

СВОЂЕЊЕ БОШКОВИЋЕВИХ АСТРОГЕОДЕТСКИХ ОДРЕЂИВАЊА НА СИСТЕМ FK5

М. ДАЧИЋ

Astronomska opservatorija, Volgina 7, 11160 - Beograd 74

E-mail: mdacic@aob.aob.bg.ac.yu

Абстракт. Почетком двадесетог века С. П. Бошковић је на територији Србије вршио астрогодетска одређивања ради добијања скретања вертикала. За обраду резултата посматрања узимани су положаји звезда из фундаменталног каталога NFK. Коришћењем података из FK5 у поновној обради посматрања, добијају се резултати ових одређивања у систему FK5. Овде се разматрају грешке *a priori* Бошковићевих резултата у односу на систем FK5, односно, свођење резултата Бошковићевих астрогодетских одређивања на систем FK5.

1. УВОД

У периоду од 1900. до 1911. године, Стеван П. Бошковић је на тридесет тачака територије ондашње краљевине Србије обављао астрогодетска одређивања (стање часовника, географска ширина и азимут правца) да би на њима добио скретање вертикале. Средња епоха Бошковићевих посматрања била је приближно 1906.0. Резултати су приказани у књизи "СКРЕТАЊЕ ВЕРТИКАЛА У СРБИЈИ" (Бошковић 1952). Стање часовника је одређивано Цингеровом методом, ширина Пјевцовљевом, а азимут је одређиван из посматрања Северњаче. За обраду посматрања служили су положаји звезда из каталога NFK (Peters 1907) који је у то време (после првог светског рата) представљао референтну основу и, заједно са Њукомбовим системом астрономских константи, референтни систем.

Уколико желимо да резултате Бошковићевих одређивања сведемо на неки други систем, потребно је узети податке из тог другог система и са њима рачунати привидне положаје звезда за одговарајуће тренутке посматрања. У овом раду користимо податке из каталога FK5 (Fricke и др. 1988). Треба напоменути да се важећа референтна основа коју у оптичком делу представља HIPPARCOS каталог поклапа са FK5 каталогом у границама грешака FK5.

С једне стране, истражујући грешке NFK у односу на систем FK5, можемо да одредимо систематске разлике положаја звезда (FK5 – NFK), а такође су нам интересантне и просечне средње квадратне грешке положаја у ова два система. С друге стране, за примењене методе, имајући у виду њихове основне карактеристике и формуле за рачунање које су приказане у

неком од уџбеника практичне астрономије (Блажко 1979), могу се извести *диференцијални обрасци* у којима ће фигулисати грешке координата звезда. Ови обрасци омогућавају да а priori одредимо утицај грешака координата звезда на резултате поменутих астрогеодетских одређивања. Другим речима, добијене вредности грешака координата звезда и изведене диференцијалне обрасце користимо за свођење резултата одређивања на систем FK5.

Иначе, израчунато свођење на систем FK5 а priori приказано у овом раду и резултати добијени а posteriori директним уношењем положаја FK5 у редуционе листове показују задовољавајуће слагање.

2. СВОЂЕЊЕ СТАЊА ЧАСОВНИКА НА СИСТЕМ FK5

Размотримо утицај грешака положаја звезда (грешке координата α и δ) на одређивање стања часовника, под претпоставком да су звезде у Цингеровим паровима имале деклинације које се крећу између $+20^\circ$ и $+50^\circ$ и да је већина њих опажана близу првог вертикала, на удаљењу од 10 до 15 степени по азимуту. Полазећи од ове чињенице и користећи диференцијални образац изведен за Цингерову методу

$$\begin{aligned} \Delta u = & - \frac{\cos A_e - \cos A_w}{\cos \varphi (\sin A_e - \sin A_w)} \Delta \varphi + \\ & + \frac{\sin A_e}{\sin A_e - \sin A_w} \Delta \alpha_e - \frac{\sin A_w}{\sin A_e - \sin A_w} \Delta \alpha_w + \\ & + \frac{\cos q_e}{\cos \varphi (\sin A_e - \sin A_w)} \Delta \delta_e - \frac{\cos q_w}{\cos \varphi (\sin A_e - \sin A_w)} \Delta \delta_w, \end{aligned} \quad (1)$$

могу се израчунати грешке а priori стања часовника као последица утицаја систематских и случајних грешака координата звезда.

За неки фиктивни Цингеров пар на средњој ширини $\varphi = +45^\circ$ узећемо звезде са деклинацијом $\delta_e = \delta_w \approx 35^\circ$. При зенитној даљини $z \approx 40^\circ$ нека азимут буде $-A_e = A_w \approx 80^\circ$ за звезде јужно од првог вертикала, односно, $-A_e = A_w \approx 100^\circ$ за звезде северно од првог вертикала. Нека је при томе паралактички угао $q_e = q_w \approx 60^\circ$.

Заменом претпостављених вредности азимута, паралактичких углова и ширине у обрасцу (1), добија се

$$\Delta u \approx \frac{1}{2} (\Delta \alpha_e + \Delta \alpha_w) - \frac{1}{3} (\Delta \delta_e - \Delta \delta_w). \quad (2)$$

Уопштено гледано, звезде на истим деклинацијама имају једнаке систематске грешке: $\Delta \alpha_e = \Delta \alpha_w = \Delta \alpha$ и $\Delta \delta_e = \Delta \delta_w = \Delta \delta$. Из тога произилази да је систематска грешка стања часовника приближно једнака систематској грешки ректасцензија за дату деклинацију пара

$$\Delta u \approx \Delta \alpha$$

Према вредностима разлика FK5 – NFK звезданих координата, за деклинацију $+35^\circ$ налазимо да је $\Delta\alpha = -0^{\circ}070$, одакле следи

$$\Delta u \approx -0^{\circ}070.$$

Значи, свођењем на систем FK5 положаја звезда које користи С.П. Бошковић за одређивања Пингеровом методом и који су дати у систему NFK, стање часовника се мења приближно за $-0^{\circ}070$.

Што се тиче случајне грешке стања часовника, уз поједностављење, имамо

$$\varepsilon_u^2 \approx \frac{1}{2} E_\alpha^2 + \frac{1}{4} E_\delta^2. \quad (3)$$

Овде је E_α грешка ректасцензије за $\delta = 35^\circ$, док је грешка деклинације E_δ дата у часовној мери.

Према подацима у релевантним каталозима налазимо вредности

- за систем FK5: $E_\alpha = \pm 0^{\circ}004$ и $E_\delta = \pm 0^{\circ}002$;
- за систем NFK: $E_\alpha = \pm 0^{\circ}018$ и $E_\delta = \pm 0^{\circ}013$.

На основи тога се добија случајна грешка стања часовника која је последица случајних грешака координата звезда у датом пару:

- за систем FK5: $\varepsilon_u \approx \pm 0^{\circ}003$;
- за систем NFK: $\varepsilon_u \approx \pm 0^{\circ}014$.

Преласком са система NFK, у коме је радио Бошковић, на систем FK5, у укупном буџету случајних грешака стања часовника, део који припада координатама звезда значајно је смањен.

3. СВОЂЕЊЕ ШИРИНЕ НА СИСТЕМ FK5

У одређивањима ширине Пјевцовљевом методом појављују се парови звезда које су опажане у близини меридијана, симетрично у односу на први вертикал. Растојања од меридијана се крећу од 10° до 30° по азимуту. Јужна звезда у пару обично буде близу екватора, док северна звезда може да има деклинацију $+60^\circ$ до $+80^\circ$. Полазећи од ових података и диференцијалног обрасца изведеног за Пјевцовљеву методу

$$\begin{aligned} \Delta\varphi = & - \frac{\cos\varphi(\sin A_s - \sin A_n)}{\cos A_s - \cos A_n} \Delta u + \\ & + \frac{\cos\varphi \sin A_s}{\cos A_s - \cos A_n} \Delta\alpha_s - \frac{\cos\varphi \sin A_n}{\cos A_s - \cos A_n} \Delta\alpha_n + \\ & + \frac{\cos q_s}{\cos A_s - \cos A_n} \Delta\delta_s - \frac{\cos q_n}{\cos A_s - \cos A_n} \Delta\delta_n, \end{aligned} \quad (4)$$

израчунаћемо грешке ширине као последицу грешака положаја звезда.

За фиктиван Пјевцовљев пар на ширини $\varphi = +45^\circ$ узећемо јужну звезду са деклинацијом $\delta_s \approx +20^\circ$ и северну звезду са деклинацијом $\delta_n \approx +70^\circ$, око

горњег пролаза. Нека је азимут $A_s \approx 20^\circ$ и $A_n \approx 160^\circ$, а паралактички угао $q_s \approx 15^\circ$ и $q_n \approx 105^\circ$.

Замењујући у обрасцу (4) назначене вредности азимута, паралактичких углова и ширине добија се

$$\Delta\varphi \approx \mp \frac{1}{8} (\Delta\alpha_s - \Delta\alpha_n) + \frac{1}{2} \Delta\delta_s + \frac{1}{7} \Delta\delta_n . \quad (5)$$

Горњи знак испред заграда важи за пар који је опажан на источној страни неба (IV и III квадрант), а доњи знак за пар на западној страни неба (I и II квадрант).

Израчунавамо вредности $\Delta\alpha$ на деклинацијама $\delta_s = +20^\circ$ и $\delta_n = +70^\circ$ и добијамо $\Delta\alpha_s = -0''.95$ и $\Delta\alpha_n = -3''.15$, респективно. Одговарајуће разлике деклинација FK5 и NFK износе $\Delta\delta_s = +0''.12$ и $\Delta\delta_n = +0''.06$.

Тако налазимо грешку $\Delta\varphi$ која је последица систематских разлика каталога NFK и FK5. Свођењем NFK на систем FK5 добија се, дакле, поправка ширине

- за пар на истоку: $\Delta\varphi \approx -0''.21$;
- за пар на западу: $\Delta\varphi \approx +0''.35$;
- у средњем је: $\Delta\varphi \approx +0''.07$

Формулу по којој се процењује утицај случајних грешака координата звезда на одређивања ширине добијамо слично као и за Шингерову методу. Нека грешка ректасцензије за северну звезду износи $3E_\alpha$, где је E_α грешка екваторске звезде. Ако се вредност E_α узме као приближна грешка јужне звезде, онда је

$$\varepsilon_\varphi^2 \approx \left(\frac{1}{8} E_\alpha\right)^2 + \left(\frac{3}{8} E_\alpha\right)^2 + \left(\frac{1}{2} E_\delta\right)^2 + \left(\frac{1}{7} E_\delta\right)^2$$

После упростивања је

$$\varepsilon_\varphi^2 \approx \frac{1}{6} E_\alpha^2 + \frac{1}{4} E_\delta^2 . \quad (6)$$

Како је

- за систем FK5: $E_\alpha = \pm 0''.05$ и $E_\delta = \pm 0''.03$;
- за систем NFK: $E_\alpha = \pm 0''.23$ и $E_\delta = \pm 0''.20$.

добија се случајна грешка ширине као последица случајних грешака координата звезда у датом пару:

- за систем FK5: $\varepsilon_\varphi \approx \pm 0''.02$;
- за систем NFK: $\varepsilon_\varphi \approx \pm 0''.14$.

Преласком на систем FK5, у укупном буџету случајних грешака ширине, део који припада координатама звезда вишеструко се смањује.

4. СВОЂЕЊЕ АЗИМУТА НА СИСТЕМ FK5

За рачунање грешке азимута поћи ћемо од следећих података: деклинација Северњаче је приближно 89° ; за географску ширину од 45° њена зенитна даљина износи око 45° ; азимут је приближно $178 - 179^\circ$; паралактички угао нека се креће у границама од 45° до 135° . Ако са наведеним вредностима уђемо у диференцијални образац

$$\Delta A = + \frac{\cos \delta}{\sin z} \cos q \Delta u - \sin A \operatorname{ctg} z \Delta \varphi - \frac{\cos \delta}{\sin z} \cos q \Delta \alpha + \frac{\sin q}{\sin z} \Delta \delta \quad (7),$$

добивамо следећи изрази за западну половину неба:

$$\Delta A \approx \mp \frac{1}{60} \Delta \alpha + \Delta \delta \pm \frac{1}{60} \Delta u - \frac{1}{60} \Delta \varphi.$$

Горњи знак важи за $q \approx 45^\circ$, а доњи за $q \approx 135^\circ$. За источну половину неба, ако ставимо $q_e = -q_w$, имамо:

$$\Delta A \approx \mp \frac{1}{60} \Delta \alpha - \Delta \delta \pm \frac{1}{60} \Delta u + \frac{1}{60} \Delta \varphi.$$

Занемарујући последња два члана у овим изразима, имамо упрошћену формулу

$$\Delta A \approx \mp \frac{1}{60} \Delta \alpha \mp \Delta \delta. \quad (8)$$

Горњи знак испред $\Delta \alpha$ важи ако је q мање од 90° . Горњи знак испред $\Delta \delta$ важи ако је Северњача на источној хемисфери.

С обзиром да $\Delta \alpha$ иде приближно до $+1^s$ и $\Delta \delta$ приближно до $-0''.40$ (из упоређења са вредностима у Бошковићевим редуccionим листовима), налазимо поправку азимута:

$$-0''.65 < \Delta A < +0''.65.$$

Оваква вредност се добија као последица разлика положаја Северњаче у систему FK5 и систему NFK.

У разматрању утицаја грешака положаја звезда, случајну грешку азимута одређујемо према формули:

$$E_A^2 \approx \left(\frac{1}{60} E_\alpha \right)^2 + E_\delta^2 + \left(\frac{1}{60} E_u \right)^2 + \left(\frac{1}{60} E_\varphi \right)^2.$$

С обзиром да су последња два члана у овој формули практично занемарљиви у односу на случајне грешке ректасцензије и деклинације, она може да се пише једноставније:

$$\varepsilon_A^2 \approx \left(\frac{1}{60} E_\alpha \right)^2 + E_\delta^2 \quad (9)$$

Случајна грешка положаја Северњаче у систему FK5 за епоху 1906.0 износи

$$E_{\alpha} = \pm 0^{\circ}130 = \pm 1''95 \quad , \quad E_{\delta} = \pm 0''02 \quad ,$$

па се за азимут добија

$$\varepsilon_A \approx \pm 0''04 \quad .$$

Случајна грешка положаја Северњаче у систему NFK за поменућу епоху је

$$E_{\alpha} = \pm 0^{\circ}509 = \pm 7''64 \quad , \quad E_{\delta} = \pm 0''13 \quad ,$$

па је случајна грешка за азимут

$$\varepsilon_A \approx \pm 0''18 \quad .$$

Преласком на систем FK5, дакле, случајна грешка азимута као последица случајне грешке координата Северњаче такође се видно смањује.

5. ЗАКЉУЧАК

После рачунања утицаја систематских грешака *a priori* може се закључити да у резултате одређивања стања часовника у целости улази поправка равнодневице NFK каталога ($-0^{\circ}050$).

Резултати одређивања ширине су знатно мењају увођењем ове поправке (око три десета лучне секунде по апсолутној вредности). Опажањем једнаког броја Пјевцовљевих парова на источној и на западној половини неба њен утицај се анулира и остаје само утицај систематских разлика деклинација, првенствено јужних звезда.

Утицај на резултате одређивања азимута зависи од тога на којој се половини неба налази Северњача и од тога да ли се опажа пре или после највеће дигресије.

Што се тиче случајних грешака, видимо да се део који потиче од грешака координата звезда вишеструко смањује свођењем Бошковићевих астрогеодетских одређивања на FK5 систем.

Литература

- Блажко, С.Н.: 1979, *Курс практической астрономии*, Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., Москва.
- Бошковић, С.П.: 1952, *Скретање вертикала у Србији*, САН, Посебна издања, СХ-CVI, Географски институт, књ. 4.
- Peters, J.: 1907, *Neuer Fundamentalkatalog des Berliner Astronom. Jahrbuchs*, Veröff. des K. Astr. Rechen-Institut, **33**.
- Fricke, W., Schwan, H., Lederle, T.: 1988, *Fifth Fundamental Catalogue (FK5)* Veröff. Astron. Rechen-Institut Heidelberg, **32**.