (138)$$

добити часовни угао t из израза

$$\sin^2 \frac{t}{2} = \frac{\sin(z + z_m)}{2 \cos \varphi \cos \delta} \sin(z - z_m) = \frac{\sin(z + z_m) \sin(z - z_m)}{2 \cos \varphi \cos \delta} \quad (139)$$

а звездана времена источног и западног пролаза из израза

$$s_E = \alpha - t, \quad s_W = \alpha + t. \quad (140)$$

Но ако паралактички троугао решимо по трима странама, можемо истовремено добити и азимуте тачака пролаза и паралактички угао. Уведемо ли ознаке

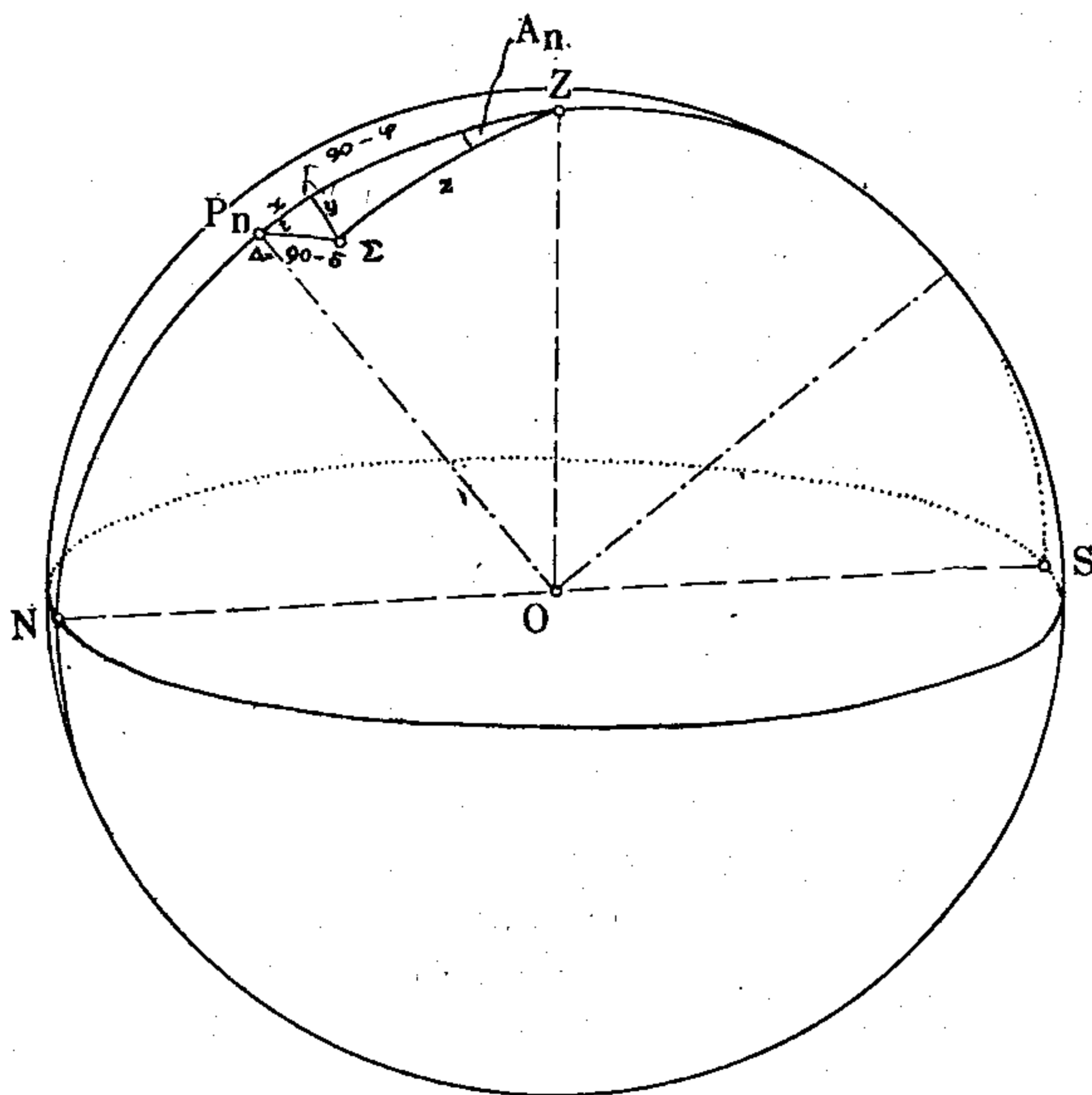
$$90^\circ - \delta = \Delta, \quad 90^\circ - \varphi = \Phi, \quad 2p = z + \Delta + \Phi \quad (141)$$

добивамо тражене непознате из израза:

$$\boxed{\operatorname{tg} \frac{t}{2} = \sqrt{\frac{\sin(p - \Delta) \sin(p - \Phi)}{\sin p \sin(p - z)}}}, \quad \boxed{\begin{aligned} s_E &= \alpha - t, \\ s_W &= \alpha + t, \end{aligned}} \quad (142)$$

$$\boxed{\operatorname{tg} \frac{A_n}{2} = \sqrt{\frac{\sin(p - \Phi) \sin(p - \Delta)}{\sin p \sin(p - \Delta)}}}, \quad \boxed{\begin{aligned} A_E &= 180^\circ - A_n, \\ A_W &= 180^\circ - A_n, \end{aligned}} \quad (143)$$

$$\boxed{\operatorname{tg} \frac{Z}{2} = \sqrt{\frac{\sin(p - z) \sin(p - \Delta)}{\sin p \sin(p - \Phi)}}} \quad (144)$$



Сл. 20. Израчунавање приближних хоризонтских координата Северњаче

18. Приближна хоризонтска ефемерида Северњаче. — За оријентацију хоризонталног и вертикалног круга на астрономско-гео-

детским инструментима и приближно одређивање азимута правца на земљишту (в. § 69.) често су потребне приближне хоризонтске координате Северњаче. ●не се добивају из паралактичког троугла $P_n Z \Sigma$ (сл. 20.) кад се из Северњаче Σ спусти сферна нормала на меридијан у тачку R . Мали троугао $P_n R \Sigma$, који се може сматрати за раван, тада даје

$$x = \Delta \cos t, \quad y = \Delta \sin t, \quad \cos[90 - (90 - \varphi - x)] = \cos(\varphi + x) \quad (145)$$

а троугао $R Z \Sigma$ везе

$$\sin(90 - \varphi - x) = \cos(\varphi + x) \quad (146)$$

$$\text{tg } A_n = \text{tg } y \sec(\varphi + x), \Rightarrow A_n = y \sec(\varphi + x)$$

$$[\text{tg } z = \sec A_n \text{tg}[90^\circ - (\varphi + x)]] \Rightarrow \text{tg } z = \text{tg}[90^\circ - (\varphi + x)] \quad (147)$$

●ве последње после апроксимације

$$\Rightarrow z = 90^\circ - (\varphi + x)$$

$$\text{tg } A_n = A_n \sin 1', \quad \text{tg } y = y \sin 1', \quad \sec A_n = 1,$$

дају изразе

$$A_n = y \sec(\varphi + x), \quad (148)$$

$$z = 90^\circ - (\varphi + x), \quad (149)$$

$$A = 180^\circ - A_n, \quad (150)$$

за рачунање приближних хоризонтских координата Северњаче.

Преглед координата једног небеског тела израчунатих у једнаким временским размацима назива се његовом ефемеридом. Збирке оваквих ефемерида за Сунце, Месец, велике планете и неке сјајније звезде са подацима о свима значајнијим астрономским појавама и с помоћним таблицама за астрономска рачунања објављују све веће земље за сваку годину. То су астрономски годишњаци (алманаси) или астрономске ефемериде. Види ближе о њима и њиховој употреби у параграфу 54.

Према томе, на горњи начин израчунате приближне хоризонтске координате Северњаче за тренутке раздвојене једнаким временским размацима, представљале би приближну хоризонтску ефемериду њену. И она се може наћи у сваком већем астрономском годишњаку, и то за разне вредности географске ширине, тј. за разне станице, одакле се интерполовањем добивају њене координате које одговарају посматрачевој станици.

19. Прираштаји хоризонтских координата. — Често је пракси потребно израчунати хоризонтске координате једног небеског тела у веома блиским тренуцима. Тада се може читава ефемерида израчунати ако се на први пар координата додају њихови мали коначни прираштаји. Зато је потребно умети израчунати ове прираштаје.

1° Прираштај зенитне даљине

Познати израз

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t$$

даје

$$\frac{dz}{dt} = \cos \varphi \sin A. \quad (151)$$

Ако се задржимо на члановима првог реда прираштаја Δz и Δt , онда је

$$\Delta z = \frac{dz}{dt} \cdot \Delta t$$

или, с обзиром на (151),

$$\Delta z = \cos \varphi \sin A \Delta t, \quad (152)$$

а за $\Delta t = 1^m$,

$$\Delta z = 15' \cos \varphi \sin A. \quad (153)$$

У првом вертикалу је промена зенитне даљине у 1^m онда

$$A = 90^\circ (270^\circ) \quad \Delta z = 15' \cos \varphi, \quad (154)$$

$\Rightarrow \sin A = \pm 1$, па је Δz **max**
тј. стална, а у меридијану

$$A = 0 (180^\circ) \quad \Delta z = 0, \quad (155)$$

$\sin A = 0 \Rightarrow \Delta z = 0$

тј. и само z стално, и звезда се креће по хоризонталном концу микрометра. Како је за $t = 0$ и $\frac{dz}{dt} = 0$, то у меридијану z достиже екстремне вредности.

За Сунце и остала тела Сунчева система при диференцирању полазне везе треба сматрати и δ за променљиву. Ако тада нађемо

$\frac{dz}{dt}$, па га изједначимо с нулом, добићемо t на коме z достиже

минимум (тада није $\frac{dz}{dt} = 0$ у меридијану него близу њега):

$$t^s = \frac{1}{3600 \cdot 225 \cdot \sin 1''} \cdot \frac{\sin(\varphi - \delta \odot)}{\cos \varphi \cos \delta \odot} \cdot V_0 = [9.4059] \frac{\sin(\varphi - \delta \odot)}{\cos \varphi \cos \delta \odot} V_0, \quad (156)$$

где је V_0 часовна промена $\delta \odot$ у подне. $\delta \odot$ у летњем периоду опада, па је $t^s < 0$, тј. оно достиже минималну зенитну даљину пре меридијана, док у зимском периоду ову зенитну даљину достиже после меридијана.

2^o Прираштај азимута.

Једначина (55), написана у облику

$$\sin z \cos A + \cos \varphi \sin \delta - \sin \varphi \cos \delta \cos t = 0 \quad (157)$$

представља имплицитну функцију променљивих A , z и t . Ако се задржимо на члановима првог реда прираштаја ових координата, међу њима постоји веза

$$f'_A \cdot \Delta A + f'_z \cdot \Delta z + f'_t \cdot \Delta t = 0, \quad (158)$$

одакле је прираштај азимута

$$\Delta A = - \frac{f'_z}{f'_A} \cdot \Delta z - \frac{f'_t}{f'_A} \cdot \Delta t. \quad (159)$$

Ако за Δz искористимо израз (152), а f'_z , f'_A и f'_t нађемо из (157), добивамо за прираштај азимута

$$\Delta A = 15 \left(\sin \varphi + \frac{\cos \varphi \cos A}{\operatorname{tg} z} \right) \Delta t^m. \quad (160)$$

Из њега се види да је промена азимута у првом вертикалу у 1^m

$$\Delta A = 15 \sin \varphi, \quad (161)$$

дакле стална као и промена зенитне даљине.

У горњој кулминацији, за тела која кулминују јужно од зенита, ова је промена највећа и једнака

$$\Delta A = 15 \left(\sin \varphi + \frac{\cos \varphi}{\operatorname{tg} z_{mg}} \right) \cdot \Delta t, \quad (162)$$

а у доњој кулминацији најмања и једнака

$$\Delta A = 15 \left(\sin \varphi - \frac{\cos \varphi}{\operatorname{tg} z_{mg}} \right) \cdot \Delta t. \quad (163)$$

За тела која кулминују северно од зенита добићемо најмању промену азимута ΔA ако у израз (160) уврстимо смену

$$\cos \delta \cos q = \sin z \sin \varphi + \cos z \cos \varphi \cos A, \quad (164)$$

која се добива применом синусно-косинусне теореме на паралактички троугао. Тада је

$$\Delta A = 15 \frac{\cos \delta \cos q}{\sin z} \cdot \Delta t^m, \quad (165)$$

па је очевидно ΔA најмање, и то

$$\Delta A = 0,$$

кад је $q=90^\circ$, тј. кад је звезда у највећој дигресији. Тада се она креће по вертикалном концу микрометра.

Промена азимута ΔA може се утабличити у две таблице за промене часовног угла од минуте до минуте, ако се стави

$$k = \frac{\cos A}{\operatorname{tg} z}, \quad (166)$$

$$\Delta A \approx 15 (\sin \varphi + k \cos \varphi). \quad (167)$$

Б. ПРИВИДНО ГОДИШЊЕ КРЕТАЊЕ СУНЦА И МЕРЕ ЗА ВРЕМЕ

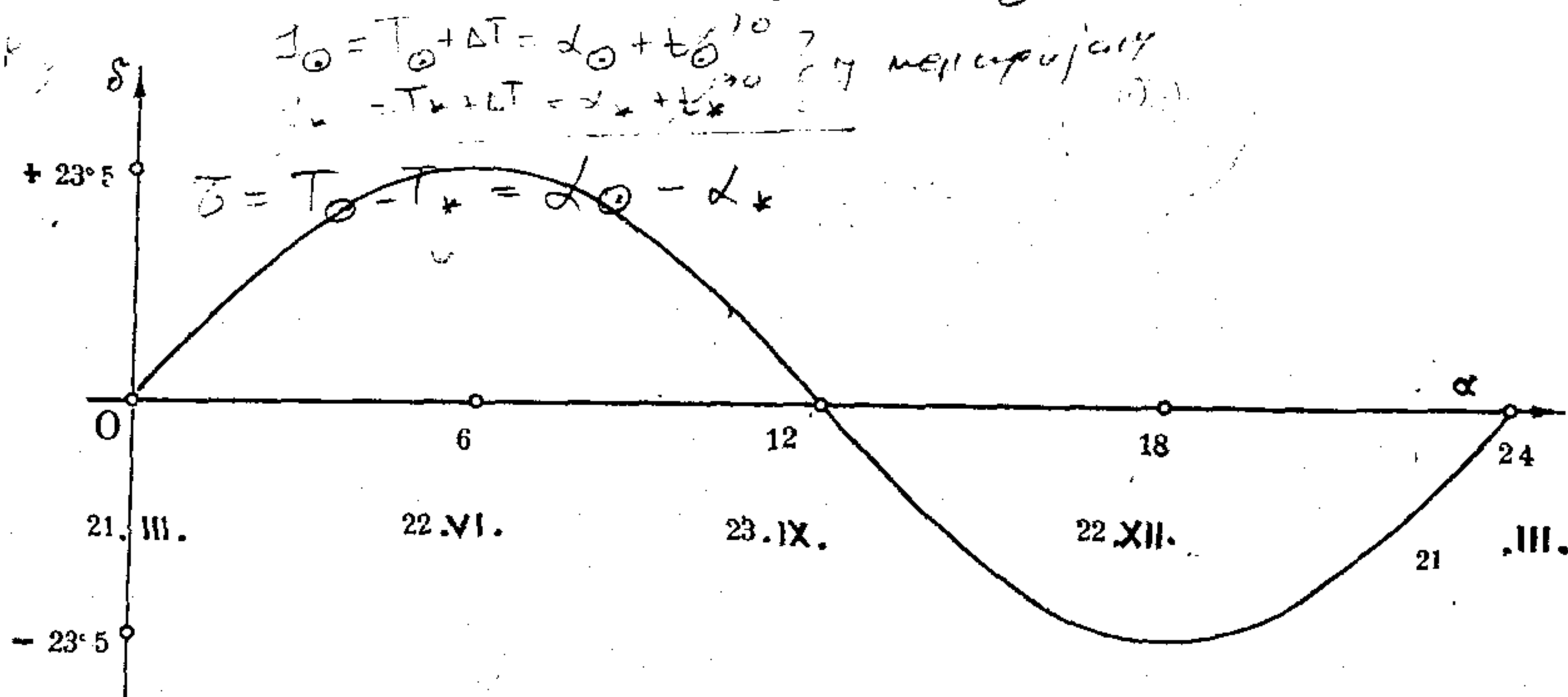
20. Привидно годишње кретање Сунца и његове последице. — Поред тога што са осталим небеским телима учествује у привидном дневном кретању небеске сфере, Сунце привидно мења и свој положај међу звездама, што се да лако приметити по померању његових тачака излаза и залаза у летњој половини године ка северу, а у зимској ка југу, по томе што његова подневна висина у летњој половини године расте, а у зимској опада, по томе што оно излази или залази сваки дан са другом звездом и што се у току године изглед звезданог неба мења.

Ако са одређене станице с географском ширином φ меримо из дана у дан његове зенитске даљине у тренутку пролаза кроз меридијан, можемо извести његове деклинације по обрасцу

$$\delta = \varphi - Z_m. \quad (168)$$

Исто тако, ако одређујемо свакодневно тренутак T_\odot пролаза средишта његова котура кроз меридијан нашег места, а затим тренутак T пролаза неке сјајне звезде која пролази кроз меридијан убрзо после њега, можемо из једнакости

$$\tau = T_\odot - T = \alpha_\odot - \alpha, \quad (169)$$



Сл. 21. Промена Сунчевих екваторских координата у току године

знајући ректасцензије неколико најсјајнијих звезда, израчунати и Сунчеве ректасцензије у току године:

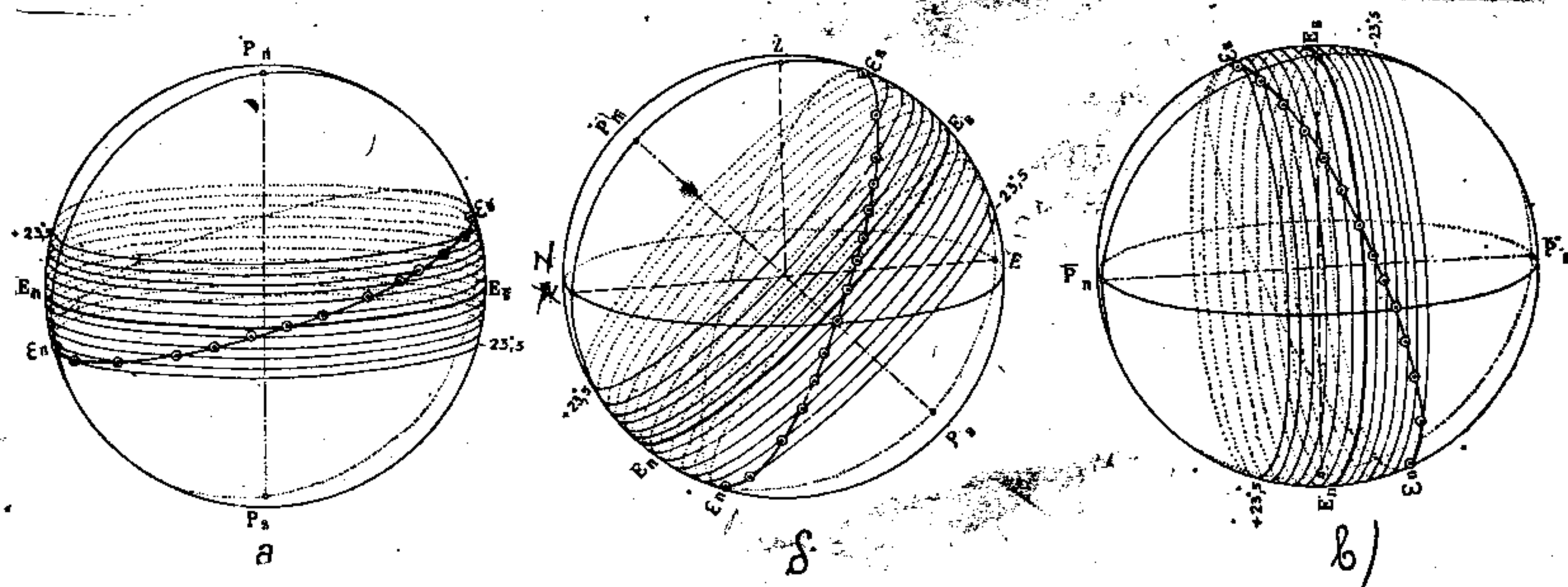
$$\alpha_\odot = \alpha + \tau. \quad (170)$$

Ево неколико парова његових небеских екваторских координата у току године:

21. марта	0h	0°
22. јуна	6	+23,5
23. септембра	12	0
22. децембра	18	-23,5
21. марта	24	0

Ако нанесемо његове свакодневне положаје на звездани глобус или карту, видећемо да је пројекција Сунчеве привидне годишње путање на небеску сферу један велики круг, чија раван пролази кроз Земљино средиште, а са небеским екватором заклапа угао од око $23^{\circ},5$ (сл. 21) и да се Сунце по њему привидно креће у директном смеру, са запада на исток (за посматрача са северне Земљине полулопте). Овај велики круг назива се еклиптика. Она пролази по небеској сфери кроз тзв. зодијачки појас, састављен од сазвежђа која углавном носе животињска имена: Ован (γ), Бик (δ), Близанци (II), Рак (\odot), Лав (\mathcal{L}), Девојка (π), Вага (ω), Скорпија (π), Стрелац (\times), Јарац (ζ), Водолија (\sim) и Рибе (χ). — *Јован Милетић*

Комбиновано са привидним дневним кретањем, привидно годишње кретање Сунца, посматрано са северног Земљиног пола, из средњих ширина и са екватора, приказано је на сл. 22. а, б, в. Скре-немо ли пажњу на то да дужина лука Сунчеве привидне дневне путање изнад хоризонта одговара дужини дана, а дужина њена лука

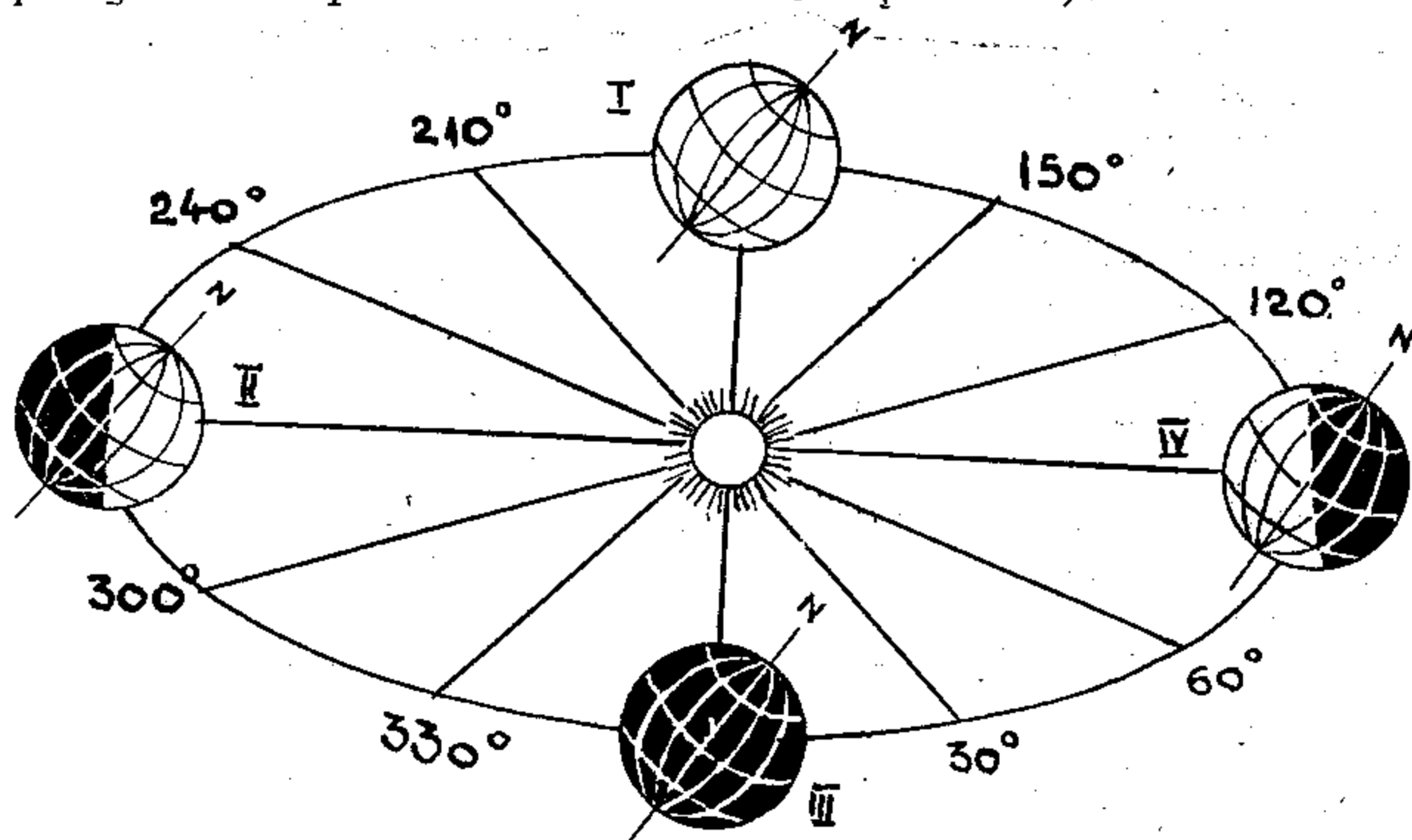


Сл. 22. Привидно годишње кретање Сунца посматрано: а) са Земљиног пола, б) из средњих ширина, в) са екватора

под хоризонтом дужини ноћи, ове слике довољно јасно приказују и промену у дужини дана и ноћи, како на једном месту у току године, тако и на разним местима на Земљи у једном тренутку (прва последица Сунчева привидног годишњег кретања).

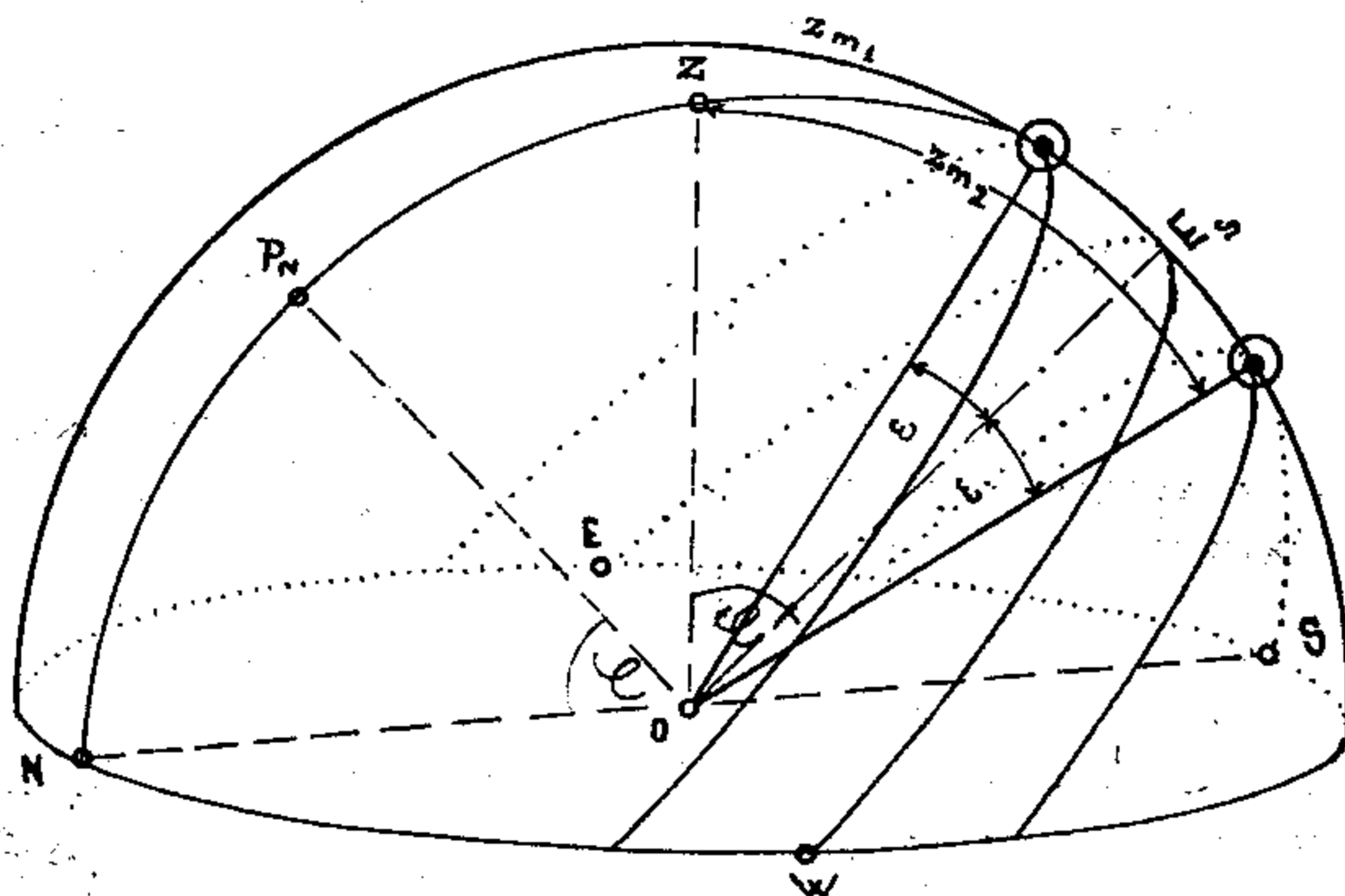
21. марта и 23. септембра Сунце се привидно налази у тачкама пресека еклиптике са екватором, дневни лук му је једнак ноћном, по чему су и ове тачке добиле назив равнодневичке, а ови дани равнодневице. 22. јуна Сунце достиже највећу висину над екватором и почиње да се спушта према овоме, зато се ова тачка назива северна повратна тачка или тачка летњег солстиција. 22. децембра Сунце достиже најмању висину над хоризонтом и почиње да се враћа ка екватору. Ова се тачка зато зове јужна повратна тачка или тачка зимског солстиција. Небески паралели који пролазе кроз повратне тачке називају се небески повратници. Њима на Земљи, на

ширини $\pm 23^{\circ}5'$, одговарају Земљини повратници. Они обухватају тз. жарки појас. Земљини паралели, удаљени $23^{\circ}5'$ од полова зову се поларни кругови. Између њих и повратника пружају се умерени појаси. Калоте ограничене поларним круговима представљају Земљине ледене појасе. Сви ови појаси носе називе према својој клими, која је првенствено условљена нагибом Сунчевих зракова према површини тла у току године. Ово је очигледно приказано на сл. 23. (друга последица Сунчева привидног годишњег кретања).



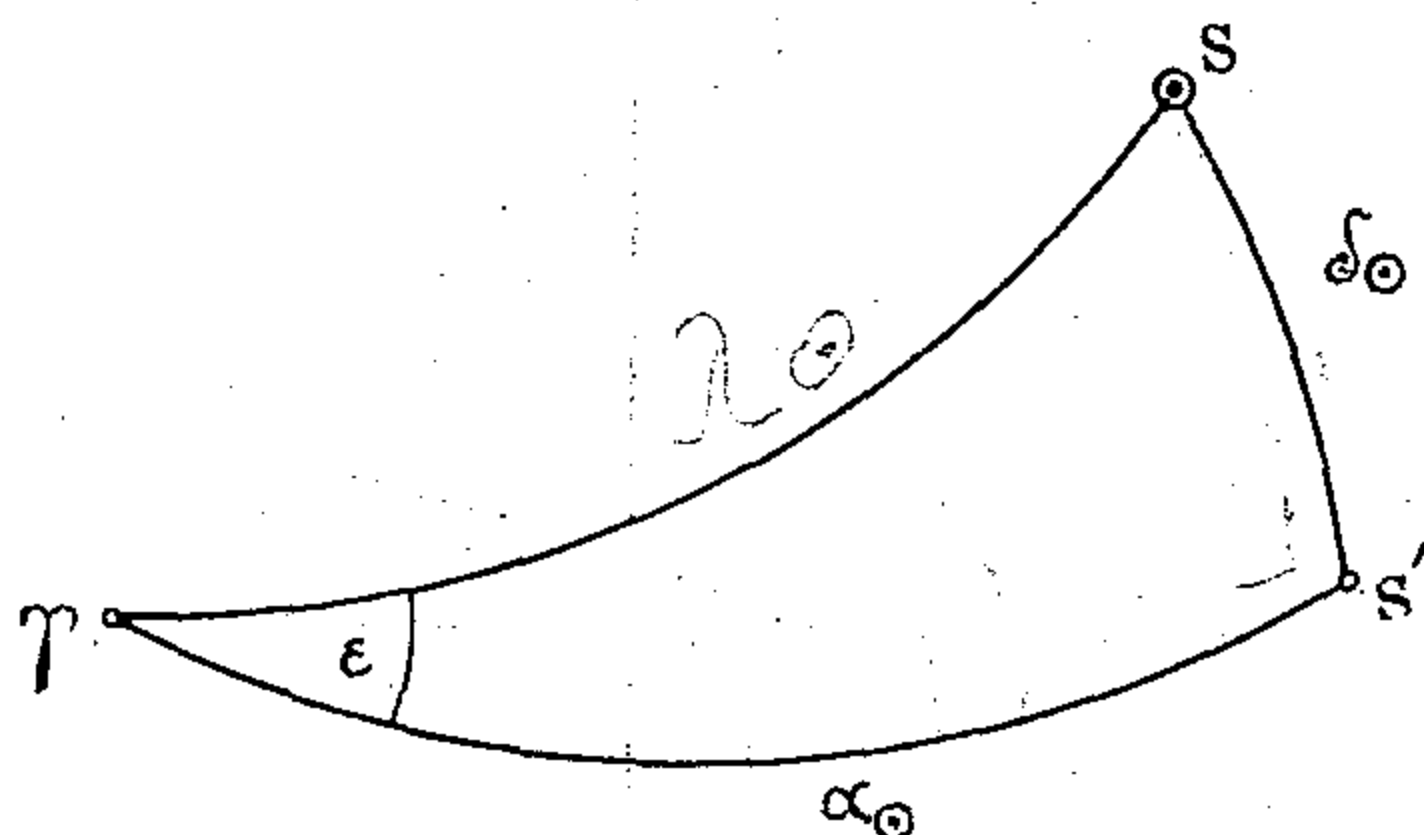
Сл. 23. Различито осунчавање разних Земљиних топлотних појаса у разна годишња доба

Време између два узастопна Сунчева пролаза кроз тачку пролећне равнодневице или у тачку назива се тропска година. Њена дужина, утврђена мерењем, износи $365,2421\ 98781\dots$ дана (и то средњих сунчаних дана, ближе дефиницију в. у параграфу 20). Равнодневич-



Сл. 24. Зенитна даљина Сунца у летњем и зимском солстицију и одређивање нагиба еклиптике ким и повратним тачкама привидна годишња путања Сунца дели се на 4 сегмента, а година на 4 годишња доба, која одговарају временским размацама што их Сунце употреби да превали ове сегменте. Због различитог Земљиног осунчавања у току сваког од њих имају они и познате своје посебне временске карактеристике (трећа последица Сунчева привидног годишњег кретања).

Положај еклиптике према екватору одређује се положајем γ тачке и нагибом ε еклиптике према екватору. У летњем и зимском солстицију (сл. 24) меридијанска зенитна даљина Сунца z_{m1} ОДН. z_{m2} везана је за нагиб еклиптике изразима



Сл. 25. Израчунавање Сунчеве ректасцензије из мерене деклинације и одређивање положаја γ тачке.

$$z_{m1} = \varphi - \varepsilon \quad \text{и} \quad z_{m2} = \varphi + \varepsilon, \quad (171)$$

из којих се изводи нагиб еклиптике

$$\varepsilon = \frac{1}{2} (z_{m1} - z_{m2}). \quad (172)$$

Ако дакле, измеримо Сунчеву деклинацију δ_{\odot} можемо из троугла $S \gamma S'$ (сл. 25.) наћи његову ректасцензију из израза

$$\sin \alpha = \operatorname{ctg} \varepsilon \operatorname{tg} \delta, \quad (173)$$

а затим нам израз (170) може дати ректасцензију једне одређене звезде посматране у Сунчевој близини на небеској сфери,

$$\alpha = \alpha_{\odot} + \tau, \quad (174)$$

тј. угловну даљину γ тачке од деклинацијског круга посматране звезде, којом је одређен и положај γ тачке.

Услед појаве прецесије (в. ближе у параграфу 39) γ тачка се помера ретроградно по $50''{,}2$ годишње по еклиптици, дакле у сусрет Сунцу. Зато је тропска година T нешто краћа од временског размака S Сунчева привидног обиласка целе путање, који се назива сидеричка година. Очигледно је

$$\frac{S}{T} = \frac{360^\circ}{360^\circ - 50''{,}2} = \frac{360^\circ}{360^\circ - 50''{,}2} + \frac{50''{,}2}{360^\circ - 50''{,}2} = 1 + \frac{1}{25700} \text{ ср. сун. дана} \quad (175)$$

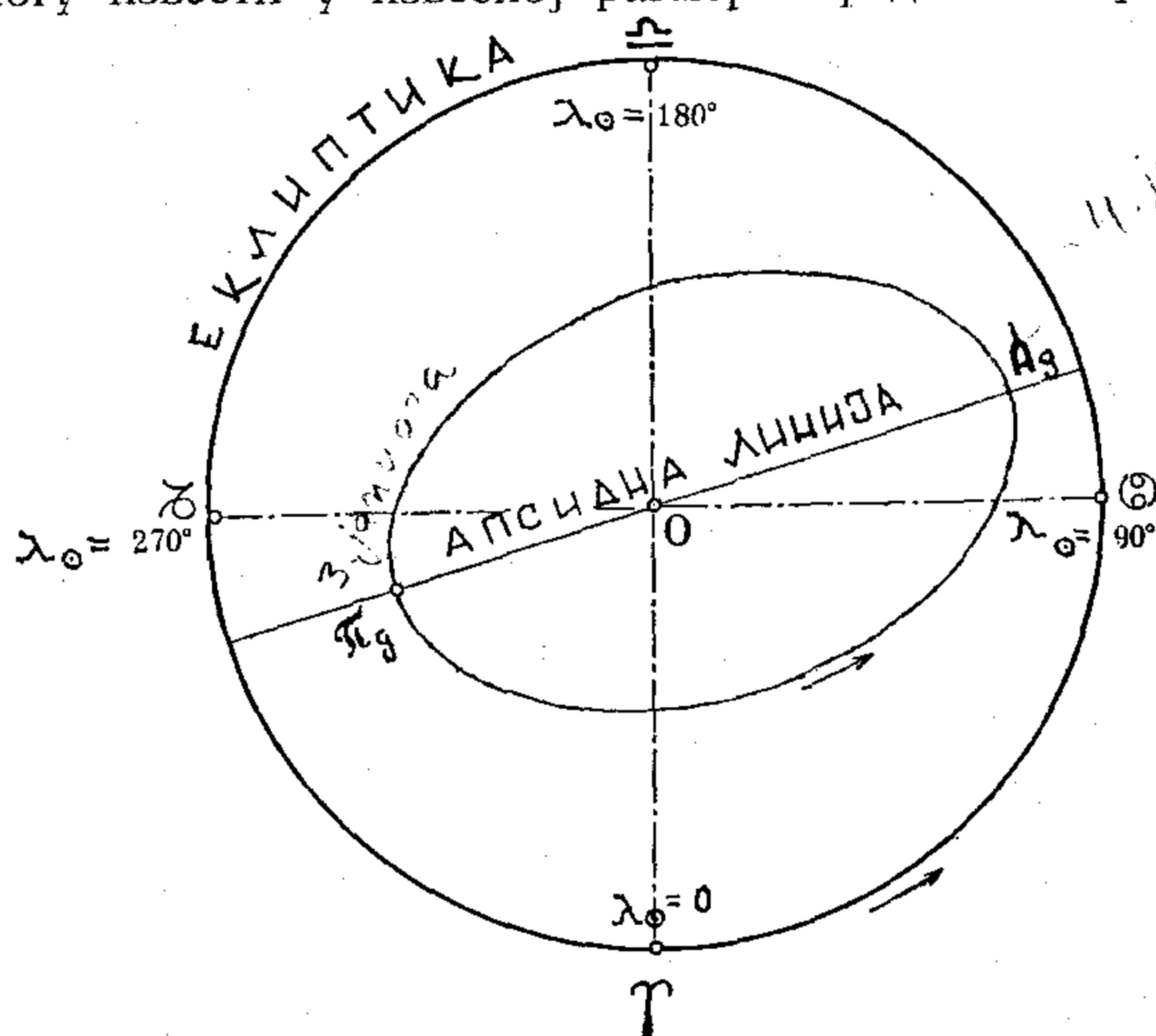
па за дужину сидеричке године добивамо

$$S = 365,242 \ 2 \dots + 0,0142 = 365,2564 \dots \text{ ср. сун. дана.} \quad (176)$$

Облик саме Сунчеве привидне годишње путање у равни еклиптике може се одредити ако се мери његов угловни или привидни пречник R_{\odot} а из одређених екваторских координата израчунава у исто време његова лонгитуда λ_{\odot} по једном од израза (сл. 25):

$$\sin \lambda_{\odot} = \frac{\sin \delta_{\odot}}{\sin \varepsilon}, \quad \cos \lambda_{\odot} = \cos \alpha_{\odot} \cos \delta_{\odot}, \quad \operatorname{tg} \lambda_{\odot} = \frac{\operatorname{tg} \delta_{\odot}}{\cos \varepsilon} \quad (177)$$

Како је привидни пречник обрнуто сразмеран Сунчевој даљини од Земљина средишта, тз. *геоцентричној даљини* Δ , то се из његових мерења могу извести у извесној размери вредности Сунчевих гео-



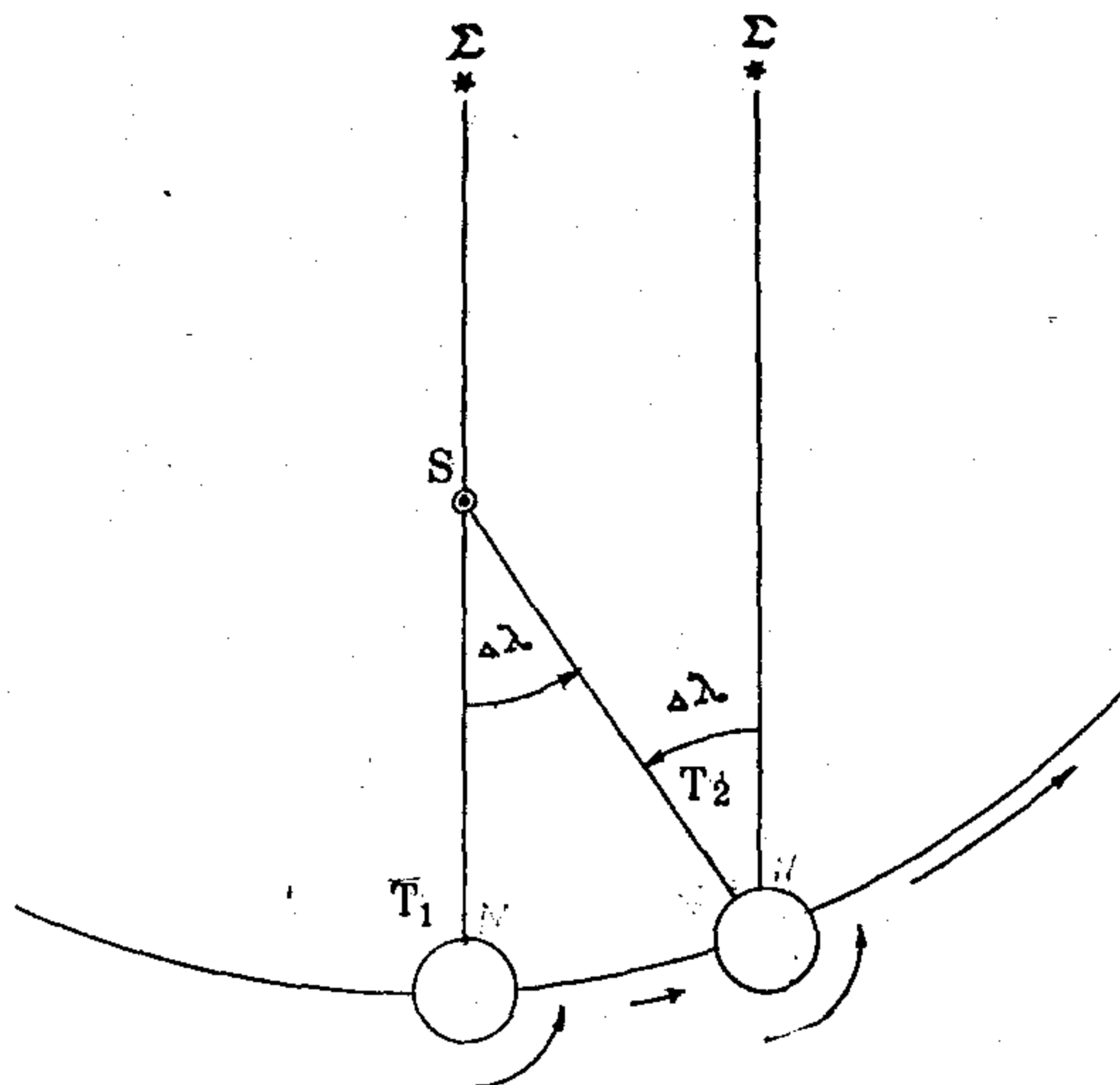
Сл. 26. Привидна Сунчева годишња путања у равни еклиптике

центричних даљина. Ако са свакодневним вредностима лонгитуде и релативне геоцентричне даљине, као поларним координатама с почетком у Земљину средишту, конструишемо Сунчеву привидну годишњу путању (сл. 26.), може се показати да је она *елипса* у чијој је *једној жижи* Земља. Тачка на овој путањи најближа Земљи зове се *перигеум* Π_g , а најдаља од ње *апогеум* A_g . Око 3. јануара Сунце је, у перигеуму. Дневна промена Сунчеве лонгитуде $\Delta\lambda_{\odot}$ тада је највећа и износи око $61'$, а његов привидни пречник R_{\odot} је такође највећи и износи око $32' 36''$. Око 4. јула оно је у апогеуму. Тада је дневна промена лонгитуде најмања — око $57'$ и привидни пречник најмањи — око $31' 32''$. Одсечак праве који спаја перигеум с апогеумом велика је осовина елипсе и зове се *апсидна линија*. Она се не поклапа с правом која спаја солистиције, већ с овом заклапа угао од око 11° . Мерење такође показује да се Сунчеве лонгитуде у току године не мењају равномерно, већ највише око перигеума, а најмање око апогеума.

Због ексцентричности Сунчеве годишње путање, непоклапања апсидне линије са линијом солстиција и неравномерности његова кретања по путањи произилази *неједнакост годишњих доба*: пролеће траје 92,8 дана, лето 93,6, јесен 89,8 и зима 89,0 (четврта последица Сунчева привидног годишњег кретања).

(21) Право, средње и грађанско време. — У параграфу 6. дефинисали смо основну јединицу за време — *звездани дан и видели да се звездано време мери часовним углом γ тачке*. Због практично

равномерног Земљиног обртања у звезданом дану је нађена временска јединица која задовољава основни услов сваке јединице за мерење — *сталност*. Но како се горња кулминација у тачке, тј. почетак звезданог дана, не догађа увек у истом тренутку према горњој кулминацији Сунца, већ се, као што ћемо одмах видети, у току године помера према њој, то он ипак није подесан за практичне потребе, јер се природне појаве и догађаји нашег свакодневног живота, који се понављају из дана у дан у исте тренутке према Сунцу, догађају сваки дан у другим тренуцима звезданог времена. Зато је за астрономска посматрања везана за Сунце и за потребе свакодневног живота још од давнина била усвојена друга јединица за време, која се дефинише аналого звезданом дану. То је *прави сунчани дан* или *временски размак између две узастопне горње кулминације средишта Сунчева привидна котура*. Часовним углом правог Сунца мери се *право сунчано време* или *кратко право време*. Почетак правог сунчаног дана пада у тренутак Сунчева горњег пролаза кроз меридијан и зове се *право подне*. Тренутак његова доњег пролаза кроз меридијан назива се *права поноћ*. Ово се време да лако израчунати из Сунчеве висине. Она је у старом веку мерена *гномом* — вертикалним стубом који баца сенку на равну подлогу, а од III века пре н. е. појавио се у Риму за ову сврху сунчани часовник који се задржао у употреби све до новог века, јер је тачност његова показивања била довољна за тадашње стање производних снага и друштвених односа.



Сл. 27. Разлика у дужинама звезданог и правог сунчаног дана

Међутим, прави сунчани дан није се могао одржати као јединица за мерење времена јер не задовољава онај основни услов о коме је напред било говора — његова се дужина мења у току године. И доиста, ако на сл. 27. замислимо Земљу у T_1 на њеној пута-

њи T_1 T_2 око Сунца S и претпоставимо да се у положају њеном T_1 нашаа једночасовно у меридијану T_1M са Сунцем S и нека звезда Σ , по истеку једног звезданог дана или једног Земљиног обрта Земља ће се померити на својој путањи из T_1 у T_2 и звезда Σ , као практично бескрајно удаљена тачка, опет ће проћи кроз исти меридијан. Но Земљи ће бити потребно да се обрне још за један мали угао $\Delta\lambda$, па да се и Сунце S поново нађе у меридијану места M . Одавде се види да је прави сунчани дан због Земљиног кретања око Сунца увек дужи од звезданог.

Угао $\Delta\lambda$ није ништа друго до дневни прираштај Сунчеве донгитуде. Ми међутим, знамо из другог *Кеплеровог* закона да се Земља не креће једнаком брзином око Сунца, тј. да се прираштаји $\Delta\lambda$ из дана у дан мењају. Но и кад би они били стални, не би биле сталне њихове пројекције на раван екватора или прираштаји Δt часовног угла који служи за мерење времена, због тога што је раван еклиптике нагнута према равни екватора ($\varepsilon \approx 23^\circ,5$).

Да би мера за време остала везана за Сунце, према чијем се кретању управља целокупна човекова делатност, а да би се отклонио први недостатак који онемогућује његову употребу за мерење времена, уведена је једна фиктивна тачка названа *средње еклиптичко сунце*, која се креће равномерно по еклиптици, а пролази кроз перигеј и апогеј заједно с правим Сунцем. Лонгитуда његова λ_m једнака је средњој лонгитуди правог Сунца. Разлика између средње и праве лонгитуде Сунца, тзв. *изједначавање центра*, познато из теоријске астрономије,

$$\lambda_m - \lambda_\odot = -2e \sin(\lambda_m - \omega), \quad (178)$$

где је e ексцентричност Земљине путање, а ω лонгитуда њеног перихела, показује да оно достиже највећу и најмању вредност од $\pm 7^m,7$. Но средње еклиптичко сунце још увек има други недостатак правог Сунца. Да би се и он отклонио уведен је појам *средњег екваторског сунца* или кратко *средњег сунца*, као тачке која се равномерно креће по екватору, а пролази кроз тачке пролећне и јесење равнодневице заједно са средњим еклиптичким сунцем. Разлика између лонгитуде и ректасцензије правог Сунца, тз. *свођење на екватор*, од кога и долази ова друга неједнакост, износи, као што нас теоријска астрономија учи,

$$\lambda_\odot - \alpha_\odot = \operatorname{tg}^2 \frac{\varepsilon}{2} \sin 2\lambda_m, \quad (179)$$

и достиже највећу и најмању вредност од $\pm 9^m,9$. Због равномерног кретања средњег еклиптичког и екваторског сунца и једночасовног њиног пролаза кроз у тачку ректасцензија средњег екваторског сунца α_s увек је једнака лонгитуди средњег еклиптичког сунца, тј. средњој лонгитуди правог Сунца:

$$\alpha_s = \lambda_m. \quad (180)$$

Јединица за време дефинисана употребом средњег сунца по аналогiji на прави дан биће очигледно стална. То је *средњи сунчани дан* или кратко *средњи дан* као временски размак између две узастопне горње кулминације средњег сунца. У првом приближењу он је једнак средњој вредности правих сунчаних дана у тропској години. *Средње време* мери се часовним углом средњег сунца. Почетак сред-

њег дана пада у тренутак горњег пролаза средњег сунца кроз меридијан и зове се *средње подне*. Тренутак његова доњег пролаза кроз меридијан назива се *средња поноћ*.

Иако идеална мера за време због своје сталности, средњи сунчани дан је због свог почетка у средње подне уносио незгоде у свакодневни живот, јер је прва половина дана припадала једном, а друга другом датуму. Да би се ово избегло прешло се на рачунање почетка средњег дана од средње поноћи и тако се дошло до појма *грађанског времена*, које није ништа друго до средње време рачунаато од претходне средње поноћи. Како се време мери увек часовним углом, ми ћемо за ознаке правог, средњег и грађанског времена усвојити t_p , t_s , t_g .

Са наглим развојем производних снага почетком новог века и са започињањем капиталистичких привредних односа нагло се повећала и потреба за тачнијим познавањем времена, па је пронађен и низ справа за одржавање времена. Тако је 1500. Хенлајн пронашао цепни часовник с опругом, 1602. Галилеј открио изохроност клатна, 1657. Хајгенс пронашао часовник с клатном, 1658. Хук пронашао цепни часовник с балансом, 1715. Грехем усавршио часовник с клатном увођењем тз. „ешампана“, а 1736. Харисон пронашао хронометар. Право време већ није задовољавало по тачности ни потребе јавног живота, а камоли науке. 1780. уводи Женева у јавну употребу грађанско време, а почетком XIX в. поступно и све европске земље. Средње време коришћено је у астрономији до 1925., а отада је и она прешла на грађанско време.

22. **Месно, зонско и указно време.** — Почети свих досад дефинисаних временских јединица налазе се у меридијану једног уоченог места, зато се каже да су, како звездано, тако и право, средње и грађанско време, *месна времена*. Међутим, већ је из њихових дефиниција јасно да сва места на једном истом меридијану имају у једном тренутку иста звездана, иста права, иста средња и иста грађанска времена. Са сл. 8. се јасно види да се звездано време два разна места на Земљи у истом тренутку разликује за разлику географских дужина та два места. Уочимо ли место у тачке, право или средње сунце, на исти начин ћемо доћи до закључка и да се права, односно средња или грађанска времена два места у истом тренутку разликују за разлику њиних географских дужина. Зато можемо рећи и обрнуто, да је разлика географских дужина два места, изражена у часовној мери, бројно једнака разлици њихових месних времена у једном истом тренутку:

$$s_B - s_G = \lambda_G - \lambda_B, \quad (181)$$

$$t_{pB} - t_{pG} = \lambda_G - \lambda_B, \quad (182)$$

$$t_{sB} - t_{sG} = \lambda_G - \lambda_B, \quad (183)$$

$$t_{gB} - t_{gG} = \lambda_G - \lambda_B. \quad (184)$$

Смер одузимања с десне стране утврђен је договором. Међународним договором је 1883. године усвојен меридијан места G (Гриниц)

за почетни у рачунању географских дужина, па је $\lambda_G = 0$, тако да се може написати:

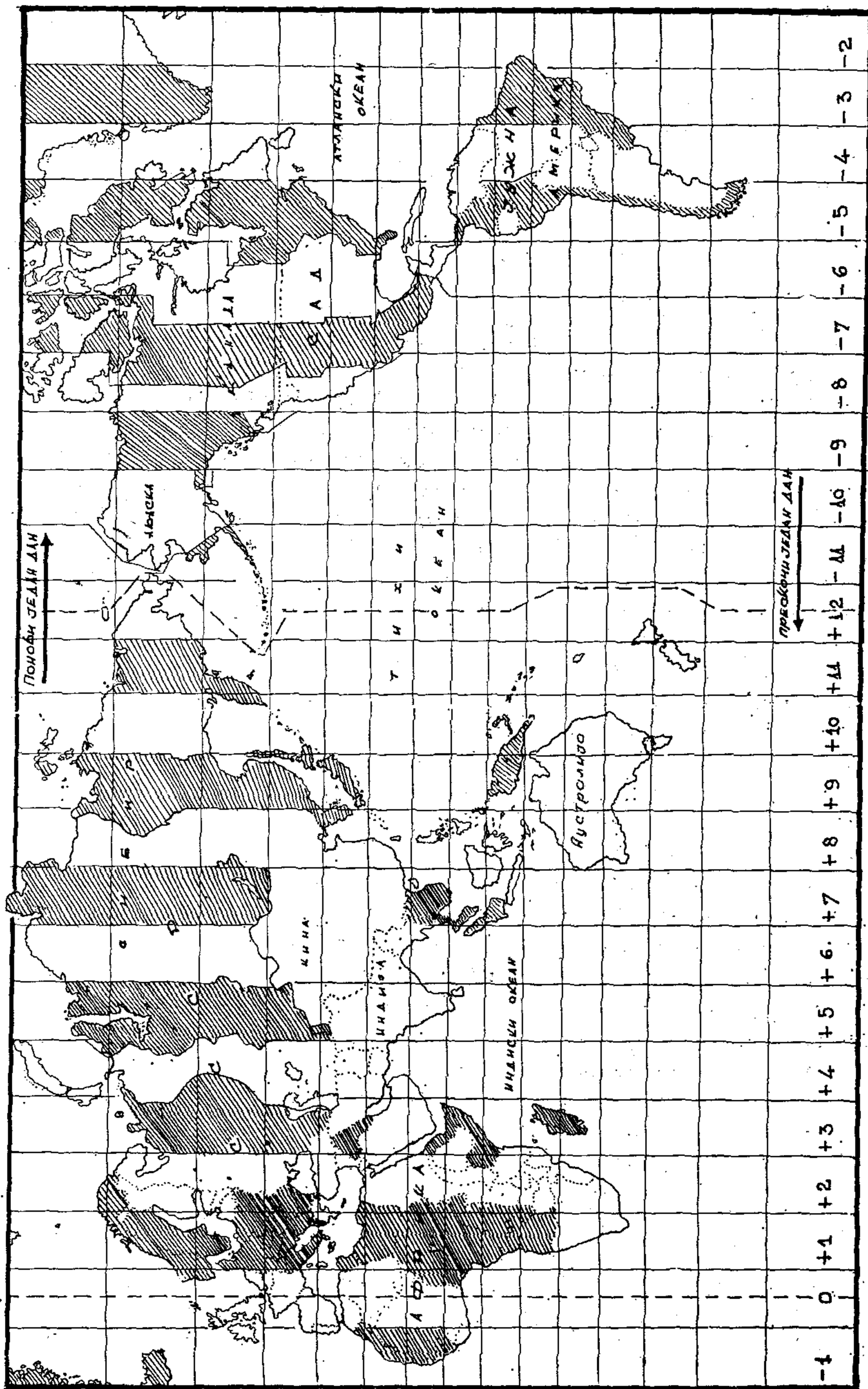
$$\begin{aligned} S_G - S_B &= -\lambda_B, & (185) \\ \rightarrow t_{pG} - t_{pB} &= -\lambda_B, & t_{gG} \equiv t_0 \Rightarrow t_0 = t_g - \lambda & (186) \\ t_{sG} - t_{sB} &= -\lambda_B, & (187) \\ t_{gG} - t_{gB} &= -\lambda_B. & (188) \end{aligned}$$

Са сл. 8. је јасно, у складу са описаном појавом привидног дневног обртања небеске сфере, да је у источним местима у истом тренутку месно време увек веће него у западним, а из горњих израза тада излази да географске дужине места источно од гриничког меридијана треба сматрати ~~негативним~~ ^{POSITIV}, а географске дужине места западно од њега ~~позитивним~~ ^{NEGATIV}. (NOVA VOJVOJINA)

Из постављених израза се још види да у једном истом тренутку једно место има утолико мање месно време уколико је западније од почетног меридијана, а утолико веће месно време уколико је источније од њега. У местима на меридијану супротном од гриничког, тј. с географском дужином 180° , биће онда у једном истом тренутку месно време и 12^h веће и 12^h мање од гриничког, према томе да ли смо на овај меридијан доспели идући источно или западно од почетног меридијана. Да би се ова тешкоћа избегла, међународним договором је утврђена у близини овог меридијана једна линија која иде морима и океанима (в. сл. 28) и која је назвата датумска граница. Морепловци који је прелазе путујући са запада на исток броје у својим дневницима двапут један исти датум и седмици дан, а они који је прелазе путујући са истока на запад изостављају по један датум и седмици дан. ↑

Узрок је појаве у томе, што путник кога Земља носи при свом обртању још и сам обилази око ње, па ако је обиђе са запада на исток, у смеру у коме се и она сама обрће, онда је начинио један обрт више од Земље и за њега ће Сунце изићи једанпут више но за непокретног Земљиног становника. При путовању на запад, он се креће супротно од Земљина обртања, па при обиласку Земље начини један обрт мање но она сама, зато ће за њега Сунце изићи једанпут мање но за непокретног Земљиног становника.

Управљање по грађанском времену, које је за свако место у једном истом тренутку различито, почело је изазивати неочекивано велике сметње у саобраћају, средствима за везу и другим међународним односима, са наглим развојем капиталистичке производње и размене у XIX веку. Ова је тешкоћа једно време избегавана на тај начин што су се поједине земље на целој својој територији управљале по месном времену престонице. Но с још већим развојем међународних привредних и економских веза ово генералисање времена није било довољно. Сједињене Америчке Државе, као јака индустријска земља, а знатно протегнута по географској дужини, прве су осетиле ове тешкоће, па је на њихов предлог међународним споразумом усвојен 1884. год. систем зонског времена. Читава Земља подељена је меридијанима на 24 „кришке“, тз. часовне зоне, а сва места у једној зони управљају се по грађанском времену средњег меридијана у зони. За почетну, тз. нулту зону, усвојена је она која се по географској дужини протеже $7\frac{1}{2}^\circ$ или 30^m источно и западно од



Сл. 28. Часовне зоне и датумска граница

гриничког меридијана. Она се још назива западно-европска зона, јер јој припадају све западно-европске државе, а сва места у њој управљају се по гриничком грађанском времену. Оно се још назива и светско време и обележава се са t_0 . С обзиром на раније усвојене ознаке имамо сада

$$t_{gG} = t_0.$$

Источно од ове налази се прва или средње-европска зона, којој припада и Југославија. Сва места у њој управљају се по грађанском времену средње-европског меридијана, чија је географска дужина 15^0 или 1^h . Он пролази близу Дравограда и Задра. Идући даље на исток долази источно-европска зона, којој припадају источно-европске земље, као Румунија, Бугарска и европски део СССР. Остале часовне зоне ређају се даље на исток и запад, као што се види са приложене карте на сл. 28. Свака има свој редни број и своје име. Границе ових зона не иду увек меридијанима, већ одступају помало у једну или другу страну држећи се територијалне поделе и принципа да подручје које чини једну економску или другу какву целину иде у једну часовну зону.

Увођењем часовних зона, од бескрајно много месних времена у једном истом тренутку на Земљи, прешло се само на 24 званична времена. Користи од оваквог начина рачунања времена веома су велике. Саобраћај и средства за везу при регистровању времена немају потребе да познају географску дужину сваког места, већ само редни број његове часовне зоне, јер се време у једном тренутку од зоне до зоне разликује за по један цео час, док минуте, секунде и деценије остају исти. Путујући на запад, путник при прелазу границе сваке зоне помера казаљку свог часовника за по 1^h уназад, а путујући на исток за по 1^h унапред. Овим је олакшана и обрада разноврсних геофизичких, астрономских и других података.

Зонско време поступно су прихватиле почетком овог века све европске земље, а затим и остале, данас безмало све.

У даљим рачунима обележаваћемо зонско време са t_i $i=0, 1, 2, \dots, 23$, где индекс означава редни број зоне.

Најзад, за време првог светског рата и после њега многе су земље руковођене економским разлозима (уштеда у гориву и осветљењу, повећање радног учинка итд.), завеле тз. указно време t_u издајући наредбу да се казаљке свих часовника помере унапред према зонском времену за 1^h или 2^h , а у изузетним случајевима и за 3^h . Данас је указно време с померањем од 1^h према зонском усвојено у многим државама. У неким од њих само у летњем периоду (летње време). У Југославији је још увек званично средње-европско време.

②3) Везе између правог, средњег, грађанског, зонског и указног времена. — Од свих досад дефинисаних врста времена одређује се астрономским мерењем само звездано, изузетно и право, а са њих се на сва остала прелази рачунски, као што ће бити објашњено у овом и наредном параграфу.

Разлика између правог и средњег времена у сваком тренутку,

$$\eta = t_p - t_s,$$

назива се временско изједначење. Оно се може рашчланити ако везу између месног и небеског екваторског система

$$s = \alpha + t$$

применимо на право и средње сунце. Тада добивамо

$$s = \alpha_{\odot} + t_p \quad s = \alpha_s + t_s,$$

а упоређењем

$$\alpha_{\odot} + t_p = \alpha_s + t_s. \quad (\eta = t_p - t_s = \alpha_s - \alpha_{\odot})$$

Видели смо, међутим, у параграфу 20, да је ректасцензија средњег сунца α_s једнака средњој лонгитуди правог Сунца λ_m па горњу једнакост можемо написати

$$\alpha_{\odot} + t_p = \lambda_m + t_s.$$

Одатле је

$$\eta = t_p - t_s = \lambda_m - \alpha_{\odot}.$$

Ако последњем изразу додамо и одузмемо лонгитуду правог Сунца λ_{\odot} , добићемо за временско изједначење израз

$$\eta = (\lambda_m - \lambda_{\odot}) + (\lambda_{\odot} - \alpha_{\odot}). \quad (190)$$

Оно се тако распало на ^{изједначење центра} две компоненте. Прва је у ствари ^{изједначење центра} изједначење центра и долази, као што смо видели, од Сунчевог неравномерног годишњег кретања, а друга је ^{свођење на екватор} свођење на екватор и долази од нагиба еклиптике према екватору. Прва представља синусоиду с годишњом, а друга синусоиду с полугодишњом периодом и, ако унесемо бројне вредности за њихове изразе (178) и (179) из параграфа 20, за временско изједначење добивамо следећи бројни израз, који му обезбеђује тачност од 0^m.1:

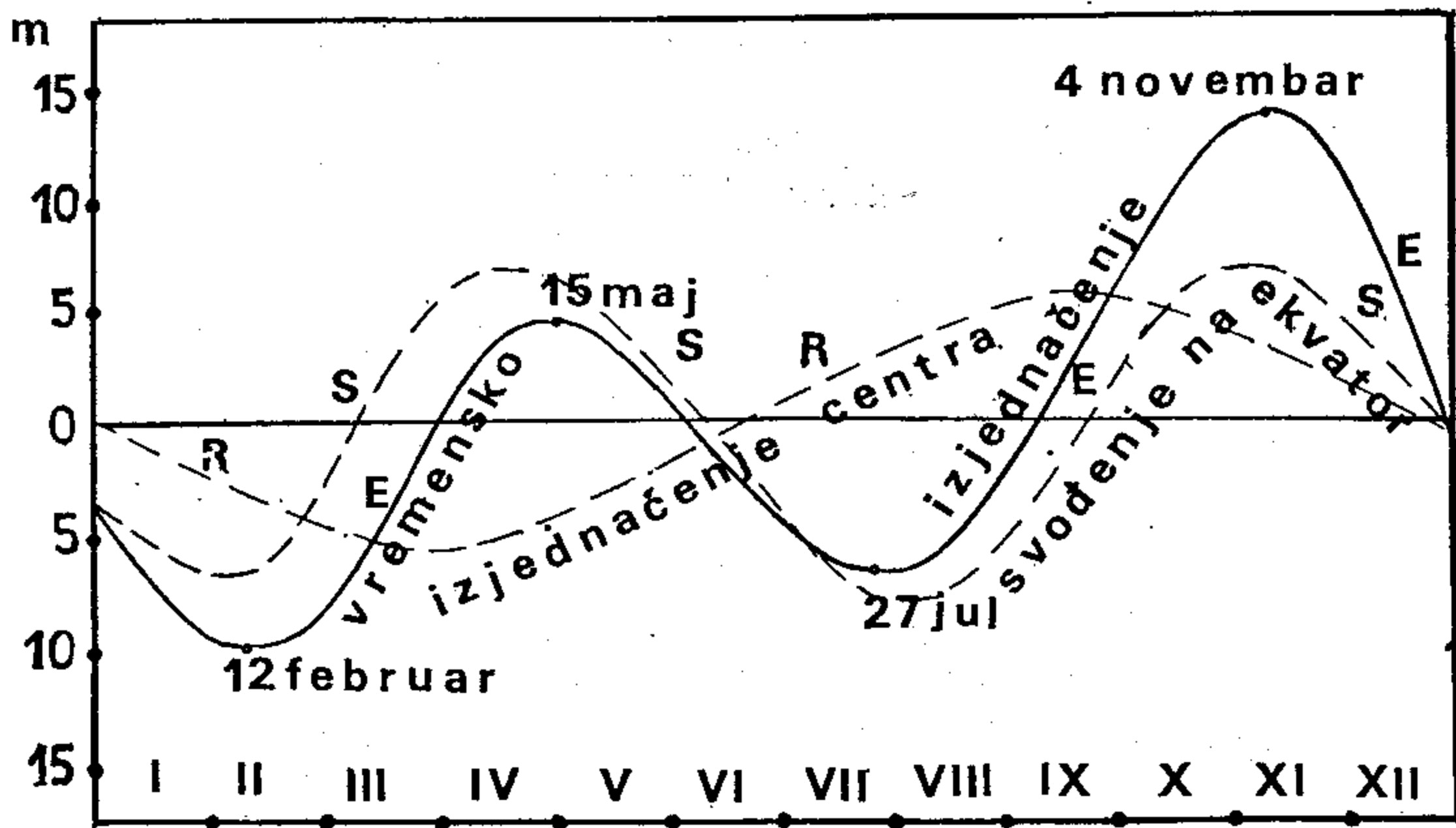
$$\eta = -7^m, 7 \sin (\lambda_m + 79^{\circ}) + 9^m, 9 \sin 2 \lambda_m \quad (191)$$

Стаavimo ли место λ_m његове бројне вредности за сваки први у месецу, добивамо бројне вредности за први и други члан и за њихов збир, тј. за временско изједначење, које су дате у доњој табели.

Таблица 1.

Датум	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	1.10	1.11	1.12
I чл.	+0,2 ^m	-3,9 ^m	-6,6 ^m	-7,7 ^m	-6,7 ^m	-3,9 ^m	-0,2 ^m	+3,6 ^m	+6,5 ^m	+7,7 ^m	+6,8 ^m	+4,2 ^m
II чл.	-3,5	-9,8	-6,2	+3,8	+9,8	+6,2	-3,4	-9,8	-6,7	+2,5	+9,7	+6,8
η	-3,3	-13,7	-12,8	-3,9	+3,1	+2,3	-3,6	-6,2	-0,2	+10,2	+16,5	+11,0

Са овим вредностима је нацртана крива промене временског изједначења у току године на сл. 29. Са ње се види да се временско изједначење у току године мења по једној резултујућој, сложеној,



Сл. 29. Крива промене временског изједначења у току године са кривом његових компонената

таласној кривој са два максимума и два минимума са следећим вредностима:

око 12. фебруара	-14 ^m ,4,	
„ 15. маја	+3,8,	
„ 27. јула	-6,4,	(192)
„ 4. новембра	+16,4.	

Четири пута у години: око 15. априла, 14. јуна, 1. септембра и 25. децембра оно је једнако нули. Тачније податке за сваки датум у 0^h светског времена даје сваки астрономски годишњак (в. параграф 55), одакле се могу интерполовати и користити за прелаз са правог на средње или са средњег на право време у сваком тренутку.

Пођемо ли сад од правог времена, које се одређује из посма-трања, и држимо ли се дефиниција датих у параграфима 20. и 21., можемо за једно место с географском дужином λ , које припада часовној зони i , у коме је указом померена унапред часовна казаљка

за и часова, поставити следеће просте везе за рачунање средњег, грађанског, светског, зонског и указног времена:

$$t_s = t_p - \eta, \quad t_s = t_p - \gamma \quad (193)$$

$$t_g = t_s + \lambda, \quad t_g = t_s + 12^h \quad (194)$$

$$t_o = t_g + 12^h, \quad t_o = t_g - \lambda \quad (195)$$

$$t_i = t_o + i, \quad t_i = t_o + i \quad (196)$$

$$t_u = t_i + u, \quad t_u = t_i + u \quad (197)$$

Из ових веза, које непосредно произлазе из дефиниција, могу се сад лако извести и везе којима се може свака поједина од ових 5 врста времена изразити свима осталим.

24. Прелаз са звезданог на грађанско и са грађанског на звездано време. — Често је у пракси потребно да се нађе у датом тренутку месног звезданог времена у једном одређеном месту, с познатом географском дужином λ , колико је грађанско време, и обрнуто. Овај прелаз се назива претварање времена и врши се у два етапа. Прво је потребно да знамо колико је звезданог времена s_0 у средњу поноћ у датом месту, а друго, да знамо како се може један размак протеклог времена, рецимо од поноћи до датог тренутка, изражен јединицама средњег времена, претворити у јединице звезданог времена или обрнуто, један дати размак изражен јединицама звезданог времена претворити у јединице средњег времена. Претварање времена може се вршити на више начина.

Треба још приметити да се може догодити да се алгебарским сабирањем по горњим изразима дође до негативног броја. У том случају треба резултату додати 24^h . Деси ли се, пак да се добије износ већи од 24^h , треба од њега одузети 24^h .

(1^о) Први начин. Да видимо најпре како се могу претворити временски размаци изражени јединицама средњег времена у јединице звезданог времена и обрнуто.

Из великог броја мерења Ханзен и Леверије су нашли да дужина тропске године износи 365,24220... средњих дана. Вратимо ли се сл. 27, лако можемо видети да у току једне тропске године Сунчева лонгитуда прирасте за 360° . Отуда основна једнакост

$$365,24220 \text{ ср. дана} = 366,24220 \text{ зв. дана.} \quad (198)$$

Поделимо ли целу једнакост њеном левом страном, добивамо

$$1 \text{ ср. дан} = (1 + \mu) \text{ зв. дана,} \quad (199)$$

где је константа $\mu = \frac{1}{365,24220}$. Како се и средњи и звездани дан

дели на ситније јединице у истом односу, то очевидно веза (199) важи не само за дане, већ и за часове, минуте, секунде и њихове делове, тј. ма за какве размаци времена, па се уопште може написати

$$i_s = i_m (1 + \mu), \quad (200)$$

где је i_m произвољан временски размак изражен јединицама средњег времена, а i_s исти размак изражен јединицама звезданог времена.

Поделимо ли једнакост (198) њеном десном страном, добивамо везу

$$1 \text{ зв. дан} = (1 - \nu) \text{ ср. дана}, \quad (201)$$

где је константа $\nu = \frac{1}{366,24220}$. Из истог разлога као и горе ова

веза важи и за ситније јединице, па и за произвољне временске размаке, тако да се може написати

$$i_m = i_s (1 - \nu), \quad (202)$$

где величине i_m и i_s имају значење као и у изразу (200).

Из израза (200) и (202) види се да се сваки размак времена изражен јединицама средњег времена може претворити у размак изражен јединицама звезданог времена ако се помножи константом $(1 + \mu)$, а сваки размак времена изражен јединицама звезданог времена у размак изражен јединицама средњег времена ако се помножи константом $(1 - \nu)$. За ово претварање постоје у свима астрономским годишњацима помоћне таблице. Њих има углавном две врсте. У једнима је дат за сваки цео час, минут и секунду средњег времена односни размак звезданог времена (в. Годишњак нашег неба). У другим је дата само поправка $i_m \mu$, одн. $i_s \nu$ (в. нпр. *Connaissance des Temps*), јер се изрази (200) и (202) могу написати и овако:

$$i_s = i_m + i_m \mu, \quad (200')$$

$$i_m = i_s - i_s \nu. \quad (202')$$

Да бисмо могли претварати време потребно је још да знамо звездано време s_0 у месну средњу поноћ. Сви астрономски годишњаци дају звездано време S_0 у средњу гриничку поноћ, из простог разлога што не могу давати овај податак за свако место, а са овога се може прећи на звездано време s_0 у месну средњу поноћ следећим расуђивањем. Ако је S_0 звездано време у гриничку поноћ, у 1^h средњег времена после поноћи биће у Греницу $S_0 + 1^h (1 + \mu)$ звезданог времена, у 2^h средњег времена после поноћи биће у Греницу $S_0 + 2^h (1 + \mu)$ звезданог времена и у λ^h средњег времена после поноћи биће у Греницу $S_0 + \lambda^h (1 + \mu)$ звезданог времена. Међутим, кад је у Греницу 1^h ср. времена после поноћи, поноћ је у местима чија је географска дужина 1^h западно од Греница. Значи, у тим местима ће у средњу поноћи бити $S_0 + 1^h \mu$ звезданог времена. На исти начин у местима која се налазе на 2^h западно од Греница биће у средњу поноћ $S_0 + 2^h \mu$ звезданог времена, а у местима, која се налазе на географској дужини λ од Греница, биће у поноћ

$$s_0 = S_0 - \lambda$$

$$s_0 = S_0 \pm \lambda \cdot \mu \quad \text{звезданог времена} \quad (203)$$

Сада се лако може дато грађанско време t_g у једном месту с географском дужином λ претворити у месно звездано s на тај начин, што ће се најпре из ефемерида наћи звездано време S_0 у гриничку поноћ тог датума и поправити за величину $\lambda \mu$, па тако наћи звездано време у средњу поноћ истог датума у датом месту по изразу

(203). Затим ће се дато грађанско време, које није ништа друго до размак протеклог времена од средње поноћи до датог тренутка изражен јединицама средњег времена, претворити помоћу израза (200) у односни размак изражен јединицама звезданог времена:

$$i_s = t_g + t_g \cdot \mu. \quad (200'')$$

Да бисмо добили месно звездано време у тренутку t_g , остаје да додамо на месно звездано време у средњу поноћ s_0 размак протеклог времена од поноћи до тренутка t_g изражен јединицама звезданог времена.

$$s = s_0 + t_g + t_g \cdot \mu. \quad (204)$$

или с обзиром на (203),

$$s = s_0 + \lambda \cdot \mu + t_g + t_g \cdot \mu. \quad (205)$$

Исто тако се лако може извршити и обрнуто претварање. Ако је дато месно звездано време s у месту с географском дужином λ , па се тражи грађанско време у том тренутку, опет треба прво наћи, као и горе, месно звездано време у средњу поноћ у датом месту према изразу (203). Затим према изразу (202) треба размак звезданог времена $s - s_0$ протеклог од средње поноћи до датог тренутка изразити у јединицама средњег времена:

$$t_g = (s - s_0) - (s - s_0) \cdot \nu. \quad (202'')$$

Са грађанског се лако може прећи на средње-европско време, као што је показано у претходном параграфу.

2⁰ Други начин. Може се са средње-европског времена прећи на месно звездано и непосредно. Датом средње-европском времену алгебарски се дода географска дужина средње-европског меридијана и тако пређе на светско време:

$$t_1 - 1^h = t_0. \quad (206)$$

t_0 је уједно и протекло средње време од поноћи. Оно се претвори у звездане јединице према изразу (200), тј. помоћу односних таблица:

$$S - S_0 = t_0 (1 + \mu). \quad (207)$$

Додамо ли протеклом звезданом времену од поноћи до датог тренутка звездано време S_0 у гриничку поноћ, добивамо звездано време у Гриничу у датом тренутку:

$$S = S_0 + t_0 (1 + \mu). \quad (208)$$

Да бисмо добили звездано време у истом тренутку у датом месту,

ДОВОЉНО је још само одузети од горњег географску дужину тога места:

$$s = S + \lambda = S_0 + t_0(1 + \mu) + \lambda, \quad (209)$$

или

$$s = S_0 + (t_1 - 1^h) \cdot (1 + \mu) - \lambda. \quad (210)$$

Ако је за место у средње-европској зони с географском дужином λ дато звездано време, па се, обнуто, тражи колико је у том тренутку средње-европског времена у том месту, најпре се са датог звезданог времена s алгебарским додавањем географске дужине датог места прелази на звездано време у Гринуџу у истом тренутку:

$$S = s + \lambda. \quad S - \lambda = s, \quad \text{Nov 11, 1957.} \quad (211)$$

Одбијемо ли од тог времена звездано време у гриничку поноћ S_0 , добивамо временски размак од поноћи до датог тренутка у Гринуџу изражен звезданим временским јединицама:

$$S - S_0 = s + \lambda - S_0. \quad (212)$$

Према изразу (202) или уз помоћ односних таблица овај се размак може изразити јединицама средњег времена, па се тако добива протекло светско време од поноћи до датог тренутка:

$$t_0 = (S - S_0) \cdot (1 - \nu) = (s + \lambda - S_0) \cdot (1 - \nu). \quad (213)$$

Одузимањем географске дужине средње-европског меридијана ($\lambda = -1^h$) прелазимо најзад на средње-европско време у датом тренутку:

$$t_0 = t_1 + 1^h = (S - S_0) \cdot (1 - \nu) + 1^h, \quad (214)$$

или

$$t_1 = (s + \lambda - S_0) \cdot (1 - \nu) + 1^h. \quad (215)$$

3^о Приближни начин. Често се дешава да нам је довољно да извршимо претварање звезданог времена у грађанско или обратно с малом тачношћу, но брзо и усмено. Ово се најчешће јавља при оријентацији на Земљи и при припреми посматрачког програма. За ту сврху је довољно запамтити да месно звездано време у средњу поноћ износи:

Таблица 2.

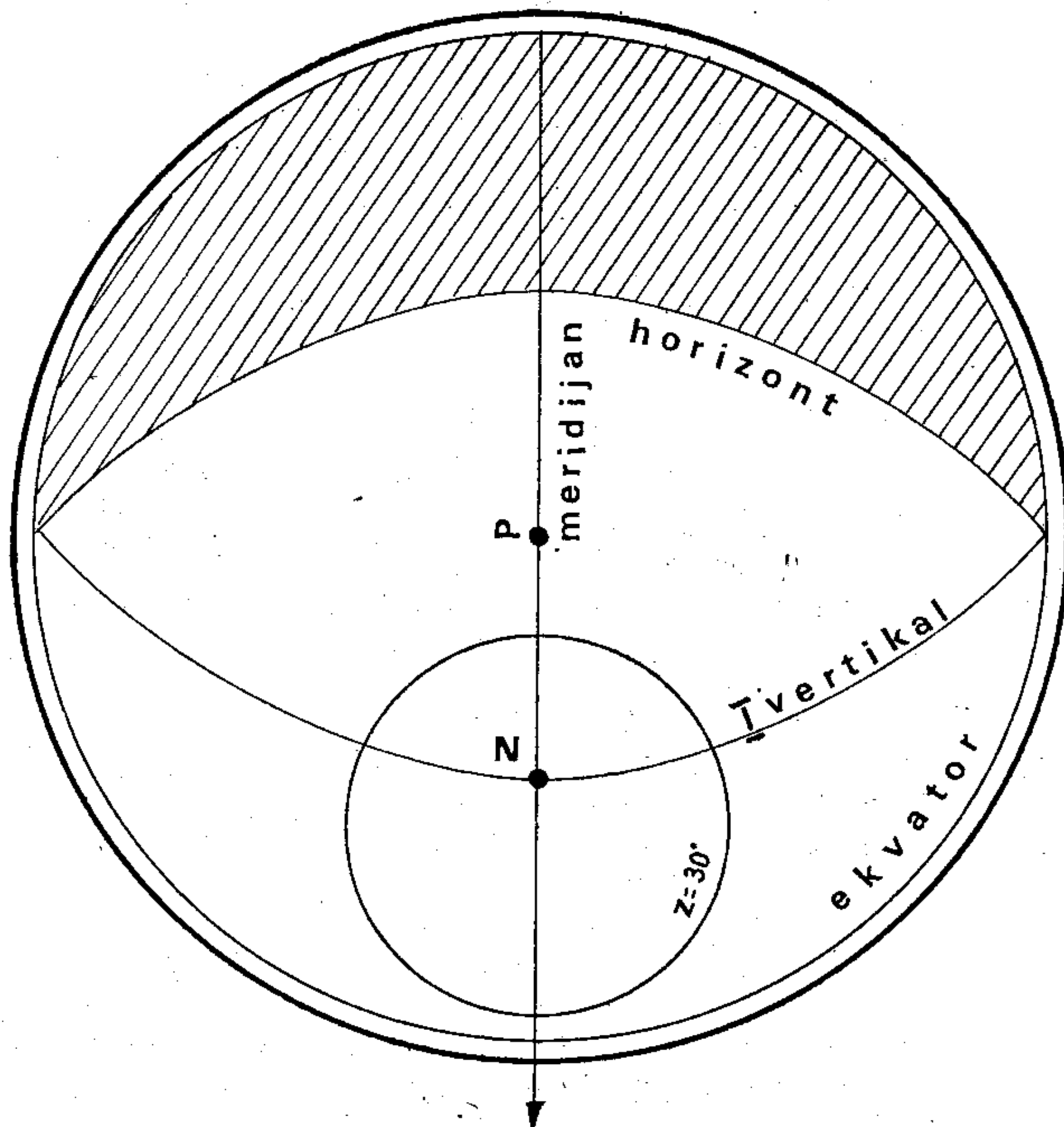
Дат.		Дат.	
22.9	0h	23.3	12h
22.10	2	22.4	14
21.11	4	23.5	16
22.12	6	22.6	18
21.1	8	23.7	20
20.2	10	22.8	22

као и то да се за један дан ово време повећа за $4^m - 4^s$, тј. да се за месец дана повећа приближно за 2^h . Кад смо нашли приближно звездано време у поноћ, другу фазу претварања времена, тј. претварање временског размака протек-

лог од поноћи до датог тренутка из једних јединица у друге можемо извршити приближно множењем горњом константом.

25. Одређивање изгледа звезданог неба. — Често је у пракси потребно, на пример код припреме посматрања, одредити изглед звезданог неба над хоризонтом датог места (с географском ширином φ и дужином λ) у одређеном тренутку зонског времена t_1 . Ово се може најлакше обавити уз помоћ звездане карте.

Ако располажемо таквом картом у стереографској пројекцији, са северним небеским полом у средишту и у небеском екваторском систему, онда на њеном ободу читамо ректасцензије (које расту у ретроградном смеру због огледалске слике карте), а на полупречницима деклинације. Да бисмо овакву карту могли успешно користити, морамо израдити за место (φ, λ) које нас интересује олеату на провидној хартији или пластичној маси с координатном мрежом хоризонтског система у истој пројекцији и размери као што је и сама карта. За постављени задатак биће довољно ако извучемо паралел којим је ограничена и сама карта, обележимо његово средиште и извучемо један његов пречник који ће представљати меридијан датог места и затим на њему пронађемо зенит тог места као тачку у којој је $\delta = \varphi$ и, најзад, из ове тачке као средишта опишемо круг — хоризонт датог места, полазећи другим краком шестара од тачке на меридијану у којој је $\delta = -(90^\circ - \varphi)$ (сл. 30.).



Сл. 30. Одређивање изгледа звезданог неба у датом тренутку t_1

Претворимо ли затим дато зонско време t_1 у месно звездано s , као што је у претходном параграфу показано, наћи ћемо за дати датум и тренутак лако све звезде које се налазе у меридијану датог места. Пошто је у меридијану $s = \alpha$, потражићемо на ободу карте ректасцензију чија вредност износи колико нађено месно звездано време s , а затим ћемо положити преко карте олеату да им се средишта поклопе, а да меридијан места прође кроз означену ректасцензију. Звезде које се налазе на правој која представља меридијан датог места биће у датом тренутку зонског времена у његовом меридијану. Звезде с мањом ректасцензијом западно, а с већом ректасцензијом источно од њега. Звезде у унутрашњости круга који представља хоризонт налазиће се изнад хоризонта датог места у тренутку t_1 и представљаће у том тренутку изглед неба за дато место.

Често је потребно у пракси, код припреме посматрања, знати приближно још и које се звезде у датом тренутку налазе у првом вертикалу и на алмукантару $z = 30^\circ$. Да бисмо и ово видели са карте, треба још на олеати извући први вертикал и поменути алмукантар. Како су у стереографској пројекцији сви кругови небеске сфере кругови и на карти, то је довољно наћи по три тачке за сваки овакав круг, па га моћи лако извући. За први вертикал изабраћемо ове три тачке: зенит, који је већ обележен на олеати, и још тачке у којима први вертикал сече хоризонт, а то су тачке на кругу који представља хоризонт у којима је азимут, а исто тако и часовни угао једнак 90° , одн. 270° . Њих ћемо добити ако одмеримо од меридијана дуж хоризонта на олеати прав угао. Алмукантар $z = 30^\circ$ још је лакше конструисати. Шестар ћемо убости у тачку која представља зенит датог места, а други крак у тачку с деklinацијом $\delta = \varphi - 30^\circ$ и описати круг.

В. ПРИВИДНО МЕСЕЧЕВО КРЕТАЊЕ ОКО ЗЕМЉЕ

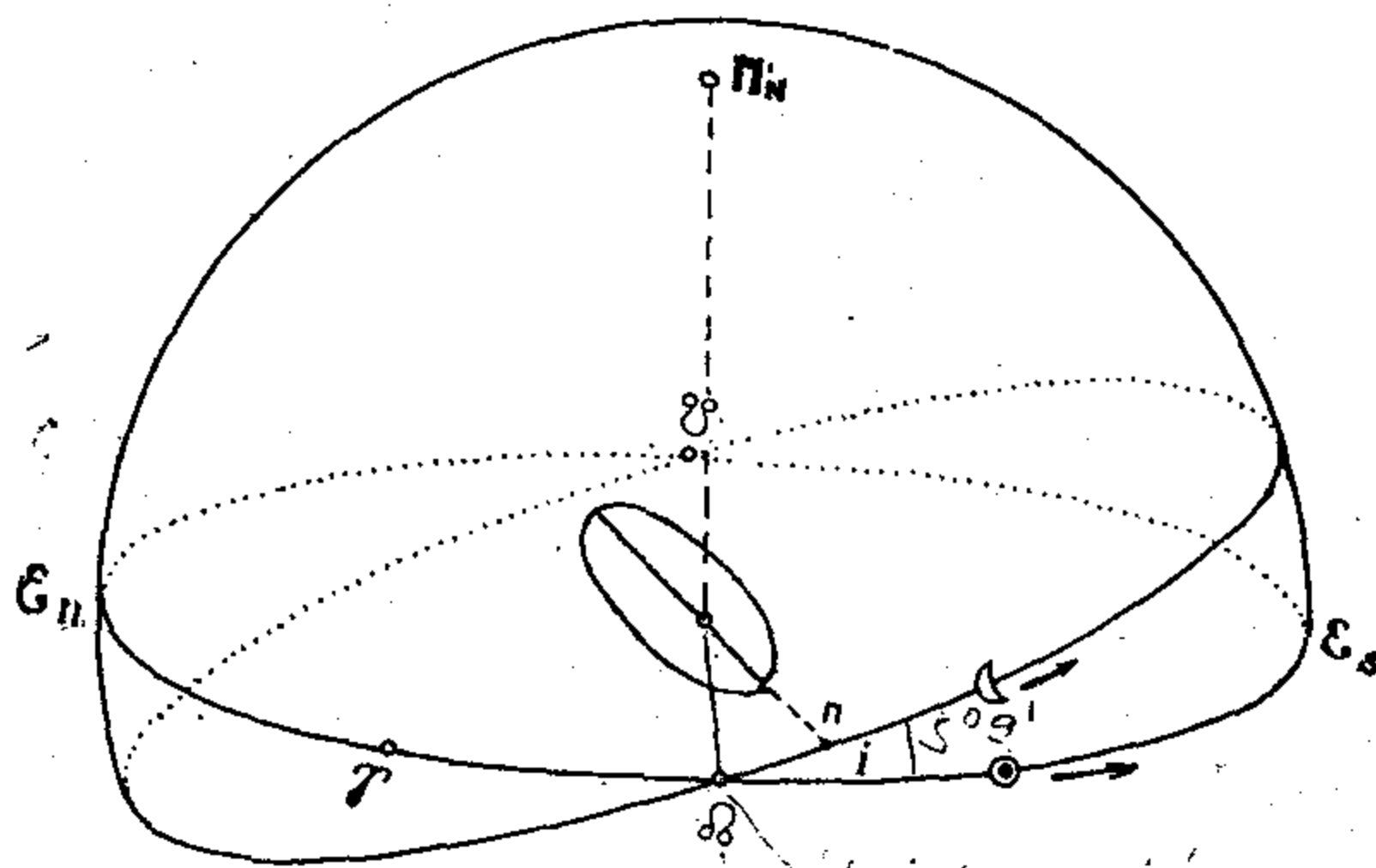
26. Привидно Месечево кретање око Земље. — Привидно Месечево кретање око Земље може се изучити, као и Сунчево, ако се што чешће врше одређивања Месечевих екваторских координата α , δ . Ректасцензија се одређује из тренутка Месечева пролаза кроз меридијан, а деklinација из мерене зенитне даљине, као и за Сунце. Но овде се посматра само осветљена Месечева ивица, па се применом његова привидног (угловног) полупречника прелази на координате његова средишта. Овај се полупречник може извести из мерења размака међу Месечевим „роговима“ микрометром или још тачније посебним инструментом — хелиометром, но пошто је данас овај пречник врло тачно познат обично се узима из табличних података који постоје за Месец у годишњацима.

Да би се испитало привидно Месечево кретање треба прећи са његових екваторских координата α , δ , на еклиптичке λ , β , по обрасцима које смо извели у параграфу 9. Искористимо за то податке дате у доњој табlici за месец мај 1961. године за сваки други датум у месецу узете из Астрономическог јежегодњика.

Таблица 3.

Датум	$\lambda \text{ }^{\circ}$	$\beta \text{ }^{\circ}$	$R \text{ }^{\circ}$	$L \text{ }^{\circ}$	$d \text{ }^{\circ}$
1	223°10'	+4°43'	15'43",5	223°14'	0,992
3	250 48	+5 0	15 59,5	250 46	0,975
5	279 4	+4 6	16 8,2	278 57	0,967
7	307 26	+2 13	16 9,8	307 21	0,965
9	335 38	—0 13	16 5,8	335 39	0,969
11	3 30	—2 33	15 56,8	3 36	0,978
13	30 53	—4 16	15 43,3	30 59	0,992
15	57 31	—5 0	15 25,4	57 32	1,011
17	83 6	—4 41	15 7,2	83 1	1,032
19	107 39	—3 31	14 52,9	107 32	1,048
21	131 28	—1 45	14 46,7	131 24	1,055
23	155 7	+0 18	14 51,1	155 8	1,050
25	179 20	+2 21	15 6,2	179 26	1,033
27	204 44	+4 2	15 29,5	204 51	1,007
29	231 44	+4 57	15 54,7	231 46	0,980
31	260 8	+4 44	16 14,1	260 4	0,961

Ови се подаци из месеца у месец периодично понављају. Ако координате $\lambda \text{ }^{\circ}$, $\beta \text{ }^{\circ}$ нанесемо на један Декартов координатни систем, и то $\lambda \text{ }^{\circ}$ по апсцисној а $\beta \text{ }^{\circ}$ по ординатној осовини, добићемо за привидну Месечеву путању једну синусоиду. Савијемо ли раван цртежа у кружни цилиндар да се додирну тачке у којима је $\beta \text{ }^{\circ} = 0$ на почетку и на крају синусоидног таласа, па овај цилиндар навучемо на звездани глобус тако да се велики круг настао од апсцисне осовине поклопи са еклиптиком, видећемо да ће се за привидну Месечеву путању на небеској сфери добити такође један велики круг чија раван пролази кроз Земљино средиште и који је нагнут према еклиптици за $i = 5^{\circ} 9'$ (сл. 31). Он сече еклиптику у два супротним тачкама δ° и γ° .



Сл. 31. Привидна Месечева путања на небеској сфери

У првој Месец у свом кретању прелази с јужне на северну страну еклиптике и зове се улазни чвор Месечеве путање. У другој

прелази са северне на јужну њену страну и зове се *силазни чвор Месечеве путање*. Истим се знацима обележавају и њихове лонгитуде. Лонгитуда узлазног чвора износи, по Брауну,

$$\Omega = 259^{\circ}10'59'',79 - 1934^{\circ}8'31'',23 T + 7'',48 T^2 + 0'',0080 T^3, \quad (216)$$

где је T време у stoleћима рачунато од 1900. год. По својој привидној путањи Месец се креће у директном смеру, смеру све већих ректасцензија.

Трећи податак у горњој табели је Месечев привидни полупречник. Из табели се види да се он периодично повећава и смањује у истом периоду у коме се и Месечеве координате враћају на своје полазне вредности. Ово указује на то да се Месечева даљина од Земље периодично мења, тј. да се он у ствари не креће по кругу. Последња два податка су његове поларне координате у равни путање са којима се може учртати њен облик.

Временски размаци после којих се Месец враћа у своје старе положаје према звездама, према чворовима своје путање, према свом перигеју или апогеју и, најзад, према Сунцу, зову се респективно: *сидерички* (S), *драконитички* (D), *аномалистички* (A) и *синодички* (C) *месец*. Њихова трајања, укључујући и *тропски месец* (T) у јединицама средњег сунчаног времена износи:

2 A 1925.6.:	$T = 27^d,321\,5817 = 27^d \quad 7^h \quad 43^m \quad 4^s,7,$	(217)
= 27.321 582	$S = 27,321\,6610 = 27 \quad 7 \quad 43 \quad 11,5,$	(218)
= 27.321 662	$D = 27,212\,2200 = 27 \quad 5 \quad 5 \quad 35,8,$	(219)
= 27.212 221	$A = 27,554\,5505 = 27 \quad 13 \quad 18 \quad 33,1,$	(220)
= 27.554 550	$C = 29,530\,5882 = 29 \quad 12 \quad 44 \quad 2,8.$	(221)
29.530 589		

И она се помало мењају услед поремећаја.

Нарочито је за сад важно уочити узрок и величину разлике између сидеричког и синодичког месеца. Претпоставимо да је у једном тренутку Месец имао једнаку лонгитуду са Сунцем и да је после тога протекло 27,3215817 дана, те да се Месец вратио у исти положај према звездама. Како се за то време Сунце привидно померило према истоку за око 27° , то после истека овог времена Месец неће бити у истом положају и према Сунцу. Биће му потребно још неко време да га стигне. Како Месец прелази просечно дневно по 13° на својој привидној путањи, а Сунце око 1° , то Месец за један дан стигне Сунце за 12° , па му за 27,3215817 дана треба приближно 27/12 дана или 2,25 дана да се врати у исти положај и према Сунцу. Тачнији износ ове разлике је 2,2090065 средњих дана.

Синодички месец (C) је у исто време и циклус *Месечевих мена* или *фаза*. У мени *младог месеца* налази се он када му је лонгитуда једнака Сунчевој, у мени *пуног месеца* када му се лонгитуда разликује од Сунчеве за 180° , а у *четвртима* када му се лонгитуда разликује од Сунчеве за $\pm 90^{\circ}$. О Месчевим менама или фазама види по-добрније у параграфу 36.

27. Неравномерности Земљина обртања. — За јединицу којом се мери време или за *временски еталон* одувек се тежило да се користи једна од астрономских појава, како би се могла загарантовати

непрекидност у мерењу времена и тако омогућило свођење свих догађаја на исту временску скалу. За ову појаву одувек је узимано привидно дневно обртање небеске сфере или, тачније, појава Земљине ротације. У прилог овоме ишла су два разлога:

Прво, ова је појава лако приступачна мерењима и, друго, одувек се сматрало да је Земљина ротација идеално равномерна, јер се све до скоро и мерењима није могла открити ма каква неравномерност нити су се за њу могли ноћи узроци.

Од скоро, међутим, знамо да ни Земљина ротација није идеално равномерна, већ да се у извесним временским размацима Земља обрће, истина једва осетно, брже, а у другим спорије. Данас, тако, познајемо три врсте неравномерности у брзини Земљина обртања:

1⁰ Прогресивно или секуларно успорење.

2⁰ Неправилне флукуације.

3⁰ Периодичне, сезонске промене.

1⁰ Прогресивно или секуларно успорење. Још је Халеј 1695. дискутујући податке посматрања Сунчевих помрачења сакупљене чак од старог века, нашао да постоји извесно секуларно убрзање у Месечеву кретању око Земље. Оно је средином XVIII в. несумњиво потврђено.

(^{податак} + 12 *geomet. astron.*)

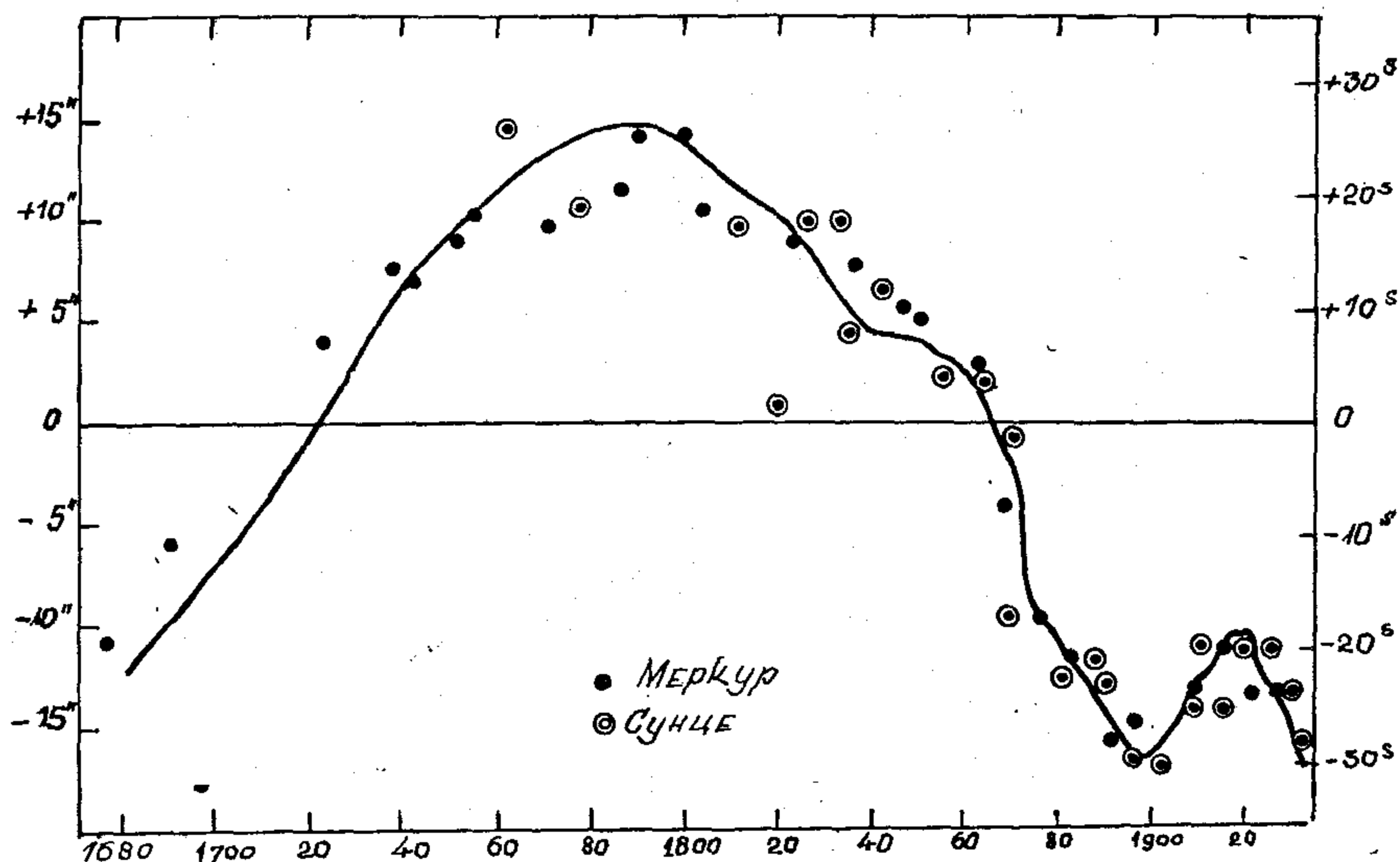
1939. Спенсер Џонс је открио привидно убрзање средњег дневног кретања и код Земље, и код Меркура, и код Венере и нашао да су ова убрзања обрнуто пропорционална даљинама планета од Сунца, тј. да би се добила за њ иста вредност кад би се све ове даљине рачунски свеле на једну. Отуда је изведен закључак да је ово убрзање само привидно и само последица правог секуларног (прогресивног) успорења Земљиног обртања. Џефрејс је рачунски показао да се највећи део овог секуларног успорења може објаснити трећем таласа океанске плиме о дно.

Данас се сматра да секуларно успорење Земљина обртања не долази само од плимског трења, но да је оно сложене природе и да се у њему суперпонују утицаји више геофизичких појава, као што су: интерференција водене и ваздушне плиме, промене нивоа мора итд.

Како је ово успорење сразмерно квадрату времена, оно нагло расте у току векова, тако да изазива у Земљином обртању за један век закашњење од 16^s,58, за два века 1^m6^s, за 20 векова 1^h50^m, а за 72 века цео један средњи дан. Иако велики, овај се утицај због своје правилности да унапред обрачунати.

2⁰ Неправилне флукуације. Кад је уклонио секуларни члан из средњег Месечевог кретања, Њуком је 1878. открио да у овом кретању остају и даље одступања неправилног облика и знатне амплитуде, која су названа неправилним флукуацијама. Касније су ова одступања откривена и у Земљином, Меркуровом и Венерином средњем кретању, а била су опет обрнуто сразмерна даљинама ових тела од Сунца.

Зато што се на одговарајући начин испољавају и у средњим кретањима других небеских тела, а не само Месеца, закључило се да ове флукутације морају бити само привидне и последица *неправилних промена у брзини Земљина обртања*. Оне, дакле, долазе само од променљивости временске јединице којом меримо брзине кретања поменутих небеских тела. Сматра се да неправилне промене у брзини Земљина обртања морају долазити од физичких промена у самој Земљиној унутрашњости. Њихов механизам још није потпуно разјашњен.

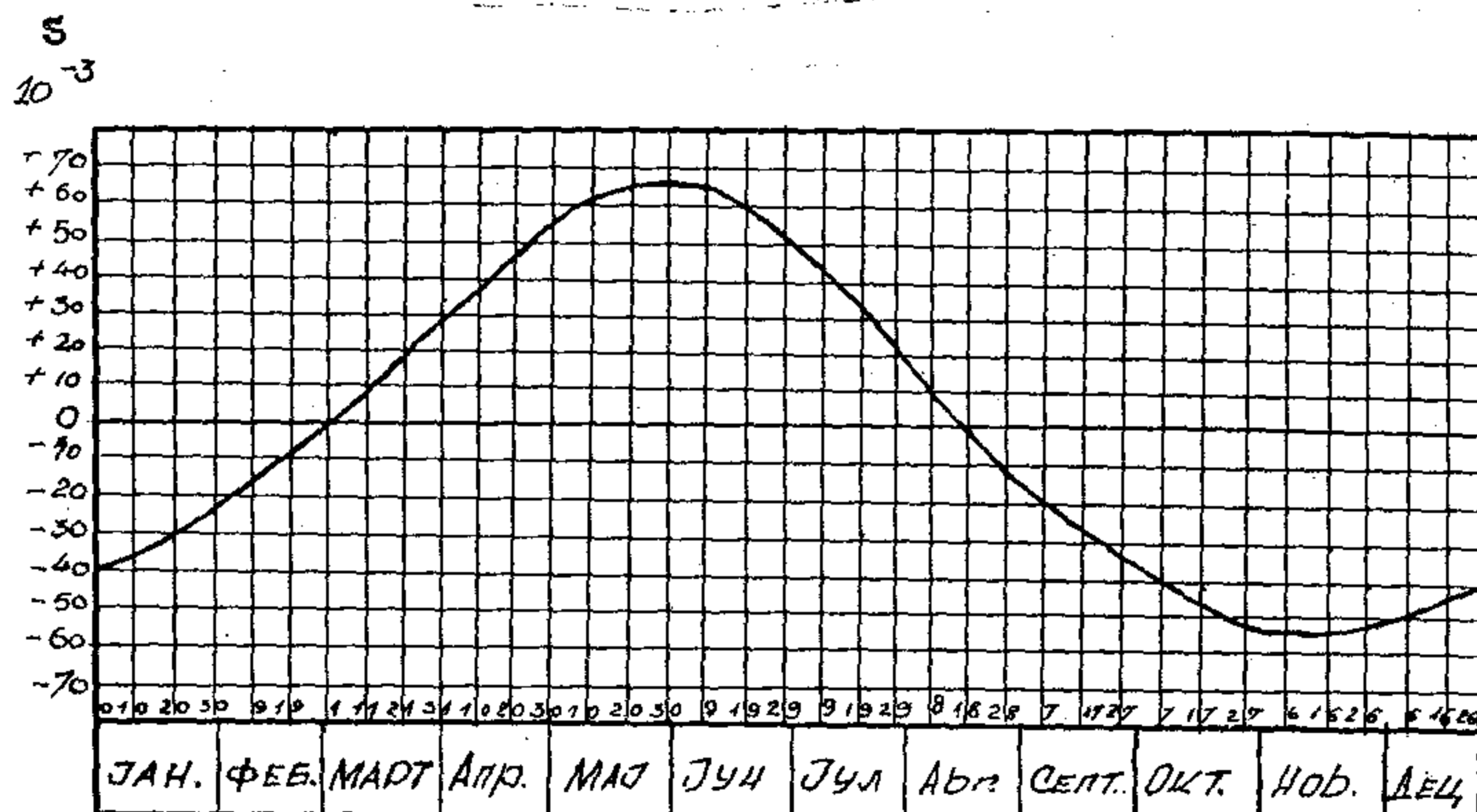


Сл. 32. Неправилне флукутације у средњим лонгитудама Месеца, Меркура и Сунца. (одн. Земље)

Крива на слици 32. приказује облик неправилних флукутација у Месечевој средњој лонгитуди по *Спенсер Џонсу* од 1677. — 1939. Кружићима су приказане неправилне флукутације у Земљиној, а тачкама у Меркуровој средњој лонгитуди. Лествица с леве стране даје њихов износ у угловним секундама, она с десне неравномерности Земљина обртања, од којих долазе ове флукутације, у временским секундама.

3° Периодичне, сезонске промене. *Н. Стојко* је 1937. год. проучавао колико журе, односно касне прецизни часовници с клатнима Париске и Вашингтонске опсерваторије и кварцни часовници високе тачности Физичко-техничког института у Берлину, па је истакао једну годишњу периодичну промену заједничку за све њих. Због ове последње чињенице закључио је он да је колебање у раду ових часовника само привидно и да долази од правог сезонског колебања самог „небеског часовника“, тј. од *промена у брзини Земљина обртања с годишњом периодом*. Касније је ово откриће више пута потвр-

ђено, а у наше време ходови најпрецизнијих атомских часовника јасно показују ова привидна годишња колебања и тако несумњиво потврђују постојање сезонских промена у Земљиним обртању.



Сл. 33. Сезонске промене у трајању Земљиног обртања

На сл. 33. приказане су сезонске промене у трајању Земљиног обртања из три периода: 1934 — 37., 1946 — 47. и 1955 — 57. све по рачунима Н. Стојка. Из године у годину ови таласи се веома мало мењају, па је могуће сезонске промене екстраполовати са високом тачношћу, тј. у пракси користити оне изведене у ранијим временским размацима. Из израза које је за њих поменути аутор извео види се да Земља закашњава највише у мају (за $+0^s,0352$.) у односу на њену средњу идеалну ротацију, а жури у односу на њу највише у октобру (за $-0^s,0281$).

Узроци овим променама тражени су у сезонским променама ваздушног притиска изазваним општом циркулацијом Земљине атмосфере. Билимовић је испитао утицаје сезонског кретања водених и ледених токова на Земљи, па се показало да узрок годишњој промени у брзини Земљина обртања, тј. у трајању дана, треба тражити у годишњој сезонској промени распореда ваздушних и водених маса на Земљиној површини које изазивају промене Земљиног момента инерције у толикој мери да могу доводити до промена у интензитету Земљине угловне брзине чији ред величине достиже онај који је из посматрања нашао Н. Стојко. Ближа испитивања ових појава још се врше.

28. Ефемеридско време. — Средином овог века, као што се из претходног параграфа види, неравномерност Земљина обртања била је коначно доказана, па се није више могло задржати светско време, дефинисано Земљиним обртањем са средњим даном, односно средњом секундом као временском јединицом, јер је оваква јединица изгубила основно својство које се од ње тражи — непроменљивост.

С друге стране, са усавршавањем технике инструмената почела се захтевати тачност у одређивању времена према којој се нерав-

номерности Земљина обртања, које уносе систематске промене у средњу секунду, нису могле занемарити. Зато је Међународна конференција за фундаменталне астрономске константе, одржана у Паризу 1950. године, била већ предложила да се појава Земљина обртања замени појавом Земљина обилажења око Сунца, као много постојанијом при избору нове временске јединице. После претреса овог питања на многим међународним скуповима, 1958. године је одлучено да се време Земљина обилажења око Сунца узме убудуће за званично време и назове ефемеридско време, а да се његове јединице изведу из тропске године.

Ако је T време у јулијанским вековима (од по 36 525 средњих дана), за дужину тропске године у средњим данима по Њукому имамо израз

$$365,242\ 198\ 781\ 17 - 0,000\ 006\ 138\ T,$$

а у средњим секундама израз

$$31\ 556\ 925,974\ 7 - 0,530\ 3\ T,$$

где је $T=0$ у 12^h светског времена 0. јануара 1900. године. Из ових се израза види да је и дужина тропске године променљива, иако неосетно и равномерно. Зато се морала утврдити епоха за коју се узима тропска година као временска јединица.

Коначно је усвојена као полазна јединица за мерење ефемеридског времена тропска година за епоху 12^h ефемеридског времена 0. јануара 1900. год. Мања јединица за ефемеридско време је ефемеридски дан или 365,242 198 78-ми део горње тропске године. Још мања јединица је ефемеридска секунда као 86 400-ти део ефемеридског дана или 31 556 925,974 7-ми део горње тропске године. Ово је нова дефиниција секунде званичног времена у чијој се функцији од 1960. године дају координате небеских тела у свима астрономским годишњацима — ефемеридима (в. ближе у параграфу 55).

Ако се при посматрањима небеских тела служимо светским (у суштини средњим) временом, постаје јасно да ће се у току времена појављивати све већа одступања између њихових средњих лонгитуда изведених из посматрања и рачунатих теоријски (по изразима које нам пружа небеска механика), због променљивости јединице којом смо мерили време. Из ових се одступања зато најлакше и одређује ефемеридско време t_E или поправка Δt коју треба додати на светско време t_0 у једном тренутку, па да се добије ефемеридско време за исти тренутак:

$$t_E = t_0 + \Delta t.$$

Због Месечеве близине Земљи најпрецизније се ова одступања могу извести из разлике $\Delta \lambda$ посматраних и рачунатих Месечевих лонгитуда. Посматране лонгитуде добијају се рачунски из мерених Месечевих екваторских координата. Данас се у ту сврху Месечеве екваторске координате одређују једним специјалним инструментом, тзв. Марковићевом двопокретном Месечевом комором. Из одступа-

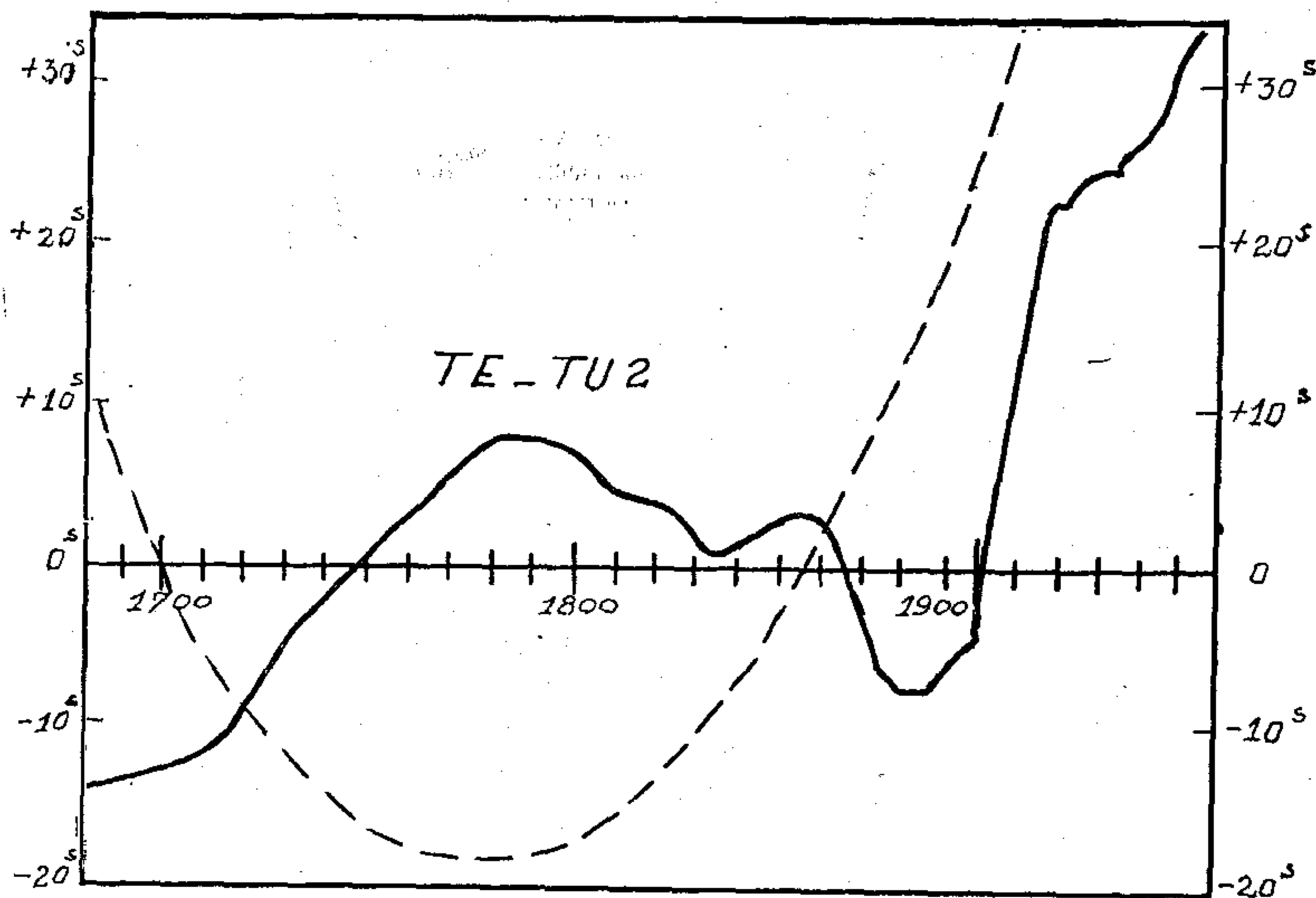
ња $\Delta\lambda_{\odot}$ добијају се затим неправилне флукуације B у Месечевој средњој лонгитуди из израза

$$B = \Delta\lambda_{\odot} - 4'',65 - 12'',96 T - 5'',22 T^2,$$

а затим тражене поправке Δt из израза

$$\Delta t^s = 24^s,349 + 72^s,3165 T + 29^s,949 T^2 + 1^s,821 B,$$

чије је дубље проучавање предмет небеске механике. Ова поправка добива се са закашњењем од годину дана и објављује у часопису *Astronomical Journal*. Поправке Δt^s од 1680. — 1955. г. дате су по Спенсер Џонсу на сл. 34.



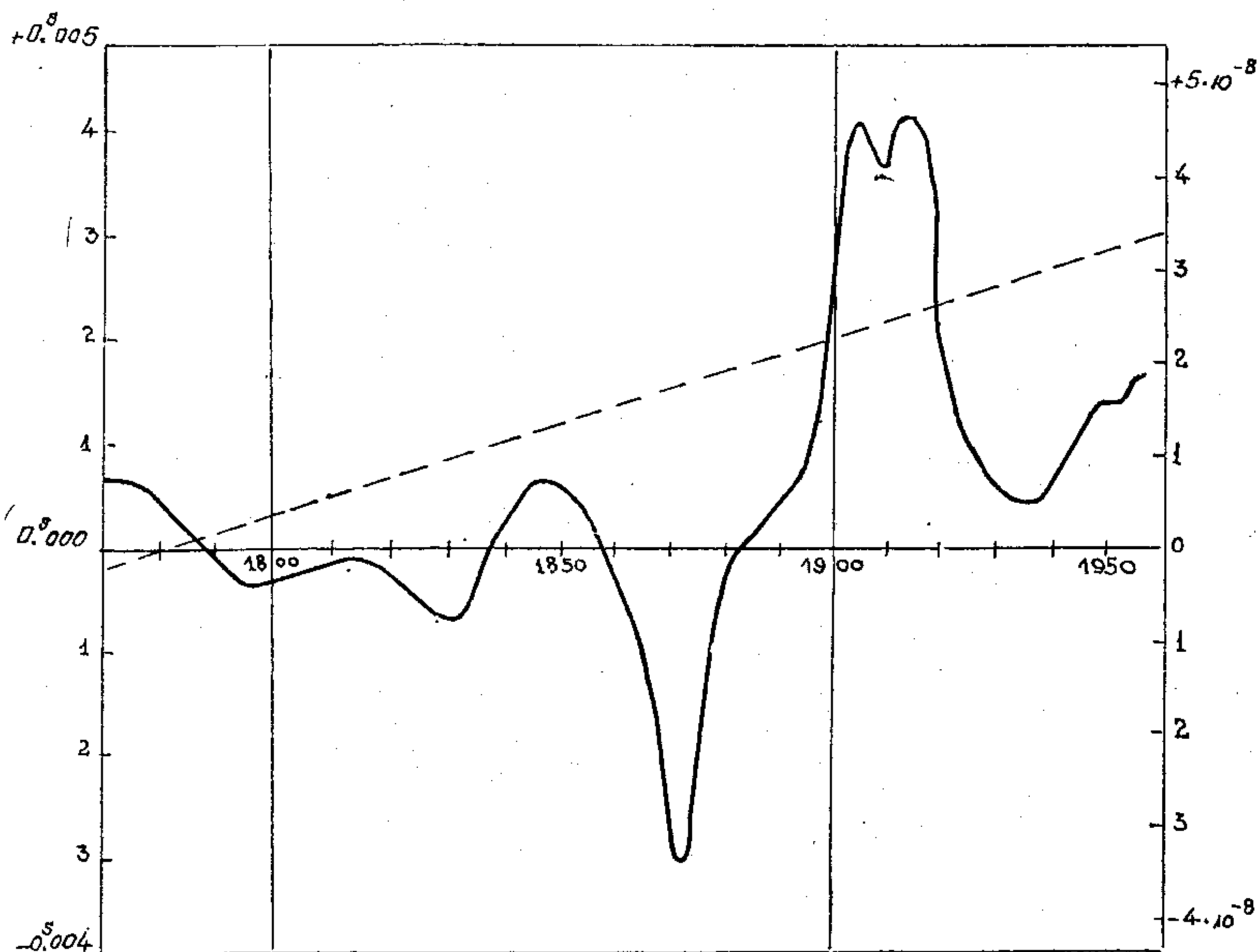
Сл. 34. Поправка Δt од 1680—1955. г. (непрекидна крива) и њен прогресивни (секуларни) део (испрекидана крива)

Поправке Δt за 1956., 1957., 1958., 1959., 1960., 1961., 1962., 1963., 1964. и 1965. годину износе респективно $+32^s$, 33^s , 33^s , 33^s , 33^s , 34^s , 34^s , 35^s , 35^s и 35^s .

Пада у очи да поправка Δt за свођење светског (одн. средњег) на ефемеридско време садржи само два утицаја: прогресивну или секуларну неравномерност Земљина обртања и неправилну флукуацију, па се може написати у виду збира две поправке

$$\Delta t^s = \Delta_1 t + \Delta_2 t.$$

Трећа компонента $\Delta_3 t$, која долази од сезонских промена брзине Земљина обртања изостављена је, пошто је толико правилна, и тако се мало мења из године у годину, да се у међународној астрономској пракси даје с високом тачношћу унапред.



Сл. 35. Промена дужине средњег дана од 1770—1955. г., скала лево у милисекундама, десно у деловима дана

На сл. 35. приказана је графички промена дужине средњег дана од 1770. — 1955. г. Испрекиданом правом приказан је секуларни део ове промене.

У последње време постоји тежња да се уведе физичка дефиниција секунде са ослоном на тзв. атомски еталон за време.

Г. КАЛЕНДАРИ И ХРОНОЛОГИЈА

29. Три врсте календара. — Још у прастара времена осетио је човек погрешбу и за крупнијим временским јединицама од дана и увео седмодневну недељу и месец, а касније и грађанску годину за мерења дужих временских размака. И месец и грађанска година, уведени за потребе практичног живота морали су садржавати цео број дана, а грађанска година и цео број месеца. Међутим, ове јединице нису произвољне већ узете из природе. Видели смо да синодички месец износи 29,531, а тропска година 365,24 220... средњих сунчаних дана. Дакле, ни синодички месец, ни тропска година, нису самерљиви са средњим сунчаним даном, а ни међусобно.

Како се међутим, вештина састављања календара баш и састоји у томе да се подеси да се исте природне појаве враћају у исте датуме у години то узимање месеца и године са целим бројем дана, као и године са целим бројем месеца за веће временске јединице мора довести до разилажења календара од природних појава, па је састављање календара који ће се идеално и неограничено дуго слагати с током природних појава немогуће.

Стари календари били су месечеви или лунарни (као нпр. данашњи муслимански) и нису се ослањали на циклус годишњих доба, већ су се старали само да се исти Месечев изглед враћа у исте датуме. Ни ово није било

лако подесити због разлике између синодичног и календарског месеца, али се увидело да је, и поред све сложености овог усклађивања, овакав календар неподесан, јер у току дужих временских размака почињу природне појаве везане за годишња доба да се све више померају по датумима. Тада се прешло на тзв. *луни-соларне календаре* (какав је нпр. данашњи јеврејски). Но ни упркос сложеним рачунима није могао да се усклади календар и са Месечевим менама и са природним појавама везаним за годишња доба. Зато се прешло на *соларни календар* у коме се више не води рачуна о Месечевим менама, већ се тежи само да се подеси да се појаве везане за Сунце, тј. за годишња доба, враћају увек у исте датуме.

30. Јулијански календар или стари стил. — Наш данашњи календар води порекло од новог римског календара. Стари римски календар био је Месечев и имао 354 дана. Да би се ускладио с природним појавама у њему је после сваке две године додаван по један месец од по 22 или 23 дана, но и оваква се година разилазила од природне, јер је њен почетак сваке године падао све раније. Жреци, који су управљали календарским рачунањем, додавали би с времена на време по један нови допунски месец да доведу у склад своју годину са природном — тропском. Али нешто не познајући тачно дужину тропске године, а нешто руководећи се личним интересима у прописивању почетка и дужине године, они беху на тај начин довели римски календар у тако хаотично стање, да је и њихов празник жетве почео падати у зиму.

Како ово беше изазвало многе пометње у јавном животу, Јулије Цезар одлучи да учини крај овој збрци. Зато је са собом из освојеног Египта повео и египатског астронома *Сосигена*, који је израдио пројекат за нови календар. Цезар је најпре мислио да просто прихвати египатски соларни календар с календарском годином од 365 дана, која се од природне разликује само за око 6 часова. Но на предлог *Сосигенов* усвојио је он савршенији календар, по коме је после сваке три просте године са по 365 дана уведена једна преступна са 366 дана, како би се изравнала разлика између календарске и природне, тропске године која би се накупила за четири календарске. Допунски дан додат је у преступној години фебруару, који је у оно време био последњи месец у години.

Овако замишљен и остварен, нови римски календар добио је по Цезару назив *јулијански*. Он је остао све до скоро у употреби у неким европским државама под именом *стари стил*. По њему је преступна свака година чији је редни број дељив са 4 без остатка.

Овакво рачунање времена веома је просто, а врло дуго се слаже с природним током појава, а затим се тек незнатно разилази од њега, па је и данас задржано у науци да се по њему рачунају размаци између удаљених догађаја.

31. Грегоријански календар или нови стил. — Са трајањем од просечно 365 дана и 6 часова, јулијанска је година била дужа од тропске за 11^m и 14^s. Ова разлика сад није више била велика, па је она достизала један дан тек након сваких 128 година. Пролећна равнодневица, која је у IV в. падала 21 марта у V је падала 22., у VI 23. и тако се све више помицала ка летњим месецима. У XVI в. беше ова разлика нарасла већ на 10 дана, што је тада почело падати и у очи по дужини дана. Иако овако мало разилажење јулијанске године од природне није могло изазивати никакве пометње, у то време свемоћно папство побојало се да се ускрс, чији је датум по црквеним правилима везан за пролећну равнодневицу, не почне празновати у погрешни дан.

Папа Гргур ^{OSMI} XIII усвојио је предлог италијанског љубитеља астрономије *Лилија* и извршио тзв. *грегоријанску реформу* јулијанског календара. Циљ је ове реформе био да се поништи дотле нагомилана разлика између календарске и тропске године и да се убудуће године рачунају тако да се аутоматски поништи она разлика од 1 дана сваких 128 година, која се дотле појављивала. Како ова разлика наврши три дана за врло приближно 400 година,

то је по *Лилијевом* предлогу решено да се убудуће у размаку од 4 столећа рачунају три преступне године мање но до тада.

Да би ову реформу спровео у дело *Гргур* је наредио свим католичким земљама да се иза четвртка, 4. октобра 1582. г., рачуна петак 15. октобар. А да би се спречило убудуће одступање календарске године од тропске, да од година којима се завршавају векови (1600., 1700., 1800., ...) буде преступна тек свака четврта (1600., 2000., 2400., ...).

Овај *грегоријански календар* или *нови стил*, који је доста ближи природи од старог, у току скоро четири столећа веома поступно су почеле усвајати и остале ^{католичке} културне земље, тако да је он постао наш данашњи општи званични календар. (ор 1919)

32. Миланковићева реформа јулијанског календара. — Православне цркве и неке државе нису усвојиле грегоријанску реформу под разним изговорима. Но разлика између старог и новог стила беше нарасла 1700. г. на 11 дана, 1800. г. на 12, 1900. г. већ на 13 дана. Сад су се већ и православне цркве дале убедити да је јулијански календар мање тачан и да би целисходније било прихватити реформисани.

Но ни грегоријански календар није идеално тачан, јер идеално тачан календар, као што смо напред видели, није ни могућ. Грегоријанска је година веома мало дужа од природне. Разлика између њих достигне 1 дан тек сваких 3300 година. Користећи ову чињеницу која нема никаква практична значаја, као уосталом ни разлика између јулијанске и тропске године која је знатно већа, а у жељи за својом духовном надмоћношћу православне цркве су на једном заједничком конгресу у Цариграду 1923. г. усвојиле нову реформу јулијанског календара коју је предложио *М. Миланковић*. Његова реформа јулијанског календара може се овако формулисати:

1) Избацити 13 дана да би се нови календар довео на исти датум са грегоријанским.

2) Као преступне рачунати све године чији су бројеви дељиви са 4 без остатка, осим оне којима се завршавају векови. Од њих ће бити преступне само оне код којих дељење њихове прве две цифре са 9 даје остатак 2 или 6.

Тако би од наредних година којима се завршавају векови биле преступне само 2000. (остатак 2), 2400. (остатак 6), 2900. (остатак 2), итд.

Овај календар још је тачнији и од грегоријанског, а са овим се поклапа све до 2800. г. Нова реформа није спроведена.

33. Пројекти новог календара. — Од свих усвојених календара најпростији је и најбоље се слаже с природним појавама грегоријански, но он је изразито сунчани. Месеци су у њему мање временске јединице, но које немају никакве везе са трајањем периода Месечевих мена. Осим тога ни они нису међу собом једнаки, а и полугодишта и тромесечја међу собом се разликују по трајању. Још мања временска јединица — недеља у њему је скоро потпуно вештачка творевина, која сада нема везе с природом. Ови и још неки недостаци грегоријанског календара уносе знатне тешкоће у савремени привредни и економски живот и саобраћај, развијен до циновских размера, у коме се рачуна на секунде. Осим тога, имена месеца остала од римских богова и императора, имена недељних дана која у скоро свима европским језицима воде порекло од имена планета, које и саме носе имена богова, још из времена кад су се људи природних појава плашили и обожавали их, захтевају под данашњим условима реформу у оквиру самог грегоријанског календара, тј. измену у рачунању месеца и мањих временских јединица како би се сви горњи недостаци отклонили. Да би се она извршила потребно је било савладати остатке оних објективних тешкоћа које су се испречавале и при реформама јулијанског календара. А основна је тешкоћа баш у томе, што временске јединице нису произвољно биране, већ су, као што смо видели, узете од природе;

оне представљају природне токове појава, а ови се токови не садрже једни у другима цео ни рационалан број пута.

За ову врсту реформе у самом грегоријанском календару постоје данас многи предлози. Њих је углавном две врсте. Једни су за годину од 13 месеца са по 28 дана од 4 недеље и два прекобројна дана. Други су за годину од 12 месеца, од којих ће сваки први месец у тромесечјима имати 31 дан, а остали по 30, тако да свако тромесечје има по 91 дан или укупно 364 дана, а да се прекобројни дан у простој години стави на крају године, а други прекобројни дан у престојној години на крај првог полугодишта и ови прогласе за празничне. Календар овог другог типа, не одступајући много од грегоријанског отклања добар део сметњи и Друштво народа га је било усвојило као светски још 1937. г. Остало је да се са њим сагласе све државе чланице, но други светски рат је прекинуо ово корисно настојање. Питањем ове реформе баве се данас Уједињене нације.

34. Хронолошко рачунање. — Као што се види и календар се у току многих векова и код разних народа развијао на разне начине па се у разна времена служило разним календарима. Сваки од њих не само да је имао различит број дана или месеца у години и на разне начине подешавао да му се грађанска година не разиђе много од природне, него је имао и свој почетак од кога је бројао године. То су тзв. *ере*. Њих има преко 200. Све су оне скоро везане за легендарне догађаје, па зато нестварне.

Позната је тако нпр. *византијска ера* по којој „стварање света” пада 1. септембра 5508. г. пре н. е.; *ера олимпијада*, која почиње јула 776. г. пре н. е.; *ера од оснивања Рима*, која почиње 753. г. пре н. е.; *Набонасарова ера*, која почиње од оснивања Вавилона 774. г. пре н. е.; *Диоклецијанова ера*, која се рачуна од 29. августа 284. г. пре н. е. итд. И сама наша, тзв. *хришћанска ера* фиктивна је, јер ју је римски калуђер *Дионисије Мали* увео тек у VI в. изабравши произвољно годину Христовог рођења на тај начин, што је ставио да је 248. г. Диоклецијанове ере 532. г. од Христовог рођења. Зашто је баш овако поступио ни сам није у својим списима дао објашњења, а није га ни могао дати, јер се историјским подацима о Христовој личности и његовом рођењу не располаже.

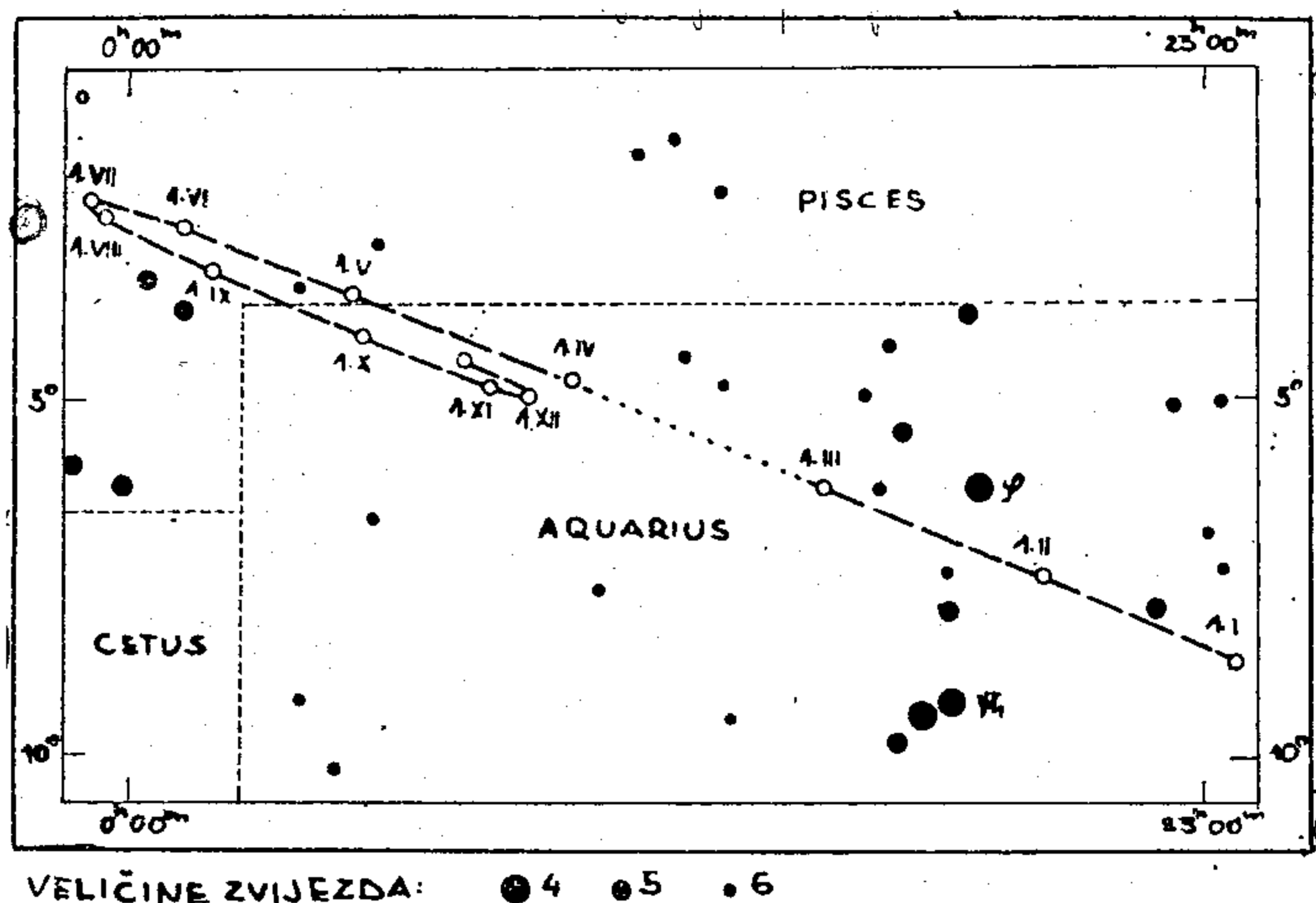
Овако разноврсни календари и ере уносе тешкоће и забуне кад треба израчунати датуме старих догађаја по нашем данашњем календару. Да би се оне отклониле Скалигер је још у VII в. предложио једну неутралну периоду од 7980. јулијанских година која почиње 1. јануара у подне 4713. г. пре н. е. Овај дан треба рачунати као нулти дан јулијанске периоде, а од тада сви су дани нумерисани редним бројевима у јулијанској периоди. Избор броја 7980 за број година у периоди, као и њен почетак, имају својих астрономских разлога. Данас сви астрономски годишњаци (код нас Годишњак нашег неба и Алманах „Бошковић”), поред календарског датума, дају за сваки дан у години и редни број јулијанске године који томе датуму одговара, а дају и цео или делимични преглед датума јулијанске периоде. Са овим подацима и упутствима која ови годишњаци дају, лако је сада за сваки прошли догађај вршити прелазе с једног календара на други и с једне ере на другу, па и одређивати недељне дане који одговарају појединим датумима у прошлости и будућности.

Д. ПРИВИДНО КРЕТАЊЕ ПЛАНЕТА, КОМЕТА, МЕТЕОРСКИХ РОЈЕВА И ★ МЕТЕОРА

35. Привидно кретање доњих и горњих планета по небеској сфери. — Још су прастари народи приметили да се 5 небеских тела (Меркур, Венера, Марс, Јупитер и Сатурн) крећу по небеској сфери међу звездама не удаљавајући се много од еклиптике и да све оне за краће или дуже време опишу своју привидну путању кроз

зодијачка сазвежђа. Због тога су их назвали *планете* (што на старогрчком значи луталице). Још су запазили да се прве две никад много не удаљују од Сунца, а да остале, поред свог *општег кретања* у *директном смеру* (са запада на исток), с времена на време у овом кретању застану (застој или *стација планете*) да би убрзо затим прешле извесно краће време у *ретроградно кретање*, поново застале а затим наставиле своје редовно кретање у директном смеру. Прве две су назвали *доње планете*, а остале *горње планете*.

Најсјајнија од свих планета — Венера — види се у извесним периодима на западу одмах после Сунчевог зајазда као вечерња планета (Вечерњача). Из вечери у вече она се затим све више удаљава на исток од Сунца. Једног тренутка ово удаљење постане највеће — *источна елонгација*, а затим се поступно све више приближава Сунцу да се затим изгуби у његовим зрацима. Тренутак када достигне исту *лонгитуду* са Сунцем назива се *доња конјункција*. После ње планета се све више помера на запад од Сунца и у овом се периоду види пре Сунчевог излаза као јутарња планета (Зорњача или Даница). У једном тренутку ово удаљење достигне највећу вредност, то је *западна елонгација* планете. После тога њено се удаљење од Сунца опет смањује и у једном тренутку се она изгуби у Сунчевим зрацима — *горња конјункција* планете. После тога планета се поново појављује као Вечерњача.



Сл. 36. Привидно кретање планете Марса

Слично кретање врши и Меркур, само док су Венерине елонгације од 45° — 48° , дотле Меркурове не прелазе 28° , па се он тешко види од Сунчевих зракова.

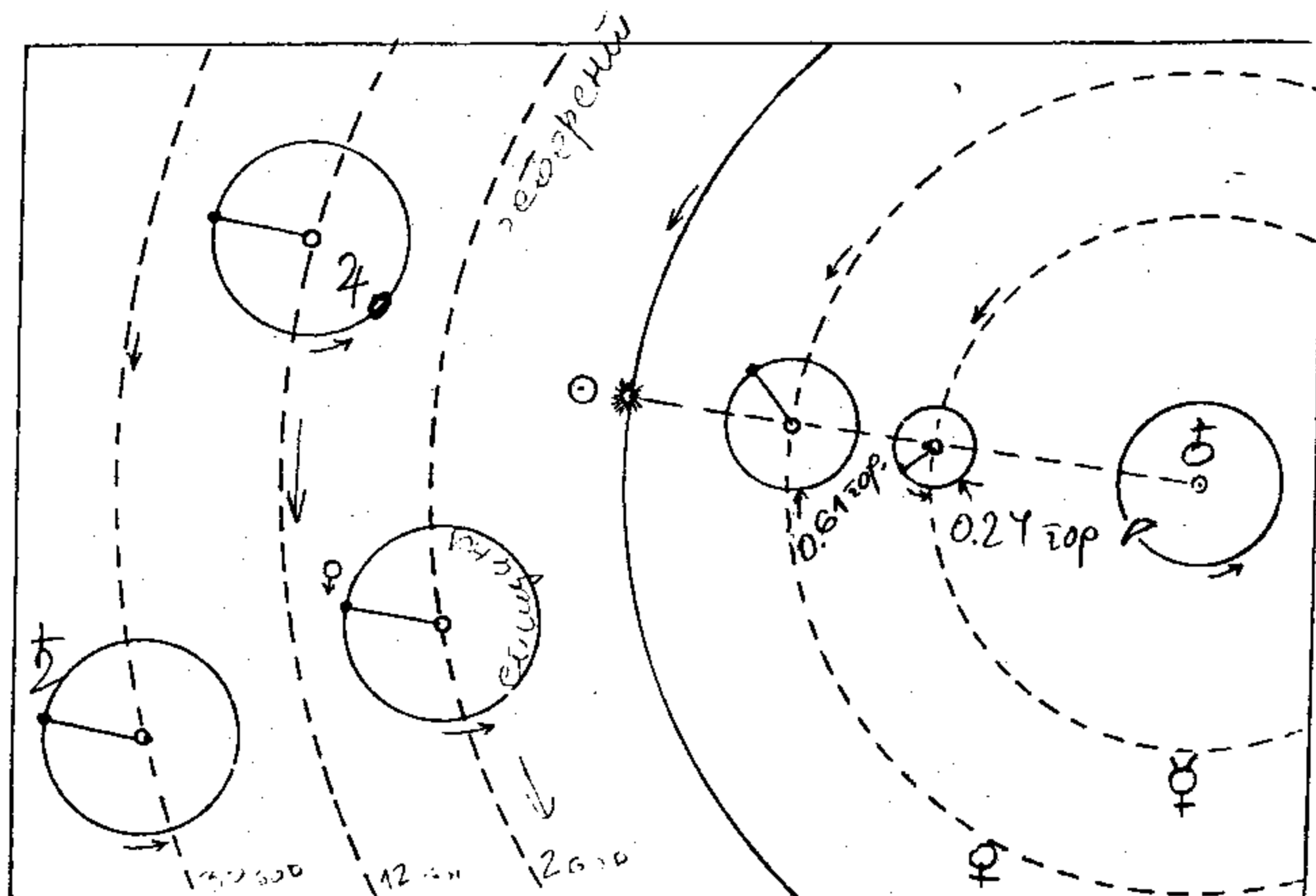
Горње планете напротив, могу се произвољно удаљити од Сунца. У тренутку када горња планета има једнаку *лонгитуду* са Сун-

цем не види се од Сунчеве светлости. Тада се каже да је у *конјункцији* са Сунцем. После тога појављује се ујутру западно од Сунца и креће се као и оно у *директном смеру*, само знатно спорије, удаљавајући се на тај начин све више од Сунца. Она излази све раније, но њено директно кретање све се више успорава док једног тренутка не наступи *застој* у њеном кретању. После застоја горња планета почиње да се *креће ретроградно* ка западу. Када достигне углавно удаљење 180° од Сунца, тј. када се лонгитуде горње планете и Сунца разликују за 180° , каже се да се планета налази у *опозицији* са Сунцем. Убрзо затим наступа нов застој после кога горња планета опет почиње да се креће у директном смеру у коме се, као што смо видели, крећу и Сунце и Месец. У периоду око *опозиције* планета излази увече, у поноћ пролази кроз меридијан и залази ујутро. Сем тога тада је најближа Земљи па је и најсјајнија и зато најподеснија за посматрања. Дубљом анализом, о којој ће бити говора у Основи-ма теоријске астрономије, показало се да су ова кретања планета само привидна, а да се оне у ствари крећу на други начин.

(36) Птолемејев геоцентрични систем света. — Није тешко показати да остају исти како величина и облик путање, тако исто и смер и начин кретања и општи изглед појаве, било да је Сунчево годишње кретање привидно или право, тако да се из описане појаве не може извести закључак да ли Земља обилази око Сунца или Сунце око Земље, све док не уведемо у посматрање неко треће тело, рецимо једну звезду. Сличан је случај и са кретањем Месеца и планета. Због ове тешкоће и због непознавања закона механике, стари астрономи су сматрали да је Земља у средишту васионе и да су посматрана кретања Сунца, Месеца и планета њихова права кретања, тј. да Сунце, Месец и планете обилазе око Земље, па да се око ње напослетку обрће и читава сфера звезда „некретница”. Иако је велики александријски астроном Аристарх већ у III веку пре н. е. био измерио даљине Сунца и Месеца и величине ових небеских тела и извео закључак да Сунцу, као неупоредиво већем од свију, припада место у средишту васионе, а да Земља и све планете обилазе око њега, и тако био поставио први хелиоцентрични систем, учења великог филозофа Аристотела и астронома Хипарха, подржавана верским тежњама да у средиште света ставе Земљу и човека, преовладала су, па је геоцентрични систем са Земљом око које обилазе Сунце и све планете стекао право грађанства у старом веку. Велики зборник астрономије Клаудија Птолемеја, од Арапа назван Алмагест, који садржи сва астрономска знања старог века, већ у почетку садржи ставове по којима је и данас геоцентрични систем света познат као Птолемејев:

1. Небо има изглед сфере и обрће се као она.
2. По свом облику и наша Земља је лоптаста.
3. Својим положајем Земља заузима средиште небеске сфере.
4. По величини и удаљености од звезда Земља се може сматрати за једну тачку.
5. Земља нема кретања које би изазвало промену њена положаја.

Најтеже је у овом систему било објаснити кретање горњих планета са њиховим застојима и ретроградним кретањима, која су се на небеској сфери оцртавала као неправилне петље, (в. сл. 36). Да би се помирили горњи ставови геоцентричног система са оваквим посматраним кретањима планета и обезбедио предрачун њихових положаја, претпоставио је Птоlemeј врло оштроумно да се Сунце, Месец и онда познатих пет планета крећу око Земље по крugовима и равномерно. Сем тога да се планете крећу у директном смеру по ма-



Сл. 37. Птоlemeјев геоцентрични систем

лим круговима — епициклима, а да се тек центри ових епицикала крећу у истом смеру око Земље по знатно већим круговима — деферентима (в. сл. 37). Сложено планетско кретање око Земље, тада би било епициклично, а подесним избором полупречника епицикла и деферента, као и њиховог међусобног нагиба и нагиба равни деферента према еклиптици могли су се довести у склад рачунати положаји планета са посматраним, бар у границама тачности ондашњих мерења.

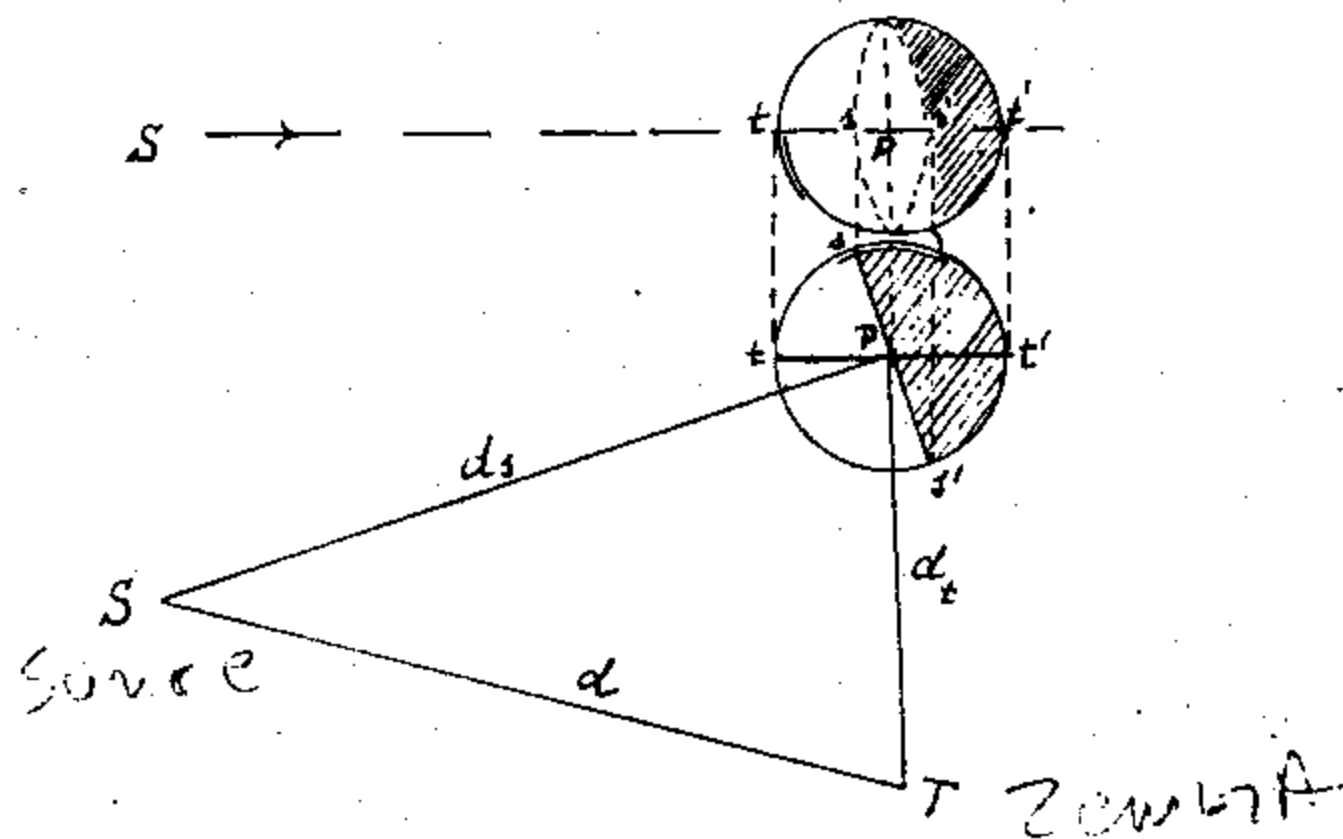
Птоlemeј је усвојио да све горње планете опишу своје епицикле за годину дана, а да је време за које центри епицикала описују своје деференте за разне планете различито: за Марс мање од 2 године, за Јупитер 12 година, а за Сатурн скоро 30 година. За доње планете сматрао је, напротив, да је време обиласка по епициклима различито, а да је кретање по деференту једнако и равно опет години дана.

Но већ стари астрономи беху приметили да је кретање Сунца, Месеца и планета ка истоку неравномерно и да се ова неравномерност не да објаснити ни оштроумном Птоlemeјевом геометријском схемом. Да би се ипак она сачувала, а у исто време ускладила са посматраним кретањима ових небеских тела, касније је Земља по-

мерена из средишта деферента и тако су путање планета постале ексцентрични кругови.

Но са усавршењем посматрачке технике расла је и прецизност мерења, па већ у раном средњем веку беху запажене извесне неправилности у кретањима планета које су одступале и од овако поправљеног *Птолемејевог* система, а неслагања између рачунатих положаја планета по овом систему и посматраних положаја све су више расла. Да би се ова разилажења отклонила, а сачувала основна идеја геоцентричног система да се сва небеска тела крећу око Земље, која је толико ишла у рачун учењу цркве, *Птолемејев* систем је још у више наврата ревидиран. Сматрало се да се центар епицикла по коме се креће планета, са своје стране креће по другом епициклу, а тек средиште овог последњег по ексцентричном деференту. Из века у век морао је све више расти број епицикала, чији се међусобни нагиб могао бирати да би се посматрани положаји ускладили са геоцентричним системом, па је већ у 13. в. почела да се јавља сумња да су права кретања планета тако сложена. Мало касније ћемо видети да се у XVI в. изродила непошtedна борба између присталица *Птолемејевог* геоцентричног система света, које је помагала онда свемоћна црква, и да је и поред тога геоцентрични систем морао бити одбачен.

37. Привидни изглед Месеца и планета. — Месец и планете као тамна небеска тела виде се обасјана паралелним снопом Сунчевих зракова, јер се Сунце сматра практично бескрајно далеким. При том је увек обасјана она њихова половина која је окренута Сунцу ss' на сл. 38. Од половине њихове tt' окренуте према Земљи видеће се стога само један део који је за ове две половине заједнички. Тај



Сл. 38. Рачунање фаза за Месец и планете

део је оивичен с једне стране рубом Месеца, одн. планете, а с друге стране границом између осветљене и тамне њихове површине која се зове терминатор. Може се доказати да је терминатор увек полуелипса чија је мала осовина уперена ка Сунцу. Овај видљиви део Месеца, одн. планете, назива се мена или фаза. Ако привидни пречник Месеца, одн. планете, узмемо за јединицу, ширину осветљеног дела тзв. величину фазе Φ , можемо изразити овом јединицом у функцији Месечеве, одн. планетине, даљине од Земље d_t и даљине од Сун-

ца d_s , као и даљине Земљине од Сунца d у том тренутку, преко тзв. угла фазе $P = SPT$ (сл. 38):

$$\phi = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos P = \cos^2 \frac{P}{2}$$

или

$$\phi = \frac{(d_t + d_s + d)(d_t + d_s - d)}{4d_t d_s} \quad (222)$$

За Месец и доње планете је $0^\circ \leq P \leq 180^\circ$, а за горње планете достиже максимум у њиховим квадратурама кад је угао $T = 90^\circ$, а

$$\sin P = \frac{d}{d_s}. \text{ Како је неосветљени део котура } 1 - \cos^2 \frac{P}{2} = \sin^2 \frac{P}{2},$$

то је он очевидно утолико мањи уколико је планета даља од Сунца. Узмемо ли $d=1$, за Марс добивамо нпр. у реченом тренутку ($d_s = 1,52$) да је највећи неосветљени део котура 0,12. За Јупитер ($d_s = 5,2$) он је мањи од 0,1, а за још удаљеније планете занемарљиво мали. Мале планете због мајушности правих пречника имају занемарљиво мале привидне котуре и у дурбину се виде као светле тачке. Промене фаза су код њих занемарљиве. Њихов се сјај добива из израза

$$S = \frac{c}{d_t^2 d_s^2}, \quad (223)$$

где је c константа за уочену планету. Из упоређења њихова сјаја са сјајем великих планета изводе се подаци о њиховим правим пречницима. Највеће од њих имају прави пречник који једва домања $\frac{1}{30}$ Земљина пречника, а највећи број њихов је далеко мањих димензија.

38. Комете, метеорски ројеви и метеори. — Уобичајену слику небеске сфере само с времена на време нарушава необична појава понеке комете. Својом изненадном појавом и необичним изгледом ова су небеска тела у старом, а нарочито сујеверном средњем веку, изазивала страх и трепет, па су, уз верске предрасуде које су тада царевале, тумачене као зли предзнаци помора, глади, болести или ратова.

Сјајна, магличаста изгледа с главом или комом која може достићи па и прећи привидни пречник Сунца, са светлим језгром махом звездаста изгледа у средини, а често с репом који понекад може достићи и више стотина милиона километара, па протегнути се привидно и преко читавог неба, комете су доиста необична небеска појава. Тим пре што се веома ретко јављају велике и сјајне, видљи-

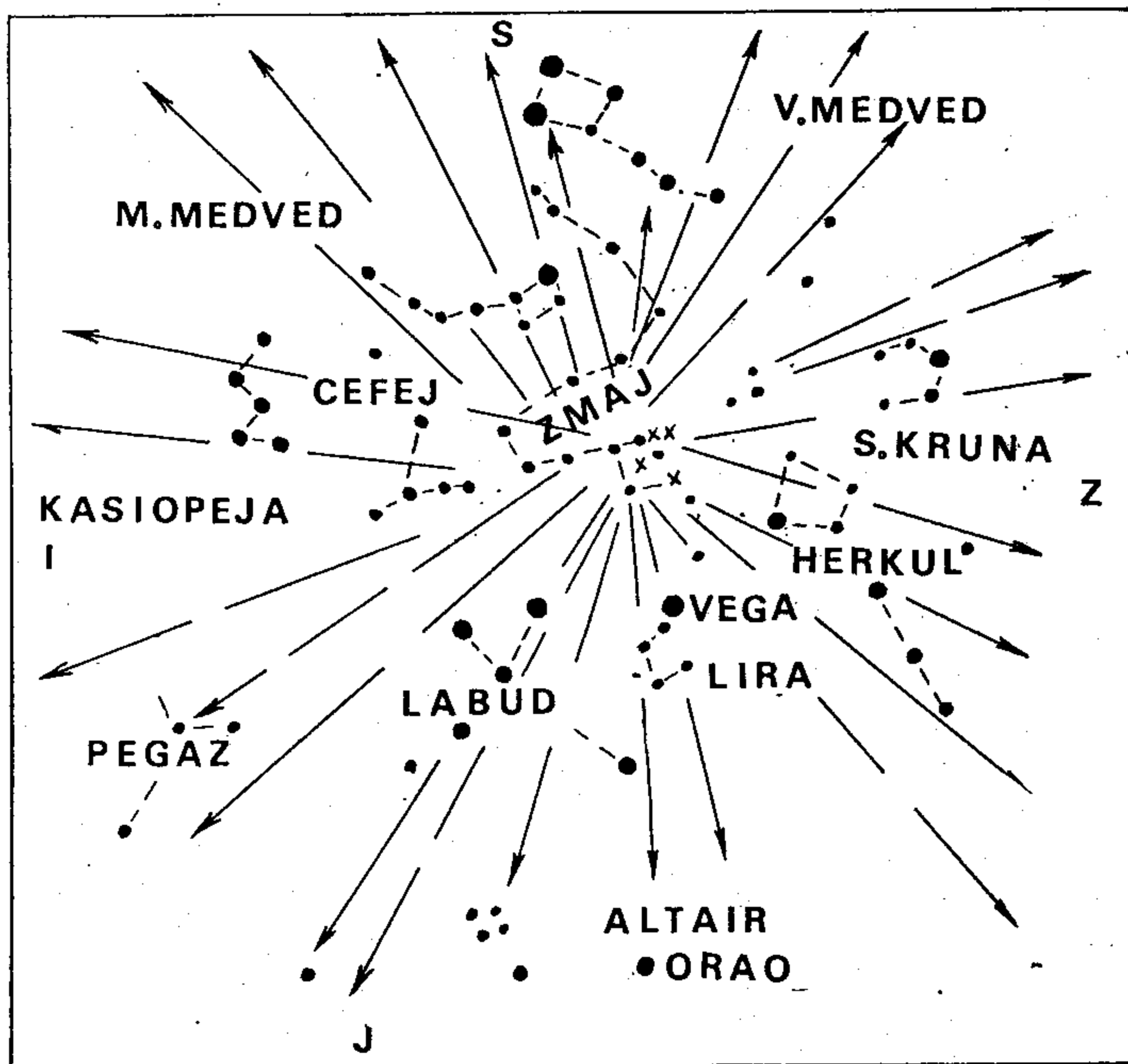
ве голим оком. Махом су то телескопска тела или се чак могу добити само на фотографској плочи уз више часова излагања. Комете су необичне и по својим брзинама, које могу достићи па и превазићи 40 и 50 км/сек. У поређењу с брзином пушчаног метка (1 км/сек), па и са просечном брзином Земљиног кретања око Сунца (30 км/сек), брзине комета су доиста велике.

О њиховим физичким карактеристикама и хемијском саставу говори се у астрофизици. Задовољимо се овде констатацијом да су спектарска анализа и изучавање промена њиховог сјаја показали да су кометска језгра састављена из чврстих повеликих комада веома различите масе. Међу њима може бити и стена тешких по неколико тона, па све до најситнијег делића тзв. *космичке прашине*, којима је испуњен читав Сунчев систем. И по начину свога кретања комете нису ништа мање необична и занимљива небеска појава. О њиховим путањама биће више говора у параграфу 93. Поменимо овде само да су неке од њих посматране у више повратака, па да су одређене и њихове елиптичне путање. То су тзв. *периодичне комете*.

Још нема довољно података на основи којих би се могла поставити једна сигурнија хипотеза о постанку комета. Но зато нам је њихова судбина много боље позната. Најпре је запажено да периодичне комете при новим пролазима кроз перихел имају све мањи и мањи сјај, као да су негде далеко на својој путањи оставиле у току свога обилажења један део своје материје и енергије. Догодило се затим да нам се периодичне комете, чије су путање и поуздано израчунате, више не врате. Истина да су овде више пута били у питању непредвиђени или необрачунати поремећаји па су неке од њих накнадно познате у кометама за које се сматрало да су сасвим нове, до тада непосматране. Но да се може десити да комета заврши свој живот и како се то дешава постало је јасно тек кад се пре неких 20 година са чувеном *Бијела кометом*, која се враћала сваких 6 година, десила врло занимљива појава. На њеном повратку 1846. г., на своје велико изненађење, астрономи су запазили место једне комете — две, веома близу једна другој, тако да се и материјална веза међу њима могла назрети. Оне су се међутим, почеле све више раздвајати, а у наредном повратку растојање међу њима прешло је 2 000 000 км. Оне су се кретале једна за другом по истој путањи. Од тада се ова комета није више појавила, а 1872. г., на месту где је требало да се појави, осуо је дотле невиђени „пљусак” сјајних метеора, који су се кретали по путањи *Бијелице* комете. Она се такође пред нашим очима распала у своје саставне делове. И *Бруксова комета* из 1889. г., била је праћена са четири своја „отпатка”, а и од величанствене комете из 1882. г. на очиглед посматрача одвојио се један знатан њен део.

Постало је јасно да се комете распадају кад се на својој путањи сувише приближе каквом великом небеском телу, као што су Сунце, Јупитер или Сатурн. Појединачни комади из којих се састоји језгро комете подлеже тада привлачној сили различите јачине, они који су Сунцу или планети ближи јачој него они који су од њих даље, па ова сила, надјачавајући далеко привлачну силу међу његовим деловима, цепа кометско језгро и претвара га у рој оделитих

стена и ситних делића, који се још неко време скупно крећу по путањи распале комете — претвара га у *рој метеора*. У току времена метеори се све више растурају дуж путање и рој се претвара у *метеорски поток*. Метеорски ројеви и потоци постају видљиви тек кад на својој путањи око Сунца улете у Земљину атмосферу и кад им се делићи из којих се састоје усијају од трења кроз ваздух. Тада се виде као „киша звезда падалица” или „звездани пљусак”, како их народ назива.



Сл. 39. Радијант метеорског роја

Тачка из које нам изгледа да извире Метеорски рој или поток назива се *радијант* (сл. 39.) и он носи назив по сасвежђу у коме га са Земље видимо. Везу између комета и метеорских ројева, одн. потока, открио је *Скиапарели* још крајем прошлог века. Новија испитивања показују да се и путање других метеорских ројева и потока поклапају с путањама некадашњих комета (в. параграф 94.).

Током више деценија саставни делићи метеорских потока све више се растурају и најзад претварају у *спорадичне метеоре* који с времена на време засветле у Земљиној атмосфери.

Мерењем њихова положаја са најмање две станице може се тригонометријски одредити њихова висина, а затим и брзина. Највећи проценат метеора има масу мању од 1 гр. и он сагорева већ на висини од 130 — 80 км. Масивнији се спуштају и до 40 км, светли

су и обично остављају сјајан траг космичке прашине дуг и до 30 км, који се може видети и по више часова после њихова пролаза. Нај-крупнији великом брзином падају и на саму Земљу у виду тз. метеорита. Најчешће експлодирају у усијаном стању у Земљиној атмосфери, а на Земљу падају само сићушни њихови остаци.

Посматрања метеорских ројева (потока) и метеора, тј. уцртавање положаја почетка и свршетка метеорског трага у звездану карту, као и бележење почетка и трајања појаве и оцене сјаја, данас са успехом обављају и аматери, а она су предмет занимања и ђачких астрономских секција. Тек из масовних посматрања, применом статистичких метода, могу се изводити озбиљнији закључци о њиховом броју, распореду, начину кретања, постанку и распадању.

Од 1946. године с изванредним успехом се примењује на њихово посматрање радар. Опсерваторија *Цодрел Бенк* код Манчестера, позната по свом великом радиотелескопу, врши нарочито опсежна посматрања метеора радарским инструментима, па је с *Ловелом* на челу допринела последњих година открићу многих нових ројева и потока.

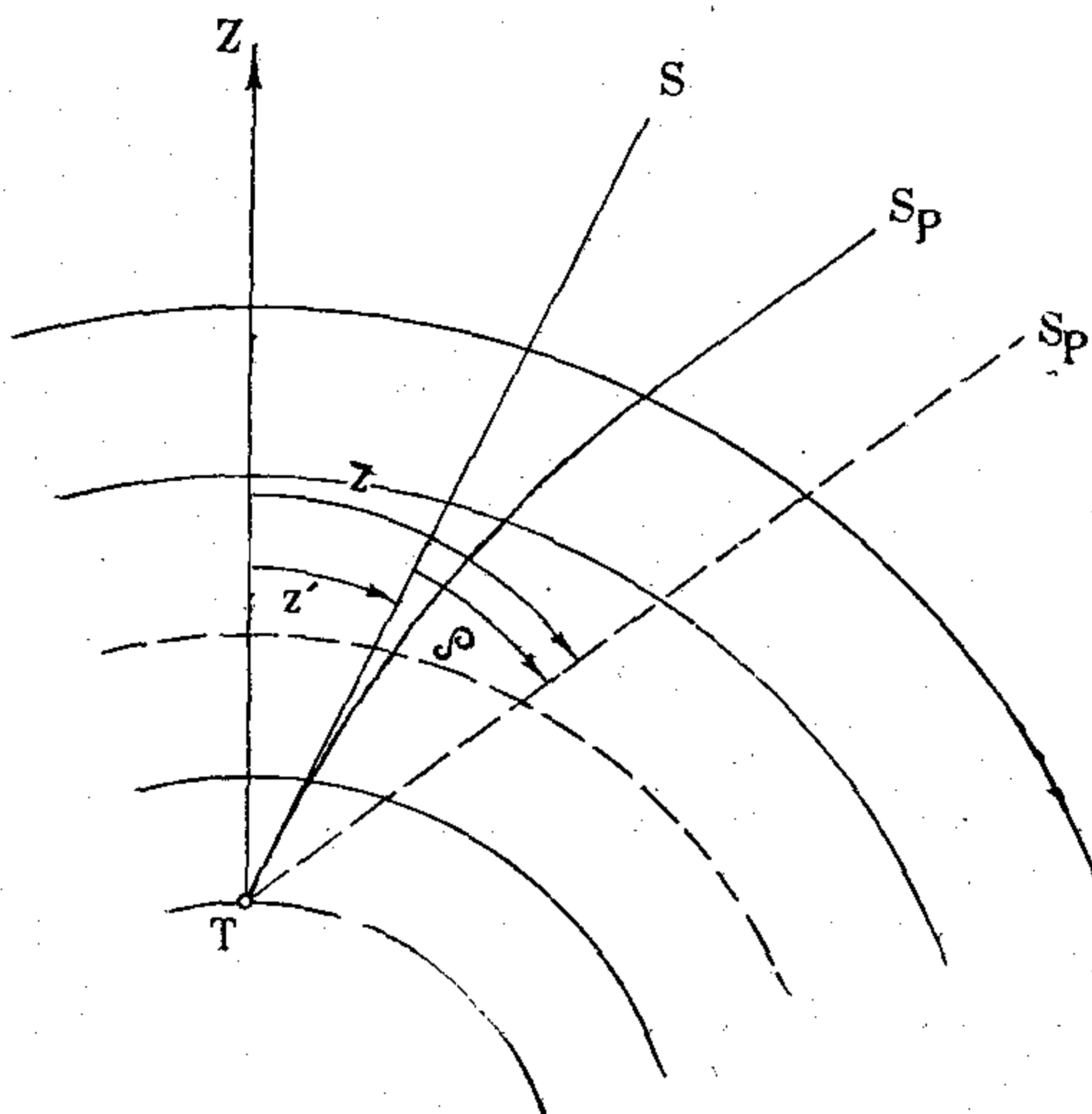
Б. ПОЈАВЕ КОЈЕ МЕЊАЈУ ПОЛОЖАЈЕ НЕБЕСКИХ ТЕЛА

Многе природне појаве изазивају привидну или праву промену положаја небеских тела на небеској сфери и тако уносе систематске грешке у наша мерења. Да бисмо добили истините вредности положаја и истиниту слику о кретањима небеских тела, морамо изучити ове појаве и нарочито систематске утицаје њихове на положаје небеских тела. У овој глави биће кратко описане оне појаве које изазивају највеће промене у положајима небеских тела, као што су појаве: астрономске рефракције, дневне и годишње паралаксе, дневне и годишње аберације, прецесије, астрономске нутације и сопственог кретања звезда и биће изведени приближни изрази, довољни за астрономску праксу, помоћу којих се мерени положаји звезда могу ослободити ових систематских утицаја.

39. Астрономска рефракција. — Земља је обавијена гасовитим слојем — атмосфером, која посматрача на Земљиној површини раздваја од небеских тела. Светлосни зрак са небеског тела, пре него што из празног простора стигне у посматрачев инструмент, одн. око, мора проћи кроз гасовити слој — Земљину атмосферу, у којој трпи преламање или астрономску рефракцију. Земљина атмосфера, по најновијим сондажама извршеним балон-сондама, сондажним ракетама, космичким ракетама и вештачким Земљиним сателитима, далеко прелази висину од 1000 км. Но по аеростатичким законима, а под претпоставком да се налази у равнотежи, њена густина нагло опада са висином, тако да се може сматрати да њени слојеви изнад 70 км практично не изазивају промене у правцу зрака који нам стиже с једног небеског тела. Напротив, приземни слојеви изазивају врло велику рефракцију, што су астрономи и геодети запазили још у старом веку.

Тихо Брахе у XVI в., беше већ саставио емпиријску таблицу астрономске рефракције, коју је његов ученик и наследник *Кеплер* поправио и усавршио. Но вредности које је она давала за разне зенитне даљине небеских тела знатно су одступале од тачних, јер у оно време још нису били тачно познати ни основни закони преламања светлости, неопходни за извођење ма и приближних израза за астрономску рефракцију. Када су тачни облици ових закона нађени и кад је *Њутн* разрадио инфинитезималну методу математичког мишљења, могао је он поставити и прву тачнију теорију астрономске рефракције, а затим су се низале све тачније и тачније.

Све оне углавном претпостављају да је Земљина атмосфера сферни слој гасова у равнотежи, да се може сматрати да је овај слој састављен из танких концентричних слојева, да је густина ваздуха у једном слоју константна и да опада са висином из слоја у слој. Зрак се ломи ка нормали само на границама слојева, прелазећи из ребе средине у гушћу, и његова путања кроз атмосферу представља изломљену линију. Да бисмо дошли до израза за износ астрономске рефракције, полазимо од основних закона преламања светлости, који су познати из физике, но морамо још познавати и закон распореда густине атмосфере у функцији висине. Како је овај распоред по-



Сл. 40. Привидни и мерени правац светлосног зрака кроз атмосферу. Астрономска рефракција

знат само за доње слојеве атмосфере, то су при извођењу израза за астрономску рефракцију разни аутори усвајали разне претпоставке о овом распореду, апроксимирајући га разним врстама функција. Када се тако добије полазни израз за астрономску рефракцију прелази се на границу, претпостављајући да дебљина слојева бескрајно опада, а да њихов број бескрајно расте. Тада се путања светлосног зрака кроз атмосферу претвара у криву линију.

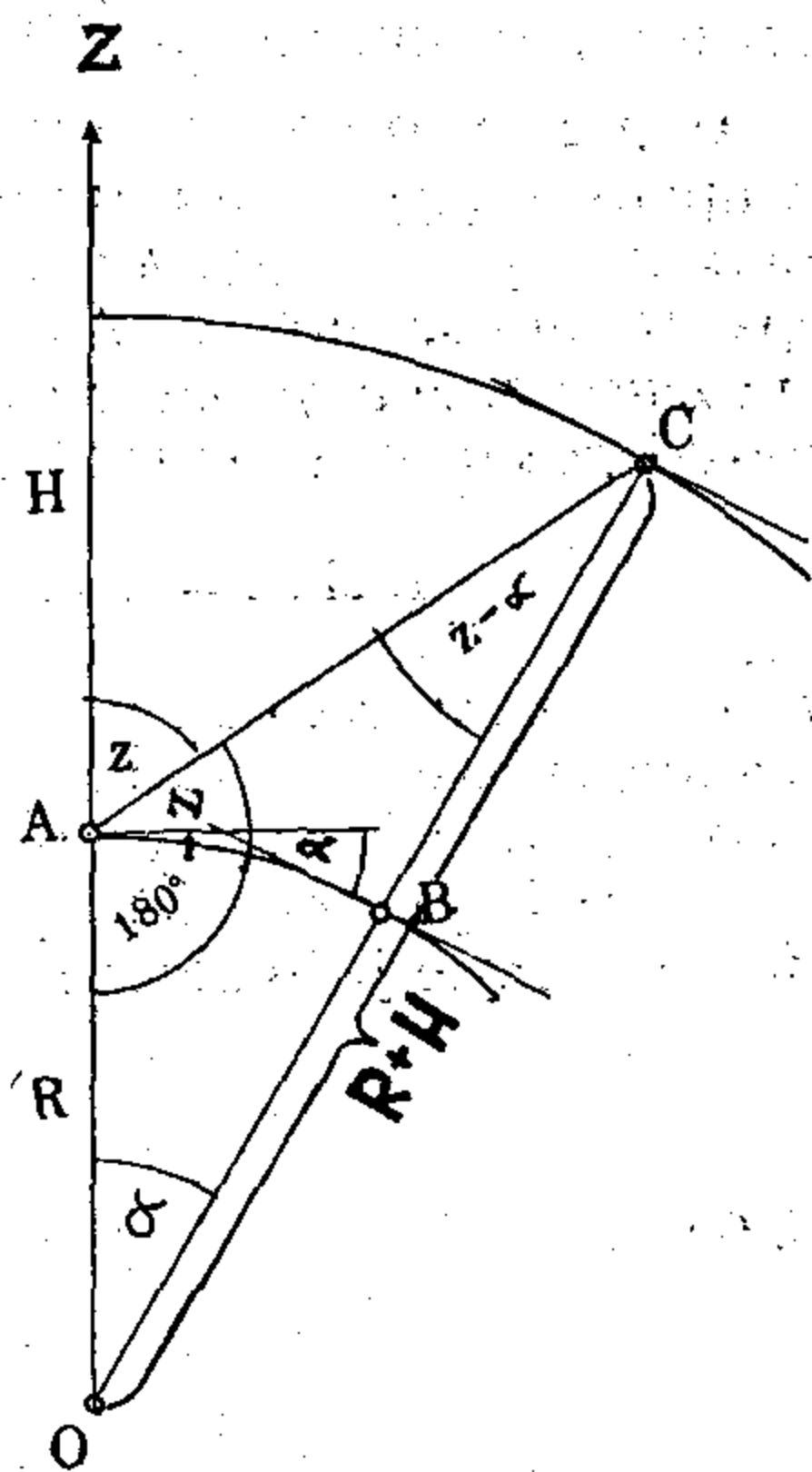
Првобитни правац (права S_p на сл. 40.) у коме је светлосни зрак приспео на горњу границу атмосфере, продужен до посматрачевог ока, назива се привидни правац (зенитна даљина z) а правац у коме се небеско тело види, тј. правац тангенте на његовој кривој путањи кроз атмосферу у њеној завршној тачки — посматрачеву оку — назива се мерени правац (зенитна даљина z'). Угао између ова два правца је астрономска рефракција ρ , тако да је

$$\left. \begin{aligned} z &= z' + \rho. \\ A &= A' \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{ОПШТИ ПУТЊАК.} \\ \text{НА ПЛОСКОСТИ.} \end{array} \quad (224)$$

С обзиром на законе преламања светлости, астрономска рефракција изазива само промене у зенитним даљинама, док азимут остају непромењени.

Како је висина H слоја Земљине атмосфере који изазива највећи део астрономске рефракције 70 км, несравњено мања од Земљина полупречника $R = 6378$ км, то се за мање зенитне даљине, на којима се најчешће врше астрономска посматрања, може сматрати да је Земљина површина равна и да се атмосфера састоји из планпаралелних слојева.

Колико ова претпоставка одступа од стварности за разне зенитне даљине можемо израчунати уз помоћ сл. 41. Мерило одступања атмосферских слојева од планпаралелности због кривине Земљине површине биће угао који међу собом заклапају тангентна равна у тачки C , у којој зрак погађа горњу границу атмосфере, и тангентна равна у тачки посматрања A . Овај угао је међутим, једнак углу у Земљином средишту O између Земљиних полупречника OA и OC као нормала на овим равнима. Из троугла ACO , чији су елементи обележени на самој слици, добива се израз



Сл. 41. Одступање од стварности претпоставке о планпаралелности атмосферских слојева за разне зенитне даљине

$$\sin (z - \alpha) = \frac{R}{R + H} \sin z, \quad (225)$$

из кога се може лако израчунати угао α за разне зенитне даљине z .

У доњој табlici дата су ова одступања α за разне зенитне даљине z када се за висину атмосфере узме 20 км и 50 км.

Таблица 4

z	α_{20}	α_{50}	z	α_{20}	α_{50}
0°	0',0	0',0	45°	10',7	26',6
5	0,9	2,3	50	12,8	31,6
10	1,9	4,7	55	15,3	37,9
15	2,9	7,1	60	18,5	45,8
20	3,9	9,7	65	22,9	56,3
25	5,0	12,5	70	29,2	71,4
30	6,2	15,4	75	39,3	94,9
35	7,5	18,7	80	58,0	136,3
40	9,0	22,4	85	—	—

Из ње се види да је одступање α релативно мали угао све до зенитних даљина од 45—50°, чак и при висини атмосфере од 50 км.

Под горњом претпоставком се међутим може лако извести веома прост израз за астрономску рефракцију. Обележимо ли индексе преламања у разним слојевима атмосфере, почев од празног простора до приземног слоја са $1, \mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n = \mu$, а зенитне даљине светлосног зрака у сваком слоју са $z, z_1, z_2, \dots, z_n = z'$, по познатом закону преламања светлости добићемо из слоја у слој једнакости

$$1. \sin z = \mu_1 \sin z_1 = \mu_2 \sin z_2 = \dots = \mu \sin z'.$$

Одавде се види да под учињеном претпоставком не морамо познавати закон промене густине ваздуха са висином, тј. индексе преламања светлости у разним слојевима, већ само у приземном слоју, где се он одређује мерењем, јер ако изједначимо леву страну прве и десну последње једнакости, добивамо

$$\sin z = \mu \sin z',$$

или, с обзиром на једнакост (224),

$$\sin (z' + \rho) = \mu \sin z'.$$

Развијемо ли израз с леве стране и због мајушности угла ρ , ставимо ли $\cos \rho = 1$, $\sin \rho = \rho \sin 1''$, добивамо приближан израз на астрономску рефракцију

$$\rho = \frac{\mu - 1}{\sin 1''} \operatorname{tg} z' = k \operatorname{tg} z'. \quad (226)$$

Коефицијент

$$k = \frac{\mu - 1}{\sin 1''} = 60'', 154, \quad (227)$$

за тз. нормалне атмосферске услове: температуру од 0°C и притисак од 760 мм Hg, назива се константа астрономске рефракције.

Из наредне таблице види се степен апроксимације са којом горњи, приближни израз за рефракцију даје њен износ за поједине зенитне даљине у поређењу са износом за астрономску рефракцију који се добива из тачнијег израза о коме се учи у сферној астрономији.

Таблица 5

z'	0°	20°	40°	60°	70°	80°	85°	86	87	88	89	90
ρ прибл.	0',0	0',4	0',8	1',7	2',7	5',5	11',1	13',8	18',4	27',7	55',4	∞
ρ тачно	0,0	0,4	0,8	1,7	2,6	5,3	9,8	11,6	14,2	18,1	24,4	$\approx 35'$

Као што се види, све до зенитних даљина од око 60° приближни израз се слаже са тачним до на $0',1$, па и до 80° се битно не разликује од њега. Неслагања су велика тек на зенитним даљинама од $80^{\circ} - 90^{\circ}$.

И сам износ астрономске рефракције је при хоризонту велики, као и његове промене, зато нам привидни котури Сунца и Месеца, чији привидни пречници износе око $0',5$, изгледају при хоризонту видљиво спљоштени.

Израз

$$\rho = 60'',154 \operatorname{tg} z', \quad (228)$$

видели смо да важи за астрономску рефракцију при такозваним нормалним атмосферским условима, тј. за температуру $t=0^{\circ}\text{C}$ и за атмосферски притисак од 760 мм Hg. Тако добивена рефракција назива се средња или нормална рефракција.

Кад се врше прецизна астрономска посматрања, код инструмента се налазе термометар и барометар са којих се с времена на време читају вредности t и B , а износ тз. праве астрономске рефракције која је владала баш у тренутку посматрања добива се тада из сложенијег израза за праву рефракцију

$$\rho = 60'',154 \cdot \left(\frac{B}{760}\right) \cdot \left(\frac{273^{\circ}}{273^{\circ} + t^{\circ}}\right) \cdot \operatorname{tg} z'$$

(који се изводи у сферној астрономији) у коме се поред мерене зенитне даљине z' појављују још као променљиве t и B .

Ради бржег и лакшег рачунања износа праве астрономске рефракције, постоје у свима астрономским годишњацима (ефемеридама) три таблице. Прва је за нормалну рефракцију у коју се улази са измереном зенитном даљином z' . Друга је за такозвани термометарски фактор рефракције, у коју се улази са измереном температу-

ром t . Трећа је за тз. барометарски фактор рефракције, у коју се улази са измереним барометарским притиском B .

Данас се код прецизног рачунања рефракције води још рачуна о низу утицаја, као што су: локално стање атмосфере изнад посматрачког места, боја звезде и др., а промена густине атмосфере са висином рачуна се из аеролошких мерења.

(40) Утицај рефракције на излаз и залаз. — У параграфу 39. видели смо већ да појава астрономске рефракције привидно издиже небеска тела на небеској сфери. Због тога се излаз једног небеског тела посматра пре но што се оно стварно појавило изнад хоризонта, а залаз пошто је већ стварно зашло под хоризонт. Зато ће се добити тачнији тренутак привидног излаза и залаза ако у израз за рачунање тог тренутка

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t,$$

ставимо место $z = 90^\circ$,

$$z = 90^\circ + \rho_0,$$

Утицај рефракције ρ_0 је нарочито значајан при рачунању тренутка излаза и залаза Сунца, јер се дужина обданице рачуна од привидног излаза до привидног залаза горњег Сунчевог руба. Да би се ови тренуци израчунали треба у горњи израз ставити

$$z = 90^\circ + \rho_0 + R_0 = 90^\circ + 34' + 16' = 90^\circ 50',$$

где је R_0 Сунчев привидни полупречник, тј. ставити $\cos z = -0,0145$. Тада за часовни угао Сунца добијамо израз

$$\cos t_\odot = -0,0145 \sec \varphi \sec \delta_\odot - \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta_\odot. \quad (229)$$

Деклинација Сунчева средишта интерполује се из астрономског годишњака за унапред приближно одређен тренутак излаза или залаза. Грађанско време излаза и залаза тада ће се добити по обрасцима

$$t_\odot = 12^h \mp t_\odot - \eta, \quad \begin{aligned} t_g &= t_s + \eta = t_p + \eta \\ t_g &= t_p \mp t_\odot - \eta \end{aligned} \quad (230)$$

што је савим разумљиво с обзиром на речено у параграфу 23. о прелазу с правог на грађанско време. Са грађанског се затим прелази на зонско време по познатом поступку, алгебарским додавањем зонског одступања $\Theta = \lambda + i$.

(41) Треперење звезда. Сумраци. — И треперење звезда и сумраци су појаве са којима се свакодневно срећемо. Обе су последице астрономске рефракције.

¹⁰Треперење звезда највеће је при хоризонту, а мења се са саставом и стањем ваздуха. Објашњава се тиме што светлосни зраци од звезде пролазе кроз слојеве различите температуре, тј. густине, која се често и нагло мења из слоја у слој. Због различитог степена и смера преламања на разним слојевима зрак се колеба, што оставља утисак треперења светлосног извора — звезде. Како је

ово преламање различито за разне таласне дужине светлости, то звезда не мења само сјај но и боју.

Планете, које су неупоредиво ближе Земљи од звезда, имају своје привидне котуриће коначних димензија, па је и сноп светлосних зракова које шаљу шири и стабилнији. Различите тачке привидног котура трепере у разним тренуцима, па укупна јачина светлости остаје стална. Зато се код планета не примећује треперење. Оне светле мирном светлости, па се и по томе лако разликују већ на први поглед од звезда.

(2⁰) *Сумраци*. — Дуже време после Сунчевог залаза још увек се добро види, тако да се може и читати без вештачког осветљења. Исто тако и изјутра, пре Сунчевог излаза. Ови се временски размаци називају *вечерњи* и *јутарњи сумрак* или краће *сутон* и *зора*. Расута светлост која у сумрацима обасјава Земљу то је светлост Сунца које је за посматрача на Земљиној површини већ зашло, али које се види из великих висина атмосфере. На њеним честицама ова се светлост растура и долази као одбивена до Земљине површине.

Према јачини осветљења у сумрацима и према Сунчевој висини под хоризонтом разликују се неколико врста сумрака. За нас су овде од интереса две врсте: *грађански* и *астрономски сумрак*. Вечерњи грађански сумрак почиње од Сунчевог залаза а завршава се кад Сунце достигне висину од 6° испод хоризонта. Све дотле се на пољу може читати, а у том тренутку се укључује осветљење. Тада се појављују и најсјајније звезде на небу. Вечерњи астрономски сумрак почиње од Сунчевог залаза а завршава се кад Сунце достигне висину од 18° испод хоризонта. У том тренутку се појављују и најслабије звезде на небу и тада почиње права ноћ. Јутарњи грађански сумрак почиње кад Сунце достигне висину од 6° испод хоризонта а завршава се са Сунчевим излазом. Јутарњи астрономски сумрак почиње кад Сунце достигне висину од 18° испод хоризонта а завршава се са Сунчевим излазом.

Трајање грађанског и астрономског сумрака τ може се, према томе, израчунати из израза

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta_{\odot} + \cos \varphi \cos \delta_{\odot} \cos (t_{\odot} + \tau)$$

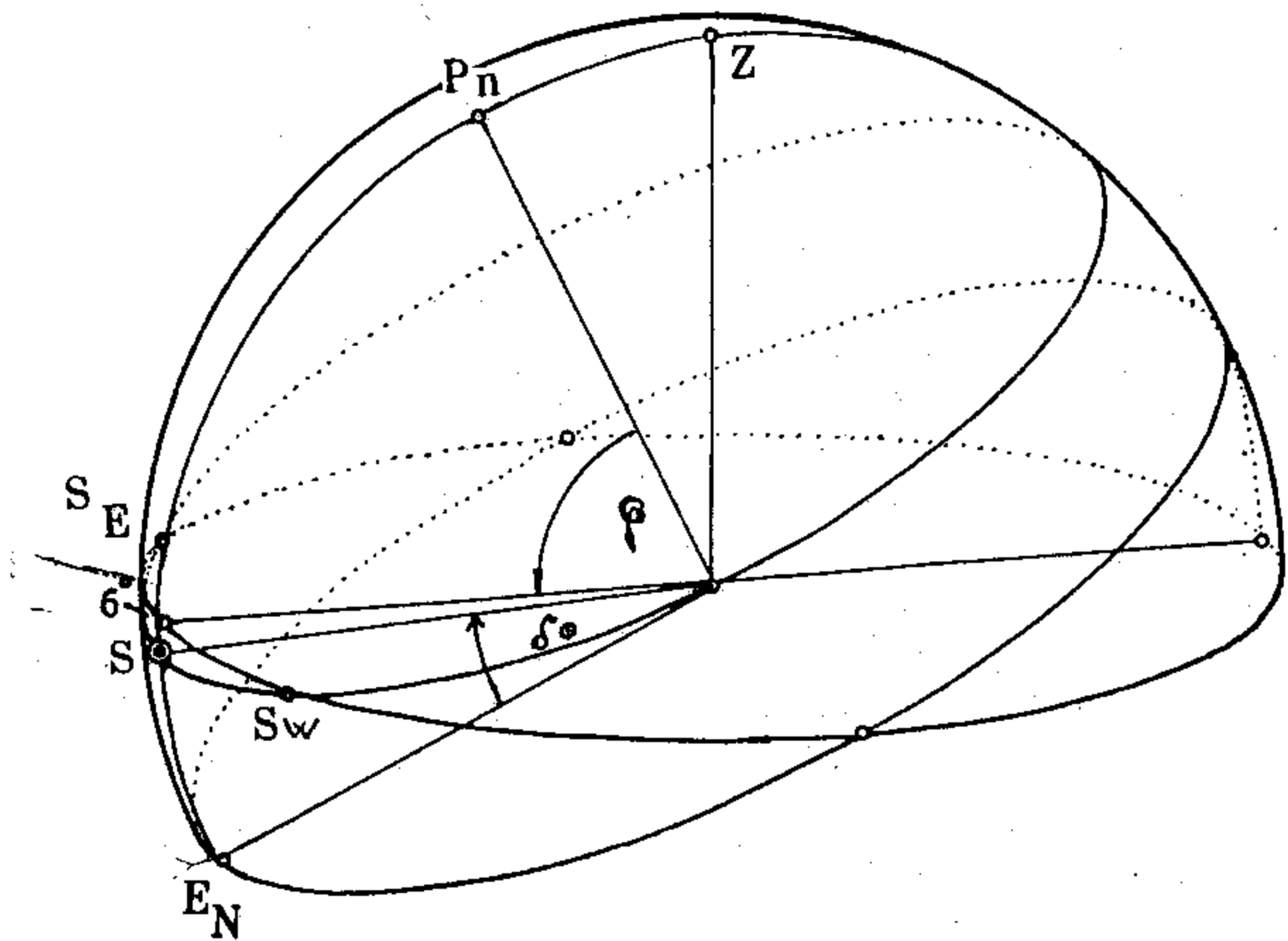
или

$$\cos (t_{\odot} + \tau) = \frac{\cos z - \sin \varphi \sin \delta_{\odot}}{\cos \varphi \cos \delta_{\odot}}, \quad (231)$$

ако у њега уврстимо $z=96^{\circ}$, одн. $z=108^{\circ}$ и t_{\odot} претходно израчунато, као што је описано у претходној тачки, за тренутак излаза, одн. залаза.

Око летњег солстицаја на географским ширинама $\varphi=60^{\circ}$ свршетак вечерњег грађанског сумрака стапа се с почетком јутарњег грађанског сумрака, тако да грађански сумрак траје целе ноћи. Овакве ноћи називају се беле ноћи. Овај услов испуњен је, као што се и

са сл. 42. очигледно види, за све географске ширине φ и Сунчеве де-
клинације δ_{\odot} за које је



Сл. 42. Положај Сунчев у доњем пролазу кроз меридијан у местима где владају „беле ноћи”

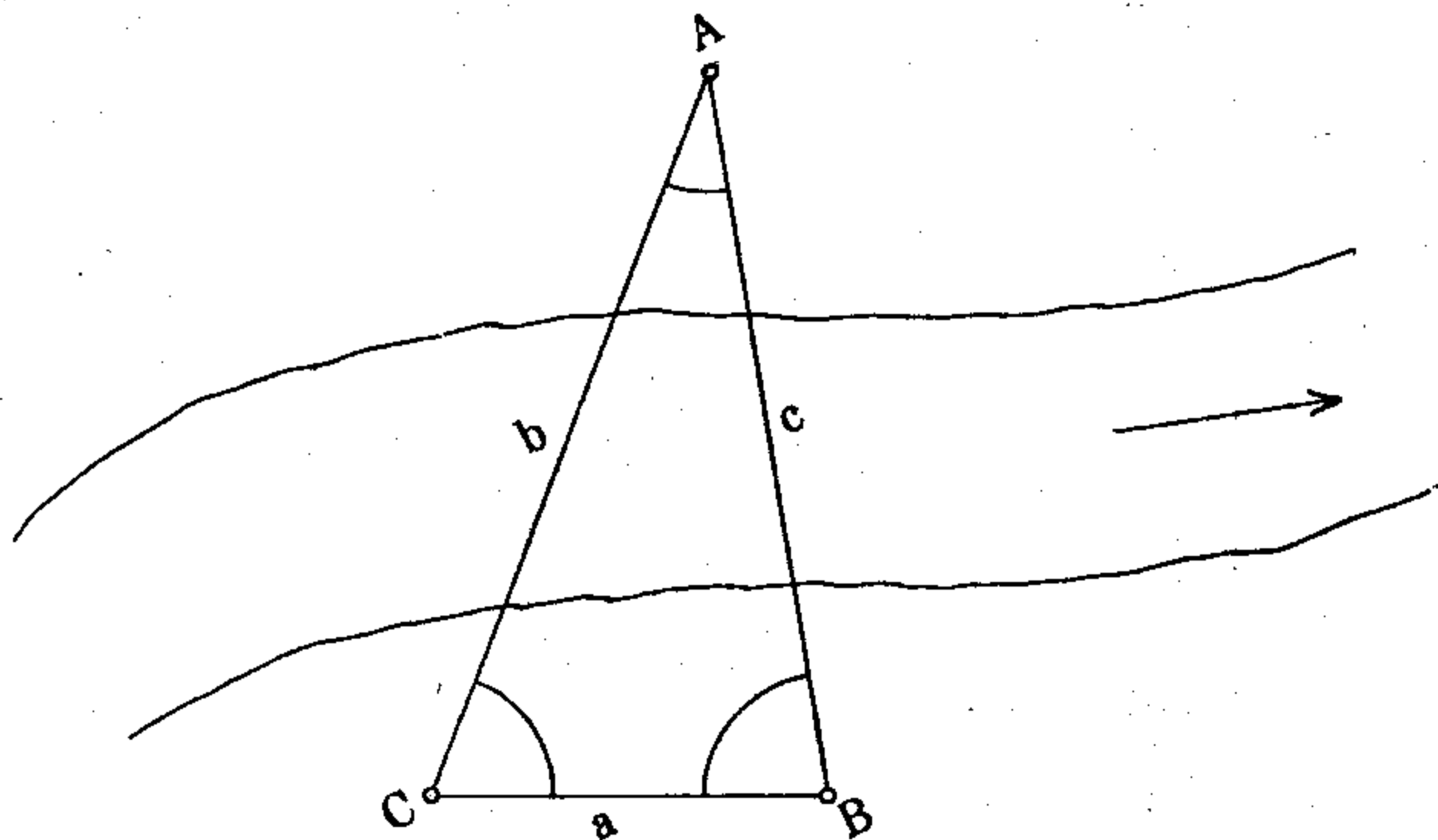
$$\delta > 90^{\circ} - 6^{\circ} - \varphi.$$

Износ трајања грађанског и астрономског сумрака на разним географским ширинама у току године даје се у посебним таблицама које се налазе у саставу свих астрономских ефемерида или годишњака (види параграф 55.). Овде је дат одломак једне такве таблице.

Таблица 6

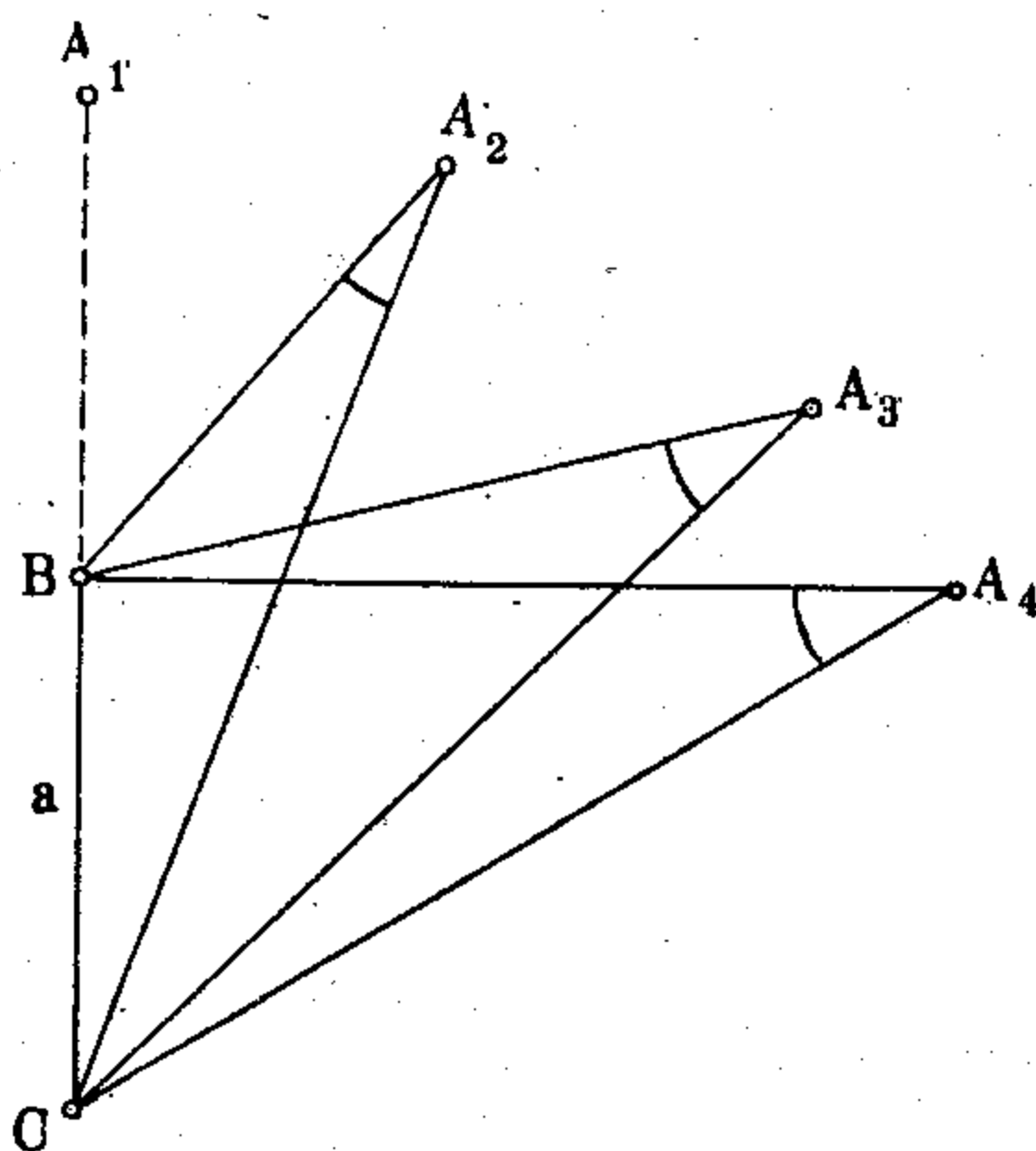
φ	Јануар	Фебруар	Март	Април	Мај	Јун	Јул	Август	Септембар	Октобар	Новембар	Децембар
Трајање грађанског сумрака												
°	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m
40	30	28	27	28	31	33	32	29	27	27	29	31
42	31	29	28	29	32	34	33	30	28	28	30	32
44	32	30	29	30	34	36	35	31	29	29	31	33
46	34	31	30	31	35	39	37	33	30	30	32	35
Трајање астрономског сумрака												
40	96	96	90	97	111	123	117	102	92	90	94	98
42	99	94	93	101	117	132	125	106	95	93	97	101
44	102	97	97	105	125	145	134	112	99	96	100	105
46	106	100	100	110	134	162	147	118	103	99	104	109

42. Паралакса небеског тела. — Под паралаксом у најопштијем случају назива се угао под којим се једна дата дужина a види са неке дате тачке A . Ако имамо једну измерену дужину a , и неку тачку



Сл. 43. Појам паралаксе

А нпр. негде преко реке или на каквом другом неприступачном месту (сл. 43.), довољно је измерити углове B и C да бисмо нашли паралаксу A , а затим решењем троугла ABC и даљине тачака B и C од станице A .

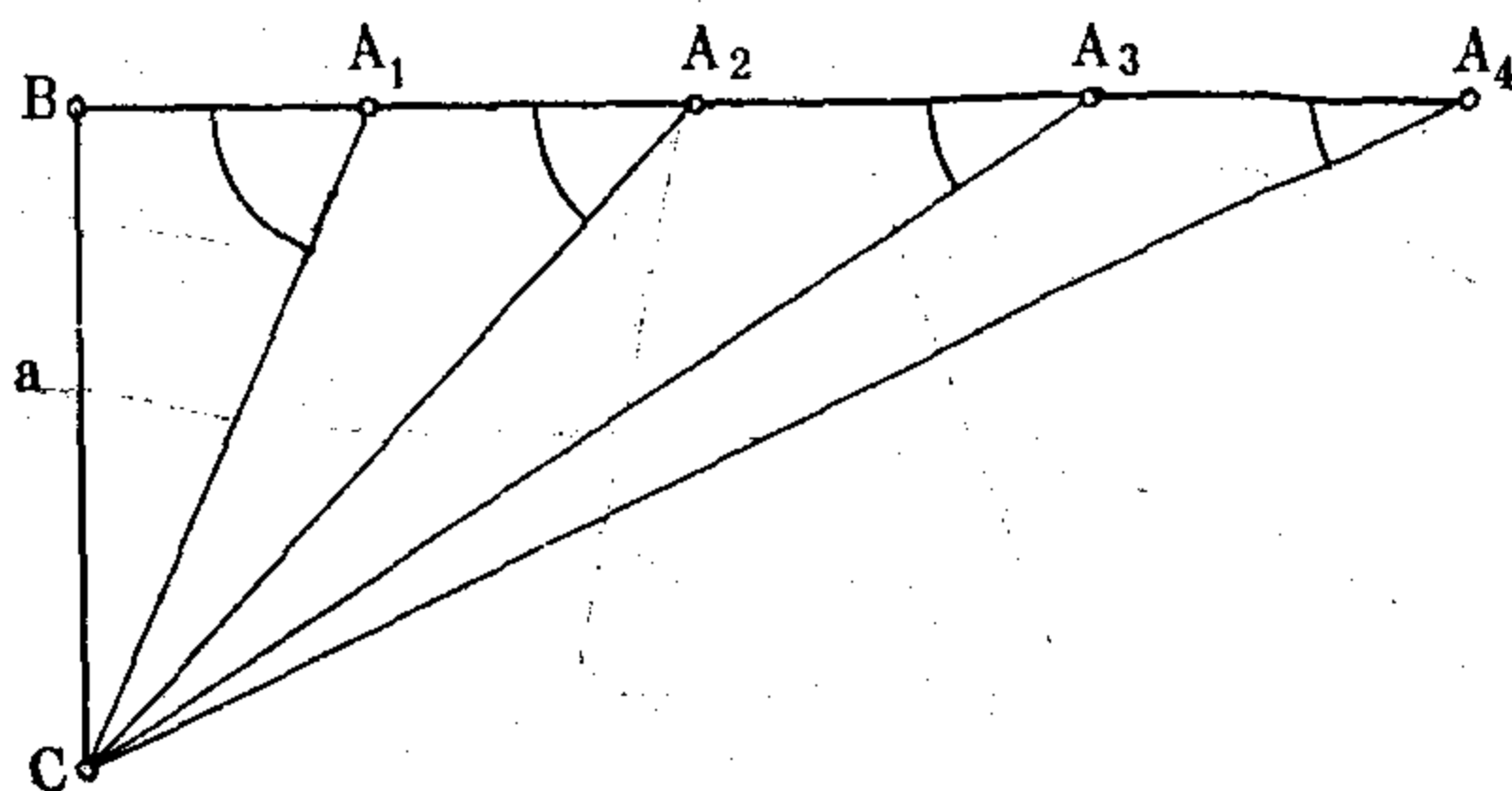


Сл. 44. Промена паралаксе са променом правца

Уочимо међутим, одмах неке зависности код ове појаве. Ако се тачка A креће не мењајући своју даљину, рецимо од тачке C (сл. 44.), угао под којим се из A види дужина BC , или паралакса, мењаће се с променом положаја тачке A од нуле до неке максималне вредности. Ако се тачка налази на правцу BC , паралакса ће бити једна-

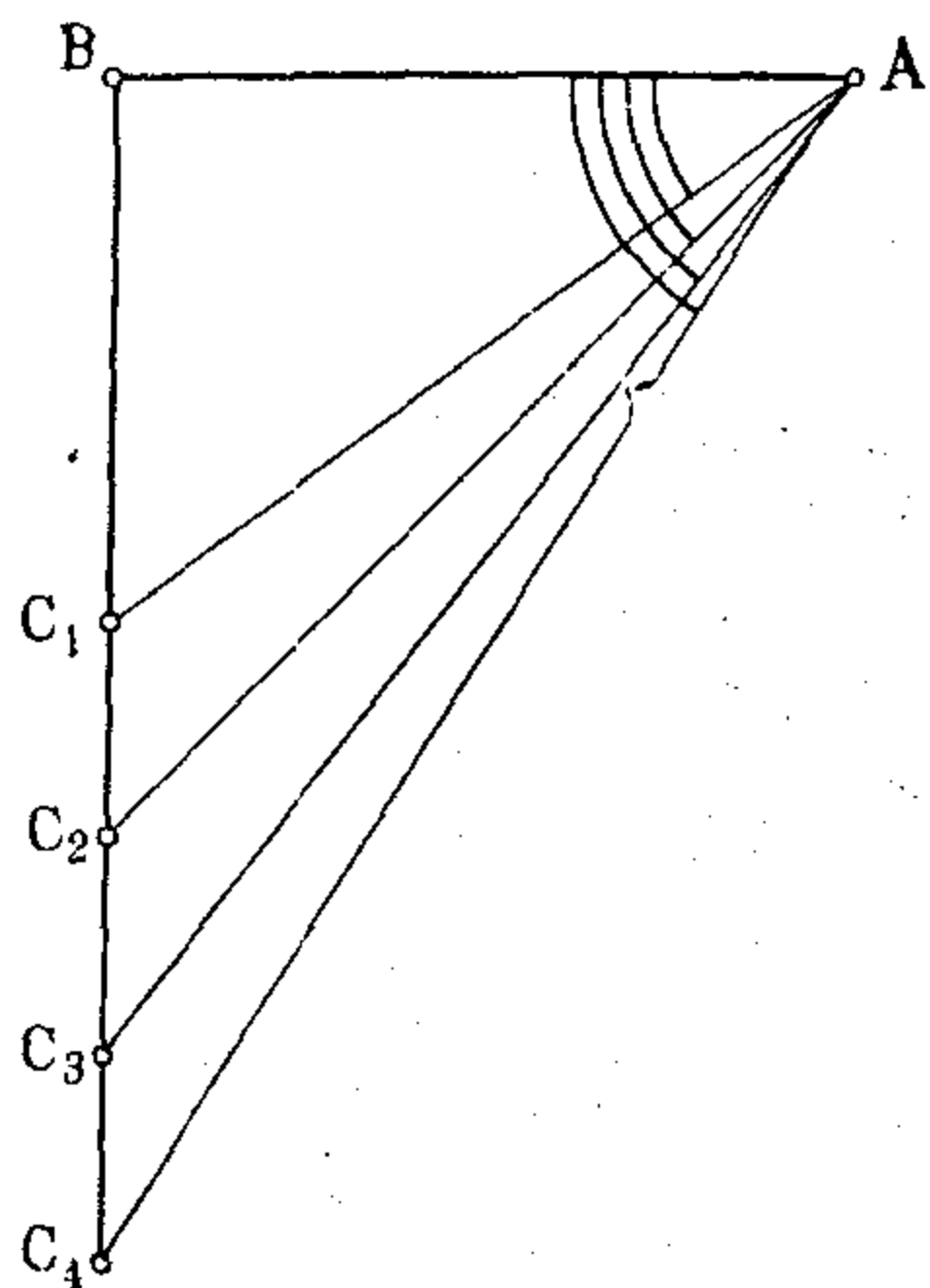
ка нули. Ограничимо ли кретање тачке А од A_1 до A_4 , када угао В достиже вредност од 90° , онда ће паралакса која одговара положају A_4 бити максимална.

Ако се тачка А удаљава по правој линији од В (сл. 45), паралакса А биће све мања што је тачка А даља од В, одн. С.



Сл. 45. Промена паралаксе са променом даљине

Ако се дуж ВС повећава (сл. 46.), паралакса А мерена из сталне тачке А такође ће расти. Смањује ли се дуж ВС и паралакса ће опадати.

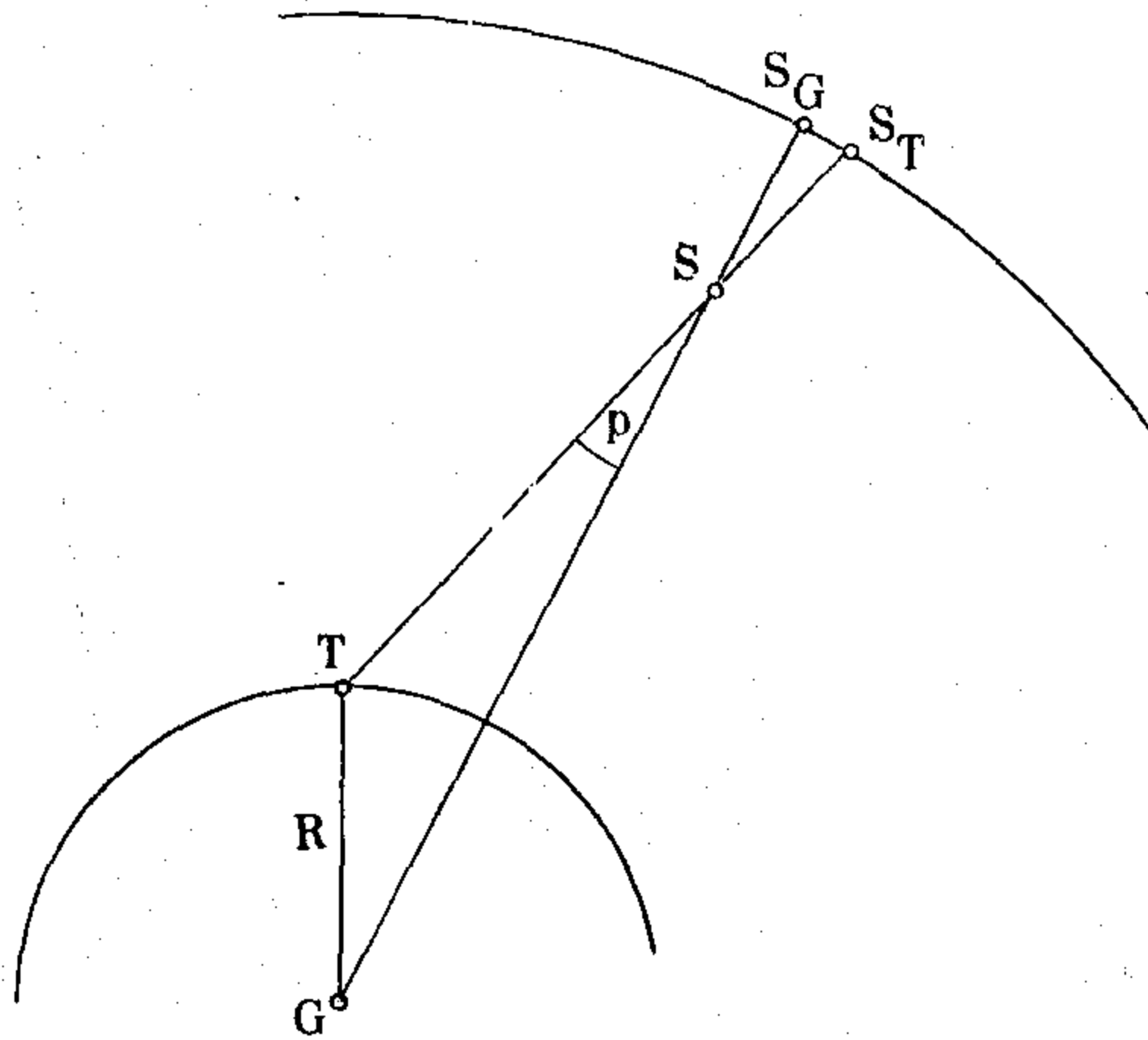


Сл. 46. Промена паралаксе са променом основице

У астрономији имамо редовно посла са тзв. топоцентричним правцем S (сл. 47.), небеског тела или правцем у коме га видимо са наше станице. Дуж овог правца ми пројектујемо небеско тело на небеску сферу у његов топоцентрични положај S_T и меримо његове топоцентричне координате. Мерења показују да се тела Сунчева система, која су релативно блиска Земљи, виде у једном истом тренутку са разних станица на разним топоцентричним положајима. То значи да се њихова паралакса p мења са променом посматрачева положаја на Земљиној површини. Она се, као што ћемо мало касније ближе видети, мења и с променом положаја небеског тела у току његова привидног дневног кретања, па се оваква паралакса назива

дневна паралакса небеских тела. Да бисмо добили положај небеског тела који не зависи од посматрачева положаја и привидног дневног кретања, тј. да бисмо могли упоређивати мерене координате са раз-

них станица, морамо са мерених топоцентричних координата, познајући саму паралаксу p , прећи на њихове геоцентричне координате, које одговарају њиховом геоцентричном положају S_G , тј. положају



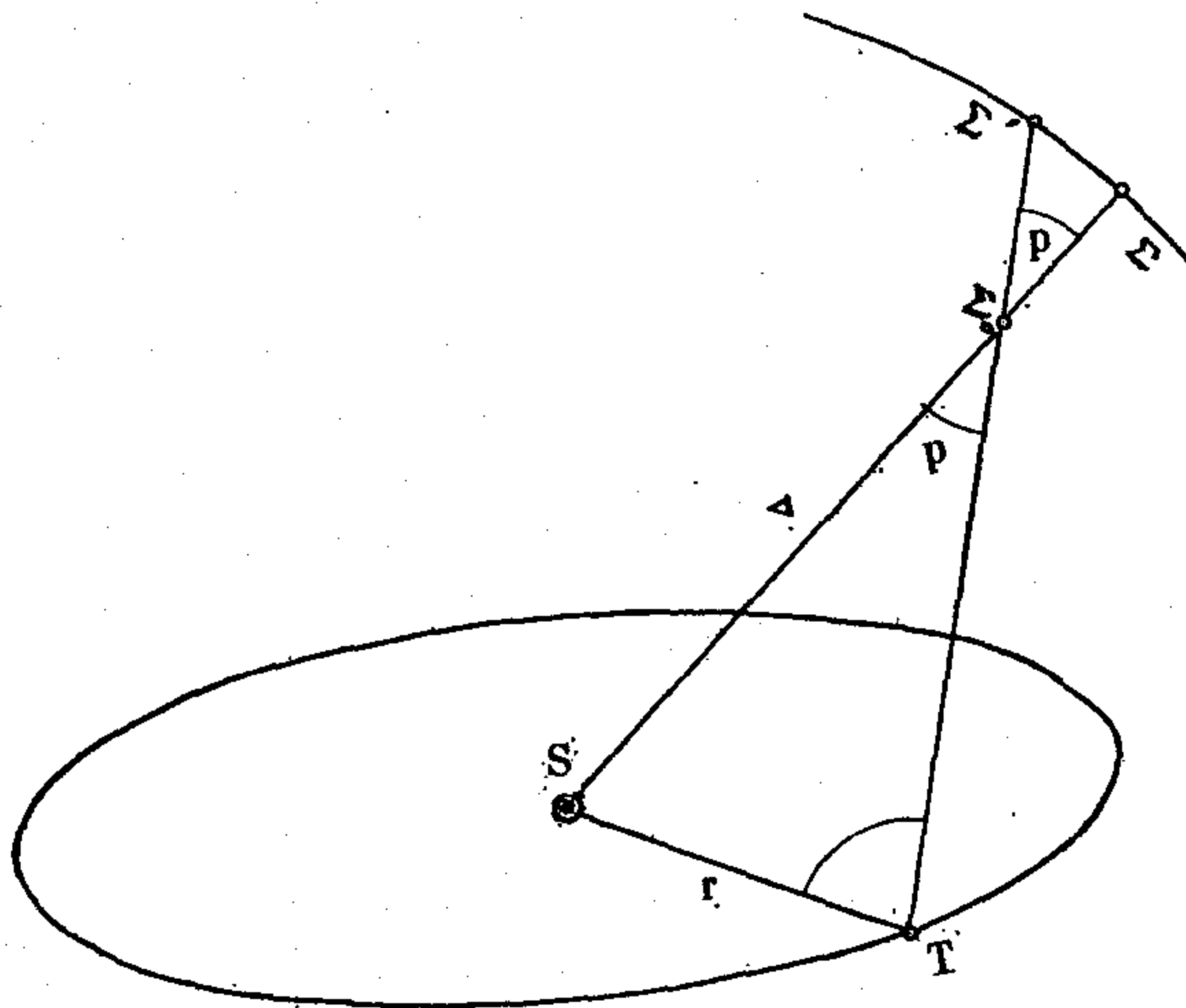
Сл. 47. Топоцентрични и геоцентрични положај небеског тела и дневна паралакса

у коме би посматрач видео небеско тело из Земљина средишта, као једне јединствене фиктивне станице.

Овакве стандардне геоцентричне положаје тела Сунчева система дају астрономски годишњаци. Обрнутим прелазом из њих се могу добити њихови топоцентрични положаји у којима ће се она са одређене станице видети у одређеном тренутку.

Међутим, даљине звезда су тако велике да је њихова дневна паралакса једнака нули. Мерене координате звезда једнаке су геоцентричним. И доиста, мерења показују да за једну исту звезду добивамо исте топоцентричне координате ма са које станице их мерили у истом тренутку (у границама грешака мерења). Но ако их са једне исте станице меримо рецимо у размаку од пола године, кад Земља обиђе половину своје путање и дође на супротну страну од Сунца, онда се мерене координате нешто разликују међу собом, бар код ближних звезда. У овим случајевима је посматрач мерио координате небеског тела са разних крајева пречника Земљине путање, а дужина овог последњег није више занемарљива према даљинама звезда. Мали угао π у правоуглом троуглу у коме је хипотенуза даљина звезде од Сунца, а мања катета полусовина a Земљине путање око Сунца назива се годишња паралакса звезде (сл. 48.). Положај звезде који не зависи од Земљина кретања око Сунца био би њен положај измерен из Сунчева средишта. Тај положај се назива

хелиоцентрични положај Σ . Ако смо из мерења одредили годишњу паралаксу звезде, можемо лако, као што ће се даље видети, рачунски прећи са њених геоцентричних положаја на један њен стандардни, хелиоцентрични положај.



Сл. 48. Појам годишње паралаксе

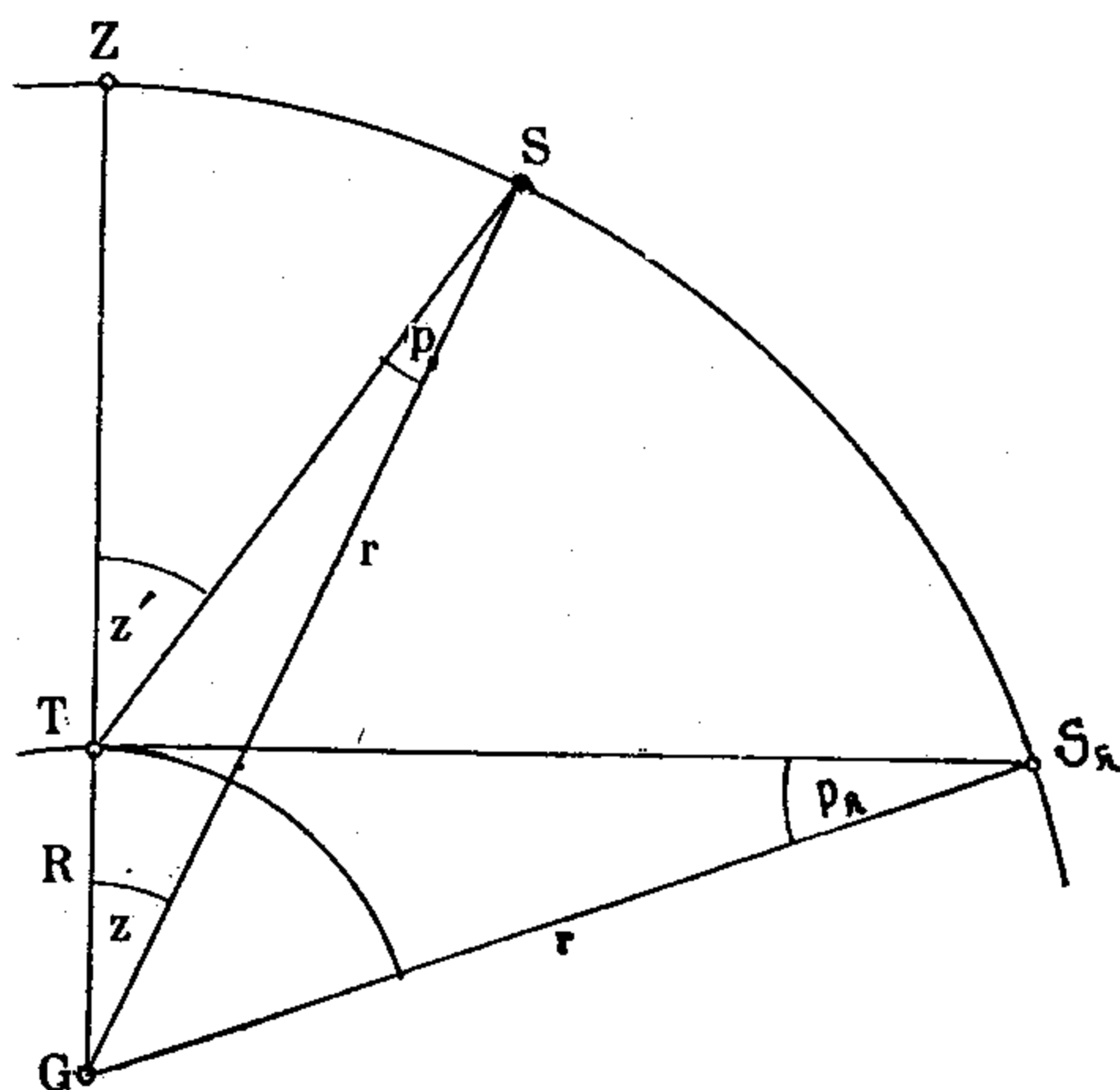
У астрономским годишњацима дају се хелиоцентрични положаји звезда, а обрнутим се рачуном могу наћи њихови геоцентрични положаји за сваки тренутак, тј. за сваки Земљин положај на путањи око Сунца, ако је позната њихова годишња паралакса. Но одмах на почетку треба рећи да је због големих звезданих даљина позната годишња паралакса само за мањи број звезда. За све остале се узима да су бескрајно далеко, тј. да им је годишња паралакса једнака нули или да им се геоцентрични положаји поклапају са хелиоцентричним.

43) Дневна паралакса и њен утицај на хоризонтске и екваторске координате Сунца. — На сл. 49. приказан је део Земљине лопте с посматрачком станицом у T и с произвољним положајем небеског тела у S . S_h је положај истог тела на хоризонту места T . Угао под којим се види Земљин полупречник R из произвољног положаја небеског тела Σ зове се висинска паралакса његова p , а угао под којим се исти потег види из положаја небеског тела S_h на хоризонту зове се хоризонтска паралакса његова p_h .

Фиктивним спуштањем посматрачевим из T у Земљино средиште G промениће се само зенитска даљина тела S од топоцентричне z'

на геоцентричну z , јер се цела појава одиграва у једној равни — равни слике. Зато дневна паралакса не мења азимуте небеских тела, па се може писати

$$A = A'. \quad (232)$$



Сл. 49. Промена дневне паралаксе са висином небеског тела

Да бисмо нашли везу између топоцентричне и геоцентричне зенитне даљине, нађимо најпре везу између висинске и хоризонтске паралаксе. Хоризонтска паралакса се просто налази из троугла $TS_h G$:

$$\sin p_h = \frac{R}{r}, \quad (233)$$

или због мајушности угла p_h :

$$p_h = \frac{R}{r \sin 1''} \quad (234)$$

Висинска паралакса се добива из троугла $TS G$:

$$\sin p = \frac{R}{r} \sin z', \quad (235)$$

или због мајушности угла p и с обзиром на (234)

$$p = \frac{R}{r \sin 1''} \sin z' = p_h \sin z'. \quad (236)$$

Сматрамо ли Земљу за елипсоид, потег R је различит за разне посматрачке станице, но, његова промена изазива мерљиву промену дневне паралаксе само код најближих нам небеских тела, као што

је Месец, где она достиже око 6'. Максимална његова промена мења Сунчеву паралаксу само за 0",03, па се зато у општој астрономији може с довољном тачношћу у овом случају сматрати да је Земља лопта чији је полупречник једнак Земљиним екваторском полупречнику R_0 . Зато се за Сунце може сматрати да је хоризонтска паралакса његова ма за коју посматрачку станицу једнака његовој хоризонтској паралакси за станицу на екватору, тз. *екваторској хоризонтској паралакси* p_0 , која је и највећа од свију, јер је екваторски полупречник Земљин највећи:

$$p_h = \frac{R}{r \sin 1''} = \frac{R_0}{r \sin 1''} = p_0. \quad (237)$$

Зато је ма на којој зенитној даљини z' , с обзиром на (236), за Сунце

$$p = p_0 \sin z'. \quad (238)$$

Прелаз са топоцентричне на геоцентричну зенитну даљину сад је лако извршити. Из троугла TSG са сл. 49. непосредно следи:

$$z = z' - p,$$

па се, с обзиром на (238), за Сунце ово свођење може извршити преко израза

$$z = z' - p_0 \sin z', \quad (239)$$

где је p_0 екваторска хоризонтска паралакса Сунца дата изразом (237).

Узмемо ли да је Земља лопта ($R = \text{const.} = 6\,378 \text{ km}$), из израза (234) се види да хоризонтска паралакса зависи само од геоцентричне даљине r небеског тела. У доњој табlici дате су, илустрације ради, вредности геоцентричне даљине (у Земљиним полупречницима и у хиљадама, одн. милионима км) које одговарају разним вредностима хоризонтске паралаксе.

Таблица 7

p_h	60'	50'	40'	30'	20'	10'	1'
r у R	57	69	86	115	172	344	3438
r у 1000 km	365	439	548	731	1096	2193	21927
p_h	60''	50''	40''	30''	20''	10''	1''
r у R	3438	4125	5157	6875	10313	20626	206265
r у 1 000 000 km	22	26	33	44	66	132	1316

Услед тога што се Земља креће око Сунца по елипси, као и Месец око Земље, мењају се периодично у току године Сунчеве геоцентричне даљине r_\odot , а у току месеца Месечеве геоцентричне даљине r_\ominus , па се зато мењају и њихове екваторске хоризонтске паралаксе. Астрономски годишњаци дају ове вредности за тренутке раздвојене једнаким временским размацима, одакле се интерполацијом могу наћи за сваки дати тренутак. Доња таблица даје вредности Сунчеве и Месечеве екваторске хоризонтске паралаксе за сваки месец у години.

Таблица 8













Датум	1. I	1. II	1. III	1. IV	1. V	1. VI	1. VII	1. VIII	1. IX	1. X	1. XI	1. XII
p_0 	8'',95	8'',93	8'',88	8'',81	8'',73	8'',68	8'',66	8'',67	8'',72	8'',79	8'',87	8'',92
p_0^a	54'14''	54'3''	54'17''	55'52''	57'43''	59'55''	60'42''	59'29''	57'1''	55'33''	54'18''	54'21''

Таблица 9.

											
$p_0 \text{ max}$	60'21''36	8'',95	16'',00	33'',85	23'',78	2'',23	1'',00	0'',51	0'',31	0'',31	
$r \text{ min}$	363 299 km	0,983	0,55	0,26	0,37	3,95	8,00	17,29	28,81	28,65	
p_0^a	57'2'',55	8'',80	8'',71	8'',85	5'',79	1'',69	0'',92	0'',46	0'',29	0'',22	
p_0^b	56 51,02	8,70	8,68	8,77	5,77	1,69	0,92	0,46	0,29	0,22	
$\Delta = p_0^a - p_0^b$	11,53	0,03	0,03	0,03	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,22	
$r \text{ m}$	384 403 km	0,38	0,73	1,00	1,52	5,20	9,54	19,20	30,07	39,45	
$p_0 \text{ min}$	54'4''43	8'',65	5'',06	5'',06	3'',30	1'',36	0'',79	0'',42	0'',28	0'',18	
$r \text{ max}$	450 507 km	1,02	1,47	1,74	2,67	6,45	11,07	21,10	31,33	50,25	
$p_0 \text{ max} - p_0 \text{ min}$	6'16'',93	0'',30	10'',01	28'',79	20'',48	0'',87	0'',21	0'',09	0'',03	0'',13	

Најзад, из истог разлога се мењају и дневне паралаксе осталих тела Сунчева система. У табели 9. дате су екстремне и средње вредности екваторских хоризонтских паралакса за Сунце, Месец и велике планете, као и односне геоцентричне даљине ових небеских тела. Даљине Месеца дате су у километрима, а код осталих небеских тела у астрономским јединицама (средња даљина Земље од Сунца).

Код ближих небеских тела Земљи но што је Сунце, нарочито код Месеца, Земљина спљоштеност уноси мерљиве промене у дневну паралаксу. Зато се ту мора са екваторске хоризонтске паралаксе p_0 , коју дају астрономски годишњаци, најпре прећи на хоризонтску паралаксу p_h за хоризонт дате станице, па тек на дневну висинску паралаксу p за дату зенитну даљину z' . То се, међутим, може врло просто постићи, ако се у изразу (236) однос $R/r \sin 1''$ помножи и подели Земљиним екваторским полупречником R_0 :

$$p = \frac{R}{R_0} \frac{R_0}{r \sin 1''} \sin z'.$$

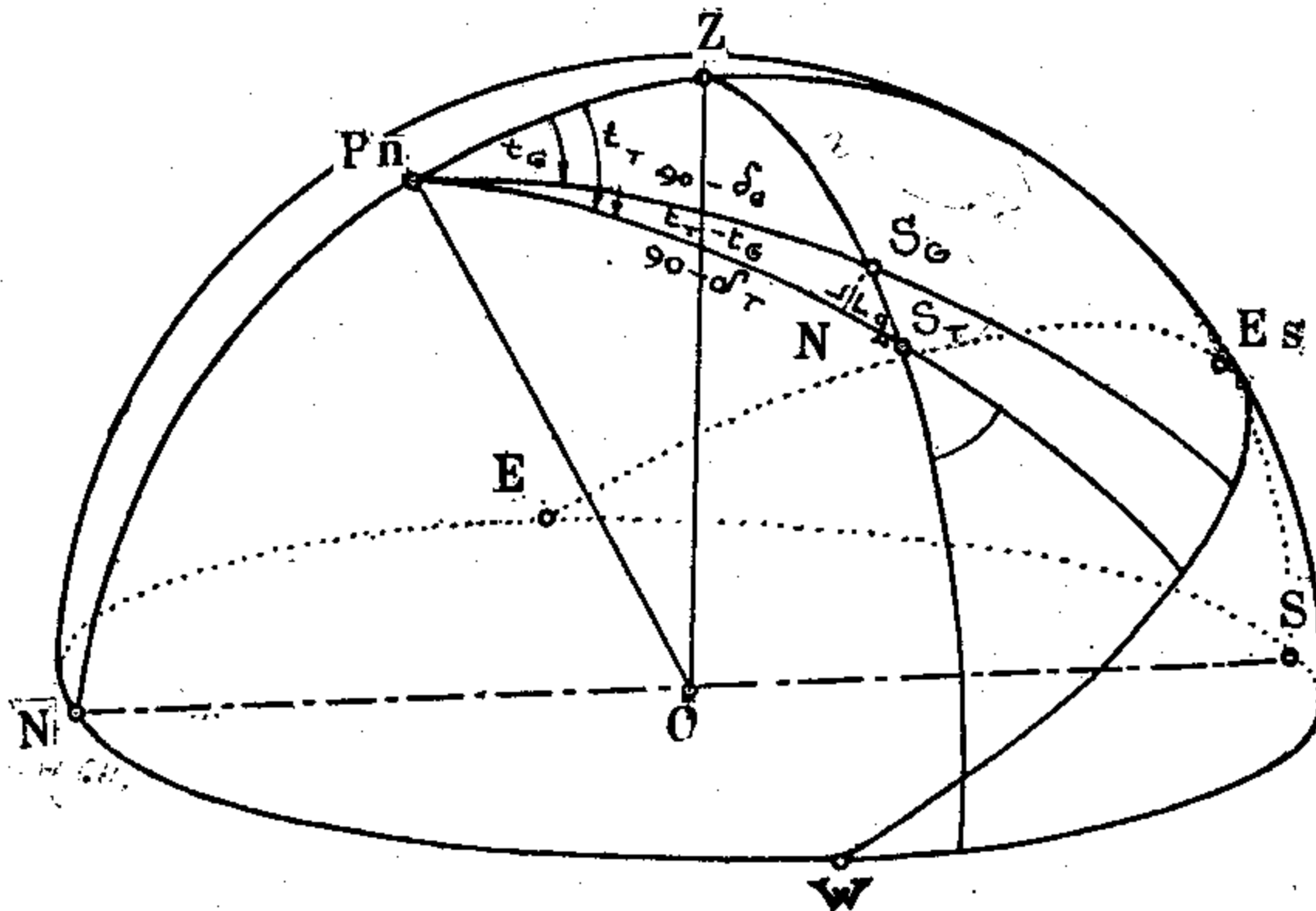
Усвојимо ли да потег R за дату станицу изражавамо у Земљиним екваторским полупречницима R_0 као јединицама, онда је

$$p = p_h \sin z' = R p_0 \sin z'. \quad (240)$$

Зато у оваквим случајевима за прелаз са топоцентричне зенитне даљине на геоцентричну треба место израза (239) користити израз

$$z = z' - R p_0 \sin z'. \quad (241)$$

Изразима (232) и (239), одн. (241), уз помоћ вредности (234) и (237), решено је питање прелаза са топоцентричних хоризонтских



Сл. 50. Утицај дневне паралаксе на месне екваторске координате

координата на геоцентричне, па и питање обрнутог прелаза када се ови изрази реше по топоцентричним хоризонтским координатама A' и z' , пошто се под синусом без уштрба у тачности може тада место z' ставити z .

Међутим, се у пракси јавља и потреба прелаза са топоцентричних месних екваторских координата на геоцентричне и обрнуто. Изразе за овај прелаз можемо лако извести са сл. 50. на којој је $S_G(t, \delta)$ геоцентрични, а $S_T(t', \delta')$ топоцентрични положај небеског тела, ако синус и косинус паралактичког угла q изразимо односом страна малог троугла $S_G N S_T$

$$\sin q = \frac{NS_G}{S_G S_T}, \quad \cos q = \frac{NS_T}{S_G S_T}.$$

У његове стране, под горњом претпоставком, на врло прост начин улазе разлике између топоцентричних и геоцентричних месних екваторских координата, јер је

$$NS_G = (t' - t) \cos \delta, \quad NS_T = \delta - \delta', \quad S_G S_T = p_0 \sin z'.$$

Ако их сменимо у претходне односе, добивамо тражене изразе у облику

$$\begin{aligned} t' - t &= p_0 \sin z' \sec \delta \sin q, \\ \delta' - \delta &= -p_0 \sin z' \cos q. \end{aligned} \quad (242)$$

Када се паралактички угао мења од 0° — 180° , из ових се израза види да је топоцентрични часовни угао увек већи од геоцентричног, што значи да дневна паралакса увек удаљује небеско тело од мери-

дијана. Међутим, топоцентрична деклинација може бити и већа и мања од геоцентричне, што зависи од знака $\cos q$.

Последње изразе можемо довести на њихов класичан облик, изражен само у екваторским координатама, ако из њих елиминишемо $\sin z' \sin q$ и $\sin z' \cos q$. И доиста, ако на паралактички троугао на сл. 50. применимо синусну и синусно-косинусну теорему, ове вредности ћемо добити изражене у екваторским координатама:

$$\begin{aligned}\sin z' \sin q &= \cos \varphi \sin t', \\ \sin z' \cos q &= \sin \varphi \cos \delta' - \cos \varphi \sin \delta' \cos t'.\end{aligned}$$

Ако их уврстимо у изразе (242) и с десне стране без уштрба у тачности ставимо $\delta' = \delta$ и $t' = t$, добићемо тражене изразе:

$$\begin{aligned}t' - t &= p_0 \cos \varphi \sec \delta \sin t, \\ \delta' - \delta &= -p_0 (\sin \varphi \cos \delta - \cos \varphi \sin \delta \cos t).\end{aligned} \quad (243)$$

Дневна паралакса различито делује на зенитну даљину горњег и доњег Сунчевог и Месечевог руба, зато су привидно топоцентрични пречници ових небеских тела нешто већи од геоцентричних. Међутим, ова разлика је мања од $0'',05$, па се у пракси често може занемарити.

Најзад последња таблица приказује комбиновани утицај нормалне рефракције и дневне паралаксе за Сунце и Месец. Подаци су израчунати на основи израза

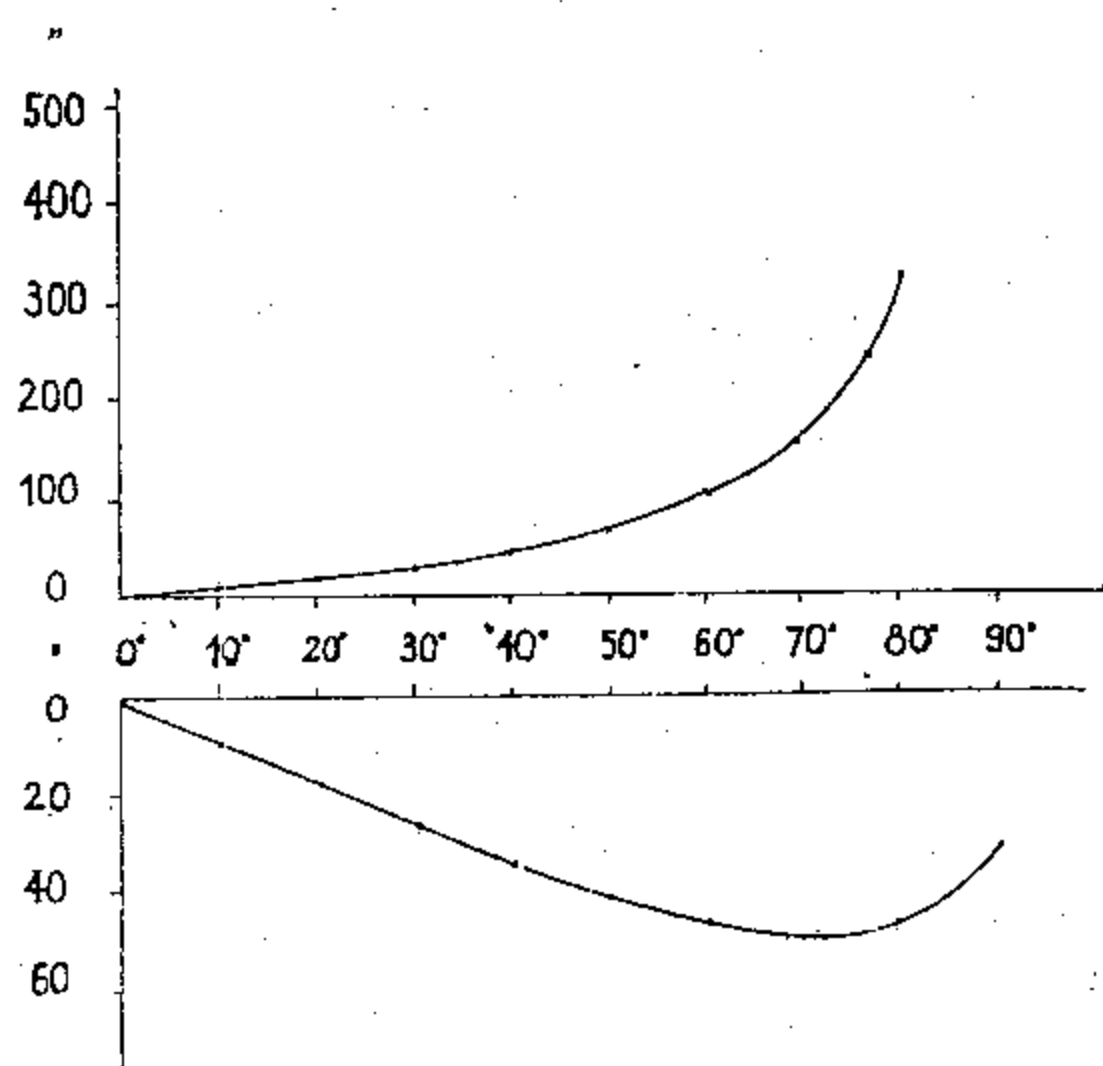
$$\rho = k \operatorname{tg} z', \quad p_{\odot} = p_{0\odot} \sin z', \text{ одн. } p_{\zeta} = R p_{0\zeta} \sin z',$$

са константом рефракције $k = 60'',154$ и средњим вредностима хоризонтских екваторских паралакса $p_{0\odot} = 8'',80$, $p_{0\zeta} = 57',7$ за разне топоцентричне зенитне даљине од $0^\circ - 90^\circ$.

Таблица 10.

	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
q	$0'',00$	$10'',61$	$21'',90$	$34'',73$	$50'',48$	$71'',69$	$104'',19$	$165'',27$	$341'',15$	$2\ 040'',00$
p_{\odot}	$0'',00$	$1'',53$	$3'',01$	$4'',40$	$5'',66$	$6'',74$	$7'',62$	$8'',27$	$8'',67$	$8'',80$
p_{ζ}	$0',00$	$9',90$	$19',49$	$28',50$	$36',64$	$43',66$	$49',36$	$53',56$	$56',13$	$57',00$
$\rho - p_{\odot}$	$0'',00$	$9'',08$	$18'',89$	$30'',33$	$44'',82$	$64'',95$	$97'',57$	$157'',00$	$332'',48$	$2\ 031'',20$
$\rho - p_{\zeta}$	$0',00$	$-9',72$	$-19',13$	$-27',92$	$-35',80$	$-42',47$	$-47',62$	$-50',81$	$-50',44$	$-23',00$

Кретање комбинованог износа $p - p$ за оба небеска тела приказано је и графички на сл. 51.



Сл. 51) Комбиновани утицај нормалне рефракције и дневне паралаксе за Сунце и Месец

Како рефракција привидно издиже, а дневна паралакса привидно спушта положаје небеских тела, и како је утицај рефракције на Сунчев положај већи по апсолутној вредности, то се у комбинованом утицају на Сунчев положај појављује рефракција нешто смањена, и то различито за разне зенитне даљине. Код комбинованог утицаја на Месечев положај преовлађује дневна паралакса.

44) Одређивање даљина и правих величина небеских тела у Сунчевом систему. — Да би се могао извршити прелаз са геоцентричних на топоцентричне координате једног небеског тела или обрнут прелаз потребно је одредити из мерења његову дневну паралаксу p . У том случају можемо, као што изрази (234) и (236) показују, наћи и његову геоцентричну даљину.

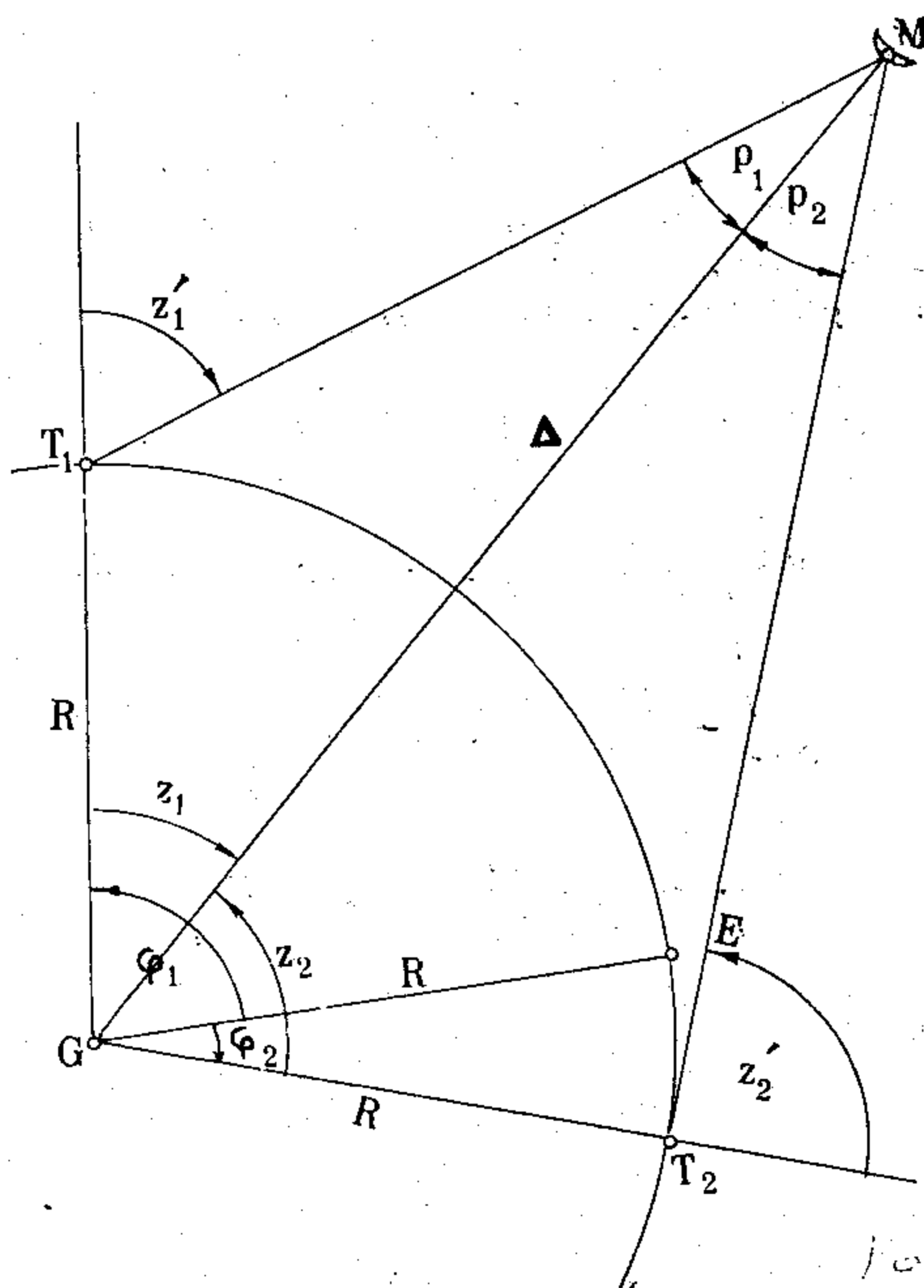
Иако је још *Аристарх* у III в. пре н. е. нашао геометријску методу да одреди Месечеву даљину, вредност коју је тако добио била је сувише груба. Прво егзактно одређивање даљине једног небеског тела на Месечеву примеру извршили су француски академици *Лаланд* и *Лакај* у XVIII в., мерећи Месечеве координате с крајева ословице која се протезала од Берлина до Рта Добре Наде.

Ово се одређивање у принципу врши на следећи начин. Претпоставимо, једноставности ради, да је Земља лопта полупречника R и да једно небеско тело M Сунчева система посматрају једновременно два посматрача T_1 и T_2 који се налазе на истом Земљиним меридијану, на што већем међусобном размаку, на пример један на северној, а други на јужној хемисфери, и то га посматрају баш у тренутку пролаза кроз меридијан. Ако је Земљин полупречник дат, а топоцентричне зенитне даљине z_1' и z_2' измерене, онда из троуглова T_1GM и T_2GM (сл. 52.) добивамо изразе

$$\sin p_1 = \frac{R}{\Delta} \sin z_1' \quad \text{и} \quad \sin p_2 = \frac{R}{\Delta} \sin z_2', \quad (244)$$

у којима су непознате три величине p_1 , p_2 и Δ . Да бисмо их нашли

потребна је још једна позната веза. Са сл. 52. је међутим, очигледно



Сл. 52. Принцип одређивања дневне паралаксе и геоцентричне даљине Месеца

$$z_1' = p_1 + z_1 \quad \text{и} \quad z_2' = p_2 + z_2,$$

па и

$$p_1 + p_2 = (z_1' + z_2') - (z_1 + z_2). \quad (245)$$

Углови z_1 и z_2 који се у овој новој вези јављају нису нам додуше познати, али нам је познат њихов збир, јер је

$$z_1 + z_2 = \varphi_1 + \varphi_2.$$

Зато нам трећа веза (245) даје за збир паралакса познату вредност:

$$p_1 + p_2 = (z_1' + z_2') - (\varphi_1 + \varphi_2) = P.$$

Одатле је

$$p_2 = P - p_1.$$

Ако сад ову вредност унесемо у другу једначину (244), добивамо везу

$$\sin (P - p_1) = \frac{R}{\Delta} \sin z_2'. \quad (246)$$

Прва веза (244) и веза (246) сада садрже само две непознате p_1 и Δ , па остаје да се оне из њих нађу.

Ако последњу једначину напишемо у облику

$$\sin P \cos p_1 = \cos P \sin p_1 + \frac{R}{\Delta} \sin z_2',$$

па у њу уврстимо вредност за $\sin p_1$ из прве једначине (244), добићемо једначину

$$\sin P \cos p_1 = \frac{R}{\Delta} (\cos P \sin z_1' + \sin z_2'). \quad (247)$$

Поделимо ли прву једначину (244) једначином (247) елиминисаће се друга непозната Δ и за одређивање паралаксе p_1 добићемо једначину

$$\boxed{\operatorname{tg} p_1 = \frac{\sin z_1' \sin P}{\cos P \sin z_1' + \sin z_2'}} \quad (248)$$

у којој су с десне стране све величине познате. Из прве једначине (244) може се затим наћи и геоцентрична даљина небеског тела.

На сличан начин се место израза (248) може наћи израз у коме се с десне стране појављују место топоцентричних зенитних даљина топоцентричне деклинације, ако се оне одређују из мерења.

За Земљи блиска небеска тела, као што је на пример Месец, од осетног је утицаја на паралаксу и даљину и Земљина спљоштеност, те се при овим одређивањима мора о њој повести рачуна. Зато је израз из кога се паралакса одређује у пракси нешто сложенији.

Од нарочитог је интереса одређивање Сунчеве паралаксе, јер се она у пракси најчешће користи, а и зато што је његова средња геоцентрична даљина, под називом *астрономска јединица* (а. ј.) усвојена за еталон дужина у Сунчевом систему, па је потребно одредити је с особито високом тачношћу. Упркос томе непосредно мерење Сунчевих зенитних даљина из којих би се могла одредити његова паралакса врло је непрецизно, јер се одређује из мерења веома мали угао, а топлотни Сунчев утицај на инструмент је врло велики. Зато се Сунчева паралакса одређује на разне посредне начине.

Један од њих, којим је постигнута највећа тачност, састоји се у томе да се на горњи начин одреди паралакса p једне од малих планета, које због ексцентричности својих путања прилазе веома близу

Земљи, какав је на пример Ерос када се налази једночасовно и у перихелу и у опозицији са Сунцем, тј. на својој елиптичној путањи у тачки најближој Сунцу и у исто време у положају када се Земља налази између њега и Сунца. Када су ова два услова испуњена планета се налази најближе Земљи, па се њена паралакса може одредити с високом тачношћу. Сем тога, она се у инструменту види као светла тачка, па се може веома прецизно поентирати. Ако још одредимо геоцентричну даљину Δ планете из *Кеплерових* закона, онда можемо, с обзиром на напред речено, за Сунчеву и за планетину паралаксу написати изразе.

$$p_{\odot} = \frac{R}{\Delta_{\odot} \sin 1''} \quad \text{и} \quad p = \frac{R}{\Delta \sin 1''}.$$

У њима је $\Delta_{\odot} = 1$, а Земљин полупречник R има у оба израза исту вредност. Решимо ли оба израза по R и упоредимо, добићемо за Сунчеву паралаксу израз

$$p_{\odot} = p \cdot \Delta. \quad (249)$$

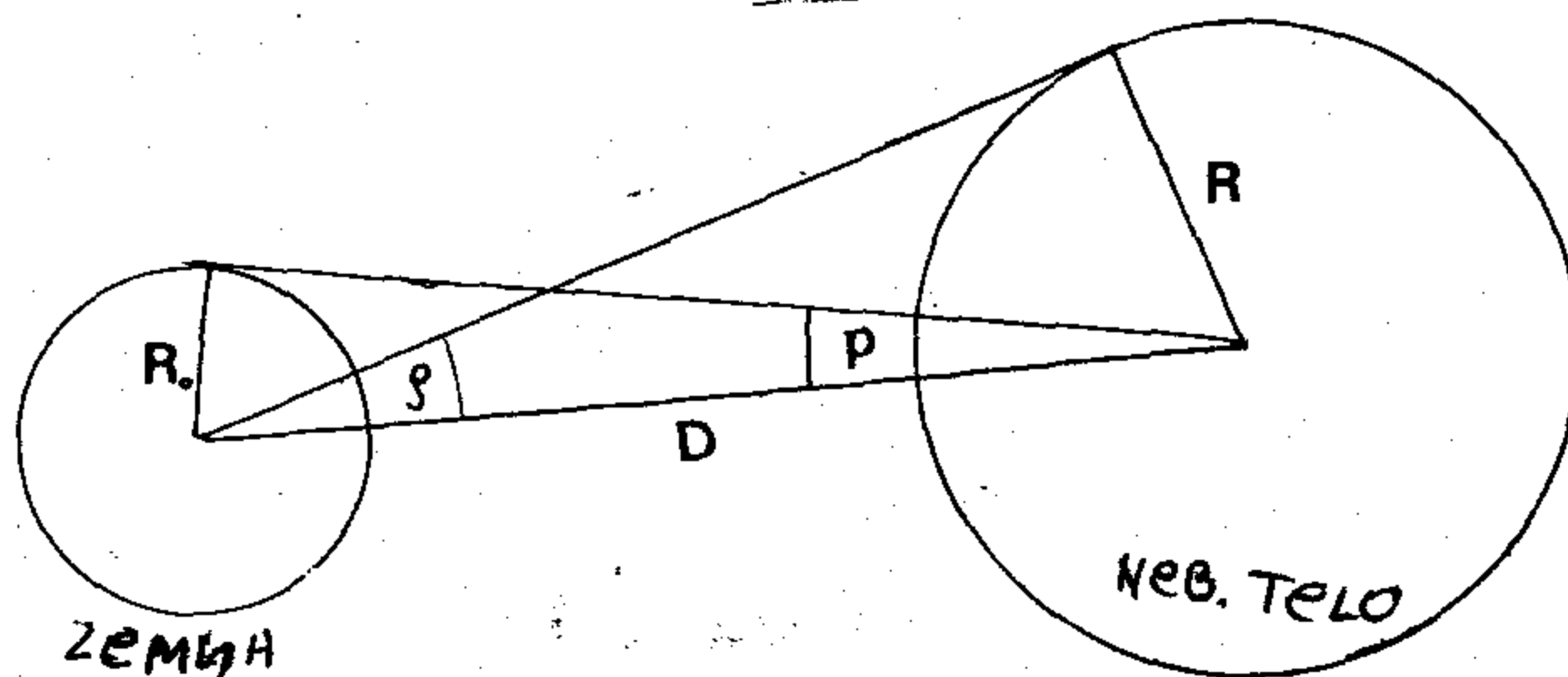
Из мерења Еросових координата 1931. г., када се налазио у перихелској опозицији и пришао Земљи до на 0,18 а. ј., *Спенсер Џонс* је нашао његову паралаксу, а за Сунчеву одатле извео износ

$$p_{\odot} = 8'',80 \pm 0'',003, \quad (250)$$

којим је проверена Сунчева паралакса одређена из Еросове опозиције 1901. г. и другим методама. Она је била усвојена на Међународном астрономском конгресу за фундаменталне астрономске константе у Паризу још 1896. г. као фундаментална астрономска константа за све рачуне. Одатле је за астрономску јединицу била изведена и усвојена међународна вредност

$$a. j. = 149\,500\,000 \text{ km} \pm 50\,000 \text{ km.} \quad \checkmark \quad (250')$$

Обе ове константе измењене су тек 1964. г. (в. § 84.).



Сл. 53. Одређивање правих величина небеских тела у Сунчевом систему

У најновије време се међутим, траже нове методе и води борба за одређивање ових основних констаната са већом тачношћу, коју намеће човекова данашња потреба да закорачи на друга небеска те-

ла. Тако је последњих година за Сунчеву параласку добивена вредност $8'',790 \pm 0,001$, а за астрономску јединицу $149\,674\,000 \pm 17\,000$ км.

Кад смо одредили паралаксу, одн. даљину небеског тела, довољно је измерити његов угаовни (привидни) пречник, па се онда може лако израчунати и његова права величина, тј. његов прави пречник. То се лепо види са сл. 53., на којој је са p обележена хоризонтска паралакса, са D даљина небеског тела од Земље, а са R и R_0 њихови прави полупречници. Тада је очигледно

$$R = D \sin \rho, \quad R_0 = D \sin p,$$

одакле је

$$\frac{R}{R_0} = \frac{\sin \rho}{\sin p}$$

или, с обзиром на мајушност углова ρ и p :

$$\frac{R}{R_0} = \frac{\rho}{p},$$

тј.

$$R = \frac{\rho}{p} R_0. \quad (251)$$

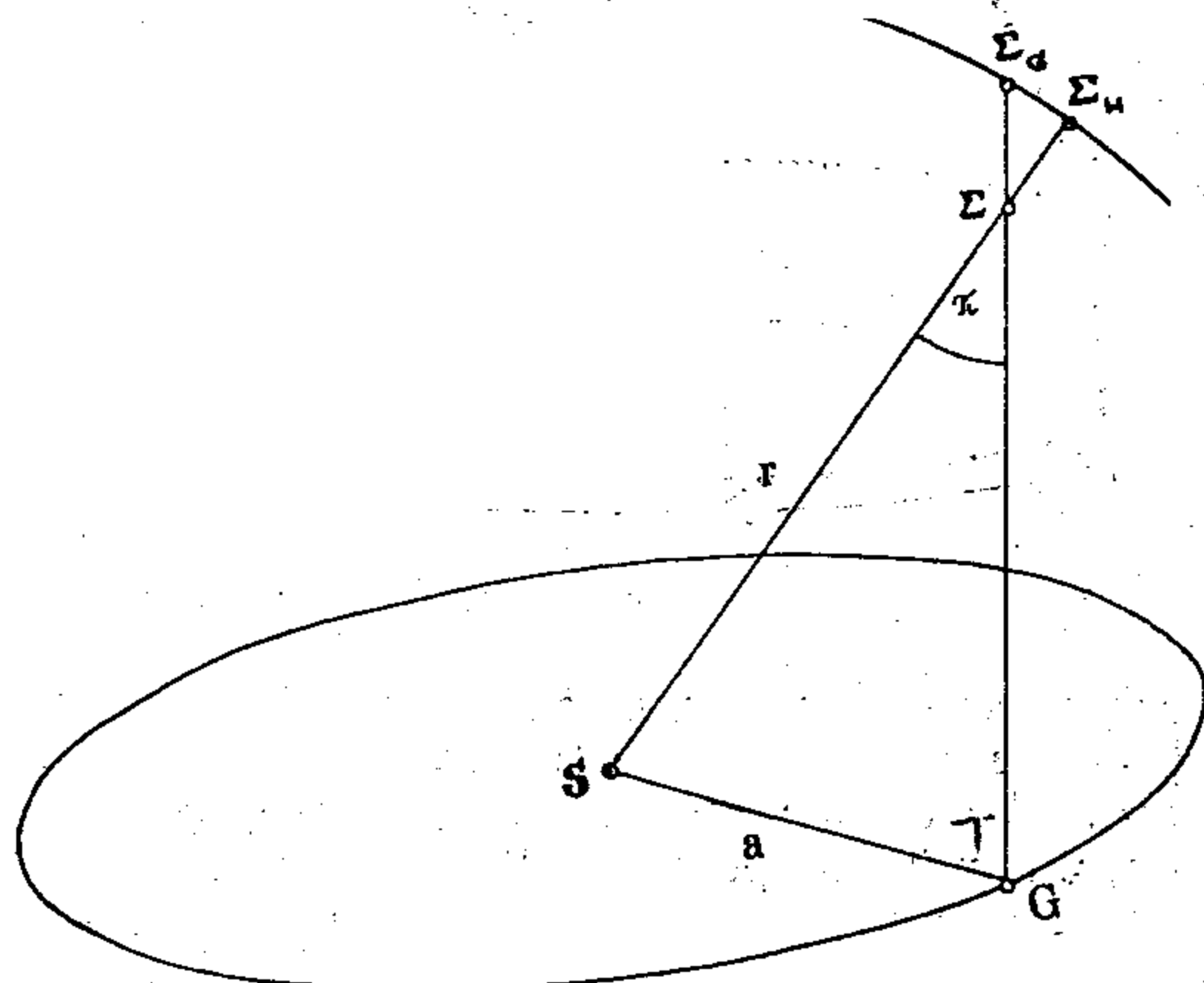
Земљин полупречник износи $R_0 = 6378,16$ км. За Месец је нпр. у једном тренутку $\rho = 15'32'',6$, $p = 57'2'',7$, па се за његов прави пречник добива $R = 0,2722 R_0$, $R = 3\,476$ км. За прави пречник Сунца добива се износ од $1\,391\,00$ км. За планете податке даје доња таблица.

Таблица 11.

П Л А Н Е Т А	Пречник	Запремина	Период обртања		Број сателита
Меркур	0,40	0,07	88 ^d		—
Венера	0,99	0,97	?		—
Земља	1,00	1,00	23 ^h	56 ^m	1
Марс	0,54	0,15	24	37	2
Јупитер	11,26	1345	9	14	12
Сатурн	9,45	760	10	14	10
Уран	4,19	69	10	49	5
Нептун	0,39	58	15	36	2

45. Годишња паралакса звезда и њен утицај на еклиптичке и екваторске координате. — Претпоставићемо са довољном тачношћу

за извођења у овом параграфу да је Земљина путања кружна. Ако полупречник њене путање није занемарљиво мали према хелиоцентричној даљини χ звезде, онда се њен геоцентрични и хелиоцентрични правац не поклапају, већ заклапају међу собом неки мали угао π . То је у исто време и угао између њеног геоцентричног положаја Σ' и хелиоцентричног положаја Σ (сл. 54.). Ако са T обележимо угао између геоцентричних положаја Сунца и звезде, онда је из троугла $S \Sigma G$:



Сл. 54. Паралактички угао звезде

$$\sin \pi = \frac{a}{r} \sin G, \quad (252)$$

или са обзиром на мајушност угла π .

$$\pi = \frac{a}{r \sin 1''} \sin G. \quad (253)$$

Константни коефицијент

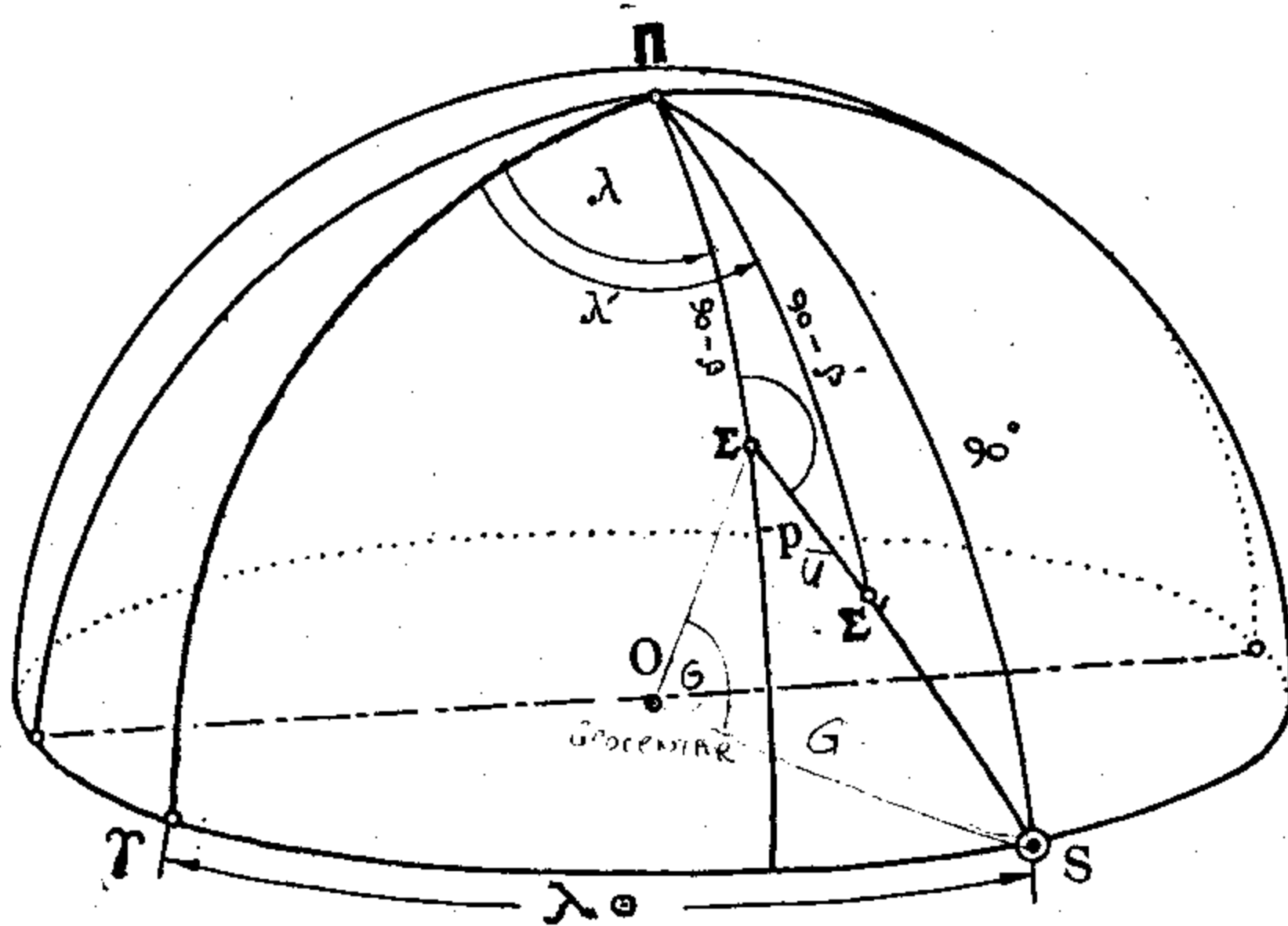
$$\boxed{\pi' = \frac{a}{r \sin 1''}} \quad (254)$$

назива се годишња паралакса звезде, па се зато може рећи да је угао између геоцентричног и хелиоцентричног положаја звезде једнак годишњој паралакси њеној помноженој синусом угла између геоцентричних правца Сунца и звезде:

$$\pi = \pi' \sin T. \quad (255)$$

Осим тога, геоцентрични положај звезде налази се у близини њеног

хелиоцентричног положаја, и то померен ка Сунцу на луку великог круга коју пролази кроз оба положаја звезде и Сунчево средиште.



Сл. 55. Утицај годишње паралаксе на еклиптичке координате

Утицаји годишње паралаксе звезде на њене еклиптичке координате $\lambda' - \lambda$ и $\beta' - \beta$ лако се могу добити ако се учртају оба положаја звезде и положај Сунца у еклиптички координатни систем (сл. 55.). Обележимо, упрошћења ради, са Σ угао у троуглу $\Pi \Sigma \Sigma'$ код истоименог темена, а лук ΣS са G , пошто је бројно једнак угулу G са претходне слике.

Из троугла $\Pi \Sigma \Sigma'$ тада је

$$\sin (\lambda' - \lambda) \sin (90^\circ - \beta') = \sin \pi \sin \Sigma.$$

Заменимо ли под синусом β' са β , што ће занемарљиво смањити тачност нашег израза, и сетимо ли се да су углови $\lambda' - \lambda$ и π веома мали, последњи израз ће постати

$$(\lambda' - \lambda) \cos \beta = \pi' \sin G \sin \Sigma.$$

Из троугла $\Pi \Sigma S$ је

$$\sin G \sin \Sigma = \sin 90^\circ \sin (\lambda_{\odot} - \lambda) = \sin (\lambda_{\odot} - \lambda).$$

Зато је утицај годишње паралаксе на лонгитуду

$$\lambda' - \lambda = \pi' \sin (\lambda_{\odot} - \lambda) \sec \beta.$$

(256)

Даље је из троугла

$$\sin \pi \cos \Sigma = \sin \beta' \cos \beta - \cos \beta' \sin \beta \cos (\lambda' - \lambda).$$

С обзиром да је $\lambda' - \lambda$ веома мали угао, његов је косинус близак јединици, па се без уштрба у тачности може написати

$$\sin \pi \cos \Sigma = \sin (\beta' - \beta)$$

или

$$\beta' - \beta = \pi \cos \Sigma = \pi' \sin G \cos \Sigma.$$

Међутим је из троугла $\Pi \Sigma S$

$$\begin{aligned} \sin G \cos \Sigma &= \cos 90^\circ \sin (90^\circ - \beta) - \sin 90^\circ \cos (90^\circ - \beta) \cdot \cos (\lambda_\odot - \lambda) = \\ &= -\sin \beta \cos (\lambda_\odot - \lambda), \end{aligned}$$

па је утицај годишње паралаксе на латитуду

$$\boxed{\beta' - \beta = -\pi' \cos (\lambda_\odot - \lambda) \sin \beta.} \quad (257)$$

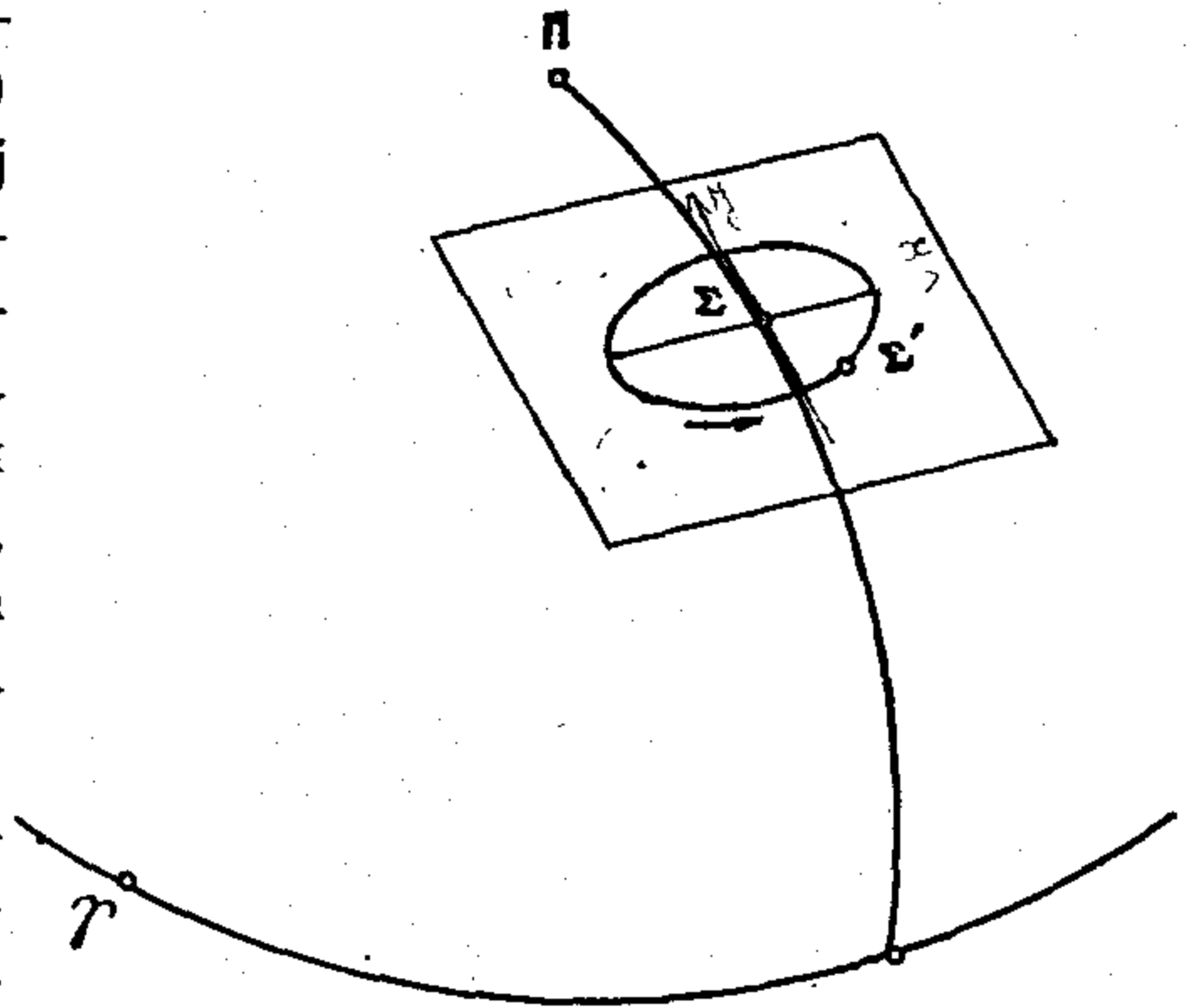
Када се звезда налази у конјукцији са Сунцем ($\lambda = \lambda_0$) или у опозицији са Сунцем ($\lambda = 180^\circ + \lambda_0$), изрази (256) и (257) показују да је утицај годишње паралаксе на лонгитуду једнак нули, а на латитуду максималан. У тренуцима квадратуре звезде са Сунцем ($\lambda = 90^\circ + \lambda_\odot$ и $\lambda = 270^\circ + \lambda_\odot$), утицај годишње паралаксе на латитуду звезде је нула, а на лонгитуду максималан.

Но ако желимо још ближе да видимо како ће се у току године мењати геоцентрични положај звезде према непроменљивом њеном хелиоцентричном положају, узмимо тангентну раван на небеској сфери у тачки Σ (сл. 56.), с Декартовим координатним системом чији се почетак налази у тој тачки, чија је у осовина тангента на кругу латитуде у тачки Σ , а x осовина управна на њој. Тада ће, с обзиром на изразе (256) и (257) бити

$$x = (\lambda' - \lambda) \cos \beta = \pi' \sin (\lambda_\odot - \lambda),$$

$$y = \beta' - \beta = -\pi' \cos (\lambda_\odot - \lambda) \sin \beta.$$

Да бисмо добили путању тачке Σ' у односу на тачку Σ , треба из горње параметарске једначине те путање да елиминишемо време



Сл. 56. Геометријско место геоцентричних положаја звезде према хелиоцентричном у току године

које се крије у параметру λ_{\odot} . То ћемо постићи ако горње једначине напишемо у облику

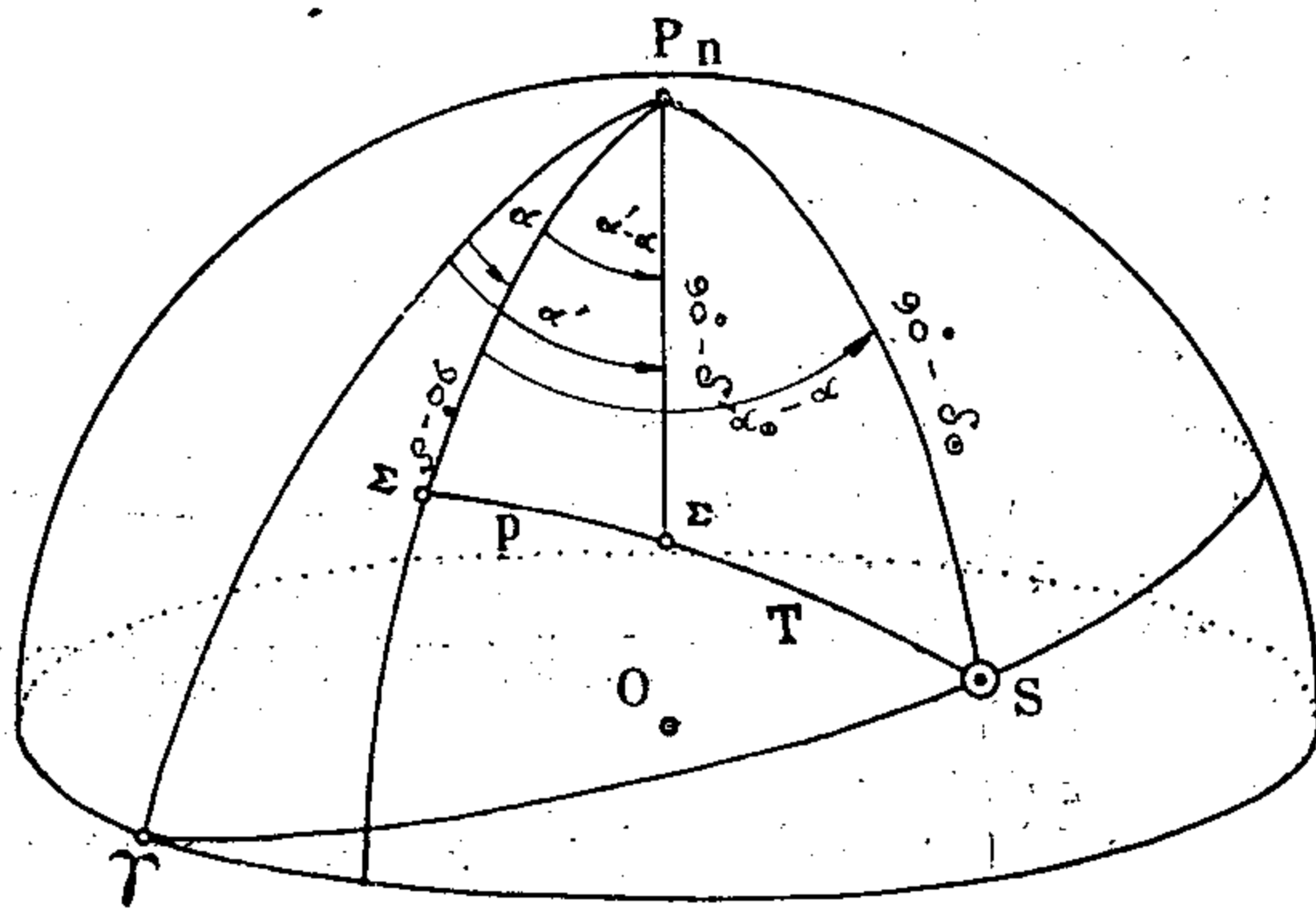
$$\frac{x}{\pi} = \sin (\lambda_{\odot} - \lambda) \quad \text{и} \quad \frac{y}{\pi \sin \beta} = -\cos (\lambda_{\odot} - \lambda),$$

па их дигнемо на квадрат и саберемо:

$$\boxed{\frac{x^2}{\pi^2} + \frac{y^2}{(\pi \sin \beta)^2} = 1.} \quad (258)$$

Ова једначина је једначина елипсе. Значи да геоцентрични положај звезде у току године описује око њеног хелиоцентричног положаја малу елипсу чија је велика полуоса π' а мала $\pi' \sin \beta$. Уколико звезда има већу латитуду β елипса има све мању ексцентричност и за звезду у полу еклиптике прелази у круг, док за звезду на еклиптици дегенерише у одсечак праве, своју велику осу $2\pi'$.

Паралактичке елипсе звезда представљају пројекцију Земљине путање око Сунца на небеску сферу и на тај начин значајан екзактни доказ у прилог хелиоцентричном систему света.



Сл. 57. Утицај годишње паралаксе на небеске екваторске координате

Међутим, од много већег је практичног значаја наћи утицај годишње паралаксе на небеске екваторске координате $\alpha' - \alpha$ и $\delta' - \delta$. Из троугла $P_n \Sigma S'$ (сл. 57.) је

$$\sin (\alpha' - \alpha) \sin (90^\circ - \delta') = \sin \pi \sin \Sigma.$$

Под синусом можемо без уштрба у тачности ставити $\delta' = \delta$, а синусе веома малих углова $\alpha' - \alpha$ и π заменити самим угловима, па ћемо место горње једначине добити

$$(\alpha' - \alpha) \cos \delta = \pi \sin \Sigma = \pi' \sin T \sin \Sigma$$

Међутим, је из троугла $P_n \Sigma S$

$$\sin G \sin \Sigma = \cos \delta \sin (\alpha_{\odot} - \alpha),$$

па је утицај годишње паралаксе на ректрасцензију звезде

$$\boxed{\alpha' - \alpha = \pi' \sin (\alpha_{\odot} - \alpha) \cos \delta_{\odot} \sec \delta.} \quad (259)$$

Даље је из троугла $P_n \Sigma \Sigma'$

$$\sin \pi \cos \Sigma = \sin \delta' \cos \delta - \cos \delta' \sin \delta \cos (\alpha' - \alpha).$$

Зато што се α' веома мало разликује од α , гос $(\alpha' - \alpha) \approx 1$, па без уштрба у тачности можемо ставити

$$\sin \pi \cos \Sigma = \pi \sin (\delta' - \delta),$$

а због мајушности углова π и $\delta' - \delta$

$$\delta' - \delta = \pi \cos \Sigma = \pi' \sin T \cos \Sigma.$$

Међутим је из троугла $P_n \Sigma S$

$$\sin T \cos \Sigma = \cos (90^\circ - \delta_{\odot}) \sin (90^\circ - \delta) - \sin (90^\circ - \delta_{\odot}) \cdot \cos (90^\circ - \delta)$$

или

$$\sin T \cos \Sigma = \sin \delta_{\odot} \cos \delta - \cos \delta_{\odot} \sin \delta \cos (\alpha_{\odot} - \alpha),$$

па је утицај годишње паралаксе на деклинацију дат изразом

$$\boxed{\delta' - \delta = \pi' [\sin \delta_{\odot} \cos \delta - \cos \delta_{\odot} \sin \delta \cos (\alpha_{\odot} - \alpha)].} \quad (260)$$

За оне звезде које имају одређену паралаксу π' астрономски годишњаци дају хелиоцентричне координате α и δ . Помоћу израза (259) и (260) лако можемо извршити прелаз са хелиоцентричних екваторских координата на геоцентричне и обрнуто, јер се с десне стране увек може ставити место α , δ исто тако и α' , δ' због врло мале разлике између α и α' , као и између δ и δ' .

46. Одређивање звезданих даљина тригонометријском методом. — Као што се и израза (256), (257), (259) и (260) у претходном параграфу види, прелаз са хелиоцентричних на геоцентричне координате звезда или обрнут прелаз можемо вршити само ако познајемо годишњу паралаксу звезде π' . Израз (254) показује да тада можемо израчунати и њену даљину.

Још у почетку ваља рећи да се, као што приказује и сл. 54, годишња паралакса π' може одредити само за оне звезде чији је угао π' већи од границе тачности наших инструмената, тј. за оне чије даљине Δ нису сувише велике према полупречнику a Земљине путање. У том случају изрази (259) и (260), краће написани

$$\alpha' - \alpha = \pi' \cdot a \quad \text{и} \quad \delta' - \delta = \pi' \cdot b,$$

где су a и b познате константе, даваће коначне вредности изнад границе грешака мерења. Ако измеримо геоцентричне координате α' , δ' звезде из два довољно удаљена Земљине положаја на њеној путањи, са крајева довољно дуге основице, онда ћемо добити два пара једначина горњег типа у чијим се разликама елиминишу непознате хелиоцентричне координате звезде α , δ . За годишњу паралаксу добијамо тада изразе

$$\pi' = \frac{\alpha'_1 - \alpha'_2}{a_1 - a_2} \quad \text{и} \quad \pi' = \frac{\delta'_1 - \delta'_2}{b_1 - b_2}, \quad (261)$$

који се међу собом проверавају. У пракси се посматрања врше са разних делова Земљине путање, тј. у разна доба године, па се годишња паралакса одређује методом најмањих квадрата. Тачност овако одређених звезданих паралакса углавном не прелази $0''.01$.

Са познатом годишњом паралаксом даљину звезде можемо добити из израза

$$\Delta = \frac{a}{\pi' \sin 1''}. \quad (262)$$

Изражена у километрима, ова даљина би дала сувише велики број неподесан за практичну употребу. Ако га рачунамо из израза

$$\Delta = \frac{1}{\pi' \sin 1''}, \quad (263)$$

добивамо га израженог у астрономским јединицама. Но због врло великих звезданих даљина и овако добивени бројеви још увек су врло неподесни за даља рачунања. Зато се за изражавање овако великих даљина прибегло једној још већој јединици, а то је светлосна година или дужина коју светлост превали у једној тропској години. Она је једнака $9,5 \cdot 10^{12}$ км. У новије време њу истискује још већа јединица — парсек или даљина звезде чија је паралакса једнака $1''$. С обзиром на последњи израз, који се може још написати и у облику

$$\Delta = \frac{206265}{\pi'}, \quad (264)$$

парсек је дужина 206 265 пута већа од астрономске јединице или $3,1 \cdot 10^{13}$ км. Даљина звезде у парсецима добија се ако се рачуна из простог израза

$$\Delta = \frac{206265}{\pi'}. \quad (265)$$

Открити паралактичка померања звезда мерењем значило је све до тридесетих година прошлог века пружити пресудан доказ за

Коперников хелиоцентрични систем, у смислу реченог у претходној тачки, а затим и основу за упознавање грађе Звезданог система. Зато су се овим проблемом бавили многи велики астрономи. Скоро једновремено је пошло за руком трима великим астрономима да измере годишњу паралаксу звезда. То су *Хендерсон*, на Рту Добре Наде 1832., који је за звезду α Centauri добио паралаксу од 1'', *Бесел* у Кенигсбергу 1838., који је за звезду 61 Cygni добио паралаксу од 0'',35 и *В. Струве* у Пулкову 1838., који је за звезду α Lyrae добио паралаксу од 0'',26, вредности које се мало разликују од каснијих, тачније утврђених. Због веома великих даљина звезда, одређивање овако мајушних углова, као што су годишње паралаксе, са довољном тачношћу и данас представља тежак проблем за практичну астрономију. Горе описаном, тз. *тригонометријском методом*, која је и најтачнија, одређене су до данас годишње паралаксе само за близу 10 000 звезда (Каталог *Ценкинсове* са Јел опсерваторије у САД). За удаљеније звезде годишње паралаксе се одређују другим, мање тачним, астрофизичким и статистичким методама, које у недостатку прецизнијих дају бар приближну слику о распореду звезда у Звезданом систему.

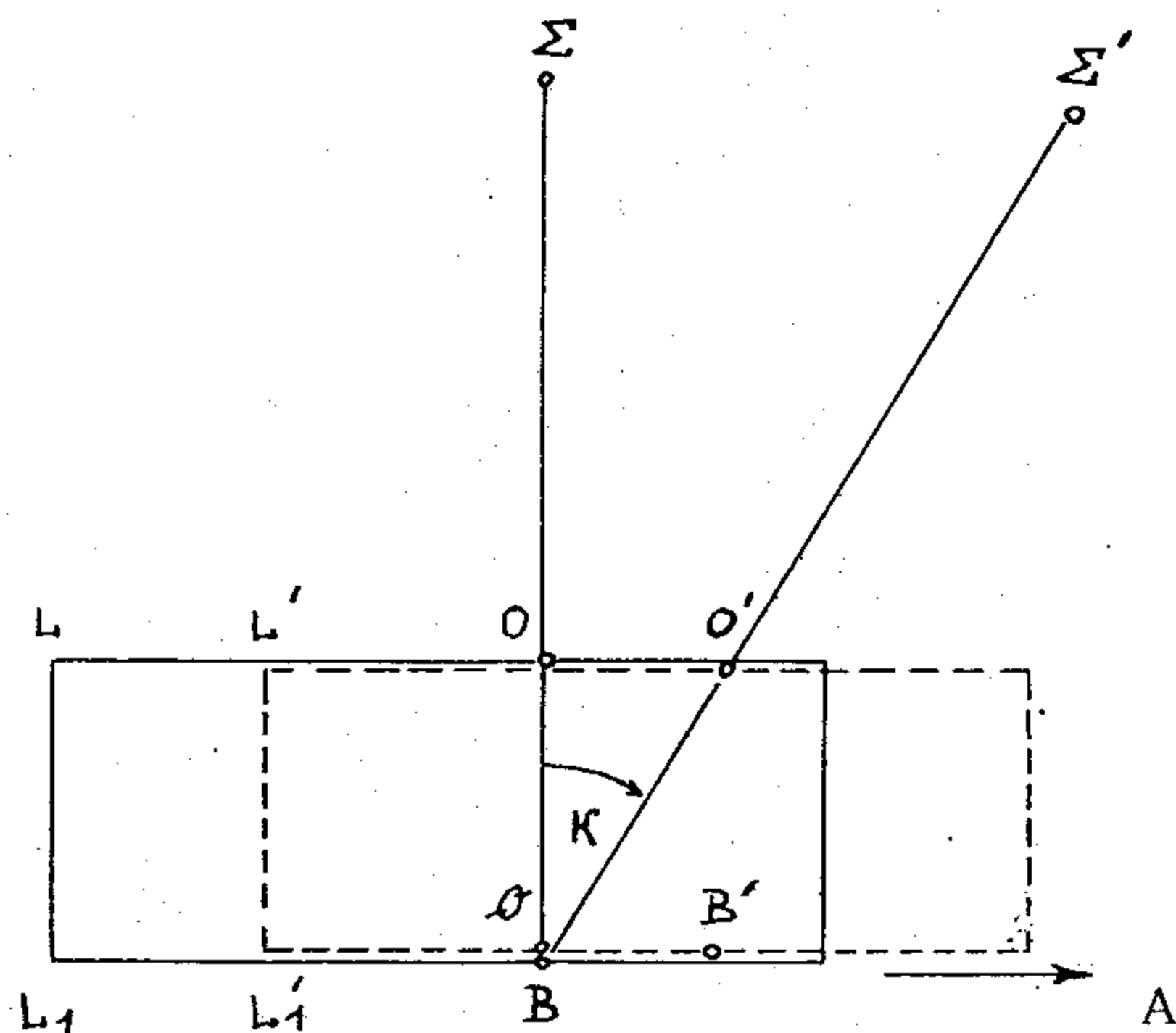
У доњој табели дате су годишње паралаксе и даљине за неколико Сунцу и Земљи најближих звезда.

Таблица 12.

Звезда	π'	Δ		Звезда	π'	Δ	
		у св. год.	у парс.			у св. год.	у парс.
α Centauri A	0'',760	4,3	1,3	ϵ Indi	0'',285	11,4	3,5
α Canis Mai A	0,375	8,7	2,7	τ Ceti	0,275	11,8	3,6
ϵ Eridani	0,303	10,8	3,3	θ Eridani	0,200	16,3	5,0
61 Cygni A	0,293	11,1	3,4	70 Ophiuchi	0,199	16,4	5,0
α Canis Min A	0,288	11,3	3,5	α Aquilae	0,198	16,5	5,1

(47) **Аберација светлости.** — Појаву аберације светлости открио је 1725. г. енглески љубитељ астрономије *Бредли*, каснији директор Гриничке опсерваторије, у потери за откривањем паралаксе звезда. Мерећи зенитне даљине звезде у Драконис својим зенитским сектором, који се и данас чува у музеју Гриничке опсерваторије, открио је он промене у њеној деклинацији које су достигале и $\pm 20''$. Међутим, померања звезде увек су се догађала ка једној тачки на еклиптици чија је лонгитуда за 90° мања од Сунчеве, а не ка Сунцу,

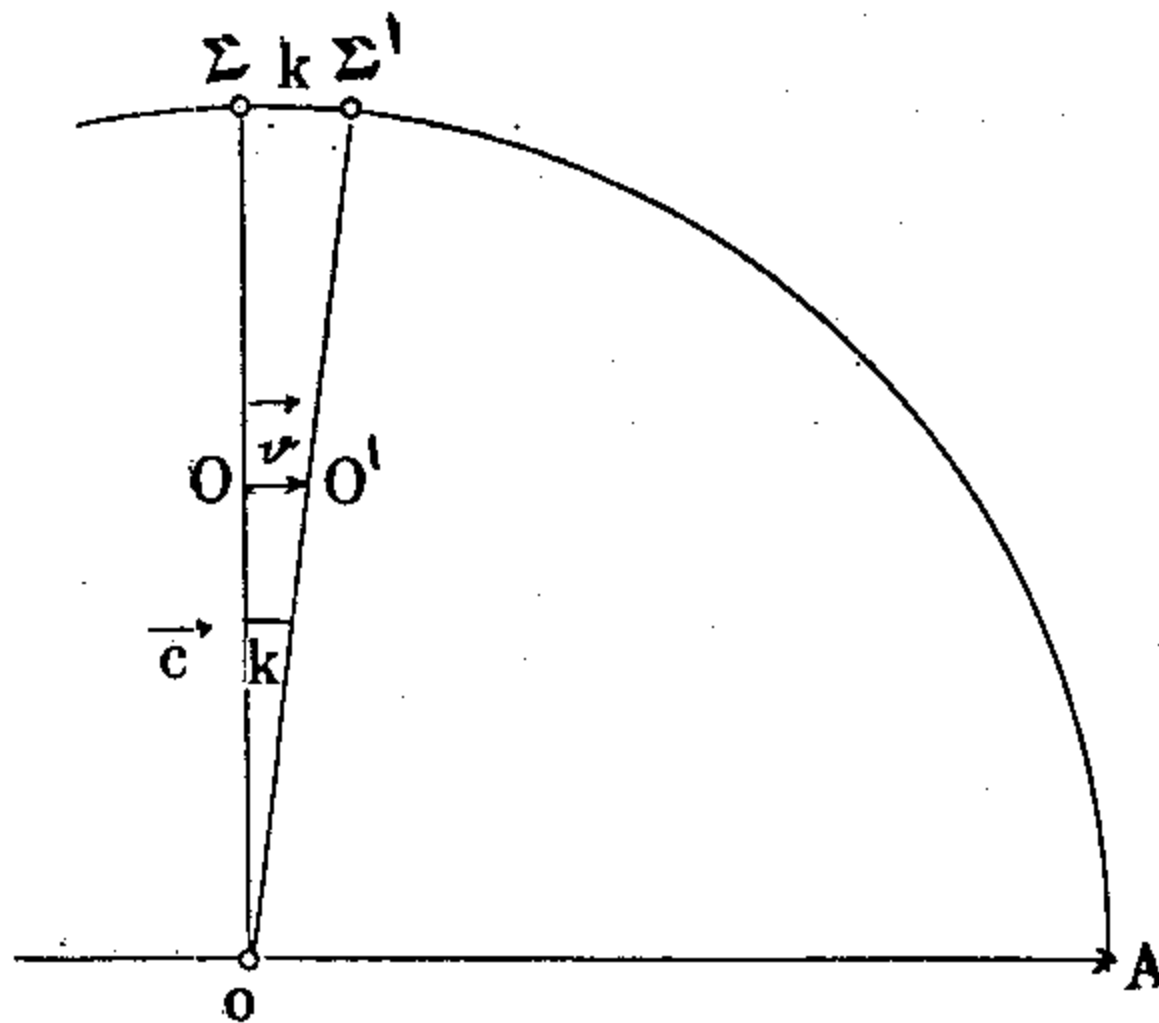
као што би било да је у питању појава годишње паралаксе. После три године *Бредли* је одгонетнуо појаву и објавио не само откриће аберације светлости но и њено објашњење.



Сл. 58. Објашњење појаве аберације светлости једном механичком аналогијом

Ради лакшег тумачења суштине појаве послужимо се аналогијом и замислимо железнички вагон (правоугаоник извучен непрекидно на сл. 58.) и стрелца у тачки Σ који гађа вагон из пушке у правцу ΣO управном на правац A кретања вагона. Ако би вагон стајао непомично, зрно би пробило први зид вагона у тачки O , а други у тачки B наспрам тачке O . Обе тачке биле би подједнако удаљене од левог зида LL_1 вагона. Међутим, док се зрно креће кроз вагон $LL' = L_1L'_1$ и дође у нови положај (правоугаоник извучен испрекидно на сл. 58.). Тачка O померила се у положај O' ($OO' = LL'$). Тачка B , у коју је требало да стигне зрно, померила се за исти износ као и цео вагон и дошла у свој нови положај B' ($BB' = L_1L'_1$). Наспрам старог положаја тачке O сада је дошла нова тачка o коју зрно погађа. Путнику у вагону изгледа привидно да је зрно дошло путањом $O'o$, пошто се отвор на првом зиду налази у O' , а на другом у o , као да се стрелац налази у тачки Σ' , а не у тачки Σ . Привидни правац $O'o$ заклапа с правим правцем Oo угао k .

Ако место првог положаја вагона замислимо астрономски дурбин, а место стрелца *прави положај* звезде Σ , када би Земља била непомична или се кретала у правцу светлосног зрака који нам долази са звезде, овај последњи би погађао објектив у тачки O и доспевао у жижину раван објектива, у тачку B . Међутим, како се Земља креће у правцу неке тачке A на небеској сфери, која се зове *апекс* Земљиног кретања, и како *брзина* њена није занемарљиво мала према брзини светлости, то ће се док светлост пређе пут OB , тачка B померити, а на место где се образује лик звезде подићи нека суседна тачка o жижне равни. Звездин лик неће се образовати у пресеку крста конаца, већ мало изван њега. Биће потребно да нагнемо дурбин за мали угао k (сл. 59) из правог у *привидни правац*, па да се лик звезде поново нађе у пресеку крста конаца. Нови положај звезде зове се *привидни положај*, угао k *аберацијски угао*. У случају

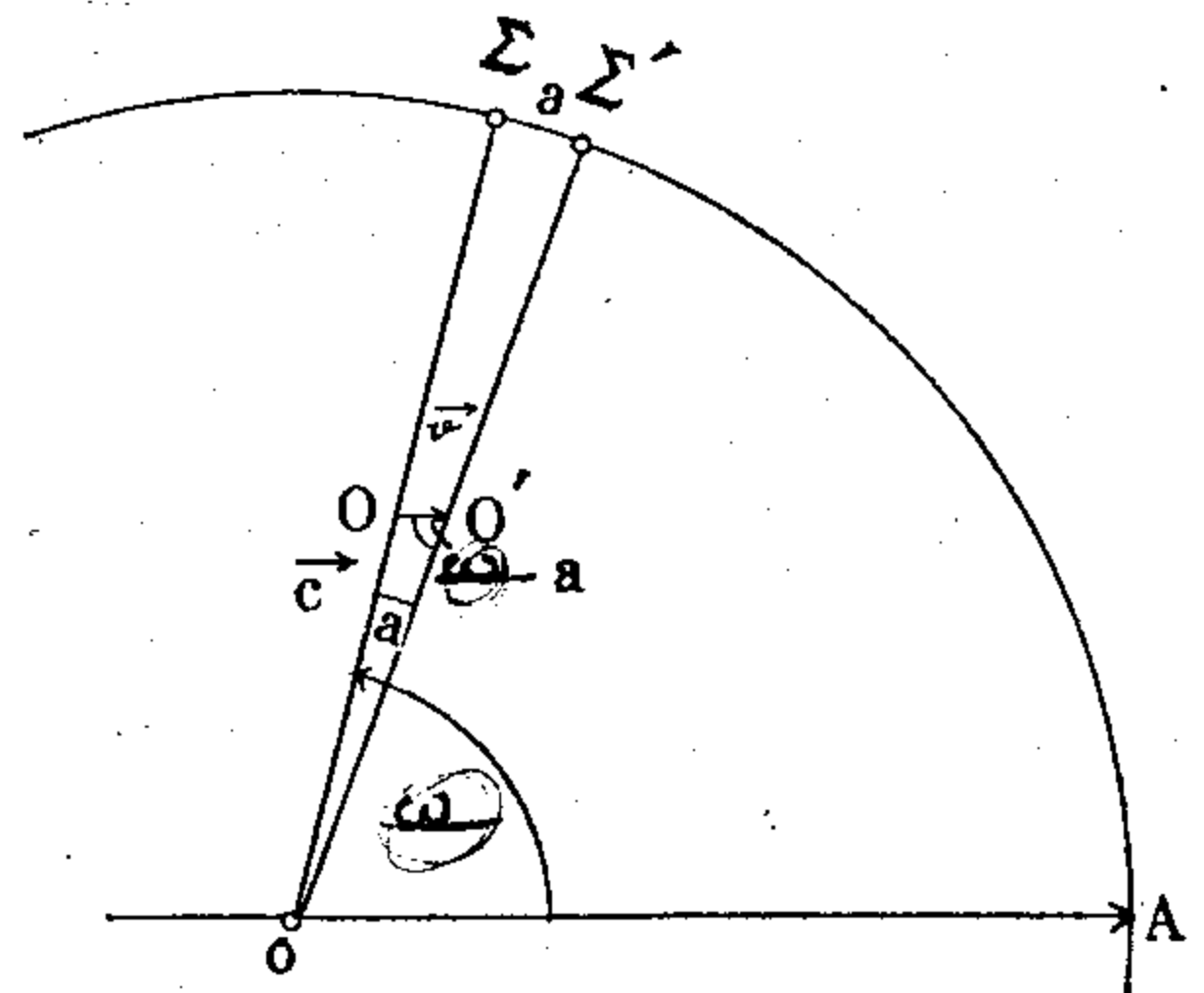


Сл. 59. Скретање визуре с правог на привидни правац услед аберације светлости (специјалан случај)

лика звезде поново нађе у пресеку крста конаца. Нови положај звезде зове се *привидни положај*, угао k *аберацијски угао*. У случају

када је правац Земљина кретања управан на правцу светлосног зрака ово је скретање највеће и назива се *константа аберације*.

Ако обележимо са c интензитет брзине светлости, а са v интензитет брзине Земљина кретања, онда је из троугла $OO's$ са сл. 59. очигледно



Сл. 60. Скретање визуре с правог на привидан правац услед аберације светлости (општи случај)

$$\operatorname{tg} k = \frac{v}{c} \quad \text{или} \quad k = \frac{v}{c \sin 1''}, \quad (266)$$

тј. константа аберације (у радијанима) једнака је односу брзине Земљина кретања према брзини светлости.

У општем случају, када прави правац ΣO заклапа произвољан угао ω с правцем Земљина кретања OA (сл. 60.), обележимо аберацијски угао са a . Из троугла $OO'a$ биће тада

$$\sin a = \frac{v}{c} \sin (\omega - a)$$

или, због мајушности угла a ,

$$a = \frac{v}{c \sin 1''} \sin \omega = k \sin \omega. \quad (267)$$

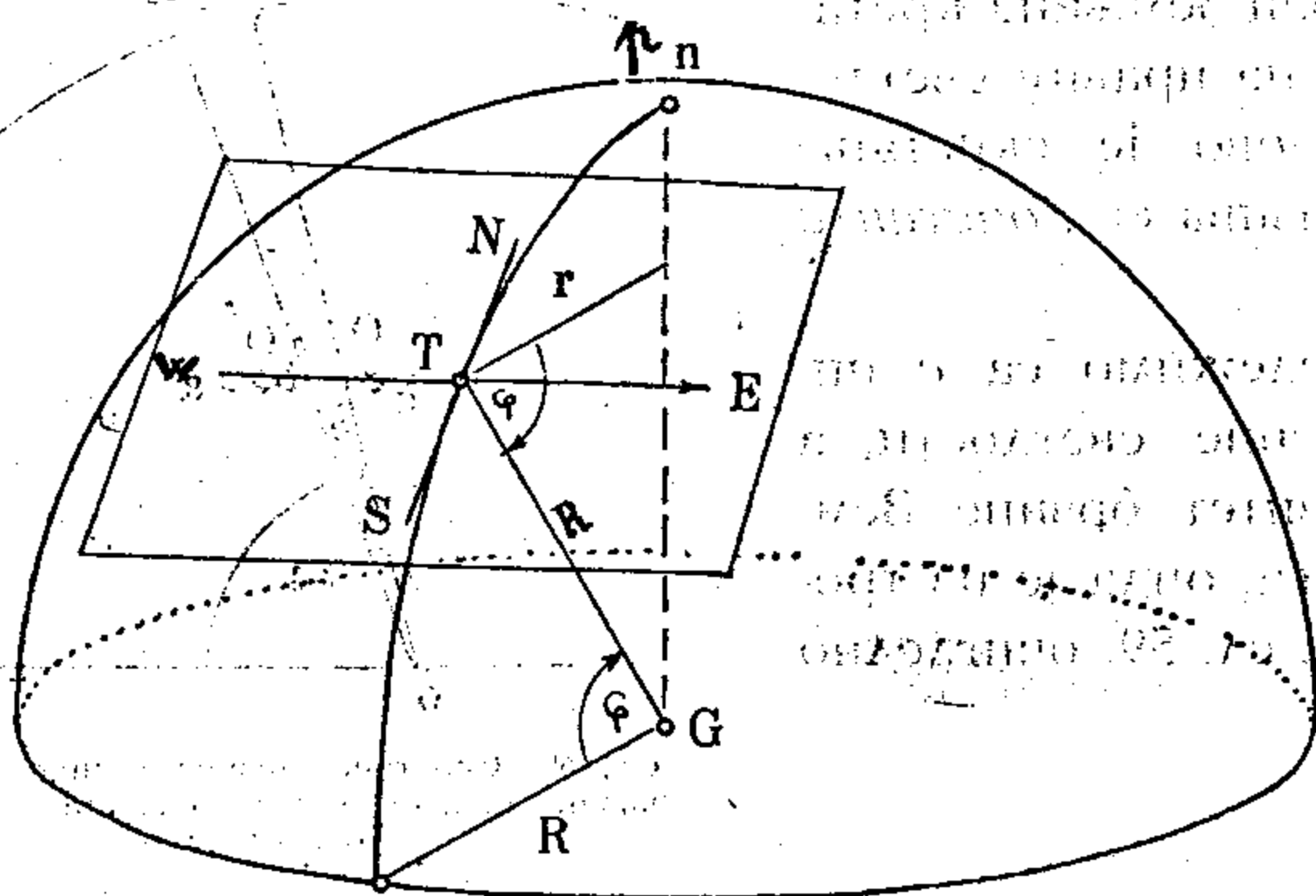
Попочија

Привидни положај звезде померен је услед аберације од правог по луку великог круга ка апексу Земљина кретања за угао једнак производу константе аберације и синуса угла који прави правац ка звезди заклапа с правцем Земљина кретања.

Према напред реченом, свако Земљино кретање изазива по једну аберацију, тј. по једно угловно одступање звезде од њеног правог положаја. Ми ћемо се овде упознати са двема највећим аберацијама, о којима се зато најчешће води рачуна у пракси, а то су: дневна аберација, која настаје услед Земљина обртног дневног кретања и годишња аберација, која настаје услед Земљина годишњег транслаторног кретања око Сунца.

За праксу је најважније знати одредити утицаје ових аберација на координате звезда, о чему ће бити говора у наредним двема тачкама. Но да би се то могло, најпре треба одредити константу, дневне аберације и апекс Земљиног обртног кретања, одн. константу годишње аберације и апекс Земљиног кретања око Сунца.

Напоменимо одмах да сваки паралел на Земљи има другу линијску брзину обртања, па и другу константу дневне аберације, но све се оне могу свести на једну стандардну која одговара тачки на екватору.



Сл. 61. Константа дневне аберације и апекс Земљиног обртног кретања

Да бисмо нашли константу дневне аберације за произвољну тачку M на Земљи (сл. 61.), апроксимирајмо Земљу лоптом и уочимо у посматрачкој страници T раван хоризонта и у њој подневачку линију NS и праву управну на њој EW . Нека је географска ширина тачке T , ϕ , полупречник Земљин R и полупречник паралела тачке T , r . Линијска брзина тачке на екватору је тада

$$v = \frac{2 \pi R}{T}, \quad (268)$$

где је T звездани дан, а брзина тачке T

$$v_{\varphi} = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi R}{T} \cos \varphi,$$

јер је $r = R \cos \varphi$. Другим речима је

$$v_{\varphi} = v \cos \varphi. \quad (269)$$

Константа дневне аберације је за тачку на екватору тада, према општој дефиницији,

$$k' = \frac{2\pi R}{T \cdot c \sin 1''},$$

а за произвољну тачку T

$$k_{\varphi} = k' \cos \varphi.$$

Сменимо ли величине у овим изразима њиховим усвојеним бројним вредностима, добивамо за константу дневне аберације за тачку на екватору

$$k' = 0'',32 = 0s,020$$

а за произвољну тачку на Земљи

$$k_{\varphi} = 0'',32 \cos \varphi = 0s,021 \cos \varphi.$$

Правац обртног кретања Земљиног за тачку T је правац тангенте WE на њеном паралелу, а смер је ка тачки E у којој она пробија небеску сферу. Према томе, апекс Земљина дневног обртног кретања је у сваком тренутку и за свако место на Земљи источна тачка хоризонта за тај тренутак и то место.

Према томе, привидни положај звезде Σ' биће од правог положаја њеног Σ привидно померен услед дневне аберације ка источној тачки за мали угао

$$\angle \Sigma \Sigma' = 0'',32 \cos \varphi \sin \omega. \quad (270)$$

Ако даље, са довољном за општу астрономију тачности, замислимо да је Земљина путања кружна, њена трансдаторна брзина на тој путањи биће

$$v = \frac{2\pi r}{S},$$

где је r полупречник путање, а S сидеричка година или време обиласка путање. Међутим, из израза (234) и (237) у параграфу 43 знамо да је

$$r = \frac{R \sin 1''}{p_{\odot} \sin 1''}$$

где је R Земљин полупречник, па је Земљина брзина на путањи око Сунца

$$v = \frac{2 \pi R}{S p_{\odot} \sin 1''},$$

а константа годишње аберације, по општој дефиницији,

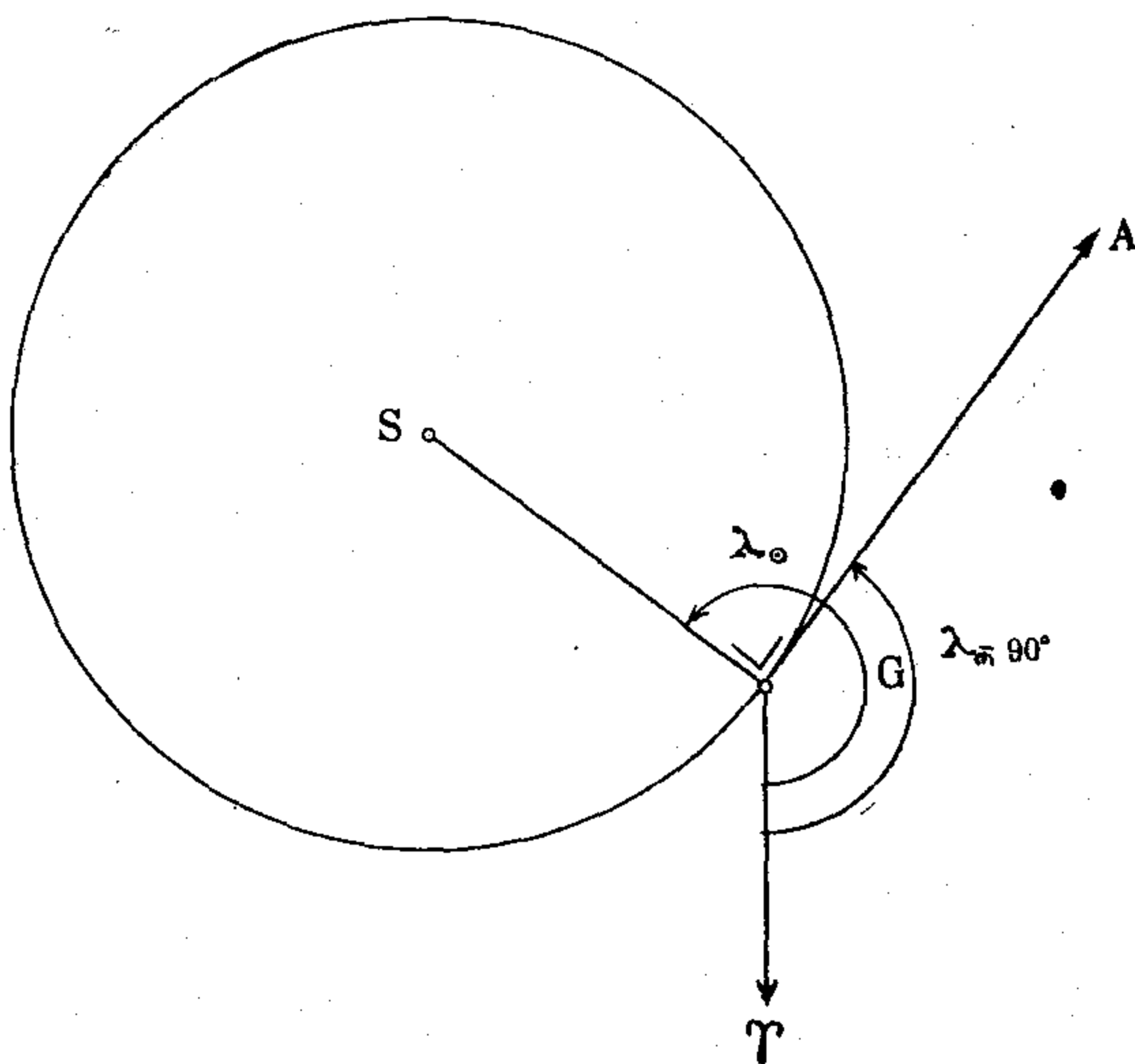
$$k = \frac{2 \pi R}{S \cdot c \cdot p_{\odot} \sin^2 1''}.$$

Сменимо ли величине у овом изразу њиховим бројним вредностима, добивамо за константу годишње аберације износ од око $20'',5$.

Из великог броја одређивања њених разним методама Међународна конференција за фундаменталне астрономске константе у Паризу 1896. г. усвојила је за константу годишње аберације вредност

$$k = 20'',47,$$

која се доскора користила. Из новијих одређивања међутим, излази да је ближа истини нешто већа вредност, па се последњих година захтева ревизија ове основне астрономске константе. *Б. Шеварлић*

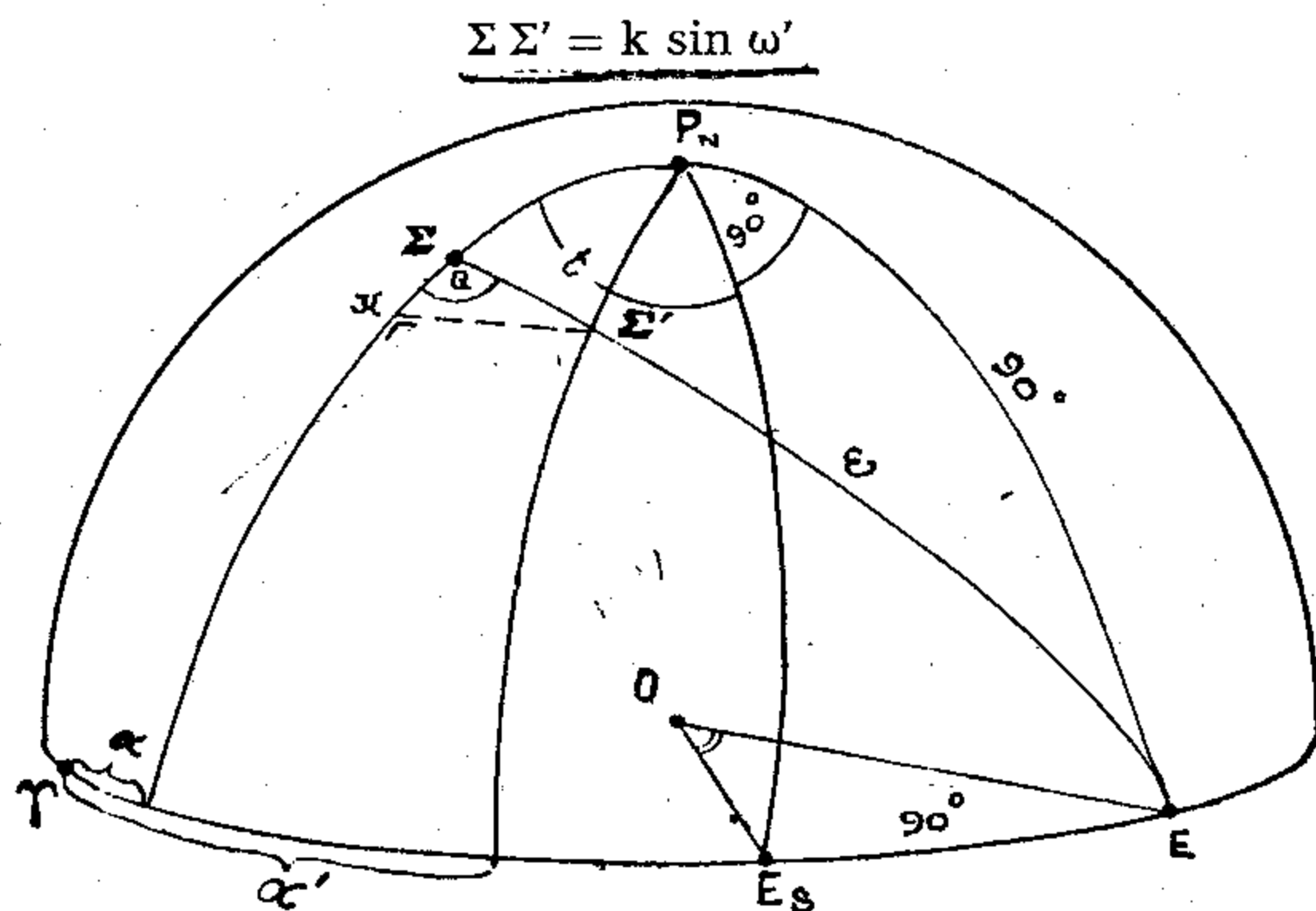


Сл. 62. Апекс Земљина годишњег кретања око Сунца

је из одређивања од 1949—1957. г. на Астрономској опсерваторији у Београду извео вредност $k=20'',52$, која се врло добро слаже са вредношћу коју је из милион Талкотових парова посматраних у Међу-

народној служби промена географских ширина за последњих 50 година извео П. Мелкиор. На конгесу Међународне астрономске уније у Хамбургу, 1964. г., усвојена је вредност $k = 20'',496$.

Са сл. 62. се види да је апекс Земљина годишњег кретања око Сунца тачка на еклиптици чија је лонгитуда у сваком тренутку мања за 90° од лонгитуде Сунца. Према томе, привидни положај звезде Σ' биће од правог положаја њеног Σ привидно померен услед годишње аберације по великом кругу ка тачки на еклиптици чија је лонгитуда за 90° мања од Сунчеве за износ



Сл. 63. Утицај дневне аберације на екваторске координате

48. Дневна аберација и њен утицај на екваторске координате. — Ако су (сл. 63.) Σ и Σ' прави и привидни положај звезде а лук $\Sigma \Sigma' = \omega$ и ако из Σ' спустимо сферну нормалу на деклинацијски круг правог положаја, Σ , до тачке К, добијамо мали правоугли троугао $\Sigma \Sigma' К$, који без уштрба у тачности можемо сматрати равним. Утицај дневне аберације $\alpha' - \alpha$ и $\delta' - \delta$ на екваторске координате непосредно добијамо из катета овог троугла:

$$\begin{aligned} \Sigma'К &= (\alpha' - \alpha) \cos \delta = \Sigma \Sigma' \sin Q = k' \cos \varphi \sin \omega \sin Q, \\ \Sigma К &= \delta' - \delta = \Sigma \Sigma' \cos Q = k' \cos \varphi \sin \omega \cos Q. \end{aligned}$$

Непознате вредности $\sin \omega \sin Q$ и $\cos \omega \cos Q$ у овим изразима можемо наћи у функцији координата звезде из троугла $\Sigma P_{\text{Sun}} E$, ако на њ применимо синусну и синусно-косинусну теорему:

$$\begin{aligned} \sin \omega \sin Q &= \sin 90^\circ \sin (90^\circ + t) = \cos t, \\ -\sin \omega \cos Q &= \cos \delta \cos 90^\circ - \sin \delta \sin 90^\circ \cos (90^\circ + t) = \sin \delta \sin t. \end{aligned}$$

Ако нађене вредности сменимо у претходним изразима, за утицај дневне аберације на екваторске координате звезде добијамо изразе

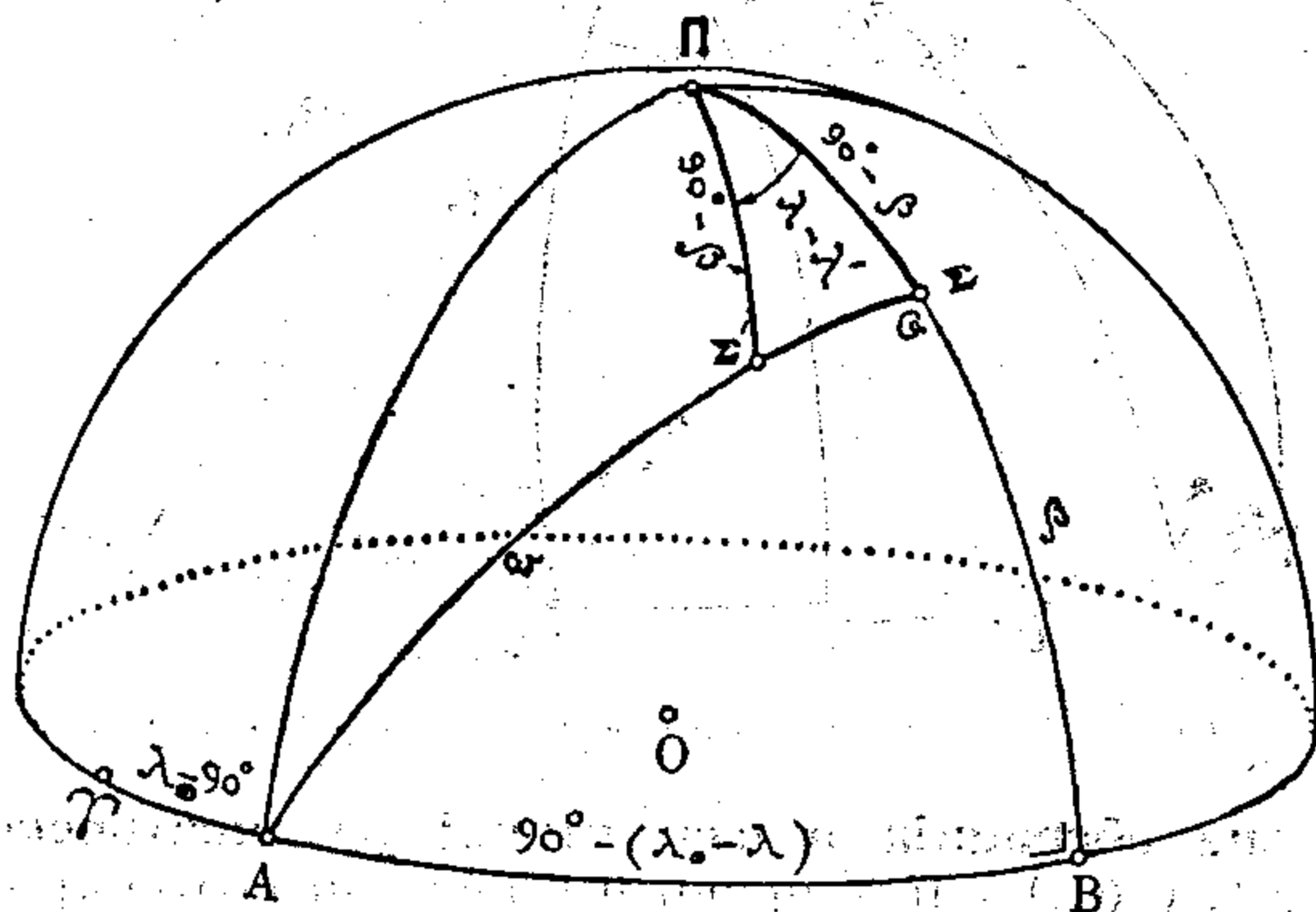
$$\alpha' - \alpha = 0'',32 \cos \varphi \sec \delta \cos t = 0,021 \cos \varphi \sec \delta \cos t, \quad (271)$$

$$\delta' - \delta = 0'',32 \cos \varphi \sin \delta \sin t. \quad (272)$$

Из њих се види да је у меридијану утицај дневне аберације на ректасцензију максималан, а на деклинацију једнак нули, док је за $t=6^h$ обрнуто, утицај дневне аберације на ректасцензију једнак нули, а на деклинацију максималан. Због тога се мерени тренуци пролаза звезда кроз меридијан морају ослобађати утицаја дневне аберације, док се мерене зенитне даљине у меридијану и близу њега не морају ослобађати овог утицаја.

Чим се у поступку тзв. свођења мерења, мерења ослободе утицаја инструментских констаната, личне прешке посматрачеве и рефракције и тако пређе са мерених на привидне координате, одмах се из мерења елиминише и утицај дневне аберације.

49 Утицај годишње аберације на еклиптичке и екваторске координате. — Ако у еклиптичком координатном систему (сл. 64)



Сл. 64. Утицај годишње аберације на еклиптичке координате

уочимо прави и привидни положај Σ и Σ' једне звезде с координатама (λ, β) и (λ', β') и апекс А, утицај годишње аберације на еклиптичке координате $\lambda' - \lambda$ и $\beta' - \beta$ можемо наћи из сферног троугла $P\Sigma\Sigma'$ ако применимо синусну теорему:

$$\sin(\lambda - \lambda') \cos \beta' = \sin \Sigma \Sigma' \sin(180^\circ - Q).$$

С обзиром да су углови $\lambda - \lambda'$ и $\Sigma \Sigma'$ врло мали и да је $\beta' \approx \beta$, а $\Sigma \Sigma' = k \sin \omega$, даље је

$$(\lambda - \lambda') \cos \beta = k \sin \omega \sin Q.$$

Непознату вредност $\sin \omega \sin Q$ можемо наћи из правоуглог сферног троугла А Σ В:

$$\sin \omega \sin Q = \cos(\lambda_\odot - \lambda)$$

и сменити у претходни израз, па добити коначно

$$(\lambda' - \lambda) = -k \cos(\lambda_\odot - \lambda) \sec \beta. \quad (273)$$

И утицај на латитуду β добивамо из иста два троугла. Ако на троугао $\Pi \Sigma \Sigma'$ применимо синусно-косинусну теорему, добивамо:

$$\sin \Sigma \Sigma' \cos (180^\circ - Q) = \sin \beta' \cos \beta - \cos \beta' \sin \beta \cos (\lambda - \lambda')$$

С обзиром да се λ' врло мало разликује од λ , можемо написати без уштрба у тачности

$$\sin \Sigma \Sigma' \cos (180^\circ - Q) = \sin (\beta' - \beta),$$

а како су и углови $\Sigma \Sigma'$ и $\beta' - \beta$ мали, а $\Sigma \Sigma' = k \sin \omega$, то је даље

$$\beta - \beta' = k \sin \omega \cos Q.$$

Непознату вредност $\sin \omega \cos Q$ налазимо из правоуглог сферног троугла $A \Sigma B$:

$$\sin \omega \cos Q = \sin (\lambda_\odot - \lambda) \sin \beta,$$

па је тражени утицај

$$\boxed{\beta' - \beta = -k \sin (\lambda_\odot - \lambda) \sin \beta.} \quad (274)$$

Из израза (273) и (274) се види да је за звезде које се налазе у конјункцији са Сунцем ($\lambda = \lambda_\odot$) или у опозицији са њим ($\lambda = \lambda_\odot + 180^\circ$) утицај годишње аберације на њихове лонгитуде максималан, а на латитуде једнак нули. За звезде које се налазе у квадратурама са Сунцем ($\lambda = \lambda_\odot \pm 90^\circ$) утицај годишње аберације на њихове лонгитуде једнак је нули, а на латитуде је максималан.

Ако уочимо тангентну раван на небеској сфери у правом положају звезде Σ и поставимо Декартов координатни систем тако да му у осовина буде тангента на круг латитуде, а x осовина управна на њој, можемо лако наћи и геометријско место свих привидних положаја звезде у току године у односу на прави положај. При том смо без уштрба у тачности сматрати да се на поприту уочене појаве тангентна раван слива са небеском сфером. У том случају су правоугле координате привидног положаја звезде у односу на прави, очигледно:

$$x = (\lambda - \lambda') \cos \beta, \quad y = \beta - \beta'$$

Међутим, с обзиром на изразе (273) и (274), оне добивају вредности

$$x = k \cos (\lambda_\odot - \lambda); \quad y = k \sin (\lambda_\odot - \lambda) \sin \beta.$$

Да бисмо добили тражено геометријско место, елиминисаћемо време које се крије у параметру λ_\odot , који се мења у току године, решавајући горње једначине по $\cos (\lambda_\odot - \lambda)$ и по $\sin (\lambda_\odot - \lambda)$.

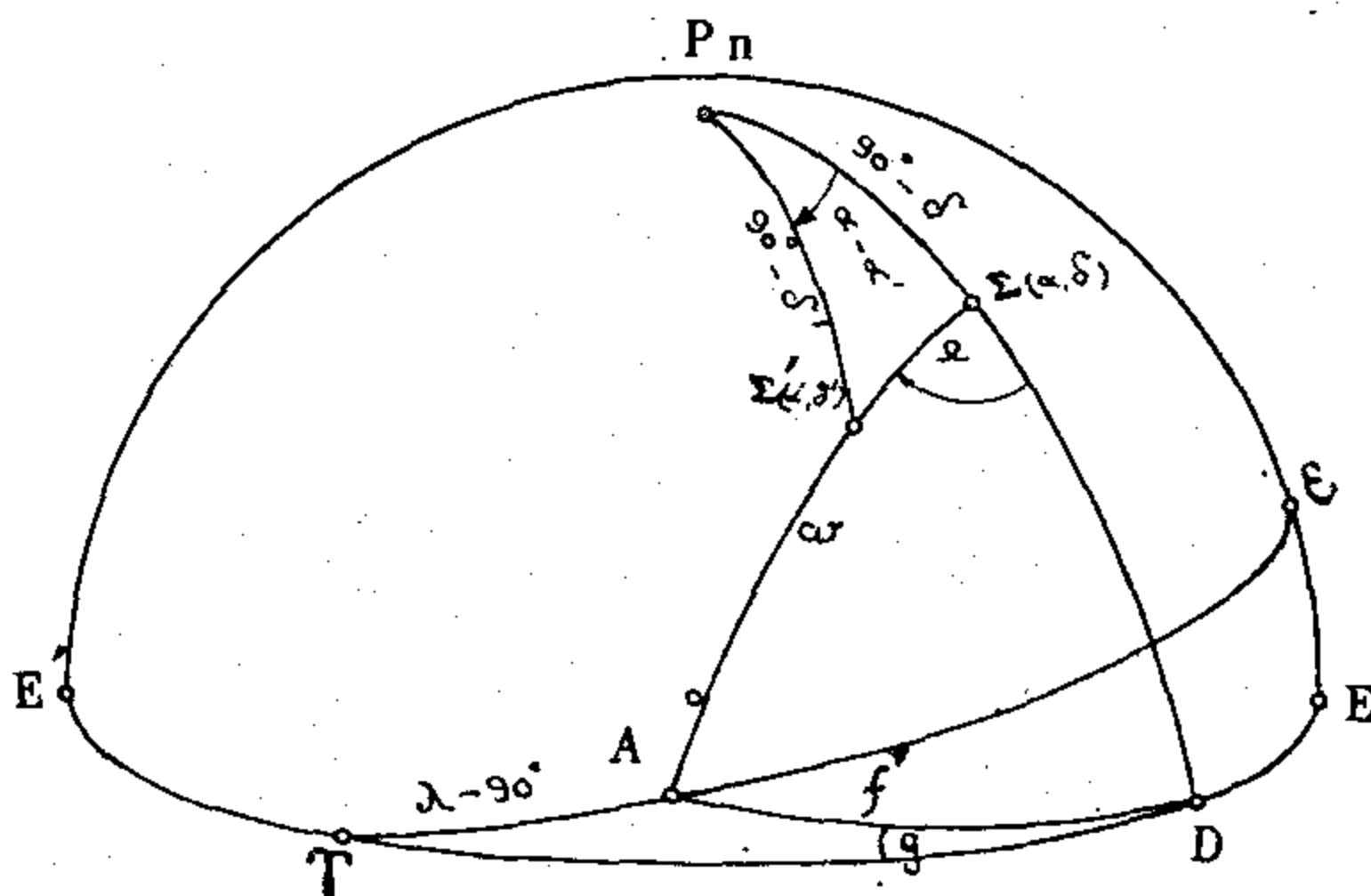
$$\cos (\lambda_\odot - \lambda) = \frac{x}{k}, \quad \sin (\lambda_\odot - \lambda) = \frac{y}{k \sin \beta}.$$

Квадрирамо ли и саберемо ове једначине, за путању привидног положаја звезде око правог добивамо елипсу годишње аберације

$$\frac{x^2}{k^2} + \frac{y^2}{(k \sin \beta)^2} = 1, \quad (275)$$

која није ништа друго до пресликана Земљина путања око Сунца, те служи као други егзактни доказ хелиоцентричног система.

Из једначине (275) се види да се за звезду у полу еклиптике ($\beta=90^\circ$) ова елипса претвара у круг, а за звезде на еклиптици ($\beta=0$) дегенерише у своју велику осовину. За латитуде које расту од 0° — 90° елипса све више смањује ексцентричност док не пређе у круг. Елипса аберације прелази у полу еклиптике у круг зато што је утицај годишње аберације на еклиптичке координате изведен под претпоставком да је Земљина путања око Сунца кружна.



Сл. 65. Утицај годишње аберације на екуаторске координате

Међутим, за употребу у пракси од највећег је интереса утицај годишње аберације на небеске екуаторске координате ($\alpha' - \alpha$) и ($\delta' - \delta$). Њега ћемо наћи из троуглова $P_n \Sigma \Sigma'$, $\Sigma D A$ и $A D \gamma$ сл. 65. Применом синусне теореме на троугао $P_n \Sigma \Sigma'$ добивамо:

$$\sin(\alpha - \alpha') \cos \delta' = \sin \Sigma \Sigma' \sin(180^\circ - \Omega).$$

С обзиром да су углови $\alpha - \alpha'$ и $\Sigma \Sigma'$ врло мали, да је $\delta' \approx \delta$ и да је $\Sigma \Sigma' = k \sin \omega$, можемо горњи израз простије написати без практичног уштрба у тачности:

$$(\alpha - \alpha') \cos \delta = k \sin \omega \sin \Omega. \quad (276)$$

Остаје да се нађе и уврсти непозната вредност $\sin \omega \sin \Omega$.

Из троугла $\Sigma D A$ је

$$\sin \omega \sin \Omega = \sin f \sin(90^\circ - g) = \sin f \cos g. \quad (277)$$

Нову вредност за $\sin \omega \sin \Omega$ наћи ћемо из троугла $A D \gamma$ ако на њ применимо синусно-косинусну теорему:

$$\sin f \cos g = \cos(\lambda_\odot - 90^\circ) \sin \alpha - \sin(\lambda_\odot - 90^\circ) \cos \alpha \cos \epsilon$$

или

$$\sin f \cos g = \sin \lambda_\odot \sin \alpha + \cos \lambda_\odot \cos \alpha \cos \epsilon.$$

Сменимо ли последњи израз у (277), одн. (276), добивамо:

$$\alpha' - \alpha = -k \sec \delta (\sin \lambda_{\odot} \sin \alpha + \cos \lambda_{\odot} \cos \alpha \cos \epsilon). \quad (278)$$

Утицај на деклинацију добићемо ако применимо синусно-косинусну теорему на троугао $P_n \Sigma \Sigma'$:

$$\sin \Sigma \Sigma' \cos (180^\circ - \Omega) = \sin \delta' \cos \delta - \cos \delta' \sin \delta \cos (\alpha - \alpha').$$

С обзиром да је угао $\alpha - \alpha'$ врло мали, можемо даље написати без практичног уштрба у тачности

$$\sin \Sigma \Sigma' \cos (180^\circ - \Omega) = \sin (\delta' - \delta).$$

Како су, даље, углови $\Sigma \Sigma'$ и $\delta' - \delta$ врло мали, а $\Sigma \Sigma' = k \sin \omega$ то се на сличан начин може написати

$$\delta - \delta' = k \sin \omega \cos \Omega. \quad (279)$$

Непознати израз $\sin \omega \cos \Omega$ је из троугла $\Sigma D A$:

$$\sin \omega \cos \Omega = \cos f \sin \delta - \cos \delta \sin f \cos (90^\circ - g)$$

или

$$\sin \omega \cos \Omega = \cos f \sin \delta - \cos \delta \sin f \sin g. \quad (280)$$

Изразе $\cos f$ и $\sin f \sin g$ који су се појавили с десне стране можемо наћи из троугла $A D \gamma$:

$$\cos f = \cos \alpha \cos (\lambda_{\odot} - 90^\circ) + \sin \alpha \sin (\lambda_{\odot} - 90^\circ) \cos \epsilon$$

или

$$\cos f = \cos \alpha \sin \lambda_{\odot} - \sin \alpha \cos \lambda_{\odot} \cos \epsilon \quad (281)$$

и

$$\sin f \sin g = \sin (\lambda_{\odot} - 90^\circ) \sin \epsilon = -\cos \lambda_{\odot} \sin \epsilon. \quad (282)$$

Сменимо ли изразе (281) и (282) у (280), добивамо за тражени утицај годишње аберације на деклинацију израз

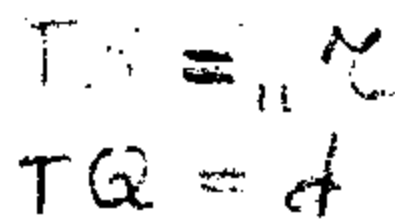
$$\delta' - \delta = -k [\sin \lambda_{\odot} \cos \alpha \sin \delta - \cos \lambda_{\odot} \cos \epsilon (\operatorname{tg} \epsilon \cos \delta - \sin \alpha \sin \delta)] \quad (283)$$

(50). Прецесија — механизам појаве. — То је још једна природна појава услед које небеска тела мењају своје положаје. Овај пут се ради о кретању самог координатног система.

Појаву је открио још *Хипарх*, највећи астроном посматрач старог века. У времену од 141—126. г. пре н. е. одредио је он, мерећи дужине гномонове сенке у доба солстиција, дужину тропске године, а одређујући тренутке Сунчева излаза и залаза са познатим сјајним звездама дужину сидеричке године. Кад је упоредио њихова трајања нашао је да је тропска година за око 20^m краћа и ово објаснио ретроградним померањем γ тачке по еклиптици (у сусрет Сунчеву привидном годишњем кретању) за око $50''$ годишње. Касније је, побуђен појавом нове звезде у сазвежђу Скорпије измерио армиларном сфером (једним старим астрономским инструментом) еклиптичке координате 850 најсјајнијих звезда, како би створио један преглед координата или каталог звезда и на основи њега био у могућности

Но тек са открићем закона гравитације Њутну је пошло за руком да да и механичко објашњење појаве прецесије. Задржимо се у општој астрономији на кратком опису појаве и на њеним утицајима на еклиптичке и екваторске координате звезда, који су од нарочитог интереса за праксу.

22 JUL 1961



ру испупчени, обртни елипсоид. Њега можемо замислити као лопту којој су додата два испупчења симетрично према обртној осовини (сл. 66.). Гравитационо дејство небеских тела зато је на њу сасвим другачије. Ограничимо се само на дејство Сунца и Месеца, пошто је оно једино практично осетно у овом случају. Сунчево, због његове велике масе, а Месечево, због његове релативно велике близине Земљи.

Уочимо, примера ради, Земљин меридијански пресек на сл. 66. са Сунцем у S , тежиштем система Сунце-Земља у Q и тежиштима Земљиних екваторских испупчења у T_s и T_n . На Земљино тежиште делују Сунчева привлачна сила и центрифугална сила која се јавља услед Земљина кретања око Сунца. Ове две силе су увек у равнотежи. Да бисмо одредили силе које дејствују на тежишта T_s и T_n испупчења, обележимо са r даљину Земљина од Сунчева тежишта TS , са d даљину Земљина од заједничког тежишта TQ , са M и m Сунчеву масу и масу сваког испупчења, са ω угловну брзину Земљина хелиоцентричног кретања и са k^2 гравитацијску константу. Остале ознаке виде се са слике.

На тежишта T_s и T_n дејствују Сунчева гравитацијска сила

$$k^2 M m (r - a)^{-2}, \quad \text{одн.} \quad k^2 M m (r + a)^{-2}$$

и центрифугална сила

$$m \omega^2 (d - a), \quad \text{одн.} \quad m \omega^2 (d + a).$$

Развијемо ли биноме у првим двама изразима по биномном обрасцу и задржимо ли се на члановима другог реда, за силе које дејствују у тежиштима испупчења T_s и T_n добивамо изразе

$$R_s = \left(k^2 \frac{M \cdot m}{r^2} - m \omega^2 d \right) + \left(2k^2 \frac{M \cdot m}{r^3} \cdot a + m \omega^2 a \right),$$

$$R_n = \left(k^2 \frac{M \cdot m}{r^2} - m \omega^2 d \right) - \left(2k^2 \frac{M \cdot m}{r^3} \cdot a + m \omega^2 a \right).$$

Како се у овим тачкама Сунчева привлачна сила и центрифугална сила поништавају, то у њима остају да дејствују само силе чији су интензитети приказани другим заградама у горњим изразима. Њихов правац дејства је ка Сунцу, а смер им је супротан. То су силе R_s и R_n , на сл. 66. нацртане паралелно с правцем TS због огромне даљине Сунца од Земље. Ако их раставимо у компоненте f_s , f_n управне на Земљиној обртној осовини и компоненте F_s и F_n паралелне њој, онда се прве међусобно поништавају, а друге образују спрег који тежи Земљу да обрне око осовине у T , управне на равни слике, и доведе екватор до поклапања с еклиптиком.

На сличан начин дејствује и Месец, а како је раван његове путање нагнута само за око 5° према равни еклиптике, то практично можемо сматрати да је његово дејство на Земљина екваторска испупчења од истих последица као и Сунчево. Разлика је само у интензитету.

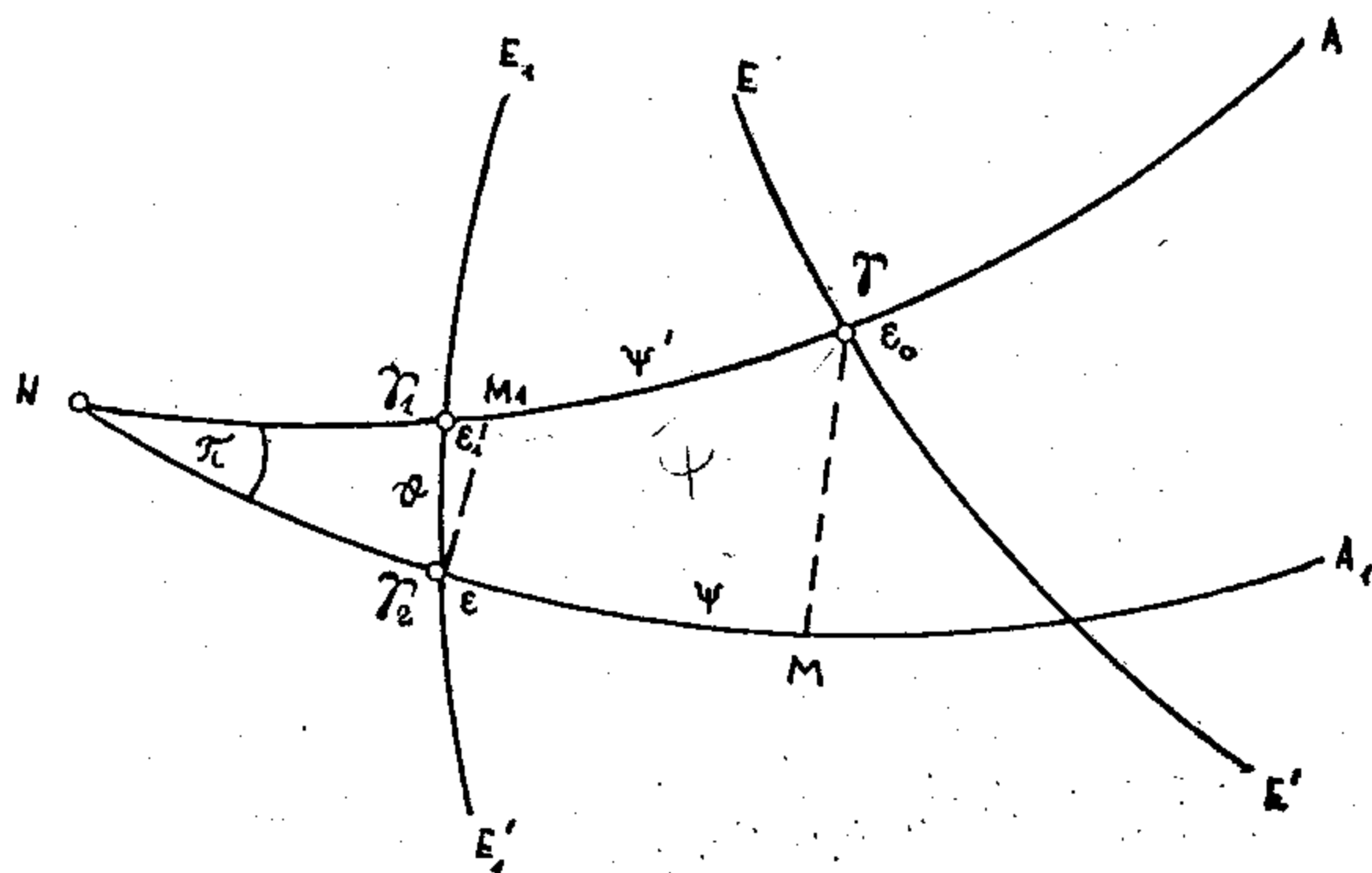
Но како се Земља већ обрће по инерцији око своје поларне осовине p_n p_s , то се ова два мала спрега могу сматрати као поремећајни спреглови главног спрега Земљине ротације. Ако спрег ротације прикажемо вектором R_n , а збир Сунчева и Месечева поремећајног спрега вектором F , резултанта њихова биће вектор R'_n . Због луни-содарног привлачења Земљиних испупчења очевидно ће Земљина обртна осовина прећи из правца OP_n у правац OP'_n . Земљина ро-

тација у сваком тренутку вршиће се око друге обртне осовине у простору. Светска осовина ће се зато полако кретати у ретроградном смеру и описивати кружни конус око осовине еклиптике ОП с отвором од око $23^{\circ}26'$, а светски пол $P_{\text{н}}$ у истом смеру круг на небеској сфери око пола еклиптике П с толиким истим сферним полупречником. Услед овога ће ротирати и цео екваторски координатни систем. Небески екватор, чврсто везан за светску осовину, клизиће по еклиптици, а γ тачка ће се померати у ретроградном смеру за износ $\psi' = 50'',37$ годишње. То је појава лунисоларне прецесије. Како је Месец око 400 пута ближи од Сунца, због његове близине на његово привлачно дејство долази око $\frac{2}{3}$ овог износа. Време за које тренутни небески пол опише прецесиони круг око пола еклиптике или γ тачка саму еклиптику добивамо ако 360° поделимо са ψ' . Овај се временски размак назива платонска година и износи приближно 25 700 г. Иако је прецесионо кретање периодично, због овако дуге периоде оно се аналитички третира као прогресивно. Таква се кретања у небеској механици зову секуларна.

Последице прецесије су ^{a)}промена изгледа звезданог неба у току векова над хоризонтом једног одређеног места и промена положаја светског пола на небеској сфери, који је у нашој епохи обележен близином сјајне звезде Северњаче. Кроз 12 000 година пол ће прећи у близину још сјајније звезде Вега. Најзад услед прецесије небески екватор мења стално свој положај, па се зато мењају и екваторске координате небеских тела. Од еклиптичких, због померања γ тачке по еклиптици мењају се лонгитуде, док латитуде остају непромењене.

Но ако се појава дубље анализира долази се до закључка да се и нагиб екватора према еклиптици неосетно мења. С друге стране, да би се добила тачнија слика о промени звезданих координата лунисоларној прецесији се суперпонује још једно кретање, које са њом нема никакве везе, но о коме се из практичних разлога на овом месту мора водити рачуна. То је појава тзв. планетне прецесије, која се (као што и теорија и мерења показују) састоји у томе да се, услед привлачног дејства које на Земљу врше планете, еклиптика њиха око једног свог средњег положаја у границама од $\pm 4^{\circ}$ у размаку од око 60 000 година изазивајући фине промене нагиба еклиптике према екватору и померање самог пола еклиптике по небеској сфери. Тако овај нагиб у наше време опада за око $0'',47$ годишње. Осим тога, услед планетне прецесије клизи γ тачка по екватору за износ од $\Theta = 0'',13$ годишње, но овај пут у директном смеру. Алгебарски збир лунисоларне и планетне прецесије назива се општа прецесија и она износи $\psi = 50'',25$ годишње.

Суперпоновање луні-соларне и планетне у општу прецесију биће још јасније, ако на сл. 67. уочимо једну почетну еклиптику NA . За њу се обично узима еклиптика за епоху 1850. за коју је *Њукомб*



Сл. 67. Суперпоновање луні-соларне и планетне у општу прецесију

прецизно одредио све величине које карактеришу луні-соларну, планетну и општу прецесију. Нека за исту епоху буде почетни екватор EE' и почетни нагиб екватора према еклиптици ϵ_0 . Услед луні-соларне прецесије после t година помериће се γ тачка за износ луні-соларне прецесије ψ' у положај γ_1 , екватор ће доћи у положај $E_1E'_1$. Назовимо га средњи екватор за епоху 1850.+ t . Нагиб еклиптике према екватору постаће ϵ_1 . Међутим, за исто време ће услед планетне прецесије положај еклиптике прећи у NA_1 , тзв. средњу еклиптику, γ тачка ће се померити из γ_1 у γ_2 за износ планетне прецесије Θ , а нагиб добити нову вредност ϵ коју ћемо назвати средњи нагиб. Положај γ_2 називаћемо средња γ тачка. Средњој еклиптици, екватору и γ тачки одговараће и средњи полови и средњи положај небеских тела на небеској сфери.

Ако лук $N\gamma$ са почетне пренесемо на средњу еклиптику, биће $N\gamma = NM$. Овај лук се назива лонгитуда узлазног чвора N средње еклиптике на почетној еклиптици и обележава са Π . Ако лук $N\gamma_2$ са средње пренесемо на почетну еклиптику, биће $N\gamma_2 = NM_1$. Због малости угла Π , тада се лако добива општа прецесија ψ из луні-соларне ψ' и планетне Θ на овај начин:

$$\psi = \overset{M\gamma_2}{N\gamma_2} = \gamma M_1 = \gamma\gamma_1 - \gamma_1 M_1 = \psi' - \Theta \cos \epsilon_1 = 50'',37 - 0'',12 = 50'',25. \quad (284)$$

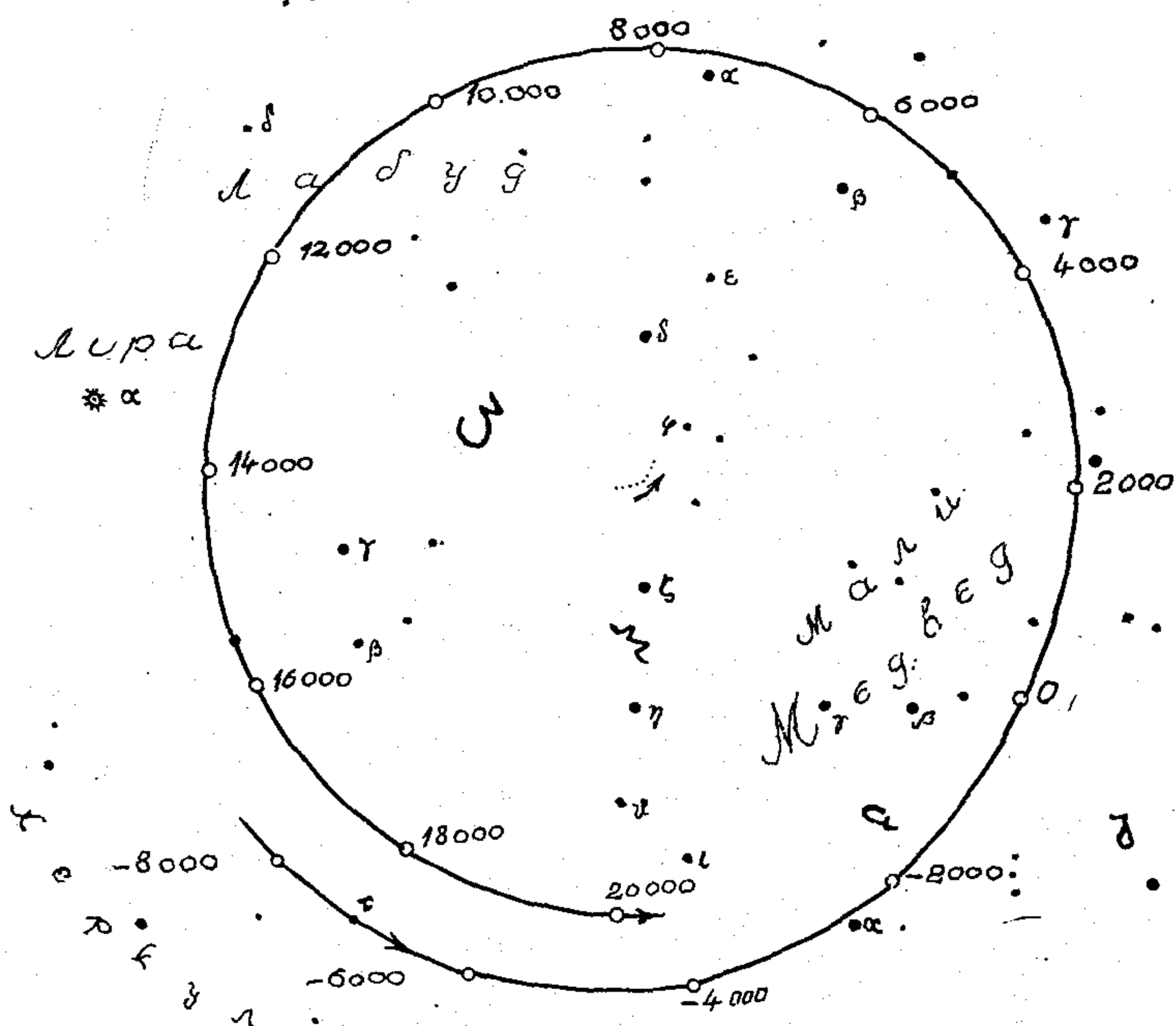
Дубља механичка анализа показује, по *Њукомбу*, да се све величине које карактеришу луні-соларну, планетну и општу прецеси-

ју мењају секуларно у функцији времена. Тако данас за њих имамо следеће изразе:

$$\begin{aligned} \epsilon_0 &= 23^\circ 27' 31'',68, \\ \epsilon_1 &= \epsilon_0 + 0'',000\,006\,5\,t^2, \\ \epsilon &= \epsilon_0 - 0'',468\,4t - 0'',000\,000\,8\,t^2, \\ \psi' &= 50'',368\,4t - 0'',000\,107\,5\,t^2, \\ \Theta &= 0'',134\,2t - 0'',000\,238\,0\,t^2, \\ \psi &= 50'',245\,3t + 0'',000\,110\,9\,t^2, \\ \Pi &= 173^\circ 29',68 - 0',144\,8\,t, \\ \pi &= 0'',471\,4t - 0'',000\,003\,4\,t^2. \end{aligned}$$

где је време t изражено у јулијанским годинама од 365,25 средњих дана, почев од 1950. г. Годишње промене ових величина налазе се диференцирањем горњих израза.

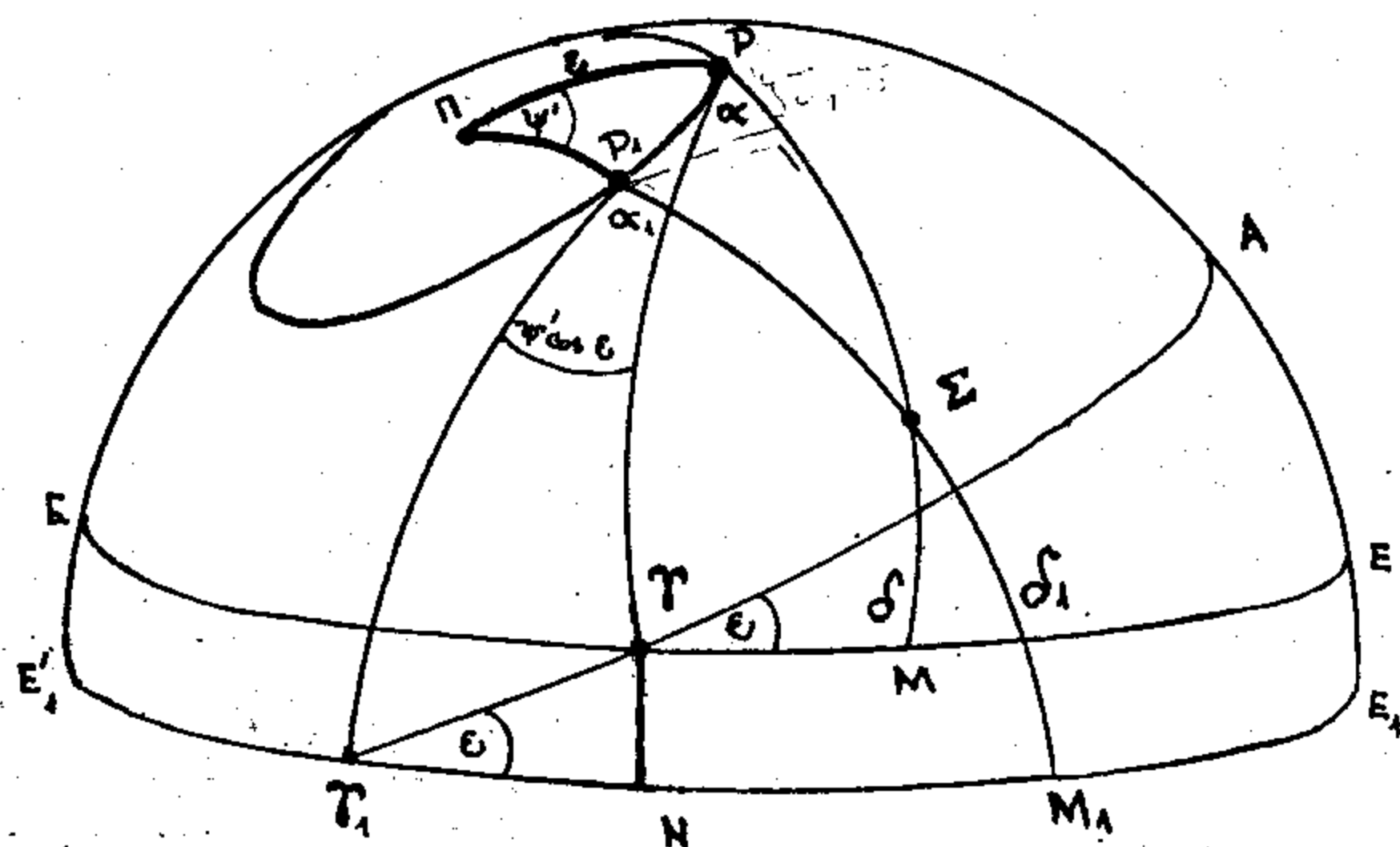
Из описаног следи да се услед опште прецесије мењају и латитуде небеских тела. Осим тога прецесиони круг претвара се у спиралу која се то шири то скупља у размаку од око 60 000 година.



Сл. 68. Путања светског пола под утицајем опште прецесије

На сл. 68. приказан је један део те спирале са положајима средњег светског пола међу звездама у одређеним епохама пре и после данашње.

51 Утицај прецесије на екваторске координате. — Најочигледније је израчунати утицај прецесије на екваторске координате из геометријских разматрања. Претпоставимо у почетку да су еклиптика γA



Сл. 69. Утицај прецесије на екваторске координате

и њен пол Π (сл. 69.) непомицни и да су $P \gamma$ и γE средњи положаји небеског пола, γ тачке и екватора у тренутку $1850+t_0$ а $P_1 \gamma_1$ и $\gamma_1 E_1$ средњи њихови положаји у наредном, релативно блиском тренутку $1850+t_1$. Нека је размак $\Delta t = t_1 - t_0$ између ова два тренутка на пример година дана. Исто тако претпоставимо да се у том размаку услед лунно-соларне прецесије ψ' померила γ тачка из положаја γ у γ_1 , а да се није променио нагиб еклиптике ϵ према екватору. Уцртамо ли сад екваторске координате звезде Σ у оба екваторска координатна система, који одговарају првој и другој уоченој епохи, годишње утицаје прецесије на екваторске координате

$$\Delta \alpha = \alpha_1 - \alpha_0 \quad \text{и} \quad \Delta \delta = \delta_1 - \delta_0,$$

лако ћемо наћи из сферног троугла $P P_1 \Sigma$ с врло малим углом $\Sigma = P P_1 \sin \alpha \sec \delta$ у облику

$$(\alpha_1 - \psi' \cos \epsilon) - \alpha = \Sigma \sin \delta = P P_1 \sin \alpha \tan \delta, \\ \delta_1 - \delta = P P_1 \cos \alpha.$$

Ако се сад ослободимо полазне претпоставке и приђемо ближе стварној појави узимајући у обзир да се у истом временском размаку Δt тачка γ_1 још помера услед планетне прецесије директно по екватору за величину Θ онда треба у првом изразу место угла $\psi' \cos \epsilon$ да ставимо $\psi' \cos \epsilon - \Theta$. Тада за годишње промене екваторских координата услед опште прецесије добивамо изразе:

$$\Delta \alpha = m + n \sin \alpha \tan \delta, \\ \Delta \delta = n \cos \alpha, \quad (285)$$

где m и n не зависе од координата звезде, већ имају вредности

$$m = \psi' \cos \epsilon - \Theta, \quad n = \psi' \sin \epsilon. \quad (286)$$

За њих је Андугаје дао следеће изразе:

$$m = 46'',085\,06 + 0'',027\,945\,t + 0'',000\,12\,t^2,$$

$$n = 20'',046\,85 - 0'',008\,533\,t - 0'',000\,37\,t^2,$$

где је t изражено у stoleћима. Астрономски годишњаци дају годишње промене екваторских координата услед опште прецесије под називом „годишња прецесија” у два таблицама, од којих је прва са два улаза α , δ и даје $\Delta\alpha$, а друга с једним улазом α и даје $\Delta\delta$.

Са сл. 69. није тешко увидети и механичко значење коефицијената m и n : из троугла $\gamma \gamma_1 N$ види се да је m брзина кретања средње γ тачке по средњем екватору, а n брзина кретања екватора, одн. средњег пола P ка средњој γ тачки или по прецесионом кругу.

Узму ли се два веома блиска положаја средњег пола, одн. средње γ тачке и пусти да $\Delta t \rightarrow 0$, може се прећи у горњем расуђивању на границу и тада се добивају с нешто већом тачношћу мале промене

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha}{dt} &= \frac{d\psi'}{dt} \cos \varepsilon - \frac{d\Theta}{dt} + \frac{d\psi'}{dt} \sin \varepsilon \sin \alpha \operatorname{tg} \delta, \\ \frac{d\delta}{dt} &= \frac{d\psi'}{dt} \sin \varepsilon \cos \alpha. \end{aligned} \quad (287)$$

Ставимо ли у овом случају

$$\begin{aligned} m &= \frac{d\psi'}{dt} \cos \varepsilon - \frac{d\Theta}{dt} \approx \frac{d\psi}{dt} \cos \varepsilon - \frac{d\Theta}{dt} \\ n &= \frac{d\psi'}{dt} \sin \varepsilon \approx \frac{d\psi}{dt} \sin \varepsilon, \end{aligned} \quad (288)$$

опет добивамо изразе (285) за утицај прецесије на екваторске координате.

Коефицијент $\frac{d\psi'}{dt} = p$ зове се константа прецесије. Одређује се

из мерених координата звезда у великим временским размацима. По Њукомбовим одређивањима је за 1900. г.

$$P = p \sec \varepsilon = 54'',9066$$

и опада само по $0'',000\,036\,4$ за 100 година.

Изразе (287) можемо и непосредно извести диференцирањем веза између еклиптичког и екваторског координатног система

$$\begin{aligned}\sin \delta &= \sin \beta \cos \varepsilon + \cos \beta \sin \varepsilon \sin \lambda, \\ \cos \delta \sin \alpha &= -\sin \beta \sin \varepsilon + \cos \beta \cos \varepsilon \sin \lambda, \\ \cos \delta \cos \alpha &= \cos \beta \cos \lambda,\end{aligned}$$

под претпоставком да се услед прецесије мења само λ , а да β и ε

остају константни. После диференцирања треба ставити $\frac{d\lambda}{dt} =$

$$= \frac{d\psi'}{dt} \approx \frac{d\psi}{dt},$$
 а у израз $\frac{d\alpha}{dt}$ унети још утицај планетне прецесије

$$= \frac{d\psi'}{dt} \approx \frac{d\psi}{dt} + \frac{d\alpha}{dt}.$$

Изрази (285), па и изрази (287), због учињених претпоставака и апроксимација само су приближни и дају довољну тачност, ако временски размак Δt не прелази 4—5 година, а деклинација уочене звезде 60° .

Тачнији се изрази за утицај прецесије на екваторске координате могу написати у виду *Тејлорова* реда:

$\alpha_1 - \alpha_0 = \frac{d\alpha}{dt} (t_1 - t_0) + \frac{d^2\alpha}{dt^2} \frac{(t_1 - t_0)^2}{2} + \frac{d^3\alpha}{dt^3} \frac{(t_1 - t_0)^3}{6} + \dots,$	(289)
$\delta_1 - \delta_0 = \frac{d\delta}{dt} (t_1 - t_0) + \frac{d^2\delta}{dt^2} \frac{(t_1 - t_0)^2}{2} + \frac{d^3\delta}{dt^3} \frac{(t_1 - t_0)^3}{6} + \dots$	

Други и трећи извод координата звезде по времену могу се добити диференцирањем израза за први, одн. други извод. Изводе у првом изразу треба још претворити у временску меру. Тачност ових израза када се узму и чланови другог реда довољна је ако временски размак $t_1 - t_0$ не прелази 50—60 година, а деклинација звезде 60° . Ако се тражи висока тачност, а размак $t_1 - t_0$ прелази 50—60 година или деклинација звезде прелази 60° , морају се узети у обзир и чланови трећег реда. Ако, пак, размак $t_1 - t_0$ прелази 2—3 века или ако је $\delta > 80^\circ$, ни чланови трећег реда нису довољни. Тада се морају применити тачни обрасци. У општој астрономији најчешће су довољни чланови првог реда, а ређе и чланови другог реда у изразима (289). Чланови и трећег реда користе се код сталних служби испитивања промена географских координата, где се улази у финесе.

Први изводи у изразу (289), дати ближе изразима (287), зову се, као што смо видели, *годишња прецесија у ректасцензији и деклинацији* и могу се наћи у астрономским годишњацима. Изводи сва три реда могу се наћи утабличени у посебним таблицама за прецесију. Изводи првог и другог, а често и трећег реда исто тако се налазе израчунати за сваку звезду у звезданим каталозима (в. §§ 80. и 81.) поред ректасцензије, одн. деклинације за дотичну звезду. У неким каталозима они се налазе још помножени и односним коефи-

цијентима $\frac{1}{1!}$, $\frac{1}{2!}$ и $\frac{1}{3!}$, а негде, из техничких разлога, помно-
жени још и са 100 , 100^2 и 100^3 , што зависи од каталога. У објашње-
њима уз сваки поједини каталог указује се на ово, па се после тога
могу ове величине правилно употребити.

Но да би се са средњег положаја једне звезде (α_0, δ_0) датог за
једну епоху t_0 , прешло на њен средњи положај (α_1, δ_1) за неку другу
епоху t_1 , потребно је још, као што се из израза (289) види, изводе
првог, другог и трећег реда тих координата по времену помножити
односним размацима времена $t_1 - t_0$, $(t_1 - t_0)^2$ и $(t_1 - t_0)^3$. Ови раз-
маци се обично изражавају у целим јулијанским годинама, јер се
средњи положаји звезда дају обично за почетак године. Зато се сре-
дње координате обележавају обично овако, на пример $\alpha_{1900.0}, \delta_{1900.0}$.
Под почетком године усвојено је да се рачуна тренутак када сред-
ња лонгитуда Сунца, смањена за утицај годишње аберације $20''.50$,
достиге $280^{\circ}00'00''$ или $18^h40^m0^s.0$. У том тренутку иста је толика и
средња ректасцензија средњег екваторског сунца, која се такође ра-
чуна од средње γ тачке. Међутим, тај тренутак није поноћ 1. јану-
ара. Он се из године у годину мења.

Према Њукомбовим испитивањима 1900. јануара 0. у средње
гриничко подне средња лонгитуда Сунца била је $279^{\circ}41'48''.04$. Оду-
змемо ли утицај годишње аберације, по Њукомбу $20''.50$, добивамо
 $279^{\circ}41'27''.54$ или $18^h38^m45^s.836$. Толика је била и средња ректасцен-
зија средњег екваторског сунца у том тренутку, који се узима за
полазни у овим рачунима. До 280° или до 18^h40^m остаје још 1^m14^s164 .
Како је брзина кретања средњег екваторског сунца $360^{\circ} = 24^h$ у троп-
ској години од $365,24\ 21\ 988$ средњих дана (по Њукомбу), то угао од
 1^m14^s164 средње екваторско сунце пређе за $0,3135$ средњег дана. Зато
овај, тзв. *Беселов фиктивни почетак године* пада 1900. године јануара
 $0,3135$ средњег гриничког времена (в. Табл. 13.), одн. 1900. јануара
 $0,8135$ грађанског гриничког, тј. светског времена. Додамо ли за сва-
ку годину по $365,242199$ дана и урачунамо ли и преступне године, ла-
кo, добивамо таблицу *Беселових фиктивних почетака* за сваку кален-
дарску годину.

Таблица 13.

Год.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1900	0,3135	0,5557	0,7979	1,0401	1,2823	0,5245	0,7667	1,0089	1,2511	0,4933
10	0,7355	0,9777	1,2199	0,4621	0,7043	0,9465	1,1887	0,4309	0,6731	0,9153
20	1,1575	0,3997	0,6419	0,8841	1,1263	0,8685	1,1107	1,3529	1,5951	0,8373
30	1,0795	1,3217	1,5639	0,8061	1,0483	1,2905	1,5327	0,7749	1,0171	1,2593
40	1,5015	0,7437	0,9859	1,2281	1,4703	0,7125	0,9547	1,1969	1,4391	0,6813
1950	0,9235	1,1657	1,4079	0,6501	0,8923	1,1345	1,3767	0,6189	0,8611	1,1033
60	1,3455	0,5877	0,8299	1,0721	1,3143	0,5565	0,7986	1,0480	1,2830	0,5252
70	0,7674	1,0096	1,2518	0,4940	0,7362	0,9784	1,2206	0,4628	0,7050	0,9472
80	1,1894	0,4316	0,6738	0,9160	1,1582	0,4004	0,6426	0,8848	1,1270	0,3692
90	0,6114	0,8536	1,0958	0,3380	0,5802	0,8224	1,0646	0,3068	0,5490	0,7912
2000	1,0334	0,2756	0,5178	0,7600	1,0022	0,2444	0,4866	0,7288	0,9710	0,2132

Овај почетак дају и сви астрономски годишњаци за годину на коју
се годишњак односи. Обележимо га са t_0 .

Временски размак између два узастопна овако рачуната почетка тада се назива *Беселова година* (*annus fictus*). И ма који тренутак t у години може се сад лако изразити децималама *Беселове* године. И за ово претварање постоје подесне таблице у астрономским годишњацима. Према томе, ако размак $(t - t_0)$ изразимо у децималама године, можемо користећи опет изразе (289) лако прећи и са средњег положаја једне звезде за почетак *Беселове године* t_0 на њен средњи положај ма за који тренутак t у току године, рецимо за тренутак неког њеног посматрања.

Употреба *Беселове* године знатно упрошћује рачуне, јер истом тренутку *Беселове* године одговара увек иста средња лонгитуда Сунца, па дакле и иста годишња аберација. Осим тога и при рачунању утицаја прецесије за цео број година *Беселова* година пружа константну јединицу. Зато се и величине $m, n, \psi', \Theta, \psi, \epsilon_0, \dots$ везане за прецесију дају за почетак или одређене тренутке *Беселове* године.

(52) Астрономска нутација. — Одмах по доласку на управу Гриничке опсерваторије, у периоду од 1742. — 1748., *Бредли* је, одређујући екваторске координате звезда, уочио једну малу периодичну промену њихових положаја. Полазећи одатле открива он периодичну промену $\Delta\psi$ опште прецесије и периодичну промену $\Delta\epsilon$ нагиба екватора према еклиптици, које резултују у једно периодично кретање правог светског пола око средњег, одн. праве у тачке око средње, као и правих положаја небеских тела око њихових средњих положаја. Ова појава позната је под именом астрономска нутација. И овде је реч о промени положаја небеских тела изазваној променом координатног система.

Већ 1749. године *Даламбер* поставља егзактну механичку теорију астрономске нутације. У оквиру опште астрономије задржимо се на опису појаве и нарочито на њеном утицају на екваторске координате небеских тела, који је од великог значаја за праксу.

Због Земљиног обилажења око Сунца, Сунце према екватору мења периодично свој положај у току године. Исто тако и Месец због свог обилажења око Земље. Најзад, мењају се периодично и даљине ових небеских тела од Земље. Зато свако привидно Сунчево кретање или право Месечево кретање у односу на Земљу изазива периодичну промену, како у интензитету, тако и у правцу њихових привлачних сила на Земљина екваторска испупчења, па дакле и периодичне промене разних врста и реда величине у општој прецесији ψ . Она исто тако изазивају и периодичне промене у нагибу екватора ϵ . Зато се разликују многи чланови астрономске нутације, како они са другим, тако и они са кратким периодама.

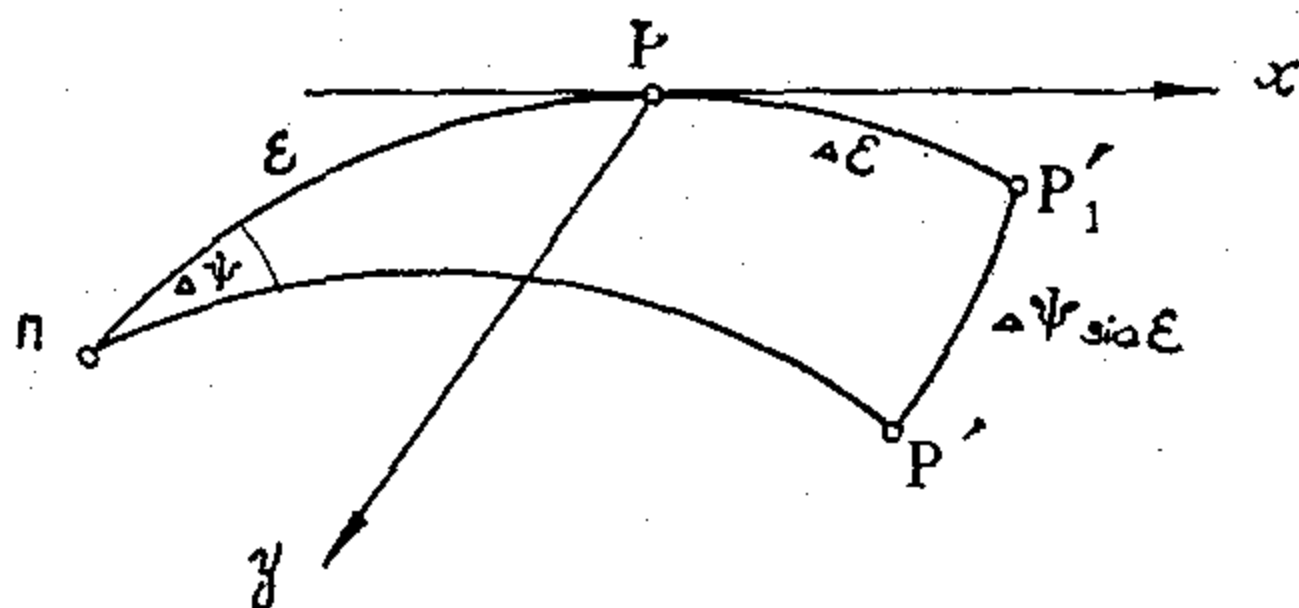
Члан најдуже периоде и највеће амплитуде у астрономској нутацији долази од једне врсте Месечева периодичног кретања о којој досад није било говора. То је његово кретање које долази од ретроградног померања линије чворова Месечеве путање, која обиђе ек-

липтику за 18— година. Ако лонгитуду узлазног чвора Месечеве пу-

2

3

тање над еклиптиком обележимо са Ω , онда се од промена Месе-
чева положаја изазваних овим кретањем линије чворова периодич-
но мења његова привлачна сила која дејствује на Земљина еква-
торска испупчења, а последица ове промене су, како небеска меха-
ника показује, периодична промена опште прецесије или нутација
у лонгитуди $\Delta\psi = -17'',234 \sin \Omega$ и периодична промена у нагибу
екватора према еклиптици или нутација у нагибу $\Delta\epsilon = +9'',210$
 $\cos \Omega$. Ова два кретања можемо лако сложити у једно, ако на сл. 70.



Сл. 70. Нутација у лонгитуди и нагибу

уочимо у средњем светском полу P тангентну раван, која се на по-
пришту појаве астрономске нутације слива са небеском сфером, и
праве полове P_1' и P' , у истој епохи. Прави пол се померио из сред-
њег положаја његова P у положај P_1' услед дејства компоненте $\Delta\epsilon$
а из положаја P_1' у положај P' услед дејства компоненте $\Delta\psi$ које
износи $\Delta\psi \sin \epsilon$. Тада можемо, с обзиром на горње вредности за
 $\Delta\psi$ и $\Delta\epsilon$, ставити:

$$\begin{cases} x = \Delta\epsilon = +9'',210 \cos \Omega, \\ y = \Delta\psi \sin \epsilon = -17'',234 \sin \epsilon \sin \Omega. \end{cases}$$

Ако нас интересује геометријско место свих правих полова P' око
средњег P или путања правога пола око средњег P која долази од нај-
већег члана нутације, онда треба из њеног горњег параметарског об-
лика елиминисати време које се крије у променљивом параметру Ω .
Решимо ли горње једначине по $\sin \Omega$ и $\cos \Omega$, добићемо

$$\cos \Omega = \frac{+x}{9'',210}; \sin \Omega = \frac{-y}{17'',234 \sin \epsilon} = \frac{-y}{6'',86}.$$

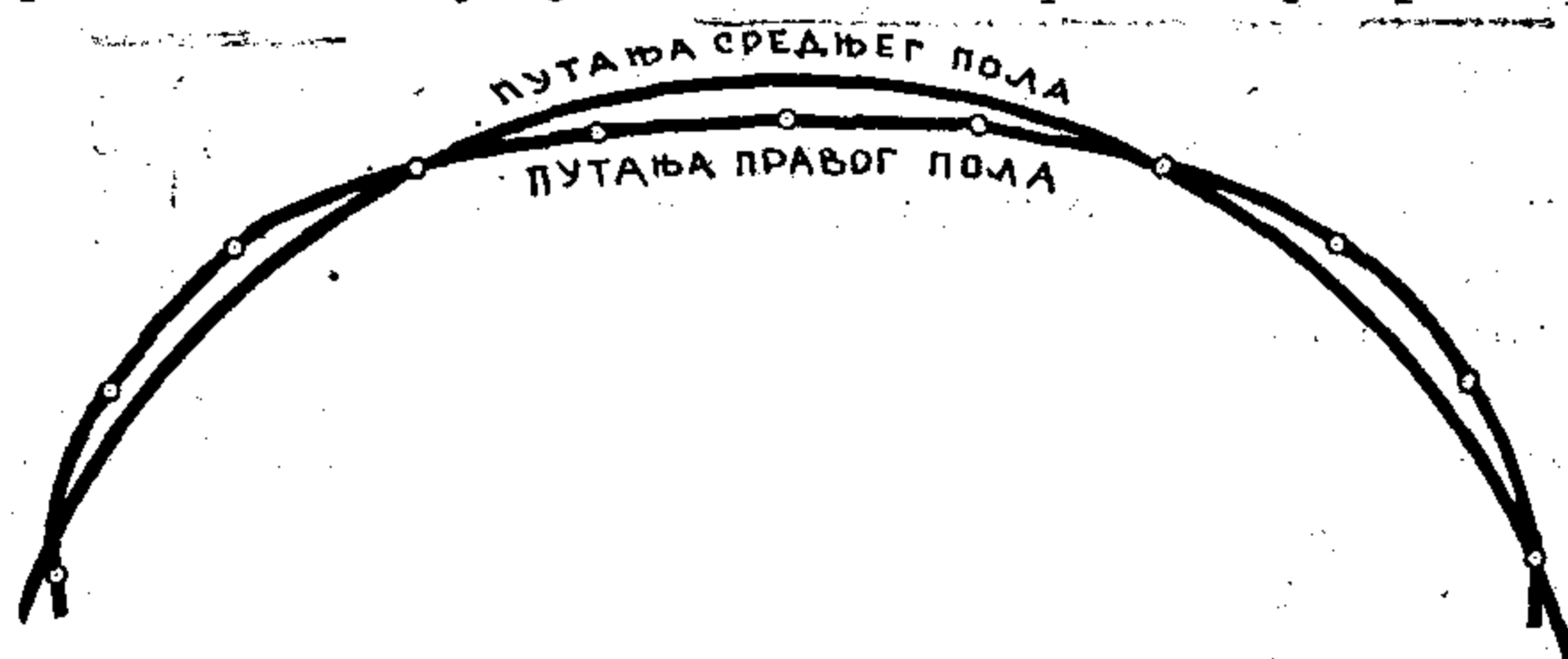
Квадрирамо ли ове једначине и саберемо, добићемо за једначину
путање правога пола око средњег

$$\boxed{\frac{x^2}{9'',21^2} + \frac{y^2}{6'',86^2} = 1,} \quad (290)$$

дакле једначину елипсе с великом осовином дуж круга латитуде,
која се зове нутацијска елипса.

Док се прави пол услед астрономске нутације креће око сред-
њег по елипси, дотле се средњи пол услед прецесије креће по својој
секуларној путањи. Сложимо ли ова два кретања правога пола, доби-

вамо да се он услед ове две појаве креће по једној змијоликој кривој око прецесионе, чија је конкавност увек окренута према полу



Сл. 71. Путање средњег и правог пола

еклиптике. На сл. 71. непрекидно је извучена прецесиона путања средњег пола, а испрекидано резултирајућа прецесионо-нутациона путања правог пола око пола еклиптике.

Поред уоченог највећег члана астрономске нутације постоје још многобројни други. Сунце проведе привидно 6 месеци на северној а 6 месеци на јужној небеској хемисфери. Ово његово привидно кретање које је последица Земљина кретања око Сунца, изазива једно периодично кретање правог пола с годишњом периодом. Месецево кретање око Земље изазива један нутацки члан с месечном периодом итд. Тако се, по Њукомбу, и нутација у лонгитуди и нутација у нагибу могу за 1900. годину представити оваквим периодичним редовима:

$$\Delta\psi = -17''.234 \sin \Omega + 0''.209 \sin 2\Omega - 1''.272 \sin 2\lambda_{\odot} - 0''.204 \sin 2\lambda_{\zeta} + \dots \quad (291)$$

$$\Delta\epsilon = 9''.210 \cos \Omega - 0''.090 \cos 2\Omega + 0''.551 \cos 2\lambda_{\odot} + 0''.089 \cos 2\lambda_{\zeta} + \dots$$

Коефицијент

$$N = 9''.210 \quad (292)$$

назива се константа нутације и одређује се на више начина из посматрања.

Услед осталих чланова астрономске нутације, који сви представљају таласна кретања разних периода и амплитуда правог пола око средњег, и резултирајућа путања правог пола није проста, већ врло сложена вијугава крива око прецесионе путање средњег пола.

Свим нутацкијским кретањима правог светског пола око средњег одговарају и нутацкијска кретања праве γ тачке око средње. Ми смо међутим, у параграфу 5. дали дефиницију основне временске јединице — звезданог дана — и рекли да се звездано време мери часовним углом γ тачке. Међутим, како постоји средњи и прави положај γ тачке, сада треба ову јединицу прецизније дефинисати. Ако се за њену дефиницију узме права γ тачка, тј. ако се дужина дана изводи из посматрања, онда се може дефинисати прави звездани дан

као временски размак између две узастопне горње кулминације праве γ тачке. *Право звездано време* се мери њеним часовним углом. Овакав дан није сталне дужине због периодичне промене положаја праве γ тачке, те се не може усвојити за тачно рачунање времена. Занемаримо ли краткопериодичне чланове нутације, долазимо до положаја γ тачке којој се назива квази-прави. Временски размак између две узастопне горње кулминације квази-праве γ тачке назива се квази-прави звездани дан и он је нешто мање променљив од правог звезданог дана. Часовним углом ове тачке мери се *квази-право звездано време*. Тек када се из положаја γ тачке елиминишу и дугопериодични и краткопериодични чланови нутације и узме њен средњи положај, долази се до сталне временске јединице, или бар до оне која не зависи од нутацијских колебања праве γ тачке. Та јединица је *средњи звездани дан* или временски размак између две узастопне горње кулминације *средње γ тачке*. Њеним часовним углом мери се *средње звездано време*, које је по међународном договору усвојено за сва прецизна рачунања с временом. Сви астрономски годишњаци дају за сваку светску поноћ како утицај дугопериодичних, тако и утицај краткопериодичних чланова нутације на γ тачку, тако да одузимањем ова два броја, интерполована из таблица за тренутак посматрања, можемо увек прећи са посматраног правог звезданог времена на рачунато, скоро униформно, *средње звездано време*. Да би се добило потпуно униформно време с високом тачношћу, потребно је из посматрања елиминисати још систематске утицаје померања Земљиних полова и неравномерности Земљине ротације.

1. Утицај астрономске нутације на екваторске координате. — Услед астрономске нутације *лонгитуде небеских тела мењају се за $\Delta\psi$* , а *латитуде остају непромењене*. Међутим, ове екваторске координате се мењају. Да бисмо нашли њихове промене

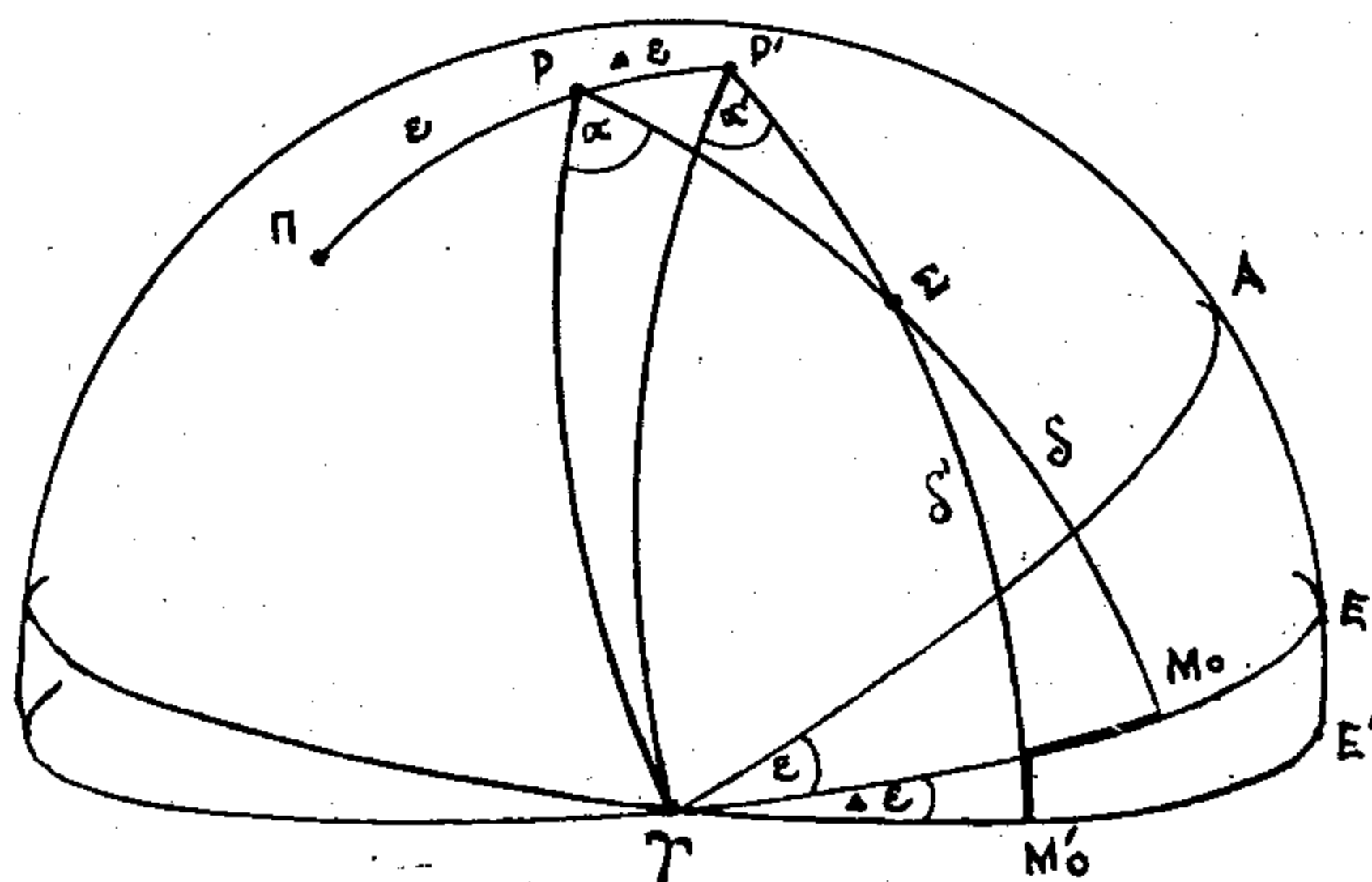
$$\Delta\alpha' = \alpha' - \alpha \quad \text{и} \quad \Delta\delta' = \delta' - \delta$$

услед астрономске нутације, тј. изразе за прелаз са средњег положаја једне епохе на прави положај за исту епоху, послужимо се, као и код свих досад описаних појава које мењају положаје небеских тела, геометријским расуђивањем као најочигледнијим.

Приметимо најпре да компонента нутације у лонгитуди, $\Delta\psi$, помера средњи светски пол по лонгитуди на исти начин на који га и луни-соларна прецесија помера у току године за $\frac{d\psi'}{dt}$. Зато ће утицај компоненте $\Delta\psi$ нутације на ректасцензију и деklinацију износити

$$\left(\frac{d\psi'}{dt} \cos \varepsilon + \frac{d\psi'}{dt} \sin \varepsilon \sin \alpha \operatorname{tg} \delta \right) \frac{\Delta\psi}{\frac{d\psi'}{dt}} = (\cos \varepsilon + \sin \varepsilon \sin \alpha \operatorname{tg} \delta) \Delta\psi, \quad (293)$$

$$\frac{d\psi'}{dt} \sin \epsilon \cos \alpha \frac{\Delta\psi}{d\psi'} = \sin \epsilon \cos \alpha \Delta\psi. \quad (294)$$



Сл. 72. Утицај астрономске нутације на екваторске координате

Компонента, пак, нутације у нагибу, $\Delta\epsilon$, помера светски пол по деклинацијском кругу солстиција (сл. 72) за величину $\Delta\epsilon$, па ће изазвати промене екваторских координата звезде Σ које се могу наћи из сферног троугла $PP'\Sigma$ с врло малим углом Σ . Применом синусне теореме на тај троугао добивамо

$$\frac{\sin \Sigma}{\sin \Delta\epsilon} = \frac{\sin (90^\circ + \alpha')}{\sin (90^\circ - \delta)},$$

па се без уштрба у тачности за мали угао Σ може извести вредност

$$\Sigma = \frac{\cos \alpha}{\cos \delta} \Delta\epsilon,$$

Промене екваторских координата услед компоненте $\Delta\epsilon$ очигледно су онда:

$$-\Sigma \sin \delta = -\cos \alpha \operatorname{tg} \delta \Delta\epsilon, \quad (295)$$

$$+\sin \alpha \Delta\epsilon. \quad (296)$$

Саберемо ли утицаје обе компоненте нутације (291) и (293) на ректасцензију и њихове утицаје (292) и (294) на деклинацију, добићемо тражене изразе за прелаз са средњих екваторских координата једног небеског тела на његове праве екваторске координате за исту епоху:

$$\begin{aligned} \alpha' - \alpha &= (\cos \epsilon + \sin \epsilon \sin \alpha \operatorname{tg} \delta) \Delta\psi - \cos \alpha \operatorname{tg} \delta \Delta\epsilon, \\ \delta' - \delta &= \sin \epsilon \cos \alpha \Delta\psi + \sin \alpha \Delta\epsilon. \end{aligned} \quad (297)$$

Исте изразе можемо добити и аналитички ако диференцирамо везе за прелаз са еклиптичких на екваторске координате:

$$\begin{aligned}\sin \delta &= \sin \beta \cos \varepsilon + \sin \varepsilon \cos \beta \sin \lambda, \\ \cos \delta \sin \alpha &= -\sin \beta \sin \varepsilon + \cos \beta \cos \varepsilon \sin \lambda, \\ \cos \delta \cos \alpha &= \cos \beta \cos \lambda,\end{aligned}$$

под претпоставком да се с једне стране мењају α и δ , а с друге само λ и ε , и ако после диференцирања ставимо

$$d\lambda \approx \Delta\psi, \quad d\varepsilon \approx \Delta\varepsilon.$$

54) Сопствено кретање звезда и његов утицај на екваторске координате. — Све досад описане појаве само су привидно мењале положаје небеских тела: било услед преламања у Земљиној атмосфери светлосног снопа који нам звезда шаље (астрономска рефракција), било услед посматрачева кретања по Земљи или заједно са Земљом (паралакса и аберација), или услед кретања самог координатног система (прецесија и астрономска нутација). Међутим, постоје и сопствена кретања звезда кроз васионски простор која доводе до правих промена њихових положаја.

Сопствена кретања звезда открио је *Е. Халеј* упоређујући положаје звезда које је сам одредио с положајима истих звезда које су одредили *Тихо Брахе* и око 2 000 година раније грчки астрономи. Њих је несумњиво утврдио за блиске нам звезде Сиријус, Процион и Арктур, а наговестио и за све звезде, које су дотле сматране некретницама. *Касини* се заузимао за ово откриће, док је *Бредли* сматрао да су ова кретања привидна, и да долазе од Сунчева кретања у васионском простору. 1760. и 1775. *Т. Мајер* је одредио, сопствена кретања још 137 звезда, а затим су на њиховом одређивању радили *Бесел*, *Аргеландер* и *Портер*. Фотографско одређивање увели су у XX веку *Волф*, *Рос* и *Костински*. Година 1936. посебан каталог сопствених кретања звезда саставио је хамбуршки астроном *Шор*, а данас су позната сопствена кретања за преко 200 000 звезда. У доњем прегледу дата су годишња сопствена кретања за неколико звезда с највећим сопственим кретањима. Напореда су дате и њихове паралаксе π и даљине d у светлосним годинама.

Таблица 14.

Звезде	m	μ	π	d	Звезда	m	μ	π	d
Barnard	9,7	10",39	0",545	6,0	Cord 32816	8,3	6",11	0",222	14,7
Каптајн	9,2	8,79	0,262	12,4	Ross 619	1,26	5,40	0,154	21,2
Br. 1830	6,5	7,03	0,107	30,5	61 Cygni A	5,6	5,22	0,299	10,9
Лас 9352	7,4	6,87	0,278	11,7	61 Cygni B	6,3	5,22	0,299	10,9

Сопствена кретања звезда већином су мања од 0",1 годишње. Треба одмах рећи да се горња сопствена кретања μ добивају из мерењем одређених њихових компонената у ректасцензији μ_α и у деклинацији μ_δ према изразу

$$\mu^2 = (\mu_\alpha \cos \delta)^2 + \mu_\delta^2 \quad (298)$$

и зову се трансверзална или попечна сопствена кретања, јер су то

у ствари само пројекције правих сопствених кретања на раван управну на визури.

Прво сопствено кретање у правцу визуре или радијалну компоненту сопственог кретања звезде одредио је Хејнс 1868. спектро-скопски, користећи Доплер-Физов ефекат. 1887. Фогел и Шајнер су увели фотографску методу за ово одређивање, а данас имамо познате радијалне компоненте сопствених кретања, и поред све деликатности њихова одређивања, већ за преко 10 000 звезда. Права сопствена кретања звезде у простору добивају се тек слагањем попречне и радијалне компоненте.

Међутим, 1783. открио је В. Хершел да се Сунце са целим својим системом креће међу звездама. Апекс овог кретања налази се у сазвежђу Херкула с координатама (у округлом износу) $\alpha = 270^\circ$, $\delta = \pm 30^\circ$. Брзина овог кретања је 19,6 км/сек у односу на месно звездано јато Сунцу најближих звезда. Услед овога долази до привидног размицања звезда у области апекса и до привидног њиховог међусобног приближавања у супротном региону небеске сфере.

Најзад, је 1927. год. Орт открио да се и цео наш Звездани систем, с пречником од око 30 000 парсека, обрће око једне тачке у сазвежђу Стрелца, па да и Сунце са својим системом, удаљено по Пласкету и Пирсу око 10 000 парсека од овог средишта, учествује у овом кружном кретању крећући се брзином од 275 км/сек. Период обиласка његове путање је 225 милиона година и назива се космичка година.

Да би се добила слика о власитим кретањима звезда у циљу упознавања с распоредом и динамиком звезда у Звезданом систему, морају се сопствена кретања звезде ослободити последње две привидне компоненте, које долазе од посматрачева кретања заједно са Сунчевим системом. Но за многе потребе довољно је познавати само компоненте μ_α и μ_δ укупног попречног сопственог кретања звезде, јер оне улазе у наша мерења.

Компоненте M_α и μ_δ одређују се најпростије графички. Средње координате звезде α, δ одређене за две што удаљеније епохе, сведе се тачном применом утицаја прецесије на исту епоху или, како се каже, на исти еквинокциј. Ако су епохе за два изабрата положаја (α_1, δ_1) и (α_2, δ_2) t_1 и t_2 , онда су у првој апроксимацији компоненте сопственог кретања

$$\mu_\alpha = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{t_2 - t_1}, \quad \mu_\delta = \frac{\delta_2 - \delta_1}{t_2 - t_1}. \quad (299)$$

Ако имамо на располагању већи број положаја исте звезде у разним епохама, онда се применом прецесије сви сведе на исту епоху, тј. еквинокциј. Затим се засебно за α и засебно за δ нацртају графици вредности α и δ где се на апсцисну осовину наносе епохе ϕ . Тачке се на овим графицима распоређују дуж правих линија, јер се због великих звезданих даљина и релативно малих разлика у епо-

хама за сва сопствена кретања звезда добивају велики кругови небеске сфере, тј. праве линије на графицима. Мала одступања јављају се само због случајних грешака у измереним координатама. Између свих тачака се зато повуче једна средња изравната права, тако да збир квадрата одступања свих тачака од ње буде минималан. Компоненте сопственог кретања се затим налазе из истих израза као и у претходном случају.

Но због мајушности сопствених кретања и различите тачности положаја једне исте звезде одређених у разним епохама, одређивање компонената сопствених кретања звезда веома је деликатан посао. Сем тога у њих улази скоро у целини и грешка константе прецесије, што често изазива потребу да се и она одређује као друга непозната, Зато се у пракси, да би се постигла што виша тачност, μ_α и μ_δ одређују по методи најмањих квадрата из условних једначина

$$\alpha_i = \alpha_0 + (\mu_\alpha(t_i - t_0)), \quad \delta_i = \delta_0 + (\mu_\delta(t_i - t_0)), \quad (300)$$

и најзад њихове средње квадратске грешке, које у овом случају обично не прелазе $\pm 0'',005$ до $\pm 0'',006$. Када је звезда посматрана преко 100 година и има поуздане положаје, ова је грешка реда величине $\pm 0'',001$. Због високе тачности у положајима која се у ову сврху захтева и не узимају се координате мерене пре средине XIX века.

Када су познате компоненте сопственог кретања μ_α и μ_δ за годину дана, онда можемо лако наћи утицај сопственог кретања на екваторске координате и у временском размаку $t_2 - t_1$ између ма које две епохе t_1 и t_2

$$\alpha_2 - \alpha_1 = \mu_\alpha(t_2 - t_1), \quad \delta_2 - \delta_1 = \mu_\delta(t_2 - t_1). \quad (301)$$

Звездани каталози поред средњих координата α, δ и чланова прецесије у α и δ дају обично и сопствена кретања звезда у α и δ , тј. μ_α и μ_δ но из техничких разлога најчешће стогодишња. Понеки дају чак и промене сопствених кретања $\frac{d\mu_\alpha}{dt}$ и $\frac{d\mu_\delta}{dt}$, а обично, та-

кође из техничких разлога, помножене са 100. Зато у таквим случајевима утицаје сопственог кретања на α и δ у размаку од епохе каталога t_1 до дате епохе t_2 рачунамо по изразима

$$\begin{aligned} \alpha_2 - \alpha_1 &= \frac{t_2 - t_1}{100} \mu_\alpha + \frac{t_2 - t_1}{100} \frac{d\mu_\alpha}{dt}, \\ \delta_2 - \delta_1 &= \frac{t_2 - t_1}{100} \mu_\delta + \frac{t_2 - t_1}{100} \frac{d\mu_\delta}{dt}. \end{aligned} \quad (302)$$

На крају још једна практична напомена. Како се средње координате звезда мењају и услед прецесије и услед сопственог кретања, то у изрази (289) за прелаз с једног средњег положаја на други (параграф 50.) треба још унети и утицај сопственог кретања, тако да ти изрази у свом дефинитивном облику изгледају:

$$\begin{aligned}\alpha_1 - \alpha_0 &= \frac{d\alpha}{dt} (t_1 - t_0) + \frac{d^2\alpha}{dt^2} \frac{(t_1 - t_0)^2}{2} + \frac{d^3\alpha}{dt^3} \frac{(t_1 - t_0)^3}{6} + \mu_\alpha (t_1 - t_0) \\ \delta_1 - \delta_0 &= \frac{d\delta}{dt} (t_1 - t_0) + \frac{d^2\delta}{dt^2} \frac{(t_1 - t_0)^2}{2} + \frac{d^3\delta}{dt^3} \frac{(t_1 - t_0)^3}{6} + \mu_\delta (t_1 - t_0)\end{aligned}\quad (303)$$

У неким каталозима годишња прецесија и годишње сопствено кретање спојени су у један члан, који се назива годишња промена (*variatio annua*) и обележава са var. ап. или I_α , одн. I_δ . Други члан прецесије и промена сопственог кретања, помножени са $\frac{100^2}{2}$ спојени су уједно под називом вековна промена (*variatio saecularis*) и под ознаком var. saec. или II_α , одн. II_δ . Трећи члан прецесије помножен са $\frac{100^3}{6}$ обично се тада обележава са III_α , одн. III_δ . У том случају изрази за прелаз с једног средњег положаја на други имају овај прост облик:

$$\begin{aligned}\alpha_1 - \alpha_0 &= I_\alpha (t_1 - t_0) + II_\alpha \left(\frac{(t_1 - t_0)^2}{100} + III_\alpha \frac{t_1 - t_0}{100} \right)^3 \\ \delta_1 - \delta_0 &= I_\delta (t_1 - t_0) + II_\delta \left(\frac{(t_1 - t_0)^2}{100} + III_\delta \frac{t_1 - t_0}{100} \right)^3\end{aligned}\quad (304)$$

54' Средњи, прави и привидни положај звезде и њихова међусобна веза. — Кад се из мерења одстрани систематски утицаји инструмената и посматрача (ако су ови последњи познати), добива се мерени положај (α_m, δ_m) звезде. Одстрани ли се и утицај праве рефракције и њених аномалија (ако су ове последње познате), добива се привидни положај (α, δ) звезде. Ако се још одстрани утицај дневне и годишње аберације, добива се њен прави положај (α', δ') за тренутак посматрања. Он је још увек оптерећен систематским утицајем астрономске нутације. Кад се и овај одстрани, добива се средњи положај звезде (α_t, δ_t) за тренутак посматрања. Напослетку, кад се елиминише утицај прецесије и сопственог кретања од тренутка посматрања t до једне стандардне епохе t_k (обично почетак неке Беселове године, добива се средњи положај звезде (α_k, δ_k) за овај стандардни тренутак. Тај тренутак назива се епоха или еквиноквиј каталога и на њ се све мерење екваторске координате на

једној сталној станици (опсерваторији). Но овим послом баве се астрономи и он спада у тзв. фундаменталну астрометрију. О томе ће бити више говора у наредној глави.

Тачна обрада свих астрономских посматрања врши се са привидним координатама (α, δ) . Ове координате за мали број сјајних звезда дају астрономске ефериде или годишњаци (в. ближе у параграфу 55. Астроном је приморан понекад да бира за посматрање и оне звезде за које у ефемеридама нису дати привидни положаји. Тада он мора узимати за одабране звезде њихове средње координате из звезданих каталога и сам израчунавати њихове привидне координате за тренутак посматрања. Он се тада сусреће управо са обрнутим задатком од горе поменутог који врши астроном при изради звезданог каталога.

Са средњих координата (α_k, δ_k) за епоху каталога t_k прелази он прво применом утицаја прецесије и сопственог кретања на почетак t_0 .

Беселове године у којој је вршио посматрање. Тако добива средње екваторске координате звезде за почетак те године (α_0, δ_0) . Да би са њих прешао на праве координате (α, δ) за тренутак посматрања t , треба да примени утицај прецесије и сопственог кретања од почетка године t_0 до тренутка посматрања t (тј. за размак $t - t_0 = \tau$ изражен у деловима године). Те су поправке за ректасцензију

$$(m + n \sin \alpha_0 \operatorname{tg} \delta_0) \tau + \mu_\alpha \cdot \tau$$

и за деклинацију

$$n \cos \alpha_0 \cdot \tau + \mu_\delta \cdot \tau.$$

Сем тога треба да примени и утицај астрономске нутације у тренутку посматрања t , који за ректасцензију износи

$$(\cos \epsilon + \sin \epsilon \sin \epsilon \sin \alpha_0 \operatorname{tg} \delta_0) \Delta \Psi - \cos \alpha_0 \operatorname{tg} \delta_0 \Delta \epsilon$$

и за деклинацију износи

$$\sin \epsilon \cos \alpha_0 \Delta \Psi + \sin \alpha_0 \Delta \epsilon$$

Ако саберемо ове утицаје и у добивени израз уврстимо вредности за $\cos \epsilon$ и $\sin \epsilon$ изведене из израза за m и n тј.

$$\cos \epsilon = \frac{m + \frac{d\theta}{dt}}{\frac{d\Psi}{dt}}, \quad \sin \epsilon = \frac{n}{\frac{d\Psi}{dt}},$$

добивамо за прелаз са средњег положаја звезде за почетак године t_0 на њен прави положај за дати тренутак t изразе

$$\alpha' - \alpha_0 = \left(1 + \frac{\Delta \Psi}{\frac{d\Psi}{dt}}\right) (m + n \sin \alpha_0 \operatorname{tg} \delta_0) - \cos \alpha_0 \operatorname{tg} \delta_0 \Delta \epsilon + \frac{\frac{d\theta}{dt}}{\frac{d\Psi}{dt}} \Delta \Psi + \mu_\alpha \cdot \tau,$$

$$\delta' - \delta_0 = \left(\tau + \frac{d\psi}{dt} \right) n \cos \alpha_0 + \sin \alpha_0 \Delta \varepsilon + \mu \delta \cdot \tau.$$

Уведемо ли, по *Беселу*, ознаке

$$\tau + \frac{\Delta \psi}{\frac{d\psi}{dt}} = A \quad \left| \quad -\Delta \varepsilon = B, \quad \frac{\frac{d\theta}{dt}}{\frac{d\psi}{dt}} \Delta \psi = E, \right|$$

$$m^s + \frac{1}{15} n'' \sin \alpha_0 \operatorname{tg} \delta = a, \quad n'' \cos \alpha_0 = a',$$

$$\frac{1}{15} \cos \alpha_0 \operatorname{tg} \delta_0 = b, \quad -\sin \alpha_0 = b',$$

изрази за прелаз са средњег положаја за почетак године на прави положај у датом тренутку добивају веома прост облик

$$\begin{aligned} \alpha' - \alpha_0 &= Aa + Bb + E + \mu \alpha \tau, \\ \delta' - \delta_0 &= Aa' + Bb' + \mu \delta \tau. \end{aligned} \quad (305)$$

Од 1. јануара 1960. године за *Беселове* бројеве A и константе a и a' узимају се у астрономским ефемеридама ове величине:

$$A = n \left(\tau + \frac{\Delta \psi}{dt} \right), \quad a = \frac{1}{15} \left(\frac{m''}{n''} + \sin \alpha_0 \operatorname{tg} \delta_0 \right),$$

$$a' = \cos \alpha_0,$$

тако да изрази (305) остају и даље у важности.

Ако се тражи висока тачност, треба још повести рачуна и о краткопериодичним члановима нутације, па тада изрази (305) добијају овакав проширени облик:

$$\begin{aligned} \alpha' - \alpha_0 &= Aa + Bb + E + \mu \alpha \cdot \tau + A'a + B'b, \\ \delta' - \delta_0 &= Aa' + Bb' + \mu \delta \tau + A'a' + B'b'. \end{aligned} \quad (306)$$

Као и код годишње аберације, изрази означени великим словима, тзв. *Беселови бројеви*, не зависе од координата звезде, већ се мењају из дана у дан и могу се наћи утабличени у свим већим астрономским ефемеридама, где се обично дају за 0^h светског времена или за 0^h гриничког звезданог времена. Они се интерполују за дати тренутак. Број E се врло споро мења, тако да се често даје као кон-

станта за сваки месец. Изрази означени малим словима, тзв. *Беселове звездане константе*, мењају се са координатама звезде и морају се израчунати за сваку звезду. Понеки специјални каталози звезде, као што је *Каталог Талкотових парова* у издању Лењинградског астрономског института, даје ове константе за све звезде дате у каталогу за низ година, пошто се оне не мењају у периоду од године, па и више дана.

Кад је нађен прави положај звезде у датом тренутку, прелаз на њен привидни положај врши се још додавањем утицаја годишње аберације. То се постиже додавањем на горе израчунате праве координате поправака

$$Cc + Dd, \quad \text{одн.} \quad Cc' + Dd',$$

Утицај дневне аберације, пошто зависи од географске ширине и мења се од станице до станице, обрачунава се још за време свођења посматрања, тј. једновремено са утицајем рефракције.

Ако се сумање поправака за прецесију, сопствено кретање, нутацију и годишњу аберацију изврши једноремено, добивају се следећи изрази за непосредан прелаз са средњег положаја (α_0, δ_0) за почетак године на привидни положај (α, δ) у датом тренутку, познати под именом *Беселових образаца*:

$$\begin{aligned} \alpha - \alpha_0 &\equiv \Delta \alpha = Aa + Bb + Cc + Dd + E + \mu_\alpha \tau + (A'a + B'b), \\ \delta - \delta_0 &\equiv \Delta \delta = Aa' + Bb' + Cc' + Dd' + \mu_\delta \tau + (A'a' + B'b'). \end{aligned} \quad (307)$$

При извођењу ових израза користили смо само чланове првог реда код употребљених утицаја зато што је размак τ довољно мали, тј. увек мањи од године дана. Међутим, када се тражи висока тачност, за звезде с деклинацијама већим од 80° (тзв. *поларне звезде*) треба водити рачуна и о члановима другог реда. Како ово доста отежава рачуне, то се у овим случајевима место чланова другог реда користе довољно приближне *Фабрицијусове поправке* — за рекстасцензију

$$\text{tg } \delta_0 \Delta \alpha^s \Delta \delta'' \sin 1'' \quad (308)$$

и за деклинацију

$$- \frac{1}{2} 15^s \text{ctg } \delta_0 (\Delta \alpha^s)^2 \sin 1''. \quad (309)$$

Ако се и оне узму у обзир, изрази (307), за прелаз са средњег на привидни положај, добивају облик

$$\begin{aligned} \alpha - \alpha_0 &= \Delta \alpha^s + [4.6856] \text{tg } \delta_0 \Delta \alpha^s \Delta \delta'', \\ \delta - \delta_0 &= \Delta \delta'' + [6.7367] \text{ctg } \delta_0 \Delta \alpha^s \Delta \alpha^s \end{aligned} \quad (310)$$

где су бројеви у средњим заградама логаритми бројних коефицијената у *Фабрицијусовим* поправкама (308) и (309).

Од 1960. г. због повећане тачности са којом се одређују време и координате звезда, води се рачуна и о члановима другог реда при свођењу на привидне положаје код ових звезда, без обзира на величину њихове деклинације. Зато се свођење на привидни положај врши преко тачнијих израза

$$\begin{aligned} \alpha - \alpha_0 &= \Delta \alpha^S + J_\alpha \cdot \text{tg}^2 \delta_0, \\ \delta - \delta_0 &= \Delta \delta'' + J_\delta \cdot \text{tg} \delta_0. \end{aligned} \quad (311)$$

Коефициенти J_α и J_δ налазе се такође утабличени у астрономским годишњацима, одакле се интерполују за дати тренутак t и једнаки су

$$J_\alpha = \frac{4}{15} P \cdot Q \sin 1'',$$

$$J_\delta = -\frac{1}{2} P^2 \sin 1'',$$

где је

$$P = g \sin (G+\alpha) + h \sin (H+\alpha) = (A+D) \sin \alpha + (B+C) \cos \alpha,$$

$$Q = g \cos (G+\alpha) + h \cos (H+\alpha) = (A+D) \cos \alpha - (B+C) \sin \alpha.$$

Притом, по препоруци Међународне астрономске уније, *Беселове* константе: $a, b, c, d, a', b', c',$ и d' треба рачунати засебно за прву половину године са средњим координата α_0 и δ_0 за почетак године и засебно за другу половину године са средњим координатама α_1, δ_1 за крај године, тј. за почетак наредне године. И сами *Беселови* бројеви, дати у астрономским годишњацима, рачунати су, по истој препоруци, почев од 1. јануара 1960. г., да би се смањио утицај чланова другог реда, тако да је прецесија обрачуната од почетка најближе *Беселове* године, тј. за прву половину године од почетка исте године t_0 до датог тренутка t , а за другу половину године од почетка наредне године t_1 уназад до датог тренутка t . Исто тако и бројеви C и D односе се на средњи екватор и еквинокциј почетка најближе године. Отуд се појављује и прекид у табличном прегледу *Беселових* бројева у астрономским годишњацима на средини године.

Изрази (307), односно (310) и (311) подесни су за машинско рачунање екваторских ефемерида звезда, тј. дужег низа привидних положаја у еквилистантним временским размацима.

Изрази (307) могу се трансформисати на још један начин, подеснији за логаритамско рачунање и бржи када треба за већи број звезда срачунати само по један или више привидних положаја. Тада се избегава претходно рачунања *Беселових* констаната. Ови се изрази доби-

вају кад у изразе (307) уврстимо само вредности *Беселових* констаната:

$$Aa + Bb + Cc + Dd + E = mA + E + \frac{1}{15} n A \sin \alpha \operatorname{tg} \delta + \frac{1}{15} B \cos \alpha \operatorname{tg} \delta + \\ + \frac{1}{15} C \cos \alpha \sec \delta + \frac{1}{15} D \sin \alpha \sec \delta,$$

$$Aa' + Bb' + Cc' + Dd' =$$

$$= n A \cos \alpha - B \sin \alpha + C \operatorname{tg} \epsilon \cos \delta - C \sin \alpha \sin \delta + D \cos \alpha \sin \delta,$$

па затим уведемо смене

$$mA + E = f,$$

$$C \operatorname{tg} \epsilon = h \sin H \operatorname{tg} \epsilon = i,$$

$$n A = g \cos G,$$

$$C = h \sin H,$$

$$B = g \sin G,$$

$$D = h \cos H.$$

Место изрази (307) тада добивамо за прелаз са средњег положаја за почетак године на привидни положај у датом тренутку изразе

$$\left. \begin{aligned} \alpha - \alpha_0 &= f + \frac{1}{15} g \sin (G + \alpha_0) \operatorname{tg} \delta_0 + \frac{1}{15} h \sin (H + \alpha_0) \sec \delta_0 + \mu_\alpha \tau, \\ \delta - \delta_0 &= g \cos (G + \alpha_0) + h \cos (H + \alpha_0) \sin \delta_0 + i \cos \delta_0 + \mu_\delta \cdot \tau. \end{aligned} \right\} (312)$$

Ако се тражи највиша тачност морају се узети у обзир и краткопериодични нутациони чланови и тада ови изрази добивају проширени облик:

$$\left. \begin{aligned} \alpha - \alpha_0 &= \Delta \alpha + \left[f' + \frac{1}{15} g' \sin (G' + \alpha_0) \operatorname{tg} \delta_0 \right], \\ \delta - \delta_0 &= \Delta \delta + [g' \cos (G' + \alpha_0)] \end{aligned} \right\} (313)$$

где су са $\Delta \alpha$ и $\Delta \delta$ обележене десне стране изрази (312).

Кад се тражи висока тачност за звезде с деклинацијом већом од 80° морају се још унети и *Фабрицијусове* поправке, као и у изрази (307).

Као и *Беселове* бројеве, исто тако и величине

$$\tau, f, g, H, i, \lg g, \lg h, \lg i, f', g', G' \text{ и } \lg g'$$

дају сви већи астрономски годишњаци за 0^h светског времена, одакле се интерполовани за дати тренутак користе за прелаз са средњих на привидне екваторске координате.

Када се тражи највиша тачност и изразима (313) додају се поправке $J_{\alpha} t_g^2 \delta_0$ одн. $J_{\delta} t_g \delta_0$ које долазе од чланова другог реда.

55. Астрономске ефемериде — годишњаци. — У претходним параграфима више пута смо се позивали на то да потребне податке за разне астрономске рачуне, посебно за свођење посматрања, пружају астрономске ефемериде или годишњаци. То су збирке привидних координата за Сунце, Месец, велике планете и неколико стотина основних звезда дате у једнаким временским размацама за сваку годину. Оне се објављују обично на годину, две дана унапред и садрже поред ефемерида и податке о излазу и залазу Сунца, временском изједначењу, гриничком звезданом времену у 0^h светског времена, о помрачењима Сунца и Месеца у току те године итд., као и низ помоћних таблица за рачунање, као што су таблице *Беселових* бројева, хоризонтска ефемерида Северњаче, таблице за претварање временских размака изражених јединицама звезданог времена у размаку изражене јединицама средњег времена и обрнуто, таблице за средњу (нормалну) рефракцију и утицаје температуре и атмосферског притиска на рефракцију, таблице утицаја прецесије на ректасцензију и деklinацију и др.

Астрономски годишњаци су неопходни приручници како за астрономе теоретичаре и посматраче, тако и за све који астрономију примењују, као што су геодети, поморци и др.

Све развијене земље издају своје астрономске годишњаке. У нашој земљи излазе редовна три: *Годишњак нашег неба* у Београду (угасио се 1962. г.), *Алманах „Бошковић“* у Загребу и *Наутички годишњак* у Сплиту. Сем тога у Љубљани часопис »Proteus«, а у Београду часопис „Васиона“, доносе у скраћеном облику *Астрономске ефемериде* за сваку годину. Подаци које они дају нису довољни, ни по тачности, ни по густини аргумената, за све радове, зато је неопходно астроному да се упозна с најважнијим страним астрономским годишњацима и да се навикне да њима рукује. Ти су годишњаци: француски *Connaissance des Temps* (C. d. T.) који излази од 1679., ~~енглески~~ *Nautical Almanac and Astronomical Ephemeris* (NA) који излази од 1767 г., немачки *Berliner Astronomisches Jahrbuch* (BJ) који излази од 1776. г., амерички *American Ephemeris and Nautical Almanac* (AE) који излази од 1855. год. и совјетски *Астрономическиј Јежегодник* (АЕж) који излази од 1922. г.

Астроному су ефемериде најчешће потребне да из њих интерполује за тренутак посматрања привидне координате звезда са свог

посматрачког програма, да не би морао да их сам рачуна полазећи од њихових средњих координата које дају звездани каталози. Од 1941. г. рачунски биро Гриничке опсерваторије рачуна и издаје, по налогу и о трошку Међународне астрономске уније, привидне положаје свих звезда из FK₄ каталога, и то оних до деклинације од 80° за сваки десети пролаз кроз меридијан Гринича, а за поларне, с деклинацијом преко 80°, за сваки пролаз. Сем тога он даје и средње координате њихове за почетак *Беселове* године на коју се односи годишњак, као и таблице краткопериодичних нутационих чланова и још неке помоћне. Овај посебни астрономски годишњак међународног карактера носи назив *Apparent Places of the 1535 fundamental Stars FK4*. Од 1962. г. рачунање ових ефемерида и издавање њихово прешло је на Астрономски рачунски институт у Хајделбергу, који је израдио и међународне фундаменталне каталоге FK3 и FK4.

Привидне екваторске координате звезда са којима се врше свођења посматрања у астрономским годишњацима дају се за тренутке њихових горњих пролаза кроз меридијан Гринича. Може се десити да у један исти датум падну и два горња пролаза једне исте звезде, јер је звездани дан краћи од средњег и износи само 0,99727 средњег дана. При интерполовању привидних координата за тренутак нашег посматрања или ма за који тренутак који нас интересује зато је потребно о овоме повести рачуна. Ови „критични датуми” назначени су у самој ефемериди сваке звезде.

Г л а в а Д р у г а

ОСНОВЕ ПРАКТИЧНЕ АСТРОНОМИЈЕ

Практична астрономија се дели на четири одељка. Први се бави упознавањем астрометријских инструмената, њиховим оспособљавањем за тачна мерења (ректификацијом), њиховом употребом и испитивањем њихових особина и систематских грешака и често се назива *наука о астрометријским инструментима*.

Други се одељак бави методама мерења астрометријским инструментима из којих се затим рачунски одређују географске координате, тачно време и азимут правца и дели се на две гране: *геодетску и поморско-ваздухопловну астрономију*.

Трећи одељак се бави методама за одређивање екваторских координата небеских тела и у зависности од инструмената којима се ово врши, као и од ближих циљева, дели се у две гране: *фундаменталну и екваторијалну астрометрију*.

Четврти одељак изучава методе за одређивање фундаменталних астрономских констаната, од којих смо неке већ поменули у Основама сферне астрономије. И он се често прикључује фундаменталној астрометрији.

Ми ћемо се у оквиру овог општег курса задржати на основним принципима и методама свих одељака практичне астрономије.

Ⓐ АСТРОМЕТРИЈСКИ ИНСТРУМЕНТИ

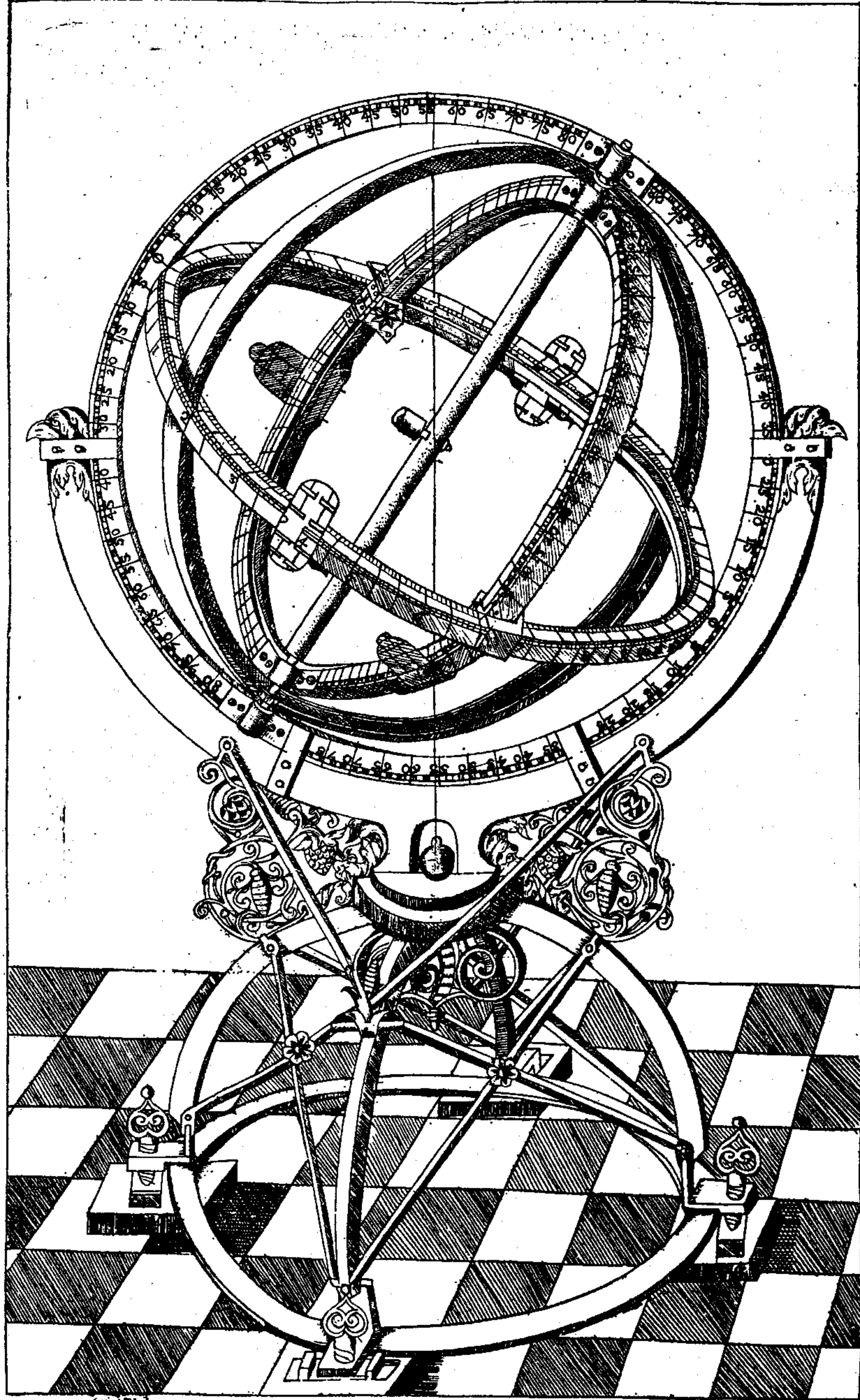
То су инструменти за одређивање положаја небеских тела, њихова распореда и кретања у циљу решавања осталих проблема практичне астрономије који су напред поменути. После кратког историјског осврта на њихов развој, задржаћемо се на класичним астрометријским инструментима, и то на астрономско-геодеским, поморско-ваздухопловним, фундаменталним и екваторијалним. У прве спадају: *универзални инструмент, зенит-телескоп, пасажни инструмент и ас-*

тролаб са призмом. У друге спадају: поморски и ваздухопловни сек-
стант. У треће спадају: меридијански круг, велики пасажни инстру-
мент и велики вертикални круг, а у четврте екваторијал и астро-
граф. На крају ћемо се кратко задржати на најновијим астромет-
ријским инструментима чије су конструкције остварене тек пре не-
колико година или се још налазе у изради.

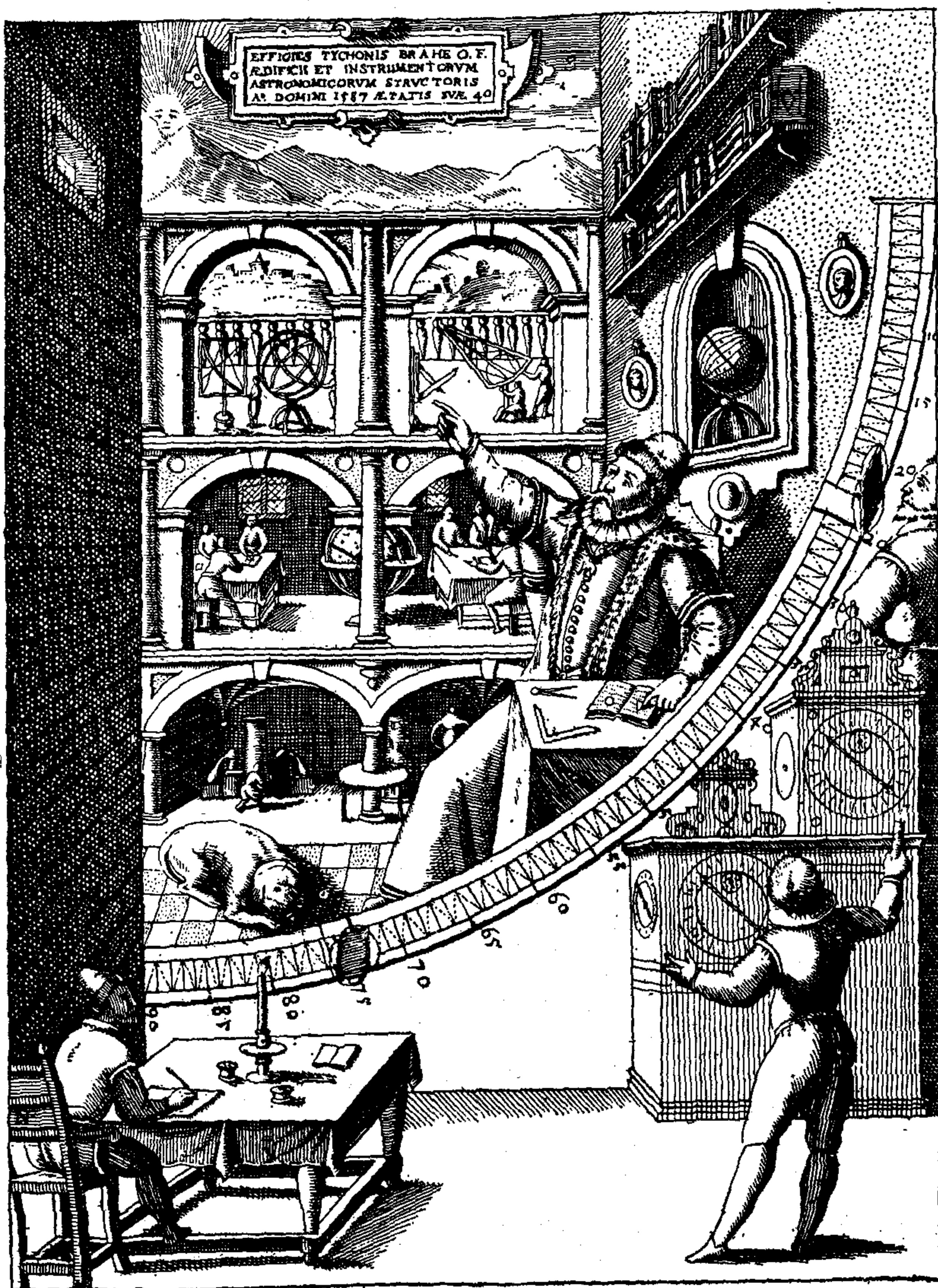
(56.) **Историјски развој астрометријских инструмената.** — Научно посмат-
рање небеских тела и појава почиње око 3000 г. пре н.е. када се прелази са
квалитативног праћења положаја и кретања Сунца, Месеца пет планета и
звезда на мерење и записивање њихових положаја. Први астрономски инстру-
мент поникао је у Месопотамији. То је био гномон — вертикалан шиљаст
стубић побивен у равну подлогу. Најкраћа његова сенка одређивала је правац
меридијана, а угловно одстојање сенке у сваком тренутку од меридијана да-
вало је азимут небеског тела. Размера између висине гномона и дужине ње-
гове сенке давала је угловну висину Сунца над хоризонтом. Тако је још у
Месопотамији, у поменутој епохи, било изучено привидно годишње кретање
Сунца из свакодневно мерених његових положаја.

Гномон је нарочито постао познат у Средњем веку, када је примењиван
као сунчани часовник. Но он је још у II веку пре н.е., за време *Хипарха*,
доживео свој преображај. Постављен у металну полулопту издељену концен-
тричним круговима, служио је као преносни инструмент — *скафион* — за од-
ређивање географских координата из мерених висина Сунца. *Ератостен* је њи-
ме премерио Земљине димензије, а њиме одређене географске координате ме-
ста послужиле су нешто касније за израду првих географских карата.

Хоризонтске координате — азимут и висина — а нарочито угловни раз-
мази међу небеским телима, мерени су касније кругом са угловном поделом
дуж чијег се једног пречника налазио *диоптар* — обичан нишан, као на пуш-
ци. Према њему је читана кружна подела при визирању на једно, а затим
на друго небеско тело. Разлика два читања давала је њихово угловно одсто-
јање. У нешто савршенијем облику *армиле* (сл. 73) — система кругова — овај
се инструмент задржао све до у нови век. С друге стране, било је запажено
да је за мерење углова на небеској сфери довољан само један кружни сектор,
па се тако дошло до нових инструмената — *секстанта* и нарочитог *квадран-
та*, који се све више усавршавају и граде у све већим димензијама у
циљу повишења тачности мерења. Њима се нарочито успешно служе Араб-
љани у средњем веку. Остала су чувена два диновска квадранта — *Улуг-Бе-
ков* на Опсерваторији у Самарканду и *Тихо Брахеов* на „*Ураниенборгу*“ (сл. 74).
Овај последњи имао је полупречник од 10 стопа и давао тачност 1—2'. Њиме
мерене координате Марса послужиле су *Кеплеру* за откриће знаменитих закона
планетског кретања.

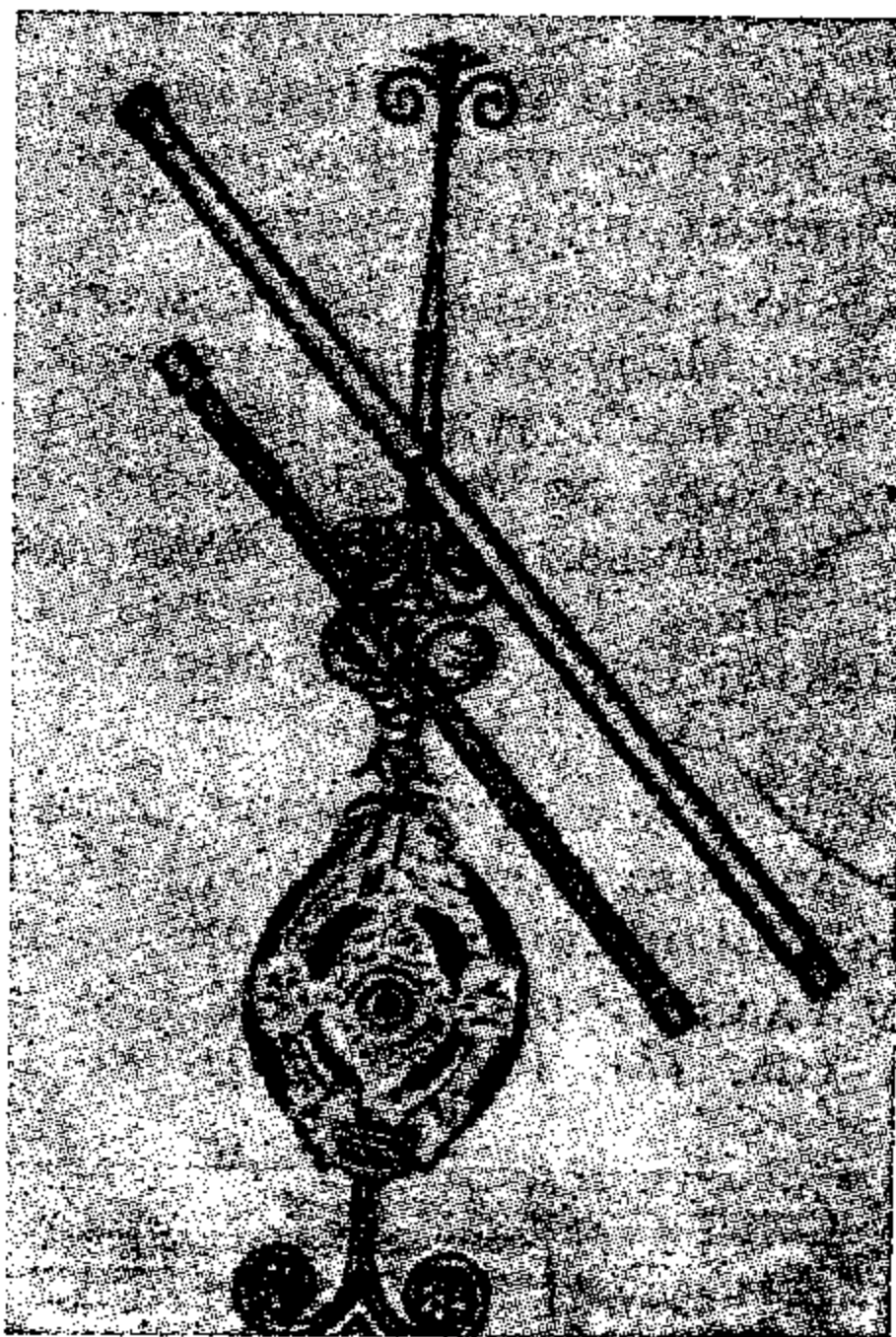


Сл. 73. Армила



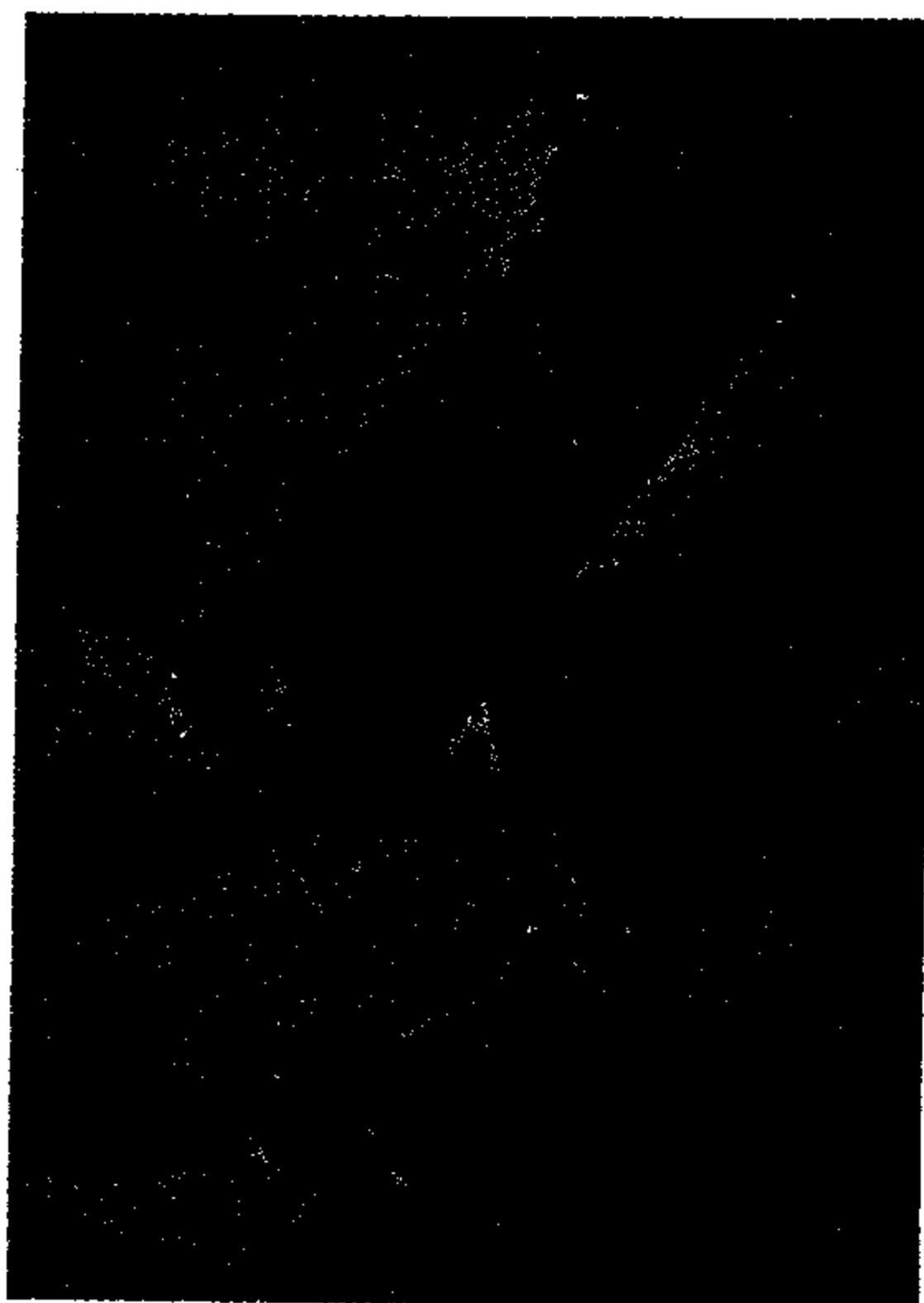
Сл. 74. Тико - Брахеев зидни квадрант

1580. г. Де ла Порта проналази дурбин са сочивима — рефрактор и 1609. год. Галилеј конструише свој примерак (сл. 75), којим врши прва открића која су задала одсудан ударац геоцентричном систему света. Већ 1616. Шајнер за-



Сл. 75. Први Галилејеви дурбини.

мењује њиме диоптар на свом кружном сектору, но истовремено долази на идеју да му вертикалну осовину нагне у правцу небеског пола и тако долази



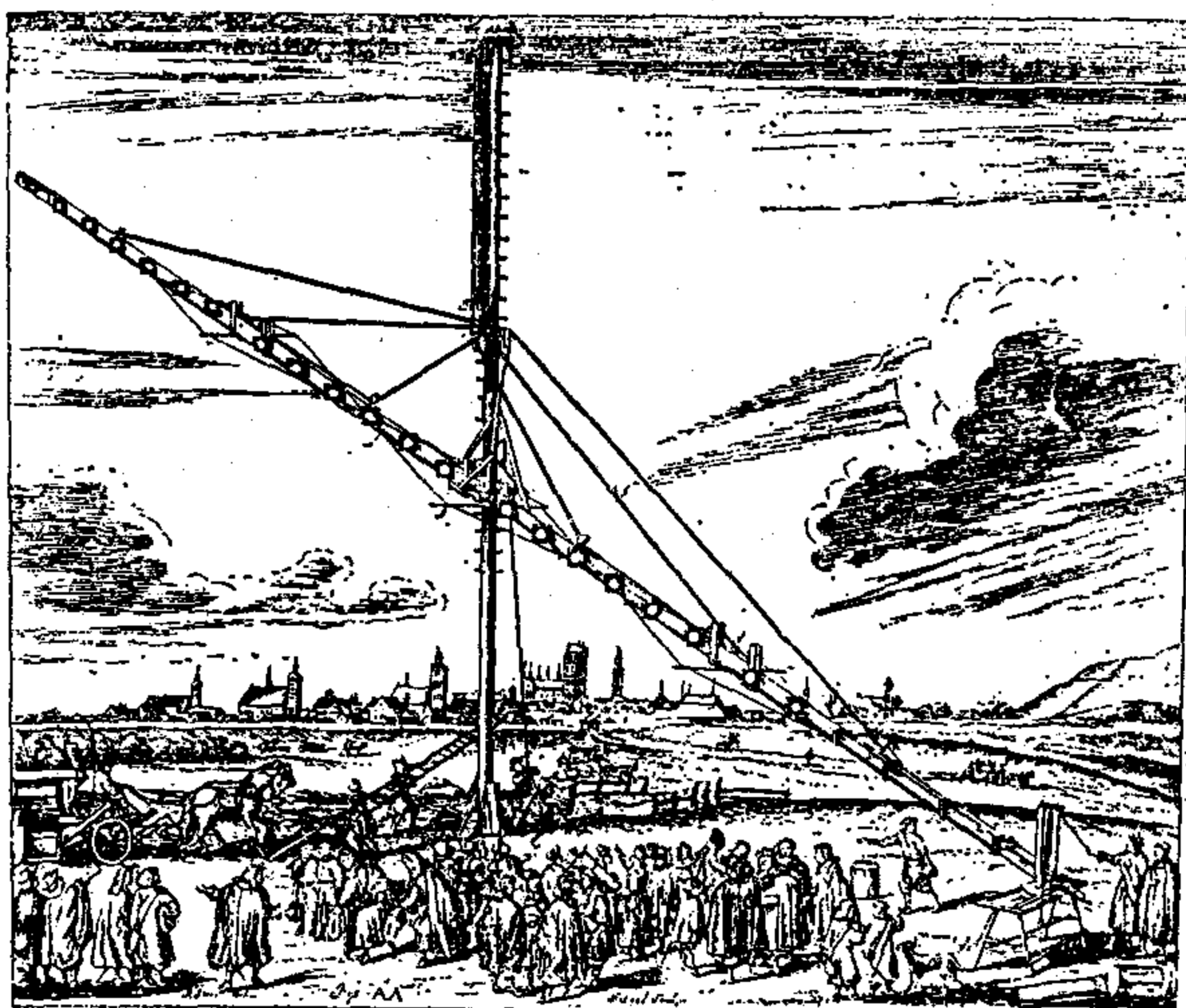
Сл. 76. Први Њутнов рефлектор

до првог екваторијала, којим се мере екваторске координате: часовни угао или углавно одстојање од меридијана мерено по екватору и деклинација или

угловна висина небеског тела над небеским екватором. 1669. г. *Пикар* ставља дурбин место диоптра на свој квадрант којим врши чувени премер Земље. 1640. г. *Гаскуањ* проналази микрометар за прецизно мерење малих угловних размака међу небеским телима у видном пољу дурбина. 1666. г. усавршава га *Озу* и 1672. год. *Ремер*. 1660. *Тевно* проналази либелу. Са ова два важна мерна органа и са дурбином, круг са угловном поделом поступно прераста у облике данашњих астрометријских инструмената.

1632. г. *Кавалиери* долази на идеју да се може објектив у дурбину заменити издубљеним огледалом. Међутим, први овакав телескоп — рефлектор — са сферним бронзаним огледалом остварио је 1652. г. *Цуки*. *Мерсен* долази одмах затим на идеју да огледалу да параболоидни облик који пружа савршене ликове. Рефлектор у данашњем облику први дају *Грегори* и *Њутн* 1672. г. (сл. 76), а знатно касније нове типове *Касегрен* и *Хершел*, одн. *Ломоносов*. Конструкције првих рефлектора доносе низ нових открића мањих тела у Сунчевом систему.

Хајгенс показује да се недостаци сочива смањују са његовом кривином, тј. са повећањем жижне даљине. Због тога у 17. веку настаје трка за све дужим рефракторима. На слици се види један од најдужих рефрактора оног времена — *Хевелијусов* у Гданску од 49 стопа, код кога је цев била замењена шином са дијафрагмама (сл. 77). 1699. г. *Хајгенс* открива начин отклањања

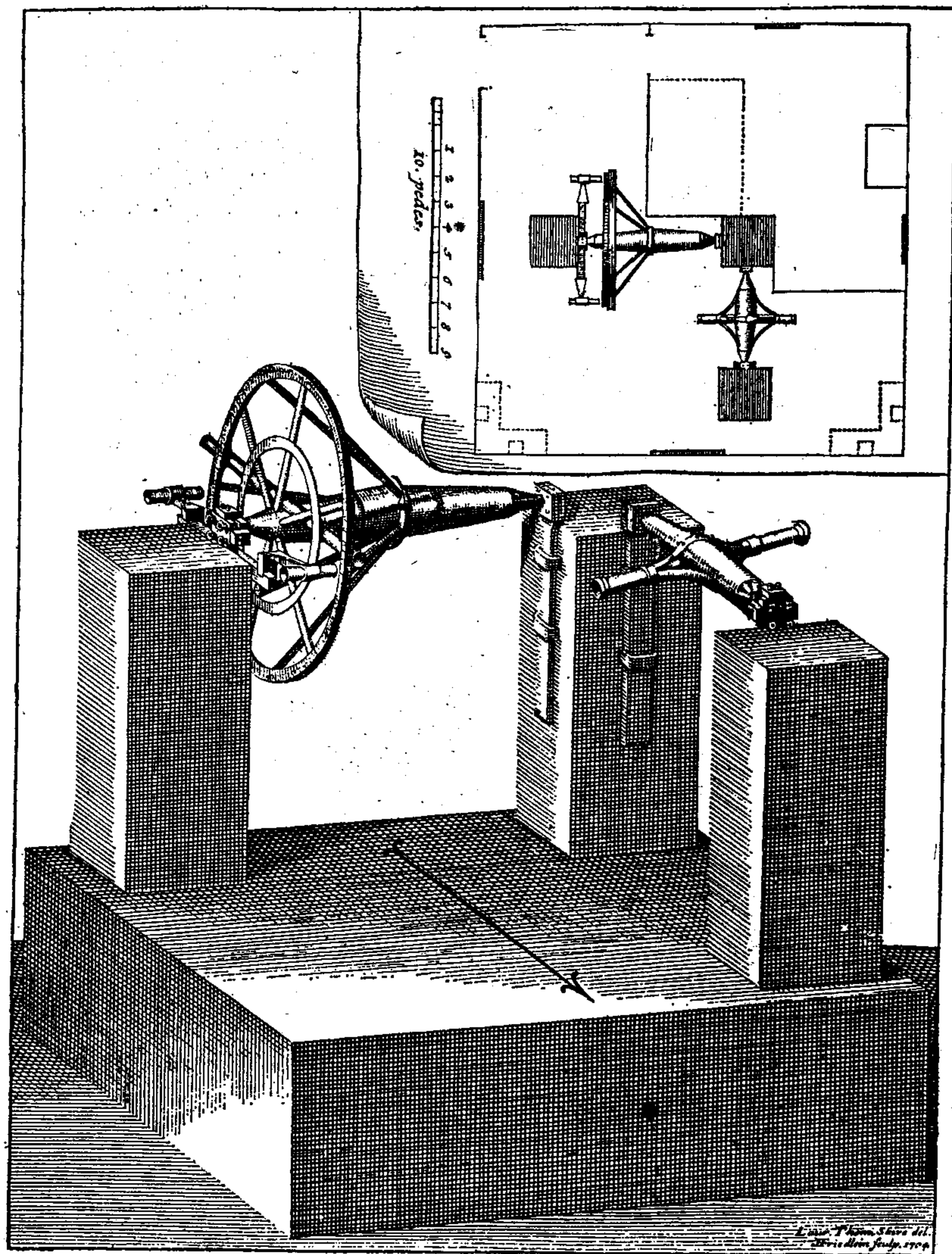


Сл. 77. *Хевелијусов* дурбин без цеви од 49 стопа

сферне аберације комбиновањем сочива, па се после тога јављају поново краћи, али оптички поправљени рефрактори. Пречник им са временом све више расте, како би се сакупило што више светлости и тако омогућило посматрање све слабијих и даљих небеских тела. 1656. г. *Хајгенс* је обогатио практичну астрономију и својим открићем прецизног часовника с клатном, који се отада непрекидно усавршава и који се где-где и данас задржао, поред кварцног и атомског часовника као важан помоћни инструмент за астрономске радове.

У то време раде се већ први специјализовани рефрактори — зидни сектори и кругови (*Ла Хир*, *Флемстид*). 1660. *Ремер* ствара први меридијански инструмент, звани *Machina Domestica* (сл. 78), а *Ј. Д. Касини* и *Ремер* прве еква-

торијале с прецизним круговима и аутоматским праћењем небеских тела на њиховом привидном дневном кретању. 1704. г. Ремер конструише свој меридијански круг *Rota Meridiana* и велики пасажни инструмент у првом верти-

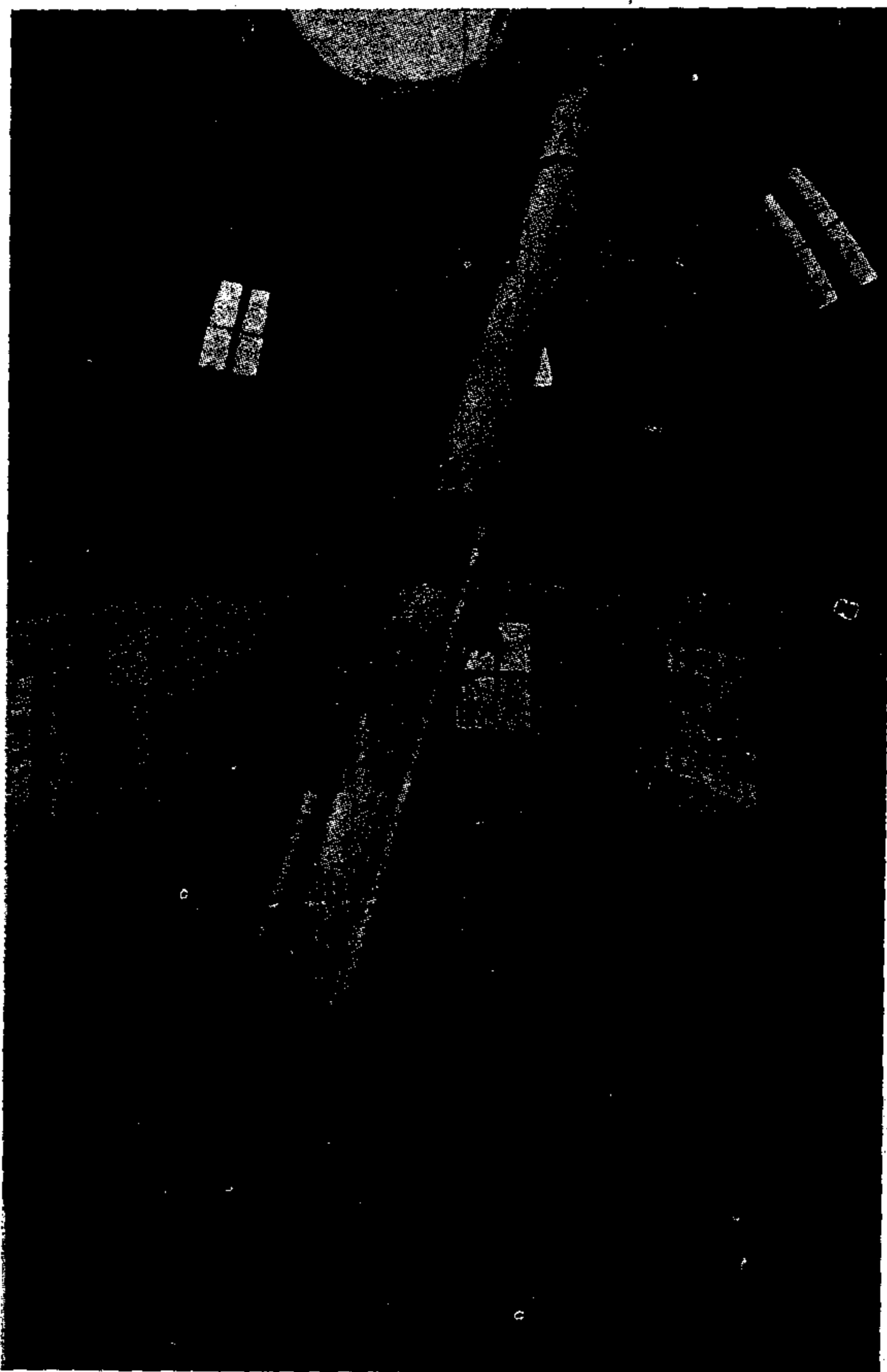


Сл. 78. Ремерова «Machina domestica»

калу, који се по конструкцији приближују данашњим, да се крајем 18. века

почну већ јављати инструменти данашњег типа. Грехем конструише зенитски сектор, претечу данашњег зенит телескопа, којим Бредли открива 1729. г. објекцију светлости. Тачност мерења, по Бреселу тада већ достиже 4". Поред Немачке, Ремсден даје и своју нову енглеску монтажу која је подеснија за све веће и теже инструменте који се граде.

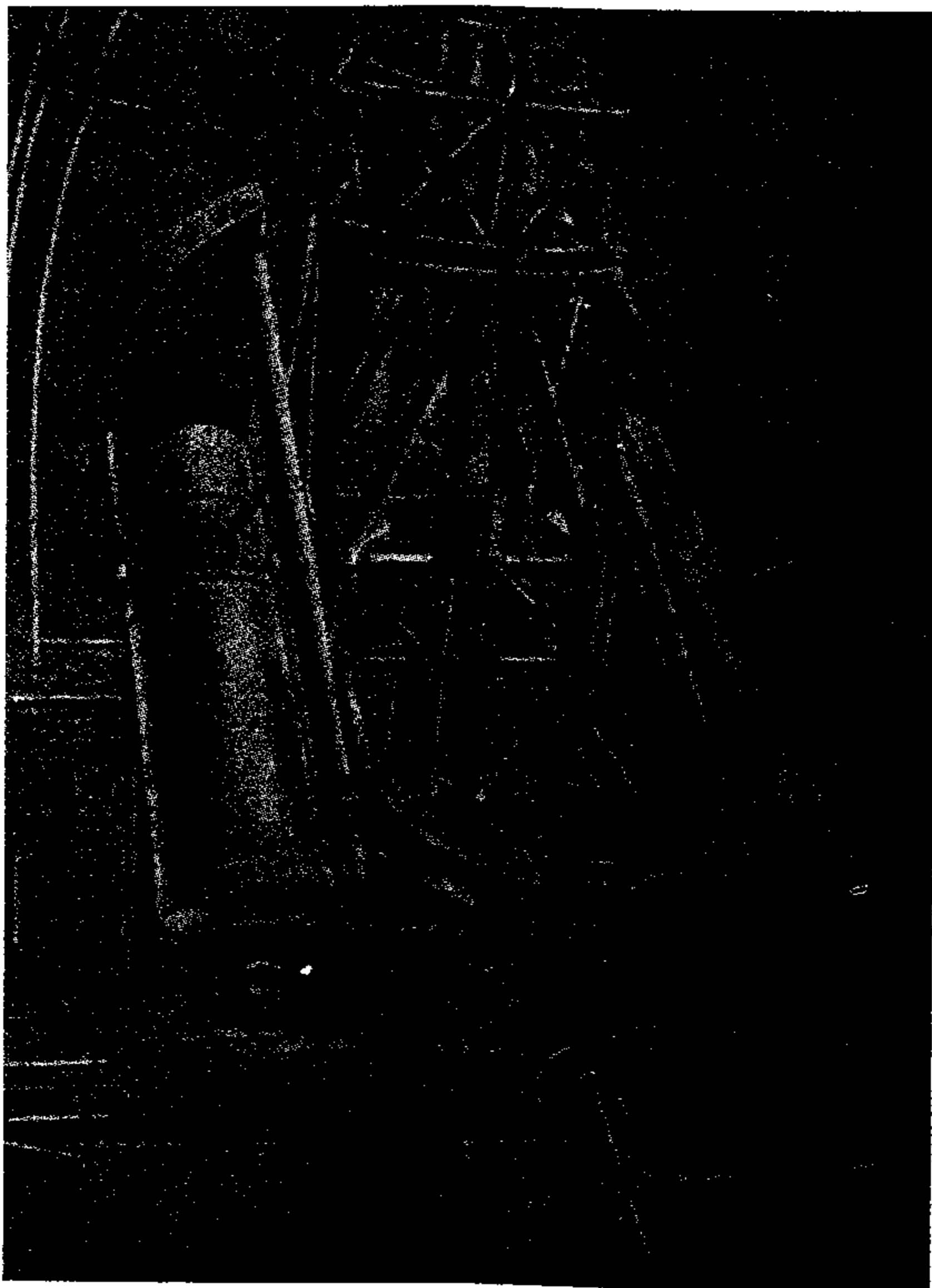
У прошлом веку, применом фотографије на рефрактор, почињу да се граде фотографски рефрактори или астрографи, који су нарочито подесни за израду детаљних звезданих карата и каталога, као и за одређивање положаја



Сл. 79. Рефрактор 65 см отвора и 10,5 м жијине даљине
Астрономске опсерваторије у Београду

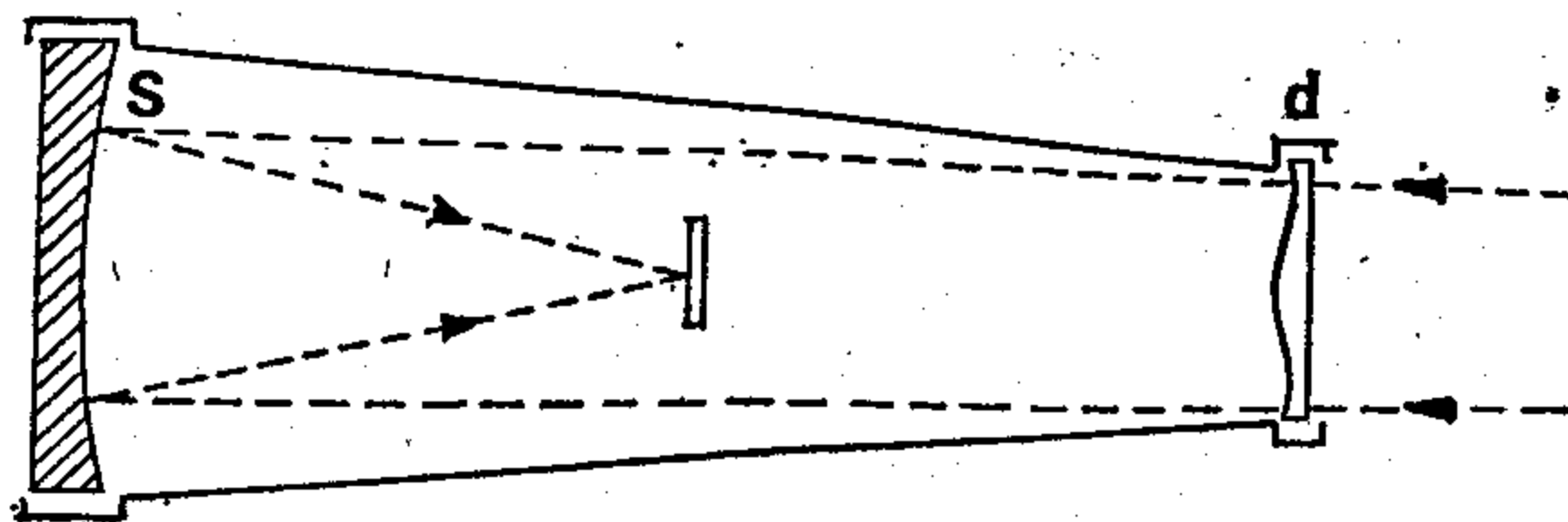
малих планета, комета и маглина. Највећи рефрактор на свету је рефрактор са отвором од 102 см на Јеркес опсерваторији у САД подигнут 1895. г. Међу највеће спада и рефрактор са отвором од 65 см. Београдске опсерваторије (сл. 79), подигнут 1932. год. Рефрактори су и данас, тако рећи, незаменљиви за многе радове, посебно за мерење тзв. релативних положаја двојних звезда, сателита, за мерење звезданих даљина итд.

Међутим, за астрофизичке радове показао се бољи рефлектор. Са низом великих *Хершелових* рефлектора, које је сам израдио, и који су довели до многих открића у Звезданом систему и ван њега, започиње он на тај начин



Сл. 80. Маунт-Паломарски рефлектор отвора 5 м

нову, славну данашњу еру успона астрономије усмерене ка звезданој астрономији и астрофизици. Историја његова развоја се завршава у наше време конструкцијом *циновског* рефлектора с отвором од 5 м на опсерваторији *Мт-Паломар* у САД, где је монтиран 1948. г. (сл. 80). Данас се налази у изградњи, у СССР, највећи савремени рефлектор са отвором од 6 м, намењен једној од астрофизичких опсерваторија на Кавказу.

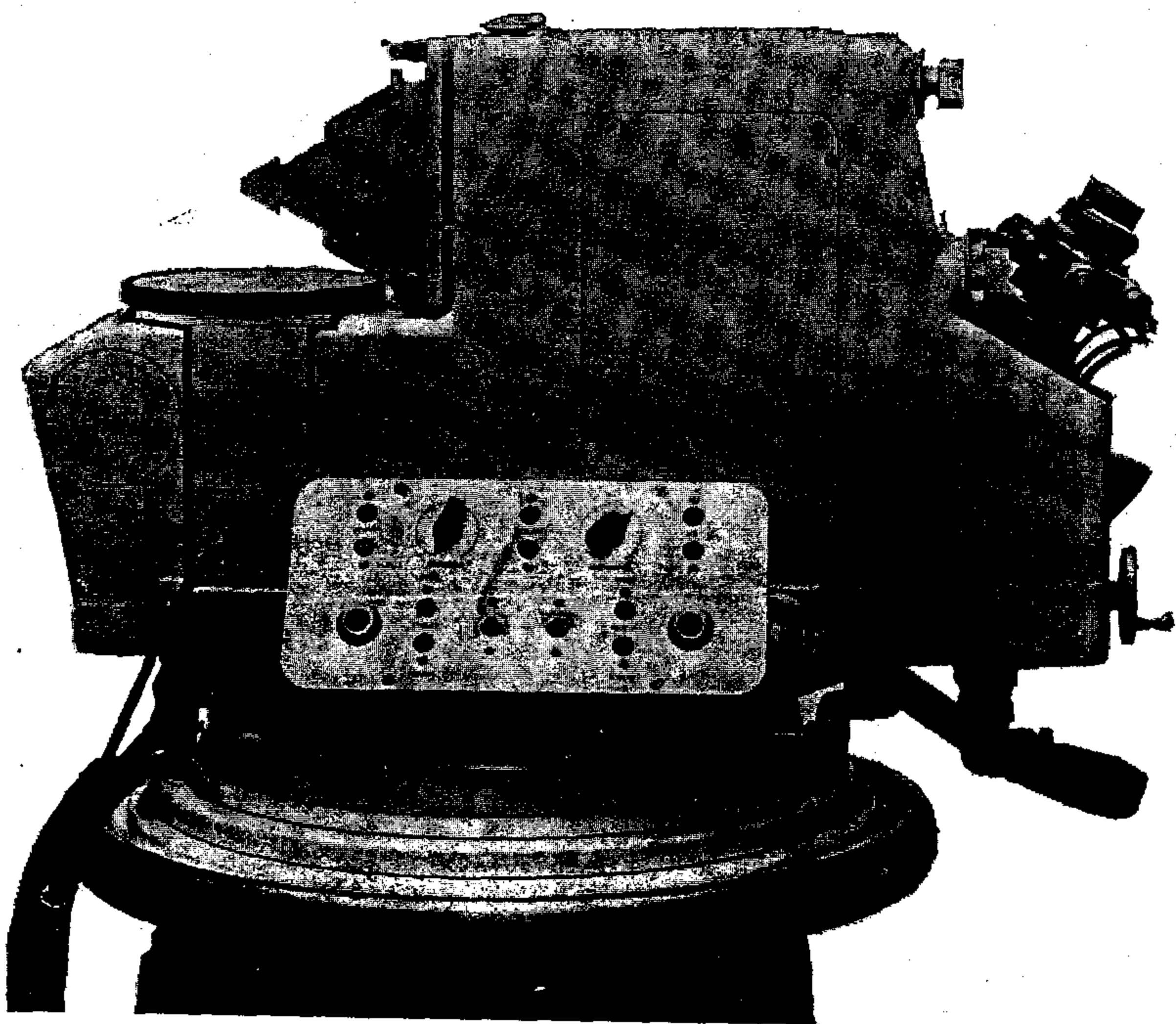


Сл. 81. Принцип *Шмитова* рефракто-рефлектора

Најзад треба поменути две најсавршеније конструкције *рефрактор-рефлектора* поникле у наше време, чији се принцип види на сл. 81, то су *Шмитов* и *Максутовљев телескоп*.

Поред рефрактора и рефлектора са екваторском монтажом, који служе као основни инструменти за опште циљева астрометријских, одн. астрофизичких мерења, постоји низ важних астрометријских инструмената, којима се мере хоризонтске координате небеских тела, тз. *азимутних инструмената* за специјалне намене. Они се деле на астрогеодетске инструменте и инструменте за фундаменталну астрометрију, на којима ћемо се посебно задржати због њихове важности и велике употребе у астрометријским радовима од којих се многи изводе и у нашој земљи.

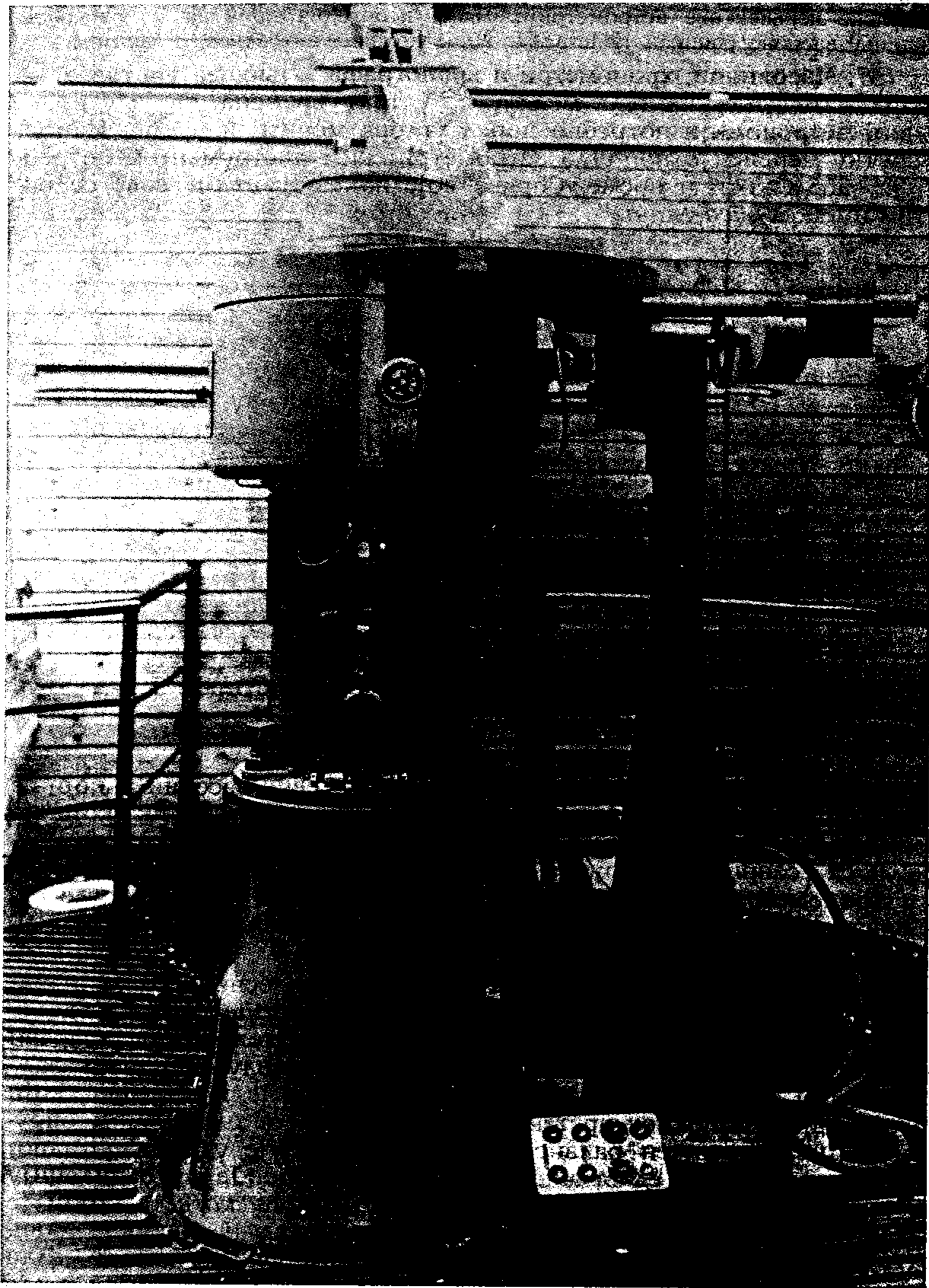
Са открићем појаве померања Земљиних полова, појаве померања континената, неравномерности Земљине ротације и др., а нарочито са човековим закорачењем у васиону, осетила се хитна потреба за скоковитим повишењем тачности, како астрономско-геодетских радова, тако и радова у фундаментал-



Сл. 82. Данжонов безлични астролаб

ној астрометрији, па су последњих година уложени ванредни напори да се дође до нових астрометријских инструмената високе прецизности. Такви су инструменти: Данжонов безлична астролаб (сл. 82), фотографски зенит-телескоп (сл. 83), хоризонтални меридијански круг, хоризонтални пасажни инструмент, пасажни инструмент са фотоелектричном хелијом, Зверјевљев фотографски вертикални круг, Марковићева дво покретна Месечева комора и др., о којима ће бити више говора у параграфу 67.

Са атомским часовником, с једне стране, и применом електронских при-
бора који често замењују и самог посматрача и аутоматизују читав процес



Сл. 83. Фотографски зенит-телескоп
посматрања, с друге стране, и најзад са употребом електронских рачунских

машина са самоконтролом, које најсложеније астрономске рачуне на којима се раније радило месецима обављају за неколико минута, отвориле су се нове, неслухане перспективе астрометрији. Њена неопходна примена у човековом освајању васионе учинила ју је данас више но икад актуелном и занимљивом.

(57) Часовници, хронометри и хронографи и њихова употреба. — Координате небеских тела мењају се у току времена, па је у практичној астрономији потребно поред углова мерити и време. Наиме, тренутку мерења једног угла астрометријским инструментом потребно је забележити и време. Справе које *показују време* зову се општим именом *часовници*.



Сл. 84. Марински хронометар

(10) Хронометар (сл. 84.) је најстарији од свих часовника који се задржали у употреби. Њихов претеча је цепни часовник који је пронашао 1500. г. Хенлајн. У току година овај се часовник усавршавао и са усавршењем које је учинио Хендерсон дошло се до прецизног хронометра за којим се тежило да би се што тачније могле одређивати географске дужине на бродовима у циљу обезбеђења сигурне прекоморске пловидбе.

Код хронометра треба разликовати четири основна механизма: покретач, регулатор, преносни механизам и показивач. Покретач је сила јаке спиралне опруге која кад је навијена тежи да се исправи и тиме покрене зупчаник на чијој је осовини полусекундна казаљка. Навоји опруге су истог пречника. Регулатор је тзв. *баланс*, који се састоји из кружног прстена који је у вези са еластичном опругом. Једном заклаћен баланс почиње да осцилује у хоризонталној равни, захваљујући еластичности своје завојнице. Једну осцилацију (два клаћења) он изврши за $1/2$ секунде. Помоћу *котве* с којом је баланс у вези и која за време његова осциловања непрекидно клацка у полусекундном ритму, сваке $1/2$ секунде пропусти она по један зубац полусекундног точка и тако, захваљујући равномерном осциловању котве, омогућује равномерно (иако скоковито) окретање полусекундног точка и полусекундне казаљке. Полусекундни точак при

свом померању за полусекунду сваки пут даје лак подстрек балансу, потребан да се одржи његово осциловање.

Системом преносних зупчаника преноси се окретање полусекундног точка, с потребном редукцијом, на минутни и часовни точак на чијим се осовинама налазе казаљке које на бројчанику показују минуте и часове.

Хронометар се разликује од цепног часовника не само прецизношћу израде, већ и још двома својим одликама. То су пуж са ланцем за отклањање утицаја слабљења силе опруге за навијање и би-метални баланс којим се отклања утицај температурских промена на трајање његова осциловања. Полусекундни точак служи још и као прекидач једног кола струје које $1/2$ секунде стоји отворено, а $1/2$ секунде затворено. Из хронометра излазе два кабла овог кола и на другом крају се везују за електромагнет хронографа, апарата који, као што ћемо мало касније видети, служи за регистровање хронометарског показивања.

Ма како хронометар био прецизно конструисан и пуштен у рад, увећ ће се његово показивање T разликовати од тачног времена S . Ова разлика

$$C_p = S - T, \quad (314)$$

коју треба додати на његово показивање да би се добило тачно време у уоченом тренутку назива се поправка или стање хронометра. И сваки други часовник, ма како био прецизан у сваком тренутку има своје стање. Ако му је стање позитивно каже се да часовник касни, ако је негативно, да жури. Но и ово стање се у току времена мења. Ако су C_{p1} и C_{p2} стања часовника у размаку од једног дана, дневни ход часовника ω биће

$$\omega = C_{p2} - C_{p1},$$

а његов ход за један час

$$\frac{\omega}{24} = (C_{p2} - C_{p1}) \frac{1}{24} \quad (315)$$

Стање часовника у тренутку T који је између T_1 и T_2 добиће се просто линеарним интерполовањем:

$$C_p = C_{p1} + \frac{\omega}{24} (T - T_1)h, \quad (316)$$

где су времена изражена у часовима.

Стање часовника у односу на Земљину ротацију ^{као} кроз небески часовник може се одредити само из астрономских посматрања. За часовник се каже да тачно ради ако му је ход константан. Међутим, практично оваквих часовника нема. Зато се квалитет часовника цени по одступању од овог услова. Часовник је добар ако му је приштај хода константан, ако жури или касни стално за исту величину. Тада једначина (316) омогућује да му се у сваком тренутку

наће тачно стање, а из овога и његова показивања, по једначини (314) и само тачно време. За хронометре се сматра да су доброг квалитета ако им дневни ход износи $0^s.2 - 0^s.3$.

Бројчаник хронометра мора бити увек хоризонталан да би се обезбедила изохроност баланса. Зато су хронометри уграђени у карданске зглобове од два прстена који им обезбеђују увек овај положај ма како се померала подлога. Хронометар се при преносу мора брижљиво чувати од потреса, у рукама се не сме вртети, а исто тако се мора чувати од осунчавања и од хладноће, јер при сувише великим температурским променама отказује температурска компензација баланса и ход му постаје колебљив. На хладноћи се, пак, згусне мазиво и почиње неправилно да касни, а може и да стане. После сваке 3 до 4 године хронометар се мора очистити и подмазати.

Помицањем малих тегова на прстену баланса може се променити његов моменат инерције у односу на осу ротације, а самим тим и периода осциловања. Тако се хронометар може дотерати да показује или звездано или средње време.

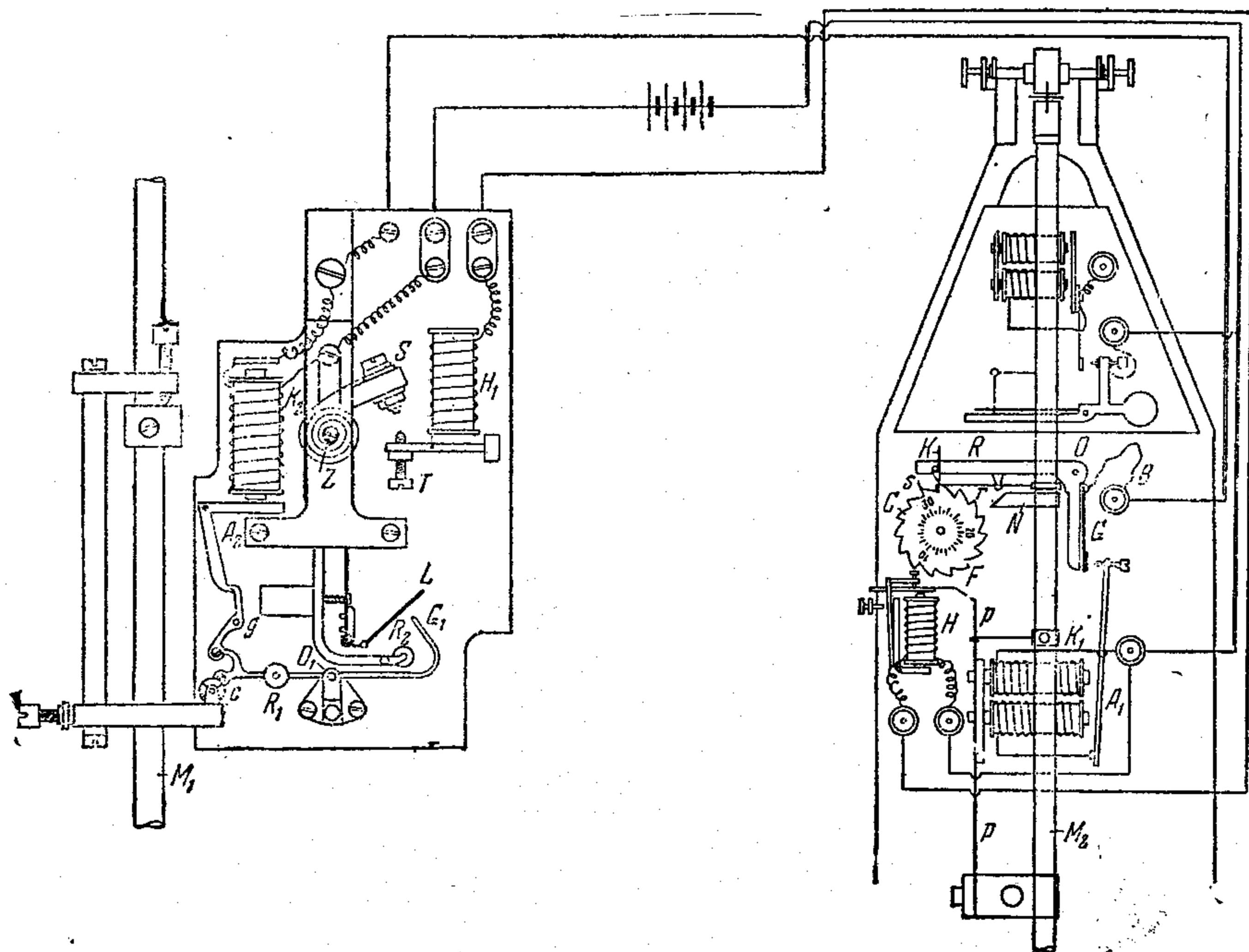
Ако се једном, основном хронометру, одреди стање из астрономских посматрања, свима осталим се могу стања одредити упоређивањем са основним. Ако се жели, при упоређењу, тачност од око $0^s.01$ један хронометар мора бити звездани, а други средњи. Ова тачност се постиже захваљујући фазној разлици између звезданог и средњег времена, као и околности да ухо разликује два удара који се временски не поклапају за $0^s.01$. Приближно сваке три минуте долази до поклапања полусекундних удара звезданог и средњег хронометра.

Хронометри који се упоређују ставе се један поред другог и једним ухом слушају откуцаји једног, а другим другог хронометра. Кад наступи тренутак да се откуцаји временски приближују треба обратити пажњу на 6 до 7 откуцаја кад нам се чини да су једновремени, зато већ код трећег или четвртог поклапања (коинциденције) треба извршити упоређење. Упоређење се састоји у томе да се запишу показивања оба хронометра у истом тренутку. То се може постићи ако се уз помоћ слуха уђе у ритам првог и у себи броје његове полусекунде (један, и, два, и, три, и, ...), а за исто време прате откуцаји полусекунда другог хронометра помоћу чула вида. У тренутку поклапања удара запамти се одбројана полусекунда првог и уочена полусекунда другог хронометра и одмах запишу једна испод друге у посматрачку бележницу. Одмах затим забележе се и минута и час и једног и другог хронометра. Ако је основни хронометар био звездани, додавањем његова стања на показивање добићемо тачно звездано време. Ако га претворимо у средње и од њега одузмемо показивање хронометра за средње време, добићемо лако његово стање.

Захваљујући полусекундном контакту хронометри се могу, као што ћемо мало касније видети, брзо, лако и врло прецизно упоређивати помоћу хронографа.

(2^о) Часовник с клатном пронашао је 1656. год. Хајгенс. Од је у току времена претрпео низ усавршавања и данас је справа за ме-

рење и одржавање времена тачнија од хронометра. Промене дневног хода код Рифлеровог часовника не прелазе $0^s.02 - 0^s.03$, а код Шортовог (сл. 85.) су реда величине $0^s.001$.



Сл. 85. Шортов часовник с клатном највише тачности

И код часовника с клатном су главни делови покретач, регулатор, преносни механизам и показивач. Покретач је тег, односно, сила теже. Регулатор је клатно. Преносни механизам се као и код хронометра састоји из система зупчаника и котве којом је клатно за њих везано. Показивач је бројчаник са казаљкама. Тег виси о струни намотаној на један котур који има заједничку осовину са секундним зупчаником. Падајући тег одмотава струну и окреће секундни точак. Његово убрзано окретање спречава котва која се налази при врху клатна. Кад се клатно заклати, оно по својој особини осцилује у једнаким временским размацама. Дужина се његова може подесити тако да време једног клаћења износи 1^s звезданог или средњег времена. Ова дужина износи близу 1 м. У истом ритму се клацка и котва и сваке секунде пропусти само по један зубац секундног точка, а секундна казаљка на бројчанику откуца 1 секунду. С друге стране, удари зубаца у котву подстичу клатно да не смањи

своју амплитуду и не стане услед трења у механизму и услед отпора ваздуха. Обртање секундног точка се редукује и преко низа зупчаника преноси на минутни и часовни точак на чијем се осовинама налазе казаљке које на бројчанику показују минуте и часове.

Код *Рифлеовог* часовника подстицај клатно не добива од котве, него од једног *витог пера* које је уграђено у сам прут клатна, који је близу тачке вешања прекинут и спојен баш овим витим пером. При клаћењу клатно доспе у крајњи положај и услед трења и отпора ваздуха почне да му се смањује амплитуда: вито пера се услед изгибања напне и силом своје еластичности да подстрек клатну да продужи своју амплитуду на првобитну вредност.

Услед температурских промена дужина клатна се мења, а са њом и трајање клаћења. При повишењу температуре часовник почиње да касни, а при снижењу да жури. Да би се ово отклонило, раније су вршене разне температурске компензације клатна. Данас се она израђују од инвара (легуре челика и никла) чији је коефицијент ширења врло мали. Када се од часовника тражи највиша тачност онда се они смештају у дубоке подруме, где се преко године температура мења само за 2° — 3° С и, најзад, постављају у термосате где се одржава стална температура до на $0^{\circ}.1$ С.

И промена атмосферског притиска, тј. густине ваздуха, утиче на промену брзине клаћења клатна. Зато се прецизни часовници стављају у цилиндричне покривене стакленим звонима под којима се одржава сталан ваздушни притисак. Додавањем и одузимањем ваздуха под цилиндром помоћу мале славине и пумпе може се регулисати и ход часовника. Повећавањем притиска за 1мм часовников ход се успорава за $0^s.018$ на дан. Код оваквих часовника навијање се врши помоћу батерије *Лекланшеових* елемената сваких 32—36 сек. на тај начин, што котва једног електромагнета одбаци навише мали тег који падањем покреће часовни механизам.

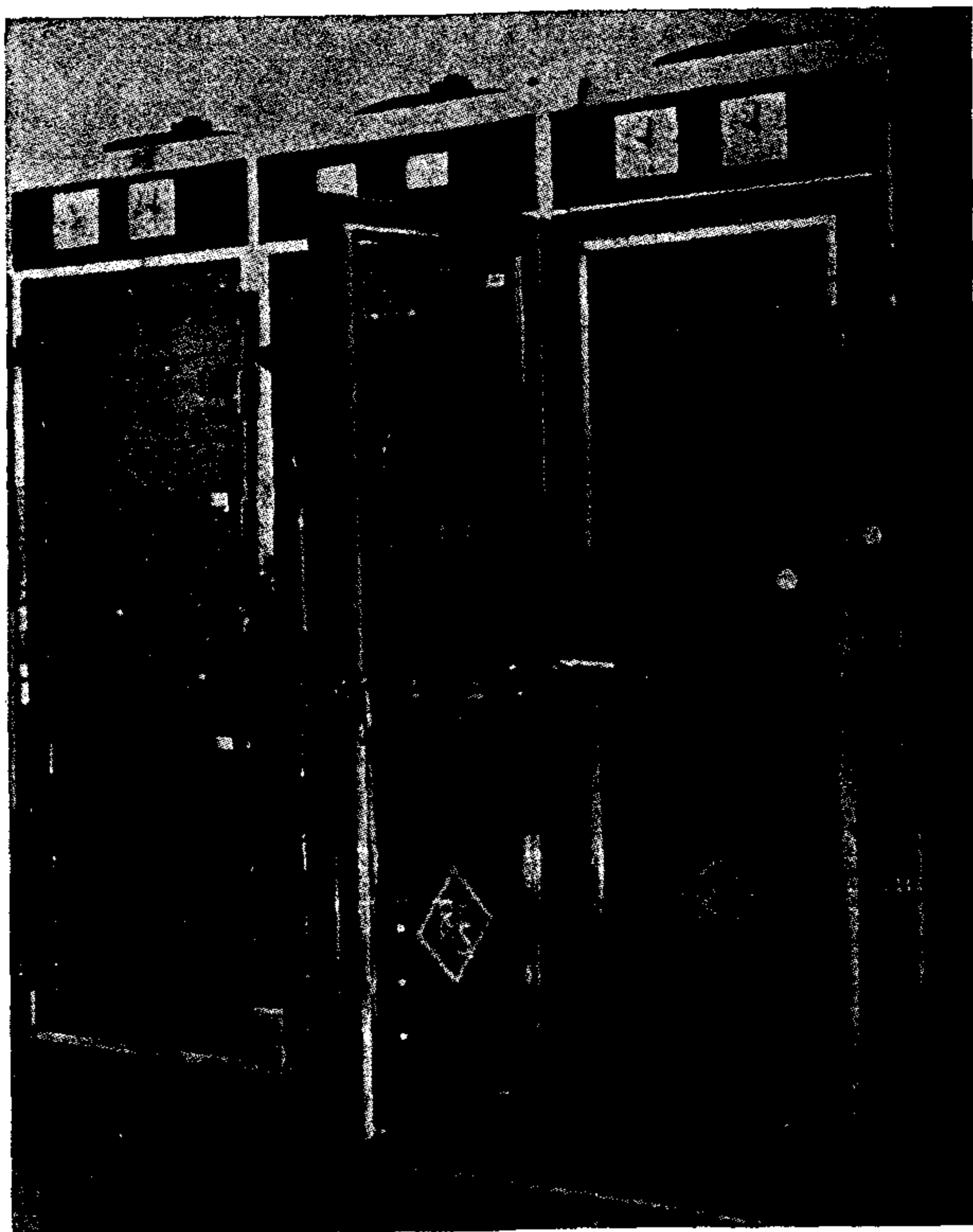
На зупце секундног точка овлаш належе полужица која при окретању секундног точка скакуће и током једне секунде затвара, а током наредне секунде отвара коло струје секундног контакта. На другом крају каблова ово је коло везано за електромагнет хронографа који, као што ћемо видети, стално бележи показивање часовника.

Како је основни часовник обично у дубоком подруму, обичан часовник с клатном се, поред посматрачког инструмента, може синхронизовати са њим. Његове казаљке ће у сваком тренутку показивати исто што и основни часовник. То се постиже на тај начин што се за клатно синхронизованог часовника везује једна котва од меког гвожђа, а испод клатна, у крајњем положају, поставља електромагнет везан са секундним контактом основног часовника. Електромагнет привлачи котву клатна када му се ова приближи, а затим је отпушта и тако нагони клатно синхронизованог часовника да осцилује на истоветан начин и тачно у ритму клатна основног часовника.

Најпрецизнији од свих часовника с клатном је *Шортов* часовник. Он се састоји из радног часовника с клатном и слободног клатна у дубоком подруму, које је синхронизовано с радним часовником који ради на сталној температури и ваздушном притиску. Ви-

сока прецизност је овде постигнута увођењем слободног клатна без читавог механизма који би реметио правилност и изохроност клаћења клатна.

3^о Кварцни часовник савремене конструкције (сл. 86.), има колебања дневног хода реда величине $0^s.0001$, те је за читав ред величине прецизнији и од најпрецизнијег часовника с клатном.



Сл. 86. Батерија кварцних часовника Роде и Шварц

Жан и Пјер Кири открили су 1880. г. појаву пијезоелектрици-тета. Ако плочицу извесних кристала подвргнемо притиску, она се наелектрише. Попусти ли притисак она се наелектрише електрицитетом супротног пола. Обрнуто, ако је обложимо електродама разноименог електрицитета и овоме мењамо смер, плочица ће почети да трепери, и то изванредно брзо и изванредно правилно.

В. А. Марисон је 1929. г. искористио прстен кристала кварца који има ову особину као регулатор нове врсте часовника високе прецизности. Фреквенција прстена била је 100 000 осцилација у се-

кунди или 1 KHZ (килохерц). Стављањем прстена у термостат постигнута је још већа тачност фреквенције. Међу њима познати су модели немачких *Робе-Шварц*, енглеских *Пост-Офице*, француских *Белен* и др. часовника. Подеси ли се учестаност струје на електродама да буде исте фреквенције као и осциловање кварца, долази до резонанције, осцилације кварца постају снажне и тада кварц намеће целом колу своју фреквенцију високе стабилности. Импулси кварца се појачавају, а њихова висока учестаност редукује у тзв. *делитељу фреквенција* до на 1000 осцилација (периода) у сек. Овом се струјом напаја један синхрони мотор који окреће секундну казаљку часовника. Због стабилне фреквенције кварца и ова казаљка се окреће изванредно равномерно.

Први кварцни часовници уведени су 1939. г. на Гриничкој опсерваторији. Данас све опсерваторије напуштају часовнике с клатнима и прелазе на кварцне.

Недостатак кварцног часовника је што не може више година да ради без прекида због дотрајавања делова који се морају мењати. Но зато се кварцни часовници раде у батеријама од по три примерка, а опсерваторије се снабдевају са више таквих батерија. Од њиховог стања узима се средња вредност и тако се ствара један идеални (фиктивни) часовник веће прецизности од сваког појединог.

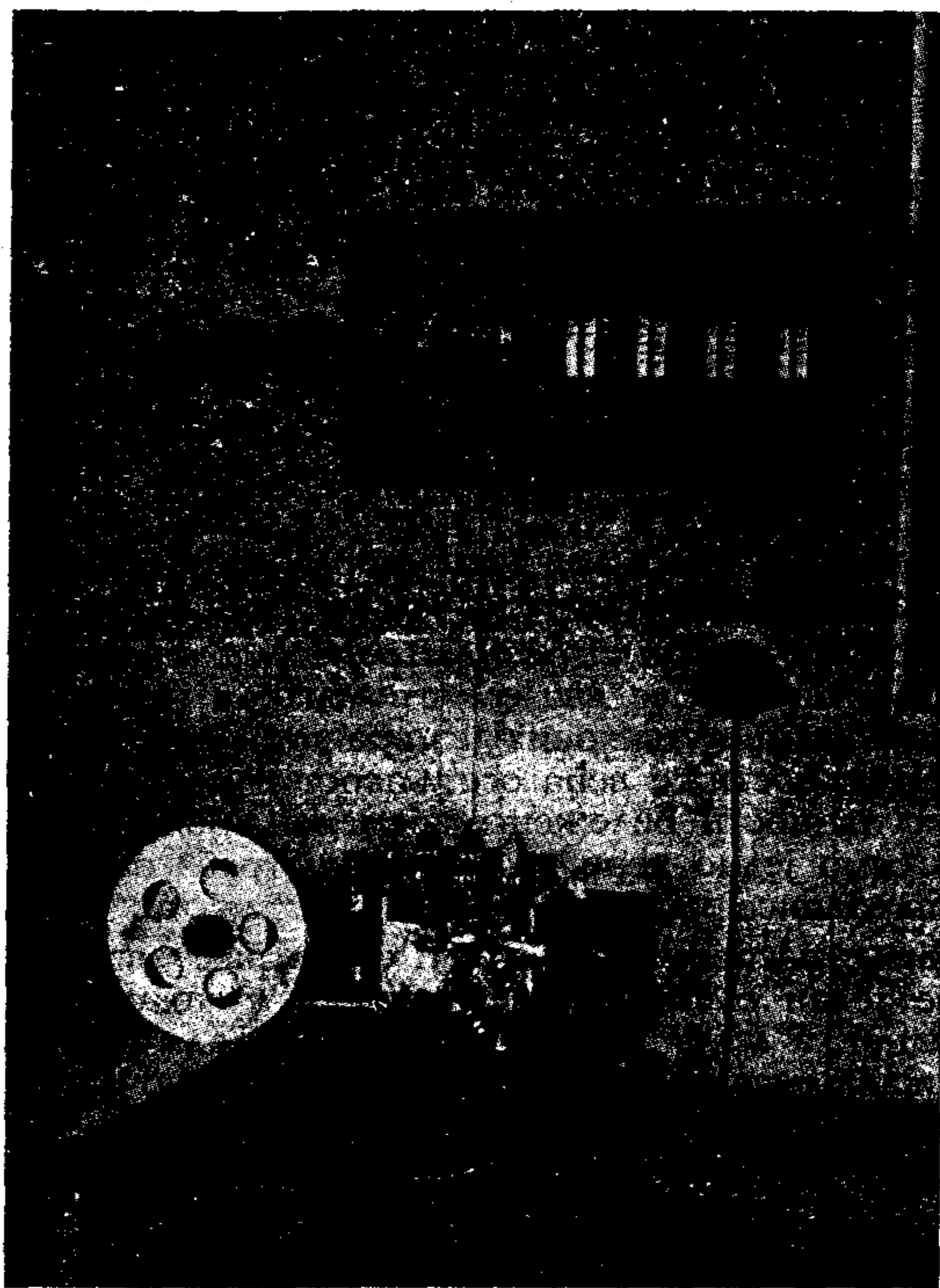
Астрономска опсерваторија у Београду за сад располаже са три кварцна часовника највише прецизности.

④ *Атомски часовник* је конструисан половином овог века. Искористићен је као регулатор *молекул амонијака* (NH_3) који се састоји из три атома водоника распоређена по теменима једнакогстраног троугла и из једног атома азота који стоји изнад ове равни на темену тростране пирамиде. Но овај атом стално осцилује, час је изнад, а час испод основице ове пирамиде. Учестаност ових осцилација је још константнија од учестаности кристала кварца. Ове осцилације изазивају апсорпцију светлости пропуштене кроз амонијак. Због поменуте апсорпције светлости у инфрацрвеном делу спектра амонијака јавља се апсорпциона линија од 23 870 MHz. Ако се пође од једног кварцног осцилатора, сличног кварцном часовнику, онда се помоћу тзв. *множитеља фреквенција* може учестаност његових фреквенција свести од 100 000 на 23 870 MHz, тако да после тога фреквенција осциловања у колу струје одговара управо фреквенцији апсорпционе линије амонијака. Ти врло брзи електрични импулси пролазе кроз апсорпциону ћелију испуњену амонијаком под притиском од само 0.01 mm Hg. Ако учестаност импулса не одговара учестаности линије амонијака, сигнал је на излазу ослабљен и кад стигне у тзв. *дискриминатор* изазива одашиљање контролног сигнала, који се враћа у кварцни осцилатор и тамо изазива дотеривање учестаности кристала, како би она после множења била управо једнака учестаности апсорпционе линије.

На тај начин се молекул амонијака са стабилнијом учестаности појављује као регулатор осцилација кварца и доприноси да кварцни часовник ради равномерно.

Данас се са употребом атома цезијума уместо молекула амонијака отишло још много даље у стабилности учестаности, па је 1957. у Физичкој лабораторији у Тедингтону (Енглеска) конструисан тзв. *цезијумски атомски часовник*, најпрецизнији часовник који је икад конструисан. Дневне промене његова хода не прелазе 0.00001 , па је као такав равномернији и од саме Земље, која је некад са својом равномерном ротацијом била прототип прецизног часовника. Уз помоћ атомских часовника (стандарда времена и учестаности) данас се са успехом изучавају промене у Земљиној ротацији.

5⁰ *Хронограф с неполаризованим релејима* (сл. 87.) је инструмент којим се врло брзо, лако и прецизно *бележи* показивање једног или више часовника. Састоји се из најмање два електромагнета са ребрима од меког гвожђа. На продуженој котви сваког електромагнета налази се по једно перо које се пуни мастилом. Испод пера



Сл. 87. Хронограф с неполаризованим релејима
израђен на Астрономској опсерваторији у Београду

равномерно се одвија трака хартије, покретана или тегом или опругом са регулатором, а у новије време малим синхроним мотором. Сваки електромагнет (реле) може се везати у коло струје секунда-

ног контакта по једног часовника (или полусекундног контакта хронометра). Перо тада осцилује у секундном ритму часовника и на траци која се испод њега одвија исписује степености дијаграм на коме сваки одсечак својом дужином представља трајање једне секунде укупчаног часовника. На секундном зупчанику је један зубац извађен, те се на дијаграму може лако уочити почетак сваке минуте чији се износ забележи на траци, јер се покрај хронографа увек налази и сам часовник који се упоређује или часовник који је с њим синхронизован. Простим одбројавањем може се на траци обележити и износ сваке секунде, како једног тако и другог часовника (сл. 88).

Специјално израђеним лењирићем или пројектовањем траке помоћу пројекционог апарата на велику скалу може се лако и брзо одредити до на $0^s.001$ који део дужине секунде представља разлика а показивања два часовника, па се тако могу лако наћи показивања основног часовника у тренутку када почиње одређена секунда ча-



Сл. 88. Хронографска трака на којој су упоређена два часовника

совника који се упоређује. Ако на показивање основног часовника додамо његово стање, познато из астрономских посматрања, ми ћемо имати тачно време s у тренутку T почетка једне одређене секунде часовника који упоређујемо, па ће његово стање бити:

$$C_p = s - T. \quad (317)$$

Због различитог положаја два пера мора се при том обрачунати и њихова разлика када стоје, тз. паралакса пера.

(6°) Хронограф с поларизованим релејима разликује се од претходног по томе што му се два електромагнета налазе један наспрам другог, а котва између њихових језгара која су од сталног магнета. На тај начин се постиже већа осетљивост и прецизност у осциловању пера и у тачности бележења времена хронографом. Сем тога овде имамо само једно перо, па отпада потреба за мерењем и обрачунавањем паралаксе, као и још неких констаната.

Упоређење часовника на овом хронографу врши се на тај начин, што се један електромагнет укључи у коло струје секундног контакта једног, а други другог часовника. Тада перо избијањем навише обелажава у виду врло кратких импулса почетке секунда једног, а избијањем наниже почетке секунда другог часовника. Разлике ових почетака мере се као и код претходног хронографа, а стање часовника који се упоређује изводи на исти начин као и тамо.

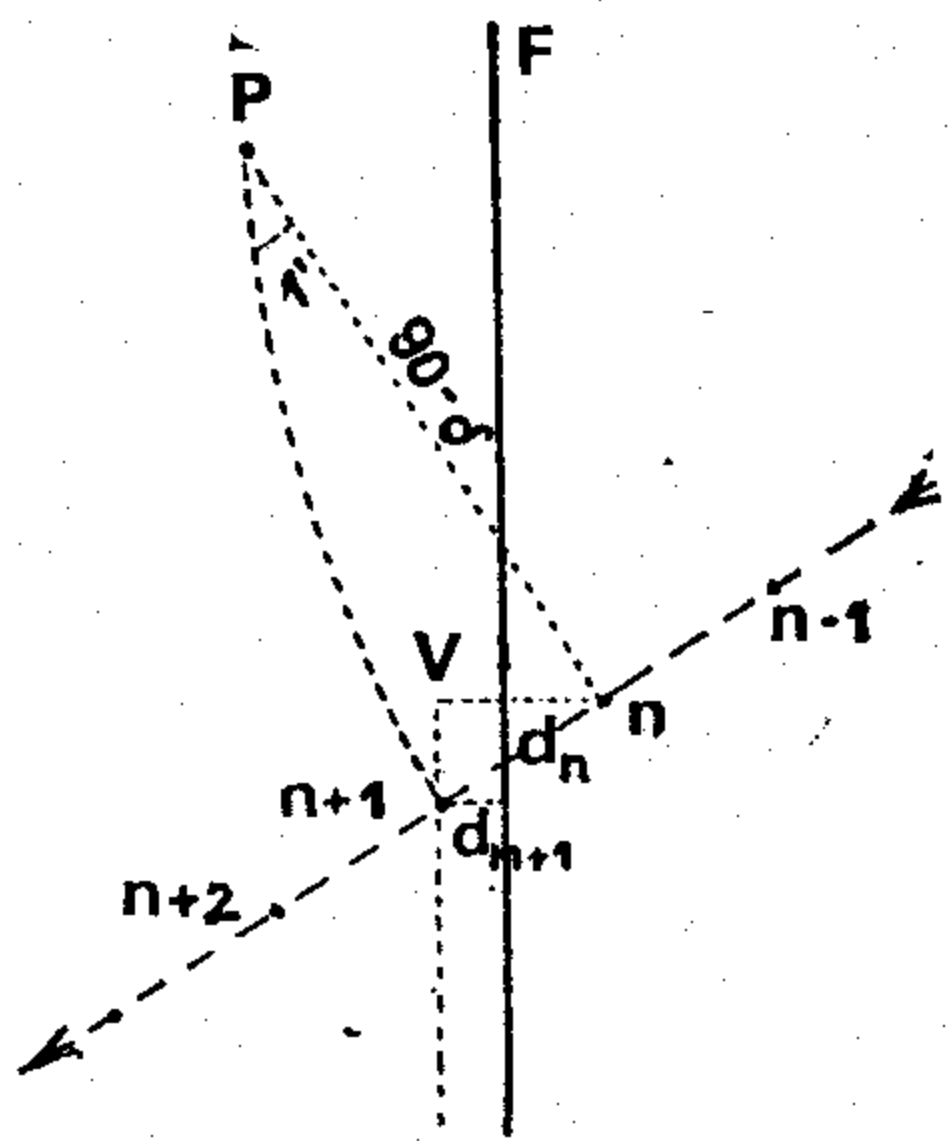
(7°) Типохронографи су хронографи који место пера имају по 4 точка на чијим су рубовима изливени бројеви који показују респективно часове, минуте, секунде и делове (десете и стоте) секунде. Окретање ових точкова синхронизује се са кретањем синхроног мотора кварцног часовника, те они у сваком тренутку показују исто што и овај часовник. Систем чекића може се укупчати у секундни контакт

ма кога часовника. У тренутку споја струје, дакле у почетку одређене секунде овог часовника, чекићи се стисну и ударе у точкове с бројевима типохронографа и на траци хартије одштампа се показивање кварцног часовника у том тренутку. Тако се може непосредно прочитати с траке и интерполовати „од ока” до на $0^s.001$ показивање сваког часовника или хронометра који се упоређује са основним кварцним часовником. Из разлике показивања тада се, као и пре, изводи стање упоређеног часовника.

Данас има више врста типохронографа разне конструкције и прецизности. Има и теренских, где је кварцни часовник замењен сопственим малим осцилатором нешто мање прецизности (нпр. „Сахара”).

Хронографи свих врста употребљавају се, као што ћемо одмах видети, не само за упоређивање часовника, већ и за бележење тренутака астрономских посматрања (мерења).

8⁰ *Одређивање тренутка посматрања на слух и хронографом.* Када се, на пример, одређују зенитна даљина или азимут универзалним инструментом било би тешко и непрецизно звезду, чији се лик брзо креће кроз видно поље као светла тачка, у исто време посматрати окуларним микрометром и забележити у том тренутку показивање часовника. Зато се много лакше и тачније ово мерење врши на тај начин што се оцењују тренуци када звездин лик пресеца поједине конце у непокретној микрометарској мрежи (сл. 89). По Бредлијевој методи „вида и слуха” ова се процена може извршити на следећи начин. Са часовником или хронометром упери се инстру-



Сл. 89. Процењивање тренутка пролаза звезде иза конца у микрометру по Бредлијевој методи

мент у положај где звезда треба у то време да се појави у видном пољу (према приближним хоризонтским координатама израчунатим унапред). Кад се појави, она се креће по луку и привидно пресеца све вертикалне конце микрометра. Чим се звезда појави у видном пољу, улазимо у полусекундни ритам хронометра и одбројавамо полугласно полусекунде према откуцајима које слушамо и у исто вре-

ме ставимо око на окулар и пратимо звезду уочавајући добро њене положаје у видном пољу кад је хронометар откуцао а ми одбројали секунде $n-1, n, n+1, n+2, \dots$. Лук $n, n+1$ одговара временском размаку од $0^s.5$. На полусекунду n коју смо запамтили тада додајемо „одока“ процењени размак n^s који у нашем случају износи $0^s.2$, па ће показивање хронометра у тренутку кад је звезда била на концу КК износити $n+0^s.2$. Затим улазимо понова у ритам хронометра и на исти начин оцењујемо и тренутке кад је звездин лик пресекао све остале конце. На крају запишемо минуту и час са самог хронометра. Ако су вертикални конци били симетрични, аритметичка средина оцењених тренутака T_1, T_2, \dots, T_n даће нам са тачношћу до на $0^s.1$ часовниково показивање кад је звездин лик био на средњем вертикалном концу микрометра. На сличан се начин може наћи и тренутак када је звездин лик био на средњем хоризонталном концу.

Хронографом се ови тренуци могу забележити с тачношћу до на $0^s.01$ и већом. Један се електромагнет укупча у коло струје секундног контакта часовника, а други веже са ручним прекидачем (тастером или крушкастим контактом). Прво перо тада исписује секунде основног часовника, као и при упоређењу часовника, а другим пером дајемо притиском у ручни контакт знаке када је звездин лик пресекао поједине конце у видном пољу микрометра. По синхронизованом часовнику крај инструмента није тешко идентификовати и на траци убележити почетке свију секунда за време којих је вршено посматрање, а децимале секунде до на $0^s.001$ могу се лако прочитати са траке на исти начин као и кад се врши упоређење часовника.

На типохронографима непосредно читамо часовникова показивања у тренуцима посматрања звезде на сваком поједином микрометарском концу.

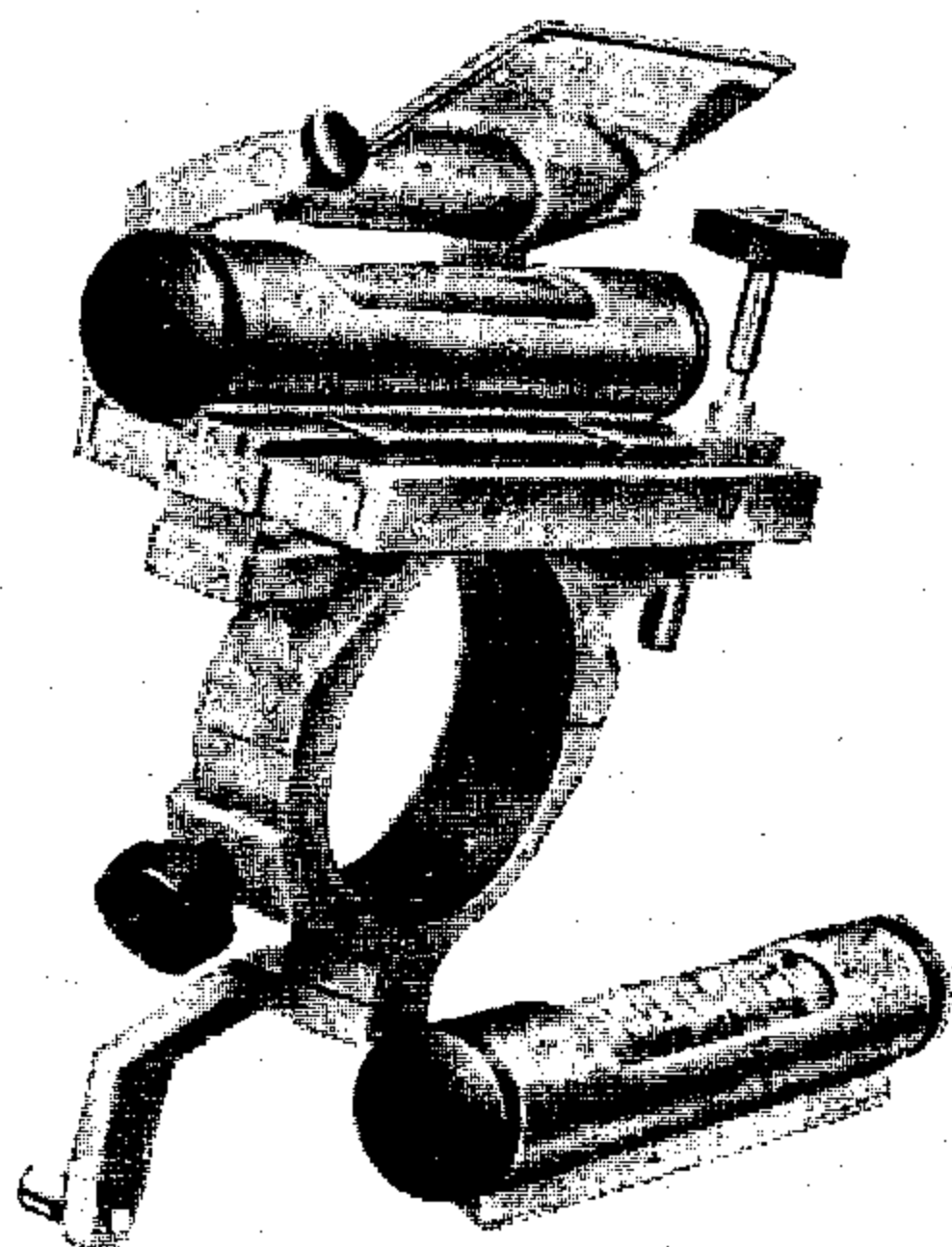
58) Мерни органи астрономских инструмената и њихова употреба. — Ми се нећемо задржавати на врстама објектива и окулара за астрономске дурбине и на њиховим недостацима. Исто се тако нећемо задржавати ни на врстама самих дурбина и њиховим особинама, јер се о томе говори у Општој астрономији ¹⁾. Напоменимо само да се на свима астрономским инструментима користи *Кеплеров* дурбин (рефрактор) и да се сва мерења која се њима врше свode на *мерење углова*, било да су ти углови саме сферне координате посматраног небеског тела, *разлике координата* два посматрана небеска тела или неки други углови из којих се рачунски *одређују* координате небеског тела, ако су познате координате тачке са које се врши мерење (станице) или обрнуто.

Дурбин на астрономским инструментима служи да се инструмент *упери на жељено небеско тело* и да се оно *много јасније* њиме види и његов лик доведе у жељени положај у видном пољу-визира. За само мерење астрономски инструменти имају три основна мерна органа, то су: *либела, лимб с нонијусом, одн. микроскоп—микрометром* и *окуларни микрометар*.

Ови органи служе и за дотеривање (*ректификацију*) инструмента да се њиме могу извршити тачна мерења.

¹⁾ в. њено значење у предговору.

1^o Либела (сл. 90) служи за довођење појединих делова астрономских инструмената у хоризонталан положај (нивелисање) и после овог довођење за мерење њиховог преосталог нагиба према хоризонтској равни.



Сл. 90. Цеваста либела

Постоје *центричне* и *цевасте* либеле. Центрична либела је са унутрашње стране стаклена сферна калота испуњена етилетром с мехуром који је испуњен етарском паром. Кад је подлога на којој лежи равна, мехур заузима централно место калоте обележено кружићем. Центрична либела служи само за приближно довођење у хоризонталност оних делова инструмента на којима се налази.

Далеко је прецизнија цеваста либела. Она се састоји из *стаклене цевчице* која је испуњена етил-етром и херметички затворена. Један њен мањи део испуњен је етарском паром и зове се *либелин мехур*. Он увек заузима највиши положај у либели. Унутрашњост цевчице је веома прецизно избрушена као површина настала обртањем кружног лука око једне праве која се назива *либелина осовина*. Уздужни вертикални пресек ове површине представља кружницу врло великог полупречника. Са спољашње стране цевчица је подеоцима (цртицама) издељена у делове (*парсе*), којих може бити према дужини либеле од 40 — 100 и више. Сваки пети обележен је обично редним бројем (в. сл. 90.). Ако је размак између два подеока или један *парс* 2 мм, а полупречник кривине $R=400$ м, није тешко израчунати да на либелиној кружници овај парс представља кружни лук од 1". Тада се каже да имамо посла са *секундном либелом*. То су најпрецизније либеле које се данас користе на астрономским инструментима. Њима се може измерити угао од 0."1. Осетљивост либелина и тачност мерења њоме зависе и од дужине њеног мехура. Уколико је он мањи теже се покреће, уколико је већи он је покретљивији. Искуство је показало да је *најтачније мерење либелом* кад је њен мехур по дужини *приближно једнак* половини либелине скале. Да би се могла мењати дужина мехура при крају ли-

белине цеви постоји вертикална преграда. Нагињањем либеле, тако да се њен мехур помера у страну где се налази преграда, један део етарске паре одлази иза ње у тзв. комору и тако се мехур може скратити. Нагињањем на другу страну, један део резервне етарске паре излази иза преграде, спаја се са мехуром и тако га продужује.

Либелина цев је смештена у ширу цев — кошуљицу, а ова у тзв. чауру, којом се ставља на делове инструмента које треба нивелисати, односно чији нагиб према хоризонту треба измерити.

Постоје углавном три врсте цевастих либела које се користе на астрономским инструментима, то су: либела на обртној осовини, либела на алхидади вертикалног круга и Талкотова либела.

Либела на обртној осовини ослоњена је својим крацима на обртној осовини инструмента и служи да се уз помоћ три подножна завртња на инструменту ова осовина доведе у приближно хоризонталан положај, као и да се измери њен преостали нагиб. Нагиб обртне осовине је једна од констаната инструмента, која улази у рачун при тачним мерењима.

Либела на алхидади вертикалног круга служи за оријентисање његово према хоризонту, одн. зениту и тако омогућује да се овим кругом мере зенитне даљине небеских тела.

Талкотова либела причвршћује се за сам дурбин или за обртну осовину (попречно), јер је обртна осовина у чврстој вези са дурбином, и служи за мерење финих промена нагиба самог дурбина у току посматрања. Ове промене долазе од више узрока. Измерене Талкотовом либелом оне се могу елиминисати из мерења и тако допринети знатном повишењу тачности мерења.

Либела је врло осетљив мерни орган на инструменту, па се при њеном руковању мора придржавати извесних правила. Тако се она мора чувати од сваког потреса и загревања. Не сме се у њу дувати нити сувише дуго задржавати над њом при читању. Не сме се дуго осветљавати ручном сијалицом. Сем тога, због дебљине стакла, читање положаја крајева њеног мехура према скали мора се вршити увек управно на саму скалу да би се избегла паралакса која се јавља при косом читању. Због капиларности на сваком крају мехура образује се тзв. унутрашњи и спољни мениск. Зато положај мехурових крајева треба читати увек на исти начин. Најбоље врх спољног мениска.

Аритметичка средина читања положаја мехурових крајева на њеној скали зове се либелино стање или средња тачка либелина мехура. Ако је подлога на којој лежи либела идеално хоризонтална а либелина осовина исто тако, и ако је читање левог краја мехура a , а десног b , либелино стање биће

$$\frac{a+b}{2}.$$

Обрнемо ли либелу око вертикале за 180° и пустимо 2 минуте да се умири, па је опет прочитамо, сада ће леви крај мехура бити на читању b а десни на a . Либелино стање биће опет

$$\frac{a+b}{2}.$$

Ако ли је подлога нагнута за мали угао α , тако је нпр. десни крај либелин издигнут, читање мехурових крајева пре обртања либеле биће $a_1 = a + \alpha$ и $b_1 = b + \alpha$, а после обртања $b_2 = b - \alpha$ и $a_2 = a - \alpha$, где је број парса једнак углу α . Стање либелино у једном и другом случају биће:

$$\frac{1}{2} (a_1 + b_1) = \frac{1}{2} (a + b) + \alpha,$$

$$\frac{1}{2} (a_1 + b_2) = \frac{1}{2} (a + b) - \alpha.$$

У овим двама једначинама су леве стране познате, то су стања либеле, а с десне стране су две непознате: сам нагиб α и тзв. либе-

лина нула $\frac{1}{2} (a + b)$ или стање либеле кад се налази на идеално хо-

ризонталној подлози. Обележимо ову либелину константу са O . Из горњих једначина за обе непознате добивамо решења:

$$\alpha = \frac{1}{2} \left(\frac{a_1 + b_1}{2} - \frac{a_2 + b_2}{2} \right), \quad O = \frac{1}{2} \left(\frac{a_1 + b_1}{2} + \frac{a_2 + b_2}{2} \right). \quad (308)$$

Нагиб је, дакле, полуразлика либелиних стања пре и после ње-на обртања, а либелина нула полубир ових стања.

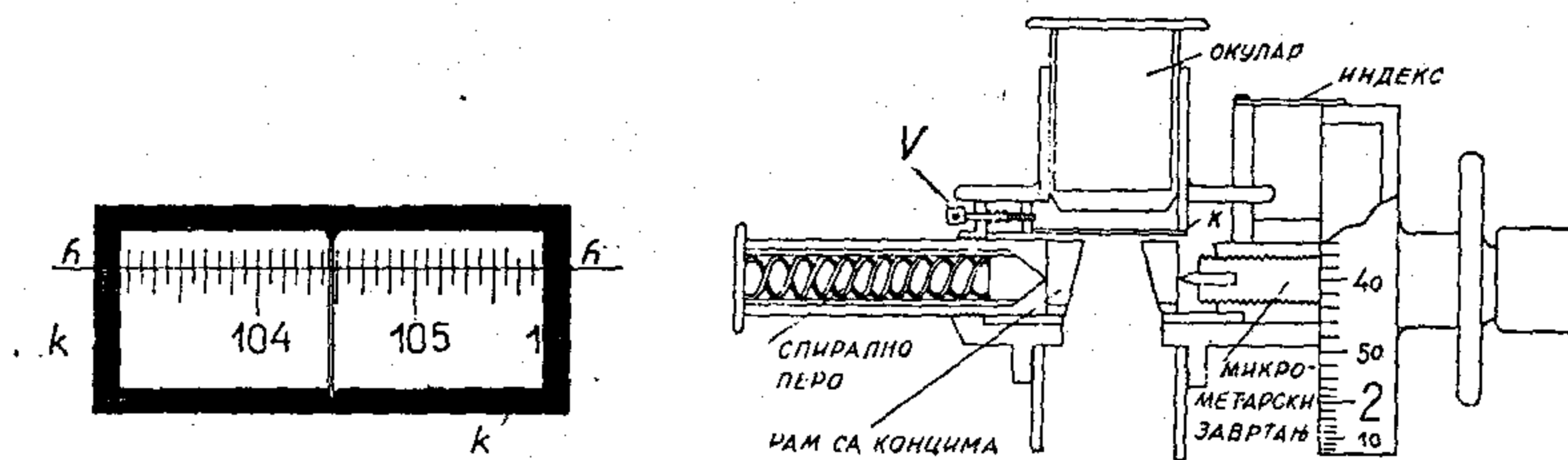
Напоменимо на крају да су овако одређени углови изражени у либелиним парсима. Да бисмо их добили у угловним секундама треба још сваки од њих помножити другом либелином константом, то је *угловна вредност једног парса*. Она се одређује на инструменту који се зове *испитивач за либеле* на коме постоји могућност да му се горња плоча на којој лежи либела нагне микрометарским завртњем за тачно одређени угао. Ако се прочита либелино стање пре и после промене овог нагиба за одређени угао може се наћи разлика стања или број парса који одговара померању мехурова средишта кад се подлога нагне за познати угао. Одатле није тешко наћи и угао који одговара 1 парсу.

(2⁰) Лимб са нонијусом, односно микроскоп-микрометром. Астрономски инструменти снабдевени су за мерење углова месинганим круговима чија су средишта навучена на осовине око којих се инструменти обрћу. Равни ових кругова доводе се што је могуће тачније управно на осовине, а осовине постављају тако да што тачније пролазе кроз средишта кругова. У ове кругове уљебљени су танки и уски сребрни прстенови на којима су урезани подеоци (црте)

кружне поделе. Ови прстенови с кружним поделама зову се лимбови. Извесни су кругови чврсто спојени са својом осовином и инструментом (обично вертикални) и кад се осовина с дурбином обрће, обрће се и лимб, а индекс-цртица према којој се чита стање лимба, учвршћен је за једну ручицу која има положај полупречника или пречника лимба и зове се алхидада. Други су кругови непомићни на постољу (обично хоризонтални), а осовина са дурбином и алхидадом са индексом обрће се. И у једном и у другом случају кад се навизира небеско тело прочита се стање лимба према индексу.

Лимбови који служе само за довођење инструмента у жељени положај подељени су код савремених астрономских инструмената до на $10'$ (сваки степен на по 6 парса). Помоћу децималног нонијуса заузимање се може ипак извршити с тачношћу до на $1'$. Ми се у опис нонијуса и његову употребу за прецизније читање кружне поделе овде нећемо упуштати, јер је он добро познат из физике. Међутим, лимбови који служе за мерење издељени су на још ситније делове. Код универзалних инструмената, на пример, до на $2''$ — $4''$ код меридијанских кругова до на $2''$.

Читање ситнијих делова на њима врши се микроскоп-микрометром. На микроскоп чија је конструкција позната из физике и који обично увећава око 30 пута место окулар ставља се мали микрометар. То је кутија која на себи носи окулар и која је наглављена на микроскоп тако да рам у њеној средини лежи у жижиној равни микроскопова објектива. На овом непомићном раму разапети су па-



Сл. 91. Читање лимба микроскоп-микрометром

укови конци. По овом раму клизи покретан микрометарским завртњем други, тз. покретни рам на коме је разапет 1 или пар конаца. На глави микрометарског завртња постоји котур са кружном поделом. Примицањем микрометра објективу односно одмицањем од њега може се врло прецизно подесити да један део или разломљен број микрометарских обрта нпр. 1, 2, или 2, 5 итд. стане у један парс лимбове поделе. Тако онда знамо и колико један парс микрометарског котура вреди угловних секунда. За бројање целих обрта служи зупчаница у видном пољу. Размак између врхова два суседна зупца одговара померању покретног конца, када се микрометарски завртањ обрне тачно за један обрт. Само читање лимба врши се на следећи начин. Обртањем микрометарског завртња на-

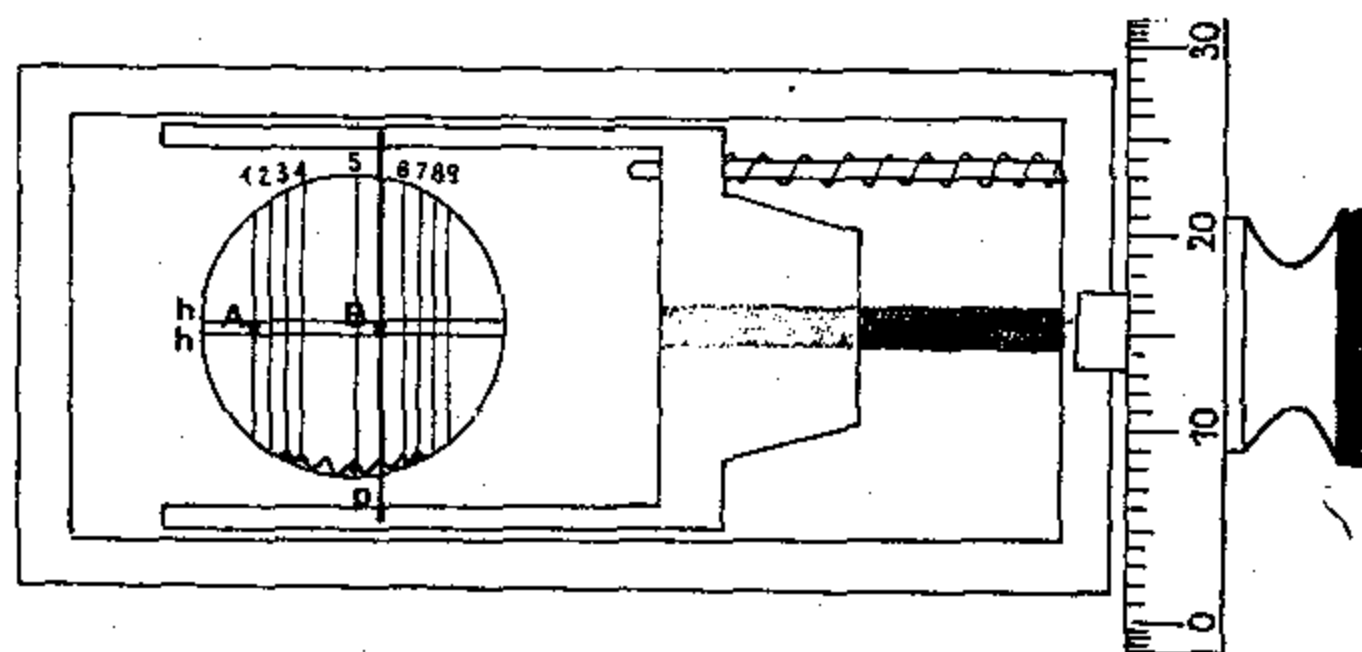
мести се пар покретних конаца прво да обухвати-поентира индекс и прочита *стање микрометра* на његовом котуру. Затим се даљим обртањем микрометарског завртња помера пар покретних конаца и доведе да обухвати-поентира најближу црту на лимбу чије је читање мање од индексова („млађа црта“) и опет прочита *стање микрометра*. Ако се разлика ова два стања у угловној мери дода читању на „млађу црту“ лимба добиће се очигледно читање или *стање лимба* које одговара положају индекса. Код великог повећања микроскопа и финих микрометарских завртања може се на овај начин прочитати на лимбу угао с тачношћу до на $\pm 0'',25$ (код меридијанских кругова) или с тачношћу до на $\pm 0'',6$ (код универзалних инструмената).

Начин прецизног читања лимба микроскоп-микрометром најбоље ће илустровати један пример узет са универзалног инструмента класичног типа. *Стање микрометра* при поентирању најближе „млађе“ црте нека је $M \dots$, а *стање микрометра* при поентирању индекса $N \dots$. Разлика у микрометарским обртима и парсима износи $M - N$. Један микрометарски обрт, одређен на горњи начин, износи у секундама $x \dots$. Према томе, разлика износи у секундама $x (M - N)$. Ако је додамо на читање најближе „млађе“ црте, добивамо за *стање лимба* $M + x (M - N)$. У пракси се, ради веће сигурности и тачности, мери још и размак између индекса и најближе „старије“ црте, па се он одузима од читања на „старијој“ црти и тако добијају две вредности за *стање лимба*. Ако се оне незнатно разликују, тј. у границама случајних грешака читања (± 0.2 микрометарског парса), онда је читање тачно обављено и за коначну вредност читања лимба узима се средња вредност од ове две. Постављањем два дијаметрално супротна микроскоп-микрометра за читање лимба и узимањем аритметичке средине њихових стања елиминише се *грешка ексцентрично постављеног лимба* према осовини. Постављањем четири, а понекад чак и шест микроскоп-микрометара равномерно распоређених над лимбом и узимањем средње вредности њихових стања елиминишу се највећим делом *систематске грешке* које долазе од неравномерне поделе лимба. Код најпрецизнијих мерења морају се испитати и тзв. *периодичне грешке микрометарских завртања*, свих микроскоп-микрометара и елиминисати из њихових прочитаних стања. Најзад постоји још једна систематска грешка код микрометара о којој се мора водити рачуна. То је *мртви ход*. Кад почнемо обртати котур микрометра да бисмо проверили покретни конач, овај се последњи не почне одмах да помера, а поред индекса су већ прошла понекад и 2—3 парса. Њихов износ представља мртви ход завртња и може се врло прецизно одредити ако се лимбов индекс поентира на завртање и на одвртање па начини разлика овако добивених стања лимба. Мртви ход се најпростије елиминише из мерења ако се ова увек врше у једном смеру, нпр. на завртање микрометарског завртња.

3^о *Окуларни микрометар* је у суштини исти као и микрометар на микроскопу, само већих размера и ставља се на сам астрономски дурбин. Још је *Пикар* поставио у жижну раван објектива крст паукових конаца да би довођењем визираних тачака, одн. звезда, у

пресек крста конаца постигао што прецизније поентирање, па значи и мерење. Права која пролази кроз оптичко средиште објектива и пресек крста конаца дефинисала је *визуру*. Само поентирање вршило се завртњем за фино покретање инструмента. Скоро у исто време Гаскуањ и Озу проналазе микрометар, којим се убрзо замењује крст непомичних паукових конаца. Касније се за шире могућности мерења уводи, поред средњег вертикалног конаца, још и низ непомичних бочних вертикалних конаца, но од самог почетка са увођењем покретног конаца као главне карактеристике микрометра постижу се знатно прецизнија поентирања и мерења него раније. Код савремених универзалних инструмената мрежа паукових конаца често је замењена урезаним цртама на планпаралелној стакленој плочици.

На сл. 92. приказан је изглед окуларног микрометра једног универзалног инструмента класичног типа. По средини видног поља види се пар хоризонталних непомичних конаца *h* и низ вертикалних непомичних конаца нумерисаних од 1 до 9. Пети по реду је средњи вертикални конац. Са *P* је обележен покретни вертикални конац. Исто тако види се и зупчаница која служи, као и код микроскоп-микрометра, за пребројавање целих обрта за које се померио покретни конац. Код већих инструмената, нпр. код зенит-телескопа



Сл. 92. Окуларни микрометар класичног универзалног инструмента

или меридијанског круга, место зупчанице постављен је котур поред котура на коме се читају парси. На слици је у тачки *A* приказан положај једне, а у тачки *B* положај друге звезде. Звезда *A* поентира на је непомичним концем *I*, а звезда *B* покретним концем *P*. Ако је положај непомичног конаца *I* раније поентиран покретним концем био *M*₁, а положај звезде *B* прочитан на микрометарском котуру *M*, онда је угловни размак између звезда *A* и *B* измерен микрометром

$$\alpha = R (M - M_1). \quad (319)$$

R је основна константа микрометра која се зове *угловна вредност микрометарског обрта*. То је угао који одговара померању покретног конаца када се микрометарски котур обрне тачно за један обрт или пун угао.

Ова се константа најчешће и најпростије одређује на тај начин што се инструмент доведе тако да му средњи вертикални конац приближно лежи у равни меридијана. Затим се упери у једну познату екваторску звезду и пусти да се она, као светла тачка, креће полако између два непомична хоризонтална конаца. Звезда се поентира на почетку и на крају видног поља и при том забележе часов-

никова показивања T_1 и T_2 која одговарају првом и другом положењу звезде. Ако се положаји разликују за n обрта микрометарског завртња, онда ће средња угловна вредност микрометарског обрта очигледно бити

$$R^s = \frac{1}{n} (T_2 - T_1)^s, \quad (320)$$

или

$$R'' = 15 R^s. \quad (321)$$

Ову вредност треба још поправити за утицај рефракције одузимањем од ње $R''/3600$.

Мрежа непокретних конаца често служи да се помоћу ње одреди са високом тачношћу тренутак пролаза једне звезде иза средњег вертикалног конца. У ту сврху се бележи показивање часовника при пролазу звезде иза сваког појединог вертикалног конца, па ће тренутак пролаза иза средњег (ако су бочни конци симетрични у односу на њега) очигледно бити аритметичка средина забележених тренутака.

Да би се окуларним микрометром могла вршити тачна мерења он мора бити *изоштрен (фокусиран)*. У ту сврху се окулар пре увлачи у микрометарску кутију или извлачи из ње све док се не добију оштри ликови конаца. Затим се цела окуларна цев с микрометром увлачи у објективску цев или извлачи из ње све док и ликови небеских тела не постану сасвим оштри и јасни. Тада разни посматрачи треба да померају само окулар у микрометарској кутији према својој даљини јасног вида.

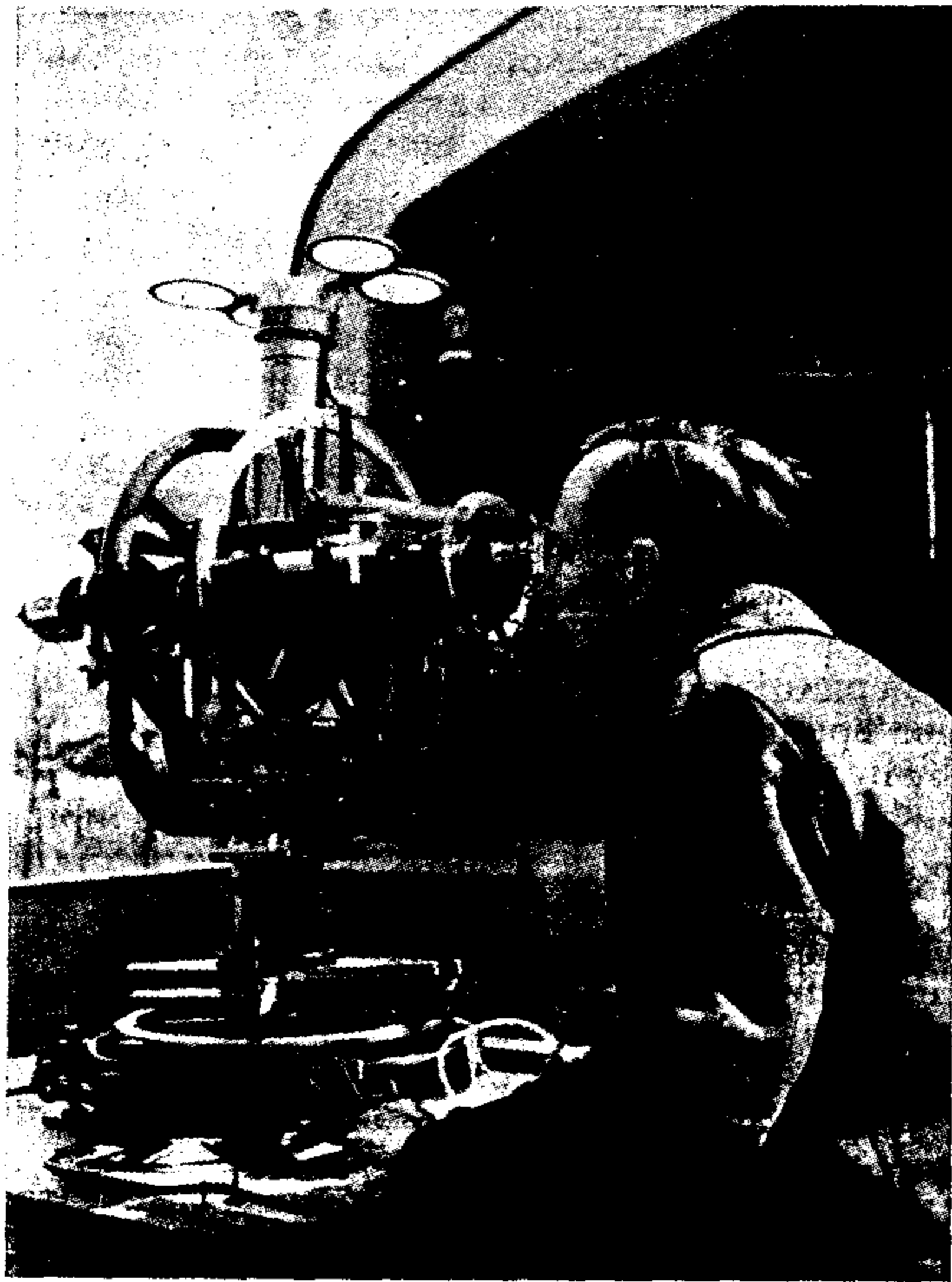
Сем тога окуларни микрометар се обртањем око своје механичке осовине мора за тачна мерења дотерати тако да звезда при пролазу кроз меридијан клизи по једном од хоризонталних конаца. Ово се обртање врши поступно и све дотле док се сасвим не поништи угао између путање звезде и хоризонталног конца.

При мерењу окуларним микрометром, као и при мерењу микроскоп-микрометром, мора се водити рачуна о мртвом ходу, који се исто тако избегава ако се врши поентирање обртањем само у једном смеру, рецимо на завртање. При најтачнијим мерењима морају се још елиминисати и претходно одређене тзв. *прогресивне и периодичне грешке микрометарског завртња* које долазе отуд што сви завртњеви кораци нису међусобно једнаки, па чак ни у оквиру једног обрта једнаким померањима конца не одговарају потпуно једнаке разлике читања на котуру. Прогресивне и периодичне грешке су последица неизбежних конструктивних недостатака завртња.

59. Универзални инструмент, његова основна ректификација и употреба. — Универзални инструмент конструисан је у хоризонталном координатном систему и служи за одређивање хоризонтских координата небеских тела и тачака на Земљи из мерених хоризонталних и вертикалних углова. Из ових се координата затим, ако је

још регистрован и тренутак мерења, могу одређивати географске координате, азимут правца, екваторске координате небеских тела, тачно време и многи други подаци који служе за геодетска и астрономска изучавања. Отуда и име овом инструменту.

1^о *Опис инструмента.* Универзални инструмент састоји се из треношца са 3 подножна завртња. На треношцу је утврђена алхидадна осовина која се уз помоћ либеле и ова три завртња доводи у вертикалу. На вертикалну осовину навучен је хоризонтални круг који је за њу утврђен. Алхидадна осовина је благо конусна и на њу је навучена облога која носи на себи горњи део инструмента. Он се састоји из алхидаде са два микроскопа за читање хоризонталног лимба и из широке виљушке која се завршава лежиштима и на једном крају носи алхидаду вертикалног круга са контролном либелом. На ова лежишта ослања се дурбинова обртна осовина својим ваљкастим наглавцима од фино изглачаног тврдог челика. За ову осовину је по средини утврђен сам дурбин, који код већих универ-



Сл. 93. Класични универзални инструмент „Асканија”

залних инструмената класичног типа, рецимо Асканиа-Бамберг (сл. 93) има 7 цм отвора и 70 цм жишне даљине. Место окулару с крстом конаца на дурбину се налази окуларни микрометар који је напред

описан. Он је код универзалних инструмената обртан око механичке осовине, тако да се покретни конац може довести и у хоризонталан и у вертикалан положај. Овим је омогућено да се микрометром мере како мале разлике хоризонталних, тако и мале разлике вертикалних углова са високом тачношћу. На један крај обртне осовине навучен је круг исте тачности као и хоризонтални. Код већих модела ових инструмената кругови имају 36 цм пречника и издељени су до на 5'. Микроскопима се може читати 1", а процењивати 0",1. Реална тачност мерења једног угла је 0",6 (унутрашња грешка), тако да се са 10 поновљених мерења може један угао одредити с тачношћу до на 0",2. То је и највиша тачност којом се данас могу непосредно мерити углови малим преносним инструментима. Вертикални круг је чврсто везан с обртном осовином и дурбином и окреће се око своје непомичне алхидаде с контролном либелом и два микроскопа.

Има универзалних инструмената који су намењени углавном за мерење хоризонталних углова (рецимо у триангулацији, в. § 120), такви се зову теодолити. Код њих је хоризонтални лимб издељен прецизно, а вертикални само приближно. Други су универзални инструменти намењени претежно за мерење вертикалних углова (што се најчешће врши у геодетској астрономији, в. §§ 70—72). Код њих је вертикални круг прецизно издељен а хоризонтални само приближно. Такав се инструмент назива преносни вертикални круг.

2^о Основна ректификација инструмента. Напред смо видели како се изоштарава дурбин и како му се доводе конци у хоризонталан, одн. вертикалан положај, како се одређују константе либеле окуларног микрометра и како се дотерују микроскоп-микрометри над кругом. Видели смо такође како се одстрањују ексцентричности лимба и систематске грешке њихове поделе. Задржимо се овде на ректификацији универзалног инструмента као целине, без које се не може започети са његовом употребом за тачно мерење хоризонталних координата.

Под ректификацијом једног инструмента подразумева се дотеривање његових саставних делова и органа да се поклопе са елементима координатног система у коме се њиме врше мерења, тј. да испуни услове који ће мерења обезбедити од систематских грешака које долазе од инструмента. Ректификација универзалног инструмента обухвата ове операције:

- а) довођење либелине осовине паралелно са обртном,
- б) довођење либелине и обртне осовине у хоризонталност,
- в. довођење алхидадне осовине у вертикалност, и
- г. довођење визуре управно на обртну осовину.

а) Пошто се инструмент постави на стуб, центрише, утврди и његов дурбин изоштри, прво се приступа довођењу либелине осовине у једну вертикалну раван са обртном осовином, тј. отклања њихово укрштање у простору. То се постиже на овај начин. Либела на обртној осовини доведе се у правац два подножна (положајна) завртња окретањем алхидаде која се затим притегне. Обртањем ова два завртња, оба упоље или оба унутра, доведе се мехур да врхуни. Затим се либела окрене за мали угао око обртне осовине. Ако се мехур помери удесно знак је да је десни крај либелине цевчице ближи посматрачу и да га треба мало одмакнути. Довођење либелине осовине у исту вертикалну раван са обртном врши се хоризонталним поправним завртњима на либели, од којих се увек један отпусти, а затим други овлаш притегне.

Кад су либелина и обртна осовина доведене у исту вертикалну раван, доведе се либелина осовина паралелно обртној. Како је после претходне ректификације мехур либеле на обртној осовини већ наврхуњен, то сада треба само обрнути либелу за 180° око вертикале и поново је положити на обртну осовину. Ако мехур одступи, треба га поново довести да врхуни и то половину одступања поправити положајним завртњима, а половину вертикалним поправним завртњима на либели, од којих један треба одвртати а други овлаш притезати. Ректификацију треба понављати све док мехур не буде врхунио у оба положаја либеле. Поправним завртњима ми смо у ствари продужили или скратили један крак либелин и тако њену осовину довели паралелно са обртном.

б) Како је мехур после претходне ректификације већ остао да врхуни, то је за довођење либелине и обртне осовине у хоризонталност сада довољно само отпустити и обрнути алхидаду заједно са обртном осовином и либелом на њој за 180° . Ако у новом положају алхидаде мехур одступи, поново се наврхуни и то пола са иста два положаја завртња, а пола издизањем или спуштањем једног крака алхидаде који носи обртну осовину помоћу поправних завртњева.

в) Претходном операцијом је и алхидадна осовина доведена у раван управну на обртној осовини, но она још увек може имати у тој равни извес-
тан нагиб према вертикали. Да бисмо је довели у вертикалност треба отпустити алхидаду и окренути је за 90° да дође у правац трећег положајног завртња. Ако у том положају мехур одступи у целини се доводи до врхуњена трећим положајним завртњем. Сада ће у свима положајима алхидаде, при њеном окретању мехур либеле на обртној осовини врхунити, што је најсигурнији знак да је алхидадна осовина доиста доведена у вертикалност. Ова је ректификација универзалног инструмента и најважнија, јер се његови остали недостаци уклањају већином самим методама мерења.

г) Остаје још да се доведе визура управно на обртну осовину. Ако визура заклапа са обртном осовином угао од 90° , каже се да је инструмент у колимацији. Ако заклапа угао који се разликује од 90° , онда се ова мала разлика назива колимацијска грешка или одступање од колимације. Колимацијска се грешка може одредити на више начина. Најчешће помоћу тзв. двоструког одступања. Кад су све претходне ректификације извршене и кончаница доведена у хоризонталност (као што је напред било описано), посматра се једна удаљена тачка и прочита хоризонтални лимб једним микроскоп-микрометром. Затим се то исто учини из другог положаја инструмента. Ако се оба читања разликују за 180° , инструмент је у колимацији, а ако се разликују од 180° , ова разлика је, двострука колимацијска грешка. Она се отклања тако што се исти онај микроскоп-микрометар доведе на средњу вредност из два читања. Тада је пресек крста коначно одступио од посматране тачке. Она се доводи у пресек крста хоризонталним поправним завртњем на раму с непокретним концима и то на тај начин што се један благо одврне, а други благо притегне. Колимацијска се грешка може одредити и окуларним микрометром из посматрања звезда.

После овога универзални инструмент је ректификован. Веома мали остаци његових систематских грешака мере се и рачунски елиминишу из посматрања само када се врше најпрецизнија посматрања. Изрази којима се ова елиминација врши представљају теорију универзалног инструмента и уче се у посебним теоремама практичне астрономије.

(30) Употреба инструмента. Кад је инструмент постављен и ректификован, а његови мерни органи пре тога испитани и њихове константе одређене, могу се њиме вршити мерења хоризонталних и вертикалних углова, одн. хоризонтских координата, како тачака на земљишту, тако и небеских тела у разне сврхе.

а) Мерење хоризонталног угла између две удаљене тачке А и В на земљишту врши се на сле-

дећи начин. У првом положају инструмента (KL) када се вертикални круг налази лево од дурбина за посматрача који гледа у правцу визурне тачке отпусти се алхидада и доведе тачка A у пресек крста конаца. Поентира се завртњем за бочно кретање инструмента око алхидадне осовине. Нула хоризонталног лимба је у произвољном положају. Прочита се први микроскоп на алхидади хоризонталног круга (чије је читање мање), затим други микроскоп (чије је читање веће) и од овог читања одбије 180° . Нека је аритметичка средина ова два читања L_a . Затим се на исти начин визирира и посматра тачка B . Нека је при том аритметичка средина читања иста два микроскопа, образована на речени начин, L_b . Угао између тачака A и B биће тада

$$\alpha = L_b - L_a \quad (322)$$

На исти начин могу се измерити и углови између осталих тачака распоређених по читавом хоризонту. (Овако се мерење врши у геодезији при операцији која се зове *триангулација*, в. § 123). За овако мерене углове каже се да су измерени по *простој методи*. Они садрже утицаје свих систематских грешака инструмента, који долазе од недовољно тачно извршене ректификације, од нагиба лимба према алхидадној осовини и од неједнакости лимбове поделе.

Много се већа тачност постиже ако се угао између тачака A и B мери по тзв. *Струвеовој гирусној* или *реитерацијској методи*. То се мерење врши из оба положаја инструмента на овај начин. При положају инструмента KL изврши се најпре мерење као по простој методи, и то се инструмент обрће од A ка B у смеру кретања казаљке на часовнику. После посматрања тачке B отпусти се алхидада и окрене за 180° , а дурбин обрне око осовине и поново њиме навизира тачка B . Сада ће се вертикални лимб налазити десно од дурбина при истом положају посматрача. Зато се овај други положај инструмента обележава са KD . Аритметичка средина читања два микроскопа, образована као и раније нека буде сада Db . Сад се отпусти алхидада и инструмент окрене око алхидадне осовине у смеру супротном казаљки на часовнику и поново визирира тачка A . Нека је аритметичка средина читања два микроскопа при том Da . Средња вредност читања при визирирању исте тачке из два положаја инструмента назива се *правац те тачке*. За тачке A и B правци ће бити

$$A = \frac{L_a + (Da \pm 180^\circ)}{2}, \quad B = \frac{L_b + (Db \pm 180^\circ)}{2}.$$

Угао између тачака A и B биће разлика правца:

$$\alpha = A - B. \quad (323)$$

Овако измерен угао биће ослобођен од систематских грешака које долазе од нагиба обртне осовине, од неуправности обртне осовине на алхидадну и од неуправности визуре на обртној осовини. Са два микроскопа ми смо искључили и ексцентричност лимба. Да би се искључиле и грешке лимбове поделе треба горње мерење поновити

у више „гируса“. То се врши на тај начин, што се после првог мерења откочи хоризонтални круг и помери рецимо за 15° , па се поново укочи. Сад се цело описано мерење понови у „другом гирусу“. После тога се круг помера још за 15° , све док се не врати у првобитни положај. Ако се померање врши за по 15° , очевидно да ће угао бити измерен у 12 „гируса“, па ће се тиме, поред елиминисања систематских грешака лимбове поделе знатно смањити и случајне грешке мерења (поентирања и читања микроскопа).

Ако треба измерити углове између низа тачака A, B, C, D, \dots на хоризонту по гирусној методи, поступило би се на исти начин. Само би се визирале све редом тачке A, B, C, D, \dots , најпре при првом положају инструмента, а затим исте тачке обрнутим редом у другом положају његову, па би се добили правци за све тачке. Образовањем њихових разлика добили би се тада сви жељени углови.

Ако се између два правца налази O лимба, тада се нумерација прекида и да би се добио угао, пре образовања разлике правца, треба мањем правцу додати 360° .

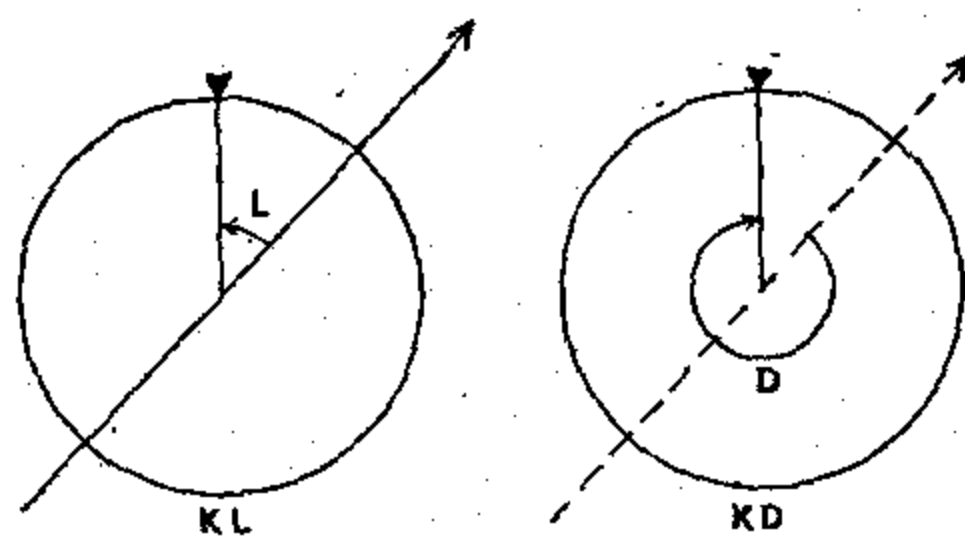
⑥ Мерење зенитне даљине удаљене тачке на земљишту врши се на следећи начин. На вертикалном кругу налази се хоризонтална алхидада са два микроскопа на крајевима и са контролном либелом за проверавање њене хоризонталности.

Претпостављамо прво да је инструмент у положају KL и алхидада дотерана у хоризонталан положај пре мерења, тј. да мехур контролне либеле врхуни. Мерење зенитне даљине тачке извршићемо ако отпустимо алхидаду, обрнемо инструмент око алхидадне осовине и наведемо пресек крста конаца на тачку, притегнемо алхидаду и финим завртњем за кретање инструмента око алхидадне осовине извршимо њено поентирање и прочитамо оба микроскопа на алхидади вертикалног круга. Ако су њихова читања M_1 и M_2 , средње читање лимба биће

$$L = \frac{M'_1 + M_2 \pm 180^\circ}{2}.$$

Сад обрнемо инструмент у положај DK и извршимо поново поентирање исте тачке. Средње читање вертикалног лимба биће тада

$$D = \frac{M'_1 + M'_2 \pm 180^\circ}{2}.$$



Сл. 94. Мерење зенитне даљине из два положаја вертикалног круга универзалног инструмента

При поновном визирану тачке ми смо обрнули дурбин око обртне осовине тачно за угао једнак двострукој даљини уочене тачке (в. сл. 94). Зато ће бити зенитна даљина тачке

$$z = \pm \frac{L - D}{2}, \quad (324)$$

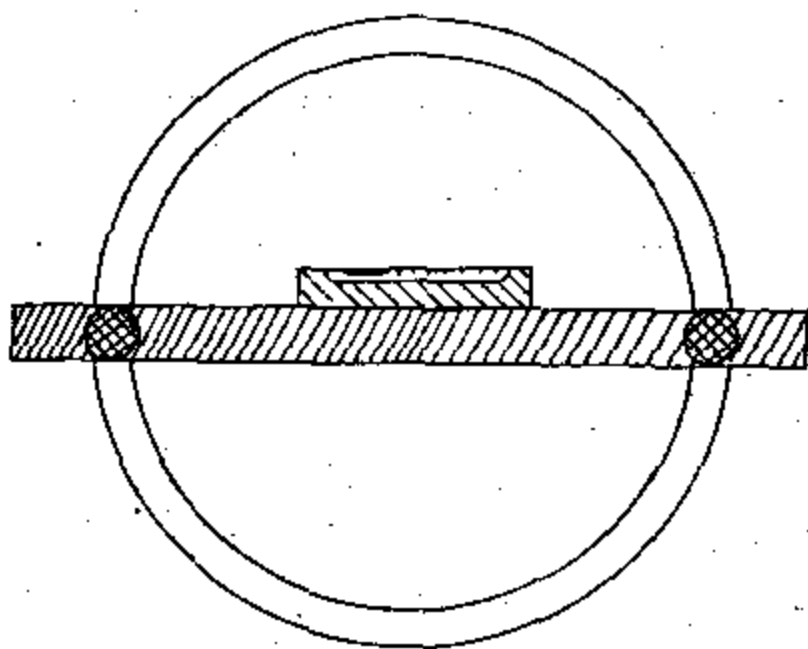
где се знак бира тако да Z буде позитивно. Из мерења L и D може се исто тако наћи и средње читање вертикалног лимба када је визура вертикална. Ово читање зове се место зенита на вертикалном лимбу и, очевидно, оно ће бити

$$M_z = \frac{L + D}{2}. \quad (325)$$

У случају да је између читања L и D испод првог микроскопа прошла O лимбове поделе, мањем читању треба додати 360° пре образовања израза за z и за M_z .

При мерењима, међутим, контролна либела никад идеално не врхуни. Зато треба после поентирања прочитати њено стање

$\frac{1}{2} (1+d) \lambda''$ и ово додати на L , одн. D , ако подела на вертикалном



Сл. 95. Примена либеле на алхидади вертикалног круга

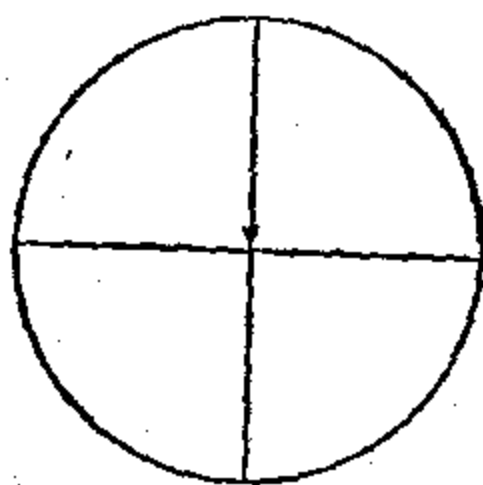
лимбу расте у смеру казаљке на часовнику, а од њега одузети, ако подела расте у обрнутом смеру (в. сл. 95).

Ⓟ Мерење азимута небеског тела најпростије се може извршити (иако не с највишом тачношћу) ако је пре мерења одређено средње читање хоризонталног лимба када је визура у меридијану. Ово се читање краће назива место меридијана на хоризонталном лимбу (M_m). Оно се одређује у двама апроксимацијама. Прво се навизира Северњача у одређено показивање T часовника или хронометра. Звездано време посматрања биће тада $S = T + \lambda$. Са звезданим временом S и с географском ширином наше станице ϕ улазимо у таблицу за азимут Северњаче (која се даје у свима астрономским годишњацима — ефемеридама). Хоризонтални се

круг отпусти и окрене толико да под микроскоп који је усвојен за први дође стање једнако нађеном азимуту Северњаче. Тада ће се О хоризонталног круга поклапати приближно са меридијаном.

Да би се још тачније довела нула хоризонталног лимба у меридијан (до на $\pm 7''$) навизира се позната екваторска звезда при њеном пролазу кроз меридијан и прати по правцу завртањем за фино окретање алхидаде. При том се одбројавају полусекунде хронометра. У тренутку када се изброји показивање хронометра које износи $T + C_p = \alpha$ престајемо с праћењем. Тада је визура у меридијану, јер је у меридијану $t=0$, па је $s=\alpha$. Тада се нула хоризонталног лимба дотера што тачније под индекс првог микроскопа.

Азимут звезде можемо измерити на два начина. Ако је звезда с великом деклинацијом која се споро креће кроз видно поље доведемо је у пресек крста конаца за све време одбројавајући полусекунде хронометра. Кад оценимо да смо је најпрецизније поентирали престајемо са одбројавањем и записати показивање хронометра T у том тренутку. Затим ћемо прочитати оба микроскопа на хоризонталном лимбу, образовати средње читање, које ће представљати и азимут звезде у тренутку $s = T + C_p$.



Сл. 96. Изглед видног поља универзалног инструмента при мерењу азимута небеског тела

Ако је звезда с малом деклинацијом, па се брзо креће кроз видно поље, доведемо је као на сл. 96, тј. тако да пресече средњи вертикални конач у близини средњег хоризонталног конача. Оценимо на слух или регистравањем на хронографу тренутке кад њен лик пресеца сваки поједини непокретни вертикални конач осим средњег. Средња вредност ових тренутака T (ако су конци симетични према средњем) даће показивање хронометра у тренутку кад је звезда била на средњем вертикалном коначу. Средња вредност читања два микроскопа на хоризонталном лимбу (образована као што је напред речено) даће азимут звезде у тренутку $s = T + C_p$.

За одређивање азимута небеског тела с највишом могућом прецизношћу треба још обрачунати утицај констаната инструмента. О томе се учи у курсу практичне астрономије.

г). Мерење зенитне даљине небеског тела ако је претходно одређено место зенита на вертикалном лимбу (M_z), као што је речено у тачки б) врши се на следећи начин.

У случају звезде с великом деклинацијом, доведе се њен лик у пресек крста конаца, па се једно време прати завртањем за фино кретање инструмента по висини и у исто време одбројавају полусекунде хронометра. У тренутку кад смо звезду добро поентирали прекидамо праћење и забележимо показивање хронометра T . Прочитамо либелу на алхидади вертикалног лимба (l, d) и оба микрос-

копа (нпр. L_1, L_2) на вертикално лимбу. Зенитна даљина небеског тела у тренутку $s = T + C_p$ биће

$$z = \pm \frac{L_2 - L_1 + 180^\circ}{2} - M_z \mp \frac{1-d}{2} \lambda'', \quad (326)$$

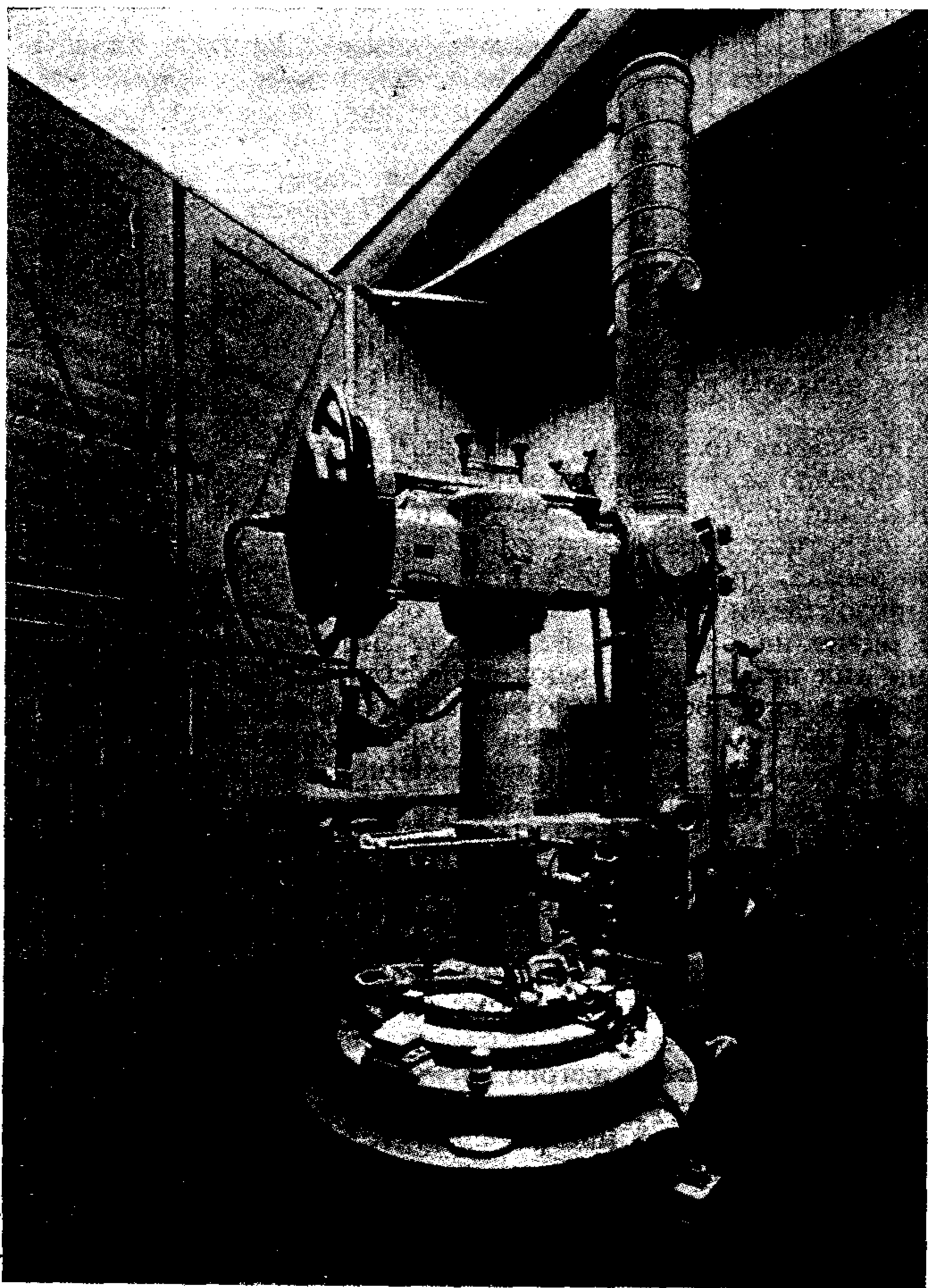
где је λ'' угловна вредност либелина парса у лучним секундама. Знак уз први члан бира се увек тако да он буде позитиван. Уз други члан узима се знак $+$ ако подела на вертикалном лимбу расте у смеру казаљке на часовнику, а знак $-$ ако расте у обрнутом смеру.

Ако звезда има малу деклинацију, па се њен лик креће брзо кроз видно поље, за мерење зенитне даљине треба окренути окуларни микрометар око његове механичке осовине за 90° , тако да мрежа непокретних паралелних конаца буде хоризонтална. Кад се на визира звезда, треба је довести у видно поље тако да пресече средњи хоризонтални конач у близини средњег вертикалног конача. Тада се оцене на слух или региструју на хронографу тренуци кад звездин лик пресеца све непокретне хоризонталне коначе осим средњег. Средња вредност ових тренутака биће показивање часовника T кад је звезда била на средњем хоризонталном коначу. Одмах затим читамо либелу на алхидади вертикалног круга и оба микроскопа њена. Зенитну даљину добивамо као и у претходном случају.

Ако се жели да измери зенитна даљина небеског тела с највишом могућом тачношћу, мора се вршити мерење више пута једно за другим и из оба положаја инструмента. Овако изведене зенитне даљине рачунски се своде на једну која одговара једном средњем тренутку из свих мерења. Том приликом се обрачунава и утицај инструментских констаната. О овоме се говори у курсу практичне астрономије.

60. Зенит-телескоп, његова основна ректификација и употреба. — **1^о Опис инструмента.** Зенит-телескоп је у ствари један велики универзални инструмент (сл. 97). Од овога се разликује само по томе што му се кругови могу читати само до на $1'$, јер не служе за мерење, већ само за заузимање хоризонтских координата да би се жељено небеско тело добило у видном пољу. За мерење код овог инструмента служи врло прецизни окуларни микрометар, чија се угловна вредност обрта мора врло прецизно одредити, и Талкотова (секундна) либела која се може учврстити за саму цев дурбина или управно на шупљу обртну осовину, ако је дурбин преломљен. Угловна вредност њеног парса такође се мора врло прецизно одредити.

2^о Основна ректификација инструмента. — Кад је инструмент постављен на стуб и дурбин изоштрен, доведе му се алхидадна осовина у вертикалност, обртна осовина у хоризонталност и визура управно на обртну осовину, исто као и код универзалног инструмента. Затим се ректификује мрежа, конача у окуларном микрометру, такође као код универзалног инструмента. На крају се доведе нула хоризонталног лимба у меридијан и нула вертикалног лимба у зенит, опет као што је описано код универзалног инструмента.



Сл. 97. Визуални зенит-телескоп отвора 180 mm Пулковске опсерваторије

3^o Одређивање угловне вредности обрта микрометарског завртња и његових прогресивних и периодичних грешака. — Мрежа непокретних конаца код зенит-телескопа је вертикална, а покретни конач хоризонталан. Микрометар се не може обртати око његове механичке осовине. Зато се ни угловна вредност микрометарског обрта не може одређивати из пролаза звезда кроз меридијан, као код универзалног инструмента. За ову сврху користе се пролази звезда кроз највеће дигресије, јер се у тим положајима у размаку од 1—2^m звезда креће кроз видно поље вертикално. Тада се покретни хоризонтални конач помера испред звезде за 1 по 1 обрт и хронографом региструје

показивање часовника у тренуцима пролаза звезде иза овог конца. Стабилност цеви контролише се *Талкотовом* либелом, а из вредности обрта овако одређене елиминише се још утицај рефракције. За угловну вредност обрта узима се средња од свих одређених. *Прогресивна грешка* завртња одређује се из узастопне разлике ове вредности од обрта до обрта. *Периодична грешка* микрометарског завртња одређује се из времена пролаза спорих поларних звезда иза покретног конца када се овај помера испред звезде десети по десети део обрта.

40. *Употреба инструмента.* — Зенит-телескоп се употребљава за мерење разлика зенитних даљина двеју звезда у меридијану и за одређивање тренутака када две звезде достигну исту зенитну даљину.

У првом случају заузме се средња зенитна даљина две звезде на вертикалном кругу инструмента дотераног у меридијан. Кад звезда уђе у видно поље прочита се *Талкотова* либела причвршћена за дурбин, а затим се звезда поентира покретним концем кад дође на средњи вертикални конач и запише стање микрометарског котура. Сачека се друга звезда и понови исто мерење. Разлика микрометарских читања помножена вредношћу микрометарског обрта и поправљена разликом стања *Талкотове* либеле представља измерену разлику зенитних даљина двеју звезда у меридијану:

$$\Delta z = (M_1 - M_2) R'' + \frac{l_1 - l_2}{2} \lambda'' \quad (327)$$

Њу још треба поправити за утицај разлике рефракције. Оваква врста мерења користи се код *Талкотове* методе која је најпрецизнија за одређивање географске ширине. Ту се мери разлика зенитних даљина двеју звезда у меридијану, од којих је једна јужна а друга северна и мерење понавља на неколико парова оваквих звезда у циљу повишења тачности, одн. обезбеђења од случајних грешака посматрача (§ 72.6).

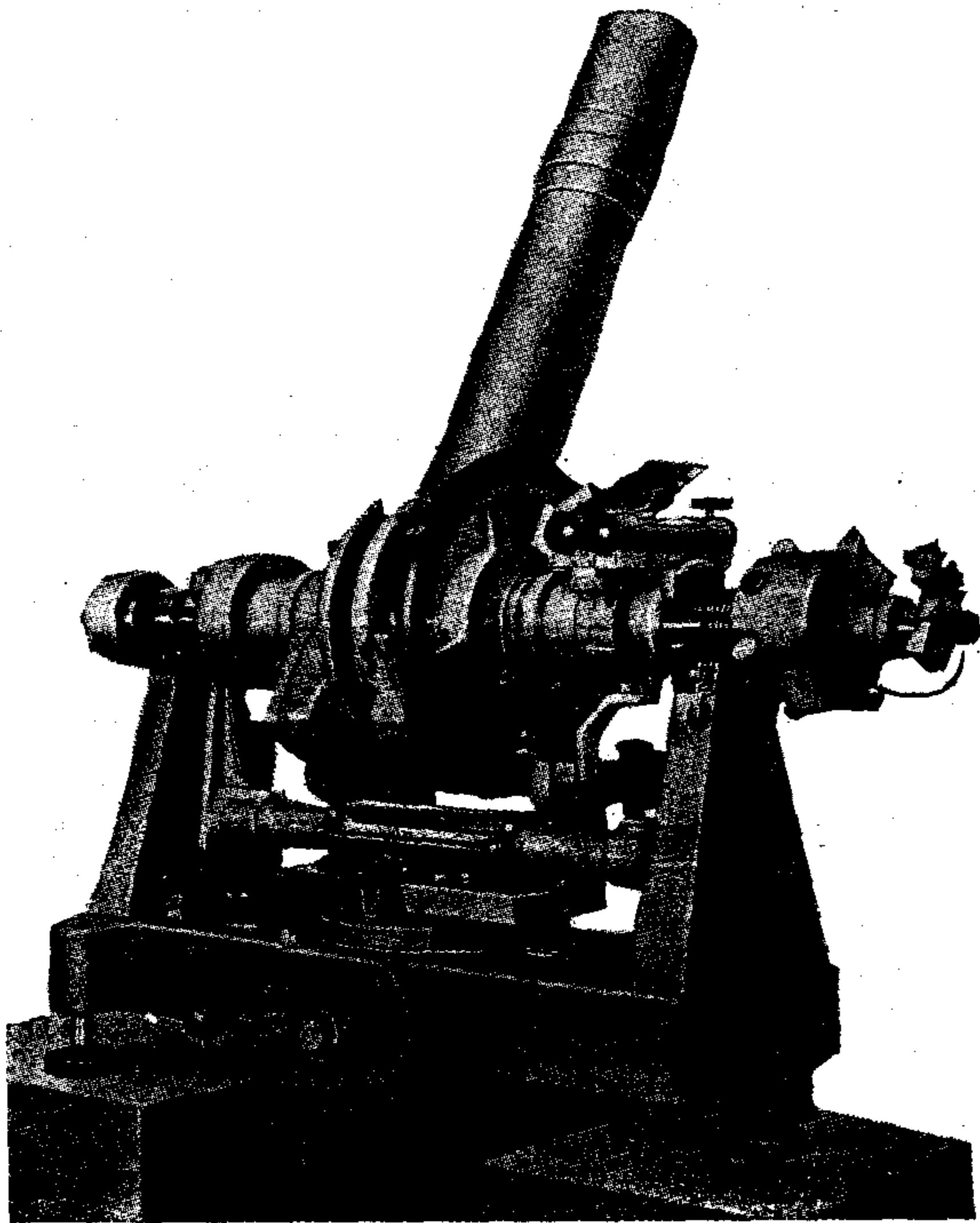
Ако се зенит-телескоп користи за одређивање тренутака када две звезде достигну исту зенитну даљину, у окуларни микрометар се морају поставити 24 густа хоризонтална конца симетрична средњем вертикалном концу. Дурбин се доведе на ту зенитну даљину и на азимут прве звезде и по часовнику сачека да она уђе у видно поље. *Талкотова* се либела причврсти за дурбин и мало касније забележи њено стање. Финим кретањем по азимуту звезда се одржава стално између пара средњих вертикалних конца и ручним електричним контактом региструје на хронографу показивање часовника сваки пут кад звездин лик пресече поједини хоризонтални конач. Средња вредност ових показивања представља часовниково показивање кад је прва звезда достигла заузету зенитну даљину. Затим се инструмент доведе на азимут друге звезде и изврши на њој слично мерење. Ако са l_1 и l_2 обележимо стање *Талкотове* либеле при посматрању прве, одн. друге звезде, онда времену посматрања друге звезде треба додати поправку:

$$\Delta T = \frac{l_2 - l_1}{\cos l \sin A_2} \quad (328)$$

да би се њен тренутак посматрања свео на тренутак када је она била на истој зенитној даљини као и прва звезда.

Касније ћемо видети да постоји више метода за одређивање часовникова стања и географске ширине из посматрања парова звезда на једнаким зенитним даљинама.

61. Мали пасажни инструмент с безличним микрометром, његова основна ректификација и употреба. — 1^о. *Опис инструмента.* Мали пасажни инструмент (сл. 98) још је простији по конструкцији и од универзалног и од зенит-телескопа. Његово је постоље стабилно



Сл. 98. Мали Бембергов пасажни инструмент 10 см отвора и 100 см жижне даљине фирме „Асканија”

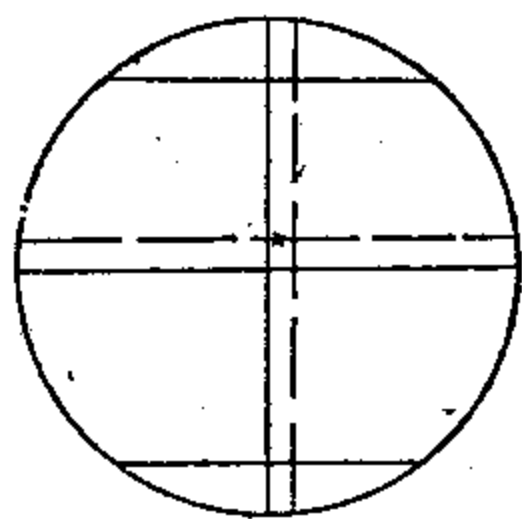
и почива на три положајна завртња. Горе се завршава виљушком која прима обртну осовину и преломљени дурбин чврсто везан за њу. Постоље се доводи тако да визура при обртању дурбина са обртном осовином описује одређену вертикалну раван најчешће меридијанску. На једном крају шупље обртне осовине налази се окуларни микрометар, који се последњих деценија најчешће замењује још прецизнијим, безличним или контактним микрометром, чији ће опис и употреба бити дати ниже.

2° *Основна ректификација инструмента.* Пошто се постоље доведе у хоризонталну раван помоћу његових либела чије су осовине узајамно управне, и уз помоћ 3 положајна завртња, изврши се довођење алхидадне осовине у вертикалност, обртне у хоризонталност и визуре управно на обртну осовину, као и код универзалног инструмента. Дурбин се изоштри и мрежа конаца у микрометру ректифицикује такође као код универзалног инструмента. Вертикални круг са приближном поделом, који служи за заузимање зенитних даљина звезда које треба посматрати, дотера се тако да показује нулу (0) кад је визура вертикална. Средњи вертикални конац микрометра доведе се у меридијан ректификацијским завртњем по азимуту, на начин такође описан код универзалног инструмента.

3° *Употреба инструмента. Безлични или контактни микрометар.* Инструмент служи да се помоћу њега одреди са високом тачношћу тренутак пролаза звезда кроз један одређен вертикал, најчешће меридијан. Пошто меридијан ничим није обележен, инструментом се у ствари одређује само тренутак пролаза звезде кроз средњи вертикални конац, па се овај тренутак рачунски своди (елиминисањем утицаја инструментских констаната) на тренутак пролаза кроз меридијан.

Ако је инструмент снабдевен окуларним микрометром, овај тренутак се одређује као и тренутак мерења азимута звезде универзалним инструментом, тј. као аритметичка средина регистрованих тренутака ручним контактом на хронографу свих пролаза звезде преко симетричних вертикалних конаца непокретне мреже.

Давно је било примећено да овако одређени тренутак може носити систематске грешку посматрача, која достиже и $0^s.2 - 0^s.3$. Ова се грешка смањила за ред величине када је крајем прошлог века *Ренсолд* увео тз. *безлични или контактни микрометар*. Његово видно поље изгледа као на сл. 99.



Сл. 99. Видно поље безличног (контактног) микрометра

Кад је инструмент дотеран у меридијан и благовремено заузета на вертикалном кругу зенитна даљина звезде, на око $1'$ пре но што звездано време буде једнако њеној ректасцензији, она се појављује у видном пољу као светла тачка. Завртњем за фино кретање по зенитној даљини дотера се у средину између два хоризонтална конца и што равномерније прати до близу средњег вертикалног конца. Тада се инструмент обрне у други положај и настави праћење звезде до близу краја видног поља. Посматрањем из два положаја елиминише се утицај колимацијске грешке.

Безлични микрометар снабдевен је, поред редовног микрометарског котура са угловном поделом, још једним котуром са 10 сре-

брних контактних плочица ујжљебљених у изолатору од ахата. При праћењу звезде покретним концем обрће се овај котур и једна котвица клизи по њему те наизменично затвара и отвара коло струје једног хронографског електромагнета. Његово перо исписује на траци, поред дијаграма за секунде часовника, дијаграм са контактеног безличног микрометра. Он је сличан дијаграму на сл. 88.

Са дијаграма за секунде тако можемо прочитати до на 0^с.001 тренутак када се догодио сваки поједини контакт. Овај тренутак са већом тачношћу замењује тренутак пролаза звезде иза једног вертикалног конца. За тренутак пролаза звезде преко средњег вертикалног (фиктивног) конца узима се обично средина тренутака од 20 симетричних контаката, десет пре и десет после пролаза звезде кроз средњи вертикални конач. Значи десет контаката у првом и десет у другом положају инструмента:

$$T_m = \frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} T_i \quad (329)$$

Овај тренутак треба поправити константама хронографа, као што је напред речено, већ према томе на каквом је хронографу вршено регистровање.

Ако је инструмент прецизно ректификован, за посматрања од којих се не тражи висока прецизност можемо сматрати да је време T_m приближно једнако показивању часовника у тренутку пролаза звезде кроз меридијан:

$$T_m \approx T. \quad (330)$$

Како је у меридијану $t=0$, а $s=\alpha$, и како је с друге стране $s=T+Cr$, то се може ставити

$$T + Cr = \alpha. \quad (331)$$

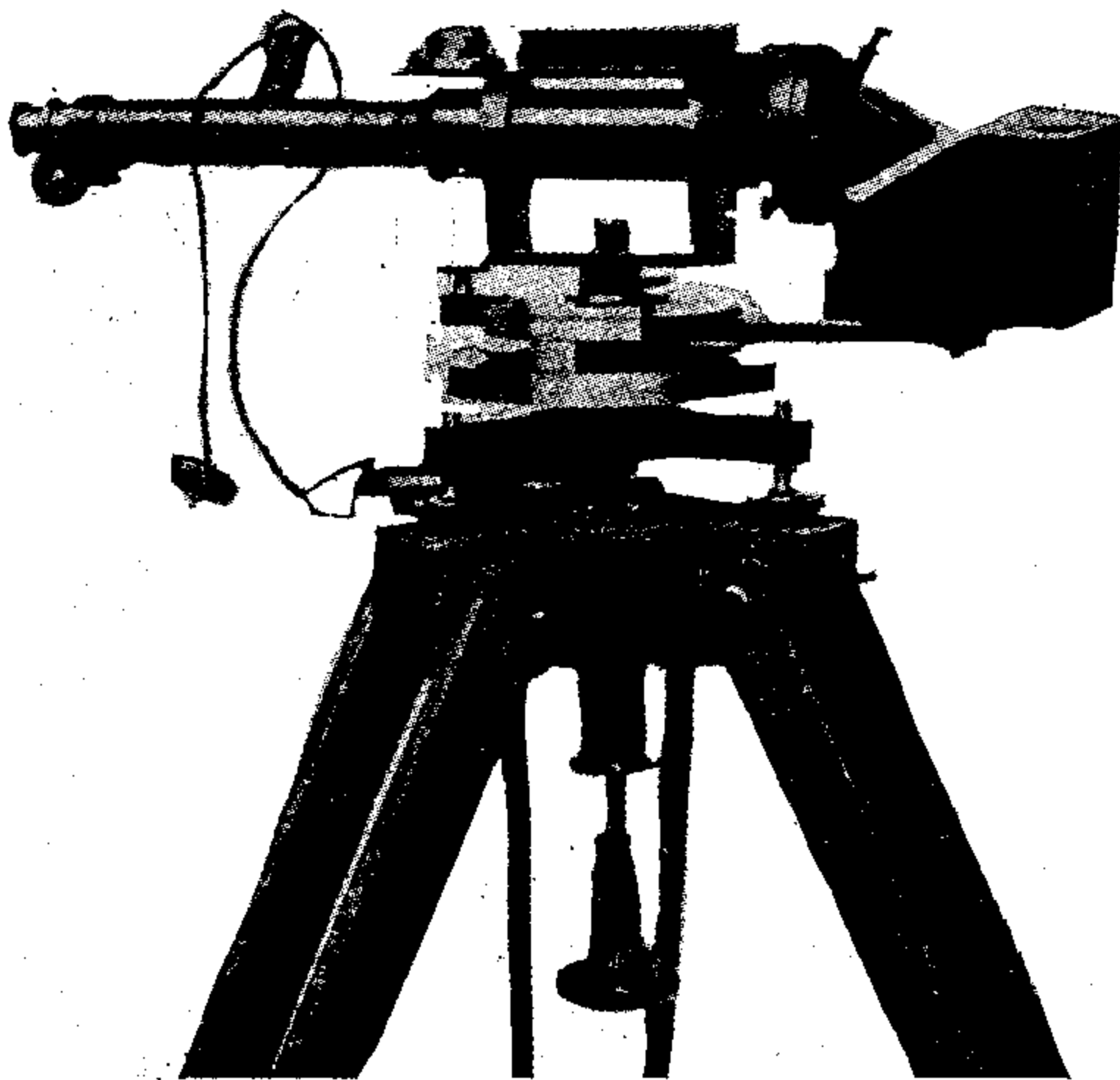
Према томе, из овако одређеног тренутка T може се одредити стање часовника Cr , ако је позната ректасцензија звезде α , или обрнуто.

Мали пасажни преносни инструменти користе се на терену и у часовним службама астрономских опсерваторија за редовно одређивање стања Cr основног часовника или, како се друкчије каже, за одређивање тачног времена.

Као што ћемо мало касније видети, из одређеног тренутка пролаза звезде кроз први вертикал може се одредити прецизно географска ширина посматрачке станице.

62. Астролаб с призмом, његова основна ректификација и употреба. — 1^о Опис инструмента. Астролаб с призмом конструисали су

1900. године Клод и Дрианкур. То је преносни инструмент састављен из малог астрономског дурбина чврсто постављеног у хоризонталан положај (сл. 100). Његова се висина може само



Сл. 100. Класични астролоб с призмом

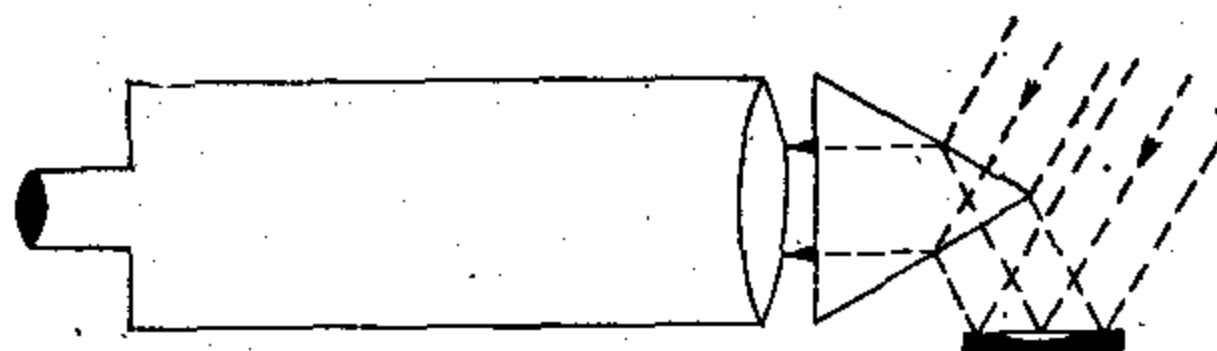
за мале износе мењати једним ректификацијским завртњем (елевацијски завртањ). Инструмент се може обртати око алхидадне осовине која се доводи у вертикалан положај. Ова се обрће око приближно издељеног хоризонталног круга који је чврсто везан с постољем које се ослања на 3 положајна завртња и служи за приближно довођење звезде у азимут или правац у коме ће се она посматрати. Служи да се њиме прецизно одреди тренутак пролаза звезде кроз један одређен алмукантар. Код класичног типа овог инструмента то је алмукантар са зенитском даљином 30° . Из овог тренутка се затим рачунски одређују једновремено стање часовника и географска ширина, као што ће се видети у § 74.

За прецизно одређивање овог тренутка испред објектива утврђена је равнострана оптичка призма од крон стакла окренута једном пљосни објективу (сл. 101.). Ова пљосан мора бити вертикална и управна на визури, а преломне ивице призме морају бити хоризонталне.

Испод објектива с призмом налази се плитак суд са живом заклоњен од ветра.

2^о *Основна ректификација инструмента.* Да би се тренутак пролаза звезде кроз алмукантар $z = 30^\circ$ одредио с тачношћу до на $0^s.01$ потребно је да инструмент задовољи само до на 1' ове услове:

- а) да му алхидадна осовина буде вертикална,
- б) да му визура буде хоризонтална,
- в) да му основица призме стоји управно на визури,
- г) да ивице призме буду хоризонталне, и
- д) да нула хоризонталног круга буде у меридијану.

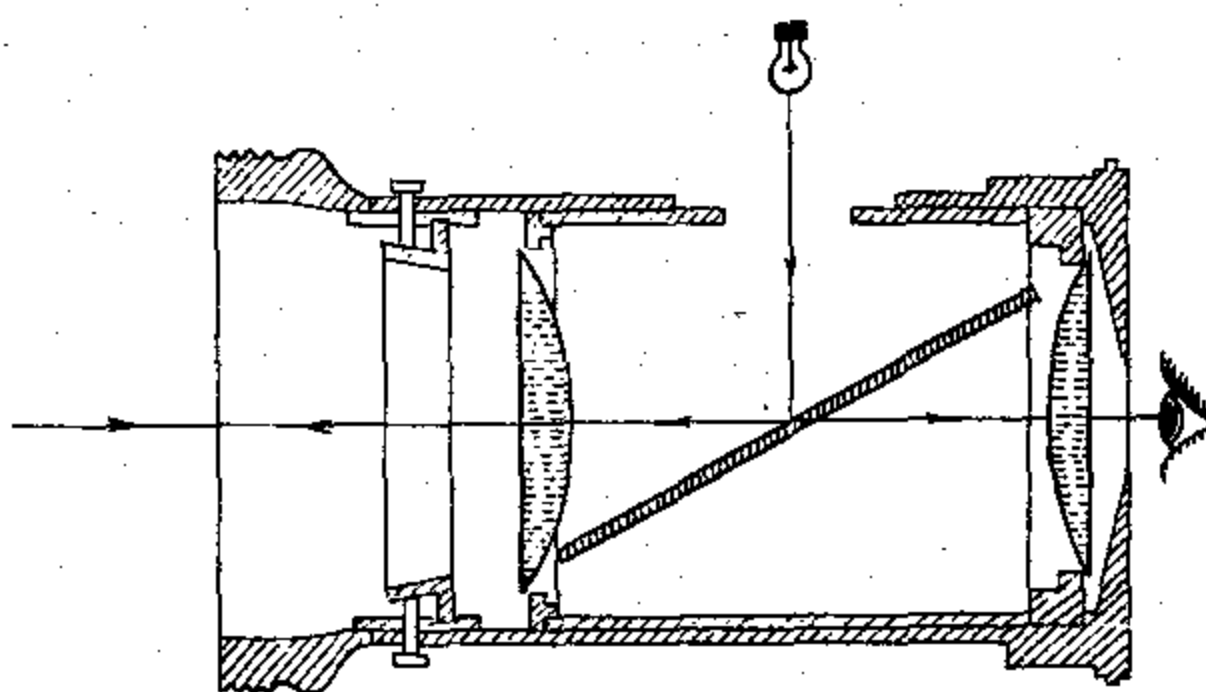


Сл. 101. Ход зракова у астралабу с призмом.

а) Алхидадна осовина се доводи у вертикалност на тај начин што се помоћу три положајна завртња доведе центрична либела на основној платформи, у ствари алхидада, која носи дурбин и живин суд, да врхуни.

б) Недалеко од астралаба постави се мали универзални инструмент с тачно хоризонталним дурбином окренутим према астралабу (тз. колиматор). С астралаба се скине призма и по правцу доведе објектив у објектив. Затим се елевацијским завртњем издиже или спушта предњи крај астралабова дурбина све док се крст конаца у његовом видном пољу не поклопи с крстом конаца у колиматору. Тада је визура у астралабу доведена у хоризонталност, тј. управно на алхидадну осовину.

в) Сад се поново стави призма на објектив, а место астралабова окулар стави се тз. Гаусов окулар (сл. 102). То је окулар у који је између предњег и задњег његова сочива уграђена танка планпаралелна плочица од оптичког стакла, а са стране мала сијалица која баца светлост на ову плочицу.



Сл. 102. Гаусов окулар и ход зракова у њему

Светлост се од плочице одбија и иде у правцу објектива. На путу зракова налази се крст од жице који се директно види кроз окулар и планпаралелну плочицу. Но у видном пољу се види и његов лик одбијен од основице призме као од огледала. Сад се помоћу три ректификацијска завртња на оквиру призме мења полако њен нагиб све док се директни и одбијени крст од жице не доведу до поклапања. Тада је основица призме управна на визури. Овакав начин довођења једне оптичке површине до управности на визуру назива се метода аутоколимације.

г) Да ивице призме буду хоризонталне постићи ћемо просто ако скинемо окулар и гледамо кроз цев, објектив и призму у конач виска који је обешен испред инструмента. Ако су ивице призме хоризонталне сви ликови конца који се стварају на пљоснима призме поклапаће се, одн. лежати у продужењу један другог, те ћемо видети само један јединствен конач. Ако ово није постигнуто, обрће се дурбин око његове механичке осовине корективним завртњем све док се ови ликови не поклопе.

д) За довођење нуле хоризонталног круга у меридијан, пошто се инструментом не могу непосредно посматрати звезде, служи бусола на платформи, тј. алхидади. Алхидада се обрће све док игла не заузме нулти положај. Тада се окреће хоризонтални круг све док се према индексу не појави читање једнако магнетској деклинацији у том месту. Тада је нула хоризонталног круга у меридијану и на њему се могу заузимати азимути изабраних звезда, које треба у израчунатим тренуцима да прођу кроз алмукантар $z = 30^\circ$.

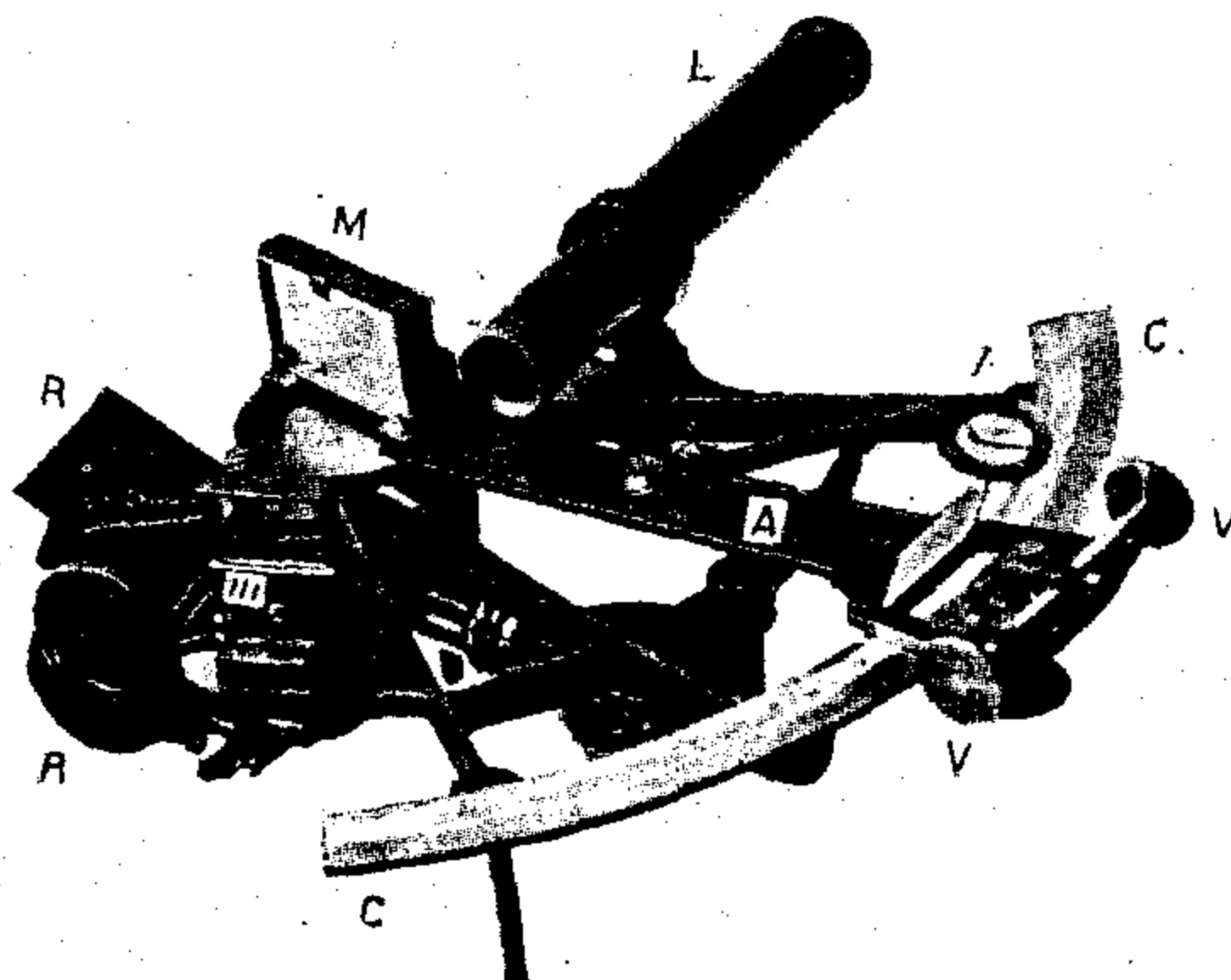
3^о Употреба инструмента. Од звезде која се налази на алмукантару $z = 30^\circ$, као што сл. 101. показује, зраци улазе у дурбин на два начина: 1) они падају под правим углом на горњу пљосан призме, тотално се рефлектују од њене доње пљосни, падају управно на њену вертикалну пљосан окренуту објективу и пролазе кроз доњу половину објектива, и 2) зраци падају на живино огледало (живин хоризонт), одбијају се од њега, падају управно на доњу пљосан призме, тотално се рефлектују од њене горње пљосни, пролазе кроз вертикалну пљосан управно и најзад пролазе горњу половину објектива. У жижној равни објектива тада добивамо два лика звезде — непосредни и одбивени, који се поклапају у средини видног поља. Ако звезда још није дошла до алмукантара $z = 30^\circ$ појавиће се ова два лика звезде, један на врху, а други при дну видног поља и кретаће се у сусрет. У тренутку њихова поклапања или коинциденције регистроваћемо показивање часовника на хронографу притиском у ручни електрични контакт. То ће бити посматрано време пролаза звезде кроз дати алмукантар које се даље користи за одређивање часовникова стања и географске ширине.

Да би се повећала тачност посматрања, у жижну раван објектива ставља се мрежица од 5 хоризонталних и једног вертикалног конца. Кад се појаве два лика звезде, најпре се корективним завртњем обрне дурбин око механичке осовине док се не постигне да се ликови доиста крећу вертикално и, место да иду у сусрет један другом, да се врло тесно мимоилазе. Хронографски се не региструје само тренутак када се ликови звезде налазе на једнакој висини него и сви тренуци када сваки од њих пресеца пет хоризонталних коначца. Тако се добива 11 регистрованих тренутака чија средња вредност представља знатно тачније тренутак пролаза уочене звезде кроз дати алмукантар, но што га представља сам тренутак коинциденције ликова.

Битне су одлике овог инструмента што се њиме уз врло широку толеранцију у ректификацији постиже врло висока тачност у резултатима посматрања и што су сама посматрања врло проста и експедитивна. Широко се користи нарочито на терену за астрономско-геодетске радове. Једна његова нова варијанта са безличним микрометром, о којој ће бити говора у § 67, достиже веома високу тачност и користи се на опсерваторијама како за систематско одређивање часовникова стања у тз. часовним службама, тако и за одређивање географске ширине у циљу изучавања њених промена, а у последње време и за одређивање небеских екваторских координата звезде — за израду звезданих каталога.

63. Секстанти, њихова основна ректификација и употреба. — У поморској и ваздухопловној пловидби на велике даљине није довољно тачно одређивање положаја брода и авиона из позна-

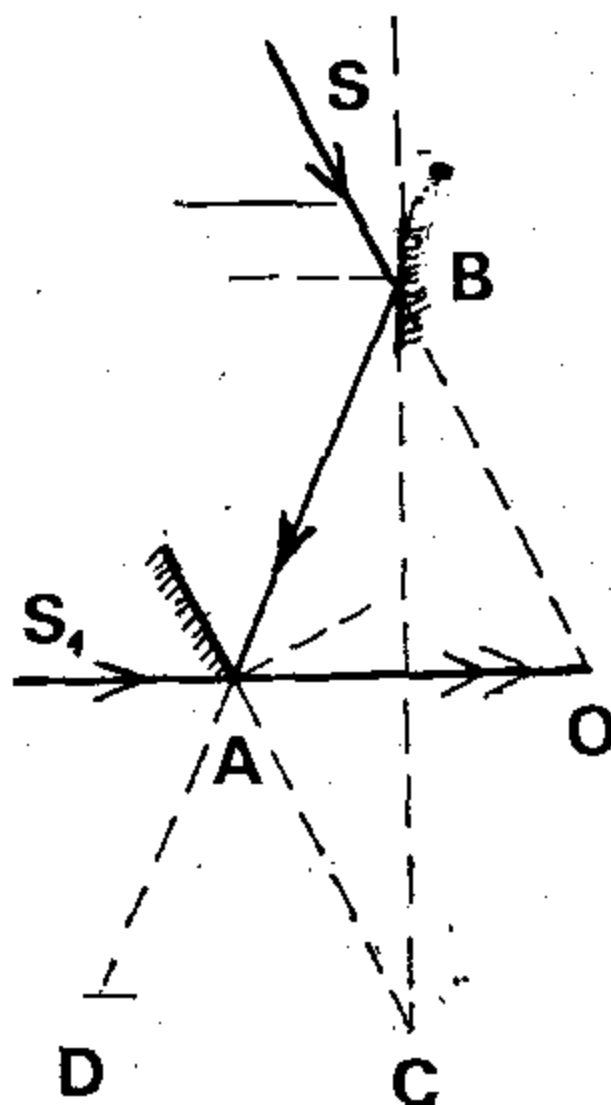
те брзине кретања и правца (курса) који се одређује бусолом. Потребно је, да брод или авион не би скренули са пројектоване путање, моћи у сваком тренутку брзо и лако одредити њихов положај на Земљиној површини, тј. њихове географске координате. С обзиром да је за ову сврху довољна њихова тачност до на 1', већ се одавно практикује да се оне за ову сврху одређују помоћу за то спремиених таблица на основи измерене висине Сунца или висина сјајнијих звезда. Ово се постиже почев од тридесетих година осамнаестог века у поморству врло успешно помоћу *Хедлијевог секстанта* израђеног по *Њутновој* замисли.



Сл. 103. Поморски секстант

1⁰ *Опис поморског секстанта.* То је мали рефлекторни инструмент, који се при мерењу држи у руци. Састоји се из кружног сектора СС (сл. 103), који обухвата лук од $1/6$ круга са истим толиким делом лимба с кружном поделом (обично урезаном до на 5') и нонијусом за њено читање (обично до на 10''). У средишту сектора налази се алхидадна осовина за коју је причвршћено тз. *велико огледало* *M* које се може око ње обртати заједно са алхидадом која на другом крају носи нонијус. Ово се обртање може вршити завртњем за грубо кретање и завртњем за фино кретање V/V . Изнад нонијуса је лупа. За непомични полупречник сектора утврђен је мали астрономски дурбин *L* у прстену чији се нагиб може мењати једним корективним завртњем и довести тако да визија буде паралелна са равни лимба. Другим се завртњем може за мали износ паралелно издизати или спуштати прстен заједно са дурбином 'све док се оба лика, о којима ће бити говора, не виде подједнако јасно. На супротном непомичном полупречнику сектора налази се друго, тз. *мало огледало* *m* које је амалгамисано само по својој доњој половини. Горња је од провидног стакла. Корективним завртњима може се мало мењати нагиб огледала док се не дотерају управно на раван лимба. *RR* су тамна и обојена стакла за посматрање Сунца, а *оздо* је ручица за коју се држи секстант приликом посматрања.

Принцип мерења углова секстантом је следећи. Нека од једног предмета S_1 стижу у дурбин зраци кроз горњи део малог огледала A непосредно у дурбин (сл. 104).



Сл. 104. Ход зракова у поморском секстанту

Зраци од другог предмета S стижу у исти дурбин тек пошто се одбију од великог огледала B и доњег дела малог огледала A . Окретањем алхидаде са огледалом B могу се зраци од предмета S довести паралелно зрацима од предмета S_1 . Тада ће се њихови ликови покlopити. Уз помоћ теореме да је спољашњи угао у троуглу једнак збиру два супротна унутрашња и закона одбијања светлости од равног огледала по коме је упадни угао једнак одбијеном, није тешко закључити да је угао између праваца ка предметима S_1 и S двапут већи од угла између огледала који се чита на лимбу. И доиста из троуглова AOB и ACB је $\angle AOB = \angle DAO - \angle ABO = 2 \angle DAC - 2 \angle ABC = 2 \angle ACB$. На лимбу је, међутим, сваки угао већ обележен двапут већим бројем, тако да се са њега непосредно чита угловни размак између два предмета, рецимо два небеска тела, чим се једно навизира непосредно преко огледала A и алхидадом доведе помоћу огледала B лик другог до поклапања с првим.

2^о Основна ректификација поморског секстанта састоји се из следећих операција:

- а) поништавање колимациске грешке секстанта,
- б) довођење оба огледала управно на раван круга,
- в) довођење визуре паралелно са равни круга,
- г) испитивање планпаралелности огледала и тамних стакала,
- д) одређивање ексцентричности алхидаде, и
- е) одређивање грешака кружне поделе.

а) Ако узмемо једну веома удаљену тачку или једну звезду па је навизирамо преко огледала D , а затим обртањем алхидаде доведемо огледало C у положај да се њен одбивени лик покlopи с директним, читање на лимбу према индексу треба да буде нула. Ако то није каже се да постоји грешка индекса или колимациска грешка секстанта. Она се може отклонити малим окретањем огледала C корективним завртњем око алхидадне осовине све док читање не постане једнако нули.

б) Довођење огледала C управно на раван круга може се извршити корективним завртњем огледала C који служи за промену његова нагиба према равни лимба. Најпре се гледа у огледало C веома косо, тако да се у њему види лик једног дела лимба, а у његову продужењу сам тај део. Ако су они под извесним углом, нагиб огледала C се мења полако завртњем догод се не постигне да лик лежи тачно у продужењу самог лимба. Тада је огледало C управно на равни лимба. Извежбан посматрач може да изврши „од ока” ову ректификацију са довољном тачношћу. Ако се запази после тога да директни лик предмета пролази поред одбијеног не поклапајући се с њим, то је знак да и мало огледало D има извештан нагиб према равни лимба. Тада се његовим корективним завртњем мења полако његов нагиб док се не постигне поклапање ликова. Тада је огледало D паралелно огледалу C , па је зато и оно управно на равни лимба.

в) Визура се доводи паралелно са равни лимба на тај начин што се секстант постави на хоризонталну раван, па се посматра какав удаљени предмет који се налази у продужењу равни лимба, простим оком преко ове равни. Ако се исти предмет види и између две хоризонталне линије у видном пољу дурбина визура је паралелна равни лимба. Ако ово није испуњено мења се полако нагиб дурбина корективним завртњем све док се то не постигне.

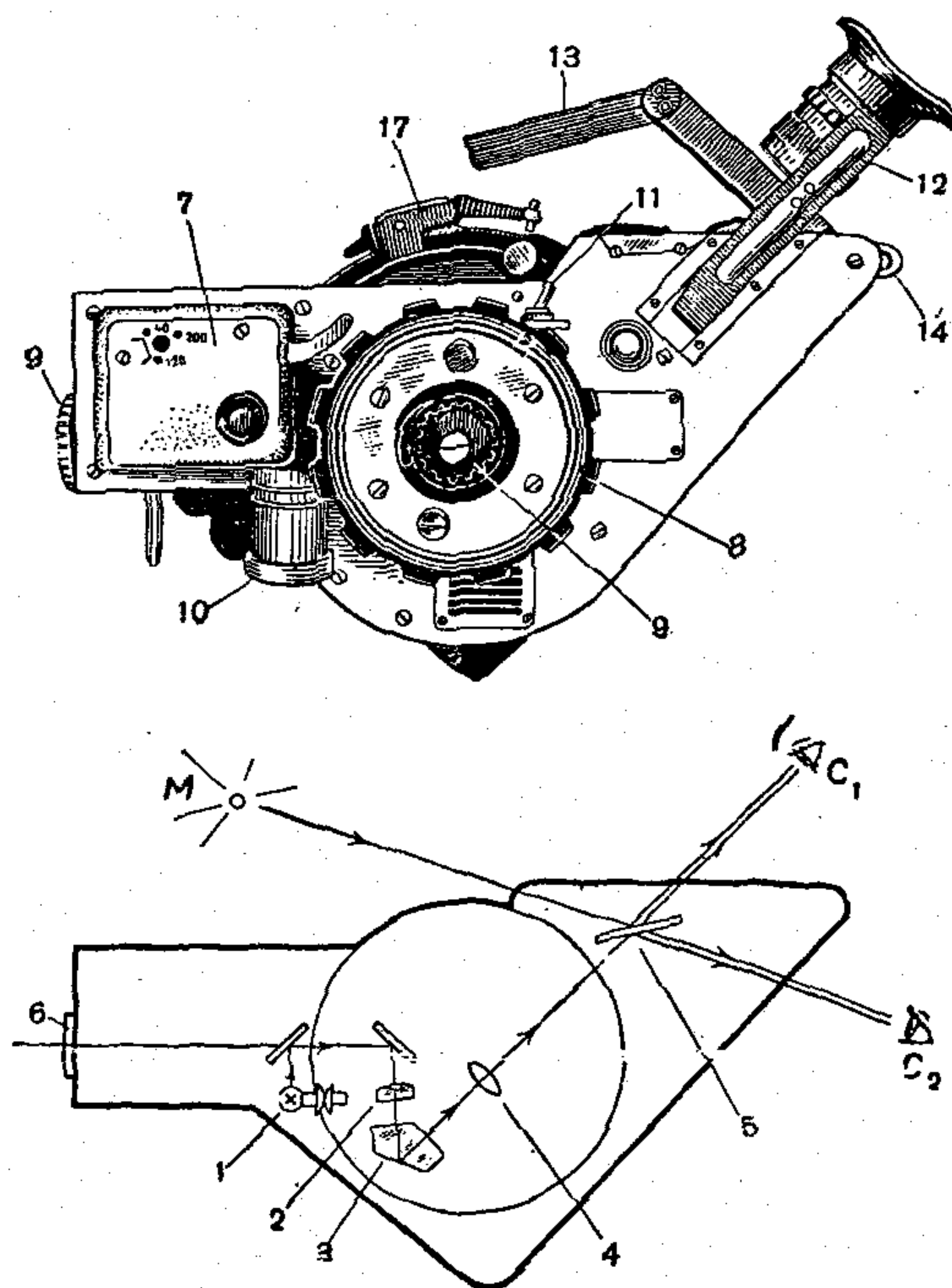
Испитивање призматичности огледала и тамних стакала, ексцентричности алхидаде и грешака лимбове поделе врло је сложено. Исто је тако сложено и елиминисање њихових утицаја, као и утицаја прве три систематске грешке из резултата мерења. Изрази за њихово елиминисање из резултата мерења представљају теорију секстанта, која се учи у посебним курсевима практичне или поморске астрономије. У пракси се међутим, поступа много простије и без уштрба и у највишој тачности коју секстант може дати ($10''$). После прве три описане ректификације секстантом се измере углови $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ између низа веома удаљених (нпр. тригонометријских) тачака који су већ раније прецизно измерени универзалним инструментом. Кад се из великог броја таквих мерења одреде грешке које одговарају извесним подеоцима на секстанту, графичком се интерполацијом састави потпуна таблица поправака за сваки поделак. Ове поправке тада у себи сумаирају утицаје свих систематских грешака секстанта. На свако читање лимба при мерењу угла секстантом тада се просто дода из таблице поправка која тој црти одговара.

3⁰ *Употреба поморског секстанта.* Ако се тражи угао између два предмета или две сјајне звезде, онда се, као што је већ напред речено, један предмет непосредно визира преко малог огледала D , а обртањем алхидаде с великим огледалом C доведе се лик другог предмета до поклапања с првим и на лимбу прочита непосредно тражени угао. Секстант се тада држи за ручицу тако да оба предмета или звезде леже у равни лимба.

У поморској се пракси најчешће секстантом мери висина сјајне звезде или Сунца над хоризонтом. Ово се врши на тај начин што се секстант у вертикалном положају доведе приближно у вертикал звезде или Сунчева средишта. Сад се кроз стакло малог огледала на визира хоризонт (линија где се састаје море са небом). Алхидадом

се обрће велико огледало док се лик звезде или Сунчева руба (доњег или горњег) не доведе да додирне хоризонт. Да би се обезбедило да ће измерени угао бити висина небеског тела секстант се мало помера по правцу дуж хоризонта док још није лик небеског тела доведен до самог хоризонта па се заустави тамо где је одстојање лика од хоризонта најмање. Тада смо сигурни да мерење вршимо по вертикалу небеског тела. Од овако измерене висине h треба одбити спуштање хоризонта (§ 121.) и средњу рефракцију (§ 39.).

Секстант се употребљава и на копну, најчешће у експедицијама кроз недовољно испитане Земљине пределе. Тамо се користи вештачки хоризонт, тј. плитак суд са живом. Посматрач визира кроз стакло малог огледала лик звезде или најчешће Сунца у таквом хоризонту, и обртањем алхидаде с великим огледалом доведе одбијени његов лик од огледала секстанта до поклапања са овим. Измерени угао тада је *двострука висина небеског тела над хоризонтом*.



Сл. 105. Ваздухопловни секстант и ход зракова у њему

4⁰ Ваздухопловни секстант приказан је схематски и цртежем на сл. 105. На њој је под 1-сијалица, 2-сферна либелица, један од најбитнијих делова инструмента, 3-петострана призма, 4-колиматорска

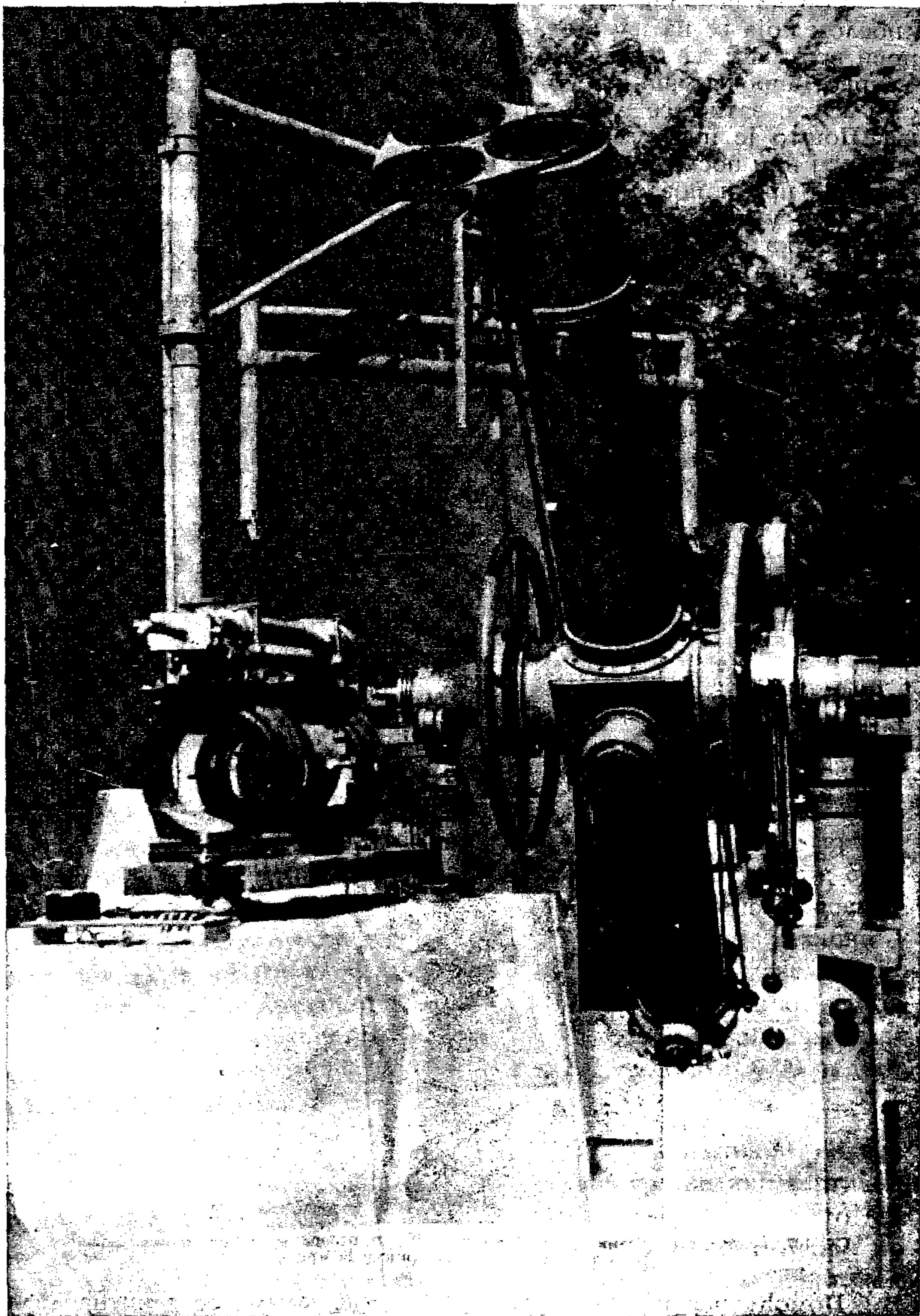
призма, 5-планпаралелна стаклена плочица која служи као главно огледало, 9 и 11 објективи инструмента, 12-окуларна цев и 13 два обојена стакла за посматрање Сунца.

Висина небеског тела из које се уз помоћ специјалних таблица може брзо израчунати положај авиона, тј. његове географске координате, може се и овим секстантом мерити над хоризонтом. Но због облачности и ноћних летова хоризонт се најчешће и не види. Тада у помоћ долази центрична либела, која се ноћу осветљава малом сијалицом. Хоризонтални зрак који пролази кроз објектив и прву стаклену плочу, одбија се од друге и пролази кроз либелин мехур. Дале се тотално рефлектује од доње пљосни петостране призме, пролази кроз планпаралелну плочу која служи као главно огледало и у окулару ствара лик либелина мехура. С друге стране, од звезде или Сунца M зрак пролази кроз други објектив, пада на главно огледало, тотално се од њега рефлектује и у окулару ствара лик небеског тела. Једним завртњем може се главно огледало обртати. Када је небеско тело на хоризонту читање на лимбу износи 0. Када се обртањем главног огледала доведе лик небеског тела до поклапања са средиштем мехура, на лимбу се чита висина небеског тела над хоризонтом.

Када је свака веза авиона са Земљом прекинута ваздухопловни секстант је и једино средство за одређивање његова положаја.

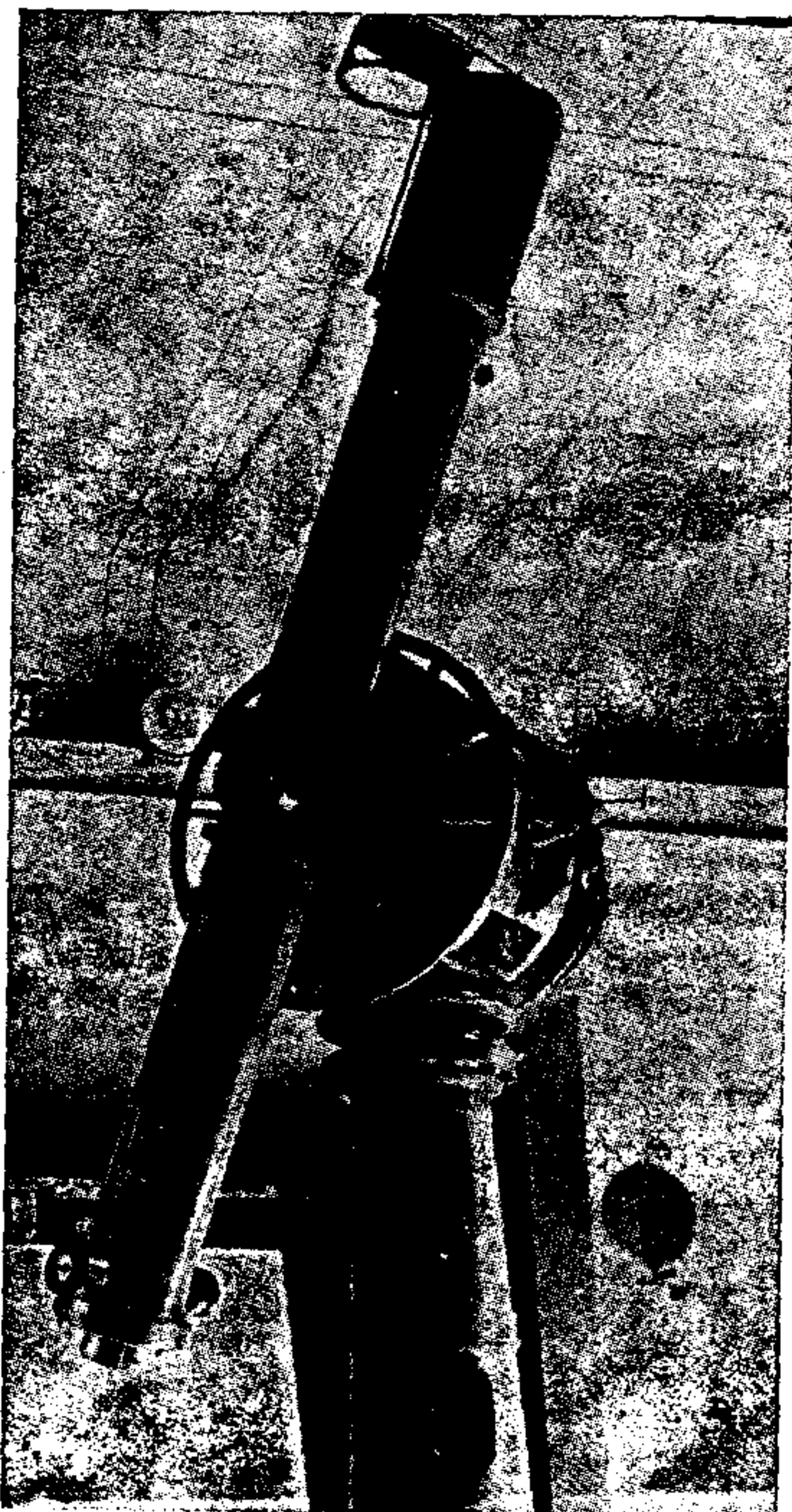
64. Инструменти за фундаменталну астрометрију, њихова основна ректификација и употреба. — Класични инструменти за фундаменталну астрометрију су *велики пасажни инструмент, велики вертикални круг и меридијански круг*. Сва три служе за прецизно одређивање небеских екваторских координата небеских тела, а нарочито звезда у циљу израде прегледа оваквих координата или *звезданих каталога*.

(1⁰) Велики пасажни инструмент. То је астрономски дурбин средњих размера (отвор објектива 10—20 см, жижна даљина 1.5—2.5 м) чврсто спојен са шупљом обртном осовином од месинга која се завршава кружним ваљцима са заједничком осом (сл. 106). Ови су ваљци тзв. *наглавци* од тврдог челика, фино углачани, чије неравнине не треба да прелазе 0,2 — 0,3 микрона. Радним пресецима наглавци се ослањају у два тачкама на правоугла бронзана лежишта убетонирана у два стуба од бетона или препечене цигле, који леже на јединственом масивном стубу са дубоким темељем који се налази у подруму посматрачког павиљона. Дурбин је снабдевен безличним микрометром. Код новијих типова овог инструмента покретни конац његов креће се малим *синхроним мотором* чија се брзина у току посматрања мало поправља отпорником.



Сл. 106. Велики пасажни инструмент „Асканија” 19 см отвора и 258 см жишне даљине
Астрономске опсерваторије у Београду

Обртна осовина мора бити хоризонтална, што се ректификује либелом која се на њу ставља. Она се мора дотерати што тачније у први вертикал, тј. азимут инструмента мора се довести близу нуле. У првој апроксимацији ово се постиже као и код универзалног инструмента, затим се дефинитивно ректификује из самих посматрања. Пошто је инструмент гламазан и не може се обртати у други положај при посматрању једне исте звезде, то се колимациска грешка мора пре и после сваке посматрачке серије прецизно одређивати и њен утицај рачунски елиминисати из посматрања. Колимациска грешка одређује се посматрањем колиматора из два положаја инструмента или два колиматора (северног и јужног) из истог положаја инструмента (пошто су претходно колиматори доведени у коаксијалност визирањем једним у други). Када је и колимациска грешка отклоњена, средњи вертикални конац окуларног микрометра при обртању дурбина око његове обртне осовине описује врло приближно раван меридијана.



Сл. 107. Велики вертикални круг „Асканија” 19 см отвора и 258 см жишне даљине
Астрономске опсерваторије у Београду

Помоћу вертикалног круга тражиоца заузме се зенитна даљина звезде која ће ускоро ући у видно поље до на $1'$. Она се кроз цело видно поље прати безличним микрометром чији се контакти

напоредо са истицањем секунде основног часовника региструју на хронографу. Хронографска се трака чита као и код малог пасажног инструмента и са ње изводи тренутак T_m пролаза звезде кроз средњи идеални конач микрометра. Применом утицаја преосталих систематских грешака инструмента (његових констаната, на првом месту нагиба, азимута и колимације) из овог се тренутка изводи тренутак T пролаза звезде кроз меридијан, који служи за одређивање ректасцензије посматране звезде.

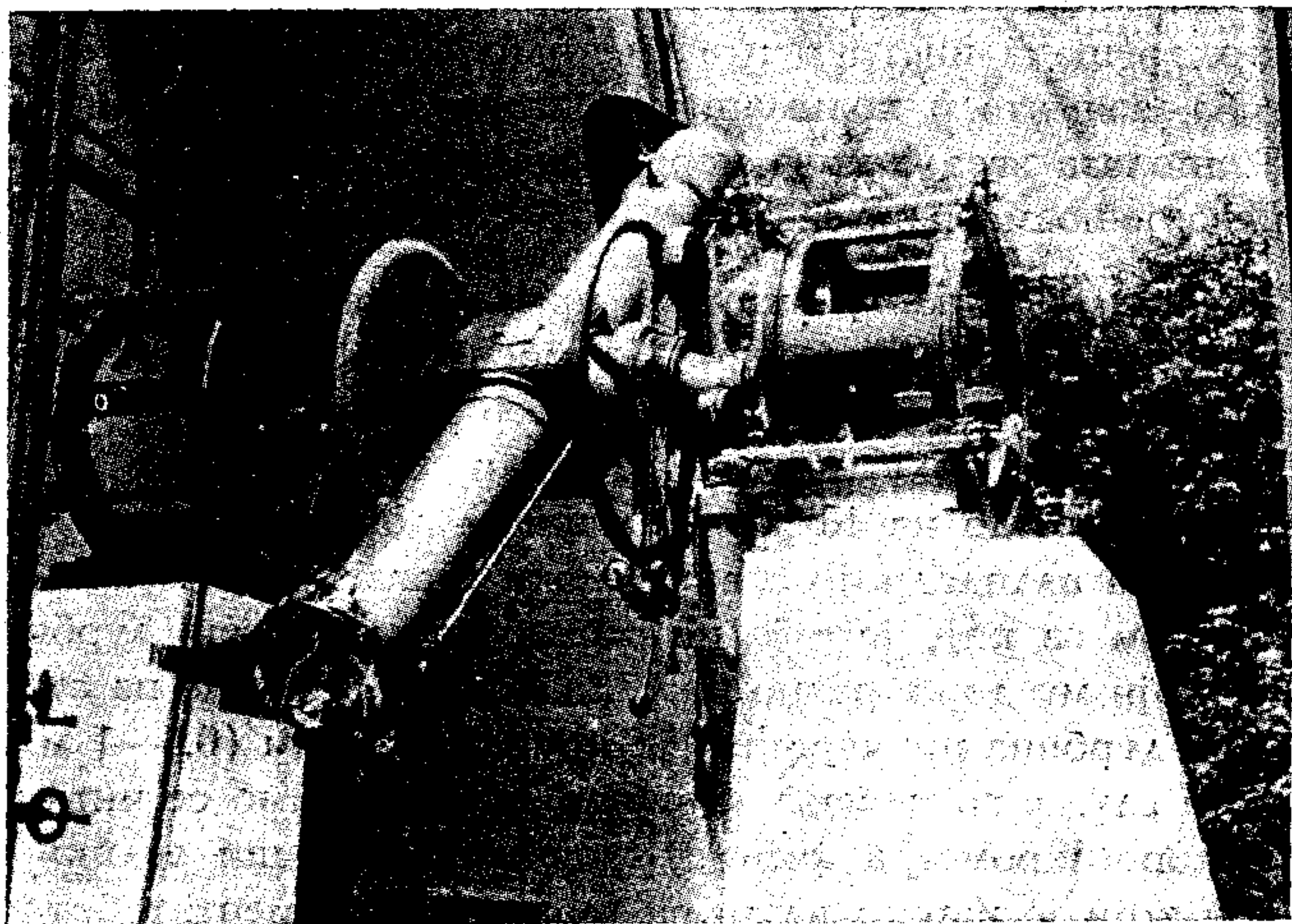
2^о) Велики вертикални круг је прав астрономски дурбин истих размера као и велики пасажни. На масивном стубу лежи постоље са три положајна завртња, које носи алхидадну осовину (сл. 107). При њеном врху налази се мали хоризонтални круг, тражилац с поделом до на $10'$ који служи за довођење инструмента у меридијан. На алхидадној осовини лежи глава инструмента са обртном осовином за коју је с једне стране чврсто везан дурбин, а с друге тег који му држи равнотежу. За обртну осовину, на страни супротној од дурбина причвршћен је круг са лимбом ($0,5—1$ м у пречнику) који служи за мерење зенитних даљина. Лимб се чита помоћу 4 микроскоп-микрометра који су утврђени за један велики гвоздени прстен који је чврсто везан са главом инструмента обртном око алхидадне осовине.

Може се рећи да је ово у суштини један универзални инструмент врло великих размера, па се зато све ректификације које се врше на универзалном инструменту врше и овде. Колимацијска грешка одређује се посматрањем колиматора.

Посматрање звезда врши се окуларним микрометром с покретним хоризонталним концем, чије се читање алгебарски додаје средњем читању микроскоп-микрометара. Свака звезда обично се посматра из два положаја инструмента, тако да се искључује грешка у месту зенита на вертикалном лимбу, а зенитска даљина звезде, као и код универзалног инструмента, добива се као полуразлика лимбових читања из два положаја инструмента. На овај начин прецизно одређене зенитске даљине звезда служе, као што ћемо у § 79 видети, за одређивање деklinација.

3^о) Меридијански круг је у суштини велики пасажни инструмент за чију је обртну осовину још чврсто везан и велики вертикални круг са лимбом (сл. 108). Инструмент се ректификује исто као и велики пасажни инструмент. Пошто се не може обртати при посматрању једне исте звезде у други положај, то је и овде врло важно прецизно одређивање колимацијске грешке посматрањем колиматора.

Меридијански круг служи за одређивање и ректасцензије и де-
клинације. Но како се њиме мора зенитска даљина мерити само у
једном положају инструмента, то је важно и прецизно одређивање



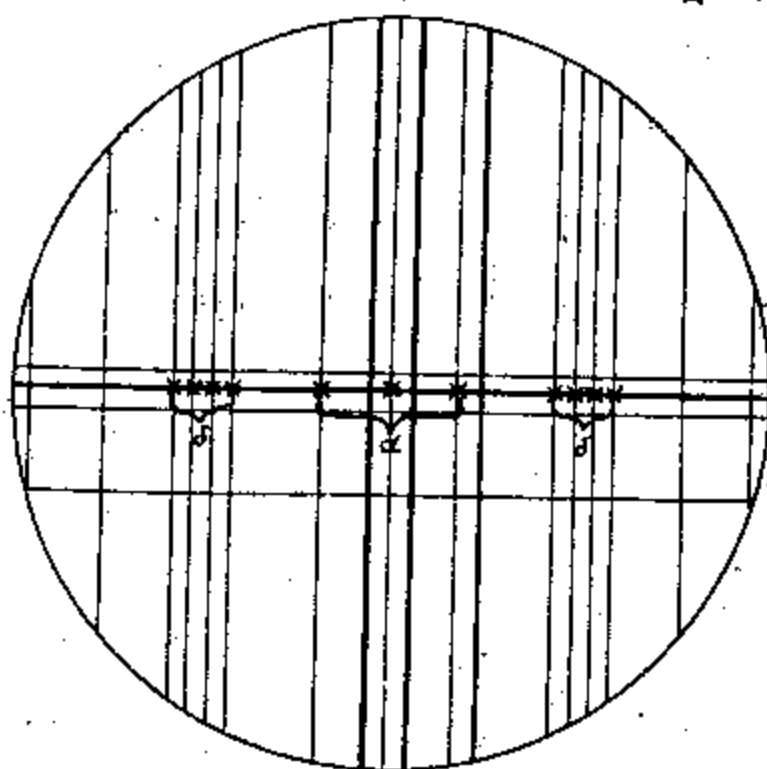
Сл. 108. Велики меридијански круг „Асканија“ 19 см отвора и 258 см жишне даљине
Астрономске опсерваторије у Београду

места зенита на његовом вертикалном лимбу. Ово се врши помоћу
тзв. живиног хоризонта. За ову сврху постави се плитак суд са живом
са које је сплављен оксид стакленим штапићем на мали стуб у от-
вору на поду. Дурбин се доведе у вертикалан положај с објективом
окренутим према живином хоризонту, а место окуларног микроме-
тра стави се Гаусов окулар који је био описан у § 62. Кад се финим
кретањем дурбина доведе пар средњих хоризонталних конаца до по-
клапања са њиховим ликом у живином хоризонту, прочитају се ми-
кроскопи. Средња вредност овог читања је место надира на верти-
калном лимбу. Место зенита добива се додавањем 180° на ово чита-
ње. Постоје и друге методе за одређивање деклинације из мерења
зенитске даљине овим инструментом које не захтевају познавање
ове константе инструмента, већ се било она, било место екватора на
лимбу одређују из самих посматрања за деклинацију.

Посматрања за α и δ врше два посматрача. Кад звездин лик уђе
у видно поље инструмента (сл. 109) као светла тачка посматрач на
окуларном микрометру финим кретањем дурбина око обртне осо-
вине доведе овај лик између два хоризонтална конца у микрометру.
Код новијих типова овог инструмента постоје два микрометарска
завртња и два покретна конца (хоризонтални завртња за ректасцензи-
ју и вертикални за деклинацију). Зато посматрач поентира звезду на

бочним концима 3—6 хоризонталним покретним концем за деклинацију. Затим прати звезду вертикалним покретним концем за ректасцензију за време њена кретања између конаца 7 и 9 и најзад поно-

15 14 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1



Сл. 109. Видно поље великог меридијалног круга класичног типа

во је поентира хоризонталним покретним концем за деклинацију у њеним положајима 10 — 13 на концима који су симетрични са 3—6 према средњем вертикалном концу. За исто време посматрач на микроскопима чита лимб. Праћење звезде безличним микрометром од 7 — 9 региструје се на хронографу и из овог регистровања изводи се тренутак T_m пролаза звезде кроз средњи идеални вертикални конац, а из овога се рачунски изводи тренутак T пролаза звезде кроз меридијан и даље ректасцензија. Средња вредност из 4 поентирања звезде окуларним микрометром у њеним положајима 3, 6, 10 и 13 алгебарски се додаје на средње читање 4 микроскоп-микрометра и из овог средњег идеалног читања лимба затим рачунски изводи деклинација посматране звезде.

За тачно одређивање ректасцензија и деклинација небеских тела овим инструментима од нарочите је важности брижљиво испитивање њихових мерних органа и битних саставних делова (либеле, окуларни микрометар, лимб, микроскоп-микрометри, наглавци обртне осовине, савијање цеви под утицајем Земљине теже итд.), као и елиминисање свих ових систематских утицаја из мерења. Данас се тражи изузетно висока тачност од одређивања положаја небеских тела за решавање савремених космичких проблема. Због тога се последњих година приступило конструкцији читавог низа нових астрометријских инструмената високе тачности (в. § 67).

65. Екваторијал, његова основна ректификација и употреба. — Екваторијал је прав астрономски дурбин већих размера (отвор од 20 — 100 см, жижна даљина од 1—12 м) којим се данас мере само релативне екваторске координате небеских тела, тј. координате једног небеског тела у односу на друго чије су координате већ познате (сл. 79.).

1⁰ *Опис инструмента.* На масивном стубу од бетона или препечене цигле поставља се масиван стуб од ливеног гвожђа који лежи на три положајна завртња којима се може нивелисати. При врху стуб носи рукавац са главном (*поларном*) *осовином* инструмента, која се ректификацијом доводи у раван меридијана, а њен нагиб дотера да што приближније износи колико и географска ширина станице. Тада у мислима продужена поларна осовина инструмента пробија небеску сферу у небеском полу. На ову осовину при дну је чврсто навучен круг са поделом обично до на 1', и кад се његова нула доведе у меридијан, према индексу на металној глави стуба може се читати часовни угао небеског тела које је у тренутку посматрања T по часовнику у пресеку крста конача његовог окуларног микрометра. На врху поларна осовина носи рукавац у коме се може обртати друга, тз. *деклинацијска осовина*. Ова на једном крају носи велики астрономски дурбин и круг с поделом до на 1', а на другом крају противтег којим се уравнотежава систем те се може лако обртати. Ректификацијом се 0 деклинацијског круга доводи у екватор, па се тада на кругу може прочитати деклинација визираног небеског тела.

Оваква монтажа астрономског дурбина назива се *паралактичка*. Над азимутском монтажом универзалног инструмента она има преимућство што се једном заузму екваторске координате небеског тела, а затим се оно може читаве часове посматрати само ако се инструмент равномерно обрће око његове поларне осовине угловном брзином Земљина обртања, тј. 360° на 24^h звезданог времена. Ово се постиже часовним механизмом, тако да посматрач има звезду за све време посматрања у пресеку крста конача. Уколико се она незнатно помера због тога што праћење по часовном углу никад не може бити идеално равномерно, посматрач је враћа у пресек крста завртњем за *фино* померање инструмента по часовном углу. Због несавршене ректификације инструмента, може лик звезде одступити и по деклинацији. Тада се он враћа у пресек крста конача завртњем за *фино* кретање инструмента по деклинацији.

Да би се одређена звезда добила у средини видног поља ректификованог екваторијала, ма она била и невидљива голим оком, заузимају се њене месне екваторске координате на круговима инструмента. Најпре се на деклинацијском кругу заузме деклинација. Затим се за један тренутак који следи кроз 1—2^m израчуна из часовникова показивања, његова стања и ректасцензије звезде, њен часовни угао:

$$t = T + \text{Cp} - \alpha,$$

па се окреће инструмент око поларне осовине да индекс на часовном кругу покаже t . Кад се око стави у тренутку T на окулар за-

узета звезда треба да се налази у средишту видног поља и утолико ближе пресеку крста конача уколико је екваторијал прецизније ректификован.

Чврсто спојен с главним дурбином налази се на екваторијалу, мали дурбин, звани *извиђач*, с малим повећањем и великим видним пољем чија се визура доведе паралелно с визуром главног дурбина. Тада се њиме простим нишањењем могу доводити небеска тела у пресек крста конача главног дурбина.

2° Основна ректификација инструмента најпростије се врши помоћу његових кругова и, под претпоставком да је фабрика гарантовала управност осовина, састоји се из следећих операција:

- а) Довођење 0 деклинацијског круга у екватор.
- б) Довођење нагиба поларне осовине инструмента на висину небеског пола.
- в) Довођење поларне осовине инструмента у раван меридијана.
- г) Довођење часовног круга у меридијан.
- д) Довођење визуре управно на деклинацијску осовину.

Пре ректификације изврши се по дану приближно дотеривање инструмента. Стуб се виском доведе у вертикалан положај. Бусолом се доведе поларна осовина инструмента у правац меридијана и каквим грубим угломером на висину небеског пола. Затим се дурбин доведе источно од стуба и уз помоћ виска у вертикалан положај. Часовни круг се окрене да 0 дође према индексу (јер је дурбин у меридијану), а деклинацијски круг тако да на њему читање буде приближно једнако географској ширини тога места (јер је деклинација зенита једнака ширини места). Најзад визирањем удаљене тачке извиђач треба дотерати тако да се њен лик налази у пресеку крста конача и главног дурбина и извиђача.

Ректификација се врши визирањем подесно изабраних звезда.

а) Довођење деклинацијског круга у екватор врши се на овај начин. Слабијим окуларом, чије је видно поље $20' - 30'$, визира се из источног положаја дурбина сјајна звезда на око пола часа пре пролаза кроз меридијан и прочита деклинацијски круг. Нека је ово читање A . Преведе се затим дурбин у западни положај, визира иста звезда после пролаза кроз меридијан и опет прочита деклинацијски круг. Нека је то читање B . Тада ће, очевидно, бити

читање деклинацијског круга кад је визура уперена у небески пол $\frac{1}{2} (A+B)$.

Дурбин се сада постави тако да на деклинацијском кругу буде читање $\frac{1}{2} (A+B)$, па се круг обрне да под индекс дође $90^{\circ}00'$.

б) На основи истог мерења доводи се поларна осовина инструмента на висину небеског пола. Довољно је увидети да је $\frac{1}{2} (B-A)$ одступање звезде од инструментског пола, тј. од тачке на деклинацијском кругу куда је уперена поларна осовина инструмента. Ово читање треба да буде једнако $90^{\circ} - \varphi$.

Ако је $\frac{1}{2} (B-A) > 90^{\circ} - \varphi$, пол инструментов је испод светског пола, а ако је

$\frac{1}{2} (B-A) < 90^\circ - \varphi$ онда је изнад њега. У оба случаја треба ректификацијским завртњем поправити нагиб поларне осовине према хоризонту за износ разлике $\frac{1}{2} (B-A) - (90^\circ - \varphi)$ у добром смеру. Ако ова разлика износи рецимо $15'$, а видно поље $30'$, онда исту звезду доведемо на горњи, односно на доњи део видног поља и ректификацијски завртањ окрећемо све док њен лик не дође у средину видног поља. Ако је разлика била велика, операцију треба поновити са још једном звездом.

в) После прве две ректификације пол инструменгов може још увек бити удаљен од светског пола на исток или запад, може још увек бити ван меридијана. Да бисмо га довели у меридијан визираћемо сјајну звезду на часовном углу око $\pm 6^h$. Претпоставимо да смо визирали западну звезду с деклинацијом δ' дурбином изнад поларне осовине и да је читање деклинацијског круга било A' . Ако је $A' > \delta'$ није тешко увидети да се пол инструмента налази западно од светског пола, а ако је $A' < \delta'$ — источно. Тада се корективним завртњем за обртање читавог инструмента у азимуту изврши обртање за нађени износ, што се проверава приближно величином померања звезде у видном пољу, као и при ректификацији б). Треба обратити пажњу да се обртање врши у добром смеру. Поступак треба поновити 2—3 пута са разним звездама да би се испитала тачност до $1'$.

г) и д) Последње две ректификације врше се заједно. Обележимо угао између визуре и деклинацијске осовине усмерене од дурбина ка тегу са $90^\circ - c$. Овде је c колимацијска грешка. Са звезданим часовником (чије је стање познато) поред инструмента и из источног положаја дурбина навизирамо једну сјајну екваторску звезду, с познатом ректасцензијом α , близу меридијана. У тренутку поентирања забележимо показивање часовника T_1 и нађемо звездано време $s_1 = T_1 + C_p$, а затим прочитамо часовни круг и добијемо читање t_1 . Часовни угао звезде у том тренутку је, међутим, $t = s_1 - \alpha$, па се поправка часовног угла може добити из везе $t_1 - \Delta t = s_1 - \alpha$. Но како постоји колимацијска грешка c , то је у ствари

$$t_1 - \Delta t - c \sec \delta = s_1 - \alpha.$$

Из западног положаја дурбина поновимо исте радње са истом звездом и добијемо другу везу

$$t_2 + 12^h + \Delta t + c \sec \delta = s_2 - \alpha.$$

Обе везе у ствари представљају две једначине са 2 непознате Δt и c :

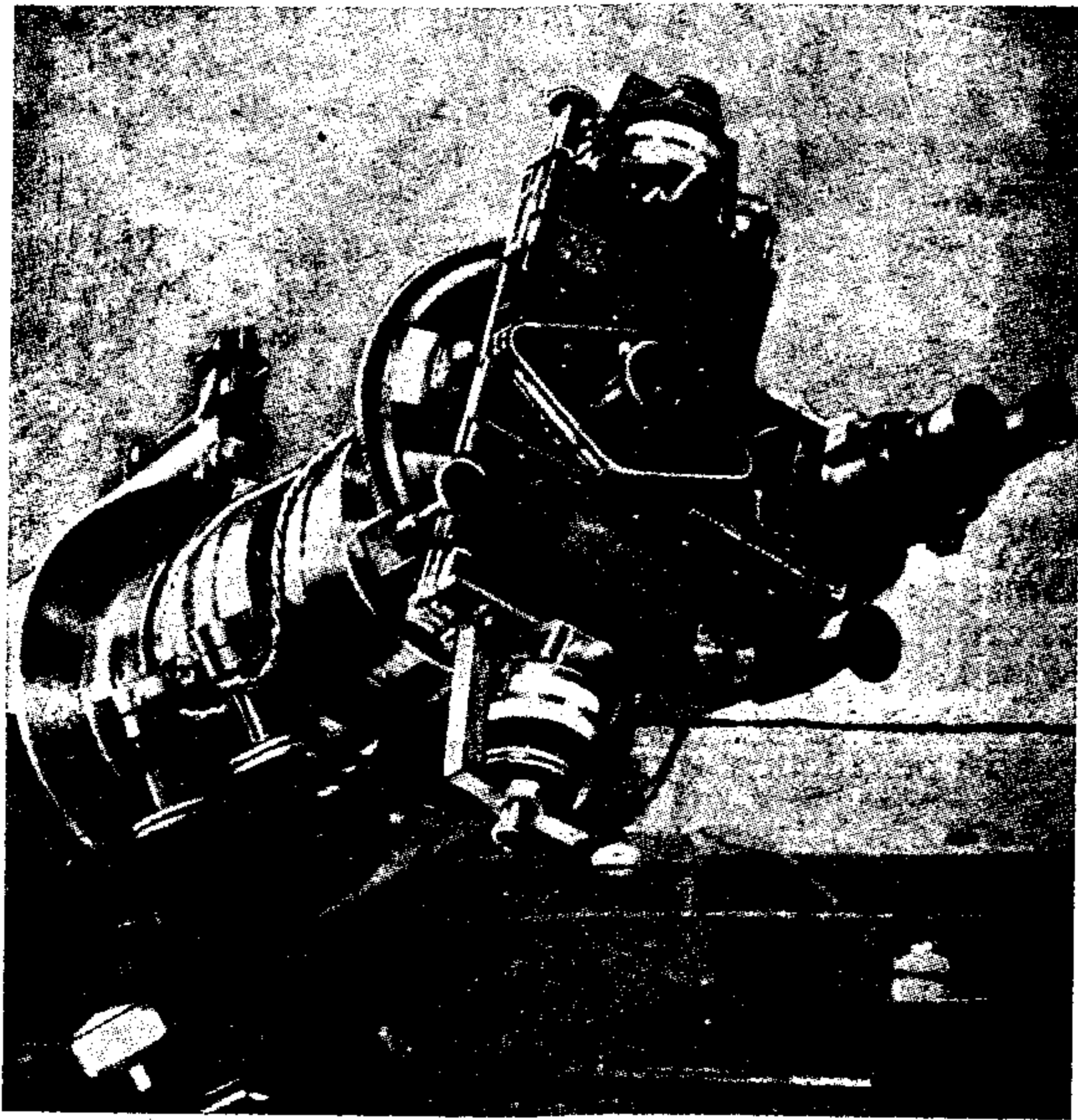
$$\begin{aligned} \Delta t - c \sec \delta &= s_1 - \alpha - t_1, \\ \Delta t + c \sec \delta &= s_2 - \alpha - t_2 - 12^h, \end{aligned} \tag{332}$$

из којих се оне лако налазе.

Грешка Δt отклања се на тај начин што се часовни круг обрне да место t показује $t + \Delta t$. Колимацијска грешка отклања се као и на другим инструментима.

При прецизној ректификацији мора се још водити рачуна и о рефракцији и о савијању цеви дурбина. Сем описане, постоје и прецизније методе за ректификовање помоћу окуларног микрометра.

3^o *Употреба инструмента.* Прецизно ректификован екваторијал може се употребити за мерење месних екваторских координата небеских тела из којих се изводе њихове небеске екваторске координате. Ако се још обрачунају и утицаји остатака систематских грешака инструмента после ректификације, помоћу израза који се изводе у курсевима практичне астрономије, може тачност одређених координата и прећи 1'. Овако су у прошлом веку одређиване координате небеских тела, па су израђивани и велики звездани каталози. Данас та тачност ни изблиза није довољна, па се екваторијал употребљава само за *релативно или диференцијално одређивање екваторских координата* окуларним микрометром, који је код њега нешто друкчији него код азимутских инструмената и назива се *положајни микрометар* (сл. 110).



Сл. 110. Положајни микрометар на великом екваторијалу Астрономске опсерваторије у Београду

Од окуларног микрометра на универзалном инструменту он се разликује по томе што је знатно већих димензија и што се може окретати око механичке осовине не само за 90° , већ за сваки могући угао. Величина овог угла може се прочитати на тзв. *положајном кругу*, чија се нула доводи у меридијан. Смер рашћења положајног угла, који се на њему мери је супротан казаљки на часовнику. Тако се положајни микрометар може користити за мерење како разлике ректасцензија и деklinација, тако и поларних координата (потег и поларни угао) небеског тела, чији се положај одређује у односу

на тзв. *посредничку звезду*, чије су координате тачно познате, као почетак.

Мерење разлика ректасцензија и деклинација врши се на овај начин. Обртањем микрометра по положајном углу најпре се доведе средњи непокретни конац у дневно кретање тако што се пусти једна звезда да се креће по њему и микрометар дотерује финим покретањем по положајном углу све док звезда не иде тачно паралелно концу, па се запише читање положајног угла A_0 које одговара овом положају микрометра. Затим се микрометар доведе на читање $A_0 \pm 90^\circ$, па је сад покретни конац припремљен за мерење разлике деклинација. И непознато небеско тело и посредничка звезда доведу се у видно поље да буду приближно симетрични његовој средини, па се поентира три пута посредничка звезда. Нека је средње читање микрометра при том B . Исто то се учини и са посредничком звездом и добије средње читање B_* . При том се забележи које је тело северније, тј. са већом деклинацијом. Тада је разлика њихових деклинација

$$\delta - \delta_* = \pm (B - B_*) R'', \quad (333)$$

где је R'' угловна вредност микрометарског обрта, (која се одређује као што је објашњено у § 58). С десне стране је знак $+$ ако се небеско тело налази северно, а $-$ ако се налази јужно од посредничке звезде. Знајући δ из горњег израза, добивамо δ_* непознатог небеског тела.

Микрометар се затим врати на положајни угао A_0 , па се на хронографу региструје пролаз посредничке звезде T_* и пролаз непознатог небеског тела T кроз средњи вертикални конац. При том се забележи које тело прво пролази, јер је у том случају оно западније, тј. с мањом ректасцензијом. Тада ће бити

$$\alpha - \alpha_* = \pm (T \cos \delta - T_* \cos \delta), \quad (334)$$

а одавде се лако добива α . Знак ће с десне стране бити $+$ ако се непознато небеско тело налази источно, а $-$ ако се налази западно од посредничке звезде.

Положајним микрометром чешће се мере поларне координате непознатог небеског тела у односу на посредничку звезду — *положајни угао* и *потег* или њихово угловно растојање. То се врши на тај начин, што се оба небеска тела доведу у видно поље и пусти аутоматско праћење помоћу часовног механизма. Затим се микрометар обрне тако да ликови оба небеска тела дођу на средњи непомицни конац, на коме стоји управно покретни конац којим се врши поентирање. Сад се прочита положајни круг A . Из разлике $A - A_0$ и из забележених података као и у претходном случају лако је израчунати положајни угао непознатог небеског тела.

Сад се завртњем за померање целог микрометра доведе средњи непокретни конац, паралелан покретном концу, на небеско тело које се налази лево у видном пољу. Положај овог конца раније одре-

ћен покретним нека је B_0 . Покретним концем поентира се десно небеско тело и забележи читање микрометарског котура B . Потег у угловним секундама ће тада бити

$$\rho = (B - B_0) R'' \quad (336)$$

Да би се постигла већа тачност мерења се неколико пута понове и од њих узме средња вредност.

Са поларних координата можемо лако прећи на разлике ректасцензија и деклинација, јер је

$$\begin{aligned} (\alpha - \alpha_0) \cos \delta &= \rho \sin p, \\ \delta - \delta_0 &= \rho \cos p. \end{aligned} \quad (335)$$

Овако извршена мерења морају се ослободити утицаја рефракције. Код диференцијалних мерења утицаји преосталих систематских грешака инструмента после ректификације занемарљиви су. На овај начин се врше одређивања положаја планета и комета у односу на звезде, мерење њихових привидних пречника, одређивања положаја тачака на привидним котурима Сунца, Месеца и планета, мерења релативних положаја двојних звезда итд. Последњих деценија многа од ових мерења брже и поузданије се врше *астрографом* (в. § 66.), па је употреба екваторијала за визуална посматрања јако ограничена.

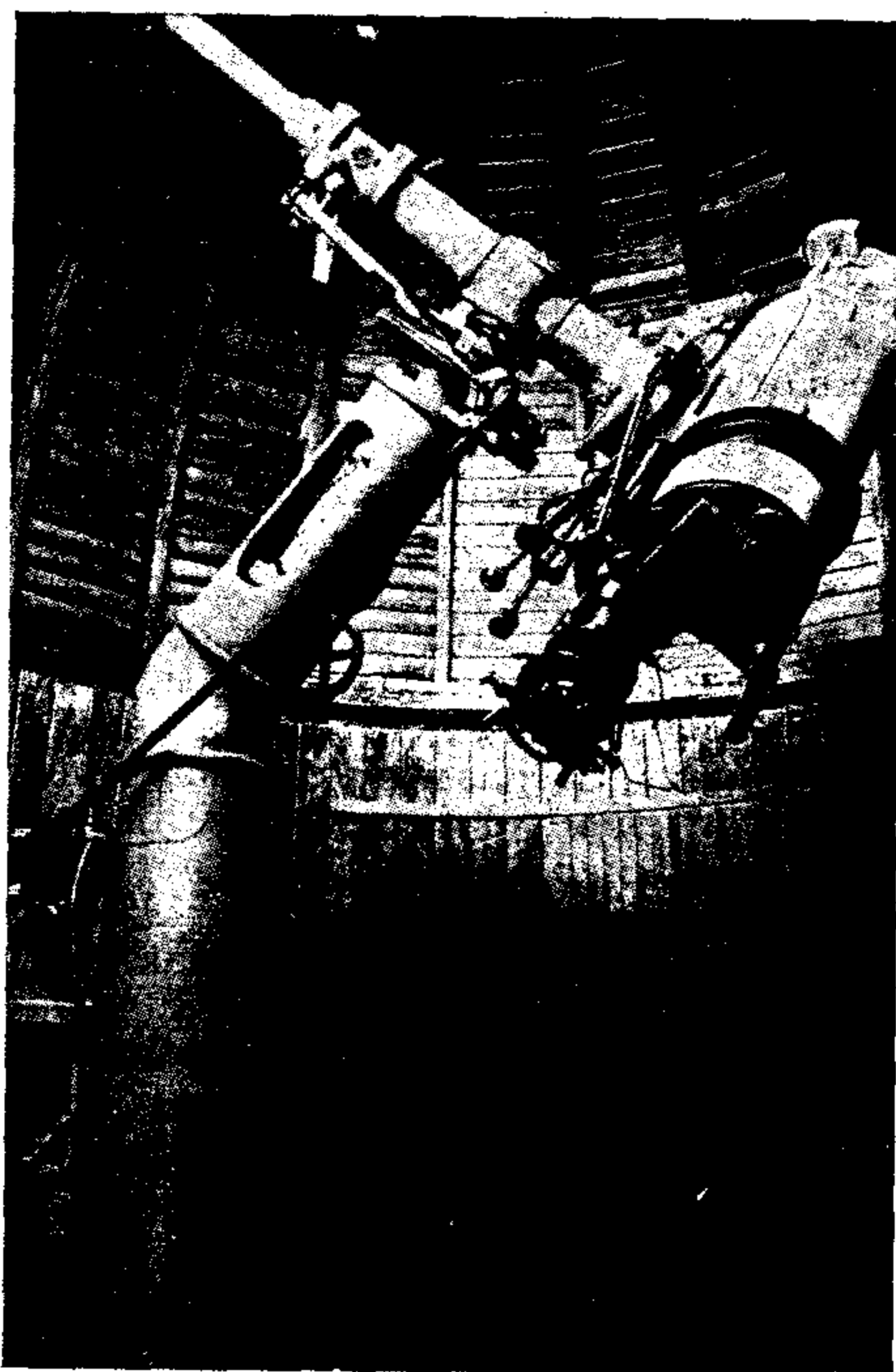
66. Астрограф, његова основна ректификација и употреба. — Одмах после *Дагерово* открића фотографије 1839. г. *Араго* је увидео значај њене примене у астрономији зато што се њоме могу снимати тренутне појаве, што представља документ који се може дуже изучавати и што има сабирну моћ — што се плоча дуже излаже (до извесне границе), то прима више утисака и снима више детаља, „више види“, за разлику од ока. Прве покушаје њене примене у астрономији извршио је већ сам *Араго*, но прву успелу слику Месеца добио је *Дрепер* 1840. г. После пет година *Фуко* и *Физо* добијају први успели снимак Сунца, а тек 1857. полази за руком *Бонду*, *Виплу* и *Блеку* да добију успели снимак звезда. Већ наредне године *Ворен де ла Ри* добива успели снимак *Донатијеве* комете, а 1880. *Дрепер* примењује фотографију на снимање маглина.

Од тада је она једно од најмоћнијих оруђа како за астрофизичара, тако и за астрометристу. Са усавравањем технолошког процеса и применом фотографије на све веће инструменте почиње се са израдом све већих и већих звезданих каталога, који обухватају положаје све слабијих и слабијих звезда. Седамдесетих година прошлог века браћа *Анри* на Париској опсерваторији први пут је примењују за израду једне звездане карте. То је била карта еклиптичке зоне. Данас се фотографском методом ради звездана карта која ће садржати положаје преко милијарде звезда (в. § 82).

1^о Опис астрографа. Фотографска плоча примењује се у астрометријске сврхе на краткожижним фотографским коморама с великим отвором, којима се снимају велики региони неба. Овакве комо-

ре употребљавају се за посматрања метеора и метеорских ројева, а у последње време нарочито успешно за одређивање положаја вештачких Земљиних сателита. Исто тако се фотографска плоча користи и за снимање неких небеских тела у специјалне сврхе кроз визуалне дурбине и кроз телескопе (рефракторе), но класична примена фотографске плоче за одређивање координата звезда, затим малих планета, комета и вангалактичких маглина врши се уз употребу астрографа.

Астрограф је сличан екваторијалу, јер је монтиран паралактички и снабдевен уређајем за праћење по часовном углу, тј. по привидном дневном кретању. Главна је његова карактеристика да има две паралелне цеви. Једна је од њих с већим објективом избрушеним и састављеним из више сочива тако да се сведе у жижу плави и љубичасти зраци на које је највише осетљива фотографска плоча. У жижној равни оваквог објектива налази се рам са фотограф-



Сл. 111. Мали „Цајс“ астрограф отвора 16 см и жижне даљине 80 см
Астрономске опсерваторије у Београду

ском плочом место окулара. Други је дурбин визуалан, нешто мањег отвора, и снабдевен положајним микрометром. Он се назива контролни дурбин или дурбин водник, јер се њиме контролише оно што се снима. Сем тога поларна осовина астрографа нешто је дужа него код екваторијала да би се дурбин могао слободно обртати

око ње за пун угао, јер се снимци светлосно слабијих небеских тела врше и по више часова, па и по више десетина часова, (кроз више ноћи).

Познати су тзв. нормални астрографи којих има на већем броју опсерваторија, с отвором објектива 34 см и жижном даљином 344 см којима је снимана тзв. *Међународна карта неба* (*«Carte du ciel»*). На сл. 111. приказан је мали астрограф, отвора 16 см и жижне даљине 80 см Астрономске опсерваторије у Београду којим је откривен већи број малих планета.

2° *Основна ректификација астрографа.* Да би се са снимка једног региона небеске сфере астрографом могле из мерених израчунати прецизне небеске екваторске координате снимљених небеских тела, потребно је извршити следеће основне ректификације астрографа:

а) Довођење оптичке осовине фотографског објектива да пролази кроз средиште плоче — *центрисање објектива.*

б) Довођење визуре дурбина водника паралелно са оптичком осовином фотографског објектива — *спрезање дурбина.*

в) Довођење плоче у жижну раван објектива — *изоштрављање ликова на плочи.*

г) Довођење плоче управно на оптичку осовину објектива — *отклањање нагиба плоче.*

д) Довођење дуге стране плоче у правац дневног кретања — *оријентисање плоче.*

е) Одређивање броја угловних минута на небеској сфери који се преликавају на један милиметар плоче — *одређивање мере плоче.*

а) *Центрисање објектива* врши се тзв. *дурбином за центрисање објектива.* То је мали дурбин са крстом конаца у жижној равни и са три ножице, обично од ахата, који се ставља на објектив и може се по њему померати без опасности да се објектив загребе. Објектив који се центрише лежи у свом прстену који је притврђен са три завртња (А, В, С) за цев. Ови се завртњи налазе на теменима равностраничног троугла и противзавртњима се њихов положај може утврдити. Дурбин за центрисање са своје две ножице прислони се уз оквир објектива који се центрише, код завртња А, па се ослободи противзавртњи В и С и завртањем или одвртањем завртњева В и С мења нагиб прстена са објективом који се центрише све док се средиште крста конаца дурбина за центрисање не поклопи у видном пољу са средиштем мат-плоче, која је стављена место фотографске и на којој су претходно извучене тушем дијагонале. Тада се причврсте противзавртњи В и С, а дурбин за центрисање премести уз ивицу оквира супротно завртњу А. Сада се ослободи завртањ А и завртањем или одвртањем завртња А опет мења нагиб објектива који се центрише, али сада у смеру који је управан на претходном. Ово се чини све док се поново не постигне поклапање средишта два поменутих крста. Затим се причврсти противзавртањ А. На тај начин је дотерана оптичка осовина фотографског објектива да пролази кроз средиште плоче.

б) *Спрезање дурбина* врши се на тај начин што се инструмент упери на једну удаљену тачку на земљишту или какву сјајну звезду. У рам за фотографску плочу стави се мат-плоча са извученим дијагоналама и тачка или звезда доведу се у средиште плоче финим кретањем инструмента по часовном углу и деклинацији. Ако притом иста тачка или звезда није и у средишту крста конаца у микрометру дурбина водника, онда се помоћу три завртња на прстену којим је он обухваћен код окуларног краја помера његова

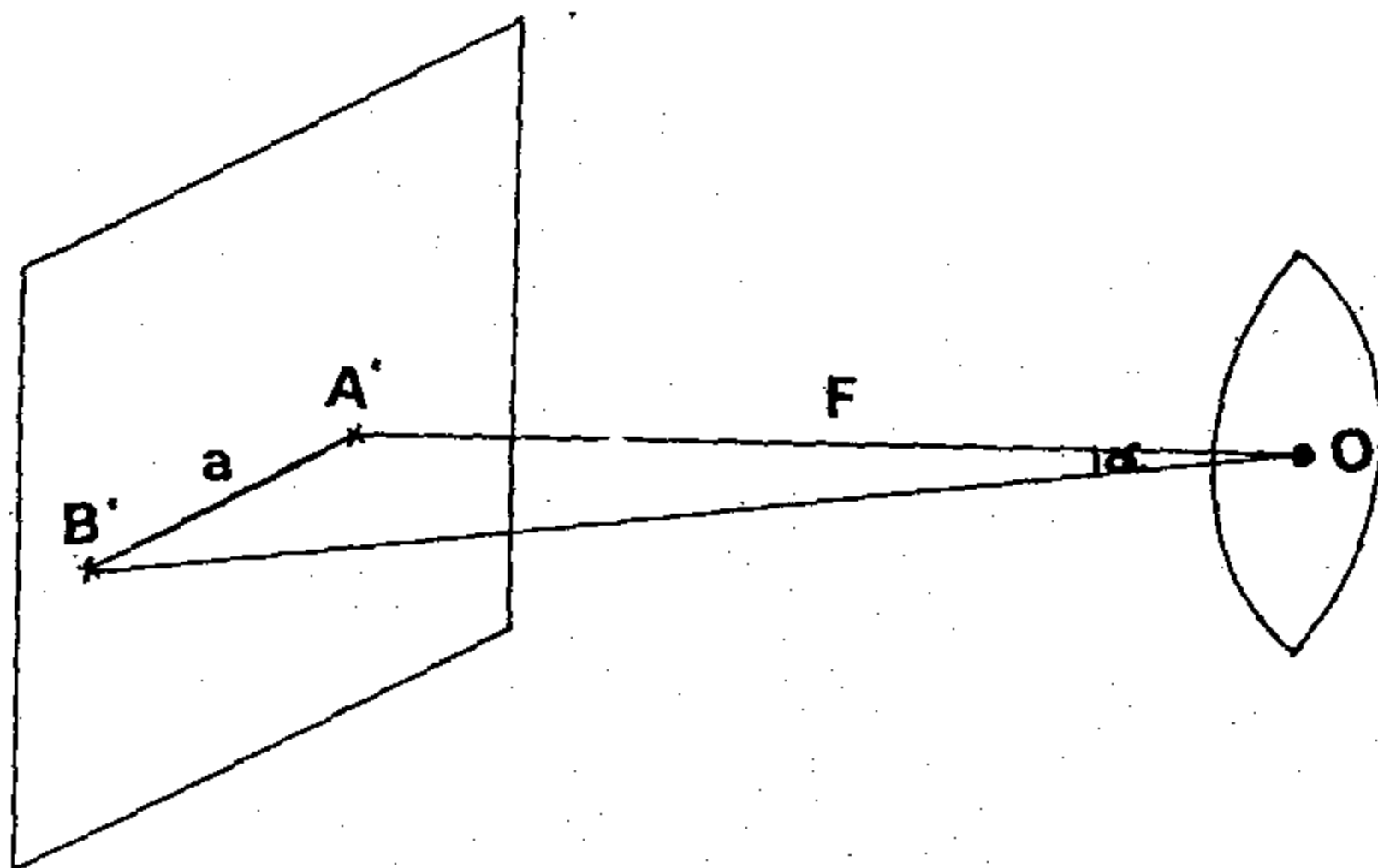
цев све док се тачка или звезда не доведе у пресек крста конаца. Тада је визура дурбина водника паралелна са оптичком осовином фотографског објектива.

в) Изоштравање ликова небеских тела на плочи врши се завртњем са главом који носи поделу. Њиме се може рам с плочом примицати објективу или одмицати од њега. Да би се изоштравање извршило прво се у рам стави мат-плоча и изврши „од ока” приближно изоштравање ликова звезда на њој. Затим се стављају фотографске плоче и изврши снимање сјајнијих звезда (са излагањем од неколико минута) на разним подеоцима завртњеве скале с једне и друге стране полазног положаја. Када се снимци развију интерполовањем се одреди поделак који одговара положају жижне равни објектива.

За прецизно изоштравање служи тзв. Хартманова метода, на којој се не можемо задржавати у оквиру општег курса. Она служи и за испитивање карактеристика објектива.

г) Отклањање нагиба плоче или њено довођење управно на оптичку осовину објектива врши се на разне начине. Један од најпростијих састоји се у следећем. На објектив се наглави дијафрагма од танког картона или лима са два мала отвора пробušена симетрично према њеном средишту и подаље од њега. Светлосни зрак који прође кроз један отвор, ако је плоча управна на оптичкој осовини, после одбијања од ње мора проћи кроз други отвор на дијафрагми. Ако ово није случај мења се нагиб рама са мат-плочом све док овај услов не буде испуњен. Дијафрагма се затим обрне за 180° и поступак понови да би се искључила асиметрија отвора. Затим се обрне за 90° и поступак понови. За прецизнију ректификацију постоје сложеније методе.

д) Да би се олакшало рачунање положаја снимљених небеских тела треба још приближно довести дужу ивицу плоче у правац дневног кретања. У ту сврху се на мат-плочи фино извучу тушем средње линије и лик једне сјајне звезде доведе на средњу линију паралелну дужој ивици плоче. Затим се заустави аутоматско праћење и пусти да лик звезде клизи на плочи у правцу привидног дневног кретања. Ако се лик не креће по линији, рам са плочом се обрће завртњем за ротацију рама док се ово не постигне. Поступак треба поновити на неколико звезда.



Сл. 112. Објашњење за „меру плоче”

ђ) Мера плоче се одређује на тај начин, што се одаберу две сјајније звезде приближно на истом паралелу и на таквом размаку да су њихови ликови на мат-плочи размакнута приближно за половину дужине плоче, па се лик A' звезде A доведе у средиште мат-плоче. Лик B' звезде B тада ће пасти

на крај плоче и налазиће се приближно на њеној дужој средњој линији. Ако је a размак ликова на плочи у милиметрима, а F жижина даљина објектива, биће са сл. 112

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\alpha}{F}.$$

Одавде можемо наћи угловни размак α тих двеју звезда па ће мера плоче бити количник $m = \frac{\alpha}{a}$. Код нормалног астрографа $m = 1'$. Код астрографа Бео-

градске опсерваторије је $m = 4',3 = 17s,2$. Одавде се види да је мера плоче утолико мања уколико је већа жижна даљина фотографског објектива или уколико је мањи однос његовог отвора и жижне даљине. Што су мере плоче и овај однос мањи, биће, значи, прецизнији и положаји небеских тела одређени астрографом.

Постоје и други, прецизнији начини, да се одреди мера плоче, која се јавља као основна константа при извођењу астрографских положаја, па ју је зато потребно што тачније одредити.

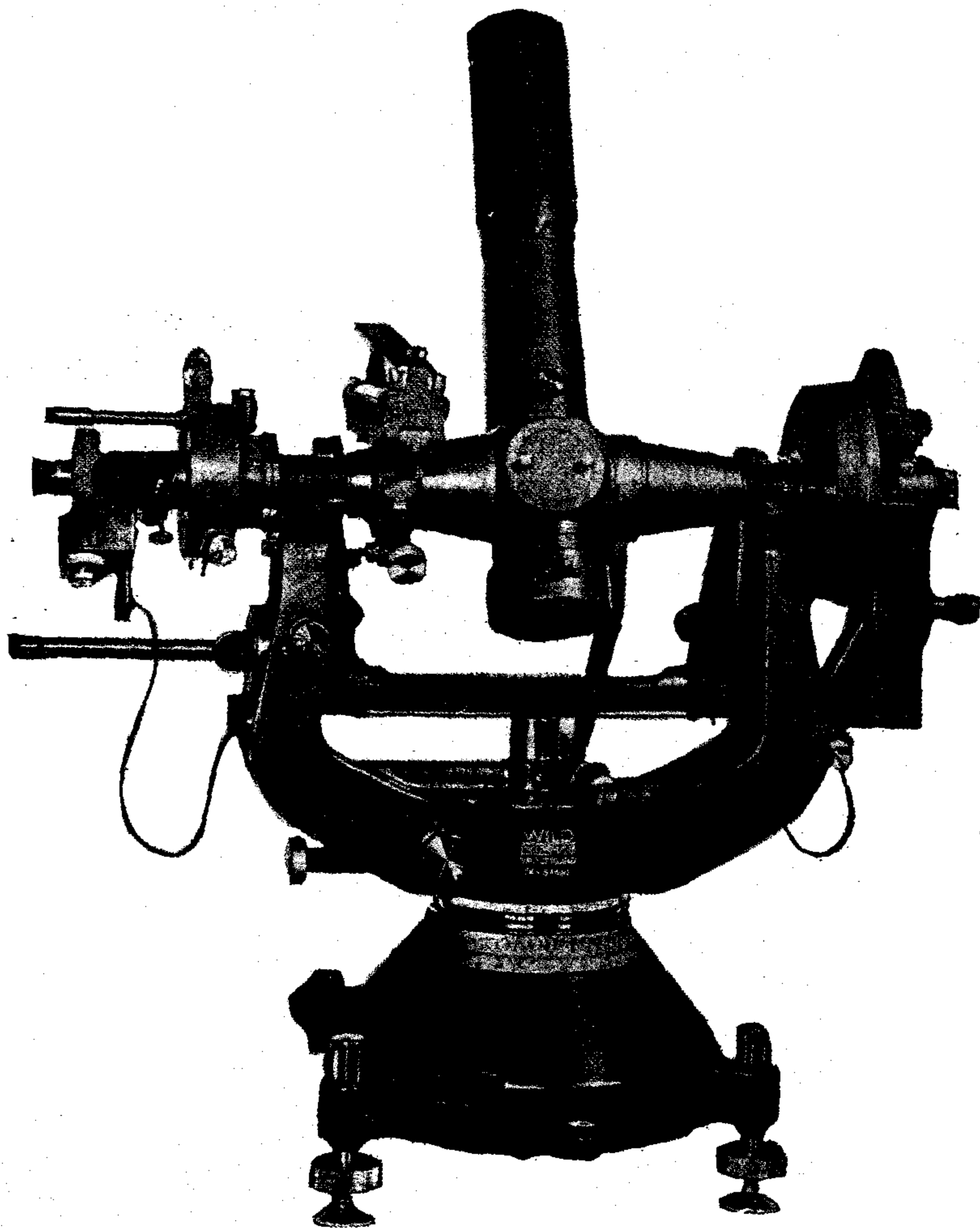
3⁰ *Употреба астрографа.* Пре снимања изабере се на детаљној звезданој карти, у средини региона који ће се снимати, једна звезда, ни сувише сјајна ни сувише слаба. Познајући њене координате ми је пре снимања доведемо у пресек крста конача дурбина водника на начин објашњен код употребе екваторијала. У један удар секунде часовника (који се мора забележити) отвори се објектив и плоча изложи снимању, које траје 1^m до више часова, зависно од сјаја тела које се снима. Ако је то звездано поље довољно је снимати неколико минута (што опет зависи од тога до које привидне величине желимо да добијемо звезде на плочи). Ако је то какав планетоид или комета снимање траје 0,5^h—3^h. Ако су то слабе маглине, онда по више часова или чак десетина часова. Време излагања зависи, разуме се, и од отвора објектива. За време излагања врши се аутоматско праћење по часовном углу, но зато се опет мора одржати централна звезда у пресеку крста конача дурбина водника финим кретањем инструмента или самог рама плоче по часовном углу и деклинацији. На крају снимања заустави се за једну минуту аутоматско праћење и све сјајније звезде пишу fine трагове својим дневним кретањем. Ови кругови служе за оријентисање плоче касније при њеном мерењу (в. § 80.). На крају се у одређени удар секунде часовника затвори објектив и овај тренутак такође забележи. Средња вредност почетка и краја снимања означава тренутак на који ће се односити одређени положаји небеских тела.

При оваквом снимању од звезде се добијају тачкасти ликови, док тела Сунчева система описују кратке трагове својим сопственим орбитским кретањем око Сунца. Зато се овај начин примењује при одређивању астрографских положаја звезда у циљу израде звезданих каталога.

За одређивање положаја небеских тела Сунчева система снимање се врши с том разликом што се с времена на време (нпр. сваких 5^m, што зависи од удаљености и брзине кретања небеског тела које се снима) помера лик звезде за одређени износ по ректасцензији и деклинацији и то управо за онај износ за који се за то

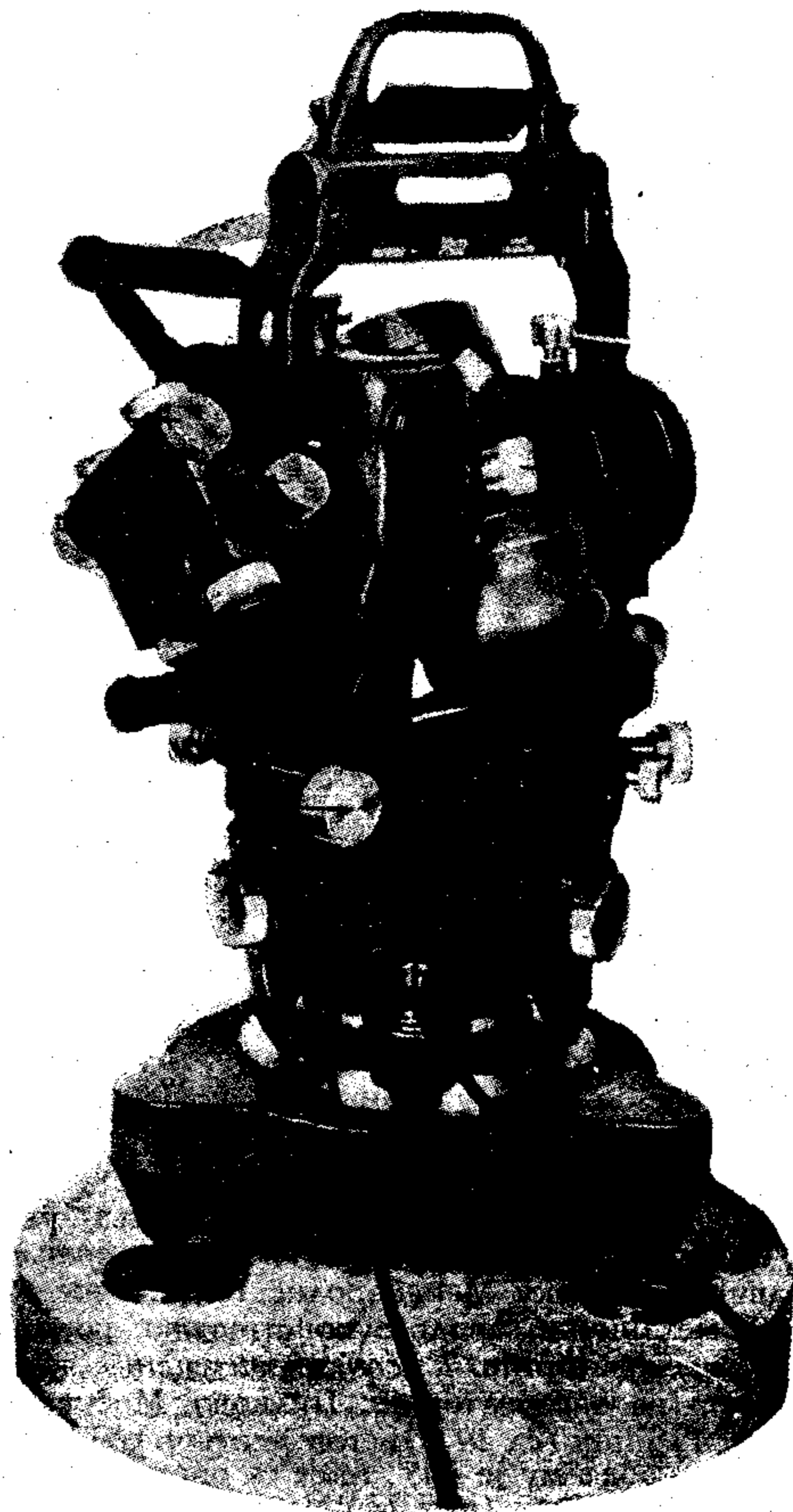
исто време померио небеско тело које се снима. Тада се од њега добива тачкасти лик подесан за мерење и друга испитивања, док се ликови звезда добивају у виду кратких потеза чија се средина поентира при мерењу плоче. О мерењу плоче и извођењу екваторских координата биће говора у § 80.

67. Нови астрометријски инструменти. — Са наглим напретком технике инструмената и електронике појавиле су се последњих година нове конструк-



Сл. 114. Универзални инструмент „Вилд Т4”

ције астрономских инструмената којима се постиже знатно већа брзина и прецизност мерења. Њихова је заједничка карактеристика већа стабилност и заштићеност од топлотних утицаја, чиме се постиже смањење њихових систематских грешака. Код неких су примењене методе аутоматског преноса мерних података на електронске рачунске машине, чиме се добија у брзини и удобности посматрања, а на тај начин се опет смањују неке од систематских грешака. Код неких од ових инструмената примењено је, у циљу убрзања и објективизирања процеса мерења, фотографско снимање лимбова или фотоелектрично регистровање пролаза звезда. Описаћемо у најкраћим потезима неке од ових инструмената, препуштајући курсу практичне астрономије њихов подрбан опис, ректификацију и употребу.

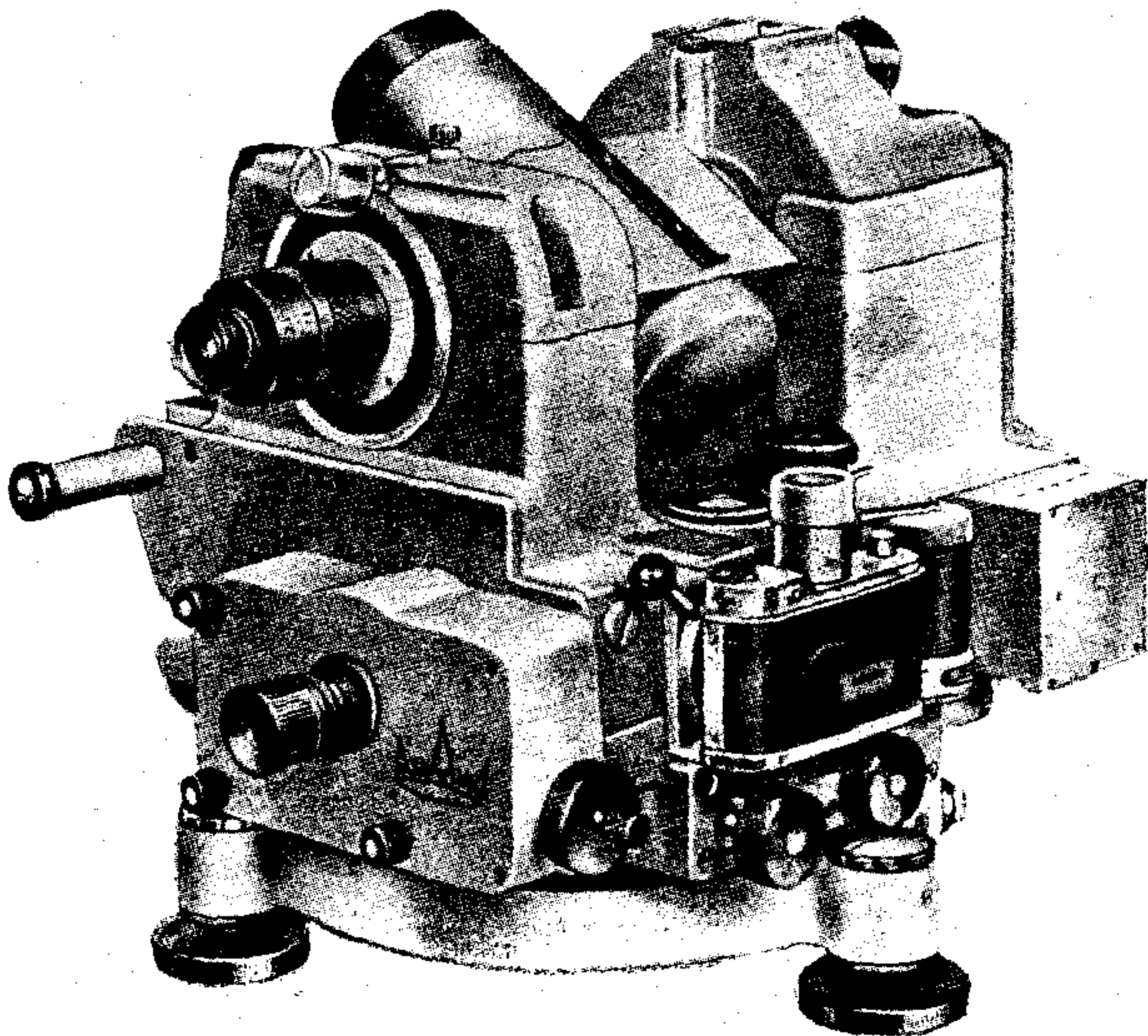


Сл. 115. Универзални инструмент ДКМ 3А фирме „Керн“

1° Савремени универзални инструменти приказани су на сл. 114, 115 и 116. На сл. 114 је Вилдов универзални инструмент Т4 са стакленим лимбовима који се могу читати до на $0''2$. Отвор објектива је 60 см. У видно поље

дурбина за читање хоризонталног лимба призмама су доведене обе дијаметрално супротне црте на лимбу и тзв. оптички микрометар, тако да се постиже брзо и прецизно мерење.

На сл. 115. је универзални инструмент ДКМЗА фирме Керн. Његов је дурбин отвора 72 мм, кратак и стабилан, јер му је визура преломљена употребом два издубљена огледала и две призме за тоталну рефлексiju. Лимбови су такође стаклени и читају се једним помоћним окуларом испод безличног микрометра до на $0''.1$.



Сл. 116. Гигасов универзални инструмент фирме „Асканија”

На сл. 116. је Гигасов универзални инструмент фабрике Асканија с дурбином сличним оном на претходном инструменту, отвора 63 мм. Лимбови су и на њему стаклени и оба се читају помоћним окуларом испод безличног микрометра до на $0''.2$, а могу се оба и фотографисати. Читање филмова се врши накнадно у лабораторији специјалним апаратом.

2^о *Савремени зенит-телескопи.* Поводом појачања радова на систематском одређивању промена географских ширина и померања Земљиних полова које је било предвиђено у току Међународне геофизичке године (1957/58) Ленинградски оптичко-механички завод је конструисао, по пројекту који је потекао са Пулковске опсерваторије, 7 великих визуалних зенит-телескопа са низом нових појединости за опсерваторије: Пулково, Москва, Казан, Иркутск, Китај, Благовешченск и Тјенцин (сл. 97). Његов је отвор објектjва 180 мм, а жижи-на даљина 236 см. Видно поље му је $1^{\circ}45'$, те се са високом прецизношћу могу посматрати исти *Талкотови* парови (в. § 72.) непрекидно кроз 180 година, што је овим инструментом први пут омогућено. Мрежа конача му је фино урезана у стаклу. Грешке микрометарског завртња могу се одређивати без скидања микрометра, а либеле и микрометар снимају се, те се тако не само убрзава посматрачки рад, већ се отклања и температурски утицај посматрачев на ове органе. Тачност једног одређивања географске ширине њиме износи $\pm 0''.14$, па

је тако скоро двоструко већа од тачности класичних визуалних зенит-телескопа.

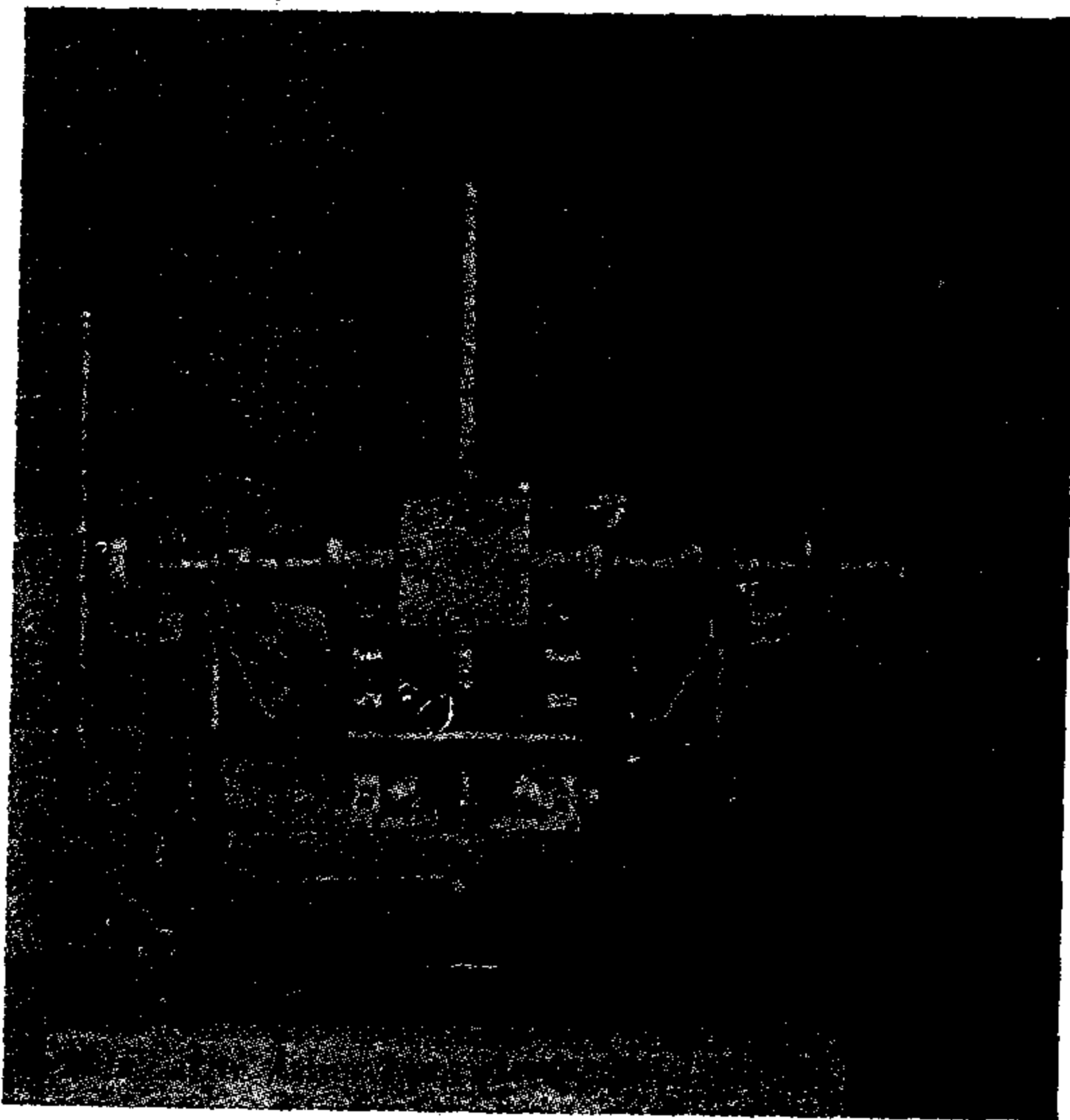
У циљу повећања тачности и обезбеђења од многих систематских грешака од 1949. — 1960. г. конструисано је и пуштено у рад 11 фотографских зенит-телескопа на опсерваторијама: Ричмонд, Вашингтон, Отава, Херст-Монсо, Нешател, Хамбург-Бергедорф, Пулково, Москва, Маунт-Стромло, Токио и Мицусава. Њихов отвор објектива је 20 см, а жижна даљина 4,5 м. Цев стоји непомично у вертикалном положају и ослања се на масиван бетонски стуб (сл. 83.). Дугачка је половину жижне даљине објектива. Зраци који долазе од звезде пролазе кроз објектив, падају на живин хоризонт на дну цеви, одбијају се од њега и секу у жижној равни која је испод самог објектива. У тој равни се налази мали рам (4,5×4,5 см) с фотографском плочом или нормалним филмом. Рам се креће синхроним мотором брзином привидног дневног кретања те уочена звезда оставља траг на плочи у виду светле тачке. Рам се у току снимања обрће аутоматски за 180° па се на другој половини снимка добија још један лик звезде. Тренутак сваког снимања региструје се аутоматски на хронографу. Мерењем разлика ликова може се рачунски извести не само вредност географске ширине, већ и стање часовника. Код већине ових инструмената цео процес је аутоматизован и одвија се без посматрача, а на исту плочу снимају се ликови целе серије од 20 звезда. Унутрашња тачност у географској ширини из једне серије достиже $\pm 0''.06$, а у часовникову стању $\pm 0''.004$.

У поређењу с класичним инструментима фотографски зенит-телескоп има низ преимућстава: снимање само звезда у близини зенита избегава низ систематских грешака које долазе од рефракције; на оваква посматрања немају утицаја грешке колимације, неправилности наглавака, либела и флексије; одстрањивањем посматрача не долазе до утицаја личне грешке и, најзад, велика стабилност инструмента и велика жижна даљина омогућују високу тачност. Но замера му се што су ограничењем на уску зенитску зону знатно смањене његове могућности. Сем тога, поред изванредног унутрашњег слагања резултата, показује с времена на време јаче необјашњене скокове.

3^o Савремени пасажни инструменти. Савремени преносни пасажни инструмент класичног типа, фирме Асканија, има безлични микрометар чији се покретни конац покреће малим синхроним мотором чија се брзина може ручно регулисати, чиме се постиже већа тачност у праћењу лика звезде и знатно смањује средња случајна грешка посматраног тренутка пролаза.

Већ пре неколико деценија зачала се мисао да ће употребом фотохелије место посматрачева ока посматрања пролаза на пасажном инструменту бити ослобођена не само случајних посматрачких грешака, већ у потпуности и личне грешке посматрачеве. После неуспелих покушаја Феријеа, Хига и Меснија у Паризу 1924. г., Дикерта у Немачкој исте године и Стремгrena у Копенхагену 1925. г. Н. Н. Павлову је на Пулковској опсерваторији пошло за руком да применом фотохелије — множитеља и подесног појачала региструје пролазе звезде које се посматрају на пасажном инструменту и голим оком, дакле све до 7. привидне величине. Но и поред великог дугогодишњег труда тачност ча-

совникова стања добивеног оваквим инструментом из једне серије од 10 звезда није много превазишла тачност класичног инструмента од $0^s.02$. Павлов је тада увидео, да није главни извор грешака посматрач, већ инструмент и нарочито променљиви температурски утицаји, које на њега врши околина и сам посматрач. Тада је предузео низ мера да инструмент од њих обезбеди: оклопио инструмент сјајним лимом, издигао га да му цев вири изнад отвора у павиљону, подесио да се може нагиб обртне осовине пре посматрања сваке звезде дотерати на нулу и да се либела може читати издалека помоћним дурбином. Тако је постигао унутрашњу тачност у часовникову стању из једне серије посматраних пролаза од $\pm 0^s.004$, дакле исту као и велики савремени аутоматски фотографски зенит-телескоп. На сл. 117. приказан је класични пасажни инструмент с фотохелијом после низа преиначења које је на њему извршио Н. Н. Павлов. Пројекат новог пасажног инструмента с кратким дурбином *Максутовљева* типа који се сада разрађује у СССР сматра се да ће дати још боље резултате с обзиром на већу стабилност оваквог инструмента.



Сл. 117. Класични пасажни инструмент с фотохелијом по Н. Н. Павлову

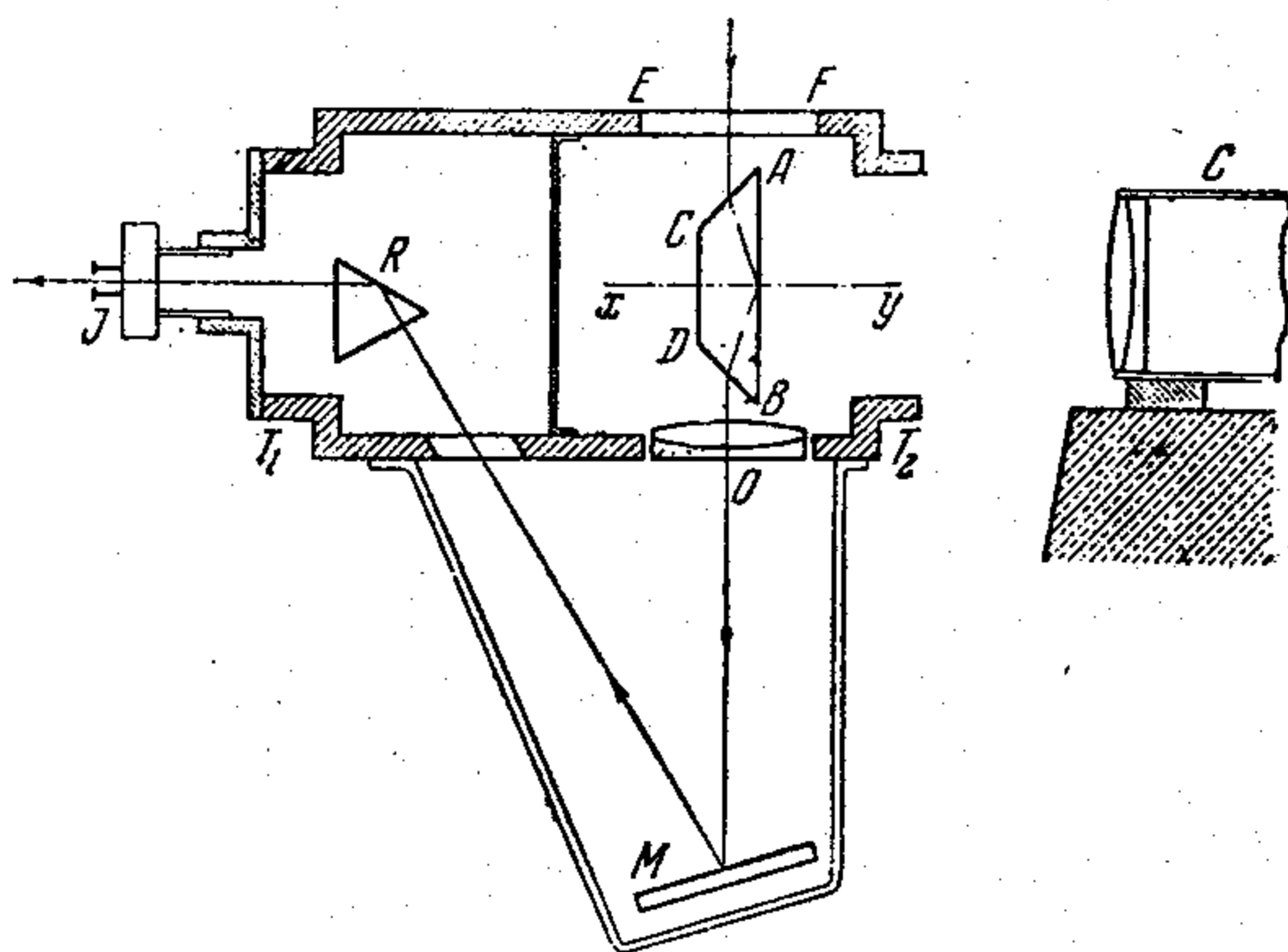
4^о *Савремени астралаби.* Потреба за повишеном тачношћу одређивања часовникова стања и географске ширине, која се јавила са потребом да се изуче проблеми померања Земљиних полова и неравномерности Земљина обртања довела је 1950. г. до конструкције Данжоновог астралаба, који је неколико година касније за потребе Међународне геофизичке године израдила француска фирма OPL у више примерака користећи искуства стечена прототипом (сл. 82.).

Уношењем двојне Воластонове призме у жижну раван објектива, која се може једним воланом померати, било ручно било синхроним мотором, паралелно оптичкој осовини објектива, Данжон је омогућио да се поклапање два лика

које се код класичног астролаба догађа у једном тренутку, „продужи” на 10—20 секунди. Ово померање призме, тј. обртање волана помоћу електричних контаката региструје се на хронографу, те се тако у средњој вредности више десетина контаката може добити тренутак пролаза звезде кроз алмукантар $z = 30^\circ$ с врло високом тачношћу и слободан од систематских грешака. Показало се да се Данжоновим астролабом може одредити часовниково стање из једне серије звезда с тачношћу од $\pm 0^s.008$, а географска ширина с тачношћу од $\pm 0''.07$. Координате једне звезде која се прати у току године могу се добити с тачношћу до на $\pm 0''.01$. Зато се овај инструмент у последње време све више користи и као фундаментални, тј. за израду звезданих каталога.

У ову врсту инструмената спада и Нушл-Фричев циркумзенитал који се у исте сврхе последњих година користи са успехом у Чехословачкој.

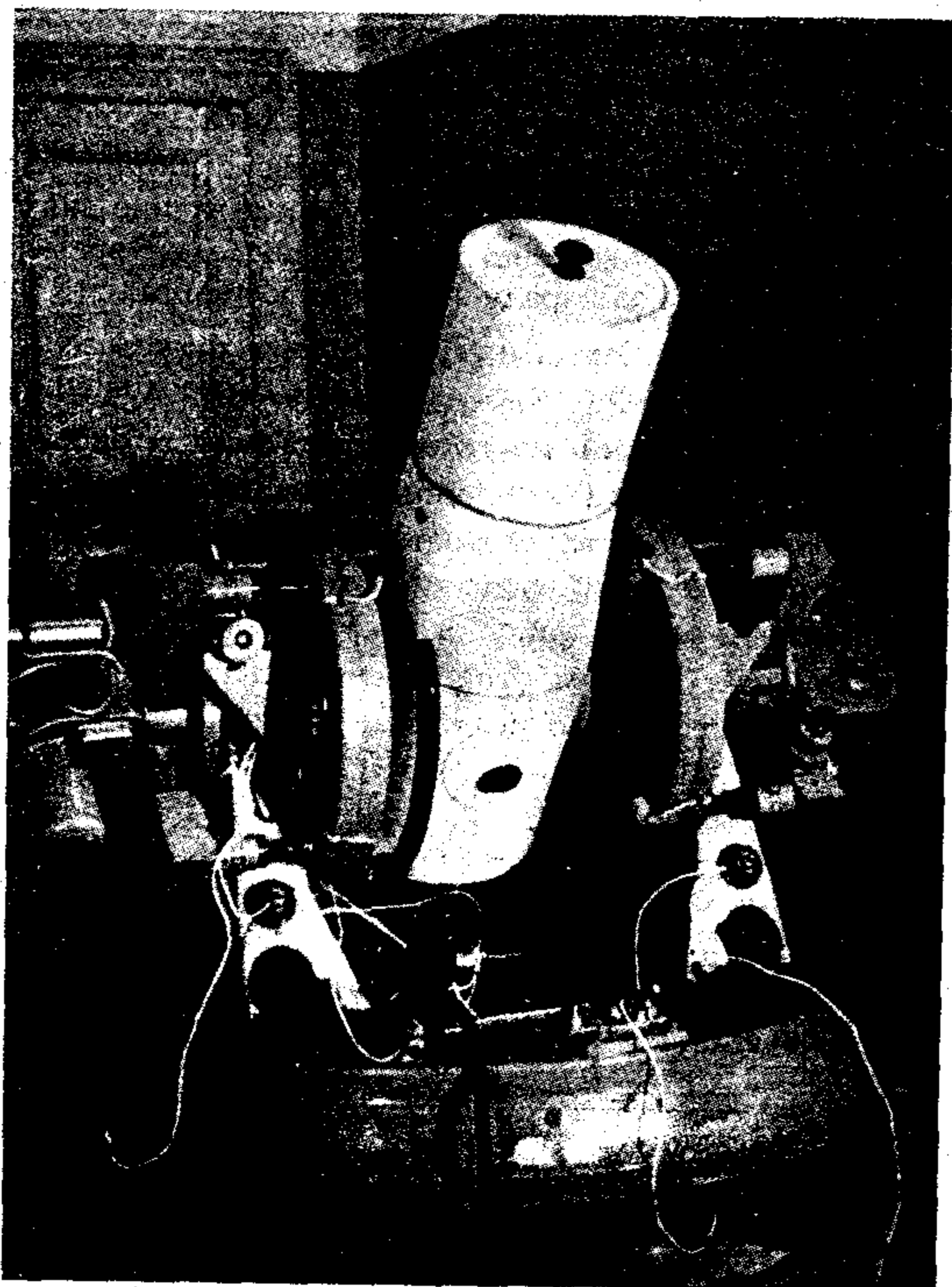
5° *Савремени фундаментални инструменти.* Тачност одређивања звезданих координата из једног мерења класичним фундаменталним инструментима не прелази $\pm 0''.4$. Потреба да се ова тачност повећа за савремена истраживања довела је последњих година до конструкција неколико великих пасажних инструмената, вертикалних и меридијанских кругова сасвим новог типа, које су ишле за тим да сведу на минимум утицаје систематских грешака инструмента на ова одређивања, јер су ови утицаји од свију највећи.



Сл. 118. Данжонов хоризонтални пасажни инструмент

На сл. 118. приказан је Данжонов хоризонтални пасажни инструмент (схематски) чија је оптичка осовина хоризонтална и лежи у правцу првог вертикала. Обртањем инструмента око ове осовине могу се посматрати пролази звезде на разним зенитним даљинама кроз меридијан. Зрак од звезде улази кроз отвор EF, пролази кроз реверзиону призму ABCD, објектив O, пада на огледало M, одбија се, пада на призму R, ту се тотално рефлектује и улази у безлични микрометар I. Одступање посребрене пљосни AB реверзионе призме од меридијанске равни мери се колиматором C по методи аутоколимације. Ради искључивања систематских грешака призме ABCD она се може обртати око осовине ху за 180° . Флексија која задаје тешке проблеме при одређивању деклинација, оваквим је инструментом искључена, као и све грешке које долазе од либела као највећег извора систематских грешака код астрометријских инструмената.

На Пулковској опсерваторији је недавно конструисан по замисли М. С. Зверјева, фотографски вертикални круг за прецизно одређивање деклинација звезда. Модел приказан на сл. 119. већ је увелико у употреби на опсерваторији

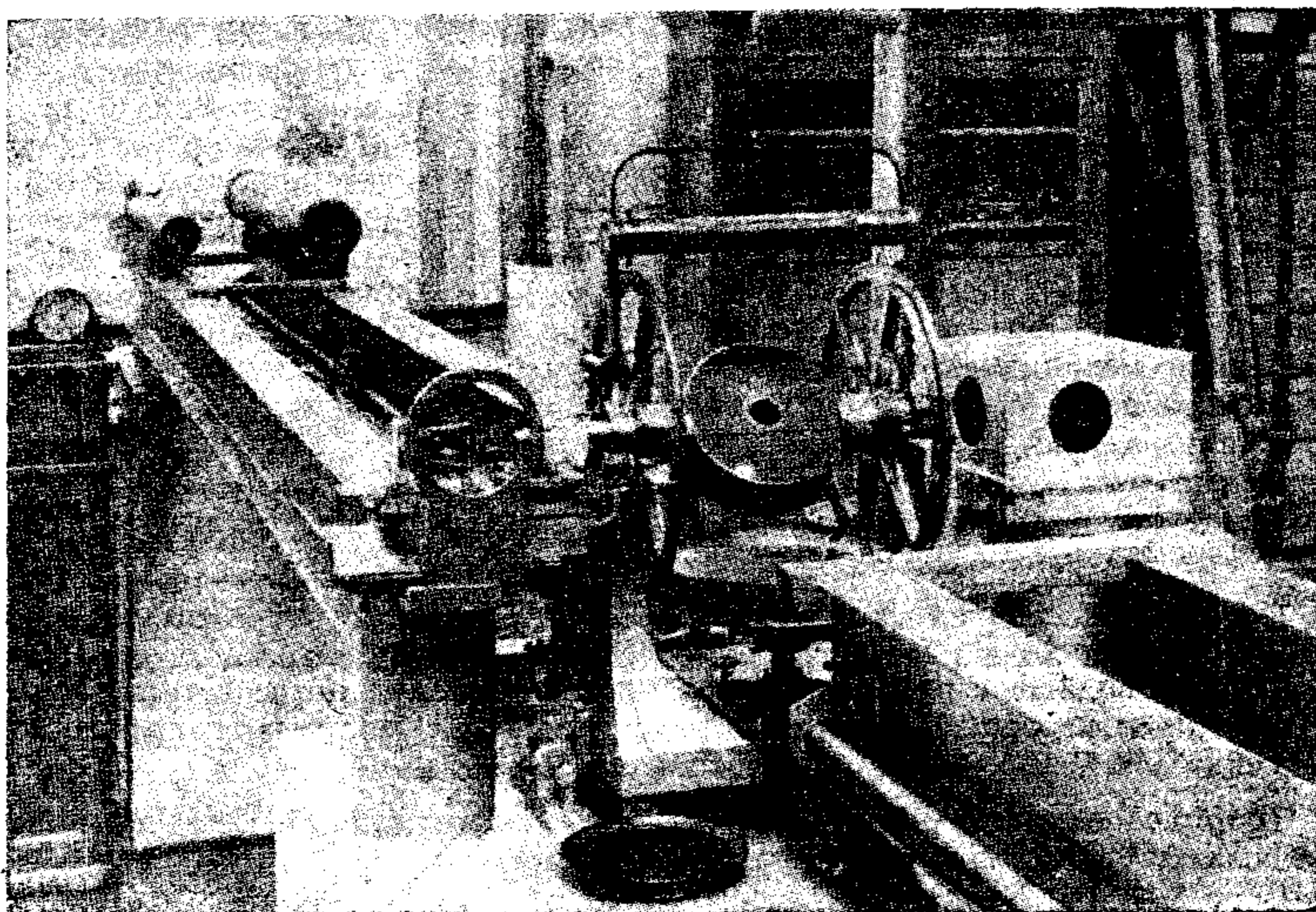


Сл. 119. Фотографски вертикални круг по М. С. Зверјеву

у Сантјагу, где једна Пулковска експедиција ради на каталогизовању слабих звезда јужног неба. Дурбин овог инструмента је *Максутовљев* телескоп 20 см отвора и 200 см жиљне даљине с преломљеном визуром, тако да је цев дуга само 40 см и практично слободна од флексије. У жиљној равни налази се непомична фотографска плоча на којој се снима једновременно траг звезде, либела и лимб. Када се звезда приближи средини видног поља инструмент се преводи у други положај (нпр. са КЕ у КВ) и даље снима траг звезде, трагови два снимања била симетрична према тренутку кулминације звезде, трагови звезде су паралелни међу собом и да би се добила деклинација звезде треба само измерити са плоче (чија се мера зна) размак између ова два трага. На овакву плочу може се снимити око 20 звезда до 10. привидне величине. Мера плоче је $1 \text{ мм} = 100''$. Из радова у Сантјагу види се да по тачности превазилази знатно класични вертикални круг. По брзини и удобности посматрања такође.

Половином овога века скоро једновременно и независно један од другог замислили су Р. Еткинсон, астроном Гриничке опсерваторије и А. Сухарев, конструктор Пулковске опсерваторије, *хоризонтални меридијански круг*. По Р. Еткинсоновој замисли конструисан је овакав инструмент на Отавској оп-

серваторији који већ увелико ради, а сада се конструише и за нову Гриничку опсерваторију у Херстмонсоу. По *Сухаревљевој* замисли конструисан је овакав инструмент за Пулковску опсерваторију који се сада подробно испитује.



Сл. 120. Хоризонтални меридијански круг по Сухареву

Хоризонтални меридијански круг (сл. 120.) у принципу се састоји из равног врло прецизно брушеног огледала које се може обртати око обртне осовине у првом вертикалу. На овој осовини налази се и прецизни лимб за мерење зенитних даљина, одн. деклинација, чија се читања помоћу 4 микроскоп-микрометра добијају фотографисањем. Светлост од звезде у коју је огледало уперено баца се у један од хоризонталних непомичних колиматора постављених у меридијану јужно и северно од огледала, јужни за посматрање јужних звезда, а северни за посматрање северних звезда. Пролаз звезде кроз меридијан посматра се једним од ових колиматора помоћу безличног микрометра или фото-плоче или фото-електричне ћелије. Контрола положаја огледала, којим су дефинисане константе инструмента врши се помоћу малог колиматора, паралелног са главним визирањем малог огледала на наглавку обртне осовине. Павиљони за ове инструменте саграђени су тако да штите инструмент од штетних топлотних утицаја, а сама конструкција инструмента своди на минимум утицаје његових систематских грешака на одређивање координата звезде.

На крају треба рећи да се последњих година предузимају и мере аутоматизације посматрачког процеса да би се он убрзао и учинио прецизнијим. Фотографисани лимбови читавају се фотоелектричним диспозитивима. За посматрање меридијанских пролаза све се више користи фотоћелија (Опсерваторија Хамбург-Бергедорф), а посматрани пролази региструју се на магнетску траку која се ставља у електронску рачунску машину. Ова машина може извести ректасцензије и деклинације једне серије од 100 звезда за пола часа, док су овај посао досад вршила аутоматским рачунским машинама класичног типа два калкулатора за два радна дана.

6° *Савремени инструменти за одређивање Месечева положаја.* Одређивање прецизних Месечевих положаја веома је актуелно у астрономији, не само због потребе за све тачнијим познавањем Месечева кретања у разне сврхе,

већ и стога што ови положаји служе за одређивање ефемеридског времена и за геодетско повезивање удаљених тачака у јединствену светску тригонометријску мрежу (в. § 122, 125).

За одређивање прецизних фотографских положаја Месеца у односу на познате положаје звезда, конструисао је половином овога века *В. Марковић*, астроном Вашингтонске опсерваторије, тзв. *двопокретну Месечеву фотографску комору*, која је за потребе Међународне геофизичке године израђена у 20 примерака и подељена астрономским опсерваторијама. Она се обично користи на тзв. нормалним астрографима, чији је отвор 34,4 см, а жижина даљина 344 см. У жижној равни инструмента који се аутоматски креће у привидном дневном кретању налази се фотографска плоча на коју се снима Месец са околним звездама. Да би се „зауставило” Месечеве кретање међу звездама служи тамни планпаралелни филтар који знатно смањује јачину Месечеве светлости. Ако се он једним механизмом обрће тако да се нагиб његове плочице мења, помераће се паралелно Месечев лик на плочи. Може се подесити да се ово померање врши за исти износ, само у супротном смеру од Месечева сопственог померања. У том случају Месечев лик остаје непомичан за неколико десетина секунда на фото-плочи међу звездама, а на хронографу се аутоматски региструје време које одговара овом положају међу звездама.

Положај Месеца са фото-плоче одређује се слично астрографском одређивању положаја звезда (в. § 66) само се овде мере одстојања појединих тачака његовог видљивог руба од ликова познатих звезда, па се затим рачунски ова одстојања мерена у милиметрима и деловима милиметра претварају у лучне секунде и делове секунде ректасцензије и деклинације.

Теорија ових инструмената, њихова ректификација, испитивање и употреба спадају у посебне курсеве практичне астрономије.

68. Астрономске опсерваторије — Астрономске опсерваторије су научне установе са инструментима за астрономска посматрања и задатком да врше систематска мерења и посматрања небеских тела и појава, као и обраду и анализу ових посматрања. Поред научног, оне имају и велики практични значај својим учешћем у часовној служби, астрогеодетским радовима, радовима који се обављају за потребе астрономске, поморске и ваздушне пловидбе и астронаутике. Велики је и њихов значај у борби за стварање и ширење савременог научног погледа на свет.

Астрономске опсерваторије подизане су још у старом веку за потребе астрологије, као и за практичне потребе (Асир, Вавилон, Кина, Индија, Египат, Грчка). Чувене су биле у 15. веку Улуг-Бекова опсерваторија у Самарканду и у 16. веку Тихо-Брахеова опсерваторија на острву Хвену у Данској. После открића дурбина, крајем 16. века астрономске опсерваторије све се више подижу у Европи. Данас их има преко 500 у свету. Од тога 95% на северној хемисфери. У циљу израде прецизних звезданих каталога за потребе пловидбе и геодезије подигнуте су велике опсерваторије: Париска 1667., Гриничка 1675., Московска 1701., Пулковска 1839. и др.

Од половине 19. века с наглим развојем астрофизике почињу да се подижу велике астрофизичке опсерваторије у САД које и данас у овој грани имају водећу улогу: Харвардска 1838, Лик 1888, Јеркес 1897, Мт-Вилсон 1904. и Мт-Паломар 1948. (година постављања највећег телескопа на свету са отвором од 5 м).

У СССР постоји преко 30 астрономских опсерваторија, међу којима су највеће Пулковска, с претежно астрометријским карактером и Кримска астрофизичка опсерваторија. За нову астрофизичку опсерваторију на Кавказу припрема се највећи телескоп на свету са отвором од 6 м.

У нашој земљи постоје: Астрономска опсерваторија у Београду, од 1887. (нова на Великом Врачару од 1932), у Загребу Астрономски павиљон Астро-

номског завода Свеучилишта, у Максимиру од 1938. и Народна опсерваторија на Поповом торњу од 1903. г. У Љубљани универзитетска на Головцу од 1958. и у Скопљу универзитетска, која је још у изградњи. Од новијих аматерских опсерваторија, које су постигле видне резултате, треба поменути Опсерваторију *Ника Милићевића* у Блаци на Брачу.

Највећа наша астрономска опсерваторија је Београдска, павиљонског тига, на површини од 9 ha располаже рефракторима од 650 мм, 200 мм и 135 мм отвора, астрографом 160 мм отвора, пасажним инструментом, вертикалним кругом и меридијанским кругом од по 190 мм отвора, зенит-телескопом 110 мм отвора, пасажним инструментом 100 мм отвора, са два универзална инструмента 70 мм отвора, астролабом са призмом и 6 астрономских часовника с клатнима високе прецизности, као и низом помоћних апарата (фотометри, спектрокомпаратори, велики спектограф, микрофотометар, фотоелектрични фотометри и др.).

У заједници са Војногеографским институтом Београдска опсерваторија има савремено организовану Часовну службу са три кварцна часовника највише тачности, катодним осцилоскопом оспособљеним за пријем часовних сигнала и упоређење часовника, говорним часовником и емисионом станицом за емисију часовних сигнала. Сем тога има развијене групе за изучавање промена географске ширине и померања Земљиних полова, за двојне звезде, планетоиде, комете и сателите, као и групу за изучавање променљивих звезда. Најзад три групе за фундаменталну астрометрију. Неке од ових група афирмисале су се већ и у међународној сарадњи.

Сем побројаних опсерваторија, и Катедра за астрономију Природно-математичког факултета у Београду има своју Астрофизичку лабораторију која се бави изучавањем радиофреквентног Сунчевог зрачења на центиметарским таласима.

Најзад, децембра 1964. год. отворена је у Београду, у Деспотовој кули на Калемегдану, Народна опсерваторија снабдевена низом инструмената за аматерски рад, а са задатком да популарише астрономске науке и да пружа помоћ средњошколској настави. 1969. г. отворен је крај ње и планетаријум.

Б. ОСНОВНЕ МЕТОДЕ АСТРОНОМСКИХ ПОСМАТРАЊА (МЕРЕЊА)

Не задржавајући се у оквиру општег курса астрономије на методама испитавања астрометријских инструмената, које су од изванредног значаја за постизање високе тачности мерења, пређимо на основне посматрачке методе. У астрометрији се посматрања (мерења) врше углавном у циљу одређивања¹⁾ географских координата (види ближе у § § 70, 72, 74, 76)²⁾ координата небеских тела у циљу изучавања њихових положаја и кретања (в. ближе у § § 79, 80) и ³⁾ фундаменталних астрономских констаната. Разрађивање ових метода за њихову примену у пракси врши се у посебним курсевима практичне астрономије. Зато ће овде бити говора само о принципима или теоријским основама ових метода. Сем тога, од велике су важности за геодезију, картографију, па дакле и за привреду и одбрану земље, методе оријентисања на земљишту, па ће зато овде и о неким од њих укратко бити говора.

69. Оријентисање на Земљи по Сунцу, Месецу и звездама. — Више пута није потребно да тачно познајемо правац меридијана нити географске координате тачке на којој се налазимо, било зато што су нам довољни и сасвим грубо приближни подаци, било зато што

не располажемо никаквим или скоро никаквим инструментима. Ово се догађа на пример при путовањима кроз непознате пределе. Међутим, има више начина да се оријентишемо на земљишту, тј. да одредимо приближан правац меридијана, па према њему и правац свог кретања, па чак и грубо приближан наш положај на Земљи, по положају Сунца, Месеца или звезда.

За прву оријентацију најчешће служи Сунце. Видели смо, тако, у § 20. да Сунце у дане равнодневица излази у источној, а залази у западној тачки, те да је правац подневачке линије у то време правац који ћемо у мислима повући управно на праву која спаја тачке Сунчева излаза и залаза. Видели смо исто тако да се Сунчеве тачке излаза и залаза лети померају ка северу, а зими ка југу. Тако крајем јуна Сунце у нашим ширинама излази приближно на североистоку, а залази на северозападу. Крајем децембра излази приближно на југоистоку, а залази на југозападу. Исто се тако лако можемо оријентисати ако знамо да се лети Сунце око 6 часова ујутру налази над источном, а око 6 часова по подне над западном тачком хоризонта. Или ако уочимо тренутак кад су сенке вертикалних предмета најкраће. Окренемо ли се тада лицем према Сунцу пред нама је јужна тачка хоризонта.

Ако још знамо да се Сунце, као и сва небеска тела, помера у току привидног дневног кретања са истока на запад по 15° на час, онда можемо лако доћи и до приближног времена, а не само правца меридијана у сваком тренутку. То ће нам бити још лакше ако знамо да раширени педаљ испружене руке пред очима одсеца на небеској сфери лук од око 15° или да лук од 1° одговара врло приближно двоструком Сунчевом привидном пречнику.

За оријентацију исто тако добро може послужити и Месец. Видели смо да Месец за око $29\frac{1}{2}$ дана промени све своје фазе и за то време опише по небеској сфери велики круг крећући се са запада на исток. При том је у разним фазама на одређеним угловним одстојањима од Сунца. Уски Месечев срп, одмах после младине, указује својом испупченом страном на запад, где је Сунце недавно зашло. Месец у првој четврти, када му је испупчена страна окренута удесно, кулминује рано с вечери и својим положајем одређује правац југа. Пун месец излази увече на истоку, кулминује око поноћи и залази ујутру на западу. Тада се по њему можемо ноћу оријентисати као дању по Сунцу. Месечев излаз, кулминација и залаз касне из дана у дан за близу 1 час. У последњој четврти осветљена Месечева испупчена ивица окренута је у лево. Тада Месец излази око поноћи, а кулминира ујутру. Уски Месечев срп са испупченом страном окренутом улево види се непосредно пре Сунчева излаза и указује нам на источну страну хоризонта. Према овоме, ако смо једног дана уочили Месечев изглед и положај на небу, можемо унапред срачунати када ће бити ноћи са месечином и без месечине.

Најтачнија и најпростија оријентација ноћу, то је оријентација помоћу звезда. Северњача је звезда 2. привидне величине. У § 11 видели смо како се увек може лако наћи на небу. Њена поларна даљина је само 1° , па њен положај

одређује увек приближно правац меридијана и северне тачке хоризонта. Ако посматрамо Северњачу, испод ње је северна тачка хоризонта, иза леђа нам је јужна, у правцу десне руке источна, а у правцу леве руке западна тачка. Висина Северњаче, мерена педљима, даће нам приближну географску ширину тачке на којој се налазимо.

Права која спаја Северњачу са „задња два точка” у сазвежђу Великих кола може да послужи као казаљка небеског часовника, која у сваком тренутку показује време. Само се треба сетити да њен положај у једном истом тренутку грађанског времена зависи и од доба године. Како овај лук пролази приближно и кроз тачку јесење равнодневице, то је он око 23. септембра, око поноћи, када се Сунце налази у доњој кулминацији заједно с тачком јесење равнодневице, вертикалан и показује на северну тачку хоризонта. Уочимо ли још да се за један час ова казаљка обрне за ширину великих кола, можемо почетком јесени од ока одредити сваки час ноћу по њеном положају.

Почетком пролећа, око поноћи, ова је казаљка, напротив, наперена од Северњаче вертикално на више, те и у то доба године, полазећи од овог њеног новог почетног положаја можемо лако одредити сваки час ноћу по њеном положају.

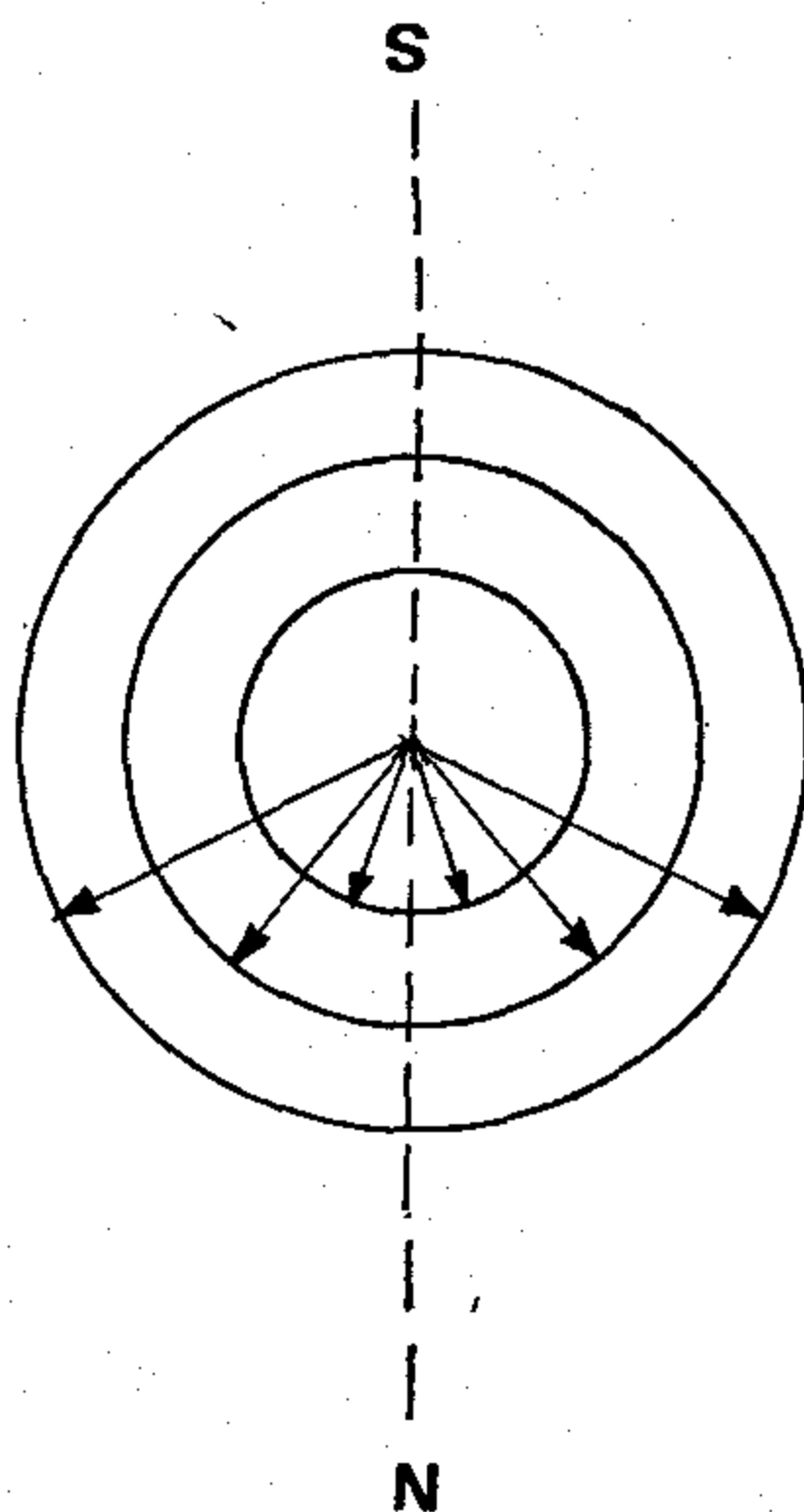
Њен почетни положај је почетком лета уперен од Северњаче удесно, на исток, а почетком јесени улево, на запад. Знајући ово, можемо по положају ове небеске казаљке у току целе године одређивати ноћу време.

Време се ноћу може одређивати и по положају звезде δ Великог Медведа, чија је ректасцензија приближно 12^h . Кад се она налази испод Северњаче, значи да је тачка пролећне равнодневице у горњој кулминацији или да је 0^h звезданог времена. Претварањем можемо доћи и до грађанског времена у овом тренутку. Знајући да се кулминација у тачке догађа сваки дан за око 4^m раније по грађанском времену, тј. за месец дана 2^h раније, можемо лако и по положају ове звезде одређивати ноћу време у току целе године.

70. Приближне методе одређивања меридијана, географске ширине и часовникова стања. — Понекад је за одређивање правца меридијана и географске ширине довољна тачност од неколико угловних минута, а за одређивање часовникова стања тачност од неколико секунда. Постоји много метода којима се ово може постићи. Ми ћемо дати неколико најцелисходнијих, које се најчешће примењују, а које имају и одређену педагошку вредност. Те су методе, према степену тачности, следеће.

10. Одређивање правца меридијана, часовникова стања и географске ширине гномоном. Гномоном, о коме је било говора у § 56, може се одредити правац меридијана ако око њега опишемо неколико концентричних кругова (гл. 119.) чији се полупречници разликују за по неколико центиметара. На око један час пре Сунчеве кулминације треба почети бележити тачке у којима врх гномонове сенке, која се полако креће, додирује поједине кругове и ово настави-

ти све до на око 1 час после Сунчеве кулминације. Правац симетрале угла који заклапају гномонове сенке које додирују исти круг биће приближни правац меридијана. Како има више кругова, биће



Сл. 121. Одређивање положаја подневичке линије гномоном

више оваквих симетрала. Средњи положај свију њих даће нам правац меридијана са већом тачношћу но свака поједина симетрала. Тај правац поклапаће се са правцем најкраће гномонове сенке.

Тренутак када гномонова сенка достиже своју најмању вредност је 12^h правог сунчаног времена за тај датум. Ако пређемо са правог на средње-европско време T_c , у том тренутку, као што смо то чинили у § 23, и ако смо забележили време. То које је показивао наш цепни или ручни часовник у тренутку најкраће гномонове сенке, разлика

$$T_c - T_o = C_p \quad (337)$$

даће нам поправку нашег часовника.

Ако смо, сем тога, измерили дужину гномона G и његове најкраће сенке G_o , количник

$$\frac{G}{G_o} = \operatorname{tg} (90^\circ - Z_\odot) \quad (338)$$

даће нам зенитну даљину Сунца, а веза

$$\varphi = \delta_\odot + Z_\odot \quad (339)$$

географску ширину наше станице.

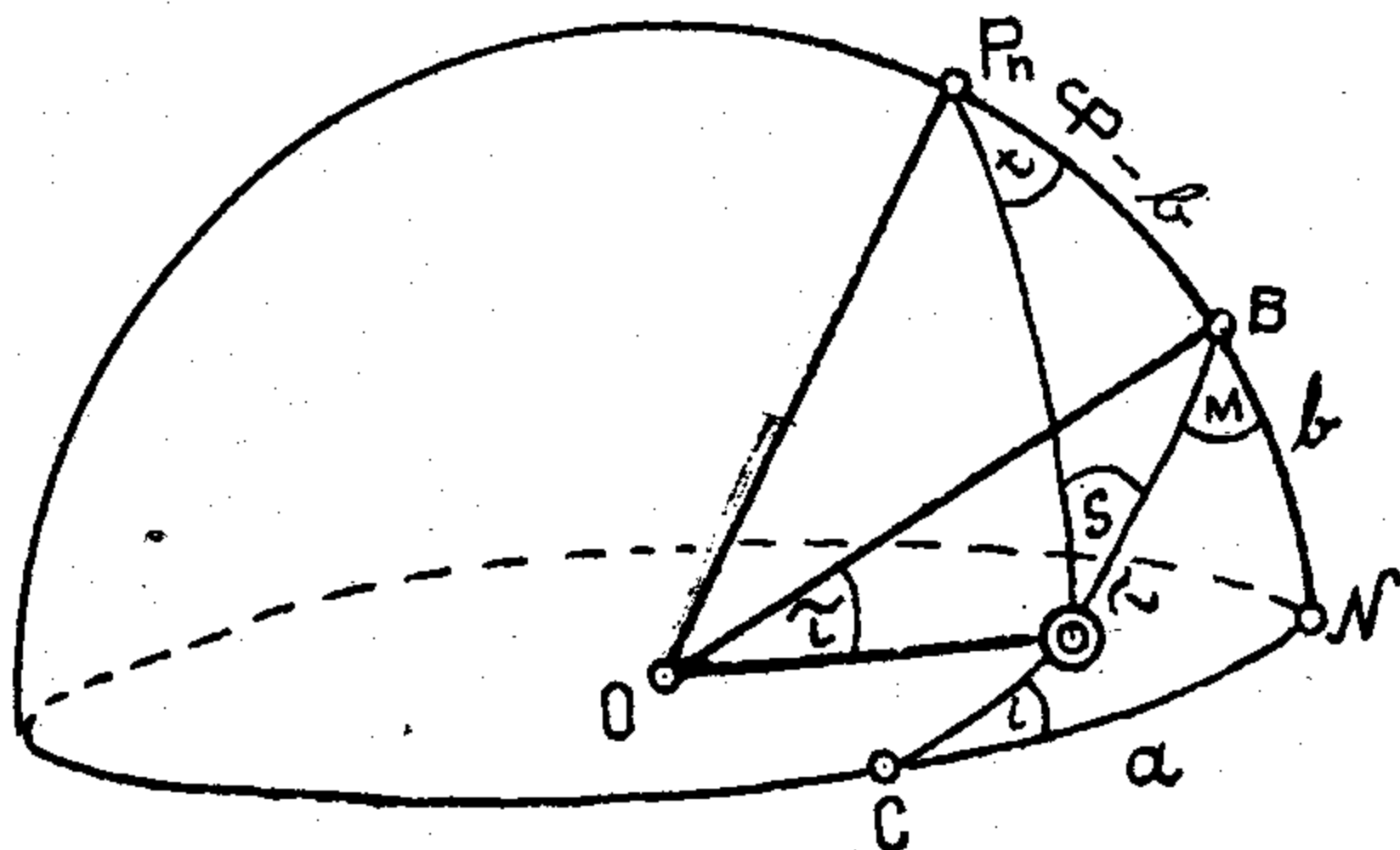
Ако ова мерења вршимо у току целе године можемо одредити и нагиб еклиптике према екватору из везе

$$\varepsilon = \frac{1}{2} (z_{\max} - z_{\min}). \quad (340)$$

Стари астрономи одређивали су гномоном још дужину тропске године, дужину сваког годишњег доба и још низ других величина.

②^о *Одређивање правог сунчаног времена и часовникова стања сунчаним часовником.* Ако је гномонов стуб вертикалан, положај његове сенке зависи не само од висине, већ и од Сунчеве деклинације. Зато се гномон не може употребљавати за одређивање времена и часовникова стања у произвољном тренутку обданице. Но ако је његов стуб паралелан светској осовини, онда положај сенке не зависи од Сунчеве деклинације. Овакав гномон зове се *сунчани часовник*, јер се може употребити за одређивање времена у општем случају. Ако смо одредили правац меридијана и географску ширину гномоном, неће нам бити тешко да његов стуб поставимо паралелно светској осовини и да од њега направимо сунчани часовник. Остаје још питање како направити његов цифарник.

Претпоставимо најопштији случај — да раван цифарника има произвољан положај у простору. Нека је OP_n правац гномонова стуба, а OVC раван његова цифарника. Она ће бити одређена нагибом i



Сл. 122. Рачунање мреже за цифарник сунчаног часовника

према равни хоризонта (сл. 122.) и азимутом a од северне тачке; t је часовни угао Сунца, а $BOS = \tau$ угао који гномонова сенка опише по цифарнику за време док Сунце пређе часовни угао t . Да бисмо нанели поделу на цифарник треба наћи везу између углова τ и t . У том циљу ћемо решавањем правоуглог сферног троугла BNC (по *Неперовом* правилу) наћи прво његову страну $BN = b$ и угао $CBN = M$:

$$\{ \operatorname{tg} b = \sin a \operatorname{tg} i, \}$$

$$\{ \cos M = \cos a \sin i. \}$$

Применимо ли сада синусну и синусно-косинусну теорему на сферни троугао $P_n BS$, добићемо једначине

$$\begin{aligned}\sin \tau \sin S &= \sin (\varphi - b) \sin t, \\ \cos \tau \sin S &= \cos t \sin M - \cos M \cos (\varphi - b) \sin t,\end{aligned}\tag{341}$$

из којих деобом добивамо тражену везу:

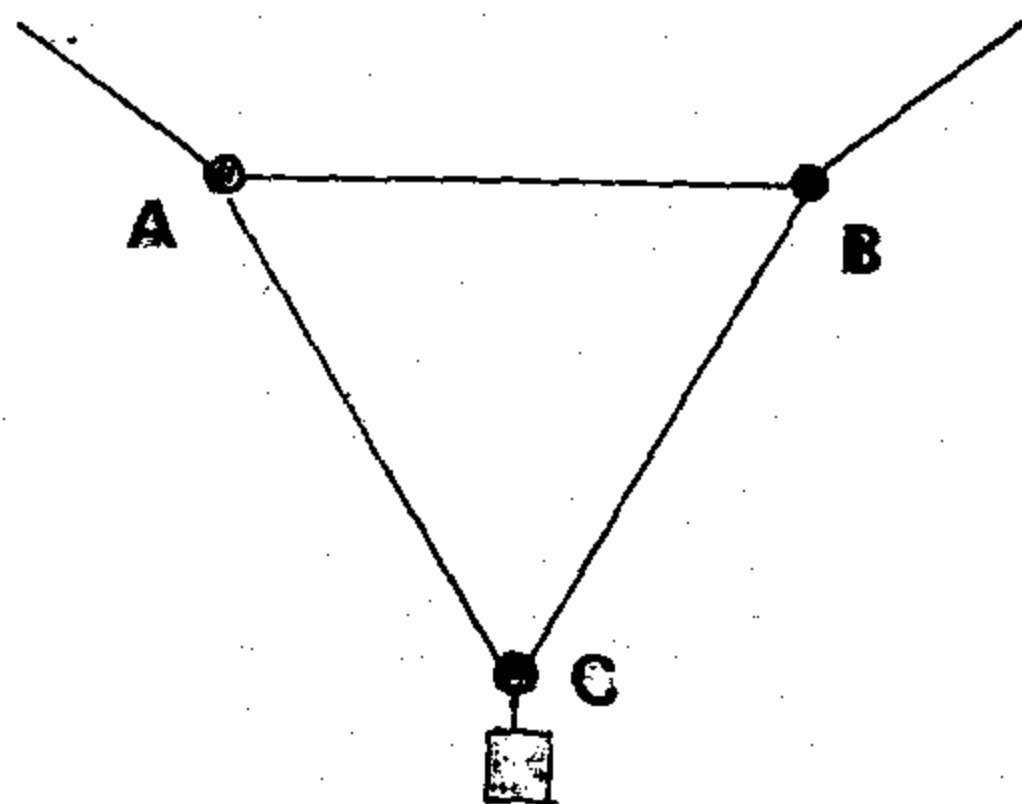
$$\boxed{\operatorname{tg} \tau = \frac{\sin (\varphi - b)}{\sin M \operatorname{ctg} t - \cos M \cos (\varphi - b)}}.\tag{342}$$

Из ње није тешко наћи правце сенке τ који одговарају целим часовима или вредностима $t=1^h, 2^h, 3^h, \dots$ (одн. $15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$).

У посебним случајевима: када је раван цифарника екваторска раван, биће $a = 90^\circ, i = \varphi - 90^\circ, b = \varphi - 90^\circ, M = 90^\circ$; када је раван цифарника хоризонтска раван, биће $i=0, b=0, M=90^\circ$; када је раван цифарника вертикална раван окренута југу, биће $i=a=b=M=90^\circ$; када је раван цифарника вертикална раван са произвољним азимутом a , биће $i=b=90^\circ, M=a$. Једначина (334) даје за све ове посебне случајеве везу $\tau=f(t)$ из које је лако начинити поделу на цифарнику.

Сунчани часовник даје право сунчано време са кога се може прећи на време које показује наш часовник, а затим упоређењем ова два показивања у истом тренутку може се наћи стање нашег часовника, као у претходној тачки.

3^o Одређивање географске ширине и часовникова стања Харцеровом методом. Још већа тачност у одређивању географске ширине и часовникова стања постиже се помоћу троугла од конца (сл. 123). Кроз два обешена метална прстена А, В на висини од око 2 м провуче се бео конац и његови крајеви свежу. О њега се обеси мали тег који се потопи у суд с водом да ветар не помера вертикалну раван троугла АВС од конца који он на тај начин образује.



Сл. 123. Харцеров троугао од конца

Ако се жели да одреди географска ширина највећа ће се тачност постићи ако се раван троугла постави у први вертикал, тј. управно на правац подневачке линије. Посматрач одређује тренутак пролаза звезде кроз раван троугла. Зато се постави с једне његове стране и визирира његову страну ВС померајући се лево-десно све док ова потпуно не поклопи страну АС или АВ. Тада се визира налази у равни троугла и остаје да се забележи тренутак пролаза звезде иза визираног конца. После њеног посматрања, ако је ово била источна звезда, посматрач

прелази на другу страну троугла и на исти начин посматра западну звезду (или обрнуто).

Применом синусне и синусно-косинусне теореме на паралактички троугао (в. § 9) добили смо изразе

$$\begin{aligned} \sin z \sin A &= \cos \delta \sin t, \\ \sin z \cos A &= \sin \delta \cos \varphi + \cos \delta \sin \varphi \cos t. \end{aligned}$$

Њиховом деобом добивамо израз

$$\operatorname{tg} A = \frac{\cos \delta \sin t}{\cos \delta \sin \varphi \cos t - \sin \delta \cos \varphi}$$

за прву везу и на сличан начин израз

$$\operatorname{tg} A_1 = \frac{\cos \delta_1 \sin t_1}{\cos \delta_1 \sin \varphi \cos t_1 - \sin \delta_1 \cos \varphi}$$

Како је $\operatorname{tg} A = \operatorname{tg} A_1$, то упоређењем горња два изрази добивамо за одређивање географске ширине израз

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\cos \delta \sin t \sin \delta_1 - \sin \delta \cos \delta_1 \sin t_1}{\cos \delta \cos \delta_1 \sin (t - t_1)} \quad (343)$$

Како је часовни угао $t = T + \text{Ср} - \alpha$, а $t_1 = T_1 + \text{Ср} - \alpha_1$, то поред забележених тренутака T и T_1 посматраних пролаза, мора бити с друге стране познато часовниково стање Ср . Тачност оваквог одређивања може достићи ^(1').

За најтачније одређивање часовникова стања раван троугла треба довести у меридијанску раван. Посматрање пролаза звезде кроз раван троугла врши се на исти начин као у претходном случају.

Ако последњи израз напишемо у облику

$$\cos \delta \sin \delta_1 \sin t - \sin \delta \cos \delta_1 \sin t_1 = \operatorname{tg} \varphi \cos \delta \cos \delta_1 \sin (t - t_1),$$

он се у овом случају може упростити с обзиром да је $t \approx t_1 \approx 0$ и $t - t_1 \approx 0$ и постати

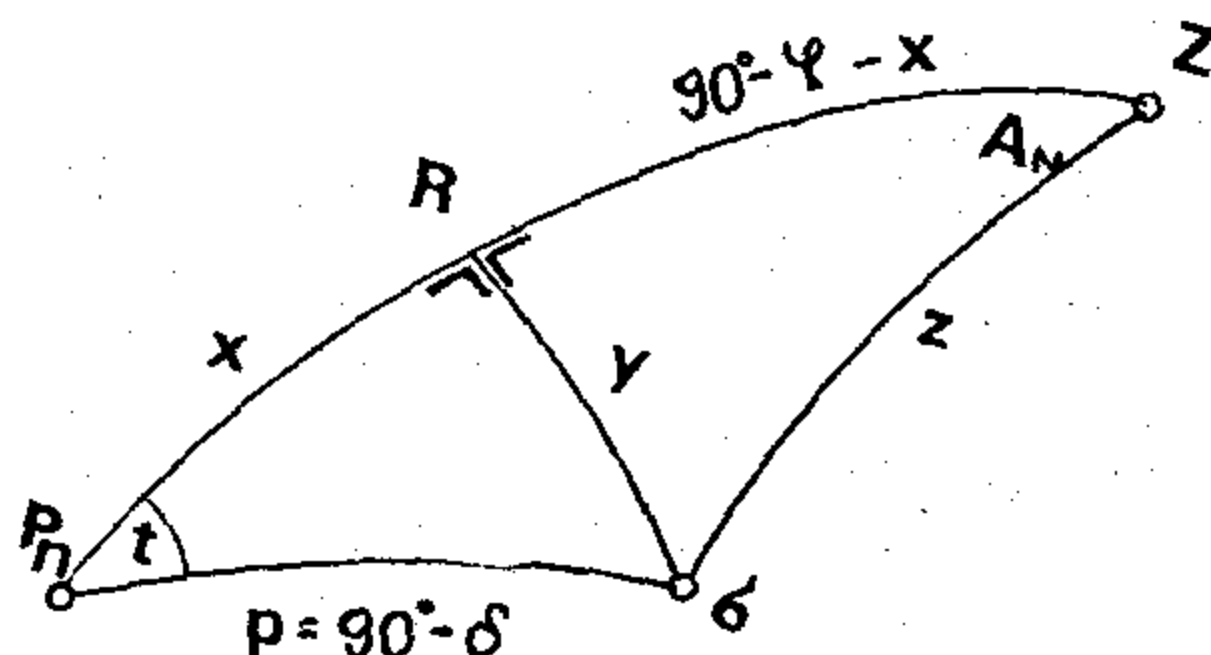
$$\cos \delta \sin \delta_1 t - \sin \delta \cos \delta_1 t_1 = 0.$$

Ставимо ли $t = T + \text{Ср} - \alpha$ и $t_1 = T_1 + \text{Ср} - \alpha_1$, за одређивање часовникова стања добивамо израз

$$\text{Ср} = \frac{\sin \delta \cos \delta_1 (T_1 - \alpha_1) - \cos \delta \sin \delta_1 (T - \alpha)}{\cos \delta \sin \delta_1 - \sin \delta \cos \delta_1} \quad (344)$$

^(4°) Приближно одређивање географске ширине из зенитне даљине Северњаче. Измеримо ли зенитну даљину z Северњаче универзалним инструментом, можемо врло просто доћи до географске ши-

рине места с тачношћу до на $1'$. У паралактичком троуглу (сл. 124.) из звезде σ спустимо сферну нормалу σR на меридијан $P_n Z$. Она дели паралактички троугао на два троугла, од којих је $P_n R \sigma$ врло ма-



Сл. 124. Уз приближно одређивање географске ширине и азимута правца из посматрања Северњаче

ли, јер је поларна даљина p највише 1° . Зато га можемо сматрати за раван. Из њега је

$$x = p \cos t, \quad y = p \sin t. \quad (345)$$

У правоуглом сферном троуглу, због тога што је угао A_n врло мали, можемо са траженом тачношћу написати:

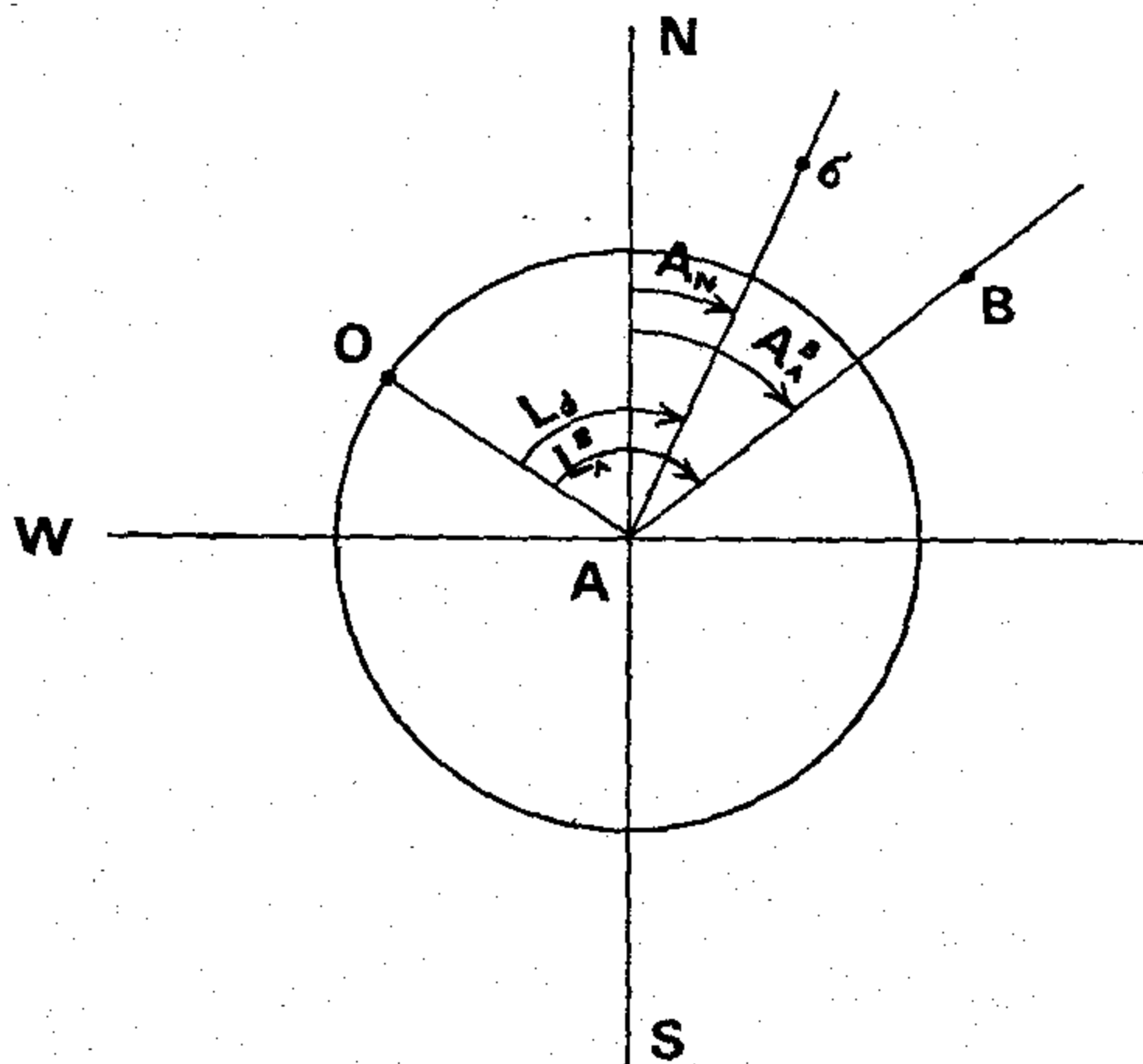
$$90^\circ - \varphi - x = z, \quad (346)$$

одакле је

$$\boxed{\varphi = 90^\circ - z - (90^\circ - \delta) \cos t.} \quad (347)$$

Како је $t = T + C_p - \alpha$, потребно је приликом мерења z забележити и показивање часовника T , чије стање C_p морамо знати с друге стране.

5^о Приближно одређивање азимута правца из азимута Северњаче. Често је у пракси (нарочито геодетској) потребно знати азимут правца који спаја нашу станицу са неком другом тачком на зем-



Сл. 125. Одређивање азимута правца из азимута Северњаче

љишту или угао који овај правац заклапа са меридијаном. Ако се не тражи тачност већа од $1'$, он се може врло брзо и просто одредити. Нека је круг на сл. 125 хоризонтални лимб универзалног инструмента чија 0° има произвољан положај, σ Северњача, В визирана тачка, A_n азимут Северњаче, A_A^B тражени азимут правца АВ, $L\sigma$ правац Северњаче прочитан на хоризонталном лимбу при њеном визирању у L_A^B правац, тачке В, такође прочитан на хоризонталном лимбу при визирању тачке В. Са сл. 125 је очевидно

$$A_A^B = L_A^B - L\sigma + A_n. \quad (348)$$

Податак A_n добићемо решењем правоуглог сферног троугла $RZ\sigma$ са сл. 124. применом Неперовог правила:

$$\cos(\varphi+x) = \operatorname{tg} y \operatorname{ctg} A_n.$$

С обзиром да су углови y и A_n врло мали, биће довољно приближно

$$A_n = y \sec(\varphi+x), \quad (349)$$

па за азимут правца добивамо израз

$$A_A^B = L_A^B - L\sigma + (90^\circ - \delta) \sin(T+Cr-\alpha) \sec[\varphi + (90^\circ - \delta) \cos(T+Cr-\alpha)]. \quad (350)$$

Из њега се види да при читању угла $L\sigma$ кад се визира Северњача треба записати и показивање часовника T чије је стање Cr познато с друге стране. Екваторске координате α и δ посматране звезде уvek су привидне и добијају се из астрономских годишњака интерполовањем за тренутак посматрања.

Да би се избегле многе систематске грешке инструмента, и тако знатно повисила тачност одређивања, посматрање се понови и из другог положаја инструмента, па се од две добивене вредности за азимут правца узима аритметичка средина.

Кад знамо азимут једне сталне тачке В на земљишту, визиране са наше станице, можемо лако при поновном постављању универзалног инструмента извршити оријентисање целог лимба. Довољно је да навизирамо тачку В и хоризонтални круг окрећемо све док под индекс не дође читање једнако азимуту правца АВ, тада ће 0° лимба бити у меридијану.

(71). Прецизно одређивање азимута правца из мереног правца звезде. — Поред приближних метода, од којих су неке приказане у претходном параграфу, постоји и велики број прецизних метода за одређивање азимута правца, географских координата и часовникова стања, где се тежи за тачношћу од $0'',1$, односно $0^s.01$.

У параграфима 70 — 73 и 76 приказаћемо само теоријске основе најчешће употребљаваних прецизних метода, препуштајући курсу практичне астрономије њихове потанкости.

Задржаћемо се прво на прецизном одређивању азимута правца, који је од велике потребе у вишој геодезији (в. § 122.). Најчешће се он одређује из мереног правца Северњаче. Принцип методе је ис-

ти као и код приближне (§ 69, т. 5⁰). Тачност се постиже читавим низом мера које се у том случају предузимају. На првом месту сам азимут Северњаче A рачуна се по тачном обрасцу, који се добива ако се синусна и синусно-косинусна теорема примене на паралактички троугао:

$$\begin{aligned}\sin z \sin A &= \cos \delta \sin t, \\ \sin z \cos A &= -\cos \varphi \sin \delta + \sin \varphi \cos \delta \cos t,\end{aligned}$$

па се прва подели другом:

$$\operatorname{tg} A = \frac{\cos \delta \sin t}{-\cos \varphi \sin \delta + \sin \varphi \cos \delta \cos t} \quad (351)$$

Сем тога морају се обрачунати утицаји нагиба обртне осовине инструмента и колимацијске грешке на мерени правац звезде и правац тачке као и утицај дневне аберације на посматрани правац звезде. Сем тога мора се посматрање вршити у најмање 12 гируса (в. § 59.) ради елиминисања систематских грешака кружне поделе и смањења случајних грешака посматрања. Најзад рачунање се врши уз употребу седмомесних логаритамских таблица. Има и других метода које користе пасажни инструмент и окуларни микрометар.

(72) Методе за прецизно одређивање географске ширине. — Одређивање географске ширине најтачније се врши из мерених зенитних даљина звезда у меридијану или у близини меридијана, из тренутка пролаза звезде кроз дати алмукантар, из разлика меридијанских зенитних даљина јужне и северне звезде и из тренутака пролаза звезда кроз први вертикал.

(1⁰) Из мерење зенитне даљине Северњаче. Ако смо измерили универзалним инструментом зенитну даљину z Северњаче у тренутку T по часовнику, а с друге стране знамо часовниково стање $Ср$, онда применом косинусне теореме на паралактички троугао добијамо израз

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos (T + Ср - \alpha).$$

Из њега можемо израчунати географску ширину φ по тачном обрасцу ако уведемо два помоћна угла m и M изразима

$$m \sin M = \sin \delta \quad \text{и} \quad m \cos M = \cos \delta \cos t.$$

Из њих се може наћи M :

$$\operatorname{tg} M = \operatorname{tg} \delta \sec t.$$

Косинусна теорема тада постаје:

$$\cos z = m \cos (M - \varphi).$$

Одатле се налази φ :

$$\cos (M - \varphi) = \frac{\cos z \sin M}{\sin \delta} \quad (352)$$

2° Из зенитних даљина полара у горњој и доњој кулминацији. Ако смо (универзалним) инструментом измерили зенитне даљине једне поларе у горњој и доњој кулминацији, z_g и z_d , имаћемо везе

$$\begin{aligned} \varphi &= \delta - z_g, \\ \varphi &= 180^\circ - \delta - z_d, \end{aligned}$$

одакле је

$$\varphi = 90^\circ - \frac{1}{2} (z_g + z_d). \quad (353)$$

Ова метода не захтева познавање координата посматране звезде, па се зато назива апсолутна. Незгодна јој је страна што су посматрања размакнута за 12^h , за које се време знатно измене посматрачки услови који изазивају систематске грешке инструмента.

3° Из мерених зенитних даљина звезда у меридијану (Вијарсо-Штернекова метода). Ако је универзални инструмент нивелисан и средњи вертикални конач доведен у меридијан, а место зенита на вертикалном кругу M_z одређено, онда при пролазу звезде кроз средњи вертикални конач доводимо звезду брзим кретањем инструмента по зенитној даљини и на средњи хоризонтални конач, тј. у пресек крста конача. Ако је на вертикалном кругу читање D , биће

$$z = D - M_z, \quad (354)$$

$$\varphi = \delta + z \quad \text{или} \quad \varphi = \delta - z, \quad (355)$$

према томе да ли је звезда јужно или северно од зенита. Мерену зенитну даљину треба још ослободити рефракције.

Свако мерење садржи грешку тачке зенита, али она има различите знаке при положајима инструмента KD и KL . Зато треба извршити једнак број посматрања при KD и KL и јужних и северних звезда, па за φ узети средњу вредност.

4° Из мерених зенитних даљина звезде око меридијана. У циљу повећања броја мерења ради постизања веће тачности чешће се мере више зенитних даљина једне звезде пре и после њеног пролаза кроз меридијан. Рецимо на 30, 20 и 10 минута пре пролаза и на 10, 20 и 30 минута после пролаза кроз меридијан.

Видели смо у § 13 да у меридијану постоје између географске ширине, деклинације и зенитне даљине односи

$$\varphi = \delta + z_m, \quad \varphi = \delta - z_m, \quad \varphi = 180^\circ - \delta - z_m,$$

респективно за јужну звезду и за северну звезду у горњем и доњем пролазу. Како се по овој методи мере зенитне даљине близу мери-

дијана, које су због тога врло мало веће од меридијанских, то се најпре по једној формули, у чије извођење нећемо овде улазити, израчуна разлика између мерене и меридијанске зенитне даљине, које се зове свођење на меридијан. После тога се од мерене зенитне даљине одбије ова поправка и тако добије меридијанска зенитна даљина, а даље користе горњи обрасци. Ради обезбеђења од низа систематских грешака, обично се прва три мерења изврше у једном, а друга три у другом положају инструмента. За географску ширину се узима средња вредност од свих добивених из појединачних мерења.

Мерење се врши као што је објашњено у § 59. и при том бележи часовниково показивање T , а часовниково стање Cr мора бити познато, јер су ови подаци потребни за израчунавање свођења на меридијан. Мерењу зенитну даљину треба ослободити рефракције..

(5°) Из једнаких зенитних даљина звезда у близини меридијана (Пјевцовљева метода). Добро постављен и ректифицикован универзални инструмент или зенит-телескоп материјализује нам са довољном тачношћу својим средњим хоризонталним концем један одређени алмукантар или једну константну зенитну даљину у свима азимутима. Ако изаберемо једну јужну и једну северну звезду које достижу једнаку зенитну даљину у близини меридијана (приближно симетрично према првом вертикалу) и ако знамо привидне координате звезда $\sigma_1 (\alpha_1, \delta_1)$, $\sigma_2 (\alpha_2, \delta_2)$ и часовниково стање, можемо с високом тачношћу одредити географску ширину φ само из забележених тренутака T_1 и T_2 , када су овакве звезде прошле кроз средњи хоризонтални коначи инструмента. И доиста, косинусна теорема примењена на паралактичке троугле $P_n Z \sigma_1$ и $P_n Z \sigma_2$ даје две једначине

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta_1 + \cos \varphi \cos \delta_1 \cos (T_1 + Cr_1 - \alpha_1),$$

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta_2 + \cos \varphi \cos \delta_2 \cos (T_2 + Cr_2 - \alpha_2),$$

чије су леве стране једнаке. Упоредивањем десних страна добивамо једначину

$$\sin \varphi \sin \delta_1 + \cos \varphi \cos \delta_1 \cos (T_1 + Cr_1 - \alpha_1) = \sin \varphi \sin \delta_2 + \cos \varphi \cos \delta_2 \cos (T_2 + Cr_2 - \alpha_2)$$

у којој је непозната само φ . Одатле је

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\cos \delta_1 \cos (T_1 + Cr_1 - \alpha_1) - \cos \delta_2 \cos (T_2 + Cr_2 - \alpha_2)}{\sin \delta_2 - \sin \delta_1}. \quad (356)$$

У циљу повећања тачности посматра се већи број оваквих парова, тз. *Пјевцовљевих парова* звезда.

(6°) Из разне зенитних даљина јужне и северне звезде у меридијану (Талкотова метода). Ако је географска ширина станице приближно позната (до на $5-10'$), може се изабрати пар звезда које кулминују једна за другом у размаку од $5-20^m$ једна јужно, друга северно од зенита, и које се у меридијанским зенитним даљинама не разликују више од $10-15'$. Сем тога, зенитна даљина сваке звезде не треба да прелази $30-40^\circ$, а оне међу собом не треба да се

разликују ни по привидној величини више од 2^m — $2,5^m$. Такви парови звезда зову се *Талкотови парови*.

Ако су δ_s и δ_n привидне зенитне даљине звезда у пару, z_s и z_n привидне зенитне даљине њихове, ζ_s и ζ_n мерене зенитне даљине, ρ_s и ρ_n односни утицаји рефракције, онда ћемо имати, респективно, за јужну и северну звезду у меридијану једначине

$$\varphi = \delta_s + z_s = \delta_s + \zeta_s + \rho_s,$$

$$\varphi = \delta_n - z_n = \delta_n - \zeta_n - \rho_n,$$

па ће бити

$$\varphi = \frac{1}{2} (\delta_s + \delta_n) + \frac{1}{2} (\zeta_s - \zeta_n) + \frac{1}{2} (\rho_s - \rho_n). \quad (357)$$

Ако је северна звезда посматрана у доњој кулминацији, за њу ћемо имати

$$\varphi = 180^\circ - \delta_n - z_n = 180^\circ - \delta_n - \zeta_n - \rho_n,$$

па комбинована са јужном даће

$$\varphi = 90^\circ + \frac{1}{2} (\delta_s - \delta_n) + \frac{1}{2} (\zeta_s - \zeta_n) + \frac{1}{2} (\rho_s - \rho_n). \quad (358)$$

Разлика $(\zeta_s - \zeta_n)$ мери се микрометром на тај начин што се поентира покретним хоризонталним концем прво једна звезда (рецимо јужна) када дође на средњи вертикални конач и прочита микрометарски котур, па се инструмент (зенит-телескоп, универзални или мали пасажни) окрене за 180° око алхидадне осовине, сачека друга звезда (рецимо северна) и на њој понови исто мерење. Разлика читања микрометарског котура даће разлику $(\zeta_s - \zeta_n)$. Да би се постигла висока тачност узима се серија од 7—8 *Талкотових* парова и при рачунању φ (свођењу посматрања) обрачунају још неколике систематске грешке инструмента.

(7⁰) *Из пролаза звезда кроз први вертикал*. Ако је мали пасажни инструмент постављен тако да му средњи вертикални конач лежи приближно у равни првог вертикала, може се географска ширина места одредити са високом тачношћу из забележеног тренутка пролаза звезде кроз средњи конач и познате њене привидне деклинације и часовникова стања. И доиста, из § 14. знамо кад је звезда у првом вертикалу, да постоји веза

$$\cos t = \frac{\operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} \varphi},$$

одакле је

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \delta \sec t. \quad (359)$$

Часовни угао t , ако је звезда блиска зениту, тј. $\delta \approx \varphi$, може се врло тачно наћи из забележених тренутака њена пролаза кроз источни T_E и убрзо затим кроз западни део T_W првог вертикала:

$$t = \frac{1}{2} [(T_W + C_{pW}) - (T_E + C_{pE})]. \quad (360)$$

Ради повећања тачности посматра се серија од 10 — 12 пролаза зенитских звезда кроз први вертикал (*Струвеова метода*). Постоје и методе одређивања φ из пролаза различитих звезда кроз источни и западни део првог вертикала.

Има и метода заснованих на другим врстама мерења.

73. Методе за прецизно одређивање часовникова стања. — Одређивање часовникова стања најтачније се врши из мерења зенитних даљина звезда око првог вертикала, из тренутака пролаза звезда кроз дати алмукантар и из тренутака пролаза звезда кроз меридијан.

1^о Из мерених зенитних даљина звезде око првог вертикала. Ако једну звезду посматрамо универзалним инструментом на пример на 30^m, 20^m и 10^m пре пролаза кроз први вертикал и на 10^m, 20^m и 30^m после пролаза кроз први вертикал, по ефемериди коју смо унапред срачунали, и сваки пут измеримо њену зенитну даљину z , као што је објашњено у § 59, и забележимо часовниково показивање T у тренутку мерења, можемо врло тачно одредити часовниково стање C_p из косинусне теореме примењене на паралактички троугао:

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t. \quad (361)$$

Из ње је

$$\cos t = \cos z \sec \varphi \sec \delta - \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta,$$

Како је

$$t = T + C_p - \alpha,$$

то је

$$C_p = t - T + \alpha. \quad (362)$$

Потребно је још да знамо с друге стране географску ширину φ и привидну деклинацију звезде δ .

Ради елиминисања неколиких систематских грешака инструмента обично се прва три посматрања врше у једном, а друга три у другом положају инструмента. Сем тога, у циљу повећања тачности резултата и смањења случајних грешака и грешака у деклинацијама звезда, слично се посматрање понови на серији од неколико звезда. Од свих добивених вредности C_p узима се аритметичка средина. Она се односи на тренутак који одговара средини посматрачке серије.

(2⁰) Из једнаких зенитних даљина исте звезде. Ако једну звезду с познатом привидном ректасцензијом α посматрамо универзалним инструментом или зенит-телескопом на истој зенитној даљини пре и после меридијана и притом забележимо само часовниково показивање у једном и другом тренутку T_E и T_w , због симетричности часовних углова у овим тренуцима биће

$$\alpha - (T_E + C_{pE}) = (T_w + C_{pw}) - \alpha$$

или

$$\begin{aligned} S_w &= \alpha + t \\ T_w + C_{pw} &= \alpha + t \\ t &= T_w + C_{pw} \end{aligned}$$

$$C_p = \frac{1}{2} (C_{pE} + C_{pw}) = \alpha - \frac{1}{2} (T_E + T_w).$$

(363)

Добивено часовниково стање одговараће тренутку $\frac{1}{2}(T_E + T_w)$. Да би се добио посматрани тренутак пресека звезде са средњим хоризонталним концем са што већем тачношћу, треба да се њен дневни паралел и хоризонтални конач секу под што већим углом. То значи да се посматра што даље од меридијана. Ово, с друге стране, захтева знатан губитак времена између првог и другог посматрања. Сем тога може наступити промена атмосферских услова која изазива систематске грешке инструмента и рефракције, а може доћи и до наоблачења. Због тога се ова метода ретко користи за прецизна одређивања.

Када се посматра Сунце на једнаким зенитним даљинама мора се повести рачуна и о промени његове деклинације од тренутка T_E до тренутка T_w .

(3⁰) Из једнаких зенитних даљина разних звезда (Цингерово метода). Ако на истој зенитној даљини пре меридијана посматрамо универзалним инструментом или зенит-телескопом једну звезду, а одмах затим на тој зенитној даљини после меридијана другу звезду приближно симетрично с првом у односу на меридијан, као што је предложио руски геодета Цингер, онда добивамо часовниково стање са високом тачношћу и без приговора који се могу ставити претходној методи.

Претпоставимо најпре идеалан случај — да обе звезде у тз. Цингеровом пару имају исту деклинацију, тј. да су им привидне координате $\sigma_1(\alpha_E, \delta_E)$ и $\sigma_2(\alpha_w, \delta_w)$. У овом случају биће, као и у претходној методи, обе звезде посматране потпуно симетрично према меридијану, па ће једначина из претходне тачке важити, тј. биће за две звезде:

$$\alpha_E + (T_E + C_p) = (T_w + C_p) - \alpha_w.$$

одакле је

$$C_p = \frac{1}{2} (\alpha_E + \alpha_w) - \frac{1}{2} (T_E + T_w). \quad (364)$$

У реалном случају увек се деклинације звезда у пару незнатно разликују. Тада ни њихова посматрања неће бити идеално симетрична према меридијану, већ ће се њихова два часовна угла незнатно разликовати међу собом по апсолутној вредности. Отуда ће се у горњем изразу појавити још и једна мала поправка у која је функција деклинација посматраних звезда, географске ширине и њихових часовних углова. Тако у општем, реалном случају, Цингеров образац гласи:

$$C_p = \frac{1}{2} (\alpha_E + \alpha_w) - \frac{1}{2} (T_E + T_w) + y^s. \quad (365)$$

Одређивањем поправке у на овом месту се не можемо бавити. Ради постизања веће тачности посматра се неколико оваквих парова звезда.

④^о Из времена пролаза звезде кроз меридијан. Ово је врло стара и једна од најтачнијих метода. У принципу је и веома проста. Звездано време једнако је, као што из § 13. знамо, ректасцензији звезде која је тога тренутка у меридијану наше посматрачке станице:

$$s = \alpha.$$

Како је с друге стране

$$s = T + C_p,$$

где је Т часовниково показивање, а C_p његово стање у истом тренутку, то је

$$C_p = \alpha - T. \quad (366)$$

α је привидна ректасцензија звезде у тренутку посматрања, која се узима из астрономских ефемерида, а Т часовниково показивање кад је звезда била у меридијану. Положај меридијана ми никад потпуно тачно не знамо. Зато је

$$T = T_m + \tau(a, b, c, p, m), \quad (367)$$

где је T_m часовниково показивање кад је звезда прошла кроз средњи вертикални конач у окуларном микрометру или време средњег идеалног контакта безличног микрометра пасажног инструмента постављеног у меридијан, а τ једна мала поправка у временским секундама, која је функција инструментских констаната — нагиба обртне осовине b, азимута инструмента a и колимацијске грешке c. Ако се посматра безличним микрометром, онда у образац улазе још и ширина његовог контакта p и његов мртви ход m. Одређивање об-

лика ове функције и њено рачунање предмет су посебног течаја практичне астрономије. Уврстимо ли вредност T из (367) у (366), добивамо израз за рачунање часовникова стања по овој методи:

$$C_p = \alpha - T_m - \tau(a, b, c, p, m). \quad (368)$$

Да би се постигла већа тачност посматрају се обично пролази серије од 10 — 12 звезда, па се за часовниково стање узима средња вредност. Оно се тада односи на тренутак који одговара средини посматране серије звезда.

Има и других метода за одређивање прецизног часовниковог стања или, како се друкчије каже, за одређивање времена, као што је *Деленова метода* одређивања из времена пролаза кроз вертикал Северњаче. Затим метода одређивања из мереног азимута звезде и друге.

74. Методе за једновремено одређивање географске ширине и часовникова стања. — Већ се из претходна два параграфа дало запазити да је за одређивање географске ширине по методама чији су принципи изложени потребно познавати с друге стране часовниково стање, и обрнуто. Ово често изазива знатне тешкоће поред губитака у времену. У експедицијама кроз непознате пределе, на пример, ово се одређивање врши поступним приближавањем. Прво се из зенитне даљине и правца Северњаче одреди приближна географска ширина места и приближни правац меридијана, а из положаја звезда над хоризонтом приближно часовниково стање. Затим се из зенитних даљина звезда око меридијана и око првог вертикала одреди тачнија вредност за географску ширину и приближно часовниково стање. Са овим часовниковим стањем може се прерачунати из већ измерених зенитних даљина звезда око меридијана још тачнија вредност географске ширине, а са овом ширином се опет може поново прерачунати часовниково стање из већ измерених зенитних даљина звезда око првог вертикала и за њ добити још тачнија вредност. С поступним приближивањем тачним вредностима иде се све дотле док се две узастопно добивене вредности за φ , односно за C_p , међу собом не сложе са тачношћу која је за дату сврху довољна. Ако смо још примили радио-пријемником часовне сигнале, можемо знати у истом тренутку и гриничко звездано време, а из разлике између месног и гриничног звезданог времена одредити и географску дужину места, као што ће бити ближе објашњено у параграфу 76.

Но има и тачних метода које дају једноремено из истих мерења и географску ширину и часовниково стање потребно за одређивање географске дужине. Таква је, на пример, *Гаусова метода* са почетка 19. века, која је нашла честу примену с проналаском астролаба с призмом (*Клод и Дрианкур, 1900.*), а нарочито *Данжоновог астролаба*.

Ако смо универзалним инструментом, зенит-телескопом или најбоље астролабом са призмом одредили тренутке T_1, T_2, T_3 пролаза три познате звезде кроз један исти алмукантар, онда можемо написати једначине:

$$\begin{aligned}\cos z &= \sin \varphi \sin \delta_1 + \cos \varphi \cos \delta_1 \cos (T_1 + \textcircled{\text{Cp}} - \alpha_1), \\ \cos z &= \sin \varphi \sin \delta_2 + \cos \varphi \cos \delta_2 \cos (T_2 + \textcircled{\text{Cp}} - \alpha_2), \\ \cos z &= \sin \varphi \sin \delta_3 + \cos \varphi \cos \delta_3 \cos (T_3 + \textcircled{\text{Cp}} - \alpha_3).\end{aligned}\quad (369)$$

Како су им леве стране једнаке, морају бити и десне. Ако упореди-мо десне стране, рецимо прве и друге, а затим друге и треће једна-чине, добићемо две једначине баш са две тражене непознате φ и $\textcircled{\text{Cp}}$, јер су све остале величине познате. У пракси се посматра обично око 30 звезда на разним азимутима приближно равномерно распо-ређеним по хоризонту, па се највероватније вредности за φ и $\textcircled{\text{Cp}}$ на-лазе методом најмањих квадрата.

Има и других метода ове врсте, као што су *Кањолијева*, *Сом-нерова* итд. *Сомнерова* се најчешће користи за одређивање географ-ских координата на прекоокеанским бродовима и авионима, па ће бити приказане у параграфу 78.

75. Часовна служба. — Часовна служба на једној опсерватори-ји или ма каквој посматрачкој станици обухвата операције: **① одре-ђивање стања основног часовника** из астрономских посматрања (јед-ном од метода изложених у параграфу 73, а најчешће малим пасаж-ним инструментом с безличним микрометром и методом меридијан-ских пролаза); **② одржавање тачног времена** прецизним часовници-ма, **③ преношење тачног времена** помоћу часовних радио-сигнала и, најзад, **④ одређивање поправака часовних сигнала.**

Да би се повисила тачност једне часовне службе користи се за одржавање времена нешто већи број часовника (*метода средњег идеалног часовника*). Затим се обједињује више часовних служби у једну *националну часовну службу* (најбољи је пример за то *Совјет-ска часовна служба*) и, најзад, све часовне службе на свету обједи-њују се у јединствену *Међународну часовну службу*, чије ће функ-ционисање доле бити ближе објашњено.

1^о. Средњи идеални часовник и полудефинитивно време једне часовне службе. Ако једна часовна служба располаже са више ча-совника високе прецизности, а стање $\textcircled{\text{Cp}}$ основног часовника се од-ређује из посматрања, постоји могућност да се свакодневним упоре-ђивањем осталих часовника са основним користе остали часовници да се повећа прецизност у одржавању времена, тј., практично, да се стања основног часовника изравнају (поправе), да се из њих до-брим делом елиминишу случајне грешке које долазе од ситних, не-избежних узрока (неједнак подмаз, ексцентричност зупчаника, не-једнакост зуба итд.). Ако се часовници упоређују на хронографу сваког дана, или још боље двапут дневно, у једнаким временским размацама, онда се са хронографске траке добивају разлике

$$T_1 - T_i, \quad i = 2, 3, \dots, n, \quad (370)$$

између показивања T_1 основног часовника и осталих у тренутку упо-ређења. Ако обележимо са C_1 стање основног, са C_i , $i=2, 3, \dots, n$, стања осталих часовника, а са s тачно време у тренутку упоређива-ња, онда је

$$s = T_i + C_i \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (371)$$

Ако средњи идеални часовник дефинишемо као *часовник чије*

је показивање у сваком тренутку једнако аритметичкој средини показивања свих часовника, тј.

$$T_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i \quad (372)$$

онда ће на основи једначине (363) његово стање C_m бити аритметичка средина стања свих часовника,

$$C_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n C_i. \quad (373)$$

При том се узимају у обзир сви часовници који учествују у одржавању времена. Одузмемо ли и левој и десној страни последње једначине стање основног часовника C_1 , добићемо

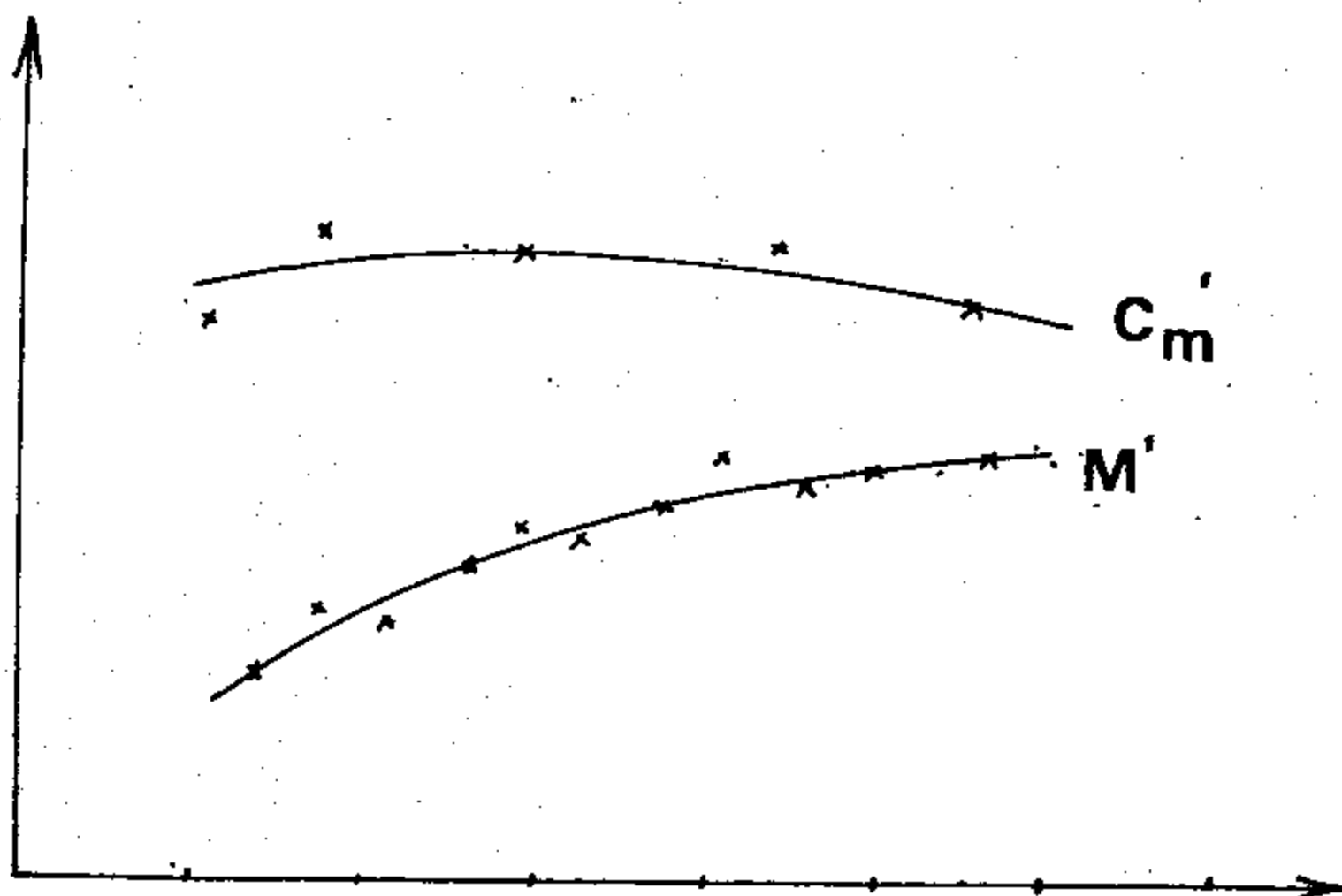
$$C_m - C_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (C_i - C_1). \quad (374)$$

Обележимо ли израз с десне стране са M , онда се стање средњег идеалног часовника може написати у облику збира два броја:

$$C_m = M + C_1, \quad (375)$$

од којих се први добива редовним упоређивањем часовника, а други астрономским посматрањем.

Ако сад на апсцисну осовину једног Декартовог координатног система (сл. 126.) нанесемо тренутке упоређења, а на ординатну вредност M за сваки датум и тренутак упоређења, добићемо криву M . У дане када је било посматрања и за тренутке посматрања на ову криву надовезаћемо још и вредности C_1 па ћемо добити због случај-



Сл. 126. Дијаграм стања „средњег идеалног часовника“

них грешака опет растурен систем тачака C_m , који можемо графички изравнати и добити изравнату криву C_m' , која представља емпиријску једначину

$$C'_m = M' + C'_1$$

Одавде је изравнато (поправљено) стање основног часовника помоћу средњег идеалног

$$C'_1 = C'_m - M'. \quad (376)$$

Одавде се види како се приказани график стања средњег идеалног часовника може користити да се поправе стања основног часовника добивена из посматрања.

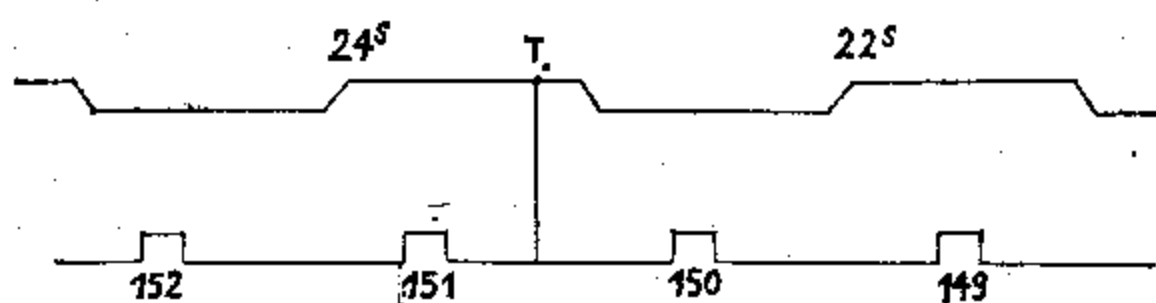
Само ако се овако изравнавају (поправљају) стања основног часовника, може се сматрати да су у часовној служби искоришћени сви часовници за одржавање времена, а не само основни. Тиме се очигледно повећава тачност у одржавању времена, јер се многобројни ситни, неизбежни узроци који мењају ходове појединих часовника, добрим делом међу собом поништавају (изравнавају), нарочито ако је број часовника довољно велик и ако су сви високе и приближно једнаке тачности.

Овако изравнато (поправљено) стање основног часовника обезбеђује у сваком тренутку тз. полудефинитивно време једне часовне службе. Ако астрономска посматрања нису свакодневна (због облачности), изравната крива C'_m пружа нам могућност интерполовања, па чак и екстраполовања тачног времена и на неколико дана унапред за сваки жељени тренутак.

2^о Преношење тачног времена помоћу часовних радио-сигнала. Са екстраполованим стањем свог основног часовника Париска је опсерваторија почела од 1910. г. да отпрема преко Ајфелове куле часовне радио-сигнале тачног времена, а 1912. г. организована је Међународна часовна служба, чији је извршни орган — Међународни часовни биро (ВИН) — смештен на Париској опсерваторији, где се и данас налази. После првог светског рата, када је организована Међународна астрономска унија, образована је стална Унијина комисија за време, која и данас у нешто измењеној форми руководи Међународном часовном службом. За рад самог бироа везано је име француског астронома руског порекла Николе Стојка.

Првих година у овој служби је учествовало неколико опсерваторија. Данас учествује преко 40 опсерваторија, међу њима и Београдска. Свака од њих одређује из редовних посматрања стање свог основног часовника, обично га поправља методом средњег идеалног часовника, екстраполује га, додаје на показивање свог основног часовника, чију секунду затим преко специјалног апарата за емисију и преко телефонске линије преноси на најближу моћну радио-станицу одакле је емитује. Понеке опсерваторије ово чине и више пута дневно. Списак ових станица и емисија, са њиховим позивним знацима, таласним дужинама или фреквенцијама и временом емисија објављује Међународни часовни биро у свом органу »Bulletin Horaire« (ВН) унапред према међународном договору који се врши у Комисији за време Међународне астрономске уније. Емисије часовних сигнала трају по 5^м и практично се састоје из кратких пискова у секундним размацама. На крају сваке минуте следи дужи писак који обележава целу минуту. Ових сигнала данас, према томе, има 300 у размаку од 5^м. Тачност ових емисија данас износи око 0^с.01.

3^o Одређивање стања основног часовника из пријема часовних сигнала. Свака установа која има потребу за познавањем времена с високом тачношћу може брзо и лако да одреди стање свог основног часовника из пријема часовних сигнала. Довољно је, на пример, да на прво (горње) перо свог хронографа укључи секундни контакт свог часовника и да гледајући у часовник обележи на траци сваку другу секунду (сл. 127.). Затим да друго (доње) перо хронографа укључи у радио-пријемник доведен на таласну дужину станице која у то време емитује часовне сигнале. Они ће се на хронографској траци регистровати као мала испупчења чији је почетак (идући с десна у лево) тренутак дотичног сигнала. Довољно је обележити редни број сигнала, јер се према међународном договору зна за сваки поједини сигнал његов тренутак емитовања. Емисије се врше у светском, дакле у суштини средњем времену. Ако и наш часовник показује рецимо средње-европско време, значи опет у суштини средње време, онда се његово стање из пријема часовних сигнала доби-



Сл. 127. Секунде часовника и часовни сигнали на хронографској траци

ја врло просто. Прочитају се по основном часовнику тренуци T када су пали на пример поједини часовни сигнали од 141. — 160., па се узме аритметичка средина свих 20 показивања основног часовника. То ће бити показивање T_0 нашег основног часовника у средњем уговореном тренутку T_c емисије j , који пада на средину између 150. и 151. сигнала. Тада је стање нашег основног часовника просто разлика

$$C_j = (T_c - T_0)_j. \quad (377)$$

Ако наш часовник показује другу неку врсту времена, рецимо звездано време, онда тренутак T_c треба претходно претворити у месно звездано време пре но што се начини горња разлика. Тада ће и изведено стање нашег основног часовника бити у месном звезданом времену.

Очигледно је да се за добивање тренутка T_0 и стања C_j не мора користити само група од 20 сигнала у средини емисије, већ ма који сигнал, па се тренутак T_0 може извести рачунски. Већи број сигнала у групи користи се да се смање случајне грешке у читању хронографских трака и у емисији појединих сигнала.

4^o Одређивање полудефинитивне поправке за једну емисију часовних сигнала. Свака од опсерваторија учесница у Међународној часовној служби региструје на свом хронографу (у последње време на катодном осцилоскопу), како сопствене сигнале, тако и емисије још извесног броја станица. После извесног времена, кад из посматрања добије своја интерполована полудефинитивна стања за средине свих регистрованих емисија, опсерваторија је у стању да одреди када је пао средњи тренутак сваке примљене емисије по њеном

полудефинитивном времену. Ако је регистровала k емисија, ти ће тренуци бити

$$T_{pj} \quad j = 1, 2, \dots, k, \quad (378)$$

и од уговорених тренутака

$$T_{cj} \quad j = 1, 2, \dots, k, \quad (379)$$

одступаће увек услед случајних грешака (које долазе од екстрапованих стања, од недостатака у отпремним и пријемним апаратима итд.) за мале износе, који могу понекад достићи и $0^s.1$. Та одступања

$$p_j = (T_p - T_c)_j, \quad j = 1, 2, \dots, k, \quad (380)$$

зову се полудефинитивне поправке примљених k емисија одређене на дотичној опсерваторији. Свака опсерваторија ове поправке објављује у својим публикацијама. Међународни часовни биро објављује своје полудефинитивне поправке полугодишње у публикацији ВН.

Свака установа која је за своје потребе примила једну од ових емисија (j) и из њених сигнала извела, као што је горе показано, стање свог часовника, моћи ће накнадно, кад прими речену публикацију, алгебарским додавањем поправке p_j на уговорени тренутак T_c или на стање C_j

$$(T_c + p - T_0)_j = C_j + p_j = C_s \quad (381)$$

да добије стање свог часовника у полудефинитивном времену дотичне опсерваторије, чију је поправку користила.

Овакво време носиће и све грешке које носи полудефинитивно време дотичне опсерваторије — посматрачке, инструментске, грешке у предаји сигнала, у простирању радио-таласа од емисионе станице до дотичне опсерваторије, у географској дужини те опсерваторије итд.

5^o Одређивање дефинитивне поправке за једну емисију часовних сигнала. Да би се дошло до још тачније поправке за сваку емисију часовних сигнала, Међународни часовни биро прикупља полудефинитивне поправке од свих опсерваторија учесница у Међународној часовној служби, специјалним методама одређује и уклања из њих извесне систематске грешке, а затим за сваку емисију образује средњу вредност свих (n) полудефинитивних поправака:

$$P_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p_{ji}. \quad (382)$$

Свака установа која је за своје потребе одредила на напред показани начин стање свог часовника C_j из ове емисије (j), може, кад добије ВН са дефинитивним поправкама за све емисије, да алгебарски дода дефинитивну поправку P_j ове емисије било на њен уговорени средњи тренутак T_{cj} , било на само стање C_j , па да добије ста-

ње свог часовника C_s у дефинитивном времену Међународне часовне службе, најтачнијем времену које се данас може одржавати:

$$(T_s + P - T_o)_i = C_i + P_i = C_s \quad (383)$$

6° *Научна проблематика часовне службе.* Поред одређивања, одржавања и преношења тачног времена, као и одређивања поправака за све емисије часовних сигнала, часовна служба, нарочито организована у међународним оквирима, решила је и решава низ крупних научних проблема. Између осталих поменимо као најкрупније: одређивање времена и законитости простирања дугих и кратких радиоталаса, изучавање сезонских и секуларних промена географских дужина и померања континената, изучавање померања Земљиних полова, неравномерности Земљина обртања и др. Отуда необично велики савремени значај часовних служби и Међународне часовне службе. Он је нарочито порастао у последње време са све чешћом употребом молекулских и атомских часовника и са све већом потребом за познавањем времена с високом тачношћу које од астронома траже астронаутичари, атомисти, радиоинжењери и друге јавне службе.

76. Методе за одређивање географске дужине. — Географска дужина се, као угао диједар између меридијанских равни два места (в. § 7.), може мерити разликом њених месних времена (в. сл. 8.), нпр. звезданих:

$$\lambda = S_A - S_B. \quad (384)$$

Како је месно звездано време једнако часовникову показивању плус његово стање, тј.

$$S_A = T_A + C_A \quad \text{и} \quad T_B + C_B = S_B$$

то се географска дужина може представити и овако:

$$\lambda = (T_A + C_A) - (T_B + C_B)$$

или као збир два члана:

$$\lambda = (T_A - T_B) + (C_A - C_B), \quad (385)$$

од којих је први разлика показивања часовника у тим местима у истом тренутку, а други разлика њених стања у том тренутку. Други члан се, дакле, добива из посматрања, а први упоређењем часовника.

Како се посматрања не могу вршити у тренутку упоређења часовника, већ у извесним другим тренуцима T_{B0} , одн. T_{A0} ту се стања која се јављају у једначини (385) морају добити интерполовањем преко часовникова хода ω :

$$C_B = C_{B0} + \frac{\omega_B}{24} (T_B - T_{B0}) \quad \text{и} \quad C_A = C_{A0} + \frac{\omega_A}{24} (T_A - T_{A0}).$$

Да би се обезбедила што већа тачност, упоређења се врше што ближе посматрањима, обично пре почетка и после свршетка посматрачке серије.

Методе за одређивање часовникова стања из посматрања приказане су већ у параграфу 73. Зато се позабавимо овде само пита-

њем упоређења часовника. По начину на који се ово упоређење врши углавном су се и разликовале поједине методе за одређивање географске дужине у њиховом историјском развоју.

1^о *Старе методе.* Упоредити часовнике у два разна места значи забележити показивање и једног и другог у истом физичком тренутку, па начинити разлику ових показивања. Да се обележи овај исти тренутак служила су најпре Месечева помрачења, но због слабе оштрине ивице Земљине сенке тачност Месечева улаза у Земљину сенку могла се оценити само до на 1^м. Тачност се повисила на 10^с кад се прешло на оцену тренутка улаза Јупитерових сателита у његову сенку. Затим се прешло на светлосне сигнале даване рефлекторима и хелиотропима (огледалима) у одређене тренутке са једног часовника, а регистроване у одређене тренутке по другом часовнику, но због личних грешака ни овде тачност није могла прећи 0^с 15. Са проналаском телеграфа откуцаји секунде преношени су тастером, а регистровани су према часовнику друге станице и обрнуто. Тачност оваквих упоређења пела се до на 0^с 005, но тачност географских дужина, због посматрачких грешака, није могла прећи 0^с 01, као ни данас.

Све побројане методе обухватају се једним именом билатерално одређивање географских дужина, јер су на обема станицама вршена посматрања и упоређивани часовници, а затим су се, у циљу елиминисања личних грешака Δ у посматрању и δ у упоређивању часовника, посматрачи с целокупном опремом узајамно смењивали. У том случају је географска дужина пре смене

$$\lambda_1 = (T_A + \delta_A - T_B - \delta_B) + (C_A + \Delta_A - C_B - \Delta_B),$$

а после смене

$$\lambda_2 = (T'_B + \delta'_B - T'_A - \delta'_A) + (C'_B + \Delta'_B - C'_A - \Delta'_A), \quad (386)$$

па су грешке Δ_A , δ_A и Δ_B , δ_B из аритметичке средине елиминисане.

2^о *Метода хронометарске експедиције.* У циљу појевтињавања и упрошћавања операција прешло се на унилатерално одређивање географских дужина. У прошлом веку оно је остваривано тако су се после посматрања на једној станици посматрач, инструмент и хронометри селили на другу станицу.

Замислимо ли да је хронометар био регулисан и дотеран тачно по звезданом времену станице А. После преноса у В његово ће стање, одређено из посматрања, бити тачно једнако географској дужини места В.

Уочимо сад реалан случај, да хронометар увек има извесно стање и ход. После прелаза у В, са добро испитаним хронометровим ходом, посматрач ће моћи са одређеним његовим стањем C_A у тренутку T_A на станици А и ходом ω_A да одреди месно звездано време станице А:

$$s_A = T_B + C_A + \frac{\omega_A}{24} (T_B - T_A)$$

у тренутку T_B кад је вршио посматрања у станици В и одредио из њих стање C_B на тој станици. Тако ће он имати и месно звездано време станице В:

$$s_B = T_B + C_B$$

па и географску дужину као разлику

или $\lambda = s_A - s_B$

$$\lambda = (T_B + C_A + \frac{\omega_A}{24} (T_B - T_A)) - (T_B + C_B) = C_A - C_B + \frac{\omega_A}{24} (T_A - T_B) (T_B - T_A)$$

Да би се повећала тачност екстраполованог хода ω_A , посматрач се враћао затим поново у тачку А са познатом географском дужином или је прелазио у неку тачку С, такође с познатом географском дужином, а да би се смањило утицај случајних грешака на хронометрову ходу, узиман је велик број хронометара и образован средњи идеални. Често је посматрач, место одређивања географске дужине једне станице В, одређивао геограску дужину на низу станица које су представљале извешан затворен полигон са завршном станицом А која се поклапа с почетном или отворен полигон између двеју станица А и С с тачно познатим географским дужинама, тако да се могло извршити изравнање одређених географских дужина у полигону. И ово је било гламазно, дангубно и скупо, па је у првој половини овога века са проналаском бежичне телеграфије нађена најбржа и најекономичнија метода унилатералног одређивања географских дужина, која по тачности једва заостаје за методом жичаног телеграфа. То је метода бежичног телеграфа.

3^о Метода бежичног телеграфа. По тој методи посматрањем одређујемо у тренутку T_p стање нашег часовника C_p и применом његова хода ω_s , који нам је познат из свакодневног пријема часовних сигнала сводимо то стање на стање C_A у тренутку T_A пријема сигнала:

$$C_A = C_p + \frac{\omega_s}{24} (T_A - T_p). \quad (388)$$

Сам пријем часовних сигнала служи нам као начин да упоредимо у том тренутку показивање свог часовника с показивањем часовника друге које опсерваторије у тренутку који је унапред уговорен и дат у гриничком звезданом времену. Ако је наше месно звездано време у тренутку пријема сигнала $T_A + C_A$, а утврђено гриничко средње звездано време у том тренутку (поправљено дефинитивном поправком) $T_B + C_B$, онда се географска дужина опет налази по основном обрасцу

$$\lambda = (T_A + C_A) - (T_B + C_B). \quad (389)$$

Ако, саобразно ознакама из претходног параграфа, обележимо

$$\begin{aligned} T_A &= T_0, \\ C_A &= C_p, \\ T_p + C_p &= T^{0p} = T^{0c} + P_j, \end{aligned} \quad (390)$$

где су T^{0p} и T^{0c} поправљени, и предвиђени тренутак емисије у гриничком средњем звезданом времену, горња општа једначина за одређивање географске дужине добива облик

$$\lambda = T_0 + C_p - T^{0c} - P_j \quad (391)$$

или

$$\lambda = C_p - (T^{0c} + P_j - T_0). \quad (392)$$

Ако је приближна географска дужина λ_0 већ позната, довољно је наћи њену поправку $\Delta\lambda$, па ћемо имати и тачну географску дужину

$$\boxed{\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda.} \quad (393)$$

У том случају се место гриничког уговореног времена емисије T_{cj}^0 може у једначину (392) увести средње звездано време наше станице $T_{cj} = T_{cj}^0 + \lambda_0$, а с леве стране се може извршити смена (393), па ће тада једначина (392) дати само поправку географске дужине наше станице:

$$\lambda_0 + \Delta\lambda = C_p - (T_{cj} - \lambda_0 + P_j - T_0) \quad (394)$$

или

$$\Delta\lambda = C_p - (T_{cj} + P_j - T_0). \quad (395)$$

Но у случају кад је T_{cj} изражено у месном звезданом времену знамо да је

$$T_{cj} + P_j - T_0 = C_s, \quad (396)$$

па се за поправку географске дужине добива врло прост израз

$$\Delta\lambda = C_p - C_s \quad (397)$$

Из њега се види да је за одређивање поправке географске дужине довољно да нађемо само разлику стања из посматрања и из часовних сигнала, сведену на исти тренутак.

Ако се жели да одреди географска дужина с високом тачношћу ($0^s.01$), онда се у размаку од најмање месец дана примају најмање 3 — 4 емисије часовних сигнала дневно, па се стања C_s изводе за сваку емисију, наносе у подесној размери на график и графички изравнају, као и стања C_p . Разлика ордината ових кривих

$$\boxed{\Delta\lambda' = C'_p - C'_s} \quad (398)$$

прочита се од дана до дана и узме њена средња вредност $\Delta\lambda'$. Ако је приближна географска дужина λ_0 била дата, тачна ће бити

$$\boxed{\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda'.} \quad (399)$$

Ако су за извођење вредности C_p коришћене полудефинитивне поправке примљених емисија, биће и географска дужина полудефинитивна. Ако су коришћене дефинитивне поправке и географска дужина биће дефинитивна. Да би се осигурала овако висока тачност мора се водити рачуна о низу систематских поправака како на подацима C_p , тако и на подацима C_s .

77. Примене астрономије у геодезији. — Методе за одрђивање географских координата, времена и азимута правца на земљишту имају многобројне и разноврсне своје примене. Но најчешћа и

најмасовнија је њихова примена за потребе више геодезије — науке која се бави одређивањем Земљина облика и њених димензија и картирањем Земљиних делова и Земље као целине.

Да би могли снимити детаље на земљишту било у циљу његова премера или картирања у научне, техничке, привредне или војне сврхе, геодети развијају по Земљиној површини ланце и мреже троуглова, мере у њима једну или више основица и углове и тригонометријски долазе до координата сваког појединог темена, које се зато зове тригонометријска тачка. Ове мреже попуњавају се мрежама ситнијих троуглова, тз. мрежама нижих редова. Координате ових темена рачунају се на сличан начин. Са њих се затим врши снимање детаљних тачака на земљишту у циљу његова премера и картирања. Координате тригонометријских тачака одређене оваквим геодетским методама зову се релативне координате. Да би ове мреже добиле свој природни положај у односу на мрежу Земљиних меридијана и паралела неопходно је координате полазне тачке и азимут полазне стране одредити астрономским методама. Овако одређене оне се зову апсолутне координате. Ако смо тригонометријску мрежу нанели на план помоћу њених релативних координата, пошто су одређене апсолутне координате полазне тачке и апсолутни азимут полазне стране, потребно је за изврстан износ транслаторно ову мрежу померити, затим је нешто ротирати, па да се координате нанетих тригонометријских тачака претворе у апсолутне, да заузму према мрежи Земљиних меридијана и паралела положај какав заузимају и у природи. Геодезија, дакле, без астрономије не може верно пресликавати Земљину површину на план и карту. Без астрономије она не може вршити апсолутну оријентацију основне тригонометријске мреже.

Математичка анализа и искуство показали су да за повећање тачности координата у основној тригонометријској мрежи није довољно астрономски одредити само полазну тачку, већ треба увести читав низ астрономски одређених тачака. Тако се долази до појма Лапласових тачака које образују астрономско-геодетску мрежу, на коју се ослања тригонометријска мрежа првог реда.

За потребе одређивања прецизног Земљиног облика — геоида — користи се знатно гушћа мрежа астрономски одређених тачака, но са нешто нижом тачношћу — то су тз. геоидне тачке.

Ако се задржимо само на најчешћим применама астрономије у геодезији треба поменути и астрономске тачке нижег реда, које служе као основа премера на неиспитаним територијама (најчешће у експедицијама или у још непремереним областима), где експедитивношћу и непосредношћу овога одређивања служе да се што брже дође до оријентације или до првог премера. Детаљи се у овим случајевима картирају најчешће фотограметријским методама из авионских фотографских снимака.

Сем тога, треба поменути и астрономске тачке које су се, нарочито раније, користиле у тз. степенским мерењима за одређивање димензија Земљина сфероида.

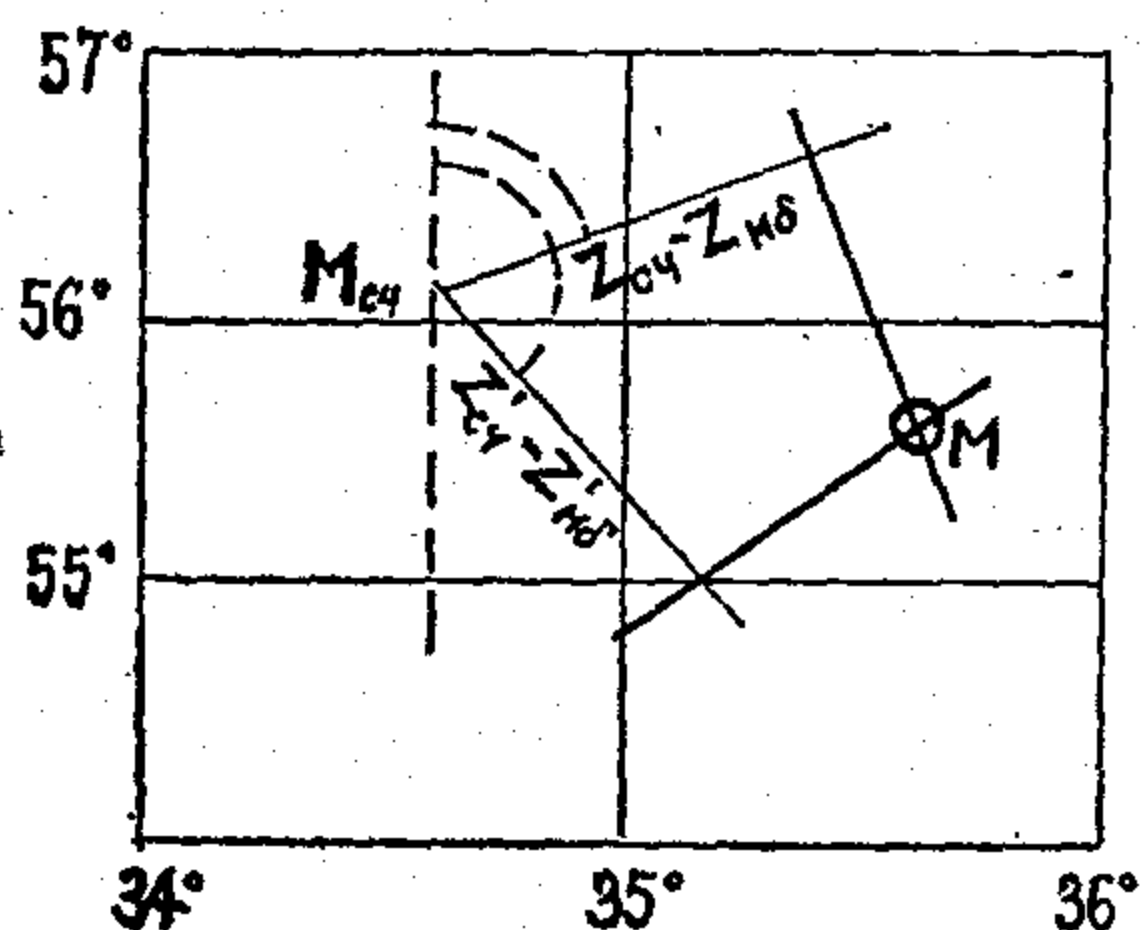
За потребе геодезије врше се такође и посматрања Сунчевих и Месечевих помрачења, затим одређивања Месечева положаја Марковићевом камером, о којој је било говора у параграфу 67.

Од 1958. г. врше се и посматрања вештачких Земљиних сателита за разне геодетске потребе и потребе морепловства (Авангард I, а затим читав низ геодетских сателита, в. параграф 125.).

На крају поменимо и најсуптилнија астрономска мерења у циљу испитивања померања Земљиних полова и континената и у циљу изучавања неправилности њена обртања која по својој суштини спадају у геодетску астрономију.

Подробније о астрономским радовима у геодезији биће говора у петој глави.

78. Примене астрономије у морепловству и ваздухопловству. — За одређивање тачног положаја брода на океанској површини употребљава се најчешће Сомнерова метода, коју је усавршио Сент-Илер. Она се у принципу састоји у одређивању висина двеју звезда Σ_1 и Σ_2 у тренутку T по хронометру који показује гриничко звездано време и чије се стање C_r систематски одређује из пријема часовних сигнала, тако да се може у тренутку посматрања добити гриничко звездано време $S = T + C_r$. Привидне координате (α_1, δ_1) и (α_2, δ_2) обеју звезда узимају се из наутичких ефемерида којима брод располаже. Када су измерене висине звезда h_1 и h_2 , могу се добити и њихове зенитне даљине $z_1 = 90^\circ - h_1$ и $z_2 = 90^\circ - h_2$. Положај брода из ових података одређује се на основи оваквог размишљања. Географске координате места C_1 на Земљи у коме се звезда Σ_1 у тренутку T налази у зениту биће $\varphi_1 = \delta_1$ и $\lambda_1 = S - \alpha_1$ зато што је деклинација зенита једнака географској ширини, а западна дужина места од Гриница једнака часовном углу звезде у Гриницу. Како зраци од звезда, због њихових великих даљина, долазе на Земљу практично паралелно, то ће се у свима местима на Земљиној лопти, чија вертикала у тренутку T заклапа с вертикалом места C_1 угао z_1 , налазити на малом кругу чије је средиште у C_1 , а сферни полупречник z_1 . Према



Сл. 128. Сомнерове линије

томе и место брода ће се налазити на овом кругу. Но из сличних разлога ће се место брода налазити у исто време и на малом кругу чије је средиште у месту C_2 с географским координатама $\varphi_2 = \delta_2$, $\lambda_2 = S - \alpha_2$, а сферни полупречник z_2 . Место брода M ће се налазити

значи, у пресеку ова два круга. Но оваква пресека има два. Који од њих одговара положају брода може се лако одредити по приближном курсу брода који се одређује бусолом и по његовој брзини кретања, а исто тако и по приближним азимутима посматраних звезда.

У пракси се не могу измерити висине двеју звезда у истом тренутку, али се тренутак другог мерења своди на тренутак првог мерења из познатог кретања брода. Да би пресеци два круга били што боље одређени, посматрају се звезде које се по азимуту приближно разликују за 90° . Брод располаже једном великом Земљином картом у Меркаторовој пројекцији и на њу се не наносе пуну кругови већ само мали њихови луци у близини пресека који се замењују правим линијама — Сомнерове линије (сл. 128.). Положај брода пресеком Сомнерових линија, уз савремене хронометре и секстанте, може се одредити до на $0'.1$, што на Земљиној површини представља високу тачност од око 180 м, с обзиром на дужине данашњих бродова.

За одређивање положаја авиона користи се иста метода, уз употребу подесног секстанта (в. сл. 105.), само се место учртавања положаја авиона у карту овај одређује довољно брзо рачунски употребом специјалних помоћних таблица.

Сомнерова метода је, најзад, врло брза, експедитивна и тачна и за одређивање положаја експедиција које крче своје истраживачке путеве кроз Земљине још недовољно испитане области. У последње време нарочито кроз Антарктик.

79. Методе за одређивање положаја вештачких Земљиних сателита (ВЗС). — Одређивање положаја ВЗС врши се оптичким (визуалним и фотографским) и радиотехничким методама. Првих година пуштања ВЗС углавном су њихови положаји одређивани оптичком визуалном методом помоћу малих дурбина совјетске производње са ширином видног поља од 11° . У видном пољу његовом налази се систем концентричних прстенова на размаку од по 1° и крст конца с поделом на по $20'$. Зато што у почетку предвиђени положаји (ефемериде) ВЗС нису били довољно тачни, на свакој станици је постављано по неколико оваквих дурбина (обично у меридијан) и то на разне зенитне даљине, тако да су им се видна поља преклапала и обухватала онај лук меридијана који у одређено време мора ВЗС пресећи с обзиром на тачност предвиђених положаја. По хронометру или на хронографу бележен је тренутак кад је ВЗС пресекао средњи вертикални конац, тј. меридијан, а по његовом положају у мрежи лако је оцењивана његова зенитна даљина. Одатле су рачунате његове координате α, δ с тачношћу до на $0^m, 1$ одн. $1'—2'$, а време се могло регистровати и на $0^s, 01$.

Данас се положаји ВЗС одређују помоћу широкоугаоних фотографских комора, истом методом којом се одређују и координате других небеских тела на астрографу (в. § 81.). Тачност оваквих посматрања је знатно виша.

Све станице на свету имају редовну службу посматрања ВЗС, достављају хитно њихове положаје у источни или западни рачунски центар, где се веова брзо, електронским рачунским машинама, ра-

чунају поправљене њихове путање и будући, тачнији њихови положаји за даља посматрања.

Радиотехничких метода има више. *Радиопеленгацијом* се одређује правац у коме се ВЗС налази из најјачег пријема његових радио-сигнала. *Радиолокацијом* се одређује његова даљина на том правцу из времена за које стигну, одбију се од њега и врате посматрачу моћни радиоталаси које посматрач шаље. Примењује се и *Доплер-Физоов ефекат* (ако нам се ВЗС приближава учестаност електромагнетних колебања које он шаље расте, ако се он од наше станице удаљава ова учестаност опада).

80. Појам о апсолутном и релативном одређивању екваторских координата звезда. — Екваторске координате звезда најлакше се одређују инструментом постављеним тако да му средњи идеални конац лежи веома близу меридијана или, кратко речено, инструментом у меридијану. Ректасцензија се одређује из забележеног показивања часовника T када је звезда била на средњем идеалном коначу, а деклинација из мерене зенитне даљине вертикалним кругом на инструменту.

Најтачније одређивање екваторских координата је апсолутно одређивање. Додајмо одмах да је оно и најтеже, те се врши само за мали број звезда које служе за даља, масовна релативна одређивања, нешто ниже тачности.

При апсолутном одређивању не претпоставља се ништа унапред познато. Апсолутном методом ректасцензија се најчешће одређује „везивањем“ за Сунце. Знамо да је звездано време када се једна звезда налази у меридијану једнако њеној ректасцензији:

$$\alpha = s. \quad (400)$$

s се, међутим, састоји из часовникова показивања T и часовникова стања $Ср$ у том тренутку, па можемо написати:

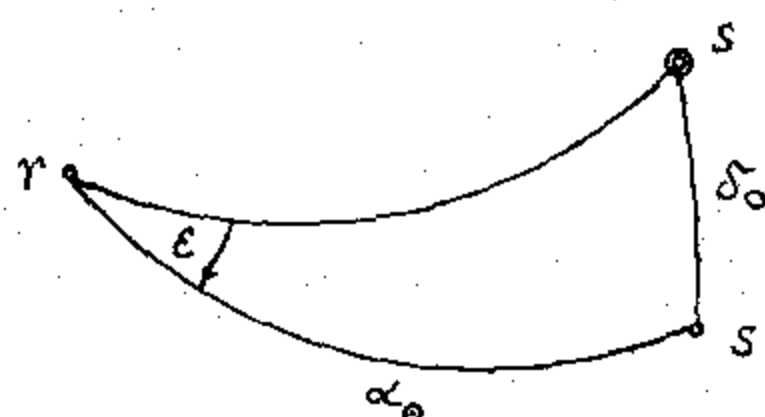
$$\alpha = T + Ср.$$

Исто важи и за Сунце, па и за њ можемо написати

$$\alpha_{\odot} = T_{\odot} + Ср.$$

Разлика последње две једначине даје у принципу непознату ректасцензију звезде:

$$\alpha = \alpha_{\odot} + (T - T_{\odot}). \quad (401)$$



Сл. 129 Одређивање α_{\odot} у зависности од δ_{\odot} и ϵ

Како часовникова показивања бележимо за време посматрања, остаје непозната само ректасцензија Сунца α_{\odot} .

Ректасцензија Сунца се међутим може наћи из правоуглог сферног троугла $\gamma S S'$ (сл. 129.), ако знамо ε и δ_{\odot} :

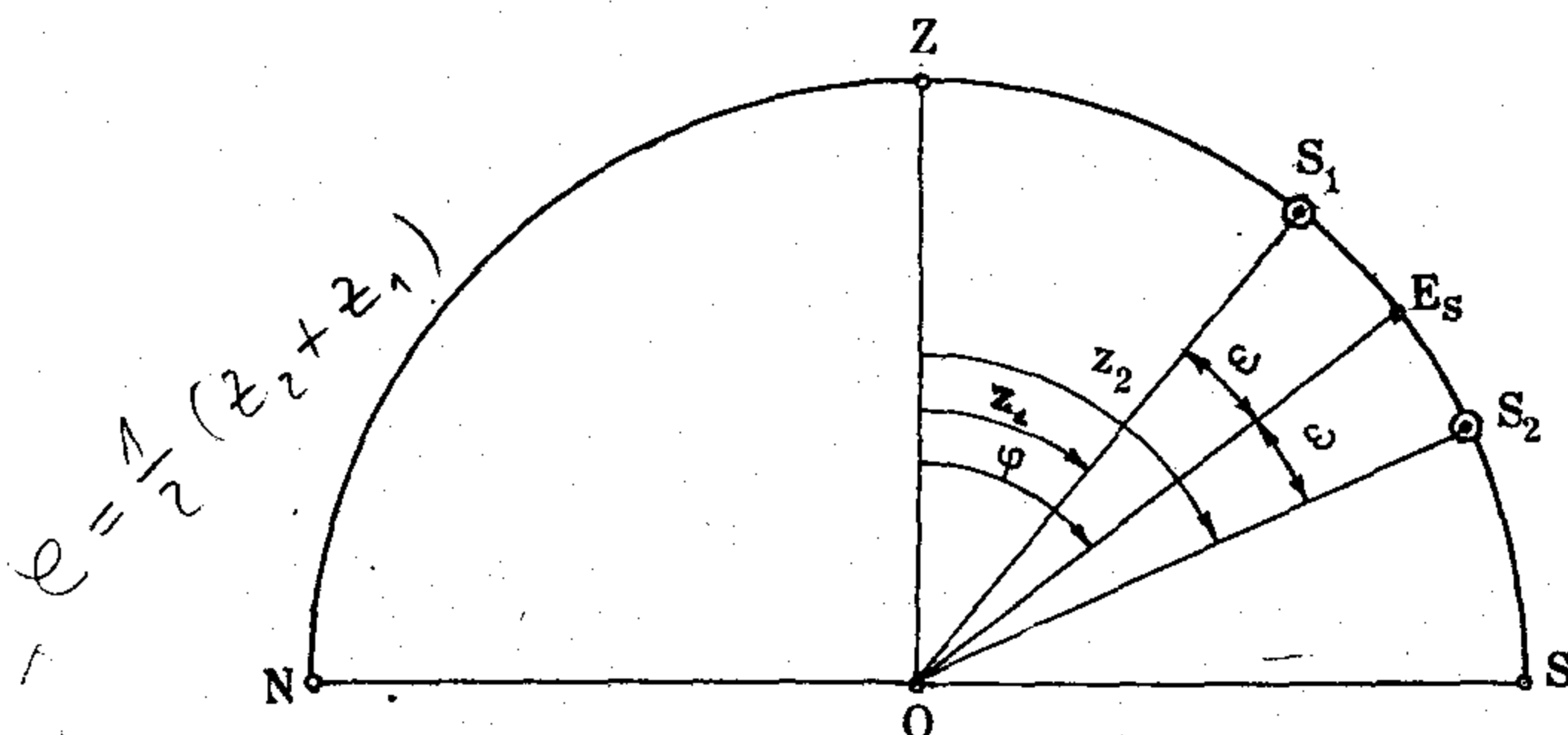
$$\sin \alpha_{\odot} = \operatorname{ctg} \varepsilon \operatorname{tg} \delta_{\odot}. \quad (402)$$

Међутим ε се може одредити из мерених меридијанских зенитних даљина z_1 и z_2 Сунца у летњем и зимском солстицију (сл. 130.) јер је

$$z_1 = \varphi - \varepsilon, \quad z_2 = \varphi + \varepsilon,$$

па је

$$\varepsilon = \frac{1}{2} (z_2 - z_1). \quad (403)$$



Сл. 130. Одређивање нагиба еклиптике из зенитне даљине Сунца у летњем и зимском солстицију

Из две претходне једначине може се као друга непозната наћи и φ без икаквих претпоставки или априорних познавања. Тада се може наћи и Сунчева деклинација δ_{\odot} из мерене Сунчеве меридијанске зенитне даљине z_{\odot} :

$$\delta_{\odot} = \varphi - z_{\odot}. \quad (404)$$

Тако се, дакле, могу наћи Сунчеве екваторске координате (α_{\odot} и δ_{\odot}) без икаквих претходних познавања ма каквих величина, а једначина (401) тада даје ректасцензију звезде по методи апсолутних одређивања.

⇒ Деклинација звезде δ по методи апсолутног одређивања у принципу се налази из познатих веза у меридијану (види § 13.)

$$\delta_s = \varphi - z_s, \quad \delta_n = \varphi + z_n, \quad \delta_d = 180^\circ - \varphi - z_d \quad (405)$$

где се z_s , z_n и z_d добијају из мерења на вертикалном кругу инструмента, а φ без икаквих претходних познавања координата ма које звезде, ако се измери зенитна даљина Северњаче или које друге поларне звезде у горњем и доњем пролазу кроз меридијан z_g и z_d (сл. 131). Тада је

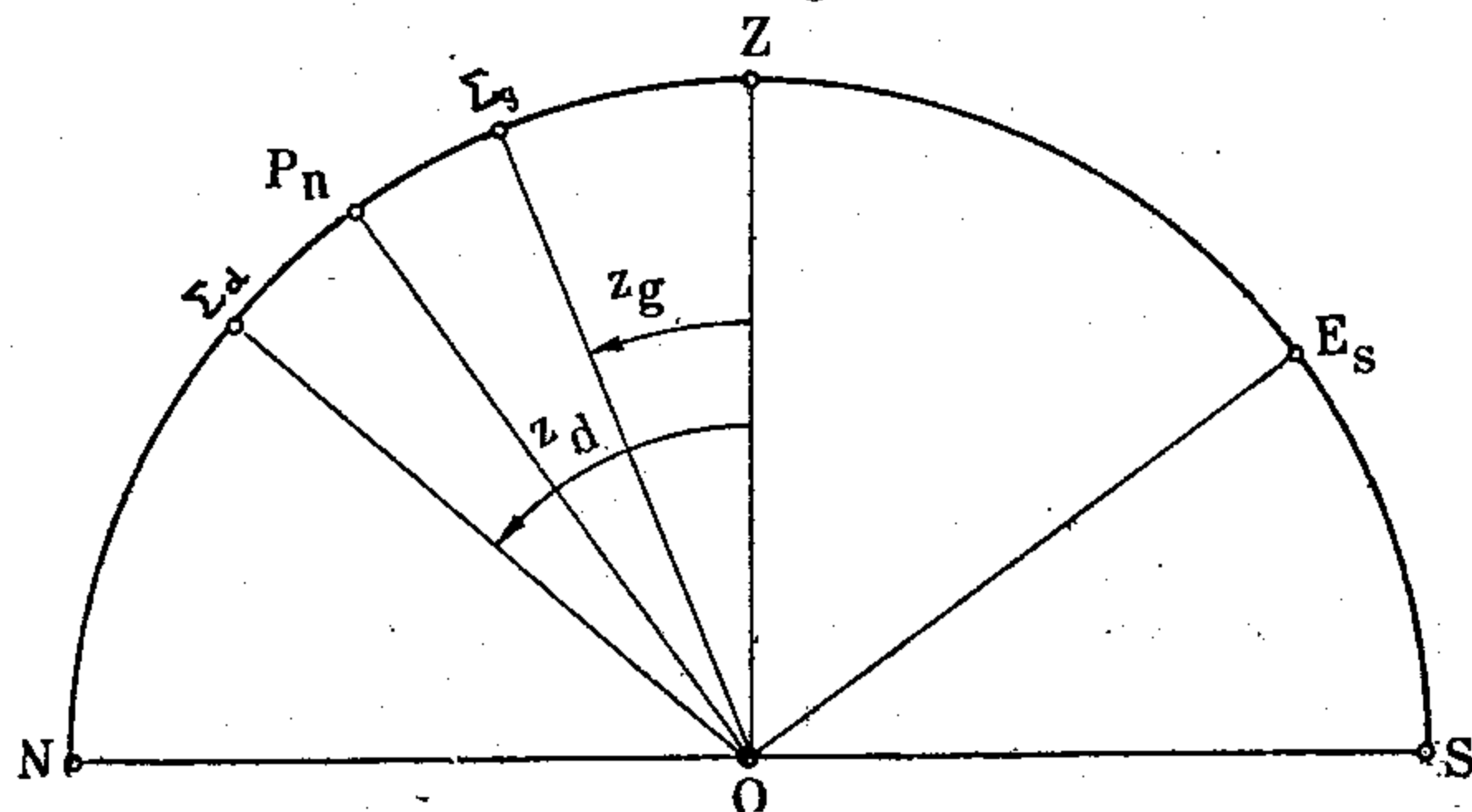
$$z_g = \delta - \varphi, \quad z_d = 180^\circ - \delta - \varphi,$$

па је одавде

$$\varphi = 90^\circ - \frac{1}{2} (z_g + z_d), \quad (406)$$

а у овај израз улазе само мерене величине.

Разуме се да има и других варијаната ове методе, но све оне захтевају, поред одређивања координата α и δ звезде, да се паралелно одреде и помоћне величине α_\odot , ϵ , φ и δ_\odot . Данас се ове послед-



Сл. 131. Одређивање географске ширине из зенитних даљина једне поларе у горњој и доњој кулминацији

ње не одређују у целини јер су врло приближно унапред познате, већ само њихове поправке $\Delta\alpha_\odot$, $\Delta\epsilon$, $\Delta\varphi$ и $\Delta\delta_\odot$, но и тада се задатак своди на одређивање више непознатих, које је уз то везано и за одређене тренутке у дану и години, па зато овакво одређивање захтева много труда и времена, како за посматрачке, тако и за рачунске операције.

Међутим, када су на овај начин одређене екваторске координате за неколико стотина звезда, приближно равномерно изабраних на небеској сфери, онда се могу знатно брже и лакше одређивати и координате α , δ других звезда на релативан начин, с ослонцем на већ познате звезде.

Да би се одредила ректасцензија ма које звезде на релативан начин, најпре се забележи тренутак пролаза кроз меридијан једне познате звезде:

$$\alpha_0 = T_0 + C_p,$$

а затим звезде која се одређује:

$$\alpha = T + C_p.$$

Разлика даје у принципу, тражену ректасцензију непознате звезде:

$$\alpha = \alpha_0 + (T - T_0). \quad (407)$$

Да бисмо одредили њену деклинацију на релативан начин, довољно је да измеримо њену зенитну даљину у меридијану и да користимо познату географску ширину φ станице одређену из посматрања других звезда. Тада за релативно одређивање опет користимо у принципу једначине (405), само што смо φ добили на други начин.

Ректасцензије звезда најтачније се одређују великим пасажним инструментом (в. параграф 64. и сл. 106.), а деклинација великим вертикалним кругом (в. параграф 64. и сл. 107.). За релативно одређивање обе координате употребљавају се обично меридијански кругови (в. § 64 и сл. 108), који се, разуме се, могу користити и за апсолутно одређивање. Само релативно мали број астрономских опсерваторија у свету располаже оваквим инструментима. Великих пасажних инструмената има 4, великих вертикалних кругова 6, а меридијанских кругова с отвором од 15 и више центиметара 48.

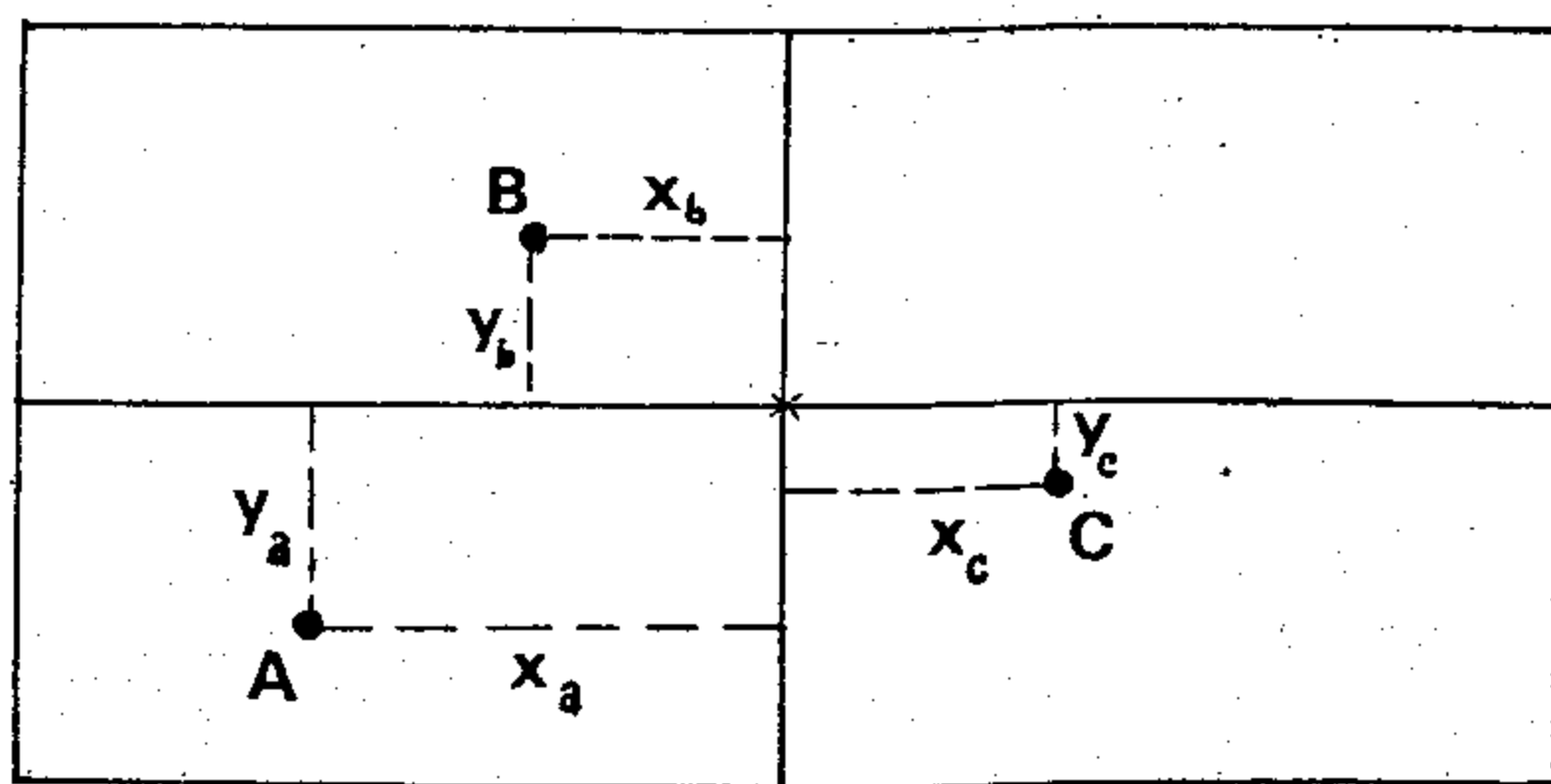
Трудним радом на одређивању екваторских координата звезда или службом фундаменталне астрометрије бави се мали број астрономских опсерваторија на свету. Међу њима су најпознатије: Пулковска, Гриничка и Вашингтонска на северној и Кептаунска на јужној Земљиној полулопти. Највећу тачност је достигла у овим радовима Пулковска опсерваторија, која се њима бави још од свог оснивања 1839. године, због чега ју је велики амерички астроном Њукомб назвао астрономском престоницом света.

Астрономска опсерваторија у Београду последњих година све више се оријентише на фундаменталну астрометрију због потпуности своје опреме за ову врсту радова.

Тежња да се повећа тачност одређивања звезданих координата изазвана савременим научним и практичним потребама истакнута је у параграфу 81, а савремени инструменти који имају претензије за високом тачношћу приказани су у параграфу 67.

81. Појам о астрографском одређивању екваторских координата. — Релативно одређивање само приближних екваторских координата, но за врло велики број звезда, у циљу састављања великих звезданих прегледа, вршило се прошлога века малим екваторијалима, који су прецизно ректификовани, тако да су се могли на круговима оваквих ректификованих инструмената непосредно читати екваторске координате визираних звезда (в. параграф 65). Радовима на оваком релативном одређивању екваторских координата звезда истакла се Астрономска опсерваторија у Бону.

Од почетка овог века са успехом се за релативно одређивање екваторских координата за овакве велике звездане прегледе, па и



Сл. 132. Одређивање положаја једне звезде (у координатном почетку) у односу на положаје познатих звезда А, В, С на фото-плочи

каталоге довољно високе тачности, употребљава астрограф (в. параграф 66. и сл. 111.). Ако су на плочи познате нпр. три звезде А,

В и С (сл. 132), са својим екваторским координатама, а све остале непознате и ако је једна од ових последњих Σ , онда се под микроскопом измере разлике у правоуглим координатама између непознате и познатих звезда (x_A, y_A), (x_B, y_B) и (x_C, y_C). Затим се ове разлике претворе у разлике екваторских координата. Алгебарским додавањем ових последњих разлика на координате познатих звезда добија се онда онолико парова координата (α, δ) непознате звезде од колико се познатих звезда пошло, па се затим узимају за дефинитивне средње изравнате вредности.

Радовима на фотографском (астрографском) одређивању екваторских координата звезда истакле су се астрономске опсерваторије у Казану, Хелсинкију, Готи, Бону, Линду, Лајдену, Кембриџу, Берлину, Лајпцигу, Страсбургу, Олбенију, Харварду, Тулузи, Бордоу, Паризу, Алжиру, Бриселу, Такубаји, М. Паломару и др.

82. Посматрачки звездани каталози. — Познавање звезданих координата и сопствених кретања од великог је теоријског и практичног значаја у свима гранама астрономије и у наукама које их примењују. Без њега се не може ни замислити одређивање, одржавање и преношење тачног времена, одређивање географских координата и азимута праваца на Земљи у циљу изучавања њена тачна облика и димензија, као и у циљу израде тачних и правилно оријентисаних планова и карата. Без њега се не може вршити далека прекоморска ни ваздушна пловидба. Не могу се одређивати тачни положаји ни кретање планета, планетоида, комета и других небеских тела у циљу подробног упознавања Сунчевог система. Не могу се испитивати ни грађа ни динамика нашег Звезданог система, нити се могу решавати најсуптилнији проблеми небеске механике везани за тз. *инерцијски координатни систем* у односу на који се изучавају сва кретања небеских тела.

Израда подробних табличних прегледа звезданих координата и сопствених кретања, тз. *звезданих каталога* одређивањем екваторских координата звезда из прецизних астрономских мерења предмет су важне астрономске гране — *фундаменталне астрометрије*.

Значај потребе систематског одређивања звезданих координата и састављања звезданих каталога увиђали су још антички астрономи. Из сачуваних старих списа познато је да су се овим радовима бавили грчки астрономи *Аристил* и *Тимохарис* у IV в. пре н. е., као и највећи практични астроном старог века *Хипарх* у II в. пре н. е. Најстарији звездани каталог који нам је у целини сачуван то је *Птолемејев каталог*, који се налази у његовом главном делу *Алмагест*, рађен за епоху 138. г. н. е. Исто су тако познати из средњег века и из доба Обнове каталози *Улуг-Беков*, за епоху 1437,5, *Ротманов*, за епоху 1954^{15.34} г., *Тихо-Брахеов*, за епоху 1601. г. и два *Хевелијусова*, за епоху 1661. и 1701. г.

Сви су они израђени на основи мерења извршених разним угловним инструментима којима се визирало слободним оком, без дурбина. Први звездани каталог састављен из мерења астрономским *дурбином* дао је 1678. *Халеј*. Највећу тачност од око 1' достигао је *Тихо-Брахе*.

Са употребом астрономског дурбина, а нарочито после *Ремера* проналаска пасажног инструмента и меридијанског круга 1689. г. број каталога, а и њихова тачност, нагло расту превазилазећи данас 1 000 каталога разних врста и намена.

Научни значај сачували су тек каталози почев од *Бредлијевих* из 1755. г., чија тачност достиже у ректасцензији $\pm 0^s.16$ и у деклиналицији $\pm 1''.3$. Они се понекад и данас користе.

Почев од XIX в. звездани каталози почињу нагло да се приближавају данашњој тачности, која се креће од $\pm 0^s.015$ sec δ до $\pm 0^s.010$ sec δ у ректасцензији и од $\pm 0''.2$ до $\pm 0''.015$ у деклиналицији, нарочито од времена када је *Бесел* поставио егзактну теорију астрономских инструмената, по којој се могу одстранити из мерења главни систематски утицаји који долазе од инструмента. Тачност се затим повећавала с *Вокеровим* проналаском хронографа половином прошлог века и с *Рејсолдовим* проналаском безличног микрометра 1889. г. с бољом организацијом самих мерења и посматрања и с употребом све тачнијих основних астрономских констаната за свођење.

Беселов следбеник у области фундаменталне астрометрије — *Ј. В. Струве*, оснивач Пулковске опсерваторије, први је завео праксу апсолутног одређивања звезданих координата на пасажном инструменту и вертикалном кругу и релативног њиховог одређивања на меридијанском кругу, док су се астрономи на западу за сва одређивања оријентисали на меридијански круг.

По својој тачности познати су *пулковски каталози* рађени из апсолутних одређивања за епохе 1845.0, 1865.0, 1885.0, 1905.0, 1930.0, који су и до данас сачували свој велики значај.

Од нових каталога састављених из релативних одређивања са ослоном на апсолутне каталоге треба поменути: *Каталог реперних звезда*, познат под ознаком *AGK2A*, за велики фотографски каталог Међународног астрономског друштва, који је последњих година обновљен и обогаћен новим звездама и мерењима под ознаком *AGK3R*. Рађен је у међународној сарадњи више астрономских опсерваторија. Од релативних каталога високе тачности поменимо још недавно изишли *Каталог око 3 000 геодетских звезда*, рађен у сарадњи неколико совјетских опсерваторија и намењен потребама геодетске службе.

Од великих визуалних звезданих прегледа поменимо *Аргеландеров Бонски преглед* (BD) из 1903. г. с приближним положајима 324 189 звезда са звезданом картом, а од великих фотографских каталога *Каталог Међународног астрономског друштва* (AG) с положајима око 190 000 звезда на чијој се обнови и сад ради, *Фотографску карту неба* (CC) с положајима преко 300 000 звезда (оба рађена у наше време у међународној сарадњи) и најзад *Маунт-Паломарску карту неба* (MP) с положајима око милијарде звезда, чија се израда приводи крају. Поменимо најзад и *Каталог Смитсонијанске астрофизичке опсерваторије* с положајима и сопственим кретањима 258 997 звезда, изишао 1966. г., израђен на основи података из 54 новија посматрачка и фундаментална каталога.

У наслову сваког каталога даје се име састављача, број звезда и *еквинокциј каталога* или почетак оне *Беселове* године на који се односи положај γ тачке, тј. екваторског координатног система у коме су дати положаји звезда. Овај тренутак назива се још и *епоха каталога* и на њ се свде сви мерени положаји елиминисањем поправака које долазе од рефракције, паралаксе, аберације, прецесије, нутације и сопственог кретања. Свакој звезди намењен је обично по један ред, и то махом на левој страни за податке који се односе на ректасцензију, а на десној за оне који се односе на деклинацију. Звезде су уређене по све већим ректасцензијама и свака има свој редни број, средњу ректасцензију, први, други, а понекад и трећи члан прецесије и сопствено кретање у ректасцензији. Односни се подаци дају и за средњу деклинацију. Место првог и другог члана прецесије често се дају годишња и вековна промена, као збир односног члана прецесије и сопственог кретања. Осим ових главних података даје често и редни број исте звезде у неком ранијем познатом каталогу, често у *BD* каталогу, затим привидна величина, а понекад и спектарски тип звезде, затим број посматрања сваке звезде и средња епоха свих посматрања за једну звезду (тз. *епоха звезде*).

У неким каталозима при свођењу на средњи положај за еквинокциј каталога није примењено сопствено кретање, већ само остали утицаји зато што сва сопствена кретања нису довољно поуздана. При употреби звезданих координата из оваквих каталога, када се оне свде на привидне, сопствено кретање не треба рачунати од епохе каталога, него од епохе посматрања саме звезде. Код фундаменталних каталога, о којима ће бити речи у наредном параграфу, и који се најчешће користе, епохе посматрања звезда поклапају се са епохом каталога.

Најзад се у неким каталозима дају за ректасцензију и деклинацију сваке звезде и средње квадратске грешке изведене из дисперсија њених посматрања из чијих су средњих вредности изведене њене координате. Оне служе као мерило унутрашње тачности одређених координата. Међутим и поред високе унутрашње тачности неких каталога примећена су још пре једног века систематска одступања њихових координата од координата истих звезда у другим каталозима, иако су оне сведене на исту епоху. Тако се дошло до сазнања о знатно нижој спољашњој тачности звезданих положаја. Почеле су се одређивати систематске грешке каталога (в. параграф 84).

83. Фундаментални звездани каталози. — Фундаменталним звезданим каталогом назива се каталог изведен из више посматрачких, рачунским путем у циљу веће тачности положаја и сопствених кретања звезда но што је даје сваки посматрачки каталог посебно. За ову операцију још нема опште егзактне теорије, већ се она врши на разне начине, према схватањима аутора. Заједничке карактеристике овог великог рачунског рада су:

1^о. Одабирање каталога који се много не разликују по тачности звезданих координата с обзиром на доба када су рађени и на инструменте и методе којима су одређивани положаји звезда.

2^o Утврђивање тежине сваког појединог каталога с обзиром на унутрашњу тачност њихових положаја, на епоху када је каталог рађен, инструмент којим су мерења вршена, с обзиром на посматрача, на основне астрономске константе са којима је спроведено свођење, итд.

3^o Избор заједничких звезда у свима одрабраним каталозима.

4^o Анализа и одстрањивање систематских грешака појединих каталога међусобним упоређењем положаја истих звезда у разним каталозима, пошто су сведени на исти екваторски, одн. епоху.

5^o Образовање средњих вредности од координата сваке звезде узимајући у обзир њене положаје из свих каталога сведене на исти екваторски, одн. епоху, и ослобођене познатих систематских грешака.

6^o Оцена унутрашње тачности овако добивених нових положаја, и

7^o Извођење систематских разлика између координата у новом и у главним ранијим каталозима.

Сваки фундаментални звездани каталог укупношћу својих звезданих положаја и сопствених кретања практично реализује један одређени екваторски координатни систем. Зато се често у том смислу говори и о *фундаменталним системима*. Овако реализован координатни систем у коме су дати положаји звезда практично је најближи *инерцијском координатном систему* у коме се изучавају кретања небеских тела у небеској механици, а за потребе праксе даје најтачније координате звезда. Најчешће се у пракси користе фундаментални звездани каталози, одн. онај између њих који је међународним договором усвојен као званични за све радове. У овим каталозима екваторски, одн. епоха каталога поклапају се са епохама звезда, јер су сви средњи положаји звезда сведени на екваторски каталога не само применом утицаја прецесије, нутације и аберације, већ и сопственог кретања од тренутка посматрања сваке звезде до епохе каталога.

Прву идеју о прелазу с једног звезданог каталога на други и о образовању фундаменталног каталога рачунским путем дао је *Бесел* у свом чувеном делу *Tabulae Regionum Montanae* коме се послужио *Бредлијевим* и сопственим положајима истих звезда посматраних у размаку од око 100 година. На овим проблемима су затим радили *Леверије*, *Њукомб*, *Ауверс*, *Луис Бос*, *Петерс*, *Ајхелбергер* и др. Њихови су фундаментални каталози сви данас само од историјског значаја и од значаја за оне који се данас оваквим радовима баве, зато се на њиховом постанку и опису нећемо задржавати.

Потребно је, међутим, задржати се на двама савременим фундаменталним каталозима који су данас у општој употреби. То су:

1^o *Конфов Трећи фундаментални каталог* (*Dritter Fundamental-Katalog des Berliner Astronomischen Jahrbuchs*) опште познат под ознаком *FK3* (у два дела, изашао 1937. г. и 1938. г.). Он садржи средње положаје 1535 звезда израчунате за две епохе: 1925.0 и 1950.0. Положаји су изведени из 77 каталога с посматрањима кроз неких 85 година. Он представља поправљени *Петерсов Други фундаментални*

каталог (NFK) и 1940. г. је због високе тачности положаја и сопствених кретања усвојен за међународни.

2° Општи каталог Бенџамина Боса (*General Catalogue of 33 342 Stars for the Epoch 1950,0 prepared at the Dudley Observatory Albany, New-York, by Benjamin Boss*), познат под ознаком GC, изашао је 1936. г. Састављен је из 238 каталога, почев од Бредлијевих до оних из 1925. године. Мада састављен из тако великог броја каталога, због њихове нехомогености нешто је ниже тачности од FK3, али се зато одликује далеко већим бројем звезда, које задовољавају шире потребе. Зато се често примењује кад FK3 не пружа довољно звезда. Међутим, на крају каталога FK3 дате су таблице које повезују ова два фундаментална система, као што ће у наредном параграфу о овоме бити више говора.

На крају треба поменути још *Морганов каталог N30*, *Каталог сјајних звезда* (њих 2 957 са северног неба), који је издала 1948. г. Пулковска опсерваторија и нарочито *Фундаментални каталог за Каталог слабих звезда*, који су планирали совјетски астрономи, а на коме се сада ради на широј, међународној сарадњи. Каталог слабих звезда ће садржати положаје и сопствена кретања око 20 000 звезда од 7,5—9,0 привидне величине и представљаће најзначајнији прилог фундаменталне астрометрије до данас. Поред великог броја звезда, то ће бити звезде најмање удаљене 150 парсека од Сунца, које се због своје мале привидне величине веома прецизно посматрају. За 930 звезда биће одређене координате апсолутним методама, а остале ће бити за њих везане релативним одређивањем на већем броју опсерваторија. Из овако добивених координата, узмеће се средње вредности. Посебним посматрањима овај нови каталог биће везан за FK4. Но од нарочитог су значаја две сасвим нове његове карактеристике: положај екватора и γ тачке у новом систему неће бити одређени из посматрања Сунца, већ из далеко прецизнијих посматрања низа одабраних малих планета чија су кретања довољно тачно утврђена. Сем тога, сопствена кретања звезда биће изведена употребљивањем у две етапе положаја његових звезда са положајима низа тачкастих веома удаљених вангалактичких маглина, које можемо сматрати за апсолутно непомицне на небеској сфери, јер због своје удаљености немају мерљивих сопствених кретања ни кроз више хиљада година. Како по тачности положаја, тако и сопствених кретања, а исто тако и по природи одабраних звезда, овај ће каталог послужити да се реши низ крупних, још отворених проблема звездане астрономије.

Поменимо напослетку да је у току 1962. г. завршен и прерађен каталог FK3, чија је тачност знатно повишена узимајући у рачун и посматрачке каталоге израђене после 1925. г., па све до данас, са савременом опремом меридијанских инструмената. Овај каталог под ознаком FK4, употребљава се због своје високе тачности од 1963. године као међународни.

84. Систематске грешке каталога. — Већ приликом првих радова на изради фундаменталних каталога, када су се по природи посла морали употребљавати положаји истих звезда из разних каталога (*Бесел, Њукомб, Ауверс*), запажено је да се координате једне

исте звезде, узете из разних каталога, иако сведене на исту епоху, разликују међу собом више но што допуштају средње случајне грешке њених координата. Када је по разним критеријумима оцењена и потврђена њихова систематичност, почеле су се одређивати систематске разлике или систематске релативне грешке положаја у звезданим каталозима помоћу којих се може прећи са координатног система који реализује један каталог на систем другог каталога и тако сви радови свести на један исти координатни систем.

Кад би разлике у координатама истих звезда у два каталога долазиле само од случајних посматрачких грешака, добивене би средње вредности ових разлика морале тежити нули с повећањем броја звезда, што није случај. Исто тако с променом α или δ ове разлике не би показивале никакву правилну промену, што такође није случај.

Ако начинимо систематске разлике $\Delta\alpha$ и систематске разлике $\Delta\delta$ истоимених средњих координата за заједничке звезде, пошто смо претходно координате свели на исти екваторијални епоху, и ако их поделимо у групе, на пример по деклинацијама од $0^\circ - 10^\circ$, $10^\circ - 20^\circ$, $20^\circ - 30^\circ$, ..., запазићемо да се оне правилно и непрекидно мењају од групе до групе. Ако сад из координата једног каталога елиминишемо ову систематску грешку која зависи од деклинације, па поново образујемо систематске разлике $\Delta'\alpha$ и $\Delta'\delta$, али овај пут их уредимо по ректасцензији, видећемо да се оне такође правилно и непрекидно мењају.

Тако се дошло до закључка да се и систематске разлике у ректасцензији $\Delta\alpha$ и оне у деклинацији $\Delta\delta$ састоје из по две компоненте, од којих једна зависи од ректасцензије, а друга од деклинације, тј. да се може написати

$$\begin{aligned}\Delta\alpha &= \Delta\alpha_\alpha + \Delta\alpha_\delta \\ \Delta\delta &= \Delta\delta_\alpha + \Delta\delta_\delta\end{aligned}\tag{408}$$

Гил је 1878. г. открио и трећу компоненту ових систематских разлика $\Delta\alpha_m$ и $\Delta\delta_m$ која зависи од привидне величине. При том је $\Delta\delta_m$ занемарљиво мало, а $\Delta\alpha_m$ се може одстранити ако се све звезде подесним прибором при посматрању сведу на једну исту, довољно малу привидну величину. Како се у новије време ова посматрања врше на тај начин, то се данас компоненте $\Delta\alpha_m$ и $\Delta\delta_m$ занемарују.

Напоследку треба рећи да су истоврсне систематске разлике утврђене и при упоређивању сопствених кретања истих звезда из два разна каталога, тј. да је

$$\begin{aligned}\Delta\mu_\alpha &= (\Delta\mu_\alpha)_\alpha + (\Delta\mu_\alpha)_\delta, \\ \Delta\mu_\delta &= (\Delta\mu_\delta)_\alpha + (\Delta\mu_\delta)_\delta,\end{aligned}\tag{409}$$

Систематске грешке каталога долазе од систематских грешака посматрања при одређивању звезданих координата. Брижљивим ана-

лизама посматрања утврђено је да систематска грешка типа $\Delta\alpha_\alpha$ долази од систематске промене часовникова хода, како дневне, тако и годишње (сезонске), везане за периодичну промену метеоролошких услова (температура, притисак, влажност, ветар, падавине, ...), у току дана и ноћи и кроз годишња доба. На сличан начин ови услови утичу и на сам инструмент, па и на промену личне грешке посматрача. Извори систематске грешке $\Delta\alpha_\delta$ су неправилности крајева обртне осовине инструмента, њена флексија, бочна рефракција, бочно осветљавање коначца у микрометру, као и промене колимације са зенитном даљином. Овде улази и систематска грешка у положају γ тачке. Систематска грешка типа $\Delta\delta_\alpha$ долази од истих узрока као и грешка $\Delta\alpha_\alpha$, углавном од утицаја и дневног и годишњег колебања температуре на инструмент. У ову грешку затим улази и нетачно обрачунат утицај промена географске ширине на деклинацију. Најзад, систематска грешка типа $\Delta\delta_\delta$ долази од нетачног познавања праве рефракције, од аномалија рефракције, од грешака кружне поделе, од флексије круга и дурбина и, најзад, од личних грешака посматрача.

Анализа систематских грешака каталога је веома суптилна и представља читаву једну научну област фундаменталне астрометрије, која још стоји отворена са многобројним и разноврсним проблемима од велика значаја и за теорију и за праксу.

85) Фундаменталне астрономске константе. — Као што смо у основима сферне астрономије видели, да би се са мерених координата могло прећи на геоцентричне или хелиоцентричне и да би се могла упоређивати посматрања извршена у разна времена, морамо познавати брзину светлости, димензије и облик Земље, Земљину даљину од Сунца, параметре аберације, прецесије и нутације, као и масе Земље, Сунца, Месеца и великих планета, јер поремећаји у Земљину кретању око Сунца и у положају њене обртне осовине зависе пре свега од маса Месеца и великих планета. Све ове величине, које играју основну улогу у астрономији и без којих се не могу сводити посматрања која су у астрономији основа за извођење свих закључака и проверавање теорија које се веома мало мењају у току времена, називају се *фундаменталне астрономске константе*. Њихова структура и међусобне везе предмет су специјалног курса сферне астрономије, а методе њиховог одређивања предмет специјалног курса практичне астрономије. У оквиру курса опште астрономије поменимо само да су оне преко две стотине пута досад одређиване са све већим степеном тачности. Њихов систем, који је израдио С. Њукомб, 1895. г. био је уведен као званичан на Међународној конференцији за фундаменталне астрономске константе у Паризу 1896. г. и доскора је служио за све астрономске радове.

Свакодневно повећање тачности астрономских мерења са увођењем електронике у астрономске апаратуре и уопште са усавршавањем астрономских инструмената, омогућило је да се и фундаменталне астрономске константе одреде данас са повишеном тачношћу. Тако је на XII конгресу Међународне астрономске уније у Хамбургу 1964. г. усвојен као званичан следећи систем фундаменталних астрономских констаната:

1⁰ Дефиниционе константе

1. Тропска година (1900) у ефемеридским секундама $S = 31\,556\,925,9747$
2. Гаусова константа гравитације $k = 0.017\,202\,098\,95$

2⁰ Примарне константе

3. Астрономска јединица у метрима $a = 149\,600 \times 10^6$
4. Брзина светлости у метрима у секунди $c = 299\,792,5 \times 10^3$
5. Земљин екваторски полупречник у метрима $a_e = 6\,378\,160$
6. Однос маса Месеца и Земље $\mu = 1/81,30$
7. Општа прецесија у лонгитуди на тропски век (1900) $p = 5025'',64$
8. Нагиб еклиптике $\epsilon_0 = 23^\circ 27' 08'',26$
9. Константа нутације $N = 9'',210$

3⁰ Изведене константе

10. Сунчева паралакса $\pi_{\odot} = 8'',795$
11. Астрономска јединица у светлосним секундама $\tau_a = 499,012$
12. Константа годишње аберације $k = 20'',496$
13. Земљина спљоштеност $f = 1/298,25$
14. Однос Сунчеве и Земљине масе $S/E = 332\,958$
15. Велика полуоса Месечеве путање у метрима $a_{\zeta} = 384\,400 \times 10^3$

4⁰ Маса планета изражене Сунчевом масом

- | | | | |
|-----------------------------|-------------|----------------------|-----------|
| 16. Меркур | 1/6 000 000 | 21. Сатурн | 1/3 501,6 |
| 17. Венера | 1/408 000 | 22. Уран | 1/22 869 |
| 18. Земља + Месец | 1/329 390 | 23. Нептун | 1/19 314 |
| 19. Марс | 1/3 093 500 | 24. Плутон | 1/360 000 |
| 20. Јупитер | 1/1 047,355 | | |

Г л а в а т р е ћ а

ОСНОВЕ ТЕОРИЈСКЕ АСТРОНОМИЈЕ

У основима сферне астрономије изучили смо привидна кретања Сунца, Месеца и планета и њихове последице. Видели смо како је настао *Птолемејев* и други геоцентрични системи који су астрономијом владали све до ренесансе.

У основима практичне астрономије упознали смо се са основним методама за одређивање положаја небеских тела астрометријским инструментима.

У овој глави ћемо се упознати са настанком нове ере у астрономији, са преласком са изучавања *привидних* на изучавање *правих* кретања небеских тела. Видећемо како је са *Коперником* и *Кеплером* никла једна нова грана астрономије — теоријска астрономија.

А. ТРАНСЛАТОРНО КРЕТАЊЕ

У овом одељку упознаћемо се са принципима по којима се данас у теоријској астрономији решавају два основна задатка:

1^о из посматраних (мерених) положаја израчунати путању планете и

2^о из путањских елемената израчунати положај ^{дефекције} (геоцентричне небеске екваторске координате) једне планете за сваки жељени тренутак у прошлости и будућности — израчунати ефемериду планете.

(86) Коперников хелиоцентрични систем света. — У доба ренесансе стари грчки списи беху допрли до средње Европе и беху преведени на европске језике, па је почео да васкрсава и *Аристархов* поглед на свет. Својим бесмртним делом *De revolutionibus orbium coelestium*, 1543, пољски астроном Никола Коперник поставио је основе нашег данашњег хелиоцентричног система. По њему Земља врши три разна кретања:

1. Дневно обртање око своје осовине са запада на исток, услед кога настаје привидно дневно обртање целе небеске сфере са истока на запад.

(2. Годишње обилажење (транслаторно кретање) Земљино око Сунца са запада на исток, услед кога настаје привидно годишње кретање Сунца у истом смеру.

(3) Конично кретање Земљине осовине око нормале на равни еклиптике у супротном смеру од прва два Земљина кретања. (*прецесија*)

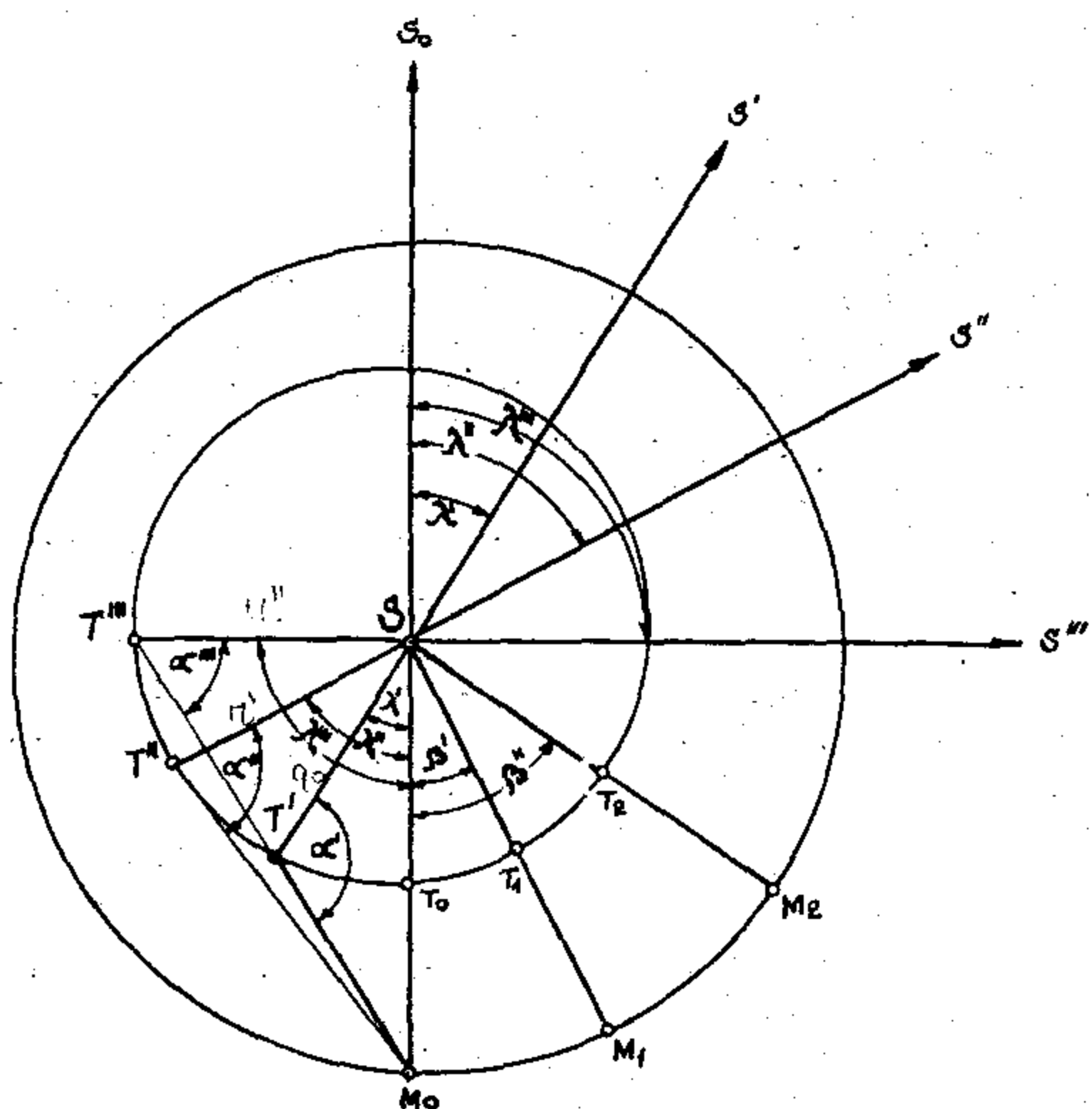
Остале планете обилазе око Сунца на различитим даљинама, док се звезде налазе на тако великим удаљеностима, да је њихово привидно (тзв. паралактичко) померање, које настаје као последица Земљина кретања око Сунца, немерљиво мало.

Иако су егзактни докази за Земљино обилажење око Сунца нађени тек знатно доцније, кад је проучена појава аберације светлости (в. § 47) и усавршењем астрономских инструмената омогућено откриће годишње паралаксе звезда (в. § 45), већ је сам *Коперник* свој хелиоцентрични систем подупро врло јаким посредним доказима. Поред¹ Сунчеве величине за то су га определиле и друге чињенице: ²да се *Меркур* и *Венера* никада на небеској сфери не удаљавају много од Сунца, ³да су све планете привидно највеће и најсјајније кад су у опозицији, тј. кад им се геоцентрична лонгитуда разликује од Сунчеве за 180° и др. ⁴Најјачи је доказ био, међутим, у томе што су се сложене привидне путање планета на небеској сфери, чије је објашњење у геоцентричном систему било врло сложено и увек доводило до неслагања између посматраних и рачуном предвиђених положаја, дале у хелиоцентричном систему просто објаснити.

Када је *Галилеј* 1609. и 1610. г. извршио прва посматрања новим моћним оруђем астрономске науке — дурбином, *Коперников* хелиоцентрични систем добио је своју прву опипљиву научну потврду. *Галилеј*, наиме, беше открио да планете показују мене сличне Месечевим, што је једино могуће ако обилазе око Сунца. ²Затим је открио четири Јупитерова сателита и њихово обилажење око планете, што је говорило да Земља није једини центар свих кретања. ³Открио је затим да на Месецу има планина и премерио њихове висине, што је говорило да није једина Земља која се одликује овим карактеристикама и најзад извршио још читав низ открића која су ишла у прилог *Коперниковом* хелиоцентричном систему. Своја открића и њихово тумачење у одбрани у оно време од цркве угрожене *Коперникове* науке *Галилеј* је на занимљив начин изнео у својој чувеној расправи *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo, Tolemaico e Copernicano* (1632.), која га је извела пред суд инквизиције и изложила доживотном прогонству. Нешто пре њега због одбране сличних погледа спаљен је жив филозоф *Бордано Бруно*, но каснија открића и радови, а нарочито *Кеплерови* и *Њутнови* дали су за право *Коперниковом* систему, који је и данас у основи астрономске науке. Са њим се прешло са изучавања привидних на изучавање правих кретања небеских тела — никла је једна нова грана астрономије — теоријска астрономија.

(87.) **Право Земљино годишње кретање око Сунца. Извођење Кеплерових закона из посматрања.** — Велики дански астроном *Тихо Брахе* беше у последњој четвртини XVI в. извршио на својој знаменитој опсерваторији „Ураниенборг” велики број одређивања положаја Сунца, Месеца и планета, а нарочито Марса, и то са дотле недоступном тачношћу, која је достизала $1'$. Његов млади сарадник *Јохан Кеплер*, који је од њега био наследио овај посматрачки материјал, утрошио је 18 година истраживачког рада да открије законитости у кретању планета, па и Земље. При том је он пошао од претпоставке да се ова кретања врше онако како је тврдила *Коперникова*

теорија и своја испитивања започео на Марсовој путањи која је нагнута само $1^{\circ}51'$ према равни еклиптике (раван слике 133.).



Сл. 133. Извођење првог Кеплеровог закона

¹⁰ *Извођење првог Кеплеровог закона.* Да бисмо приказали како је Кеплер из посматрања извео своје знамените законе планетског кретања, уочимо у тој равни Земљину и Марсову путању око Сунца S са њиховим полазним положајима T_0 и M_0 у једној Марсовој опозицији са Сунцем. Пошто се Земља, као што посматрања показују, креће брже од Марса, то док он обиђе своју путању и врати се у тачку M_0 , Земља своју обиђе скоро двапут и дође у положај T' . Из истог разлога после наредног Марсовог повратка у M_0 Земља ће стићи у T'' , после још једног у T''' итд. Угловима α' , α'' , α''' . Кеплер је располагао, јер они нису ништа друго до разлике геоцентричних лонгитуда Сунца и Марса, а ми смо већ видели како се лонгитуде могу израчунати из посматрања. Углови пак, λ' , λ'' , λ''' , били су му такође познати из мерења, јер они, као што се и са слике лако види, нису ништа друго до разлике геоцентричних лонгитуда Сунчевих одређених из Земљиних положаја T_0 и T' , односно T_0 и T'' , T_0 и T''' итд. Кеплер је зато могао из ових углова да израчуна стране r_0 , r' , r'' , односних троуглова, које нису ништа друго до радијус-вектори Земља-Сунце у функцији једне средње Земљине даљине r од Сунца. Са радијус-векторима r_0 , r' , r'' , ... и централном угловима λ' , λ'' , λ''' , могао је он конструисати у извесној размери Земљину путању око Сунца и испитати њен геометријски облик. Пошто је то учинио и за Марсову путању, могао је одредити и њен облик, а даљине Марса изразити средњом Земљином даљином од Сунца. Тако је он дошао до свог првог закона планетских кретања: Планете описују око Сунца елиптичне путање; у заједничкој жижи тих елипса

налази се Сунце. Савременим математичким језиком он се изражава поларном једначином елипсе

$$r = \frac{p}{1 + e \cos v}, \quad (410)$$

где је r — радијус-вектор планете, нпр. Земље, v њена права аномалија или поларни угао рачунат од перихела, тј. од правца најмање Земљине даљине од Сунца, p параметар, а e ексцентричност њене еклиптичне путање око Сунца.

2^о Извођење другог Кеплеровог закона. После дугогодишњих покушаја и после многих узалудних напора Кеплер је исто тако утврдио правилност приказану за Земљу таблицом 15, где ознаке r и λ имају раније значење.

Таблица 15.

Датум	r^2	$r^2 \Delta \lambda$
2. I	0,9669	3548
2. II	0,9710	3547
2. III	0,9821	3547
2. IV	0,9990	3547
2. V	1,0157	3548
2. VI	1,0287	3548
2. VII	1,0337	3548
2. VIII	1,0300	3547
2. IX	1,0181	3547
2. X	1,0018	3547
2. XI	0,9847	3547
2. XII	0,9720	3547

Непроменљивост израза $r^2 \Delta \lambda$ формулисао је Кеплер у виду свог другог закона: Радијус-вектор Сунце-планета описује у једнаким временским размацама једнаке површине. Он показује и како се планете, па и Земља, крећу по својим путањама око Сунца. Данас се он представља изразом

$$\frac{1}{2} r^2 \frac{dv}{dt} = c, \quad (411)$$

где r и v имају раније значење.

У њему је $\frac{1}{2} r^2 dv$ површина бесконачно уског троугла између два

радијус-вектора и лука елипсе, а $\frac{1}{2} r^2 \frac{dv}{dt}$ тзв. секторска брзина кре-

тања Земљина, одн. планетина, по елипси око Сунца, која је по овом закону стална. Оба закона Кеплер је објавио у свом знаменитом делу *Astronomia nova* ... 1609. г.

3^о Извођење трећег Кеплеровог закона. Но још дуго година он је вршио даље безуспешне покушаје да пронађе заједничку законитост која повезује међу собом кретања свих планета око Сунца, а коју је он наслућивао и назвао „хармонијом света”. Најзад је дошао до односа приказаних у доњој табlici за све онда познате планете, у којој је а велика полуосовина путање изражена у средњој даљи-

ља Месечеву лонгитуду на путањи, тј. његово угловно одстојање од узлазног чвора надовезано на лонгитуду овог чвора или лук OL на сл. 134. и она се може добити из троугла NLL' по обрасцу

$$\operatorname{tg}(L_{\zeta} - \Omega) = \frac{\operatorname{tg}(\lambda - \Omega)}{\cos i} \quad (413)$$

d_{ζ} представља релативну Месечеву даљину од Земље када се узме за јединицу једна његова средња даљина d_0 , која одговара средњој вредности Месечева привидна полупречника $R_0 = 15'35''.89$, тако да је

$$d_{\zeta} = \frac{\frac{1}{R_{\zeta}}}{\frac{1}{R_0}} = \frac{R_0}{R_{\zeta}} \quad (414)$$

Због малог нагиба i Месечеве путање према еклиптици, L_{ζ} се разликује од λ_{ζ} највише за неколико уловних минута.

Ако у равни привидне Месечеве путање узмемо Земљино средиште за координатни почетак и с поларним координатама L_{ζ} у извесној размери конструишемо праве Месечеве положаје према Земљи, добићемо за његову праву путању око Земље елипсу с вели-

ком полуосовином $a = 1.006$, ексцентричношћу $e = \frac{1}{22.5}$ и лонгитудом перигеја $\omega = 95^{\circ}.4$.

Слично Земљиној путањи око Сунца, и Месечева елиптична путања око Земље има своју велику осу или апсидну линију. Њена тачка су перигеј и апогеј, или тачка у којој је Месец најближи Земљи, односно најдаљи од Земље. Месечева се елиптична путања, међутим, знатно више разликује од круга но Земљина. Средња Месечева даљина од Земље износи 384 000 км, а његова средња брзина на путањи само 1 км/сек, па је тако око 30 пута мања од средње брзине којом се Земља креће око Сунца.

Услед тога што је Месечева маса врло мала у поређењу са Земљином и Сунчевом, елементи Месечеве путање брзо се мењају, о чему ће бити више говора у параграфу 113. → (114 стр. 334)

89. Права кретања планета и објашњење њихових привидних кретања Коперниковом теоријом. — Из основних ставова Коперникове теорије хелиоцентричног кретања Земље и осталих планета параграф 86) произишло је не само да планете обилазе око Сунца, већ да у овом њиховом правом кретању нема ни застоја ни ретроградних кретања (петљи). Застоје и ретроградна кретања планета Коперник је објаснио Земљиним кретањем око Сунца, услед кога долази у одређеним међусобним положајима Земље и уочене планете од привидног паралактичког померања планете у супротном смеру од Земљиног правог кретања.

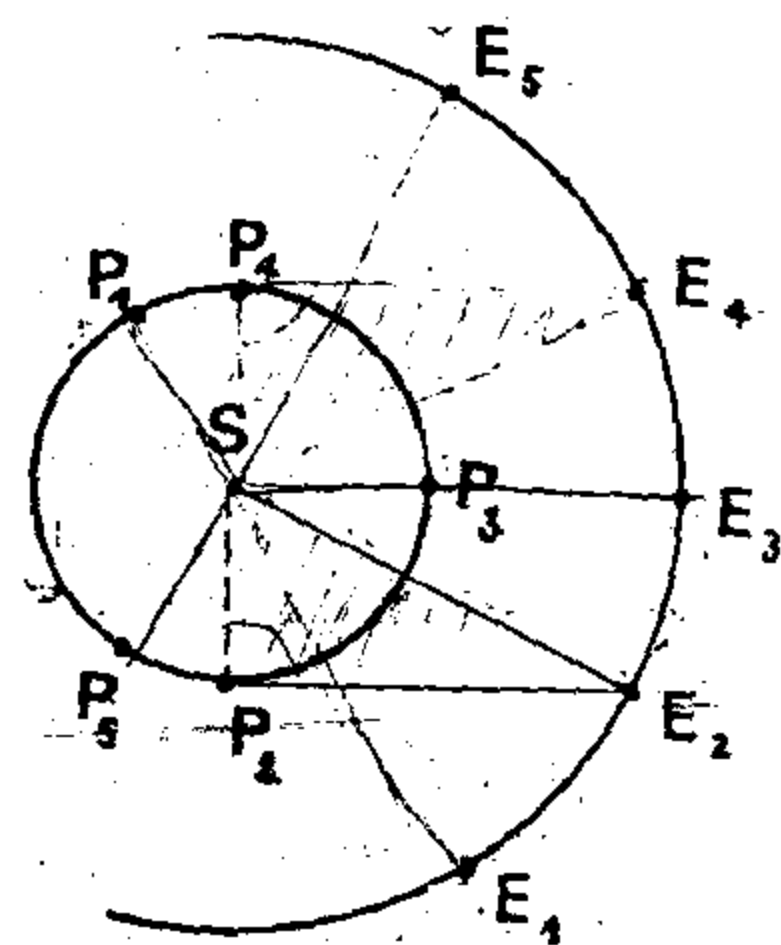
Ако су петље у привидном кретању планета паралактичка појава, њихов уловни полупречник (исправљен за сопствено кретање планета око Сунца) једнак је годишњој паралакси планете π . И уко-

лико је овај угао мањи, утолико планета мора бити даља од Сунца. Кад је измерио ове углове и из њих израчунао даљине планета од Сунца, Коперник је показао да се за даљине планета добивају износи који се слажу са њиховим познатим даљинама. На тај начин је он и егзактно потврдио основне ставове своје теорије, који су са пуном строгишћу, као што смо видели, тек доцније доказани.

Разлику између привидних кретања доњих и горњих планета Коперник је објаснио тиме, што се путање доњих планета налазе у унутрашњости Земљине путање око Сунца, а путање горњих планета обухватају Земљину путању. Зато се прве планете данас још називају и унутрашње, а друге спољашње.

1^о Објашњење привидног кретања доњих (унутрашњих) планета. На сл. 135. P_1, P_2, \dots су положаји планете, а E_1, E_2, \dots положаји Земље у одговарајућим тренуцима. Планета се кре-

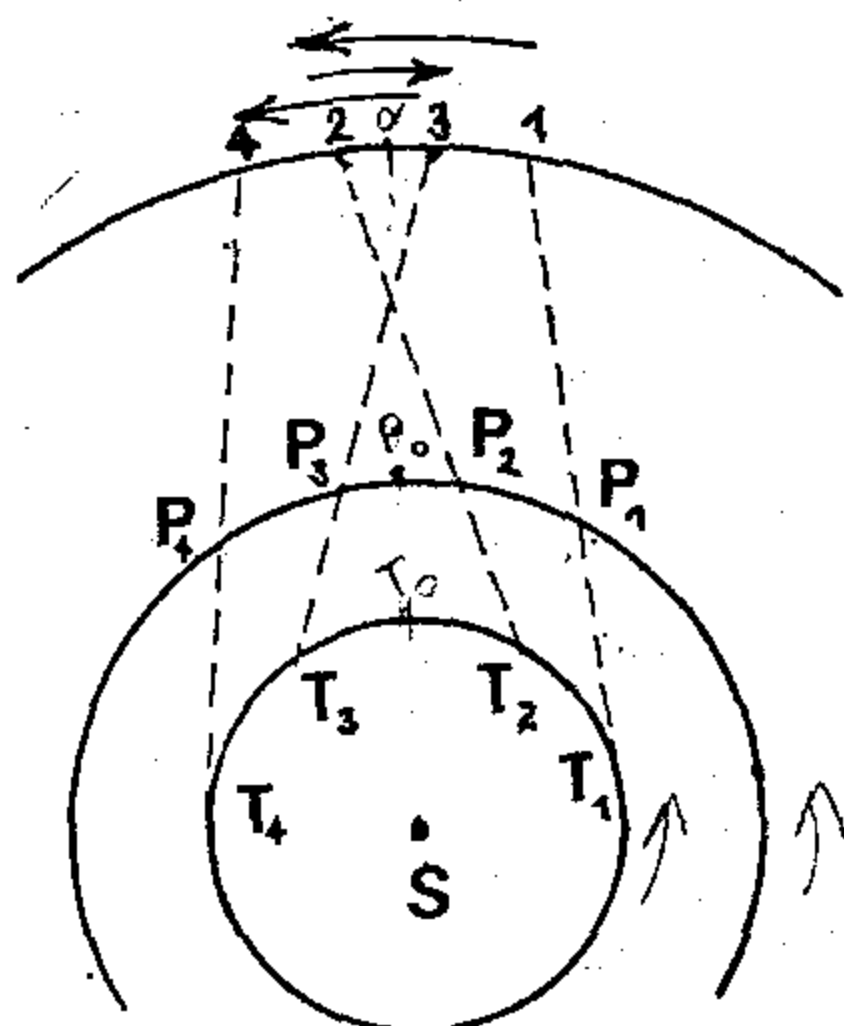
ће на својој путањи око Сунца брже од Земље и обе у директном смеру. Тренутак у коме се Земља налази у E_1 , а планета у P_1 , тачно супротно од Сунца, представља горњу конјункцију планете. После тога планета прелази источно (лево за посматрача са северне Земљине полулопте) од Сунца и све више се помера ка истоку. То је период њене вечерње видљивости. У положају P_2 достиже највећу источну елонгацију (угао SE_2P_2). Тај тренутак наступа када угао SP_2E_2 постане прав. Крећући се даље у директном смеру планета достиже у положају P_3 своју доњу конјункцију, у положају P_4 највећу западну елонгацију, да у положају P_5 поново достигне своју горњу конјункцију, па се затим њено кретање периодично понавља.



Сл. 135. Објашњење привидног кретања доњих планета

Код унутрашњих планета је, према томе, кретање ка истоку заједно са Сунцем у ствари привидно, паралактичко кретање, изазвано правим Земљиним кретањем око Сунца, док њихово кретање час у једну, час у другу страну од Сунца, представља у ствари њихово право кретање око Сунца.

(2^o Објашњење привидног кретања горњих (спољашњих) планета. Нека су на сл. 136. T_1, T_2, \dots узастопни положаји Земље, а P_1, P_2, \dots узастопни положаји спољне планете на њиховим путањама око Сунца. Обе се крећу у директном смеру по својим путањама, и то Земља брже од планете. Са Земље видимо планету пројектовану на небеску сферу на њеној привидној путањи 1, 2, 3, 4. Док се Земља креће по својој путањи од T_1 до T_2 , а планета по својој путањи од P_1 до P_2 , привидно кретање планете по небеској сфери 1, 2 врши се у директном смеру. Док се Земља креће од T_2 до T_3 , а планета од P_2 до P_3 , своје привидно кретање од 2 до 3 вршиће она у ретроградном смеру, да после тога поново пређе у директно кретање. Њени привидни положаји 2 и 3 су тачке застоја, а привидни положај између 2 и 3 одговарао би опозицији планете, тј. њеном најмањем удаљењу од Земље, када се на својој путањи налази супротно од Сунца.



Сл. 136. Објашњење привидног кретања горњих планета

Сл. 136. Објашњење привидног кретања горњих планета

положај између 2 и 3 одговарао би опозицији планете, тј. њеном најмањем удаљењу од Земље, када се на својој путањи налази супротно од Сунца.

За спољну планету је на тај начин кретање центра епицикла са запада на исток у ствари право кретање планете око Сунца, док је њено кретање по епициклу (петљи) с годишњом периодичношћу у ствари само њено привидно, паралактичко кретање, које је последица правог Земљиног годишњег кретања око Сунца.

(3^o Једначина синодичког кретања. Према напред реченом јасно је да и код планета, као и код Месеца, треба разликовати сидеричку од синодичке револуције.

Сидеричка револуција је време обиласка планете по њеној путањи око Сунца (в. о њеном израчунавању ниже), док је синодичка револуција временски размак између две узастопне горње конјункције или две узастопне опозиције планете. Синодичка револуција планете не зависи само од њене сидеричке револуције, већ и од Земљине. Обележимо ли сидеричку револуцију планете са T , синодичку са S и Земљину сидеричку револуцију (сидеричку годину) са E , можемо лако наћи везу између ове три величине. Део синодичке револуције дође планете, који одговара једном дану, није ништа друго до разлика између једнодневнoг угловног померања планете и Земље. С обзиром да угловно померање које одговара пуном периоду износи 360° , то можемо написати

$$\frac{360^\circ}{T} - \frac{360^\circ}{E} = \frac{360^\circ}{S}$$

или

$$\frac{1}{P_T} - \frac{1}{P_E} = \frac{1}{P_{S_{\text{sin}}}}$$

(415)

Ова се веза назива једначина синодичког кретања. За горњу планету биће очигледно ова једначина

$$\frac{1}{E_{\text{sid}}} - \frac{1}{T_{\text{sid}}} = \frac{1}{S_{\text{fin}}} \quad (416)$$

У табелици 17. дате су сидеричке и синодичке револуције планета, луци ретроградног кретања и трајања ретроградног кретања за све планете сем Плутона.

Таблица 17.

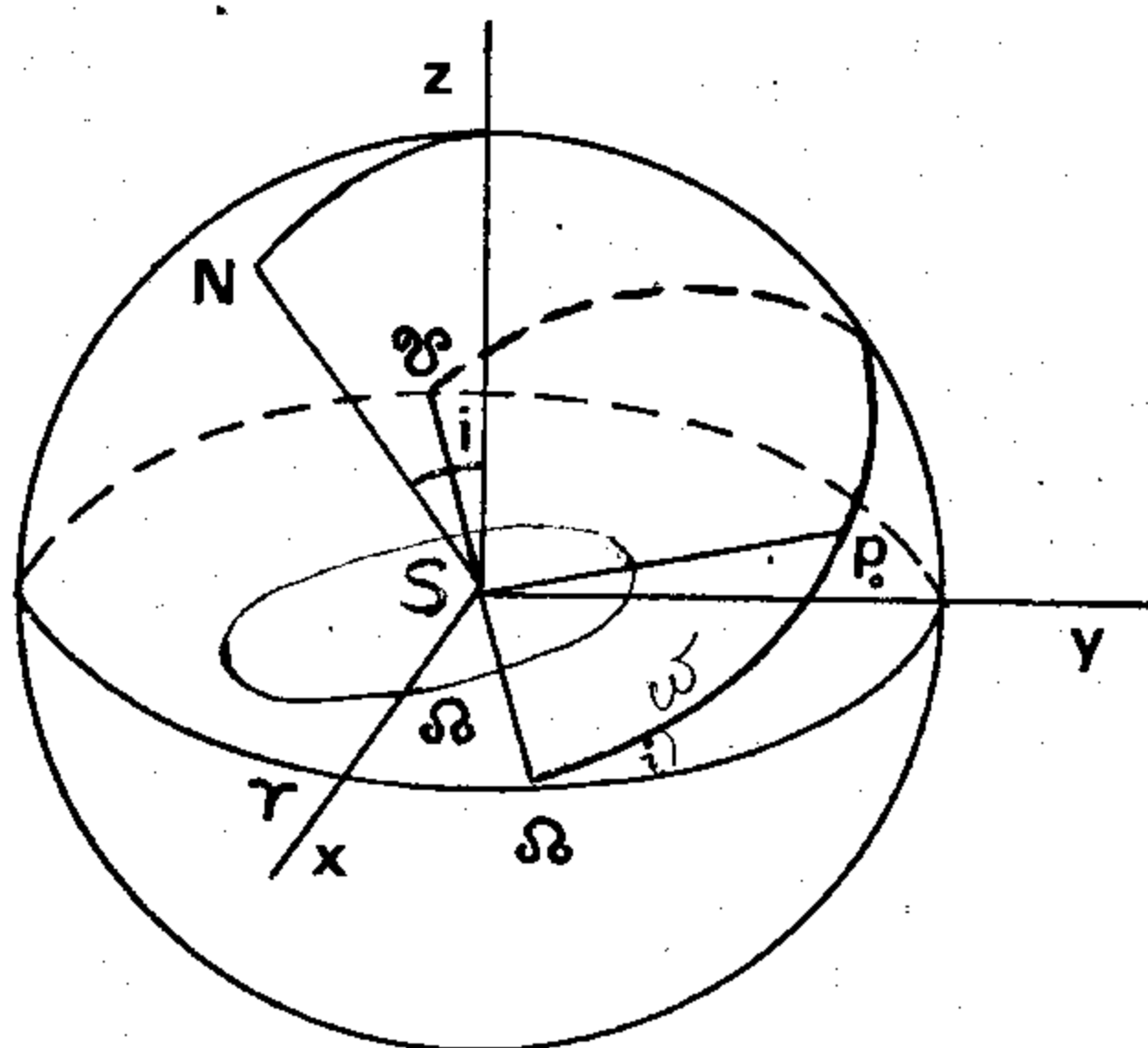
Планета	Сидеричка револуција у сидер. г.	Синодичка револуција	Лук ретроград- ног крет.	Трајање ретроград- ног крет.
Меркур	0,24084	116 ^d	12°	17 ^d
Венера	0,61519	217	16	41
Марс	1,88082	50	16	70
Јупитер	11,86178	34	11	120
Сатурн	29,45660	13	6	137
Уран	84,01209	4	4	151
Нептун	164,78201	2	3	160

90. Елементи планетских путања. — Да би се познавало кретање планете и оно могло пратити потребно је наћи могућност да се израчуна њен положај у сваком жељеном тренутку. Да би се ово постигло мора се познавати путања (орбит) планете.

Елиптична путања планете биће позната ако познајемо, пре свега,¹⁾ положај њене равни,²⁾ затим положај саме путање у тој равни, димензије и облик путање и, најзад, ако смо у могућности да израчунамо⁴⁾ где се планета налази у сваком тренутку на својој путањи. За ово је потребно 6 параметара, који се називају елементи планетске путање.

Ако са Сунца посматрамо привидно кретање планете по небеској сфери, раван њене путање заклапаће са еклиптиком извештан угао i (сл. 137.) који се назива *нагиб равни планетске путање*. Он се креће у границама од 0° до 180°.

Раван планетске путање сећи ће раван еклиптике дуж једне праве, која се назива *линија чворова* планетске путање. Она пробија небеску сферу у двама тачкама, које се називају *чворови планет-*



Сл. 137. Елементи планетске путање

ске путање. Онај чвор кроз који планета пролази кад са јужне прелази на северну небеску хемисферу назива се *узлазни чвор* (Ω). Други се назива *силазни чвор* (γ). Угао који заклапа правац са Сунца ка узлазном чвору са правцем ка γ тачки назива се *лонгитуда узлазног чвора* (Ω), она се мери у смеру кретања планете и креће у границама од 0° до 360° . Елементима i и Ω одређен је положај равни планетине путање у односу на еклиптику.

2) Положај саме путање у њеној равни одређује се углом ω који заклапа правац од Сунца ка перихелу планете са правцем ка узлазном чвору и назива се *лонгитуда перихела на путањи*. Из практичних разлога чешће се место овог угла узима збир углова Ω и ω који се назива *лонгитуда перихела* и обично обележава са π .

3) Димензије елиптичне путање одређују се њеном великом полуосом a , а облик њен ексцентричношћу елипсе e .

4) Да би се још могао одредити положај планете на путањи мора се знати тренутак њеног пролаза кроз перихел t_0 или њена лонгитуда l за једну дату епоху (тренутак) t . $\star [l' \text{ за епоху } t]$

Елементи планетске путање могу се израчунати из три посматрана (довољно размакнута) положаја планете. Једну од првих метода за рачунање елемената планетске путање дао је Гаус 1801. г. Данас има више таквих метода које се изучавају, због своје сложености, у посебним курсевима теоријске астрономије.

У доњој табlici дати су неки подаци о путањама великих планета.

Таблица 18.

Планета	Нагиб	Долгота узлазног чвора	Долгота перихела	Средња долгота	Велика полуоса путање	
					у астр. јед.	у мил. км.
Меркур	7°00'12"	47°30'05"	76°21'59"	20°24'01"	0,387099	57,9
Венера	3 23 38	76 02 59	130 35 10	258 31 50	0,723332	108,1
Земља	0 00 00	—	101 44 12	99 55 39	1,000000	149,5
Марс	1 51 00	49 01 04	334 46 14	276 15 27	1,523688	227,8
Јупитер	1 18 25	39 44 28	13 11 41	68 56 26	5,202803	777,8
Сатурн	2 29 28	113 02 43	91 40 34	273 37 05	9,538843	1426,1
Уран	0 46 22	73 38 28	169 31 47	12 20 01	30,070672	2869,1
Нептун	1 46 35	131 00 31	44 01 07	150 59 03	19,190978	4495,7
Плутон	17 18 48	108 57 16	222 28 34	121 24 14	39,517774	5908,0

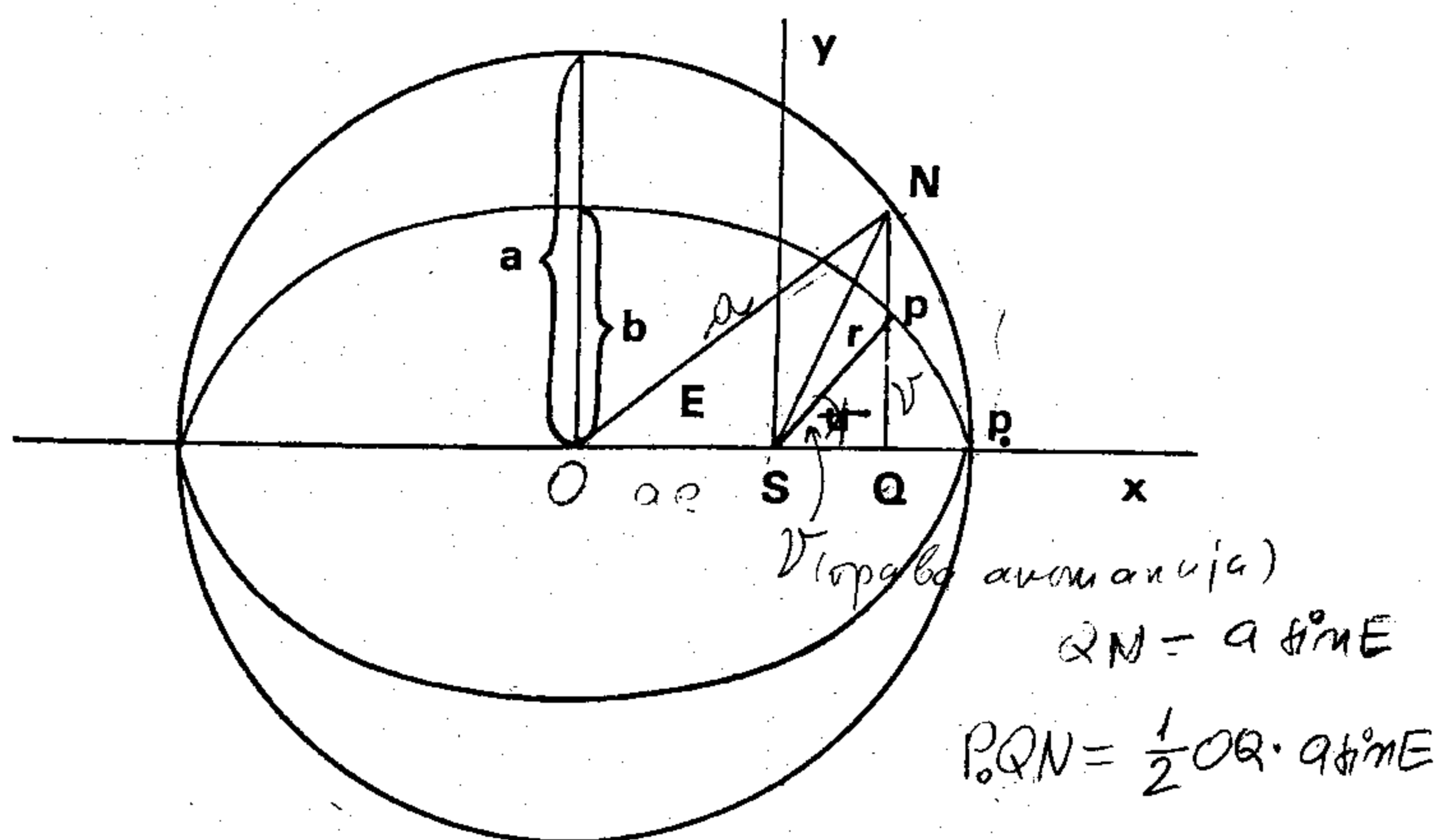
Планета	Ексцентр. путање	Сидеричка револ.		Средње дневно кретање	Сред. брз. на путању у км/сек	Даљина од Земље у мил. км.	
		у сидер. годинама	у сред. данима			нај-мања	нај-већа
Меркур	0,205620	0,24084	87,9693	14732',4199	48,89	82	217
Венера	0,006806	0,61519	224,7008	5767,6698	35,00	40	259
Земља	0,016738	1,00000	365,2564	3548,1928	29,77	—	—
Марс	0,093340	1,88082	686,9797	1886,5186	24,22	56	400
Јупитер	0,048387	11,86178	4332,5879	299,1284	13,07	591	965
Сатурн	0,055786	29,45660	10759,2008	120,4550	9,65	1199	1653
Уран	0,047129	84,01209	30685,93	42,2366	6,80	2586	3153
Нептун	0,008553	164,78201	60187,65	21,5327	5,43	4309	4682
Плутон	0,24684	248,421	90737,2	14,2830	4,74	4303	7517

За оне комете које се крећу параболичким путањама рачунање путањских елемената је простије, јер је увек e једнако јединици, а место велике полуосе a узима се перихелска (најмања) даљина q комете од Сунца. Тако се рачун своди на 5 елемената. Најбољи начин за рачунање кометских путања дао је *Олберс* крајем XVIII века.

91. **Одређивање геоцентричних положаја планете из путањских елемената.** — Ова операција друкчије се назива и рачунање *ефемериде* за планету. Ту се у ствари тражи да се из познатих путањских елемената $i, \Omega, \pi, a, e, t_0$ израчунају њени геоцентрични положаји $(\alpha_1, \delta_1), (\alpha_2, \delta_2), (\alpha_3, \delta_3) \dots$ у једнаким временским размацима, како би се она могла даље посматрати и проучавати.

Рачунање планетине ефемериде врши се у четири етапе. Најпре се из датих путањских елемената израчунају планетине поларне координате у равни њене путање за дати тренутак. Затим се израчунају њене еклиптичке координате у односу на Сунце (хелиоцентричне координате), даље, њене еклиптичке координате у односу на Земљу (геоцентричне координате) и најзад се ове последње претворе у екваторске.

1^о Рачунање поларних координата планете у равни путање. Прва етапа рачунања врши се по Кеплеровој геометријској методи, која се састоји у овоме. Ако се планета креће по елипси, по Кеплеровим законима, њен положај P на путањи у тренутку t може се одредити поларним координатама r и v у односу на Сунце S које је у жижи елипсе. Ове се координате називају радијус-вектор и права аномалија планете (сл. 138). Да бисмо их израчунали увешћемо два помоћна угла E и M . Угао E се назива



Сл. 138. Рачунање поларних координата планете у равни путање

ексцентрична аномалија планете. Његово теме се налази у средишту елипсе, један крак му је уперен ка перихелу, а други ка тачки N која лежи на кругу описаном из средишта елипсе њеном великом полуосом, и то тамо где га пресеца ордината тачке P у правоуглом координатном систему с почетком у S и апсцисном осовином у смеру OP . Угао M се назива средња аномалија планете. Њега би заклапао радијус-вектор планете с правцем ка перихелу, када би се планета кретала по кругу равномерно и то средњом (дневном) брзином планете

$$n = \frac{2\pi}{T}, \quad (417)$$

где је T њена сидеричка револуција у данима, и пролазила кроз перихел кад и права планета.

Ако је t_0 тренутак планетина пролаза кроз перихел Π , а t тренутак који одговара неком њеном произвољном положају P на путањи, онда је средња аномалија

$$M = n(t - t_0) = \frac{2\pi}{T}(t - t_0). \quad (418)$$

Одатле је

$$\frac{t - t_0}{T} = \frac{M}{2\pi}. \quad (419)$$

Док планета опише лук P_0P за време $(t - t_0)$, за исто време ће њен радијус-вектор пребрисати сектор P_0SP . По другом *Кеплеровом* закону је површина коју брише радијус-вектор пропорционална времену, па зато можемо написати да је однос површине овог сектора према површини целе елипсе

$$\frac{P_0SP}{\pi ab} = \frac{t - t_0}{T} \Rightarrow \frac{P_0SP}{\pi ab} = \frac{M}{2\pi}. \quad (420)$$

Одатле је површина сектора

$$P_0SP = \frac{1}{2} Mab. \quad (421)$$

Његову површину можемо наћи и на други начин, знајући да се елипса на сл. 138. може сматрати као пројекција круга чији је полупречник једнак њеној великој полуоси а чија раван према равни елипсе стоји под нагибом α који се може наћи из односа њене мале и велике полуосе:

$$\cos \alpha = \frac{b}{a}.$$

Ако површину сектора најпре раставимо на два дела:

$$P_0SP = PQP_0 + PQS,$$

па израчунамо ове делимичне површине:

$$PQP_0 = NQP_0 \cos \alpha = (ONP_0 - ONQ) \frac{b}{a} =$$

$$= \left(\frac{a}{2} aE - \frac{OQ}{2} a \sin E \right) \frac{b}{a} = \frac{b}{2} (aE - OQ \sin E),$$

$$PQS = \frac{SQ}{2} \cdot \frac{NQb}{a} = \frac{SQ}{2} \cdot \frac{a \sin E \cdot b}{a} = \frac{b}{2} SQ \sin E,$$

Сабирањем њиховим добивамо за површину сектора $P^{\circ}SP$ нов израз

$$P_{\circ}SP = \frac{b}{2} (aE - OS \sin E) = \frac{b}{2} (aE - ae \sin E).$$

Ако га упоредимо с првим изразом, добивамо везу

$$\boxed{E - e \sin E = M,} \quad (422)$$

која се назива Кеплерова једначина. Њеним се решавањем може израчунати ексцентрична аномалија E из дате средње аномалије M и ексцентричности елипсе e .

Постоје многе методе за решење ове трансцендентне једначине. Најпростија је метода поступног приближавања. Како је e за планете мала величина, може се у почетку узети у овој једначини $\sin M$ место $\sin E$, па се тако добива прва вредност за E :

$$E_1 = M + e \sin M.$$

Кад имамо E_1 тачнија вредност за E биће

$$E_2 = M + e \sin E_1,$$

итд. све док се не добије $E_n = E_{n-1}$.

Кад смо нашли ексцентричну аномалију E решењем Кеплерове једначине, поларне координате планетине r и v наћи ћемо на следећи начин.

Са сл. 138. очигледно је

$$r^2 = PQ^2 + QS^2 = \left(NQ \cdot \frac{b}{a}\right)^2 + (a \cos E - ae)^2.$$

Како је

$$b^2 = a^2 (1 - e^2),$$

то је

$$r^2 = a^2 (1 - e^2) \sin^2 E + a^2 \cos^2 E - 2a^2 e \cos E + a^2 e^2$$

или

$$r^2 = a^2 - 2a^2 e \cos E + a^2 e^2 (1 - \sin^2 E)$$

$$r^2 = a^2 (1 - 2e \cos E + e^2 \cos^2 E),$$

одакле је

$$(1 - e \cos E)^2$$

$$(*) \quad \boxed{r = a (1 - e \cos E).} \quad (423)$$

поларна
коорд.

2

Праву аномалију v добићемо ако радијус-вектор r из поларне једначине елипсе

$$r = \frac{p}{1 + e \cos v} \Rightarrow r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos v} \quad (424)$$

$p = a(1 - e^2)$

упоредимо са његовим претходним изразом (423):

$$1 - e \cos E = \frac{(1 - e^2)}{1 + e \cos v} \Rightarrow 1 + e \cos v = \frac{1 - e^2}{1 - e \cos E}$$

Одатле је

(*) Поларне координате r, v

$$\cos v = \frac{\cos E - e}{1 - e \cos E}$$

$$e \cos v = \frac{1 - e^2}{1 - e \cos E} - 1$$

$$e \cos v = \frac{1 - e^2 - 1 + e \cos E}{1 - e \cos E}$$

$$e \cos v = \frac{e(\cos E - 1)}{1 - e \cos E}$$

Изразимо ли $\cos v$ и $\cos E$ тангенсима односних полууглова, добијамо за израчунавање праве аномалије Лакајев образац

$$\cos v = \frac{\cos E - e}{1 - e \cos E}$$

$$\boxed{\operatorname{tg} \frac{v}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \operatorname{tg} \frac{E}{2}} \quad (425)$$

Поларне координате планетине r и v можемо и непосредно израчунати из дате средње аномалије њене M , ако гониометријске

функције углова $E, \frac{v}{2}, \frac{E}{2}$ развијено у редове и E изразимо у функцији од M користећи *Кеплерову* једначину. Тако добијамо брзо конвергентне редове за r и v у функцији непосредно дате средње аномалије M :

$$\boxed{r = a(1 - \cos M + e^2 \sin^2 M + \dots)} \quad (426)$$

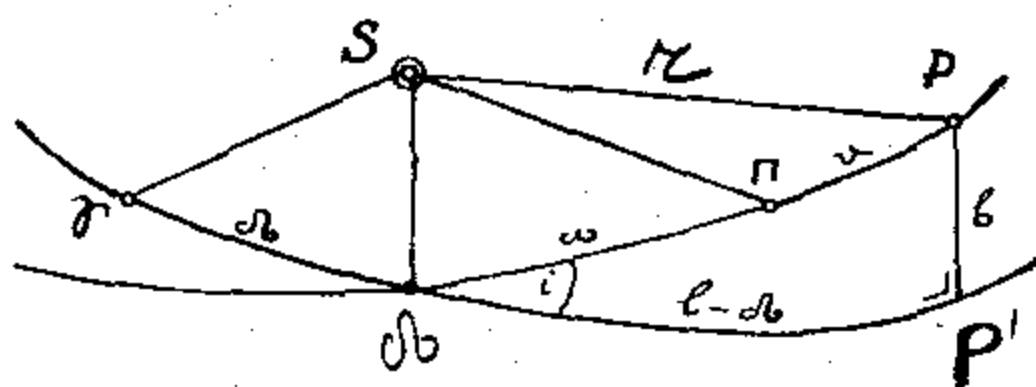
и

$$\boxed{v = M + 2e \sin M + \frac{5}{4} e^2 \sin^2 M + \dots} \quad (427)$$

Њихово извођење и испитивање њихове конвенције уче се у теоријској астрономији.

2⁰ Рачунање хелиоцентричних еклиптичких координата планете. У другој рачунској етапи тражимо хелиоцентричне еклиптичке

координате l и b планетине. На сл. 139. приказани су луцима од-



Сл. 139. Рачунање хелиоцентричних еклиптичких координата планете из елемената путање

сечци Земљине и планетине привидне путање на небеској сфери са средиштем у Сунцу и на њој су означене с једне стране набене планетине координате r и v , а с друге стране њене координате l и b које се траже, као и њени дати путањски елементи. Из правоуглог сферног троугла $PP'\delta$ применом Гаусове групе образаца добијамо изразе

$$\begin{aligned} \cos(l - \delta) \cos b &= \cos(v + \omega), \\ \sin(l - \delta) \cos b &= \sin(v + \omega) \cos i, \\ \sin b &= \sin(v + \omega) \sin i. \end{aligned} \quad (428)$$

Из њих се добијају координате l и b .

3⁰ Рачунање геоцентричних еклиптичких координата планете. У трећој етапи прелазимо на геоцентричне еклиптичке координате планетине λ и β . Најпре из координата r , l , b прелазимо на правоугле хелиоцентричне координате планетине x , y , z по познатим обрасцима из аналитичне геометрије:

$$\begin{aligned} x &= r \cos b \cos l, \\ y &= r \cos b \sin l, \\ z &= r \sin b. \end{aligned} \quad (429)$$

Померимо ли сад транслаторно координатни почетак у Земљино средиште, добијамо за планетине правоугле геоцентричне координате изразе

$$\begin{aligned} \xi &= x + X, \\ \eta &= y + Y, \\ \zeta &= z, \end{aligned}$$

$$\vec{r} = \vec{R} + \vec{r} \quad (430)$$

где су X и Y геоцентричне правоугле координате Сунца у еклиптици, које се дају у астрономским годишњацима (ефемеридама). Најзад, користећи исте обрасце аналитичне геометрије, добијамо за геоцентричне еклиптичке координате планетине изразе

$$\begin{aligned} \rho \cos \beta \cos \lambda &= \xi, \\ \rho \cos \beta \sin \lambda &= \eta, \\ \rho \sin \beta &= \zeta. \end{aligned}$$

$$\rho - \text{геоц. р. асимптотичке вртне} \quad (431)$$

4⁰ Рачунање геоцентричних екваторских координата планете. Кад смо из израза (421) нашли ρ , λ и β , у четвртој етапи добијамо геоцентричне екваторске координате планетине α , δ , служећи се изразима за прелаз са еклиптичких на екваторске координате. Истовремено имамо и планетину даљину од Земље ρ у датом тренутку.

92. Путање планетских сателита. — Планетски сателити обично се обележавају редним бројевима по удаљености од планете, а имају и своја имена. У доњој табlici дати су неки важнији подаци о планетским сателитима и њиховим путањама.

Таблица 19.

Назив	Средња удаљеност од планете km	Сидеричка револуција	Екцентрич- ност путање	Нагиб путање према путањи планете	Пречник km	Маса 10 ²⁴ g	Откриће
ЗЕМЉА		d h m					
Месец	384 395	27 07 43	0,055	5°09'	3 476	73,4	—
МАРС							
I Fobos	9 380	00 07 39	0,019	25°11"	16		Хел 1877
II Deimos	23 500	01 06 18	0,003	24 16	8		Хел 1877
ЈУПИТЕР							
V	181 000	00 11 57	0,003	3 07	160		Барнард 1892
I JO	421 800	01 18 28	0,000	3 07	3 700	79	Галилеј 1610
II Europa	671 400	03 13 14	0,000	3 06	3 000	48	" 1610
III Ganimed	1 071 000	07 03 43	0,001	3 02	5 150	153	" 1610
IV Kalisto	1 884 000	16 16 32	0,007	2 43	5 180	90	" 1610
VI	11 450 000	250 13 35	0,155	28 26	120		Перин 1940
VII	11 740 000	259 15 40	0,207	27 45	40		Перин 1905
X	11 750 000	260	0,140	28	20		Николсон 1938
XII	21 000 000	615	0,135	148	20		Николсон 1951
XI	22 500 000	692	0,207	163	24		Николсон 1938
VIII	23 500 000	737	0,378	148	40		Мелот 1908
IX	25 100 000	758	0,275	156	22		Николсон 1914
САТУРН¹⁾							
I Mimas	185 700	00 22 37	0,020	26 44	520	0,038	Хершел 1789
II Enceladus	238 000	01 08 53	0,004	26 44	600	0,07	" 1789
III Tetis	294 800	01 21 18	0,000	26 44	1 200	0,65	Гасини 1684
IV Dione	377 700	02 17 41	0,002	26 44	1 300	1,03	" 1684
V	527 500	04 12 25	0,001	26 42	1 800	2,3	Цасини 1672
VI Titan	1 223 000	15 22 41	0,029	26 07	5 000	137	Хајгенс 1655
VII Hyperion	1 484 000	21 06 38	0,119	26 00	400	0,11	Бона 1848
VIII Japet	3 563 000	79 07 55	0,029	16 18	1 200	5,7	Цасини 1671
IX Febe	12 950 000	550 12	0,166	174 42	300		Пикеринт 1898
УРАН							
V Miranda	130 000	01 08	0,007	97 59	600		Кајпер 1948
I Ariel	191 800	02 12 29	0,008	97 59	400		Касел 1851
II Umbriel	276 300	04 03 28	0,023	97 59	1 000		" 1851
III Titania	488 700	08 16 56	0,010	97 59	800		Хершел 1787
IV Oberon	586 600	13 11 07					" 1787
НЕПТУН							
I Triton	353 600	05 25 03	0,000	139 49	4 000	150	Ласел 1846
II Nereida	8 000 000	359	0,076	3 14	300	0,05	Кајпер 1949

¹⁾А. Долфус је 1966. открио и X Сатурнов сателит »Janus«, који је од планете удаљен само 157500 км. Обиће планету за 18h. Пречник му износи 350 км.

Из таблице се види да су сви сателити много мањи од својих планета. Путање њихове, уопште узев, мало се разликују од кругова, а сателити једне планете крећу се, са малим изузецима, скоро сви у истој равни, која се већином скоро поклапа са екваторском равни планете. Они тако представљају планетске системе у малом. Запажа се да је нагиб равни путања Уранових сателита већи од 90° , па је зато јасно зашто је смер његових сателита ретроградан. Ово се среће код још неких сателита.

Највећа планета, Јупитер, има и највеће сателите, највећа четири, која је пронашао још *Галилеј* 1610. г., могла би се видети голим оком да су знатно даље од сјајне планете. Најмањи од њих по димензијама једнак је Месецу, а највећи је већи и од Меркура, но судећи по међусобним поремећајима њихова кретања закључује се да су релативно мале масе и густине. Од значаја је за небеску механику V Јупитеров сателит, како по својој великој близини планети, тако и по начину кретања.

Највећи Сатурнов сателит — Титан, велики је скоро исто као и Меркур, иако је двапут мање масе од Меркура.

Сви остали сателити, изузимајући Тритона, знатно су мањи од нашег Месеца.

93. Привидни распоред Јупитерових сателита. — Из времена сидеричких револуција прва три Јупитерова сателита S_1, S_2, S_3 , добивају се за њихова средња дневна кретања износи

$$n_1' = \frac{360^\circ}{S_1} = 230^\circ 29'.3; \quad n_2' = \frac{360^\circ}{S_2} = 100^\circ 22'.5; \quad n_3' = \frac{360^\circ}{S_3} = 50^\circ 19'.1.$$

Међу њима постоји прост однос

$$n_1' + 2n_3' - 3n_2' = 0, \quad (432)$$

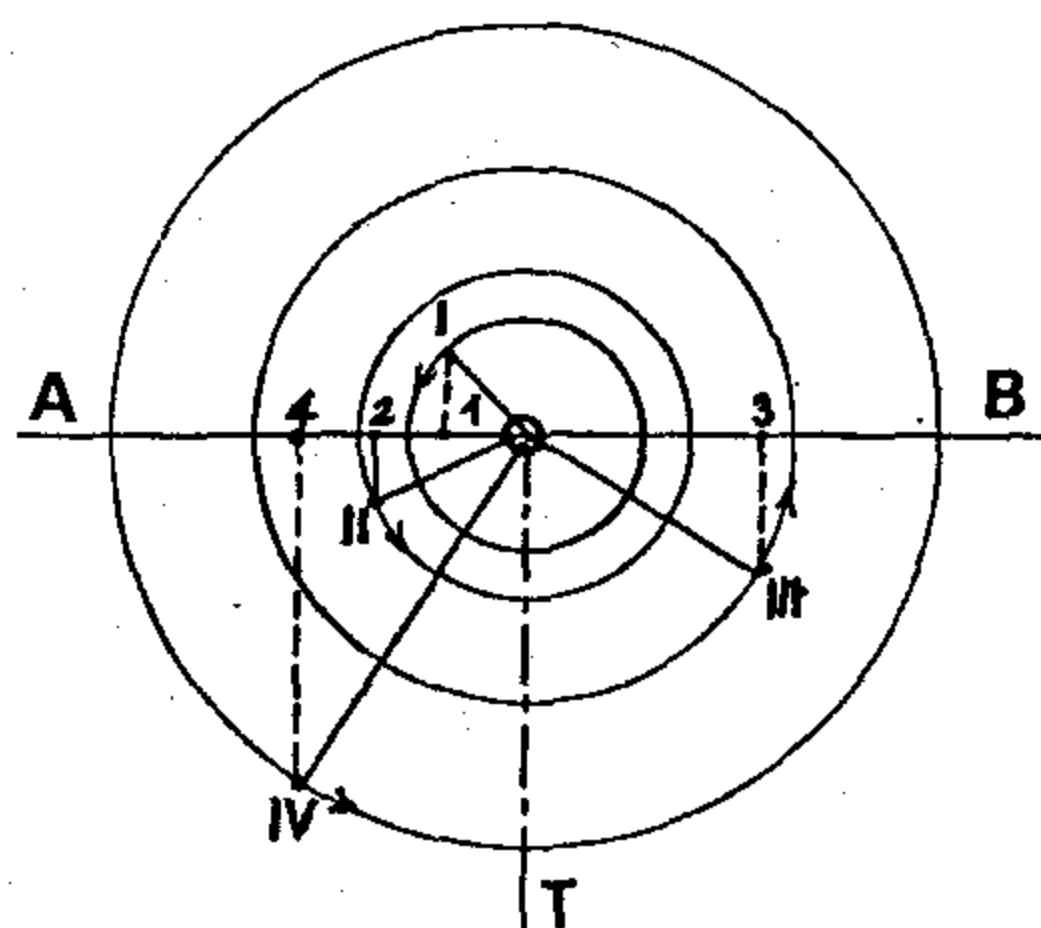
за који је *Лаплас* доказао да се стално одржава међусобним привлачењем тих тела. Из овога излази да су и средње планетоцентричне даљине њихове L_1, L_2, L_3 , везане сличном једначином:

$$L_1 + 2L_3 - 3L_2 = 180^\circ. \quad (433)$$

Кад се од средњег дневног кретања n' сателита одузме средње дневно кретање $n = 0^\circ 5'.0$ самог Јупитера око Сунца, добива се сред-

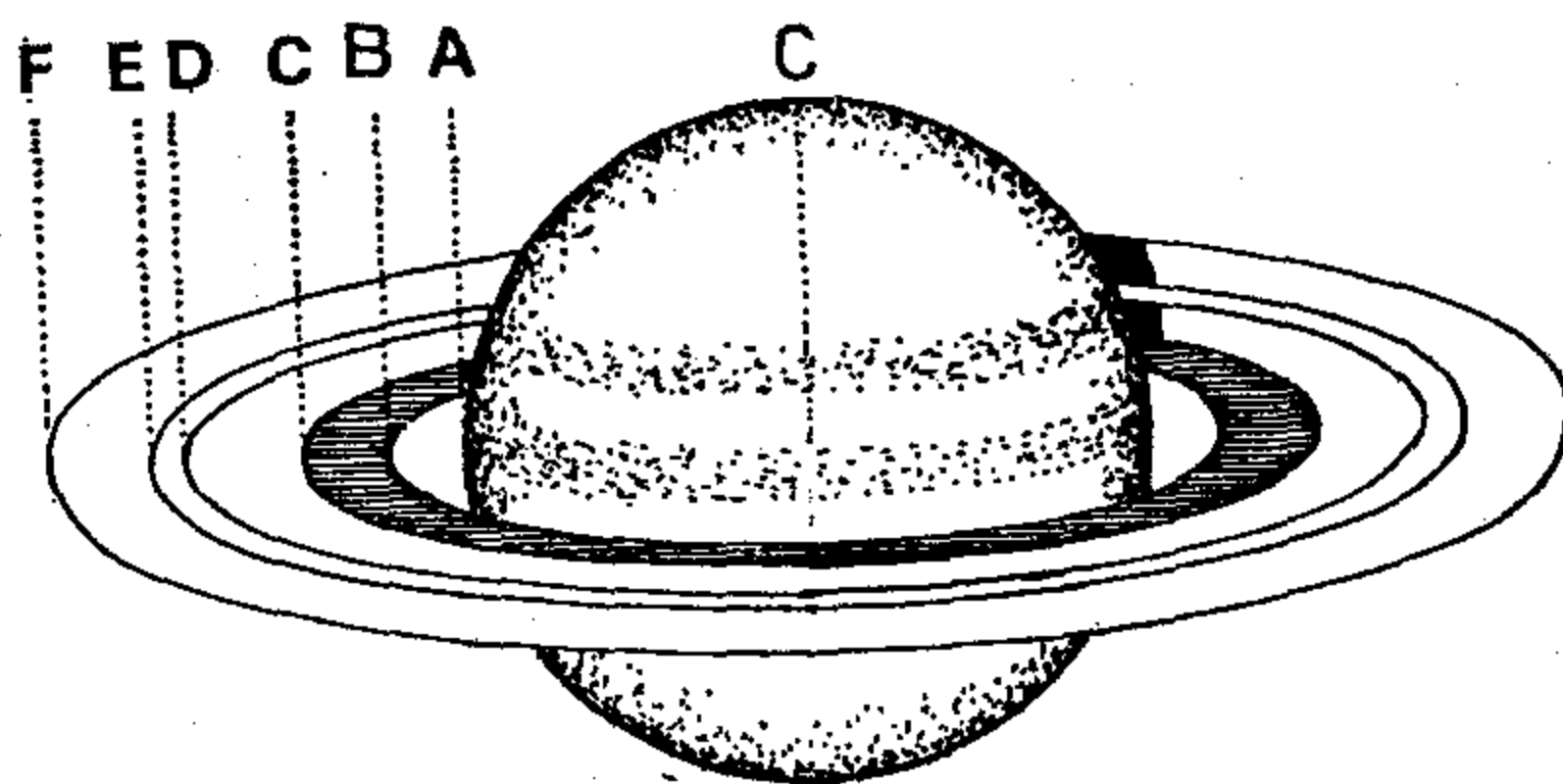
ње трајање сателитове синодичке револуције $T' = \frac{360^\circ}{n' - n}$, које се врло мало разликује од S . По истеку тога времена сателит се враћа у исти положај према Сунцу.

Због врло малог нагиба ($1^\circ 30'$) Јупитерове путање према еклиптици, као и путања његових сателита, његови се сателити виде са Земље увек поређани дуж праве управне на визури (сл. 140.). Ови њихови положаји су у ствари пројекције на ову праву њихових положаја на путањама. Астрономски годишњаци дају за сваки дан у одређени час распоред прва четири сателита према планети, где су њихови положаји који се виде у дурбину обележени њиховим редним бројевима. Тако се ови сателити лако могу идентификовати у циљу њихових посматрања у различите сврхе.



Сл. 140. Положаји Јупитерових сателита према планети (како се види са Земље)

94. **Облик Сатурнових прстенова.** — Велика планета Сатурн опасана је трима равним концентричним прстеновима приближно у равни екватора. У општој астрофизици учи се о њиховом постанку и грађи. Задржимо се овде на њиховом привидном облику.

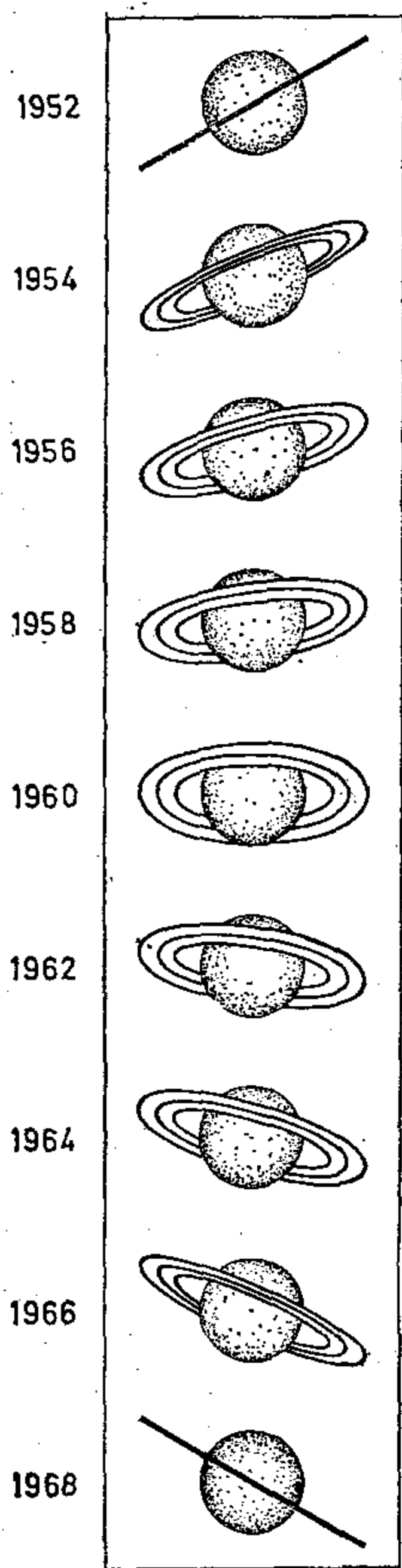


Сл. 141. Границе Сатурнових прстенова

Сви се они пројектују на небеску сферу као елиптични прстенови. Ако полупречник планете, изражен Земљиним, обележимо са $R_s = 9,2$, велике полуосе граничних елипса ових прстенова биће (сл. 141.):

$$SB = 1,10 R_s; SC = 1,33 R_s; SD = 1,77 R_s; SE = 1,80 R_s; SF = 2,04 R_s$$

Мале њихове полуосе зависе од положаја планете на њеној путањи (сл. 142.). Да би се оне могле одредити у свима положајима планете на њеној путањи, треба знати нагиб равни прстенова ($i = 28^\circ, 2$) и лонгитуду улазног чвора ($\varpi = 168^\circ$). Екстремни случаји наступиће када је $\beta_s = 0$, а $\lambda_s = \varpi$ или $\varpi + 180^\circ$ и када је $\beta_s = i$, а $\lambda_s = \varpi \pm 90^\circ$. У првом случају биће $b=0$ и прстен ће се губити из вида, а у другом случају биће $b = \max$. Прстенови ће се губити из вида и када Земља пролази кроз раван прстенова, тј. када се планета са Земљом нађе на правој паралелној линији чворова.



Сл. 142. Изглед Сатурнових прстенова у разним положајима планете према Земљи

76. 95. Путање комета. — Још је Њутн у „Принципијима” показао да се одсечак кометске путање по коме посматрамо комету да се креће у Земљиној близини може апроксимирати луком параболе, па је дао и прву методу за рачунање параболичних путања комета. Али је он први исказао и мисао да су путање комета вероватно веома издужене елипсе, те да су комете тела Сунчева система, а да се ове елипсе добро апроксимирају параболом само зато што ми комете посматрамо само на веома малом луку њихових путања, када прођу близу Сунца и Земље. Његов ученик Халеј израчунао је путању за комету из 1682. г. и утврдио да се креће по елипси, али која је веома издужена, тако да је комета обиће тек за 76 г. Тако је могао установити да је ова комета идентична са онима које су се појавиле 1607. и 1531. г., а предвидео је њен повратак 1759. г., који се обистинио. Отада ова комета носи његово име, а враћа се у близину Сунца (перихел) и Земље сваких 76 г. Последњи пут је виђена 1910. г., а њен наредни повратак очекује се 1986. г. Отада су са све већом сигурношћу почеле да се рачунају путање комета.

растала се

Према недавно објављеној *Балдеовој* листи, од 2315. г. пре н. е. посматрано је 1412 различитих комета, од којих 293 за последњих 50 година. Њих 738 имају до сада израчунате путање из којих се види да је међу њима само 120 периодичних, чије су путање елипсе. Остале комете имају отворене путање — параболе или хиперболе. Од 120 периодичних комета 55 их је посматрано у најмање два повратка, па је њихова периодичност и посматрањима потврђена. Доња таблица садржи преглед њихових путањских елемената.

Најзначајније су за изучавање комета периодичне комете, које можемо посматрати у више повратака. Међу њима их има са путањама веома различитих величина и ексцентричности. Нпр. путања комете *Швасман-Вахман* (1925. II) скоро је кружна и цела лежи између путања *Јупитера* и *Сатурна*. И по свом изгледу, без репа и с једва приметном комом, као и по облику своје путање, ова је комета у великој мери слична планетоидима — малим планетама које се крећу углавном између путања *Марса* и *Јупитера*. Још је већа ова сличност код комете *Отерма*, откривене 1943. г., чија се путања цела налази између путања *Марса* и *Јупитера*. Она уз то не показује ни велике промене у сјају као она прва.

Путање осталих периодичних комета више су издужене, те се отуда дешава да секу путање великих планета и протежу се веома далеко кроз Сунчев систем. Око педесет их имају своје афеле распређене дуж *Јупитерове* путање. Оне се називају *Јупитеровом групом* или „породицом” комета и њихове револуције обично не прелазе 5 — 8 г. Сматра се да су то комете које су у своје време прошле близу ове велике планете, па су том приликом потпале под њен гравитацијски утицај. *Јупитер* им је свио путању, смањио период обилажења, „заробио их” и натерао да се крећу пролазећи на једном делу своје путање (перихел) покрај *Сунца*, а на другом (афел) покрај њега. И *Сатурн* има своју „породицу” комета од 6 чланова чије се периоде крећу од 13 — 20 г., *Уран* своју од 4 члана чије се периоде крећу од 30 — 40 г., *Нептун* своју од 9 чланова с периодама од 60 — 80 г., међу које спада и најсјајнија посматрана комета — *Халејева*.

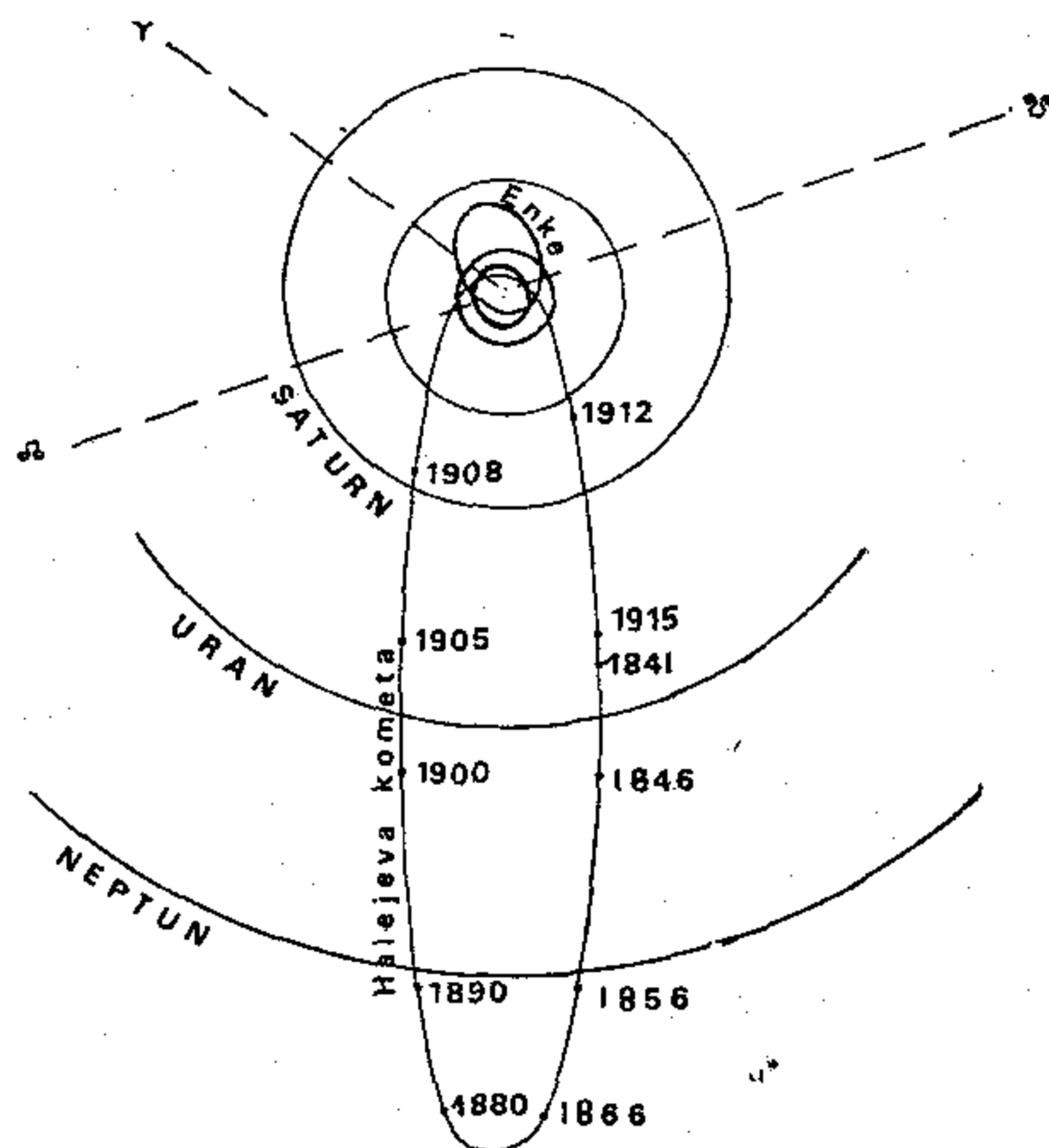
Таблица 20.

№	Комета	Средња револуција у год.	Епоха пролаза кроз перихел	Перихелска дальина	Афелска дальина	Ексцен- тричност	Антиула перихел	Антиула улазног чвора	Нагиб	Еквинок- циј	
1	Encke	3,3	1964 јун	3,5	0,34	4,10	0,85	185,9	334,2	12,0	1950,0
2	Grigg-Skjellerup	4,9	1961 аел.	31,4	0,86	4,92	0,70	356,3	215,4	17,6	1950,0
3	Honda-Mrkos-										
4	Pajdusakova	5,2	1964 јул	8,0	0,56	5,45	0,82	184,1	233,1	13,2	1950,0
5	Tempel (2)	5,2	1962 мај	12,2	1,36	4,68	0,55	191,0	119,3	12,5	1950,0
6	Neujmin (2)	5,5	1965 јул	16,6	1,31	4,90	0,58	213,6	308,2	5,4	1950,0
7	Brorsen	5,5	1879 мапр	31,0	0,59	5,61	0,81	14,9	101,3	29,4	1880,0
8	Tuttle-Giacobini-Kresák	5,5	1962 ауг.	23,9	1,12	5,10	0,64	38,0	165,6	13,8	1950,0
9	Tempel-L. Swift	5,7	1908 окт.	1,4	1,15	5,21	0,64	113,7	290,3	5,4	1910,0
10	Tempel (1)	6,0	1879 мај	7,6	1,77	4,82	0,46	159,5	78,8	9,8	1879,0
11	Pons-Winnecke	6,1	1951 септ.	9,1	1,16	5,54	0,65	170,4	94,3	21,7	1950,0
12	Kopff	6,3	1964 мај	18,8	1,52	5,32	0,56	161,9	120,9	4,7	1950,0
13	De Vico — E. Swift	6,3	1965 ауг.	19,8	1,62	5,21	0,52	325,3	24,5	3,6	1950,0
14	Giacobini-Zinner	6,4	1966 мапр	28,2	0,93	5,97	0,73	172,9	196,0	30,9	1950,0
15	Forbes	6,4	1961 јул	24,8	1,54	5,37	0,55	259,7	25,4	4,6	1950,0
16	Wolf (2)-Harrington	6,5	1965 феб.	15,4	1,61	5,38	0,54	187,0	254,2	18,4	1950,0
17	Schwassmann-										
18	Wachmann (2)	6,5	1961 септ.	5,5	2,16	4,83	0,38	357,7	126,0	3,7	1950,0
19	Reinmuth (2)	6,6	1954 мапр	27,0	1,87	5,16	0,47	44,2	297,2	7,1	1950,0
20	Biéla (језро 1)	6,7	1965 јун	19,7	0,84	6,27	0,76	254,5	214,0	7,6	1950,0
21	Biéla (језро 2)	6,6	1852 септ.	23,6	0,86	6,19	0,76	223,3	245,8	12,6	1852,0
22	Daniel	6,7	1950 ауг.	24,3	1,46	5,62	0,59	7,2	69,7	19,7	1950,0
23	Wirtanen	6,7	1961 ауг.	25,5	1,62	5,47	0,54	343,5	86,5	13,4	1950,0
24	D'Arrest	6,7	1963 окт.	15,4	1,37	5,72	0,61	174,5	143,6	18,1	1950,0
25	Perrine (1)-Mrkos	6,7	1962 феб.	13,8	1,27	5,84	0,64	166,0	240,2	17,8	1950,0
26	Brooks (2)	6,7	1960 јун	17,3	1,76	5,36	0,50	197,1	176,9	5,6	1950,0
27	Harrington	6,8	1960 јун	28,8	1,58	5,60	0,56	232,8	119,1	8,7	1950,0
28	Arend-Rigaux	6,8	1964 јун	3,4	1,44	5,75	0,60	328,9	121,6	17,8	1950,0
29	Johnson	6,9	1963 јун	6,4	2,24	4,97	0,38	205,9	118,2	13,9	1950,0
30	Finlay	6,9	1960 септ.	1,1	1,08	6,17	0,70	321,6	42,0	3,6	1950,0

Таблица 20. (наставак)

№	Комета	Снајричка револуција у год.	Епоха пролаза кроз перихел	Перихелска даљина	Афелска даљина	Ексцен- тричност	Лонгитуда перихела	Лонгитуда у асног чвора	Нагиб	Еквинок- циј	
28	Borrelly (1)	7,0	1960 јун	12,6	1,45	5,88	0,60	350° 8	76° 2	31° 1	1950,0
29	Harrington-Abell	7,2	1962 феб.	25,0	1,78	5,69	0,52	338,2	146,0	16,8	1950,0
30	Arend	7,3	1959 септ.	1,7	1,83	6,03	0,53	44,5	357,6	21,6	1950,0
31	Holmes	7,4	1964 нов.	15,4	2,35	5,21	0,38	21,8	329,6	19,5	1950,0
32	Faye	7,4	1962 мај	14,7	1,61	5,97	0,58	203,6	199,1	9,1	1950,0
33	Whipple	7,5	1963 апри.	29,6	2,47	5,16	0,35	190,0	188,4	10,2	1950,0
34	Ashbrook-Jackson	7,5	1956 апри.	5,6	2,32	5,34	0,39	349,1	2,3	12,5	1950,0
35	Reinmuth (1)	7,6	1965 авг.	8,0	1,98	5,75	0,49	9,4	121,2	8,3	1950,0
36	Oterma	7,9	1950 јун	15,6	3,40	4,54	0,14	354,6	155,1	4,0	1950,0
37	Schaumasse	8,2	1960 апри.	17,4	1,20	6,92	0,70	52,0	86,2	12,0	1950,0
38	Wolf (1)	8,4	1959 март	22,0	2,51	5,78	0,39	161,1	203,9	27,3	1950,0
39	Comas Solá	8,6	1952 септ.	10,7	1,77	6,60	0,58	39,9	62,9	13,5	1950,0
40	Väisälä	10,5	1949 нов.	11,3	1,75	7,85	0,64	44,3	135,5	11,3	1950,0
41	Neujmin (3)	11,0	1951 мај	28,4	2,03	7,83	0,59	144,8	156,2	3,8	1950,0
42	Gale	11,0	1938 јун	18,5	1,18	8,70	0,76	209,1	67,2	11,7	1950,0
43	Tuttle	13,6	1939 нов.	10,1	1,02	10,37	0,82	207,0	269,8	54,6	1950,0
44	Van Biesbroeck	12,4	1966 јул	17,2	2,41	8,31	0,55	134,2	148,8	6,6	1950,0
45	Schwassmann-										
46	Wachmann	16,2	1941 јун	9,4	5,52	7,25	0,14	356,2	322,0	9,5	1950,0
47	Neujmin (1)	17,9	1966 дец.	10,1	1,54	12,16	0,77	346,8	347,2	15,0	1950,0
48	Crommelin	27,9	1956 окт.	19,4	0,74	17,64	0,92	196,0	250,4	28,9	1950,0
49	Temple-Tuttle	33,2	1866 јан.	11,6	0,98	19,67	0,90	171,0	231,4	162,7	1866,0
50	Coggia-Stephan	39,0	1942 дец.	19,2	1,60	21,39	0,86	358,4	78,5	17,9	1943,0
51	Westphal	61,7	1913 нов.	26,8	1,25	29,98	0,92	57,1	346,8	40,9	1913,0
52	Brorsen-Metcalf	69,1	1919 окт.	17,4	0,48	33,18	0,97	129,5	310,8	19,2	1925,0
53	Olbers	69,6	1956 јун	15,9	1,18	32,65	0,93	64,6	85,4	44,6	1950,0
54	Pons-Brooks	70,9	1954 мај	22,5	0,77	33,48	0,95	199,0	255,0	74,1	1950,0
55	Halley	76,0	1919 апри.	20,2	0,59	35,30	0,97	111,7	57,3	162,2	1910,0
	C. Herschel-Rigollet	156,0	1939 авг.	9,5	0,75	57,22	0,97	29,3	355,1	64,2	1939,0

Но међу периодичним кометама има двадесетак чије су периоде између 100 и 1000 г., а око 30 таквих чије се периоде крећу од 1000 — 10 000 г. Уколико је путања већа, уколико мањим својим делом она пролази кроз нашу близину, где можемо комету посматрати, па са толико мањом сигурношћу можемо ову путању одредити из посматраних положаја. Зато су путање с великом периодом веома несигурне. Ова и још неке чињенице, као и занимљив податак да хиперболичне путање никада немају ексцентричност која знатно прелази јединицу, навела је данског астронома *Б. Стремгрена* на низ радова из којих се може закључити да су вероватно и оне комете с параболчним и хиперболичним путањама периодичне, само имају елиптичне путање које су веома ексцентричне, тј. издужене, да се могу протезати и до најближих звезда. Ово разуме се не значи да



Сл. 143. Путање Енкеове и Халејеове комете
према планетским путањама

нису могући и такви поремећаји које једна комета с издуженом путањом може да претрпи у близини великих планета, који ће њену путању развијати са елипсе на параболу или хиперболу и учинити да се она више никад не врати у близину Сунца и Земље.

Иако се због недовољно прикупљених података астрономи данас још уздржавају да заузму коначан став у питању постанка комета, ипак по досад прикупљеном и срећеном посматрачком материјалу почиње да преовлађује мишљење да су комете стални становници Сунчевог система као и планете.

96. Путање метеора и метеорских ројева (потока). — Посматрањима спорадичних метеора (о којима је било говора у параграфу 38.) одређивани су положаји њихових радијаната, као и интензитети и правци брзина, па се показало да се њихове путање у Земљиној близини могу добро апроксимирати параболама. Но прецизнијим мерењима ближим испитивањима доказано је да огромна ве-

Њина њих има хиперболичне путање. Ова чињеница, поред још неких, указивала би на то да метеори, одн. метеорски потоци чијим распадањем они настају, не морају постајати искључиво распадањем комета (за које смо видели да су стални становници Сунчева система).

Систематским пак одређивањем радијаната и брзина метеора који се периодично јављају у виду ројева или потока, одређене су и елиптичне путање ових ројева и потока, па је за многе од њих истакнута велика сличност са путањама раније посматраних комета. Тако је метеорски поток *Леониди*, који се може посматрати у новембру, постао од комете из 1866. г., *Персеиди*, који се виде у августу, од комете из 1862. г., *Андромедиди*, који су посматрани новембра 1872. г. и 1885. г., као величанствени „звездани пљускови“, сматра се да су постали од *Бијелине* комете. Поток мајских *Акварида* доводи се у везу с поступним распадањем *Халејеве* комете, *Понс-Винкеида* с кометом *Понс-Винке*, поток *Геминида* с великом кометом из 1680. г. итд.

Таблица 21.

№	Меторски рој комета	Лонгитуда улазног чвора	Лонгитуда перихела	Нагиб путање	Експент. путање	Перихелска даљина у а. ј.	Полуса путање у а. ј.
1	Квадрантиди Комета 1860 I	282 ^о ,2 324,0	170 ^о ,5 209,8	81 ^о ,5 79,3	— —	0,977 1,197	— —
2	Лириди Комета 1861 I	30,5 30,3	210 213,4	81 79,8	0,88 0,98	0,90 0,927	— —
3	η — Аквариди Комета Халеј	43,6 57,3	97,3 111,7	162,2 162,2	0,97 0,97	0,562 0,587	17,95 17,95
4	δ — Аквариди Комета 1948 XII	304,6 233,0	156 183,8	24 13,2	0,96 0,81	0,06 0,558	1,5 2,92
5	Персеиди Комета 1862 III	139,5 137,5	153 152,8	114 113,6	0,93 —	0,97 0,963	14,4 —
6	Ориониди Комета Халеј	29,3 57,3	87,8 111,7	162,9 162,2	0,92 0,97	0,537 0,587	6,32 17,95
7	Тауриди Комета Енке	232,4 334,7	287,8 185,2	3,2 12,4	0,80 0,85	0,414 0,339	2,06 2,22
8	Урсиди Комета Тутт	270,2 269,8	210 207	56 55	— —	0,92 1,02	— —
9	Леониди Комета Темпел	231,5 231,4	184,9 189,1	162,3 162,7	0,90 0,90	0,987 0,976	10,34 10,34
10	Биелиди Комета Биела	246,0 246,5	108,3 109,7	13,1 12,6	— 0,76	— 3,526	0,86 0,86

У горњој табlici, по Б. Ловелу, дат је непосредан преглед путањских елемената за неке метеорске ројеве и комете из којих се види упадљиво њихово сродство.

Захваљујући и употреби радара у најновије време, која је омогућила да се региструју метеорски ројеви и потоци који кроз Земљину атмосферу пролазе и по дану, до данас је откривено око 1200 метеорских ројева, одн. потока. Но подробно их је изучено само 15, најбогатијих метеорима.

Путање метеорских ројева и потока подложне су великим поремећајима које у њих уносе велике планете. Путања Леонида се нпр. у последње време толико изменила да до „звезданих пљускова“ које је требало да они изазову 1899. и 1933. г. није ни дошло.

97. Путање вештачких Земљиних сателита (ВЗС). — Да ли ће путања ВЗС бити круг или мање или више издужена елипса зависи од интензитета и правца вектора почетне брзине v_0 при његовом пролазу на путању. У једној жижи елипсе је Земљино тежиште. Раван њена пролази увек кроз Земљино тежиште и остајала би непромењене оријентације (у простору звезда) да није поремећаја. Њима су изложени и оријентација и облик и величина путање. ВЗС су врло мале масе, па су зато много више но ма која друга изложена утицају разноврсних поремећаја. Најважнији су ови: ¹од нехомогености Земљиног гравитационог поља која настаје од нехомогености Земљине масе, од прецесионог дејства Земљиног екваторског испупчења које врши колебање равни путање ВЗС, ²од отпора Земљине атмосфере кроз коју се креће ВЗС и, најзад, ³од непосредног гравитационог поремећајног утицаја Месеца и Сунца.

1^о Елементи путање ВЗС. Као и путање планета и природних сателита и путање ВЗС су одређене помоћу 6 путањских елемената: ректасцензијом улазног чвора Ω , нагибом i путањске равни према Земљиним екватору, полуосом a елипсе, њеном ексцентричношћу e , лонгитудом перигеја ω и временом t_p пролаза ВЗС кроз перигеј.

Ако је h_p висина ВЗС над Земљом у перигеју, а h_a у апогеју и ако су r_p и r_a даљине перигеја и апогеја од Земљина средишта, очевидно постоји веза

$$r_p = a(1 - e) \text{ и } r_a = a(1 + e),$$

одакле је

$$e = 1 - \frac{r_p}{a}.$$

Сидерична периода P обиласка ВЗС може се наћи их општег облика трећег Кеплеровог закона

$$\frac{P^2 (M + m)}{a^3} = \frac{4\pi^2}{k^2} = \text{const.}$$

Ако занемаримо масу m сателита према Земљиној M , онда је просто

$$P = \frac{2\pi}{\sqrt{\mu}} a^{3/2}$$

где је $\mu = k^2 M = 398\,603 \text{ км}^3/\text{сек}^2$. — геоцентрична константа гравитације. Ако се a изрази у км, P се добива у секундама.

Почетна брзина v_0 ВЗС на путањи добија се из израза где је

$$v_0 = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r_0} - \frac{1}{a} \right)}$$

где је r_0 даљина тачке излаза на путању од Земљина средишта. Брзине у перигеју и апогеју једнаке су

$$v_{\pi} = \sqrt{\mu \left(\frac{r_A}{a r_{\pi}} \right)} \text{ и } v_A = \sqrt{\mu \left(\frac{r_{\pi}}{a r_A} \right)}$$

Брзине се добијају у км/сек.

2^о. *Траса ВЗС*. Географска ширина тачке са које се пушта ВЗС очигледно не може бити већа од нагиба и путање ВЗС. ВЗС с екваторском путањом зато се могу пуштати само са Земљиног екватора, док се они с поларном путањом могу пуштати ма из ког места на Земљи.

Ако је нагиб у границама $0^\circ < i < 90^\circ$ ВЗС се креће директно, тј. у смеру Земљина обртања, а ако је $90^\circ < i < 180^\circ$, креће се у супротном смеру.

Највеће тешкоће при пуштању ВЗС задаје висока тачност која се тражи. На пример грешка од $\pm 1^\circ$ у правцу v_0 или грешка од ± 10 м/сек. у интензитету v_0 изазива промену висине перигеја и апогеја од неколико десетина километара.

Услед Земљина обртања сваки обилазак ВЗС око Земље помера се ка западу према Земљиној површини за угао који може прећи и 20° , што зависи од вредности P . Пројекција трајекторије ВЗС на Земљину површину, приказана у Меркаторовој пројекцији назива се *траса ВЗС*. Она лежи симетрично према Земљиним екватору, између паралела чије је $\varphi = i$.

Траса екваторског ВЗС поклапа се са екватором. Ако је његов период обиласка путање 1 звездани дан и кретање директно, онда ће ВЗС привидно бити непомичан над једном тачком на Земљиним екватору. Овакви и слични ВЗС користе се за телекомуникације.

3^о. *Прецесија путање ВЗС*. Ако замислимо ВЗС као чигру чија је равна путања управна на његовој обртној оси, онда услед гравитационог утицаја Земљиног екваторског испупчења на ВЗС долази до колебања ове равни. То је прецесија путањске равни ВЗС. Ово се кретање врши насупрот кретању ВЗС на путањи. Услед њега долази до вековних поремећаја путањских елемената ВЗС — до прецесије узлазног чвора $\Delta \Omega$ и до обртања апсидне линије које доводи до померања перигеја $\Delta \omega$. Ови се поремећаји могу израчунати у степенима по обрасцима

$$\Delta \Omega = -0,60 \left(\frac{R_0}{p} \right)^2 N \cos i$$

$$\Delta \omega = 0,30 \left(\frac{R_0}{p} \right)^2 N (5 \cos i - 1),$$

где је $p = a(1-e^2)$ параметар елиптичне путање, $R_0 = 6378$ км Земљин екваторски полупречник, N број обилазака ВЗС. Остало су његови путањски елементи.

Из првог израза се види да је поремећај равни путање $\Delta \Omega = 0$ за поларни, а максималан за екваторски ВЗС. Из другог се види да је максимално померање перигеја при $i = 0^\circ$ или 180° , а нула при

$i = 63^{\circ},7$. При $i < 63^{\circ},7$ апсидна се линија обрће у смеру кретања ВЗС, а при $i > 63^{\circ},7$ у супротном смеру.

4^о *Промена облика путање ВЗС услед отпора атмосфере.* Услед отпора атмосфере смањује се брзина кретања ВЗС и његова енергија, па зато висина његовог перигеја и апогеја постаје све мања, а путања све ближе кругу. Због смањења путање и период обиласка је све мањи. Но са прелазом на све мање путање брзина почиње да расте, па и кинетичка енергија ВЗС. Кад достигне критичну вредност у времену обиласка, која износи 87,75 минута, ВЗС се спусти у густе слојеве атмосфере у којима сагори. Време живота ВЗС за већину њих, чије e не прелази 0,2 може се добити из израза

$$t = \frac{3}{4} \frac{eP}{\Delta P},$$

где је P почетни период обиласка, а ΔP његова дневна промена (смањење) која се може добити из посматрања. На пример за трећи совјетски ВЗС, било је $e = 0,111$; $P = 105^m, 59$ и $\Delta P = 0^m, 0\ 1345$, па је његов век износио $t = 656$ дана.

На висини преко 700 км отпор атмосфере је безначајан, а на висинама од неколико хиљада километара занемарљив је утицај Земљине спљоштености. На још већим висинама главни поремећаји долазе од гравитационог утицаја Месеца и Сунца.

5^о. *Промена путање ВЗС под утицајем Месечевог и Сунчевог гравитационог поља.* Према обрасцима небеске механике утицај гравитације Месеца и Сунца на ВЗС с висином перигеја $h_p \approx 1000$ км и висином апогеја $h_a \approx 70000$ км за 1 синодички месец износи: $\Delta e = 4,25 \cdot 10^{-3}$; $\Delta i = 9'$; $\Delta \omega = 32'$; $\Delta \Omega = 16'$, а спуштање перигеја 240 км. Због осетног гравитацијског утицаја Месеца и Сунца на „високе“ сателите, потребно је с времена на време вршити поправку њихове путање теледириговањем из центра на Земљи.

Сфера у којој је путања ВЗС геоцентрична, тј. у којој је претежан утицај Земљине гравитације, протеже се 930 000 км изнад Земље. Ван те сфере ВЗС се креће по коничном пресеку у чијој је жижи Сунце, а када уђе у сферу Месечеве гравитације која се протеже 66 000 км изван Месеца, сателит се креће по *Кеплеровој* елипси у чијој је жижи Месец. При слању ракета око Месеца у циљу његова проучавања (без спуштања или са спуштањем на Месечеву површину) мора се о овоме водити рачуна, па се и поправке путање морају дириговати у правом тренутку.

6^о *Одређивање елемената путање ВЗС.* Одређивање основних путањских елемената ВЗС показано је у тачки 1^о овог параграфа. Рачунање осталих елемената је предмет небеске механике, тј. теорије кретања ВЗС, па се у то у општем курсу не можемо упуштати. Ваља на крају напоменути да се из непрекидног одређивања положаја ВЗС и васионских летилица уопште путањски елементи и њихови поремећаји морају веома често рачунати, како би се могли израчунавати и посматрачима достављати предвиђени положаји ових тела у циљу њиховог даљег праћења и проучавања. Ове замашне рачуне могуће је обавити у кратким временским размацима само захваљујући напредку технике електронских рачунских машина.

98. **Земљина ротација.** — У параграфу 6. упознали смо се с појавом привидног дневног обртања небеске сфере и рекли да је она само последица другог једног, правог кретања — Земљине ротације.

Иако су још понеки асирски и вавилонски астрономи помишљали на то да је Земља изолована и лоптаста, те да тако има услова за слободно обртно кретање, нису се могли отети непосредном утиску да је обртање небеске сфере право, а не привидно кретање. Ово схватање бранили су касније и *Аристотел* и *Птоlemeј* из недовољног познавања основних закона механике и закона кретања небеских тела који су на њима засновани.

Међутим, још су понеки питагоровци, а нарочито *Аристарх* са Самоса тврдили да Земља има обртно кретање. Нешто недовољна убедљивост њихових доказа због непознавања физичких закона, а нешто отпор цркве да се ова истина не призна, одржавали су заблуду о правом обртању небеске сфере све до XV в. Средином XV в. *Никола Кузански* се залагао за гледиште о томе да се Земља обрће око једног свог пречника, а да је обртање небеске сфере само привидно и последица овог кретања. Још је убедљивије ово гледиште заступао *Коперник* у свом фундаменталном делу.

Тек када је *Галилеј* почетком XVII в., применом првог дурбина на посматрање небеских тела, показао да се све планете као и Сунце и Месец обрћу, постало је јасно да ни Земља, као једна од мањих планета не може у овом чинити изузетак. Велика удаљеност звезда захтевала би, осим тога, несхватљиво велике брзине, ако бисмо претпоставили да се звезде крећу око Земље, било као целина или посебице. Најзад, са *Њутном* је постало јасно да се кретање небеских тела врши искључиво узајамним привлачењем њихових маса, па би у случају обртања звезданог неба око Земље, морала бити дуж Земљине обртне осовине усредсређена неизмерно велика маса под чијим би се утицајем вршило ово кретање, што није случај.

Данас имамо велики број непосредних механичких доказа Земљине ротације.

①⁰ *Померање речних корита.* (*Бер 1860.*). Водене масе река које се крећу са севера ка југу (на северној Земљиној полулопти) долазе са тачака мањих на тачке већих Земљиних периферних брзина. Како Земља ротира са запада на исток, то ће њихова десна (западна) обала трпети веће трење и бити стрмија и подлоканија од леве. Код река које теку са југа на север биће опет десна (овај пут источна), обала из истог разлога стрмија. За реке на јужној полулопти биће обрнуто. Ово је потврђено и запаженим чињеницама.

②⁰ *Скретање пасата и антипасата (1735.).* Услед сталних температурских разлика на Земљиним половима и екватору постоји стално кружење ваздушних маса, и то у нижим слојевима од полова ка екватору (пасати), а у вишим од екватора ка половима (антипасати). На северној полулопти међутим, мерења показују да је правац пасата североисточни, а антипасата југозападни, док је на

јужној полулопти обрнуто. Ово скретање је последица слагања кретања ветра са Земљиним обртањем.

③⁰ Скретање хоризонталног хитца. (Пуасон 1832.). Ако постоји Земљина ротација, кретање хоризонтално избачених пројектила правцем меридијана мора се слагати са Земљиним обртним кретањем. Механика учи да ово скретање износи

$$\eta = \frac{D^2}{v} \omega \sin \varphi, \quad (434)$$

где је D домет, v средња брзина пројектила, ω угловна брзина Земљине ротације, а φ географска ширина тачке са које је пројектил избачен. На северној Земљиној полулопти ово скретање би требало да буде у десно, а на јужној у лево.

Узмемо ли за $D=10\,000$ м, а за брзину пројектила $v=1\,000$ м/сек, скретање би на половима износило 7,3 м, на средњим ширинама 4,2 м, а на екватору 0 м. Због знатних утицаја отпорних сила експерименти су само делимично потврдили ове износе.

④⁰ Скретање тела које слободно пада (Њутн, 1679.). — Аристотел, па и његове присталице све до новог века тврдили су због непознавања закона инерције, да тело које слободно пада мора скретати ка западу, јер би у случају да Земља ротира са запада на исток измицала ка истоку испод тела које слободно пада.

Експерименти су показали обрнуто, да тело које слободно пада скреће ка истоку. Појаву је прсвидео још Њутн тумачећи правилно да ово скретање долази стога што тело падајући ка Земљином средишту прелази са тачака веће ка тачкама мање периферијске брзине, па је ефект исти као да Земља заостаје за телом а не као да предњачи испред њега. Ако са h обележимо висину у m са које тело пада, а са φ географску ширину тачке на којој се експеримент врши, механика показује да се источно скретање σ у см добива из израза

$$\sigma = 0,0022 \sqrt[3]{h^2} \cos \varphi, \quad (435)$$

тј. да за разне висине и географске ширине оно износи као што показује следећа таблица.

Таблица 22.

$\varphi \backslash h$	20	30	50	100	200	300
0°	2	4	8	22	62	114
30	2	3	7	19	54	99
45	1	3	6	16	44	81
60	1	2	4	11	31	57
80	0	1	1	4	11	20

Експерименти које су извршили Гуљелмини 1790., Бенценберг 1802. г. и 1804., Рајх 1831. г., Фламарион и Беноа 1903. г. и Хаген 1912. год. потврдили су са већом или мањом тачности предвиђене износе па тиме доказали и Земљину ротацију.

⑤^о *Скретање равни клаћења клатна (Фуко, 1851.).* Из физике је познато да по закону инерције клатно у току клаћења задржава непромењен положај равни клаћења. Узмемо ли довољно дуго и тешко клатно које се може, једном заклаћено, дуго клатити, можемо запазити убрзо привидну промену положаја ове равни као последицу обртања подлоге (Земље) испод клатна. Скретање равни клатана на тачки с географском ширином φ може се наћи из израза

$$\kappa = \omega \sin \varphi, \quad (436)$$

где је ω угловна брзина Земљине ротације. Трајање једног пуног обрта равни клаћења добива се из израза

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega \sin \varphi}, \quad (437)$$

а угао за који скрене раван клаћења за 1 звездани дан износи

$$\delta\delta = 360^\circ \sin \varphi. \quad (438)$$

Следећа таблица даје ове 3 величине за разне географске ширине од екватора до пола.

Таблица 23.

φ	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
κ	0°	62°	123°	180°	231°	276°	312°	338°	355°	360°
τ	—	138h 13m	70h 10m	48h 0m	37h 20m	31h 20m	27h 43m	25h 32m	24h 22m	24h 0m
$\delta\delta$	$0^\circ 0'$	$62^\circ 32'$	$123^\circ 8'$	$180^\circ 0'$	$231^\circ 24'$	$275^\circ 47'$	$308^\circ 46'$	$338^\circ 17'$	$354^\circ 32'$	$360^\circ 0'$

Први је овај експеримент (после претходних покушаја) извео Фуко у Париском пантеону с клатном од 28 кг, дужине 67 м. Једна осцилација трајала је $16^s,4$. Шиљак при дну металне кугле исписивао је бразде у песку из којих се могао измерити угао скретања равни клаћења при свакој осцилацији. На 4 м од вертикале размак бразда износио је 3,6 мм, што се слаже с горњим теоријским износима. Овим је огледом Земљина ротација доказана на очигледан начин.

⑥^о *Експеримент с коничним клатнима (Браве, 1851. г.).* Исте године је француски физичар Браве пустио у ротацију супротних смерова два коничка клатна и из разлике времена трајања њихових ротација доказао да се Земља једанпут обрне око поларне осовине за 360° у једном звезданом дану.

⑦^о *Експеримент са гироскопом (Фуко и Персон, 1852. г.).* Већ је идуће године конструисан гироскоп који је касније прерастао у гироскопски компас, толико данас цењен у прекоморској пловидби. У првобитном облику гироскоп се састоји из точка чврсто везана за осовину која лежи са што мање трења у карданском зглобу. Кад се точак заврти, рецимо на тај начин што се на њ намота дужи канап па се исти нагло повуче, правац осовине остаје

по закону инерције непромењен. Ако се осовина довољно дуго врти, може се запазити како подлога на којој лежи кардански зглоб, тј. сама Земља, ротира у односу на ову осовину.

Каснијим, још савршенијим и прецизнијим експериментима, (Андоде 1895, Хаген 1910. и 1919. г., Комптон 1915. г., Етвеш 1917. и др.) Земљина је ротација на још убедљивији начин доказана.

(99) Утицај ротације на Земљин облик и њену гравитацију. — Познато је из мерења да Земља није апсолутно чврсто тело. Сматра се да је у прошлости била у течном стању. Из механике је познато да течено тело у мирном стању заузима облик лопте. Међутим, Земља врши обртно кретање. Угловна брзина овог кретања је

$$\omega = \frac{360 \cdot 60 \cdot 60}{24 \cdot 60 \cdot 60} = 15'' \text{ у секунди} \quad \left[\frac{1}{s} \right]$$

или

$$\omega = \frac{2\pi}{24 \cdot 60 \cdot 60} = \frac{1}{13750} \text{ радијана у секунди.} \quad \left[\frac{\text{рад}}{s} \right]$$

Линијска или периферна брзина тачке на екватору ($R=6\,378,4 \text{ км}$) је

$$V = \omega R = 464 \text{ m/sek,}$$

а тачке на произвољној ширини φ :

$$v = \omega R \cos \varphi. \quad (439)$$

Но при обртању лопте јавља се аксифугална сила која тежи да удаљи њене делиће од обртне осовине. Из механике је познато да убрзање које она изазива износи

$$A = \frac{v^2}{r}, \quad (440)$$

где је v периферна брзина, а r полупречник паралела уочене тачке. С обзиром на претходне ознаке оно је даље једнако

$$A = \omega^2 R \cos \varphi. \quad (441)$$

Види се да је оно на екватору највеће и да опада према половима на којима је једнако нули. Зато и Земљине екваторске честице теже најсилније да се удаље од обртне осовине, а честице ближе половима све мање и мање. Услед утицаја аксифугалне силе Њутн је предвидео да Земља мора имати не лоптасти облик, већ облик обртног елипсоида или сфероида што је касније и мерењима доказано (в. параграф 125). За спљоштеност Земљина елипсоида Њутн је из теоријских разматрања добио вредност $1/230$, док је из мерења нађено да она износи $1/289$, што одговара разлици од $21,5 \text{ км}$ између Земљиног екваторског и поларног полупречника.

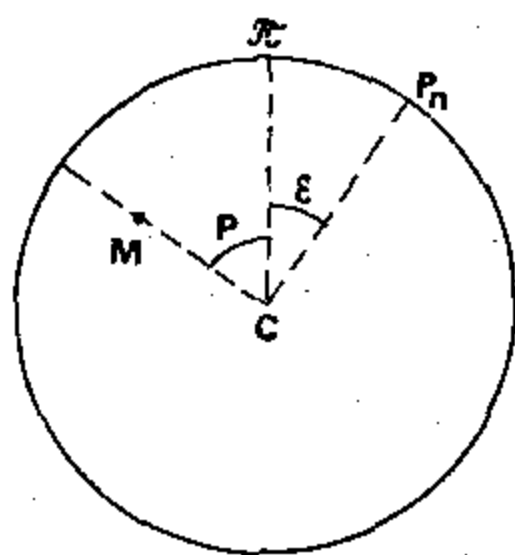
Због тога што се екваторски делићи Земљини налазе $21,5 \text{ км}$ даље од Земљина тежишта но поларни и Земљина гравитација на екватору је мања но на половима. Сем тога, насупрот Земљиној гравитацији јавља се и центрифугална сила, те се интензитет Земљиног гравитационог убрзања g смањује све више идући од полова ка екватору. Однос између центрифугалног убрзања и гравитационог убрзања на екватору износи

$$\frac{A}{g} = \frac{\omega^2 \cdot R}{g} = \frac{1}{289}. \quad (442)$$

За тај износ се смањује и гравитациона сила на екватору. Резултанта ове две силе је сила Земљине теже. Под утицајем оба узрока — Земљине спљоштености и центрифугалне силе — Земљина је гравитација на екватору мања за $1/190$ свој део но на половима. Тело од једне тоне на полу (измерено динамометром) на екватору би било лакше за пет килограма.

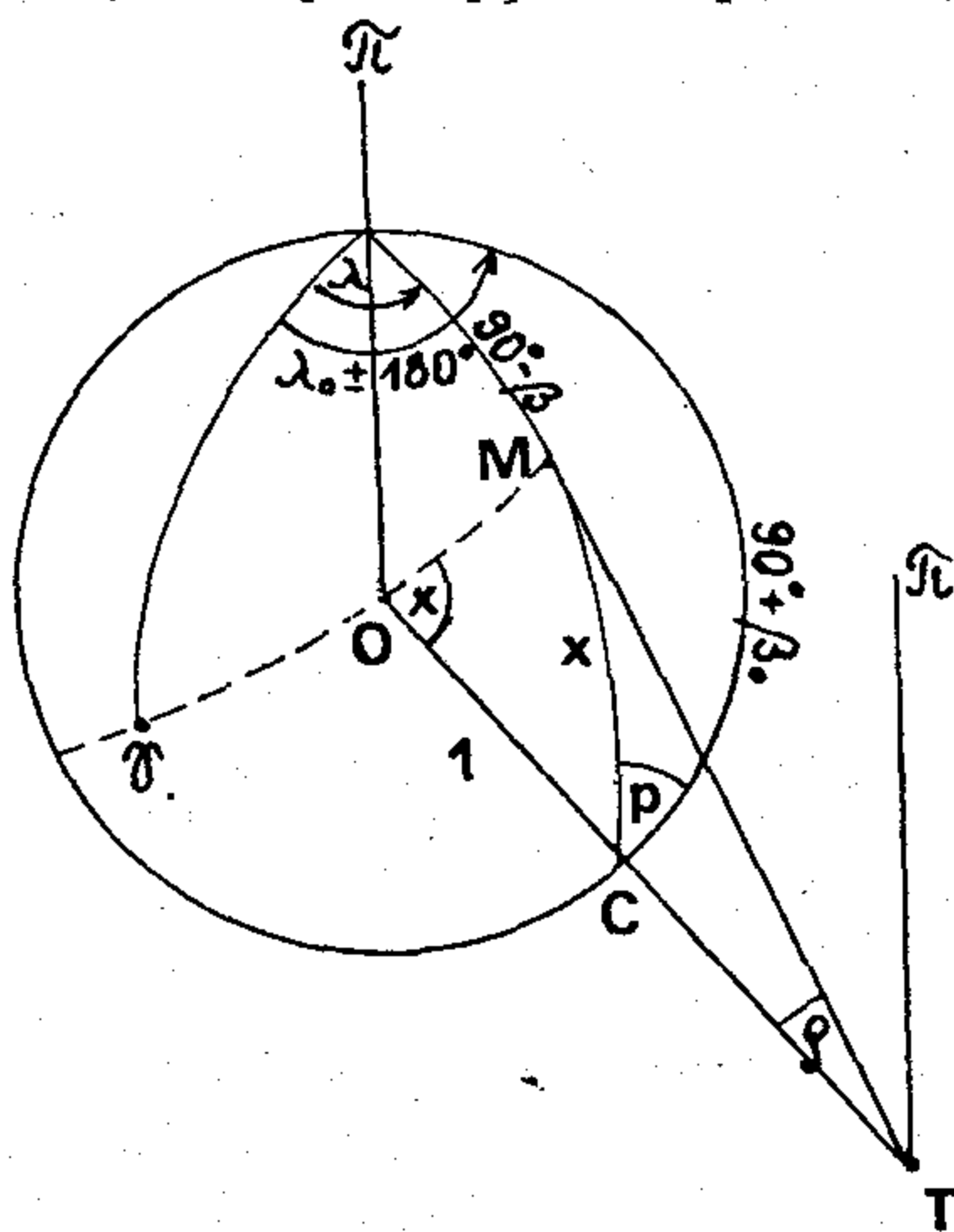
100. Одређивање ротационог кретања небеских тела посматраних са Земље. — После прве примене дурбина на посматрање небеских тела откривене су Сунчеве пеге, а затим и пеге, иако сасвим друге природе, и на привидним котурима планета. Касније је примећено да се оне померају по привидним котурима тако као да се сва ова небеска тела обрћу у истом смеру у коме и Земља, па је још касније из посматраних положаја (поларних координата), ових пеге на привидном котуру нађена и метода да се одреди ротационо кретање Сунца и планета.

Одредити ротационо кретање Сунца или планете значи наћи елементе ротације: нагиб I екватора посматраног небеског тела према еклиптици, лонгитуду \varnothing улазног чвора његова екватора у односу на γ тачку и угловну брзину ω ротације, односно време једног обрта T_s .



Сл. 144. Поларне координате пеге

Положај пеге може се одредити мерењем поларних координата њених $MC=r$ и $(r+\epsilon)$ у односу на средиште котура C и деклинацијски круг CP_n (сл. 144), где је P правац севера, односно северног небеског пола. Како знамо нагиб еклиптике ϵ према Земљином екватору, то лако можемо са $(r+\epsilon)$ прећи на положајни угао пеге p у односу на круг латитуде. Ст где је π пол еклиптике.



Сл. 145. Одређивање еклиптичких координата пеге

Да бисмо из мерених координата пега у тренутку t са Земље T могли израчунати елементе ротације посматраног небеског тела, морамо најпре наћи еклиптичке координате λ и β пега M у односу на средиште O небеског тела, чије су геоцентричке еклиптичке координате λ_0, β_0 познате, као и његова геоцентрична даљина $OT = d$. Узмимо још да је полупречник небеског тела $OS = K = 1$. У том циљу уочимо на небеском телу сферни троугао πCM чији су елементи обележени на сл. 145. Ако најпре нађемо угао x из равног троугла MTO :

$$\sin(x+p) = d \sin p, \quad (443)$$

тражене координате пега λ, β наћи ћемо применом Гаусове групе на сферни троугао $M\pi C$:

$$\begin{aligned} \cos(90^\circ - \beta) &= \cos x \cos(90^\circ + \beta_0) + \sin x \sin(90^\circ + \beta_0) \cos p, \\ \sin(90^\circ - \beta) \sin(\lambda_0 \pm 180^\circ - \lambda) &= \sin x \sin p, \\ \sin(90^\circ - \beta) \cos(\lambda_0 \pm 180^\circ - \lambda) &= \cos x \sin(90^\circ + \beta_0) - \sin x \cos(90^\circ + \beta_0) \cos p. \end{aligned} \quad (444)$$

Прва једначина даје нам хелиоцентричну, односно планетоцентричну латитуду пега:

$$\sin \beta = -\cos x \sin \beta_0 + \sin x \cos \beta_0 \cos p. \quad (445)$$

Лонгитуду добивамо ако другу једначину поделимо трећом, а затим поделимо и бројитељ и именитељ десне стране са $\sin x \cos p$:

$$\operatorname{tg}(\lambda_0 - \lambda) = \frac{\operatorname{tg} p \cos N}{\sin(\beta_0 + N)}. \quad (446)$$

Помоћни угао дат је сменом

$$\operatorname{tg} N = \frac{\operatorname{ctg} x}{\cos p}. \quad (447)$$

У случају Сунца је $\beta_0 = 0$, а $\pi C = 90^\circ$, па се простије добива:

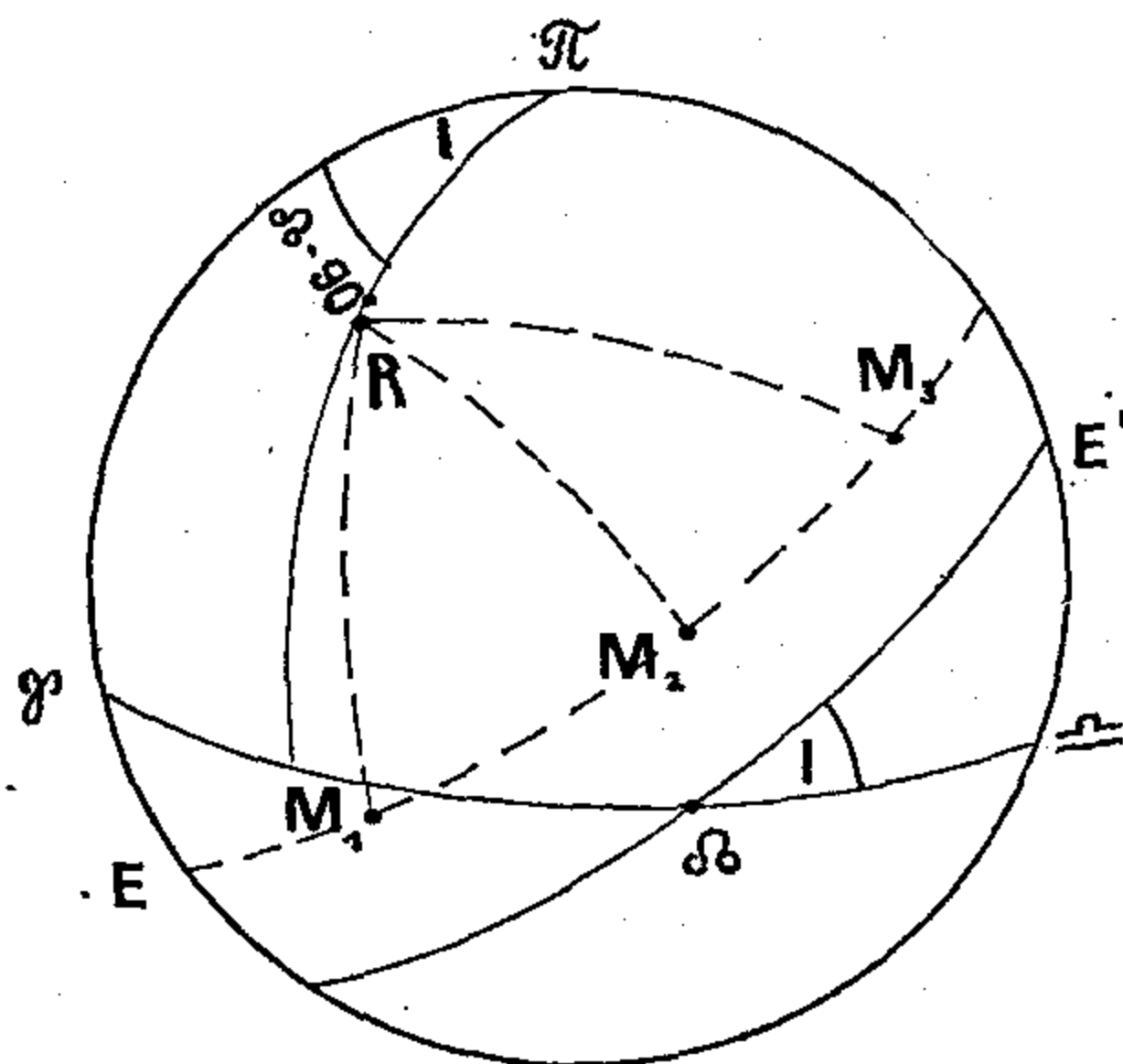
$$\begin{aligned} \sin \beta &= \sin x \cos p, \\ \operatorname{tg}(\lambda_0 - \lambda) &= \operatorname{tg} x \sin p. \end{aligned} \quad (448)$$

Ако на овај начин одредимо из посматрања најмање три положаја једне пега $M_1 (\lambda_1, \beta_1)$, $M_2 (\lambda_2, \beta_2)$ и $M_3 (\lambda_3, \beta_3)$, (сл. 146.), можемо их уцртати на небеску сферу и пол ротације R небеског тела наћи као средиште малог круга $M_1 M_2 M_3$. Нагиб J наћи ћемо тада као угловно растојање тачака R и π , а лонгитуду улазног чвора \odot_0 из угла $\odot_0 - 90^\circ$ између правца ка γ тачки и пресека круга латитуде пола R са екватором небеског тела. Углови $N_1 R M_2$ и $M_2 R M_3$ подељени односним временским размацима $t_2 - t_1$ и $t_3 - t_2$ даће уловну брзину ротације ω . Време једног обрта биће тада

$$T_s = \frac{360^\circ}{\omega}. \quad (449)$$

За проучавање статистичких законитости појава на Сунцу и планетама најчешће се користе хелиографске, односно планетографске координате L, B пега, које одговарају географским координатама тачака на Земљи. До њих

није тешко доћи из посматраних поларних координата пеге ако знамо хелиографске, односно планетографске координате L_0, B_0 средишта Сунчевог, односно планетина котура. Ове пак, координате израчунате из елемената ротације



Сл. 146. Одређивање елемената ротације небеског тела из 3 положаја пеге

дају за сваки датум у светску поноћ астрономске ефемериде. У њима се налазе и подаци потребни за изучавање ротационог кретања неких великих планета.

101. Елементи ротације Сунца и планета. — Из великог броја посматрања Сунчевих пеге нађено је да нагиб Сунчевог екватора према еклиптици износи $J = 7^\circ 15'$, а лонгитуда његова узлазног чвора

$$\Omega = 73^\circ 40' + 50'', 25 (t - 1850), \quad (450)$$

где је t време у годинама.

Угловна брзина Сунчеве ротације различита је за разне зоне или појасе паралелне екватору, што је својствено течним и гасовитим телима у обртању. По Валдмајеровим одређивањима из 1941. г. угловна брзина Сунчеве ротације износи

$$\omega = 14^\circ, 38 - 2^\circ, 7 \sin^2 \varphi, \quad (451)$$

где је φ хелиографска ширина. Сунчева је ротација, дакле, зонска, тј. свака зона или појас паралелан екватору има своју брзину обртања. Ово је својствено телима и течном и гасовитом стању која се налази у ротацији. Највећа је брзина ротације екваторске зоне. На хелиографској ширини $\varphi = 16^\circ$, која је карактеристична као средња, за зону у којој се најчешће јављају пеге, време једне пуне сидеричке ротације Сунчеве износи $T_s = 360^\circ / 14,18 = 25,38$ средњих дана. Са Земље, која се обрће у истом смеру за по $1^\circ, 0$ на дан, трајање ове ротације изгледа нешто продужено. То је тз. синодичка ротација Сунца, која износи $T_c = 360^\circ / 13,18 = 27,28$ дана за исту зону.

Таблица 24.

Планета	Период ротације	Нагиб екватора према путањи	Брзина ротације на екватору у km/sec
Меркур	87 ^d 23 ^h 16 ^m	0?	0,002
Венера	?	?	?
Земља	23 56	23° 27'	0,465
Марс	24 37	25 12	0,243
Јупитер	9 ^h 50 ^m — 9 ^h 56 ^m	3 07	12,7
Сатурн	10 14 — 10 38	26 45	10,3
Уран	10 ^h ,8	98	4,3
Нептун	15,6	29	2,7
Плутон	?	?	?

У овој табlici дати су елементи ротације великих планета. Због јаке осветљености Сунца на Меркуровом котуру се тешко запажају појединости, па је дуго било неизвесно трајање његове ротације. Скијапарели је први утврдио да је време његове сидеричке ротације једнако времену његова обилажења око Сунца. Сада се поуздано зна да је оно једнако трајању његове сидеричке револуције. Узрок појави је сличан узроку једнакости трајања Месечеве ротације и револуције о којој ће ближе бити говора у наредном параграфу. Питање положаја његова екватора такође је још отворено.

За Венеру је још теже било утврдити трајање ротације, јер је обавијена густом атмосфером. Дуго су се водиле борбе између схватања да је ово трајање приближно једнако трајању Земљине ротације и да је једнако трајању њене револуције око Сунца, дакле 225 средњих дана. Најновија Долфусова посматрања потврдила су последњу претпоставку. Нека нова мерења температуре на Венериној тамној полулопти показала су међутим, да ова не спада никад много испод 23°C, што би говорило за то да Венерин дан не би требало да траје дуже од неколико Земљиних дана. Према томе, питање трајања Венерине ротације, строго узевши, остаје још отворено. Исто тако и питање нагиба њеног екватора, за који се засад само зна да је врло мали.

За Марс, који има врло ретку атмосферу и чврсту кору, подаци о ротацији су веома поуздани, за њ су давно већ израђене и детаљне карте.

На Јупитеру се појављују с времена на време велике светле пеге које поступно ишчежавају. Њиховим посматрањем нађено је да Јупитер има зонску ротацију. Угловна брзина његове ротације дата у табlici односи се на ширину од око 12°.

Сличан је случај и са планетом Сатурн. Трајање његове ротације дато у табlici односи се на зоне умерене ширине. Сидеричка ротација екваторске зоне траје 10^h14^m. Мада се екватор скоро поклапа са равни његових прстенова, они се обрћу нешто спорије 10^h30^m.

На малим котурима Урана и Нептуна (4", односно 2",5) не могу се запазити пеге, па су елементи ротације за Уран одређени спектроскопски, а за

Нептун из промена његова сјаја. Најзад за најдаљу велику планету Плутон, ове је елементе још теже одредити, па су зато и непотпуни и несигурни.

Видели смо да од угловне брзине ω ротације небеског тела зависи и величина његове спљоштености s . Исто тако се, ако знамо масу планете и њен полупречник k изражен у Земљиним, може наћи приближно убрзање силе теже на њеној површини $g_0 = m/k^2$. Теоријски се могу предвидети и границе спљоштености:

$$\frac{1}{2} \frac{\omega^2 k}{g_0} < s < \frac{4}{5} \frac{\omega^2 k}{g_0}. \quad (452)$$

Из таблице дате на крају овог параграфа види се да се мерена спљоштеност за Јупитер и Сатурн заиста налази у овим границама, док за Марс још немамо поуздану мерену вредност због врло мале величине његове спљоштености.

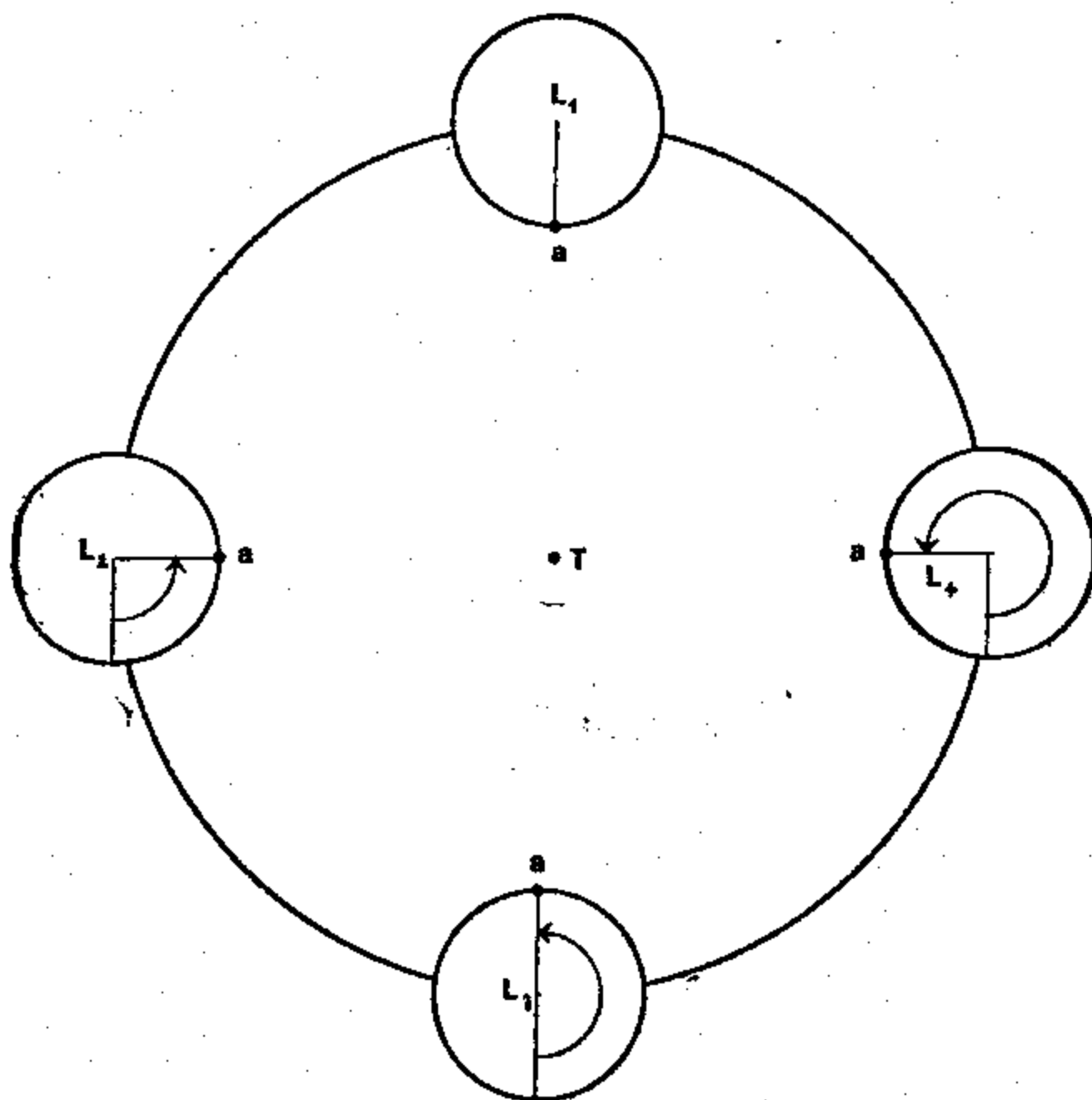
Таблица 25.

	К	g_0	$\frac{1}{2} \frac{\omega^2 k}{g_0}$	С	$\frac{4}{5} \frac{\omega^2 k}{g_0}$
Марс	0,53	0,38	1:430	—	1:172
Јупитер	11,20	2,65	1:23	1:17	1:9
Сатурн	9,47	1,14	1:10	1:9	1:4

102. **Месечево ротационо кретање.** — Раван Месечева екватора нагнута је према еклиптици само за угао од $1^\circ 30'$. Међутим, раван његове путање нагнута је према еклиптици за 5° и $8'$ али у супротну страну. Према томе раван Месечева екватора са равни његове путање заклапа угао од $6^\circ 38'$. Сем тога све ове три равни секу се дуж једне праве која се креће ретроградно $19^\circ 20',5$ годишње (*Касинијев закон*). Узроци ове појаве и њихова подробна анализа изучавају се у посебним течајима небеске механике.

Даље се из великог броја посматрања показало да појединости Месечеве површине (мора, планине, кратери, ...) *практично* не мењају свој положај на Месечевом привидном котуру. Ово се може објаснити само једнакошћу трајања његове ротације и револуције око Земље, као што очигледно показује сл. 147. Кад се Месец на својој путањи помери из L_1 у L_2 за четврт круга,

ако за исто време изврши и четвртину ротације, тачка a на његовој површини која се налази на линији Земља Месец, TL_1 , остаће у истом положају на Месечевом котуру, тј. налазиће се сада на линији TL_2 итд.



Сл. 147. Доказивање једнакости трајања Месечеве ротације и револуције

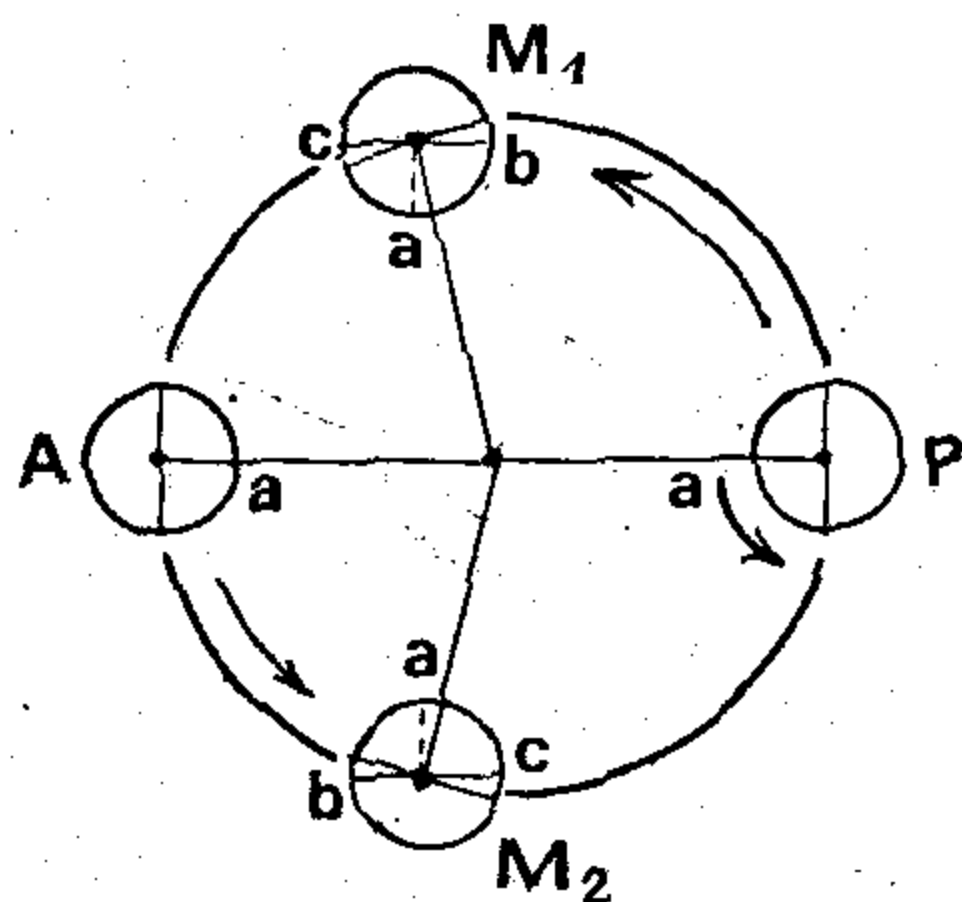
Узрок једнакости времена ротације и револуције налази се у плимском трењу. Док је Месец био још у житком стању Земљина је маса на њему изазивала велика плимска испупчења, и то како на страни окренутој Земљи тако и на супротној. Слично као што и Месец изазива плиму на Земљиној површини. Испитивања су показала да ови плимски брегови износе око 3 км или 0,001 Месечева пречника. Услед трења међу Месечевим делићима плимски брегови се нису могли тренутно издићи, већ су се издизали поступно. Зато док је брег окренут Земљи успео да се издигне ова је тачка услед Месечеве ротације већ прошла линију Земља — Месец. Плимски брегови се дакле нису образовали на овој линији, већ нешто даље од ње. Зато је Земљина привлачна сила делујући јаче на ближи но на даљи плимски брег тежила да их врати на линију Земља — Месец насупрот Месечеву обртању. Изазвала је тзв. плимско трење и деловала као кочница Месечеве ротације све док се времена ротације и револуције нису међусобно изједначила, а Месечево издужење остало стално у правцу Земље.

У циљу одређивања Месечева положаја микрометром се поентира један његов тачкасти кратер скоро у самом средишту котура (Местинг). У астрономским ефемеридама дају се за сваки дан у 0^h ефемеридског времена разлике ректасцензија и деклинација овог кратера и Месечева средишта. Тада додавањем ове разлике на мерене координате Местинга добивамо координате Месечева средишта.

За многа изучавања потребно је наћи тзв. *селонаграфске координате* појединих тачака на Месечевом котуру. То су координате које одговарају географским координатама на Земљиној површини. Тада се микрометром измере разлике између координата посматране тачке и Местинга, а пошто се његов положај у односу на Месечево средиште зна, онда није тешко доћи и до селенографских координата посматране тачке. Ближа упутства за ово рачунање дају се у објашњењима уз астрономске ефемериде у свима већим астрономским годишњацима.

103. **Месечеве либрације.** — Пажљивим посматрањем Месеца из дана у дан и омањим инструментом можемо запазити да појединости на његовом привидном котуру мало мењају свој положај и да се на једној или другој страни Месечева руба појављују предели који су нешто пре тога били на невидљивој страни. Изгледа нам као да се Месец помало клати. То је појава Месечеве *либрације*. Ближом анализом показало се да постоје две врсте либрација — *привидна* или *оптичка* и *физичка* или *права*. Привидних, опет, има три врсте: *либрација у лонгитуди*, *либрација у латитуди* и *дневна* или *паралактичка либрација*.

1^о *Либрација у лонгитуди* је највећа и долази отуд што се Месец обрће равномерно, а око Земље не обилази равномерно, већ по *Кеплеровим* законима. Кад је Месец био у перигеју P нека је тачка a била на његовом централном меридијану, тачка b на десном (западном) рубу, а тачка c на левом (источном) рубу. После четврт месеца Месец се обрнуо тачно за четврт круга, док је превалио више од једне четвртине своје путање и дошао у положај M_1 . Зато тачка a неће више бити на централном меридијану видљивог котура већ



Сл. 148. Месечева либрација у лонгитуди

померена мало у лево, ка истоку. Тачке b и c исто тако. Зато ће нам на западном рубу постати видљив уски срп Месечева котура, који је у његовом положају P био на невидљивој половини. Имаћемо утисак као да смо „завирили” мало иза западног руба. Напротив, тачка c и читав један уски срп Месечева котура који се видео у његовом положају P ишчезнуће из Месеца. У апогеју слика Месечева котура биће иста као и у перигеју, а кад Месец изврши и трећу четвртину обртања и дође у положај M_2 на својој путањи око Земље, онда ће појава бити обрнута оној у тачки M_1 , што није тешко видети са сл. 148. Максимални износ ове либрације износи $7^{\circ}45'$, а њена периода је *аномалистички месец* или размак времена између два узастопна Месечева пролаза кроз перигеј.

2^о *Либрација у латитуди* долази отуд што је Месечева обртна осовина нагнута према равни његове путање (за угао $83^{\circ}22'$). Зато је у једној половини месеца јужни, а у другој северни Месечев пол нагнут према Земљи. У првом случају видимо и области преко јужног пола, а у другом случају и области преко северног пола. Периода појаве је *драконитички месец* или временски размак између два узастопна Месечева пролаза кроз истоимени чвор своје путање.

3^о *Дневна или паралактичка либрација.* — Због тога што је Месец релативно близу Земље, при његовом излазу посматрач види један уски срп на западној ивици његова котура који се не види када му је Месец у меридијану. Исто тако при Месечеву залазу он види један уски срп Месечеве површине на источној ивици његова котура који се не види када му је Месец у меридијану. Максимални износ ове либрације износи око 1° у лонгитуди.

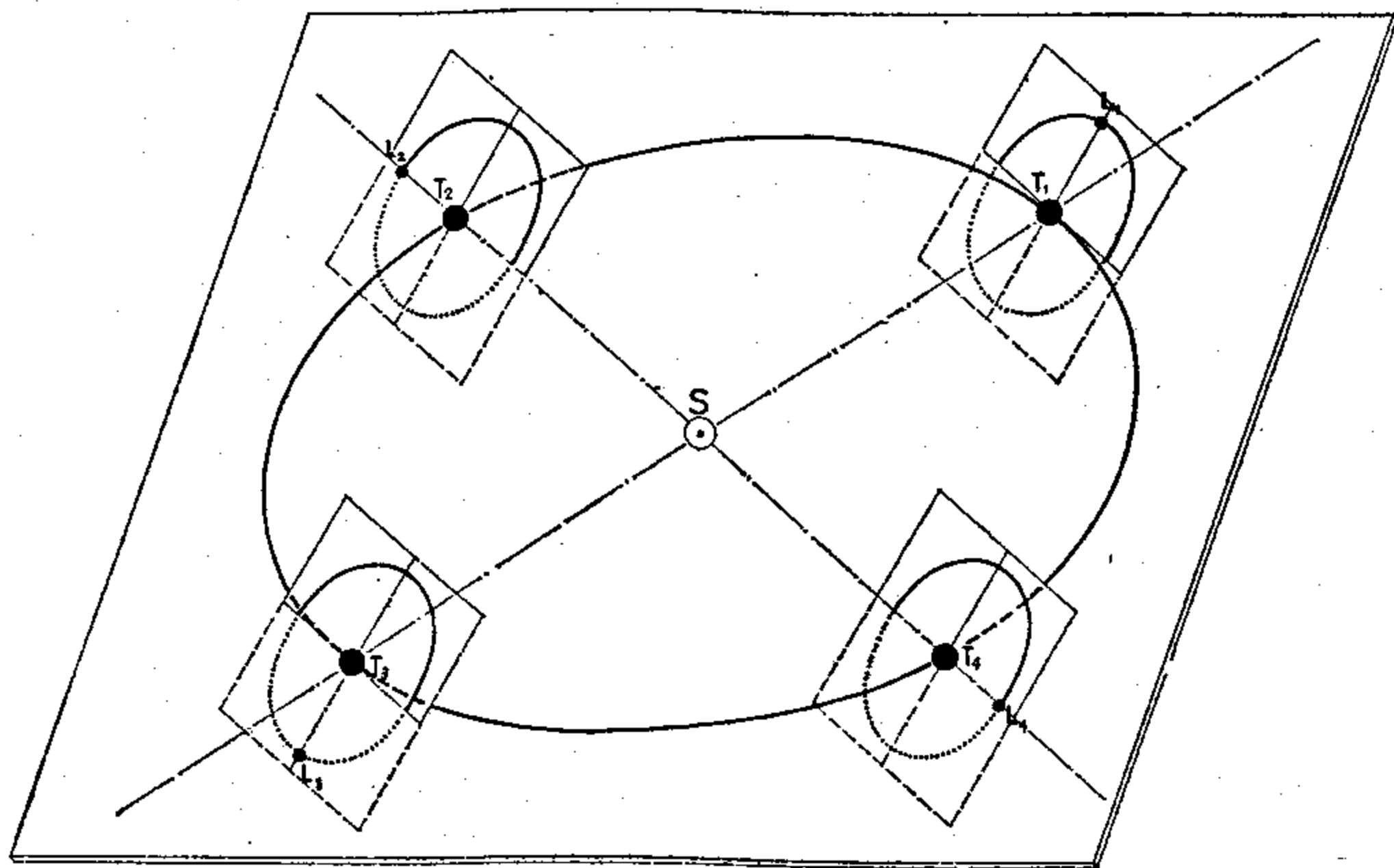
4° *Физичка либрација*. Због Месечеве либрације у лонгитуди велика осовина његовог елипсоида, која је управљена ка Земљи, периодично се удаљава од овог правца. Земља својом привлачном силом тежи да је врати у првобитни положај. Услед тога долази до правог клађења Месечева или до његове физичке либрације, која је веома незнатна, те се може измерити само најпрецизнијим методама.

Под утицајем свих либрација можемо видети не половину већ око 0,6 Месечеве површине.

В. ПОМРАЧЕЊА

Задржимо се у последњем одељку основа теоријске астрономије на једној групи појава од значаја за астрономску науку, која обично носи општи назив *помрачења*. Ту спадају: Месечева помрачења, помрачења Јупитерових сателита, помрачења Сунца, окултације небеских тела Месецем и, најзад, иако по суштини појаве нешто различити, и привидни преласци Венере и Меркура преко Сунчевог диска — да се задржимо само на основним појавама. Ова група појава изучава се обично у посебним курсевима теоријске астрономије (а у последње време најчешће у посебним монографијама), зато што је за њихово изучавање, као и за израчунавање њихових ефемерида, тј. довољно тачних тренутака када ће се оне догодити, као и за израчунавање положаја места на Земљи одакле ће се у ком тренутку видети која фаза ових појава, потребно солидно познавање теорије кретања планета и сателита. Задржимо се у оквиру опште астрономије на описима ових појава, на неким основним њиховим карактеристикама и на њиховом значају.

104. **Помрачења Месеца** — Планете и сателити, као тамна небеска тела осветљена Сунцем, бацају супротно од Сунца своје там-



Сл. 149. Епохе Месечевих помрачења

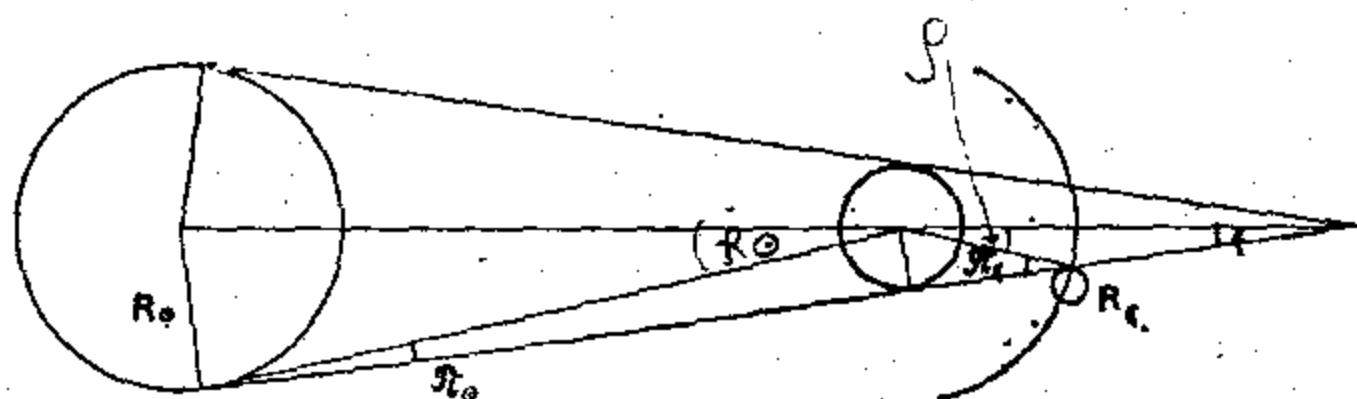
не сенке конусна облика. У току свог обилажења око Земље, када дође у положај супротан Сунцу (у опозицију или уштап, пун месец). Месец може ући у Земљину сенку. Тада ће се он видети по-

мрачен са свих тачака на Земљи, у којима је тога тренутка Месец над хоризонтом.

Кад би се раван Месечеве путање поклапала са равни еклиптике појава би наступала при сваком пуном месецу. Али због нагиба равни Месечеве путање према еклиптици ($i=5^{\circ}8'$) она се може догодити само када се за време уштапа Месец нађе још и у једном од чворова своје путање, тј. у равни еклиптике.

Како линија чворова Месечеве путање двапут годишње пролази кроз Сунчево средиште (види сл. 149.), и то у размацама од око пола године, то се очевидно Месечева помрачења могу догодити два пута годишње. Потребно је само да се у тим епохама Месец нађе у опозицији са Сунцем.

Но због довољно великог пречника Земљине сенке на месту где кроз њу пролази Месец, не мора се овај наћи баш у самом чвору своје путање, већ нешто испред или иза њега па да се догоди Месечево помрачење. Није тешко одредити колико сме да буде највеће угловно удаљење Месечево, $\lambda \zeta - \varnothing$, од чвора по еклиптици па да Месец макар и делимично уђе у Земљину сенку. Нека су на сл. 150. f полуотвор конуса Земљине сенке, R_{\odot} и π_{\odot} привидни полупречник и хоризонтска паралакса Сунца, R_{ζ} и π_{ζ} — привидни полупречник и хоризонтска паралакса Месеца, а ρ — привидни полупречник пресека конуса Земљине сенке Месечевом путањом. Са слике је тада очигледно



Сл. 150. Конус Земљине сенке и услови за помрачење Месеца

$$f = R_{\odot} - \pi_{\odot} \quad (453)$$

а

$$\rho = \pi_{\zeta} - f = \pi_{\zeta} + \pi_{\odot} - R_{\odot} \quad (454)$$

Помрачење ће Месеца (макар и делимично) очигледно наступити када његово средиште приђе оси конуса Земљине сенке на одстојање h мање од

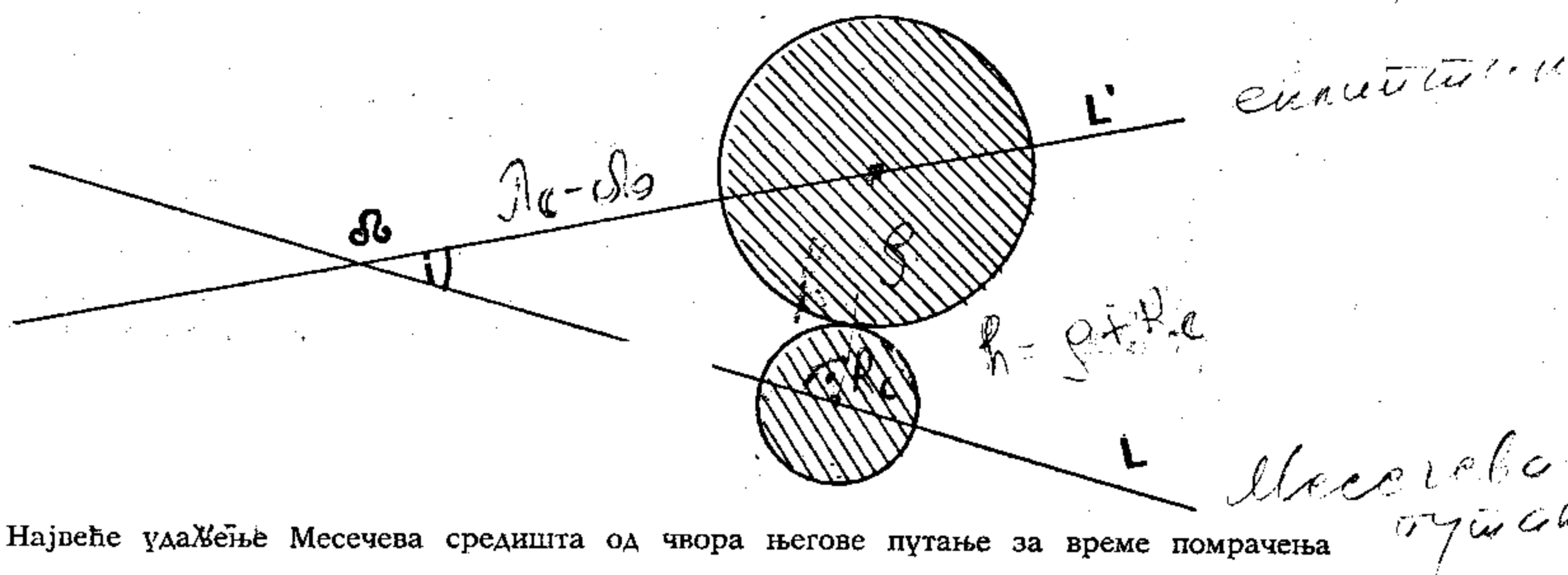
$$\rho + R_{\zeta} = \pi_{\zeta} + \pi_{\odot} + R_{\zeta} - R_{\odot} = 57,7 + 0,1 + 15,8 - 16,6 = 57,6. \quad (455)$$

Приближну вредност удаљења Месечева средишта од чвора његове путање по еклиптици ($\lambda \zeta - \varnothing$) добићемо из правоуглог сферног троугла $\varnothing L'L''$ на сл. 151. но којој је $\varnothing L'$ лук еклиптике, $\varnothing L$ лук Месечеве путање, а i нагиб према еклиптици ($i=5^{\circ}8'$). Он даје везу

$$\sin (\lambda \zeta - \varnothing) = \frac{\sin h}{\sin i}, \quad (456)$$

из које, сменом бројних вредности за h и i , добивамо за највеће угловно удаљење Месечево од чвора у једну и другу страну по еклип-

тици при коме може доћи до његова помрачења угао од по $11^{\circ}5'$. Тако за други услов Месечева помрачења добијамо знатно толерантнију вредност.



Сл. 151. Највеће удаљење Месечева средишта од чвора његове путање за време помрачења

Месечево помрачење ће наступити, дакле, онда када се (1) Месец налази у опозицији са Сунцем (пун месец) и (2) када се у то време нађе у близини чвора своје путање, најдаље на удаљењу $11^{\circ}5'$ од њега, било у једну или у другу страну.

Угао од 23° Сунце међутим, пређе по еклиптици приближно за 23 дана. Према томе Месечево се помрачење може десити само ако се Месец у том временском размаку нађе у фази пуног месеца. Како временски размак између два пуна месеца износи 29,5 дана, тј. више од 23 дана, очигледно је да се Месечево помрачење не може догодити када је испуњен само други а не и први услов.

Значи у току једне године не мора бити уопште Месечевих помрачења, а може их бити и два. Максимални број се у извесним случајевима пење на 3 због тога што се услед поремећаја линија чворова Месечеве путање непрестано помера, тако да периоди помрачења које смо израчунали наступају сваке године 20 дана раније. Ако је извесне године први период пао на почетак године, може се зато десити да крајем године већ наступи овакав трећи период. У том случају, ако је још и први услов задовољен, биће три Месечева помрачења у години.

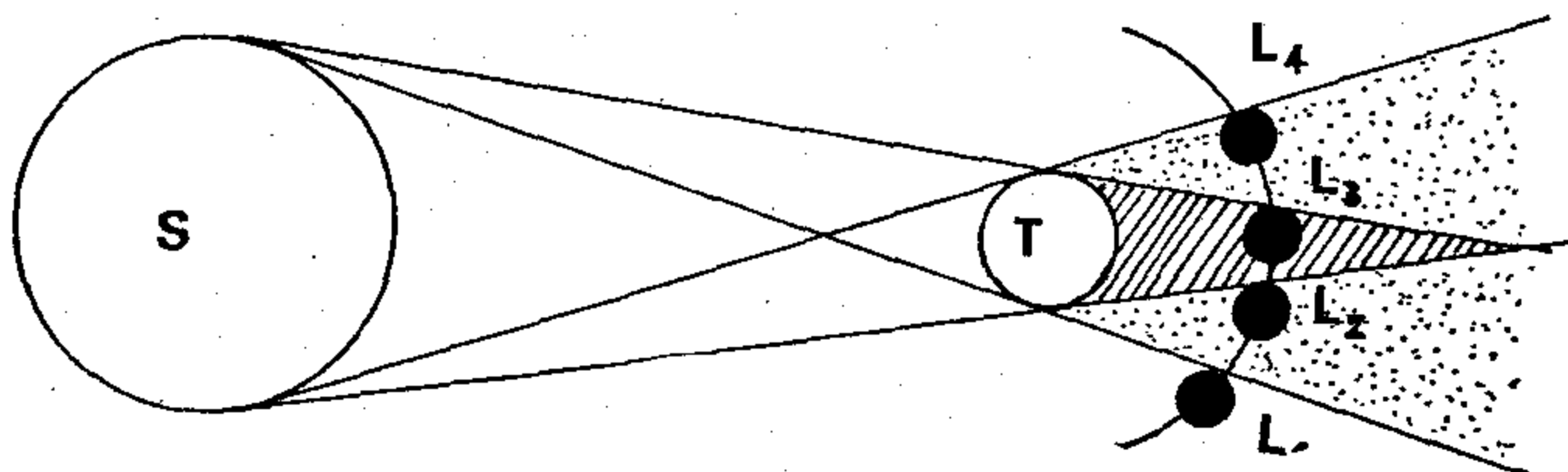
Потпуно помрачење наступиће ако је Месец ближи оси конуса Земљине сенке, а делимично ако је даље од ње, но још увек у горе изведеним границама. Границе ових удаљења од чвора за наступање потпуног помрачења могу се одредити у оквиру једне вежбе.

Из односа величина Месечева привидног полупречника R и привидног полупречника r пресека конуса Земљине сенке, тамо где овај конус пресеца Месечева путања, а водећи рачуна о брзини Месечева кретања, добија се да једно потпуно Месечево помрачење не траје никада више од два часа.

Међутим, и потпуно Месечево помрачење почиње најпре као делимично, јер Месец одмах после додира конуса Земљине сенке зарони у њу само малим делом. Са његовим кретањем он тоне у Земљину сенку све више и више и на небу се види како се видљиви Месечев срп све више тањи. Појава се догађа обрнутим редом после фазе потпуног помрачења, до коначног излаза Месечева из сенке.

Ни у самој фази потпуног помрачења Месец није сасвим невидљив. Обично је осветљен бакарно црвеним сунчевим зрацима који продиру у Земљину сенку после преламања кроз Земљину атмосферу.

Због тога што Сунце није тачкасти светлосни извор, већ се са Земље због његове релативне близине види као светао котур коначних димензија, на Земљу падају зраци са разних тачака његове површине. Због тога се иза Земље, на страни супротној од Сунца, с једне и друге стране конуса Земљине сенке, образују области тзв. њене полусенке (сл. 152) или области које су осветљене једним делом Сунца. Месечеви положаји L_2 и L_3 тада би одговарали његовом улазу у сенку и излазу из сенке, или почетку и свршетку делимичног помрачења, а положаји L_1 и L_4 улазу у полусенку и излазу из ње.



Сл. 152. Земљина сенка и полусенка

Почетак и свршетак потпуног помрачења одговарали би унутрашњим додирима Месечева котура и ивице конуса Земљине сенке.

Због неприметног потамњења Месечева котура за време пролаза кроз полусенку, ови пролази нису од особитог интереса. Тренуци спољашњих и унутрашњих додира Месечева котура са Земљином сенком од највеће су важности у посматрању Месечева помрачења. Они се могу рачунски предвидети ако се на један праволинијски правоугли координатни систем уцрта око координатног почетка круг који представља пресек конуса Земљине сенке тамо где је сече Месец. Ако се затим уцрта низ узастопних Месечевих положаја према његовим координатама узетим из ефемерида и интерполацијом одреде четири тренутка додира. Са цртежа се може тада одредити и величина фазе помрачења у сваком тренутку, тј. износ оног дела Месечева котура који је у том тренутку заронио у сенку. Овакав рачун може да послужи као корисна вежба.

Све значајне тренутке Месечевих помрачења дају нам две године унапред све астрономске ефемериде. Посматрани тренуци некада су служили корисно за одређивање географских дужина места на Земљи, јер је Месечево помрачење појава која се види у истом тренутку са свих места на Земљи за која је Месец изнад хоризонта. Због слабе оштрине ивице Земљине сенке (којој је узрок Земљина атмосфера), посматрани тренуци улаза Месечева у Земљину сенку могу носити и грешку до 1^m . Зато је ова метода данас напуштена поред знатно тачнијих. Месечева помрачења данас се највише користе за разна испитивања саме Земљине атмосфере.

У доњој табlici дати су у светском времену тренуци највећих фаза у Гриницу за сва Месечева помрачења од 1965—1975. г., по *Ополцеровој* монографији „Kanon der Finsternisse”. У делу су дате и друге величине из којих се могу израчунати за сва места на Земљи почеци и свршеци помрачења и други потребни подаци. Ови се подаци налазе за сваку годину у астрономским годишњацима.

Таблица 26.

Датум			Час		Датум			Час	
1965.	VI	14.	1 ^h	51 ^m	1971.	VIII	6.	19 ^h	44 ^m
1967.	IV	24.	12	7	1972.	I	30.	10	53
1967.	X	18.	10	16	1972.	VII	26.	7	18
1968.	IV	13.	4	49	1973.	XII	10.	1	48
1968.	X	6.	11	41	1974.	VI	4.	22	14
1970.	II	21.	8	31	1974.	XI	29.	15	16
1970.	VIII	17.	3	25	1975.	V	25.	5	46
1971.	II	10.	7	42	1975.	XI	18.	22	24

105. **Помрачења Јупитерових сателита.** — То је појава по суштини иста као и помрачење Земљиног сателита Месеца. И Јупитер, као тамно тело баца супротно од Сунца сенку у коју могу ући и из које могу изићи његови сателити. Прва четири, највећа Јупитерова сателита, крећу се око њега по скоро кружним путањама и то скоро у равни саме Јупитерове путање. Само четврти незнатно одступа од ове равни те зато само он може понекад проћи мимо конуса Јупитерове сенке и не бити помрачен приликом сваког обиласка око планете.

Како се ова појава види једновременно са свих тачака на Земљи којима је Јупитер изнад хоризонта, то је она раније коришћена за одређивање разлика географских дужина. Но због непотпуне оштрине Јупитерове сенке код процене тренутка почетка или свршетка помрачења једног његовог сателита грешка може достићи и 10^s, па је ова метода због мале тачности у новије време одбачена.

Но оцена тренутка почетка, одн. свршетка помрачења, користи се и за одређивање синодичке револуције и других елемената елиптичног кретања ових сателита.

Знајући теоријско време њихова обилажења око планете и одређујући ово време, с друге стране, баш из тренутака почетка и свршетка помрачења, *Ремер* је 1675. г. из добивене разлике, тј. закашњења појаве извео закључак да се светлост не простире тренутно и први пут одредио брзину светлости. И доиста, предпоставимо да су t и t' посматрани тренуци почетка помрачења једног Јупитеровог сателита из два положаја Земљина на њеној путањи око Сунца, при чему су нам познате односне даљине d и d' његове од Земље. Прави тренуци ових појава биће у ствари

$$T = t - \frac{d}{c} \quad \text{и} \quad T' = t' - \frac{d'}{c}, \quad (457)$$

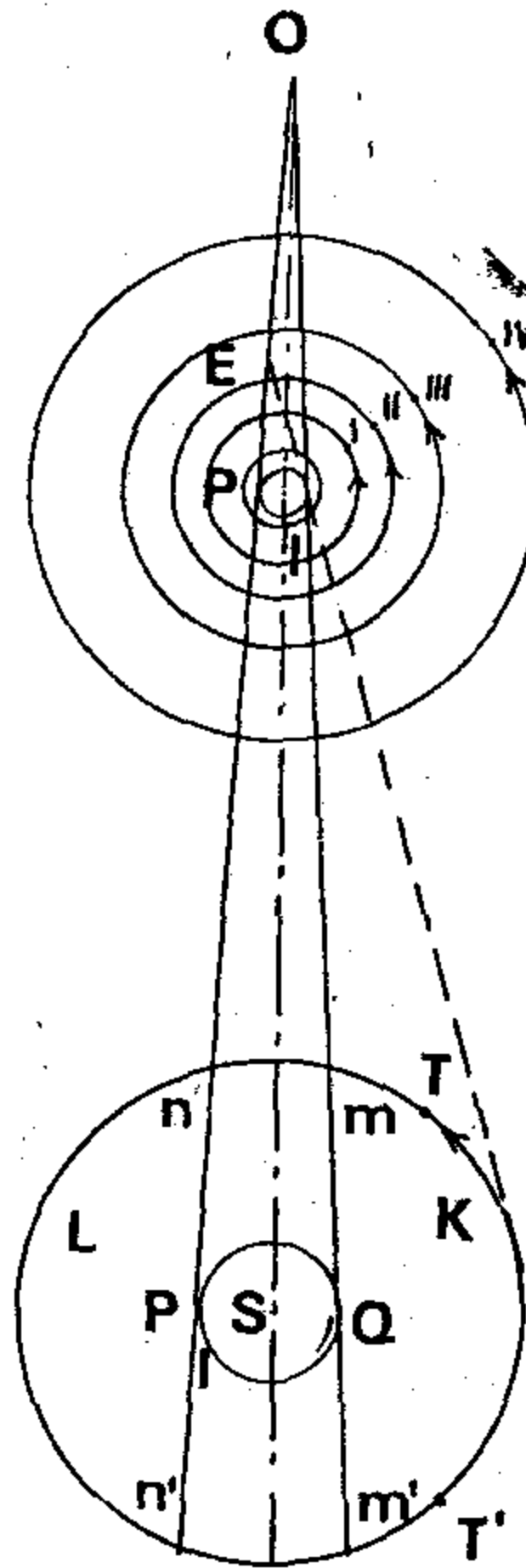
где је c брзина светлости. Пошто је размак времена $T' - T$ познат, јер садржи одређени број синодичних револуција посматраног сателита, то се за одређивање брзине светлости добива једначина

$$(d' - d) \cdot \frac{1}{c} = (t' - t) - (T' - T). \quad (458)$$

Ако је појава посматрана са већег броја Земљиних положаја на њеној путањи, тј. већи број пута у току године, c се може тачније одредити методом најмањих квадрата. $1/c$ је тада време које светлост употреби да превали астрономску јединицу или средња Сунчева паралакса. Метода има историјски значај, јер су у новије време нађене тачније методе за одређивање ових фундаменталних астрономских констаната.

Посматрања помрачења и других појава код Јупитерових сателита врше се и у друге сврхе. Зато велики астрономски годишњаци дају сваке године не само израчунате тренутке почетка и свршетка помрачења прва четири Јупитерова сателита, већ и израчунате тренутке почетка и свршетка привидних пролаза ових сателита, као и њихових сенки, преко привидног котура планете.

У рачунање ових тренутака ми се на овом месту нећемо упуштати. Напоменимо само да се код свих сателита не може посматрати и почетак и крај истог помрачења. На сл. 153. приказани су Сунце S , Земљина путања KTL , и Јупитер J са путањама његова прва четири сателита I, II, III, IV, као и конус Јупитерове сенке. Ако повучемо тангенту KqE на Земљину путању и Јупите-



Сл. 153. Путање Јупитерових сателита и конус Јупитерове сенке

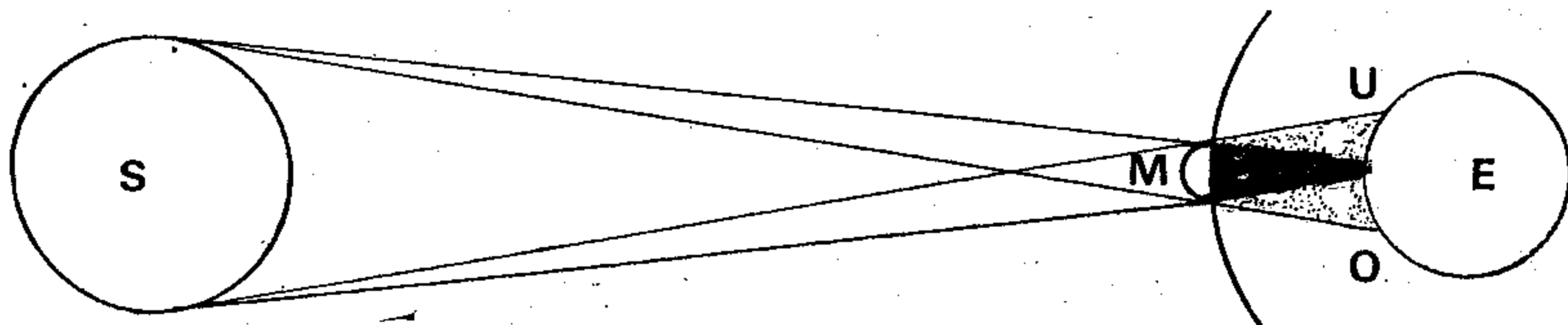
ров екваторски пресек до тачке E у којој сече изводницу PQ конуса Јупитерове сенке, постаје очигледно да ће се за сателите ближе планети од тачке

Е, тј. за оне чија је двострука паралакса већа од угла РЕК, видети са Земље само почеци њихових помрачења, ако се Земља налази на луку $m'K m$ своје путање, а само свршеци, ако се Земља налази на луку mLn' своје путање. Угао РЕК износи $1/5,2 \sin 1^\circ = 11^\circ$, па се код првог сателита никад не може видети и почетак и крај истог помрачења, а код другог само врло ретко. Сем тога, једначина

$$L_1 + 2L_3 - 3L_2 = 180^\circ, \quad (459)$$

коју смо навели у параграфу 91. показује да се сателити I, II, III, IV не могу помрачити једноремено.

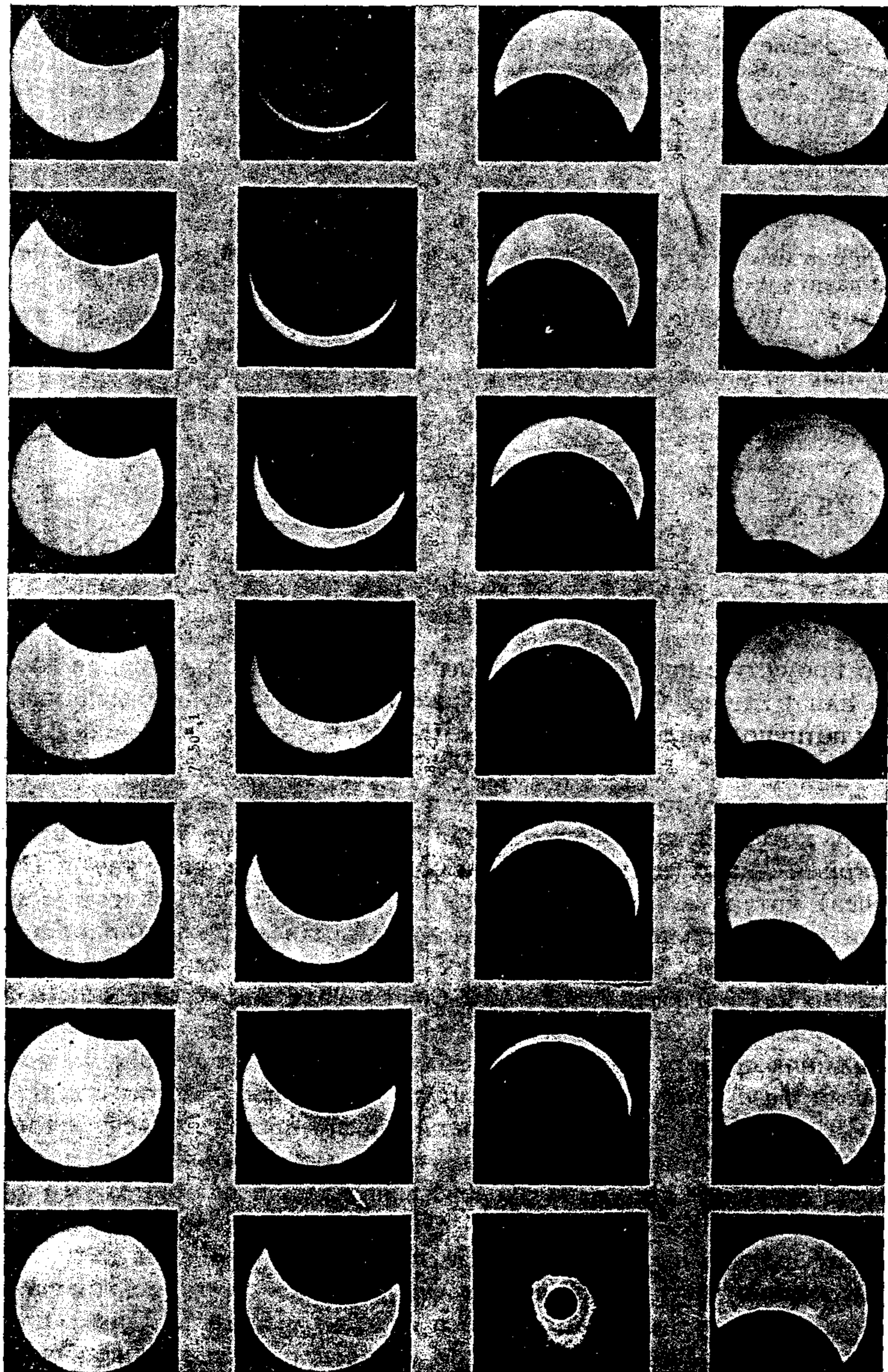
106. Помрачења Сунца. — Помрачења Сунца наступају када Месец, у свом кретању око Земље, дође између Земље и Сунца (конјункција, младина). Тада се за посматрача са Земље Месечев ко-



Сл. 154. Сунчево помрачење

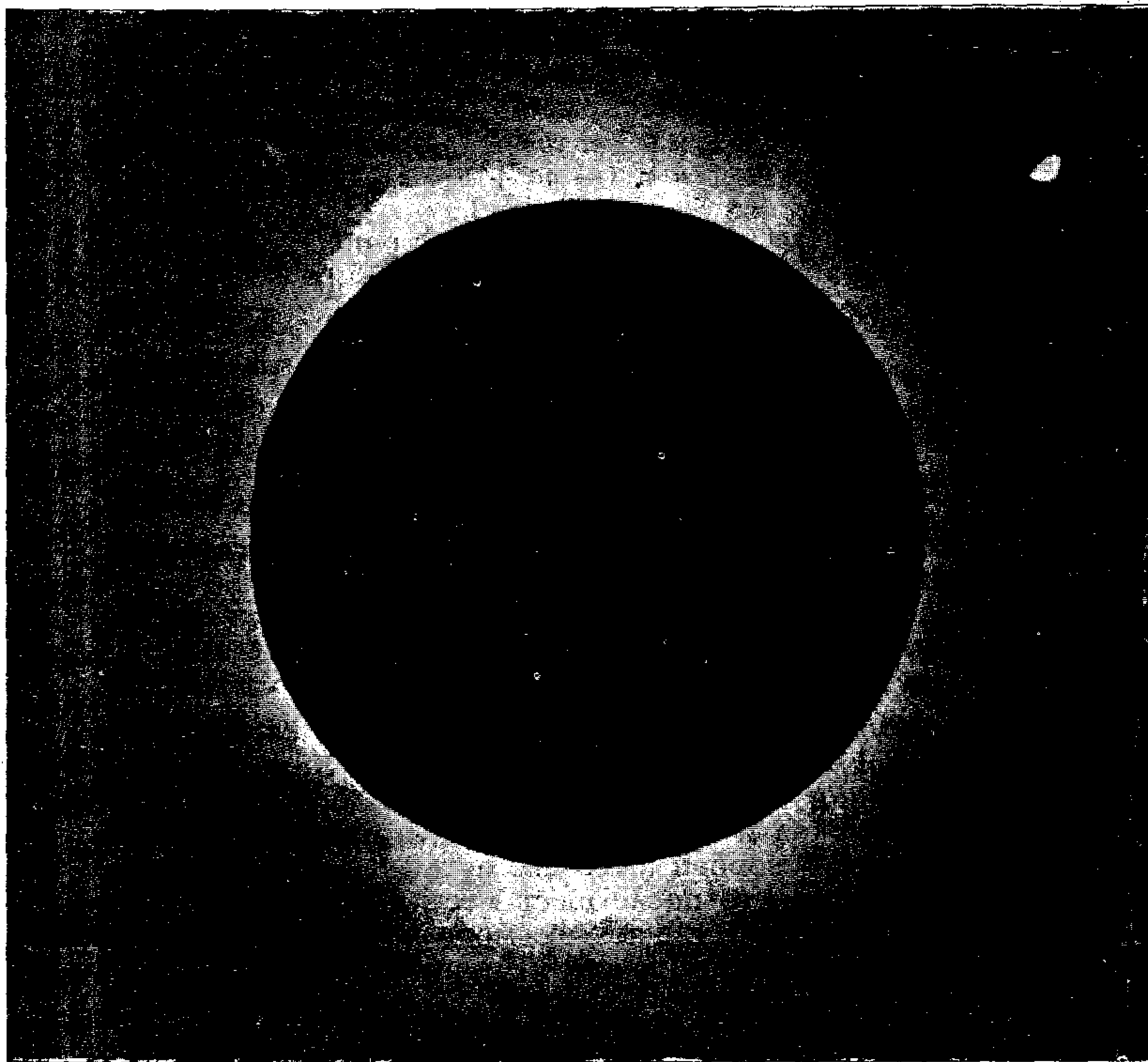
тур пројектује преко Сунчева и заклања за извесно време, делимично или потпуно, Сунчев котур. Каже се да је наступило делимично или потпуно помрачење Сунца (сл. 154.).

На сл. 155. виде се поједине фазе Сунчева помрачења од 15. II 1961. г. како су га снимили наши астрономи. На западном (десном) крају котура запажа се најпре да је Сунчев котур једва приметно „окрњен“, да се преко њега превлачи све више и више тамни (Месечев) котур са кружном ивицом. Од Сунчева котура остаје све ужи светао срп и најзад само један мали делић који подсећа на драги камен. На Земљи се тада не запажа осетно смањење осветљења. Но кад ишчезне и последњи Сунчев зрак Земљу одједном обузме дубоки сутон. Само се на хоризонту запажа светао појас, одсјај са Земљиних области на које није пала Месечева сенка. Каже се да је почела *фаза тоталитета или потпуног помрачења*. Истог тренутка јавља се око Сунца блештави танки црвени прстен Сунчеве хромосфере (доњег слоја атмосфере) из кога избијају циновске протуберанце (ерупције гасова) а око овога на даљини од још два до три Сунчева пречника блиста бледим сјајем Сунчева корона (горњи слој атмосфере). Планете и најсјајније звезде тада се виде на небу. После неколико минута трајања ове фазе, Месечев котур се помера на исток и на западној ивици Сунчева котура блесне први Сунчев зрак, затим се јавља танак блештави срп, повећавајући се све више да најзад постане видљив и цео Сунчев котур. Завршила се и фаза дели-



Сл. 155. Узастопни изглед Сунчева помрачења од 15. II 1961. г.

мичног помрачења. Са звезданим небом потпуно Сунчево помрачење спада у најлепше призоре, који се са Земље могу сагледати. Потпуно помрачење Сунца могу видети само посматрачи са Зем-



Сл. 156. Изглед једног потпуног Сунчевог помрачења.
Види се корона и једна протуберанца

ље који се налазе у кругу пресека Земљине површине са Месечевом сенком. Пречник круга износи неколико стотина километара, а најчешће око 200 км., што зависи од Месечева удаљења од Земље у том тренутку. Изван овог круга, па све до круга дуж кога се сече Земљина површина с Месечевом полусенком, види се само делимично помрачење Сунца. За посматрача изван ове области Сунце остаје непомрачено. Дакле, за разлику од Месечева помрачења, Сунчево се помрачење не види са целе Земљине полулопте која у том тренутку има Сунце над хоризонтом.

Но да би наступило Сунчево помрачење за једно место на Земљи није довољно да се Месец нађе у конјункцији са Сунцем, већ да његово средиште буде приближно и у истој равни са Земљиним и Сунчевим, тј. да Месец дође у раван еклиптике. То се, међутим, мо-

же десити само када се Месец у младини нађе још и у близини линије чворова своје путање. Да би смо одредили на коме се највећем углавном удаљењу Месечева средишта од чвора његове путање може десити Сунчево помрачење, вратимо се на сл. 154. и одредимо најпре угловни полупречник ρ' кружног пресека конуса кроз који треба да прође један део Месечева колура да би дошло до Сунчево помрачења. Из одговарајућег троугла је

$$\rho' = \pi \zeta + f = \pi \zeta - \pi_{\odot} + R_{\odot} . \quad (460)$$

Помрачење ће Сунца (макар и делимично) очигледно наступити када Месечево средиште приђе оси конуса Земљине сенке на угловно одстојање h' мање од

$$\rho' + R_{\zeta} = \pi_{\odot} - \pi_{\odot} + R_{\odot} + R_{\zeta} = 57',7 - 0',1 + 15',8 + 16',0 = 1^{\circ}29',4. \quad (461)$$

Приближну вредност удаљења Месечева средишта од чвора његове путање по еклиптици $\lambda_{\zeta} - \Omega$ добићемо и у овом случају слично као код Месечевих помрачења и она износи $\pm 16^{\circ},1$, дакле знатно више него код Месечевих помрачења. Због тога се Сунчева помрачења дешавају чешће од Месечевих за Земљу као целину. Но због тога што се, за разлику од Месечевих, виде само с малог дела њене површине, за једно одређено место на Земљи далеко су ређе појаве од Месечевих помрачења.

Како се Сунце помера приближно по 1° по својој путањи, то сектор од $2 \cdot 16^{\circ},1 = 32^{\circ},2$ пређе за око 32 дана. Како је овај размак дужи од синодичног месеца, у њему се мора догодити најмање једна младина, а понекад и две, дакле, једно, а понекад и два Сунчева помрачења. Како су чворови Месечеве путање удаљени један од другог 180° по еклиптици, то после шест месеца очигледно Сунце мора проћи и кроз други чвор, где такође мора наступити најмање једно, а понекад и два Сунчева помрачења. Према томе у току сваке године морају се десити најмање два Сунчева помрачења, а може их бити и четири.

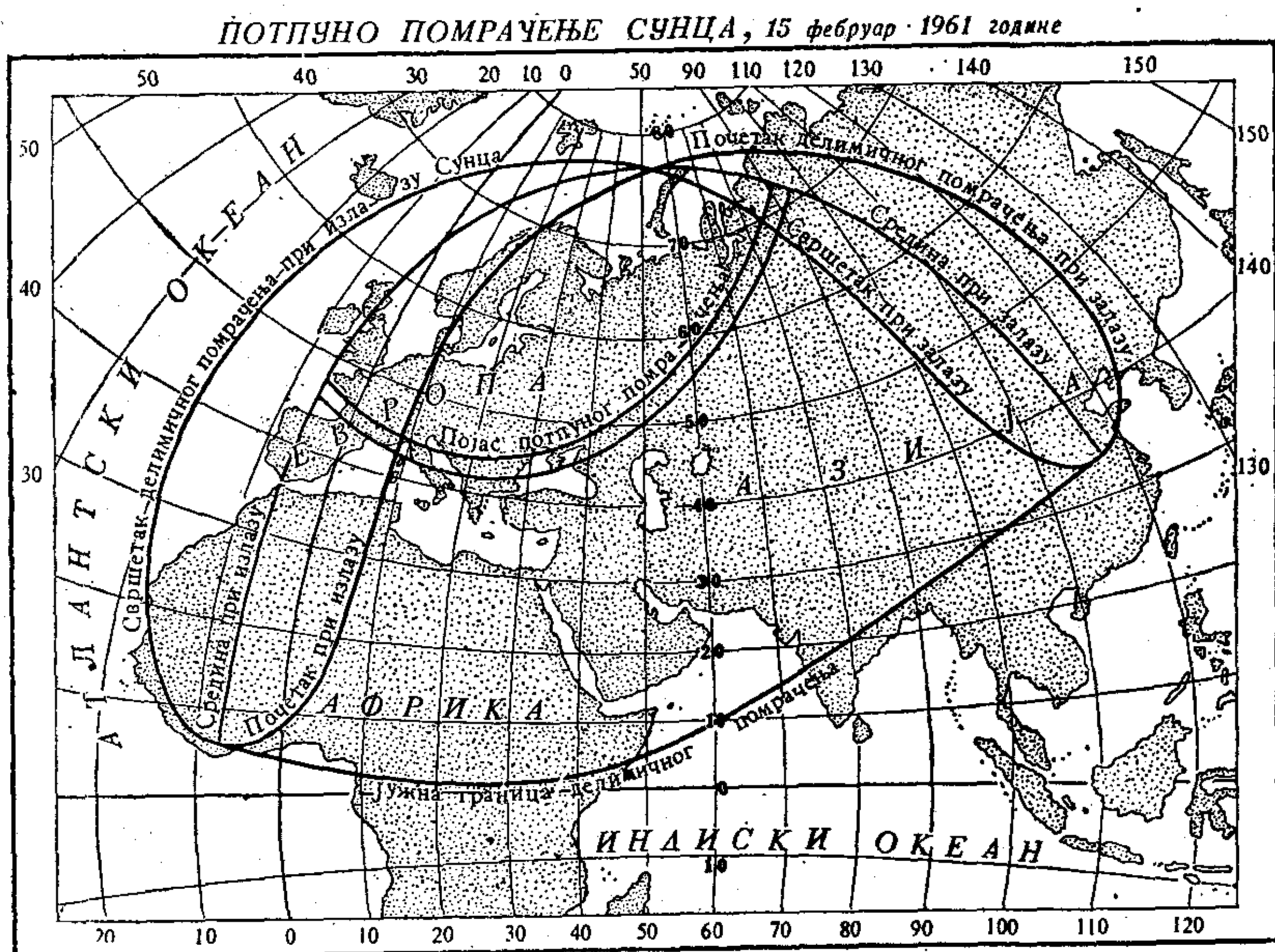
Видели смо међутим, да се услед поремећаја линија чворова Месечеве путање непрестано помера, тако да периоди помрачења наступају сваке године 20 дана раније. Ако је први период пао на почетак године, може се зато десити да крајем године започне већ и трећи овакав период. У том случају имамо у години 5 Сунчевих помрачења (за Земљу као целину), и то је њихов максималан број у једној години. Најчешће се догађају по два Сунчева помрачења у години.

Због ексцентричности Месечеве путање, његово се удаљење од Земље непрестано мења, а услед овога и величина привидног Месечевог котура, па је он некад мало мањи, а некад мало већи од Сунчевог. Ако се Сунчево помрачење деси када је Месец око апогеја, тј. кад му је привидни котур најмањи, посматрачи који се на Земљи налазе у близини осе конуса Месечеве сенке видеће, у тренутку када се средишта привидних котура Месеца и Сунца приближно поклопе, да Месечев котур не покрива потпуно Сунчев, већ да се од

овог последњег види блештави прстен око тамног Месечевог котура. Такво се Сунчево помрачење назива прстенасто.

Због Месечева кретања око Земље и његова се сенка бачена на Земљу у току Сунчева помрачења помера по Земљиној површини са запада на исток, те за разна места на Земљи једно исто помрачење почиње и цео његов ток и свршетак одигравају се у разним тренуцима. За тачан предрачун ових тренутака (ефемериде Сунчева помрачења) дали су методе *Бесел* и *Ханзен*. Незнатно за њима заостаје по тачности врло проста *Гаусова* геометријска метода. Но њихово излагање прелази оквири општега курса.

Када се за једно Сунчево помрачење срачунају почеци и свршеци фазе тоталитета за сва важнија места на Земљи, није тешко нанети на географску карту појас који је пребрисала Месечева бачена сенка по Земљиној површини, тзв. *појас тоталитета*. Криве приближно паралелне границама овог појаса спајају на Земљи места једнаких фаза помрачења, тј. места са којих се може видети дотично помрачења као делимично и то нпр. највише 0,8; 0,6; 0,4; 0,2; ... помраченог Сунчевог котура. Попречне криве, које секу криве једнаких фаза и зону тоталитета под великим углом (блиским правом)



Сл. 157. Карта Сунчевог помрачења од 15. II 1961. г.

спајају места на Земљи у којима уочено Сунчево помрачење почиње у истом тренутку. Овакве криве, заједно с ефемеридама помрачења, дају за сва помрачења велики астрономски годишњаци. На сл. 157. дате су ове криве за потпуно Сунчево помрачење од 15. II 1961.

год., прво које се видало из наших крајева после 1666. године. Наредно ће бити тек 2135. године.

Максимално трајање потпуног помрачења једног места на Земљи у наше време износи 7^m , но најчешће не прелази 2—3^m. Поменуто помрачење, које су наши астрономи посматрали са острва Хвара,

1^m
трајало је 2—
4

У доњој табlici дати су у светском времену тренуци највећих фаза у Гриничу за сва Сунчева помрачења од 1965.—1975. г. према чувеном Ополцеровом делу „Kanon der Finsternisse”. У њему су утабличене и друге величине из којих се могу израчунати за сва места на Земљи почеци и свршеци помрачења и сви други потребни подаци. Ови се подаци налазе за сваку годину у астрономским годишњацима.

Таблица 27.

Датум	Час	Датум	Час
1965. V 30	21 ^h 13 ^m ,8	1971. II 25	9 ^h 49 ^m ,1
1965. XI 23	4 10,8	1971. VII 22	9 15,1
1966. V 20	9 42,9	1971. VIII 20	22 54,0
1966. XI 12	14 26,6	1972. I 16	10 53,3
1967. V 9	14 56,8	1972. VII 10	19 39,5
1967. XI 2	5 47,9	1973. I 4	15 42,9
1968. III 28	22 48,4	1973. VI 30	11 39,1
1968. IX 22	11 9,2	1973. XII 24	15 8,1
1969. III 18	4 52,3	1974. VI 20	4 55,6
1969. IX 11	19 56,1	1974. XII 13	16 25,5
1970. III 7	17 43,2	1975. V 11	7 5,7
1970. VIII 31	22 2,6	1975. XI 3	13 5,1

Посматрања потпуних Сунчевих помрачења су од далеко већег значаја но посматрања његових делимичних помрачења и помрачења Месеца. За астрометрију су од важности што се везивањем за Сунце могу том приликом врло тачно одредити поправке Месечевих теоријских координата, па и самих елемената његове путање која још није позната у сваком тренутку са највишом могућом тачности. Овим методама баве се небеска механика и теоријска астрономија. Посматрање појаве је од великог значаја и за изучавање Сунчеве хромосфере и короне, које су најприступачније инструментима када је блештави Сунчев котур потпуно помрачен. Методама ових посматрања и тумачењем њихових резултата бави се астрофизика.

107. **Сарос.** — После дугогодишњих систематских посматрања још су стари астрономи приметили да се после 18 година и $11 \frac{1}{3}$ дана сва Месечева и Сунчева помрачења понављају истим редом, па им је ово омогућило да предвиђају помрачења. Овај циклус они су назвали сарос по египатској речи која значи понављање.

И доиста, помрачења ће се понављати истим редом после једног уоченог кад истекне временски размак потребан да се догоди иста Месечева мена на истом угловном одстојању од чвора његове путање. Месечеве мене понављају се у размаку од 29,53 059 дана

(синодички месец), а враћање Месечево у исти чвор у размаку од 27,21 222 дана (драконитички месец). Тражени период биће најмањи број дана који садржи цео број синодичких и цео број драконитичких месеци. Тај број је 6 585 дана, јер је

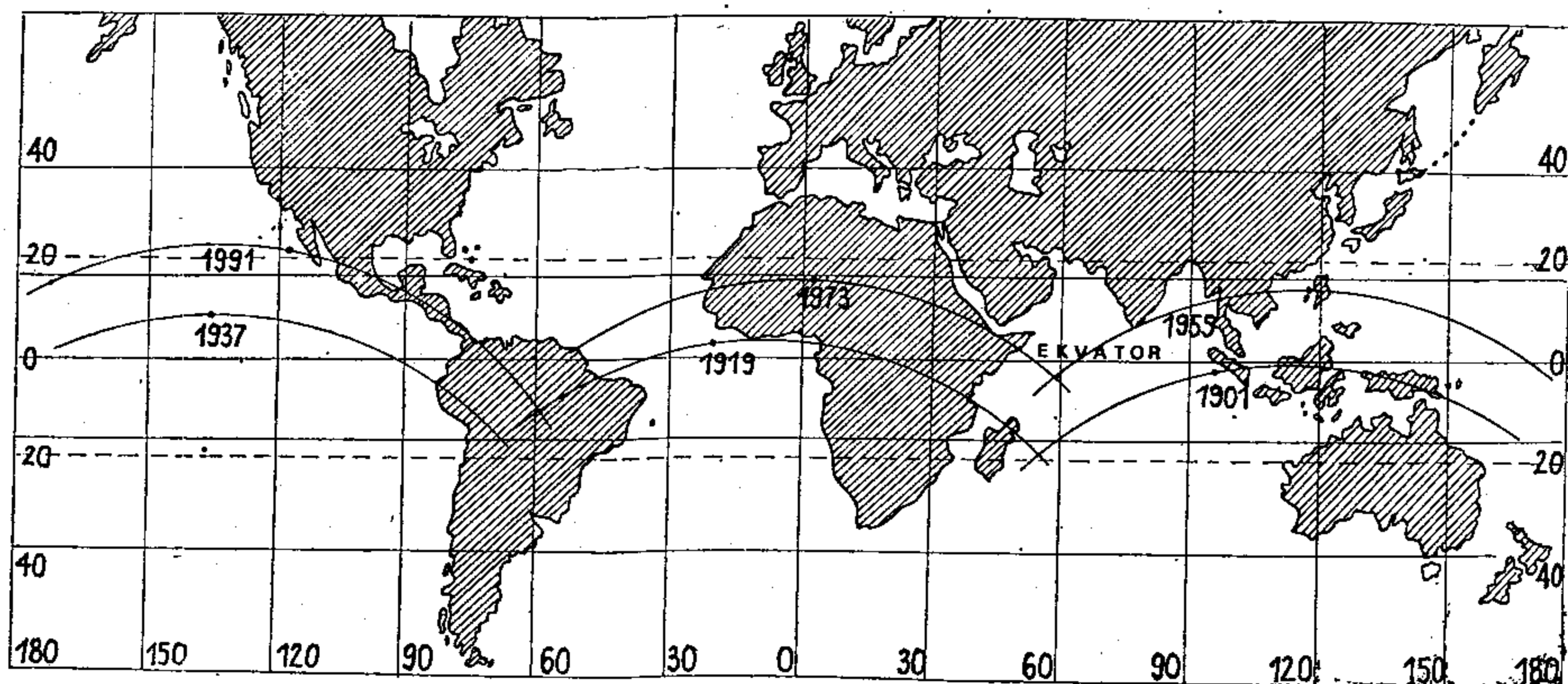
$$223 \times 29,53\ 059 = 6\ 585,322 \text{ дана}$$

и

$$242 \times 27,21\ 222 = 6\ 585,357 \text{ дана.}$$

Зато ће се после 6 585 дана или 18 година и 10, односно 11, односно 12 дана (већ према томе колико има престоупних година у овом периоду) помрачења понављати на исти начин.

Међутим, из предњег се види да су по трајању 223 синодичка месеца само приближно једнаки са 242 драконитичка месеца. Зато се после истека овог периода Месец неће наћи баш на истом угловном растојању од свог чвора као и пре тог периода, те ће се помрачења ређати истим редом само приближно. Сем тога дужина сароса не износи цео број дана, већ преостаје још $1/3$ дана. Зато ће се после сваког сароса понављати помрачења истим редом, али ће она бити видљива из Земљиних области које су померене на запад за око 120° . Друкчије речено, одговарајућа помрачења догађаће се у истим местима на Земљи са закашњењем од око $7^h 42^m$, па зато се увек не морају видети са оног места где се видело одговарајуће помрачење пре једног сароса. На сл. 158 дати су појаси потпуних Сунчевих помрачења из 1901, 1919, 1937, 1955, 1973, 1991. г. Са ње се јасно запажа речено померање.



Сл. 158. Појаси потпуних Сунчевих помрачења кроз 5 сароса, од 1901. до 1991. г.

108. Окултације небеских тела Месецем. — То је појава по својој суштини слична с појавом Сунчевог помрачења. Месец, на својој путањи око Земље, наилази испред удаљених звезда и планета и заклања их. У тренутку када се својим источним рубом Месечев котур приближи звезди и привидно је додирне, она тренутно ишчезава иза њега, а исто тако се тренутно и појављује иза његовог западног руба. Ово значи да све звезде имају занемарљиво мали привидни пречник и да Месец нема атмосфере.

Појава *ишчезавања* (диспариције) звезде може се посматрати само када је источни руб Месечев таман, а појава *појављивања* (реанариције) звезде може се посматрати само када је западни руб Месечева котура таман, иначе се звезда губи из вида у јачем сјају Месеца.

Планете због својих мерљивих привидних пречника ишчезавају и појављују се поступно.

Појава окултација звезда посматра се систематски на многим астрономским опсерваторијама. Из посматраних тренутака окултација могу се изводити поправке Месечевих координата, а исто тако одређивати и географске дужине места на Земљи у различите сврхе.

109. Пролази Меркура и Венере испред Сунчевог котура. — То су појаве у суштини сличне Сунчеву помрачењу, само овај пут не прелази Месечев, већ Меркуров и Венерин котур, привидно преко Сунчевог котура. Појава се догађа када се Меркур или Венера нађу у доњој конјункцији у тренутку када се Земља налази на линији чворова Меркурове, односно Венерине путање. Тада се планета запажа као тамни котурић који прелази са западног на источни руб привидног Сунчевог котура.

Ово се за Меркур може догодити око 7. маја и око 9. новембра, јер тада Земља пролази кроз линију чворова Меркурове путање. За Венеру се ово може десити око 7. јуна и 8. децембра.

Пролази Меркурови су доста чести и они се могу користити за одређивање његових координата из Сунчевих.

Пролази Венерини су далеко ређи и нижу се у размацима од 8, 121 1/2, 8, 105 1/2, 8, 121 1/2 година. Последњи су посматрани децембра 1874. г. и 1882. г., а наредни ће се догодити 8. јуна 2004. г. и 6. јуна 2012. г. У прошлом веку посматрани тренуци додира Венерина и Сунчевог котура коришћени су за одређивање Сунчеве паралаксе. За ово су данас нађене тачније методе.

Ефемериде ових појава, као и ефемериде помрачења, објављују на годишњу и више дана унапред сви већи астрономски годишњаци.

Г л а в а ч е т в р т а

ОСНОВЕ НЕБЕСКЕ МЕХАНИКЕ

Док се теоријска астрономија бави израчунавањем путања (орбита) и положаја (ефемерида) одређених небеских тела (планете, планетоиди, сателити, комете,), дотле се небеска механика бави изналажењем општих закона по којима се крећу небеска тела под датим условима, а под међусобним привлачењем (транслаторна кретања). Други њен одељак бави се изучавањем обртних кретања (ротација) небеских тела, док се у трећем испитују облици самих небеских тела. Темеље ове астрономске гране ударио је *Њутн* када је из *Кеплерових* закона извео закон опште гравитације.

Препуштајући специјалном курсу подробна изучавања из ове области, задржимо се у оквирима опште астрономије на основним појмовима из првог одељка небеске механике и покажимо како је *Њутн* дошао до закона опште гравитације, како се полазећи од њега могу теоријски извести *Кеплерови* закони са извесним уопштењима, како се крећу више небеских тела под међусобним привлачењем и опишимо, најзад, две врсте кретања небеских тела која се не врше под утицајем гравитације.

110 Извођење закона опште гравитације из Кеплерових закона. — *Хајгенс* је 1673. у свом делу *Horologium oscillatorium* први пут указао да материјална тачка, која се ма и равномерно креће по кругу, трпи због свог криволинијског кретања убрзање w наперено ка средишту круга, које је он назвао *центрипеталним убрзањем*. За њ је нашао да је управно сразмерно квадрату линијске брзине кретање тачке v , а обрнуто сразмерно полупречнику r кружне путање,

тј. да је $w = \frac{v^2}{r}$. Убрзо после тога *Рен*, *Хук* и *Халеј* су независно је-

дан од другог применили ову теорему на кретање планета па и Земље, под претпоставком да су њихове путање кружне. Под том претпоставком је $v = 2\pi r/T$, где је T време планетина обиласка њене путање око Сунца. Зато су за њихово центрипетално убрзање нашли изразе

$$w = 4\pi^2 r/T^2. \quad (462)$$

Користећи, даље, трећи Кеплеров закон, из кога је

$$\frac{r}{T^2} = \frac{k}{r^2}, \quad (463)$$

дошли су они до израза за центрипетално убрзање планета:

$$w = 4\pi^2 \cdot k \cdot \frac{1}{r^2}, \quad (464)$$

који казује да свака планета у сваком свом положају има убрзање наперено према Сунцу, а обрнуто сразмерно квадрату њена одстојања од Сунца.

У свом бесмртном делу *Philosophiae naturalis principia mathematica*, 1687., Њутн је доказао, полазећи од Кеплерових закона, да овај закон важи и за елиптичне путање планета. Но он је пошао још један корак даље у тежњи да испита природу силе која изазива ово убрзање. Претпоставио је да иста сила изазива слободно падање тела на Земљиној површини и Месечево центрипетално убрзање на његовој путањи око Земље. Да би ово доказао, израчунао је он, с једне стране, убрзање слободног падања на Месечевој даљини од Земље, а, с друге стране, центрипетално Месечево убрзање на његовој путањи око Земље и упоредио их.

Галилеј је још био нашао да убрзање слободног падања на Земљиној површини износи $g = 981 \text{ cm/sec}^2$, као и закон по коме ово убрзање опада са квадратом даљине од Земљина тежишта. Ако обележимо са R Земљин полупречник, са g_1 убрзање слободног падања на Месечевој даљини од Земљина тежишта, а са R Месечеву даљину од њега, биће

$$\frac{g}{g_1} = \frac{R^2}{r^2}. \quad (465)$$

Узмемо ли да је $r=1$, врло приближно је $R=60$, па је на Месечевој даљини убрзање слободног падања

$$g_1 = \frac{981}{3600} = 0,273 \text{ cm/sec}^2. \quad (466)$$

С друге стране, линијска брзина v Месечева кретања по кружној путањи око Земље, коју он обиђе за време T , износи

$$v = 2\pi R/T,$$

па је, према Хајгенсовом изразу, његово центрипетално убрзање на путањи око Земље

$$w = 4\pi^2 R/T^2. \quad (467)$$

Како је $R = 384\,000 \text{ km}$, $T = 27,3 \text{ дана}$, то се за Месечево центрипетално убрзање добива

$$w = 0,273 \text{ cm/sec}^2. \quad (468)$$

Дознавши тако да су ова два убрзања идентична:

$$g_1 = w,$$

(469)

Њутн је потврдио своју претпоставку.

Увидевши да исто тело трпи различито убрзање, тј. да има различиту тежину, на разним даљинама од Земљина тежишта, иако му се при том количина материје не мења, Њутн је увео за количину материје појам масе m и овај појам раздвојио од појма тежине P , као силе којом Земља привлачи дотичну масу. Тежину, одн. силу је дефинисао као производ масе и убрзања, као што и експерименти показују, и тако дошао до свог знаменитог принципа независности дејства силе:

$$P = m w,$$

(470)

а одмах затим и до трећег основног принципа механике — принципа акције и реакције. Сада је могао наћи израз за силу којом Сунце приморава планете да обилазе око њега.

Множењем израза за центрипетално убрзање планете њеном масом m , нашао је за ту силу израз

$$P = 4\pi^2 k m/r^2. = 4\pi^2 k \frac{w}{r^2} \cdot \frac{M}{M} = 4\pi^2 k \frac{1}{M} \frac{M m}{r^2} \quad (471)$$

Али према принципу акције и реакције мора и планета привлачити Сунце силом исте јачине, а супротна смера. Та је сила производ из масе Сунца M и његова убрзања. Зато ако уведемо једну нову величину f дефинисану сменом

$$f = 4\pi^2 k/M$$

или сменом

$$f = 4\pi^2 \frac{r^3}{T^2} \cdot \frac{1}{M},$$

$$k = \frac{r^3}{T^2} \leftarrow \text{III Кеплеров закон}$$

с обзиром на напред наведену вредност за константу k , која је иста за све планете и позната из трећег Кеплеровог закона, израз за P добија облик

$$P = f \frac{M m}{r^2},$$

(472)

Коефицијент пропорционалности f се показао исти и за Месец и за Земљу, дакле константа која изражава једну општу особину материје у целом Сунчевом систему.

Увидевши ово, Њутн је свој закон узајамног привлачења Сунца и планете проширио и на свака два делића материје у васиони чије су масе m_1 и m_2 , а међусобно растојање r и тако дошао до најопштијег природног закона — закона опште гравитације:

$$F = f \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \quad (473)$$

свака два делића материје у васиони узајамно се привлаче силом сразмерном производу њихових маса, а обрнуто сразмерном квадрату њихова растојања. При том је f једна универзална константа. Овај су закон потврдила и сва каснија искуства и из њега се развила цела небеска механика.

Њиме је објашњена не само вековна загонетка кретања Земље и других планета око Сунца, већ су објашњене и све појединости у овом кретању (поремећаји), објашњено је Земљино прецесионо и нутационо кретање (в. параграф 50 и 52) и њена спљоштеност (в. параграф 125), појава плимe и осеке (в. параграф 117), кретање других небеских тела у васиони и омогућено праћење ових кретања у далеку прошлост и њихово догледање у далекој будућности.

И предмети на самој Земљи узајамно се привлаче по овом закону, само је ова сила занемарљива према оној којом их привлачи Земља. Веома осетљиви огледи (Кевендиш и др.) открили су, међутим, и ова привлачења и показали да се врше по истом закону по којем се привлаче и небеска тела.

Ако су тела неправилна облика или нехомогена, силе њихова привлачења веома су сложене. Њутн је, међутим, показао да се две хомогене лопте привлаче као да им је маса концентрисана у тежиштима. Пошто се небеска тела са довољном тачношћу могу сматрати хомогеним лоптама, то је ова теорема омогућила да се знатно упро-сти изучавање кретања небеских тела под узајамним привлачењем по закону гравитације.

Природа саме гравитације ни данас није коначно објашњена. Особине силе гравитације да не познаје никакве препреке, да дејствује и у празном простору, да не зависи ни од физичких ни од хемијских особина тела, толико су изузетне да задају великих тешкоћа свима научним објашњењима.

Ајнштајн је 1916. г. у својој знаменитој општој теорији релативности (која се изучава у теоријској физици) схватио гравитацију као првобитну особину материје и идентификовао је са инерцијом. Иако ова теорија још није коначно доказана, сви извршени огледи ишли су јој у прилог. Поред неких астрофизичких појава које је предсказала и које су посматрањима потврђене, она је, као што ћемо на крају ове главе видети, објаснила и у небеској механици неке појаве које се нису могле објаснити законом гравитације.

111. Теоријско извођење Кеплерових закона из Њутнова — проблем двају тела. — После извођења закона гравитације из Кеп-

лерових закона Њутн је решио и обрнут проблем. Извео је Кепле-рове законе теоријски из закона гравитације. При том је први, а де-лимично и други, извео у општијем, а трећи и у тачнијем облику. У ту сврху он је претпоставио да се планете крећу само под грави-тацијским утицајем Сунца (проблем двају тела) и занемарио међу-собне гравитацијске утицаје планета. Сем тога претпоставио је, по својој горе поменутој теорему, да су масе планета концентрисане у њиховим тежиштима.

Овај проблем решава се интеграцијом диференцијалних једна-чина кретања планета.

1^о Диференцијалне једначине планетског кретања око Сунца. Ако обележимо са M масу Сунца, а са m масу планете и са r њихово растојање, по закону гравитације ће убрзање које Сунце саопштава планети бити

$$g_1 = -k^2 \frac{M}{r^2}, \quad (474)$$

(где је знак — узет договорно кад је убрзање уперено ка Сунцу). Онда ће убрзање које планета саопштава Сунцу бити на аналог на-чин

$$g_2 = +k^2 \frac{m}{r^2}. \quad (475)$$

Ако обема величинама додамо — g_2 , Сунце ће бити непокретно, а убрзање планете у односу на Сунце биће

$$g = g_1 - g_2 = -\frac{k^2(M+m)}{r^2} \quad (476)$$

или

$$g = -\frac{\mu}{r^2},$$

$$\vec{g} = -\frac{\mu}{r^3} \vec{r}, \quad \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \quad (477)$$

$$\Rightarrow g_x = -\mu \frac{x}{r^3}, \quad g_y = -\mu \frac{y}{r^3}, \quad g_z = -\mu \frac{z}{r^3}$$

где је

$$\mu = k^2(M+m).$$

$$\mu = f(M+m)$$

Узмемо ли почетак праволинијског координатног триједра (x , y , z) у Сунчевом средишту, x , y , z биће у њему координате планете. Косинуси углова које радијус-вектор планете заклапа са овим осама биће

$$\frac{x}{r}, \frac{y}{r}, \frac{z}{r}, \quad (478)$$

а пројекције њена убрзања на ове осе:

$$-\frac{\mu \cdot x}{r^3}, -\frac{\mu \cdot y}{r^3}, -\frac{\mu \cdot z}{r^3}. \quad (479)$$

$$g_x = -\frac{\mu x}{r^3}$$

$$g_y = -\frac{\mu y}{r^3}$$

$$g_z = -\frac{\mu z}{r^3}$$

Нека су пројекције силе којом Сунце привлачи планету на исте осе X, Y, Z .

Према другом Њутновом основном принципу механике, маса, убрзање и сила везани су једначинама

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = X, \quad m \frac{d^2y}{dt^2} = Y, \quad m \frac{d^2z}{dt^2} = Z. \quad (480)$$

Како је основни циљ механике да одреди кретање тачке из датог почетног положаја са датом почетном брзином, ако је дата сила која за време кретања дејствује на тачку, то се ово очигледно може постићи решавањем или интеграцијом горњих једначина, које се зову *диференцијалне једначине кретања тачке*. Ова тачка је у нашем случају тежиште планете. Оне, с обзиром на вредности пројекција убрзања, у случају кретања планете око Сунца постају

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\mu \frac{x}{r^3}, \quad \frac{d^2y}{dt^2} = -\mu \frac{y}{r^3}, \quad \frac{d^2z}{dt^2} = -\mu \frac{z}{r^3}. \quad (481)$$

2⁰ *Извођење другог Кеплеровог закона.* Да бисмо одредили кретање планете око Сунца по закону гравитације решићемо горње диференцијалне једначине. Њихов облик подесан за интеграње добићемо ако прву помножимо са $-y$ а другу са $+x$ и саберемо, затим другу помножимо са $-z$ а трећу са $+y$ и саберемо и, најзад, трећу помножимо са $-x$ а прву са $+z$ и саберемо. Оне тада постају:

$$\begin{aligned} x \frac{d^2y}{dt^2} - y \frac{d^2x}{dt^2} &= 0, \\ y \frac{d^2z}{dt^2} - z \frac{d^2y}{dt^2} &= 0, \\ z \frac{d^2x}{dt^2} - x \frac{d^2z}{dt^2} &= 0. \end{aligned} \quad (482)$$

Знајући прву, очигледно можемо написати и остале цикличком пермутацијом њених елемената.

Њихови интегрални биће

$$\begin{aligned} x \frac{dy}{dt} - y \frac{dx}{dt} &= C, \\ y \frac{dz}{dt} - z \frac{dy}{dt} &= A, \\ z \frac{dx}{dt} - x \frac{dz}{dt} &= B, \end{aligned} \quad (483)$$

у шта се можемо лако уверити ако последње изразе диференцирамо.

Помножимо ли прву добивену једначину са z , другу са x и трећу са y и саберемо их, добићемо једначину равни

$$Ax + By + Cz = 0,$$

која пролази кроз координатни почетак. То значи, да је путања планете равна крива чија раван пролази кроз средиште Сунца.

Ако ту раван узмемо за раван x, y , кретање планете у њој биће одређено двама једначинама:

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} &= -\mu \frac{x}{r^3}, \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= -\mu \frac{y}{r^3}. \end{aligned} \quad (484)$$

Помножимо ли прву са $-y$ а другу са $+x$ и саберемо их, добићемо једну једначину

$$x \frac{d^2y}{dt^2} - y \frac{d^2x}{dt^2} = 0, \quad (485)$$

чији је интеграл

$$x \frac{dy}{dt} - y \frac{dx}{dt} = c_1, \quad (486)$$

где је c_1 константа.

Пређемо ли на поларне координате r, ϕ везане за Декартове изразима $r^2 = x^2 + y^2$ и $\phi = \arctg \frac{y}{x}$, последњи интеграл добићемо у

облику

$$r^2 \frac{d\phi}{dt} = c_1 \quad (487)$$

Другим речима лева страна горњег интеграла није ништа друго до двострука секторска брзина s . Константа c_1 зове се константа површина, а први интеграл (487) диференцијалне једначине (485) кретања планете, који се још зове и интеграл површина, изражава други Кеплеров закон.

Да би угао ϕ у општем случају представљао праву аномалију v , координатни систем треба само оријентисати тако да x оsovина пролази кроз перихел.

(3^o) Извођење првог Кеплеровог закона. Да бисмо извели први Кеплеров закон треба да нађемо трајекторију планете, а то ћемо постићи још једном интеграцијом, јер само тако можемо имати везу

између текућих координата планете у коначном облику.

Пођимо опет од једначина (484), само сад помножимо прву са

$\frac{dx}{dt}$ а другу са $\frac{dy}{dt}$ и саберимо:

$$\frac{dx}{dt} \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dy}{dt} \cdot \frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{\mu}{r^3} \left(x \cdot \frac{dx}{dt} + y \cdot \frac{dy}{dt} \right). \quad (488)$$

Лева страна добивене диференцијалне једначине може се написати у облику

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left[\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 \right],$$

а заграда на десној страни у облику

$$r \cdot \frac{dr}{dt},$$

с обзиром на везу $x^2 + y^2 = r^2$. Тако она постаје:

$$\frac{d}{dt} \left[\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 \right] = -2 \frac{\mu}{r^2} \cdot \frac{dr}{dt} = 2\mu \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{r} \right)$$

Како израз у средњој загради није очигледно ништа друго до квадрат брзине v^2 , то диференцијална једначина (488) добива прост облик

$$dv^2 = 2\mu d \left(\frac{1}{r} \right). \quad (489)$$

Њеном интеграцијом добивамо израз

$$v^2 = \frac{2\mu}{r} + c_2^2, \quad (490)$$

који се зове интеграл живе силе. Вредност интеграцијске константе c_2 одређује се из почетних услова кретања: радијус-вектора r_0 и брзине v_0 у тренутку t_0 .

Но како је $x = r \cos \varphi$, $y = r \sin \varphi$, то је

$$v^2 = \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + r^2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2$$

или

$$v^2 = \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \left[\left(\frac{dr}{r d\varphi} \right)^2 + r^2 \right] \quad (491)$$

Уврстимо ли овде из израза (487) вредност за $\frac{d\phi}{dt}$, добивамо $\mu^2 \frac{de}{dt}$

$$(*) \quad v^2 = \frac{c_1^2}{r^4} \left[\left(\frac{dr}{d\phi} \right)^2 + r^2 \right]. \quad \frac{de}{dt} = \frac{c_1}{\mu^2}$$

Упоређењем једначина (490) и ~~(487)~~ добијамо даље

$$\left(\frac{dr}{de} \right)^2 + r^2 = \frac{\mu^4}{c_1^2} \left(\frac{2\mu}{r} + c_2 \right) \left(\frac{dr}{d\phi} \right)^2 + r^2 = \frac{2\mu r^3}{c_1^2} + \frac{c_2 r^4}{c_1^2}$$

или

$v^2(490)$

$$\frac{dr}{d\phi} = \frac{r^2}{c_1} \sqrt{\frac{2\mu}{r} + c_2 - \frac{c_1^2}{r^2}}$$

Одатле је

$$d\phi = \frac{dr}{\frac{r^2}{c_1} \sqrt{\frac{2\mu}{r} + c_2 - \frac{c_1^2}{r^2}}} = \frac{d \left(\frac{c_1}{r} - \frac{\mu}{c_1} \right)}{\sqrt{\frac{\mu^2}{c_1^2} + c_2 - \left(\frac{c_1}{r} - \frac{\mu}{c_1} \right)^2}} =$$

$$+ \frac{\mu^2}{c_1^2}$$

према нешто другим:

$$de = \frac{dm}{\sqrt{1-m^2}}$$

$$\Rightarrow e = \arcsin m + c_3$$

$$\Rightarrow m = \sin(e - c_3)$$

Интеграцијом тада добивамо

$$m = \frac{\frac{c_1}{r} - \frac{\mu}{c_1}}{\sqrt{\frac{\mu^2}{c_1^2} + c_2}}$$

или

$$\phi = \arcsin \frac{\frac{c_1}{r} - \frac{\mu}{c_1}}{\sqrt{\frac{\mu^2}{c_1^2} + c_2}} + c_3$$

$$\frac{\frac{c_1}{r} - \frac{\mu}{c_1}}{\sqrt{\frac{\mu^2}{c_1^2} + c_2}} = \sin(\phi - c_3).$$

Одатле је

$$r = \frac{\frac{c_1^2}{\mu}}{1 + \sqrt{1 + \frac{c_1^2 c_2^2}{\mu^2}} \cdot \cos(\varphi - c_3)} \quad (492)$$

Ова једначина везује текуће координате (r, φ) планете, па према томе представља једначину њене путање. То је, очевидно, конични пресек

$$r = \frac{p}{1 + e \cos(\varphi - \omega)} \quad (493)$$

чији је параметар

$$p = \frac{c_1^2}{\mu} \quad (494)$$

и ексцентричност

$$e = \sqrt{1 + \frac{c_2^2 c_1^2}{\mu^2}} \quad (495)$$

Константа интеграције c_3 обично се обележава са ω када је координатни систем произвољно оријентисан. Она је једнака нули када се поларна координатна оса поклапа са осом коничног пресека.

Овако изведен први Кеплеров закон очигледно је општији, јер се за путању небеског тела добија конични пресек. Облик његов зависи од знака константе c_2 . Ако је $c_2 < 0$, онда је и $e < 1$, па ће путања бити елипса. Ако је $c_2 = 0$ биће парабола, а ако је $c_2 > 0$ биће хипербола. Из интеграла живе силе види се, међутим, да константа c_2 зависи од почетних услова:

$$c_2 = v_0^2 - \frac{2\mu}{r_0} \quad (496)$$

$$\Rightarrow v_0^2 < \frac{2\mu}{r_0} \Rightarrow v_0 < \sqrt{\frac{2\mu}{r_0}}$$

При једној сталној вредности даљине r_0 , путања небеског тела које се креће око Сунца биће елипса, парабола или хипербола, према томе да ли је почетна брзина

$$0 < v_0^2 - \frac{2\mu}{r_0} < 0 \Rightarrow v_0 \leq \sqrt{\frac{2\mu}{r_0}} \quad (497)$$

У том смислу се често и говори о „елиптичној”, „параболичној” и „хиперболичној” брзини.

4^o Извођење трећег Кеплеровог закона. За планету која се креће по елипси и обиђе је у времену T , двострука секторска брзина је

$$c_1 = \frac{2\pi a \cdot b}{T}$$

$T a b \sim$ површина елипсе

Из израза (494) је, међутим,

$$c_1^2 = p \cdot \mu.$$

$$f = 4\pi^2 k / m \quad (47)$$

Зато је

$$\mu = f(m+m) \quad (47)$$

$$\frac{4\pi^2 a^2 b^2}{T^2} = p \cdot \mu.$$

(I) $k =$

Како је $\mu = f^2(M+m)$ и $p = b^2/a$, то је

гарантејом елипсе

$$\frac{4\pi^2 a^2 b^2}{T^2} = \frac{f^2(M+m) \cdot b^2}{a}$$

(II) $\frac{a^3}{T^2} = \frac{f(M+m)}{4\pi^2} =$

Одатле добијамо константан однос:

$$\frac{T^2(M+m)}{a^3} = \frac{4\pi^2}{f^2} = \text{const.}$$

(498)

За две планете са масама m_1, m_2 , временима обилажења око Сунца T_1 и T_2 и великим полуосама путања a_1 и a_2 онда очигледно добијамо однос

$$\frac{T_1^2(M+m_1)}{T_2^2(M+m_2)} = \frac{a_1^3}{a_2^3}, \quad (499)$$

који се своди на трећи Кеплеров закон изведен из посматрања ако занемаримо масе планета према маси Сунца.

5^o Одређивање константе гравитације. Израз (498) веома је важан јер служи за одређивање маса небеских тела. Он омогућује и да се израчуна апсолутна константа гравитације k која улази у Њутнов закон гравитације. Из њега је

$$k = \frac{2\pi}{T} \frac{a^{3/2}}{\sqrt{M+m}}. \quad (500)$$

Ако a изразимо у астрономским јединицама, T у средњим сунчаним данима, m масом Сунца ($M = 1$), константа гравитације добива бројну вредност

$$k = 0,017202 \approx 1/58$$

једнаку за све планете.

За Земљу је $a = 1$, а $m = \frac{1}{300\,000}$ ($M = 1$), па је врло приближно

$$k = \frac{2\pi}{T} = 3548'',19, \quad (501)$$

тј. константа гравитације бројно једнака Земљином средњем дневном кретању. Овај износ се добива ако се вредност (500) помножи бројем секунда у радијану (206 265). Константа гравитације овако изражена на два начина астрономским јединицама назива се *Гаусова константа*.

У физици се величине a , T , и m изражавају у апсолутном систему мера. У овим јединицама константа гравитације износи

$$f = k^2 = 6,67 \cdot 10^{-8} = \frac{1}{15\,000\,000}. \quad (502)$$

То значи да се две масе од по једног грама на растојању од једног сантиметра привлаче силом од само једног петнаестомилионита дела дина. Тако постаје јасно зашто је тек уз велике тешкоће могло експериментом да се утврди гравитацијско привлачење двају тела.

112. Одређивање маса планета, Месеца и Сунца. — Израз (498) омогућује да се на лак начин одреди маса планете која има бар један сателит. И доиста, ако са M , m и m_1 обележимо респективно масу Сунца, планете и њеног уоченог сателита, а са T и T_1 периоде обилажења планете око Сунца и сателита оок планете, онда нам израз (498) даје односе

$$\frac{T^2 (M+m)}{a^3} = \frac{4\pi^2}{f^2} \quad \text{и} \quad \frac{T_1^2 (M+m_1)}{a_1^3} = \frac{4\pi^2}{f^2} \quad (503)$$

Њиховим упоређивањем добијамо однос

$$\frac{M+m}{M+m_1} = \left(\frac{T_1}{T}\right)^2 \cdot \left(\frac{a}{a_1}\right)^3. \quad (504)$$

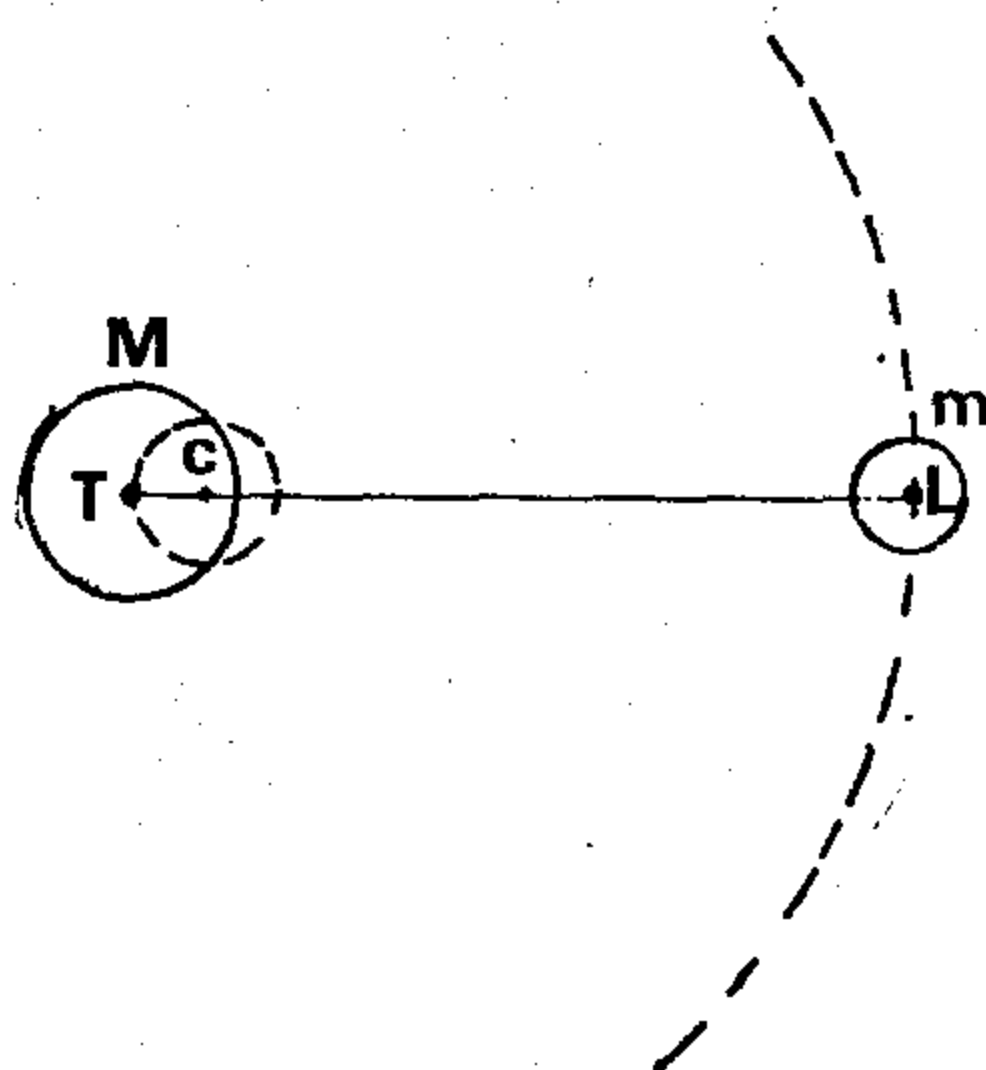
Маса сателита већином је занемарљива према маси планете, као и ова последња према Сунчевој, тако да последњи израз даје прост образац

$$m = \left(\frac{T}{T_1}\right)^2 \left(\frac{a_1}{a}\right)^3 \cdot M \quad (505)$$

за израчунавање масе планетине у јединицама Сунчеве масе. Кад одредимо апсолутни износ ове ^(M) последње, онда горњи образац може дати и апсолутни износ планетине масе. Маса планета које немају сателите одређују се на други начин (в. § 113.).

Како маса Земљиног сателита — Месеца — није занемарљива према Земљиној, то се Месечева маса одређује нешто теже.

Месечева маса нипошто није занемарљива према Земљиној, те се не може одредити по горњем принципу већ на следећи начин. Земља и Месец крећу се под међусобним гравитацијским утицајем по елипсама око заједнич-



Сл. 159. Положај Земљина тежишта према средиштима Земље и Месеца

ког тежишта С. Његово удаљење од Земљина тежишта x , односно од Месечева тежишта $(r - x)$ обрнуто је сразмерно масама ових тела:

$$x : m_1 = (r - x) : m,$$

где је r растојање између Земље и Месеца. Лонгитуда Сунца, која се одређује из посматрања, мења се не само услед Земљина обилажења око Сунца већ једним малим делом и услед Земљина обилажења око тежишта С. Одавде одређено x износи 4635 км, тако да се ово тежиште налази испод Земљине површине. Овај износ представља $1/82,5$ средњег растојања Земља—Месец. Зато за Месечеву масу горњи израз даје

$$m_1 = \frac{1}{81,5} m. \quad (506)$$

Да би се изразила у апсолутним јединицама, треба одредити још Земљину масу.

Кад смо нашли Месечеву масу, Сунчеву можемо одредити у јединицама Земљине масе m из израза (505), ако у њ ставимо: $T = 365; 256$; $T_1 = 27, 32$; $a = 49,5 \cdot 10^6$ km; $a_1 = 384,4 \cdot 10^3$ km. Тако добивамо за Сунчеву масу

$$M = 333\,000 m.$$

Да бисмо и њу добили у апсолутним јединицама остаје још да одредимо Земљину масу. (види § 137).

У доњој табели дате су масе и средње густине великих планета.

Таблица 28.

Планета	М а с а			Средња густина	
	Сунца = 1	Земље \equiv 1	10^{27} gr	Земље \equiv 1	g/cm ³
Меркур	1/7 500 000	0,04	0,3	0,69	3,8
Венера	1/480 000	0,82	4,9	0,84	4,7
Земља	1/330 000	1,00	6,0	1,00	5,52
Марс	1/3 093 000	0,11	0,6	0,70	3,8
Јупитер	1/1 047	318	1900	0,24	1,3
Сатурн	1/3 500	95	568	0,13	0,7
Уран	1/22 800	15	88	0,22	1,3
Нептун	1/19 300	17	103	0,30	1,6
Плутон	1/400 000	0,9	5,4	0,61	4

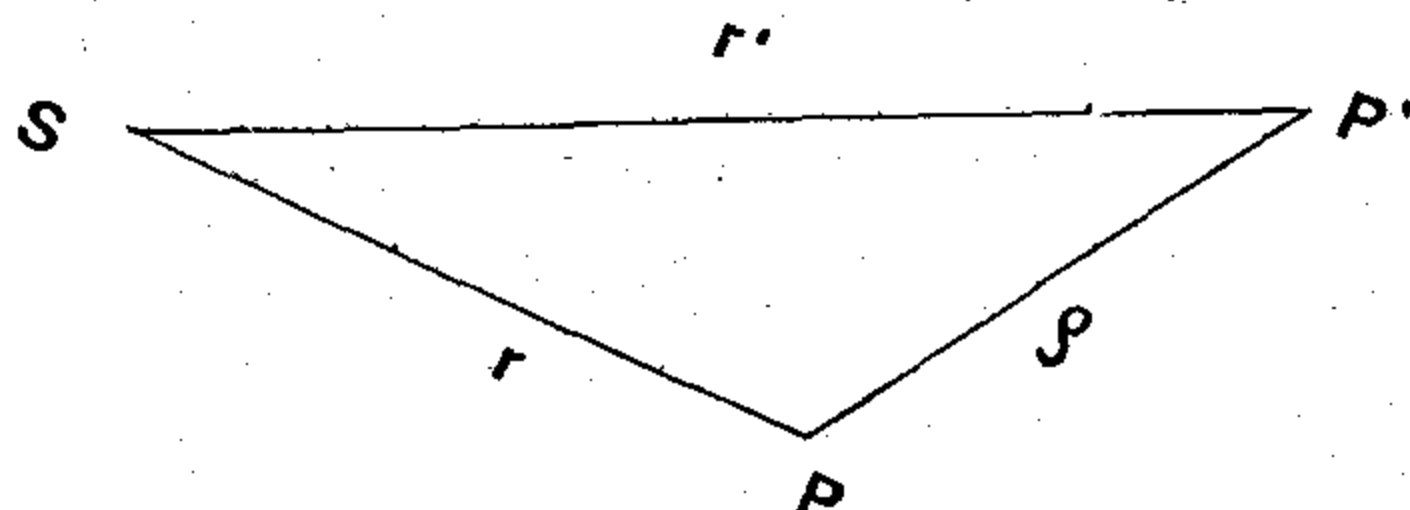
113. Појам о проблему трију и више тела. Поремећаји. — Већ у XVII веку било је примећено да посматрани положаји планета одступају од њихових израчунатих положаја (ефемерида) добивених под претпоставком да се свака планета креће само под гравитацијским утицајем Сунца (проблем двају тела). Убрзо се увидело да су овоме узрок занемарени гравитацијски утицаји осталих планета на уочену, па су потражене методе да се реши најпре проблем како ће се кретати три тела под међусобним гравитацијским утицајем — *проблем трију тела*. Но већ при његовом решавању наишло се на такве математичке тешкоће да он ни данас није у општем случају решен на начин поделсан за практично рачунање. Ове су тешкоће несразмерно расле када се повећавао број тела — *проблем n тела*, тако да је данас овај пут решавања тога проблема напуштен.

Додуше Лагранж је већ био решио на елегантан начин проблем трију тела, али само у два специјална случаја — када се тела налазе на теменима равностраног троугла и када се налазе на правој линији и на међусобним растојањима која стоје у унапред датом односу. Мало касније решен је и тз. *проблем трију тела у ужем смислу (problème restreint)* — када је једно од трију тела занемарљиво мале масе према осталим двама, па је ово допринело подробнијем изучавању кретања малих планета и сателита које се у суштини своди на овај случај. Но проблем трију тела и проблем n тела остао је нерешен у општем случају, а пракса је захтевала његово макар и довољно приближно решење. Оно је нађено у тз. рачуну *поремећаја, (пертурбација), неједнакости*, који су засновали својим радовима још класици небеске механике — Њутн, Лаплас, Лагранж, Леверје, и др.

Овај се рачун састоји у следећем поступку. Захваљујући срећној околности што се планетске путање мало разликују од кругова што леже приближно у истој равни, што су масе свих планета заједно неупоредиво мање од Сунчеве и што су растојања међу планетама несравњено већа од њених димензија, свака планета у свом кретању око Сунца одступа само незнатно од Кеплерове елипсе, па се гравитацијски утицаји осталих планета могу сматрати само као мали поремећаји *Кеплеровог* кретања и рачунати за сваки жељени тренутак у виду поправака овог кретања.

Најчешће се сматра да је *Кеплерова* елипса са њеним елементима само тренутна путања планете. Сматра се да се сложена путања планете може представити на низ малих одсецака који нису ништа друго до луци *Кеплерових* елипса. Другим речима елиптични путањски елементи не сматрају се констан-

тама већ функцијама времена. Показало се у току прошлог и овог века да су се теоријски израчунати поремећаји слагали са посматраним одступањима у планетском кретању, што је представљало најбољу потврду самог закона гравитације који је у основи овог сложеног рачуна. Он данас представља главну садржину првог одељка небеске механике, о коме је напред било говора и подробно се изучава у посебним курсевима небеске механике. Само нумеричко рачунање поремећаја за конкретна небеска тела предмет је теоријске астрономије, а упоређење теоријских положаја са посматраним предмет практичне астрономије (екваторијална и астрографска астрометрија).



Сл. 160. Међусобни положај Сунца, дате планете и планете која изазива поремећаје

Испитајмо правац и смер убрзања које једној планети P долази од силе поремећаја којом на њу по закону гравитације утиче нека друга планета P' . Нека су на сл. 160. S , P , P' Сунце, дата планета и планета која изазива поремећаје, M , m , m' њихове масе и r , r' , ρ њихова међусобна растојања.

Сунце ће добити од двеју планета убрзања

$$g_1 = \frac{k^2 m}{r^2}, \quad g_2 = \frac{k^2 m'}{r'^2}. \quad (507)$$

Уочена планета P добиће такође два убрзања: од Сунца и од друге планете P' .

$$g = \frac{k^2 M}{r^2}, \quad g_3 = \frac{k^2 M'}{\rho^2}. \quad (508)$$

Ако желимо да посматрамо кретање планете P око Сунца, а не њихово кретање око заједничког тежишта, онда морамо и од убрзања (507) и од убрзања (508) одузети респективно убрзање g_1 и g_2 . Тако ће Сунце постати непомично, а планета P добиће убрзања

$$g - g_1 \quad \text{и} \quad g_4 = g_3 - g_2. \quad (509)$$

Прво му саопштава Сунце (проблем двају тела), а друго долази од поремећаја које уноси планета P' и састоји се од две компоненте: убрзања које планети P долази од планете P' и убрзања које планета P' саопштава Сунцу. Као што се види оно није наперено према планети која изазива поремећаје. Планета P трпеће, дакле, укупно убрзање

$$G = g - g_1 + g_3 - g_2, \quad (510)$$

које није наперено ка Сунчеву тежишту већ пролази мимо њега. Оно се у току кретања планете P непрестано мења. Одређивање овог убрзања, као и силе поремећаја, представља знатне тешкоће, које се смањују само захваљујући томе што су силе поремећаја увек незнатне у поређењу са силом којом уочену планету привлачи Сунце. Изузетно је тешко изучавати Месечево кретање, јер управо код њега нема ове олакшице пошто се налази у близини два велика небеска тела — Земље и Сунца, а будући мале масе, и остале планете на њега врше осетне утицаје.

Рачун поремећаја није нам послужио само да одредимо кретања планета под гравитацијским утицајима више тела, но и да одредимо кретања планетоида, комета, метеора, метеорских потока, двојних и вишеструких звезда. Сем тога он нам је омогућио да из величине поремећаја коју једна планета без сателита изазива у кретањима других небеских тела израчунамо њену масу. Тако је Меркурова маса била одређена из поремећаја које је он произвео у кретању Енкеове комете, а Венерина маса из поремећаја које је она изазвала у Месечеву кретању.

114. Поремећаји Месечева кретања. — Сунце је, као што смо видели, 333 000 пута масивније од Земље, а од Месеца је 390 пута даље него Земља. Због тога је Сунчев гравитацијски утицај на Месец, који је лако израчунати, 2,19 пута већи од Земљина. Ипак се Месечево кретање врши око Земље као централног тела, јер на његово кретање око Земље утиче само разлика сила којом Сунце привлачи Земљу и Месец (сила поремећаја). Израчунамо ли ову силу по принципу изложеном у претходном параграфу и упоредимо ли је са силом којом Земља привлачи Месец, видећемо да је Сунчева сила поремећаја Месечева кретања око 90 пута мања. Ипак је она велика у поређењу са силама поремећаја којима Сунце и велике планете делују на већину других тела у Сунчеву систему. Сем тога, због велике Месечеве близине Земљи морају се у изучавању његова кретања обрачунати и такви утицаји који се иначе занемарују.

Због свега овога изучавање Месечева кретања један је од најтежих проблема небеске механике. Њиме су се бавили Њутн, Ханзен, Делоне, Хил, Браун и многи други (теорије Месечева кретања), али ни данас немамо тако савршену теорију која би давала Месечеве положаје који се у потпуности слажу са његовим посматраним положајима.

Услед поремећаја које у Месечеву кретању изазива Сунце елементи његове путање непрекидно се и брзо мењају. Могу се разликовати две врсте њихних поремећаја (неједнакости) — *вековни* и *периодични*. Први су прогресивног карактера или са веома дугим периодама, док су други са кратким периодама.

У *вековне* поремећаје спадају промена *лонгитуде узлазног чвора* Месечеве путање и промена *лонгитуде перигеја*. Линија чворова обрће се, наиме, ретроградно (за посматрача са северног небеског пола) просечно за $19^{\circ},35$ годишње и опише пун круг за 18,6 година (6 793 дана). Апсидна линија или велика оса путање обрће се у директном смеру, просечно за $40^{\circ},7$ годишње и за 8,85 година (3 233 дана) опише пун круг.

Периодичних поремећаја (*неједнакости*) има много више. Тако, узлазни чвор Месечеве путање, поред већ поменутог поремећаја, осцилује још око једног свог средњег положаја за око $1^{\circ}26'$, а перигеј осцилује исто тако око свог средњег положаја за око $8^{\circ}41'$. Нагиб равни путање такође осцилује око своје средње вредности ($5^{\circ}9'$) у границама између $4^{\circ}58'$ и $5^{\circ}20'$ у временском размаку нешто мањем од пола године. Сваки елемент Месечеве путање има више оваквих поремећаја са разним амплитудама и периодама.

Ако се израчуна Месечева лонгитуда у функцији овако поремећених елемената његове путање, за њу се добива врло велики број поремећаја. Прва четири највећа већ су давно била откривена из посматрања. Ако Месечеву лонгитуду напишемо у облику

$$\lambda = I + I + II + III + IV, \quad (511)$$

где је I средња Месечева лонгитуда која се мења сразмерно времену, онда су ти поремећаји:

$$177' \sin m + 13' \sin 2m \text{ (изједначење центра, које је открио још)}$$

$II = 76' \sin [2 (1 - L) - m]$ (евекција коју је открио још *Птоlemeј*),

$III = 40' \sin 2 (1 - L)$ (варијација, коју су открили *Абул Вефа* и *Тихо Брахе*) и

$IV = 11' \sin M$ (годишња неједнакост, коју је открио *Кеплер*).

У овим изразима су m — средња аномалија Месеца, L — средња лонгитуда Сунца, M — средња аномалија Сунца.

Потпуни израз за Месечеву лонгитуду у најновијим, *Брауновим таблицама*, садржи 155 периодичних чланова са коефицијентима већим од $0'',1$ и преко 500 чланова са мањим коефицијентима, али чији се збир не може занемарити.

Остају још поремећаји које у Месечево кретање уносе велике планете. О њима ће бити говора у § 118.

115. Поремећаји планетских путања и проблем стабилности Сунчевог система — Централно тело под чијим се гравитацијским утицајем крећу планете је Сунце. Поремећаје у кретању једне уочене планете око Сунца врше остале планете. И ове поремећаје делимо на вековне и периодичне.

Вековни поремећаји долазе од међусобног положаја планетских путања, а не од међусобног положаја планета на путањама. У небеској механици се изражавају члановима облика Mt и Nt^2 , где је t време које равномерно и прогресивно расте. Зато и ови поремећаји расту прогресивно са временом. Њима су, по многобројним испитивањима која датирају још од *Лапласа* и *Лангранжа*, подложни само лонгитуда узлазног чвора и лонгитуда перихела. Код свих планета линија чворова ротира у ретроградном смеру (за посматрача из северног небеског пола), а апсидна линија код већине планета у директном смеру. Време пуног њиховог обрта код појединих планета траје десетине и стотине хиљада година.

Периодични поремећаји долазе баш од међусобног распореда планета на њиховим путањама, и како се овај распоред у току времена понавља, то је он и узрок периодичности ових поремећаја. Њима су подложни сви елементи планетских путања. У небеској механици они се изражавају члановима облика $A \sin (Bt + C)$, где је t време.

Ови поремећаји нису велики. На пример, периодични поремећаји Земљине (Сунчеве) лонгитуде не прелазе $1'$. Највећи су они код Јупитера ($50'$) и Сатурна ($20'$) и носе назив њихових великих неједнакости. Открио их је *Лаплас*. Даље, ексцентричност Земљине путање никада не прелази $0,05$, а њен нагиб према еклиптици (који данас износи $23^\circ 27'$) опашће кроз 30 000 година на 2° , да потом поново почне да расте.

Од нарочито великог космогоничког значаја је Лапласова теорема: Велике полуосе планетских путања не могу имати вековних дугопериодичних поремећаја. Ово практично значи, да се планетске путање не могу ни толико смањити да планете падну на Сунце, нити толико повећати да одлутају у васионски простор, нити толико променити да дође до судара међу њима и сведочи о великој стабилности Сунчевог система. Но при свем том њу не треба сматрати апсолутном, јер је при овом испитивању узет у обзир само међусобни гравитацијски утицај планета, а не и други поремећаји у њихову кретању који су, истина знатно мањи, али још неиспитани, као што су поремећаји који долазе од њихова кретања кроз космичку прашину и метеоре, од њиховог међусобног плимског утицаја и др.

116. Открића Урана, малих планета, Нептуна и Плутона. — Све до пред крај XVIII в. астрономија није успела да прекорачи границе Сатурнове путање због недостатка моћних инструмената. Велики енглески астроном немачког порекла, израстао из љубитељских редова, *Вилијам Хершел*, почео је седамдесетих година XVIII в. глатати

својом руком огледала за прве циновске телескопе. Међу многим открићима која је њима учинио убраја се и откриће велике планете Урана 1781. г. Међутим, убрзо се испоставило да је Уран и раније више пута посматран, но да се сматрало да је то звезда.

Познати руски астроном *Лексел* латио се у оно време врло трудног посла, да израчуна путању нове планете и убрзо приметио да она у кретању показује поремећаје који премашују оне који долазе од свих познатих планета. Половином XIX в. они су били нарасли на 2'. Француски астроном *Леверије* претпоставио је да ови поремећаји долазе од још непознате планете, даље и од Урана, и поставио себи изванредно тежак задатак да из поремећаја приближно одреди елементе путање непознате планете, а затим и њене положаје на небу у одређеним тренуцима (ефемериду).

Да би задатак био решљив морале су се учинити неколике претпоставке које ће га упростити и ближе одредити. Морали су се претпоставити средња даљина планете, нагиб и ексцентричност њене путање. Још половином XVIII в. *Тицијус* и *Бодe* приметили су да се средње даљине планета нижу по извесном правилу. Ако, наиме, сваком члану низа бројева

0, 3, 6, 12, 24, 48, 96

Додамо четворку и поделимо га са 10, добијамо низ бројева

0,4; 0,7; 1,0; 1,6; 2,8; 5,2; 10,0;

Меркур Венера Земља Марс Јупитер Сатурн

који врло приближно приказује средње даљине од Сунца свих тада познатих планета од Меркура до Сатурна изражене у астрономским јединицама. И Уранова даљина добро се уклапала у овај низ. Једино је празнина на даљини 2,8 остављала могућност разним претпоставкама. Кад је *Пијаци* прве ноћи XIX в. баш на овој даљини открио праву малу планету *Церес* и када је убрзо нађен још знатан број оваквих планетоида, приближно на тој средњој даљини, *Тицијус-Бодe*-ово правило стекло је још веће поверење. Зато је *Леверије*, екстраполујући овај низ, усвојио за средњу даљину непознате планете 38,8. Из начина поремећеног кретања закључио је да је нагиб нове планете приближно једнак нули, а ексцентричност путање реда величине ексцентричности Јупитерове путање. Захваљујући овим олакшицама, *Леверије* је, после великих напора, успешно решио свој задатак. Требало је још само наћи нову планету на небу.

У то време Берлинска опсерваторија тек беше завршила израду детаљних карата неба које су укључивале и слабе звезде. *Леверије* се зато обратио 18. септембра 1849. г. писмом немачком астроному *Галеу*, молећи га да провери да ли се на означеном месту доиста налази каква нова планета. Већ идуће ноћи на удаљењу од 52' од означеног положаја *Гале* налази ситну звездицу која не постоји на карти, а већ наредних ноћи открива и њено кретање, а затим запажа моћним повећањима и сам планетин котур. Тако је осма по реду велика планета *Нептун* била откривена „врхом пера”. Овај на-

учни подвиг донео је нову сјајну потврду не само закону гравитације већ и *Коперниковом* хелиоцентричном систему.

Касније је утврђено да је нешто пре *Леверијеа* исти задатак био успешно решио и млади британски астроном *Адамс*, но његово првенство у открићу изгубљено је, јер старији астрономи-посматрачи нису довољно озбиљно узели овај рад. Данас се у науци сматра да ово историјско откриће подједнако припада обојици прегалаца.

Када су, касније из довољног броја посматрања израчунати елементи Нептунове путање испоставило се да је њена велика полуоса 30 а. ј. и да знатно одступа од *Тицијус-Бодеве* вредности.

Почетком овога века амерички астроном *Персивал Ловел* употребљавао је посматране положаје *Хершелове* планете Урана са њиховим теоријским вредностима, па беше запазио одступања која нешто прелазе поремећаје које у Уранову кретању проузрокују све до тада познате планете па чак и Нептун. Он је претпоставио да још даље од Нептуна мора постојати једна планета која изазива ове поремећаје. Рачунски биро коме је стао на чело позабавио се новим, још тежим проблемом но што је био *Леверије-Адамсов* — да израчуна путању, а затим и ефемериду нове непознате планете. Овај задатак решио је *Ловел* са својим штабом 1915. г., а за откриће планете беше из сопствених средстава основао велику опсерваторију која носи његово име.

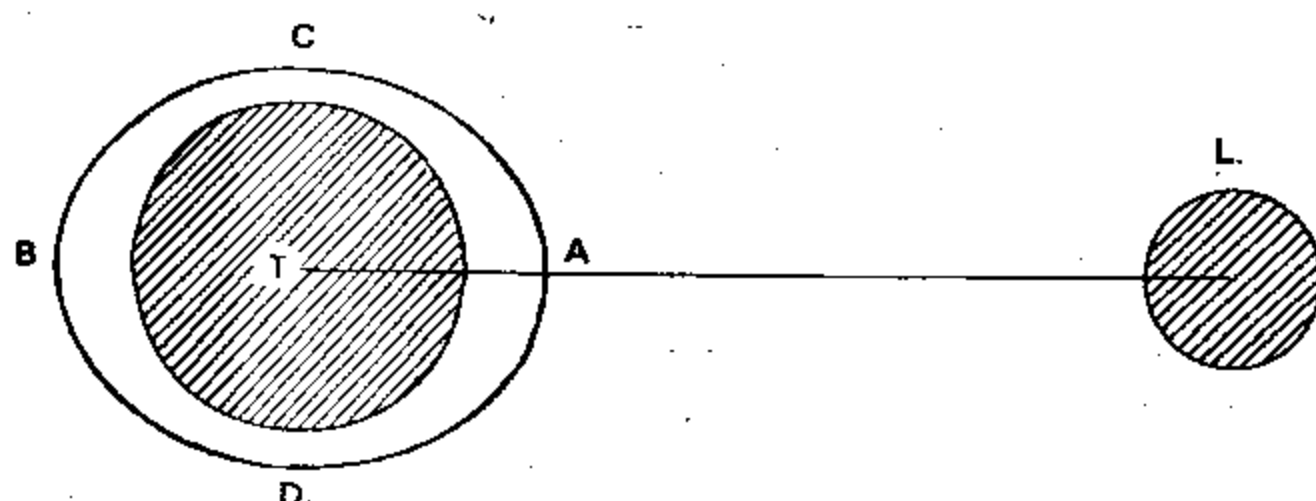
Ловел је умро 1916. г. не дочекавши откриће нове планете, а млади асистент *Ловелове* опсерваторије *Томбоу* открио је јануара 1930. г. нову планету која је добила име *Плутон* и ознаку ♇ за успомену на *Персивала Ловела* који јој је посветио цео живот и неморан рад.

После више година посматрања израчунати су први поуздани елементи *Плутонове* путање, па се показало да се она знатно разликује од првобитних теоријски предвиђених вредности. Но ово није сметало да откриће буде учињено. Недавно је одређена и маса ове планете и нађено да је реда величине Земљине масе или 6 пута мања но што је *Ловел* претпостављао.

Проналазак низа *Јупитерових* и *Сатурнових* сателита и недавни проналасци петог *Урановог*, другог *Нептуновог* и десетог *Сатурновог* сателита употпунили су слику *Сунчева* система и довели до нашег данашњег подробног познавања његовог. Кретања свих ових нових тела потврдила су закон гравитације.

117. **Плима и осека.** — Давно је било примећено посматрањем да се ниво воде на обалама мора два пута у $24^{\text{h}}50^{\text{m}}$ издиже и достиже највећу висину — *плима* и *два пута спушта* до најмање висине — *осека*. Како је ово размак између две узастопне *Месечеве* кулминације у једном месту, то је и појава *плиме* и *осеке* везана за *Месечев* утицај. Но и ову појаву је егзактно објаснио *Њутн* законом гравитације.

Претпоставимо да је читава Земља обавијена воденим омотачем (сл. 161.). Месечево привлачно дејство на тачку А биће очигледно веће од оног на тачку Т, а још веће од оног на тачку В, зато ће



Сл. 161. Плиме и осеке Земљиног воденог омотача

се под њим тачка А приближавати више Месецу од Земљина средишта, а тачка В мање од њега. Зато ће се на Земљиној страни окренутој Месецу и на супротној појавити плима, а у тачкама С и D тада мора наступити осека, пошто је количина воде непромењена. Може се показати да је облик водене површине елипсоидни. Због Земљина обртања стојећи плимски талас (испупчење А, одн. В на сл. 161.) кретаће се по површини океана и мора са истока на запад и плима (одн. осека) понављаће се са периодом од 12^h25^m .

Нађимо разлику убрзања тачака А и Т под Месечевим гравитацијским утицајем. Обележимо масу Месеца са m , а масе водених делића А и В узмемо за јединице. Месечеву даљину r од Земљина средишта изразимо Земљиним полупречницима. Убрзања тачака А, Т и В под Месечевим гравитацијским утицајем тада ће бити

$$G_A = f \frac{m}{(r-1)^2}, \quad G_T = f \frac{m}{r^2}, \quad G_B = f \frac{m}{(r+1)^2}. \quad (512)$$

Тражена разлика ће износити

$$G_A - G_T = f \cdot m \left[\frac{1}{(r-1)^2} - \frac{1}{r^2} \right] = f \cdot m \left[\frac{2r-1}{r^2 (r-1)^2} \right]. \quad (513)$$

Занемаримо ли јединице у поређењу са растојањем r , за израз убрзања које изазива плиму добијамо прост облик

$$G_A - G_T = 2f \frac{m}{r^3}. \quad (514)$$

И Сунце својим различитим гравитацијским утицајем на тачке А и Т мора изазивати сличну појаву као и Месец. Да бисмо оценили однос величина ове две врсте плима израчунајмо по обрасцу (514) одговарајућу разлику и за Сунчево гравитацијско дејство, а затим сменимо величине у оба израза њиховим бројним вредностима узимајући да је Сунчева даљина од Земље 23 484 Земљиних полупречника, Сунчева маса 333 000 Земљиних, Месечева маса $1/81,5$ Зем-

љине, а Месечева даљина од Земље 60,3 Земљиних полупречника. Количник ове две разлике биће

$$\frac{1}{81,5} \cdot 23484^3 \approx 2,2.$$

$$\frac{333\,000 \cdot 60,3^3}{81,5}$$

Одатле се види да је плима коју изазива Сунце због његове велике даљине око два пута мања од Месечеве.

Утицај Месеца и Сунца на Земљин водени омотач слажу се и за практичну последицу имају само променљиву амплитуду или величину плиме и осеке у току месеца. Кад је *млад* или *пун месец* (*сизигије*) ове се две плиме сабирају и тада је *амплитуда резултујуће плиме максимална*. Кад је *прва* и *последња четврт*, тј. Месец у *квадрантурама*, ове се плиме одузимају и тада је *минимум амплитуде резултујуће плиме*. Између ових екстрема амплитуда се непрекидно мења. Амплитуда плиме и осеке мења се још и услед промене геоцентричних даљина Месеца и Сунца, јер се и Месец и Земља крећу по елиптичним путањама, затим услед промене деклинација ова два небеска тела итд. Теоријски израз за срачунавање амплитуде плиме и осеке веома је сложен, ако се узму у обзир сви мерљиви утицаји. По њему се могу предвидети величине плима за сва места на Земљи у сваком жељеном тренутку.

Но појава је у пракси још много сложенија. Због подводних архипелага и због трења воде о морско дно, затим због различите конфигурације рељефа обала плимски талас трпи знатна закашњења, која могу достићи и 12^h и која су различита за свако море, па чак и за свако место на морској обали. Исто тако је и амплитуда плиме врло различита за разна места и знатно одступа од теоријске вредности. На отвореним океанима она је реда величине 1 м. На нашем Јадранском мору креће се од 0,5 — 2 м, на обалама затворених мора, као што су Црно и Балтичко, износи само по неколико см. Напротив, на обалама полуострва Коле достиже и 8 м, а највећа је на источној обали Канаде (залив Fundy Bay) где достиже и 16 м.

Због свега овога је рачунање ефемериде за плим у датом месту веома тежак и сложен посао, који захтева и извесне емпиријске поправке. Оне се добивају из сталне службе мерења амплитуде плиме, односно висине морског нивоа, тз. *мареграфима*. Оваква служба у организацији Океанографског института у Сплиту постоји код нас у Ровињу, Сплиту, Дубровнику и Бару.

Познавање висине морског нивоа у сваком тренутку од великог је практичног значаја за пловидбу, за геодетске потребе и за искоришћавање плимске енергије у привредне сврхе. На атланској обали Француске постоји електрична централа и више млинова који користе енергију плиме, а у новије време све више се ради на искоришћавању ове јевтине енергије.

И сам ваздушни океан трпи слични гравитацијски утицај Месеца и Сунца који изазива *атмосферске плиме и осеке*. Оне се на дну овог океана, тј. на Земљиној површини, не осећају, као што се на морском дну не осећа ни водена плима, али се могу израчунати из промена атмосферских притисака мерених систематски кроз дуге временске размаке.

Најзад, и сама чврста Земљина кора показује плиму и осеку, иако знатно мању од водене. Но због значаја ове појаве за астрономију и геофизику у последње време јој се поклања велика пажња у међународним размерама. О њој ће бити више говора у § 136.

118. Одступања у Месечеву кретању која се не могу објаснити Њутновим законом гравитације. — У § 114. било је говора о поремећајима у Месечеву кретању који долазе од Сунца. Међутим, и планете уносе поремећаје у његово кретање својим привлачним силама.

Упоређивањем посматрања помрачења извршених у старом и новом веку откривено је убрзање средњег Месечевог кретања које износи $10''$ на век и које расте са квадратом времена, тако да за две хиљаде година премаша читав 1° .

Испитивањем поремећаја Месечева кретања који долазе од великих планета објашњен је део овог убрзања који износи $6''$ на век. Он долази отуд што се услед поремећаја које уносе велике планете у Земљино кретање у наше време средња даљина Земље од Сунца незнатно повећава да после 24 000 година почне поново да се незнатно смањује. Сунце, међутим, смањује силу којом Земља привлачи Месец, па зато у наше време Месец убрзава своје средње кретање.

Неслагање између посматраног и рачунатог убрзања средњег Месечевог кретања, које износи $4''$ на век, није се никако могло објаснити Њутновим законом гравитације. Оно је, као што смо ближе видели у § 27., објашњено успоравањем Земљине ротације услед плимског трења и још неких геофизичких појава.

За још једну неједнакост у Месечеву кретању, коју је открио Ханзен пошто је обрачунао све поремећаје Месечева кретања који долазе од Сунца, планета, па чак и Земљина облика, није се могло наћи објашњење по Њутновом закону гравитације. Њуком је почетком овог века нашао за њу објашњење у повременој неправилној промени брзине Земљина обртања, која још није коначно објашњена.

119. Померање перихела Меркурове путање. — Из теорије поремећаја планетског кретања познато је, као што смо видели у § 115., да се велике осе путања свих планета обрћу полако заједно са целим путањама око Сунца, тј. да лонгитуда перихела свих планета прогресивно расте. Обрачунавши утицаје свих поремећаја на елементе Меркурове путање још је Леверије нашао да се перихел Меркурове путање помера за $38''$ на век, више но што долази од свих поремећаја. Њуком је 1895. г., на основи тачнијих таблица Меркурова кретања, нашао износ од $42''$, а Чеботарев 1941. г., износ од $42'',65$. Ово кретање, које се није дало објаснити Њутновим законом гравитације, задавало је дужице година главобоље небеским механичарима који су покушавали на разне начине да га објасне.

1915. г. Ајнштајн је применом своје опште теорије релативности показао да се за померање Меркурова перихела, при непоремећеном кретању планете, добива износ од $42'',9$ који се врло добро слаже са износом који се није могао објаснити. Тако је кретање перихела Меркурове путање постао један од доказа Ајнштајнове опште теорије релативности. И за померање перихела осталих планета добивени су одређени износи, који по теорији релативности опадају са удаљењем планете од Сунца и са смањењем брзине њена кретања. Тако су они изнели за Венеру $8'',6$, за Земљу $3'',8$, за Марс $2'',5$ на век. Због мале вредности ових померања она се још нису могла проверити посматрањима, па се и објашњење померања перихела Меркурове путање теоријом релативности још не сматра као коначно.

Г л а в а п е т а

ОСНОВЕ АСТРОНОМСКЕ И ФИЗИЧКЕ ГЕОДЕЗИЈЕ

А. ОСНОВЕ АСТРОНОМСКЕ ГЕОДЕЗИЈЕ

120. **Земљин облик.** — Прастари народи, под првим утисцима непосредних опажања, сматрали су да Земља има облик кружне плоче која се ослања на известан ослонац. Око 2500. г. пре н.е. већ се сматрало да Земља лебди изоловано у васионском простору. Анаксимандар у VI в. пре н.е. сматра да Земља има облик ваљка. Касније су посматрања све више наводила на ово мишљење, па чак и на мишљење да Земља има лоптасти облик. ОвOME су у прилог говорили:

1. Поступно ишчезавање брода који се удаљава из пристаништа. Први се губе из вида његови доњи делови, а затим све виши и виши.

2. Запажање врхова светионика са брода који прилази обали. Тек када приђе ближе почињу се откривати и његови нижи делови, који се нису раније видели од Земљине кривине.

3. Промене висина звезда када се померамо по Земљи на север, одн. на југ.

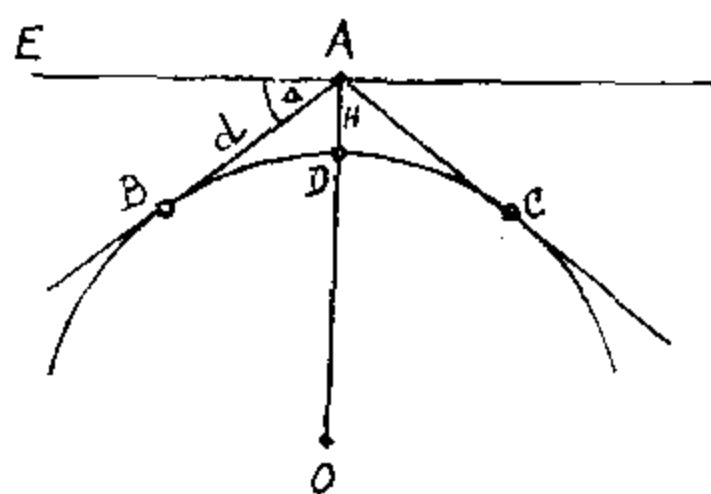
4. Кружни облик хоризонта ма с које тачке на Земљи посматрали.

5. Деформације сенки на великим воденим површинама, и најзад, нарочито

6. Кружни облик ивице Земљине сенке на Месечевој површини при његовим помрачењима, ма у ком положају Земље и Месеца се она догађала.

Питагора (VI в. пре н.е.) и Талес из Милета (V в. пре н.е.) сматрају већ да Земља има лоптасти облик, а Аристотел (у III в. пре н.е.) у својој књизи „О небу” исто тако, позивајући се на последњи од горе побројаних аргумената.

121. Спущање хоризонта и даљина вида. — Уколико се посматрач пење на већу висину хоризонт се око њега шири, а даљина вида повећава. И до-



Сл. 162. Спущање хоризонта и даљина вида

иста, што је висина $H = AD$ (сл. 162.) посматрача A над Земљином површином већа, биће већи и угао између линије EA привидног хоризонта и визуре AB која додирује Земљину лопту. Овај угао δ се назива *спущање (депресија) хоризонта*. Исто тако ће бити већа и даљина вида $d = AB = AC$. Обе величине, δ и d , можемо лако израчунати из троугла ABO у коме је хипотенуза AO једнака збиру Земљина полупречника R и посматрачеве висине H :

$$(R+H)^2 = R^2 + d^2$$

или

$$d^2 = 2RH \left(1 + \frac{H}{2R}\right).$$

Разломак $H/2R$ је врло мали, па се може занемарити, тако да за даљину вида добијамо прост израз

$$d = \sqrt{2RH}. \quad (515)$$

Усвојимо ли за $R = 6\,371$ км и d изразимо у километрима, а H у метрима, добијамо за даљину вида

$$d = 3,57 \sqrt{H}.$$

Узмемо ли у обзир и утицај рефракције на хоризонту, за даљину вида добијамо израз

$$d = 3,80 \sqrt{H}.$$

Из истог троугла је

$$d = R \operatorname{tg} \delta,$$

или с обзиром на (515)

$$\boxed{R \operatorname{tg} \delta = \sqrt{2RH}.} \quad (516)$$

Ставимо ли $\operatorname{tg} \delta = \delta \operatorname{tg} 1'$, зато што је угао δ врло мали, а за $R = 6\,371$ км, за спущање хоризонта добијамо израз

$$\delta = 1,93 \sqrt{H}.$$

Ако узмемо у обзир и утицај рефракције на хоризонту, за спущање хоризонта добијамо тачнији израз

$$\boxed{\delta = 1,77 \sqrt{H}.} \quad (517)$$

На основи израза (516) и (517) за даљину вида у спуштање хоризонта можемо извести следеће вредности које одговарају разним висинама посматрача.

Таблица 29.

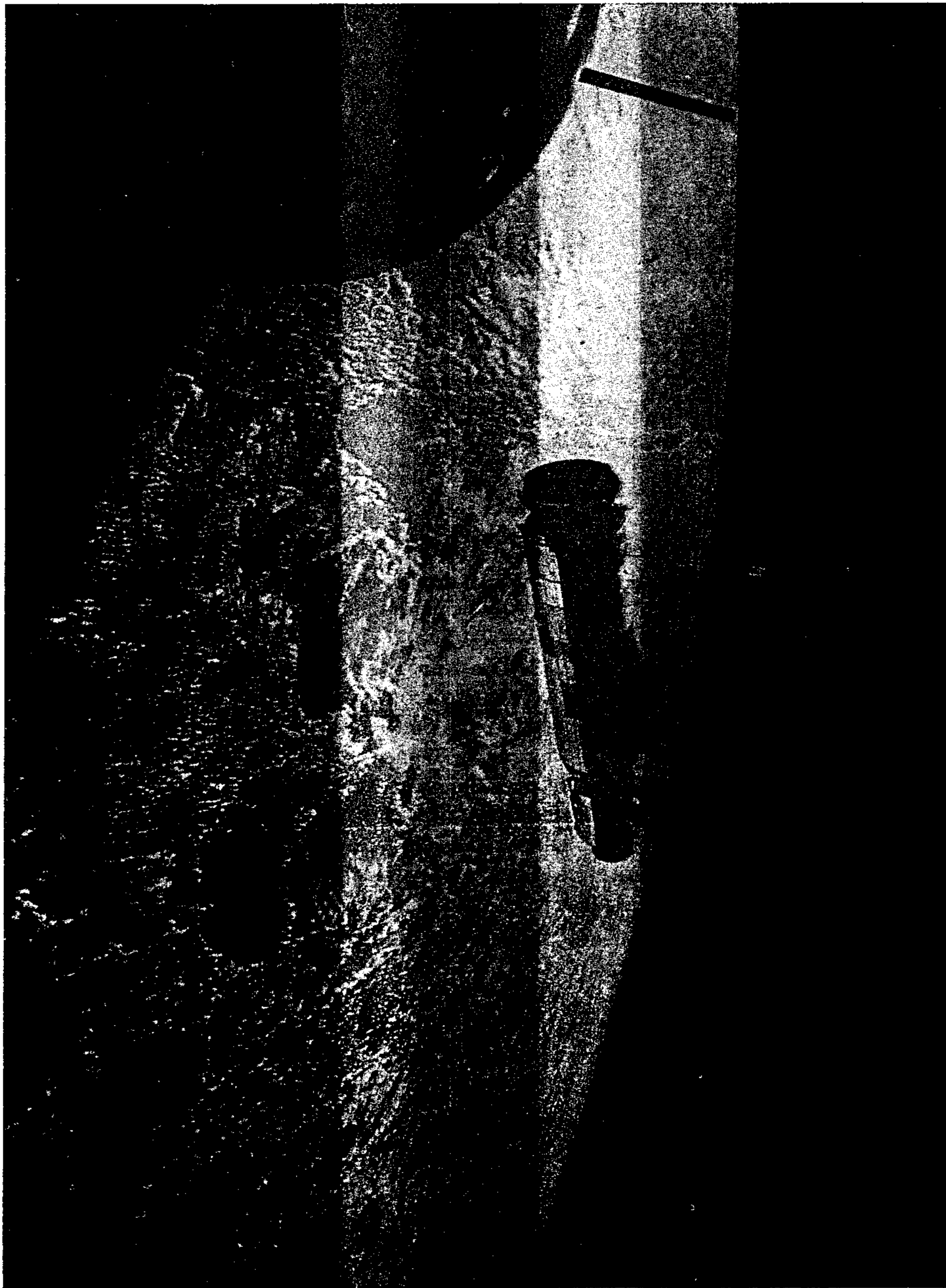
Н	d	δ	Н	d	δ	Н	d	δ
m	km		m	km		m	km	
1	3,89	1'46"	10	12,32	5'36"	100	38,91	17'43"
2	5,50	2 30	20	17,41	7 56	200	55,04	25 04
3	6,74	3 04	30	21,32	9 43	300	67,39	30 42
4	7,78	3 33	40	24,61	11 13	400	77,84	35 26
5	8,70	3 58	50	27,52	12 32	500	87,03	39 37
6	9,54	4 21	60	30,13	13 44	1000	123,07	56 02
7	10,30	4 41	70	32,56	14 50			
8	11,00	5 01	80	34,80	15 51			
9	11,69	5 19	90	36,93	16 49			

Са висине од око 60 000 км види се скоро половина Земљине лопте.

Снимци Земљине површине из ракета са висина од неколико стотина километара, начињени последњих година, показали су доиста да Земља има у првој апроксимацији лоптасти облик (сл. 163.).

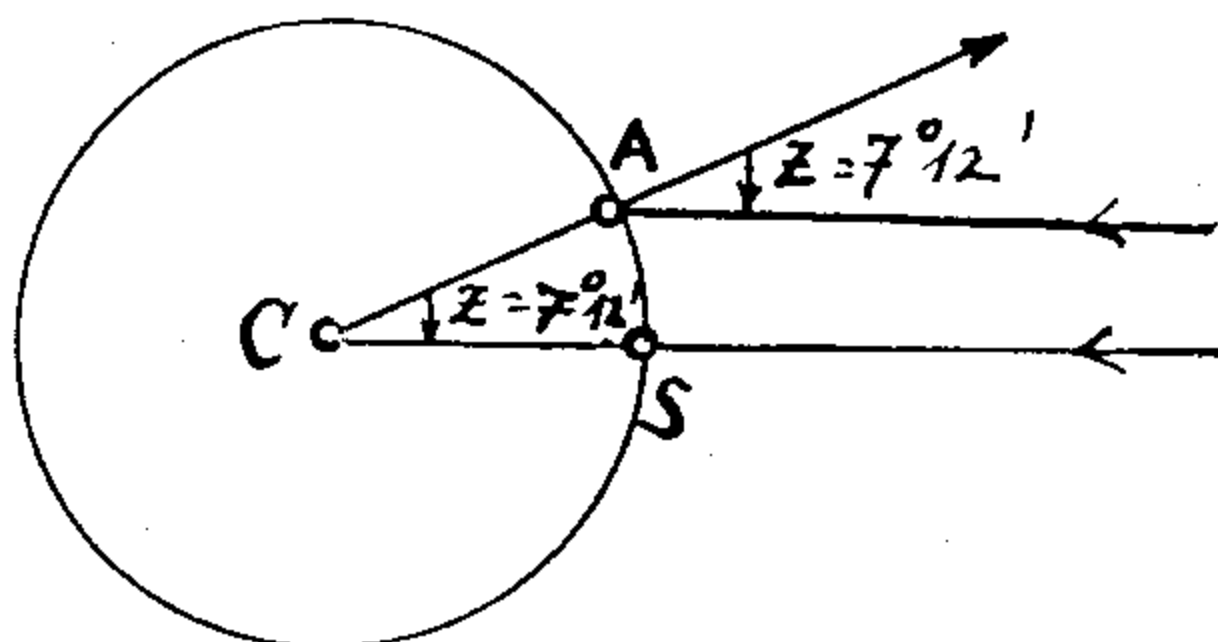
122. Мерење димензија Земље као лопте. — Већ је у IV в. пре н. е. питање Земљина облика углавном било скинуто с дневног реда научних испитивања и поставило се било питање одређивања њене величине. У поменутој *Аристотеловој* расправи налазимо већ да Земљин обим износи 400 000 стадија, мада се не каже како је он одређен, нити се даје вредност стадија као ондашње мере за дужину. Ни данас није тачно позната његова вредност, али се може узети као средња вредност из низа испитивања 172 м. У том случају би Земљин обим, по *Аристотелу* износио нешто преко 60 000 км.

Прво мерење Земљина обима извршио је оштроумни александријски астроном *Ератостен* у II в. пре н. е. Сазнао је он да се у Сијени (данашњи Асуан), јужно од Александрије, налази један бунар у коме се Сунце огледне само у подне најдужега дана у години. Одатле је закључио да је Сунчева зенитна даљина у том тренутку у Сијени једнака нули. У истом тренутку измерио је он *скафионом* (врстом ручног гномона) Сунчеву зенитну даљину у Александрији и за њу нашао 7°12' или 1/50 пуног угла. Због велике Сунчеве даљине од Земље *Ератостен* је правилно схватио да су Сунчеви зраци који у том тренутку падају на Сијену и Александрију паралелни међу собом, па је узео да је зенитна даљина Сунчева измерена у Александрији у поменутом тренутку једнака централном углу што га у Земљином средишту заклапају Земљини полупречници повучени ка



Сл. 163. Снимак Земљине површине из америчког васионског брода „Демини”

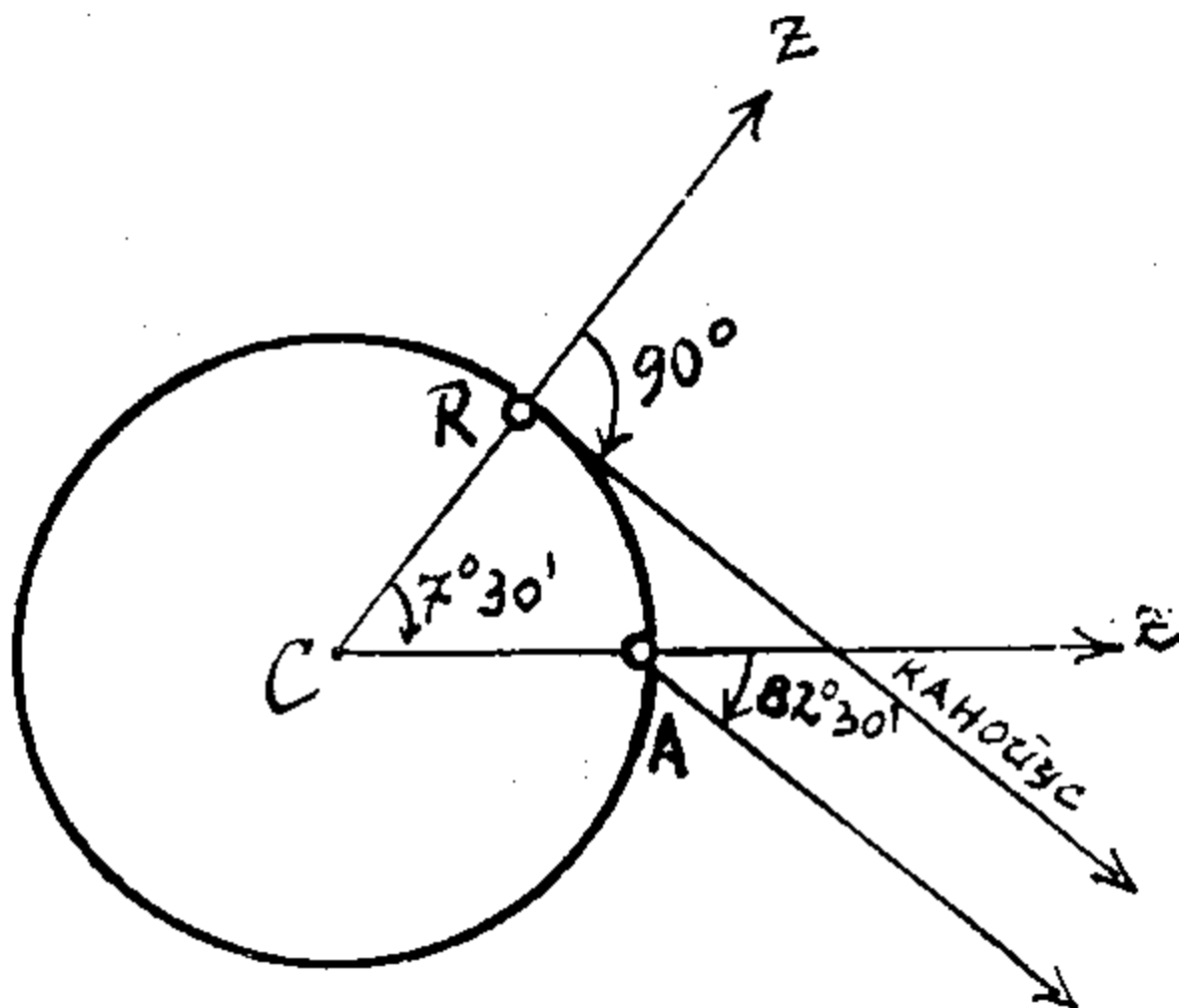
Сијени и Александрији (сл. 164). Дужина меридијанског лука Сијена — Александрија износила је, према времену за које каравани превале овај пут, 5 000 стадија. Одатле је *Ератостен* нашао да Зем-



Сл. 164. Ератостеново мерење Земљиних димензија

љин обим износи $5\,000 \times 50 = 250\,000$ стадија, а њен полупречник $R = 6\,844$ км (узимајући за стадиј горњу вредност). Ова се вредност разликује од стварне за око 500 км, што долази како од нетачно мереног лука Сијена — Александрија, тако вероватно и од нама недовољно тачно познате дужине стадија. Но значај овог мерења је врло велики због оштроумности саме методе, која је дала смернице за даља тачнија мерења.

Друго мерење Земљина обима и полупречника извршио је *Посидоније* у I в. пре н.е. по сличној методи. Он је запазио да сјајна звезда Канопус, при пролазу кроз меридијан Родоса тачно додирује хоризонт. У истом тренутку мерио је њену висину у Александрији и за њу нашао $7^{\circ}30'$ или $1/48$ пуног угла (сл. 165.), па је закључио



Сл. 165. Посидонијево мерење Земљиних димензија

да централни угао што га Земљини полупречници повучени ка Александрији и Родосу заклапају износи $1/48$ пуног угла. Одстојање између Александрије и Родоса оценио је из времена кретања лађа на 5 000 стадија, па је за Земљин обим нашао $5\,000 \times 48 = 240\,000$ стадија, одн. за Земљин полупречник $R = 6\,570$ км (ако узмемо исту вредност за стадиј као и горе), приближивши се стварној вредности на 200 км.

Птоlemeј (III в.) у свом "Алмагесту" показује како се може овакво одређивање извршити и ако се два места не налазе на истом меридијану и даје за један степен меридијанског лука вредност од 500 стадија, која за Земљин полупречник даје вредност знатно ниже тачности (ако се примени иста величина стадија).

После тога Земљине димензије мерили су тек 827 г. арабљански астрономи *Абдулмелик* и *Иса*, мерећи у арабљанским лактима дужину Земљина лука у долини Тигра, на географској ширини 35° , и одређујући географске ширине завршних тачака из висина звезда. Према новијим истраживањима сматра се да је један арабљански лакат износио $49 \frac{1}{3}$ см. За дужину 1° меридијана Арабљани су нашли износ од 111,8 km, који премаша стварни само за 850 м.

Прво наредно мерење Земљиних димензија извршио је тек 1528. год. француски лекар и астроном-љубитељ *Фернел*. Он је углавну вредност меридијанског лука између Амијена и Париза одредио мерењем Сунчевих меридијанских висина угломером с диоптрима, а меридијански лук бројем обрта точка на колима чији је обим прецизно измерио. За дужину једног степена меридијанског лука он је нашао 56 747 тоаза, што износи 110,6 km и тако представља вредност која је само за 600 м мања од стварне. С обзиром на тачност вршених мерења, овако висока постигнута тачност сматра се за случајну.

Висока тачност у мерењу Земљиних димензија постигнута је тек када је *Снелијус* 1615. г. пронашао нову методу за прецизно мерење дужина на Земљиној површини. То је метода *триангулације*, која ће бити описана у наредном параграфу. Служећи се њоме *Норвуд* је од 1633. — 1635. г. мерио меридијански лук између Лондона и Јорка и за један степен меридијана добио износ од 111,8 км, који је већи од стварног само за 400 м.

У исто време је *Рајт* одредио Земљин полупречник из мерења спуштања (депресије) хоризонта, узимајући на основу израза (516.) да је

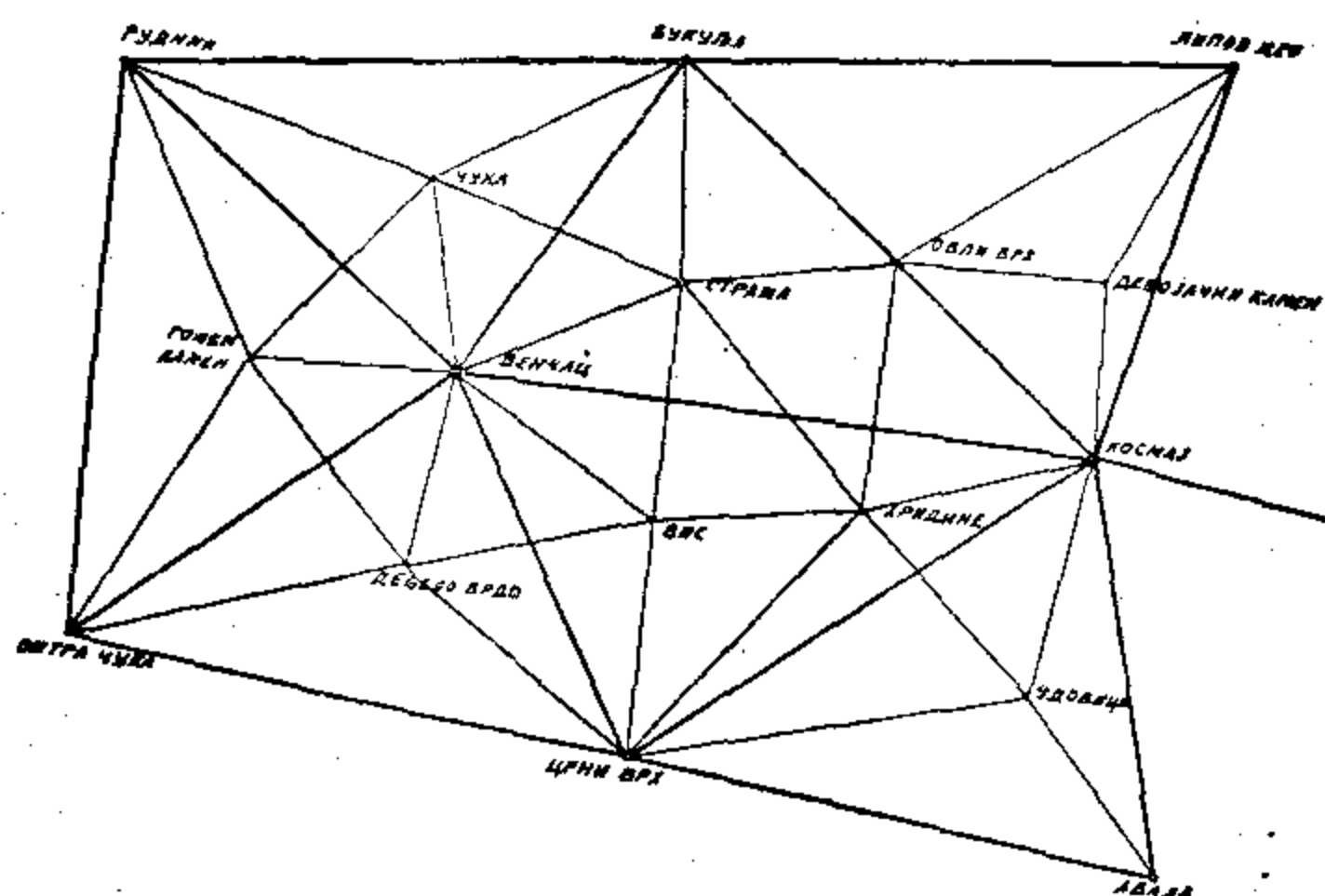
$$R = 2H \operatorname{ctg}^2 \delta. \quad (518)$$

За Земљин полупречник добио је врло нетачну вредност, па се убрзо увидело да ова метода не може обезбеђивати високу тачност због несигурног познавања износа рефракције на хоризонту.

Високу тачност у мерењу Земљиних димензија постигао је астроном и геодета *Пикар*, који је од 1669. — 1670. г. по налогу Француске академије мерио меридијански лук између Амијена и Париза методом триангулације, а географске ширине његових крајњих тачака квадрантом на који је први пут био примењен астрономски дурбин. Углови су читани микроскоп-микрометром с покретним концем, који тек што беше пронашао *Озу*. Величина лука износила је $1^{\circ}22'55''$ и 78 854 тоаза, па је *Пикар* за 1° Земљина меридијана добио износ од 111,21 км, који је мањи од стварне вредности само за 270 м. Тачност и овог резултата сматра се за случајну, јер је настала компензацијом грешака: дужине су мерене дрвеним летвама, а о утицају аберације светлости и астрономске нутације није вођено рачуна, јер још ове појаве нису биле познате.

Ово је и последње мерење димензија Земље као лопте, јер се убрзо затим, као што ћемо даље видети, утврдило да Земља од овог облика одступа, па су уложени још већи напори да се повећањем тачности мерења дође до њеног правог облика и тачнијих димензија. Но зато је ово мерење од великог историјског значаја, не само због прве примене дурбина и микрометра на астрономска и геодетска мерења, већ и стога што је Њутну пружио довољно тачан податак о Земљином полупречнику, без кога није могао утврдити идентичност силе под чијим утицајем тела падају са силом под чијим се утицајем креће Месец око Земље (в. § 110), а ово је била прва карика у ланцу поступака којим је дошао до закона опште гравитације.

123. Триангулација — Да би се прецизно измериле Земљине димензије и утврдио њен облик, а исто тако и да би се премерили већи делови Земљине површине и начинили њихови тачни планови и карте, потребна је једна чврста геометријска основа. Та је основа тз. *тригонометријска мрежа* или *триангулација*. То је мрежа приближно равностраних троуглова чија се темена налазе на најузвишенијим тачкама на земљишту, тако да се суседна могу догледати теодолитом (сл. 166). У њој се једна или више страна — *основица* —



Сл. 166. Тригонометријска мрежа

(у каквој равници), чије дужине не прелазе 10 km, измере специјалним инварским жицама тачно до на 1 mm. Теодолитом се затим измере сви углови у троугловима, па се израчунају тригонометријски координате сваког темена у оваквој тригонометријској мрежи. Мрежа се веже за какав координатни систем на земљишту (в. § 129). Ако се географске координате једне полазне тачке одреде астрономским методама, као и угао који једна полазна страна ове мреже заклапа с меридијаном (*астрономски азимут*), онда се и координате свих темена у троуглима могу прерачунати у географске. Оваква тригонометријска мрежа има стране од 20—50 km и зове се *триангулација првог реда*. При рачунању координата њених тачака, због великих дужина страна, мора се водити рачуна и о Земљиној кривини.

У данашње време метода триангулације са успехом се замењује све више бржом, простијом и економичнијом методом *трилатерације*, тј. не мере се углови, већ се координате тачака у тригонометријској мрежи рачунају из из-

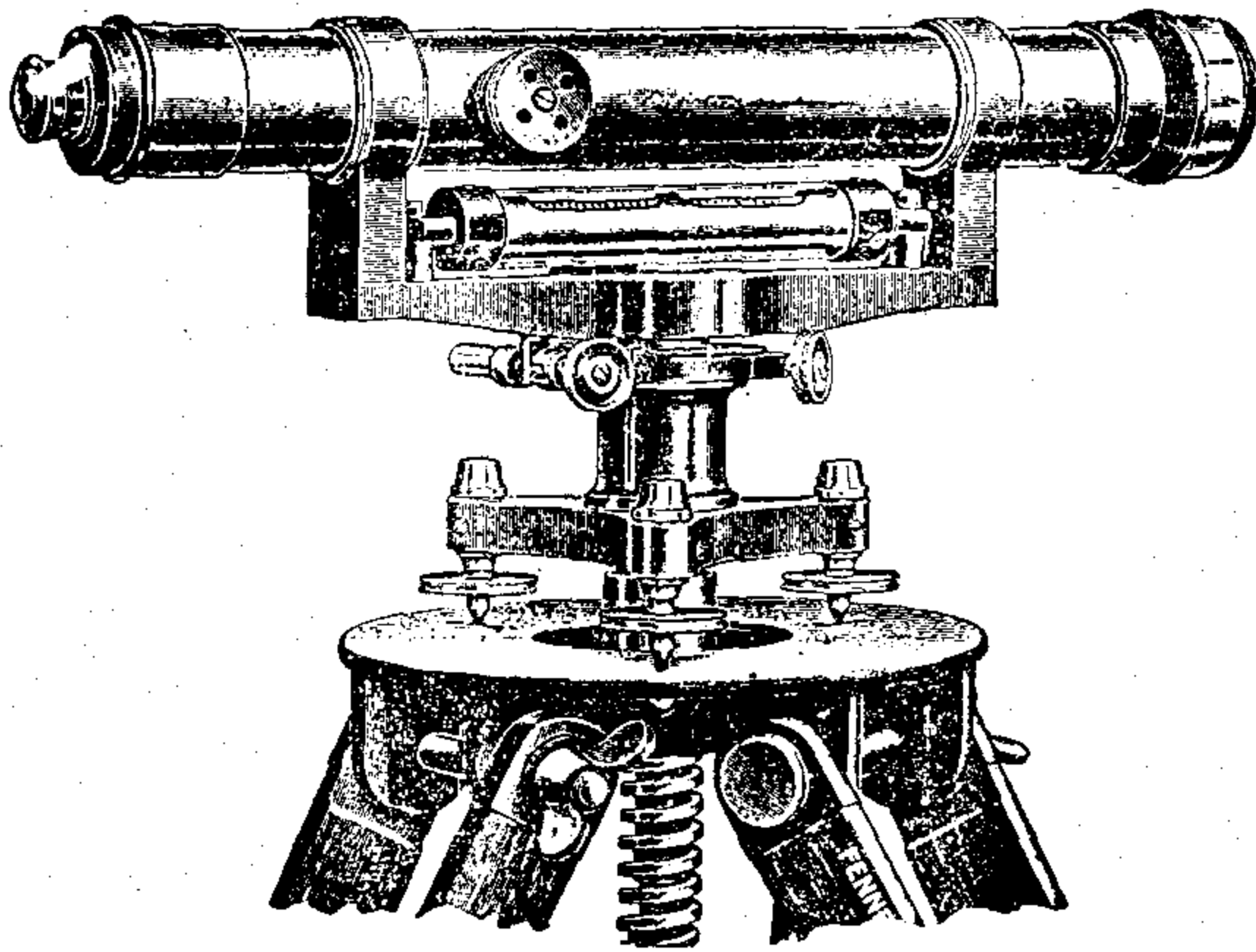
мерених свију страна у троугловима овакве мреже помоћу тз. *телуromетара* или инструмената за мерење дужина помоћу радиоталаса (принцип радара). У најновије време врше се покушаји прецизног мерења дужина и помоћу *инфрацрвених зракова*.

Из координата темена у тригонометријској мрежи лако се могу израчунати и дужине најкраћих растојања на Земљиној површини, тз. *геодетских линија* између два темена, нпр. дужина меридијанског лука, ако се темена налазе на меридијану. Ако се из дужина меридијанских лукова изводи Земљин облик, потребно је да они буду што дужи, да их има што више и да су приближно равномерно распоређени по читавој Земљиној површини (в. ближе у § 125.). О употреби тригонометријске мреже за снимање и картирање земљишта в. §§ 128. и 129.

Ако је земљиште испресецано или пошумљено, па се суседне тачке не догледају, на њима се подижу пирамиде високе и по неколико десетина метара, а на њихов врх се ставља *геодетски сигнал* на који се визира, као и платформа са које се могу догледати суседне тачке и визирати теодолитом.

124. Нивелман. — Описана тригонометријска мрежа и метода триангулације служе за хоризонталну представу земљишта на плану и карти. За вертикалну представу служи *нивелманска мрежа* и метода позната под називом *нивелман*.

Ова се метода састоји у одређивању *надморских висина* извесних карактеристичних тачака на Земљи за његову вертикалну представу. Ово се одређивање може вршити на више начина с обзиром на тражену тачност. Тако разликујемо: *геометријски нивелман* (тачност 1 mm), *тригонометријски нивелман* (тачност 1 cm), *тахиметријско одређивање висина* (тачност 1 dm) и *барометарско одређивање висина* (тачност 1 m).



Сл. 167. Нивелмански инструмент класичног типа

Надморске висине тачака на земљишту не могу се одредити непосредним мерењем њихова вертикалног одстојања од морског нивоа, већ посредно — одређивањем висинске разлике између сваке овакве тачке и неке тачке

чија је надморска висина већ позната (*нивелмански репер*). Операција се, дакле, своди на одређивање висинске разлике h између уочене тачке Р и репера R, чија је надморска висина V, јер је тражена надморска висина тачке Р очигледно.

$$V_P = V_R + h.$$

Одређивање прецизне висинске разлике (геометријски нивелман) врши се *нивелманским инструментом* (сл. 167.). Он се састоји из треношца с положајним завртњима и тупцем у коме се обрће алхидадна осовина, на коју је

чврсто усађен дурбин, а на њему прецизна либела. Визура и либелина осовина треба да стоје управно на алхидадној осовини. Према томе, кад се либелом доведе алхидадна осовина у вертикалност, визура при обртању инструмента око алхидадне осовине описује хоризонтску раван.

Нивелманска летва, прецизно израђена у сантиметре и милиметре држи се вертикално најпре на једној, а затим на другој тачки чије нас надморске висине интересују. Нивелманским инструментом који је приближно у средини између ове две тачке (сл. 168) и на удаљењу од сваке поједине које не треба да пређе око 16 m, чита се стање ове летве према средњем хоризонталном крају инструмента. Разлика између ова два читања l_1 и l_2 је висинска разлика између две уочене тачке:

$$h = l_1 - l_2.$$

Ако су тачке чија се висинска разлика жели одредити на већем растојању и са већом висинском разликом, мора се нивелирати са више станица на које се поставља инструмент, па се тражена висинска разлика добива као збир разлика (519) водећи строго рачуна о знацима. Низ тачака чије се надморске висине одређују или *нивелмански влак* обично се умеће између два репера с познатим надморским висинама. Тада збир висинских разлика између две и две тачке које се одређују треба да буде једнак разлици надморских висина почетне тачке А и завршне тачке В:

$$\sum_{i=1}^n h_i = V_A - V_B. \quad (519)$$

Нивелмански влаци чине *нивелманску мрежу*. Полазећи први пут од самог морског нивоа, одреде се надморске висине основним реперима, а затим се остали влаци умећу између репера с познатим надморским висинама.

Висинске разлике с нешто нижом тачношћу између две тачке могу се добити и мерењем вертикалног угла између њих, ако је њихова раздаљина из триангулације претходно позната (тригонометријски нивелман).



Сл. 168. Нивелманска летва у видном пољу нивелманског инструмента.

Она се с још нижом тачношћу добива и тахиметријски при детаљном снимању земљишта (в. § 128), а ако се тражи само груба разлика надморских висина може се израчунати и из разлике барометарских читања на двема тачкама. Промена висине живиног стуба од 1 mm одговара приближно висинској разлици од 10 m. Надморска висина добива се из израза

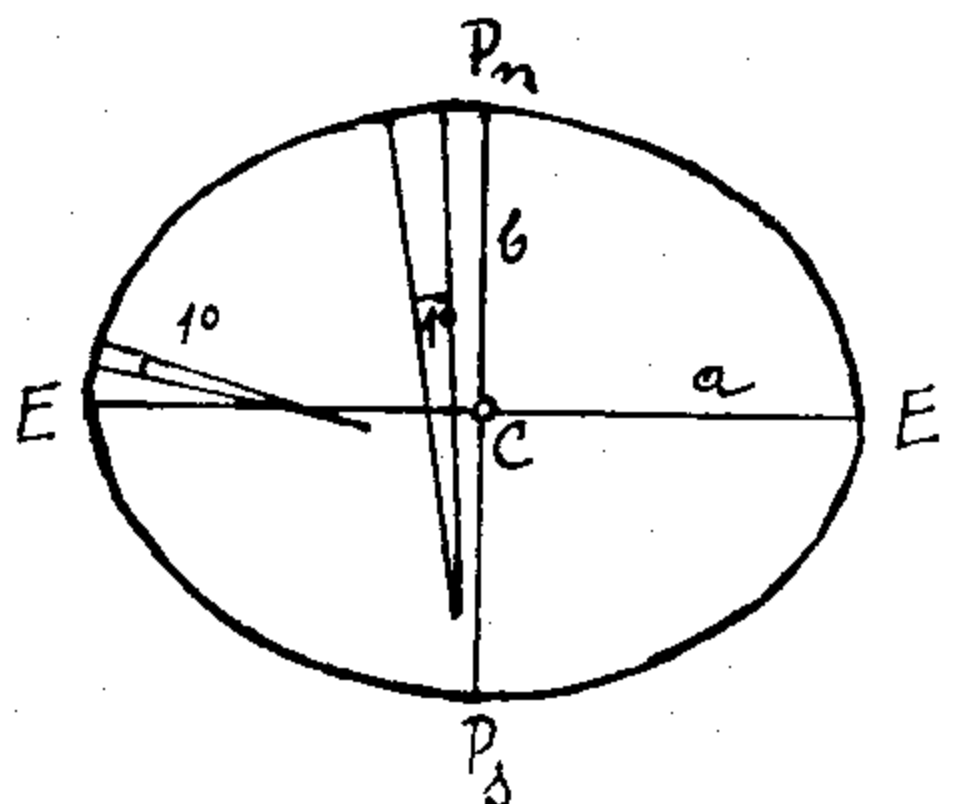
$$V = (8\,019 + 8\,019/273\ t) - \frac{1}{B}, \quad (520)$$

где је t температура барометра а B његово читање.

125. Степенска мерења. Одређивање Земљина сфероида. — Њутн је у својим „Принципиима” (1687.), користећи Хајгенсове резултате о центрифугалној сили (из 1673.) дошао до теоријског закључак да Земља мора, због центрифугалне силе која се појављује услед њена обртања, бити спљоштена на половима, а испупчена на екватору, тј. одступати од лоптастог облика. За њен облик он је нашао *обртни елипсоид* или *сфероид*, а за разлику његове екваторске и поларне полуосовине изражене у екваторској полуосовини (*спљоштеност сфероида*) величину

$$\alpha = \frac{a - b}{a} = \frac{1}{230}. \quad (521)$$

Настављајући намеру свог учитеља *Пикара*, *Касини*, *Маралди* и *Лахир* су хтели овај закључак и мерењем да провере. Јер, доиста, ако Земља има облик обртног елипсоида, са повећањем географске ширине мора се повећавати и дужина меридијанског лука од 1° . На



Сл. 169. Релативне дужине меридијанског лука од 1° у близини пола и екватора

екватору она мора бити најмања, а на полу највећа (сл. 169.). Њихово мерење, завршено 1718. г. обухватило је лук париског меридијана од $8^\circ 31'$, но због мале тачности мерења основица њихово мерење није потврдило Њутнов теоријски резултат. Дужина лука од 1°

меридијана испала је краћа у северном делу меридијана него у јужном, као да је Земља издужена а не спљоштена у правцу своје обртне осовине. Ово је изазвало жестоке распре у научним круговима, па је Француска академија, да би дошла до коначног резултата, послала две експедиције: једну, 1735. г. у Перу, на екватор (*Годен, Буге, Лакондамин*), а другу, 1736. г., у Лапонију, на поларни круг (*Монпери, Клеро, Ками, Лемоније*), којој се у Шведској прикључио и *Целзијус* са задатком да у областима које се знатно разликују по географској ширини мере дужине меридијанског лука и нађу дужину једног његовог степена.

У истом раздобљу су *Касини* и *Лакај* са знатно вишом тачношћу обновили и мерење лука париског меридијана. Том приликом повели су рачуна и о утицају аберације светлости, која приликом ранијег премера овог лука још није била откривена. Резултати ова три примера били су:

1° у Перуу 56 748 тоаза¹⁾)

1° код Париза 57 084 „

1° у Лапонији 57 422 „

Тако је резултатима ових систематских мерења недвосмислено потврђен *Њутнов* теоријски резултат о Земљином сфероидном облику.

Убрзо после тога извршен је читав низ премера, како лукова разних меридијана тако и паралела, па су и ови резултати потврдили Земљин сфероидни облик. Од ових премера поменимо само три од изузетне важности, и то: меридијански лук између Рима и Риминија који је 1750. г. с високом тачношћу измерио *Руђер Бошковић*, лук париског меридијана који су измерили од 1792.—1797. г. *Деламбр* и *Мешен* у сврху утврђивања новог еталона за дужину — метра, као десетомилионитог дела четвртине Земљина меридијана и, најзад, *Струвеово* мерење меридијанског лука од ушћа Дунава до Северног леденог океана од 1830.—1852. г.

Од новијих великих радова треба поменути мерења *Бесела*, *Хејфорда* и *Красовског*. Из њих су изведени и елементи сфероида којим се најбоље у другој апроксимацији може представити Земљин облик.

¹⁾ 1 тоаза = 1,949 036 м.

Таблица 30.

Аутор	Година	Велика полуоса у m	Мала полуоса у m	Четвртина Зем. мерид. у m	Спљош- теност
Деламбр	1797.	6 375 653	6 356 564	10 000 000	1:334,0
Бесел	1841.	6 377 397	6 356 079	10 000 856	1:299,2
Хејфорд	1909.	6 378 388	6 356 912	10 002 288	1:297,0
Красовски	1940.	6 378 245	6 356 863	10 002 136	1:298,3

Беселов сфероид коришћен је дуго као геодетска и картографска основа за све премере у Европи, а и данас се користи у нашој земљи. Хејфордов је изведен из обимних радова на великој територији САД, у своје време представљао је знатан напредак, јер је том приликом први пут примењена теорија изостазије (в. § 132). Зато је 1924. г. усвојен за међународни. Најновији радови совјетског Геодетског института у Москви, под управом Красовског и Изотова довели су до последњих елемената Земљиног сфероида. Он је изведен из свих премера извршених у Америци, Европи и на огромној територији СССР, па га зато треба сматрати за најбољи.

Из свих ових резултата излази да се Земљин сфероид веома мало разликује од лопте. На глобусу с пречником од 30 cm Земљин поларни пречник био би краћи од екваторског само за 1 mm.

Дубљом анализом Красовски и Изотов су показали да се Земљин облик незнатно разликује и од обртног елипсоида и да је њен облик у трећој апроксимацији троосни елипсоид. Они су, наиме, показали да је и екватор елипса, и то с незнатном спљоштеношћу од 1:30 000. Велика осовина ове елипсе сече екватор у тачкама с географским дужинама 15° , одн. 195° . Податак за велику полуосовину Земљиног сфероида Красовског из претходне таблице у ствари је само средњи пречник екваторске елипсе, који сече екватор у тачкама с географским дужинама 45° , одн. 225° .

126. Употреба вештачких сателита за одређивање Земљина облика. — Употреба вештачког сателита за геодетске сврхе омогућила је последњих година да се дође до низа података до којих се класичним методама није могло доћи упорним радовима кроз многа столећа. Задржимо се на неким основним. Земљин спљоштен облик врши поремећај у кретању вештачког Земљиног сателита који се састоји у томе што се раван његове путање полако окреће око Земљине обртне осовине. Што је спљоштеност већа, то је већа и брзина овог обртања. Ова брзина (α у степенима на дан) може се одредити из посматрања. Ако уз то знамо још средњу даљину (r) сателита од Земљина средишта, ексцентричност (e) његове путање и њен нагиб (i) према екватору, као и Земљин екваторски полупречник (a), можемо из везе

$$\alpha = 6\,136 \left(\alpha - 0,001\,725 \right) \left(\frac{a}{r} \right)^{3,5} \frac{\cos i}{(1-e^2)^2}, \quad (522)$$

коју нам пружа небеска механика, одредити Земљину спољашност α .

Помоћу другог совјетског спутњика и америчког „Авангард I” за Земљину спљоштеност добивена је вредност $\alpha=1:298,2$ с грешком у именитељу од $\pm 0,1$, која превазилази по тачности сва досадашња одређивања разним методама. То значи да је Земљин сфероид на половима спљоштен за 75 m мање но што се досад сматрало, тј. да разлика између Земљиног екваторског и поларног полупречника не износи 21,46, него 21,38 км. С овом величином спљоштености за димензије сфероида који најбоље апроксимира Земљин облик добијају се величине:

$$a=6\,376,75 \text{ km}, \quad b=6\,355,37 \text{ km}.$$

Повишена тачност са којом је данас, захваљујући употреби Земљиних вештачких сателита, могуће одређивати Земљин облик и њене димензије, омогућила је да се испита да ли су северна и јужна полулопта Земљина симетричне или оне имају различиту спљоштеност.

Уколико ова асиметрија постоји, небеска механика показује да се перигеј сателитове путање мора по њој померати, нарочито ако је сателит лак и осетно подложен оваквој врсти поремећаја, а уз то се креће практично ван граница Земљине атмосфере, те не трпи њене утицаје. Први геодетски сателит који је испунио ове услове био је већ поменути „Авангард I”. Радарска мерења извршена у САД показала су да се најмања даљина овог сателита колебала у границама од 7 027—7036 km са периодом од 82 дана. У истом периоду је и перигеј његове путање обављао пун обилазак око Земље. Уколико је амплитуда промене најмање даљине већа, утолико је већа и поменута Земљина асиметричност. Одавде је рачунски изведено да је северни Земљин пол за 15 m даљи, а јужни за 15 m ближи Земљином средишту, те да Земља има у четвртој апроксимацији благ крушкасти облик (апиоид), како то преувеличано приказује сл. 170.



Сл. 170. Земљин крушкасти облик — апиоид према Земљиним сфероиду

Према овим резултатима Земљине димензије износе:

Екваторски полупречник	6 376,75 км,
полупречник од средишта до северног пола	6 355,39 км,
полупречник од средишта до јужног пола	6 355,36 км.

У последње време вештачки Земљини сателити употребљавају се и за тз.звездану триангулацију. Са више станица снима се једно-временно положај сателита и са сваке станице он се друкчије пројектује у односу на околне звезде. Из ове разлике његова положаја на снимцима могуће је одредити међусобне положаје станица на Земљиној површини. Метода пружа досад невиђене перспективе за "геодет-

ско везивање" удаљених тачака, острва и континената и њихово повезивање у јединствену светску тригонометријску мрежу од које се очекују многе практичне користи, првенствено за израду једне јединствене светске детаљне карте.

Пуштање све већег броја ниских сателита омогућиће, захваљујући све већој тачности са којом се фотографски одређују њихови положаји и радарски њихове висине, да се они у најскоријој будућности употребе и за веома, детаљно одређивање прецизна Земљина облика — *геоида* о коме ће ближе бити говора у наредном параграфу.

127. Геоид и његово одређивање астрономско-геодетском методом. — Степенска мерења извршена на разним деловима Земљине површине показала су међусобна неслагања. Разлике су прелазиле грешке мерења и показало се да оне зависе, како од дужина мерењих лукова, тако и од њихових положаја на Земљи. Ово је указало на то да се тачан Земљин облик разликује од сфероида, па и од свих других простих правилних геометријских површина којима је он био апроксимиран. Зато је по *Листинговом* предлогу из 1873. г. усвојена за тачан Земљин облик *еквипотенцијална* или *нивоска површина силе Земљине теже* која је најближа површини Земљиних океана у стању равнотеже и назвата *геоид*. То је, дакле, површина свуда управна на правцу силе теже, тј. вертикале. По правилу површина геоида се налази на континентима (нарочито у планинским областима) изнад површине Земљина сфероида, а на океанима и морима нешто испод њега (сл. 171.). Ретко где ове разлике у вис-



Сл. 171. Положај геоида према сфероиду

нама између геоида и сфероида прелазе 100 м. На основи теорије гравитационог поља показано је да је ово врло сложена затворена површина, без прекида и прелома, у свакој тачки је окренута издубљеном страном Земљиним средишту. Тачан математички израз којим се она може представити још није нађен, но она се практички одређује на више начина који представљају основне задатке више геодезије. Класичан начин њена одређивања је из астрономско-геодетских мерења или помоћу тз. *астрономског нивелмана*, који се у принципу састоји у овоме.

Ако у једној тачки одредимо географске координате геодетском методом и једном од астрономских метода, геодетске и астрономске координате ће се систематски разликовати, јер се геодетске одређују у односу на Земљин сфероид, тј. у односу на његову нормалу у уоченој тачки, а астрономске у односу на геоид, тј. на вертикалу у истој тачки. Разлике

$$dh = \sin \xi_B ds \approx \xi_B'' \sin 1'' ds, \quad (525)$$

па ће висина геоида над сфероидом у тачки В бити

$$h_B = \sin 1'' \int_0^{S_B} \xi_B'' ds,$$

где је s_B одстојање тачке В од А. На сличан начин може се наћи и висина геоида над сфероидом ма у којој тачки, ако знамо углове ξ у свима тачкама од А до уочене тачке.

Ако желимо профил геоида од тачке А до неке тачке М у вертикалној равни која заклапа угао α с меридијанском, онда ћемо га израчунати на основи низа надвишавања геоида над сфероидом која можемо срачунати из израза

$$h_x = \sin 1'' \int_0^{s_x} \theta \alpha'' ds, \quad (526)$$

где је s_x одстојање ма које тачке x између А и М од тачке А.

Да би се дошло до довољног броја профила геоида, потребно је на низу тз. *геоидних тачака* одредити географске координате једном од астрономских метода с тачношћу до на $1''$. Ако су на њима већ познате геодетске координате, онда из разлика одговарајућих геодетских и астрономских координата долазимо до компонената ξ и η за све те тачке, а за тачке између њих ове се компоненте могу добити интерполовањем. Но да би ово интерполовање било довољно поуздано, искуство је показало да геоидне тачке морају бити довољно густо распоређене, и то: у равничастом земљишту на размацима од 15—25 км, на брдовитом од 5—10 км, а на планинском од 3—5 км. Ако познајемо висине геоида над сфероидом у довољно густој мрежи геоидних тачака, можемо извући и изохипсе геоида и тако добити релативан положај ове површине у односу на Земљин сфероид.

Због дугог и скупог поступка да се дође до карата геоида операција астрономског нивелмана извршена је досад само у неколико области на Земљиној површини. Но данас су нађене брже и економичније методе за овај посао о којима ће бити говора у одељку Б ове главе.

128. Снимање земљишта. — Да би се израдили план или карта једног дела Земљине површине полази се од тригонометријске мреже првог реда (§ 123). Са ослоном на тригонометријске тачке првог реда развија се *тригонометријска мрежа другог реда*. Дужине страна њених троуглова крећу се од 10—20 км, а координате темена њених троуглова рачунају се из мерених праваца њихових са већ познатих тачака првог реда. Да би се приближило детаљу који се снима на земљишту ни ово није довољно. Зато се на сличан начин даље развија *тригонометријска мрежа трећег реда*, чије се дужине страна крећу од 5—10 км, а затим *тригонометријска мрежа четвртог реда* с дужинама у троуглима од 1—3 км.

При рачунању координата тригонометријских тачака прва три реда води се рачуна о Земљиној кривини, те ове операције спадају у област *више геодезије*. Операције нижег реда спадају у област *ниже геодезије*. Координате ових тачака рачунају се под претпоставком да је део снимане Земљине површине раван.

Но да би се још више пришло снимањем детаљу развија се између тригонометријских тачака четвртог реда тз. *полигонска мрежа*, која се састоји из *полигонских влакова*. Полигонски влак је полигон чије су стране до 300 м, а углови које оне међусобно заклапају блиски 180° . Стране се мере *челичном пантљиком* и своде на хоризонт, тј. из њих се рачуна хоризонтално растојање полигонских тачака потребно за картирање. Углови у полигонским влацима мере се теодолитом. Крајње тачке влака „везују се“ мерењем углова за најближе тригонометријске тачке, што омогућује да се за сваку *полигонску тачку* израчунају координате у истом координатном систему у коме је срачуната триангулација. (О овим координатним системима види ближе у наредном параграфу.).

1^о *Ортогонална метода*. Да би се детаљ на земљишту снимио најпрецизнијом — *ортогоналном методом* — узима се страна полигонског влака за апсцисну осовину месног координатног система, а са ове се дижу помоћу оптичке призме ординате до сваке детаљне тачке која се жели снимити. Дужина ординате, као и апсцисе од полигонске тачке до подножја ординате, одмерају се челичним пантљикама. Ова мерења уносе се у записник, а напоредо се ради и скица свих измерених координата у коју се оне уписују и која касније помаже при изради прецизног плана земљишта у који ће се свака измерена детаљна тачка унети својим координатама. Ова метода је неекономична, а код неравног земљишта и неподесна. Но због високе тачности она се мора примењивати у градовима, где је земљиште скупо. Пошто се овом методом добива само хоризонтална представа земљишта, она се редовно допуњује тз., *детаљним нивелманом* којим се одређују висинске разлике свих маркантних детаљних тачака на земљишту у односу на најближи нивелмански репер. Тако се добија могућност да се после наношења детаљних тачака на план извуку на њему и изохипсе спајањем тачака једнаке висине и на тај начин добије и вертикална представа земљишта, која је врло важна нарочито ако се план користи за пројектовање грађевинских и др. објеката и предрачун земљаних радова.

2^о *Поларна метода*. Много брже и економичније, али нешто ниже тачности је снимање земљишта *поларном методом*, помоћу *тахиметра*. Оно се зато примењује ван насељених места. Тахиметар је теодолит чија тачност хоризонталног и вертикалног лимба не мора прелазити $1'$, но који има у видном пољу три размакнута хоризонтална конца за тз. *оптичко мерење даљина*. Читањем поделе на летви, сличној нивелманској тамо где се на њу пројектују горњи и доњи конач а и б, добива се њен одсечак $l = a'b'$ из кога се лако налази даљина D летве од инструмента. И доиста, из сличности троуглова а b F и а' b' F следи (нацртај слику!):

$$\frac{ab}{a'b'} = \frac{f}{d},$$

а одавде је та даљина

$$D = d + k = \frac{f}{ab} : l + k = Kl + k, \quad (527)$$

где се значење ознака d и f види са слике. K и k су константе тахиметра. Прва се добива делећи дужину измерену пантљиком одсечком на летви прочитаним баш на тој даљини. Друга је дужина од обртне осовине дурбина до његове спољне жиже:

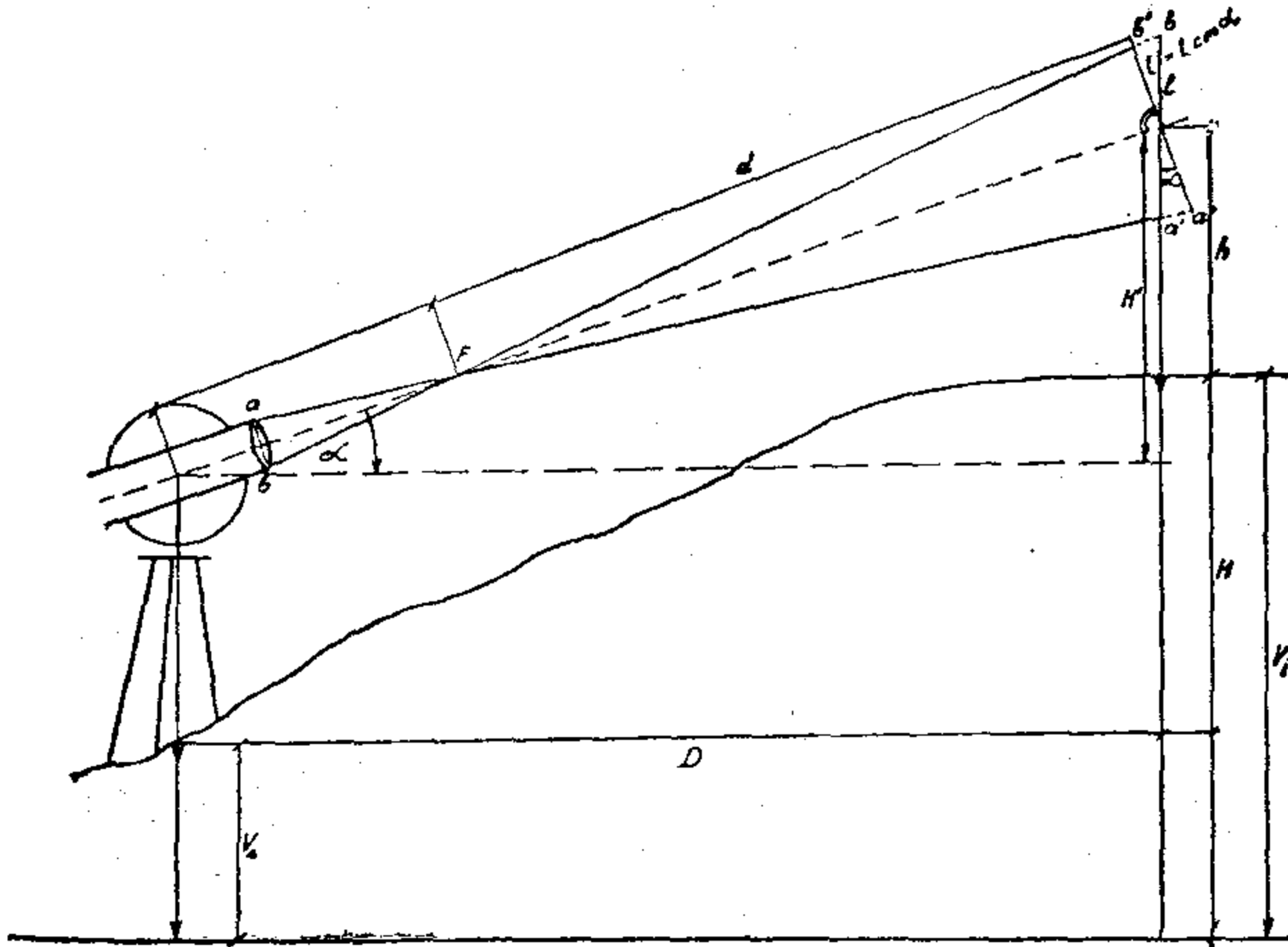
$$k = e + f. \quad (528)$$

Она је једнака нули код дурбина с унутрашњим фокусирањем.

Када је визура коса (сл. 173.), мора се висина визуре прочитати помоћу вертикалног лимба. Тада је одстојање летве од инструмента

$$D = Kl \cos^2 \alpha, \quad (529)$$

а висинска разлика ове две тачке (сл. 173.)



Сл. 173. Тахиметрисање при косој визури

$$H = H' + i - h, \quad (530)$$

где је

$$H' = \frac{1}{2} Kl \sin^2 2\alpha. \quad (531)$$

Ако је надморска висина станице где стоји тахиметар V_0 , надморска висина снимане детаљне тачке на којој стоји летва биће

$$V_i = V_0 + H. \quad (532)$$

Рачунање величина D и H' врши се или специјалним тахиметријским логаритмаром или се ове величине читају на механичким номограмима који су уграђени у сам инструмент, који се тада зове *ауторедуктивни тахиметар*. Све се ове величине уносе у записник, а при снимању се води и скица која касније олакшава израду тахиметријског плана у бироу.

Сам ред тахиметријског снимања био би, према изложеном, овај. Тахиметар се постави на полигонску тачку и са ње снима окол-но земљиште у кругу с полупречником око 100 м. Прво се визи-ра једна суседна полигонска тачка. Овим ће све снимљене тачке бити „везане“ за полигонску мрежу, тј. биће у њеном координатном сис-тему. Затим се визирају све карактеристичне тачке на земљишту чи-је се поларне координате желе одредити и унети у будући план: предмети на земљишту, границе имања и култура, тачке карактерис-тичне за висинску представу земљишта итд. Снимају се и све друге полигонске тачке на које се успут наиђе у циљу бољег „везивања“, а ради контроле да се инструмент није померио на крају се опет визи-ра почетна полигонска тачка. За сваку визирану тачку читају се положаји сва три хоризонтална конца на летви, као и хоризон-тални и вертикални лимб и подаци уносе у записник и скицу.

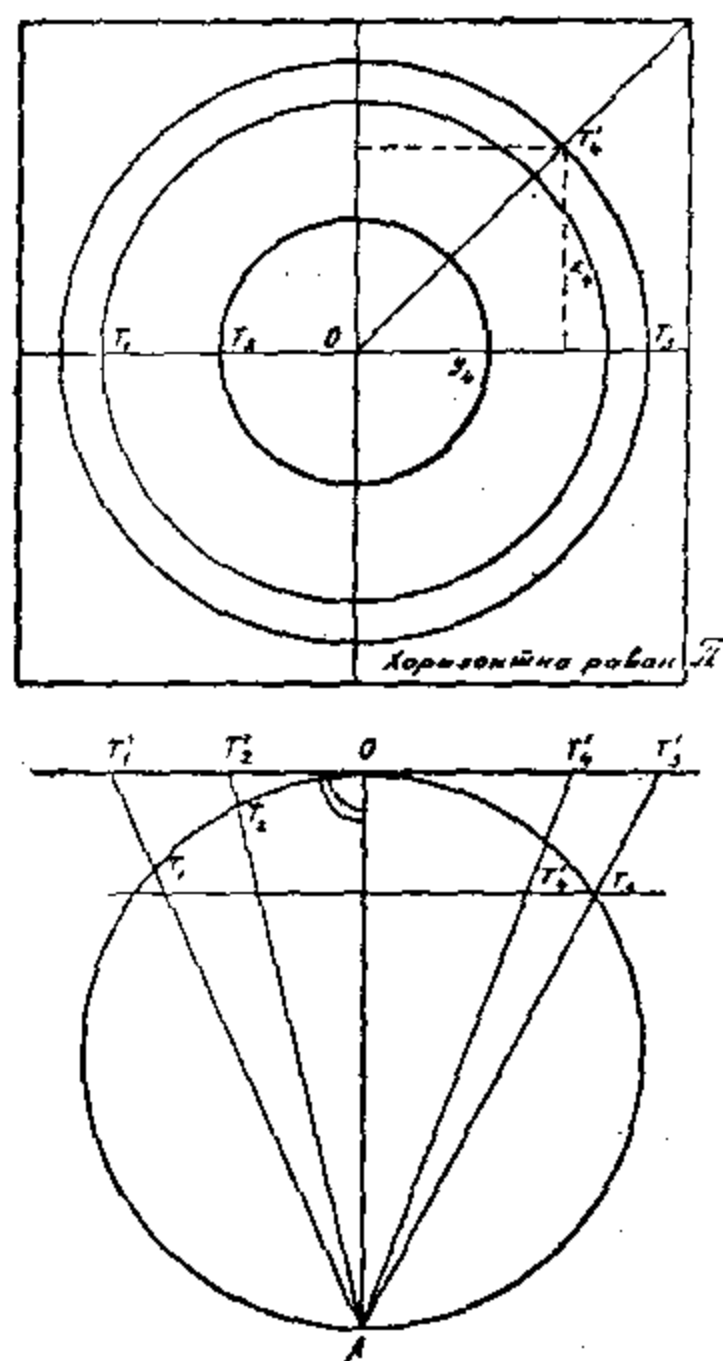
3⁰ *Фотограметријска метода* састоји се у фотографском сни-мању земљишта, било специјалним *фототеодолитом*, било из ави-она *авионском фотокомором*. Из ових снимака се у бироу уз помоћ посебних инструмената — *аутографа*, полуаутоматски, гра-фичком методом израђује план земљишта. Ово је снимање најбрже и обезбеђује довољну тачност за све практичне употребе планова, па у последње време истискује све постојеће методе. Метода је то-лико разрађена да се из ње развила читава једна нова техничка дис-циплина — *фотограметрија*.

4⁰. *Графичка метода* снимања помоћу тз. *геодетског сто-ла* и *кипрегела* служи за брзо снимање већих подручја у циљу израде тз. *топографских карата* нешто ниже тачности, обично у раз-мерама 1:25 000, и 1:50 000 и 1:75 000, које служе већином за војне сврхе, а из којих се после, картографским методама — смањива-њем, уопштавањем и одстрањивањем сувишних појединости, раде прегледне карте размера 1:100 000, 1:200 000 и др, ситнијих размера, које се користе у најразличитије сврхе.

Геодетски сто се састоји из трonoшца на коме је причвршћена табла с хартијом за цртање. На њему се налази кипрегел — размер-ник на коме је утврђен тахиметријски дурбин само са вертикалним лимбом. Размерник показује правац визиране тачке, а тахиметриј-ски се одређује њена даљина и висинска разлика, одн. надморска висина. Тако се положаји свих објеката од интереса могу одмах уцртати у карту, а касније, спајањем тачака једнаке висине извлаче се изохипсе и добива висинска представа земљишта. Један цртеж или секција овакве карте обично обухвата површину трапеза 10' ге-ографске дужине и 15' географске ширине. Оваква површина, с об-зиром на Земљине димензије, може се још сматрати као раван. По-вршине свих оваквих трапеза чине један полиедар. Зато се каже да се топографске карте раде у *полиедарској пројекцији*. Њен је не-достатак што се четири секције, које се увек граниче двома ивица-ма, не могу потпуно сложити у целину, а поготову већи број сек-ција, те не дају онакву целину као друге пројекције. Но већ смо напред навели ограничење ове методе у погледу тачности.

5°. *Приближна метода — крокирање.* То је метода којом се дужине до карактеристичних тачака на земљишту одмерају корацима, а углови оцењују „од ока” или из односа дужина. Мање важне тачке уцртавају се „од ока” према већ снимљеним. Овако се добива само груба хоризонтална пројекција земљишта и објеката на њему, која служи за прву оријентацију или веома хитне потребе за које није важна тачност.

129. *Картографске пројекције. Израда и репродукција планова и карата.* — Израдити план једног снимљеног дела Земљишта површине или карту једног предела, па и читаве Земље, значи пресликати све снимљене тачке на земљишту, чије смо координате одредили, на равну површину. Земљина се крива површина, међутим, не може пресликати на раван без изобличења, при којима се мерене дужине повећавају а углови мењају. Да ова изобличења буду што мања примењују се разне врсте пројекција са криве Земљине површине на раван. То су *картографске пројекције*. Свака од њих има низ добрих и лоших особина у односу на другу, па се бирају према сврси за коју ће план или карта да послужи. Неке од ових пројекција примењују се и за пресликавање положаја небеских тела у раван — за израду *звезданих карата*. На-
ведимо неке пројекције које се најчешће примењују.



Сл. 174. Стереографско пројектовање

1°. *Картографске пројекције.* Ако раван на коју се пројектује додирује Земљу у некој тачки O (сл. 174.), а пројектовање се врши из супротне тачке A повлачењем зракова који пролазе кроз тачке $T_1, T_2, T_3, T_4, \dots$ на земљишту, које се желе нанети на план и пројектују се на њ у тачке $T'_1, T'_2, T'_3, T'_4, \dots$ онда је то тзв. *стереографска пројекција*. Кругови на Земљи остају кругови и на плану или карти. Ова је пројекција зато често подесна за израду звезданих карата на аналоган начин. Но да би се без приметних изобличења овим путем израдила нпр. карта наше земље, требало би узети пет тачака O , тј. пет разних координатних система, јер се са удаљавањем пројекцијског зрака ATT' од осовине OA изобличења нагло повећавају. Ово би међутим, изазвало знатне тешкоће у примени и употреби овакве карте.

Зато се за пројектовање Земљине површине најчешће користи површина цилиндра који обухвата Земљу и на који се тачке пројектују, па се после расецањем он развије у раван и тако добије план или карта са много мањим изобличењима. То су тзв. *цилиндричне пројекције*. И њих има више врста.

Ако цилиндар додирује Земљу по екватору, а на њега се тачке пројектују зрацима који пролазе кроз Земљину обртну осовину паралелно екватору, добива се позната *Меркаторова светска карта*. Међутим, уколико се мањи део Земљине површине пројектује на цилиндар и изобличења ће очигледно бити мања. Зато се најчешће узима за израду државне карте у крупној размери цилиндар који додирује државну територију дуж једног средњег њеног меридијана. За израду наше државне карте у размери 1:5 000 усвојена су, да би изобличења била што мања, три цилиндра који додирују Земљу дуж меридијана од 15° , 18° и 21° географске дужине. Зато се и карта састоји из три тзв. *меридијанске зоне* од по три степена географске дужине. Ово је тзв. *Гаус-Кригера пројекција*, која је најподеснија и за међународну карту крупне размере кад се повећа број зона. Апсцисе тачака у овој пројекцији рачунају се позитивне на север од екватора, а ординате источно од меридијана уочене зоне.

2^о Израда планова. План је графичка представа земљишта у крупним размерама, од 1:200 до 1:5 000, у којима се објекти могу приказати сразмерно, без употребе уговорених, тз. *топографских знакова*. Планови се, према намени, раде само у хоризонталној пројекцији или у *котираној пројекцији*, тј. са изохипсама које пружају вертикалну представу земљишта.

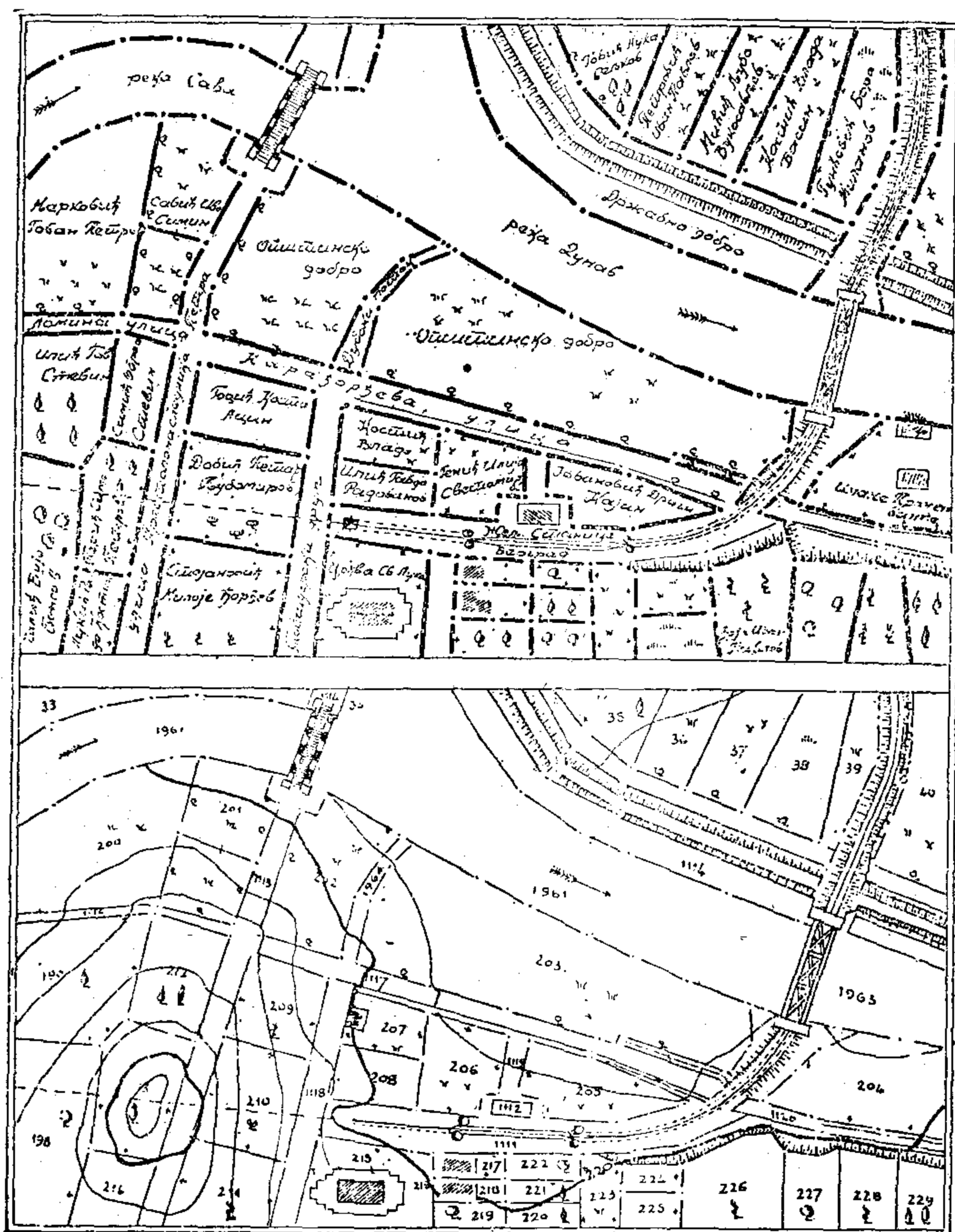
На хартију се наносе најпре тригонометријске и полигонске тачке својим координатама, а затим се наносе и детаљне тачке онако како су снимане. Ако су снимане у правоуглим координатама онда се наносе прецизним челичним размерником у датој размери или помоћу тзв. *правоуглог координатографа*, који се у основи састоји из два прецизна размерника под правим углом, од којих се један може померати дуж другог.

Ако је снимање вршено тахиметром, онда се тачке наносе размерником и угломером — транспортером или тзв. *поларним координатографом*, који се у суштини састоји из поменутог два елемента.

На сл. 175. приказан је план једног земљишта са изохипсама, а при врху дата је скица истог земљишта, израђена приликом снимања.

3^о Израда карата. Карте су графичке представе земљишта у ситнијим размерама — 1:5 000, 1:10 000, 1:20 000 итд. Карте првих двеју размера представљају прелаз од плана на карту и називају се *генералним плановима*. Они се израђују на основи података непосредног снимања земљишта. Нпр. генерални план наше земље у размери 1:5 000 увелико се данас ради на основи снимања аеро-

фотограмметријском методом. Генерални план Београда у размери 1:10 000 израђен је на основи снимања ортогоналном методом.



Сл. 175. Таксиметријска скица (горе) и таксиметријски план (доле)

Карте ситнијих размера су топографске и о њиховој изради било је говора у претходном параграфу.

Карте још ситнијих размера — 1:200 000 или 1:300 000, зову се *прегледне карте* и користе се за опште сврхе. На њима могу бити често приказани само објекти од интереса за једну врсту привредне или научне делатности — то су *специјалне карте*.

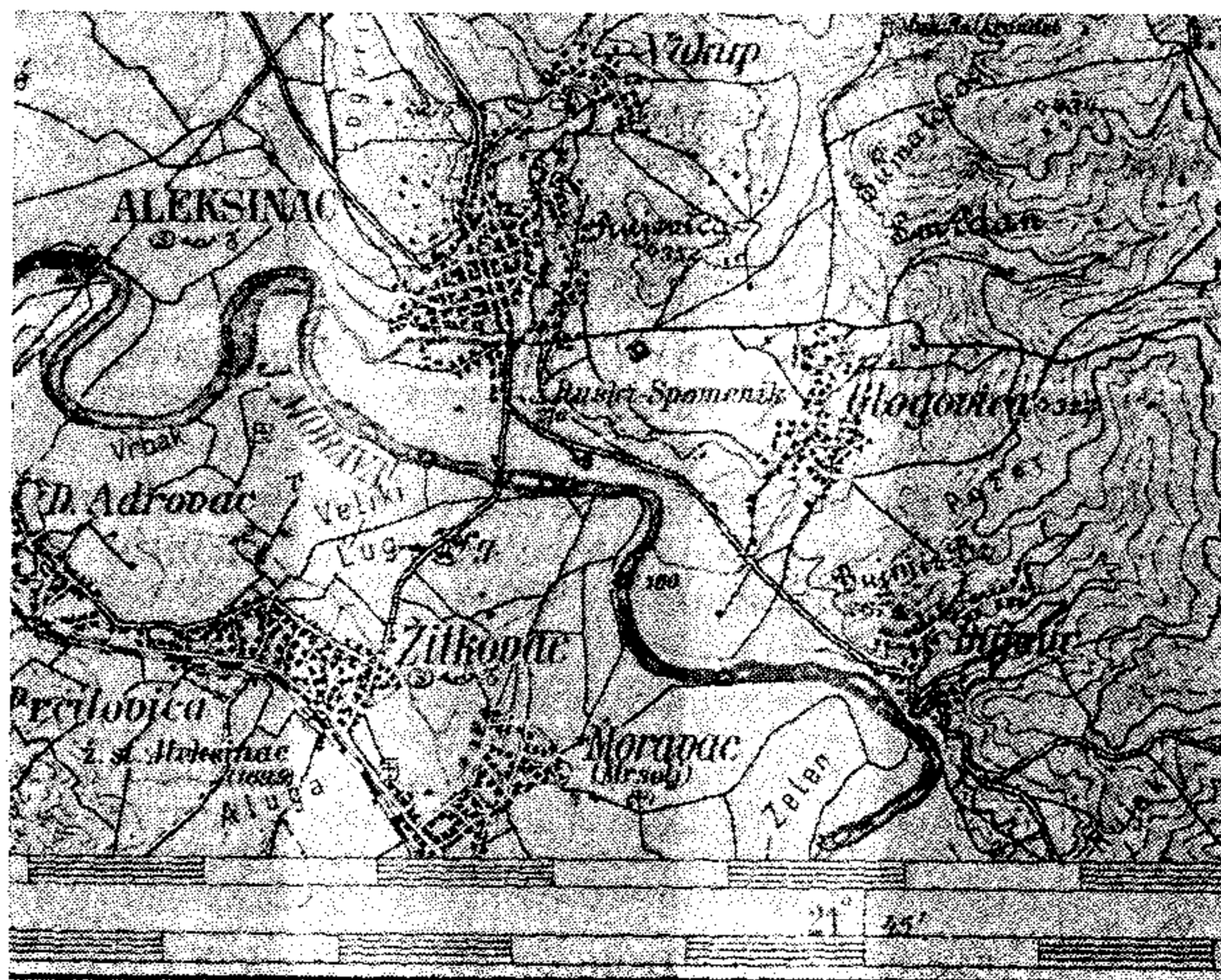
У још ситнијим размерама раде се *географске карте* за општу употребу. Све се карте добивају из планова или карата крупнијих

размера смањивањем различитом техником, одстрањивањем непотребних појединости и уопштавањем облика земљишта. Објекти су на њима представљени топографским знацима, а разне курлтуре разним бојама. И висинска представа најчешће је приказана нијансама боја (*хипсометријском скалом*).

Картографски оригинал ради се на специјалној хартији, стаклу или пластичној маси и његова израда захтева посебну цртачку вештину. Овај се оригинал затим умножава.

4^о *Репродукција (умножавање) планова и карата*. Врши се различитом техником. Најпримитивнија је просто копирање на провидној хартији. Ако је потребан већи број примерака уз повољније економске услове, онда се умножавање врши помоћу *матрица* разних врста.

На пример цинкана плоча превучена слојем физички осетљивим на светлост, преко које се стави провидни оригинал и осветли, може послужити за ову сврху. После осветљавања плоча се премазује тампонима замоченим у хемикалије које растворе и уклоне осетљиви слој свуда где није био покривен исцртаним линијама и знацима, тако да на плочи остану само ови последњи. Оваква плоча служи као матрица са које се може одштампати више десетина хиљада примерака једног плана или секције једне карте. На сличан



Сл. 176. Исечак карте у размери 1:100 000

начин се може користити и литографски камен. Ова техника умножавања позната је под именом *равне* или *офсет штампе*.

Кад се карта ради у више боја, за сваку боју се изради посебан картографски оригинал и засебна матрица, па се карта пропушта кроз штампарску машину онолико пута колико на њој има бо-

ја. Брижљиво се при том мора пазити да свака копија падне у одређени оквир сваке матрице, да боје не буду померене. Данас постоје веома разноврсни и веома усавршени технички поступци за репродукцију карата, од којих се неки заснивају и на сасвим другим принципима. На сл. 176. приказан је исечак карте у размери 1:100 000 рађене на цинканим матрицама.

Б. ОСНОВЕ ФИЗИЧКЕ ГЕОДЕЗИЈЕ

130. **Промене силе теже на Земљиној површини.** — 1672. г. француски астроном *Рише* боравио је у Кајени ($\varphi = +5^\circ$) у циљу одређивања Марсове паралаксе. Кад је у њу приспео из Париза приметио је да његов часовник с клатном систематски закашњава око $2^m,5$ дневно, те да му клатно треба скратити за близу 3 мм да би имао ход који је имао у Паризу ($\varphi = +49^\circ$). Познато је да је периода математичког клатна (при малим осцилацијама) управно сразмерна квадратном корену његове дужине, а обрнуто сразмерна квадратном корену убрзања Земљине теже. Када је обрачунат температурски утицај на дужину клатна видело се да већи део промене у ходу часовника мора долазити од тога што је на екватору убрзање Земљине теже мање него у Паризу. Одавде је *Рише* извео закључак, петнаест година пре објављивања *Њутнових „Принципија“*, о могућој Земљиној спљоштености на половима и испупчености на екватору.

Каснија многобројна мерења убрзања силе Земљине теже (g) показала су да сила теже непрекидно расте од екватора ка Земљиним половима по закону

$$g_\varphi = g_0 + (g_{90}^0 - g_{e0}) \sin^2 \varphi, \quad (533)$$

који доводи до теоријских или *нормалних вредности* за убрзање Земљине теже (g_φ) датих у табелици 31. Коефицијенти g_0 и g_{90}^0 могу

Таблица 31.

φ	g_0
0°	978,0
10	978,2
20	978,7
30	979,3
40	980,2
50	981,1
60	981,9
70	982,6

се поуздано одредити методом најмањих квадрата из већег броја мерења g_φ на разним тачкама Земљине површине.

На основи закона хидродинамике *Клеро* је 1743. г. извео формулу

$$\alpha = \frac{5}{2} q - \frac{g_{90}^0 - g_0}{g_0}, \quad (534)$$

где је α спљоштеност Земљиног сфероида, а

$$q = \frac{\omega^2 a}{g_0} \quad (535)$$

однос између центрифугалног убрзања и убрзања силе теже на екватору. На тај начин је омогућено да се до Земљиног облика дође и на физички начин, мерењем убрзања силе теже у довољном бро-

ју тачака на Земљиној површини. Родила се једна нова грана геофизике — *гравиметрија*. Овако одређена спљоштеност Земљиног сфероида слагала се с вредношћу добивеном астрономско-геодетском методом степенског мерења.

Кад је касније разрађена теорија потенцијала силе теже, показало се да се може доћи до једног *теоријског* или *нормалног геоида* чија је површина врло сложена. Напоменимо само да је једначина његовог меридијана у правоуглим координатама крива 14. реда. Но без обзира на то теоријски геоид је врло близак Земљиним сфероиду. У првој апроксимацији он обухвата сфероид додирујући га на половима и екватору. Највише одступа од њега на ширини од 45° , и то само за око 20 м.

За теоријску вредност убрзања силе теже γ на површини теоријског геоида данас има више формула. Наведимо две, *Хелмертову* из 1901. г.:

$$\gamma_0 = 978,030 (1 + 0,005\,302 \sin^2 \varphi - 0,000\,007 \sin^2 2\varphi) \text{ cm sec}^{-2} \quad (536)$$

и међународну *Касинисову* из 1930. г.:

$$\gamma_0 = 978,0490 (1 + 0,005\,2884 \sin^2 \varphi - 0,000\,0059 \sin^2 2\varphi) \text{ cm sec}^{-2}. \quad (537)$$

Коефицијент уз $\sin^2 \varphi$ у *Хелмертовом* обрасцу изведен је из мерења, а коефицијент уз $\sin^2 2\varphi$ теоријски. У *Касинисовом* оба су изведена теоријски полазећи од елемената међународног сфероида.

Последњим формулама може се сматрати да је дефинисан облик теоријског геоида. У односу на њ се може одредити стварни геоид на тај начин што се могу надвишавања или одступања стварног геоида од теоријског израчунати из разлика теоријске и мерене вредности убрзања теже у истим тачкама. Пре тога је међутим потребно на мерене вредности убрзања теже нанети низ поправака које исправљају реалну вредност g и без којих се она не би могла упоредити са теоријском вредношћу γ . Увођење ових поправака у мерене вредности g веома је обиман посао, који не само отежава одређивање Земљина облика из гравиметријских мерења, него смањује и тачност самих мерења.

Приметимо на крају да је гравиметријска метода, захваљујући новим напретцима у техници мерења омогућила да се вредности g измере прецизно не само на континентима но и на океанским и морским површинама и тако дође до потпунијих података о тачном Земљиним облику, но да је насупрот томе, једино астрономско-геодетском методом могуће, поред облика, одредити и Земљине димензије.

131. Гравиметријски инструменти. — За мерење убрзања Земљине теже све доскора су употребљавана прецизна *клатна* у вакууму и термостату, па су она и данас у извесним случајевима неопходна. Видели смо да се из измереног трајања њихова клаћења може израчунати и само убрзање Земљине теже. Регистровање трајања клаћења врши се помоћу прецизних часовника и хронометара, а из великог броја клаћења изводи се највероватнија вредност трајања.

Данас су све више у употреби тзв. *гравиметри*. Затворени у термостату, они су битним делом свог механизма слични динамометру. Њима се непосредно на брз, лак и економичан начин може измерити сама сила Земљине теже. У цилиндричном суду, у коме је стална температура, висн на веома финој и прецизној опрузи мали тег на који делује сила Земљине теже. На разним тачкама Земљиним ова је сила различита, па је различито и истезање опруге које се може прочитати на једној скали начињеној емпиријски. Из овог исте-

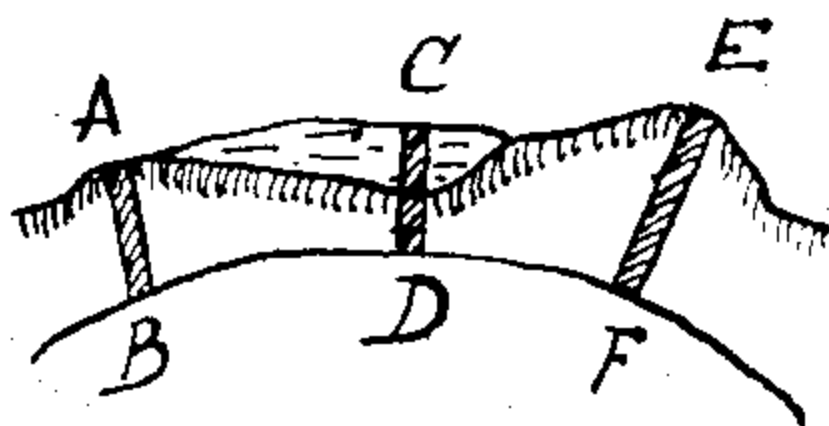
зања може се затим израчунати и сама сила Земљине теже. Баждарење скале врши се на тај начин што се гравиметар најпре носи на тачке са познатом силом теже (где је она одређена помоћу прецизних гравиметријских клатана). Данас има више десетина врста гравиметара, а постоје и прецизни инструменти за мерење силе теже засновани на другим принципима.

Слично тригонометријској мрежи, на територији једне земље образује се мрежа гравиметријских тачака, на којима се сила теже одређује гравиметријским инструментима. Ова мрежа мора бити довољно густа, да би се између две суседне тачке могле добити вредности силе теже интерполовањем. Зато се и ова мрежа дели на више редова. Поред користи коју она пружа за одређивање Земљина облика и друге геодетске и геофизичке сврхе у ужем смислу, користи се она на једном ширем плану и у циљу трагања за минералним сировинама, јер се из структуре Земљиног гравитационог поља могу добити доста сигурне индиције о лежиштима ових сировина. На „сумњивим“ местима потом се врше посебна истраживања.

Мерењима силе теже у гравиметријској мрежи наше земље баве се Војно-географски институт и Савезна геодетска управа. Ови радови већ се приводе крају.

132. Аномалије силе теже. Изостазија. — Упоређивањем мерењих и теоријских вредности за убрзање силе теже на разним местима Земљине површине видело се да ове разлике имају систематски карактер: код континенталних станица оне су скоро редовно негативне, тј. мерена сила теже је мања од теоријске, док је на океанима и усамљеним острвима ова разлика скоро увек позитивна, тј. мерена сила теже је већа од теоријске. Овакве систематске разлике назване су *општим аномалијама* силе теже и убрзо се дошло до закључка да им је узрок, као и вертикалским одступањима, у неравномерном распореду маса и њихових густина у Земљиној кори и на њој. Кад је обрачунат утицај површинских маса, опште аномалије су и даље задржале свој карактер, што је био сигуран знак да су овде од далеко већег утицаја унутрашње масе. Из реченог је очигледно да се под континентима налазе масе мање густине од нормалне, а под океанима масе веће густине.

Да би објаснио опште аномалије силе теже *Прат* је претпоставио да континенти пливају у пластичној подлози по *Архимедову* закону и да се налазе у стању хидростатичке равнотеже, која је названа *изостазијом*. Управо зато су, вишку масе на Земљиној површини одговара већи „губитак масе“ потапањем у густу пластичну подлогу.



Сл. 177. Изостазија и изостатичка површина

Но под овим условима мора се на извесној дубини, која је оцењена на око 120 м, налазити површина у чијим је свима тачкама једнак притисак маса које је надвишују (сл. 177.). Та је површина названа *површином изравнатог притиска* или *изостатичком површином*. Тежине стубова А, В, и С морају бити једнаке. Отуд је јасно

да испод морског нивоа густина у стубу А мора бити мања него у стубу В и још знатно мања но у стубу С.

О општим аномалијама силе теже мора се водити рачуна када се, полазећи од теоријског или нормалног геоида гравиметријским методама тражи стварни геоид.

Но независно од општих, примећене су местимично на Земљиној површини и знатне *месне аномалије* силе теже, које указују на то да се на тим местима под Земљином површином налазе тела знатно веће или знатно мање густине од просечне. У првом случају то могу бити руде метала, а у другом камена со или нафта. Тако се мерењем убрзања силе теже и његовим упоређењем с нормалним, теоријским вредностима, може не само одређивати Земљин облик, већ проналазити с великим успехом рудна и петролејска богатства.

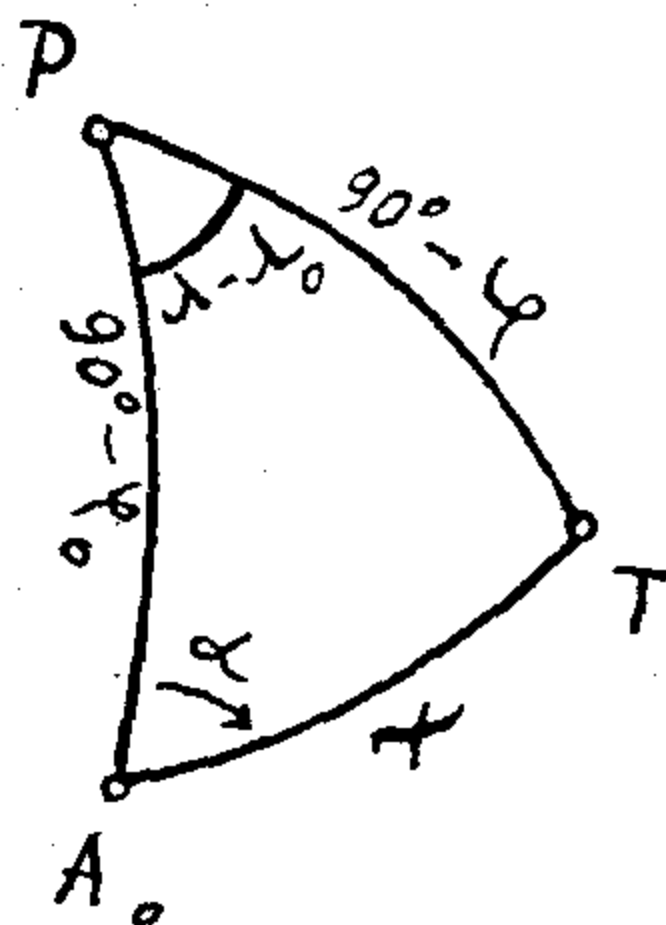
133. Астрономско-гравиметријско одређивање геоида. — У параграфу 127. смо видели да астрономски нивелман представља дуг и скуп поступак да се дође до облика геоида из мерења. По идеји Красовског из 1934. г. Молоћенски је разрадио знатно бржи и економичнији поступак, познат у новије време као *астрономско-гравиметријски нивелман*, у коме се за одређивање геоида користе и гравиметријска мерења.

Вениг-Мајнес је 1928. г. показао да се компоненте вертикалног одступања ξ и η могу израчунати из познате нормалне вредности убрзања силе теже γ на једној станици и одступања Δg мерене њене вредности од нормалне по формулама

$$\xi'' = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos \alpha \, d\alpha \int_0^\pi \Delta g \, V(g, \psi) \, d\psi,$$

$$\eta'' = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin \alpha \, d\alpha \int_0^\pi \Delta g \, V(g, \psi) \, d\psi,$$

(538)



Сл. 178. Азимут правца и лук великог круга између двеју станица

где је α азимут правца између две станице A_0 и T , а ψ угловна вредност лука великог круга између њих (сл. 178.). V је тзв. Вениг-Мајне-

сова функција од g и ψ , која за подручје до 1000 km добија врло прост облик:

$$V'' = \frac{1}{2\gamma \sin 1''} \left(\frac{1}{\sin \frac{\psi}{2}} + \zeta \right). \quad (539)$$

и која се да лако утабличити. За $\psi \leq 10^\circ$ она практично даје исте резултате као и тачна функција. Како су аномалије Δg познате само за ограничен број изолованих тачака, то се интегрисање у *Вениг-Мајнесовој* формули врши нумеричким методама. Вредности α и ψ могу се израчунати из географских координата станица A_0 и T , ако се на сферни троугао PA_0T примени *Гаусова* основна група образаца сферне тригонометрије. Она даје

$$\begin{aligned} \sin \alpha \sin \psi &= \cos \varphi \sin (\lambda - \lambda_0), \\ \cos \psi &= \sin \varphi \sin \varphi_0 + \cos \varphi \cos \varphi_0 \cos (\lambda - \lambda_0) \\ \cos \alpha \sin \psi &= \sin \varphi \cos \varphi_0 - \cos \varphi \sin \varphi_0 \cos (\lambda - \lambda_0). \end{aligned} \quad (540)$$

Ако смо на једном подручју, на коме се испитује облик геоида, добили из брзих и економичних гравиметријских мерења вредности g_i на великом броју тачака и упоређењем с нормалним вредностима γ нашли за све њих одступања или аномалије Δg_i , можемо по *Вениг-Мајнесовим* формулама наћи и компоненте вертикалских одступања ξ_{gi} и η_{gi} одређене гравиметријски. Тада је на читавом подручју довољно имати само неколико астрономских тачака (на размацима од по 70—100 km) на којима су компоненте ξ_{ai} , η_{ai} одређене из астрономских посматрања. Упоредивањем добивамо разлике $\Delta \xi_i$ и $\Delta \eta_i$ за тих неколико тачака:

$$\begin{aligned} \xi_{a1} - \xi_{g1} &= \Delta \xi_1, & \eta_{a1} - \eta_{g1} &= \Delta \eta_1, \\ \xi_{a2} - \xi_{g2} &= \Delta \xi_2, & \eta_{a2} - \eta_{g2} &= \Delta \eta_2. \end{aligned} \quad (541)$$

Из условних једначина

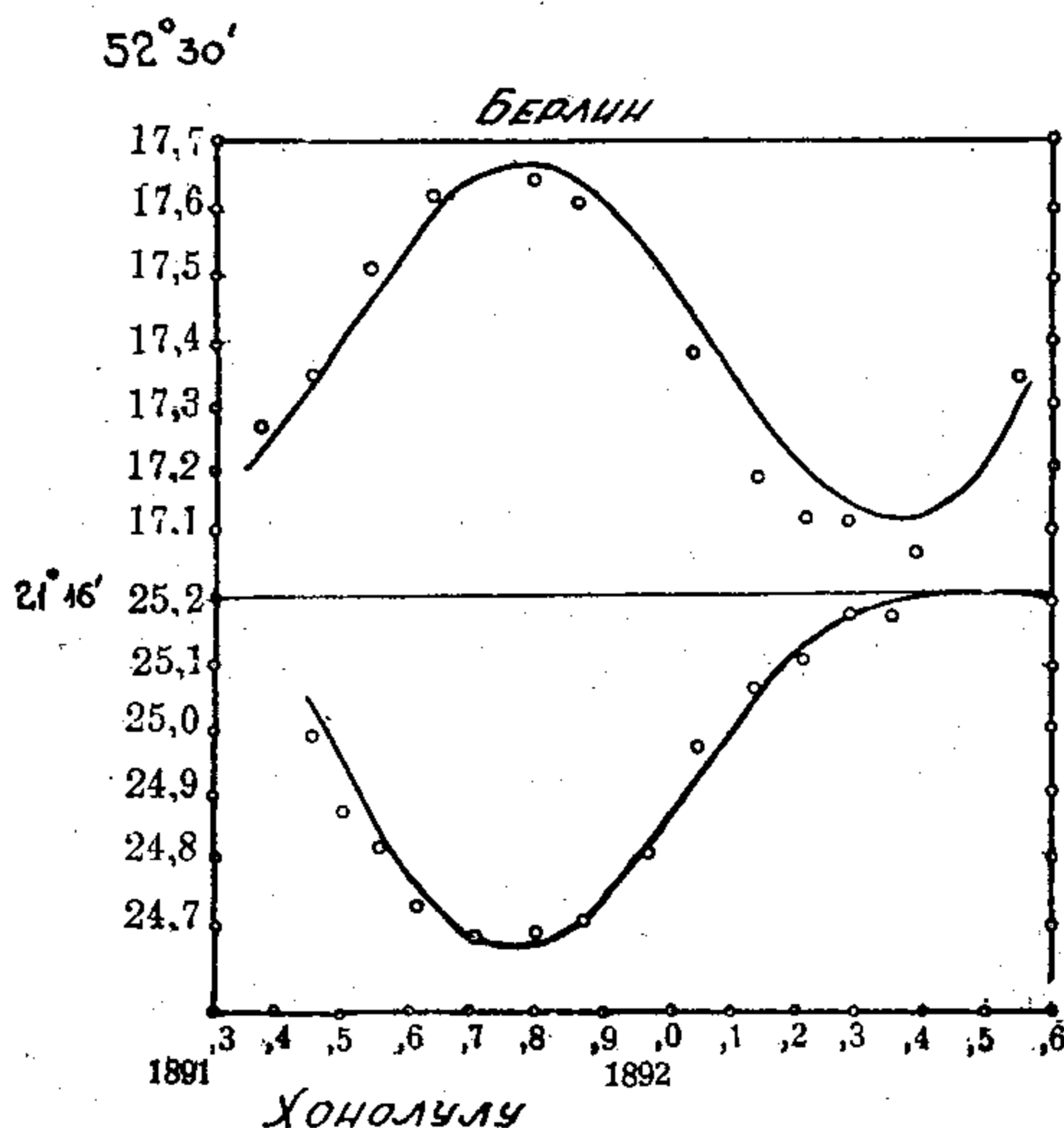
$$\begin{cases} \Delta \xi_i = z_i + x_1 \varphi_i + y_1 \lambda_i, \\ \Delta \eta_i = z_2 + x_2 \varphi_i + y_2 \lambda_i, \end{cases} \quad (542)$$

добивамо тада коефицијенте x_1, x_2, y_1, y_2 и z_1, z_2 помоћу којих можемо, користећи последње једначине, наћи разлике $\Delta \xi_i$ и $\Delta \eta_i$ и за сваку гравиметријску тачку где није било астрономских радова. На основи једначина (541) можемо тада добити поправљене вредности за компоненте вертикалског одступања ξ_{ai} , η_{ai} за сваку гравиметријску тачку. Сада можемо, полазећи од ових вредности ξ_{ai} и η_{ai} доћи до облика геоида на датом подручју по методи астрономског нивелмана описаној у § 127.

134. Периодично померање Земљиних полова. — Прецесија и нутација, које смо описали у §§ 50 и 52, мењају положај Земљине обртне осовине у простору звезда некретница, али не и у унутрашњости саме Земље. Зато оне мењају координате небеских тела, али не и координате тачака на Земљи. Међутим, Земљина обртна осовина због једног другог узрока, о коме ће бити више говора, задржавајући своју оријентацију у простору, мења свој положај у самој Земљиној маси. Због овог долази до периодичног померања Земљи-

них полова по лицу Земљином, тј. до промене координатног система у коме се одређују положаји тачака на Земљи. Због ове појаве мењају се координате тачака на Земљи али не и координате небеских тела. Тачније речено, ове последње мењају се само незнатно и на посредан начин, пошто и оне зависе од географских координата станице са које су одређене.

Астроном *Петерс* открио је половином XIX в. из веома прецизних одређивања да се географска ширина мења у току времена. Ово се затим потврдило и из посматрања других астронома, а коначно је утврђено из *Кистнерових* посматрања у Берлину 1888. г. Међународна геодетска асоцијација (данас у саставу Међународне геодетске и геофизичке уније) организовала је ускоро затим две експедиције, које су провеле годину дана на Хавајским острвима, где су одређивале географску ширину. Истовремено је одређивана и географска ширина на опсерваторијама у Берлину, Прагу и Стразбургу, па се после обраде посматрања показало: док је у периоду посматрања географска ширина у Хонолулуу периодично опадала за неких $0'',55$ да је у Берлину за $0'',58$ расла (сл. 179.). Решење је нађено у томе



Сл. 179. Периодична промена географских ширина у Берлину и Хонолулуу

што се у уоченом раздобљу Земљин северни пол за овај износ удаљавао од Хонолулуа, док се за исти износ приближавао Берлину, који се од Хонолулуа разликује по географској дужини за око 180° .

Још су *Даламбер* и *Ојлер* били показали половином XVIII в. да код чврстог тела које слободно ротира око једне тачке мора долазити до периодичног кретања обртне осовине (слично додирнутој чигри у току обртања) око главне поларне осовине инерције, ако је распоред маса у њему и на њему несиметричан или ако је тело нехомогено. Открићем променљивости географских ширина ово се да-

ламбер-Ојлерово теоријско предвиђање испунило у случају Земље. А за вредност једног пуног обиласка Земљиног пола по кружној путањи у директном смеру (за посматрача са пола), под претпоставком чврсте Земље, добивена је периода од 305 дана или десет месеци.

Крајем прошлога века организована је *Међународна служба ширине* (МСШ) са шест станица на северној и две на јужној Земљиној полулопти (од којих данас раде на северној: Мицусава, Китаб, Гетизбург и Јукаја на паралелу $\varphi = 39^{\circ}8'$ и на јужној Ла Плата на паралелу $\varphi = -34^{\circ}55'$). Задатак је ове службе да из непрекидног одређивања географских ширина изводи правоугле координате пола за сваки десети део године и тако добива путању *тренутног Земљиног пола* — *полходију* — око једног његовог средњег положаја, који би пол заузимао да није овог периодичног кретања Земљине обртне осовине у њеној маси.

Већ из ранијих посматрања је амерички астроном *Чендлер* показао да ово померање Земљиних полова има две периоде — једну од 14 месеци, која је добила његово име и другу годишњу. Њукомбовим и др. радовима доказано је да је четрнаестомесечна *Чендлерова* периода у ствари продужена десетомесечна теоријска *Ојлерова* периода, а да ово продужење долази отуд што Земља није чврсто, већ еластично тело. Касније је експериментално у више махова одређивана дужина *Чендлерове* периоде. За њену средњу вредност *Шеварлић* је извео износ од 428,1 дана из посматрања извршених од 1949. 0 — 1957.0 г. на Астрономској опсерваторији у Београду. Иначе се и амплитуда и периода овог кретања непрекидно мењају у малим границама. Друга компонента кретања Земљиних полова има врло константну *годишњу периоду*, али доста променљиву амплитуду. Ова компонента долази од водених и ваздушних струјања којима се у току годишњих доба на доста правилан начин врши претовар циновских водених и ваздушних маса којим се мења распоред Земљиних оптерећења. Низ аутора је анализом дугих посматрачких серија на разним станицама налазио још многе друге периодичности у кретању Земљиних полова, но све су оне остале хипотетичне.

Са теоријског гледишта ово Земљино кретање још није коначно објашњено, јер је путања пола знатно сложенија крива но што се добива и најтананијом теоријском анализом. То је у ствари једна сложена левогира спирала, која се то шири то скупља у току времена, али на Земљиној површини не излази из оквира једног квадрата са страном од око 25. м. Када се из ње уклони *Чендлеров* и годишњи члан остају врло велики остаци, па чак и после одстрањивања читавог низа познатих систематских утицаја који се овде суперпонују. Ови се остаци данас тумаче месним утицајима, најчешће метеоролошким, преко аномалија рефракције на посматране географске ширине из којих се изводе координате пола. Ови су утицаји познати као *неполарне промене* географских ширина. Одређивања географских ширина и њихових промена, која се данас врше не само на станицама *Међународне службе ширине*, или како се одскора назива, *Међународне службе поларног кретања*, но и на читавом низу независних опсерваторија, као и теоријски радови, доприносе из дана у дан све више разјашњењу ове појаве која је не само од на-

учног но и од практичног значаја, јер у мерљивом износу утиче на географске координате и азимуте праваца.

На географску ширину овај утицај може достићи $0'',6$ а на географску дужину око $0^s,02$. На азимут правца око $0'',3$. Зато се при сваком прецизном одређивању географских координата и азимута праваца морају мерења ослободити ових утицаја и тако свести на један јединствен координатни систем у коме је положај Земљине обртне осовине сталан.

Како се због појаве померања Земљиних полова непрестано мења и положај њених меридијана, па и гриничког, да би се добило једно равномерноје светско време од светског времена t_0 (дефинисаног у § 21), у Међународном часовном бироу додаје се поправка $\Delta\lambda$ за промену положаја гриничког меридијана, па се тако добива светско време

$$t_1 = t_0 + \Delta\lambda. \quad (543)$$

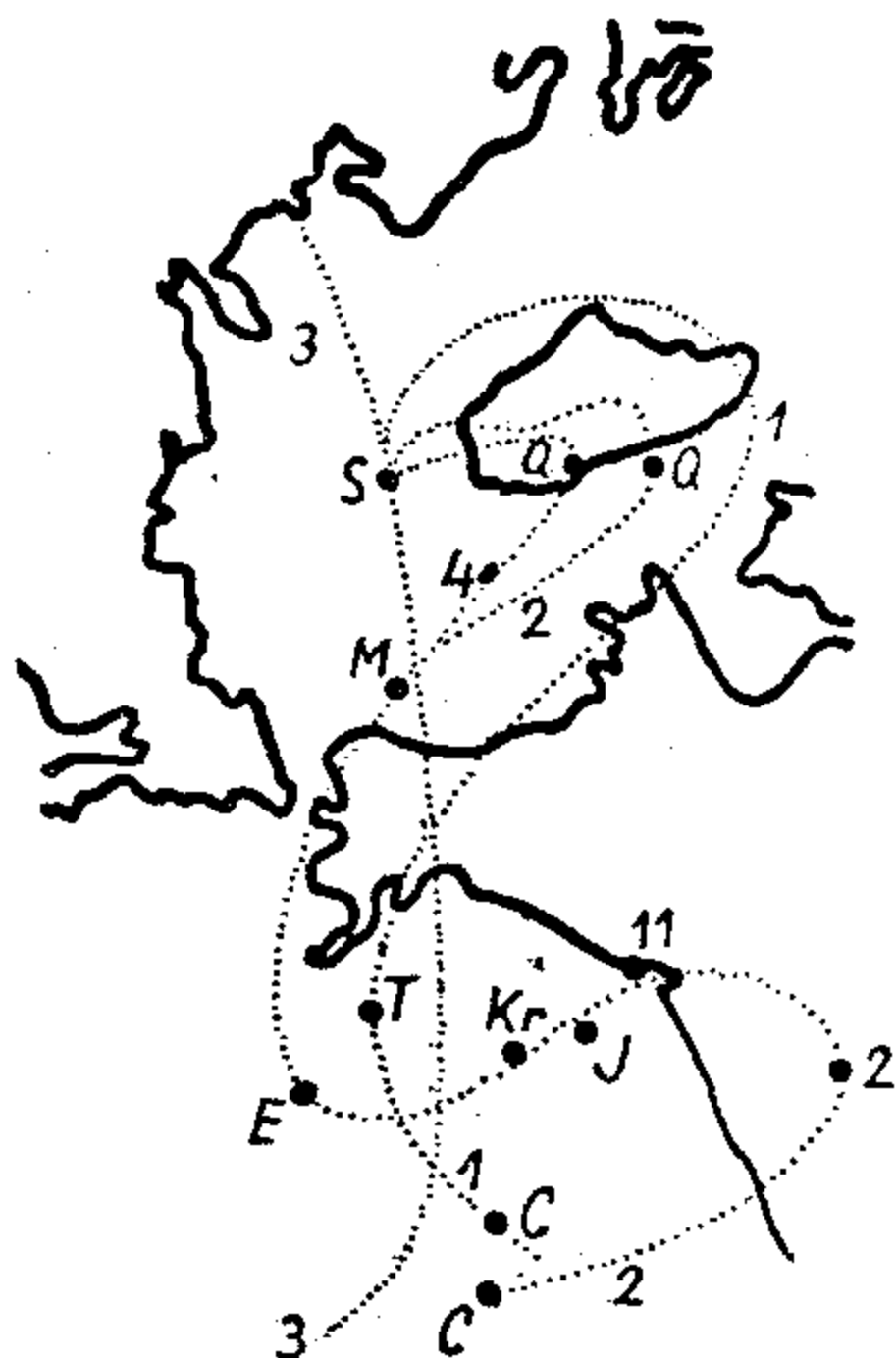
Сем тога додаје се и поправка Δ_{3t} (која се у литератури чешће обележава са ΔT) због сезонских промена у брзини Земљина обртања (в. § 27), па се добива још равномерноје светско време

$$t_2 = t_1 + \Delta_{3t} = t_0 + \Delta\lambda + \Delta_{3t}. \quad (544)$$

Светско време t_2 може се одредити само а posteriori јер је, као што смо видели, поправка $\Delta\lambda$ функција координата пола које се одређују из мерења. Но да би се са високом тачношћу могла вршити емисија часовних сигнала тачног времена координате пола екстраполују се у Међународном часовном бироу једном посебном методом, па се унапред израчунава приближна вредност за поправку $\Delta\lambda$ и тако долази до тзв. „екстраполованог” светског времена t_2 у коме се врше емисије часовних сигнала. Регистровани тренуци ових емисија а posteriori се поправљају одступањем поправке $\Delta\lambda$ до њене тачне вредности и тако се долази до тзв. „интерполованог” светског времена t_2 . Сем тога, регистровани тренуци ових емисија а posteriori се поправљају још утицајима прогресивних и неправилних промена у брзини Земљина обртања и тако добивају у ефемеридском времену (в. § 28). На тај начин се и у свима рачунима у којима је употребљено регистровано време пријема часовних сигнала ово време своди на ефемеридско равномерно време у коме се дају и положаји небеских тела у ефемеридама. Зато више неће бити неслагања између посматраних и теоријских предвиђених њихових положаја, неслагања која долазе од неравномерности Земљина обртања, тј. од променљивости јединице којом меримо време.

135. Вековно померање Земљиних полова. — Геолошка ископавања неоспорно указују на то да се клима појединих области на Земљи мењала у прошлости. Ево неколико примера. Влажне климе — умерене и топлије — распознају се по наслагама угља, гвоздених и бокситних руда, кварцног песка итд. Присуство боксита оцењује се као указивање на веома топлу и влажну климу. Таква клима владала је у доба стварања ових руда. Али шта видимо сада? Ових, и низ других „топлих” руда можемо наћи на далеком северу, где сада влада оштра и хладна клима. Или, морске животиње из раног терцијера, нађене у Лондону, сличне су са онима које живе сада у тропским областима.

Низ оваквих података може нас навести на мисао да се у току геолошке прошлости мењао положај Земљиних полова у доста широким границама. Полазећи од такве претпоставке, *Крајхгауер* је 1902. г. први израдио доста убедљиву карту вероватног правца кретања северног Земљиног пола у геолошким периодима. Ова путања пола, као и путање до којих су дошли други аутори (сл. 180.), по-



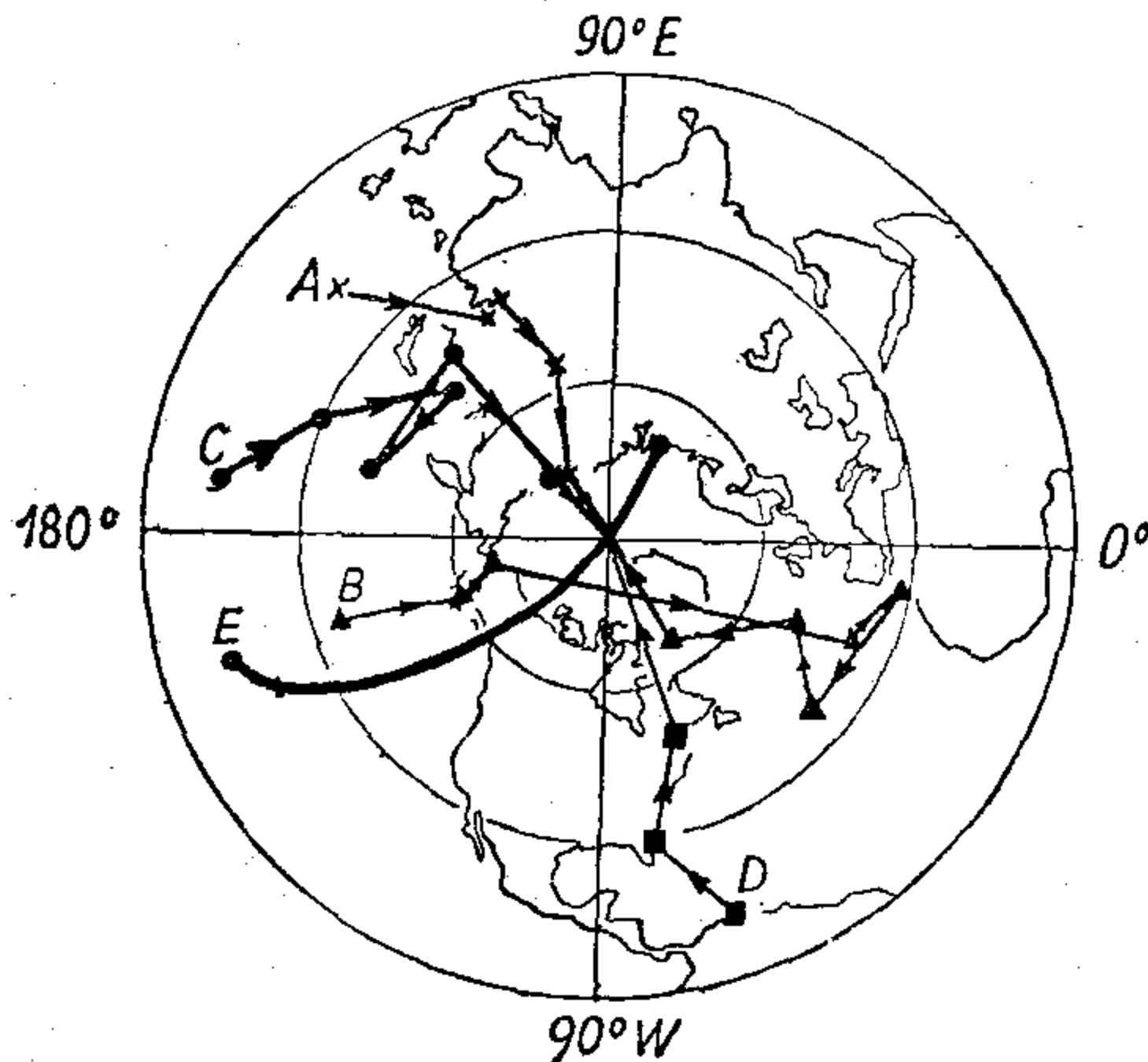
Сл. 180. Путање секуларног померања северног Земљиног пола према разним ауторима

тиче из доста хетерогеног и понегде оскудног геолошког материјала. Зато овако добивене податке о положају Земљиног пола треба сматрати као приближну слику, која није у могућности да представи процес у стварности.

У последње време нагло се развија једна нова научна дисциплина — *палеомагнетика*, која на основи „залеђеног магнетизма” у стенама указује на вероватни положај Земљиних магнетских полова у њеној геолошкој прошлости. Које су основе ове методе? Знамо да феромагнетна тела на одређеној температури губе своје магнетне особине. Ова критична температура зове се *Киријева тачка* и она се мења у зависности од особина материје. Лава и магла које излазе на Земљину површину пуне су зрнаца магнетита, која се лако магнетишу. Али тада им је температура осетно већа од *Киријеве тачке* (за магнетит $+580^{\circ}\text{C}$), па према томе немају магнетне особине. Али кад се охладе, пређу границу *Киријеве тачке*, она се намагнетишу, и то у правцу тренутног магнетног пола. Тај правац се не губи, него остаје „залеђен” у стени. Ако, дакле, нађемо овакве стене, одредимо њихову старост и измеримо правац намагнетисаности, ми смо у могућности да реконструирамо положај магнетног пола у доба њиховог магнетисања.

Поступак је, на први поглед, веома прост, али пракса доводи до низа веома тешких проблема. Но и поред многих још нерешених

питања, палеомагнетизам пружа веома интересантне и вредне податке. Погледајмо на сл. 181.: кретање Земљиног пола из палеомагнетских података сакупљених у Америци, Аустралији, Енглеској и Ин-



Сл. 181. Секундарно кретање Земљиног пола из палеомагнетских података

дији. Видимо да се криве међусобно разилазе. Да би ово објаснили, неки научници тврде да се континенти међусобно разилазе, као што то предвиђа *Вегенерова теорија*. Велики број геолога и геофизичара најодлучније се противи овом закључку. Отворено је питање, дакле, како објаснити палеомагнетске путање пола.

Палеомагнетски подаци указују на положај магнетних полова, али су научници доста сагласни у томе да су се магнетни и ротациони полови Земљини готово подударали последњих 20 милиона година. Према томе, палеоклиматски и палеомагнетски подаци о положају полова могу се међусобно упоређивати.

Све геолошке и геофизичке анализе — ма колико била тачност њихових закључака ограничена — неоспорно указују на то да је Земља динамично тело под сталним променама. Астрономија, која је сведок динамичком стању у васиони, у потпуности прихвата овакву констатацију и својим мерењима — осетно веће тачности — потврђује њену оправданост. У претходном параграфу видели смо да се положај полова на Земљи периодично мења. Овај податак, као и подаци о Земљиној ротацији, у потпуности потврђују да је Земља немирно тело. Али питамо се да ли астрономска мерења могу пружити податке о могућности померања Земљиних полова већег обима и прогресивног карактера у науци позната под називом *вековних или секуларних померања*.

Већ смо утврдили да се географске ширине места, из којих се најлакше изводе положаји полова, мењају у доста уским границама. Реч је, дакле, о малим вредностима и треба имати веома добре посматрачке податке и веома строге методе анализа па да будемо у могућности да издвојимо тако танане ефекте.

Податак о промени средње ширине дате тачке треба да говори о вековном, прогресивном или дугопериодичном померању Земљиних полова. На жалост, ми засад немамо ни потпуно сигурну методу за одређивање средње ширине станице. Али и овакви непотпуни подаци о средњим ширинама већ неоспорно указују, ако постоји неко вековно померање полова, да је оно веома мало, реда величине $0'',001$ за годину дана. Ово је веома мала величина, коју је веома тешко са довољно сигурности издвојити из посматрачког материјала. Грешке посматрача, инструмента и каталога као и разнородни утицаји земљишта месног карактера, као и околине и атмосфере, већином не допуштају да се једна вредност географске ширине добије с већом тачношћу од $\pm 0'',2$. Видимо, дакле, да су огромне тешкоће да се из астрономских посматрања издвоји секуларни члан промене географске ширине. Друга тешкоћа је у томе што систематских ширинских посматрања имамо тек 65 година, што је веома мало за сигурну констатацију једног вековног померања полова.

Било је и биће покушаја да се вештом комбинацијом избегну све „замке“ и да се добије секуларни члан промене географских ширина. Разни аутори долазе до различитих резултата — што је потпуно разумљиво. Према Чекинију, средње годишње померање пола је $0'',0018$ у правцу географске дужине $37^{\circ},8\text{ W}$, док Марковић даје податке $0'',0032$ и 60° W . То значи да је вековно померање пола веома мало. Треба да знамо да на полу углу од $1''$ одговара 31 метар. То значи да је годишње померање пола 56 мм (по Чекинију), одн. 99 мм (према Марковићу). Правац кретања је Гренланд.

Могућност постојања вековног померања Земљиних полова потврђују и теоријска истраживања. Ево неколико закључака. Примећено је да се ниво Атлантског океана од 1900. г. подигао за 15 см, док се истовремено ниво Тихог океана није мењао. Ако овај вишак воде потиче од топљења леда на Гренланду, тада овај процес, по Мелкиору, доводи до померања пола — између 1900. и 1950. г. — за $0'',102$ у правцу $30^{\circ},1\text{ W}$. Чекини је за педестогодишње померање добио $0'',091$ у правцу $31^{\circ},8\text{ W}$. Видимо доста добро слагање.

Ц. Дарвин је анализирао утицај секуларног издизања и спуштања континената. Према овим рачунима, када би се Африка (око $0,059$ Земљине површине) издигла за 100 m, пол инерције померио би се за $4'$. Ако би се $0,025$ Земљине површине уздизало годишње за 1 cm, то би довело до померања пола од $0'',01$ годишње.

Померање полова приписује се и процесу смањења или ширења Земљиног тела, утицају Земљиног језгра, геотектонским утицајима, као последицама промена у количини Сунчева зрачења и др. Неки вековно померање пола сматрају проузрокованим оним истим узроцима што доводе до промена у брзини Земљина обртања.

Овакви и слични радови и закључци дају само делимичну слику проблема анализирајући могуће узроке, али не дају прошлост и будућност поларног кретања. Међутим, баш је то важно с геолошког и геофизичког гледишта.

Миланковић је покушао да математичким језиком прикаже кретање пола кроз Земљину геолошку прошлост и будућност. Осно-

ве његове теорије су: *изостазија* и *динамичка асиметрија континентата*. Он претпоставља да Земљина кора почива на својој подлози изостатски, тј. како то захтева *Архимедов закон* пливања. Кора, сем тога, не чини јединствену и хомогену љуску, него је неједнаке дебљине, распуцана, а можда и распарчана на одвојене делове. Због Земљине спљоштености континенталне сante ће подлежати утицају силе која ће тежити да их помера ка екватору. Ова тз. *Етвешева сила* је веома мала, али она стално дејствује и доводи до секуларног померања Земљиних полова ротације. На основи ових претпоставка *Миланковић* је израчунао своју путању пола. Лабилан положај равнотеже пола ротације налазио се у близини Хаваја. Ова тачка је напуштена после најмањег поремећаја равнотеже. Пол се креће ка стабилној тачки која лежи у близини ушћа реке Печоре, да би тек после бесконачно дугог времена онамо стигао. Тако приказана крива представља непоремећену путању пола на Земљиној површини. Било је међутим, више поремећаја. *Миланковић* помиње један: за време квартарног леденог доба нагомилане снежне масе у Европи и Америци помериле су пол инерције целокупне Земље, што је довело до тога да се сада ротациони пол креће у правцу $75^{\circ} W$. Средња вредност годишње брзине је у границама $0'',0007 - 0'',0043$.

Видимо да је *Миланковић* претпоставио да је асиметрија континентата главни извор секуларног померања пола — то је и дато математичким формулама, а да се на то надовезују разни поремећаји. Веома је тешко рећи да ли су *Миланковићеве* основне претпоставке главни извори кретања, питање је уопште њихове реалности и није искључено да су разни поремећаји доминантнији. Има и таквог мишљења да су геолошке промене случајног карактера. И вековно померање Земљиних полова може се окарактерисати на тај начин.

Видимо да је овај проблем веома сложен и да још нема дефинитивних закључака. Можемо међутим, ипак констатовати:

1. Сва досадашња истраживања наводе на мисао да Земљини полови, осим периодичног, имају и секуларно померање.

2. Секуларно померање је веома споро и неравномерно.

3. Астрономска мерења не могу да потврде ни палеоклиматске ни палеомагнетске закључке.

4. Траже се нови подаци са осетно више тачности, сакупљени у довољно дугом временском размаку.

Но ово не значи да за науку не би био веома користан прилог ако би се пошао корак даље од *Миланковићеве* теорије, па се теоријски испитали, сем утицаја асиметрије континентата, и други могући фактори, као што су: ширење и скупљање Земље, асиметрија унутрашњих слојева Земље, еластични напони коре, асиметрија трења хидросфере и литосфере и др. Од још већег интереса било би упоређивање резултата из овако уопштене теорије секуларног померања Земљиних полова и предузетих систематских посматрања на станицама Службе поларног кретања, нарочито на оним које су своје програме усмериле и на ова испитивања.

136. **Плима и осека Земљине коре.** — На сваку тачку на Земљи делује сила Земљине гравитације, која потиче од привлачења те тачке читавом Земљином масом, и центрифугална сила, која потиче од Земљиног обртног кретања. Резултанта ових сила је вектор чији интензитет представља јачину силе Земљине теже, а правац — правац вертикале у датој тачки. Овај вектор није константан зато што је поље Земљине гравитације непрекидно поремећено, јер се у њему крећу небеска тела од којих нека имају и знатне масе, а друга су веома близу Земље. У прва спада Сунце, а у друга Месец. Од њих долази до промена, како у вертикалној, тако и у хоризонталној компоненти силе Земљине теже, које нису занемарљиве с обзиром на тачност савремених инструмената. Промене вертикалне компоненте ове врсте испољавају се у периодичним променама јачине силе Земљине теже реда величине 0,2 милигала ($1 \text{ милигал} = 0,001 \text{ g}$), које се могу мерити прецизним гравиметрима. Промене, пак, хоризонталне компоненте ове врсте испољавају се у периодичним одступањима вертикале с амплитудом до $0'',02$.

Како се периодично мења правац вертикале, као нормале на екипотенцијалним површинама потенцијала Земљине теже, то се очигледно мења и сам облик ових површина периодично у току времена у зависности од Месечева и Сунчевог кретања. Зато се периодично мења и облик геоида, као једне од ових екипотенцијалних површина, те се о геоиду као Земљином облику може строго говорити само уколико се он веже за једну одређену епоху.

Како се углом који правац вертикале захвата са равни Земљиног екватора дефинише географска ширина, то се с променом правца вертикале мењају и географске ширне места. Ову врсту њених промена први је недавно открио *Шида* у Јапану. Правцем вертикале и небеске поларне осовине дефинише се раван меридијана једнога места, а углом диједром између његове равни и равни почетног меридијана географска дужина. Отуда промена правца вертикале изазива и мале промене у географској дужини које још нису практично измерене ни анализирани.

Ходови прецизних астрономских часовника с клатнима зависе од тренутне вредности јачине силе Земљине теже, па њена периодична промена уноси и периодичне промене у ходове ових часовника. Ову су појаву теоријски проанализирали 1930. г. *Браун* и *Брауер*, а ови се утицаји данас могу и из мерења истаћи ако се на једном прецизном хронографу упоређују часовници с клатнима са кварцним часовницима на које не утиче сила Земљине теже.

Дугопериодични чланови поремећаја силе Земљине теже утичу, како је *Џефрејс* још 1928. г. предвидео, и на промену у брзини Земљина обртања. *Марковић* је недавно овај утицај с амплитудом од $0^s,011$ и експериментално потврдио.

Сем тога, поремећаји силе Земљине теже, као што небеска механика показује, делују као кочнице веома благо на прогресивно успорење Земљина обртања.

Утицај ових поремећаја на нивелман високе тачности открио је *Нерлунд* тзв. *хидростатичким нивелманом*, а данас постоје већ и аналитички изрази којима се овај утицај може елиминисати.

Најзад, утицај промена у јачини силе Земљине теже мора се обрачунавати и при прецизним гравиметријским радовима.

Гравитацијске силе Месеца и Сунца, које изазивају периодичне промене у јачини и правцу силе Земљине теже доводе до појаве *плиме и осеке Земљиних океана и мора*, па и до знатно мање *плиме и осеке* и саме *Земљине коре*, зато што ова није потпуно чврста, већ еластична и вискозна. Данас постоји читава мрежа станица у свету на којима се прецизним гравиметрима мере ове врсте промена у јачини силе Земљине теже, а тзв. *хоризонталним клатнима* fine промене правца вертикале. Њихово мерење, затим хармонијска анализа, од велика су значаја и за испитивање састава и физичког стања Земљине унутрашњости, као и за проучавање низа других појава.

Сила теже трпи највеће смањење кад се небеско тело које изазива поремећај налази у зениту, а највеће повећање када се оно налази у надиру. Месец, на пример, изазива максималан поремећај вертикалне компоненте Земљине теже од $g/8\,925\,000$, а Сунце $g/19\,310\,000$. Поремећаји који долазе од планета немерљиво су мали.

Код редовних мерења силе теже, чија је релативна тачност $10^{-6} g$, према томе, о овом утицају не треба водити рачуна. Али при мерењима високе тачности ($10^{-7} g$) о њему се мора водити рачуна.

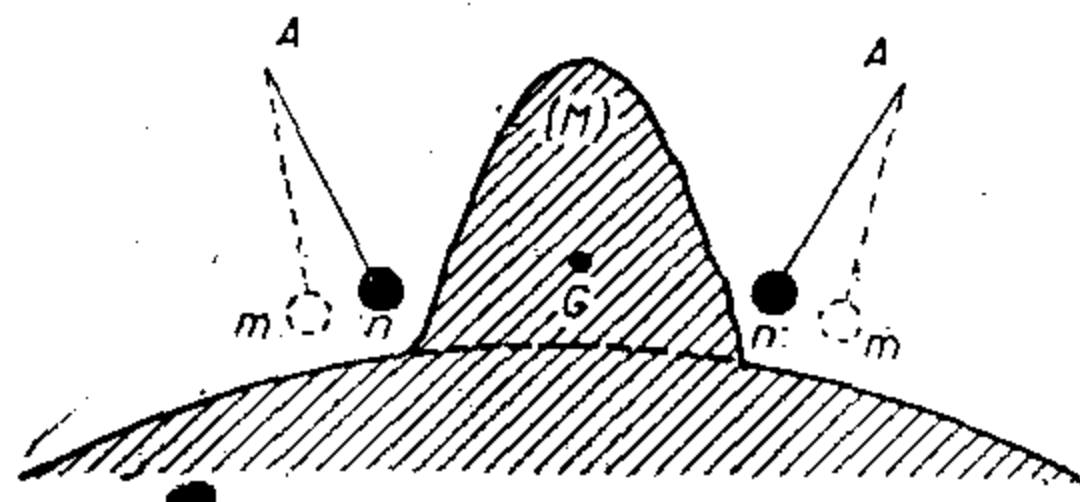
Вертикалско одступање, пак, максималан износ достиже када се небеско тело које изазива поремећаје налази на зенитним даљинама од 45° и 135° .

137. Одређивање Земљине масе и средње густине. — Резултати геодетских и астрономских радова о којима смо до сад говорили пружили су нам, истина, доста подробну, али зато ипак доста једнострану слику о Земљи, ограничавајући се на њен облик, величину и њена кретања. Да бисмо имали потпунију слику о једном небеском телу, морамо међутим, испитати и остале његове физичке особине: масу, густину, физичку грађу његових слојева и хемијски састав. Са те стране небеска тела истражује данас млада наука астрофизика, а планету на којој живимо, и која нам је у том погледу много ближа и познатија, изучава геофизика. Поклонимо у наставку мало пажње и њеним основним резултатима. На првом месту задржимо се на одређивању Земљине масе и густине.

Њутнов закон опште гравитације, о коме смо напред говорили, пружио је могућност да се одреди и Земљина маса. Принцип методе којом је она одређена био је овај. Треба уочити два тела — једно велике, друго веома мале масе, и одредити силу којом се ова два тела узајамно привлаче. Тежина мањег тела је у ствари сила којом га Земља привлачи. Упоређујући ову силу са силом којом га привлачи веће тело, добијамо износ колико је пута Земља већа од изабраног већег тела, а знајући његову масу добивамо одмах масу Земље. Овај величанствени експеримент први су извршили *Буге* и *Лакондамин*, које је Француска академија послала половином осамнаестог века у Перу да премере Земљу.

За велику непокретну масу изабрали су они правилни планински вулкански врх Чимборасо, у Средњој Америци, који се могао релативно лако премерити и чија се запремина дала релативно лако

одредити. Планина је затим геолошки испитана и одређена њена средња густина, а из познате запремине и густине и маса читаве планине. За малу масу узели су они куглу обешену о вертикални конач, једно обично клатно, чија је маса добивена просто његовим мерењем на теразијама. На тај начин постала је позната и сила којом Земља привлачи клатно. Остало је још да се одреди сила којом планина Чимборасо привлачи исто то клатно. Њу је било могуће одредити само из величине скретања клатна под привлачењем ове планине, а ово скретање (сл. 182.) одређено је на следећи начин.



Сл. 182. Привлачење вертикале једним Земљиним масивом

Изабрали су они две тачке на истом меридијану, једну са северне, другу с јужне стране планине. Геодетским премеравањем одредили су они прво у метрима дужину меридијанског лука између ове две тачке. Поделивши затим ту дужину дужином лука једне минуте добили су угао који заклапају вертикале ова два места. Тај угао је истовремено и разлика географских ширина ове две тачке одређених на геодетски начин. После тога одредили су они географске ширине ових тачака и из астрономских посматрања, тј. мерењем зенитних даљина звезда. Али зенитне даљине се не мере од геометријске или геодетске вертикале, већ од физичке вертикале, тј. од правца виска или умиреног клатна, дакле баш од оног положаја клатна који је оно заузело под привлачним дејством планине. Кад су начинили разлику овако астрономски одређених географских ширина, добили су угао који се за један мали износ разликовао од угла добивеног геодетским мерењем дужине меридијанског лука. Половина овог малог износа било је скретање клатна у једној тачки под привлачним дејством масе планине на масу клатна.

Знајући сад не само обе ове масе, но и скретање клатна под привлачним дејством планине, одредили су они по Њутновом закону силу којом је планина привукла клатно. Упоредивши ову силу са силом којом клатно привлачи Земља, добили су размеру у којој је Земљина маса већа од масе планине Чимбораса, а знајући ову последњу, израчунали су лако и масу саме Земље.

Касније је овај експеримент у неколико махова поновљен. Тек крајем XVIII в. енглески физичар *Кевндис* је извео на истом принципу оглед у лабораторији, узимајући велику металну куглу масе 158 kg и малу металну куглу масе 0,730 kg.

Земљина маса, овако одређена, износи 6 100 трилиона тона, број који превазилази сваку људску представу. Кад је Земљина маса одређена, масе Сунца, Месеца и планета одређују се као што је описано у § 112.

Али описана астрономска метода, везана за геодетско премеравање, није довела само до једног научног резултата основног зна-

чаја. Она се данас, кад је Земљина маса веома тачно позната, примењује на обрнут начин. Из величине скретања вертикале одређује се привлачна сила једног планинског масива који се геолошки и рударски жели испитати, а из величине ових скретања одређује се и унутрашњи састав планине. Јер ово скретање, при истој запремини планине, може бити мање или веће, што зависи од њеног унутрашњег састава. Ако она у својим недрима крије гвоздену руду, биће оно веће него у случају кад је састављена из лаких стена. Ово је скретање опет друкчије ако у њој има бакарне руде или које друге. Тако је астрономија, испитујући Земљу као небеско тело, у циљу одређавања њене масе, у савезу са геофизиком, дошла до изванредне методе за откривање унутрашњег састава планинских масива, а исто тако и рудних тела која се крију дубоко у Земљиној кори испод тла.

Просечну или средњу густину Земље добивамо из односа масе и запремине. Она износи 5,5. У просеку је, значи, Земља 5,5 пута тежа од воде. Како је просечна густина стена из којих је састављен горњи слој њене коре 2,5, значи да Земљино језгро има густину која се у његовом средишту креће од 10—12, дакле, достиже густину метала, најприближније гвожђа.

138. Физичка грађа Земље. — Није само разлика између просечне густине Земљине и густине њених површинских слојева говорила за то да је њена унутрашњост састављена претежно из метала. И по самом закону гравитације, а и по теорији равнотежних облика течне масе, густина Земљина мора расти ка средишту да би се могло одржати стање равнотеже. Из свега овога може се закључити да су се тежи састојци у још течној Земљи, углавном гвожђе, за које знамо да чини саставни део небеских тела, морали скупљати око њеног средишта.

Али човек је желео да сазна и у каквом је стању Земљина унутрашњост. Он је прво приметио да се периодичне спољне температурне промене на Земљи, које се одигравају у ритму годишњих доба, примећују испод Земљине површине са извесним закашњењем, али да се простиру до сасвим незнатне дубине од око 18 м, до тз. *неутралног слоја*, а да даље, што се спуштамо у веће дубине, температура расте, и то доста равномерно, просечно око 1°C за свака даља 33 м дубине (*вертикални геотермски градијент*). Али на жалост, човек је копајући за рудама и бушећи Земљу у трагању за петролејем продро само до дубине од неколико километара. Зато је покушао најпре рачуном да продре дубље у њену унутрашњост. Међутим, ако би се по истом закону температура повећавала и на већим дубинама, она би већ на 60 km дубине достигла 2000°C , тачку на којој су скоро сва позната тела у течном стању. Но 60 km је само сто-ти део Земљина полупречника, па би у том случају Земљина кора према читавој Земљи била сразмерно тања но љуска према јајету. Не само да је изгледало невероватно да овако танка кора безбедно затвара необично активну, усијану Земљину утробу, него, ако сличан рачун продужимо, долазимо до несхватљивих температура од око $200\,000^{\circ}\text{C}$ у Земљином средишту. На основи касније запажених чињеница исправљен је овај начин рачунања и данас имамо ра-

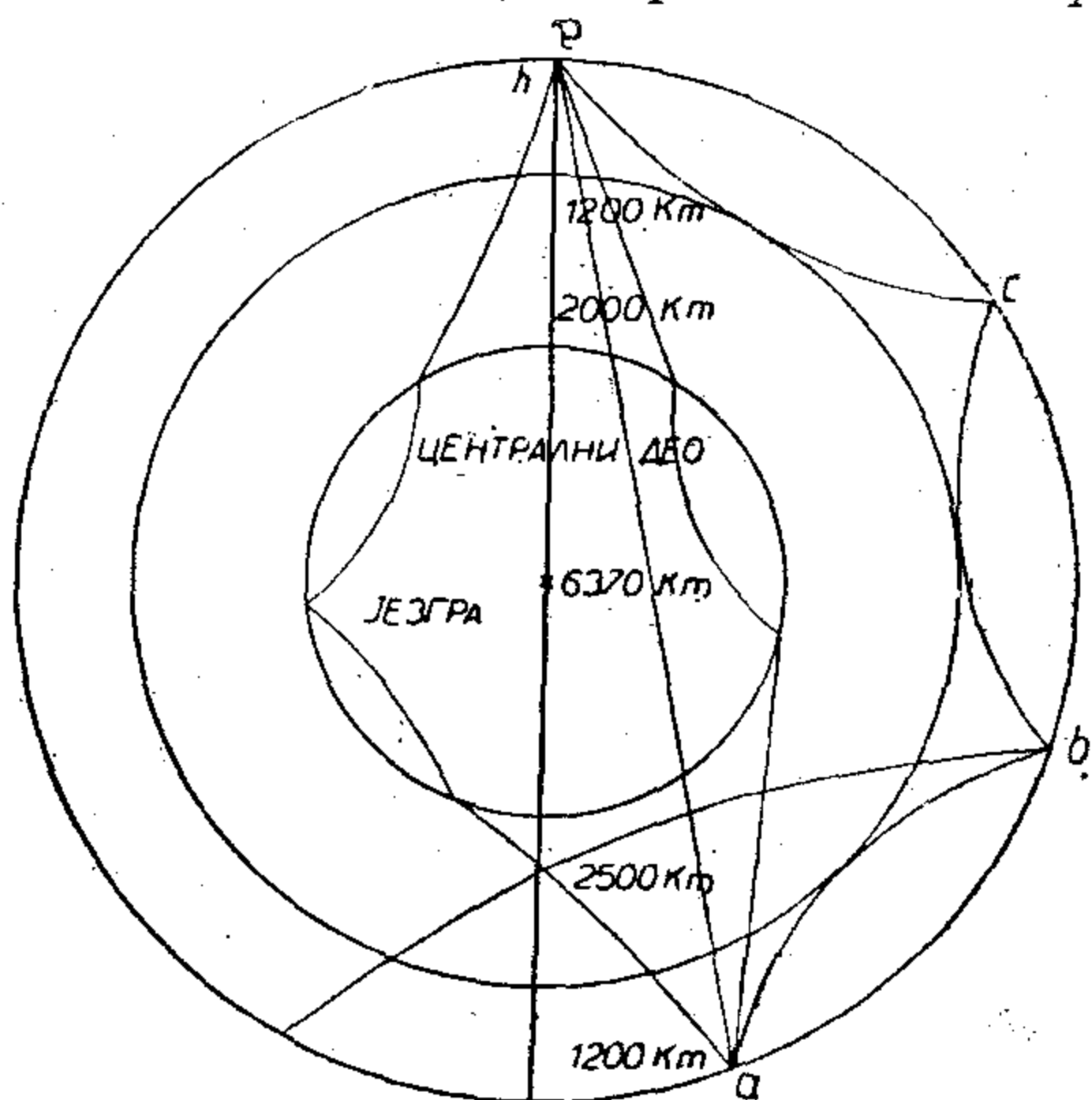
чунске обрасце који за температуру Земљине језгра дају 2000—3000°C. Но овако релативно ниска температура, а усто и огроман притисак, који у средишту Земље може износити до 3,5 милиона атмосфера, под теретом свих Земљиних слојева, довели су до тога да се, крајем прошлог века, посумња у то да је Земљина унутрашњост течна. У прилог тврђењу да је читава Земљина унутрашњост чврста ишло је и веома добро слагање између теорије прецесије Земљине осе изведене под овом претпоставком и посматрања ове појаве. Исто тако добро слагање између израчунатих величина за океанску плиму и осеку, под претпоставком чврсте Земље, и висине посматраних плима, говорило је да је претпоставка о чврстој Земљи оправдана. Тек је касније доказано да за тачност ових теорија претпоставка о чврстој Земљи није била неопходна.

Међутим, крајем прошлог века примећено је, као што смо видели, да се веома незнатно сва места померају по Земљиној површини, да мењају своје географске ширине. Ближим испитивањем утврђено је да ово долази услед незнатног кретања Земљине обртне осовине у самој Земљиној маси. Исто тако изванредно прецизним мерењима утврђено је да постоји плима и осека и саме Земљине коре, само знатно мања од океанске плиме. Ове две врсте кретања у самом Земљином телу оповргле су гледиште да је Земља чврста. Али убрзо затим, одређеним коефицијентом њене чврстине и другим испитивањима показало се да Земља у целини има чврстину челика и да поменуто кретања не морају значити да она није чврста већ само да је *еластична*.

Да се ознажи првобитно мишљење да је Земљина унутрашњост у течном стању довели су нас нови подаци добивени проучавањем *земљотреса*. Кад се у једној тачки Земљине коре деси покрет, честице око ње почну да трепере и он се преноси у виду таласа даље кроз Земљу и преко њене површине. При овом треперењу Земљине честице имају две врсте кретања: једно *уздужно* (*лонгитудинално*), у правцу простирања таласа и друго *попречно* (*трансверзално*), управно на тај правац. У своме кретању ови таласи допиру до појединих сеизмолошких станица на Земљиној површини, где их региструју осетљиви апарати — *сеизмографи*, у виду таласастих кривих линија — *сеизмограма*. Уздужно и попречно треперења тла имају различито су удаљене, па до једне талас од потреса стиже пре, до другим са извесним закашњењем, па се на сеизмограмима јасно разликују по облику трагови ове две врсте треперења Земљине коре. Али од тачке у којој се потрес одиграо разне сеизмолошке станице различито су удаљене, па до једне талас од потреса стиже пре, до друге касније. Кад је растојање станица познато, лако је из овог закашњења одредити брзину простирања ових таласа, а затим и саму тачку из које је потрес дошао. Но за нас је од интереса друго нешто. Таласно кретање кроз Земљину унутрашњост простире се утолико дубље уколико је станица удаљенија од места потреса (сл. 183). Подробнијим проучавањем сеизмограма истих потреса забележених на разним станицама дошло се до неколико веома значајних закључака.

На првом месту брзина простирања таласа у Земљи уопште расте са дубином, па према томе расте са дубином и густина Земље.

Док је она у спољном слоју око 2,5, на 1000 км дубине износи већ 4,5, на дубини од 2900 км 6—8, а вероватно до 12 у средишту.



Сл. 183. Таласно кретање кроз Земљину унутрашњост

Други важан закључак је да се попречни таласи, карактеристични само за чврста тела, простиру до дубине од 2900 км, а даље само уздужни. Одатле се изводи закључак да је Земљино језгро у течном стању и да има полупречник од око 3500 км. Омотач његов дебљине 2900 км је у чврстом стању — то је *Земљина кора*.

Трећи важан закључак до кога су слична испитивања довела, то је да ни сам чврст Земљин омотач није хомоген, једнолика састава, већ састављен из више слојева разне густине и различитих физичких особина и понашања. Тако имамо до дубине од 11 км *Вегелеров слој*, од 11—35 км *Мохоровичићев*, од 35—474 км *Леманов* и од 474—2900 км *Олдохемов слој*. Овакав састав и стање Земљине унутрашњости поткрепљује још низ чињеница установљених брижљивим геофизичким испитивањима извршеним у овом веку.

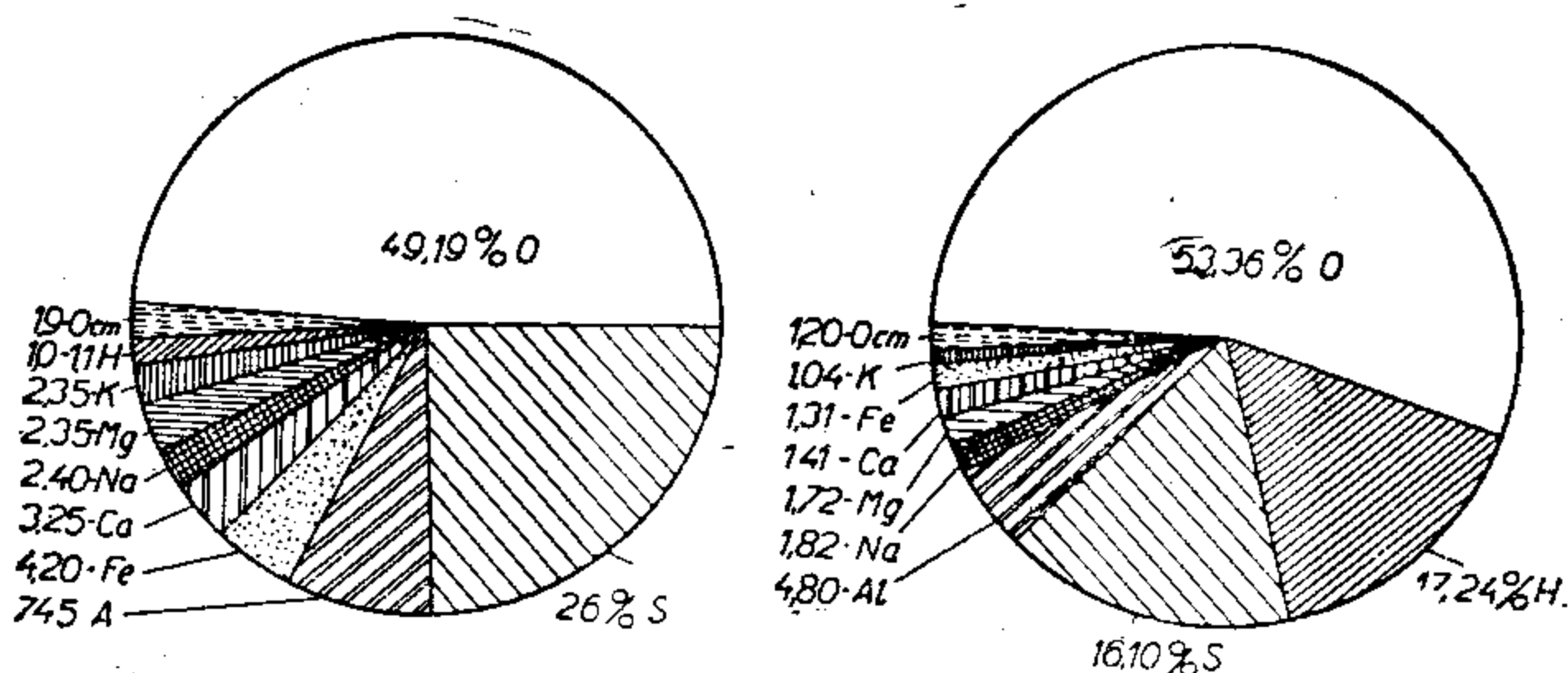
Да не би било неспоразума, треба на крају имати у виду да се, под притиском од неколико милиона атмосфера, усијана течна Земљина унутрашњост понаша слично чврстом телу и достиже, иако течна, чврстину челика, што на површини Земље нисмо навикли да видимо. Последњих година откривени су и трансверзални сеизмички таласи на дубинама које задиру у само Земљино језгро. Како се у Земљиној унутрашњости материја налази под нарочитим условима, који се огледима на површини не могу изазвати ни испитати, то се може сматрати да је знање о стању материје у њеној унутрашњости још непотпуно. Најправилније је схватање да Земљина унутрашњост није ни чврста, ни течна, ни гасовита, јер има неке особине чврстих, а неке течних тела. Тиме спор око тога да ли је она чврста или течна губи свако објективно значење.

Али није мање занимљив случај ни са самом Земљином кором. Она се за брза кретања, као што је треперење честица, изазвана крат-

котрајним силама, понаша као чврсто тело. За спора, вековна кретања, изазвана дуготрајним силама, понаша се и она слично течним телима, као што то чине све природне и вештачке пластичне масе. Ми смо већ говорили о вековном померању великих делова Земљине коре, па и читавих континената, као и о вековном померању Земљиних полова које је у суштини њихова последица.

То су главне црте наше данашње слике о физичкој природи Земљиног тела.

139. Хемијски састав Земљине коре и језгра — За свестрано познавање Земље као планете није само од интереса физичко стање, већ и хемијски састав појединих слојева Земљине коре и језгра. Земљина кора састоји се углавном само из девет елемената. То су: кисеоник, силицијум, алуминијум, гвожђе, калцијум, натријум, магнезијум, калијум и водоник. Док кисеоника има колико свих осталих хемијских елемената, силицијум такође знатно преовла-



Сл. 184. Учешће хемијских елемената у Земљиној кори по тежинским процентима и по броју атома Ђује, јер заузима читаву једну четвртину. Сл. 184 приказује са колико је тежинских процената који од ових елемената заступљен и ред којим су сви ови елементи у Земљиној кори заступљени по броју својих атома.

Но са дубином мења се не само физичко стање, већ и хемијски састав коре. И ове су промене скоковите, па и у овом погледу разликујемо неколико слојева или геосфера.

Прва геосфера је Земљин *стеновити оклоп* по чијој се површини налази танки слој земље постале мешањем с производима атмосфере, воде, биља и животиња. Овај камени оклоп састоји се углавном из неколико минерала, од којих преовлађују глина, кварц, руда гвожђа — лимонит, алуминијумова руда — боксит, затим гипс, камена со и др. По количини атома прво место заузима такође кисеоник, затим силицијум, па водоник, алуминијум, угљеник, калцијум, гвожђе, магнезијум и калијум. Овај се оклоп не простире дубље од 300 m. Главна хемијска карактеристика овога слоја је што у њему соли силицијума прелазе у соли калцијума, при чему се ослобађа силицијумова киселина.

Испод овога слоја налази се други — *стратисфера*, настао растварањем у води и таложењем састојака из Земљиног каменог оклопа. Ова се геосфера простире до 4 km дубине, где је притисак већ око 1000 атмосфера, а температура до 100°C. Хемијски јој је састав сличан саставу претходног слоја, с том разликом што садржи калцит, доломит и камени угаљ. По својој природи и саставу обе ове геосфере представљају прелаз између атмосфере, воденог омотача и биљног и животињског света на Земљи, с једне стране, и дубљих геосфера — гранитне и базалтне, с друге стране.

Испод стратисфере налази се слој више температуре у коме се разлажу једињења угљене киселине — карбонати и прелазе у једињења силицијумове киселине — силикате. Ту се срећу кристали појединих соли. Има много мермера, кварцита и гнајса. То је *геосфера метаморфизма*. Она се протеже од 5—10 км дубине. Притисак се у њој пење на 2500 атмосфера а температура на 350°C. Све се материје у њој налазе у кристалном облику.

Следећи слој Земљине коре је *гранитна геосфера*, позната под именом *сиал*, јер су јој главни састојци силицијум и алуминијум. Она представља основу свију Земљиних континената, који у виду огромних санти пливају по Земљином слоју који се налази испод њих. Дубина сиала је око 40 км. Испод континената он је знатно дубљи него испод океанских дна, где се Земљиној површини приближује онај слој који се налази испод сиала и који се састоји из знатно гушћих састојака. На дубини од 12—15 км, у гранитној геосфери притисак достиже већ 6 000 атмосфера, а температура 600°C. Сви се минерали у њој срећу у кристалном облику, а карактеристични су за њу кварц, сода, магнетит и апатит. Хемијски елементи заступљени су овим редом: кисеоник, силицијум, алуминијум, затим калијум, натријум, гвожђе, магнезијум и калцијум. Има осим тога и злата, олова, молибдена, волфрама и др., ређих елемената у мањој мери, а радиоактивних елемената више но и у једном Земљином слоју.

Испод ње налази се *базалтна геосфера*, позната у науци под именом *сима*, јер су јој главни састојци, поред кисеоника, силицијум и магнезијум. Дебљина њена је 70—85 км. На тој дубини притисак се пење до 20 000 атмосфера, а температура на 1 000°C. Калијум и натријум из гранитне геосфере уступају овде место тежим елементима — магнезијуму и калцијуму. Проценат гвожђа такође је знатно виши. За њу су карактеристични минерали плагиокласи, пироксени, такође магнетит и апатит. Радиоактивних материја у њој је мање.

Својим доњим делом сима прелази у још гушћу *еклогитну геосферу* која се протеже до дубине од 1200 км, где влада притисак од 500 000 атмосфера. За ову је карактеристично преовлађивање све тежих и тежих елемената који се срећу и у језгру, као што су: гвожђе, никл, хром, ванадијум, платина и др. Ова је геосфера важна са гледишта корисних руда које човек вади кад у току многих хиљада година, услед поремећаја у Земљиној кори, избију ближе њеној површини.

Од 1200—2900 км дубине простире се *рудна или паласитна геосфера*, која по саставу представља везу између Земљине коре и језгра. Притисак се у њој пење до 1 500 000 атмосфера. У њој се кисеоник већ сасвим губи, силицијума и алуминијума је мало, а расте проценат гвожђа, никла и других тешких метала из којих се састоји Земљино језгро.

Кад је савременим астрофизичким методама боље испитан састав разних врста небеских тела, као и састав метеорита, видело се не само да је материја осталих небеских тела састављена из истих елемената, већ да је и сличне грађе, а посебно да тела Сунчева система имају сличан распоред материја као и Земља.

Кад је савремена физика проникла у састав атомског језгра и објаснила поступност у распореду хемијских елемената у природном низу, онда се видело да ни распоред ових елемената у Земљиним слојевима није случајан, па је објашњено зашто се у атмосфери налазе лакши, у горњим слојевима коре тежи, а у доњим све тежи хемијски елементи. Објашњене су затим и многе појединости у саставу сваког Земљиног слоја, као и читава веза распореда материје у Земљиним слојевима са распоредом елемената у природном низу.

140. Развитак Земљине коре. Питање постанка небеских тела, па и Земље, третира се у астрофизичком делу опште астрономије и у посебним курсевима космогоније. Осврнимо се овде кратко на Земљин развој од њена постанка до данас.

Издвојена у засебно небеско тело, које је примило свој равнотежни лоптасти облик, Земља је продужила са зрачењем, услед чега је била изложена непрестаном хлађењу. Након многих милиона година услед овога се почела на њој хватати чврста кора. Од тренутка кад је кора затворила усијано, течно језгро, Земља је постала планета — тамно тело, које не зрачи сопствену, већ само одбија Сунчеву светлост. Од тог тренутка почиње геолошка историја њене коре, коју је сама Земља у току милиона година исписивала путем разних процеса који су се у њој и на њој одигравали, а које ми данас читамо из разних слојева њене коре и из њих са више или мање сигурности реконструирамо фазе кроз које је она прошла од образовања прве коре па до данашњег дана. Тај период Земље — њена геолошка прошлост, већ је боље испитан. Њен развој кроз овај период одиграо се, по данашњем схватању, углавном овако.

Од тренутка кад се на свима деловима површине образовала чврста кора, усијано језгро са тежим елементима, поглавито гвожђем, било је одвојено од атмосфере, гасовитих, лакших елемената и њихових једињења, која су се почела образовати услед снижене температуре. Најлакши гасови, водоник и хелијум, уздигли су се највише и већим делом изгубили у простору, а тежи, као угљоводоници, кисеоник и азот, затим алкални метали и неки други, остали су у атмосфери. Алкални метали, који имају релативно ниску тачку кључања, на крају су се кондензовали и њихове соли, као и соли брома, јода, хлора, и још неких елемената, сталожиле су се на површини коре. Кад се температура спустила испод 360°C , критичне тачке за водену пару, изнад које се она не може кондензовати и претворити у течно стање, настало је њено кондензовање и пролили су се први пљускови и потекле прве циновске бујице, које су раствориле и спрале сталожене соли, попуниле удубљења на Земљиној кори и образовале прве океане и мора. По просечној дубини данашњих океана сматра се да је притисак ове прве Земљине атмосфере која се згуснула у океане и мора износио око 300 атмосфера.

Веома танка, прва Земљина кора била је изложена утицају необично активне, усијано-течне Земљине унутрашњости, која је пробијала у ерупцијама кроз овако танку кору, изливала се преко ње, хладила и образовала тзв. *сруптивне стене* њене, стварала прве неравнине, први Земљин рељеф.

Стене које сачињавају ову прву кору, настале искључиво хлађењем, као и еруптивне, сачињавају најнижи слој Земљине коре, настао у њено прастаро или *архајско доба*, доба постанка коре. Из дебљине овог Земљиног слоја цени се да је ово доба трајало дужи од свих геолошких доба и периода после њега, а из чињенице што у овом слоју нису нађени никакви остаци живих бића сматра се да у то доба, због високе температуре још није било живота на Земљи.

Чим се на Земљиној површини појавила вода, почео је њен рад, рушење или ерозија стена, спирање и таложење или *седиментација*, почеле су се

образовати таложне или *седиментске* стене. Почело је тз. *прво доба* Земљине коре. Температура Земљине површине у току његова трајања спала је на око 60°C, па се у то доба јављају и прва жива бића на Земљи.

Велике количине угљендиоксида и водене паре, које су се још задржале у атмосфери у виду облака, чувале су Земљу од наглог хлађења, а обиље киша помагало је развој биљног света, који је у току овог доба достигао *циновске* размере на Земљи. Наши данашњи рудници старог угља датирају још из овог Земљиног доба. У току многих векова овог првог доба биљке су упиле скоро сав угљендиоксид из ваздуха а испустиле кисеоник, па је већ крајем првог доба Земљина атмосфера добила приближно свој данашњи састав, само са знатно више водене паре. За то време одебљала је, нешто хлађењем, нешто таложењем, и Земљина кора, ерупције су се разределе и настало је доба мира или *друго доба* Земљине коре.

У биљном царству престају да преовлађују алге, гљиве, лишјајеви, маховине и папрати, а почињу се јављати савршенији облици који и данас преовлађују. У животињском, губе се прве животињице настале у морима, тз. *трилобити* и јављају се нове врсте, међу којима и корали. Но у ово доба јављају се, што је најважније, први *кичмењаци* — савршеније животиње. Најпре рибе, а затим гмизавци или рептили *циновских* размера, чије окаменотине или фосилне остатке налазимо у довољном броју сачуване у слојевима из овог доба. Данас се они могу видети у великим светским природњачким музејима у лепом броју и добро очувани, а код нас у Сарајевском музеју. Диплодокс био је дуг око 25 m, а сличних размера били су у морима плезиозаур и ихтиозаур, а на суву бронтозаур, игванодон, стегозаур и др.

У то доба на јужној Земљиној полулопти протеже се велики континент који ће се касније раздвојити на Јужну Америку и Африку. На северној су два континента: један где је данашњи Сибир, а други где је данашњи Атлантски океан.

Појавом великих порсмећаја у Земљиној кори и нових ерупција завршава се њено друго и почиње *треће доба*. У њему се биљни свет приближава данашњем изгледу, а и животињски се нагло развија. Појављују се први *сисари*, и данас најсавршеније животиње, али тада још увек *циновских* размера. То су: палеотериј, мастодонт, мамут, хипарион, динотериј, риноцерос, велики јелен итд. Земља се под утицајем унутрашњих сила издиже, образују се велики планински венци, као што су они око Средоземног мора. Један део континента који је заузимао место данашњег Северног Атлантика прогутала је вода, а други његов део остао је да од њега касније постане Северна Америка. По томе што се у старих народа очувала легенда о овој земљи, Атлантиди, мислило се да се морао у то време, крајем трећег доба, јавити већ и човек, разуме се у оном стању свога развоја које већ подсећа на његов данашњи изглед и састав. Можда није неоснована ни помисао да су бајке са змајевима и чудовиштима остале предањем од овог човека његовим данашњим потомцима у виду приче о остацима *циновских* животињских врста с којима је човек с краја трећег доба морао долазити у додир. Године 1921. пронађени су у Енглеској трагови човекове делатности у слојевима коре који су се образовали у трећем добу, па се може сматрати да је тиме горња претпоставка потврђена.

Појавом и распрострањењем човека на Земљи почиње *четврто доба* Земљине коре. Циновске биљке на измаку утрошиле су и остатке угљендиоксида. Температура на Земљиној површини зато нагло опада. Остаци водене паре из атмосфере кондензују се у велике пљускове и бујице, које су забележене у Библији и другим књигама старих народа као „лотоп”. Трагови рада воде виде се јасно на стенама из овог доба, на највишим слојевима Земљине коре. Циновски сисари: мамут, пећински медвед, велики јелен, мегатериј и др. изумиру, док се човек све више размножава и насељава Земљину кору.

Четврто доба неупоредиво је краће од ранијих и оно још траје. Кроз многе векове и хиљаде година и сама човекова структура се у многome мењала, развијала и усавршавала, што доказују ископине његових костура нађене у разним Земљиним пределима у слојевима из четвртог доба различите старости.

141. **Земљина старост** — Иако засад још у немогућности да одреди са сигурношћу време кад је Земља постала независно небеско тело, да одреди апсолутну старост Земље, човеку је пошло за руком, испитујући слојеве Земљине коре и ископине окамењених биљака, животиња и човека, као и његових творевина, да реконструише читаву прошлост Земље од оног тренутка кад се на њеној површини ухватила прва чврста кора па све до данашњег дана. Зато је он, следећи овај опробан пут, покушао да одговори на нешто мање замршено питање, питање кад је постала прва Земљина кора — колико је стара планета Земља, а затим да одреди време трајања поменутих геолошких доба и веже за календар поједине крупне догађаје у историји Земљине коре. И данас, кад се говори о старости Земље, подразумева се њена старост у овом смислу.

Наука је проценила Земљину старост на више начина. Најпре је утврђено да резерва соли у свима океанима и морима на Земљи износи око 15 трилиона тона. Затим је утврђено да годишњи прилив соли који океанима и морима доносе реке, износи око 50 милиона тона. Деобом ова два броја, за време потребно да се у океанима и морима сакупи поменута количина соли добивено је 300 милиона година. Но из разних чињеница изведен је закључак да овај прилив соли није вршен равномерно, па се помишљало да Земљина старост мора бити далеко већа но што су показала ова испитивања.

Енглески геолози проценили су Земљину старост према укупној дебљини седиментских стена, према дебљини наслага које су се почеле образовати таложењем из површинских вода још крајем архајског доба. Ова дебљина износи око 30 хиљада метара. Зна се међутим, да је, према врсти талоба, потребно 3 000—30 000 година да се добију седиментске стене од 1 m дебљине. Одавде би произишло да су прво, друго, треће и четврто доба трајали око милијарду година. Но с обзиром да се ни процес таложења не врши равномерно и да је дебљина архајских стена, образованих пре почетка таложења, врло велика, овај метод је довео до закључка да је Земљина старост знатно већа од милијарде година.

Геодети и геофизичари покушали су после тога да даду приближнију процену Земљине старости. Са поступним хлађењем Земљина се површина скупљала и убирала, на њој су се образовали планински венци. Геодети су

пажљиво премерили укупну површину њихових набора и закључили да она износи око 0,015 читаве Земљине површине, што би одговарало скраћењу Земљина полупречника за 40—50 km. Геофизичари су затим израчунали колико је Земља морала изгубити своје сопствене топлоте док се у овој мери скупила, а знајући да њена површина сваке минуте зрачи по једну калорију топлоте на сваки квадратни метар, добили су време које је протекло док се Земља у поменутој мери скупила. Добили су за њену старост две милијарде година.

Кад је у новије време физичарима пошло за руком да одређују старост радиоактивних тела по степену у коме су се распали њихови атоми, покушали су они да овим путем процене и Земљину старост. Из размере урана и уранског олова, као коначног производа урановог распадања, у појединим стенама, проценили су они да су извесне стене у Шведској старе 1300, а затим неке у Америци чак и 1600 милиона година и више, па је из свега тога данас усвојен за Земљину старост размак од две до три милијарде година.

Многобројним брижљивим испитивањима седимената трећег и четвртог доба нађено је да су ова два доба заједно трајала 56—65 милиона година. За друго доба сматра се да је трајало између 135 и 180 милиона година, а за прво 360—540 милиона година. Све преостало време припадало би архајском добу.

Ако би овај, за наше људске појмове неизмерно дуги размак времена хтели да учинимо схватаљивијим, могли бисмо са једним савременим астрономом замислити велику библиотеку од 2000 књига у којој свака књига има 500 страна, а свака страна по 400 речи од 5 слова. Свако слово у тој библиотеци представљало би по једну годину Земљине прошлости. Ако бисмо бројем слова у једној оваквој књизи хтели да представимо Земљину старост, онда би свако слово одговарало периоду од 2000 година.

Како су први знаци човека стари тек 1/7000 део Земљине историје, то би се они дали представити са три последња реда или са тридесет речи на крају ове књиге. Историја наше ере стала би у њено последње слово! Најстарији трагови човекове науке, асирске и вавилонске таблице с небеским правцима, старе су 6 000 година — све остале научне тековине далеко су новијег датума, па би се читава наука могла изрећи са три последња слова у тој књизи. Наука данас напредује веома убрзаним темпом да човекова машта није у стању да предвиди њене резултате ни у најближој будућности. А будућност Земље и човека мери се, као и прошлост, милијардама година.

ПРЕГЛЕД ПОЈМОВА

- Аберација, годишња 122
 дневна 121
 Аберацијски угао 117
 Авионска фотокомора 359
 Азимут 21
 Азимутни инструменти 160, 179—205
 Аксифугална сила 297
 Алгол 38
 Алдебаран 38
 Алмагест 5, 81, 258
 Алманах „Бошковић” 149
 Алмукантар 18
 Алтаир 38
 Алхидада 176
 American Ephemeris 149
 Амонијачни часовник 168
 Анаромеда 38
 Anus fictus 134 135,
 Аномалије силе теже, месне, опште 366, 367
 Апекс 118, 119, 121
 Апионд 353
 Апогеум 54, 271
 Apparent Places 150
 Апсидна линија 34, 271
 Апсолутно одређивање екваторских координата 254—256
 Аргеландеров Бонски преглед 259
 Арктур 38
 Армила 152
 Архајско доба 384
 Астрограф 158, 211—216
 Астрографско одређивање екваторских координата 257, 258
 Астролоб с призмом 192—195, 241
 Астрометрија, екваторијална 205—216
 фундаментална 254—265
 Астрометријски инструменти 150—225
 Астронаутика 7, 8
 Астрономија, геодетска 250—252
 звездана 4
 математичка 3, 17—265
 општа 4
 положајна 3, 17—265
 поморско-ваздухопловна 252, 253
 практична 3, 151—265
 сферна 3, 17—150
 теоријска 266—318
 физичка 3
 фундаментална 144
 Astronomical Journal 75
 Астрономически Јежегодњик 149
 Астрономска дужина 25
 јединица 106—108,
 нутација 135—140
 рефракција 87
 ширина 24
 Астрономске ефемериде 47, 149, 281
 опсерваторије 224—225
 Астрономски азимут 347
 годишњаци (алманаси) 149
 Астрофизика 3
 Аутограф 359
 Аутоколимација 194
 Аутоматизација посматрања 160, 223
 Аутоматске међупланетске станице 13—16
 Аутоматско праћење 157
 Базалтна геосфера 383
 Баланс хронометров 162
 Балдеова листа комета 285
 Барометарски фактор рефракције 92
 Барометарско одређивање висина 348
 Безлични (контактни) микрометар 190 219
 Беле ноћи 93
 Београдска опсерваторија 158,
 Berliner Astronomisches Jahrbuch 149
 Беселова година 134
 Беселове звездане константе 146
 Беселови бројеви 145
 Беселов фиктивни почетак године 134, 135,
 Бетелгез 38
 Бијелина комета 85
 Бик 38, 51
 Близанци 38, 51
 Боја звезде 36
 Бордине аналогije 29
 Бредлијева посматрачка метода 171
 Бруксова комета 85
 Вага 51
 Вега 38
 Вегенерова теорија 373
 Вегенеров слој 381

Вежа између комета и метеора 290
 Вековна промена 143
 Вековни поремећаји 334 335
 Велики вертикални круг 203
 Велики Медвед 37
 Велики Пас 38
 Велики пасажни инструмент 200—203
 Велико огледало секстанта 196
 Величина фазе 83
 Вениг-Мајнесова функција 368
 Вениг-Мајнесове формуле 368
 Вертикал 18
 Вертикала 18
 Вертикални геотермски градијент 379
 Вертикалско одступање 9—10, 253, 254
 Вештачки сателити
 у геодезији 352—354
 Визура 178
 Вијарско-Штернекова метода 235
 Вилдов универзални инструмент Т4 217
 Висина 21
 Вито перо у часовнику 166
 Виша геодезија 356
 Властита кретања звезда 141
 Водолија 51
 Волар 38
 Време, грађанско 57
 ефемеридско 73-76
 звездано 22, 54, 55
 зонско 58, 59, 60
 квази-правно звездано 138
 месно 57, 58
 право звездано 138
 право сунчано 55
 светско 60
 средње-европско 60
 средње звездано 138
 средње сунчано 56, 57
 указно 60
 Временски еталон 55, 70
 Временско изједначење

 Галаксија 3
 Галилејева открића 155
 Гама тачка 19, 137, 138
 Гаусова група 28
 Гаусова константа 330
 Гаусова метода 241, 275 315
 Гаусове аналогиије 30
 Гаусов окулар 194, 204
 Гема 38
 Генерални план 361
 Географска дужина 24
 ширина 24
 Геодезија, астрономска 341—364
 физичка 364—387
 Геодетска дужина 25
 ширина 24
 Геодетска линија 348
 Геодетска пирамида 348
 Геодетски сигнал 348
 Геодетски сто 359
 Геонд 251, 354, 365
 Геондне тачке 251, 356

Геосфера метаморфизма 383
 Геоцентар 17
 Геоцентрична даљина 54
 Геоцентрични положај 97, 277
 правац 97
 Геоцентрични систем света 81—83
 Гигасов универзални инструмент 218
 Гироскоп 296
 Гирусна метода 183
 Гномон 55, 152,
 Година, платонска 128
 космичка 141
 тропска 52
 сидеричка 53
 Годишња доба 52
 Годишњак нашег неба 149
 Годишња периода поларног кретања 370
 Годишња промена 143
 Гравиметри 365, 366
 Гравиметрија 365
 Гравиметријска клатна 365
 Гравиметријски инструменти 365, 366
 Гранитна геосфера 383
 Графичка метода снимања 359
 Грчки алфавит 36

 Даљина вида 342, 344
 Даљине тела у Сунчеву систему 104—108
 звезда 113—115
 Дан, грађански 57
 звездани 54, 137, 138
 прави 55
 средњи 56
 Данжонов безлични астролаб 160, 220, 241
 Данжонов хоризонтални пасажни
 инструмент 221
 Датумска граница 58
 Девојка 38, 51
 Деклинација 21, 23
 Деклинацијска осовина екваторијала 206
 Деклинацијски круг 18
 Делаамброве аналогиије 30
 Делитељ фреквенција 168
 Денеб 38
 Денебола 38
 Деферент 82
 Дефинитивне поправке емисија часовних
 сигнала 246 247
 Дефинитивно време 247
 Динамичка асиметрија континената 375
 Диоптар 152
 Директно кретање планете 80, 81
 Дискриминатор 168
 Диспаритија 318
 Диференцијалне једначине кретања тачке 324
 Диференцијалне једначине планетског
 кретања 324
 Диференцијално одређивање екваторских
 координата 209—211
 Докази за Земљину ротацију
 Доплер-Физоов ефекат 141
 Друго доба Земљине коре 385
 Дурбин-водник на астрографу 212

- Екватор Земљин
 небески 18
 Екваторијал 155, 205—211
 Еквинокциј каталога 143
 Еквипотенцијална површина 354
 Еклиптика 19, 51
 Еклогитна геосфера 383 296
 Експеримент с гироскопом
 с конусним клатном 296
 Ексцентрична аномалија 277
 Ексцентричност лимба 177
 Ексцентричност планетске путање 269 271, 275
 Електронске рачунске машине 161, 162
 Елементи небеске сфере 17—19
 Елементи планетске путање 274—276
 Елементи ротације 298
 Елипса аберације 123
 Елонгација планете, западна 80, 272
 источна 80, 272
 Епицикл 82
 Епицикличне путање 82
 Епоха звезде 260
 каталога 143, 260
 Ера, византијска 79
 Диоклецијанова 79
 Набонасарова 79
 од оснивања Рима 79
 олимпијада 79
 хришћанска 79
 Ерозија 384
 Еруптивне стене 384
 Еткинсонов хоризонтални меридијански
 круг 222
 Ефемерида звезде 47,
 планете 270, 276—281
 Жарки појас 52
 Живин хоризонт 204
 Закон опште гравитације 319—322
 Залаз небеског тела 38—40, 92
 Западна тачка 18
 Звездана јата 3
 Звездана триангулација 353
 Звездане даљине 113—115
 Звездани каталози, посматрачки 258—260
 фундаментални 260—262
 Звездани систем 3
 Звездано време 22, 54
 Звезде 3, 37, 38
 Зверјевљев фотографски вертикални
 круг 160, 222
 Земљина густина 377—379
 кора 381
 маса 377—379
 полусенка 308
 сенка 305
 старост 386, 387
 Земљини повратници 52
 топлотни појаси 52
 Земљин облик 341
 Земљотреси 380
 Зенит 18
 Зенитна даљина 21
 Зенитски сектор 158
 Зенит-телескоп 158, 187—190, 218—219
 Зидни круг 156
 сектор 156
 Зимска сазвежђа 38
 Зодијачки знаци 51
 појас (зодијак) 51
 Зора 93
 Извиђач 207
 Извођење 1. Кеплеровог закона
 из закона гравитације 325—328
 из посматрања 268, 269
 Извођење 2. Кеплеровог закона
 из закона гравитације 324—325
 из посматрања 269
 Извођење 3. Кеплеровог закона
 из закона гравитације 329
 из посматрања 269, 270
 Изглед звезданог неба 67
 Изједначење центра 56, 61
 Излаз небеског тела 38—40, 92
 Изостазија 352 366
 Изостатичка површина 367
 Изоштравање ликов на фото-плочи 214
 Изоштравање (фокусирање) окуларног
 микрометра 179
 Израда сунчаног часовника 229, 230
 Инерцијски координатни систем 258
 Интеграл живе силе 326
 Испитивач за либеле 175
 Источна тачка 18
 Јарац 51
 Јасле 38
 Једначина синодичког кретања 273
 Једновременно одређивање географске ширине
 и часовникова стања 241, 242
 Јесења сазвежђа 38
 Јужна тачка 18
 Јулијанска периода 79
 Календар, грегоријански 77
 јулијански 77
 лунарни 76
 луни-соларни 77
 Миланковићев 78
 соларни 77
 Кањолијева метода 242
 Капела 38
 Карта, географска 362
 звездана 360
 Меркаторова
 прегледна 362
 специјална 362
 топографска 359, 362
 Касинијев закон 302
 Касинисова формула 365
 Касиопеја 37
 Кастор 38
 Каталог AGK2A 259
 AGK3R 259
 Бџахеов 258
 Бредијев 259
 геодетских звезда 259

- Међународног астрономског друштва (AG) 259
 Птолемејев 258
 пулковски 259
 Ротманов 258
 Галкотових парова 146
 Улуг-Бек 258
 Халејев 258
 Хевелијусов 258
 Ценкинсове 115
 Квадрант 152
 Кеплерова једначина 279
 Кеплерови закони 268—270
 Кернов универзални инструмент DKM3A 218
 Кипрегел 359
 Киријева тачка 372
 Кит 38
 Клатно, гравиметријско 365
 слободно 166
 часовниково 165
 Клерова формула 364
 Колимацијска грешка 182
 Комета Бијелина 85
 Бруксова 85
 Донатијева 85, 211
 Халејева 285
 Комете 84, 85
 Комете периодичне 85
 Кометска глава 84
 кома 84
 Кометске брзине 85
 путање 285—289
 Кометски реп 84
 Кометско језгро 84
 Конусно клатно 296
 Конјункција планете, горња 80, 272
 доња 20, 272
 Connaissance des Temps 149
 Константа аберације 117—121,
 астрономске рефракције 91
 гравитације 329
 нутације 137,
 површина 325
 прецесије 132
 Контролни дурбин астрографов 212
 Контролни обрасци у сферној
 тригонометрији 31
 Координатни системи, еклиптички 21, 22
 месни екваторски 20, 21
 небески екваторски 22, 23
 сферни 19
 хоризонтски 20, 21
 Координатограф, поларни 361,
 правоугли 361
 Косинусна теорема 28
 Космичка прашина 3, 85
 Космички бродови 10—13
 Космогонија 4
 Космологија 4
 Кочијаш 38
 Крокирање 360
 Круг латитуде 19
 лонгитуде 19
 Кулминација, горња 22, 24
 доња 22, 24
 Лабуда 38
 Лав 38
 Лакајев образац 280
 Лапландска експедиција 351,
 Лапласове тачке 251
 Ледени појасеви 52
 Леманов слој 381
 Летња сазвежђа 38
 Либела на алхидади вертикалног лимба 174 и
 на обртној осовини 174
 секундна 173
 сферна 173
 Талкотова 174, 189
 цеваста 156, 173
 Либелина осовина 173
 нула 175
 Либелино стање 174
 Лимбрација, дневна 304
 оптичка 304
 паралактичка 304
 права 304
 привидна 304
 у латитуди 304
 у лонгитуди 304
 физичка 304
 Лимб 175—177
 Линија чворова 275
 Линијска брзина 297
 Лира 38
 Лонгитуда на путањи 271
 перихела 271, 275
 перихела на путањи 275
 чвора 275
 Маглине, вангалактичке 3
 галактичке светле 3
 галактичке тамне 3
 спиралне 3
 Максудовљев телескоп 160, 220, 222
 Machina domestica 156, 157
 Мали Медвед 37
 Мали Пас 38
 Мало огледало на сектанту 196
 Мареграф 359
 Маркаб 38
 Марковићева Месечева комора 74, 160, 224 252
 Маса планета 330—332
 Матрица картографска 363
 Маунт-Паломарска карта неба (МП) 259
 Међузвездана материја 3
 Међународна звездана карта (CC) 213, 259
 служба поларног кретања 371
 служба ширине 370
 часовна служба 242, 246, 247
 Међународни часовни биро 371
 Мена (фаза) планете 83
 Мениск, спољни 174
 унутрашњи 174
 Мера плоче 214
 Мерени положај (координате) 143
 Мерени правац 89
 Мерење азимута универзалним инструментом
 185, 186

- Мерење зенитне даљине универзалним
инструментом 184, 185
- Меридијан, гринички 57
- Земљин 25
- небески 18
- Меридијанска зона 361
- Меридијански круг 203—205
- Месец, аномалистички 70, 304
- драконитички 70, 304, 317
- сидерички 70
- синодички 70, 317
- тропски 70
- Месечева ротација 302, 303
- Месечеве лимбрације 303—305
- мене 70, 83
- Место зенита на вертикалном лимбу 185
- Место меридијана на хоризонталном лимбу 185
- Метар 351
- Метеори 3,86
- Метеорити 3,87
- Метеорски ројеви 3,86
- Метода аутолимације 194
- Метода средњег идеалног часовника 242—244
- Микрометар 156, 177, 209
- Кикроскоп-микрометар 176, 177—179
- Миланковићева теорија померања полова 375
- Минут 25
- Мирфак 38
- Мохоровичићев слој 381
- Мртви ход 177
- Нагиб обртне осовине 203
- равни планетске путање 271, 274
- Наглавци обртне осовине 200
- Надир 18
- Надморска висина 24, 25
- Највећа дигресија (елонгација) 42, 43
- Nautical Almanac 149
- Наутички годишњак 149
- Национална часовна служба 242
- Небеска колатитуда 22
- латитуда 22
- лонгитуда 22
- механика 3, 319—340
- поларна осовина 18
- сфера 17
- Небески повратници 51
- полови 18
- Неједнакост годишњих доба 54
- Неједнакости дужине дана 51
- Неперове аналогиије 31
- Неперово правило 29
- Неполарне промене ширине 370
- Неправилне флукуације Земљина
обртања 71, 72
- Неутрални слој 379
- Нивелман, астрономски 354
- астрономско-гравиметријски 367, 368
- геометријски 348
- детаљни 357
- тригонометријски 348
- Нивелманска мрежа 348, 350
- Нивелмански влак 348, 349
- инструмент 348
- репер 348
- Нивоска површина 354
- Нонијус 172, 175, 176
- Нормалне вредности силе теже 364
- Нутација, астрономска 135—140
- принудна 368—371
- слободна 368—372
- Нутацијска елипса 136
- Нушл-Фричеров циркумзенитал 221
- Облик Сатурнових прстенова 284, 285
- Обртни елипсод 297
- Ован 51
- Одређивање времена сунчаним часовни-
ком 229—230
- Одређивање географске дужине, 247
- билатерарно 248
- методом хронометарске експедиције 248, 249
- методом бежичног телеграфа 249, 250
- старим методама 248
- унилатерално 248—250
- Одређивање географске ширине гно-
моном 227—229
- из зенитних даљина звезда у меридијану 235
- око меридијана 235, 236
- из полара у горњој и доњој кулминацији 235
- из Северњаче 234
- из једнаких зенитских даљина у близини
меридијана 236
- из пролаза кроз први вертикал 237, 238
- из разлика зенитских даљина у мериди-
јану 236, 237
- Харцеровом методом 230—231
- Одређивање маса планета, Месеца и
Сунца 330—332
- мере фото-плоче 214—215
- правца меридјана гномоном 227—229
- ротационог кретања 298—300
- Одређивање часовникова стања гномо-
ном 227—229
- из зенитских даљина око првог вертикала 238
- из једнаких зенитских даљина исте звезде 239
- из једнаких зенитских даљина разних
звезда 239, 240
- из пролаза кроз меридијан 240, 241
- Харцеровом методом 230—232
- из часовних сигнала 245
- Одржавање времена 165, 242—244
- Одступања у Месечеву кретању која се не
могу објаснити законом гравитације 340
- Ојлерова периода 370
- Окуларни микрометар 176—178
- Окултација 317, 318
- Оадхемов слој 351
- Опис астрографа 211—213
- астролаба с призмом 192, 193
- екваторијала 206—208
- зенит-телескопа 187
- пасажног инструмента 190
- секстанта 196—197, 199—200
- универзалног инструмента 180, 181
- фундаменталних инструмената 200—203
- Опозиција планете 81, 273
- Оптичко мерење даљина 357
- Општа теорија релативности 322, 340
- Општи каталог Б. Боса (GC) 262

- Орао 38
Оријентисање по звездама 226—227
 по Месецу 226
 по Сунцу 226
 фото-плоче 214
Орион 38
Орионова маглина 38
Ортогонална метода снимања 357
Основица 347
Основна сазвежђа 37, 38
Основне карактеристике звезда 37
Основне методе астрономских посматрања (мерења) 225—265
Отклањање нагиба фото-плоче 214
Откриће Урана, малих планета, Нептуна и Плутона 335—337
- Палеомагнетика 372
Паралакса, висинска 98
 годишња 97, 108—113
 дневна 96
 екваторска 100
 хоризонтска 98
Паралактичка монтажа 206
Паралактички троугао 32
 угао 44, 45
Паралактичко померање планета 271
Паралел, дневни 18
Параметар планетске путање 269
Парс (део) либелине скале 175
Парсек 115
Пасажни инструмент 190—192
 с фото-хелијом 160, 219—220
Пегаз 38
Перигејум 54, 271
Периодичне грешке микрометра 177, 188
Периодични поремећаји 334, 335
Периферна брзина 297
Перихел 269
Персеј 38
Перуанска експедиција 351
Пијезоелектрицитет 167
Пјевцовљева метода 236
План 360
Планете 3, 79—84,
Планете горње 273
 доње 272
 спољашње 273
 унутрашње 272
Планетоиди 3,
Плејаде 38
Плима и осека Земљине коре 337—340
 окена и мора 376—377
Повратне тачке 51
Површина изравнатог притиска 367
Подневачка линија 18
Подне, право 55
 средње 57
Појас тоталитета 315
Показивач часовников 165
 хронометров 162
Покретач часовников 165
 хронометров 162
Полара 37
Поларна даљина 22
Поларна метода снимања 357—359
Поларна осовина екваторијала 206
 еклиптика 19
Поларне звезде 146
Поларни кругови 52
Полигонска мрежа 357
Полигонска тачка 357
Полигонски влак 357
Полови еклиптике 19
Положај небеског тела 19, 36
Положајни круг 209
 микрометар 209
Положајни троугао 32
Положај прави 143
 привидни 122, 143
 средњи 129, 143
Полудефинитивне поправке емисија часовних сигнала 245, 246
Полудефинитивно време 242—244
Полуко 38
Полуса путање, велика 275
 мала 275
Полходија 370,
Померање Земљиних полова, периодично 368—371
 секуларно 371—375
Померање континената,
 речних корита 294
 перихела Меркурове путање 340
Помрачење, делимично 311
 Јупитерових сателита 309—311
 Месеца 306—309
 потпуно 311
 прстенасто 315
 Сунца 311—316
Поноћ права 55
 средња 57
Поремећаји Месечева кретања 334—335
 планетског кретања 335
 кретања 332
Последице привидног годишњег кретања Сунца 51, 52, 54
Почетна елиптика 129
Почетни екватор 129
 нагиб екватора 129
Права аномалија 277
 рефракција 91
Праве величине тела у Сунчевој систему 104—108
Прави положај 143
Право кретање 266, 270, 271—274
Правоугли сферни троугао 28—29
Пратова хипотеза 366
Први вертикал 18
Прво доба Земљине коре 186
Презепе 38
Прелаз са еклиптичких на небеске екваторске координате 36
 са месних екваторских на хоризонтске координате 32
 са месних на небеске екваторске координате 35
 са небеских екваторских на еклиптичке координате 35

- са небеских на месне екваторске
 координате 35
- са хоризонтских на месне екваторске
 координате 34
- Прелаз са средњег положаја на средњи
 положај 143
- на прави положај 145
- на привидни положај 146
- Премеравање Земље, Абдулмеликово 346
- Бошковићево 351
- Деламброво и Мешеново 351
- Ератостеново 345
- Касинијево 350
- Пикарово 346
- Посидонијево 345
- Птоломејево 346
- Струеово 351
- Фернелово 346
- Преносни механизам часовников 165
- хронометров 162
- Преношење времена 244
- Претварање времена 63—66
- координата 32—36
- Прецесија, годишња 132, 133
- лунно-соларна 128
- општа 128
- планетска 128
- секуларна 133
- Прецизно одређивање азимута правца 233—234
- Приближна метода снимања 360
- Приближно одређивање азимута правца 232, 233
- Приближно одређивање географске ши-
 рине 231, 232
- Привидна величина 36
- Привидни положај (координате) 122, 143
- Привидни правац 89
- Привидно годишње кретање Сунца 50—54
- Привидно дневно обртање небеске
 сфере 22—24
- Привидно кретање 3
- Пријем часовних сигнала 245
- Примена астрономије у геодезији 250—252
- ваздухопловству 352, 353
- морепловству 252, 253
- Принцип акције и реакције 321
- Принцип независности дејства силе 321
- Прираштај азимута 49, 50
- зенитне даљине 47, 48
- Прираштаји хоризонтских координата 47
- Проблем двају тела 322—329
- стабилности Сунчева система 335
- трију и више тела 332—334
- Прогресивне грешке микрометарског
 завртња 179, 188
- Пројекција, Гаус-Кригера 361
- картографска 360
- котирана 361
- полиедарска 359
- стереографска 360
- цилиндрична 361
- Прокион 38
- Пролаз Венере испред Сунца 318
- Меркура испред Сунца 318
- кроз дати алмукантар 45, 46
- кроз меридијан горњи 22, 40
- доњи 22, 40
- кроз перихел 275
- кроз први вертикал 41
- Пролећна сазвежђа 38
- Проста метода за мерење угла 183
- Простирање радио-таласа 247
- Профили геоида 355, 356
- Пуж хронометров 163
- Путања планете 274—276
- Путање метеора и метеорских ројева 289—291
- сателита 281—283, 291—293
- Равна (офсет) штампа 363
- Равнодневице 51
- Равнодневичке тачке 51
- Радарско посматрање метеора 87
- Радијан 25
- Радијант метеорског роја 86
- Радијус-вектор 269, 277
- Развој Земљине коре 384—386
- Рак 38, 51
- Распоред Јупитерових сателита 283, 284
- Рачунање геоцентричних екваторских коор-
 дината планете 281
- геоцентричних еклиптичких координата
 планете 281
- поларних координата планете на путањи 277
- хелиоцентричних еклиптичких координата
 планете 280
- Реапарација 318
- Револуција сидеричка 274, 277
- синодичка 274
- Регулатор часовников 165
- хронометров 162
- Регулус 38
- Реитерациона метода за мерење угла 183
- Ректасцензија 23
- Ректификација, астрографа 213—215
- астролаба с призмом 193—195
- екваторијала 207—208
- зенит-телескопа 187
- пасажног инструмента 190, 191
- секстанта 197, 198
- универзалног инструмента 181—182
- фундаменталних инструмената 200—203
- Релативне координате тачке на Земљи 251
- Релативно одређивање екваторских координата
 209—211, 256, 257
- Репродукција (умножавање) планова и карата
 363
- Ретроградно кретање планете 81
- Рефлектор 156
- Рефрактор 155
- Рефракто-рефлектор 159, 160
- Рибе 38, 51
- Ригел 38
- Рифлеров часовник 165
- Rota meridiana 157
- Ротација, сидеричка 300
- синодичка 300
- Ротационо кретање 294—305
- Рудна (паласитна) геосфера 383

- Сазвежђа 36—38
 Сарос 316—317
 Сателити, вештачки 8—10, 253—254, 291—293
 природни 281—284
 Светлосна година 115
 Светска осовина 18
 Свођење на екватор 56, 61
 Северна Круна 38
 тачка 18
 Северњача 37
 Седиментација 384
 Седиментске стене 385
 Сезонске промене Земљина обртања 72, 73
 Сеизмограм 380
 Сеизмограф 380
 Секстант, ваздухопловни 199, 200
 поморски 196—199
 Секторска брзина 269
 Секуларна кретања 128
 промена 143
 Секуларни поремећаји 335
 Секуларно успорење Земљина обртања 71
 Секунда 25
 Секундни контакт часовников 166
 Селенграфске координате 303
 Сиал 383
 Сидеричка година 53
 револуција 273, 277
 Сила Земљине теже 298, 364, 365
 Сима 383
 Синодичка револуција 273, 284
 Синусна теорема 28
 Синусно-косинусна теорема 28
 Синхрони мотор 200, 219
 Синхронизовани часовник 166
 Сирах 38
 Сиријус 38
 Систематске грешке каталога 262—264
 Скафион 152, 343
 Скорпија 38, 51
 Скретање пасата 294
 при слободном паду 295
 равни клађења клатна 296
 хоризонталног хица 295
 Смер директни 21
 ретроградни 21
 Снимање детаља на земљишту 356—360
 Совјетска часовна служба 242
 Солстицијске тачке 51
 Сомнерова метода 242, 252, 253
 Сомнерове линије 253
 Сопствено кретање звезда 140—142
 попречно 141
 радијално 141
 трансверзално 141
 уздужно 141
 Слика 38
 Сплочтеност Земљина 350
 Спорадични метеори 86
 Спрезање дурбина 213—214
 Спуштање (депресија) хоризонта 342, 343
 Средња аномалија 277
 гама тачка 129
 дневна брзина 277
 еклиптика 129
 (нормална) рефракција 91
 Средњи екватор 129
 нагиб еклиптике 129
 полови 129
 положај 129, 143
 Стање лимба 176
 микрометра 177
 часовника 163,
 хронометра 163
 Стација (застој) планете 80, 273
 Стеновити оклоп Земљин 382
 Степен 25
 Степенска мерења 251, 350—352
 Стратисфера 382
 Стрелац 38
 Струвеова метода 183, 237, 238
 Сумрак, астрономски 93
 вечерњи 93
 грађански 93
 јутарњи 93
 Сунце 3
 Сунце, право 55
 средње екваторско 56
 средње еклиптичко 56
 Сунчани часовник 229
 Сутон 93
 Сухаревљев хоризонтални меридијански круг 222, 223
 Сферна тригонометрија 26—32
 Сферни ексцес 30
 троугао 26
 Сферонд Земљин 297, 350—352
 Беселов 352
 Красовског 352
 Хејфордов 352
 Таблице за рефракцију 90—91
 Tabule regionomontane 261
 Талкотова метода 189
 Тахиметар, ауторедуктивни 357, 358
 обични
 Тахиметријско одређивање висина 348
 Тачка залива 39
 излаза 39
 пролећне равнодневице 19
 Телурометар 347
 Теоријски (нормални) геоид 365
 Терминатор 83
 Термометарски фактор рефракције 91
 Типохронограф 170, 171
 Топографски знаци 361
 Тицијус-Бодово правило 337
 Топоцентар 17
 Топоцентрични положај 96
 правац 96
 Транслаторно кретање 266—293
 Треперење звезда 92
 Треће доба Земљине коре 385
 Трећи фундаментални каталог (ГК₃) 261
 Триангулација 347
 Тригонометријско одређивање звезданих даљина 113—115

- Тригонометријска мрежа 347, 356
 тачка 251, 347
 Трилатерација 347
 Троосни елипсоид Земљин 352
 Тропска година 52

 Угао фазе 83
 Угловна вредност лимбовог парса 176
 микрометарског обрта 178, 188
 Умерени појасеви 52
 Универзални инструмент 179, 217—218
 Упорјеђење часовника 170, 243
 Употреба астрографа 215—216
 астролаба с призмом 195
 екваторијала 209—211
 зенит-телескопа 189, 190
 пасажног инструмента 191, 192
 секстанта 198, 199
 универзалног инструмента 182—187
 фундаменталних инструмената 203—205
 Утицај рефракције на излаз и залаз 92

 Фабрицијусове поправке 146
 Фаза тоталитета 311
 Физичка грађа Земље 379—388
 Фотограметрија 359
 Фотограметријска метода снимања 359
 Фотографска карта неба (СС) 213, 259
 Фотографски зенит-телескоп 160, 219
 Фототеодолит 359
 Фукоов оглед 296
 Фундаментална астрономска тачка 251, 347, 355
 Фундаменталне астрономске константе 264, 265
 дефиниционе 265
 изведене 265
 примарне 265
 Фундаментални каталог сјајних звезда 262
 слабих звезда 262
 Фундаментални систем 261

 Хедлијев секстант 196
 Хелиоцентар 17
 Хелиоцентрични положај 98, 277
 правац 98
 систем света 81, 266, 267

 Хелмертова формула 365
 Хемијски састав Земљин 382—384
 Херкул 38
 Хидростатички нивелман 376
 Хијаде 38
 Хипсометријска скала 363
 Хоризонтални меридијански круг 159
 пасажни инструмент 159
 Хоризонтално клатно 377
 Хоризонт, прави 18
 привидни 18
 Хоризонтска ефемерида 46, 47
 Хронограф с неполаризованим релејима 169
 с поларизованим релејима 170
 Хронометар 162

 Целзијумски часовник 169
 Центрипетално убрзање 320
 Центрисање објектива 213
 Центрифугална сила 297
 Цингрова метода 239, 240
 Циркумзенитал 221
 Циркумполарна сазвежђа 37
 Циркумполарне звезде 40

 Час 25,
 Часовна служба 242—247
 Часовне зоне 59
 Часовник, атомски 156, 168, 169
 кварцни 156, 167, 168
 с клатном 156, 164—167
 Часовни круг 18
 угао 21
 Чворови Месечеве путање 69, 70
 планетске путање 275
 Чвор, силазни 70, 275
 улазни 69, 275
 Челична пантљика (геодетска) 357
 Чендлерова периода 370
 Четврти фундаментални каталог (FK₄) 262
 Четврто доба Земљине коре 386

 Шмитов телескоп 160
 Шортов часовник 165

ПРЕГЛЕД ИМЕНА

Абдулмелик 346

Адамс 6, 337

Ајнштајн 322, 340

Анаксимандар 341

Андерс 12

Андоде 297

Андџаје 132

Анри 211

Аполоније 5

Араго 211

Аргеландер 140, 259

Аристарх 5, 81, 104, 294

Аристид 5, 126, 258

Аристотел 5, 81, 294, 341, 343

Архимед 5, 366, 375

Ауверс 261, 262

Балде 285

Белен 167

Бељајев 11

Бер 6, 294

Бесел 6, 115, 134, 135, 140, 145,
146, 148, 150, 158, 260, 261,
262, 315, 351, 352

Биковски 11

Билимовић 73

Биела 85, 280

Блек 211

Боде 336, 337

Бонд 211

Борда 29

Бормен 12

Бос 261, 262

Бошковић 351

Браве 296

Брауер 376

Браун 70, 334, 335, 376

Брахе 6, 88, 140, 152, 258, 267,
329

Бредли 115, 116, 135, 140, 158,
171, 259, 261, 262

Брукс 85

Бруно 6, 267

Буге 351, 377

Вајт 11, 12

Валдмајер 300

Вахман 286

Вегенер 373, 381

Вира 335

Вениг-Мајнес 367, 368

Вијарсо 235

Вилд 217

Винеке 290

Вингел 211

Вокер 259

Воластон 220

Волинов 13

Волф 140

Гагарин 10

Гале 396

Галилеј 5, 155, 267, 283, 294,
320

Гаскоањ 156, 178

Гаус 28, 30, 31, 32, 34, 194, 241
275, 299, 315, 330, 361

Гигас 218

Глен 10

Годен 351

Гордон 11, 12

Гргур XIII 78

Грисон 12

Грегори 156

Грехем 57, 158

Дагер 212

Даламбер 7, 135, 369, 370

Далсонов 11

Данжон 160, 220, 221, 241

Дарвин 374

Деламбр 30, 351

Делоне 334

Дикерт 219

Диоклецијан 79

Дионисије 79

Долфус 301

Донати 211

Доплер 141, 254

Дрепер 211

Дријанкур 193, 241

Енке 334
 Ератостен 5, 152, 343, 345
 Егвеш 297
 Еткинсон 222
 Зверјев 160, 222
 Изотов 352
 Иса 346
 Јанг 11
 Јегоров 11
 Јелисејев 13
 Кавалијери 156
 Камис 351
 Кант 6
 Кањоли 242
 Карпенгер 10
 Касегрен 156
 Касини 140, 156, 302, 349, 351
 Касинис 365
 Кевендиш 323
 Кеплер 6, 56, 88, 107, 152, 172,
 266, 268, 269, 270, 277, 279,
 293, 304, 319, 320, 322, 323,
 325, 329, 334, 335, 337
 Керн 218
 Кири 167, 372
 Кистнер 369
 Клеро 351, 364
 Клод 193, 241
 Колинс 11
 Комаров 11, 12
 Комптон 297
 Конрад 11
 Коперник 5, 115, 266, 267, 271, 272, 274
 Копф 261
 Костински 140
 Крајхгауер 372
 Красовски 351, 352
 Кузански 5, 294
 Лагранж 332, 335
 Лакај 104, 351
 Лакондомин 351, 377
 Лаланд 104
 Лаплас 6, 332, 335
 Лахир 156, 350
 Леверије 6, 63, 261, 332, 336,
 337, 340
 Лексел 336
 Леман 381
 Лемоније 351
 Лиано 77
 Листинг 354
 Ловел П. 337
 Ловел 12
 Ловел 87, 291
 Ломоносов 156
 Мајер 140
 Мак-Дивит 11
 Максүтов 160, 220, 222
 Маралди 350
 Марисон 167
 Марковић 74, 160, 224, 252,
 374, 376

Мелкиор 121
 Меркатор 253, 361, 374
 Мерсен 156
 Месни 219
 Мешен 351
 Миланковић 78, 374, 375
 Милићевић 225
 Молобенски 367
 Мопертни 351
 Морган 262
 Мохоровичић 371
 Набонасар 79
 Непер 29, 31
 Нерлуна 376
 Николајев 10
 Норвуд 346
 Нуша 221
 Њуком 71, 74, 129, 132, 134,
 137, 257, 261, 262, 264, 340,
 370
 Њутн 6, 88, 126, 156, 196, 267,
 285, 294, 295, 297, 319, 320,
 321, 322, 323, 332, 334, 337,
 340, 347, 350, 351, 364
 Озу 156, 178
 Ојлер 369, 370
 Олберс 276
 Олдрин 12
 Олдохем 381
 Ополцер 308, 316
 Отерма 286
 Павлов 219, 220
 Персон 296
 Петерс 261, 369
 Пијаци 336
 Пикар 156, 177, 346, 350
 Пирс 141
 Питагора 341
 Пјевцов 236
 Пласкет 141
 Понс 291
 Поповић 10
 Порта 155
 Портер 140
 Посидоније 345
 Праг 366
 Птоломеј 5, 81, 82, 83, 258,
 266, 287, 335, 346
 Пуасон 295
 Пурбах 5
 Рајт 346
 Рамсен 158
 Региомонтанус 5
 Ремер 156, 157, 259
 Рен 319
 Репсолд 191, 259
 Ри 211
 Рифлер 165, 166
 Рише 364
 Роде 168
 Рос 140
 Рогман 258

Сент-Илер 252
Скалигер 79
Скијапарели 301
Снелијус 346
Сомнер 242, 252, 253
Сосиген 5, 77
Спесер-Џонс 71, 72, 75, 107
Стојко 72, 73, 244
Стремгрен 219, 289
Струве 6, 115, 183, 238, 259, 351
Сухарев 222, 223

Талес 4
Талкот 146, 174, 187, 189, 218, 236
Тевно 156
Терјешкова 11
Тимохарис 5, 126, 258
Титов 10
Тицијус 336, 337
Томбоу 337

Улуг-Бек 5, 258

Фабрициус 147, 148
Феоктисов 11
Ферије 219
Фернеа 346
Физо 141, 211, 254
Флемстиа 156
Фогел 141
Фрич 221
Фуко 6, 211, 296

Хаген 295, 297
Хајгенс 6, 57, 156, 164, 319, 320, 350
Халеј 71, 140, 258, 285, 286, 290, 319
Ханзен 63, 315, 334, 340

Харисон 57
Харцер 230
Хевелијус 156, 258
Хегинс 141
Хедли 196
Хејфорда 351, 352
Хелмерт 365
Хендерсон 6, 105, 162
Хенлајн 57, 162
Хераклид 5
Хершел 6, 141, 156, 159, 335, 337
Хиг 219
Хил 334
Хипарх 5, 81, 125, 152, 258
Хрунов 13
Хук 57, 319

Цезар 77
Целзијус 351
Цингер 239
Цуки 150

Чафи 12
Чекини 374
Чендлер 370

Џенкинсова 115
Џефрејс 71, 376

Шајнер 141, 155
Шаталов 13
Шварц 168
Швасман 286
Шеварлић 120, 370
Шидо 376
Шира 11
Шмит 160
Шор 140
Шорт 165, 166
Штернек 235

L I T E R A T U R A

1. G. F. Chambers, A Handbook of Descriptive Astronomy, II izd., Oxford, 1876.
 2. H. Gyldeń, Die Grundlehren der Astronomie, Leipzig, 1877.
 3. M. Gruy, Leçons d'astronomie, Paris, 1885.
 4. Sir Robert Stawell Ball, Elements of Astronomy, London, 1906.
 5. A. v. Flotow, Einleitung in die Astronomie, 1911.
 6. C. A. Young, The Elements of Astronomy, Boston, New York, ..., 1923.
 7. Barlow and Bryan, Elementary Mathematical Astronomy, 1926.
 8. Russel- Dugan- Stewart, Astronomy I, II, New York, ..., 1926.
 9. C. A. Young, A Text-Book of General Astronomy, Boston, New York, ..., 1926.
 10. P. Stroobant, Précis d'Astronomie, Bruxelles, 1933.
 11. E. und B. Strömberg, Lehrbuch der Astronomie, 1933.
 12. I. F. Polak, Kurs obščej astronomii, V izd., M. — L., 1939.
 13. F. Tisserand et H. Andoyer, Leçons de Cosmographie, XI izd., Paris, 1941.
 14. L. Picart, Astronomie générale, 1945.
 15. V. G. Fesenkov, Obščaja astronomija, M. — L., 1946.
 16. S. N. Blažko, Kurs obščej astronomii, M. — L., 1947.
 17. Sir Harold Spencer Jones, General Astronomy, III izd., London, 1951.
 18. A. Danjon, Astronomie générale, Paris, 1952.
 20. E. A. Fath, The Elements of Astronomy, V izd., New-York, Toronto, London, 1955.
 19. J. C. Duncan, Astronomy, V izd., 1955.
 21. Cecilia Payne-Gaposchkin, Introduction to Astronomy, New-York, 1955.
 22. W. Schroeder, Practical Astronomy, 1956.
 23. R. H. Baker, Astronomy, VI izd., New-York, ..., 1957.
 24. P. I. Popov, K. L. Bajev, B. A. Voroncov-Veljaminov, R. V. Kunickij, Astronomija, IV izd., M. — L., 1958.
 25. V. V. Mišković, Opšta astronomija, I deo, Beograd, 1960.
-