

## УГАОНА БРЗИНА И ОБЛИК ЗВЕЗДЕ

Ј. ЗУПАН

Катедра за астрономију, Математички факултет, Београд, Југославија  
E-mail: jelenap@maf.bg.ac.yu

**Абстракт.** У раду су дати прелиминарни резултати моделирања звездане структуре са ротацијом везани за промену радијуса и облика звезде. Добијени резултати потврђују резултате који су раније добијени иако су у моделирању коришћени другачији изрази за брзину ослобађања нуклеарне енергије и непрозрачност. Дакле, звезде се под утицајем ротације шире, а њихов облик престаје да буде сферан. Развматрана је промена облика за константну угаону брзину и различите масе и обратно, за константну масу и различите брзине ротације.

### 1. УВОД

Ако се у моделирању звездане структуре узме у обзир и ротационо кретање звезде, она се више не може посматрати као сфера. Услед обртања око осе ротације долази до одступања од сферног облика и то у различитој мери у зависности првенствено од угаоне брзине. Другим речима, радијус звезде тада зависи од угла који заклапа са осом ротације. Површина звезде у случају ротације може бити задата на следећи начин:

$$R = R_{sr}(1 - \frac{\Omega^2}{3GM} R_{sr}^3 P_2(\theta)) \quad (1)$$

где је  $R$ -радијус звезде који се мења у зависности од угла који заклапа са осом ротације,  $R_{sr}$ -средња вредност радијуса звезде,  $\Omega$ -угаона брзина ротације,  $M$ -маса звезде,  $G$ - гравитациона константа,  $P_2(\theta)$ -Лежандров (Legendre) полином,  $\theta$ -угао између посматраног радијуса и осе ротације.

У случају ротирајуће звезде гравитациони потенцијал има следећи облик:

$$V(R, \theta) = -\frac{GM}{R} - \frac{1}{2} \Omega^2 R^2 (1 - \cos^2 \theta) \quad (2)$$

Дакле, посматра се ефективни потенцијал, јер на сваки делић масе осим гравитације која тежи да сабије звезду, делује и центрифугална сила која тежи да је развуче и зато се ефективна гравитација на површини звезде, као и у осталим слојевима, смањује.

## 2. МОДЕЛИРАЊЕ РОТИРАЈУЋЕ ЗВЕЗДЕ

Кипенхан и Томас (R. Kippenhahn, H.C. Thomas) су 1970. године дошли на идеју како изменити једначине структуре у случају ротирајуће звезде. Наиме, разматра се стратификација звезде задата изразом (1) и рачунају се корективни фактори  $f_p$  и  $f_r$ .

$$f_p(r) = \frac{4\pi r^4}{GM_r P} \cdot \frac{1}{\langle g^{-1} \rangle} \quad (3)$$

$$f_r(r) = \left(\frac{4\pi r^2}{P}\right)^2 \cdot \frac{1}{\langle g \rangle \langle g^{-1} \rangle} \quad (4)$$

где је  $P$ -површина задата изразом (1),  $\langle g \rangle$ -средња вредност гравитационог убрзања на површини (1),  $\langle g^{-1} \rangle$ -средња вредност реципрочне вредности гравитационог убрзања на површини (1),  $M_r$ -маса унутар средњег радијуса слоја,  $r$ -средњи радијус посматраног слоја.

Једначине структуре сада добијају следећи облик:

$$\frac{dp}{dM_r} = -\frac{GM_r}{4\pi r^4} f_p \quad (5)$$

$$\frac{dT}{dM_r} = -\frac{3\kappa}{16\sigma T^3} \cdot \frac{L_r}{(4\pi r^2)^2} f_r \quad (6)$$

$$\frac{dL_r}{dM_r} = \epsilon \quad (7)$$

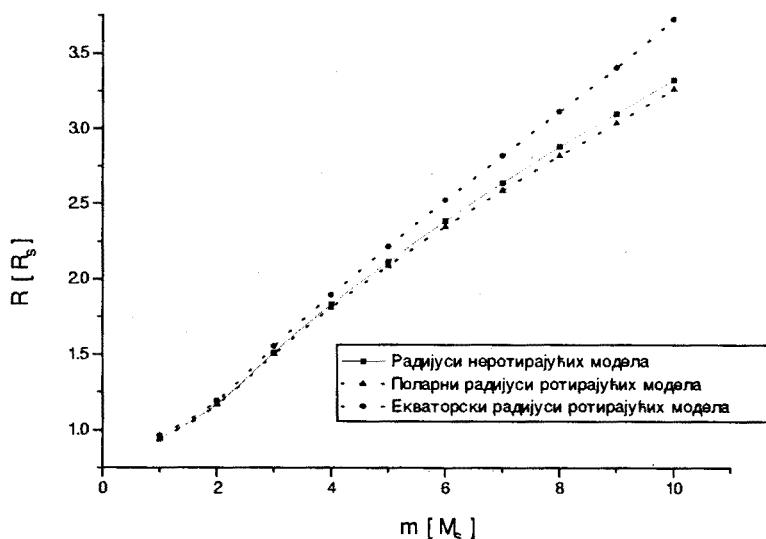
$$\frac{dr}{dM_r} = \frac{1}{4\pi \rho r^2} \quad (8)$$

где је  $\kappa$ -кофицијент непрозрачности,  $L_r$ -луминозност дела звезде унутар средњег радијуса слоја,  $\epsilon$ -брзина ослобађања нуклеарне енергије,  $\rho$ -густина. Ако су корективни кофицијенти једнаки јединици једначине се своде на случај неротирајућих звезда. Када се звездана структура моделира према коригованим једначинама, добија се да ротација утиче на промену параметара звезде, дакле, ефективне температуре, луминозности, затим централне густине, централне температуре и радијуса. У овом раду ћемо размотрити промене везане за радијус и облик звезде.

### 3. РЕЗУЛТАТИ МОДЕЛИРАЊА

У овом раду су урађени модели звезда маса од једне до десет Сунчевих ( $X = 0.71, Y = 0.27$ ) за угаону брзину  $0.00015 \text{ s}^{-1}$ . Добијене су вредности средњих, поларних и екваторских радијуса и упоређене са радијусима неротирајућих модела. Затим су урађени модели звезде од десет Сунчевих маса за угаоне брзине од  $0.00001$  до  $0.00015 \text{ s}^{-1}$  и посматрана је промена средњег, поларног и екваторског радијуса, као и промена облика звезде у зависности од угаоне брзине ротације. Поларни радијуси су израчунати из израза (1) за вредност угла  $\theta = 0$ , а екваторски за вредност  $\theta = \frac{\pi}{2}$ .

Из резултата се може видети да, као што се и очекивало, звезда која ротира одступа од сферног облика и њен поларни радијус је обавезно мањи од екваторског. На слици 1. се може видети да је за исту угаону брзину, одступање од сферног облика утолико веће уколико је маса звезде већа. Дакле, масивније звезде се лакше спљоште под дејством ротације.

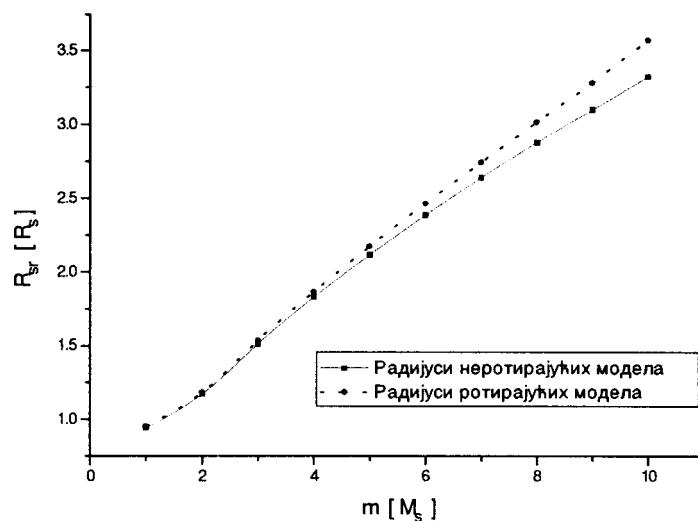


Слика 1. Одступање поларних и екваторских радијуса за угаону брзину  $0.00015 \text{ s}^{-1}$

Промене радијуса код звезда масе једне и две масе Сунца су изузетно мале за посматрану угаону брзину. То је зато што су критичне брзине (ефективна гравитација једнака нули) ових звезда пар пута веће од  $0.00015 \text{ s}^{-1}$  и промене облика звезде још нису уочљиве. Међутим, код звезда чије су масе близу десет Сунчевих маса, одступање од сферног облика је очигледно.

На слици 2. се могу видети средње вредности радијуса ротирајућих модела у односу на неротирајуће. Јасно се види, да се звезде под утицајем ротације шире и то, на фиксној угаоној брзини, утолико више уколико су масивније. Дакле, ако

фиксирамо угаону брзину, масивније звезде показују веће одступање од сфере и израженије повећање своје површине.

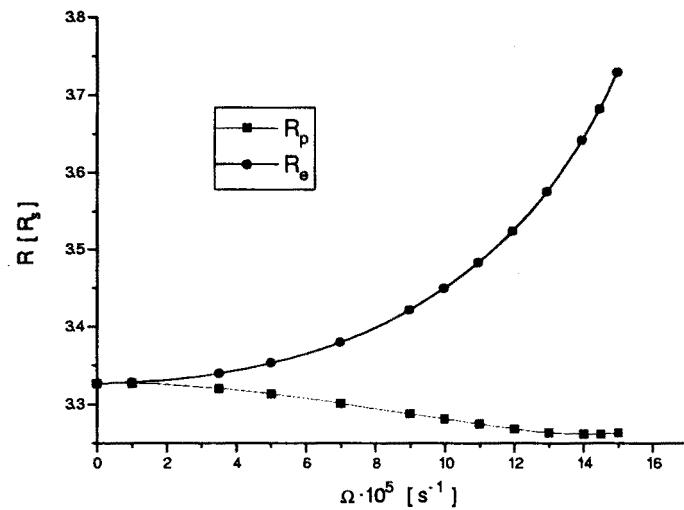


Слика 2. Одступање средњих радијуса звезда за угаону брзину  $0.00015 \text{ s}^{-1}$

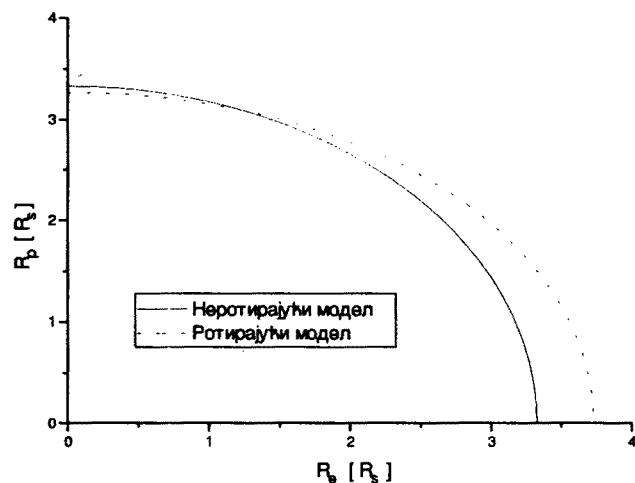
Што се тиче модела звезде масе десет Сунчевих маса на разним угаоним брзинама, може се закључити да средњи радијус расте са повећањем угаоне брзине. Поларни радијус се веома мало повећава за мале угаоне брзине, јер средњи радијус расте, а одступање од сфере није велико, затим почиње да опада све до брзина које су близине критичној брзини ротације када почиње полако да расте услед наглог ширења звезде. Екваторски радијус стално расте. Облик звезде све више одступа од сферног облика како се угаона брзина повећава. Разлика између поларног и екваторског радијуса је све већа.

На слици 3. се може видети промена поларног и екваторског радијуса звезде масе десет Сунчевих маса у зависности од угаоне брзине ротације. Дакле, екваторски радијус све брже расте са повећањем брзине ротације, док поларни полако опада, да би у близини критичних брзина почeo веома мало да расте. На слици 4. је дата четвртина меридијанског пресека звезде масе десет Сунчевих маса, у случају да она не ротира и у случају угаоне брзине од  $0.00015 \text{ s}^{-1}$ . Може се јасно видети како ротација мења облик звезде.

UGAONA BRZINA I OBLIK ZVEZDE



Слика 3. Промена поларног и екваторског радијуса звезде масе десет Сунчевих маса



Слика 4. Промена облика звезде масе десет Сунчевих маса услед ротације.

#### 4. ЗАКЉУЧАК

Резултати изнети у овом раду су у складу са раније добијеним резултатима. Услед ротационог кретања долази до ширења звезде и одступања њеног облика од сфере. Дакле, еквипотенцијалне површи више нису сфере, већ су више или мање сплоштене у зависности од угаоне брзине ротације, али и масе звезде.

#### Референце

- Kipenhahn, R., Thomas H.C.: 1970, in Stellar Rotation, ed. Slettebak A., New York, Gordon and Breach, pp. 20 – 29.  
Sackmann, I.J. : 1970, *Astron. & Astrophys.*, **8**, 76 – 84.  
Tassoul, J.L.: 1978, Theory of Rotating Stars, princeton University Press.  
Sackmann, I.J., Anand, S.P.S.: 1969, *Ap. J.*, **155**.